Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по молодежной политике и
развитию образования
_____ А. В. Легостев
14 июня 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ВОСПИТАНИЯ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

для всех направлений подготовки и специальностей

СОГЛАСОВАНО
Председатель Объединенного совета
обучающихся ФГБОУ ВО «УГГУ»
(протокол № 25 от 15.11.2023)
_____ А. А. Кухарева

Председатель Первичной профсоюзной
организации ФГБОУ ВО «УГГУ»
(протокол № 5 от 24.10.2023)
_____ П. А.Коновалов

Председатель Совета родителей
ФГБОУ ВО «УГГУ»
(протокол № 3/1 от 04.10.2023
_____ В. А. Пивова

Составитель: начальник управления по внеучебной
и социальной работе Шехтман Д.А.

Екатеринбург

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Наименование программы

Рабочая программа воспитания ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет» (далее – УГГУ, университет).

Рабочая программа воспитания ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет» представляет собой ценностно-нормативную, методологическую, методическую и технологическую основы организации воспитательной деятельности.

Рабочая программа воспитания (далее – Программа) ориентирована на организацию воспитательной деятельности субъектов образовательного и воспитательного процессов.

Воспитательная работа в университете направлена на создание благоприятных условий для личностного и профессионального развития студенческой молодёжи, формирование профессиональных и общекультурных/универсальных компетенций, таких как гражданственность, трудолюбие, ответственность, организованность, самостоятельность, инициативность, дисциплинированность.

Разработчик и координатор программы

Управление по внеучебной и социальной работе.

Нормативно-правовые основания программы

- Конституция Российской Федерации;
- Федеральный закон от 29.12.2012 №273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»;
- Федеральный закон от 05.02.2018 № 15-ФЗ «О внесении изменений в отдельные законодательные акты Российской Федерации по вопросам добровольчества (волонтерства)»;
- Указ Президента Российской Федерации от 19.12. 2012 г. № 1666 «Стратегия государственной национальной политики Российской Федерации на период до 2025 года»;
- Указ Президента Российской Федерации от 24.12.2014 № 808 «Основы государственной культурной политики»;
- Указ Президента Российской Федерации от 09.05.2017 № 203 «Стратегия развития информационного общества в Российской Федерации на 2017-2030 годы»;
- Указ Президента Российской Федерации от 07.05.2018 № 204 «О национальных целях и стратегических задачах развития Российской Федерации на период до 2024 года»;
- Указ Президента Российской Федерации от 21.07.2020 № 474 «О национальных целях развития Российской Федерации на период до 2030 года»;
- Указ Президента Российской Федерации от 02.07.2021 № 400 «Стратегия национальной безопасности Российской Федерации»;
- Указ Президента Российской Федерации от 09.11.2022 № 809 «Об утверждении основ государственной политики по сохранению и укреплению традиционных российских духовно-нравственных ценностей;
- Постановление Правительства Российской Федерации от 26.12.2017 № 1642 «Об утверждении государственной программы Российской Федерации «Развитие образования»;
- Распоряжение Правительства Российской Федерации от 29.11.2014 № 2403-р «Основы государственной молодежной политики Российской Федерации на период до 2025 года»;
- Распоряжение Правительства Российской Федерации от 29.05.2015 № 996-р «Стратегия развития воспитания в Российской Федерации на период до 2025 года»;
- Распоряжение Правительства Российской Федерации от 27.12.2018 № 2950-р «Концепция развития добровольчества (волонтерства) в Российской Федерации до 2025 года»;
- Распоряжение Правительства Российской Федерации от 12.11.2020 № 2945-р «Об утверждении Плана мероприятий по реализации в 2021-2025 годах Стратегии развития воспитания в Российской Федерации на период до 2025 года»;
- Устав ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет».

Сроки реализации программы - период реализации образовательной программы.

Ожидаемые результаты:

- исполнение положений Федерального закона «Об образовании в Российской Федерации» по вопросам воспитания обучающихся;
- реализация приоритетных направлений государственной молодежной политики по созданию условий для успешной социализации и эффективной самореализации обучающихся;
- привлечение к воспитательной работе в университете заинтересованных субъектов университетского сообщества;
- формирование у обучающихся духовных, социальных и профессиональных ценностей;
- обогащение личностного и социального опыта обучающихся;
- совершенствование форм и методов воспитательной работы;
- повышение степени вовлеченности обучающихся в организацию и проведение мероприятий воспитательного характера;
- совершенствование системы контроля и оценки воспитательной работы;
- расширение взаимодействия субъектов воспитательной работы с органами государственной власти и местного самоуправления, международными, всероссийскими, межрегиональными, региональными общественными объединениями, ключевыми стейкхолдерами;
- развитие традиций корпоративной культуры университета;
- повышение эффективности и качества реализуемых мероприятий;
- выпуск конкурентоспособных специалистов, обладающих высоким уровнем социально-личностных и профессиональных компетенций.

РАЗДЕЛ 1. ЦЕЛЕВОЙ

Воспитательная деятельность в университете, реализующем программы высшего и среднего профессионального образования, является одной из основных частей образовательного процесса, планируется и осуществляется в соответствии с приоритетами государственной политики в сфере воспитания.

Участниками образовательных отношений в части воспитания в университете являются:

- ректор;
- проректор по молодежной политике и развитию образования;
- начальник управления по внеучебной и социальной работе;
- заместители начальника управления по внеучебной и социальной работе;
- специалисты по социальной работе с молодежью;
- деканы факультетов;
- заведующие кафедрами;
- педагогические работники;
- академические кураторы;
- педагоги-психологи;
- члены Объединенного совета обучающихся;
- представители Совета родителей.

1.1 Цель и задачи воспитания обучающихся

Цель воспитания обучающихся ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет» - развитие личности, создание условий для самоопределения и социализации на основе социокультурных, духовно-нравственных ценностей и принятых в российском обществе правил и норм поведения в интересах человека, семьи, общества и государства,

формирование у обучающихся чувства патриотизма, гражданственности, уважения к памяти защитников Отечества и подвигам Героев Отечества, закону и правопорядку, человеку труда и старшему поколению, взаимного уважения, бережного отношения к культурному наследию и традициям многонационального народа Российской Федерации, природе и окружающей среде.

Задачи воспитания:

– усвоение обучающимися знаний о нормах, духовно-нравственных ценностях, которые выработало российское общество (социально значимых знаний);

– формирование и развитие осознанного позитивного отношения к ценностям, нормам и правилам поведения, принятым в российском обществе (их освоение, принятие), современного научного мировоззрения, мотивации к труду, непрерывному личностному и профессиональному росту;

– приобретение социокультурного опыта поведения, общения, межличностных и социальных отношений, в том числе в профессионально ориентированной деятельности;

– подготовка к самостоятельной профессиональной деятельности с учетом получаемой квалификации (социально-значимый опыт) во благо своей семьи, народа, Родины и государства;

– подготовка к созданию семьи и рождению детей.

1.2 Направления воспитания

Рабочая программа воспитания УГГУ реализуется в единстве учебной и воспитательной деятельности с учётом направлений воспитания:

гражданское воспитание — формирование российской идентичности, чувства принадлежности к своей Родине, ее историческому и культурному наследию, многонациональному народу России, уважения к правам и свободам гражданина России; формирование активной гражданской позиции, правовых знаний и правовой культуры;

патриотическое воспитание — формирование чувства глубокой

привязанности к своей малой родине, родному краю, России, своему народу и многонациональному народу России, его традициям; чувства гордости за достижения России и ее культуру, желания защищать интересы своей Родины и своего народа;

духовно-нравственное воспитание — формирование устойчивых ценностно-смысловых установок, обучающихся по отношению к духовно-нравственным ценностям российского общества, к культуре народов России, готовности к сохранению, преумножению и трансляции культурных традиций и ценностей многонационального российского государства;

эстетическое воспитание — формирование эстетической культуры, эстетического отношения к миру, приобщение к лучшим образцам отечественного и мирового искусства;

физическое воспитание, формирование культуры здорового

образа жизни и эмоционального благополучия — формирование осознанного отношения к здоровому и безопасному образу жизни, потребности физического самосовершенствования, неприятия вредных привычек;

профессионально-трудовое воспитание — формирование позитивного и добросовестного отношения к труду, культуры труда и трудовых отношений, трудолюбия, профессионально значимых качеств личности, умений и навыков; мотивации к творчеству и инновационной деятельности; осознанного отношения к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной деятельности, к профессиональной деятельности как средству реализации собственных жизненных планов;

экологическое воспитание — формирование потребности экологически целесообразного поведения в природе, понимания влияния социально-экономических процессов на состояние окружающей среды, важности рационального природопользования; приобретение опыта эколого-направленной деятельности;

ценности научного познания — воспитание стремления к познанию себя и других людей, природы и общества, к получению знаний, качественного образования с учётом личностных интересов

и общественных потребностей.

1.3 Целевые ориентиры воспитания

1.3.1 Инвариантные целевые ориентиры

Согласно «Основам государственной политики по сохранению и укреплению духовно-нравственных ценностей» (Указ Президента Российской Федерации от 09.11.2022 № 809) ключевым инструментом государственной политики в области образования, необходимым для формирования гармонично развитой личности, является воспитание в духе уважения к традиционным ценностям, таким как патриотизм, гражданственность, служение Отечеству и ответственность за его судьбу, высокие нравственные идеалы, крепкая семья, созидательный труд, приоритет духовного над материальным, гуманизм, милосердие, справедливость, коллективизм, взаимопомощь и взаимоуважение, историческая память и преемственность поколений, единство народов России.

В соответствии с Федеральным законом от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» воспитательная деятельность направлена на формирование у обучающихся чувства патриотизма, гражданственности, уважения к памяти защитников Отечества и подвигам Героев Отечества, закону и правопорядку, человеку труда и старшему поколению, взаимного уважения, бережного отношения к культурному наследию и традициям многонационального народа Российской Федерации, природе и окружающей среде».

Эти законодательно закрепленные требования в части формирования у обучающихся системы нравственных ценностей отражены в инвариантных целевых ориентирах воспитания выпускников университета и соотносятся с общими/универсальными компетенциями, формирование которых является результатом освоения образовательных программ в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов.

Инвариантные целевые ориентиры воспитания выпускников университета

Гражданское воспитание
– Осознанно выражающий свою российскую гражданскую принадлежность (идентичность) в поликультурном, многонациональном и многоконфессиональном российском обществе, в мировом сообществе. – Сознающий своё единство с народом России как источником власти и субъектом тысячелетней российской государственности, с российским государством, ответственность за его развитие в настоящем и будущем на основе исторического просвещения, российского национального исторического сознания. – Проявляющий гражданско-патриотическую позицию, готовность к защите Родины, способный аргументированно отстаивать суверенитет и достоинство народа России и российского государства, сохранять и защищать историческую правду. – Ориентированный на активное гражданское участие в социально-политических процессах на основе уважения закона и правопорядка, прав и свобод сограждан. – Осознанно и деятельно выражающий неприятие любой дискриминации по социальным, национальным, расовым, религиозным признакам, проявлений экстремизма, терроризма, коррупции, антигосударственной деятельности. – Обладающий опытом гражданской социально значимой деятельности (в студенческом самоуправлении, добровольческом движении, предпринимательской деятельности, экологических, военно-патриотических и др. объединениях, акциях, программах.
Патриотическое воспитание
– Осознающий свою национальную, этническую принадлежность, демонстрирующий приверженность к родной культуре, любовь к своему народу.

– Сознающий причастность к многонациональному народу Российской Федерации, Отечеству, общероссийскую идентичность. – Проявляющий деятельное ценностное отношение к историческому и культурному наследию своего и других народов России, их традициям, праздникам. – Проявляющий уважение к соотечественникам, проживающим за рубежом, поддерживающий их права, защиту их интересов в сохранении общероссийской идентичности.
Духовно-нравственное воспитание
– Проявляющий приверженность традиционным духовно-нравственным ценностям, культуре народов России с учётом мировоззренческого, национального, конфессионального самоопределения. – Проявляющий уважение к жизни и достоинству каждого человека, свободе мировоззренческого выбора и самоопределения, к представителям различных этнических групп, традиционных религий народов России, их национальному достоинству и религиозным чувствам с учётом соблюдения конституционных прав и свобод всех граждан. – Понимающий и деятельно выражающий понимание ценности межнационального, межрелигиозного согласия, способный вести диалог с людьми разных национальностей и вероисповеданий, находить общие цели и сотрудничать для их достижения. – Ориентированный на создание устойчивой семьи на основе российских традиционных семейных ценностей, рождение и воспитание детей и принятие родительской ответственности. – Обладающий сформированными представлениями о ценности и значении в отечественной и мировой культуре языков и литературы народов России.
Эстетическое воспитание
– Выражающий понимание ценности отечественного и мирового искусства, российского и мирового художественного наследия. – Проявляющий восприимчивость к разным видам искусства, понимание эмоционального воздействия искусства, его влияния на душевное состояние и поведение людей, умеющий критически оценивать это влияние. – Проявляющий понимание художественной культуры как средства коммуникации и самовыражения в современном обществе, значение нравственных норм, ценностей, традиций в искусстве. – Ориентированный на осознанное творческое самовыражение, реализацию творческих способностей, на эстетическое обустройство собственного быта, профессиональной среды.
Физическое воспитание, формирование культуры здоровья и эмоционального благополучия
– Понимающий и выражающий в практической деятельности понимание ценности жизни, здоровья и безопасности, значение личных усилий в сохранении и укреплении своего здоровья и здоровья других людей. – Соблюдающий правила личной и общественной безопасности, в том числе безопасного поведения в информационной среде. – Выражающий на практике установку на здоровый образ жизни (здоровое питание, соблюдение гигиены, режим занятий и отдыха, регулярную физическую активность), стремление к физическому совершенствованию. – Проявляющий сознательное и обоснованное неприятие вредных привычек (курения, употребления алкоголя, наркотиков, любых форм зависимостей), деструктивного поведения в обществе и цифровой среде, понимание их вреда для физического и психического здоровья. – Демонстрирующий навыки рефлексии своего состояния (физического, эмоционального, психологического), понимания состояния других людей. – Демонстрирующий и развивающий свою физическую подготовку, необходимую для избранной профессиональной деятельности, способности адаптироваться к стрессовым ситуациям в общении, в изменяющихся условиях (профессиональных, социальных, информационных, природных), эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях. – Использующий средства физической культуры для сохранения и укрепления здоровья в процессе профессиональной деятельности и поддержания необходимого уровня физической подготовленности.
Профессионально-трудовое воспитание

– Понимающий профессиональные идеалы и ценности, уважающий труд, результаты труда, трудовые достижения российского народа, трудовые и профессиональные достижения своих земляков, их вклад в развитие своего поселения, края, страны. – Участвующий в социально значимой трудовой и профессиональной деятельности разного вида в семье, образовательной организации, на базе производственной практики, в своей местности. – Выражающий осознанную готовность к непрерывному образованию и самообразованию в выбранной сфере профессиональной деятельности. – Понимающий специфику профессионально-трудовой деятельности, регулирования трудовых отношений, готовый учиться и трудиться в современном высокотехнологичном мире на благо государства и общества. – Ориентированный на осознанное освоение выбранной сферы профессиональной деятельности с учётом личных жизненных планов, потребностей своей семьи, государства и общества. – Обладающий сформированными представлениями о значении и ценности выбранной профессии, проявляющий уважение к своей профессии и своему профессиональному сообществу, поддерживающий позитивный образ и престиж своей профессии в обществе.
Экологическое воспитание
– Демонстрирующий в поведении сформированность экологической культуры на основе понимания влияния социально-экономических процессов на природу, в том числе на глобальном уровне, ответственность за действия в природной среде. – Выражающий деятельное неприятие действий, приносящих вред природе, содействующий сохранению и защите окружающей среды. – Применяющий знания из общеобразовательных и профессиональных дисциплин для разумного, бережливого производства и природопользования, ресурсосбережения в быту, в профессиональной среде, общественном пространстве. – Имеющий и развивающий опыт экологически направленной, природоохранной, ресурсосберегающей деятельности, в том числе в рамках выбранной специальности, способствующий его приобретению другими людьми.
Ценности научного познания
– Деятельно выражающий познавательные интересы в разных предметных областях с учётом своих интересов, способностей, достижений, выбранного направления профессионального образования и подготовки. – Обладающий представлением о современной научной картине мира, достижениях науки и техники, аргументированно выражающий понимание значения науки и технологий для развития российского общества и обеспечения его безопасности. – Демонстрирующий навыки критического мышления, определения достоверности научной информации, в том числе в сфере профессиональной деятельности. – Умеющий выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам. – Использующий современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности. – Развивающий и применяющий навыки наблюдения, накопления и систематизации фактов, осмысления опыта в естественнонаучной и гуманитарной областях познания, исследовательской и профессиональной деятельности.

1.3.2 Вариативные целевые ориентиры

Вариативные целевые ориентиры воспитания обучающихся университета сформулированы с учётом этнокультурных и региональных особенностей и не противоречат инвариантным целевым ориентирам.

Вариативные целевые ориентиры воспитания

Гражданское воспитание
– Осознающий себя членом общества на региональном и локальном уровнях, имеющим представление о родном крае как субъекте Российской Федерации.

– Демонстрирующий понимание значимости выбранной профессии для развития страны, проявляющий уважение к своей профессии и профессиональному сообществу. – Знающий и соблюдающий нормы профессиональной этики работника, поддерживающий благоприятный образ профессии в обществе. – Разделяющий традиционные российские ценности, проявляющий активную гражданскую позицию, готовый к защите Родины. – Знающий государственные устои и символику России, родного края, города, района и муниципальных образований. – Проявляющий нетерпимость к коррупционному поведению, умеющий принимать решения и нести за них ответственность. – Обладающий культурой межнационального общения в студенческой среде и обществе в целом. – Проявляющий уважительное отношение к национальному достоинству людей, их чувствам, религиозным убеждениям.
Патриотическое воспитание
– Понимающий свою сопричастность к прошлому, настоящему и будущему родного края, своей Родины — России, Российского государства. – Понимающий значение гражданских символов (государственная символика России, своего региона), праздников, мест почитания героев и защитников Отечества, проявляющий к ним уважение. – Изучающий и владеющий знаниями по истории родного края и своей малой родины.
Духовно-нравственное воспитание
– Уважающий духовно-нравственную культуру своей семьи, своего народа, семейные ценности с учётом национальной, религиозной принадлежности. – Сознающий ценность каждой человеческой жизни, признающий индивидуальность и достоинство каждого человека. – Умеющий оценивать поступки с позиции их соответствия нравственным нормам, осознающий ответственность за свои поступки.
Эстетическое воспитание
– Проявляющий ценностное отношение к культуре и искусству, к культуре речи и культуре поведения, к красоте и гармонии. – Обладающий знаниями о культурном наследии родного края. – Способный воспринимать и чувствовать прекрасное в быту, природе, искусстве, творчестве людей, профессиональном мастерстве. – Проявляющий стремление к самовыражению в разных видах художественной деятельности, искусстве, профессиональной деятельности.
Физическое воспитание, формирование культуры здоровья и эмоционального благополучия
– Владеющий знаниями о физической культуре и спорте, их истории, современном развитии в родном крае. – Ведущий и пропагандирующий здоровый образ жизни. – Проявляющий интерес к самообучению умениям и навыкам физкультурно-оздоровительной и спортивно-оздоровительной деятельности. – Бережно относящийся к физическому здоровью, соблюдающий основные правила здорового и безопасного для себя и других людей образа жизни, в том числе в информационной среде. – Владеющий основными навыками личной и общественной гигиены, безопасного поведения в быту, природе, обществе. – Ориентированный на физическое развитие с учётом возможностей здоровья, занятия физкультурой и спортом
Профессионально-трудовое воспитание
– Проявляющий уважение к труду, людям труда, бережное отношение к результатам труда, ответственное потребление. – Проявляющий интерес к разным профессиям. – Участвующий в различных видах трудовой деятельности.

– Владеющий комплексом знаний, умений и навыков, качеств личности, обеспечивающих возможность профессионального роста. – Обладающий основами экономической культуры и финансовой грамотности.
Экологическое воспитание
– Понимающий ценность природы, зависимость жизни людей от природы, влияние людей на природу, окружающую среду. – Выражающий готовность в своей профессиональной деятельности придерживаться экологических норм. – Содействующий сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, эффективно действующий в чрезвычайных ситуациях. – Демонстрирующий экологическую культуру. – Проявляющий интерес к экологической обстановке в родном крае, вносящий свой вклад в ее улучшение.
Ценности научного познания
– Ориентированный на ценности непрерывного образования, в том числе и на самообразование. – Проявляющий интерес к участию в поисковой и исследовательской деятельности, техническому творчеству.

РАЗДЕЛ 2. СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЙ

2.1 Уклад университета

Уральский государственный горный университет был учрежден 3 (16) июля 1914 года законом, утвержденным российским Императором Николаем II, как Екатеринбургский горный институт, который стал первым высшим учебным заведением на Урале.

Собранием Узаконений и Распоряжений Правительства, издаваемым при Правительствующем Сенате, от 27 января 1917 г. № 28 горный институт в городе Екатеринбурге был переименован в Уральский горный институт Императора Николая II, который приказом Главного управления учебными заведениями Народного Комиссариата тяжелой промышленности СССР от 18 декабря 1934 г. № 26/644 переименован в Свердловский горный институт, которому постановлением Совета Министров СССР от 13 января 1947 г, № 52 присвоено имя В.В. Вахрушева.

Указом Президиума Верховного Совета СССР от 12 мая 1969 года Свердловский горный институт им. В.В. Вахрушева был переименован в Свердловский ордена Трудового Красного Знамени горный институт им. В.В. Вахрушева, который распоряжением Совета Министров РСФСР от 10 июля 1991 г. № 736-р и приказом Государственного Комитета СССР по народному образованию от 22 июля 1991 г. № 346 был переименован в Уральский ордена Трудового Красного Знамени горный институт имени В.В. Вахрушева, переименованный приказом Государственного Комитета Российской Федерации по высшему образованию от 28 октября 1993 г. № 298 в Уральскую государственную горно-геологическую академию.

11 февраля 2003 года Уральская государственная горно-геологическая академия была внесена в Единый государственный реестр юридических лиц как государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования Уральская государственная горно-геологическая академия, которое приказом Федерального агентства по образованию от 5 октября 2004 г. № 156 было переименовано в государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Уральский государственный горный университет».

Приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 23 мая 2011 г. № 1724 государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Уральский государственный горный университет» переименовано в федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального

образования «Уральский государственный горный университет», которое приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 29 октября 2015 г. №1261 переименовано в федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Уральский государственный горный университет».

За 106 лет своей деятельности вуз подготовил для работы на горнодобывающих и геологоразведочных предприятиях, в научно-исследовательских и проектно-конструкторских институтах отрасли более 110 000 горных инженеров, талантом и трудом которых создавался Уральский горнопромышленный комплекс.

В 2024 году УГГУ - первый вуз Урала празднует 110 лет со дня учреждения.

Университет реализует программы высшего, среднего профессионального, дополнительного и послевузовского профессионального образования в области геологии, геофизики, горного дела, экологии, экономики, информатики, автоматизации, горного машиностроения, художественного проектирования и обработки материалов.

В университете представлены все уровни высшего образования: бакалавриат, специалитет, магистратура и аспирантура.

В университете обучаются около 10 000 студентов.

Отличительной особенностью университета являются сильные связи с производством. Вуз сотрудничает более чем с 300 предприятиями – партнерами со всей России, в их числе — крупнейшие компании горнодобывающей отрасли. Подписаны договоры о совместной работе в рамках подготовки кадров с крупнейшими отраслевыми предприятиями страны и региона: Русской медной компанией, Уральской горно-металлургической компанией, Уралмашзаводом, ЕВРАЗ-холдингом и др. Ведется системная подготовка специалистов для предприятий зарубежных стран: Китая, Гвинеи, Македонии, Узбекистана, Таджикистана, Туркменистана, Монголии, Казахстана и др.

Университет славится своим сильным профессорско-преподавательским составом. На 38 кафедрах работают более 350 педагогических работников, из них более 250 кандидатов наук, порядка 60 докторов наук.

Вековая история позволила университету создать не только мощные образовательные традиции, но и научные школы. Их коллективы регулярно участвуют в масштабных государственных программах. С 1976 г. в диссертационных советах вуза защищено свыше 750 диссертаций.

В университете выпускается два журнала, внесенных Высшей аттестационной комиссией в Перечень научных журналов, публикация в которых является обязательной для защиты диссертаций.

Студенты вуза регулярно побеждают на Всероссийских олимпиадах и инженерных соревнованиях. Горняки трижды становились триумфаторами Международного чемпионата по решению инженерных кейсов «Case-In». Свыше сорока студентов УГГУ каждый год удостаиваются стипендий Президента РФ, Правительства РФ и Губернатора Свердловской области. Одним из знаковых научных мероприятий УГГУ является Уральская горнопромышленная декада. Сотни специалистов из России и зарубежных стран ежегодно приезжают в Горный университет, чтобы обсудить актуальные вопросы отрасли и найти партнеров для решения производственных задач.

В университете есть свои корпоративные знаки отличия – это герб, гимн, флаг и форменная одежда, которые используются при проведении мероприятий в масштабах университета, городского, регионального и всероссийского уровней с целью формирования корпоративного сознания у обучающихся.

Наиболее значимыми традиционными мероприятиями, событиями, составляющими основу воспитательной системы, являются День знаний, День солидарности в борьбе с терроризмом, День первокурсника, День Героев Отечества, День матери, День студента, День защитников Отечества, конкурс красоты «Мисс и Мистер Горный университет» и многие другие.

2.2 Воспитательные модули: виды, формы, содержание воспитательной деятельности

Модуль «Образовательная деятельность»

Реализация воспитательного потенциала образовательной деятельности предусматривает:

– использование воспитательных возможностей содержания учебных дисциплин и профессиональных модулей для формирования у обучающихся позитивного отношения к российским традиционным духовно-нравственным и социокультурным ценностям, подбор соответствующего тематического содержания, текстов для чтения, задач для решения, проблемных ситуаций для обсуждений и т. п., отвечающих содержанию и задачам воспитания;

– привлечение внимания обучающихся к ценностному аспекту изучаемых на аудиторных занятиях объектов, явлений, событий и т. д., инициирование обсуждений, высказываний обучающимися своего мнения, выработки личностного отношения к изучаемым событиям, явлениям;

– использование учебных материалов (образовательного контента, художественных фильмов, литературных произведений и проч.), способствующих повышению статуса и престижа рабочих профессий, прославляющих трудовые достижения, повествующих о семейных трудовых династиях;

– инициирование и поддержка исследовательской деятельности при изучении учебных дисциплин и профессиональных модулей в форме индивидуальных и групповых проектов, исследовательских работ воспитательной направленности;

– реализация курсов, дополнительных факультативных занятий исторического просвещения, патриотической, гражданской, экологической, научно-познавательной, краеведческой, историко-культурной, туристско-краеведческой, спортивно-оздоровительной, художественно-эстетической, духовно-нравственной направленности, а также курсов, направленных на формирование готовности обучающихся к вступлению в брак и осознанному родительству;

– организация и проведение экскурсий (в музеи, картинные галереи, технопарки, на предприятия и др.), экспедиций, походов.

Модуль «Кураторство»

Реализация воспитательного потенциала кураторства как особого вида педагогической деятельности, направленной в первую очередь на решение задач воспитания и социализации обучающихся, предусматривает:

– организацию социально-значимых совместных проектов, отвечающих потребностям обучающихся, дающих возможности для их самореализации, установления и укрепления доверительных отношений внутри учебной группы и между группой и куратором;

– сплочение коллектива группы через игры и тренинги на командообразование, походы, экскурсии, празднования дней рождения, тематические вечера и т. п.;

– организацию и проведение регулярных родительских собраний, информирование родителей об академических успехах и проблемах обучающихся, их положении в студенческой группе, о жизни группы в целом; помощь родителям и иным членам семьи во взаимодействии с педагогическим коллективом и администрацией;

– работа со студентами, вступившими в ранние семейные отношения, проведение консультаций по вопросам этики и психологии семейной жизни, семейного права;

– планирование, подготовку и проведение праздников, фестивалей, конкурсов, соревнований и т. д. с обучающимися.

Модуль «Наставничество»

Реализация воспитательного потенциала наставничества как универсальной технологии передачи опыта и знаний предусматривает:

– разработку программы наставничества;

– содействие осознанному выбору оптимальной образовательной траектории, в том числе для обучающихся с особыми потребностями (детей с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья, одаренных, обучающихся, находящихся в трудной жизненной ситуации);

– оказание психологической и профессиональной поддержки наставляемому в реализации им индивидуального маршрута и в жизненном самоопределении;

– определение инструментов оценки эффективности мероприятий по адаптации и стажировке наставляемого;

– привлечение к наставнической деятельности признанных авторитетных специалистов, имеющих большой профессиональный и жизненный опыт (работников предприятий и организаций-партнеров).

Модуль «Основные воспитательные мероприятия»

Реализация воспитательного потенциала основных воспитательных мероприятий предусматривает:

– проведение общих для всей образовательной организации праздников, ежегодных творческих (театрализованных, музыкальных, литературных и т. п.) мероприятий, связанных с общероссийскими, региональными, местными праздниками, памятными датами;

– проведение торжественных мероприятий, связанных с завершением образования, переходом на следующий курс, а также совместных мероприятий с организациями-партнерами, направленных на знакомство и приобщение к корпоративной культуре предприятия, организации;

– разработку и реализацию обучающимися социальных, социально-профессиональных проектов, в том числе с участием социальных партнёров университета;

– организацию тематических мероприятий, нацеленных на формирование уважительного отношения к противоположному полу, понимания любви как основы таких отношений и готовности к вступлению в брак (День матери, День семьи, любви и верности и т. д.);

Модуль «Организация предметно-пространственной среды»

Реализация воспитательного потенциала предметно-пространственной среды предусматривает совместную деятельность педагогов, обучающихся, других участников образовательных отношений по её созданию, поддержанию, использованию в воспитании:

– организация в доступных для обучающихся и посетителей местах музейно-выставочного пространства, содержащего экспозиции об истории и развитии университета с использованием исторических символов государства, региона, местности в разные периоды, о значимых исторических, культурных, природных, производственных объектах России, региона, местности;

– размещение карт России, регионов, муниципальных образований (современных и исторических, точных и стилизованных, географических, природных, культурологических, художественно оформленных, в том числе материалами, подготовленными обучающимися) с изображениями значимых культурных объектов своей местности, региона, России; портретов выдающихся государственных деятелей России, деятелей культуры, науки, производства, искусства, военных деятелей, героев и защитников Отечества;

– размещение, обновление художественных изображений (символических, живописных, фотографических, интерактивных) объектов природного и культурного наследия региона, местности, предметов традиционной культуры и быта;

– организацию и поддержание в университете звукового пространства позитивной духовно-нравственной, гражданско-патриотической воспитательной направленности (звонки-мелодии, музыка, информационные сообщения), исполнение гимна Российской Федерации (в начале учебной недели);

– оформление и обновление «мест новостей», стендов в помещениях общего пользования (холл первого этажа, рекреации и др.), содержащих в доступной, привлекательной форме новостную информацию позитивного профессионального, гражданско-патриотического, духовно-нравственного содержания;

– размещение материалов, отражающих ценность труда как важнейшей нравственной категории, представляющих трудовые достижения в профессиональной области, прославляющих героев и ветеранов труда, выдающихся деятелей производственной сферы, имеющей отношение к УГГУ, предметов-символов профессиональной сферы, размещение информационных справочных материалов о предприятиях профессиональной сферы, имеющих отношение к профилю университета;

– размещение, поддержание, обновление на территории университета выставочных объектов, ассоциирующихся с профессиональными направлениями обучения;

– создание и обновление книжных выставок профессиональной литературы, пространства свободного книгообмена;

– оборудование, оформление, поддержание и использование спортивных и игровых пространств, площадок, зон активного и спокойного отдыха;

– совместная с обучающимися популяризация символики УГГУ (флаг, гимн, эмблема, логотип и т. п.), используемой как повседневно, так и в торжественных ситуациях;

– разработка и обновление материалов (стендов, плакатов, инсталляций и др.), акцентирующих внимание обучающихся на важных для воспитания правилах, традициях, укладе образовательной организации, актуальных вопросах профилактики и безопасности.

Модуль «Взаимодействие с родителями (законными представителями)»

Реализация воспитательного потенциала взаимодействия с родителями (законными представителями) обучающихся предусматривает:

– организацию взаимодействия между родителями обучающихся и преподавателями, администрацией в области воспитания и профессиональной реализации студентов;

– проведение родительских собраний по вопросам воспитания, взаимоотношений обучающихся и педагогов, условий обучения и воспитания;

– привлечение родителей к подготовке и проведению мероприятий воспитательной направленности.

Модуль «Самоуправление»

Реализация воспитательного потенциала самоуправления обучающихся в университете, реализующем образовательные программы высшего и среднего профессионального образования, предусматривает:

– организацию и деятельность в университете органов самоуправления обучающихся (совет обучающихся и др.);

– представление органами самоуправления интересов обучающихся в процессе управления образовательной организацией, защита законных интересов, прав обучающихся;

– участие представителей органов самоуправления обучающихся в разработке, обсуждении и реализации рабочей программы воспитания, в анализе воспитательной деятельности;

– привлечение к деятельности студенческого самоуправления выпускников, работающих по специальности, добившихся успехов в профессиональной деятельности и личной жизни.

Модуль «Профилактика и безопасность»

Реализация воспитательного потенциала профилактической деятельности в целях формирования и поддержки безопасной и комфортной среды предусматривает:

– организацию деятельности педагогического коллектива по созданию в университете безопасной среды как условия успешной воспитательной деятельности;

– вовлечение обучающихся в проекты, программы профилактической направленности, реализуемые в УГГУ и в социокультурном окружении (антинаркотические, антиалкогольные, против курения, вовлечения в деструктивные детские и молодёжные объединения, культы, субкультуры, группы в социальных сетях; по безопасности в цифровой среде, на транспорте, на воде, безопасности дорожного движения, противопожарной безопасности, антитеррористической и антиэкстремистской безопасности, гражданской обороне и т. д.);

– сбор информации и регулярный мониторинг семей обучающихся, находящихся в сложной жизненной ситуации, профилактическая работа с неблагополучными семьями;

– организация психолого-педагогической поддержки обучающихся групп риска;

– организацию работы по развитию у обучающихся навыков саморефлексии, самоконтроля, устойчивости к негативному воздействию, групповому давлению;

– поддержку инициатив обучающихся, педагогов в сфере укрепления безопасности жизнедеятельности.

Модуль «Социальное партнёрство и участие работодателей»

Реализация воспитательного потенциала социального партнёрства университетом, реализующем образовательные программы высшего и среднего профессионального образования, в том числе во взаимодействии с предприятиями рынка труда, предусматривает:

– участие представителей организаций-партнёров, предприятий (организаций) и работодателей, в том числе в соответствии с договорами о сотрудничестве, в проведении отдельных производственных практик и мероприятий в рамках рабочей программы воспитания и календарного плана воспитательной работы (дни открытых дверей, ярмарки вакансий, государственные, региональные праздники, торжественные мероприятия и т. п.);

– участие представителей организаций-партнёров в проведении мастер-классов, аудиторных и внеаудиторных занятий, мероприятий профессиональной направленности;

– проведение на базе организаций-партнёров отдельных аудиторных и внеаудиторных занятий, презентаций, лекций, акций воспитательной направленности;

– проведение открытых дискуссионных площадок (студенческих, педагогических, родительских, совместных), куда приглашаются представители организаций-партнёров, на которых обсуждаются актуальные проблемы, касающиеся профессиональной сферы и рынка труда, жизни университета, муниципального образования, региона, страны;

– реализация социальных проектов, разрабатываемых и реализуемых обучающимися и педагогами совместно с организациями-партнёрами (профессионально-трудовой, благотворительной, экологической, патриотической, духовно-нравственной и т. д. направленности), ориентированных на воспитание обучающихся, преобразование окружающего социума, позитивное воздействие на социальное окружение.

Модуль «Профессиональное развитие, адаптация и трудоустройство»

Реализация воспитательного потенциала работы по профессиональному развитию, адаптации и трудоустройству в университете предусматривает:

– участие в конкурсах, фестивалях, олимпиадах профессионального мастерства (в т. ч. международных), работе над профессиональными проектами различного уровня (регионального, всероссийского, международного) и др.;

– циклы мероприятий, направленных на подготовку обучающихся к осознанному планированию своей карьеры, профессионального будущего (посещения центра содействия профессиональному трудоустройству выпускников, профессиональных выставок, ярмарок вакансий, дней открытых дверей на предприятиях и др.);

– экскурсии (на предприятия, в организации), дающие углублённые представления о выбранной специальности и условиях работы;

– организацию мероприятий, посвященных истории организаций/предприятий-партнёров; встреч с представителями коллективов, с работниками-стажистами, представителями трудовых династий, авторитетными специалистами, героями и ветеранами труда, представителями профессиональных династий;

– использование обучающимися интернет-ресурсов, способствующих более глубокому изучению отраслевых технологий, способов и приёмов профессиональной деятельности, профессионального инструментария, актуального состояния профессиональной области; онлайн курсов по интересующим темам и направлениям профессионального образования;

– консультирование обучающихся по вопросам построения ими профессиональной карьеры и планов на будущую жизнь с учётом индивидуальных особенностей, интересов, потребностей;

– проведение тренингов, нацеленных на формирование рефлексивной культуры, совершенствование умений в области анализа и оценки результатов деятельности.

Дополнительные модули

Модуль «Воспитание здорового образа жизни»

Реализация воспитательного потенциала работы по созданию условий для сохранения, укрепления и развития духовного, эмоционального, интеллектуального, личностного и физического здоровья обучающихся предусматривает:

– воспитание здоровой личности, формирование способности ставить цели и строить жизненные планы;

– формирование у обучающихся ответственного отношения к своему здоровью и потребности в здоровом образе жизни, физическом самосовершенствовании, занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью, развитие культуры безопасной жизнедеятельности, профилактику наркотической и алкогольной зависимости, табакокурения и других вредных привычек;

– формирование бережного, ответственного и компетентного отношения к физическому и психологическому здоровью – как собственному, так и других людей, развитие культуры здорового питания.

Модуль «Художественно-эстетическое воспитание»

Реализация воспитательного потенциала работы по формированию культурно-эстетических взглядов, нравственных принципов обучающихся, повышению общего уровня культуры, формированию способности воспринимать и понимать произведения искусства во взаимосвязи с окружающим миром предусматривает:

– воспитание эстетического отношения к миру, включая эстетику быта, научного и технического творчества, спорта, общественных отношений;

– формирование способности к общему развитию, реализации творческого потенциала в учебной, профессиональной деятельности, самовоспитания и универсальной духовно-нравственной компетенции – «становиться лучше»;

– формирование чувства любви к Родине на основе изучения культурного наследия многонационального народа России;

– формирование художественно-эстетического мировоззрения, основанного на диалоге культур.

Модуль «Экологическое воспитание»

Реализация воспитательного потенциала работы по формированию экологической культуры, содействию сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, воспитанию и развитию у обучающихся любви к окружающей природе предусматривает:

– развитие у обучающихся экологической культуры, бережного отношения к родной земле, природным богатствам России и мира, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды;

– воспитание чувства ответственности за состояние природных ресурсов, формирование умений и навыков разумного природопользования, нетерпимого отношения к действиям, приносящим вред экологии; приобретение опыта эколого-направленной деятельности.

Модуль «Волонтерское движение»

Реализация воспитательного потенциала работы по формированию готовности к добровольчеству (волонтёрству) предусматривает:

– развитие навыков волонтерской деятельности через участие в подготовке и проведении социально-значимых мероприятий;

– развитие мотивации к активному и ответственному участию в общественной жизни страны, региона, университета, государственному управлению через организацию добровольческой деятельности;

– развитие способностей к сопереживанию и формированию позитивного отношения к людям, в том числе к лицам с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья;

– развитие компетенций сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности.

РАЗДЕЛ 3. ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ

3.1 Кадровое обеспечение

Реализация рабочей программы воспитания осуществляется квалифицированными специалистами университета, в частности Управления по внеучебной и социальной работе, которое несёт ответственность за организацию воспитательной работы в университете; Студенческого культурного центра, Студенческого спортивного клуба «Горная машина», Студенческого центра патриотического воспитания «Святогор», Волонтерского центра УГГУ, которые проводят с обучающимися мероприятия воспитательного характера; психолого-педагогической службы, кураторами, педагогом-психологом, преподавателями, функционал которых регламентируется требованиями профессиональных стандартов, должностными инструкциями и иными нормативными документами.

3.2 Нормативно-методическое обеспечение

Нормативно-методическое обеспечение воспитательной деятельности осуществляется следующим образом: воспитательная деятельность ведется в соответствии с нормативно-правовыми документами федеральных органов исполнительной власти в сфере образования, требованиями федеральных государственных образовательных стандартов, Уставом университета и локальными актами университета с учетом сложившегося опыта воспитательной деятельности, и имеющимися ресурсами в университете.

3.3 Требования к условиям работы с обучающимися с особыми образовательными потребностями

В воспитательной работе с категориями обучающихся, имеющих особые образовательные потребности: обучающиеся с инвалидностью, ограниченными возможностями здоровья, из социально уязвимых групп (воспитанники детских домов, обучающиеся из семей мигрантов, билингвы и др.), одарённые, с отклоняющимся поведением, создаются особые условия.

В системе организации воспитательной деятельности с категориями обучающихся, имеющих особые образовательные потребности, устанавливаются сотрудничество препо-

давателей, кураторов, педагогов-психологов, родителей (законных представителей) обучающихся с целью устранения нарушенных функций, развития функциональных систем обучающихся, коррекции поведения, формирования социально-значимых качеств.

При организации воспитательного пространства создаются благоприятные условия для развития социально значимых отношений обучающихся, и, прежде всего, ценностных отношений к семье, труду, своему отечеству, своей малой и большой Родине, природе, миру, знаниям, культуре, здоровью, окружающим людям, к самим.

Формирование доброжелательного отношения к обучающимся, имеющим особые образовательные потребности и их семьям со стороны всех участников образовательных отношений, а также индивидуальный подход позволяет получить им необходимые социальные навыки, знания и умения необходимые для дальнейшей профессиональной деятельности.

При организации воспитания обучающихся с особыми образовательными потребностями осуществляется ориентация на:

– налаживание эмоционально-положительного взаимодействия с окружающими для их успешной социальной адаптации и интеграции как в университете, так и в профессиональной деятельности;

– формирование доброжелательного отношения к обучающимся и их семьям со стороны всех участников образовательных отношений;

– построение воспитательной деятельности с учётом индивидуальных особенностей и возможностей каждого обучающегося;

– обеспечение психолого-педагогической поддержки семей обучающихся, содействие повышению уровня их педагогической, психологической, социальной компетентности;

– формирование личности обучающегося с особыми образовательными потребностями с использованием адекватных физическому и психическому состоянию методов воспитания;

– создание оптимальных условий совместного воспитания и обучения обучающихся с особыми образовательными потребностями и их сверстников, с использованием адекватных вспомогательных средств и педагогических приёмов, организацией совместных форм работы с педагогом-психологом и другими специалистами университета;

– личностно-ориентированный подход в организации всех видов деятельности обучающихся с особыми образовательными потребностями.

3.4 Система поощрения профессиональной успешности и проявлений активной жизненной позиции обучающихся

Поощрение профессиональной успешности и проявлений активной жизненной позиции обучающихся осуществляется следующим образом:

– выплачивается повышенная государственная академическая стипендия;

– предоставляются путевки на летний отдых и оздоровление;

– представляются кандидатуры обучающихся на стипендию Правительства Российской Федерации;

– представляются кандидатуры обучающихся на стипендию Губернатора Свердловской области;

– вручаются благодарственные письма, письма участников.

Основания для поощрения обучающихся:

– успехи в учебной деятельности;

– успехи научной деятельности;

– успехи в культурно-творческой деятельности;

– успехи в общественной деятельности;

– успехи в физкультурной деятельности;

– победы в конкурсах, олимпиадах, фестивалях, соревнованиях различного уровня;

– активное участие в культурно-массовых мероприятиях на уровне университета, округа, региона, Российской Федерации, на международном уровне;

– спортивные достижения на различных уровнях.

3.5 Анализ воспитательного процесса

Основные направления анализа воспитательного процесса:

3.5.1 Анализ условий воспитательной деятельности

Анализ воспитательной деятельности проводится по следующим позициям:

– кадровое обеспечение воспитательной деятельности (наличие специалистов, прохождение курсов повышения квалификации);

– наличие и количество студенческих объединений, клубов, предметных кружков, кружков технического творчества, спортивных секций и кружков;

– количество социальных партнеров, вовлечённых в воспитательную деятельность (предприятия, учреждения культуры, здравоохранения, правоохранительные органы, образовательные организации др.);

– участие педагогических работников университета в конкурсах, семинарах, конференциях, вебинарах по направлениям воспитательной деятельности;

– оформление предметно-пространственной среды университета.

3.5.2 Анализ состояния воспитательной деятельности

Анализ состояния воспитательной деятельности проводится по следующим позициям:

– проводимые в университете дела и реализованные проекты;

– уровень вовлеченности обучающихся в проекты и мероприятия на уровне университета, районном, городском, региональном и федеральном уровнях;

– включенность обучающихся и преподавателей в деятельность различных объединений;

– участие обучающихся в конкурсах различного уровня и направленности;

– профессионально-личностное развитие обучающихся (анализ портфолио);

– снижение негативных факторов (уменьшение числа обучающихся, состоящих на различных видах профилактического учета/контроля, снижение/отсутствие совершенных правонарушений и преступлений).

Основным способом получения информации являются: педагогическое наблюдение, анкетирование, тестирование, беседы с обучающимися и их родителями (законными представителями), педагогическими работниками, представителями студенческого совета.

Анализ проводится проректором по молодежной политике и развитию образования, начальником управления по внеучебной и социальной работе, педагогом-психологом, кураторами академических групп.

Итогом самоанализа является перечень выявленных проблем, над решением которых предстоит работать коллективу университета.

Приложение к рабочей программе воспитания

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по молодежной политике и развитию образования
_____ А. В. Легостев
14.11.2024

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН ВОСПИТАТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ
на 2024-2025 учебный год

В ходе планирования воспитательной деятельности университет учитывает воспитательный потенциал участия обучающихся в мероприятиях, проектах, конкурсах, акциях, проводимых на уровне:

Российской Федерации, в том числе:

«
Р «Большая перемена» https://bolshayaperemena.online/;
о «Лидеры России» https://лидерыроссии.рф/;
с «Мы Вместе» (волонтерство) https://onf.ru;
с отраслевые конкурсы профессионального мастерства;
и движения «Ворлдскиллс Россия»;
я движения «Абилимпикс»;

субъектов Российской Федерации, а также **отраслевые профессионально значимые события и праздники.**

№	Модуль	Курсы, группы	Сроки	Ответственные
	1. Образовательная деятельность			
1	Дисциплина «Основы российской государственности	I,II,III	01.09.2024-31.05.2025	Зубов В. В.
	2. Кураторство			
1	Воспитательное мероприятие «Час куратора»	I	01.09.2024-31.05.2025	Шехтман Д. А.
	3. Наставничество			
1	Подготовка и проведение адаптационного мероприятия «Неделя первокурсника 2024»	I	30.08.2024 - 04.09.2024	Шехтман Д. А.
	4. Основные воспитательные мероприятия			
1	Презентация студенческих общественных, спортивных, научных, творческих объединений	I	30.08.2024-04.09.2024	Шехтман Д. А.
2	Профориентационные мероприятия для студентов I курса	I	12.08.2024-17.08.2024	Коновалов П. А.
3	Спортивно-массовое мероприятие «Неделя футбола» и межнациональный футбольный турнир к Дню народного единства	I-V	01.11.2024-05.11.2024	Сухомлин С. Д.
4	Культурно-массовое мероприятие «Новогодний ректорский прием»	I-V	23.12.2024	Нижников Е. В.
5	Празднование дня Российского студенчества, Молебен святой мученице Татьяне	I-V	25.01.2025	Бачинин И. В.
6	Организация игры «Патриот»	I-V	19.02.2025-23.02.2025	Комаров А. А.
7	Праздничный концерт «День защитника отечества»	I-V	22.02.2025	Нижников Е. В.
8	Праздничный концерт «Международный женский день»	I-V	07.03.2025	Нижников Е. В.

9	Участие в первомайской демонстрации	I-V	01.05.2025	Коновалов П. А.
10	Патриотическая акция «Бессмертный полк Горного»	I-V	08.05.2025	Комаров А. А.
11	Праздничные мероприятия, посвященные 80 годовщине Победы в ВОВ	I-V	09.05.2025	Нижников Е. В.
12	Легкоатлетическая эстафета «Горняк»	I-V	17.05.2025	Сидоров С. Г.
	5. Организация предметно-пространственной среды			
13	Оформление и обновление новостных стендов	I-V	01.09.2024-30.05.2025	Пономарева Т. В.
14	Популяризация символики образовательной организации	I-V	01.09.2024-10.11.2024	Пономарева Т. В.
15	Подготовка и обновление тематических экспозиций в библиотеке университета	I-V	01.09.2024-30.05.2025	Справцева Е. А.
16	Разработка и реализация коворкинг зон для студентов	I-V	01.09.2024-30.05.2025	Коновалов П. А.
17	Оформление зданий университета, холлов, с использованием государственной символики России	I-V	10.09.2024	Комаров А. А.
	6. Взаимодействие с родителями (законными представителями)			
18	Деятельность Службы примирения университета и работа с конфликтными ситуациями	I-V	01.09.2024 – 30.05.2025	Первушина А. А.
	7. Самоуправление			
19	Обучающие мероприятия для студенческого актива УГГУ	I-V	01.09.2024-20.11.2024	Шехтман Д. А.
20	Обучающие мероприятия для активистов организационно-массовой комиссии ПСО УГГУ	I-V	14.09.2024-16.09.2024	Коновалов П. А.
21	Отчетно – выборные конференции профбюро факультетов	I-V	10.10.2024-25.10.2024	Коновалов П. А.
22	Проведение мероприятия среди студенческой молодёжи, направленного на повышение уровня медиа грамотности "Медиадиктант"	I-V	18.10.2024	Пономарева Т. В.
23	Обучающее мероприятие «ПРОФшкола Горно-механического факультета»	I-V	08.11.2024-12.11.2024	Коновалов П. А.
24	Обучающие мероприятия для активистов ФГХ	I-V	08.11.2024-12.11.2024	Коновалов П. А.
25	Интеллектуальная игра для обучающихся УГГУ «Интуиция»	I-V	10.11.2024	Коновалов П. А.

26	Интеллектуальная игра для обучающихся УГГУ «Квиз-турнир»	I-V	16.12.2024	Коновалов П. А.
27	Новогодняя студенческая елка «Елка желаний»	I-V	24.12.2024	Коновалов П. А.
28	Традиционная новогодняя лотерея среди членов профсоюза	I-V	25.12.2024	Коновалов П. А.
29	Культурно-массовое мероприятие для обучающихся УГГУ «Турнир по киберспорту»	I-V	25.12.2024	Коновалов П. А.
30	Образовательный проект «MediaLife»	I-V	10.01.2025–28.03.2025	Сухомлин С. Д.
31	Интеллектуальная онлайн игра «Что? Где? Когда?», посвященная Всероссийскому дню студента	I-V	25.01.2025	Коновалов П. А.
32	Встреча ректора университета со студенческим активом	I-V	25.01.2025	Шехтман Д. А.
33	Традиционное исполнение студенческих желаний ректором УГГУ А.В. Душиным	I-V	25.01.2025	Шехтман Д. А.
34	Образовательный проект АССК.про	I-V	15.02.2025-01.04.2025	Сухомлин С. Д.
35	Образовательный проект «GM School» для студентов и активистов УГГУ	I-V	04.04.2025-08.04.2025	Сухомлин С. Д.
36	Очный этап образовательного проекта АССК.про	I-V	01.05.2025-30.05.2025	Сухомлин С. Д.
	8. Профилактика и безопасность			
37	Подготовка к социально-психологическому тестированию (сбор сведений, проверка технических возможностей)	I-V	01.08.2024-31.08.2024	Первушина А. А.
38	Размещение информационных материалов по вопросам антитеррористической защищённости	I-V	01.09.2024-25.12.2024	Волков С. А., Пономарева Т. В.
39	Профилактика деструктивных явлений в студенческой среде (подготовка и размещение публикаций на сайте ФГХ, в сообществе «Педагог-психолог УГГУ» и подготовка информационных листов-вкладышей)	I-V	01.09.2024-25.12.2024	Первушина А.А.
40	Подготовка к социально-психологическому тестированию	I-V	01.09.2024-30.09.2024	Первушина А .А.

	(подготовка списков, генерация паролей, информационная кампания)			
41	Размещение информационных материалов об антикоррупционных мероприятиях и нормативной базе в сфере противодействия коррупции	I-V	01.09.2024-25.12.2024	Волков С. А., Пономарева Т. В.
42	Патриотическая акция, посвященная Дню солидарности в борьбе с терроризмом	I-V	03.09.2024	Старостин А. Н. Суслонов П. Е
43	Проведение социально-психологического тестирования	I-V	01.10.2024-30.10.2024	Первушина А. А.
44	Основы безопасного общения и способы защиты от негативного влияния со стороны лиц и групп деструктивной и экстремистской направленности (беседа-тренинг с обучающимися)	I-V	01.10.2024-30.10.2024	Старостин А. Н. Суслонов П. Е
45	Подготовка документации по итогам социально-психологического тестирования	I-V	01.11.2024-30.11.2024	Первушина А. А.
46	Разговор на равных (Тема: профилактика межнациональных и межконфессиональных конфликтов)	I-V	12.11.2024	Старостин А. Н.
47	Организация процедуры получения результатов социально-психологического тестирования и подготовка плана работы с лицами «группы риска»	I-V	01.12.2024-30.12.2024	Первушина А. А.
48	Профилактика деструктивных явлений в период сессии: публикация «От сессии до сессии… Продолжение»	I-V	10.01.2025	Первушина А. А.
49	Профилактика деструктивных явлений в студенческой среде: публикации информационно-просветительского, профилактического характера на психологическую тематику: «Моя свобода и/или свобода другого?» (профилактика буллинга/кибербуллинга)	I-V	01.03.2025-31.03.2025	Первушина А. А.

50	Профилактика деструктивных явлений в студенческой среде: публикации информационно-просветительского, профилактического характера на психологическую тематику: «Кому выгодно кормить наше ЭГО?» (профилактика правонарушений и экстремистских проявлений)	I-V	01.04.2025-30.04.2025	Первушина А. А.
	9. Социальное партнёрство и участие работодателей			
51	Уральский горнопромышленный форум	I-V	01.10.2024-31.10.2024	Костюк П. А.
52	Экскурсионные мероприятия (Альфа-банк)	I-V	04.12.2024	Коновалов П. А.
53	VIII Международный инженерный чемпионат Case-in	I-V	01.03.2025-31.03.2025	Костюк П. А.
54	Экскурсионные мероприятия (Екатеринбургский метрополитен)	I-V	29.03.2025	Коновалов П. А., Коренькова М. А.
55	Всероссийский фестиваль по робототехнике	I-V	01.04.2025-30.04.2025	Кухарева А. А.
56	Ярмарка студентов	I-V	20.04.2025	Коренькова М. А.
57	Уральская горнопромышленная декада	I-V	01.05.2025-30.05.2025	Валиев Н. Г. Лебзин М. С.
	10. Профессиональное развитие, адаптация и трудоустройство			
58	Профориентационные презентации для абитуриентов	I-V	01.09.2024-25.12.2024	Кухарева А. А.
59	Экскурсии по УГГУ для абитуриентов	I-V	01.09.2024-25.12.2024	Кухарева А. А.
60	Культурно-массовое мероприятие «Межвузовский Since-Slame»	I-V	02.11.2024-03.11.2024	Шехтман Д. А.
61	День памяти погибших при исполнении служебных обязанностей сотрудников органов внутренних дел	I-V	08.11.2024	Мальцев Н. В.
62	Культурно-массовое мероприятие «Экскурсия в Уральский геологический музей»	I-V	17.11.2024	Иванова Н. С.
63	Отборочный этап студенческих проектов «Проектный конвейер»	I-V	19.11.2024	Шехтман Д. А.
64	Лекция от приглашенного спикера для обучающихся о развитии личностных качеств	I-V	24.11.2024	Коновалов П. А.
65	День юриста	I-V	03.12.2024	Мальцев Н. В.

66	Тематическая выставка «Пожарное и спасательное дело в России»	I-V	09.01.2025-31.01.2025	Справцева Е. А.
67	Конкурс профессионального мастерства «Студенческий лидер УГГУ»	I-V	25.03.2025	Коновалов П. А.
68	День открытых дверей УГГУ	I-V	26.03.2025	Гензель О. В.
69	Организация и проведение мероприятия «Встреча выпускников всех поколений и День геолога»	I-V	01.04.2025-30.04.2025	Нижников Е. В.
70	Тематическая выставка «Нефтегазовая отрасль – поле для инноваций»	I-V	01.04.2025-15.04.2025	Справцева Е. А.
71	Поход студентов геологов «Тур де ФГиГ»	I-V	04.05.2025	Коновалов П. А.
72	Организация и проведение мероприятия «Торжественное вручение дипломов выпускникам УГГУ»	I-V	01.07.2025-10.07.2025	Нижников Е. В.
	11. Воспитание здорового образа жизни			
73	Проект «Уральская студенческая баскетбольная лига»	I-V	01.09.2024-25.12.2024	Сухомлин С. Д.
74	Психологическое консультирование	I-V	01.09.2024-25.06.2025	Первушина А. А.
75	Спортивно-массовое мероприятие «Турнир по Пейнтболу среди обучающихся УГГУ»	I-V	20.09.2024-24.09.2024	Сухомлин С. Д.
76	Осенний турслет	I-V	24.09.2024-26.09.2024	Комаров А. А.
77	Чемпионат УГГУ по стрельбе «Меткий стрелок»	I-V	25.10.2024-31.10.2024	Комаров А. А.
78	Спортивно-массовое мероприятие «День Рождение ССК УГГУ «Горная Машина»	I-V	07.11.2024	Сухомлин С. Д.
79	Профилактическое мероприятие «Экспресс-тестирование на ВИЧ»	I-V	18.11.2024-19.11.2024	Медянникова Н. Г.
80	Спортивно-массовое мероприятие для обучающихся УГГУ «Неделя баскетбола»	I-V	13.12.2024-20.12.2024	Сухомлин С. Д.
81	Студенческий спортивный баттл	I-V	17.12.2024	Сухомлин С. Д
82	Фестиваль зимних видов спорта, посвященный Всемирному дню снега	I-V	15.01.2025-16.01.2025	Сухомлин С. Д.
83	Внутривузовский отборочный этап чемпионата АССК России по 5-и видам спорта	I-V	15.02.2025–01.03.2025	Сухомлин С. Д.

84	Спортивно-массовое мероприятие Турнир по страйкболу среди факультетов УГГУ, посвященный 23 февраля	I-V	21.02.2025	Коновалов П. А.
85	Спортивный турнир среди женских команд факультетов УГГУ, посвященный «Международному женскому дню»	I-V	04.03.2025	Коновалов П. А.
86	Проект «От Студзачета к знаку отличия ГТО»	I-V	14.03.2025-21.03.2025	Сухомлин С. Д.
87	Ежегодная спартакиада общежитий УГГУ по баскетболу	I-V	15.03.2025	Коновалов П. А.
88	Профилактическое мероприятие для обучающихся УГГУ «Экспресс-тестирование на ВИЧ»	I-V	16.03.2025	Медянникова Н. Г.
89	Ежегодная спартакиада общежитий УГГУ по настольному теннису	I-V	16.03.2025	Коновалов П. А.
90	Ежегодная спартакиада общежитий УГГУ по стрельбе из пневматического ружья	I-V	17.03.2025	Коновалов П. А.
91	Спортивное мероприятие туристического клуба «Скалы Петра Гронского»	I-V	19.03.2025	Комаров А. А.
92	Ежегодная спартакиада общежитий УГГУ по минифутболу	I-V	22.03.2025	Коновалов П. А.
93	Ежегодная спартакиада общежитий УГГУ по волейболу	I-V	23.03.2025	Коновалов П. А.
94	Ежегодная спартакиада общежитий УГГУ по шахматам	I-V	24.03.2025	Коновалов П. А.
95	Оценка уровня информированности и отношение к проблеме эпидемии ВИЧ-инфекции среди студентов	I-V	01.04.2025-30.04.2025	Медянникова Н. Г.
96	Поход туристического клуба «Авантюрин» - «Покорение скал»	I-V	02.04.2025-03.04.2025	Комаров А. А.
97	Мероприятие, приуроченное к Всемирному дню здоровья	I-V	07.04.2025	Коновалов П. А.
98	Профилактическая акция для обучающихся УГГУ «Что выберешь ты?»	I-V	14.04.2025	Коновалов П. А.
99	Фестиваль летних уличных видов спорта «Горный X-games»	I-V	06.06.2025	Сухомлин С. Д.
	12. Художественно-эстетическое воспитание			

100	Культурно-массовое мероприятие «День знаний»	I-V	01.09.2024	Нижников Е. В
101	Участие университетской команды КВН в центральной/официальной лиге МС КВН (полуфинал)	I-V	01.09.2024 30.10.2024	Нижников Е. В
102	Участие коллектива УГГУ «ГрандMajor» в Международном фестивале по «Мажореткам»	I-V	01.10.2024-30.10.2024	Нижников Е. В.
103	Культурно-массовое мероприятие для обучающихся УГГУ «Литературный вечер»	I-V	07.10.2024	Коновалов П. А.
104	Культурно-массовое мероприятие «День культуры африканских стран»	I-V	12.10.2024	Иванова Н. С.
105	Культурно-массовое мероприятие для обучающихся УГГУ – Флешмоб, посвященный Дню первокурсника	I-V	14.10.2024-21.10.2024	Коновалов П. А.
106	Культурно-массовое мероприятие Смотр Художественной Самодеятельности для обучающихся первого курса	I-V	20.10.2024	Коновалов П. А.
107	Культурно-массовое мероприятие «День первокурсника»	I-V	21.10.2024	Нижников Е. В.
108	Международная просветительская акция «Большой этнографический диктант»	I-V	01.11.2024-30.11.2024	Старостин А. Н., Суслонов П. Е.
109	Участие университетской команды КВН в центральной/официальной лиге МС КВН (финал)	I-V	01.11.2024-30.11.2024	Нижников Е. В.
110	Фестиваль команд КВН «Уральские горы юмора»	I-V	25.11.2024	Нижников Е. В.
111	Культурно-массовое мероприятие для обучающихся УГГУ «Зимний бал 2024»	I-V	23.12.2024	Коновалов П. А.
112	Культурно-массовое мероприятие «Новый Год для детей работников УГГУ»	I-V	23.12.2024	Шехтман Д. А.
113	Культурно-массовое мероприятие «Новый год для иностранных студентов УГГУ». Конкурс рассказов о национальных новогодних традициях	I-V	24.12.2024	Иванова Н. С.
114	Конкурс красоты «Мисс и Мистер УГГУ-2025»	I-V	24.03.2025	Нижников Е. В.
115	Культурно-массовое мероприятие для обучающихся	I-V	21.04.2025	Коновалов П. А.

	УГГУ «Смотр художественной самодеятельности»			
116	Отчетный концерт студенческого культурного центра	I-V	26.05.2025	Нижников Е. В.
	13. Экологическое воспитание			
117	Экологическая акция по сбору отработанных батареек и пластиковых крышечек	I-V	01.09.2024-30.09.2024	Ершова А. А.
118	Реализация проекта «Экодворы» с Всероссийским экологическим движением «Делай!»	I-V	01.09.2024-30.12.2024	Ершова А. А.
119	Проведение субботников, совместно с Всероссийским экологическим движением «Делай!»	I-V	20.09.2024-20.10.2024	Ершова А. А.
120	Посадки саженцев деревьев с Всероссийским экологическим движением «Делай!»	I-V	20.09.2024-20.11.2024	Ершова А. А.
121	Экологические занятия в школах г. Екатеринбург	I-V	01.01.2025-30.04.2025	Ершова А. А.
122	Выезд эковолонтеров университета ИЭФ-TRIP “Источники”	I-V	17.02.2025	Коновалов П. А.
123	Проведение субботников, совместно с Всероссийским экологическим движением «Делай!»	I-V	01.04.2025-30.04.2025	Ершова А. А.
124	Выезд эковолонтеров университета ИЭФ-TRIP «Челябинская область»	I-V	11.05.2025	Коновалов П. А.
	14. Волонтерское движение			
125	Ежегодная благотворительная акция «Полезная макулатура»	I-V	01.11.2024-01.12.2024	Коновалов П. А., Ершова А. А.
126	День добровольца (волонтера) в России	I-V	05.12.2024	Ершова А. А.
127	Акция, приуроченная к национальному дню донора в России	I-V	26.04.2025	Коновалов П. А.
128	Посещение волонтерами ветеранов ВОВ и тружеников тыла, приуроченное ко «Дню Победы»	I-V	02.05.2025-11.05.2025	Ершова А. А.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому
комплексу _____ С. А. Упоров

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Б3.01 ВЫПОЛНЕНИЕ, ПОДГОТОВКА К ПРОЦЕДУРЕ ЗАЩИТЫ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Специальность
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль)
Электрификация и автоматизация горного производства

форма обучения: очная, заочная

год приёма: 2024

Одобрена на заседании кафедры	Рассмотрена методической комиссией
Электрификации горных предприятий	Горно-механического факультета
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой	Председатель
(подпись)	*(подпись)*
Садовников М. Е.	Осипов П. А.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 01.09.2023	Протокол № 2 от 20.10.2023
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

Автор: Карякин А.Л. проф., д-р. техн. наук, Садовников М. Е. к. т. н., доцент

АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

Трудоёмкость программы: 15 з. е. 540 часов.

Целью государственной итоговой аттестации является установление уровня подготовки выпускника к выполнению профессиональных задач и соответствия его подготовки требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО) и основной профессиональной образовательной программы высшего профессионального образования (ОПОП ВО), разработанной в университете.

Государственная итоговая аттестация выпускников по специальности 21.05.04 Горное дело, направленность (профиль) Электрификация и автоматизация горного производства включает выполнение и защиту выпускной квалификационной работы.

Государственный экзамен не проводится по решению Учёного совета университета.

Рабочая программа дисциплины «Подготовка к процедуре защиты выпускной квалификационной работы» содержит разделы в соответствии с основной профессиональной образовательной программой по специальности 21.05.04 Горное дело, направленность (профиль) Электрификация и автоматизация горного производства разработанной в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом.

ВИДЫ И ЗАДАЧИ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ВЫПУСКНИКА

Основной профессиональной образовательной программой по специальности 21.05.04 Горное дело предусматривается подготовка выпускников к следующим видам профессиональной деятельности: производственно-технологическая.

Выпускник, освоивший программу, в соответствии с видами профессиональной деятельности, готов решать следующие профессиональные задачи:

производственно-технологическая деятельность:

− осуществление технического руководства горными и взрывными работами, а также работами по обеспечению функционирования оборудования и технических систем горного производства;

− разрабатывать, согласовывать и утверждать нормативные документы, регламентирующие порядок выполнения горных, взрывных работ, а также работ, связанных с переработкой и обогащением твёрдых полезных ископаемых, строительством и эксплуатацией подземных сооружений, эксплуатацией оборудования, обеспечивать выполнение требований технической документации на производство работ, действующих норм, правил и стандартов;

− разрабатывать и реализовывать мероприятия по повышению экологической безопасности горного производства;

− руководствоваться в практической инженерной деятельности принципами комплексного использования георесурсного потенциала недр;

− разрабатывать и реализовывать мероприятия по совершенствованию и повышению технического уровня горного производства, обеспечению конкурентоспособности организации в современных экономических условиях;

− определять пространственно-геометрическое положение объектов, выполнять необходимые геодезические и маркшейдерские измерения, обрабатывать и интерпретировать их результаты;

− создавать и (или) эксплуатировать оборудование и технические системы обеспечения эффективной и безопасной реализации технологических процессов при производстве работ по эксплуатационной разведке, добыче и переработке твердых полезных ископаемых, а также при строительстве и эксплуатации подземных объектов различного назначения;

− разрабатывать планы ликвидации аварий при производстве работ по эксплуатационной разведке, добыче и переработке твёрдых полезных ископаемых, а также при строительстве и эксплуатации подземных объектов.

МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Логически и содержательно-методически выпускная квалификационная работа специалиста связана, во-первых, с теоретическими дисциплинами базовой части блока Б1, которые базируются, в свою очередь, на общенаучных дисциплинах блока, и, во-вторых, с практической составляющей основной образовательной программы.

Для выполнения ВКР специалиста обучающийся должен овладеть общекультурными, общепрофессиональными компетенциями согласно ФГОС и матрице компетенций основной профессиональной образовательной программы, в том числе в достаточном объёме – компетенциями по видам деятельности, предусмотренными ФГОС, и углублённо – компетенциями по выбранному виду деятельности.

С этой цель специалист изучает общенаучные и профессиональные дисциплины и проходит все виды практик, предусмотренные учебным планом.

КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ПОДГОТОВКИ К ПРОЦЕДУРЕ ЗАЩИТЫ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ

В результате прохождения программы «Подготовка к процедуре защиты выпускной квалификационной работы» студент должен приобрести следующие компетенции, соотнесённые с общими целями основной профессиональной образовательной программы:

универсальных

- способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий (УК-1);
- способен управлять проектом на всех этапах его жизненного цикла (УК-2);
- способен организовывать и руководить работой команды, вырабатывая командную стратегию для достижения поставленной цели (УК-3);
- способен применять современные коммуникативные технологии, в том числе на иностранном(ых) языке(ах), для академического и профессионального взаимодействия (УК-4);
- способен анализировать и учитывать разнообразие культур в процессе межкультурного взаимодействия (УК-5);
- способен определять и реализовывать приоритеты собственной деятельности и способы её совершенствования на основе самооценки и образования в течение всей жизни (УК-6);
- способен поддерживать должный уровень физической подготовленности для обеспечения полноценной социальной и профессиональной деятельности (УК-7);
- способен создавать и поддерживать в повседневной жизни и в профессиональной деятельности безопасные условия жизнедеятельности для сохранения природной среды, обеспечения устойчивого развития общества, в том числе при угрозе и возникновении чрезвычайных ситуаций и военных конфликтов (УК-8);
- способен использовать базовые дефектологические знания в социальной и профессиональной сферах (УК-9);
- способен принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности (УК-10);
- способен формировать нетерпимое отношение к коррупционному поведению (УК-11);

общепрофессиональных

- способен применять законодательные основы в областях недропользования, обеспечения экологической и промышленной безопасности при поисках, разведке и разработке месторождений твёрдых полезных ископаемых, строительстве и эксплуатации подземных объектов (ОПК-1);

- способен применять навыки анализа горно-геологических условий при эксплуатационной разведке и добыче твёрдых полезных ископаемых, а также при строительстве и эксплуатации подземных объектов (ОПК-2);

- способен применять методы геолого-промышленной оценки месторождений твёрдых полезных ископаемых, горных отводов (ОПК-3);

- способен с естественнонаучных позиций оценивать строение, химический и минеральный состав земной коры, морфологические особенности и генетические типы месторождений твёрдых полезных ископаемых при решении задач по рациональному и комплексному освоению георесурсного потенциала недр (ОПК-4);

- способен применять методы анализа, знания закономерностей поведения, управления свойствами горных пород и состоянием массива в процессах добычи и переработки полезных ископаемых, а также при строительстве и эксплуатации подземных объектов (ОПК-5);

- способен применять методы анализа и знания закономерностей поведения и управления свойствами горных пород и состоянием массива в процессах добычи и переработки твёрдых полезных ископаемых, а также при строительстве и эксплуатации подземных объектов (ОПК-6);

- способен применять санитарно-гигиенические нормативы и правила при поисках, разведке и разработке месторождений твёрдых полезных ископаемых, строительстве и эксплуатации подземных объектов (ОПК-7);

- способен работать с программным обеспечением общего, специального назначения и моделирования горных и геологических объектов (ОПК-8);

- способен осуществлять техническое руководство горными и взрывными работами при поисках, разведке и разработке месторождений твёрдых полезных ископаемых, строительстве и эксплуатации подземных объектов, непосредственно управлять процессами на производственных объектах, в том числе в условиях чрезвычайных ситуаций (ОПК-9);

- способен применять основные принципы технологий эксплуатационной разведки, добычи, переработки твёрдых полезных ископаемых, строительства и эксплуатации подземных объектов (ОПК-10);

- способен разрабатывать и реализовывать планы мероприятий по снижению техногенной нагрузки производства на окружающую среду при эксплуатационной разведке, добыче и переработке твёрдых полезных ископаемых, а также при строительстве и эксплуатации подземных объектов (ОПК-11);

- способен определять пространственно-геометрическое положение объектов, осуществлять необходимые геодезические и маркшейдерские измерения, обрабатывать и интерпретировать их результаты (ОПК-12);

- способен оперативно устранять нарушения производственных процессов, вести первичный учёт выполняемых работ, анализировать оперативные и текущие показатели производства, обосновывать предложения по совершенствованию организации производства (ОПК-13);

- способен разрабатывать проектные инновационные решения по эксплуатационной разведке, добыче, переработке твёрдых полезных ископаемых, строительству и эксплуатации подземных объектов (ОПК-14);

- способен в составе творческих коллективов и самостоятельно, контролировать соответствие проектов требованиям стандартов, техническим условиям и документам промышленной безопасности, разрабатывать, согласовывать и утверждать в установленном порядке технические и методические документы, регламентирующие порядок, качество и безопасность выполнения горных, горно-строительных и взрывных работ (ОПК-15);

- способен применять навыки разработки систем по обеспечению экологической и промышленной безопасности при производстве работ по эксплуатационной разведке, добыче и переработке твёрдых полезных ископаемых, строительству и эксплуатации подземных объектов (ОПК-16);

- способен применять методы обеспечения промышленной безопасности, в том числе в условиях чрезвычайных ситуаций, при производстве работ по эксплуатационной разведке,

добыче и переработке твёрдых полезных ископаемых, строительству и эксплуатации подземных объектов (ОПК-17);

- способен участвовать в исследованиях объектов профессиональной деятельности и их структурных элементов (ОПК-18);

- способен выполнять маркетинговые исследования, проводить экономический анализ затрат для реализации технологических процессов и производства в целом (ОПК-19);

- способен участвовать в разработке и реализации образовательных программ в сфере своей профессиональной деятельности, используя специальные научные знания (ОПК-20);

- способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности (ОПК-21);

профессиональных

- способен демонстрировать знание и понимание фундаментальных наук, а также знания в междисциплинарных областях, позволяющие решать современные прикладные инженерные задачи (ПК-1.1);

- способен к внедрению, обеспечению функционирования и мониторингу систем управления охраной труда в горной промышленности (ПК-1.2);

- способен к организации и управлению производственными процессами горнодобывающих и перерабатывающих производств (ПК-1.3);

- способен участвовать в разработке концепции, проектировании, вводе в действие и освоении проектных мощностей электротехнических систем и комплексов, в том числе закрытого и рудничного взрывозащищённого исполнения, аппаратуры защиты и автоматики с искробезопасными цепями управления, комплексов обеспечения электробезопасности и безопасной эксплуатации технологических установок (ПК-1.4);

- способен осуществлять расчёт и обоснование параметров электрических аппаратов, электрических машин и электротехнического оборудования для различных режимов работы, осуществлять оптимизацию режимов работы электротехнических комплексов горных предприятий (ПК-1.5);

- способен участвовать в организации работ по проведению энергетического обследования, исследования и проектирования электротехнических систем и комплексов (ПК-1.6).

СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ ПОДГОТОВКИ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 15 зачётных единиц, 540 часов.

Семестр	Трудоёмкость дисциплины					Контрольные, расчётно-графич. работы, рефераты и т.п.	Курсовые работы, проекты	Форма отчётности
	зач. ед.	часы						
		общая	лекции	практ., лабор.	самост. работа			
очная форма обучения								
11	15	540			507			оценка
заочная форма обучения								
10	15	540			507			оценка

Тематический план

Номер недели	Раздел дисциплины	Трудоём-кость, ЗЕ	Виды учебной работы, часы		Форма отчётности
			Контактная работа.	СРС	
	Защита выпускной квалификационной работы специалиста	**15**	**33**	**507**	
38-42	Подготовка выпускной квалификационной работы специалиста. Консультации с преподавателями		10	450	
43	Проведение семинара с руководителем ВКР. Представление работы к защите: получение рецензий, подготовка доклада и ответов на замечания консультантов по разделам, графического и иллюстрационного материала		19	50	
44	Защита выпускной квалификационной работы специалиста		4	7	Защита выпускной квалификационной работы

ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА И ПОРЯДОК УТВЕРЖДЕНИЯ ТЕМ ВЫПУСКНЫХ КВАЛИФИКАЦИОННЫХ РАБОТ

Тематика выпускных квалификационных работ определяются кафедрой, в том числе с учётом предложений работодателей. Тематика выпускной квалификационной работы должна быть актуальной и соответствовать современному состоянию и перспективам развития науки и техники. При выборе тематики должны учитываться реальные задачи народного хозяйства. Выбору основного решения, принятого к разработке в выпускной работе, должен предшествовать технико-экономический и экологический анализ возможных вариантов решения. Студенту может быть предоставлено право выбора темы выпускной квалификационной работы в порядке, установленном высшим учебным заведением, вплоть до предложения своей тематики с необходимым обоснованием целесообразности её разработки.

Темы ВКР по специальности 21.05.04 *Горное дело* специализация *Электрификация и автоматизация горного производства:*

1) ВКР в форме дипломного проекта: *Электрификация и автоматизация технологического комплекса <наименование производства, цеха, участка, установки, технологического комплекса> <полное наименование предприятия с указанием формы собственности>*;

2) ВКР в форме дипломной работы: Электрификация *и автоматизация технологического комплекса <наименование производства, цеха, участка, установки, технологического комплекса> <основная техническая характеристика – производительность, установленная мощность и т. п.>*.

2. Темы ВКР по направлению подготовки магистров 13.04.02 *Электроэнергетика и электротехника* профиль *Электротехнические комплексы и системы горных и промышленных предприятий*

1) Анализ системных свойств и связей <наименование электротехнического комплекса, системы управления>;

2) Моделирование <наименование электротехнического комплекса, системы управления> в режимах <наименование режимов – аварийный, рабочий, и др.>;

3) Обоснование совокупности критериев <наименование критериев – технических, технологических, экономических, экологических и социальных> оценки принимаемых решений в области проектирования <наименование электротехнического комплекса>;

4) Обоснование совокупности критериев <наименование критериев – технических, технологических, экономических, экологических и социальных> оценки принимаемых решений в области эксплуатации электротехнических комплексов и систем;

5) Разработка, структурный и параметрический синтез <наименование электротехнического комплекса, системы управления>;

6) Разработка алгоритмов эффективного управления <наименование электротехнического комплекса, системы управления>;

7) Исследование работоспособности и качества функционирования <наименование электротехнического комплекса, системы управления> в режимах <наименование режимов – аварийный, рабочий, и др.>;

8) Разработка безопасной и эффективной эксплуатации <наименование электротехнического комплекса>;

9) Разработка и исследование <наименование электротехнического комплекса, системы управления, алгоритмов управления>;

10) Режимы работы и оптимизация <наименование электротехнического комплекса, системы управления>;

11) Повышение эффективности и/или качества /или надёжности функционирования <наименование электротехнического комплекса> на основе <наименование решения>;

12) Анализ и синтез <наименование электротехнического комплекса, системы управления, алгоритмов управления>;

13) Электромеханическая система <наименование электротехнического комплекса>;

14) Электротехнический комплекс <наименование электротехнического комплекса>;

15) Разработка методики анализа надёжности <наименование электротехнического комплекса>;

16) Энергосбережение в <наименование электротехнического комплекса>;

17) Система управления <наименование электротехнического комплекса>;

18) Исследование системы управления <наименование электротехнического комплекса>;

19) Улучшение энергетических показателей <наименование электротехнического комплекса>;

20) Обоснование рациональных режимов и разработка алгоритмов функционирования <наименование электротехнического комплекса, системы управления>;

21) Обоснование параметров системы управления <наименование электротехнического комплекса>.

3. Темы ВКР по направлению подготовки специалистов 13.03.02 *Электроэнергетика и электротехника* профиль *Электротехнические комплексы и системы горных и промышленных предприятий*

1) ВКР в форме дипломного проекта: *Электромеханическое оборудование, электропривод и автоматика технологического комплекса <наименование производства, цеха, участка, установки, технологического комплекса> <полное наименование предприятия с указанием формы собственности>*;

2) ВКР в форме дипломной работы: Электромеханическое *оборудование, электропривод и автоматика технологического комплекса <наименование производства,*

цеха, участка, установки, технологического комплекса> <основная техническая характеристика – производительность, установленная мощность и т. п.>.

ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В процессе подготовки к защите и защиты выпускной квалификационной работы используются образовательные технологии, целью которых является формирование способностей к самостоятельному познанию и обучению, поиску литературы, обобщению, оформлению и представлению полученных результатов, их критическому анализу, поиску новых технических решений, аргументированному отстаиванию своих предложений, умений подготовки выступлений и ведения дискуссий.

Основным видом обучения является обсуждение выпускной работы в диалоговом режиме между студентом и преподавателем. Такая интерактивная технология обучения способствует развитию у студента информационной коммуникативности, критического мышления, умений вести дискуссию, отстаивать свою позицию и аргументировать её, анализировать и синтезировать изучаемый материал, представлять его аудитории.

Рекомендуется провести предварительный доклад и его обсуждение в рамках студенческих вузовских и кафедральных конференций.

Качество выпускной квалификационной работы (её структура, полнота, самостоятельность при его написании, степень проработанности предложенных решений, обобщений и выводов), а также уровень доклада (акцентированость, последовательность, убедительность, использование специальной терминологии) учитываются при выставлении итоговой оценки с использованием следующего экспертного листа.

Заседание ГЭК кафедры ЭГП «____»_____ 202_ г. по направлению (специальности) _____

ФИО члена ГЭК _____ ФИО студента _____

Вопросы члена ГЭК:

1. _____

_____

_____

Характеристика ответа

☐ В полном объёме ☐ В неполном объёме ☐ Ответ по существу не дан

Подготовка к профессиональной деятельности

☐ Повышенная ☐ Хорошая ☐ Достаточная с отступлениями ☐ Недостаточная

Выявленные недостатки в подготовке к профессиональной деятельности:

а) ☐ существенные недостатки не обнаружены;

в том числе ☐ **с отдельными отступлениями от требований** или ☐ **недостаточной подготовкой**:

б) ☐ способность к коммуникации, в) ☐ способность использовать основы экономических знаний,

г) ☐ способность использовать основы правовых знаний, д) ☐ способность использовать приёмы первой помощи, е) ☐ способность применять соответствующий физико-математический аппарат,

ж) ☐ способность проводить обоснование проектных решений, з) ☐ готовность определять параметры оборудования, и) ☐ способность рассчитывать режимы работы объектов, к) ☐ способность использовать правила техники безопасности, л) ☐ способность применять методы и средства испытаний и диагностики

Общая оценка выполнения и защиты выпускной квалификационной работы

_____

Заседание ГЭК кафедры ЭГП «____»_____ 201_ г. по направлению (специальности) _____

ФИО члена ГЭК _____ ФИО студента _____

Вопросы члена ГЭК:

1. _____

_____

_____

Характеристика ответа

☐ В полном объёме ☐ В неполном объёме ☐ Ответ по существу не дан

Подготовка к профессиональной деятельности

☐ Повышенная ☐ Хорошая ☐ Достаточная с отступлениями ☐ Недостаточная

Выявленные недостатки в подготовке к профессиональной деятельности:

а) ☐ существенные недостатки не обнаружены;

в том числе ☐ **с отдельными отступлениями от требований** или ☐ **недостаточной подготовкой**:

б) ☐ способность к коммуникации, в) ☐ способность использовать основы экономических знаний,

г) ☐ способность использовать основы правовых знаний, д) ☐ способность использовать приёмы первой помощи, е) ☐ способность применять соответствующий физико-математический аппарат,

ж) ☐ способность проводить обоснование проектных решений, з) ☐ готовность определять параметры оборудования, и) ☐ способность рассчитывать режимы работы объектов, к) ☐ способность использовать правила техники безопасности, л) ☐ способность применять методы и средства испытаний и диагностики

Общая оценка выполнения и защиты выпускной квалификационной работы

_____

_____

_____

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Критерии оценки выпускной квалификационной работы представлены в таблице.

Оценка	Критерий
ОТЛИЧНО	Представленные на защиту *графический и письменный* (текстовой) материалы выполнены в соответствии с нормативными документами и согласуются с требованиями, предъявляемыми к уровню подготовки специалиста. *Защита* проведена выпускником грамотно с чётким изложением содержания квалификационной работы и с достаточным обоснованием самостоятельности её разработки. Ответы на вопросы членов экзаменационной комиссии даны в полном объёме. Выпускник в процессе защиты показал повышенную подготовку к профессиональной деятельности. Отзыв руководителя и внешняя рецензия - положительные.

ХОРОШО	Представленные на защиту графический и письменный (текстовой) материалы выполнены в соответствии с нормативными документами, но имеют место незначительные отклонения от существующих требований. Защита проведена грамотно с достаточным обоснованием самостоятельности её разработки, но с неточностями в изложении отдельных положений содержания квалификационной работы. Ответы на некоторые вопросы членов экзаменационной комиссии даны в неполном объёме. Выпускник в процессе защиты показал хорошую подготовку к профессиональной деятельности. Содержание работы и её защита согласуются с требованиями, предъявляемыми к уровню подготовки выпускника. Отзыв руководителя и внешняя рецензия положительные. Допускается наличие несущественных замечаний.
УДОВЛЕТВО-РИТЕЛЬНО	Представленные на защиту графический и письменный (текстовой) материалы в целом выполнены в соответствии с нормативными документами, но имеют место отступления от существующих требований. Защита проведена выпускником с недочётами в изложении содержания квалификационной работы и в обосновании самостоятельности её выполнения. На отдельные вопросы членов экзаменационной комиссии ответы не даны. Выпускник в процессе защиты показал достаточную подготовку к профессиональной деятельности, но при защите квалификационной работы отмечены отдельные отступления от требований, предъявляемых к уровню подготовки выпускника. Отзыв руководителя и внешняя рецензия положительные, но имеются замечания, на которые были даны ответы.
НЕУДОВЛЕТ-ВОРИТЕЛЬНО	Представленные на защиту графический и письменный (текстовый) материалы в целом выполнены в соответствии с нормативными документами, но имеют место нарушения существующих требований. Защита проведена с ограниченным изложением содержания работы и не убедительным обоснованием самостоятельности её выполнения. На большую часть вопросов, заданных членами экзаменационной комиссии, ответов не поступило. Проявлена недостаточная профессиональная подготовка. В отзыве руководителя и во внешней рецензии имеются существенные замечания, на которые выпускник не смог ответить.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

а) основная литература:

1. Сапаров, В. Е. Дипломный проект от А до Я. / В. Е. Сапаров // М: "СОЛОН-Пресс". – 2009. – 224 с. http://e.lanbook.com/view/book/13667/

б) дополнительная литература:

Рыжиков Ю. И. Работа над диссертацией по техническим наукам. – СПб. БХВ-Петербург, 2006. – 496 с.

Кузин Ф. А. Магистерская диссертация. Методы написания, оформления и процедуры защиты. Практическое пособие для студентов-магистрантов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: «Ось-89», 1999. – 304 с.

в) программное и коммуникационное обеспечение, Интернет-ресурсы:

Операционные системы Windows, стандартные офисные программы, электронная библиотечная система университета, электронные версии учебников, пособий, методических разработок, указаний и рекомендаций, находящиеся в свободном доступе.

МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

В университете имеются:

− специализированный учебный класс для проведения самостоятельной работы по дисциплине Выпускная квалификационная работа специалиста, оснащённый современной компьютерной и офисной техникой, необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно-правовой поисковой системой, имеющий безлимитный выход в глобальную сеть;

− специализированная учебная аудиторию для проведения научных конференций и защиты выпускных квалификационных работ, оснащённая аудиовизуальной мультимедийной техникой.

ПРИЛОЖЕНИЕ

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
ФГБОУ ВО УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Кафедра электрификации горных предприятий (ЭГП)
Специальность 21.05.04 – «Горное дело»
Специализация – «Электрификация и автоматизация горного производства»

ЗАДАНИЕ НА ВЫПУСКНУЮ КВАЛИФИКАЦИОННУЮ РАБОТУ ИНЖЕНЕРА (ВКР)

Студент _____ **группа** _____

Тема выпускной квалификационной работы

Электрификация и автоматизация _____

Руководитель ВКР _____

должность_____ учёная степень _____ учёное звание_____

Исходные данные к выпускной квалификационной работе: материалы, собранные на практиках, курсовые проекты и работы, литературные и электронные источники информации

Вариант выполняемой ВКР

Направления выполнения ВКР	Номера разделов, обязательных для выполнения							
	1	2	3	4	5	6	7	8
I – внешне, внутреннее электроснабжение и электропривод	Да	Да	Да	Да	Да	–	Да	Да
II – внутреннее электроснабжение, привод и автоматизация	Да	Да	–	Да	Да	Да	Да	Да
III - внешне, внутреннее электроснабжение и автоматизация	Да	Да	Да	Да	–	Да	Да	Да

Содержание ВКР
Реферат
Введение
Общая часть
1. Организация технологического процесса _____
   Лист 1. Схема технологического процесса_____
2. Технологическое оборудование _____
   Лист 2: План расположения технологического оборудования _____

Специальная часть
3. Электроснабжение предприятия
   Лист __. Схема электрическая принципиальная электроснабжения предприятия
   [Лист__. План расположения электрооборудования ГПП]
4. Электроснабжение и электромеханическое оборудование_____
   Лист __. Схема электрическая принципиальная однолинейная электроснабжения _____
   Лист__. План расположения электрооборудования и прокладки электрических сетей
5. Электропривод _____
   Лист__. Чертёж 1 по разделу «Электропривод»
   [Лист__. Чертёж 2 по разделу «Электропривод»]
6. Автоматизация процесса _____
   Лист__. Чертёж 1 по разделу «Автоматизация»
   [Лист__. Чертёж 2 по разделу «Автоматизация»]
7. Охрана труда и техника безопасности при эксплуатации электромеханического оборудования и обслуживании электроустановок
8. Технико-экономические показатели проектных решений

Заключение

Список использованных источников

Консультанты по разделам ВКР

Раздел ВКРБ	Кафедра	Фамилия, имя, отчество	Должность, учёная **степень**
1. Организация технологического процесса*	Обогащения полезных ископаемых (ОПИ)	Пеньков Павел Михайлович	Ассистент
	Горного дела (ГД)	Вандышев Александр Михайлович	Доцент, к. т. н.
	ЭГП	Руководитель ВКР	
2. Технологическое оборудование	Горной механики (ГМ)	Белов Сергей Валерьевич	Доцент, к. т. н.
3. Электроснабжение предприятия	ЭГП	Стариков Валерий Семёнович	Доцент, к. т. н.
4. Электроснабжение и электромеханическое оборудование	ЭГП	Садовников Михаил Евгеньевич	Зав. кафедрой ЭГП, к. т. н.
5. Электропривод	ЭГП	Трапезников Владислав Тимофеевич	Ст. преподаватель
6. Автоматизация	ЭГП	Юнусов Харис Бариевич	Доцент, к. т. н.
7. Охрана труда и техника безопасности	ЭГП	Стариков Валерий Семёнович	Доцент, к. т. н.
8. Технико-экономические показатели проектных решений	Экономики и менеджмента (ЭМ)	Гензель Олег Валерьевич	Ст. преподаватель

* в зависимости от вида производства, раздел консультирует кафедра:

- обогатительные и дробильно-сортировочные фабрики (комплексы) – кафедра ОПИ;
- подземные и открытые горные работы – кафедра ГД;
- остальные виды горных работ и общепромышленные предприятия – кафедра ЭГП.

Дата выдачи задания на ВКР «___» _____ 202_ г.

Дата утверждения задания на ВКР заведующим кафедрой «___» _____ 202_ г.

Начало работы над ВКР «___» _____ 202_ г.

Завершение работы над ВКР «___» _____ 202_ г.

Задание выдал (руководитель ВКР) _____

Задание на ВКР получил (студент)_____

Задание на ВКР утвердил (заведующий кафедрой ЭГП) _____М. Е. Садовников

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому
Комплексу _____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Б1.В.01.01. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ И ПРИКЛАДНЫЕ ПРОГРАММЫ

Специальность
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль)
Электрификация и автоматизация горного производства

Автор: Раевская Л. Т., доцент, канд. ф.-м. наук

Одобрена на заседании кафедры	Рассмотрена методической комиссией факультета
Электрификации горных предприятий (ЭГП)	Горно-механический
Зав. кафедрой _____ *(подпись)*	Председатель _____ *(подпись)*
Садовников М. Е.	Осипов П. А.
Протокол №1 от 01.09.2023	Протокол №2 от 20.10.2023

Екатеринбург

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, владений (опыта деятельности), характеризующие формирование компетенций

Ознакомление обучающихся с процедурой и алгоритмом оценивания (в течение первой недели начала изучения дисциплины).

Проведение предварительных консультаций.

Проверка ответов на задания письменного зачета.

Сообщение результатов оценивания обучающимся.

Оформление необходимой документации.

Зачет– форма контроля промежуточной аттестации, в результате которого обучающийся получает оценку по шкале: «зачтено», «не зачтено».

Зачет проводится по расписанию.

Цель зачета– завершить курс изучения дисциплины, проверить сложившуюся у обучающегося систему знаний, понятий, отметить степень полученных знаний, определить сформированность компетенций.

Для того чтобы быть уверенным на зачете, необходимо ответы на наиболее трудные, с точки зрения обучающегося, вопросы подготовить заранее и тезисно записать. Запись включает дополнительные ресурсы памяти.

К зачету по Вычислительным методам и прикладным программам необходимо начинать готовиться с первой лекции, практического (семинарского) занятия, так как материал, набираемый памятью постепенно, неоднократно подвергавшийся обсуждению, образует качественные знания, формирует необходимые компетенции.

При подготовке к зачету следует пользоваться конспектами лекций, учебниками.

Зачет по Вычислительным методам и прикладным программам проводится в устной или письменной форме путем выполнения задания

На подготовку к устному ответу обучающегося дается 40-60 минут в зависимости от объема билета. На подготовку ответа в письменной форме – не менее 120 минут.

При опоздании к началу письменного зачета обучающийся на зачет не допускается. Для подготовки к зачету в письменной форме обучающийся должен иметь лист (несколько листов) формата А-4.

Лист (листы) формата А-4, на котором будет выполняться зачетное задание, должен быть подписан обучающимся в начале работы в правом верхнем углу. Здесь следует указать:

- Ф. И. О. обучающегося;
- группу, курс
- дату выполнения работы
- название дисциплины.

Страницы листов с ответами должны быть пронумерованы.

Проверка письменных работ осуществляется преподавателем, проводившим зачет сразу после окончания зачета. Зачет может проводиться с использованием технических средств обучения.

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

РАЗДЕЛ 1. Вычисление приближенного значения числа по заданной формуле и погрешности результата

Цель занятия:

- закрепить умения вычислять погрешности результатов арифметических действий; косвенных и прямых измерений;
- закрепить умения определять количество верных цифр в числе, вычислять относительные и абсолютные погрешности.

1.1 . Приближение числа. Погрешности приближенных значений чисел

Пусть X - точное значение некоторой величины, x - наилучшее приближение этой величины.

Определение: *Абсолютной погрешностью e_x приближенного значения числа X называется модуль разности между точным числом X его приближенным значением x, т.е.*

$$e_x = |X - x|.$$

Определение: *Число x называется приближённым значением точного числа X с точностью до Δx, если абсолютная погрешность приближённого значения a не превышает Δx, т.е.*

$$|X - x| \le \Delta x. \qquad (1.1)$$

Определение: *Число Δx называется границей абсолютной погрешности приближённого значения числа x.*

Число Δx на практике стараются подобрать как можно меньше. Из неравенства (1.1) найдём границы, в которых заключено точное значение числа X:

$x - \Delta x \le X \le x + \Delta x$.

$НГ_x = x - \Delta x$ - нижняя граница приближения величины X.

$ВГ_x = x + \Delta x$ - верхняя граница приближения величины X.

Определение: *Относительной погрешностью δx приближенного числа x называется отношение абсолютной погрешности Δx этого приближения к числу x, т.е.*

$$\delta x = \frac{\Delta x}{|x|}$$

Если первая значащая цифра в относительной погрешности δx меньше 5, то граница относительной погрешности определяется из неравенства $\delta x \le \frac{1}{2} \cdot 10^{-n}$, где n- количество верных цифр.

Погрешности арифметических действий

x; y	**Δ(x; y)**	**δ (x; y)**
x+y	$\Delta x + \Delta y$	$\frac{\lvert x\rvert}{\lvert x+y\rvert}\delta x + \frac{\lvert y\rvert}{\lvert x+y\rvert}\delta y$
x-y	$\Delta x + \Delta y$	$\frac{\lvert x\rvert}{\lvert x-y\rvert}\delta x + \frac{\lvert y\rvert}{\lvert x-y\rvert}\delta y$
xy	$\lvert x\rvert\Delta y + \lvert y\rvert\Delta x$	$\delta x + \delta y$
x/y	$\frac{\lvert x\rvert\Delta y + \lvert y\rvert\Delta x}{y^2}$	$\delta x + \delta y$

Погрешности значений функций

f(x)	$\Delta f(x)$	$\delta f(x)$
$\sqrt{x}$	$\frac{\Delta x}{2\sqrt{x}}$	$\frac{1}{2}\delta x$
$\frac{1}{x}$	$\frac{\Delta x}{x^2}$	δx
sin x	$\lvert\cos x\rvert \cdot \Delta x$	$\lvert xctgx\rvert \cdot \delta x$
cos x	$\lvert\sin x\rvert \cdot \Delta x$	$\lvert xtgx\rvert \cdot \delta x$
tg x	$\frac{\Delta x}{\cos^2 x}$	$\frac{2\lvert x\rvert}{\lvert\sin 2x\rvert} \cdot \delta x$
ln x	$\frac{\Delta x}{x}$	$\frac{\delta x}{\lvert\ln x\rvert}$
lg x	$\frac{\Delta x}{x \ln 10}$	$\frac{\delta x}{\lvert\lg x\rvert} \cdot \ln 10$
e^x	$e^x \Delta x$	$\lvert x\rvert \cdot \delta x$
arcsin x	$\frac{\Delta x}{\sqrt{1-x^2}}$	$\frac{\lvert x\rvert}{\lvert\arcsin x\rvert\sqrt{1-x^2}} \cdot \delta x$
arccos x	$\frac{\Delta x}{\sqrt{1-x^2}}$	$\frac{\lvert x\rvert}{\lvert\arccos x\rvert\sqrt{1-x^2}} \cdot \delta x$
arctg x	$\frac{\Delta x}{1+x^2}$	$\frac{\lvert x\rvert}{\lvert arctgx\rvert\sqrt{1+x^2}} \cdot \delta x$
x^y	$x^y(\lvert y\rvert\frac{\Delta x}{x} + \lvert\ln x\rvert \cdot \Delta y)$	$\lvert y \ln x\rvert \cdot \delta y + \lvert y\rvert \cdot \delta x$

Погрешности функций вычисляются по формуле

$$\Delta f = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i$$

Пример 1. Вычисление погрешности S с учетом погрешностей функций

$S = \frac{\sqrt{ab}}{3a + c^2}$, если $a = 12.3$, $b = 0.43$, $c = 0.029$ все цифры чисел верные, т. е. $\Delta a = 0.1$, $\Delta b = 0.01$, $\Delta c = 0.001$.

Решение.

$S = \frac{\sqrt{ab}}{3a + c^2} = \frac{\sqrt{12.3 * 0.43}}{3 * 12.3 + 0.029} = 0.062$. Относительную погрешность можно расписать как

$$\delta S = \delta(числ.) + \delta(знам.) = \delta(\sqrt{ab}) + \delta(3a + c^2) = \frac{\Delta\sqrt{ab}}{\sqrt{ab}} + \frac{\Delta(3a + c^2)}{3a + c^2} = \frac{\Delta\sqrt{ab}}{2.299} + \frac{\Delta(3a + c^2)}{36.929},$$

где $\Delta(3a+c^2) = \Delta(3a) + \Delta(c^2) = 3\,\Delta a + 2c\,\Delta c$

$\Delta\sqrt{ab} = \dfrac{\Delta(ab)}{2\sqrt{ab}} = \dfrac{a\Delta b + b\Delta a}{2\sqrt{ab}} = 0.036$ и $\Delta(3a + c^2) = 3\Delta a + 2c\Delta c = 0.300$. Тогда получаем

$\delta S = \dfrac{\Delta\sqrt{ab}}{\sqrt{ab}} + \dfrac{\Delta(3a + c^2)}{3a + c^2} = 0.024$, $\Delta S = 0.062 * 0.024 = 0.001488$, $S = 0.062 \pm 0.002$, или верными цифрами $S = 0.06 \pm 0.01$

Задание 1.4. Погрешности косвенных измерений

Определить погрешность косвенного измерения момента статического сопротивления *Mc* электродвигателя для номинального режима работы. Использовать второй закон Ньютона, закон электромагнитных сил для вычисления электромагнитного момента и уравнение связи между током возбуждения и магнитным потоком

$$M_{дв} - Mc = J\frac{d\omega}{dt} \qquad M_{дв} = k * \Phi(t) I_{дв} \qquad k = M_{ном} / \Phi_{ном}(t) I_{дв}$$

$$\Phi_{ном}(t) = k_{ф} I_{В.ном} \qquad k_1 = k * k_{\Phi} \qquad M_{ном} = \frac{P_{ном}}{\varpi_{ном}} \qquad \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} \qquad \varepsilon = \frac{\omega_{ном} - \omega_0}{t_{разг}}$$

где $M_{дв}(t)$– крутящий момент двигателя, $I_{дв}$ - ток обмотки якоря, $\Phi(t)$- магнитный поток, $I_в(t)$ - ток возбуждения, $\omega(t)$ – угловая скорость и $\varepsilon(t)$ – угловое ускорение электродвигателя, J – момент инерции. Расчеты выполнить для заданной относительной погрешности измеряемых величин 10, 5, и 1 %. Необходимые для расчета данные приведены в таблице 1.4.

Таблица 1.4

Варианты задания 1.4

№ варианта	Мощность P, кВТ	Напряжение U, В	Число оборотов n, об/мин	Магнитный поток Ф, Вб	Масса m, кг	Радиус R, м	Скорость V, м/с	Время t, с
1	16	550	1200	1.1	450	0.4	1.1	5
2	11	500	1100	1.0	500	0.3	1.2	4
3	12	510	1300	1.2	600	0.5	1.4	3
4	13	520	1200	1.3	400	0.4	1.5	5
5	17	520	1400	1.1	550	0.3	1.4	4
6	11	540	1000	1.1	450	0.4	1.0	2
7	12	500	1200	1.2	640	0.5	1.1	5
8	13	480	1300	1.3	500	0.3	1.4	4
9	14	470	1400	1.4	550	0.4	1.0	3
10	15	460	1500	1.5	450	0.5	1.5	5
11	10	540	1100	1.1	400	0.4	1.0	3
12	10	530	1000	1.2	540	0.5	1.5	4
13	11	520	1200	1.1	600	0.5	1.4	3
14	12	550	1300	1.3	500	0.4	1.0	3
15	15	500	1400	1.2	400	0.5	1.4	4
16	12	560	1500	1.4	450	0.5	1.4	4
17	11	400	1000	1.1	500	0.4	1.5	5
18	10	520	1200	1.0	550	0.5	1.5	3
19	14	510	1100	1.0	600	0.3	1.4	4
20	13	570	1300	1.1	480	0.3	1.0	3
21	12	580	1400	1.2	580	0.4	1.4	4

22	10	500	1500	1.0	500	0.4	1.4	5
23	13	550	1500	1.4	600	0.4	1.1	5
24	14	500	1000	1.5	400	0.3	1.4	4
25	11	510	1200	1.1	550	0.5	1.0	3
26	12	520	1100	1.2	450	0.4	1.5	5
27	13	530	1300	1.1	640	0.3	1.0	4
28	14	540	1400	1.3	500	0.4	1.5	2
29	15	500	1500	1.2	550	0.5	1.4	5
30	10	480	1100	1.4	450	0.3	1.0	4

Пример 7. Определить абсолютную и относительную ошибки момента статического сопротивления в двигателе постоянного тока, если угловое ускорение, ток возбуждения, ток обмотки якоря даны с относительной погрешностью 10%, 5%, 1%. Масса поднимаемого груза *m*. Момент инерции вычислить по формуле $J= mR^2/2$.В данном примере принять

J= 2 кгм^2.

Дано: P=11 кВт, U=520 В, n=1200 об/мин, Ф=1,1 Вб, R=0,5 м, V=1,4 м/с, t=3 с.

Решение:

1) Найдем потребляемую силу тока двигателя Mc=Mдв-Jε

$$I_{дв} = \frac{P}{U} = \frac{11000}{520} = 21.2\,A$$

2) Определим ток возбуждения

$$I_{в} = 10\% \cdot I_{дв} = 0.1 \cdot 21.2 = 2.12\,A$$

3) Найдем угловую скорость

$$\omega = n\frac{об}{мин} \rightarrow \frac{рад}{сек} = \frac{1200 \cdot 2\pi}{60} = 125.7\frac{рад}{сек}$$

4) Вычислим линейную скорость привода

$$\nu_{пр} = \omega \cdot R = 125.7 \cdot 0.5 = 62.9\,м/сек$$

5) Передаточное отношение получается равным

$$i = \frac{\nu_{пр}}{V} = \frac{62.9}{1.4} = 44.9$$

6) Найдем крутящий момент двигателя

$$M_{дв} = \frac{P}{\omega} = \frac{11000}{125.7} = 87.5H \cdot м$$

7) Найдем тангенциальное ускорение (начальная скорость равна нулю)

$$a^{\tau} = \frac{\nu_0 - \nu}{t} = \frac{1.4}{3} = 0.47\,м/с^2$$

8) Определим угловое ускорение

$$\varepsilon = \frac{a^{\tau}}{R} = \frac{0.47}{0.5} = 0.9\ рад/с^2$$

9) Зная момент двигателя, ток возбуждения и ток двигателя, выразим коэффициент k_1

$$k_1 = \frac{M_{дв}}{I_в \cdot I_{дв}} = \frac{87.5}{2.12 \cdot 21.2} = 2.0\ рад/с^2$$

10) Находим абсолютные погрешности при 10 % относительной погрешности

$$\Delta\varepsilon = 0.1 \cdot 0.9 = 0.09$$

$$\Delta I_{дв} = 0.1 \cdot 21.2 = 2.12$$

$$\Delta I_в = 0.1 \cdot 2.12 = 0.21$$

Далее полученные данные подставляем в формулу

$$\Delta M_C = \frac{\partial Mc}{\partial I_в} \cdot \Delta I_в + \frac{\partial Mc}{\partial I_{дв}} \cdot \Delta I_{дв} + \frac{\partial Mc}{\partial \varepsilon} \cdot \Delta\varepsilon = k_1 \cdot I_{дв} \cdot \Delta I_в + k_1 \cdot I_в \cdot \Delta I_{дв} + J \cdot \Delta\varepsilon$$

Абсолютная погрешность при 10 %:

$$\Delta M_c = 2.0 \cdot 21.2 \cdot 0.21 + 2.0 \cdot 2.12 \cdot 2.12 + 2 \cdot 0.09 = 18.1 Н \cdot м$$

При номинальном режиме работы можно считать, что $M_c = M_{дв} = 87.5 Н \cdot м$

относительная погрешность $\delta M_c = \frac{\Delta M_c}{M_c} = \frac{18.1}{87.5} = 0.207 = 20.7\%$

11) Находим абсолютные погрешности при 5 % относительной погрешности

$$\Delta\varepsilon = 0.05 \cdot 0.9 = 0.05$$

$$\Delta I_{дв} = 0.05 \cdot 21.2 = 1.06$$

$$\Delta I_в = 0.05 \cdot 2.12 = 0.11$$

Абсолютная погрешность при 5% :

$$\Delta M_c = 2.0 \cdot 21.2 \cdot 0.11 + 2.0 \cdot 2.12 \cdot 1.06 + 2 \cdot 0.05 = 9.3 Н \cdot м$$

относительная погрешность

$$\delta M_c = \frac{\Delta M_c}{M_c} = \frac{9.3}{87.5} = 0.106 = 10.6\%$$

12) Находим абсолютные погрешности при 1 % относительной погрешности

$$\Delta\varepsilon = 0.01 \cdot 0.9 = 0.01$$

$$\Delta I_{дв} = 0.01 \cdot 21.2 = 0.21$$

$$\Delta I_в = 0.01 \cdot 2.12 = 0.02$$

Абсолютная погрешность при 1%:

$$\Delta M_c = 2.0 \cdot 21.2 \cdot 0.02 + 2.0 \cdot 2.12 \cdot 0.21 + 2 \cdot 0.01 = 1.8 H \cdot м$$

относительная погрешность

$$\delta M_c = \frac{\Delta M_c}{M_c} = \frac{1.8}{87.5} = 0.021 = 2.1\%$$

Контрольные вопросы

1. Что такое абсолютная погрешность приближенного значения величины?
2. Что такое относительная погрешность приближенного значения величины?
3. Какое влияние на погрешность арифметических действий оказывают погрешности исходных данных?
4. В какой зависимости находится абсолютная погрешность значения функции одной переменной от абсолютной погрешности значения аргумента?
5. Какова последовательность действий на каждом промежуточном этапе расчетной таблицы в вычислениях значений по правилам подсчета цифр.
6. Какова последовательность действий на каждом промежуточном этапе расчетной таблицы в вычислениях по методу строгого учета предельных погрешностей.
7. Как вычисляются предельные погрешности результата при использовании методики итоговой оценки ошибки вычислений?
8. В чем основное отличие метода границ от вычислений по методу строгого учета границ погрешностей?

РАЗДЕЛ 2. Решение алгебраических и трансцендентных уравнений приближенными методами

Цель занятия:

- закрепить умения отделять корни алгебраических уравнений;
- закрепить умения решать алгебраические уравнений приближенными методами (метод половинного деления, метод хорд (секущих), метод Ньютона (метод касательных);
- разработать алгоритм и использовать программу для решения вычислительных задач приближенными методами, учитывая необходимую точность получаемого результата.

2.1. Постановка задачи отделения корней нелинейного уравнений

Решение нелинейного уравнения, описывающего состояние электрической цепи, может быть реализовано приближенными численными методам. Пусть имеется уравнение вида $f(x)=0$, где $f(x)$ - алгебраическая или трансцендентная функция. Решить такое уравнение – значит установить, имеет ли оно корни, сколько корней, и найти значения корней (с указанной точностью). Ограничимся обсуждением методов поиска лишь *действительных* корней, не затрагивая проблему корней комплексных.

Решение указанной задачи начинается с отделения корней, т.е. с установления *количества корней и интервалов, каждый из которых содержит только один корень.*

Следует отметить, что универсальных приемов решения этой задачи, пригодных для *любых* уравнений, не существует. Тем не менее, отделение корней во многих случаях можно произвести графически.

Упростим задачу, заменив уравнение $f(x)=0$ равносильным ему уравнением $f_1(x)= f_2(x)$. В этом случае строятся графики функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$, а потом на оси x отмечаются отрезки, локализующие абсциссы точек пересечения этих графиков.

Пример 1. Пусть необходимо найти корни уравнения $f(x)=e^x-x^2=0$.

*Решение.*Преобразуем исходное уравнение к виду $y_1(x)=e^x$; $y_2(x)=x^2$; $e^x=x^2$. Чтобы найти корни уравнения, необходимо найти точку пересечения графиков функций $y_1(x)=e^x$ и $y_2(x)=x^2$. Построим графики функций в Scilab и нанесем на график сетку для удобства визуального определения точки пересечения. Необходимые команды приведены в листинге программы, результат выполнения команд можно видеть на рис. 2.1.

Листинг

```
x=-2:0.01:2;
y1=exp(x);
y2=x.^2;
plot(x,y1,x,y2)
xgrid(001)
```

Ответ:
x=-0.7

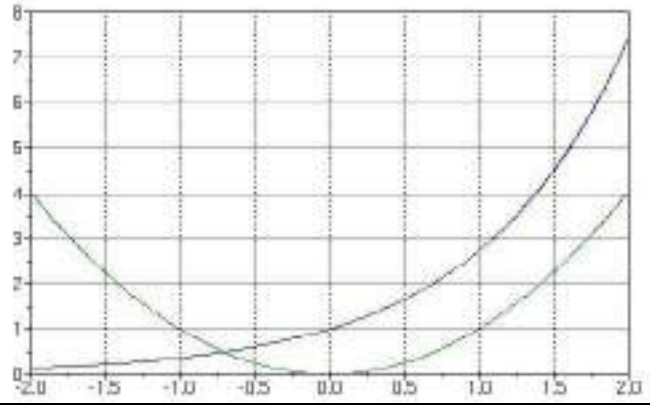


Рис.2.1. Графическое решение уравнения $f(x)=e^x-x^2$

Пример 2. Пусть необходимо найти корни уравнения $f(x)=x-8.5*Sin(x)$. Графическое решение уравнения $f(x)=x-8.5*Sin(x)$ показано на рис. 2.2.

Листинг

```
x=8:0.1:8.5;
y1=x;
y2=8.5*sin(x);
plot(x,y1,x,y2)
xgrid(001)
```

Ответ:x=8.14

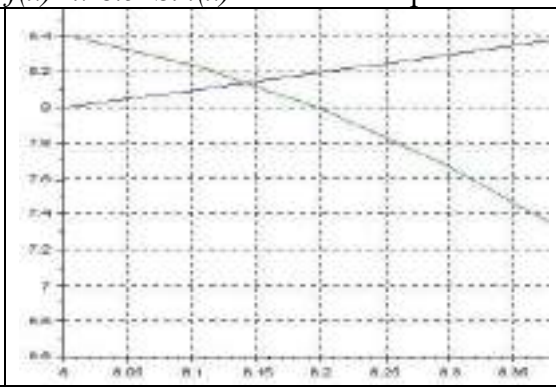


Рис.2.2. Графическое решение уравнения $f(x)= x-8.5*Sin(x)$.

При решении задачи об отделении корней бывают полезными следующие очевидные положения:

1. Если непрерывная на отрезке $[a;b]$ функция $f(x)$ принимает на его концах значения разных знаков, т.е. произведение $f(a)\cdot f(b)<0$), то уравнение $f(x)=0$ имеет на этом отрезке, по меньшей мере, один корень.
2. Если функция $f(x)$ к тому же еще и монотонна, то корень на отрезке $[a;b]$ единственный.
3. **РАЗДЕЛ 3. Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).**

Контрольные вопросы

1. Какие методы решения СЛАУ вы знаете?
2. В чем заключается прямой и обратный ход в схеме единственного деления?
3. На чем основываются подходы к организации контроля вычислений в прямом ходе, обратном ходе?
4. На чем основываются алгоритмы вычисления определителя по методу Гаусса?
5. Каким образом схема единственного деления может использоваться для вычисления обратной матрицы?

РАЗДЕЛ 4. Решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) приближенными методами

Цель занятия:

- закрепить усвоение теоретического материала по данной теме через решение упражнений;
- закрепить умения решать системы линейных алгебраических уравнений приближенными методами: методом простой итерации, методом Зейделя.

4.1. Метод простых итераций

Как отмечалось ранее, итерационные методы используются для решения уравнений и систем любой природы. Рассмотрим, как это делается применительно к системам линейных алгебраических уравнений.

Приведём систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 ... + a_{1n}x_n = b_1; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 ... + a_{2n}x_n = b_2; \\ ..... \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 ... + a_{nn}x_n = b_n. \end{cases} \qquad (4.1)$$

к равносильной ей системе вида **x=Ax**:

$$\begin{cases} x_1 = \alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2 + ... + \alpha_{1n}x_n + \beta_1, \\ x_2 = \alpha_{21}x_1 + \alpha_{22}x_2 + ... + \alpha_{2n}x_n + \beta_2, \\ ..... \\ x_n = \alpha_{n1}x_1 + \alpha_{n2}x_2 + ... + \alpha_{nn}x_n + \beta_n \end{cases} \qquad (4.2)$$

В сокращенной форме: $x_i = \sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij}x_j + \beta_i, \quad i = \overline{1,n}$.

О системе уравнений (4.2) говорят, что она «приведена к нормальному виду».

Правая часть системы определяет отображение $F : y_i = \sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij}x_j + \beta_i$, (4.3)

которое переводит точку $\bar{x}(x_1, x_2, ..., x_n)$ в точку $\bar{y}(y_1, y_2, ..., y_n)$. Используя отображение (4.3) и выбрав начальную точку $\bar{x}_0(x_1^0, x_2^0, ..., x_n^0)$ можно построить итерационную последовательность точек.

Если отображение *F* является сжимающим, то эта последовательность сходится и её предел является решением системы (4.2) , следовательно, и решением исходной системы (4.1).

Замечание. Отображение является *сжимающим*, если расстояние между образами меньше, чем расстояние между исходными точками.

Для отображения (4.3) необходимым и достаточным условием сжимаемости является следующее:

$$\max_{1\le j\le n}\sum_{i=1}^{n}\left|\alpha_{ij}\right|<1, \qquad (4.4)$$

т.е. максимальная из сумм модулей коэффициентов при неизвестных в правой части системы (4.2), взятых по столбцам, должна быть меньше 1. Из этого условия следует, что прежде чем начать решение системы (4.1) необходимо ее привести к нормальному виду (4.2), т.е. коэффициенты α_{ij} при неизвестных в правой части системы были существенно меньше 1.

Этого можно достичь, если исходную систему (4.1) с помощью равносильных преобразований привести к системе, у которой абсолютная величина коэффициентов, стоящих на главной диагонали, больше абсолютных величин каждого из других коэффициентов, стоящих при неизвестных в соответствующих уровнях (такую систему называют *системой с преобладающими диагональными коэффициентами*). Если теперь разделить все уравнения на соответствующие диагональные коэффициенты и выразить из каждого уравнения неизвестное с коэффициентом, равным 1, будет получена система (4.2), у которой все $\left|\alpha_{ij}\right|<1$.

Для проверки точности решения используем условие (4.4).

Пример 1. Привести систему линейных уравнений к нормальному виду

$$\begin{cases}2{,}34x_1-4{,}21x_2-11{,}61x_3=14{,}41,\\ 8{,}04x_1+5{,}22x_2+0{,}27x_3=-6{,}44,\\ 3{,}92x_1-7{,}99x_2+8{,}37x_3=55{,}56.\end{cases}$$

Решение. Построим систему с преобладающими диагональными коэффициентами.

В качестве 1-ого уравнения возьмем 2-ое, в качестве 3-его уравнения – 1-ое, в качестве 2-ого уравнения – сумму 1-го и 3-го уравнений. Получаем следующую систему уравнений

$$\begin{cases}\underline{8{,}04}x_1+5{,}22x_2+0{,}27x_3=-6{,}44,\\ 6{,}26x_1-\underline{12{,}2}x_2-3{,}24x_3=69{,}97,\\ 2{,}34x_1-4{,}21x_2-\underline{11{,}61}x_3=14{,}41.\end{cases}$$

Разделим каждое из полученных уравнений на диагональный коэффициент и, выразим из каждого уравнения диагональные элементы:

$$\begin{cases}x_1=-0{,}649x_2-0{,}034x_3-0{,}801,\\ x_2=0{,}573x_1-0{,}266x_3-5{,}735,\\ x_3=0{,}202x_1-0{,}363x_2-1{,}241.\end{cases}$$

Система приведена к нормальному виду. Проверку условия сходимости (4.4) и точности решения можно осуществить с помощью программы.

Далее приведем пример решения системы линейных алгебраических уравнений данным методом.

Пример 2. Решить систему уравнений методом простых итераций. Проверить расчет с помощью программы. Дана система с преобладающими диагональными коэффициентами.

$$4.3x_1+0.217x_2=2.663$$
$$0.1x_1-3.4x_2-0.207x_3=2.778$$
$$0.09x_2+2.5x_3+0.197x_4=2.533$$
$$0.08x_3-1.6x_4=1.928$$

Запишем эквивалентную систему уравнений

$$x_1=\frac{2.663}{4.3}-\frac{0.217x_2}{4.3}$$

$$x_2 = -\frac{2.778}{3.4} - \frac{0.207x_4}{3.4} + \frac{0.1x_1}{3.4}$$
$$x_3 = \frac{2.533}{2.5} - \frac{0.197x_4}{2.5} - \frac{0.09x_2}{2.5}$$
$$x_4 = -\frac{1.928}{1.6} + \frac{0.08x_3}{1.6}$$

Нулевое приближение $x_1^0 = 0.6193$ $x_2^0 = -0.8170$ $x_3^0 = 1.013$ $x_4^0 = -1.205$.

Первая итерация

$$x_1^1 = 0.6193 + 0.0411 = 0.6604$$
$$x_2^1 = -0.8170 - 0.0616 + 0.018 = -0.8606$$
$$x_3^1 = 1.013 + 0.0949 + 0.0294 = 1.1373$$
$$x_4^1 = -1.205 + 0.05 = -1.155$$

Вторая итерация

$$x_1^2 = 0.06193 + (0.05 * 0.86) = 0.6623$$
$$x_2^2 = -0.817 - (0.06 * 1.137) = -0.8678$$
$$x_3^2 = 1.013 + (0.078 * 1.55) + (0.036 * 0.86) = 1.072$$
$$x_4^2 = -1.205 + 0.05 * 1.137 = -1.148$$

Третья итерация

$$x_1^3 = 0.06193 + (0.05 * 0.86) = 0.6623$$
$$x_2^3 = -0.817 - (0.06 * 1.072) + (0.029 * 0.66) = -0.862$$
$$x_3^3 = 1.013 + (0.078 * 1.148) + (0.036 * 0.86) = 1.133$$
$$x_4^3 = -1.205 + (0.05 * 1.072) = -1.151$$

Оценим сходимость итерационной процедуры

$$\left|x_1^2 - x_1^1\right| = 0.0019 \qquad \left|x_1^3 - x_1^2\right| = 0.00001$$
$$\left|x_2^2 - x_2^1\right| = 0.0063 \qquad \left|x_2^3 - x_2^2\right| = 0.005$$
$$\left|x_3^2 - x_3^1\right| = 0.069 \qquad \left|x_3^3 - x_3^2\right| = 0.061$$
$$\left|x_4^2 - x_4^1\right| = 0.007 \qquad \left|x_4^3 - x_4^2\right| = 0.003$$

Проверим решение с помощью программы.

```
// решение СЛАУ методом простых итераций. Листинг программы
// ввод матрицы A
A=[4.3 0.217 0 0 ;
0.1 -3.4 -0.207 0;
0 0.09 2.5 0.197;
0 0 0.08 -1.6]
// ввод вектора B
B=[2.633;2.778;2.533;1.928]
// формирование матрицы D
R=diag(A);
D=diag(R);
// формирование матриц P и G
P=-inv(D)*(A-D);
G=inv(D)*B;
// вычисление начальных приближений
X0=B;
X=P*X0+G;
//циклические вычисления
while max(abs(X-X0))>=0.00001,
X0=X; X=P*X0+G;
end;
//вывод результата
X
// проверка обусловленности матрицы A
cond(A)
X  =
   0.6560717
 - 0.8668572
   1.1348894
```

	- 1.1482556

Сравним результаты «ручного» счета и с помощью ЭВМ

x_i	x_1	x_2	x_3	x_4
Ручной счет	0.6623	- 0.862	1.1373	-1.151
ЭВМ	0.6560717	- 0.8668572	1.1348894	- 1.1482556

Типовые контрольные задания и материалы

Тема 1. Оценка погрешности прямых измерений. Виды погрешностей. Представление результата прямых измерений.

Относительная погрешность. Использование относительной погрешности при умножении результатов измерений.

Абсолютная погрешность косвенных измерений.

Статистические характеристики результатов измерений. Доверительный интервал.

Тема 2. Итерационные методы решения нелинейных алгебраических уравнений. Метод отделения корней. Метод и алгоритм отделения корней уравнения с одной переменной.

Тема 3. Численное решение нелинейного уравнения с одной переменной методом деления пополам (дихотомии).

Численное решение нелинейного уравнения с одной переменной методом хорд.

Численное решение нелинейного уравнения с одной переменной методом Ньютона.

Численное решение нелинейного уравнения с одной переменной методом секущих.

Численное решение нелинейного уравнения с одной переменной методом простых итераций.

Тема 4. Метод Гаусса решения систем линейных алгоритмических уравнений.

Итерационный метод решений СЛАУ методом Зейделя.

Решение системы линейных алгоритмических уравнений методом простой итерации. Понятие метрики. Принцип сжимающих отображений.

Тема 5. Интерполирование функции. Интерполяция сплайнами. Линейные, кубические сплайны. Интерполирование функции. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Интерполяционные многочлены Ньютона. Конечные разности.

Тема 6. Численное дифференцирование по формуле Лагранжа.

Численное дифференцирование на основе интерполяционной формулы Ньютона.

Тема 7. Численное интегрирование. Методы численного интегрирования дифференциальных уравнений

Тема 8. Метод Эйлера решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

Тема 9. Метод Рунге-Кутта решений обыкновенных дифференциальных уравнени

Тема 10. Виды задач линейного программирования.

ПРИМЕР оформления курсовой работы. Вычислительные методы и прикладные программы

Министерство науки и высшего образования

Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Уральский государственный горный университет»

Курсовая работа

по дисциплине «Вычислительные методы и прикладные программы»

… вариант

Выполнил …..
студент группы …

Проверил: доцент
Раевская Л. Т.

Екатеринбург

2021

Задание 1. Правильная запись результатов выполнения округлений

1)

127,3±0,2	→	Верно
127±0,2	→	127,0±0,2
127,00±0,2	→	127,0±0,2

2)

122,13±0,2	→	132,1±0,2
122,13±0,17	→	132,1±0,2
122,1±0,17	→	132,1±0,2

3)

246,402±0,15	→	246,4±0,2
246,4±0,15	→	246,4±0,2
246,40±0,15	→	246,4±0,2

4) Округлить до сотых

0,27439±0,0791	→	0,27±0,08

5) Округлить до десятых

22,7849±0,98	→	22,8±1,0

6) Округлить до десятков

2789±32	→	2790±40

Задание 2. Расчет погрешности прямых измерений

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

x_i	35,0	35,1	35,2	35,3	35,0	35,0	35,1	35,0	35,0	35,1

$$x - \frac{35{,}0 + 35{,}1 + 35{,}2 + 35{,}3 + 35{,}0 + 35{,}0 + 35{,}1 + 35{,}0 + 35{,}0 + 35{,}1}{10} = 35{,}08$$

$$\Delta x_1 = |35{,}1 - 35{,}08| = 0{,}02$$

$$\Delta x_2 = |35{,}1 - 35{,}08| = 0{,}02$$

$$\Delta x_3 = |35{,}2 - 35{,}08| = 0{,}12$$

$$\Delta x_4 = |35{,}3 - 35{,}08| = 0{,}22$$

$$\Delta x_5 = |35{,}0 - 35{,}08| = 0{,}08$$

$$\Delta x_6 = |35{,}0 - 35{,}08| = 0{,}02$$

$$\Delta x_7 = |35{,}1 - 35{,}08| = 0{,}02$$

$$\Delta x_8 = |35{,}0 - 35{,}08| = 0{,}08$$

$$\Delta x_9 = |35{,}0 - 35{,}08| = 0{,}08$$

$$\Delta x_{10} = |35{,}1 - 35{,}08| = 0{,}02$$

$$\Delta x = \sum_{i=1}^{10} \left| \frac{0{,}02 + 0{,}02 + 0{,}12 + 0{,}22 + 0{,}08 + 0{,}02 + 0{,}02 + 0{,}08 + 0{,}08 + 0{,}02}{10} \right| = 0{,}08$$

$$\delta x = \frac{0{,}08}{35{,}08} * 100\% = 0{,}23\%$$

35,08±0,08; δ*x*=0,23%

Ответ: 35,1±0,1 – ответ верными цифрами

Задание 3. Вычисление приближенного значения числа по заданной формуле

a=1,75	Δa=0,01
b=1,21	Δb=0,01

c=0,199	Δc=0,001

$$S = \frac{a - \sin b}{b^2 - 6c} = \frac{1{,}75 - \sin 1{,}21}{1{,}21^2 - 6 * 0{,}199} = \frac{0{,}814}{2{,}658} = 0{,}306245$$

$$\delta S = \delta(a - \sin b) + \delta(b^2 - 6c) = \frac{\Delta(a - \sin b)}{a - \sin b} + \frac{\Delta(b^2 - 6c)}{b^2 - 6c} =$$
$$= \frac{\Delta(a) + \Delta(\sin b)}{a - \sin b} + \frac{\Delta(b^2) + \Delta(6c)}{b^2 - 6c} =$$
$$= \frac{\Delta a}{a - \sin b} + \frac{(\cos b) * \Delta b}{a - \sin b} + \frac{2b * \Delta b}{b^2 - 6c} + \frac{6 * \Delta c}{b^2 - 6c} =$$
$$= \frac{0{,}01}{0{,}814} + \frac{0{,}00353}{0{,}814} + \frac{0{,}0242}{2{,}658} + \frac{0{,}006}{2{,}658} =$$
$$= 0{,}0123 + 0{,}0043 + 0{,}0091 + 0{,}0026 = 0{,}0283 * 100 = 2{,}83\%$$

$$\Delta S = \delta S * S = 0{,}0283 * 0{,}306245 = 0{,}0086 \approx 0{,}009$$

Ответ: 0,306±0,009; δS=2,83%

Задание 4. Решение СЛАУ методом простых итераций

$$\begin{cases} 10{,}8x_1 - 0{,}576x_2 = 12{,}143 \\ 0{,}321x_1 + 9{,}9x_2 + 3{,}3x_3 = 13{,}089 \\ 0{,}369x_2 + 9x_3 - 6{,}06x_4 = 13{,}674 \\ 0{,}416x_3 + 8{,}1x_4 = 13{,}897 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{vmatrix} 10{,}8 & -0{,}576 & 0{,}000 & 0{,}000 & 12{,}143 \\ 0{,}321 & 9{,}9 & 3{,}3 & 0{,}000 & 13{,}089 \\ 0{,}000 & 0{,}369 & 9 & -6{,}06 & 13{,}674 \\ 0{,}000 & 0{,}000 & 0{,}416 & 8{,}1 & 13{,}897 \end{vmatrix}$$

$x_1 = \frac{12{,}143}{10{,}8} + \frac{0{,}576}{10{,}8}x_2;$	$x_1^0 = \frac{12{,}143}{10{,}8} = 1{,}124;$
$x_2 = \frac{13{,}089}{9{,}9} - \frac{0{,}321}{9{,}9}x_1 - \frac{3{,}3}{9{,}9}x_3;$	$x_2^0 = \frac{13{,}089}{9{,}9} = 1{,}322;$
$x_3 = \frac{13{,}674}{9} - \frac{0{,}369}{9}x_2 + \frac{6{,}06}{9}x_4;$	$x_3^0 = \frac{13{,}674}{9} = 1{,}519;$
$x_4 = \frac{13{,}897}{8{,}1} - \frac{0{,}416}{8{,}1}x_3.$	$x_4^0 = \frac{13{,}897}{8{,}1} = 1{,}716.$

$x_1^1 = \frac{12,143}{10,8} + \frac{0,576}{10,8} * 1,322 = 1,195;$ $x_2^1 = \frac{13,089}{9,9} - \frac{0,321}{9,9} * 1,124 - \frac{3,3}{9,9} * 1,519 = 0,779;$ $x_3^1 = \frac{13,674}{9} - \frac{0,369}{9} * 1,322 + \frac{6,06}{9} * 1,716 = 2,62;$ $x_4^1 = \frac{13,897}{8,1} - \frac{0,416}{8,1} * 1,519 = 1,638.$	$\varepsilon_1^1 = \lvert 1,124 - 1,195 \rvert = 0,071;$ $\varepsilon_2^1 = \lvert 1,322 - 0,779 \rvert = 0,543;$ $\varepsilon_3^1 = \lvert 1,519 - 2,62 \rvert = 1,101;$ $\varepsilon_4^1 = \lvert 1,716 - 1,638 \rvert = 0,078.$
$x_1^2 = \frac{12,143}{10,8} + \frac{0,576}{10,8} * 0,779 = 1,166;$ $x_2^2 = \frac{13,089}{9,9} - \frac{0,321}{9,9} * 1,195 - \frac{3,3}{9,9} * 2,62 = 0,41;$ $x_3^2 = \frac{13,674}{9} - \frac{0,369}{9} * 0,779 + \frac{6,06}{9} * 1,638 = 2,59;$ $x_4^2 = \frac{13,897}{8,1} - \frac{0,416}{8,1} * 2,62 = 1,581.$	$\varepsilon_1^2 = \lvert 1,195 - 1,166 \rvert = 0,029;$ $\varepsilon_2^2 = \lvert 0,41 - 0,779 \rvert = 0,369;$ $\varepsilon_3^2 = \lvert 2,62 - 2,59 \rvert = 0,03;$ $\varepsilon_4^2 = \lvert 1,638 - 1,581 \rvert = 0,057.$
$x_1^3 = \frac{12,143}{10,8} + \frac{0,576}{10,8} * 0,41 = 1,146;$ $x_2^3 = \frac{13,089}{9,9} - \frac{0,321}{9,9} * 1,166 - \frac{3,3}{9,9} * 2,59 = 0,42;$ $x_3^3 = \frac{13,674}{9} - \frac{0,369}{9} * 0,41 + \frac{6,06}{9} * 1,581 = 2,567;$ $x_4^3 = \frac{13,897}{8,1} - \frac{0,416}{8,1} * 2,59 = 1,583.$	$\varepsilon_1^3 = \lvert 1,146 - 1,166 \rvert = 0,02;$ $\varepsilon_2^3 = \lvert 0,42 - 0,41 \rvert = 0,01;$ $\varepsilon_3^3 = \lvert 2,567 - 2,62 \rvert = 0,053;$ $\varepsilon_4^3 = \lvert 1,583 - 1,638 \rvert = 0,055.$

С помощью программы Scilab выполняем расчет методом простых итераций:

```
A=[10.8 -0.576 0 0;
0.321 9.9 3.3 0;
0 0.369 9 -6.06;
0 0 0.416 8.1]
B=[12.143;13.089;13.674;13.897]
R=diag(A);
D=diag(R);
P=-inv(D)*(A-D);
G=inv(D)*(B);
X0=B;
X=P*X0+G;
while max(abs(X-X0))>=0.00001,
X0=X; X=P*X0+G;
end;
X
cond(A)
```

```
--> A=[10.8 -0.576 0 0;
-->0.321 9.9 3.3 0;
-->0 0.369 9 -6.06;
-->0 0 0.416 8.1]
 A  =

   10.8    - 0.576    0.       0.
   0.321     9.9      3.3      0.
   0.        0.369    9.     - 6.06
   0.        0.       0.416    8.1
-->B=[12.143;13.089;13.674;13.897]
 B  =

   12.143
   13.089
   13.674
   13.897
-->R=diag(A);
-->D=diag(R);
-->P=-inv(D)*(A-D);
-->G=inv(D)*(B);
-->X0=B;
-->X=P*X0+G;
-->while max(abs(X-X0))>=0.00001,
-->X0=X; X=P*X0+G;
-->end;
-->X
 X  =

   1.1472249
   0.4255655
   1.5681497
   1.5037031
-->cond(A)
 ans  =

   2.1454732
-->
```

Задание 5. Решение СЛАУ методом Зейделя

$$\begin{cases} 10{,}8x_1 - 0{,}576x_2 = 12{,}143 \\ 0{,}321x_1 + 9{,}9x_2 + 3{,}3x_3 = 13{,}089 \\ 0{,}369x_2 + 9x_3 - 6{,}06x_4 = 13{,}674 \\ 0{,}416x_3 + 8{,}1x_4 = 13{,}897 \end{cases} \rightarrow$$

$$\left|\begin{array}{ccccc} 10{,}8 & -0{,}576 & 0{,}000 & 0{,}000 & 12{,}143 \\ 0{,}321 & 9{,}9 & 3{,}3 & 0{,}000 & 13{,}089 \\ 0{,}000 & 0{,}369 & 9 & -6{,}06 & 13{,}674 \\ 0{,}000 & 0{,}000 & 0{,}416 & 8{,}1 & 13{,}897 \end{array}\right|$$

$x_1 = \frac{12{,}143}{10{,}8} + \frac{0{,}576}{10{,}8}x_2;$	$x_1^0 = \frac{12{,}143}{10{,}8} = 1{,}124;$
$x_2 = \frac{13{,}089}{9{,}9} - \frac{0{,}321}{9{,}9}x_1 - \frac{3{,}3}{9{,}9}x_3;$	$x_2^0 = \frac{13{,}089}{9{,}9} = 1{,}322;$
$x_3 = \frac{13{,}674}{9} - \frac{0{,}369}{9}x_2 + \frac{6{,}06}{9}x_4;$	$x_3^0 = \frac{13{,}674}{9} = 1{,}519;$
$x_4 = \frac{13{,}897}{8{,}1} - \frac{0{,}416}{8{,}1}x_3.$	$x_4^0 = \frac{13{,}897}{8{,}1} = 1{,}716.$

$x_1^1 = \frac{12,143}{10,8} + \frac{0,576}{10,8} * 1,322 = 1,195;$ $x_2^1 = \frac{13,089}{9,9} - \frac{0,321}{9,9} * 1,195 - \frac{3,3}{9,9} * 1,519 = 0,777;$ $x_3^1 = \frac{13,674}{9} - \frac{0,369}{9} * 0,777 + \frac{6,06}{9} * 1,716 = 2,643;$ $x_4^1 = \frac{13,897}{8,1} - \frac{0,416}{8,1} * 2,643 = 1,58.$	$\varepsilon_1^1 = \lvert 1,124 - 1,195 \rvert = 0,071;$ $\varepsilon_2^1 = \lvert 1,322 - 0,777 \rvert = 0,545;$ $\varepsilon_3^1 = \lvert 1,519 - 2,643 \rvert = 1,124;$ $\varepsilon_4^1 = \lvert 1,716 - 1,58 \rvert = 0,136.$
$x_1^2 = \frac{12,143}{10,8} + \frac{0,576}{10,8} * 0,777 = 1,166;$ $x_2^2 = \frac{13,089}{9,9} - \frac{0,321}{9,9} * 1,166 - \frac{3,3}{9,9} * 2,643 = 0,4;$ $x_3^2 = \frac{13,674}{9} - \frac{0,369}{9} * 0,4 + \frac{6,06}{9} * 1,58 = 2,567;$ $x_4^2 = \frac{13,897}{8,1} - \frac{0,416}{8,1} * 2,567 = 1,584.$	$\varepsilon_1^2 = \lvert 1,195 - 1,166 \rvert = 0,029;$ $\varepsilon_2^2 = \lvert 0,4 - 0,777 \rvert = 0,377;$ $\varepsilon_3^2 = \lvert 2,643 - 2,567 \rvert = 0,076;$ $\varepsilon_4^2 = \lvert 1,58 - 1,584 \rvert = 0,004.$
$x_1^3 = \frac{12,143}{10,8} + \frac{0,576}{10,8} * 0,4 = 1,146;$ $x_2^3 = \frac{13,089}{9,9} - \frac{0,321}{9,9} * 1,146 - \frac{3,3}{9,9} * 2,567 = 0,43;$ $x_3^3 = \frac{13,674}{9} - \frac{0,369}{9} * 0,43 + \frac{6,06}{9} * 1,584 = 2,568;$ $x_4^3 = \frac{13,897}{8,1} - \frac{0,416}{8,1} * 2,568 = 1,5838.$	$\varepsilon_1^3 = \lvert 1,146 - 1,166 \rvert = 0,02;$ $\varepsilon_2^3 = \lvert 0,4 - 0,43 \rvert = 0,03;$ $\varepsilon_3^3 = \lvert 2,567 - 2,568 \rvert = 0,001;$ $\varepsilon_4^3 = \lvert 1,583 - 1,5838 \rvert = 0,0002.$

С помощью программы Scilab выполняем расчет методом Зейделя:

```
A=[10.8 -0.576 0 0;
0.321 9.9 3.3 0;
0 0.369 9 -6.06;
0 0 0.416 8.1]
B=[12.143; 13.089; 13.674; 13.897]
R=tril((A))
T=A-R
P=-inv(R)*T;
G=inv(R)*B;
X0=B;
X=P*X0+G;
while max(abs(X-X0))>=0.00001,
    X0=X; X=P*X0+G;
end;
X
cond(A)
```

```
 -->A=[10.8 -0.576 0 0;
-->0.321 9.9 3.3 0;
-->0  0.369 9 -6.06;
-->0  0  0.416 8.1]
 A  =

    10.8    - 0.576     0.        0.
    0.321     9.9       3.3       0.
    0.        0.369     9.      - 6.06
    0.        0.        0.416     8.1
-->B=[12.143; 13.089; 13.674; 13.897]
 B  =

    12.143
    13.089
    13.674
    13.897
-->R=tril((A))
 R  =

    10.8      0.        0.        0.
    0.321     9.9       0.        0.
    0.        0.369     9.        0.
    0.        0.        0.416     8.1
-->I=A-R
 I  =

    0.    - 0.576     0.      0.
    0.      0.        3.3     0.
    0.      0.        0.    - 6.06
    0.      0.        0.      0.
-->P=-inv(R)*I;
-->G=inv(R)*B;
-->X0=B;
-->X=P*X0+G;
-->while max(abs(X-X0))>=0.00001,
-->    X0=X; X=P*X0+G;
-->end;
-->X
```

```
 X  =

    1.1472248
    0.4288687
    2.5681637
    1.5837832
-->cond(A)
 ans  =

    2.1486732
-->
```

Задание 6. Вычисление интегралов приближенными методами

1. Метод прямоугольника

$$\int_2^3 x^2 * \cos\left(\frac{x}{4}\right) dx$$

x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0
y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}
3,510	3,816	4,126	4,439	4,754	5,068	5,382	5,691	5,996	6,295	6,585

$\int_2^3 x^2 * \cos\left(\frac{x}{4}\right) dx \approx h * (y_1+y_2+y_3+y_4+y_5+y_6+y_7+y_8+y_9+y_{10}) = \frac{3-2}{10} * (3{,}816 + 4{,}126 + 4{,}439 + 4{,}754 + 5{,}068 + 5{,}382 + 5{,}691 + 5{,}996 + 6{,}295 + 6{,}585) = 5{,}2152$
– метод «правых» прямоугольников;

$\int_2^3 x^2 * \cos\left(\frac{x}{4}\right) dx \approx h * (y_0+y_1+y_2+y_3+y_4+y_5+y_6+y_7+y_8+y_9) = \frac{2-3}{10} * (3{,}510 + 3{,}816 + 4{,}126 + 4{,}439 + 4{,}754 + 5{,}068 + 5{,}382 + 5{,}691 + 5{,}996 + 6{,}295) = 4{,}9077$ –
метод "левых" прямоугольников

$$\frac{4{,}9077 + 5{,}2152}{2} = 5{,}06145.$$

2. Метод трапеции

$\int_2^3 x^2 * \cos\left(\frac{x}{4}\right) dx \approx h * \left(y_0 + \frac{y_1+y_{10}}{2} + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 + y_7 + y_8 + y_9\right) = 0{,}1 * \left(3{,}510 + \frac{3{,}51+6{,}585}{2} + 4{,}126 + 4{,}439 + 4{,}754 + 5{,}068 + 5{,}382 + 5{,}691 + 5{,}996 + 6{,}295\right) = 5{,}06145.$

Задание 7. Решение дифференциальных уравнений методом Эйлера

$$yy' + x = 1$$

a=0.1	$y_0 = 1$
b=1.1	*h=0.1*

$$y' = \frac{1 - x}{y} = f(x, y)$$

	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1
y	1	1,09	1,1634	1,2236	1,2726	1,3119	1,3424	1,3648	1,3794	1,3866	1,3866
	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}

$$y_i = y_{i-1} + h * f(x_{i-1}; y_{i-1})$$

$$y_1 = 1 + 0.1 * \frac{1-0.1}{1} = 1{,}09$$

$$y_2 = 1{,}09 + 0.1 * \frac{1-0{,}2}{1{,}09} = 1{,}1634$$

$$y_3 = 1{,}1634 + 0.1 * \frac{1-0{,}3}{1.1634} = 1{,}2236$$

$$y_4 = 1{,}2236 + 0.1 * \frac{1-0{,}4}{1.2236} = 1{,}2726$$

$$y_5 = 1{,}2726 + 0.1 * \frac{1-0{,}5}{1.2726} = 1{,}3119$$

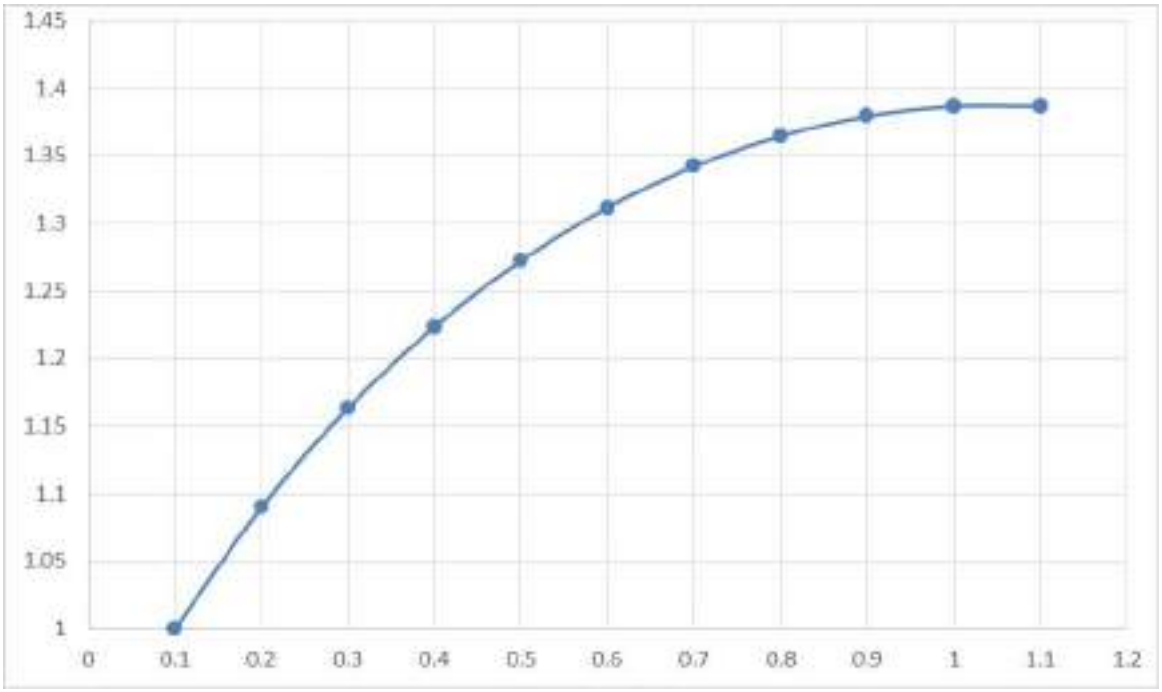
$$y_6 = 1{,}3119 + 0.1 * \frac{1-0{,}6}{1{,}3119} = 1{,}3424$$

$$y_7 = 1{,}3424 + 0.1 * \frac{1-0{,}7}{1{,}3424} = 1{,}3648$$

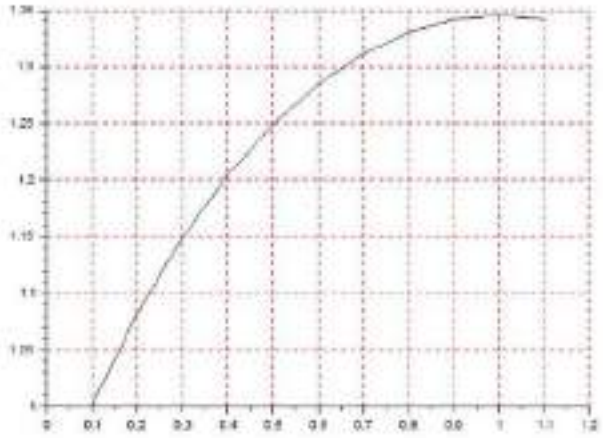
$$y_8 = 1{,}3648 + 0.1 * \frac{1-0{,}8}{1{,}3648} = 1{,}3794$$

$$y_9 = 1{,}3794 + 0.1 * \frac{1-0{,}9}{1{,}3794} = 1{,}3866$$

$$y_{10} = 1{,}3866 + 0.1 * \frac{1-1}{1{,}3866} = 1{,}3866$$



С помощью программы Scilab выполняем расчет методом Эйлера:



СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вержбицкий В. М. Основы численных методов./В. М. Вержбицкий. –М.: Высш. шк., 2002.
2. Турчак Л. И. Основы численных методов/ Л. И. Турчак. – М.: Наука, 1987.
3. Агальцов В. П. Математические методы в программировании: учебник / В. П. Агальцов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: ИД «ФОРУМ», 2010. – 240 с. (Профессиональное образование).
4. Информационно-справочная система «В помощь студентам». Форма доступа: http://window.edu.ru
5. Алексеев Е. Р. Scilab: Решение инженерных и математических задач / Е. Р. Алексеев, О.В.Чеснокова, Е. А.Рудченко. _ М. : ALT Linux ; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. _ 260 с. (Библиотека ALT Linux).
6. Лапчик М. П. Численные методы : учеб. пособие для студ. вузов / М. П. Лапчик, М. И. Рагулина, Е. К. Хеннер.— М. : Академия, 2009.— 384 с.
7. Раевская Л.Т., ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ И ПРИКЛАДНЫЕ ПРОГРАММЫ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКЕ И ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ: учеб. пособие /Л. Т. Раевская, А. Л. Карякин.- Урал. гос. горный ун-т. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2021. – 128 с.

Министерство науки и высшего образования
ФБГОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

П. А. Осипов

КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Методические указания по организации самостоятельной работы для обучающихся специальности 21.05.04 Горное дело, специализации электрификация и автоматизация горного производства

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

Введение 3

1. Тематический план дисциплины 4

2. Тематика лабораторных, практических работ 5

3. Вопросы к экзамену по дисциплине 7

4. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины 9

5. Перечень ресурсов информационнотелекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины 9

6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационнх справочных систем 9

ВВЕДЕНИЕ

Методические указания по самостоятельной работе студентов (СРС) определяют виды, требования к выполнению и отчетности, рекомендации по выполнению СРС.

Целью методических рекомендаций является повышение эффективности процесса обучения по основной образовательной программе путем правильной организации и выполнения самостоятельной работы.

Самостоятельная работа есть планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская деятельность студентов, осуществляемая, в основном, во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. В настоящих методических указаниях предметом является самостоятельная учебная работа.

Основными видами самостоятельной учебной работы являются:

самовоспроизводящая – самостоятельное прочтение, просмотр, конспектирование учебной литературы и информации Интернет-ресурсов, прослушивание лекций, аудио- и видеоматериалов, заучивание, пересказ, запоминание, повторение учебного материала и др.;

поисковая – подготовка сообщений, докладов, выступлений на семинарских и практических занятиях, подбор литературы по дисциплинарным проблемам и литературы по теме рефератов, контрольных и курсовых работ и др.;

творческая – написание рефератов, выполнение курсового проекта, подготовка выпускной работы (проекта), выполнение специальных заданий и др.

Самостоятельная учебная работа включает в себя:

- подготовку к аудиторным занятиям (лекциям, практическим, семинарским, лабораторным работам и др.) и выполнение соответствующих заданий;
- самостоятельную работу над отдельными темами учебных дисциплин в соответствии с учебно-тематическими планами;
- написание рефератов, докладов, эссе;
- подготовку ко всем видам практики и выполнение предусмотренных ими заданий;
- выполнение письменных контрольных и курсовых работ;
- подготовку ко всем видам контрольных испытаний, в том числе к коллоквиумам, экзаменам и зачетам, тестированию и интернет-тестированию, государственным экзаменам;
- подготовку к итоговой государственной аттестации, в том числе выполнение выпускной квалификационной работы (проекта) или магистерской диссертации;
- другие виды учебной деятельности, организуемой и осуществляемой вузом, факультетом или кафедрой.

Виды заданий для выполнения самостоятельной работы: сообщение или доклад на семинарском занятии, реферат, расчетно-графическая работа, курсовая работа и курсовой проект, выпускная квалификационная работа, магистерская диссертация. Темы заданий для выполнения учебной самостоятельной работы студентов указывает преподаватель.

Методические рекомендации к планированию и выполнению самостоятельной учебной работы

Приступая к изучению учебной дисциплины, следует ознакомиться с рабочей учебной программой или тематическим планом дисциплины (табл. 1), перечнем обязательной и дополнительной учебной, научной и методической литературы (раздел 4), получить в библиотеке рекомендованные учебники и учебно-методические пособия, завести новую тетрадь для конспектирования лекций и работы с первоисточниками.

Вопросы для экзамена, указанные в настоящих методических указаниях (раздел 3), могут быть использованы студентом для углубленного изучения содержания дисциплины. Студент имеет право выбирать дополнительно интересующие его темы для самостоятельной работы.

Студентам должны самостоятельно выполнять индивидуальные письменные задания и упражнения, предлагаемые при подготовке к учебным занятиям.

Серьезная организованная работа по подготовке к семинарским занятиям, написанию письменных работ значительно облегчит подготовку к экзаменам и зачетам. При подготовке к зачету, экзамену студент должен повторить, как правило, ранее изученный материал. В этот период играют большую роль подготовленные заранее записи и конспекты.

Контрольная работа (КР) предназначена для выработки умения дать лаконичный аргументированный полный ответ на вопрос изучаемого курса, снабженный выводами. Как правило, она выполняется студентами, обучающимися по заочной форме обучения. Написание ее требует самостоятельности и ответственного отношения, способности работать с литературой по проблеме, знаний истории и теории вопроса, основных теоретических положений. Успешное выполнение контрольной работы учитывается при выставлении экзаменационной оценки. Объем работы не должен превышать 8-10 страниц печатного или рукописного текста, и содержать титульный лист, основную часть работы, список использованной литературы.

Расчетно-графическая работа (РГР) содержит задание на выполнение законченного инженерного расчета по выбору или проверке узлов или составных частей электротехнических систем в составе электротехнического комплекса.

Термин *реферат* (Р) имеет два смысла, во-первых, это краткое изложение содержания документа или его части, научной работы, включающее основные фактические сведения и выводы, необходимые для первоначального ознакомления с источниками и определения целесообразности обращения к ним и, во-вторых, это вид самостоятельной работы студента, под которым понимается краткое изложение в письменном виде или в форме публичного доклада содержания книги, учения, научного исследования и т.п., другими словами, это доклад на определенную тему, освещающий её вопросы на основе обзора литературы и других источников.

Рефераты в как вид самостоятельной работы студента оцениваются по следующим основным критериями: актуальность содержания, теоретический уровень, глубина и полнота анализа фактов, явлений, проблем, относящихся к теме; информационная насыщенность, новизна, оригинальность изложения вопросов; простота и доходчивость изложения; структурная организованность, логичность, грамматическая правильность и стилистическая выразительность; убедительность, аргументированность, практическая значимость и теоретическая обоснованность предложений и выводов.

Для выполнения самостоятельной работы других видов – курсовой работы и проекта, выпускной квалификационной работы, имеются соответствующие методические указания.

1. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 1 – Тематический план дисциплины

№	Наименование, раздела и темы	Самостоятельная работа, часов		Литература (страницы)
		очная	заочная	
1	Понятие, функции, классификация и эволюция операционных систем. Компоненты операционных систем: ядро, загрузчик, интерпретатор команд, драйверы устройств, встроенное программное обеспечение.	1	5	[1] с. 13…28, 57…86 [4] с. 11…15
2	Понятие операционной среды и прикладного интерфейса программирования. Вычислительный процесс и ресурс. Прерывания. Мультипрограммирование и	1	5	[1] с. 32…39, 124…131 [4] с. 16…30

№	Наименование, раздела и темы	Самостоятельная работа, часов		Литература (страницы)
		очная	заочная	
	многозадачность.			
3	Диаграмма состояний процессора. Процессы и задачи. Последовательный вычислительный процесс. Разделение ресурсов. Управление задачами, памятью и вводом-выводом в операционных системах. Файловые системы.	1	5	[1] с. 87...97, 106 -118 [4] с. 30…46, 163…208
4	Организация параллельных взаимодействующих вычислений: семафоры, мьютексы, мониторы, почтовый ящики, конвейеры, очереди.	1	5	[1] с. 87...97, 140…157 [4] с. 209…246
5	Определение, функции и состав операционных систем реального времени. Принципы построения операционных систем реального времени.	1	5	[1] с. 92...93, 119…123 [4] с. 340…351
6	Понятие, функции, классификация и эволюция компьютерных сетей. Глобальные и локальные компьютерные сети.	1	5	[2] с. 24...37, [5] с. 16…62
7	Совместное использование ресурсов. Сетевые операционные системы, службы, сервисы, интерфейсы и приложения.	1	5	[2] с. 40...52, [5] с. 368…416
8	Физическая передача данных по линиям связи: кодирование и характеристики физических каналов.	1	5	[2] с. 52...54, 256…282 [5] с. 31…57
9	Топология физических связей. Адресация узлов сети. Коммутация и маршрутизация.	1	5	[2] с. 55...75 [5] с. 31…57
10	Сети TCP/IP: типы адресов стека, формат IP-адреса, система DNS.	1	5	[2] с. 482...656, [5] с. 418…439
11	Понятие, функции, классификация и эволюция баз данных. Реляционная алгебра.	1	5	[3] с. 4…7
12	Реляционная модель данных. Определение реляционной базы данных и отношения, атрибута, кортежа, первичного ключа.	1	5	[3] с. 7…11
13	Проектирование баз данных. Концепция функциональных зависимостей.	1	5	[3] с. 11…17
14	Нормализация. Декомпозиция. Первая нормальная форма. Нормальная форма Бойса-Кодда.	1	5	[3] с. 18…27
15	Определение, функции, классификация и эволюция системы управления базами данных.	1	5	[3] с. 28…30
16	Современные системы управления базами данных. Понятие о языке запросов SQL.	2	8	[3] с. 34…54
17	Выполнение курсовой работы «Проектирование реляционной базы данных»	36	36	[3] с. 1…80

* см. методические указания к контрольной работе

2. ТЕМАТИКА ЛАБОРАТОРНЫХ, ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

Таблица 2 – Перечень лабораторных работ

Номер раздела и темы	Наименование тем лабораторных работ	Трудоемкость, час	
		очная	заочная
1.4	Взаимоисключение доступа к дисплею при помощи семафора	2	
1.4	Реализация взаимоисключения при помощи задачи — монитора	2	
3.1, 3.2, 3.3	Определение имен и типов данных атрибутов отношения реляционной базы данных. Концепция функциональных зависимостей.	6	
3.4	Первая нормальная форма 1НФ отношения реляционной базы данных	1	
3.4	Нормальная форма Бойса-Кодда НФБК отношения реляционной базы данных	1	
3.5	Изучение СУБД Apache OpenOffice Base 4.1.2	2	
3.6	Реализация отношения реляционной базы данных НФБК в СУБД Apache OpenOffice Base 4.1.2. Создание таблиц и схемы данных	2	
3.6	Создание запросов на выборку, удаление, обновление, добавление данных и формирование новых таблиц	2	
3.6	Создание простых форм. Элементы управления на формах. Списки и поля со списком. Создание отчетов.	2	
Итого:		16	

Таблица 3 – Перечень практических работ

Номер раздела и темы	Наименование тем практических работ	Трудоёмкость, час	
		очная	заочная
1.2	Несинхронизированная параллельная работа задач	1	0,5
1.2	Синхронизация задач при помощи механизма рандеву (критическая секция отсутствует)	1	0,5
1.3	Синхронизация задач при помощи механизма рандеву (имеется критическая секция)	1	
1.3	Синхронизация задач при помощи рандеву (сообщение поступает от задачи потребитель)	1	
1.4	Обмен данными при помощи буферизующей задачи	2	1
1.5	Система задач производитель — кольцевой буфер — потребитель с возможностью потери данных	1	

Номер раздела и темы	Наименование тем практических работ	Трудоёмкость, час	
		очная	заочная
1.5	Система задач производитель — кольцевой буфер — потребитель без потери данных	1	
2.1	Изучение конфигурации вычислительной сети	2	
2.2	Маршрутизация в вычислительных сетях	2	
2.3	Изучение утилит TCP/IP в ОС Windows	4	2
3.4	Первая нормальная форма 1НФ отношения реляционной базы данных		1
3.4	Нормальная форма Бойса-Кодда НФБК отношения реляционной базы данных		1
3.6	Реализация отношения реляционной базы данных НФБК в СУБД Apache OpenOffice Base 4.1.2. Создание таблиц и схемы данных		1
3.6	Создание запросов на выборку, удаление, обновление, добавление данных и формирование новых таблиц		0,5
3.6	Создание простых форм. Элементы управления на формах. Списки и поля со списком. Создание отчетов.		0,5
Итого:		16	8

3. ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Дать определение операционной системе.
2. Перечислить основные функции операционных систем.
3. Классификация операционных систем.
4. К какому типу относится операционная система Windows?
5. Этапы эволюция операционных систем и аппаратного обеспечения компьютеров.
6. Перечислить компоненты операционных систем.
7. Назначение и классификация ядер.
8. Основное назначение загрузчика.
9. Типы интерфейсов операционных систем.
10. Назначение встроенного программного обеспечения.
11. Дать понятие операционной среды и прикладного интерфейса программирования.
12. Пояснить концепцию процесса и вычислительного ресурса.
13. Определение процесса и ресурса.
14. Классификация ресурсов.
15. Назначение механизма прерываний.
16. Этапы прерывания.
17. Отличие мультипрограммирования и многозадачности.
18. Изобразить диаграмму состояний процессора.
19. Что такое последовательный процессор и последовательный вычислительный

процесс?
20. Методы разделения ресурсов.
21. Назначение файловых систем.
22. Перечислить средства для организации параллельных взаимодействующих вычислений.
23. Дать определение семафора и монитора.
24. Сравнить семафор и монитор, указать их достоинства и недостатки.
25. Дать определение операционным системам реального времени.
26. Применение операционных систем реального времени.
27. Функции и состав операционных систем реального времени.
28. Отличие операционной системы реального времени от системы не реального времени.
29. Системы «жесткого» и «мягкого» реального времени.
30. Определение компьютерных сетей.
31. Необходимость возникновения компьютерных сетей.
32. Основные функции компьютерных сетей.
33. На стыке каких областей возникли компьютерные сети? Эволюция компьютерных сетей.
34. Какие сети возникли первыми глобальные или локальные?
35. Механизм доступа к периферийному устройству по сети.
36. Состав сетевых операционных систем.
37. Назначение сетевых служб, модулей клиент-сервер.
38. Какие сетевые службы существуют в операционной системы Windows?
39. Типы сетевых приложений.
40. Дать определение среды передачи данных.
41. Классификация сред передачи данных.
42. Отличие дуплексного, симплексного и полудуплексного каналов.
43. Характеристики физических каналов.
44. Определение топологии связей компьютеров.
45. Какая самая популярная топология сетей на сегодняшний день?
46. Какую сетевую топологию лучше использовать для соединения удаленных устройств шахты?
47. Критерии выбора маршрутов в сетях.
48. Задача коммутации и маршрутизации.
49. Модель взаимодействия открытых систем OSI и ее уровни.
50. Стек протоколов TCP/IP как основа для построения сетей.
51. Классы сетей.
52. Формат IP-адреса.
53. Версии протоколов IPv4 и IPv6.
54. Для чего необходимо переходить на версию протокола IPv6?
55. Для чего нужен DNS-сервер?
56. Дать определение базам данных.
57. Отличие данных от информации.
58. Чем вызвана необходимость использовать базы данных?
59. Классификация баз данных.
60. Какой самый популярный тип баз данных на данный момент?
61. Какой самый перспективный тип баз данных на данный момент?
62. Соотношений понятий таблица, столбец и строка для представления в реляционной модели данных и на компьютере.
63. Определение отношения.
64. Что такое кортеж?
65. Что такое первичный ключ и возможный?

66. Цели проектирования баз данных.
67. Определение функциональной зависимости и ее состав.
68. Для чего необходимо составлять функциональные зависимости?
69. Что такое нормализация и декомпозиция?
70. Определение первой нормальной формы.
71. Почему нельзя использовать отношение базы дынных в первой нормальной форме для реализации в системе управления базой данных?
72. Определение нормальной формы Бойса-Кодда.
73. Определение системы управления базами данных.
74. Отличие базы данных от системы управления базой данных?
75. Для чего необходима система управления базой данных?
76. Какие системы управления базами данных лучше клиент-серверные или файл-серверные?
77. Apache OpenOffice Base к какому типу систем управления базами данных относится?
78. MySQL к какому типу систем управления базами данных относится?
79.

4. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1 Основная литература

№ п/п	Наименование
1	Олифер В. Г. Сетевые операционные системы: учебник для вузов / В. Г. Олифер В. Г., Н. А. Олифер. - Санкт-Петербург: Питер, 2002. - 544 с.
2	Олифер В. Г. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы: учебник для вузов / В. Г. Олифер, Н. А. Олифер - 2-е изд. - Санкт-Петербург: Питер, 2003. - 864 с.
3	Реляционные базы данных: учебное пособие / П. А. Осипов, А. Л. Карякин, М. Б. Носырев; Урал. гос. горный ун-т. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2016. – 83 с.

4.2 Дополнительная литература

№ п/п	Наименование
4	Гордеев А. В. Системное программное обеспечение: учебник для вузов / А. В. Гордеев А. В., А. Ю. Молчанов. - Санкт-Петербург: Питер, 2003. - 736 с.
5	Бройдо В. Л. Вычислительные системы, сети и телекоммуникации: учебное пособие для вузов / В. Л. Бройдо - Санкт-Петербург : Питер, 2003. - 688 с.

5. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННОТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Официальный сайт ПО Apache OpenOffice - свободный и открытый офисный пакет – https://www.openoffice.org/ru/

6. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ, ВКЛЮЧАЯ ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ

1. 1. Microsoft Windows 10 Professional
2. 2. Apache Open Office (бесплатный пакет офисных программ)

Информационные справочные системы

ИПС «КонсультантПлюс».

Базы данных

Scopus: база данных рефератов и цитирования.
https://www.scopus.com/customer/profile/display.uri
E-library: электронная научная библиотека: https://elibrary.ru

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Специальность
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль)
Электрификация и автоматизация горного производства

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 3
ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА 4
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ 4
Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса 4
Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам 5
Подготовка и написание контрольной работы 6
Подготовка к выполнению и написанию курсовой работы (проекта) 7
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ 8
Подготовка к зачёту 8
Подготовка к экзамену 8

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студентов – это разнообразные виды деятельности студентов, осуществляемые под руководством, но без непосредственного участия преподавателя в аудиторное и/или внеаудиторное время.

Это особая форма обучения по заданиям преподавателя, выполнение которых требует активной мыслительной, поисково-исследовательской и аналитической деятельности.

Методологическую основу самостоятельной работы студентов составляет деятельностный подход, когда цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, то есть на реальные ситуации, где студентам надо проявить знание конкретной дисциплины, использовать внутрипредметные и межпредметные связи.

Цель самостоятельной работы – закрепление знаний, полученных на аудиторных занятиях, формирование способности принимать на себя ответственность, решать проблему, находить конструктивные выходы из сложных ситуаций, развивать творческие способности, приобретение навыка организовывать своё время

Кроме того самостоятельная работа направлена на обучение студента осмысленно и самостоятельно работать сначала с учебным материалом, затем с научной информацией, заложить основы самоорганизации и самовоспитания с тем, чтобы привить умение в дальнейшем непрерывно повышать свой профессиональный уровень.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирование практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развитие исследовательских умений;
- получение навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;
- уровень образования и степень подготовленности студентов;
- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

В соответствии с реализацией рабочей программы дисциплины в рамках самостоятельной работы студенту необходимо выполнить следующие виды работ:

для подготовки ко всем видам текущего контроля:

- повторение материала лекций;
- самостоятельное изучение курса;
- подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам;
- подготовка к контрольной работе, написание контрольной работы;
- выполнение и написание курсовой работы (проекта);

для подготовки ко всем видам промежуточной аттестации:

- подготовка к зачёту;
- подготовка к экзамену.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов как online, так и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита контрольных и курсовых работ (проектов), защита зачётных работ в виде доклада с презентацией и др.

Текущий контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

Промежуточный контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного для сдачи экзамена / зачёта.

В методических указаниях по каждому виду контроля представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса

Лекционный материал по дисциплине излагается в виде устных лекций преподавателя во время аудиторных занятий. Самостоятельная работа студента во время лекционных аудиторных занятий заключается в ведении записей (конспекта лекций).

Конспект лекций, выполняемый во время аудиторных занятий, дополняется студентом при самостоятельном внеаудиторном изучении некоторых тем курса. Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка основной и дополнительной литературы к дисциплине.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины приведён в рабочей программе дисциплины.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на повторение материала лекций и самостоятельное изучение тем курса:

для овладения знаниями:

- конспектирование текста;
- чтение основной и дополнительной литературы;
- составление плана текста;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- повторная работа над учебным материалом;
- составление таблиц для систематизации учебного материала;
- изучение нормативных материалов;
- составление плана и тезисов ответа на вопросы для самопроверки;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

для формирования навыков и умений:

- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

Вопросы для самопроверки приведены учебной литературе по дисциплине или могут быть предложены преподавателем на лекционных аудиторных занятиях после изучения каждой темы.

Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам

Практические занятия по дисциплине выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций, а также умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач.

На практических занятиях происходит закрепление теоретических знаний, полученных в ходе лекций, осваиваются методики и алгоритмы решения типовых задач по образцу и вариантных задач, разбираются примеры применения теоретических знаний для практического использования, выполняются доклады с презентацией по определенным учебно-практическим, учебно-исследовательским или научным темам с последующим их обсуждением.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к практическим занятиям:

для овладения знаниями:

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- подготовка публичных выступлений;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

для формирования навыков и умений:

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;

– рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

Лабораторные занятия по дисциплине выступают средством формирования у студентов навыков работы с использованием лабораторного оборудования, планирования и выполнения экспериментов, оформления отчётной документации по выполнению лабораторных работ.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к лабораторным занятиям:

для овладения знаниями:

– изучение методик работы с использованием различных видов и типов лабораторного оборудования;
– изучение правил безопасной эксплуатации лабораторного оборудования;
– работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

для закрепления и систематизации знаний:

– составление плана проведения эксперимента;
– составление отчётной документации по результатам экспериментирования;
– аналитическая обработка результатов экспериментов.

для формирования навыков и умений:

– выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
– оформление отчётной документации по выполнению лабораторных работ.

Подготовка и написание контрольной работы

Контрольная работа – индивидуальная деятельность обучающегося по концентрированному выражению накопленного знания, обеспечивает возможность одновременной работы всем обучающимся за фиксированное время по однотипным заданиям, что позволяет преподавателю оценить всех обучающихся. Контрольная работа является средством проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к контрольной работе:

для овладения знаниями:

– чтение основной и дополнительной литературы;
– работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

для закрепления и систематизации знаний:

– работа с конспектом лекций;
– ответы на вопросы для самопроверки.

для формирования навыков и умений:

– решение задач по образцу и вариативных задач;
– выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
– оформление отчётной документации по выполнению контрольной работы.

Контрольная работа может быть выполнена в виде доклада с презентацией.

Доклад с презентацией – это публичное выступление по представлению полученных результатов знаний по определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной теме.

При подготовке доклада с презентацией обучающийся должен продемонстрировать умение самостоятельного изучения отдельных вопросов, структурирования основных положений рассматриваемых проблем, публичного выступления, позиционирования себя перед коллективом, навыки работы с библиографическими источниками и оформления научных текстов.

В ходе подготовки к докладу с презентацией обучающемуся необходимо:

- выбрать тему и определить цель выступления;
- осуществить сбор материала к выступлению;
- организовать работу с источниками;
- -во время изучения источников следует записывать вопросы, возникающие по мере ознакомления, ключевые слова, мысли, суждения; представлять наглядные примеры из практики;
- сформулировать возможные вопросы по теме доклада, подготовить тезисы ответов на них;
- обработать материал и представить его в виде законченного доклада и презентации.

При выполнении контрольной работы в виде доклада с презентацией самостоятельная работа студента включает в себя:

для овладения знаниями:

- чтение основное и дополнительной литературы по заданной теме доклада;
- составление плана доклада;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей по теме доклада

для закрепления и систематизации знаний:

- составление плана и тезисов презентации по теме доклада;
- составление презентации;
- составление библиографического списка по теме доклада;
- подготовка к публичному выступлению;
- составление возможных вопросов по теме доклада и ответов на них.

для формирования навыков и умений:

- публичное выступление;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Варианты контрольных работ и темы докладов приведены в комплекте оценочных средств дисциплины.

Подготовка к выполнению и написанию курсовой работы (проекта)

Курсовая работа (проект) – форма контроля для демонстрации обучающимся умений работать с объектами изучения, критическими источниками, справочной и энциклопедической литературой, логично и грамотно излагать собственные умозаключения и выводы, обосновывать и строить априорную модель изучаемого объекта или процесса, создавать содержательную презентацию выполненной работы.

При выполнении и защите курсовой работы (проекта) оценивается умение самостоятельной работы с объектами изучения, справочной литературой, логично и грамотно излагать собственные умозаключения и выводы, обосновывать выбранную технологическую схему и принятый тип и количество оборудования, создавать содержательную презентацию выполненной работы (пояснительную записку и графический материал).

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к курсовой работе (проекту):

для овладения знаниями:

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- составление плана выполнения курсовой работы (проекта);
- составление списка использованных источников.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа учебно-методическими материалами по выполнению курсовой работы (проекта);
- изучение основных методик расчёта технологических схем, выбора и расчёта оборудования;
- подготовка тезисов ответов на вопросы по тематике курсовой работы (проекта).

для формирования навыков и умений:

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, компоновочных чертежей;
- оформление текстовой и графической документации.

Тематика курсовых работ (проектов) приведены в комплекте оценочных средств дисциплины.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Подготовка к зачёту

Зачёт по дисциплине может быть проведён в виде теста или включать в себя защиту контрольной работы (доклад с презентацией).

Тест – это система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.

При самостоятельной подготовке к зачёту, проводимому в виде теста, студенту необходимо:

- проработать информационный материал (конспект лекций, учебное пособие, учебник) по дисциплине; проконсультироваться с преподавателем по вопросу выбора дополнительной учебной литературы;
- выяснить условия проведения теста: количество вопросов в тесте, продолжительность выполнения теста, систему оценки результатов и т. д.;
- приступая к работе с тестом, нужно внимательно и до конца прочитать вопрос и предлагаемые варианты ответов, выбрать правильные (их может быть несколько), на отдельном листке ответов вписать цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам.

В процессе выполнения теста рекомендуется применять несколько подходов в решении заданий. Такая стратегия позволяет максимально гибко оперировать методами решения, находя каждый раз оптимальный вариант. Не нужно тратить слишком много времени на трудный вопрос, а сразу переходить к другим тестовым заданиям, к трудному вопросу можно обратиться в конце. Необходимо оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

Зачёт также может проходить в виде защиты контрольной работы (доклад с презентацией). Методические рекомендации по подготовке и выполнению доклада с презентацией приведены в п. «Подготовка и написание контрольной работы».

Подготовка к экзамену

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины проводится в форме экзамена.

Билет на экзамен включает в себя теоретические вопросы и практико-ориентированные задания.

Теоретический вопрос – индивидуальная деятельность обучающегося по концентрированному выражению накопленного знания, обеспечивает возможность

одновременной работы всем обучающимся за фиксированное время по однотипным заданиям, что позволяет преподавателю оценить всех обучающихся.

Практико-ориентированное задание – средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по определенной теме.

При самостоятельной подготовке к экзамену студенту необходимо:

- получить перечень теоретических вопросов к экзамену;
- проработать пройденный материал (конспект лекций, учебное пособие, учебник) по дисциплине, при необходимости изучить дополнительные источники;
- составить планы и тезисы ответов на вопросы;
- проработать все типы практико-ориентированных заданий;
- составить алгоритм решения основных типов задач;
- выяснить условия проведения экзамена: количество теоретических вопросов и практико-ориентированных заданий в экзаменационном билете, продолжительность и форму проведения экзамена (устный или письменный), систему оценки результатов и т. д.;
- приступая к работе с экзаменационным билетом, нужно внимательно прочитать теоретические вопросы и условия практико-ориентированного задания;
- при условии проведения устного экзамена составить план и тезисы ответов на теоретические вопросы, кратко изложить ход решения практико-ориентированного задания;
- при условии проведения письменного экзамена дать полные письменные ответы на теоретические вопросы; изложить ход решения практико-ориентированного задания с численным расчётом искомых величин.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ

Специальность
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль)
Электрификация и автоматизация горного производства

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 3
ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА 4
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ 4
Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса 4
Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам 5
Подготовка и написание контрольной работы 6
Подготовка к выполнению и написанию курсовой работы (проекта) 7
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ 8
Подготовка к зачёту 8
Подготовка к экзамену 8

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студентов – это разнообразные виды деятельности студентов, осуществляемые под руководством, но без непосредственного участия преподавателя в аудиторное и/или внеаудиторное время.

Это особая форма обучения по заданиям преподавателя, выполнение которых требует активной мыслительной, поисково-исследовательской и аналитической деятельности.

Методологическую основу самостоятельной работы студентов составляет деятельностный подход, когда цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, то есть на реальные ситуации, где студентам надо проявить знание конкретной дисциплины, использовать внутрипредметные и межпредметные связи.

Цель самостоятельной работы – закрепление знаний, полученных на аудиторных занятиях, формирование способности принимать на себя ответственность, решать проблему, находить конструктивные выходы из сложных ситуаций, развивать творческие способности, приобретение навыка организовывать своё время

Кроме того самостоятельная работа направлена на обучение студента осмысленно и самостоятельно работать сначала с учебным материалом, затем с научной информацией, заложить основы самоорганизации и самовоспитания с тем, чтобы привить умение в дальнейшем непрерывно повышать свой профессиональный уровень.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирование практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развитие исследовательских умений;
- получение навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;
- уровень образования и степень подготовленности студентов;
- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

В соответствии с реализацией рабочей программы дисциплины в рамках самостоятельной работы студенту необходимо выполнить следующие виды работ:

для подготовки ко всем видам текущего контроля:

- повторение материала лекций;
- самостоятельное изучение курса;
- подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам;
- подготовка к контрольной работе, написание контрольной работы;
- выполнение и написание курсовой работы (проекта);

для подготовки ко всем видам промежуточной аттестации:

- подготовка к зачёту;
- подготовка к экзамену.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов как online, так и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита контрольных и курсовых работ (проектов), защита зачётных работ в виде доклада с презентацией и др.

Текущий контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

Промежуточный контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного для сдачи экзамена / зачёта.

В методических указаниях по каждому виду контроля представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса

Лекционный материал по дисциплине излагается в виде устных лекций преподавателя во время аудиторных занятий. Самостоятельная работа студента во время лекционных аудиторных занятий заключается в ведении записей (конспекта лекций).

Конспект лекций, выполняемый во время аудиторных занятий, дополняется студентом при самостоятельном внеаудиторном изучении некоторых тем курса. Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка основной и дополнительной литературы к дисциплине.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины приведён в рабочей программе дисциплины.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на повторение материала лекций и самостоятельное изучение тем курса:

для овладения знаниями:

- конспектирование текста;
- чтение основной и дополнительной литературы;
- составление плана текста;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- повторная работа над учебным материалом;
- составление таблиц для систематизации учебного материала;
- изучение нормативных материалов;
- составление плана и тезисов ответа на вопросы для самопроверки;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

для формирования навыков и умений:

- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

Вопросы для самопроверки приведены учебной литературе по дисциплине или могут быть предложены преподавателем на лекционных аудиторных занятиях после изучения каждой темы.

Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам

Практические занятия по дисциплине выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций, а также умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач.

На практических занятиях происходит закрепление теоретических знаний, полученных в ходе лекций, осваиваются методики и алгоритмы решения типовых задач по образцу и вариантных задач, разбираются примеры применения теоретических знаний для практического использования, выполняются доклады с презентацией по определенным учебно-практическим, учебно-исследовательским или научным темам с последующим их обсуждением.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к практическим занятиям:

для овладения знаниями:

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- подготовка публичных выступлений;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

для формирования навыков и умений:

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;

– рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

Лабораторные занятия по дисциплине выступают средством формирования у студентов навыков работы с использованием лабораторного оборудования, планирования и выполнения экспериментов, оформления отчётной документации по выполнению лабораторных работ.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к лабораторным занятиям:

для овладения знаниями:

– изучение методик работы с использованием различных видов и типов лабораторного оборудования;
– изучение правил безопасной эксплуатации лабораторного оборудования;
– работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

для закрепления и систематизации знаний:

– составление плана проведения эксперимента;
– составление отчётной документации по результатам экспериментирования;
– аналитическая обработка результатов экспериментов.

для формирования навыков и умений:

– выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
– оформление отчётной документации по выполнению лабораторных работ.

Подготовка и написание контрольной работы

Контрольная работа – индивидуальная деятельность обучающегося по концентрированному выражению накопленного знания, обеспечивает возможность одновременной работы всем обучающимся за фиксированное время по однотипным заданиям, что позволяет преподавателю оценить всех обучающихся. Контрольная работа является средством проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к контрольной работе:

для овладения знаниями:

– чтение основной и дополнительной литературы;
– работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

для закрепления и систематизации знаний:

– работа с конспектом лекций;
– ответы на вопросы для самопроверки.

для формирования навыков и умений:

– решение задач по образцу и вариативных задач;
– выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
– оформление отчётной документации по выполнению контрольной работы.

Контрольная работа может быть выполнена в виде доклада с презентацией.

Доклад с презентацией – это публичное выступление по представлению полученных результатов знаний по определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной теме.

При подготовке доклада с презентацией обучающийся должен продемонстрировать умение самостоятельного изучения отдельных вопросов, структурирования основных положений рассматриваемых проблем, публичного выступления, позиционирования себя перед коллективом, навыки работы с библиографическими источниками и оформления научных текстов.

В ходе подготовки к докладу с презентацией обучающемуся необходимо:

- выбрать тему и определить цель выступления;
- осуществить сбор материала к выступлению;
- организовать работу с источниками;
- -во время изучения источников следует записывать вопросы, возникающие по мере ознакомления, ключевые слова, мысли, суждения; представлять наглядные примеры из практики;
- сформулировать возможные вопросы по теме доклада, подготовить тезисы ответов на них;
- обработать материал и представить его в виде законченного доклада и презентации.

При выполнении контрольной работы в виде доклада с презентацией самостоятельная работа студента включает в себя:

для овладения знаниями:

- чтение основное и дополнительной литературы по заданной теме доклада;
- составление плана доклада;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей по теме доклада

для закрепления и систематизации знаний:

- составление плана и тезисов презентации по теме доклада;
- составление презентации;
- составление библиографического списка по теме доклада;
- подготовка к публичному выступлению;
- составление возможных вопросов по теме доклада и ответов на них.

для формирования навыков и умений:

- публичное выступление;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Варианты контрольных работ и темы докладов приведены в комплекте оценочных средств дисциплины.

Подготовка к выполнению и написанию курсовой работы (проекта)

Курсовая работа (проект) – форма контроля для демонстрации обучающимся умений работать с объектами изучения, критическими источниками, справочной и энциклопедической литературой, логично и грамотно излагать собственные умозаключения и выводы, обосновывать и строить априорную модель изучаемого объекта или процесса, создавать содержательную презентацию выполненной работы.

При выполнении и защите курсовой работы (проекта) оценивается умение самостоятельной работы с объектами изучения, справочной литературой, логично и грамотно излагать собственные умозаключения и выводы, обосновывать выбранную технологическую схему и принятый тип и количество оборудования, создавать содержательную презентацию выполненной работы (пояснительную записку и графический материал).

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к курсовой работе (проекту):

для овладения знаниями:

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- составление плана выполнения курсовой работы (проекта);
- составление списка использованных источников.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа учебно-методическими материалами по выполнению курсовой работы (проекта);
- изучение основных методик расчёта технологических схем, выбора и расчёта оборудования;
- подготовка тезисов ответов на вопросы по тематике курсовой работы (проекта).

для формирования навыков и умений:

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, компоновочных чертежей;
- оформление текстовой и графической документации.

Тематика курсовых работ (проектов) приведены в комплекте оценочных средств дисциплины.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Подготовка к зачёту

Зачёт по дисциплине может быть проведён в виде теста или включать в себя защиту контрольной работы (доклад с презентацией).

Тест – это система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.

При самостоятельной подготовке к зачёту, проводимому в виде теста, студенту необходимо:

- проработать информационный материал (конспект лекций, учебное пособие, учебник) по дисциплине; проконсультироваться с преподавателем по вопросу выбора дополнительной учебной литературы;
- выяснить условия проведения теста: количество вопросов в тесте, продолжительность выполнения теста, систему оценки результатов и т. д.;
- приступая к работе с тестом, нужно внимательно и до конца прочитать вопрос и предлагаемые варианты ответов, выбрать правильные (их может быть несколько), на отдельном листке ответов вписать цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам.

В процессе выполнения теста рекомендуется применять несколько подходов в решении заданий. Такая стратегия позволяет максимально гибко оперировать методами решения, находя каждый раз оптимальный вариант. Не нужно тратить слишком много времени на трудный вопрос, а сразу переходить к другим тестовым заданиям, к трудному вопросу можно обратиться в конце. Необходимо оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

Зачёт также может проходить в виде защиты контрольной работы (доклад с презентацией). Методические рекомендации по подготовке и выполнению доклада с презентацией приведены в п. «Подготовка и написание контрольной работы».

Подготовка к экзамену

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины проводится в форме экзамена.

Билет на экзамен включает в себя теоретические вопросы и практико-ориентированные задания.

Теоретический вопрос – индивидуальная деятельность обучающегося по концентрированному выражению накопленного знания, обеспечивает возможность

одновременной работы всем обучающимся за фиксированное время по однотипным заданиям, что позволяет преподавателю оценить всех обучающихся.

Практико-ориентированное задание – средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по определенной теме.

При самостоятельной подготовке к экзамену студенту необходимо:

- получить перечень теоретических вопросов к экзамену;
- проработать пройденный материал (конспект лекций, учебное пособие, учебник) по дисциплине, при необходимости изучить дополнительные источники;
- составить планы и тезисы ответов на вопросы;
- проработать все типы практико-ориентированных заданий;
- составить алгоритм решения основных типов задач;
- выяснить условия проведения экзамена: количество теоретических вопросов и практико-ориентированных заданий в экзаменационном билете, продолжительность и форму проведения экзамена (устный или письменный), систему оценки результатов и т. д.;
- приступая к работе с экзаменационным билетом, нужно внимательно прочитать теоретические вопросы и условия практико-ориентированного задания;
- при условии проведения устного экзамена составить план и тезисы ответов на теоретические вопросы, кратко изложить ход решения практико-ориентированного задания;
- при условии проведения письменного экзамена дать полные письменные ответы на теоретические вопросы; изложить ход решения практико-ориентированного задания с численным расчётом искомых величин.

МИНОБРНАУКИ РФ
ФГБОУ ВО

«Уральский государственный горный университет»

М. Е. Садовников

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И ЭЛЕКТРОННЫЕ АППАРАТЫ

Методические рекомендации и задания к контрольной работе для студентов специальности 21.05.04 «Горное дело», специализации «Электрификация и автоматизация горного производства»

Екатеринбург

Задание

1. Выбрать все электрические аппараты, указанные на схеме (см. рис. 1). При выборе аппаратов считать, что ШР-1 защищается таким же автоматическим выключателем, что и QF1, но его уставки выбраны с учётом требований селективности (эти уставки необходимо определить).
2. Варианты заданий указаны в таблице 1 (задаются преподавателем).
3. Электроаппараты следует выбрать того производителя, который указан в таблице 1.
4. В случае невозможности выбрать какой-либо аппарат заданного в таблице 1 производителя, обоснованно показать это в работе (подтвердить расчётами), и выбрать данный аппарат у другого производителя.
5. Характеристики электроприёмников и расчётные токи короткого замыкания (ТКЗ), в зависимости от выданного варианта задания, приводятся в таблице 1.
6. Считать токи короткого замыкания незначительными для системы.
7. Расчётные токи электроприёмников (ЭП) определить по формуле

$$I_{\text{р}} = \frac{P_{\text{н}}}{\sqrt{3} \cdot U_{1\text{н}} \cdot cos\varphi_{\text{н}} \cdot \eta_{\text{н}}},$$

где $P_{\text{н}}$ – активная номинальная мощность электродвигателя, кВт; $cos\varphi_{\text{н}}$ – номинальный коэффициент мощности электродвигателя; $\eta_{\text{н}}$ – номинальный КПД электродвигателя, о. е.; $U_{1\text{н}}$ – номинальное напряжение электродвигателя, кВ.

8. Суммарный ток двух ЭП принять как сумму их номинальных токов.
9. Пиковый ток каждого из ЭП определить по формуле

$$I_{\text{пуск}} = K_{\text{п}} \cdot I_{\text{р}},$$

где $K_{\text{п}}$ – кратность пускового тока электродвигателя.

10. $\cos\varphi_{\text{н}}$, $\eta_{\text{н}}$, $K_{\text{п}}$ определить по [1], по заданной в таблице 1 марке двигателя.
11. При выполнении работы использовать методику, приведённую в пп 5.5.2...5.5.5 [2], пп 9.1…9.5 [3] и каталоги изготовителей электроаппаратов, приведённые на сайтах изготовителей оборудования (ссылки на сайты приведены в таблице 1).
12. К работе, в обязательном порядке, в качестве приложения добавить копии каталожных данных по выбираемым аппаратам, по всем используемым при выборе переменным.
13. Отчёт оформить в соответствии с требованиями [4].

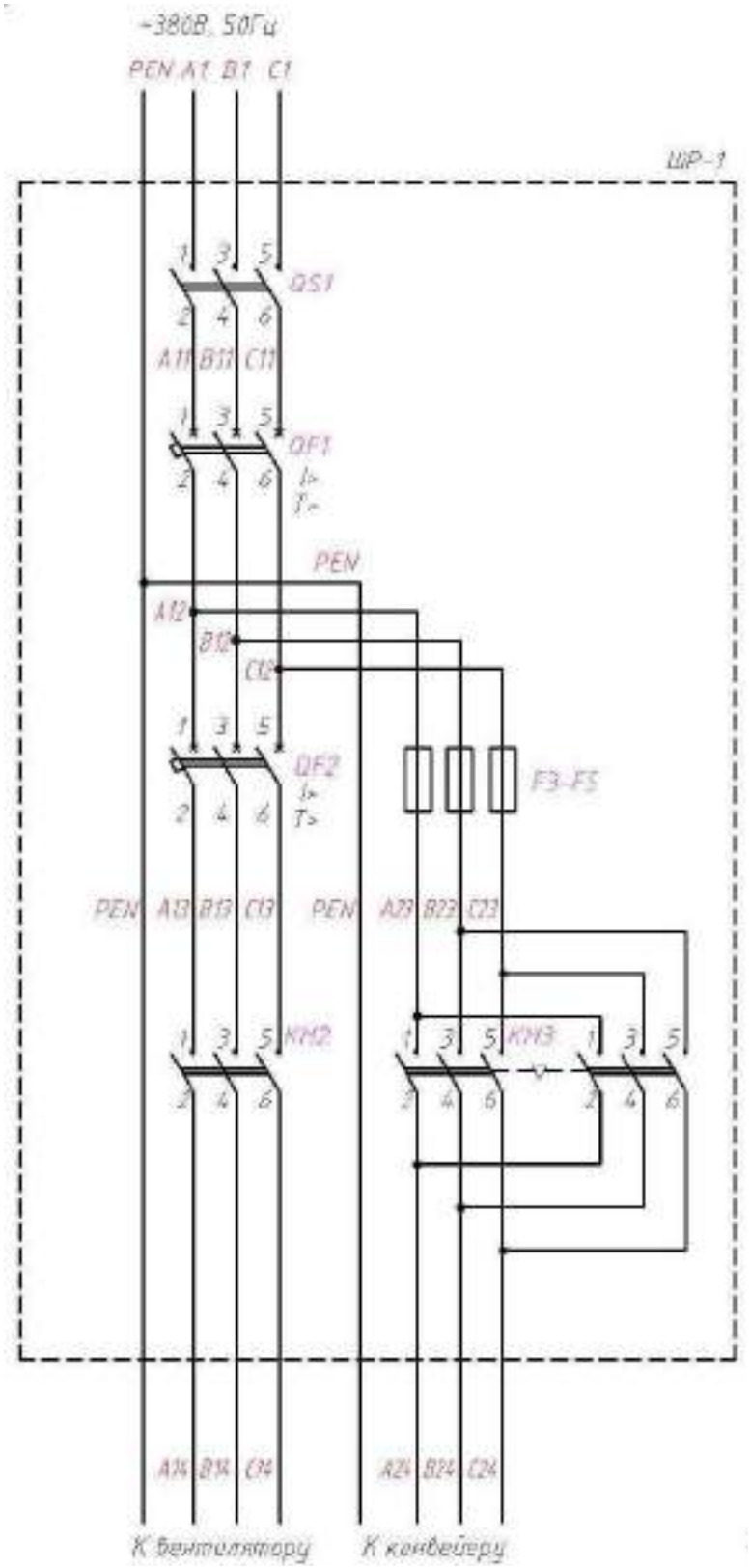


Рисунок 1 - Схема электрическая принципиальная ШР-1

Таблица 1 - Варианты заданий контрольной работы

Вариант	Изготовитель электроаппаратов	Технологическое оборудование	Тип двигателя	Однофазный ТКЗ на зажимах двигателя, кА	Однофазный ТКЗ в конце участка защиты QF1, кА	Трёхфазный ТКЗ на верхних губках рубильника QS1, кА
1	**ABB** http://new.abb.com/ru	Вентилятор	4А132S4У3	0,4	28	44
		Конвейер	4А280М2У3	7		
2	**ИЭК** http://www.iek.ru/	Насос	4А80В4У3	0,6	25	41
		Конвейер	4А355S6У3	6,5		
3	**EKF** http://ekfgroup.com/	Грохот	4А100S4У3	0,7	18	33
		Конвейер	4А315М6У3	6		
4	**ДЗНВА** (автоматические выключатели) http://www.dznva.ru/ **ОАО «Коренёвский завод низковольтной аппаратуры»** (предохранители) http://www.nva-korenevo.ru/ **КЭАЗ** (контакторы) https://keaz.ru/	Питатель	4А112М4У3	0,8	22	32
		Конвейер	4А315S6У3	5,5		
5	**Schneider Electric** http://www.schneider-electric.ru/ru/	Вентилятор	4А160S4У3	0,95	30	45
		Конвейер	4А250М4У3	5		
6	**OEZ** http://www.oez.ru/	Насос	4А160М2У3	1	17	26
		Конвейер	4А250S4У3	4,5		
7	**КЭАЗ** https://keaz.ru/	Грохот	4А180М6У3	1,1	26	35
		Конвейер	4А225М4У3	4		
8	**Moeller (EATON)** http://www.eaton.ru/EatonRU/ProductsServices/Electrical/index.htm	Питатель	4А132М4У3	1,2	15	23

Список литературы

1. Кравчик А. Э. Асинхронные двигатели серии 4А: справочник [Текст]: А. Э. Кравчик, М. М. Шлаф, В. И. Афонин [и др.]. – М.: Энергоиздат, 1982. – 504 с.: ил.
2. Электроснабжение и электрооборудование горного производства. Часть 1 [Текст]: учебное пособие / М. Е. Садовников; Уральский гос. горный ун-т. – Екатеринбург: УГГУ, 2016. – 229 с.
3. Электроснабжение и электрооборудование горного производства. Часть 2 [Текст]: учебное пособие / М. Е. Садовников; Уральский гос. горный ун-т. – Екатеринбург: УГГУ, 2016. – 191 с.
4. Садовников М. Е. Единые требования по оформлению текстовых и графических документов на кафедре ЭГП [Текст]: учебно-метод. пособие для студентов очного и заочного обучения / сост.: М. Е. Садовников, А. Л. Карякин, Х. Б. Юнусов; Уральский гос. горный ун-т. - Екатеринбург: УГГУ, 2018. - 31 с.

МИНОБРНАУКИ РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

М. Е. Садовников

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И ЭЛЕКТРОННЫЕ АППАРАТЫ

Методические указания по организации самостоятельной работы для обучающихся специальности 21.05.04 «Горное дело», специализации «Электрификация и автоматизация горного производства»

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

Введение 3
1. Тематический план дисциплины 4
2. Тематика лабораторных, практических работ. 5
3. Вопросы к экзамену по дисциплине 6
4. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины 8
4.1. Основная литература 8
4.2. Дополнительная литература 8
5. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины. 9
6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем ……10

ВВЕДЕНИЕ

Методические указания по самостоятельной работе студентов (СРС) определяют виды, требования к выполнению и отчетности, рекомендации по выполнению СРС.

Целью методических рекомендаций является повышение эффективности процесса обучения по основной образовательной программе путем правильной организации и выполнения самостоятельной работы.

Самостоятельная работа есть планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская деятельность студентов, осуществляемая, в основном, во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. В настоящих методических указаниях предметом является самостоятельная учебная работа.

Основными видами самостоятельной учебной работы являются:

самовоспроизводящая – самостоятельное прочтение, просмотр, конспектирование учебной литературы и информации Интернет-ресурсов, прослушивание лекций, аудио- и видеоматериалов, заучивание, пересказ, запоминание, повторение учебного материала и др.;

поисковая – подготовка сообщений, докладов, выступлений на семинарских и практических занятиях, подбор литературы по дисциплинарным проблемам и литературы по теме рефератов, контрольных и курсовых работ и др.;

творческая – написание рефератов, выполнение курсового проекта, подготовка выпускной работы (проекта), выполнение специальных заданий и др.

Самостоятельная учебная работа включает в себя:

- подготовку к аудиторным занятиям (лекциям, практическим, семинарским, лабораторным работам и др.) и выполнение соответствующих заданий;
- самостоятельную работу над отдельными темами учебных дисциплин в соответствии с учебно-тематическими планами;
- написание рефератов, докладов, эссе;
- подготовку ко всем видам практики и выполнение предусмотренных ими заданий;
- выполнение письменных контрольных и курсовых работ;
- подготовку ко всем видам контрольных испытаний, в том числе к коллоквиумам, экзаменам и зачетам, тестированию и интернет-тестированию, государственным экзаменам;
- подготовку к итоговой государственной аттестации, в том числе выполнение выпускной квалификационной работы (проекта) или магистерской диссертации;
- другие виды учебной деятельности, организуемой и осуществляемой вузом, факультетом или кафедрой.

Виды заданий для выполнения самостоятельной работы: сообщение или доклад на семинарском занятии, реферат, расчетно-графическая работа, курсовая работа и курсовой проект, выпускная квалификационная работа, магистерская диссертация. Темы заданий для выполнения учебной самостоятельной работы студентов указывает преподаватель.

Методические рекомендации к планированию и выполнению самостоятельной учебной работы

Приступая к изучению учебной дисциплины, следует ознакомиться с рабочей учебной программой или тематическим планом дисциплины (табл. 1), перечнем обязательной и дополнительной учебной, научной и методической литературы (раздел 4), получить в библиотеке рекомендованные учебники и учебно-методические пособия, завести новую тетрадь для конспектирования лекций и работы с первоисточниками.

Вопросы для экзамена, указанные в настоящих методических указаниях (раздел 3), могут быть использованы студентом для углубленного изучения содержания дисциплины. Студент имеет право выбирать дополнительно интересующие его темы для самостоятельной работы.

Студентам должны самостоятельно выполнять индивидуальные письменные задания и упражнения, предлагаемые при подготовке к учебным занятиям.

Серьезная организованная работа по подготовке к семинарским занятиям, написанию письменных работ значительно облегчит подготовку к экзаменам и зачетам. При подготовке к зачету, экзамену студент должен повторить, как правило, ранее изученный материал. В этот период играют большую роль подготовленные заранее записи и конспекты.

Контрольная работа (КР) предназначена для выработки умения дать лаконичный аргументированный полный ответ на вопрос изучаемого курса, снабженный выводами. Как правило, она выполняется студентами, обучающимися по заочной форме обучения. Написание ее требует самостоятельности и ответственного отношения, способности работать с литературой по проблеме, знаний истории и теории вопроса, основных теоретических положений. Успешное выполнение контрольной работы учитывается при выставлении экзаменационной оценки. Объем работы не должен превышать 8-10 страниц печатного или рукописного текста, и содержать титульный лист, основную часть работы, список использованной литературы.

Расчетно-графическая работа (РГР) содержит задание на выполнение законченного инженерного расчета по выбору или проверке узлов или составных частей электротехнических систем в составе электротехнического комплекса.

Термин *реферат* (Р) имеет два смысла, во-первых, это краткое изложение содержания документа или его части, научной работы, включающее основные фактические сведения и выводы, необходимые для первоначального ознакомления с источниками и определения целесообразности обращения к ним и, во-вторых, это вид самостоятельной работы студента, под которым понимается краткое изложение в письменном виде или в форме публичного доклада содержания книги, учения, научного исследования и т.п., другими словами, это доклад на определенную тему, освещающий её вопросы на основе обзора литературы и других источников.

Рефераты в как вид самостоятельной работы студента оцениваются по следующим основным критериями: актуальность содержания, теоретический уровень, глубина и полнота анализа фактов, явлений, проблем, относящихся к теме; информационная насыщенность, новизна, оригинальность изложения вопросов; простота и доходчивость изложения; структурная организованность, логичность, грамматическая правильность и стилистическая выразительность; убедительность, аргументированность, практическая значимость и теоретическая обоснованность предложений и выводов.

Для выполнения самостоятельной работы других видов – курсовой работы и проекта, выпускной квалификационной работы, имеются соответствующие методические указания.

1. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 1 – Тематический план дисциплины

№	Наименование, раздела и темы	Самостоятельная работа, часов		Литература (страницы)
		очная	заочная	
1	Общие сведения об ЭиЭА. Классификация ЭиЭА	2	2	[1] с. 5…7, [3] с. 5...7
2	Исполнение и область применения ЭиЭА	4	6	Конспект лекций
3	Источники тепла в ЭиЭА	4	6	[1] с. 9...16, [3] с. 59…64
4	Режимы работы (нагрева) ЭиЭА. Нагрев и охлаждение ЭиЭА	3	4	[1] с. 9...17, [3] с. 64…86
5	Термическая стойкость ЭиЭА. Разновидности токов	4	4	

№	Наименование, раздела и темы	Самостоятельная работа, часов		Литература (страницы)
		очная	заочная	
	короткого замыкания. Нагрев ЭиЭА при коротком замыкании			
6	Электродинамическая стойкость ЭиЭА. Электродинамические силы на постоянном и переменном токе. Электродинамические силы при коротком замыкании. Механический резонанс	4	6	[1] с. 79...84, [3] с. 31…57
7	Электрическая дуга. Электрическая дуга постоянного и переменного тока	4	6	[1] с. 57...68, [3] с. 123…181
8	Коммутация электрических цепей. Отключающая способность ЭиЭА. Способы гашения электрической дуги	4	6	
9	Электрические контакты и контактные соединения. Материалы контактов. Износ контактов	4	6	[1] с. 20...26, [3] с. 88…122, 60...68
10	Высоковольтные силовые контактные коммутационные и защитно-коммутационные электроаппараты	4	6	[1] с. 127...149, [3] с. 504…526, 552…618, [4] с. 148...172, [5] с. 3...83
11	Низковольтные силовые контактные коммутационные и защитно-коммутационные электроаппараты	4	6	[1] с. 106...127, [3] с. 308…336, 500…605, *
12	Силовые бесконтактные коммутационные, защитно-коммутационные и силовые преобразовательные аппараты (установки)	4	6	[1] с. 57...60, [2] с. 180...230, [3] с. 455…461
13	Гибридные аппараты постоянного и переменного тока. Бесконтактная коммутация электрических цепей	4	6	[2] с. 318
14	Основные элементы и функциональные узлы систем управления электронных аппаратов	4	6	[2] с. 243...255
15	Силовые защитные аппараты для защиты от внешних и внутренних перенапряжений	4	6	[1] с. 154, 155, [3] с. 629…639
16	Силовые компенсирующие аппараты. Токоограничивающие реакторы	4	6	[1] с. 155, 156, [3] с. 619…629
17	Электроаппараты контроля. Измерительные трансформаторы тока и напряжения	4	6	[1] с. 149...154, [3] с. 640...681
18	Электроаппараты управления. Реле, программируемые логические контроллеры (ПЛК). Электроаппараты сигнализации	4	6	[1] с. 84...97, [3] с. 337...403
19	Магнитные цепи. Законы и схемы замещения для магнитных цепей. Методы расчёта магнитных цепей. Короткозамкнутый виток	6	6	[1] с. 27...56, [3] с. 183…240
20	Расчёт магнитных цепей постоянного и переменного тока	4	5	
21	Выбор ЭиЭА	6	6	[12] с. 101...114, [3] с. 605, 664, 680
22	Эксплуатация ЭиЭА в системах электроснабжения, электропривода и электротранспорта на горных и общепромышленных предприятиях	4	4	

* см. методические указания к контрольной работе

2. ТЕМАТИКА ЛАБОРАТОРНЫХ, ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

Таблица 2 – Перечень лабораторных работ

Номер раздела и темы	Наименование тем лабораторных работ	Трудоёмкость, час	
		очная	заочная
11	Изучение и испытание контакторов переменного и постоянного тока *Литература*: [6] с. 5...19	4	4
11	Плавкие предохранители и электротепловые реле *Литература:* [6] с. 19...43	4	-
18	Программируемые логические контроллеры. *Литература:* [7] с. 4...71	4	-
10, 15...17	Электрические аппараты напряжением выше 1000 В. *Литература:* [5] с. 3...83	4	-
Итого:		16	4

Таблица 3 – Перечень практических работ

Номер раздела и темы	Наименование тем практических работ	Трудоёмкость, час	
		очная	заочная
10, 15...17, 21	Выбор электрических аппаратов напряжением выше 1000 В. *Литература:* Конспект лекций, каталоги на электрические аппараты напряжением выше 1000 В	8	4
2	Выбор исполнения электрических и электронных аппаратов *Литература:* Конспект лекций, нормативно-техническая документация по указанию преподавателя, и каталоги на электрические аппараты	8	-
Итого:		16	4

3. ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

4. Понятие электродинамической силы (ЭС). Направления действия ЭС. Правило левой руки. Правило буравчика. Учет ЭС при расчёте и эксплуатации электрических аппаратов.
5. Электродинамические силы между параллельными проводниками на постоянном токе.
6. Расчёт электродинамических сил. Геометрический коэффициент. Коэффициент формы.
7. Электродинамические силы в кольцевом витке.
8. Учёт электродинамических сил между кольцевыми витками. Взаимодействие проводника с током с ферромагнитной массой.
9. Электродинамические силы на переменном токе.
10. Механический резонанс.
11. ВАХ газового разряда. ВАХ электрической дуги. Статическая и динамические ВАХ.
12. Виды ионизации и деионизации.
13. Распределение напряжения по дуговому столбу свободно горящей дуги. Короткая и длинная дуга.
14. Условия гашения дуги постоянного тока.
15. Перенапряжения при гашении дуги постоянного тока.
16. Особенности горения и гашения дуги переменного тока при активной нагрузке.

17. Особенности горения и гашения дуги переменного тока при сильно индуктивной нагрузке.
18. Способы гашения электрической дуги.
19. Магнитное дутье. Конструктивные решения.
20. Гашение дуги путём соприкосновения столба дуги с поверхностью холодного твердого диэлектрика. Конструктивные решения.
21. Гашение дуги путём повышения давления в дуговом промежутке. Конструктивные решения.
22. Гашение дуги при помощи дутья в дуговом промежутке. Конструктивные решения.
23. Гашение дуги в специальных средах (трансформаторном масле, элегазе, вакууме). Сравнительная характеристика.
24. Гашение дуги в деионизационной решётке М.О. Доливо-Добровольского.
25. Тиристорные пускатели. Достоинства и недостатки. Конструкция.
26. Устройства плавного пуска электродвигателей. Их отличие от тиристорного пускателя. Конструкция.
27. Понятие электрического контакта. Классификация контактов.
28. Материалы, используемые в конструкциях контактов и контактных соединений. Достоинства, недостатки. Области применения.
29. Конструкции контактов и области их применения.
30. Явление электрического контактирования. Переходное сопротивление контакта. Факторы, от которых зависит переходное сопротивление контакта.
31. Понятие износа контактов. Классификация причин износа. Износ контактов при отключении под действием электрических факторов на малых токах. Схемотехнические способы борьбы с износом на малых токах.
32. Износ контактов при отключении под действием электрических факторов на больших токах. Факторы износа.
33. Износ контактов при замыкании.
34. Виды потерь в электрических аппаратах. Потери в проводниках. Поверхностный эффект. Эффект близости.
35. Виды потерь в электрических аппаратах. Потери в деталях из магнитных материалов. Потери в изоляции.
36. Отдача тепла нагретым телом. Основные постулаты. Теплопроводность. Конвекция. Тепловое излучение. Коэффициент теплоотдачи.
37. Нагрев и охлаждение проводника в длительном режиме работы.
38. Нагрев и охлаждение проводника в кратковременном режиме работы.
39. Нагрев и охлаждение проводника в повторно-кратковременном режиме работы.
40. Нагрев и охлаждение проводника в режиме короткого замыкания. Понятие термической стойкости.
41. Вентильные разрядники и нелинейные ограничители перенапряжения. Назначения. Область применения. Конструкция. Выбор.
42. Трубчатые разрядники. Назначение. Область применения. Конструкция. Выбор.
43. Токоограничивающие реакторы. Назначение. Область применения. Конструкция. Выбор.
44. Элементы магнитной цепи. Схемы замещения магнитных цепей.
45. Законы Ома и Киргофа для магнитной цепи.
46. Особенности расчёта проводимости воздушного зазора.
47. Расчёт тороидальной магнитной цепи, содержащей сталь постоянного сечения и воздушный зазор.
48. Графоаналитический метод расчёта магнитной цепи. Расчёт разветвлённой магнитной цепи.
49. Расчёт магнитной цепи на переменном токе.

50. Учёт влияния короткозамкнутого витка при расчёте магнитной цепи на переменном токе.
51. Разъединители. Назначение. Классификация.
52. Основные параметры разъединителей. Выбор. Типы приводов.
53. Отделители и короткозамыкатели. Назначение. Область применения. Выбор.
54. Недостатки схемы подстанций с отделителем и короткозамыкателем. Условные обозначения. Выбор.
55. Выключатели нагрузки. Назначение. Классификация. Привод.
56. Двухпозиционные и трёхпозиционные выключатели нагрузки. Выключатели нагрузки с пристроенными предохранителями. Выбор выключателей нагрузки.
57. Выключатели. Назначение. Классификация. Выбор.
58. Способы гашения дуги у масляных баковых и маломасляных выключателей.
59. Способы гашения дуги у электромагнитных выключателей.
60. Способы гашения дуги у воздушных выключателей.
61. Схемы дугогасительных камер вакуумных выключателей. Требования к контактам вакуумных выключателей.
62. Способы гашения дуги у элегазовых выключателей.
63. Высоковольтные предохранители. Назначение. Классификация. Выбор.
64. Понятие токоограничения. Конструкция и материалы корпусов и плавких вставок. Металлургический эффект.
65. Измерительные трансформаторы тока. Назначение. Классификация.
66. Основные параметры измерительных трансформаторов тока.
67. Выбор измерительных трансформаторов тока.
68. Измерительные трансформаторы напряжения. Назначение. Классификация. Выбор.
69. Автоматические выключатели низкого напряжения. Назначение. Классификация. Виды встроенных расцепителей. Особенности конструкции.

4. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1 Основная литература

№ п/п	Наименование
1	Электрические и электронные аппараты [Текст]: учебник: в 2 т. Т. 1, Электромеханические аппараты / Е. Г. Акимов, Г. С. Белкин [и др.]; под ред.: А. Г. Годжелло, Ю. К Розанова. - М.: Академия, 2010. – 352 с.: ил.
2	Электрические и электронные аппараты [Текст]: учебник: в 2 т. Т. 2, Силовые электронные аппараты / А. П. Бурман, А. А. Кваснюк [и др.]; под ред. Ю. К. Розанова. - М.: Академия, 2010. – 320 с.: ил.
3	Чунихин А. А. Электрические аппараты [Текст]: общий курс. учебн. для вузов / А. А. Чунихин. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 720 с.: ил.

4.2 Дополнительная литература

№ п/п	Наименование
4	Садовников, М.Е. Электрические и электронные аппараты [Текст]: учебн. пособие для студентов специальности 140604 - “Электропривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов” (ЭГП) очного и заочного обучения. - Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2008. - 83 с.
5	Садовников М. Е. Контакторы, пускатели, электротепловые реле и предохранители [Текст]: учебн. пособие по дисциплине «Электрические и электронные аппараты» для

№ п/п	Наименование
	студентов специальности 140604 - “Электропривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов” (ЭГП) очного и заочного обучения / М. Е. Садовников.- Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2010.- 64 с.
6	Садовников М. Е. Электрические и электронные аппараты [Текст]: методические указания по выполнению лабораторных работ для студентов специальности 140604 - “Электропривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов” (ЭГП) очного и заочного обучения / М.Е. Садовников.- Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2010.- 46 с.
7	Садовников М. Е. Электрические и электронные аппараты [Текст]: методическое пособие к лабораторным работам по дисциплине “Электрические и электронные аппараты” для студентов профилизации 180400-“Электропривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов” (ЭГП) направления 654500 “Электротехника, электромеханика и электротехнологии”.- Изд-во УГГГА, 2004.- 71 с.
8	Садовников М. Е. Учебное пособие к практическим занятиям по дисциплине “Электроника и преобразовательная техника” для студентов профилизации “Электропривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов” (ЭГП) направления 551300 “Электротехника, электромеханика и электротехнологии”: Часть 1.- Изд-во УГГГА, 2000.- 60 с.
9	Садовников М. Е. Учебное пособие к практическим занятиям по дисциплине “Электроника и преобразовательная техника” для студентов профилизации “Электропривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов” (ЭГП) направления 551300 “Электротехника, электромеханика и электротехнологии”: Биполярные и полевые транзисторы. Часть 2.- Изд-во УГГГА, 2000.- 80 с.

5. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО - ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Сайт компании ABB в России - http://new.abb.com/ru

Сайт компании Schneider Electric в России - http://www.schneider-electric.ru/ru/

Сайт компании Siemens в России - https://www.siemens.com/ru/ru/home.html

Сайт компании Mitsubishi Electric в России - https://www.mitsubishielectric.ru/

Сайт компании АО «Уралэлектротяжмаш» - http://www.uetm.ru/

Сайт компании ОАО «Карпинский электромашиностроительный завод» - http://www.aokemz.ru/

Сайт компании АО НПП «Контакт» - http://www.kontakt-saratov.ru/

Сайт компании АО «ГК «Таврида Электрик» - http://www.tavrida.com/ter/

Сайт компании ОАО «Свердловский завод трансформаторов тока» (СЗТТ) - http://www.cztt.ru/main.html

Сайт компании АО «Контактор» - http://www.kontaktor.ru/

ГК «Чебоксарский электроаппаратный завод» (ЧЭАЗ)Сайт компании АО «Курский электроаппаратный завод» (КЭАЗ) - http://www.keaz.ru/

Сайт группы компаний IEK - https://www.iek.ru/

ГК «Чебоксарский электроаппаратный завод» (ЧЭАЗ) - http://www.cheaz.ru/

Сайт компании ЗАО «Электротекс» - http:// http://etx-in.ru/

Сайт корпорации ТРИОЛ - https://triolcorp.ru/

Сайт компании ОАО «ВЭЛАН» - http://velan.ru/

Сайт компании ООО "Производственное предприятие шахтной электроаппаратуры" (ШЭЛА) - http://www.shela71.ru/

Сайт компании СТРОЙ-ЭНЕРГОМАШ - http://www.stemash.ru/

Сайт компании «ЕХС» - http://www.oaoex.ru/

Сайт компании Becker Mining Systems http://www.ru.becker-mining.com/ru/products

6. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ, ВКЛЮЧАЯ ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ

1. Бесплатная свободно распространяемая demo-версия программного обеспечение для разработки программ для программируемого логического контроллера (ПЛК) LOGO! фирмы Siemens (без функции записи программы в ПЛК) - пакет LOGO! Soft Comfort.
2. Microsoft Windows 8 Professional.
3. Microsoft Office Standard 2013.

Информационные справочные системы

ИПС «КонсультантПлюс».

Базы данных

Scopus: база данных рефератов и цитирования.
https://www.scopus.com/customer/profile/display.uri
E-library: электронная научная библиотека: https://elibrary.ru

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Директор по учебно-методическому
Комплексу С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Б1.В.02.06 ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ ГОРНЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ

специальность
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль)
Электрификация и автоматизация горного производства

форма обучения: очная, заочная

Автор: Стариков В. С. канд. техн. наук, доцент

Одобрена на заседании кафедры	Рассмотрена методической комиссией
Электрификации горных предприятий	Горно-механического факультета
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой	Председатель
(подпись)	*(подпись)*
Садовников М. Е.	Осипов П. А.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол №1 от 01.09.2023	Протокол №2 от 20.10.2023
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение……2
2. Тематический план дисциплины……..4
3. Указания по выполнению расчетно-графической работы…….5
4. Вопросы к экзамену по дисциплине……...15
5. Рекомендуемая литература……..16
5.1. Основная литература…….....16
5.2. Дополнительная литература…….16
Приложение. Исходные данные для расчетно-практической работы…….18

1. ВВЕДЕНИЕ

Приобретение знаний, умений и навыков, необходимых студенту для осуществления практической деятельности, связанной с применением, выбором и эксплуатацией современных схем электроснабжения горных предприятий, комплектных распределительных устройств напряжением выше 1000 В, основной коммутационной аппаратуры, устройств релейной защиты и сетевой автоматики, а также элементов электрических сетей, таких, как силовые трансформаторы, линии электропередачи и др.

Изучение дисциплины решает задачу подготовки студентов к завершающему этапу обучения - дипломному проектированию, где один из разделов проекта «Внешнее электроснабжение» целиком базируется на знаниях, полученных в процессе изучения дисциплины.

Методические указания по самостоятельной работе студентов (СРС) определяют виды, требования к выполнению и отчетности, рекомендации по выполнению СРС.

Целью методических рекомендаций является повышение эффективности процесса обучения по основной образовательной программе путем правильной организации и выполнения самостоятельной работы.

Самостоятельная работа есть планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская деятельность студентов, осуществляемая, в основном, во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. В настоящих методических указаниях предметом является самостоятельная учебная работа.

Основными видами самостоятельной учебной работы являются:

самовоспроизводящая – самостоятельное прочтение, просмотр, конспектирование учебной литературы и информации Интернет-ресурсов, прослушивание лекций, аудио- и видеоматериалов, заучивание, пересказ, запоминание, повторение учебного материала и др.;

поисковая – подготовка сообщений, докладов, выступлений на семинарских и практических занятиях, подбор литературы по дисциплинарным проблемам и литературы по теме рефератов, контрольных и курсовых работ и др.;

творческая – написание рефератов, выполнение курсового проекта, подготовка выпускной работы (проекта), выполнение специальных заданий и др.

Самостоятельная учебная работа включает в себя:

– подготовку к аудиторным занятиям (лекциям, практическим, семинарским, лабораторным работам и др.) и выполнение соответствующих заданий;

– самостоятельную работу над отдельными темами учебных дисциплин в соответствии с учебно-тематическими планами;

– написание рефератов, докладов, эссе;

– подготовку ко всем видам практики и выполнение предусмотренных ими заданий;

– выполнение письменных контрольных и курсовых работ;

– подготовку ко всем видам контрольных испытаний, в том числе к коллоквиумам, экзаменам и зачетам, тестированию и интернет-тестированию, государственным экзаменам;

– подготовку к итоговой государственной аттестации, в том числе выполнение выпускной квалификационной работы (проекта) или магистерской диссертации;

– другие виды учебной деятельности, организуемой и осуществляемой вузом, факультетом или кафедрой.

Виды заданий для выполнения самостоятельной работы: сообщение или доклад на семинарском занятии, реферат, расчетно-графическая работа, курсовая работа и курсовой проект, выпускная квалификационная работа, магистерская диссертация. Темы заданий для выполнения учебной самостоятельной работы студентов указывает преподаватель.

Методические рекомендации к планированию и выполнению самостоятельной учебной работы

Приступая к изучению учебной дисциплины, следует ознакомиться с рабочей учебной программой или тематическим планом дисциплины (табл. 1), перечнем обязательной и дополнительной учебной, научной и методической литературы (раздел 4.1), получить в библиотеке рекомендованные учебники и учебно-методические пособия, завести новую тетрадь для конспектирования лекций и работы с первоисточниками.

Вопросы для экзамена, указанные в настоящих методических указаниях (раздел 3), могут быть использованы студентом для углубленного изучения содержания дисциплины. Студент имеет право выбирать дополнительно интересующие его темы для самостоятельной работы.

Студентам должны самостоятельно выполнять индивидуальные письменные задания и упражнения, предлагаемые при подготовке к учебным занятиям.

Серьезная организованная работа по подготовке к семинарским занятиям, написанию письменных работ значительно облегчит подготовку к экзаменам и зачетам. При подготовке к зачету, экзамену студент должен повторить, как правило, ранее изученный материал. В этот период играют большую роль подготовленные заранее записи и конспекты.

Контрольная работа (КР) предназначена для выработки умения дать лаконичный аргументированный полный ответ на вопрос изучаемого курса, снабженный выводами. Как правило, она выполняется студентами, обучающимися по заочной форме обучения. Написание ее требует самостоятельности и ответственного отношения, способности работать с литературой по проблеме, знаний истории и теории вопроса, основных теоретических положений. Успешное выполнение контрольной работы учитывается при выставлении экзаменационной оценки. Объем работы не должен превышать 8-10 страниц печатного или рукописного текста, и содержать титульный лист, основную часть работы, список использованной литературы.

Расчетно-графическая работа (РГР) содержит задание на выполнение законченного инженерного расчета по выбору или проверке узлов или составных частей электротехнических систем в составе электротехнического комплекса.

Термин *реферат* (Р) имеет два смысла, во-первых, это краткое изложение содержания документа или его части, научной работы, включающее основные фактические сведения и выводы, необходимые для первоначального ознакомления с источниками и определения целесообразности обращения к ним и, во-вторых, это вид самостоятельной работы студента, под которым понимается краткое изложение в письменном виде или в форме публичного доклада содержания книги, учения, научного исследования и т.п., другими словами, это доклад на определенную тему, освещающий её вопросы на основе обзора литературы и других источников.

Рефераты в как вид самостоятельной работы студента оцениваются по следующим основным критериями: актуальность содержания, теоретический уровень, глубина и полнота анализа фактов, явлений, проблем, относящихся к теме; информационная насыщенность, новизна, оригинальность изложения вопросов; простота и доходчивость изложения; структурная организованность, логичность, грамматическая правильность и стилистическая выразительность; убедительность, аргументированность, практическая значимость и теоретическая обоснованность предложений и выводов.

Для выполнения самостоятельной работы других видов – курсовой работы и проекта, выпускной квалификационной работы, имеются соответствующие методические указания.

2. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ

Для студентов очной формы обучения:

№	*Тема, раздел*	*Контактная работа обучающихся с преподавателем*			*Практическая подготовка*	*Самостоятельная работа*
		лекции	*практич. занятия и др. формы*	*лаборат. занятия*		
1.	Общие сведения о системах электроснабжения горных предприятий	2	1	-	-	4
2.	Электрические нагрузки горных предприятий	4	2	-	-	8
3.	Электрические сети систем внешнего электроснабжения горных предприятий	6	3	-	-	9
4.	Переходные процессы в системах электроснабжения горных предприятий	6	3	-	-	10
5.	Подстанции и распределительные устройства	4	2	6	-	6
6.	Защита электроустановок горных предприятий	6	3	6	-	8
7.	Заземляющие устройства главных понижающих подстанций	2	1	-		4

8.	Устройства автоматики в системах электроснабжения горных предприятий	2	1	4		4
9.	Подготовка к экзамену	-	-	-	-	27
	ИТОГО	**32**	**16**	**16**	**-**	**80**

Для студентов заочной формы обучения:

№	*Тема, раздел*	*Контактная работа обучающихся с преподавателем*			*Практическая подготовка*	*Самостоятельная работа*
		лекции	*практич. занятия и др. формы*	*лаборат. занятия*		
1.	Общие сведения о системах электроснабжения горных предприятий	0,5	-	-	-	8
2.	Электрические нагрузки горных предприятий	2	1	-	-	16
3.	Электрические сети систем внешнего электроснабжения горных предприятий	2	2	-	-	20
4.	Переходные процессы в системах электроснабжения горных предприятий	2	1	-	-	20
5.	Подстанции и распределительные устройства	-	-	2	-	12
6.	Защита электроустановок горных предприятий	1	-	1	-	16
7.	Заземляющие устройства главных понижающих подстанций	0,5	-	1		8
8.	Устройства автоматики в системах электроснабжения горных предприятий	-	-	-		10
9.	Подготовка к экзамену	-	-	-	-	9
	ИТОГО	**8**	**4**	**4**	**-**	**119**

3. УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Целью выполнения работы является закрепление теоретических положений дисциплины и формирование практических навыков и приемов проектирования систем электроснабжения предприятий.

Работа выполняется по заданию, которое выдается студенту или группе студентов. Работа выполняется во время практических занятий (20 часов) и самостоятельной работы студентов (ориентировочная трудоемкость 16 часов).

В работе необходимо выполнить следующее: произвести расчет электрических нагрузок; выбрать средства компенсации реактивной мощности; произвести выбор силовых трансформаторов ГПП; выполнить расчет питающих ЛЭП; выполнить расчет токов короткого замыкания на шинах РУ-6 (10) кВ ГПП; выбрать средства ограничения токов к.з.; выбрать основное электрооборудование ГПП (в том числе и кабельные вставки отходящих

ЛЭП); составить принципиальную электрическую схему главных цепей ГПП (чертеж на формате А1); предусмотреть необходимый объем релейной защиты одного из элементов системы электроснабжения или крупного электроприемника; определить необходимые уставки и настройки; выполнить расчет устройств заземления и грозозащиты электрооборудования ГПП.

Работа выполняется в виде пояснительной записки с необходимыми расчетами, пояснениями и обоснованиями. Записка ориентировочным объемом 25-30 страниц выполняется на бумаге формата А4 рукописным или печатным образом. Графическая часть работы выполняется на листе формата А1.

При выполнении расчетно-графической работы студенты могут руководствоваться учебным пособием для курсового и дипломного проектирования [2].

3.1. Методические указания по расчету электрических нагрузок.

В соответствии с полученным вариантом задания на расчетную работу следует исходные данные извлечь из общего массива и привести их в более удобном для практического использования виде – в виде таблицы «Исходные данные по электроприемникам предприятия» Пример таблицы с исходными данными приведен ниже.

Исходные данные по электроприемникам предприятия

Таблица 1

Наименование потребителя или электроприемника (ЭП)	Кол-во в работе	Тип ЭП	Номин.единичная мощность ЭП, кВТ/кВ А*	Линия от ЗРУ до ЭП	
				Тип линии	Длина линии, м
Компрессоры	2	СД	320	КЛ	100
Центральная подземная подстанция (включая главный водоотлив)	2	АД	2х1250	КЛ	800
Электроприемники промплощадки (КТП-6/0,4 кВ)	1	ТМ	2х1000*	КЛ	400
Электроприемники отопительной котельной (КТП-6/0,4 кВ)	1	ТМ	2х630*	КЛ	1600
ЛЭП «Карьер» (экскаваторы, буровые станки)	3	СД	1500	ВЛ	2000

Дополнительные сведения:

- напряжение питающих ЛЭП – 110 кВ;
- протяженность питающих ЛЭП (от РПС до ГПП) – 25 км;
- мощность короткого замыкания на шинах РПС – 1500 МВ А;
- допустимый ток короткого замыкания на шинах ЦПП – 5 кА;
- рассмотреть РЗ и А фидера «Карьер».

Обозначения в таблице: СД – синхронный двигатель; АД – асинхронный двигатель; ТМ – трехфазный силовой трансформатор с масляным охлаждением; КЛ – кабельная линия; ВЛ – воздушная линия.

Электроприемники (ЭП) предприятия необходимо проанализировать с точки зрения последствий от перерывов электроснабжения и определить категории, к которым относятся те или иные ЭП. Категории ЭП приведены в Правилах устройства электроустановок (ПУЭ). В зависимости от категории необходимо обосновать необходимое количество источников питания для ЭП предприятия, способ резервирования источников питания и питающих ЛЭП (допускается без резерва, допустимо явное резервирование, требуется применить неявное резервирование); конструктивное исполнение питающих ЛЭП (воздушная ЛЭП или кабельная; одноцепные ЛЭП или двухцепные); необходимый способ включения резервного питания (обязательно АВР или допускается без него) и др. На основании такого анализа составляется структурная схема внешнего электроснабжения предприятия.

Кроме того, при составлении структурной схемы необходимо электроприемники предприятия распределить по узлам электрических нагрузок, соблюдая требования ПУЭ по резервированию питания. При этом нагрузку по секциям шин подстанций следует распределить по возможности равномерно; синхронные двигатели также распределить по узлам нагрузок во избежание значительного перекоса по реактивной мощности; электроприемники, работающие на один технологический процесс, запитать желательно от разных источников. Необходимо помнить, что в расчете электрических нагрузок учитываются только электроприемники, которые могут находится в одновременной работе. Резервные электроприемники, находящиеся в ремонте, в расчете нагрузок не учитываются.

Расчет электрических нагрузок является основой для выбора мощности трансформатора ГПП, для выбора компенсирующих устройств, для выбора сечения проводников ЛЭП и решения других задач.

Для расчета электрических нагрузок систем внешнего электроснабжения горных предприятий наиболее широко используют метод коэффициентов спроса и установленной мощности электроприемников [1,2]. Установленную мощность электроприемников определяют по их паспортным данным и в зависимости от продолжительности рабочего режима.

Коэффициенты спроса принимают по справочной и нормативной литературе [6, 9] Кроме того, в этих источниках приводятся расчетные значения коэффициентов мощности. Для расчета электрических нагрузок необходимо электроприемники предприятия разделить на отдельные группы однородных по режиму работы электроприемников (насосы, вентиляторы, экскаваторы, подъемные установки, компрессоры и т.д.).

Для удобства результаты расчетов представляют в виде таблицы – **Формуляра электрических нагрузок.**

При составлении формуляра электрических нагрузок все потребители электроэнергии независимо от их напряжения следует сгруппировать по отдельным узлам электрических нагрузок (секциям шин ГПП, секциям шин распределительных пунктов РП, отдельным крупным фидерам и т. д.). Это в дальнейшем облегчит расчет электрических сетей предприятия.

В графе 2 формуляра указываются потребители электроэнергии (экскаваторы, буровые станки, установки освещения, конвейеры, водоотливные установки и пр.), подключаемые по проекту к конкретному узлу системы электроснабжения.

Для потребителей электроэнергии напряжением 6(10) кВ необходимо в графе 2 дополнительно указать наименование электроприемников на это напряжение (для экскаваторов это сетевые двигатели и трансформаторы собственных нужд ТСН).

В графе 3 формуляра указывается количество электроприемников (двигателей, трансформаторов, ламп и т. п.), установленных на соответствующих потребителях.

В графах 4 и 5 указываются установленная (номинальная) мощность одного электроприемника и общая установленная мощность группы однородных по режиму работы электроприемников. Эти данные по электроприемникам берутся из их технических данных и справочной литературы.

В графах 6 и 7 указываются коэффициенты спроса K_c и расчетные коэффициенты мощности cos φ_p для потребителей электроэнергии, принятые по справочной литературе. При заполнении формуляра следует учитывать, что синхронные двигатели, как правило, работают с опережающим коэффициентом мощности cos φ_p (оп).

В графе 7 также приводятся значения tg φ_p, соответствующие расчетным коэффициентам мощности cos φ_p.

При работе электроприемника с опережающим коэффициентом мощности cos φ_p (оп) значения функции tg φ_p заносятся в формуляр со знаком «–» – минус.

Расчетные значения активной, реактивной и полной мощности групп электроприемников заносятся, соответственно, в графы 8, 9 и 10.

Для узла электрических нагрузок алгебраическим суммированием (т. е. с учетом знаков) определяют:

- сумму расчетных максимумов активной нагрузки $\sum P_м$;

- сумму расчетных максимумов реактивной нагрузки $\sum Q_м$

При этом следует иметь в виду, что итоговое значение $\sum Q_м$ в целом по узлу нагрузок должно быть положительным и минимально возможным для конкретных условий. Если при первоначальных прикидочных расчетах окажется, что $\sum Q_м$ при работе синхронных двигателей с опережающим коэффициентом мощности cos φ_p (оп) окажется отрицательной, то следует перевести синхронные двигатели на работу с более высоким коэффициентом мощности (вплоть до 1) и внести соответствующие изменения в формуляр электрических нагрузок.

Пример выполнения расчета электрических нагрузок по **Исходным данным** (смотри таблицу выше) приведен в сканированных файлах, приведенных в папке «Б1.Б.20 Электроснабжение предприятий. Практика. Расчет электрических нагрузок».

3.2. Методические указания по выбору мощности трансформаторов ГПП

Практически на всех горных предприятиях имеются электроприемники I и II категорий. При этом электрические нагрузки от электроприемников I категории обычно незначи-

тельны, а основная нагрука создается элетроприемниками II и частично III категорий. Необходимость выполнения требований ПУЭ в части обеспечения надежности электроснабжения электроприемников I и II категорий приводит к проектированию резервированных схем электроснабжения, более сложных и дорогих по сравнению с нерезервирванными. При этом предпочтение из экономических соображений обычно отдается схемам неявного резервирования, в которых используется допустимая перегрузочная способность элементов сети.

В соответствии с руководящими указаниями по проектированию электроснабжения и нормами технологического проектирования систем электроснабжения при решении схемных вопросов следует отдавать преимущество подстанциям глубокого ввода (ПГВ) с максимально возможным приближением напряжения 35 – 220 кВ к потребителям и с наименьшим числом ступеней трансформации. Выполнение этого требования позволяет снизить потери электрической энергии в распределительных сетях, уменьшить их стоимость и упростить задачу прокладки этих сетей в условиях насыщенности промплощадки другими инженерными коммуникациями. Кроме того, горные предприятия, как правило, находятся на значительном удалении (не менее 20 – 50 км) от сетей энергосистем и районных подстанций. Поэтому для передачи электрической энергии, как правило, используются магистральные воздушные ЛЭП напряжением 35 – 110 кВ (иногда 220 кВ).

Для приема, преобразования и распределения электрической энергии на территории предприятия сооружается одна или несколько главных понижающих подстанций (ГПП). Питание ГПП (или ПГВ) от сетей энергосистемы должно выполняться не мене чем по двум линиям, подключенным к независимыми и взаиморезервируемым источникам питания.

Распределительные сети на горных предприятиях выполняются, как правило, на напряжение 6 кВ, так как в России за долгие годы выпущено и эксплуатируется значительное количество мощных горных машин, дробилок, мельниц, подъемных установок, вентиляторов главного проветривания и других электроустановок на это напряжение.

Для повышения надежности электроснабжения главные понижающие подстанции ГПП выполняются, как правило, двухтрансформаторными с трансформаторами одинаковой мощности, что необходимо для обеспечения однотипности применяемого на ГПП электрооборудования. Более двух трансформаторов на ГПП предусматривают в случаях использования на предприятии электроприемников с резкопеременной нагрузкой (электрифицированный ж.д.транспорт, дуговые сталеплавильные печи, дуговая электросварка и т.п.). Силовые трансформаторы размещаются, как правило, на территории открытого распределительного устройства (ОРУ) напряжением 35-110 кВ. В нормальном режиме оба трансформатора работают раздельно на разные секции шин закрытого распределительного устройства ЗРУ-6 кВ. В электротехническом помещении ЗРУ-6 кВ устраивается секционированная система шин, состоящая из двух секций, между которыми предусмотрен секционный выключатель (СВ). В нормальном режиме работы СВ отключен и секции шин ЗРУ-6 кВ работают раздельно. Таким образом электроприемники предприятия получают питание по двум вводам и от разных источников. При повреждении электрооборудования одного ввода поврежденный ввод отключают с обеих сторон, после чего СВ включают (автомати-

чески при наличии электроприемников I категории или вручную) и электроснабжение электроприемников предприятия будет выполняться от одного исправного ввода. Этот режим работы системы электроснабжения называется послеаварийным.

В послеаварийном режиме оставшийся в работе трансформатор должен обеспечить бесперебойную работу электроприемников I и II категории и взять не менее 75...80 % расчетной нагрузки. Кроме того, мощность трансформаторов выбирают с учетом их допустимой перегрузочной способности (см. лекцию №7).

При эксплуатации трансформатора, кроме относительно длительных послеаварийных перегрузок допускается кратковременные перегрузки. Эти аварийные перегрузки не зависят от предшествующего режима работы, являются кратковременными и используется для прохождения максимума нагрузки. Для трансформаторов с масляным охлаждением (со всеми его видами: М, Д, Ц, ДЦ) аварийные перегрузки составляют не более 30% продолжительностью не более 120 минут.

При выборе мощности трансформаторов намечают, как правило, два варианта трансформаторов с разной мощностью, которые в дальнейшем сравнивают с помощью технико-экономических расчетов.

3.3. Методические указания по расчету электрических сетей

В соответствии с заданием на расчетную работу студентам необходимо выполнить электрические расчеты линий электропередач (ЛЭП) напряжением выше 1000 В. В выполняемых заданиях к таким линиям относятся:

- питающие ЛЭП напряжением 35 или 110 кВ (в зависимости от варианта расчетной работы);

- распределительные (отходящие) кабельные и воздушные ЛЭП напряжением 6 кВ;

- кабельные вставки напряжением 6 кВ, с помощью которых осуществляется передача электрической энергии от ячеек ЗРУ подстанции (ГПП) на отходящие воздушные ЛЭП напряжением 6 кВ.

Электрические расчеты ЛЭП производятся с целью определения сечений проводников линий по условиям воздействия токовой нагрузки в нормальных, аварийных и послеаварийных режимах. Кроме того, при выборе сечений проводников ЛЭП должны учитываться требования ПУЭ и ГОСТ в части качества передаваемой электрической энергии и экономические показатели электроснабжения. Методы электрических расчетов и требования нормативных документов к проводникам различных ЛЭП рассмотрены в материалах лекций №8…№10 курса «Основы электроснабжения горных предприятий».

Последовательность выполнения расчетов обычно следующая:

- Формирование нормальных и послеаварийных токовых нагрузок по каждой линии (на основе расчета электрических нагрузок);

- определение типа электрической связи (воздушная линия, кабельная линия, магистральный шинопровод);

- выбор экономических сечений проводников (ПУЭ, глава 1.3) для нормального режима работы;

- проверка проводника выбранного сечения по допустимой токовой нагрузке нормального и послеаварийного режимов (ПУЭ, глава 1.3);

- ориентировочная проверка проводов воздушных линий электропередачи по механической прочности (ПУЭ, глава 2.5 и табл. 2.5.5);

- проверка проводов воздушных ЛЭП напряжением более 35 кВ по условиям коронообразования и радиопомех (ПУЭ, глава 1.3, глава 2.5 и табл. 2.5.6)

- проверка жил выбранных кабелей на термическую стойкость к токам короткого замыкания;

- проверка проводников воздушных и кабельных линий по потере напряжения;

- проверка магистральных шинопроводов на электродинамическую стойкость.

Выбранный провод (сечение жилы кабеля, тип шинопровода) должны удовлетворять наиболее жесткому из указанных условий, любое из которых может оказаться определяющим.

Питающие линии напряжением 35 – 110 кВ предназначены для передачи электрической энергии от источников питания (одна или несколько районных подстанций – РПС) до главной понижающей подстанции предприятия (ГПП). Как правило, питающие ЛЭП на 35-110 кВ выполняются двумя воздушными линиями на одноцепных или двухцепных опорах. В соответствии с НТП ЭПП-94 для предприятий, на которых преобладают электроприемники I категории, питающие линии следует выполнять на одноцепных опорах, проложенных по разным трассам. Для предприятий с преобладанием электроприемников II и III категорий питающие линии могу быть выполнены на двухцепных опорах, что при питании от разных секций шин одной РПС является более рациональным. Следует напомнить, что использование двухцепных ЛЭП напряжением 35 кВ и выше отражается на выборе сечения проводов ВЛ по условиям механической прочности и требует применения проводов сечением не менее 120 мм2.

Сечение проводов стационарных воздушных ЛЭП напряжением 6(10) кВ выбирается и проверяется по всем условиям, применяемым для воздушных ЛЭП напряжением 35-110 кВ, за исключением проверки по условиям коронообразования и радио помех. Дополнительно к этому провода временных и передвижных ВЛ напряжением 6(10) кВ (к таким относятся внутрикарьерные распределительные сети и ЛЭП «Карьер») не проверяют по экономической плотности тока, так как основной статьей расходов по таким ВЛ являются эксплуатационные расходы, связанные с частыми работами по монтажу – демонтажу и переносу таких линий.

По этим же причинам гибкие кабели самоходных горных машин (карьерных экскаваторов, буровых станков) так же не проверяют по экономическим критериям. Электрические расчеты по выбору сечения токоведущих жил бронированных и небронированных кабелей **(в том числе кабельных вставок)** напряжением выше 1000 В, предназначенных для стационарной прокладки, выполняют, как правило, в следующей последовательности:

- выбор сечения жил кабеля по экономической плотности тока;

- проверка жил выбранного кабеля по длительно допустимому току нормального и послеаварийного режимов;

- расчет кабельной линии на термическую стойкость к токам короткого замыкания;

- проверка кабельной линии по потере напряжения.

Марка кабеля выбирается в зависимости от условий эксплуатации и способа прокладки кабельной линии (табл.1).

Таблица 2

Рекомендуемые для применения марки кабелей

Способ прокладки	Марки кабелей	
	При отсутствии растягивающих усилий, механических воздействий	При наличии растягивающих усилий, механических воздействий
В траншее (в земле)	ААШВ, ААБ, АСБ	ААП, АСП
В кабельных каналах, тоннелях (сырые помещения)	ААШВ, ААГ, АСГ	ААБлГ, АСБлГ
В пожароопасных помещениях, по кабельным конструкциям	ААШВ, ААГ, АСГ	ААПГ, АСПГ, ЦСПн, ЦСКн ЦАСПн, ЦАСКн
При крутонаклонной и вертикальной прокладке	ЦСПн, ЦСКн, ЭВТ ЦАСПн, ЦАСКн	ЦСПн, ЦСКн, ЭВТ ЦАСПн, ЦАСКн
Во взрывоопасных зонах	СБГ, СБШВ	СПГ

Кабели любой конструкции даже самого малого сечения, выпускаемые отечественными производителями, являются механически прочными при горизонтальной или слабонаклонной (до 45 градусов) прокладке. Для вертикальной или крутонаклонной (более 45 градусов) прокладке в стволах необходимо использовать бронированные кабели конструкции, которых должны удовлетворять следующим требованиям:

- кабели должны иметь прочную броню, предохраняющую изоляцию и токоведущие жилы от механических повреждений и растягивающих усилий: для этой цели применяется броня, выполненная из стальных круглых или плоских оцинкованных проволок, так называемая несущая броня;

- кабели должны быть устойчивы против сырости, окисления и разъедания: для этого предназначена герметизирующая оболочка (свинцовая, алюминиевая или поливинилхлоридная);

- в кабеле не должно создаваться гидростатических давлений вследствие стекания изоляционной пропиточной массы на основе церезина или жилы кабеля должны иметь пластмассовую изоляцию (кабели типа ЭВТ);

- конструкция кабеля должна быть устойчива против вибраций.

Этим требованиям соответствуют кабели марок ЦСПн или ЦСКн, которые имеют медные жилы с бумажной изоляцией, пропитанной нестекающей массой на основе церезина, свинцовую оболочку, бронированные плоскими или круглыми стальными оцинкованными проволоками с негорючим наружным покровом. Эти кабели допускаются к применению в пожароопасных помещениях, в шахтах при значительных растягивающих усилиях, на вертикальных и крутонаклонных трассах, без ограничения разности уровней прокладки. Кабели с алюминиевыми жилами типа ЦАСКн и ЦАСПн предназначены для прокладки в тех же условиях, что и кабели типа ЦСКн и ЦСПн за исключением прокладки в стволах угольных шахт.

В соответствии с ВНТП 13-2-93 (ведомственные нормы технологического проектирования) для рудников цветной металлургии «питание центральных подземных подстанций напряжением 6 и 10 кВ предусматривать не менее чем по двум кабельным фидерам: при выходе из строя одного из них оставшийся в работе должен обеспечить 100%-ную нагрузку потребителей I и II категорий» (п.7.3.3). Там же в п. 7.3.4 «питание подстанций насосных главного водоотлива осуществлять по самостоятельным линиям от поверхностных подстанций. При этом каждая линия должна быть рассчитана на 100%-ную нагрузку.

При расчете электрических нагрузок на подстанциях насосных водоотлива следует учитывать все насосные агрегаты (рабочие и резервные)».

«Минимальное сечение питающих кабелей, прокладываемых по вертикальному стволу, необходимо принимать 35мм^2, максимальное – не более 185 мм^2» (п.7.3.5).

3.4. Методические указания по расчетам токов короткого замыкания в сетях напряжением выше 1000 В.

Для расчета токов короткого замыкания составляют расчетную схему. Расчетная схема составляется на основе анализа схемы электроснабжения предприятия в зависимости от целей расчета и представляет собой однолинейную электрическую схему. На расчетной схеме указывают все источники питания точки КЗ (генераторы энергосистемы), силовые трансформаторы и автотрансформаторы, воздушные и кабельные линии электропередачи, токоограничивающие реакторы, синхронные компенсаторы, мощные синхронные и асинхронные электродвигатели, а также основные параметры перечисленных элементов. Коммутационные аппараты на расчетной схеме не приводятся. Резервные элементы указываются в том случае, если в нормальном режиме допустима их параллельная работа с основными.

При расчете начального действующего значения периодической составляющей тока трехфазного короткого замыкания в электроустановках выше 1000 В в исходную расчетную схему должны быть введены все синхронные генераторы и компенсаторы, а также синхронные и асинхронные электродвигатели мощностью 100 кВт и более, если между электродвигателем и точкой КЗ отсутствуют токоограничивающие реакторы или силовые трансформаторы.

Расчетная схема составляется с учетом назначения расчетов:

- для выбора и проверки электрооборудования расчетная схема должна соответствовать максимально возможным токам КЗ;

- для настройки и оценки чувствительности релейных токовых защит расчетная схема должна соответствовать минимально возможным токам КЗ.

В связи с этим при схеме внешнего электроснабжения, построенной по принципу неявного резерва, максимально возможный ток КЗ на шинах ЗРУ-6(10) кВ будет при питании обеих секций шин через включенный секционный выключатель от одного силового трансформатора (т. е. в послеаварийном режиме). В этом случае в точку КЗ будут поступать токи от энергосистемы и от всех электродвигателей напряжением выше 1000 В.

Минимально возможный ток КЗ за силовым трансформатором будет иметь место на шинах ЗРУ-6(10) кВ при нормальной схеме и без учета токов подпитки от электродвигателей.

На расчетной схеме указываются расчетные точки, в которых требуется определить токи короткого замыкания. В выполняемом расчетном задании необходимо определить токи КЗ в 2 – 3 точках. Точка К1 расположена на стороне ВН перед силовым трансформатором ГПП. Знание токов КЗ в точке К1 необходимо для проверки электрооборудования ОРУ ГПП на устойчивость к токам короткого замыкания. Точка К2 расположена на шинах ЗРУ-6 кВ ГПП. Токи КЗ в этой точке необходимы для проверки электрооборудования ЗРУ-6 кВ и проверки отходящих кабелей на термическую стойкость. В некоторых вариантах заданий имеются ограничения по токам короткого замыкания в точке К3, которая находится на шинах ЦПП или шинах дренажной шахты. Могут потребоваться расчеты токов КЗ и в других точках для выбора уставок и проверки чувствительности токовых защит отдельных электроустановок или присоединений.

По расчетной схеме составляют схему замещения, в которой трансформаторные связи заменяют электрическими. Элементы системы электроснабжения вводят в схему замещения как сопротивления, а источники энергии как сопротивления и ЭДС (электродвижущие силы).

В сетях напряжением выше 1000 В при расчете токов КЗ наиболее широко используют параметры цепей в относительных базисных единицах. При расчете тока КЗ в относительных базисных единицах упрощаются вычисления. Кроме того, этот метод позволяет учитывать типовые характеристики источников питания и электрических двигателей. Для перевода параметров схемы замещения СЭС и показателей режима в относительные единицы (о.е.) устанавливаются базовые значения мощности $S_б$, напряжения $U_б$, тока $I_б$ и сопротивлений $Z_б$. Из четырех базовых величин две являются независимыми (могут выбираться произвольно), две другие определяются из известных соотношений.

За базисную мощность $S_б$ обычно принимают 100 МВ·А, 1000 МВ·А или номинальную мощность какого-либо элемента системы, если она повторяется в расчетах несколько раз, или суммарную рабочую мощность энергосистемы, от которой осуществляется электроснабжение предприятия. **Значение базисной мощности принимается единым** для всех ступеней трансформации СЭС.

За базисное напряжение $U_б$ принимают среднее номинальное напряжение ступени, на которой определяют ток КЗ ($U_б = U_{ср}$ = **6,3**;10,5; **37**; **115**; 230 кВ). Эти значения соответствуют требованиям ГОСТ и для расчетов **принимается столько базисных напряжений сколько ступеней** трансформации в рассматриваемой СЭС.

Системы электроснабжения современных горных предприятий характеризуются разветвленной сетью напряжением 6 кВ с двигательной нагрузкой (сетевые двигатели преобразовательных агрегатов, вентиляторы главного проветривания, главные водоотливные установки, стационарные компрессоры, шаровые мельницы и пр.) При возникновении короткого замыкания в сети 6 кВ напряжение в точке КЗ становится равным нулю и работающие двигатели преобразуются в электрические генераторы. Это происходит по следующим причинам:

- у двигателя, работающего с номинальными параметрами и номинальной скоростью, эдс на зажимах в момент возникновения КЗ близка к номинальному напряжению сети;

- вследствие сохранения инерции вращения ротора в первые периоды возникновения режима КЗ двигатель генерирует эдс свободного выбега.

В таких сетях токи подпитки от двигателей могут быть значительными и соизмеримыми с токами КЗ от энергосистемы. Синхронные и асинхронные электродвигатели влияют на общий ток короткого замыкания по-разному: эдс свободного выбега у асинхронных двигателей затухает много быстрее, чем у синхронных двигателей, так как в момент возникновения режима КЗ одновременно с снижением напряжения питания до нуля снижается и магнитное поле обмотки статора. У двигателя синхронного магнитное поле создается током возбуждения обмотки ротора и для гашения магнитного поля требуется некоторое время из-за электромагнитной инерции. В связи с этим асинхронные электродвигатели оказывают влияние только на сверхпереходный I''ток и на ударный $i_{уд}$ ток. Двигатели синхронные влияют, помимо указанных, на токи I_{nt} и на установившийся ток I_{∞}.

Более подробно и детально с расчетами токов КЗ необходимо разобраться с помощью приложенного к этому файлу примера.

4. ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ ГОРНЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ»

1. Энергетическая система России и её составные части. Типы электростанций.
2. Уровни стандартных номинальных напряжений источников и электроприемников.
3. Основные требования к системам внешнего электроснабжения предприятий.
4. Классификация электроприемников по степени надежности их электроснабжения.
5. Радиальные и магистральные схемы внешнего электроснабжения предприятий. Их особенности, достоинства и недостатки.
6. Типовые схемы внешнего электроснабжения предприятий. Способы резервирования источников и электрических сетей.
7. Графики электрических нагрузок, их основные показатели и практическое использование.
8. Расчет электрических нагрузок методом коэффициента спроса.
9. Коэффициент мощности электроустановок. Способы повышения коэффициента мощности.
10. Выбор силовых трансформаторов главных понижающих подстанций.
11. Картограмма электрических нагрузок. Определение символического центра электрических нагрузок.
12. Выбор проводников по допустимому току нормального и форсированного режимов работы.
13. Выбор сечения проводников по экономической плотности тока.
14. Выбор проводников по допустимой потере напряжения.
15. Выбор проводников по электродинамической и термической стойкости.
16. Конструкции воздушных ЛЭП. Типы опор, марки и сечения проводов, изоляторы.
17. Конструкции кабельных ЛЭП. Способы прокладки. Защита от механических повреждений.
18. Потери мощности и электрической энергии в элементах системы электроснабжения. Способы снижения потерь.

19. Методика технико-экономического сравнения вариантов при выборе схем электроснабжения.
20. Причины и виды коротких замыканий в системах электроснабжения.
21. Процесс протекания короткого замыкания. Периодическая и апериодическая составляющие тока к.з. Ударный ток к.з.
22. Расчет токов к.з. в сетях напряжением выше 1000 В в именованных единицах. Расчетная и эквивалентная схемы.
23. Расчет токов к.з. в сетях напряжением выше 1000 В в относительных единицах.
24. Расчет токов к.з. в сетях напряжением выше 1000 В по расчетным кривым (кривым затухания).
25. Расчет токов к.з. в сетях напряжением выше 1000 В с двигательной нагрузкой.
26. Методы преобразования схем замещения при определении токов к.з.(кроме метода коэффициентов распределения).
27. Преобразование схем замещения при определении токов к.з. методом коэффициентов распределения.
28. Способы ограничения токов к.з. Выбор и проверка реакторов.
29. Выбор высоковольтных выключателей и ячеек КРУ.
30. Выбор выключателей нагрузки и предохранителей.
31. Выбор разъединителей, отделителей и короткозамыкателей.
32. Выбор и проверка трансформаторов тока. Кривые 10%-ной погрешности, их применение.
33. Основные требования к релейной защите.
34. Схема соединения ТТ и обмоток реле в полную звезду, особенности работы схемы в цепях релейной зашиты, область применения.
35. Схема соединения ТТ и обмоток реле в неполную звезду, особенности работы схемы в цепях релейной зашиты, область применения.
36. Схема соединения ТТ в треугольник и обмоток реле в звезду, особенности работы схемы в цепях релейной зашиты, область применения.
37. Схема с двумя ТТ и одним реле, включенным на разность токов двух фаз, особенности работы схемы в цепях релейной защиты, область применения.
38. Максимальная токовая защита. Назначение, принцип действия, условия настройки.
39. Максимальная токовая отсечка. Назначение, принцип действия, условия настройки.
40. Продольная дифференциальная защита. Назначение, принцип действия, условия настройки.
41. Защита от однофазных замыканий на землю в сетях напряжением выше 1000 В с изолированной нейтралью.
42. Требования ПУЭ по выполнению релейных защит силовых трансформаторов. Схемы защит, условия настройки.
43. Требования ПУЭ по выполнению релейных защит электродвигателей напряжением выше 1000 В. Схемы защит, условия настройки.
44. Общий характер растекания тока в земле. Напряжение шага и напряжение прикосновения. Способы выравнивания потенциалов.
45. Требования ПУЭ по выполнению заземляющих устройств. Нормы допустимых значений сопротивления заземляющих устройств ГПП.
46. Методика расчета заземляющих устройств ГПП.
47. Стержневые и тросовые молниеотводы. Зоны защиты молниеотводов. Заземляющие устройства молниеотводов.

5. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

5.1. Основная литература

1. Плащанский Л.А. Основы электроснабжения горных предприятий. Учебник для вузов. М.: Изд-во МГГУ, 2005, 499 с.

2. Плащанский Л.А. Основы электроснабжения горных предприятий. Учебное пособие. М.: Изд-во МГГУ, 2006, 116 с.

5.2. Дополнительная литература

3. Андреев В.А. Релейная защита и автоматика систем электроснабжения: Учебник для вузов – 5-е изд. стер. М.: Высшая школа, 2007, 639 с.

4. Старков В.В. Основы электроснабжения и электротехнические системы. Релейная защита элементов систем электроснабжения горных предприятий. Учебное пособие. Издание УГГГА, 2003, 35 с.

5. Руководящие указания по расчету токов короткого замыкания и выбору электрооборудования (РД 153-34.0-20.527-98) /Под ред. Б.Н. Неклепаева. М.: Изд-во НЦ ЭНАС, 2006, 144 с.

6. Справочник по проектированию электроснабжения / Под ред. Ю.Г. Барыбина и др. М.: Энергоатомиздат, 1990.

7. Справочник энергетика /Под ред. А.Н. Чохонелидзе. М.: Колос, 2006, 488 с.

8. Ополева Г.Н. Схемы и подстанции электроснабжения: Справочник: Учебное пособие. М.: ФОРУМ: ИНФРА – М, 2006, 480 с.

Приложение. Исходные данные для расчетно-практической работы

Наименование потребителей или электроприемников (ЭП)	Параметры ЭП	Варианты заданий									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
		16	17	18	19	20	21	22	23	24	
Вентилятор главного проветривания	Кол-во, Тип ЭП	2 СД	1 СД	1 СД	1 СД	1 СД	-	-	-	-	
	Номинальн. мощн. кВт	630	1250	1500	1000	840	-	-	-	-	
	Тип, длина линии , м	КЛ, 400	КЛ, 300	КЛ, 250	КЛ, 300	КЛ, 250	-	-	-	-	
Клетевой подъем	Кол-во, Тип ЭП	1 АД	1 АД	1 АД	1 АД	1 АД	-	-	-	-	
	Номинальн. мощн. кВт	1250	630	1250	630	630	-	-	-	-	
	Тип, длина линии, м	КЛ, 350	КЛ, 200	КЛ, 280	КЛ, 200	КЛ, 250	-	-	-	-	
Скиповой подъем	Кол-во, Тип ЭП	2 АД	2 АД	2 АД	2 АД	2 АД	-	-	-	-	
	Номинальн. мощн. кВт	1000	1000	1600	1600	1000	-	-	-	-	
	Тип, длина линии, м	КЛ, 350	КЛ, 200	КЛ, 300	КЛ, 200	КЛ, 230	-	-	-	-	
Компрессор	Кол-во, Тип ЭП	2 СД	3 СД	3 СД	4 СД	3 СД	2 СД	3 СД	-	-	
	Номинальн. мощн. кВт	540	520	440	360	320	630	340	-	-	
	Тип,длина линии, м	КЛ, 400	КЛ, 180	КЛ, 200	КЛ, 400	КЛ, 160	КЛ, 300	КЛ, 200	-	-	
Центральная подземная подстанция, включая водоотлив	Кол-во, Тип ЭП	2 АД	2 АД	2 АД	2 АД	1 АД	-	-	-	-	
	Номинальн. мощн. кВт	2*630	2*800	2*560	2*940	2*1250	-	-	-	-	
	Тип,длина линии, м	КЛ, 800	КЛ, 1000	КЛ, 800	КЛ, 860	КЛ, 860	-	-	-	-	
Электроприемники промплощадки (КТП – 6/0,4 кВ)	Кол-во, Тип ЭП	1 ТМ	1 ТМ	1 ТМ	1 ТМ	1 ТМ	1 ТМ	1 ТМ	1 ТМ	1 ТМ	
	Номинальн. мощн. кВ А	2*1000	2*1600	2*630	2*630	2*1000	2*1000	2*1000	2*630	2*1600	2
	Тип, длина линии, м	КЛ, 200	КЛ, 200	КЛ, 160	КЛ, 100	КЛ, 180	КЛ, 180	КЛ, 100	КЛ, 180	КЛ, 180	
Электроприемники отопительной котельной (КТП – 6/0,4 кВ)	Кол-во, Тип ЭП	1 ТМ	1 ТМ	1 ТМ	1 ТМ	1 ТМ	1 ТМ	1 ТМ	1 ТМ	1 ТМ	
	Номинальн. мощн. кВ А	2*630	2*630	2*400	2*630	2*400	2*630	2*400	2*400	2*400	
	Тип, длина линии, м	ВЛ. 2000	ВЛ, 1600	ВЛ, 1400	ВЛ, 1200	ВЛ, 800	ВЛ, 1500	ВЛ, 1000	ВЛ, 1500	ВЛ, 1350	

Таблица (продолжение)

Наименование потребителей или электроприемников (ЭП)	Параметры ЭП	Варианты заданий								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
		16	17	18	19	20	21	22	23	24
ЛЭП «Карьер» (экскаваторы, буровые станки)	Кол-во, Тип ЭП	-	-	-	-	-	2 СД	4 АД	2 АД	2 АД
	Номинальн. мощн. кВт	-	-	-	-	-	1500	1200	1440	1680
	Тип, длина линии, м	-	-	-	-	-	ВЛ, 1800	ВЛ, 1300	ВЛ, 1500	ВЛ, 1800
Электроприемники обогатительной фабрики (КТП – 6/0,4 кВ)	Кол-во, Тип ЭП	-	-	-	-	-	-	1 ТМ	2 ТМ	2 ТМ
	Номинальн. мощн. кВ А	-	-	-	-	-	-	2*1600	2*1000	2*1000
	Тип, длина линии, м	-	-	-	-	-	-	КЛ, 300	КЛ, 400	КЛ, 600
Дробилка конусная	Кол-во, Тип ЭП	-	-	-	-	-	-	2 АД	1 АД	1 АД
	Номинальн. мощн. кВт	-	-	-	-	-	-	250	320	520
	Тип, длина линии, м	-	-	-	-	-	-	КЛ, 250	КЛ, 400	КЛ, 300
Шаровая мельница	Кол-во, Тип ЭП	-	-	-	-	-	-	2 СД	2 СД	2 СД
	Номинальн. мощн. кВт	-	-	-	-	-	-	630	540	630
	Тип, длина линии, м	-	-	-	-	-	-	КЛ, 250	КЛ, 350	КЛ, 400
Дренажная шахта	Кол-во, Тип ЭП	-	-	-	-	-	2 АД	-	2 АД	2 АД
	Номинальн. мощн. кВт	-	-	-	-	-	520	-	360	320
	Тип, длина линии, м	-	-	-	-	-	КЛ, 800	-	КЛ, 600	КЛ, 800
Напряжение питающих ЛЭП, кВ	Для вариантов 1 - 15	110	35	110	110	35	35	35	110	110
	Для вариантов 16 - 30	35	110	35	35	110	110	110	35	35
Длина питающих ЛЭП. км	Для вариантов 1 - 15	36	18	32	24	10	15	25	35	25
	Для вариантов 16 - 30	10	50	12	18	36	40	50	20	16
Мощность к. з. на шинах РПС, МВ А	Для вариантов 1 - 15	1200	500	1500	1300	300	600	800	1400	900
	Для вариантов 16 - 30	400	1000	600	450	650	900	1500	450	300
Допустимый ток к. з. на шинах ЗРУ-6 кВ		-	-	-	-	-	10	10	10	10
Допустимый ток к. з. на шинах ЦПП, кА		5	5	5	5	5	-	-	-	-
Рассмотреть необходимый объем, уставки и чувствительность РЗ и А		СД	АД	КЛ+СД	АД	ТМ	ВЛ+СД	ВЛ	КЛ+АД	АД

Министерство образования и науки РФ

ФГБОУ ВО

«Уральский государственный горный университет»

ЭЛЕКТРОННОЕ ИЗДАНИЕ УГГУ

В.П. Барановский

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Учебно-методическое пособие по выполнению курсовой работы
для студентов всех форм обучения
направления подготовки бакалавров 13.03.02
«Электроэнергетика и электротехника» и специальности 21.05.04
«Горное дело» специализации «Электрификация и автоматизация
горного производства»

Екатеринбург
2018

Министерство образования и науки РФ

ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО
Методической комиссией
горно-механического факультета
«___» _____ 2018г.
Председатель комиссии
_____ В. П. Барановский

ЭЛЕКТРОННОЕ ИЗДАНИЕ УГГУ

В. П. Барановский

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Учебно-методическое пособие по выполнению курсовой работы
для студентов всех форм обучения
направления подготовки бакалавров 13.03.02
«Электроэнергетика и электротехника» и специальности 21.05.04
«Горное дело» специализации «Электрификация и автоматизация
горного производства»

Издание УГГУ Екатеринбург, 2018

Электронное издание УГГУ
УДК 681.5.011 (075.8)

№ ЭЛЕКТРОННОГО ИЗДАНИЯ _____

РЕЦЕНЗЕНТ: *Маругин А.П.,* канд. техн. наук, доцент кафедры электрификации горных предприятий Уральского государственного горного университета.

Работа рассмотрена на заседании кафедры автоматики и компьютерных технологий (протокол № 4 от 15. 12.2017 г.) и рекомендована в качестве электронной версии печатного издания в УГГУ.

В. П. Барановский

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

: учебно-методическое пособие по выполнению курсовой работы / В. П. Барановский; Урал. гос. горный ун-т. - Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2018. 80 с.

АННОТАЦИЯ

Приведены задания на курсовую работу, изложен порядок выбора вариантов исходных данных, указана общая последовательность и даны рекомендации по выполнению расчетов и оформлению курсовой работы. В Приложении рассмотрены примеры выполнения отдельных разделов работы.

Для студентов всех форм обучения направления подготовки бакалавров 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника» и специальности 21.05.04 «Горное дело» специализации «Электрификация и автоматизация горного производства»

УДК 681.5.011 (075.8)

©Уральский государственный
горный университет, 2018
©Барановский В. П., 2018

Акт передачи
Электронного образовательного ресурса
для дальнейшего использования, в том числе коммерческого ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

г. Екатеринбург «____»_____201 г.

Мы, нижеподписавшиеся, Заказчик ФБГОУ ВО «Уральский государственный горный университет», в лице проректора по учебной работе Фролова С.Г., действующего на основании доверенности от 13.11.2017 г. № 108/17, с одной стороны, и Исполнитель Барановский Валерий Петрович, с другой стороны, составили акт о том, автор обязуется подготовить и передать в коммерческую собственность ФБГОУ ВО «Уральский государственный горный университет» электронную версию печатного издания учебно-методического пособия по выполнению курсовой работы по дисциплине «Теория автоматического управления» для студентов всех форм обучения направления подготовки бакалавров 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника» и специальности 21.05.04 «Горное дело» специализации «Электрификация и автоматизация горного производства» с передачей исключительных прав университету для обеспечения проведения учебного процесса с элементами дистанционных образовательных технологий.

Заказчик **Исполнитель**

_____ _____ Барановский В.П.

ВЫПИСКА
из протокола заседания кафедры
автоматики и компьютерных технологий
от 15.12.2017, протокол № 4

Присутствовали 9 человек из 9 научно-педагогических работников кафедры.

СЛУШАЛИ: Проф. Барановского В.П. о подготовленном им электронном учебно-методическом пособии по выполнению курсовой работы дисциплины «Теория автоматического управления» для студентов всех форм обучения направления бакалавриата 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника» и специальности 21.05.04 «Горное дело» специализации «Электрификация и автоматизация горного производства».

Выступления научно-педагогических работников кафедры, принявших участие в обсуждении:
Ельняков М.А.:
- Представленный электронный образовательный ресурс (ЭОР) отвечает требованиям орфографии и стилистики, текст написан технически грамотно, содержание отвечает профессиональной направленности.

Скобцов С.Н.:
- Предложил рекомендовать к использованию в учебном процессе готовый ЭОР.

Участвовало в голосовании 9 из 9 присутствующих научно-педагогических работников кафедры.

Итоги голосования:
ЗА – 9;
ПРОТИВ – нет;
ВОЗДЕРЖАЛИСЬ – нет.

ПОСТАНОВИЛИ: Рекомендовать к использованию в учебном процессе для всех форм обучения готовый ЭОР по дисциплине «Теория автоматического управления».

Выписка верна

Зав. кафедрой АКТ _____ Лапин Э.С.

Ученый секретарь _____ Ситдикова С.В.

РЕЦЕНЗИЯ

на учебно-методическое пособие по выполнению курсовой работы дисциплины «Теория автоматического управления» (автор Барановский В.П.)

Рукопись учебно-методического пособия представлена на 80 страницах машинописного текста. Пособие содержит 4 главы, в которых представлены задания, указания и рекомендации по выполнению, инструкция по оформлению и примеры расчета курсовой работы.

Структурно пособие построено логично.

В первой и второй главах приведены варианты заданий по структуре и параметрам рассчитываемой системы управления, по характеристикам внешних воздействий, по заданным показателям точности и качества системы, по заданному критерию устойчивости, а также предложено содержание курсовой работы.

В третьей главе в общем виде приведены рекомендации по выполнению всех 6 разделов курсовой работы со ссылками на страницы литературных источников.

В четвертой главе изложена инструкция по оформлению курсовой работы.

В Приложениях 1 и 2 приведены обложка и бланк задания на выполнение курсовой работы.

В Приложении 3 приведены рекомендации и примеры выполнения всех разделов курсовой работы (с рисунками и таблицами).

Методически пособие построено удачно. В пособии используется единая терминология и единые обозначения величин.

Рецензируемое учебное пособие необходимо для студентов направления подготовки бакалавров 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника» и специальности 21.05.04 «Горное дело» специализации «Электрификация и автоматизация горного производства» и может быть рекомендовано к изданию.

Доцент кафедры ЭГП УГГУ,
канд. техн. наук А.П. Маругин

ВВЕДЕНИЕ

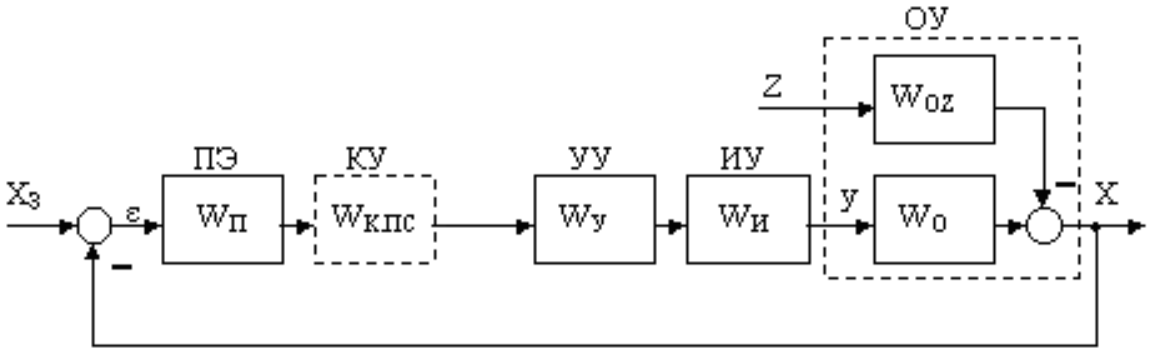
Учебными планами направления 13.03.02 и специальности 21.05.04, а также соответствующими программами дисциплины «Теория автоматического управления» предусмотрено выполнение студентами курсовой работы. Выполняя курсовую работу, студент должен глубже понять основные теоретические положения дисциплины и освоить ряд технических приемов расчета автоматических систем управления.

В курсовой работе студенту необходимо выполнить комплекс расчетов автоматической системы управления, заданной в виде обобщенной унифицированной алгоритмической схемы. В зависимости от варианта задания (см. раздел 1) это будет система, изображенная на рис. В.1 или на рис. В.2. Система состоит из объекта управления ОУ, преобразующего элемента ПЭ, исполнительного устройства ИУ, управляющего устройства УУ и одного корректирующего устройства КУ, включенного либо последовательно (см. рис. В.1), либо встречно-параллельно (см. рис. В.2) в основной контур системы. Кроме того, в основной контур системы, изображенной на рис. В.2, включен усилительный элемент УЭ. В зависимости от варианта задания исполнительное устройство системы ИУ может рассматриваться как идеальное интегрирующее звено или как инерционное звено первого порядка (без множителя p, обведенного на рис. В.1 и В.2 кружком). Соответственно вся система будет астатической или статической.

Выходная величина объекта x (управляемая величина системы) зависит от управляющего воздействия y и возмущающего воздействия z. Требуемый закон изменения величины x определяется задающим воздействием $x_з$.

Из-за действия обоих входных сигналов и из-за инерционности элементов системы в замкнутом контуре в переходных и установившихся режимах возникает сигнал отклонения (сигнал ошибки) ε, который складывается из двух составляющих: составляющей $\varepsilon_з$, обусловленной неточным воспроизведением задающего воздей-

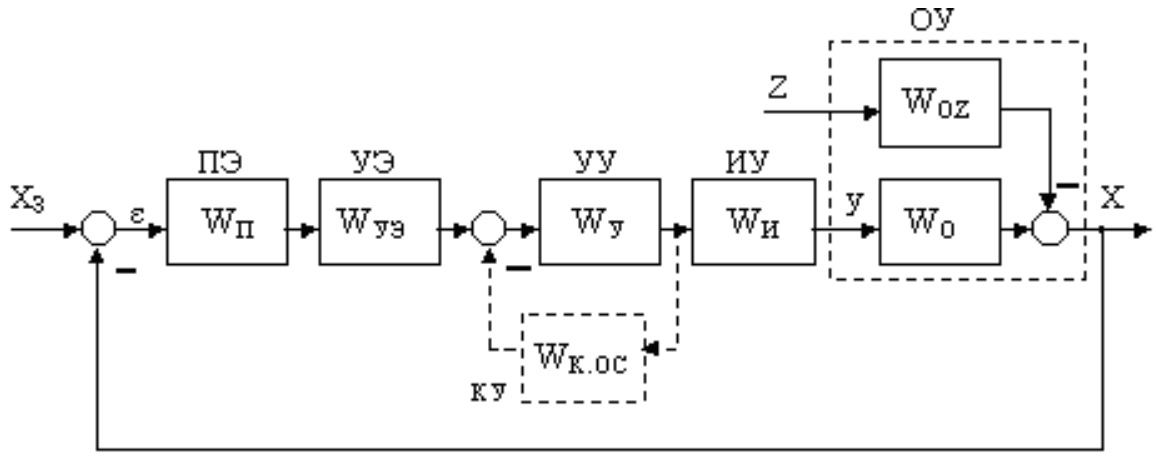
ствия, и составляющей ε_z, обусловленной неполным подавлением возмущающего воздействия.



$$W_{\text{о}}(p)=\frac{k_{\text{о}}}{T_{\text{о}}p+1};\qquad W_{\text{oz}}(p)=\frac{k_{\text{oz}}}{T_{\text{oz}}p+1};\qquad W_{\text{у}}(p)=\frac{k_{\text{у}}}{T_{\text{у}}p+1};$$

$$W_{\text{и}}(p)=\frac{k_{\text{и}}}{p\,(T_{\text{и}}p+1)};\qquad W_{\text{п}}(p)=k_{\text{п}}$$

Рис. В.1. Алгоритмическая схема автоматической системы управления (для вариантов 0 – 4)



$$W_{\text{о}}(p)=\frac{k_{\text{о}}}{T_{\text{о}}p+1};\quad W_{\text{oz}}(p)=\frac{k_{\text{oz}}}{T_{\text{oz}}p+1};\quad W_{\text{у}}(p)=\frac{k_{\text{у}}}{T_{\text{у}}p+1};$$

$$W_{\text{и}}(p)=\frac{k_{\text{и}}}{p\,(T_{\text{и}}p+1)};\qquad W_{\text{п}}(p)=k_{\text{п}};\quad W_{\text{уэ}}(p)=\frac{k_{\text{уэ}}}{\mathrm{T}_{\text{уэ}}p+1}$$

Рис. В.2. Алгоритмическая схема автоматической системы управления (для вариантов 5 – 9)

При расчете автоматической системы управления рассматриваются вопросы анализа и структурно-параметрического синтеза при детерминированных воздействиях.

Анализ системы заключается в:

- расчете установившейся ошибки замкнутой системы по заданному каналу воздействия при заданном виде входного воздействия;
- определении устойчивости замкнутой системы по заданному критерию устойчивости;
- получению графика переходного процесса по заданному каналу воздействия и вычислению качественных показателей процесса.

Синтез системы состоит в:

- определении структуры и параметров корректирующего устройства;
- вычислении оптимального значения передаточного коэффициента усилительного элемента из условия минимума квадратичной интегральной оценки.

1. ВЫБОР ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

Исходные параметры системы (и саму систему) каждый студент определяет в зависимости от номера задания, который выбирается в зависимости от первых трех букв фамилии студента (табл. 1.1). Например,

ИВАнов,	ПЕТров,	ТРОфимов
↓↓↓	↓↓↓	↓↓↓
210	628	865

Таблица 1.1

Определение номера задания на выполнение курсовой работы

Первые три буквы фамилии студента	А, Б	В, Г	Д, Е,Ё, Ж,З, И,Й	К	Л,М	Н,О	П,Р	С	Т,У, Ф,Х, Ъ,Ь	Ц,Ч Ш,Щ, Ы,Э, Ю,Я
Цифры разрядов номера задания	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Примечание. Если в группе учатся супруги, то жена номер задания определяет по девичьей фамилии.

В зависимости от номера задания выбирают варианты задания (рис. 1.1).

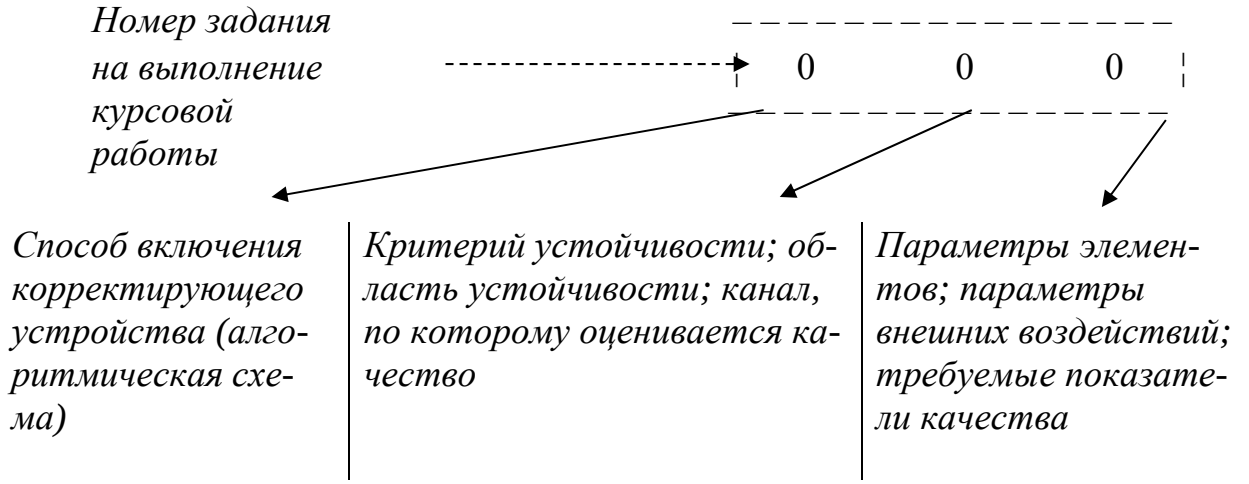


Рис. 1.1. Схема выбора вариантов задания

Цифра, стоящая в разряде единиц, определяет вариант параметров элементов (табл. 1.2, *а, б*) и вариант параметров внешних воздействий и требуемых показателей качества (табл. 1.3, *а*, *б*) Для нечетных цифр постоянная времени $T_и$ задана, и исполнительное устройство рассматривается как инерционное звено первого порядка (без множителя «*p*» на рис. В.1 и В.2), для четных цифр $T_и$=0 и исполнительное устройство рассматривается как идеальное интегрирующее звено с одним параметром $k_и$.

Цифра, стоящая в разряде десятков, определяет:

по табл. 1.4 – применяемый критерий устойчивости; параметры, в пространстве которых необходимо построить область устойчивости; канал системы, по которому необходимо оценить качество управления в установившихся и переходных режимах.

Каждый раздел работы соответствует определенному пункту задания.

Цифра, стоящая в разряде сотен, определяет способ включения корректирующего устройства и, вследствие этого, выбор исследуемой системы: для цифр 0-4 – последовательное включение (см. рис. В.1), для цифр 5-9 – встречно-параллельное (см. рис. В.2).

Таблица 1.2, *а*

Параметры элементов системы
(для алгоритмической схемы на рис. В.1)

Цифра единиц номера задания	ОУ			ИУ		УУ		ПЭ
	$k_{о}$	k_{oz}	$T_{о}=T_{oz}$, с	$k_{и}$	$T_{и}$, с	$k_{у}$	$T_{у}$, с	$k_{п}$
9	0,1	0,1	1,0	10,0	0,1	15	0,35	0,8
8	1,0	0,2	1,1	1,0	-	3	0,35	0,9
7	0,2	0,1	1,2	5,0	0,25	20	0,60	1,0
6	3,0	0,6	1,3	0,3	-	2	1,00	1,1
5	0,4	0,2	1,4	2,5	0,50	5	1,40	1,2
4	5,0	1,0	1,5	0,2	-	1	1,5	1,2
3	0,6	0,3	1,6	0,35	0,35	20	1,20	1,1
2	7,0	1,4	1,7	0,1	-	2	0,85	1,0
1	0,8	0,4	1,8	1,2	0,20	15	0,60	0,9
0	9,0	1,8	1,9	0,1	-	3	0,45	0,8

Таблица 1.2, *б*

Параметры линейных элементов системы
(для алгоритмической схемы на рис. В.2)

Цифра единиц номера задания	УО			ИУ		УУ		УЭ		ПЭ
	$k_{о}$	k_{oz}	$T_{о}=T_{oz}$, с	$k_{и}$	$T_{и}$, с	$k_{у}$	$T_{у}$, с	$k_{уэ}$	$T_{уэ}$, с	$k_{п}$
9	0,5	0,25	2,0	2,0	0,2	0,2	0,8	10,0	0,6	0,90
8	1,0	0,50	2,1	1,0	-	1,0	1,0	2,0	0,7	0,95
7	2,0	1,00	2,2	0,50	0,4	2,0	1,2	5,0	0,8	1,00
6	3,0	1,50	2,3	0,35	-	0,5	1,4	2,0	0,9	1,05
5	4,0	2,00	2,4	0,25	0,6	3,0	1,6	5,0	1,2	1,10
4	5,0	2,50	2,5	0,20	-	0,5	1,8	3,0	1,4	1,10
3	6,0	3,00	2,6	0,15	0,8	2,0	2,0	2,5	1,8	1,05
2	7,0	3,50	2,7	0,15	-	0,25	2,2	2,0	1,9	1,00
1	8,0	4,00	2,8	0,10	1,0	2,0	2,4	5,0	1,5	0,95
0	9,0	4,50	2,9	0,10	-	0,5	2,6	2,0	1,7	0,90

Таблица 1.3, *а*

Параметры внешних воздействий и требуемые показатели качества системы (для алгоритмической схемы на рис. В.1)

Цифра единиц номера задания	Параметры воздействий вида a_o+a_1t		Показатели качества				
			в установившемся режиме		в переходном режиме		
	a_o	a_1	$\varepsilon_з$	ε_z	σ, %	$t_п$, с	M
9	1,0	-	0,05	0,005	20	1,0	1,25
8	-	2,0	0,50	0,10	25	3,0	1,30
7	3,0	-	0,20	0,02	30	1,5	1,50
6	-	4,0	2,00	1,20	35	4,5	1,60
5	5,0	-	0,50	0,10	40	2,5	1,80
4	-	6,0	4,00	4,00	40	5,0	1,80
3	7,0	-	0,50	0,15	35	2,0	1,60
2	-	8,0	4,00	5,60	30	5,5	1,50
1	9,0	-	0,45	0,20	25	1,5	1,30
0	-	10,0	3,00	5,00	20	5,0	1,25

Таблица 1.3, *б*

Параметры внешних воздействий и требуемые показатели качества системы (для алгоритмической схемы на рис. В.2)

Цифра единиц номера задания	Параметры воздействий вида a_o+a_1t		Показатели качества				
			в установившемся режиме		в переходном режиме		
	a_o	a_1	$\varepsilon_з$	ε_z	σ, %	$t_п$, с	M
9	0,5	-	0,02	0,005	25	1,5	1,3
8	-	1,0	0,50	0,25	25	6,0	1,3
7	2,0	-	0,10	0,10	30	2,0	1,5
6	-	3,0	2,00	3,00	30	10,0	1,5
5	4,0	-	0,30	0,60	35	3,0	1,6
4	-	5,0	4,00	10,0	35	8,0	1,6
3	6,0	-	0,50	1,50	30	4,0	1,5
2	-	7,0	8,00	28,0	30	10,0	1,5
1	8,0	-	0,70	2,80	25	5,0	1,3
0	-	9,0	11,0	50,0	25	10,0	1,3

Таблица 1.4

Выбор заданий по анализу устойчивости и качества системы

Цифра десятков номера задания	Критерий устойчивости	Область устойчивости по параметрам	Показатели качества по каналу	
			в установившемся режиме	в переходном режиме
9	Гурвица	$k_{и}$ и $T_{у}$	$x_{з} - \varepsilon$	$x_{з} - x$
8	Михайлова	$k_{и}$ и $T_{о}$	$x_{з} - \varepsilon$	$x_{з} - \varepsilon$
7	Найквиста	$k_{п}$ и $T_{у}$	$z - x$	$z - x$
6	«Логарифмический»	$k_{о}$ и $T_{у}$	$z - \varepsilon$	$z - \varepsilon$
5	Гурвица	$k_{п}$ и $T_{и}$	$x_{з} - \varepsilon$	$x_{з} - x$
4	Михайлова	$k_{и}$ и $T_{о}$	$x_{з} - \varepsilon$	$x_{з} - \varepsilon$
3	Найквиста	k и $T_{и}$	$z - x$	$z - x$
2	«Логарифмический»	k и $T_{о}$	$z - \varepsilon$	$z - \varepsilon$
1	Гурвица	$k_{п}$ и $T_{о}$	$x_{з} - \varepsilon$	$x_{з} - x$
0	Найквиста	k и $T_{у}$	$x_{з} - \varepsilon$	$x_{з} - \varepsilon$

Все исходные данные и указания, выбранные из табл. 1.2 – 1.4 в соответствии с номером задания, выбранным из табл. 1.1, студент вписывает в специальный бланк задания на курсовую работу (см. Приложения 1, 2) и представляет на утверждение руководителю курсовой работы.

При оформлении курсовой работы бланк задания служит титульным листом.

2. СОДЕРЖАНИЕ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Курсовая работа состоит из 6 разделов:

1. Оценка точности в установившемся режиме.
2. Проверка устойчивости исходной системы.
3. Расчет корректирующего устройства.
4. Построение области устойчивости скорректированной системы.
5. Построение графика переходного процесса и оценка качества скорректированной системы.
6. Вычисление и минимизация квадратичной интегральной оценки при типовом воздействии.

Перечень возможных рисунков курсовой работы

Рис. 1. Алгоритмическая схема рассчитываемой системы управления.

Рис. 2. Годограф Михайлова нескорректированной системы.

Рис. 2. Амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ) разомкнутого контура нескорректированной системы.

Рис. 2. Логарифмические частотные характеристики разомкнутого контура нескорректированной системы.

Рис. 3. К расчету корректирующего устройства.

Рис. 4. Принципиальная схема корректирующего устройства.

Рис. 5. Область устойчивости скорректированной системы в плоскости параметра… .

Рис. 5. Область устойчивости скорректированной системы в плоскости параметров… и … .

Рис. 6. Переходная характеристика замкнутой скорректированной системы по каналу … .

Рис. 7. Зависимость квадратичной интегральной оценки скорректированной системы от коэффициента k_y.

В некоторых вариантах курсовой работы рис. 2 отсутствует и нумерация рисунков соответственно смещается.

Перечень возможных таблиц курсовой работы

Таблица 1. Годограф Михайлова.

Таблица 1. Амплитудно-фазовая частотная характеристика разомкнутого контура.

Таблица 1. Фазовая частотная характеристика разомкнутого контура.

Таблица 2. Граница области устойчивости системы.

Таблица 3. Исходные данные для цифрового моделирования.

Таблица 4. Результаты цифрового моделирования.

Таблица 5. Зависимость квадратичной интегральной оценки от коэффициента k_y**.**

3. УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

3.1. Указания к разделу «Оценка точности в установившемся режиме»

Точность статической системы в установившемся режиме оценивают при ступенчатом воздействии, а точность астатической – при линейном. Для вычисления значения сигнала ошибки в установившемся режиме следует воспользоваться теоремой Лапласа о конечном значении оригинала или методом коэффициентов ошибок.

Сначала записывают передаточную функцию замкнутой системы по заданному каналу воздействия. Например, по каналу «$x_з$–ε» передаточная функция запишется (для рис. В.1) в виде:

$$\Phi(p)=\frac{\varepsilon(p)}{X_з(p)}=\frac{1}{1+W_п(p)W_у(p)W_и(p)W_о(p)}. \qquad (3.1)$$

Затем в формулу (3.1) следует подставить выражения для передаточных функций элементов системы. Далее для заданного канала воздействия записывают теорему Лапласа о конечном значении оригинала

$$\lim_{t\to\infty}\varepsilon(t)=\lim_{p\to 0}p\varepsilon(p)=\lim_{p\to 0}p\Phi(p)X_з(p). \qquad (3.2)$$

Результатом решения формулы (3.2) является полученное в общем виде (а затем и в численном) значение сигнала ошибки ε(t) в установившемся режиме. Если это значение удовлетворяет заданному, то расчет окончен. Если не удовлетворяет, то следует вычислить новое (большее) значение передаточного коэффициента $k_у$, обеспечивающее требуемое значение сигнала ошибки. Проверить правильность решения в общем виде для различных каналов воздействий можно при помощи табл. 4.2 в [1].

3.2. Указания к разделу «Проверка устойчивости исходной системы»

Проверка устойчивости замкнутой нескорректированной системы по заданному критерию проводится или один раз (если в разделе «Оценка точности...» численное значение передаточного коэффициента $k_у$ осталось неизменным), или дважды (при исходном и большем значении $k_у$).

3.2.1. Критерий устойчивости Гурвица

Исходным выражением для определения устойчивости по данному критерию является характеристическое уравнение **замкнутого** контура системы

$$1 + W_{рк}(p) = 0, \qquad (3.3)$$

где $W_{рк}(p)$ – передаточная функция разомкнутого контура. Например, для алгоритмической схемы на рис. В.2 передаточная функция разомкнутого контура системы запишется в виде

$$W_{рк}(p) = W_{п}(p)W_{уэ}(p)W_{у}(p)W_{и}(p)W_{о}(p). \qquad (3.4)$$

Подставив в формулу (3.3) формулу (3.4), получают характеристическое уравнение замкнутого контура системы сначала в общем, а затем в численном виде. Затем составляют определитель Гурвица (с. 259-264 [1]) и на основании формулировки критерия Гурвица делают вывод об устойчивости (или неустойчивости) системы.

3.2.2. Критерий устойчивости Михайлова

Исходным выражением для определения устойчивости по данному критерию является характеристическое уравнение **замкнутого** контура системы (см. формулу (3.3) данного пособия). После подстановки в формулу (3.3) передаточной функции разомкнутого контура системы $W_{рк}(p)$, затем подстановки в формулу для $W_{рк}(p)$ передаточных функций элементов системы, получают характеристиче-

ский полином системы, который в общем виде (для схемы на рис. В.1) записывается как

$$F(p) = a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3, \qquad (3.5)$$

где a_0, a_1, a_2, a_3 – коэффициенты характеристического полинома, зависящие от постоянных времени и передаточных коэффициентов элементов системы.

Далее в выражении (3.5) делают подстановку $p = j\omega$ и получают функцию комплексного переменного

$$F(j\omega) = a_0 (j\omega)^3 + a_1 (j\omega)^2 + a_2 j\omega + a_3 = P(\omega) + jQ(\omega). \qquad (3.6)$$

Затем задаются численными значениями частоты ω от 0 до ω=∞, вычисляют значения $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ на этих частотах и строят годограф Михайлова. Далее на основании формулировки критерия Михайлова (с. 266-272 [1]) делают вывод об устойчивости системы.

Суждение об устойчивости системы можно сделать и без построения годографа Михайлова, используя следствие из критерия. Для этого надо найти корни уравнений

$$P(\omega) = 0, \qquad Q(\omega) = 0 \qquad (3.7)$$

и на основании формулировки следствия сделать вывод об устойчивости системы.

3.2.3. Критерий устойчивости Найквиста

Исходным выражением для определения устойчивости по данному критерию является передаточная функция **разомкнутого** контура системы $W_{\text{рк}}(p)$. Затем в этой формуле делают подстановку $p = j\omega$ и записывают

$$W_{\text{рк}}(j\omega) = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)}, \qquad (3.8)$$

где $A(\omega) = |W_{\text{рк}}(j\omega)|$ – амплитудно-частотная функция системы;
$\varphi(\omega) = \arg W_{\text{рк}}(j\omega)$ – фазо-частотная функция системы.

Далее, задаваясь значениями частоты ω от 0 до ω=∞, в координатах $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ строят график $W_{рк}(j\omega)$ – амплитудно-фазочастотную характеристику разомкнутого контура системы, и на основании основной формулировки критерия Найквиста (с. 272-280 [1]) делают вывод об устойчивости системы. График функции $W_{рк}(j\omega)$ можно построить и другим способом, разложив эту функцию на действительную и мнимую составляющие

$$W_{рк}(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega). \qquad (3.9)$$

3.2.4. Логарифмический критерий устойчивости

Этот критерий является разновидностью основной формулировки критерия Найквиста и применяется для определения устойчивости замкнутых систем, разомкнутый контур которых образован последовательным соединением типовых динамических звеньев. Для определения устойчивости системы строят 2 графика: логарифмическую амплитудно-частотную характеристику (ЛАЧХ) и фазо-частотную характеристику **разомкнутого** контура. Формулировка критерия и пример определения устойчивости статической системы третьего порядка приведены на с. 280-282 [1].

3.3. Указания к разделу «Расчет корректирующего устройства»

Расчет корректирующего устройства осуществляется при помощи логарифмических частотных характеристик. Результатами расчета являются передаточная функция, принципиальная схема и параметры корректирующего устройства, передаточная функция скорректированной системы. Для замкнутой скорректированной системы следует определить запасы устойчивости по фазе и по амплитуде. При выборе корректирующего устройства по справочным таблицам допускается приближенная замена требуемой характеристики.

3.3.1. Расчет последовательного корректирующего устройства (для алгоритмической схемы на рис. В.1)

Решение задачи коррекции осуществляют в следующей последовательности (с. 392-396 [1]):

1. Строят ЛАЧХ нескорректированной системы $L_{нс}(\omega)$.

2. По заданным показателям качества замкнутой системы в переходном режиме σ, $t_п$, M строят ЛАЧХ скорректированной (желаемой) системы $L_{ск}(\omega)$. При этом параметры среднечастотного участка ЛАЧХ желаемой системы рассчитывают по формулам

$$\omega_{ср} = \frac{0{,}12\pi\sigma}{t_п},\ \omega_2 = \frac{M-1}{M}\omega_{ср},\ \omega_3 = \frac{M+1}{M}\omega_{ср}. \qquad (3.10)$$

3. Из ЛАЧХ скорректированной системы вычитают ЛАЧХ нескорректированной системы и получают ЛАЧХ последовательного корректирующего устройства $L_{ку}(\omega)$.

4. По виду ЛАЧХ корректирующего устройства выбирают принципиальную схему (см. табл. 7.2 [1]), записывают передаточную функцию $W_{ку}(p)$, а затем рассчитывают параметры устройства.

5. Записывают передаточную функцию разомкнутой скорректированной системы $W_{ск}(p)=W_{ку}(p)W_{нс}(p)$ и вычисляют запасы устойчивости замкнутой системы по фазе $\Delta\varphi$ и по амплитуде ΔL.

Для вычисления запаса по фазе $\Delta\varphi$ вычисляют фазовый сдвиг системы на частоте среза ($\omega_{ср}$)

$$\varphi(\omega_{ср}) = \arg W_{ск}(j\omega)\Big|_{\omega=\omega_{ср}}, \qquad (3.11)$$

откуда запас по фазе равен

$$\Delta\varphi = 180^{\circ} - \left|\varphi(\omega_{ср})\right|. \qquad (3.12)$$

Для определения запаса устойчивости по амплитуде ΔL следует сначала найти частоту ω_π, при которой фазовый сдвиг системы будет равен $-180^{\circ}\pm 1^{\circ}$,

$$\varphi(\omega_\pi) = \arg W_{ск}(j\omega)\Big|_{\omega=\omega_\pi} = -180^\circ(\pm 1^\circ) \qquad (3.13)$$

Частоту ω_π находят подбором, учитывая при этом, что $\omega_\pi > \omega_{ср}$. *З*атем по графику ЛАЧХ скорректированной системы находят запас устойчивости по амплитуде ΔL (см. рис. 6.5 [1]).

3.3.2. Расчет встречно-параллельного корректирующего устройства (для алгоритмической схемы на рис. В.2)

Решение задачи коррекции осуществляется в следующей последовательности (с. 392-396 [1]):

1. Строят ЛАЧХ звеньев, не охваченных обратной связью $L_{но}(\omega)$. При этом передаточный коэффициент $k_у$ следует реализовать за счет изменения передаточного коэффициента $k_п$.

2. По заданным показателям качества системы в переходном режиме σ, $t_п$, M строят ЛАЧХ скорректированной (желаемой) системы $L_{ск}(\omega)$. При этом параметры среднечастотного участка ЛАЧХ желаемой системы находят по формулам (3.10).

3. Из ЛАЧХ звеньев, не охваченных обратной связью, вычитают ЛАЧХ скорректированной системы и получают ЛАЧХ звена обратной связи $L_{ос}(\omega)$.

4. По виду ЛАЧХ обратной связи $L_{ос}(\omega)$ выбирают принципиальную схему (см. табл. 7.2 [1]) и записывают передаточную функцию устройства $W_{ос}(\omega)$, а затем рассчитывают параметры устройства.

5. Записывают передаточную функцию разомкнутой скорректированной системы $W_{ск}(p) = W_{но}(p)/W_{ос}(p)$ и вычисляют запасы устойчивости замкнутой системы по фазе $\Delta\varphi$ и по амплитуде ΔL (см. формулы (3.11-3.13) данного пособия).

3.4. Указания к разделу «Построение области устойчивости скорректированной системы»

3.4.1. Построение области устойчивости в плоскости одного параметра (с. 284-287 [1])

Исходным выражением для построения является характеристическое уравнение **замкнутого** контура скорректированной системы (см. раздел 3.3. данного пособия)

$$1 + W_{\text{ск}}(p) = 0\,. \tag{3.14}$$

Данное уравнение решают относительно интересующего нас параметра *(*k, $k_{\text{о}}$, $k_{\text{у}}$, $k_{\text{и}}$*)* и после подстановки $p=j\omega$ представляют в виде, например,

$$k = P(\omega) + jQ(\omega)\,. \tag{3.15}$$

Затем, изменяя частоту ω от 0 до $+\infty$, строят одну ветвь кривой *D*-разбиения, а вторую ветвь кривой (при изменении частоты ω от $-\infty$ до 0) достраивают как зеркальное отражение первой ветви, затем кривую штрихуют.

После построения кривой *D*-разбиения на рисунке следует показать точку, соответствующую принятому значению варьируемого параметра.

3.4.2. Построение области устойчивости в плоскости двух параметров

Исходным выражением для построения области устойчивости является характеристическое уравнение замкнутого контура скорректированной системы (см. формулу (3.14) данного пособия). Затем в соответствии с методикой и примерами, приведенными на с. 287-295 [1], строят кривую *D*-разбиения, особые прямые и штрихуют их. На рисунке следует показать точку, соответствующую принятым значениям варьируемых параметров.

В процессе выполнения раздела «Расчет корректирующего устройства» может оказаться, что в передаточную функцию скорректированной системы не будет входить постоянная времени, ко-

торая приведена в задании для построения области устойчивости. В этом случае построение области устойчивости в плоскости двух параметров иногда «вырождается» в построение области устойчивости в плоскости одного параметра и **следует проконсультироваться** с преподавателем о дальнейшем ходе решения.

3.5. Указания к разделу «Построение графика переходного процесса и оценка качества скорректированной системы»

В этом разделе необходимо построить график переходного процесса в **замкнутой** скорректированной системе по заданному каналу воздействия, вызванного единичным ступенчатым воздействием. Оценка качества системы осуществляется по форме переходного процесса, числу полуколебаний, периоду затухающих колебаний, первому максимальному отклонению, длительности и перерегулированию. Значения двух последних показателей сравнивают с требуемыми значениями. График переходного процесса системы следует получить при помощи моделирования системы на цифровой вычислительной машине (ЦВМ).

Исходным выражением для моделирования является передаточная функция **замкнутой** скорректированной системы по заданному каналу воздействия, представленная в следующем виде:

$$\Phi(p) = \frac{b_0 p^4 + b_1 p^3 + b_2 p^2 + b_3 p + b_4}{a_0 p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2 + a_3 p + a_4}. \qquad (3.16)$$

Затем составляют таблицу исходных данных для цифрового моделирования, куда входят коэффициенты b_i и a_i из формулы (3.16), а также «шаг интегрирования» Δt, «шаг печати» $t_{\text{печ}}$ и «длительность выполнения расчетов» $t_{\text{к}}$.

Таблица 3.1

Исходные данные для цифрового моделирования

b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	Δt	$t_{\text{печ}}$	$t_{\text{к}}$

Рекомендуется выбирать $t_{\text{к}} \approx 1{,}2t_{\text{п}}$, где $t_{\text{п}}$ – заданное время переходного процесса; $t_{\text{печ}} = t_{\text{к}}/20$; $\Delta t = t_{\text{печ}}/50$. В табл. 3.1 вместо отсутствующих коэффициентов следует (без смещения других коэффициентов) ставить нули.

После ввода исходных данных в ПК получают листинг результатов расчёта, на основании которого строят график переходного процесса. Листинг результатов расчёта подшивается к курсовому проекту. Результаты расчёта следует проверить, используя формулы Лапласа о конечном и начальном значении оригинала,

$$\Phi(0) = h(\infty),\ \Phi(\infty) = h(0) \qquad (3.17)$$

и при необходимости повторить решение, подкорректировав численные значения Δt, $t_{\text{печ}}$, $t_{\text{к}}$.

При получении неустойчивого машинного решения следует уменьшить Δt с соответствующим пересчётом $t_{\text{печ}}$ и $t_{\text{к}}$.

График переходного процесса можно получить и другим способом, используя систему МАТЛАБ [2].

3.6. Указания к разделу «Вычисление и минимизация квадратичной интегральной оценки при типовом воздействии»

Квадратичная интегральная оценка вычисляется при **единичном ступенчатом воздействии**. При этом допускается (по согласованию с преподавателем) упрощение передаточной функции скорректированной системы.

Исходным выражением для дальнейших расчетов является передаточная функция **замкнутой** скорректированной системы по заданному каналу воздействия, записанная в виде:

$$\Phi(p)=\frac{b_0 p^{\mathrm{m}}+b_1 p^{\mathrm{m}-1}+\ldots+b_{\mathrm{m}}}{a_0 p^{\mathrm{n}}+a_1 p^{\mathrm{n}-1}+\ldots+a_{\mathrm{n}}}. \qquad (3.18)$$

Пусть задан канал воздействия «$x_з$-ε»,тогда:

$$\Phi(p)=\frac{\varepsilon(p)}{X_з(p)}. \qquad (3.19)$$

Находят выражение для изображения переходной составляющей сигнала ошибки

$$\varepsilon_{\mathrm{п}}(p)=\left[\Phi_\varepsilon(p)-\Phi_\varepsilon(0)\right]\cdot 1/p. \qquad (3.20)$$

При решении выражения (3.20) сначала проводят математические операции в квадратных скобках, при этом возможны следующие упрощения (если передаточный коэффициент разомкнутого контура $k_{\mathrm{рк}}\geq 10$):

$$k_{\mathrm{рк}}+1=k_{\mathrm{рк}}, \qquad k_{\mathrm{рк}}-1=k_{\mathrm{рк}}. \qquad (3.21)$$

Далее выражение (3.20) записывают как отношение следующих полиномов:

$$\varepsilon_{\mathrm{п}}(p)=\frac{c_0 p^{n-1}+c_1 p^{n-2}+\ldots+c_{n-1}}{d_0 p^{n}+d_1 p^{n-1}+\ldots+d_n}=\frac{C(p)}{D(p)}. \qquad (3.22)$$

В дальнейшем для вычисления квадратичной интегральной оценки $Q_{\text{кв}_в}$ по выражению (3.22) используют методику, изложенную на с. 328-336 [1].

Минимум интегральной оценки и оптимальное значение передаточного коэффициента $k_{\text{рк}}$ рекомендуется определять непосредственно по графику функции $Q_{\text{кв}}=f(k_{\text{рк}})$, построенного по точкам. Затем от оптимального значения коэффициента $k_{\text{рк}}$ следует перейти к оптимальному значению передаточного коэффициента $k_{\text{у}}$.

4. ОФОРМЛЕНИЕ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Курсовая работа оформляется на стандартных листах белой писчей бумаги формата А4 (210×297) в виде распечатки с электронного варианта, причем используется только одна сторона каждого листа.

Страницы курсовой работы должны иметь поля. Заголовки разделов рекомендуется выделять.

Математические преобразования и расчеты, выполняемые в каждом разделе курсовой работы, необходимо сопровождать краткими текстовыми пояснениями, связывающими исходное математическое выражение (характеристическое уравнение, характеристическую функцию, амплитудно-фазовую частотную характеристику, передаточную функцию и т. п.), конечную расчетную формулу, таблицу с вычисленными значениями и соответствующий график. **Особое внимание следует уделять четкому формулированию выводов в конце каждого раздела.**

При получении переходных характеристик скорректированной системы (см. раздел 5 курсовой работы) способом **цифрового моделирования** следует привести листинг программы с распечаткой результатов или результаты расчета в виде вычисленных значений ординат переходной функции в соответствующие моменты времени.

Математические выражения необходимо записывать вначале в самом общем виде – через передаточные и частотные функции отдельных звеньев, затем, вместо каждой функции W_i, подставляется

ее конкретный вид, далее производятся алгебраические преобразования и упрощения, и, наконец, подстановка числовых значений постоянных времени и передаточных коэффициентов звеньев.

Название и номер рисунка пишутся под рисунком. Название и номер таблицы пишутся над таблицей. Располагают рисунки и таблицы после первой ссылки на них.

При использовании справочников, учебников и специальной литературы в тексте следует делать соответствующие ссылки: в квадратных скобках указывается номер литературного источника в списке. Список литературы приводится на последней странице курсовой работы сразу после раздела 6. **Перед списком литературы должно быть приведено развернутое заключение по выполненной работе.**

В конце курсовой работы ставятся дата и подпись студента.

Все листы курсовой работы (включая лист с содержанием работы и листы с рисунками и таблицами) необходимо пронумеровать. Номера ставятся в середине нижнего поля страницы. Разделы, рисунки, таблицы и страницы нумеруются арабскими цифрами. Нумерацию рисунков, таблиц и формул рекомендуется делать сквозной по всей работе. На все рисунки и таблицы должны быть ссылки.

Все листы должны быть скреплены между собой и сброшюрованы в обложке из плотной бумаги. На обложке стандартным шрифтом пишется содержание титульного листа.

После проверки работы преподавателем со студентом проводится собеседование по содержанию работы. Оценка работы определяется качеством выполнения работы и результатами собеседования.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представленном пособии студент должен выполнить курсовую работу в виде комплекса расчетов линейной системы управления, работающей при различных входных воздействиях.

После оценки точности в установившемся режиме (раздел 1 курсовой работы) может оказаться, что автоматическая система при оценке ее устойчивости (раздел 2 курсовой работы) будет неустойчивой как при заданном значении передаточного коэффициента управляющего устройства $k_у$, так и при новом, выбранном по условию точности, большем значении $k_у$. А может случиться, что при заданном значении $k_у$ система является устойчивой, а при новом – неустойчивой. В обоих случаях в разделе 3 курсовой работы будут одновременно выполнены 2 задачи: задача стабилизации (приведение системы из неустойчивого состояния в устойчивое) и задача коррекции (придание системе нового качества).

При оценке запасов устойчивости замкнутой системы по фазе и амплитуде (раздел 3 курсовой работы) может случиться, что полученные результаты не соответствуют рекомендуемым (см. с. 311-312 [1]). В этом случае необходимо по согласованию с преподавателем изменить заданные показатели качества или сделать правильные выводы о причинах несоответствия.

При построении области устойчивости в плоскости двух параметров заданные значения параметров **обязательно** должны попасть в область устойчивости, в противном случае следует искать математические ошибки. «Вырождение» области устойчивости в плоскости двух параметров в область устойчивости в плоскости одного параметра возможно (в рамках рассматриваемого курсовой работы) только для системы третьего порядка с интегрирующим исполнительным устройством.

При сравнении полученных показателей качества переходного процесса с заданными показателями при выполнении раздела 5 курсовой работы следует сделать выводы о причинах несоответствия.

При вычислении оптимального передаточного коэффициента управляющего устройства $k_у$ в разделе 6 курсовой работы следует

понимать, что одинаковые численные значения коэффициента k_y в этом разделе и в разделе 1 курсовой работы могут быть только случайными, так как критерии оптимальности в разделах разные. В первом разделе коэффициент k_y выбирают из условия заданной точности в установившемся режиме, в шестом – из условия минимума квадратичной интегральной оценки по заданному каналу воздействия.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лукас В. А.* Теория автоматического управления: учебное пособие / В. А. Лукас. 4-е издание, исправленное. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2005. 677 с.

2. *Леонов Р. Е.* Решение типовых линейных задач в системе МАТЛАБ: учебное пособие / Р. Е. Леонов. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2012. 168 с.

3. *Лукас В. А., Барановский В. П.* Теория автоматического управления. Часть 1. Математическое описание, анализ устойчивости и качества линейных непрерывных систем управления: курс лекций / В. А. Лукас, В. П. Барановский. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2007. 226 с.

4. *Лукас В. А., Барановский В. П.* Основы теории автоматического управления: учебное пособие / В. А. Лукас, В. П. Барановский. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2007. 190 с.

Приложение 1

Титульный лист курсовой работы

Министерство образования и науки РФ
ФГБОУ ВО
«УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра автоматики и компьютерных технологий

КУРСОВАЯ РАБОТА
по дисциплине
«ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ»

Тема: Комплекс расчётов линейной
системы управления

Группа_____

Студент_____

Номер задания_____

Руководитель_____

Екатеринбург, 20__

Приложение 2

Задание на выполнение курсовой работы

ЗАДАНИЕ №

Для автоматической системы, алгоритмическая схема которой приведена на рис. В.1 (или В.2), выполнить следующие расчёты:

1. При заданных параметрах линейной системы (см. табл. 1.2, *а, б*) $k_о$= ; k_{oz}= ; $T_о$=T_{oz}= ,с; $k_и$= ; $T_и$= ,с; $k_у$= ; $T_у$= ,с; $k_{уэ}$= ; $T_{уэ}$= ,с; $k_п$= оценить точность в установившемся режиме по каналу _____(см. табл. 1.4) при типовом воздействии _____(см. табл. 1.3, *а, б*).

При неудовлетворительной точности выбрать значение передаточного коэффициента $k_у$, обеспечивающее требуемое значение сигнала ошибки $\varepsilon_з(\varepsilon_z) \leq$ _____(см. табл. 1.3, *а, б*).

2. С помощью критерия _____(см. табл. 1.4) проверить устойчивость линейной системы при заданных и выбранных параметрах.

3. По требуемым показателям качества в переходном режиме σ = ,%; $t_п$ = , с; M = (см. табл. 1.3, *а, б*) определить структуру и параметры корректирующего устройства (см. рис. В.1 или В.2).

4. Методом D-разбиения построить область устойчивости по параметрам _____(см. табл. 1.4) для скорректированной системы.

5. На ЦВМ получить график переходного процесса по каналу _____(см. табл. 1.4) и сравнить полученные показатели качества с требуемыми.

6. Для замкнутой скорректированной системы вычислить квадратичную интегральную оценку по каналу _____(см. табл. 1.4) и определить оптимальное значение коэффициента $k_у$.

Дата выдачи задания Подпись руководителя

Приложение 3

ПРИМЕРЫ РАСЧЁТА КУРСОВОЙ РАБОТЫ

П.3.1. Оценка точности в установившемся режиме

Оценим точность **статического** варианта системы в установившемся режиме по каналу «$x_з$-ε» при **ступенчатом** воздействии $x_з(t)=a_о$ для алгоритмической схемы, представленной на рис. В.1. Подставим в формулу (3.1) передаточные функции элементов системы

$$\Phi(p)=\frac{\varepsilon(p)}{X_з(p)}=\frac{1}{1+\dfrac{k_п k_у k_и k_о}{(T_у p+1)(T_и p+1)(T_о p+1)}}= \tag{П.3.1}$$

$$=\frac{(T_у p+1)(T_и p+1)(T_о p+1)}{(T_у p+1)(T_и p+1)(T_о p+1)+k_п k_у k_и k_о}.$$

Запишем теорему Лапласа о конечном значении оригинала для сигнала ошибки (см. формулу 3.2) с учётом формулы (П.3.1) и изображения ступенчатого воздействия $X_з(p)=a_о/p$

$$\lim_{t\to\infty}\varepsilon(t)=\lim_{p\to 0}p\frac{(T_у p+1)(T_и p+1)(T_о p+1)}{(T_у p+1)(T_и p+1)(T_о p+1)+k_п k_у k_и k_о}\cdot\frac{a_о}{p}. \tag{П.3.2}$$

После упрощения выражения (П.3.2) и взятия предела получим

$$\varepsilon_з(\infty)=\frac{a_о}{1+k_п k_у k_и k_о}. \tag{П.3.3}$$

С учётом заданных численных значений передаточных коэффициентов элементов системы ($k_п$=1,0; $k_у$=20; $k_и$=5,0; $k_о$=0,2) и величины входного сигнала ($a_о$=3,0) получим

$$\varepsilon_з(\infty)=\frac{3{,}0}{1+1{,}0\cdot 2{,}0\cdot 5{,}0\cdot 0{,}2}\approx 0{,}14. \tag{П.3.4}$$

Исходя из решения (П.3.4) и условия точности системы в установившемся режиме по рассматриваемому каналу воздействия (например, $\varepsilon_з\le 0{,}2$) видно, что передаточный коэффициент управ-

ляющего устройства ($k_у = 20$) обеспечивает значение сигнала ошибки ниже требуемого, следовательно, точность системы при заданных условиях удовлетворительная.

Предположим, требуемая точность по заданному каналу воздействия должна быть $\varepsilon_з \le 0{,}1$. В этом случае новое большее значение передаточного коэффициента управляющего устройства $k_у$ следует определить из условия

$$0{,}10 = \frac{3{,}0}{1 + 1{,}0 \cdot k_у \cdot 5{,}0 \cdot 0{,}2}, \qquad \text{(П.3.5)}$$

откуда $k_у \approx 29$.

Оценим точность **астатического** варианта системы (системы с интегрирующим исполнительным устройством) в установившемся режиме по каналу «$x_з$-ε» при линейном воздействии $x_з(t)=a_1 t$ для алгоритмической схемы, представленной на рис. В.2. Перепишем формулу (3.1) с учётом дополнительного элемента $W_{уэ}(p)$, введённого в контур системы,

$$\Phi(p) = \frac{\varepsilon(p)}{X_з(p)} = \frac{1}{1 + W_п(p)W_{уэ}(p)W_у(p)W_и(p)W_о(p)}. \qquad \text{(П.3.6)}$$

Подставим в формулу (П.3.6) передаточные функции элементов системы

$$\Phi(p) = \frac{\varepsilon(p)}{X_з(p)} = \frac{1}{1 + \dfrac{k_п k_{уэ} k_у k_и k_о}{p(T_{уэ}p+1)(T_у p+1)(T_о p+1)}} =$$

$$= \frac{p(T_{уэ}p+1)(T_у p+1)(T_о p+1)}{p(T_{уэ}p+1)(T_у p+1)(T_о p+1) + k_п k_{уэ} k_у k_и k_о}. \qquad \text{(П.3.7)}$$

Запишем теорему Лапласа о конечном значении оригинала для сигнала ошибки (см. формулу 3.2) с учётом формулы (П.3.7) и изображения линейного воздействия $X_з(p)=a_1/p^2$

$$\lim_{t\to\infty}\varepsilon(t)=\lim_{p\to 0}p\frac{p(T_{\text{уэ}}p+1)(T_{\text{у}}p+1)(T_{\text{о}}p+1)}{p(T_{\text{уэ}}p+1)(T_{\text{у}}p+1)(T_{\text{о}}p+1)+k_{\text{п}}k_{\text{уэ}}k_{\text{у}}k_{\text{и}}k_{\text{о}}}\cdot\frac{a_1}{p^2}. \quad \text{(П.3.8)}$$

После упрощения выражения (П.3.8) и взятия предела получим

$$\varepsilon_{\text{з}}(\infty)=\frac{a_1}{k_{\text{п}}k_{\text{уэ}}k_{\text{у}}k_{\text{и}}k_{\text{о}}}. \quad \text{(П.3.9)}$$

С учётом заданных численных значений передаточных коэффициентов элементов системы ($k_{\text{п}}$=1,1; $k_{\text{уэ}}$=2,0; $k_{\text{у}}$=5,0; $k_{\text{и}}$=2,0; $k_{\text{о}}$=2,5) и величины входного сигнала (a_1=5,0) получим

$$\varepsilon_{\text{з}}(\infty)=\frac{5,0}{1,1\cdot 2\cdot 5\cdot 2\cdot 2,5}\approx 0,09. \quad \text{(П.3.10)}$$

Исходя из решения (П.3.10) и условия точности системы в установившемся режиме по рассматриваемому каналу воздействия (например, $\varepsilon_{\text{з}}\le 0,05$) видно, что передаточный коэффициент управляющего устройства $k_{\text{у}}$=5,0 не обеспечивает требуемой точности. Новое, бóльшее значение передаточного коэффициента $k_{\text{у}}$ найдём из условия

$$0,05=\frac{5,0}{1,1\cdot 2\cdot k_{\text{у}}\cdot 2\cdot 2,5}, \quad \text{(П.3.11)}$$

откуда $k_{\text{у}}\approx 9,1$.

Оценим точность системы в установившемся режиме по каналу «z-ε», предварительно записав передаточную функцию замкнутой системы по этому каналу (для рис. В.2)

$$\Phi(p)=\frac{\varepsilon(p)}{Z(p)}=\frac{W_{\text{оz}}(p)}{1+W_{\text{п}}(p)W_{\text{уэ}}(p)W_{\text{у}}(p)W_{\text{и}}(p)W_{\text{о}}(p)}, \quad \text{(П.3.12)}$$

Запишем теорему Лапласа о конечном значении оригинала для сигнала ошибки по каналу «z-ε»

$$\lim_{t\to\infty}\varepsilon(t)=\lim_{p\to 0}p\varepsilon(p)=\lim_{p\to 0}p\Phi(p)Z(p), \quad \text{(П.3.13)}$$

где $Z(p)$ – изображение по Лапласу возмущающего воздействия: для $z(t)=a_0$ $Z(p)=a_0/p$, а для $z(t)=a_1 t$ $Z(p)=a_1/p^2$.

Подставив в формулу (П.3.12) передаточные функции элементов системы, с учётом формулы (П.3.13) получим следующие выражения в общем виде для сигнала ошибки:

- для статической системы

$$\varepsilon_z(\infty)=\frac{a_{\text{о}}k_{oz}}{1+k_{\text{п}}k_{\text{уэ}}k_{\text{у}}k_{\text{и}}k_{\text{о}}}, \qquad \text{(П.3.14)}$$

- для астатической системы

$$\varepsilon_z(\infty)=\frac{a_1 k_{oz}}{k_{\text{п}}k_{\text{уэ}}k_{\text{у}}k_{\text{и}}k_{\text{о}}}. \qquad \text{(П.3.15)}$$

Если после подстановки в формулы (П.3.14) или (П.3.15) численных значений передаточных коэффициентов элементов системы и величин входного сигнала точность системы удовлетворяет заданной, то расчёт точности закончен; если не удовлетворяет, то новое, бóльшее значение передаточного коэффициента управляющего устройства $k_{\text{у}}$ следует найти, подставив в формулы (П.3.14) или (П.3.15) требуемые по условию точности численные значения сигнала ошибки ε_z из табл. 1.3, *а* или табл. 1.3, *б*.

Для оценки точности системы по каналу «*z*-*x*» запишем передаточную функцию замкнутой системы по этому каналу (для рис. В.2)

$$\Phi(p)=\frac{X(p)}{Z(p)}=\frac{-W_{\text{oz}}(p)}{1+W_{\text{п}}(p)W_{\text{уэ}}(p)W_{\text{у}}(p)W_{\text{и}}(p)W_{\text{о}}(p)}. \qquad \text{(П.3.16)}$$

Сравнивая формулы (П.3.12) и (П.3.16), можно отметить, что они отличаются только знаками числителя передаточных функций. Таким образом, при оценке точности по каналу «*z*-*x*» можно считать, что он идентичен каналу «*z*-ε». В дальнейшем знак минус в числителе формулы (П.3.16) следует опустить и точность рассматривать по формулам (П.3.14) или (П.3.15).

П.3.2. Проверка устойчивости исходной системы

П.3.2.1. Критерий устойчивости Гурвица

Исходным выражением для определения устойчивости по критерию Гурвица является характеристическое уравнение **замкнутого** контура системы (см. формулу (3.3)). Подставим в формулу (3.3) передаточные функции элементов системы для алгоритмической схемы, представленной на рис. В.1,

$$1 + W_{\text{п}}(p)W_{\text{у}}(p)W_{\text{и}}(p)W_{\text{о}}(p) = 0. \qquad \text{(П.3.17)}$$

Подставим в формулу (П.3.17) содержание передаточных функций элементов для **статического** варианта системы

$$1 + \frac{k_{\text{п}}k_{\text{у}}k_{\text{и}}k_{\text{о}}}{(T_{\text{у}}p + 1)(T_{\text{и}}p + 1)(T_{\text{о}}p + 1)} = 0. \qquad \text{(П.3.18)}$$

Преобразуем выражение (П.3.18)

$$T_{\text{у}}T_{\text{и}}T_{\text{о}}p^3 + (T_{\text{у}}T_{\text{и}} + T_{\text{и}}T_{\text{о}} + T_{\text{у}}T_{\text{о}})p^2 + \\ + (T_{\text{у}} + T_{\text{и}} + T_{\text{о}})p + 1 + k_{\text{рк}} = 0, \qquad \text{(П.3.19)}$$

где $k_{\text{рк}}=k_{\text{п}}k_{\text{у}}k_{\text{и}}k_{\text{о}}$ – передаточный коэффициент разомкнутого контура системы.

Подставим в уравнение (П.3.19) численные значения постоянных времени и передаточных коэффициентов элементов системы для одного из вариантов задания

$$0{,}18\,p^3 + 1{,}17\,p^2 + 2{,}05\,p + 21 = 0. \qquad \text{(П.3.20)}$$

Перепишем уравнение (П.3.20) в общем виде

$$a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0, \qquad \text{(П.3.21)}$$

где a_0=0,18; a_1=1,17; a_2=2,05; a_3=21.

В соответствии с формулировкой критерия устойчивости Гурвица [1] помимо условия положительности всех коэффициентов характеристического уравнения в системе любого порядка для устойчивости исследуемой системы **третьего** порядка должно выполняться условие

$$\Delta_2 = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0. \qquad \text{(П.3.22)}$$

Подставив в формулу (П.3.22) численные значения коэффициентов a_0, a_1, a_2, a_3, получим $\Delta_2 = -1{,}38 < 0$. Из этого следует, что при заданном передаточном коэффициенте разомкнутого контура ($k_{рк} = 20$) замкнутая система является **неустойчивой**. Вследствие этого, при выполнении третьего раздела курсового проекта, помимо задания системе конкретного качества, систему одновременно стабилизируют, то есть приводят в устойчивое состояние.

Определим устойчивость замкнутой системы, представленной на рис. В.2. В соответствии с формулой (3.3) запишем характеристическое уравнение замкнутого контура

$$1 + W_{\text{п}}(p) W_{\text{уэ}}(p) W_{\text{у}}(p) W_{\text{и}}(p) W_{\text{о}}(p) = 0. \qquad \text{(П.3.23)}$$

Подставим в формулу (П.3.23) содержание передаточных функций элементов для **астатического** варианта системы

$$1 + \frac{k_{\text{п}} k_{\text{уэ}} k_{\text{у}} k_{\text{и}} k_{\text{о}}}{p(T_{\text{уэ}} p + 1)(T_{\text{у}} p + 1)(T_{\text{о}} p + 1)} = 0. \qquad \text{(П.3.24)}$$

Преобразуем выражение (П.3.24)

$$T_{\text{уэ}} T_{\text{у}} T_{\text{о}} p^4 + (T_{\text{уэ}} T_{\text{у}} + T_{\text{уэ}} T_{\text{о}} + T_{\text{у}} T_{\text{о}}) p^3 + (T_{\text{уэ}} + T_{\text{о}} + T_{\text{у}}) p^2 + p + k_{\text{рк}} = 0, \qquad \text{(П.3.25)}$$

где $k_{\text{рк}} = k_{\text{п}} k_{\text{уэ}} k_{\text{у}} k_{\text{и}} k_{\text{о}}$ – передаточный коэффициент разомкнутого контура системы.

Подставим в уравнение (П.3.25) численные значения постоянных времени и передаточных коэффициентов элементов системы для одного из вариантов задания

$$6p^4+11p^3+6p^2+p+0{,}45=0. \qquad (П.3.26)$$

Перепишем уравнение (П.3.26) в общем виде

$$a_0p^4+a_1p^3+a_2p^2+a_3p+a_4=0, \qquad (П.3.27)$$

где $a_0=6$; $a_1=11$; $a_2=6$; $a_3=1$; $a_4=0{,}45$.

В соответствии с формулировкой критерия устойчивости Гурвица [1], помимо условия положительности всех коэффициентов характеристического уравнения, в системе любого порядка для устойчивости исследуемой системы **четвертого** порядка должно выполняться условие:

$$\Delta_3 = a_1a_2a_3 - a_0a_3^2 - a_1^2a_4 > 0. \qquad (П.3.28)$$

Подставив в формулу (П.3.28) численные значения коэффициентов a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, получим $\Delta_3 = 5{,}55 > 0$. Следовательно, рассматриваемая замкнутая система устойчива.

П.3.2.2. Критерий устойчивости Михайлова

Исходным выражением для определения устойчивости является характеристическое уравнение **замкнутой** системы (см. формулу (3.3)). Запишем характеристическое уравнение системы для алгоритмической схемы, представленной на рис. В.1,

$$1+W_{\text{п}}(p)W_{\text{у}}(p)W_{\text{и}}(p)W_{\text{о}}(p)=0. \qquad (П.3.29)$$

Подставим в формулу (П.3.29) содержание передаточных функций элементов для **астатического** варианта системы

$$1+\frac{k_{\text{п}}k_{\text{у}}k_{\text{и}}k_{\text{о}}}{p(T_{\text{у}}p+1)(T_{\text{о}}p+1)}=0. \qquad (П.3.30)$$

Преобразуем выражение (П.3.30) и представим его в виде полинома

$$T_{\text{у}}T_{\text{о}}p^3+(T_{\text{у}}+T_{\text{о}})p^2+p+k_{\text{рк}}= F(p), \qquad (П.3.31)$$

где $k_{рк}=k_п k_у k_и k_о$ – передаточный коэффициент разомкнутого контура системы.

Подставим в формулу (П.3.31) численные значения постоянных времени и передаточных коэффициентов элементов системы для одного из вариантов задания и сделаем подстановку $p = j\omega$

$$-0{,}385j\omega^3 - 1{,}45\omega^2 + j\omega + 2{,}7 = F(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega). \qquad (П.3.32)$$

Разложим выражение (П.3.32) на действительную $P(\omega)$ и мнимую $Q(\omega)$ составляющие

$$P(\omega) = 2{,}7 - 1{,}45\omega^2, \qquad Q(\omega) = \omega - 0{,}385\omega^3. \qquad (П.3.33)$$

Вычислим значения $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ при изменении частоты ω от 0 до ∞ и результаты сведем в таблицу.

Таблица П.3.1

Годограф Михайлова

ω	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,3	1,5	1,61	1,7
$P(\omega)$	2,7	2,64	2,46	2,17	1,77	1,25	0,24	-0,56	-1,05	-1,49
$Q(\omega)$	0	0,2	0,37	0,51	0,6	0,615	0,45	0,2	0	-0,19

По данным табл. П.3.1 строим график.

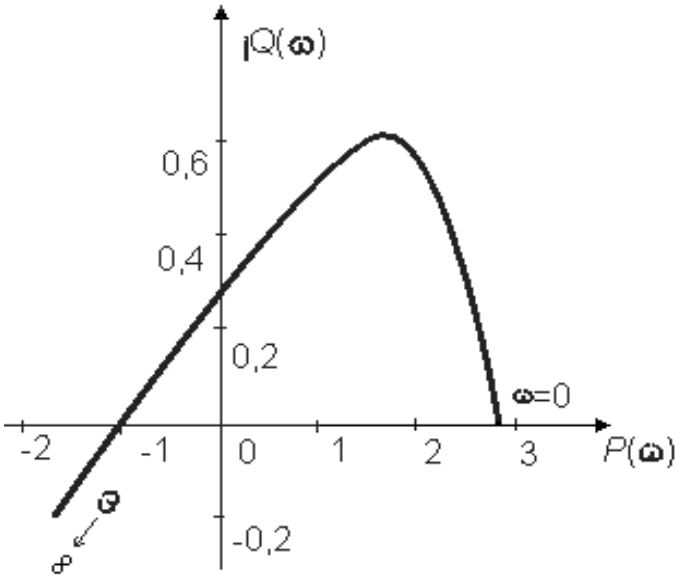


Рис. П.3.1. Годограф Михайлова нескорректированной системы

Проанализировав график на рис. П.3.1, можно на основании формулировки критерия Михайлова* (с. 266-272 [1]) сделать вывод, что исследуемая замкнутая система управления устойчивая.

Правильность вывода об устойчивости (неустойчивости) системы по виду годографа Михайлова можно проверить, используя следствие из критерия. Для этого следует найти корни уравнения $P(\omega) = 0$ и $Q(\omega) = 0$. Для рассматриваемого примера (формула (П.3.33)) корни уравнений будут следующие: $\omega_{м1} = 0$; $\omega_{g1} = 1{,}36$; $\omega_{м2} = 1{,}61$.

Так как корни уравнений чередуются (численные значения корней $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ следуют друг за другом: 0→1,36→1,61), то (в соответствии с формулировкой следствия из критерия Михайлова) исследуемая система управления будет устойчивой.

При определении устойчивости системы для алгоритмической системы на рис. В.2 полином (3.5) будет не третьего порядка, а четвертого за счет введения в контур элемента с передаточной функцией $W_{уэ}(p)$. В остальном последовательность определения факта устойчивости (неустойчивости) системы та же, что и для системы третьего порядка, с той лишь разницей, что годограф Михайлова устойчивой системы четвертого порядка должен последовательно, не обращаясь в ноль, обойти четыре квадранта.

П.3.2.3. Критерий устойчивости Найквиста

Исходным выражением для определения устойчивости является передаточная функция **разомкнутого** контура системы $W_{рк}(p)$. Запишем передаточную функцию для **статического** варианта системы, представленной на рис. В.2,

$$W_{рк}(p) = W_{п}(p)W_{уэ}(p)W_{у}(p)W_{и}(p)W_{о}(p) = \\ = \frac{k_{п}k_{уэ}k_{у}k_{и}k_{о}}{(T_{уэ}p+1)(T_{у}p+1)(T_{и}p+1)(T_{о}p+1)}. \qquad (П.3.34)$$

---

* Формулировку критерия устойчивости Михайлова следует привести при оформлении курсовой работы.

Сделаем в формуле (П.3.34) подстановку $p = j\omega$

$$W_{\text{рк}}(j\omega) = \frac{k_{\text{рк}}}{(T_{\text{уэ}} j\omega + 1)(T_{\text{у}} j\omega + 1)(T_{\text{и}} j\omega + 1)(T_{\text{о}} j\omega + 1)}, \quad \text{(П.3.35)}$$

где $k_{\text{рк}}$ – передаточный коэффициент разомкнутого контура системы.

Представим $W_{\text{рк}}(j\omega)$ в соответствии с формулой (3.8) через амплитудно-частотную $A(\omega)$ и фазо-частотную $\varphi(\omega)$ функции

$$A(\omega) = \left|W_{\text{рк}}(j\omega)\right| = \frac{k_{\text{рк}}}{\sqrt{T_{\text{уэ}}^2\omega^2 + 1}\sqrt{T_{\text{у}}^2\omega^2 + 1}\sqrt{T_{\text{и}}^2\omega^2 + 1}\sqrt{T_{\text{о}}^2\omega^2 + 1}}; \quad \text{(П.3.36)}$$

$$\varphi(\omega) = \arg W_{\text{рк}}(j\omega) = -\operatorname{arctg} T_{\text{уэ}}\omega - \operatorname{arctg} T_{\text{у}}\omega - \\ - \operatorname{arctg} T_{\text{и}}\omega - \operatorname{arctg} T_{\text{о}}\omega \quad \text{(П.3.37)}$$

Подставим в формулы (П.3.36) и (П.3.37) численные значения передаточных коэффициентов и постоянных времени для одного из вариантов задания

$$A(\omega) = \frac{19}{\sqrt{0{,}64\omega^2 + 1}\sqrt{1{,}44\omega^2 + 1}\sqrt{0{,}16\omega^2 + 1}\sqrt{4{,}84\omega^2 + 1}}; \quad \text{(П.3.38)}$$

$$\varphi(\omega) = -\operatorname{arctg} 0{,}8\omega - \operatorname{arctg} 1{,}2\omega - \operatorname{arctg} 0{,}4\omega - \operatorname{arctg} 2{,}2\omega. \quad \text{(П.3.39)}$$

Для построения графика амплитудно-фазовой частотной характеристики (АФЧХ) составим таблицу изменения функций $A(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ при вариации частоты ω.

Таблица П.3.2

АФЧХ разомкнутого контура

ω	0	0,1	0,2	0,3	0,5	1,0	1,5	2,0	5,0
$A(\omega)$	19	18,4	16,7	14,4	9,9	3,65	1,5	0,67	0,03
$\varphi(\omega)$, град	0	-26	-51	-74	-112	-176	-215	-241	-305

По данным табл. П.3.2 строим график АФЧХ.

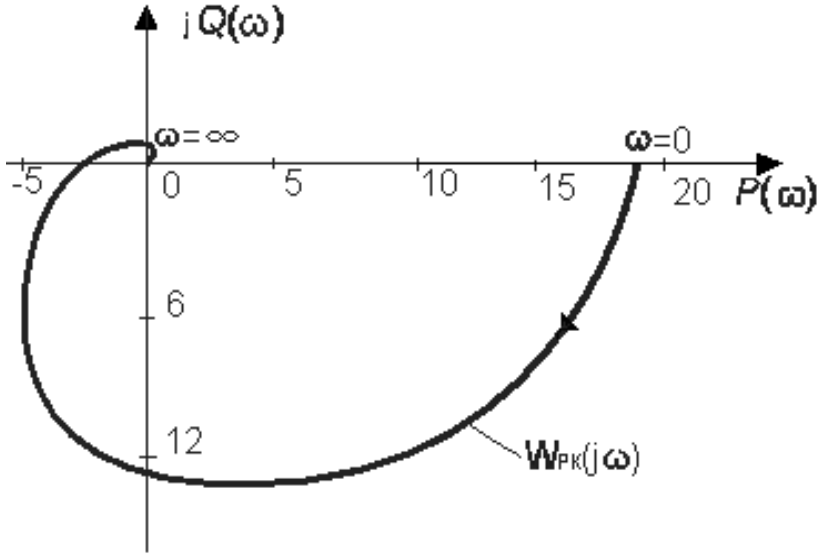


Рис. П.3.2. Амлитудно-фазовая частотная характеристика разомкнутого контура нескорректированной системы

Анализируя график на рис. П.3.2, отмечаем, что на основании основной формулировки критерия устойчивости Найквиста† (с. 272-280 [1]) исследуемая замкнутая система неустойчивая.

Определим устойчивость для **астатического** варианта системы, представленной на рис. В.1. Запишем передаточную функцию разомкнутого контура системы $W_{\text{рк}}(p)$

$$W_{\text{рк}}(p) = W_{\text{п}}(p)W_{\text{у}}(p)W_{\text{и}}(p)W_{\text{о}}(p) = \\ = \frac{k_{\text{п}}k_{\text{у}}k_{\text{и}}k_{\text{о}}}{p(T_{\text{у}}p+1)(T_{\text{о}}p+1)}. \qquad \text{(П.3.40)}$$

Сделаем в формуле (П.3.40) подстановку $p=j\omega$

$$W_{\text{рк}}(j\omega) = \frac{k_{\text{рк}}}{j\omega(T_{\text{у}}j\omega+1)(T_{\text{о}}j\omega+1)}, \qquad \text{(П.3.41)}$$

† Основную формулировку критерия устойчивости Найквиста следует привести при оформлении курсовой работы.

где $k_{рк}=k_п k_у k_и k_о$ – передаточный коэффициент разомкнутого контура системы.

Представим $W_{рк}(j\omega)$ в соответствии с формулой (3.8) через амплитудно-частотную $A(\omega)$ и фазо-частотную $\varphi(\omega)$ функции

$$A(\omega) = \left|W_{рк}(j\omega)\right| = \frac{k_{рк}}{\omega\sqrt{T_у^2\omega^2+1}\sqrt{T_о^2\omega^2+1}}; \qquad (П.3.42)$$

$$\varphi(\omega) = \arg W_{рк}(j\omega) = -90° - \operatorname{arctg} T_у\omega - \operatorname{arctg} T_о\omega. \qquad (П.3.43)$$

Подставим в формулы (П.3.36) и (П.3.37) численные значения передаточных коэффициентов и постоянных времени для одного из вариантов задания

$$A(\omega) = \left|W_{рк}(j\omega)\right| = \frac{1{,}2}{\omega\sqrt{2{,}25\omega^2+1}\sqrt{2{,}25\omega^2+1}}; \qquad (П.3.44)$$

$$\varphi(\omega) = \arg W_{рк}(j\omega) = -90° - \operatorname{arctg}1{,}5\omega - \operatorname{arctg}1{,}5\omega. \qquad (П.3.45)$$

Для построения графика амплитудно-фазовой частотной характеристики (АФЧХ) составим таблицу изменения функций $A(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ при вариации частоты ω.

Таблица П.3.3

АФЧХ разомкнутого контура

ω	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3
$A(\omega)$	8,3	4,7	2,5	1,0	0,7	0,5	0,4	0,3	0,2	0,19
$\varphi(\omega)$, град	-134	-154	-164	-172	-180	-187	-193	-198	-203	-207

По данным таблицы П.3.3 строим график АФЧХ.

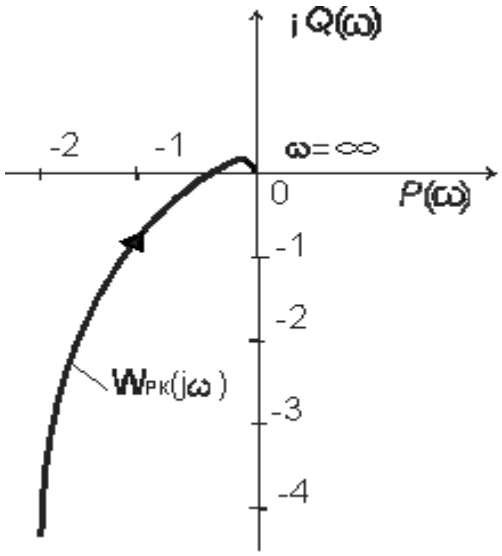


Рис. П.3.3. Амплитудно-фазовая частотная характеристика разомкнутого контура нескорректированной системы

Анализируя график на рис. П.3.3, отмечаем, что на основании основной формулировки критерия устойчивости Найквиста (с. 272-280 [1]) исследуемая замкнутая система является устойчивой.

График функции $W_{рк}(j\omega)$ можно построить и другим способом, разложив эту функцию на действительную $P(\omega)$ и мнимую $Q(\omega)$ составляющие в соответствии с формулой (3.9). Для этого в знаменателях функций $W_{рк}(j\omega)$ (см. формулы (П.3.35) и (П.3.41)) перемножают скобки, приводят подобные члены, отделяют действительную часть от мнимой и умножают числитель и знаменатель функций на выражение, сопряженное знаменателю. Затем составляют таблицу изменения функций $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ при вариации частоты ω и стоят график АФЧХ.

П.3.2.4. Логарифмический критерий устойчивости

Для определения устойчивости **замкнутой** системы строят два графика – логарифмическую амплитудно-частотную характеристику (ЛАЧХ) и фазо-частотную характеристику (ФЧХ) разомкнутой системы. Исходным выражением для построения является передаточная функция разомкнутой нескорректированной системы $W_{нс}(p)$.

Построим приближенную ЛАЧХ для **статического** варианта системы, представленной на рис. В.1. Запишем передаточную функцию этой системы

$$W_{\text{нс}}(p) = W_{\text{п}}(p)W_{\text{у}}(p)W_{\text{и}}(p)W_{\text{о}}(p) = \\ = \frac{k_{\text{рк}}}{(T_{\text{у}}p+1)(T_{\text{и}}p+1)(T_{\text{о}}p+1)}, \qquad \text{(П.3.46)}$$

где $k_{\text{рк}}=k_{\text{п}}k_{\text{у}}k_{\text{и}}k_{\text{о}}$ – передаточный коэффициент разомкнутого контура.

Произведем необходимые вспомогательные операции для построения ЛАЧХ, для чего найдем значения $20\lg k_{\text{рк}}$, значения сопрягающих частот и их логарифмов в порядке возрастания, например, $\omega_{\text{с1}}=1/T_{\text{о}}$, $\omega_{\text{с2}}=1/T_{\text{у}}$, $\omega_{\text{с3}}=1/T_{\text{и}}$, $\lg\omega_{\text{ci}}$. ЛАЧХ трех последовательно соединенных инерционных звеньев первого порядка $L_{\text{нс}}(\omega)$ строим на основании **правила** построения ЛАЧХ одного инерционного звена первого порядка (с. 168-169 [1]) и с учетом того, что

$$L_{\text{нс}}(\omega) = L_{\text{у}}(\omega) + L_{\text{и}}(\omega) + L_{\text{о}}(\omega), \qquad \text{(П.3.47)}$$

где $L_{\text{у}}(\omega)$, $L_{\text{и}}(\omega)$, $L_{\text{о}}(\omega)$ – ЛАЧХ соответственно управляющего устройства, исполнительного устройства и объекта управления.

Выполним вспомогательные вычисления по построению ЛАЧХ для одного из вариантов задания: $20\lg k_{\text{рк}} \approx 18$ дБ; $\omega_{\text{с1}} \approx 0{,}83$ с$^{-1}$; $\omega_{\text{с2}} \approx 1{,}69$ с$^{-1}$; $\omega_{\text{с3}} \approx 4$ с$^{-1}$; $\lg\omega_{\text{с1}} \approx -0{,}08$; $\lg\omega_{\text{с2}} \approx 0{,}22$; $\lg\omega_{\text{с3}} \approx 0{,}6$.

Запишем формулу для построения ФЧХ системы

$$\varphi_{\text{нс}}(\omega) = \arg W_{\text{рк}}(j\omega) = -\text{arctg}T_{\text{у}}\omega - \text{arctg}T_{\text{и}}\omega - \text{arctg}T_{\text{о}}\omega \qquad \text{(П.3.48)}$$

и для вышеприведенного варианта задания составим таблицу изменения $\varphi_{\text{нс}}(\omega)$ при вариации частоты ω от нуля до ∞.

Таблица П.3.4

Фазовая частотная характеристика разомкнутого контура

ω	0,1	1	2	3	4	5
$\varphi(\omega)$, град	-11,7	-95,1	-144,1	-172,3	-190,6	-203,3

На рис. П.3.4 представлены ЛАЧХ и ФЧХ разомкнутой системы.

На основании анализа рис. П.3.4 делаем вывод, что $\left|\varphi_{нс}(\omega_{ср})\right| < 180^{o}$ и $L_{нс}(\omega_{\pi}) < 0$. Поэтому в соответствии с формулировкой логарифмического критерия устойчивости (с. 280 [1]) рассматриваемая замкнутая система устойчива.‡

Построим приближенную ЛАЧХ (рис. П.3.4) для **астатического** варианта системы, представленной на рис. В.2.

Запишем передаточную функцию этой системы

$$W_{нс}(p) = W_{п}(p)W_{уэ}(p)W_{у}(p)W_{и}(p)W_{о}(p) = \\ = \frac{k_{рк}}{p(T_{уэ}p+1)(T_{у}p+1)(T_{о}p+1)}, \qquad (П.3.49)$$

где $k_{рк} = k_{п}k_{уэ}k_{у}k_{и}k_{о}$ – передаточный коэффициент разомкнутого контура.

Произведем необходимые вспомогательные операции для построения ЛАЧХ, для чего найдем значения $20\lg k_{рк}$, значения сопрягающих частот и их логарифмов в порядке возрастания, например, $\omega_{с1} = 1/T_{о}$, $\omega_{с2} = 1/T_{у}$, $\omega_{с3} = 1/T_{уэ}$, $\lg\omega_{ci}$. ЛАЧХ трех последовательно соединенных инерционных звеньев первого порядка и идеального интегрирующего звена $L_{нс}(\omega)$ строим на основании **правил** построения ЛАЧХ инерционного звена первого порядка и интегрирующего звена (с. 168-169, 185 [1]) и с учетом того, что

$$L_{нс}(\omega) = L_{уэ}(\omega) + L_{у}(\omega) + L_{и}(\omega) + L_{о}(\omega), \qquad (П.3.50)$$

где $L_{уэ}(\omega)$, $L_{у}(\omega)$, $L_{и}(\omega)$, $L_{о}(\omega)$ – ЛАЧХ соответственно усилительного элемента, управляющего устройства, исполнительного устройства и объекта управления.

---

‡ При оформлении курсовой работы следует привести полную формулировку критерия устойчивости.

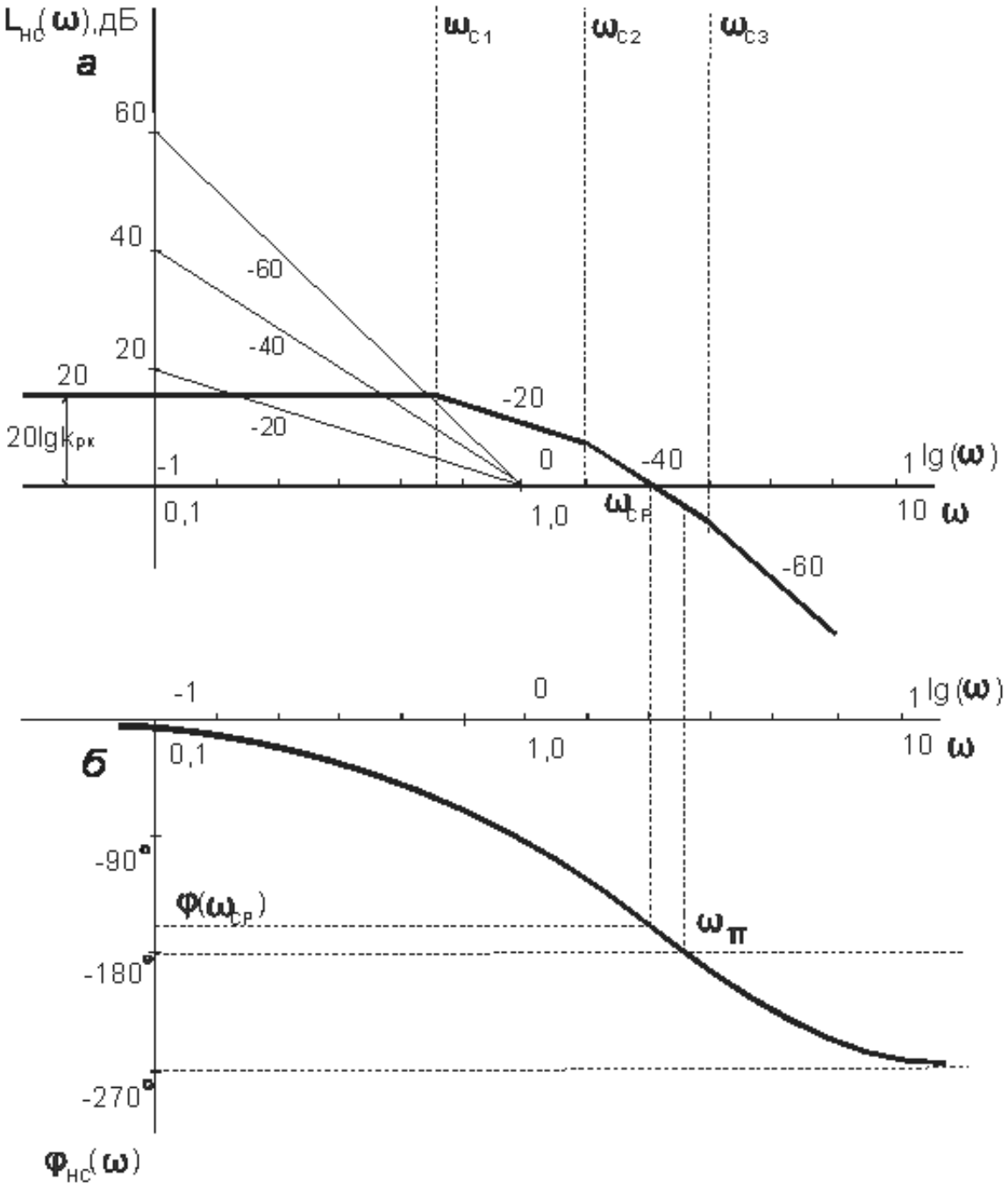


Рис. П.3.4. Логарифмические частотные характеристики разомкнутого контура нескорректированной статической системы:
а - ЛАЧХ, *б* - ФЧХ

При построении ЛАЧХ системы с астатизмом первого порядка сначала на частоте $\omega = 1\text{с}^{-1}$ откладывают $20\lg k_{\text{рк}}$, затем через эту точку проводят прямую с наклоном –20 дБ/декаду и изламывают ее на соответствующих сопрягающих частотах. Возможен другой способ построения: на оси частот откладывают частоту $\omega = k_{\text{рк}}$, через эту точку проводят прямую с наклоном –20дБ/декаду и изламывают ее на сопрягающих частотах.

При построении ЛАЧХ системы с астатизмом второго порядка на оси частот откладывают частоту $\omega = +\sqrt{k_{\text{рк}}}$, через эту точку проводят прямую с наклоном -40 дБ/декаду и изламывают её на сопрягающих частотах.

Выполним вспомогательные вычисления по построения ЛАЧХ астатической системы для одного из вариантов задания: $20\lg k_{\text{рк}} \approx 25$ дБ; $\omega_{\text{с1}} \approx 0{,}83\ \text{с}^{-1}$; $\omega_{\text{с2}} \approx 1{,}67\ \text{с}^{-1}$; $\omega_{\text{с3}} \approx 4\ \text{с}^{-1}$; $\lg\omega_{\text{с1}} \approx -0{,}08$; $\lg\omega_{\text{с2}} \approx 0{,}22$; $\lg\omega_{\text{с3}} \approx 0{,}6$.

Запишем формулу для построения ФЧХ системы

$$\varphi_{\text{нс}}(\omega) = -90^{o} - \text{arctg}(T_{\text{о}}\omega) - \text{arctg}(T_{\text{у}}\omega) - \text{arctg}(T_{\text{уэ}}\omega) \qquad \text{(П.3.51)}$$

и для вышеприведенного варианта задания составим таблицу изменения $\varphi_{\text{нс}}(\omega)$ при вариации частоты ω от нуля до ∞.

Таблица П.3.5

Фазовая частотная характеристика разомкнутого контура

ω	0,1	0,5	1	2
$\varphi(\omega)$, град	-101,7	-144,8	-185,1	-234,1

На рис. П.3.5 представлены ЛАЧХ и ФЧХ разомкнутой системы.

На основании анализа рис. П.3.5 делаем вывод, что $\left|\varphi_{\text{нс}}(\omega_{\text{ср}})\right| > 180^{\text{o}}$ и $L_{\text{нс}}(\omega_{\pi}) > 0$. Поэтому в соответствии с формулировкой логарифмического критерия устойчивости (с. 280 [1]) рассматриваемая замкнутая система неустойчива.

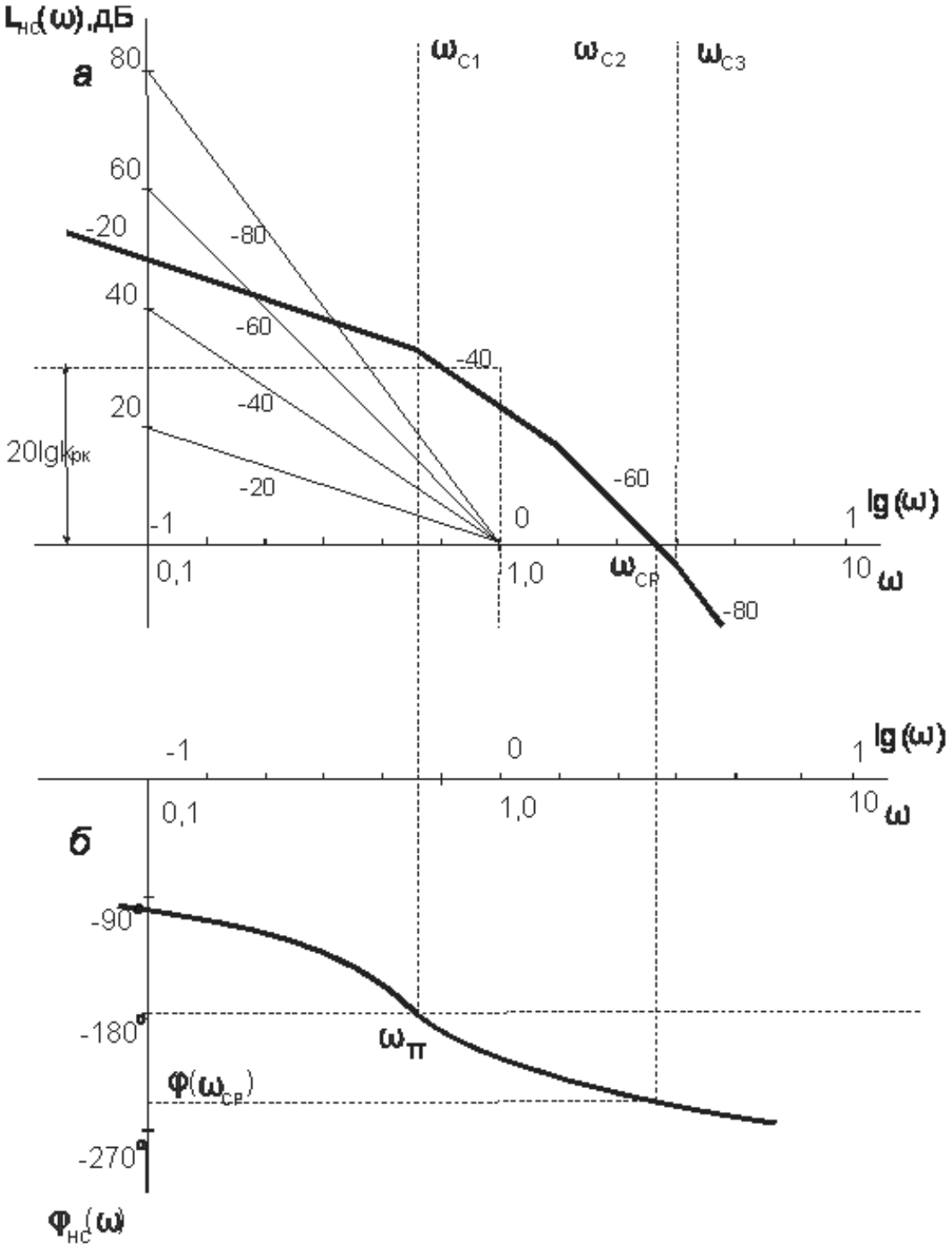


Рис. П.3.5. Логарифмические частотные характеристики разомкнутого контура нескорректированной астатической системы:
а – ЛАЧХ; *б* – ФЧХ

П.3.3. Расчет корректирующего устройства

П.3.3.1. Расчет последовательного корректирующего устройства

Рассчитаем последовательное корректирующее устройство для **статического** варианта системы управления, представленной на рис. В.1.

Решение задачи коррекции осуществляем для одного из вариантов задания в соответствии с методикой, изложенной на с. 392-396 [1], и в соответствии с последовательностью, изложенной в разд. 3.3.1 данного пособия.

Произведем вспомогательные вычисления, необходимые для построения ЛАЧХ нескорректированной системы $L_{нс}(\omega)$, описываемой передаточной функцией (П.3.46)

$$
\begin{aligned}
&20\lg k_{рк} = 20\lg 20 = 26 \text{ дБ};\\
&\omega_{с1} = \frac{1}{T_{о}} = \frac{1}{1,2} \approx 0,83 \text{ с}^{-1}; \qquad \lg \omega_{с1} \approx -0,08;\\
&\omega_{с2} = \frac{1}{T_{у}} = \frac{1}{0,6} \approx 1,67 \text{ с}^{-1}; \qquad \lg \omega_{с2} \approx 0,22;\\
&\omega_{с3} = \frac{1}{T_{и}} = \frac{1}{0,25} = 4 \text{ с}^{-1}; \qquad \lg \omega_{с3} \approx 0,6.
\end{aligned}
\qquad \text{(П.3.52)}
$$

ЛАЧХ нескорректированной (исходной) системы $L_{нс}(\omega)$ представлена на рис. П.3.6.

Построим ЛАЧХ скорректированой (желаемой) системы $L_{ск}(\omega)$ по заданным показателям качества замкнутой системы в переходном режиме (σ, $t_{п}$, M), предварительно рассчитав параметры среднечастотного участка ЛАЧХ желаемой системы в соответствии с формулами (3.10):

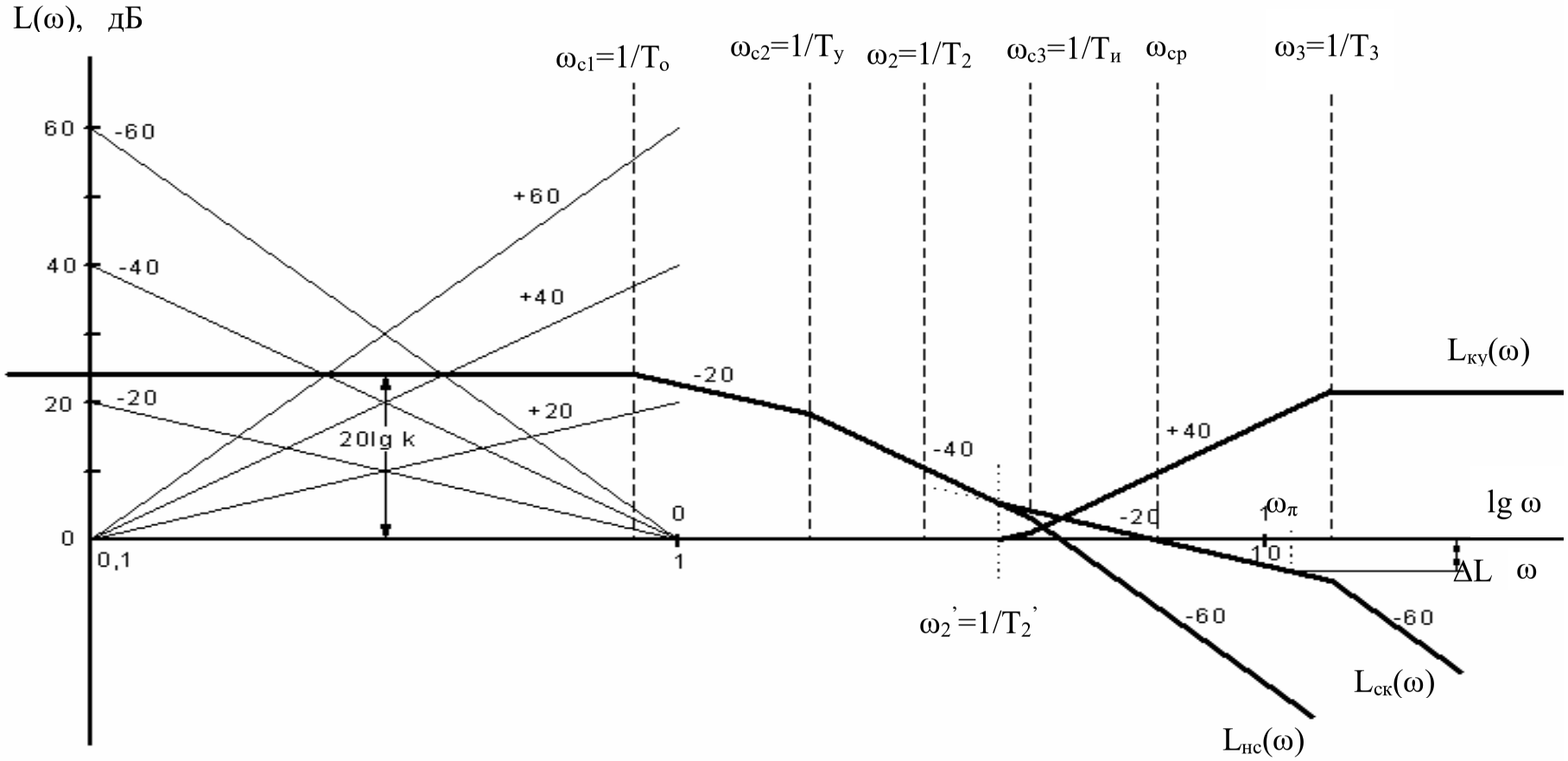


Рис. П.3.6. К расчёту последовательного корректирующего устройства

$$\omega_{ср} = \frac{0{,}12\pi\sigma}{t_{П}} = \frac{0{,}12\pi 30}{1{,}5} \approx 7{,}54 \ \text{с}^{-1}; \lg\omega_{ср} \approx 0{,}88;$$

$$\omega_2 = \frac{M-1}{M}\omega_{ср} = \frac{1{,}5-1}{1{,}5}7{,}54 \approx 2{,}51 \ \text{с}^{-1}; \lg\omega_2 \approx 0.39; \qquad \text{(П.3.53)}$$

$$\omega_3 = \frac{M+1}{M}\omega_{ср} = \frac{1{,}5+1}{1{,}5}7{,}54 = 12{,}57 \ \text{с}^{-1}; \lg\omega_3 \approx 1{,}1.$$

При построении ЛАЧХ скорректированной системы и ориентировании ее относительно ЛАЧХ нескорректированной системы рекомендуется при необходимости воспользоваться следующими рекомендациями:

1. Если среднечастотный участок ЛАЧХ желаемой системы не доходит до ЛАЧХ исходной системы, то его (участок) следует продолжить до встречи с ЛАЧХ исходной системы, при этом с графика следует снять новое численное значение частоты ω_2.

2. Если среднечастотный участок ЛАЧХ желаемой системы пересекает ЛАЧХ исходной системы, то его (участок) следует «обрезать» до встречи с ЛАЧХ исходной системы, при этом с графика следует снять новое численное значение частоты ω_2.

3. Если среднечастотный участок ЛАЧХ желаемой системы проходит выше ЛАЧХ исходной системы, то последнюю надо приподнять до пересечения или сопряжения с ЛАЧХ желаемой системы, при этом с графика следует снять новое, бóльшее значение передаточного коэффициента разомкнутого контура $k_{рк}$ и новое численное значение частоты ω_2.

4. Разрешается при необходимости изменять частоту среза $\omega_{ср}$ на ±10 % от расчетного значения с одновременным пересчетом значений частот ω_2 и ω_3.

5. Если частоты среза ЛАЧХ желаемой и исходной систем расположены близко друг от друга, то следует обратиться к преподавателю для корректировки заданных показателей качества в переходном режиме (σ и $t_{п}$).

ЛАЧХ скорректированной (желаемой) системы $L_{ск}(\omega)$ приведена на рис. П.3.6. Для рассматриваемого варианта задания

среднечастотный участок ЛАЧХ исходной системы пересёк ЛАЧХ исходной системы и, вследствие этого, был «обрезан» до встречи с ЛАЧХ исходной системы.

Вычтем из ЛАЧХ скорректированной системы ЛАЧХ нескорректированной системы и получим ЛАЧХ последовательного корректирующего устройства (см. рис. П.3.6.):

$$L_{\text{ку}}(\omega) = L_{\text{ск}}(\omega) - L_{\text{нс}}(\omega). \qquad \text{(П.3.54)}$$

По виду ЛАЧХ корректирующего устройства выбираем его принципиальную схему. Так как ЛАЧХ корректирующего устройства с увеличением частоты ω имеет тенденцию к увеличению амплитуды до частоты ω_3, то для его технической реализации выбираем две последовательно включённые интегро-дифференцирующие *rC*-цепи с преобладанием дифференцирования, разделённые усилителем (рис. П.3.7).

Запишем передаточную функцию корректирующего устройства

$$W_{\text{ку}}(p) = \left(k_1 \frac{T_2' p + 1}{T_{\text{з}} p + 1}\right) \cdot k_{\text{доп}} \cdot \left(k_2 \frac{T_{\text{и}} p + 1}{T_{\text{з}} p + 1}\right), \qquad \text{(П.3.55)}$$

где $T'_2 = 1/\omega'_2 = 1/3{,}21 \approx 0{,}31$ с (значение частоты ω'_2 снимаем с ЛАЧХ); $T_{\text{з}} = 1/\omega_3 = 1/12{,}57 \approx 0{,}08$ с.

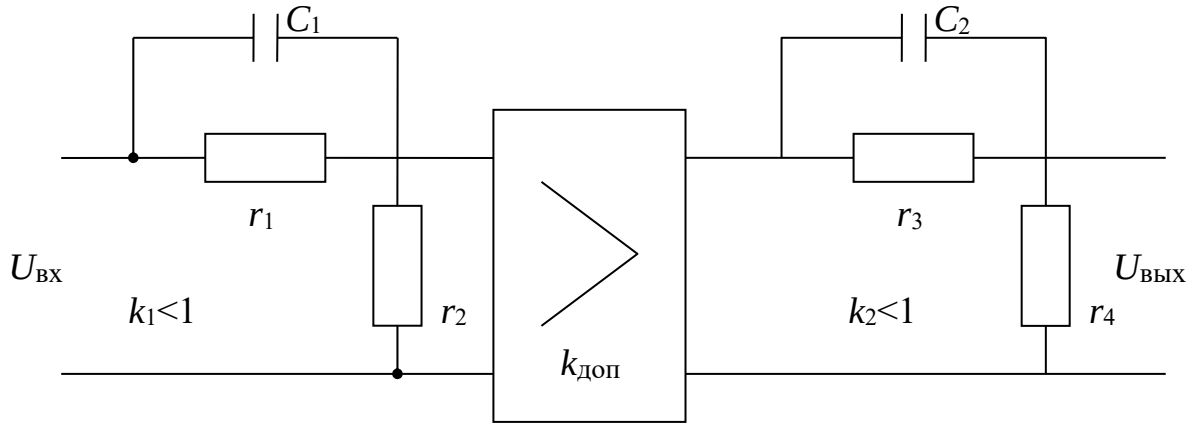


Рис. П.3.7. Принципиальная схема последовательного корректирующего устройства

Примечание. Усилитель в схеме (рис. П.3.7) выполняет роль усиления сигнала и разделения цепей.

Для того, чтобы передаточный коэффициент системы $k_{рк}$ не изменился, передаточный коэффициент корректирующего устройства должен быть равен единице. Для этого надо выполнить условие $k_{доп} = 1/k_1k_2$.

Рассчитаем передаточные коэффициенты k_1, k_2, $k_{доп}$ корректирующего устройства:

$$T_з = k_1 T'_2; \quad 0{,}08 = k_1 \cdot 0{,}31 \rightarrow k_1 \approx 0{,}26;$$

$$T_з = k_2 T_и; \quad 0{,}08 = k_2 \cdot 0{,}25 \rightarrow k_2 \approx 0{,}32; \qquad \text{(П.3.56)}$$

$$k_{доп} = \frac{1}{k_1 k_2} = \frac{1}{0{,}26 \cdot 0{,}32} \approx 12{,}02.$$

Для расчёта параметров элементов корректирующего устройства зададим численные значения следующим параметрам: для первой цепи $r_1 = 1$ МОм, для второй цепи $r_3 = 1$ МОм. Рассчитаем остальные параметры по формулам:

- для первой цепи

$$T'_2 = r_1 C_1,\ k_1 = \frac{r_2}{r_1 + r_2}; \qquad \text{(П.3.57)}$$

- для второй цепи

$$T_и = r_3 C_2,\ k_2 = \frac{r_4}{r_3 + r_4}. \qquad \text{(П.3.58)}$$

С учётом формул (П.3.57) и (П.3.58) получим $C_1 = 0{,}31$ мкФ; $r_2 \approx 0{,}35$ МОм; $C_2 = 0{,}25$ мкФ; $r_4 \approx 0{,}47$ МОм.

Запишем передаточную функцию разомкнутой скорректированной системы, учитывая, что $k_1 k_{доп} k_2 = 1$

$$W_{\text{ск}}(p) = W_{\text{ку}}(p) W_{\text{нс}}(p) = \frac{(T_2' p + 1)(T_{\text{и}} p + 1)}{(T_{\text{з}} p + 1)^2} \cdot \frac{k_{\text{рк}}}{(T_{\text{у}} p + 1)(T_{\text{и}} p + 1)(T_{\text{о}} p + 1)} =$$

$$= \frac{k_{\text{рк}}(T_2' p + 1)}{(T_{\text{у}} p + 1)(T_{\text{о}} p + 1)(T_{\text{з}} p + 1)^2}. \qquad \text{(П.3.59)}$$

Вычислим фазовый сдвиг скорректированной системы на частоте среза $\omega_{\text{ср}}$ (см. формулу (3.11))

$$\varphi(\omega_{\text{ср}}) = \arg W_{\text{ск}}(j\omega)\Big|_{\omega = \omega_{\text{ср}}} =$$

$$= \operatorname{arctg}(\omega_{\text{ср}} T_2') - \operatorname{arctg}(\omega_{\text{ср}} T_{\text{у}}) - \operatorname{arctg}(\omega_{\text{ср}} T_{\text{о}}) - 2\operatorname{arctg}(\omega_{\text{ср}} T_{\text{з}}) =$$

$$= \operatorname{arctg}(7{,}54 \cdot 0{,}31) - \operatorname{arctg}(7{,}54 \cdot 0{,}6) - \operatorname{arctg}(7{,}54 \cdot 1{,}2) - 2\operatorname{arctg}(7{,}54 \cdot 0{,}08) =$$

$$= \operatorname{arctg} 2{,}34 - \operatorname{arctg} 4{,}52 - \operatorname{arctg} 9{,}05 - 2\operatorname{arctg} 0{,}6 =$$

$$= 66{,}86° - 77{,}55° - 83{,}69° - 61{,}92° \approx -156{,}3°. \qquad \text{(П.3.60)}$$

Вычислим запас по фазе $\Delta\varphi$ замкнутой скорректированной системы, применив формулу (3.12)

$$\Delta\varphi = 180° - \left|\varphi(\omega_{\text{ср}})\right| = 180° - 156{,}3° = 23{,}7°. \qquad \text{(П.3.61)}$$

Для определения запаса устойчивости замкнутой системы по амплитуде ΔL следует сначала найти частоту ω_π, при которой фазовый сдвиг системы будет равен -(180±1)º (см. формулу (3.13)),

$$\varphi(\omega_\pi) = \arg W_{\text{ск}}(j\omega)\Big|_{\omega = \omega_\pi} =$$

$$= \operatorname{arctg}(\omega_\pi T_2') - \operatorname{arctg}(\omega_\pi T_{\text{у}}) - \operatorname{arctg}(\omega_\pi T_{\text{о}}) - 2\operatorname{arctg}(\omega_\pi T_{\text{з}}) =$$

$$= -180°(\pm 1°). \qquad \text{(П.3.62)}$$

Частоту ω_π из выражения (П.3.62) находим подбором, учитывая, что $\omega_\pi > \omega_{\text{ср}}$. Найденное таким образом численное значение ча-

стоты $\omega_\pi \approx 11{,}8$ с$^{-1}$. Отложив вычисленное значение частоты ω_π на графике ЛАЧХ скорректированной системы $L_{ск}(\omega)$, найдём запас устойчивости замкнутой скорректированной системы по амплитуде $\Delta L \approx 3{,}75$ дБ.

П.3.3.2. Расчёт встречно-параллельного корректирующего устройства

Рассчитаем встречно-параллельное корректирующее устройство для **астатического** варианта системы управления, представленной на рис. В.2.

Решение задачи коррекции осуществляем для одного из вариантов задания в соответствии с методикой, изложенной на с. 392-396 [1], и в соответствии с последовательностью, изложенной в разд. 3.3.2 данного пособия.

Запишем передаточную функцию звеньев $W_{но}(p)$, не охваченных внутренней корректирующей обратной связью,

$$W_{но}(p) = W_{п}(p)W_{уэ}(p)W_{и}(p)W_{о}(p) = \frac{k_{рк}}{p(T_{уэ}p+1)(T_{о}p+1)}. \quad (П.3.63)$$

Произведём вспомогательные вычисления, необходимые для построения ЛАЧХ звеньев, не охваченных внутренней обратной связью,

$$20\lg k_{рк} = 20\lg 20 \approx 26 \text{ дБ};$$

$$\omega_{с1} = \frac{1}{T_{о}} = \frac{1}{0{,}6} \approx 1{,}67 \text{ с}^{-1}; \quad \lg\omega_{с1} \approx 0{,}22; \quad (П.3.64)$$

$$\omega_{с2} = \frac{1}{T_{уэ}} = \frac{1}{0{,}25} = 4 \text{ с}^{-1}; \quad \lg\omega_{с2} \approx 0{,}6.$$

ЛАЧХ звеньев, не охваченных внутренней обратной связью $L_{но}(\omega)$, представлена на рис. П.3.8.

Построим ЛАЧХ скорректированной (желаемой) системы $L_{ск}(\omega)$ по заданным показателям качества замкнутой системы в пе-

реходном режиме (σ, $t_п$, M), предварительно рассчитав параметры среднечастотного участка ЛАЧХ желаемой системы в соответствии с формулами (3.10):

$$\omega_{ср} = \frac{0{,}12\pi\sigma}{t_п} = \frac{0{,}12\pi \cdot 40}{0{,}75} \approx 20 \ \ c^{-1};\ \lg\omega_{ср} \approx 1{,}3;$$

$$\omega_2 = \frac{M-1}{M}\omega_{ср} = \frac{1{,}5-1}{1{,}5} \cdot 20 \approx 6{,}67 \ \ c^{-1};\ \lg\omega_2 \approx 0{,}82; \qquad \text{(П.3.65)}$$

$$\omega_3 = \frac{M+1}{M}\omega_{ср} = \frac{1{,}5+1}{1{,}5} \cdot 20 \approx 33{,}3 \ \ c^{-1};\ \lg\omega_3 \approx 1{,}52.$$

При построении ЛАЧХ желаемой системы следует воспользоваться рекомендациями, приведёнными в разделе П.3.3.1.

ЛАЧХ скорректированной (желаемой) системы $L_{ск}(\omega)$ приведена на рис. П.3.8. Среднечастотный участок ЛАЧХ желаемой системы не дошёл до ЛАЧХ исходной системы и поэтому прямую с наклоном -20 дБ/декаду продлили от частоты ω_2 до частоты $\omega_{с1}$.

Вычтем из ЛАЧХ звеньев, не охваченных внутренней обратной связью, ЛАЧХ скорректированной системы и получим ЛАЧХ звена обратной связи $L_{ос}(\omega)$

$$L_{ос}(\omega) = L_{но}(\omega) - L_{ск}(\omega). \qquad \text{(П.3.66)}$$

По виду ЛАЧХ звена обратной связи выбираем его принципиальную схему. Так как ЛАЧХ корректирующего устройства с увеличением частоты ω имеет тенденцию к уменьшению амплитуды до частоты ω_3, то для его технической реализации выбираем две последовательно включённые пассивные интегро-дифференцирующие *rC*-цепи с преобладанием интегрирования, разделённые усилителем (рис. П.3.9).

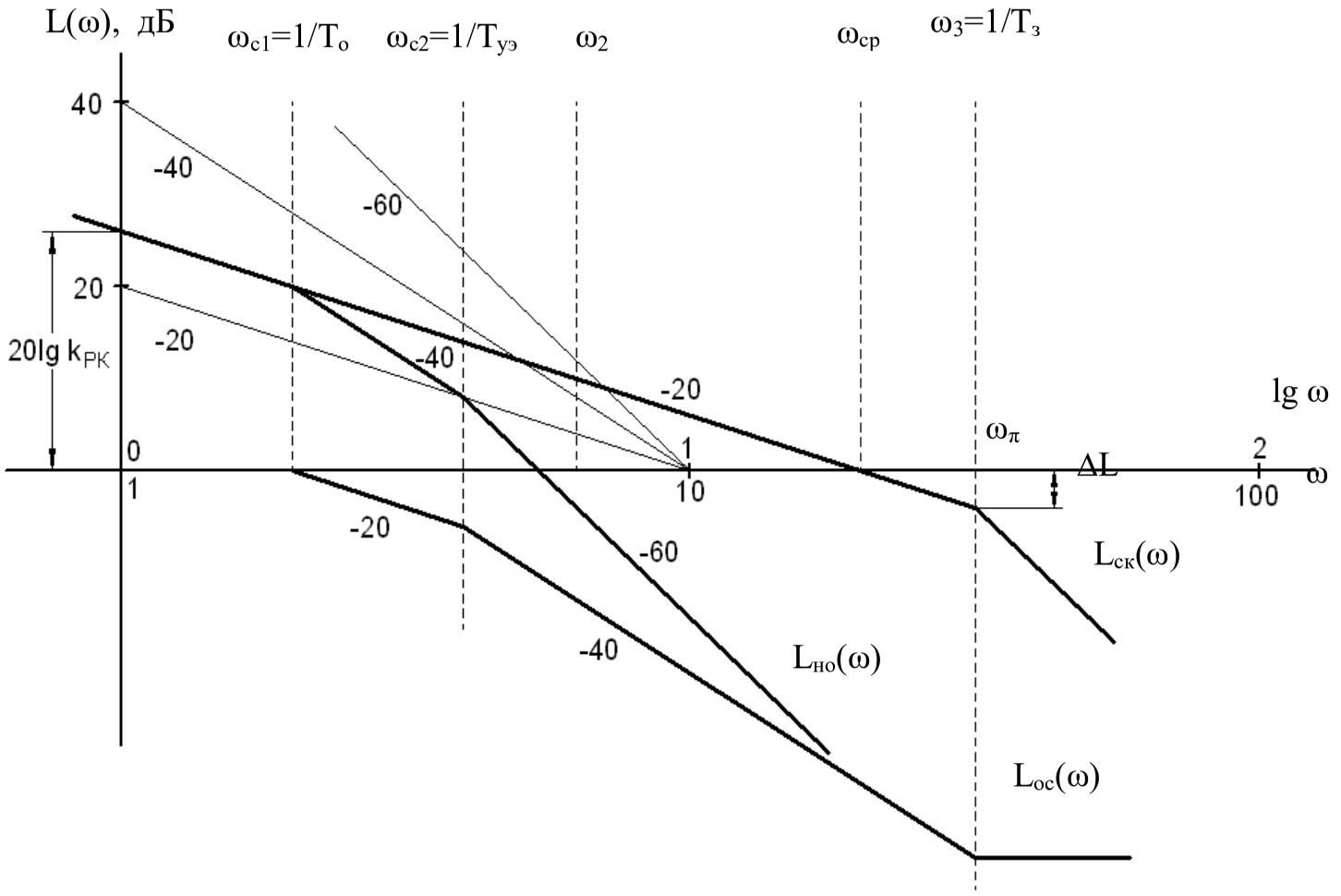


Рис. П.3.8. К расчёту встречно-параллельного корректирующего устройства

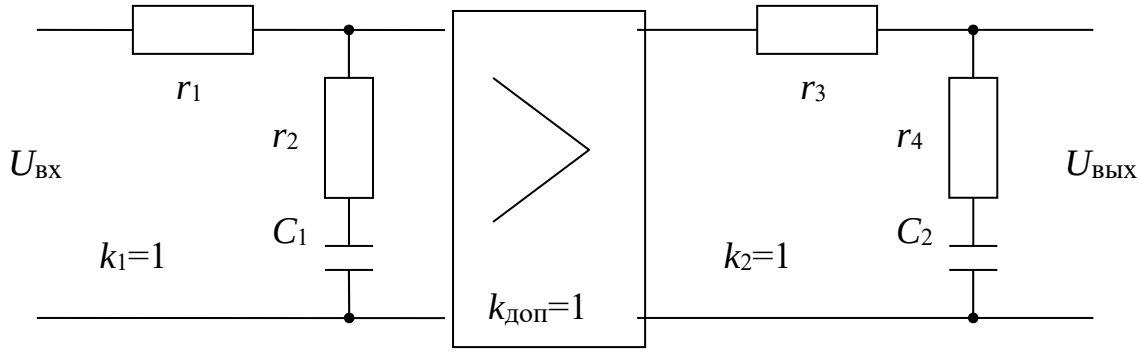


Рис. П.3.9. Принципиальная схема встречно-параллельного корректирующего устройства

Примечание. Усилитель в данной схеме выполняет роль разделения цепей.

Запишем передаточную функцию звена внутренней обратной связи

$$W_{ос}(p) = \frac{(T_з p + 1)^2}{(T_о p + 1)(T_{уэ} p + 1)}, \qquad (П.3.67)$$

где $T_з = 1/\omega_з = 1/33{,}3 \approx 0{,}03$ с.

Для расчёта параметров элементов корректирующего устройства зададим численные значения следующим параметрам: для первой цепи $r_2 = 1$ МОм, для второй цепи $r_4 = 1$ МОм. Рассчитаем остальные параметры по формулам:

- для первой цепи

$$T_з = r_2 C_1; \qquad T_о = (r_1 + r_2) C_1; \qquad (П.3.68)$$

- для второй цепи

$$T_з = r_4 C_2; \qquad T_{уэ} = (r_3 + r_4) C_2. \qquad (П.3.69)$$

С учётом формул (П.3.68) и (П.3.69) получим: $C_1 = 0{,}03$ мкФ; $r_1 = 19$ МОм; $C_2 = 0{,}03$ мкФ; $r_3 = 7{,}33$ МОм.

Запишем передаточную функцию разомкнутой скорректированной системы

$$W_{\text{ск}}(p)=\frac{W_{\text{но}}(p)}{W_{\text{ос}}(p)}=\frac{k_{\text{рк}}}{p(T_{\text{уэ}}p+1)(T_{\text{о}}p+1)}\cdot\frac{(T_{\text{о}}p+1)(T_{\text{уэ}}p+1)}{(T_{\text{з}}p+1)^2}=$$

$$=\frac{k_{\text{рк}}}{p(T_{\text{з}}p+1)^2}. \qquad \text{(П.3.70)}$$

Вычислим фазовый сдвиг скорректированной системы на частоте среза $\omega_{\text{ср}}$ (см. формулу (3.11))

$$\varphi(\omega_{\text{ср}})=\arg W_{\text{ск}}(j\omega)\Big|_{\omega=\omega_{ср}}=$$

$$=-90^0-2\operatorname{arctg}(\omega_{\text{ср}}T_{\text{з}})=-90^\circ-2\operatorname{arctg}(20\cdot 0{,}03)= \qquad \text{(П.3.71)}$$

$$=-90^\circ-2\operatorname{arctg}0{,}6=-90^\circ-61{,}9^\circ=-151{,}9^\circ.$$

Вычислим запас по фазе $\Delta\varphi$ замкнутой скорректированной системы по формуле (3.12)

$$\Delta\varphi=180^\circ-\left|\varphi(\omega_{\text{ср}})\right|=180^\circ-151{,}9^\circ=28{,}1^\circ. \qquad \text{(П.3.72)}$$

Для определения запаса устойчивости замкнутой системы по амплитуде ΔL следует сначала найти частоту ω_π, при которой фазовый сдвиг системы будет равен -(180±1)º (см. формулу (3.13)),

$$\varphi(\omega_\pi)=\arg W_{\text{ск}}(j\omega)\Big|_{\omega=\omega_\pi}=$$

$$=-90^\circ-2\operatorname{arctg}(\omega_\pi T_{\text{з}})=-180^\circ(\pm 1^\circ). \qquad \text{(П.3.73)}$$

Частоту ω_π из выражения (П.3.73) находим подбором, учитывая, что $\omega_\pi > \omega_{\text{ср}}$. Найденное таким образом численное значение частоты $\omega_\pi \approx 33{,}3$ с$^{-1}$. Отложив вычисленное значение частоты ω_π на графике ЛАЧХ скорректированной системы $L_{\text{ск}}(\omega)$, найдём запас устойчивости замкнутой скорректированной системы по амплитуде $\Delta L \approx 4$ дБ.

П.3.4. Построение области устойчивости скорректированной системы

П.3.4.1. Построение области устойчивости в плоскости одного параметра

Исходным выражением для построения является характеристическое уравнение **замкнутого** контура **скорректированной** системы (см. формулу (3.14)).

Построим область устойчивости в плоскости параметра $k_{\text{и}}$ для **астатического** варианта системы, представленной на рис. В.1 или рис. В.2. Запишем характеристическое уравнение для одной из возможных передаточных функций скорректированной системы

$$1+\frac{k_{\text{рк}}(T_2 p+1)}{p(T_o p+1)(T_{\text{з}} p+1)^2}=0. \qquad \text{(П.3.74)}$$

Преобразуем выражение (П.3.74) и сгруппируем подобные члены

$$p(T_{\text{о}} p+1)(T_{\text{з}} p+1)^2+k_{\text{рк}}(T_2 p+1)= \qquad \text{(П.3.75)}$$
$$=T_{\text{о}}T_{\text{з}}{}^2 p^4+(2T_{\text{з}}T_{\text{о}}+T_{\text{з}}{}^2)p^3+(T_{\text{о}}+2T_{\text{з}})p^2+p+k_{\text{рк}}(T_2 p+1)=0.$$

Решим уравнение (П.3.75) относительно $k_{\text{рк}}$ и подставим в него численные значения постоянных времени для одного из вариантов задания

$$k_{\text{рк}}=-\frac{T_{\text{о}}T_{\text{з}}{}^2 p^4+(2T_{\text{з}}T_{\text{о}}+T_{\text{з}}{}^2)p^3+(T_{\text{о}}+2T_{\text{з}})p^2+p}{T_2 p+1}=$$
$$=-\frac{0{,}27p^4+1{,}64p^3+2{,}82p^2+p}{1{,}89p+1}. \qquad \text{(П.3.76)}$$

Произведём в уравнении (П.3.76) подстановку $p=j\omega$ и выделим действительную $P(\omega)$ и мнимую $Q(\omega)$ составляющие характеристического уравнения, умножив для этого числитель и знаменатель на выражение, сопряжённое знаменателю

$$k_{\text{рк}} = -\frac{0{,}27(j\omega)^4 + 1{,}64(j\omega)^3 + 2{,}82(j\omega)^2 + j\omega}{1 + 1{,}89\,j\omega} =$$

$$= \frac{\left[(-0{,}27\omega^4 + 2{,}8\omega^2) + j(1{,}64\omega^3 - \omega)\right](1 - j1{,}89\omega)}{(1 + j1{,}89\omega)(1 - j1{,}89)}. \qquad \text{(П.3.77)}$$

Так как по заданию область устойчивости надо построить в плоскости параметра $k_{\text{и}}$, а $k_{\text{и}}$ для рассматриваемого примера равно $k_{\text{рк}}/2$ ($k_{\text{п}}k_{\text{у}}k_{\text{о}} = 2$), то после преобразования выражения (П.3.77) запишем его относительно $k_{\text{и}}$,

$$k_{\text{и}} = \frac{k_{\text{рк}}}{2} = \underbrace{\frac{2{,}83\omega^4 + 0{,}93\omega^2}{2(1 + 3{,}57\omega^2)}}_{P(\omega)} + j\underbrace{\frac{0{,}51\omega^5 - 3{,}69\omega^3 - \omega}{2(1 + 3{,}57\omega^2)}}_{Q(\omega)}. \qquad \text{(П.3.78)}$$

Вычислим $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ при изменении частоты ω от нуля до ∞ и результат сведём в табл. П.3.6.

Таблица П.3.6

Граница области устойчивости системы в плоскости параметра $k_{\text{и}}$

ω	0	0,5	1	1,5	2	2,5	2,74	3
$P(\omega)$	0	0,11	0,41	0,91	1,6	2,5	2,99	3,59
$Q(\omega)$	0	-0,25	-0,46	-0,56	-0,5	-0,22	0	0,32

На рис. П.3.10 представлена область устойчивости, построенная по данным табл. П.3.6. Так как действительная составляющая $P(\omega)$ всегда чётная функция частоты, а мнимая составляющая $Q(\omega)$ – нечётная функция, то кривая D-разбиения всегда симметрична относительно действительной оси $P(\omega)$.

Поэтому при построении кривой находим лишь одну ветвь, соответствующую положительным значениям ω, а вторую ветвь наносим как зеркальное отражение первой. Штриховку кривой наносят слева при движении вдоль кривой от -∞ до +∞.

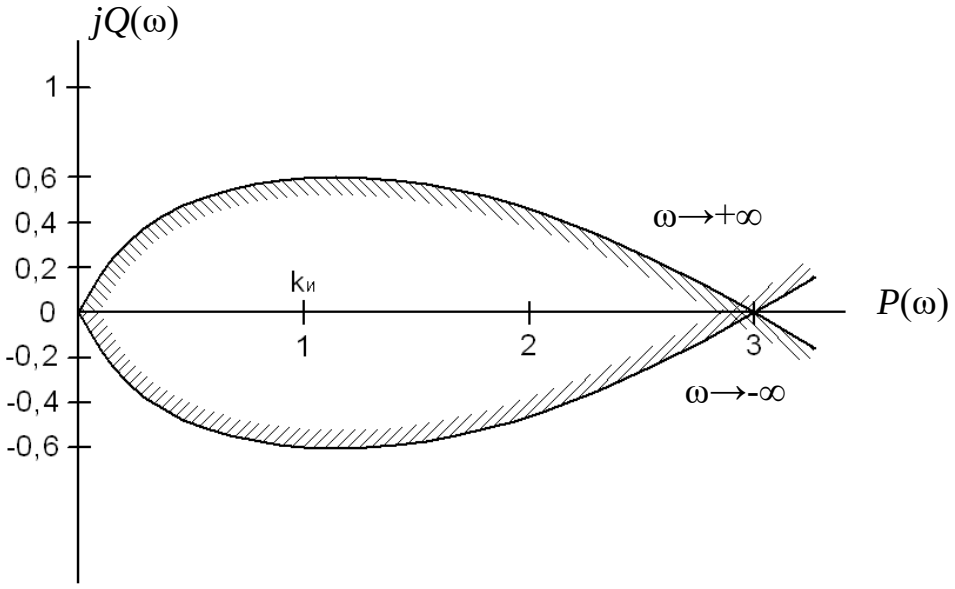


Рис. П.3.10. Область устойчивости скорректированной системы в плоскости параметра $k_и$

По рис. П.3.10 определяем допустимый диапазон изменения параметра $k_и$: $0 < k_и < 2{,}99$. Заданное в рассматриваемом варианте численное значение $k_и = 1$ принадлежит области устойчивости.

Методика построения области устойчивости по одному параметру для **статического** варианта системы такая же, как и для астатического варианта. Разница лишь в том, что начало кривой *D*-разбиения при частоте $\omega = 0$ будет находиться слева от мнимой оси и ограничение исследуемого параметра слева будет равно не нулю, а конкретному числу, например; $-1 < k_{рк} < 10$.

П.3.4.2. Построение области устойчивости в плоскости двух параметров

Исходным выражением для построения является характеристи-ческое уравнение **замкнутого** контура **скорректированной** системы (см. формулу (3.14)).

Построим область устойчивости в плоскости параметров $k_п$ и $T_о$ для **статического** варианта системы, представленной на рис. В.1 или рис. В.2. Запишем характеристическое уравнение для одной из возможных передаточных функций скорректированной системы

$$1+\frac{k_{\text{рк}}(T_2\ p+1)}{(T_{\text{у}}p+1)(T_{\text{о}}p+1)(T_{\text{з}}p+1)^2}=0. \qquad \text{(П.3.79)}$$

Преобразуем выражение (П.3.79) и сгруппируем подобные члены

$$(T_{\text{у}}p+1)(T_{\text{о}}p+1)(T_{\text{з}}p+1)^2+k_{\text{рк}}(T_2p+1)=$$

$$=T_{\text{з}}^{\,2}T_{\text{у}}T_{\text{о}}p^4+\left[T_{\text{з}}^{\,2}(T_{\text{у}}+T_{\text{о}})+2T_{\text{з}}T_{\text{у}}T_{\text{о}}\right]p^3+\left[T_{\text{з}}^{\,2}+2T_{\text{з}}(T_{\text{у}}+T_{\text{о}})+T_{\text{о}}T_{\text{у}}\right]p^2+$$

$$+(2T_{\text{з}}+T_{\text{у}}+T_{\text{о}}+k_{\text{рк}}T_2)p+1+k_{\text{рк}}=0. \qquad \text{(П.3.80)}$$

Произведём в уравнении (П.3.76) подстановку $p=j\omega$ и получим тождество

$$T_{\text{з}}^{\,2}T_{\text{у}}T_{\text{о}}\omega^4-j\left[T_{\text{з}}^{\,2}(T_{\text{у}}+T_{\text{о}})+2T_{\text{з}}T_{\text{у}}T_{\text{о}}\right]\omega^3-\left[T_{\text{з}}^{\,2}+2T_{\text{з}}(T_{\text{у}}+T_{\text{о}})+T_{\text{у}}T_{\text{о}}\right]\omega^2+$$

$$+j(2T_{\text{з}}+T_{\text{у}}+T_{\text{о}}+k_{\text{рк}}T_2)\omega+1+k_{\text{рк}}=0. \qquad \text{(П.3.81)}$$

В выражении (П.3.81) сгруппируем действительную и мнимую части

$$\underbrace{\left\{T_{\text{з}}^{\,2}T_{\text{у}}T_{\text{о}}\omega^4-\left[T_{\text{з}}^{\,2}+2T_{\text{з}}(T_{\text{у}}+T_{\text{о}})+T_{\text{у}}T_{\text{о}}\right]\omega^2+1+k_{\text{рк}}\right\}+}_{a} \qquad \text{(П.3.82)}$$

$$+j\underbrace{\left\{(2T_{\text{з}}+T_{\text{у}}+T_{\text{о}}+k_{\text{рк}}T_2)\omega-\left[T_{\text{з}}^{\,2}(T_{\text{у}}+T_{\text{о}})+2T_{\text{з}}T_{\text{у}}T_{\text{о}}\right]\omega^3\right\}}_{b}\equiv 0.$$

Так как комплексная величина $a+jb$ равна нулю только в том случае, если одновременно равны нулю её действительная и мнимая части, то тождество (П.3.82) эквивалентно двум уравнениям

$$\left.\begin{aligned}&T_{\text{з}}^{\,2}T_{\text{у}}T_{\text{о}}\omega^4-\left[T_{\text{з}}^{\,2}+2T_{\text{з}}(T_{\text{у}}+T_{\text{о}})+T_{\text{у}}T_{\text{о}}\right]\omega^2+1+k_{\text{рк}}=0;\\&(2T_{\text{з}}+T_{\text{у}}+T_{\text{о}}+k_{\text{рк}}T_2)\omega-\left[T_{\text{з}}^{\,2}(T_{\text{у}}+T_{\text{о}})+2T_{\text{з}}T_{\text{у}}T_{\text{о}}\right]\omega^3=0.\end{aligned}\right\} \qquad \text{(П.3.83)}$$

Упорядочим систему уравнений (П.3.83) с учётом того, что параметр, стоящий в обоих уравнениях на первом месте, будем откладывать по оси абсцисс, а параметр, стоящий на втором месте, – по оси ординат. Для этого в обоих уравнениях сгруппируем отдельно члены, зависящие и не зависящие от параметров $k_{рк}$ и $T_о$,

$$\left.\begin{aligned} k_{рк}\cdot 1+T_о\cdot\left[T_з^{\,2}T_у\omega^4-(2T_з+T_у)\omega^2\right]+\left[1-(T_з^{\,2}+2T_зT_у)\omega^2\right]=0;\\ k_{рк}T_2\omega+T_о\left[\omega-(T_з^{\,2}+2T_зT_у)\omega^3\right]+\left[(2T_з+T_у)\omega-T_з^{\,2}T_у\omega^3\right]=0. \end{aligned}\right\} \quad (П.3.84)$$

Подставим в систему уравнений (П.3.84) численные значения постоянных времени для одного из вариантов задания с учётом того, что для этого варианта $k_{рк}=20k_п$,

$$\left.\begin{aligned} k_п\overbrace{20}^{A_1}+T_о\overbrace{\left(0,00384\omega^4-0,76\omega^2\right)}^{B_1}+\overbrace{\left(-0,1024\omega^2+1\right)}^{C_1}=0;\\ k_п\underbrace{6,2\omega}_{A_2}+T_о\underbrace{(-0,1024\omega^3+\omega)}_{B_2}+\underbrace{\left(-0,00384\omega^3+0,76\omega\right)}_{C_2}=0. \end{aligned}\right\} \quad (П.3.85)$$

Решим систему (П.3.85) методом определителей:

$$k_п=\frac{\Delta_1}{\Delta}=f_1(\omega); \quad (П.3.86)$$

$$T_о=\frac{\Delta_2}{\Delta}=f_2(\omega), \quad (П.3.87)$$

где

$$\Delta=\begin{vmatrix} A_1(\omega) & B_1(\omega)\\ A_2(\omega) & B_2(\omega)\end{vmatrix}=A_1(\omega)\cdot B_2(\omega)-A_2(\omega)\cdot B_1(\omega)=$$

$$=-0,02381\omega^5+2,664\omega^3+20\omega; \quad (П.3.88)$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -C_1(\omega) & B_1(\omega) \\ -C_2(\omega) & B_2(\omega) \end{vmatrix} = -C_1(\omega)\cdot B_2(\omega) + C_2(\omega)\cdot B_1(\omega) =$$

$$= -0,00001\omega^7 - 0,00465\omega^5 - 0,3728\omega^3 - \omega; \qquad \text{(П.3.89)}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} A_1(\omega) & -C_1(\omega) \\ A_2(\omega) & -C_2(\omega) \end{vmatrix} = -A_1(\omega)\cdot C_2(\omega) + A_2(\omega)\cdot C_1(\omega) =$$

$$= -0,55808\omega^3 - 9\omega. \qquad \text{(П.3.90)}$$

Подставив выражения (П.3.88)-(П.3.90) в формулы (П.3.86) и (П.3.87), получим

$$k_{\text{п}} = \frac{0,00001\cdot\omega^6 + 0,00465\cdot\omega^4 + 0,3728\cdot\omega^2 + 1}{0,02381\cdot\omega^4 - 2,664\cdot\omega^2 - 20} = f_1(\omega); \qquad \text{(П.3.91)}$$

$$T_{\text{о}} = \frac{0,55808\cdot\omega^2 + 9}{0,02381\cdot\omega^4 - 2,664\cdot\omega^2 - 20} = f_2(\omega). \qquad \text{(П.3.92)}$$

Вычислим значения функций $f_1(\omega)$ и $f_2(\omega)$ при изменении частоты ω от нуля до ∞ и результаты сведём в табл. П.3.7. Так как функции $f_1(\omega)$ и $f_2(\omega)$ являются чётными, то кривая *D*-разбиения дважды проходит через одни и те же точки (при изменении частоты ω от $-\infty$ до нуля и от нуля до $+\infty$).

На рис. П.3.11 изображена кривая *D*-разбиения, построенная по данным табл. П.3.7. В некоторых случаях (сложных) рекомендуется сначала отдельно построить графики функций $f_1(\omega)$ и $f_2(\omega)$, а потом свести их в совместный график. Кривую *D*-разбиения штрихуют по правилам, изложенным на с. 290 [1].

Таблица П.3.7

Граница устойчивости системы в плоскости параметров $k_п$ и $T_о$

ω	$k_п$	$T_о$
0	-0,0500	-0,45000
1	-0,06084	-0,42217
2	-0,08476	-0,37101
3	-0,11271	-0,33350
4	-0,14499	-0,31717
5	-0,18660	-0,32003
6	-0,24591	-0,34206
7	-0,33853	-0,38928
8	-0,50045	-0,48098
9	-0,84231	-0,68125
10	-1,96232	-1,34178
12	2,00831	0,99174
13	1,16804	0,49240
14	0,88044	0,31777
15	0,74097	0,22965
20	0,56319	0,08525
25	0,58980	0,04698
30	0,67540	0,03031
35	0,79572	0,02135
40	0,94336	0,01592
45	1,11538	0,01235
50	1,31037	0,00988
55	1,52759	0,00809
60	1,76664	0,00675

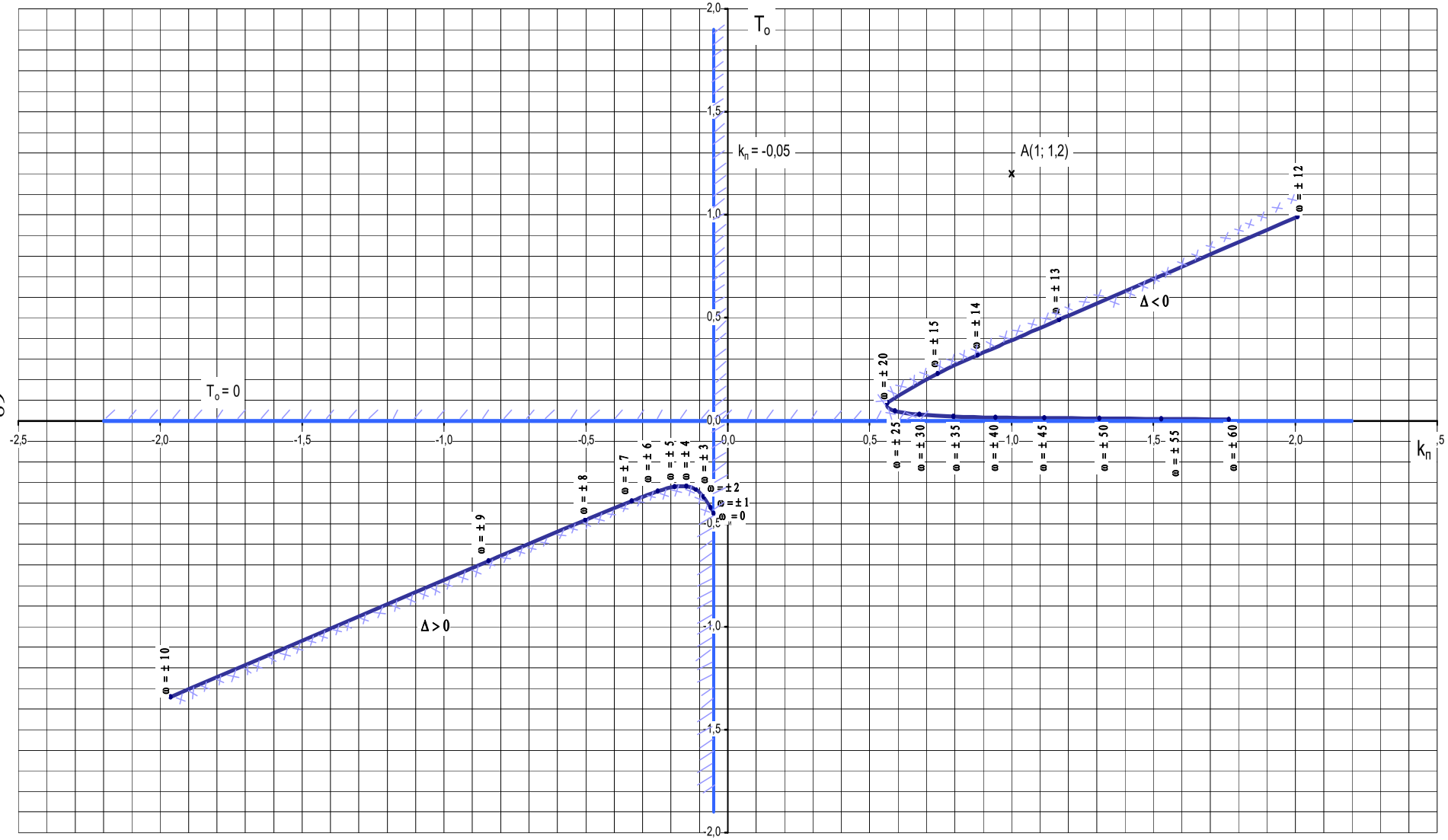


Рис. П.3.11, Область устойчивости скорректированной системы в плоскости параметров $k_п$ и T_o

Дополним кривую *D*-разбиения **особыми прямыми**, уравнения которых имеют следующий вид: $a_0 = 0$, отсюда $T_о = 0$; $a_п = 0$, отсюда $1 + 20k_п = 0$ и $k_п = -0{,}05$. Особые прямые штрихуют по правилам, изложенным на с. 291 [1]. На рис. П.3.11 откладываем точку А с заданными координатами $k_п$ и $T_о$ ($k_п = 1$; $T_о = 1{,}2$).

П.3.5. Построение графика переходного процесса и оценка качества скорректированной системы

Исходным выражением для моделирования является передаточная функция **замкнутой** скорректированной системы $\Phi(p)$ по заданному каналу воздействия. Запишем передаточную функцию по каналу «$x_з$-x» для одного из примеров скорректированной системы:

$$\Phi_{x_з - x}(p) = \frac{X(p)}{X_з(p)} = \frac{W_{ск}(p)}{1 + W_{ск}(p)} = \frac{\dfrac{k_{рк}(T_2 p + 1)}{(T_у p + 1)(T_о p + 1)(T_з p + 1)^2}}{1 + \dfrac{k_{рк}(T_2 p + 1)}{(T_у p + 1)(T_о p + 1)(T_з p + 1)^2}} =$$

$$= \frac{k_{рк}(T_2 p + 1)}{(T_у p + 1)(T_о p + 1)(T_3 p + 1)^2 + k_{рк}(T_2 p + 1)}. \qquad \text{(П.3.93)}$$

В выражении (П.3.93) раскроем скобки, приведем подобные члены, подставим численные значения заданных параметров и запишем его в соответствии с формулой (3.16)

$$\Phi_{x_з - x}(p) = \frac{b_0 p^4 + b_1 p^3 + b_2 p^2 + b_3 p + b_4}{a_0 p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2 + a_3 p + a_4} =$$

$$= \frac{6{,}2 p + 20}{0{,}00461 p^4 + 0{,}12672 p^3 + 1{,}0144 p^2 + 8{,}16 p + 21}. \qquad \text{(П.3.94)}$$

Составим таблицу исходных данных для цифрового моделирования, куда входят округленные коэффициенты b_i и a_i из формулы

(П.3.94), а также параметры моделирования: «шаг интегрирования» – Δt, «шаг печати» – $t_{печ}$ и «длительность выполнения расчетов» – $t_к$. Параметры Δt, $t_{печ}$ и $t_к$ рассчитываем в соответствии с рекомендациями разд. 3.5.2 для конкретного варианта задания.

Таблица П.3.8

Исходные данные для цифрового моделирования

b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	Δt	$t_{печ}$	$t_к$
0	0	0	6,2	20	0,005	0,127	0,014	8,16	21	0,002	0,09	1,8

Таблица П.3.9

Результаты цифрового моделирования

Input data		Calculate result	
Parameter	Value	T	Y
B0	0,000	0,090	0,103
B1	0,000	0,180	0,482
B2	0,000	0,270	0,962
B3	6,200	0,360	1,318
B4	20,000	0,450	1,432
A0	0,005	0,540	1,323
A1	0,127	0,630	1,096
A2	1,014	0,720	0,878
A3	8,160	0,810	0,756
A4	21,000	0,900	0,753
dt	0,002	0,990	0,836
pt	0,090	1,080	0,946
mt	1,800	1,170	1,028
		1,260	1,057
		1,350	1,034
		1,440	0,984
		1,530	0,935
		1,620	0,907
		1,710	0,907
		1,800	0,925

На основании данных табл. П.3.9 построим график переходного процесса (рис. П.3.13) и определим основные показатели качества – перерегулирование σ и длительность переходного процесса $t_{\text{п}}$:

$$\sigma = \frac{x_m - x(\infty)}{x(\infty)} 100\ \% = \frac{A_1}{x(\infty)} 100\ \% = \frac{0{,}47}{0{,}95} 100\ \% \approx 49\%; \qquad (\text{П.3.95})$$

$$t_{\text{п}} \approx 1{,}42\ \text{с}.$$

На рис. П.3.14 приведены примеры переходных характеристик **статического** варианта двух систем по разным каналам воздействий.

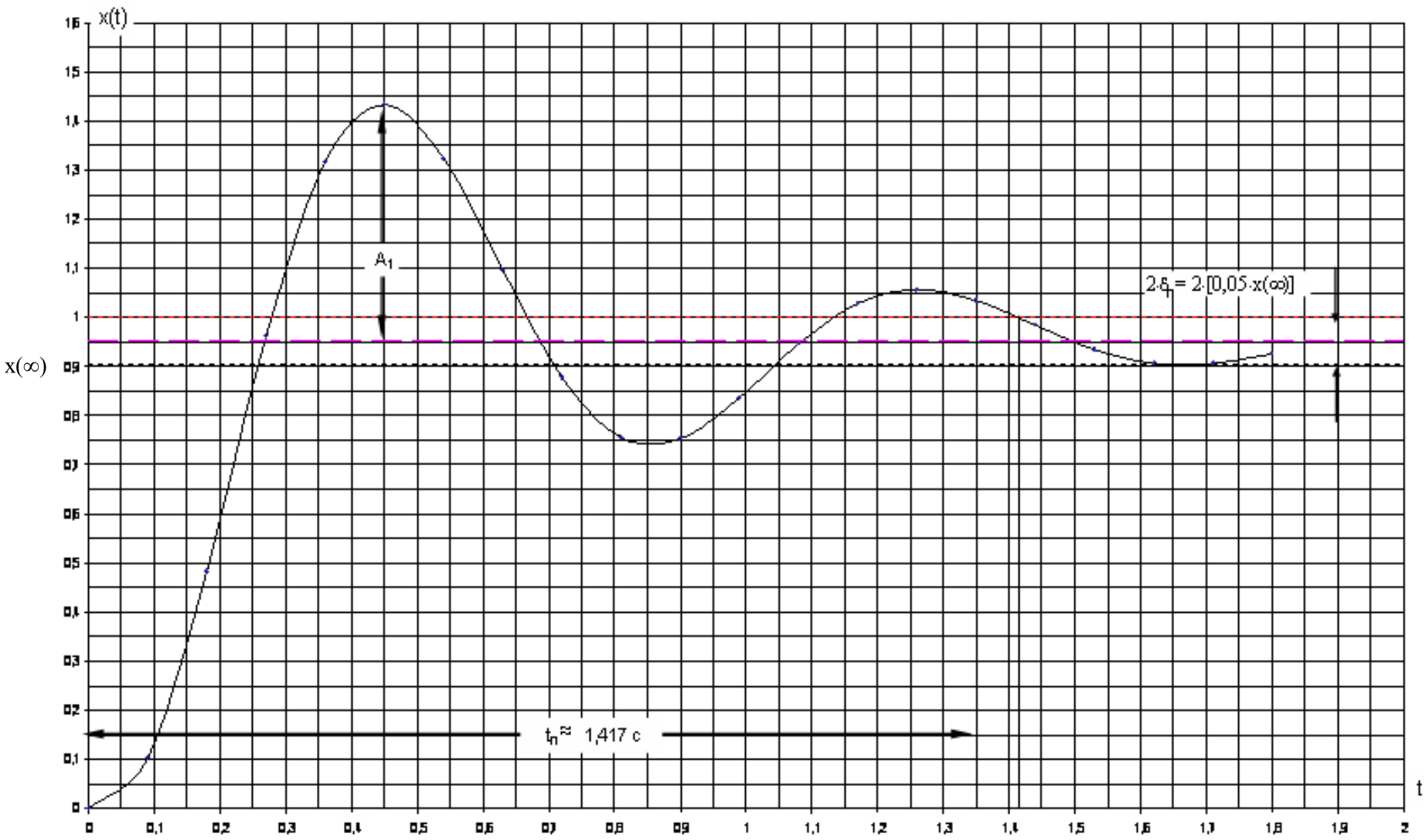
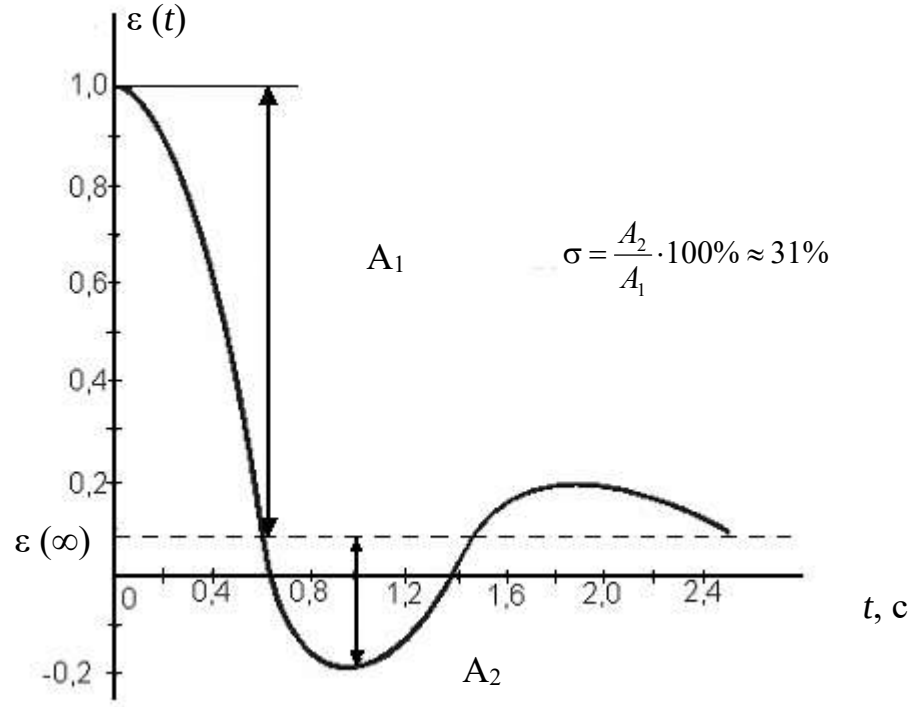


Рис. П.3.13. Переходная характеристика замкнутой скорректированной системы по каналу "$x_з$-x"



б

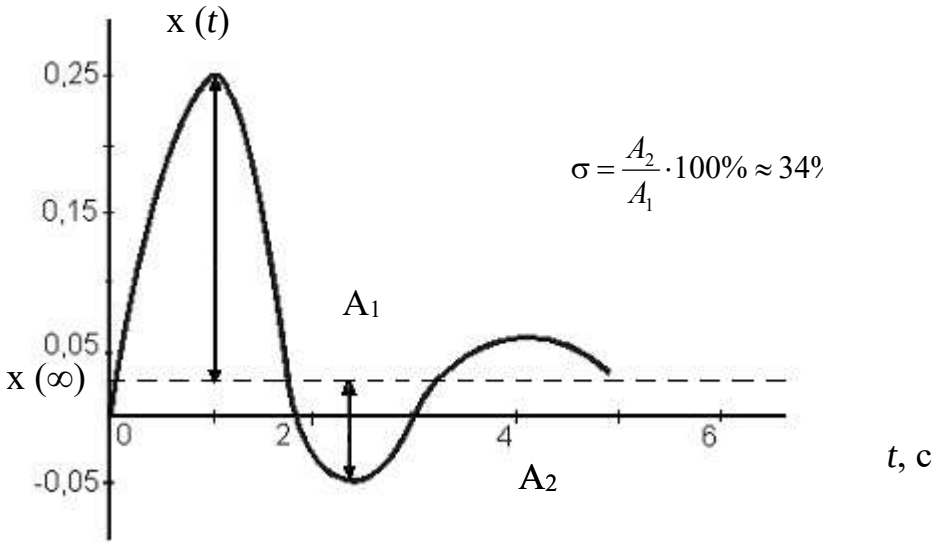


Рис. П.3.14. Переходные характеристики замкнутой скорректированной системы:
а – по каналу «$x_з$-ε»; *б* – по каналу «z-*x*» («z-ε»)

П.3.6. Вычисление и минимизация интегральной оценки при типовом воздействии

Квадратичная интегральная оценка вычисляется при **единичном ступенчатом воздействии** по заданному каналу.

Запишем одну из возможных передаточных функций замкнутой **статической** скорректированной системы по каналу «$x_з$-x» (см. формулу (П.3.93)) и после преобразований и подстановки численных значений постоянных времени для одного из вариантов задания представим ее в соответствии с формулой (3.18)

$$\Phi(p)=\frac{X(p)}{X_з(p)}=\frac{W_{ск}(p)}{1+W_{ск}(p)}=\frac{k_{рк}(T_2p+1)}{(T_у p+1)(T_о p+1)(T_3 p+1)^2+k_{рк}(T_2p+1)}=$$

$$=\frac{0{,}31k_{рк}p+k_{рк}}{0{,}005p^4+0{,}127p^3+1{,}014p^2+(0{,}31k_{рк}+1{,}96)p+k_{рк}+1}. \qquad (П.3.96)$$

На основаниии формулы (3.20) запишем выражение для изображения переходной составляющей управляемой величины

$$X_п(p)=[\Phi(p) \ - \ \Phi(0)]X_з(p), \qquad (П.3.97)$$

где $X_з(p)=\frac{1}{p}$ – изображение ступенчатого воздействия.

Подставим в формулу (П.3.97) выражение (П.3.96)

$$X_п(p)=\left[\frac{0{,}31k_{рк}p+k_{рк}}{0{,}005p^4+0{,}127p^3+1{,}014p^2+(0{,}31k_{рк}+1{,}96)p+k_{рк}+1}-\frac{k_{рк}}{1+k_{рк}}\right].\frac{1}{p}. \qquad (П.3.98)$$

Преобразуем выражение (П.3.98), применив упрощение в соответствии с формулой (3.21), и запишем его в соответствии с формулой (3.22) в виде

$$X_{\text{п}}(p)=\frac{-0{,}005p^3-0{,}127p^2-1{,}014p-1{,}96}{0{,}005p^4+0{,}127p^3+1{,}014p^2+(0{,}31k_{\text{рк}}+1{,}96)p+k_{\text{рк}}}=$$
$$\frac{c_0p^3+c_1p^2+c_2p+c_3}{d_0p^4+d_1p^3+d_3p^2+d_3p+d_4}=\frac{C(p)}{D(p)}, \qquad \text{(П.3.99)}$$

где $d_0=0{,}005$; $d_1=0{,}127$; $d_2=1{,}014$; $d_3=0{,}13k_{\text{рк}}+1{,}96$; $d_4=k_{\text{рк}}$.

Для вычисления квадратичной оценки по изображению (П.3.99) используем равенство Парсеваля (см. формулы (6.73) и (6.74) [1]), которое для рассматриваемого примера имеет вид

$$Q_{\text{кв}}=\int_0^\infty x_{\text{п}}^2(t)dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|x_{\text{п}}(j\omega)\right|^2d\omega=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{C(j\omega)}{D(j\omega)}\right|^2d\omega=$$
$$=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{V(j\omega)}{\left|D(j\omega)\right|^2}d\omega=(-1)^{n+1}\frac{\Delta_v}{2d_0\Delta}, \qquad \text{(П.3.100)}$$

где n – степень знаменателя выражения (П.3.99), n=4;

$$D(j\omega)=d_0(j\omega)^4+d_1(j\omega)^3+d_2(j\omega)^2+d_3(j\omega)+d_4; \qquad \text{(П.3.101)}$$

$$V(j\omega)=\left|C(j\omega)\right|^2=v_0(j\omega)^{2(n-1)}+v_1(j\omega)^{2(n-2)}+v_2(j\omega)^{2(n-3)}+v_3; \qquad \text{(П.3.102)}$$

Δ – определитель, составленный из коэффициентов d_i по правилу составления определителя Гурвица; Δ_v – определитель, получаемый из определителя Δ путем замены верхней строки коэффициентов на строку с коэффициентами v_0, v_1, v_2, v_3.

Для получения коэффициентов полинома $V(j\omega)$ найдем квадрат модуля полинома $C(j\omega)$, а затем все слагаемые с четными степенями ω приведем к виду с четными степенями $(j\omega)$,

$$V(j\omega)=\left|C(j\omega)\right|^2=\left|-0{,}005(j\omega)^3-0{,}127(j\omega)^2-1{,}014(j\omega)-1{,}96\right|^2=$$
$$=\left|(0{,}127\omega^2-1{,}96)+j(0{,}005\omega^3-1{,}014\omega)\right|^2=$$
$$=(0{,}127\omega^2-1{,}96)^2+(0{,}005\omega^3-1{,}014\omega)^2= \qquad (П.3.103)$$
$$=0{,}00002\omega^6+0{,}0067\omega^4+0{,}5323\omega^2+3{,}842=$$
$$=-0{,}00002(j\omega)^6+0{,}0067(j\omega)^4-0{,}5323(j\omega)^2+3{,}842,$$

откуда v_0=-0,00002, v_1=0,0067, v_2=-0,5323, v_3=3,842.

Составим определитель Δ и подставим в него численные значения коэффициентов d_i из формулы (П.3.99)

$$\Delta=\begin{vmatrix} d_1 & d_3 & 0 & 0 \\ d_0 & d_2 & d_4 & 0 \\ 0 & d_1 & d_3 & 0 \\ 0 & d_0 & d_2 & d_4 \end{vmatrix}=d_1d_2d_3d_4-d_0d_3^2d_4-d_1^2d_4^2= \qquad (П.3.104)$$
$$=-0{,}00044k_{\text{рк}}^3+0{,}01819k_{\text{рк}}^2+0{,}23423k_{\text{рк}}.$$

Составим определитель Δ_v и подставим в него численные значения коэффициентов v_i из формулы (П.3.103)

$$\Delta_v=\begin{vmatrix} v_0 & v_1 & v_2 & v_3 \\ d_0 & d_2 & d_4 & 0 \\ 0 & d_1 & d_3 & 0 \\ 0 & d_0 & d_2 & d_4 \end{vmatrix}=v_0d_2d_3d_4-v_0d_1d_4^2-v_3d_0d_1d_2+$$
$$+v_3d_0^2d_3-v_1d_0d_3d_4+v_2d_0d_1d_4= \qquad (П.3.105)$$
$$=-0{,}000013k_{\text{рк}}^2-0{,}000386k_{\text{рк}}-0.002115.$$

Подставив выражение (П.3.104) и (П.3.105) в формулу (П.3.100), получим

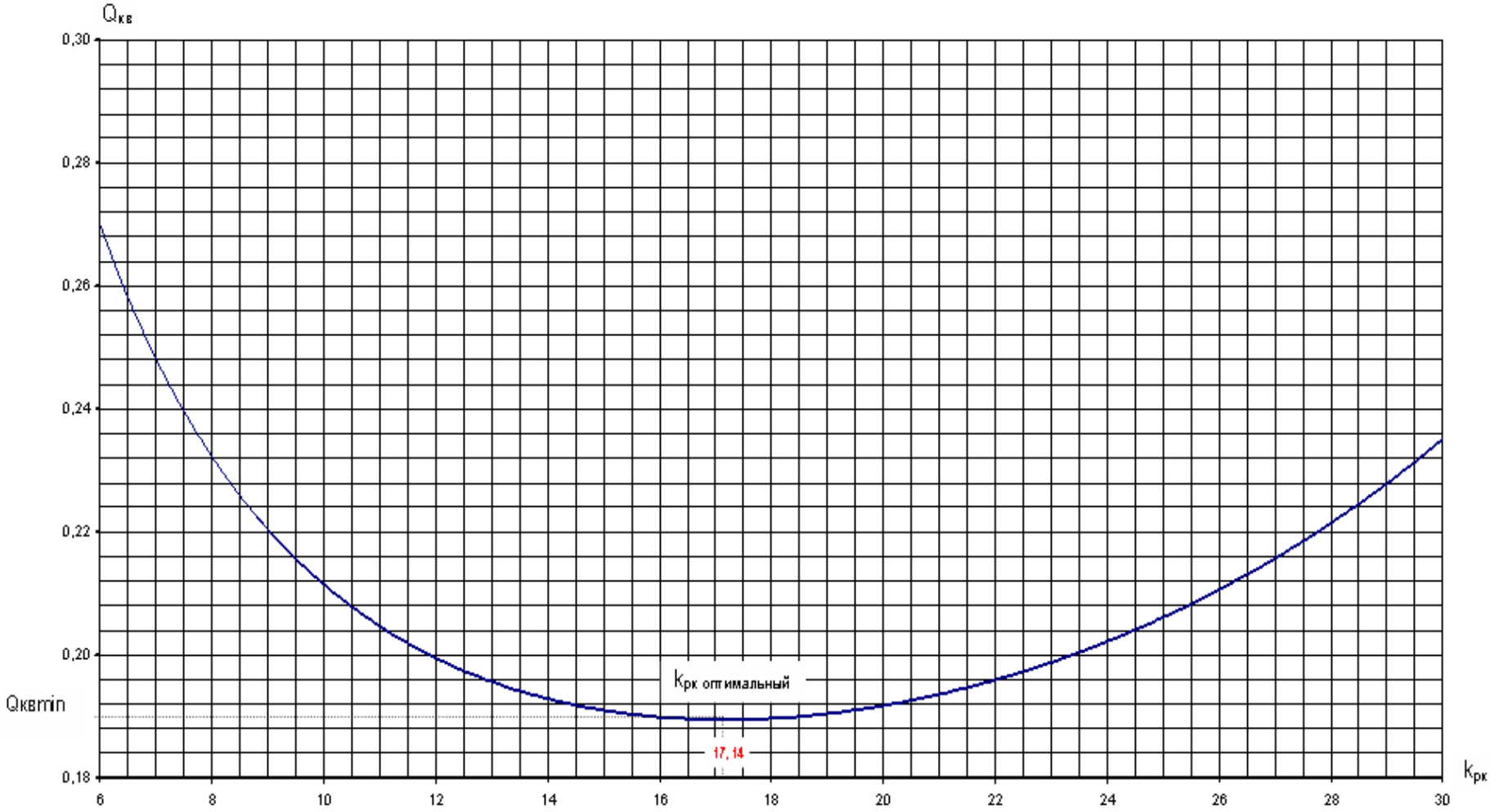


Рис. П.3.15. Зависимость квадратичной интегральной оценки скорректированной системы от коэффициента $k_{рк}$

$$Q_{\text{кв}} = (-1)^{n+1}\frac{\Delta_v}{2d_0\Delta} = (-1)^{4+1}\frac{-0{,}000013k_{рк}^2 - 0{,}000386k_{\text{рк}} - 0{,}002115}{2\cdot 0{,}005(-0{,}0004k_{\text{рк}}^3 + 0{,}01819k_{\text{рк}}^2 + 0{,}23423k_{\text{рк}})} =$$

$$= \frac{0{,}000013k_{рк}^2 + 0{,}000386k_{\text{рк}} + 0{,}002115}{0{,}01(-0{,}0004k_{рк}^3 + 0{,}01819k_{рк}^2 + 0{,}23423k_{\text{рк}})}. \qquad \text{(П.3.106)}$$

Подставив в формулу (П.3.106) различные численные значения $k_{\text{рк}}$, составим таблицу $Q_{\text{кв}} = f(k_{\text{рк}})$.

Таблица П.3.10

Зависимость квадратичной интегральной оценки от коэффициента $k_{\text{рк}}$

$k_{\text{рк}}$	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28
$Q_{\text{кв}}$	0,27	0,232	0,211	0,2	0,192	0,189	0,189	0,191	0,195	0,202	0,221	0,221

На основании данных табл. П.3.10 построим график функции $Q_{\text{кв}} = f(k_{\text{рк}})$ (рис. П.3.16), откуда определим оптимальное численное значение коэффициента $k_{\text{рк}}$, равное 17,14.

Так как по заданию курсовой работы следовало найти оптимальное значение передаточного коэффициента управляющего устройства $k_{\text{у}}$, то переход от коэффициента $k_{\text{рк}}$ к коэффициенту $k_{\text{у}}$ осуществим по формуле

$$k_{\text{у.опт}} = \frac{k_{\text{рк.опт}}}{\text{k}_{\text{п}}\text{k}_{\text{и}}\text{k}_{\text{о}}} = \frac{17{,}4}{2} = 8{,}57. \qquad \text{(П.3.107)}$$

Вычисление квадратичной интегральной оценки $Q_{\text{кв}}$ для **астатической** системы по каналам «z-x» и «z-ε» упрощается, так как вычитаемое Ф(0) в формуле (П.3.97) равно нулю.

При вычислении $Q_{\text{кв}}$ для **статической** системы по каналу «z-x» из-за возможных сложностей математического характера можно (по согласованию с преподавателем) изменить канал воздействия.

Приложение 4

Таблица П.4

Изображения простейших функций времени по Лапласу

Наименование функций	$x(t)$	$X(p)$
Дельта-функция	$\delta(t)$	1
Ступенчатая функция	$a1(t)$	$\frac{a}{p}$
Линейная функция	$at1(t)$	$\frac{a}{p^2}$
Степенная функция	$at^n1(t)$	$\frac{an!}{p^{n+1}}$
Экспонента	$ae^{-\alpha t}1(t)$	$\frac{a}{p+\alpha}$
Синусоида	$a\sin\omega t1(t)$	$\frac{a\omega}{p^2+\omega^2}$
Косинусоида	$a\cos\omega t1(t)$	$\frac{ap}{p^2+\omega^2}$

Министерство образования и науки РФ

ФГБОУ ВО

«Уральский государственный горный университет»

ЭЛЕКТРОННОЕ ИЗДАНИЕ УГГУ

В.П. Барановский

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Сборник тестовых заданий и вопросов
для студентов всех форм обучения направлений бакалавриата 15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств», 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника» и специальности 21.05.04 «Горное дело» (специализация «Электрификация и автоматизация горного производства»)

Екатеринбург
2018

Министерство образования и науки РФ

ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО
Методической комиссией
горно-механического факультета
«___» _____ 2018г.
Председатель комиссии
_____ В. П. Барановский

ЭЛЕКТРОННОЕ ИЗДАНИЕ УГГУ

В. П. Барановский

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Сборник тестовых заданий и вопросов
для студентов всех форм обучения направлений бакалавриата 15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств», 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника» и специальности 21.05.04 «Горное дело» (специализация «Электрификация и автоматизация горного производства»)

Издание УГГУ Екатеринбург, 2018

Электронное издание УГГУ
УДК 681.5.011.(075.8)

№ ЭЛЕКТРОННОГО ИЗДАНИЯ _____

РЕЦЕНЗЕНТ: *Матвеев В.В.,* доцент кафедры автоматики и компьютерных технологий Уральского государственного горного университета, канд. техн. наук.

Работа рассмотрена на заседании кафедры автоматики и компьютерных технологий 15 декабря 2017 г. (протокол № 4) и рекомендована в качестве электронной версии печатного издания в УГГУ.

В. П. Барановский

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

: сборник тестовых заданий и вопросов/ В. П. Барановский; Урал. гос. горный ун-т. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2018. 122 с.

АННОТАЦИЯ

Приведены 250 заданий и вопросов по основным разделам дисциплины (с возможными вариантами ответов), которые преподаватель может использовать для проверки усвоения и текущего контроля знаний студентов, а студенты – для самопроверки при изучении дисциплины «Теория автоматического управления»

Для студентов всех форм обучения направлений подготовки бакалавров 15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств», 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника» и специальности 21.05.04 «Горное дело» (специализация «Электрификация и автоматизация горного производства»)

УДК 681.5.011.(075.8)

©Уральский государственный
горный университет, 2018
© Барановский В. П., 2018

ВВЕДЕНИЕ

Теория автоматического управления (ТАУ) – одна из базовых учебных дисциплин направлений подготовки бакалавров 15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств», 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника» и специальности 21.05.04 «Горное дело» (специализация «Электрификация и автоматизация горного производства»), преподаваемая студентам в течение двух семестров в рамках основной образовательной программы в соответствии с Государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО).

Предметом изучения ТАУ являются информационные процессы, протекающие в системах управления техническими и технологическими объектами.

Основными целями и задачами дисциплины являются формирование у студентов прочных знаний об общих принципах построения и законах функционирования автоматических систем управления, основных методах анализа и синтеза непрерывных и дискретных систем при детерминированных и случайных внешних воздействиях.

Для достижения поставленных целей необходимо помимо итогового контроля знаний – экзамена – применять и другие способы проверки знаний и умений студентов, в том числе выполнение расчетных и контрольных работ, а также разные способы тестового контроля. Предлагаемый сборник тестовых заданий и вопросов позволяет проводить тестовый контроль как в темпе чтения лекций по разделам дисциплины, что дает возможность преподавателю поэтапно проверять знания студентов, так и в конце каждого семестра вместо традиционного экзамена для итогового контроля знаний студентов.

1. ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

1.1. Основные понятия и определения

1.1.1. Алгоритм функционирования устройства (системы) – это:

1) порядок выполнения каких-либо процедур;
2) совокупность предписаний, ведущих к правильному выполнению технического процесса в каком-либо устройстве или в совокупности устройств (системе);
3) совокупность условий для выполнения технического процесса;
4) совокупность каких-либо действий для выполнения технического процесса;
5) совокупность мероприятий для выполнения технического процесса в каком-либо устройстве.

1.1.2. Объектом управления называют:

1) устройство, которым надлежит управлять;
2) совокупность устройств, подвергающихся управлению извне специальными воздействиями;
3) устройство (или совокупность устройств), осуществляющее технический процесс и нуждающееся в специально организованных воздействиях извне для осуществления его алгоритма функционирования;
4) техническое устройство, управляемое специальными воздействиями;
5) совокупность устройств, для управления которыми надо каким-то образом организовать извне специальные воздействия.

1.1.3. Алгоритмом управления называют:

1) правила, в соответствии с которыми осуществляется процесс управления;
2) совокупность правил для организации воздействий извне с целью управления техническим устройством;
3) свод предписаний для воздействия на объект управления;
4) совокупность предписаний, определяющая характер воздействия извне на объект управления с целью осуществления его алгоритма функционирования;
5) перечень правил для организации процесса управления.

1.1.4. Автоматическое управляющее устройство – это:

1) устройство для управления каким-либо другим техническим устройством;
2) техническое устройство, при помощи которого воздействуют на объект управления;
3) специальное устройство для организации воздействий на объект управления;
4) устройство, которое работает по специальному алгоритму;
5) устройство, осуществляющее в соответствии с алгоритмом управления воздействие на объект управления.

1.1.5. Автоматической системой управления называют:

1) совокупность объекта управления и автоматического управляющего устройства, взаимодействующих между собой;
2) совокупность объекта управления и управляющего устройства;
3) совокупность объекта управления и какого-нибудь измерительного устройства;
4) совокупность управляющего устройства и какого-нибудь измерительного устройства;
5) совокупность объекта управления, управляющего и измерительного устройств.

1.2. Функциональная и алгоритмическая структуры систем управления

1.2.1. Функциональная структура системы управления

1) состоит из элементов (блоков) различного назначения;
2) отражает функции (целевые назначения), выполняемые отдельными частями автоматической системы;
3) состоит из различных частей, каждая из которых выполняет самостоятельную функцию;
4) состоит из типовых элементов с различными функциями;
5) отражает операции, выполняемые отдельными частями автоматической системы.

1.2.2. Алгоритмическая структура системы управления характеризует:

1) алгоритмы преобразования информации в объекте управления и управляющем устройстве;
2) взаимодействие управляющего устройства и объекта управления;
3) алгоритмы преобразования информации в автоматической системе и представляет собой совокупность элементарных звеньев и связей между ними;
4) математическое описание каждого элемента системы;
5) математическое описание всех блоков системы.

1.2.3. Элементарное алгоритмическое звено – это:

1) часть алгоритмической структуры автоматической системы, соответствующая элементарному алгоритму преобразования сигнала;
2) часть алгоритмической структуры автоматической системы, которая не связана с остальными частями системы;
3) часть алгоритмической структуры автоматической системы, выполняющая какие-то математические операции;
4) часть алгоритмической структуры системы, выполняющая операции интегрирования или дифференцирования;
5) часть алгоритмической структуры системы, выполняющая операцию суммирования.

1.2.4. Элементарное алгоритмическое* статическое *звено – это звено, у которого мгновенное значение выходного сигнала зависит:

1) от характера изменения входного сигнала во времени;
2) от результата выполнения какой-либо арифметической операции;
3) от результата интегрирования входного сигнала во времени;
4) от результата дифференцирования входного сигнала во времени;
5) только от значения входного сигнала в данный момент и не зависит от характера изменения входного сигнала во времени.

1.2.5. Элементарное алгоритмическое* динамическое *звено – это звено, у которого мгновенное значение выходного сигнала зависит:

1) только от значения входного сигнала в данный момент и не зависит от характера изменения входного сигнала во времени;
2) от результата выполнения звеном какой-либо логической операции;
3) от результата выполнения звеном какой-либо арифметической операции;
4) не только от текущего значения входного сигнала, но и от характера изменения входного сигнала во времени;
5) только от текущего значения входного сигнала.

1.3. Классификация систем управления

1.3.1. Системой стабилизации называют систему, у которой задающее воздействие

1) изменяется во времени по заранее заданному закону;
2) изменяется во времени по заранее неизвестному закону;
3) не изменяется во времени;
4) зависит от характера изменения возмущающего воздействия;
5) зависит от характера изменения управляющего воздействия.

1.3.2. Следящей системой управления называют систему, у которой задающее воздействие

1) зависит от характера изменения управляющего воздействия;
2) изменяется во времени по заранее неизвестному закону;
3) изменяется во времени по заранее заданному закону;
4) не изменяется во времени;
5) зависит от характера изменения возмущающего воздействия.

1.3.3. Замкнутой системой управления (системой с обратной связью) называют систему, у которой управляющее воздействие формируется

1) в соответствии с законом изменения задающего воздействия;
2) в соответствии с законом изменения возмущающего воздействия;
3) в результате сравнения задающего воздействия и сигнала обратной связи;
4) в соответствии с законами изменения задающего и возмущающего воздействий;
5) в результате сравнения задающего воздействия, возмущающего воздействия и сигнала обратной связи.

1.3.4. Система управления называется* статической, *если управляемая величина системы в установившемся режиме

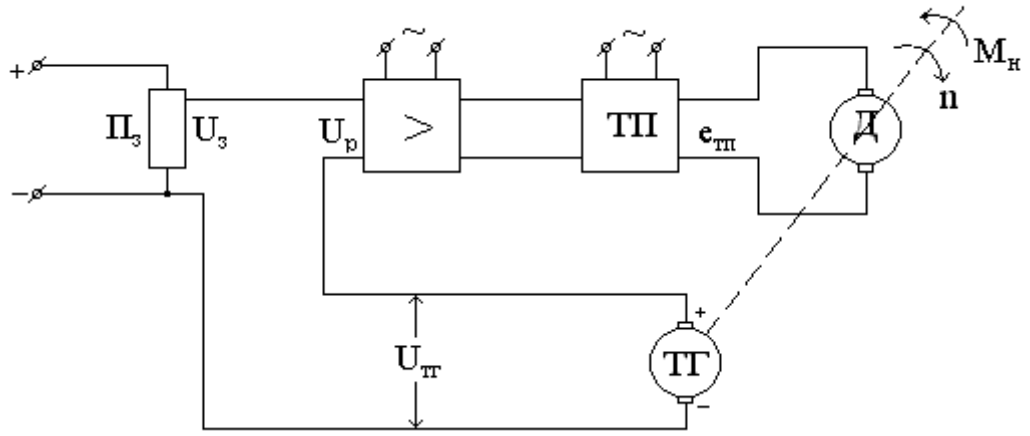
1) зависит от величины возмущающего воздействия и от изменения задающего воздействия;
2) не зависит от величины возмущающего воздействия и зависит от изменения задающего воздействия;
3) не зависит ни от величины возмущающего воздействия, ни от изменения задающего воздействия;
4) зависит от величины возмущающего воздействия;
5) не зависит от величины возмущающего воздействия.

1.3.5. Система управления называется* астатической, *если управляемая величина системы в установившемся режиме

1) зависит от места приложения и величины возмущающего воздействия;
2) зависит от величины возмущающего воздействия;
3) зависит от величины возмущающего воздействия и от изменения задающего воздействия;
4) зависит от изменения задающего воздействия;
5) не зависит от величины возмущающего воздействия.

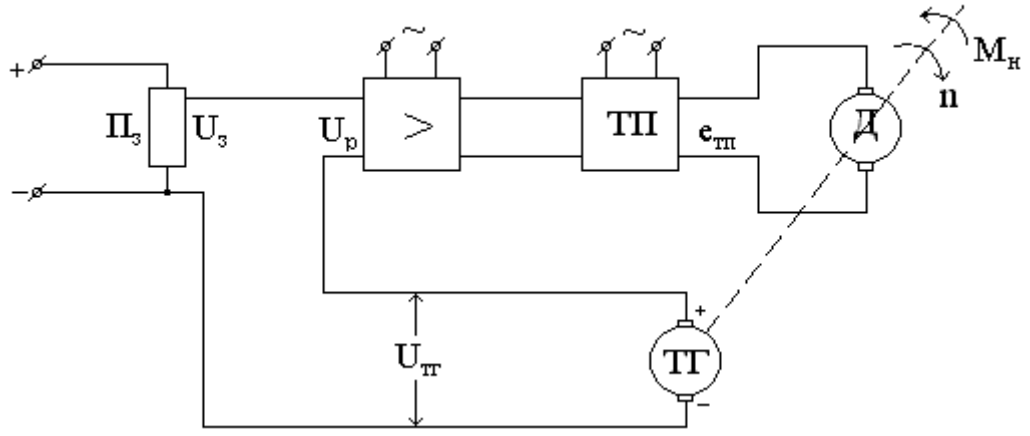
1.4. Примеры автоматических систем управления

1.4.1. Укажите на принципиальной схеме системы управления физическую переменную, которая в данной системе выполняет функцию управляющего воздействия:



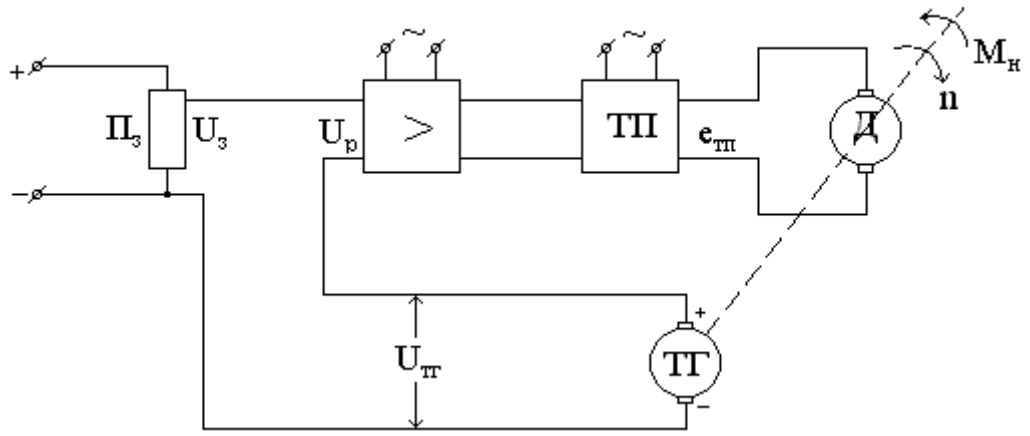
1) $U_з$ – напряжение задания, В;
2) $U_{тг}$ – напряжение тахогенератора, В;
3) n – частота вращения вала двигателя, об/с;
4) $e_{тп}$ – э.д.с. тиристорного преобразователя , В;
5) $M_н$ – момент нагрузки на валу двигателя , Н·м.

1.4.2. Укажите на принципиальной схеме системы управления физическую переменную, которая в данной системе выполняет функцию возмущающего воздействия:



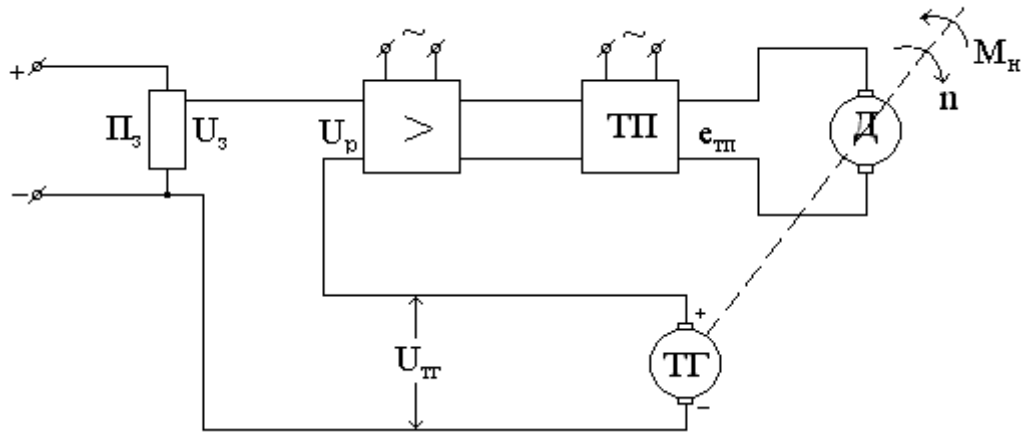
1) $U_з$ – напряжение задания, В;
2) $U_{тг}$ – напряжение тахогенератора, В;
3) n – частота вращения вала двигателя, об/с;
4) $e_{тп}$ – э.д.с. тиристорного преобразователя , В;
5) $M_н$ – момент нагрузки на валу двигателя , Н·м.

1.4.3. Укажите на принципиальной схеме системы управления физическую переменную, которая в данной системе выполняет функцию контрольного воздействия:



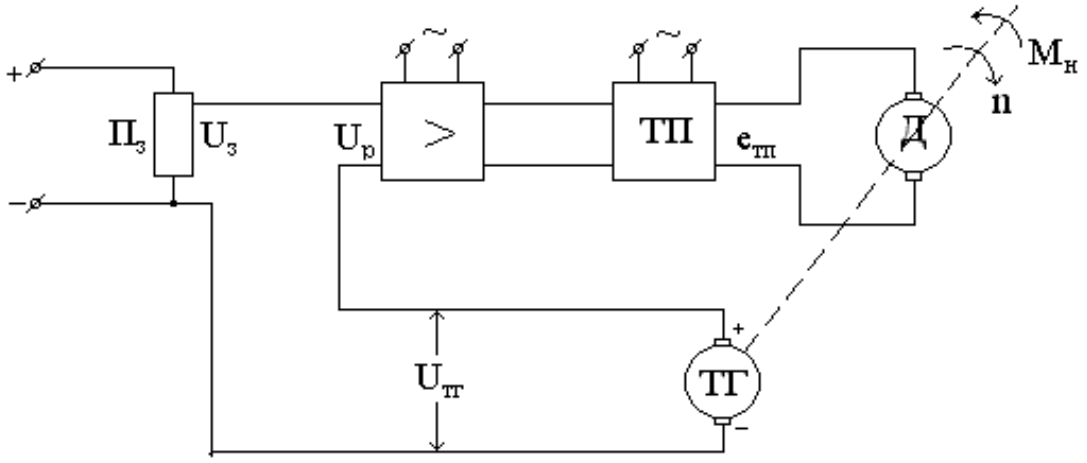
1) $U_з$ – напряжение задания, В;
2) $U_{тг}$ – напряжение тахогенератора, В;
3) n – частота вращения вала двигателя, об/с;
4) $e_{тп}$ – э.д.с. тиристорного преобразователя , В;
5) $M_н$ – момент нагрузки на валу двигателя , Н·м.

1.4.4. Укажите на принципиальной схеме системы управления физическую переменную, которая в данной системе выполняет функцию управляемой величины:



1) $U_з$ – напряжение задания, В;
2) $U_{тг}$ – напряжение тахогенератора, В;
3) n – частота вращения вала двигателя, об/с;
4) $e_{тп}$ – э.д.с. тиристорного преобразователя , В;
5) $M_н$ – момент нагрузки на валу двигателя , Н·м.

1.4.5. Укажите на принципиальной схеме системы управления физическую переменную, которая в данной системе выполняет функцию сигнала ошибки:



1) $U_з$ – напряжение задания, В;
2) $U_{тг}$ – напряжение тахогенератора, В;
3) n – частота вращения вала двигателя, об/с;
4) $U_р$ – напряжение рассогласования, В;
5) $e_{тп}$ – э.д.с. тиристорного преобразователя , В.

2. МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

2.1. Общие понятия о передаточных свойствах элементов систем. Виды воздействий и сигналов

2.1.1. За счет какого фактора (факторов) в автоматической системе управления обеспечивается направленность передачи воздействий?

1) за счет того, что все элементы системы должны быть правильно соединены между собой;
2) за счет правильного подключения в замкнутом контуре положительной или отрицательной обратной связи;
3) за счет наличия у одного или нескольких элементов системы детектирующего свойства;
4) за счет обязательного наличия в системе управления управляющего устройства;
5) за счет правильно выбранного алгоритма управления управляющего устройства.

2.1.2. В чем заключается детектирующее свойство некоторых элементов системы управления?

1) детектирующее свойство заключается в том, что выходная величина элемента влияет на свою входную;

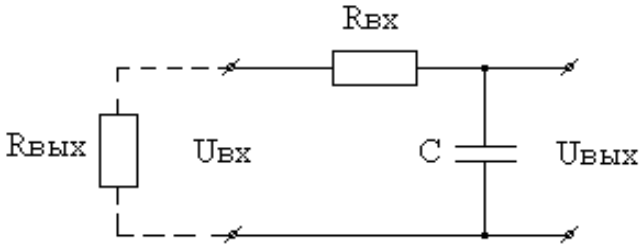
2) детектирующее свойство заключается в том, что рассматриваемый элемент оказывает обратное действие на предыдущий элемент;

3) детектирующее свойство заключается в том, что рассматриваемый элемент не оказывает обратного действия на предыдущий элемент;

4) детектирующее свойство заключается в том, что рассматриваемый элемент не оказывает обратного действия на предыдущий элемент, а его выходная величина не влияет на свою входную;

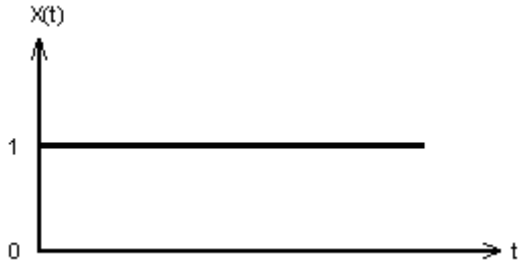
5) детектирующее свойство заключается в том, что выходная величина элемента не влияет на свою входную.

2.1.3. При каких условиях электрический четырехполюсник обладает свойством однонаправленности воздействия?



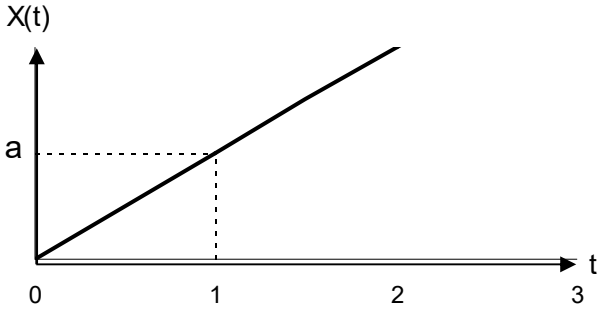
1) $R_{вх} < R_{вых}$;
2) $R_{вх} > R_{вых}$;
3) $R_{вх} = R_{вых}$;
4) $R_{вх} << R_{вых}$;
5) $R_{вх} >> R_{вых}$.

2.1.4. Какое типовое воздействие изображено на рисунке?



1) импульсное;
2) единичное импульсное;
3) единичное ступенчатое;
4) ступенчатое;
5) линейное.

2.1.5. Какое типовое воздействие изображено на рисунке?



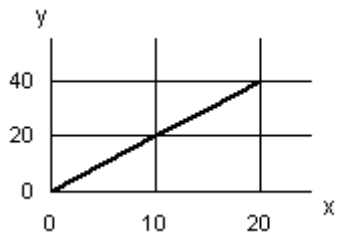
1) единичное ступенчатое;
2) линейное;
3) ступенчатое;
4) единичное импульсное;
5) импульсное.

2.2. Статические характеристики элементов. Линеаризация

2.2.1. Статической характеристикой элемента называют:

1) зависимость его выходной величины от входной при подаче на вход элемента единичного ступенчатого воздействия;
2) зависимость его выходной величины от входной в установившемся режиме;
3) зависимость его выходной величины от входной в установившемся статическом режиме;
4) зависимость его выходной величины от входной в установившемся динамическом режиме;
5) зависимость его выходной величины от входной при подаче на вход элемента единичного импульсного воздействия.

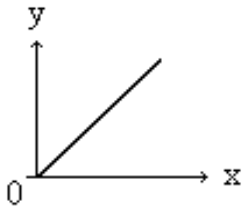
2.2.2. Чему равен передаточный коэффициент элемента "к" со статической характеристикой, приведенной на рисунке?



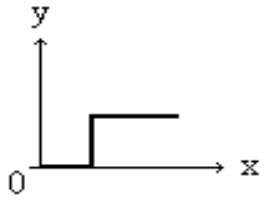
1) 0,5;
2) 2;
3) 4;
4) 0,25;
5) 3.

2.2.3. Какая из приведенных на рисунке статических характеристик элементов является несущественно нелинейной и подлежит линеаризации по методу касательной или методу секущей?

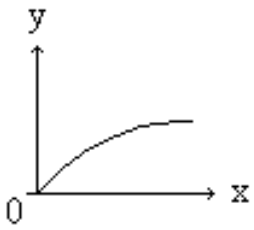
1



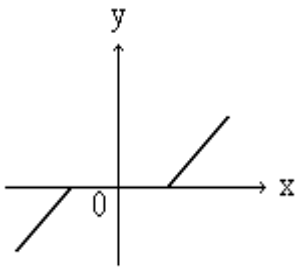
2



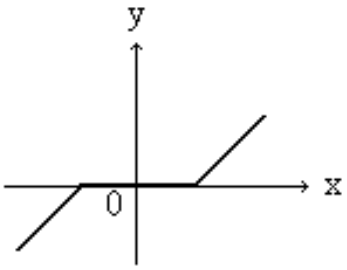
3



4



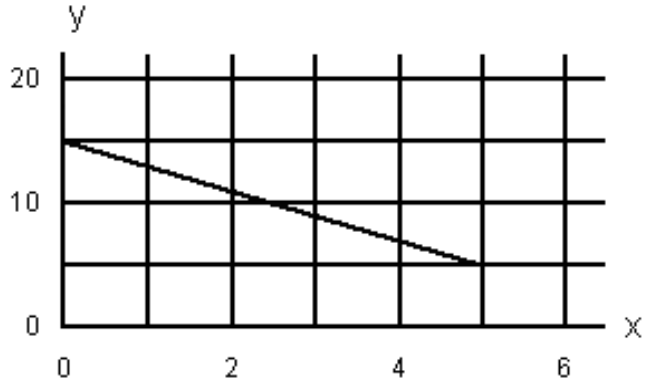
5



2.2.4. Чему равен передаточный коэффициент элемента "к" со статической характеристикой $Y=2X^2+3$ в рабочей точке $X=X_0=2$?
Примечание. Следует использовать разложение функции в ряд Тейлора.

1) 3;
2) 4;
3) 2;
4) 5;
5) 8.

2.2.5. Чему равен передаточный коэффициент элемента "к" со статической характеристикой, приведенной на рисунке?



1) 5;
2) 1;
3) 2;
4) –2;
5) –1.

2.3 Линейные дифференциальные уравнения

2.3.1. Представить нижеприведенное дифференциальное уравнение линейной системы управления в символической (операторной) форме

$$a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + ... + a_n y(t) = b_0 \frac{d^m x(t)}{dt^m} + ... + b_m x(t)$$

1) $(a_0p^n+a_1p^{n-1}+\ldots+a_n)Y(P) = (b_0p^m+\ldots+b_m)X(P)$;
2) $(a_0p^n+a_1p^{n-1}+\ldots+a_n)y(t) = (b_0p^m+\ldots+b_m)x(t)$;
3) $(a_np^n+a_{n-1}p^{n-1}+\ldots+a_0)Y(P) = (b_mp^m+\ldots+b_0)X(P)$;
4) $(a_np^n+a_{n-1}p^{n-1}+\ldots+a_0)y(t) = (b_mp^m+\ldots+b_0)x(t)$;
5) $(a_0p^n+a_1p^{n-1}+a_n)x(t) = (b_0p^m+\ldots+b_m)y(P)$.

2.3.2. Какое условие справедливо для физической реализации системы, описываемой дифференциальным уравнением:

$$a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + ... + a_n y(t) = b_0 \frac{d^m x(t)}{dt^m} + ... + b_m x(t) ?$$

1) $n < m$;
2) $n << m$;
3) $m \le n$;
4) $n \le m$;
5) $n >> m$.

2.3.3. Для каких систем автоматического управления справедлив принцип суперпозиции или наложения сигналов?

1) для дискретных;
2) для комбинированных;
3) для нелинейных;
4) для линейных;
5) для адаптивных.

2.3.4. Чему равен передаточный коэффициент системы "к", описываемой дифференциальным уравнением

$$5\frac{d^3y(t)}{dt^3}+4\frac{d^2y(t)}{dt^2}+3\frac{dy(t)}{dt}+10y(t)=2\frac{dx(t)}{dt}+4x(t)\,?$$

1) 2,5;
2) 5,0;
3) 0,8;
4) 4,0;
5) 0,4.

2.3.5. Чему равен передаточный коэффициент элемента системы "к", описываемого уравнением в операторной форме

$$(0{,}2p+0{,}4)y(t)=(5p+10)x(t)\ ?$$

1) 0,4;
2) 10,0;
3) 25;
4) 0,2;
5) 5,0.

2.4. Временные (переходные) характеристики

2.4.1. Переходной функцией элемента (системы) h(t) называют изменение выходной величины y(t) во времени,

1) возникающее после подачи на вход единичного ступенчатого воздействия;
2) возникающее после подачи на вход дельта-функции $\delta(t)$;
3) возникающее после подачи на вход линейной функции;
4) возникающее после подачи на вход единичного ступенчатого воздействия, при нулевых начальных условиях;
5) возникающее после подачи на вход единичного ступенчатого воздействия, при ненулевых начальных условиях.

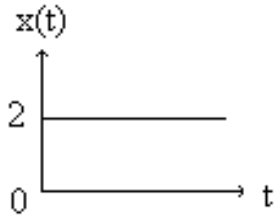
2.4.2. Импульсной переходной функцией элемента (системы) w(t) называют изменение выходной величины y(t) во времени,

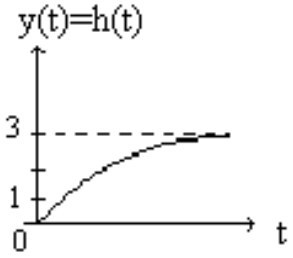
1) возникающее после подачи на вход дельта-функции;
2) возникающее после подачи на вход единичного ступенчатого воздействия;
3) возникающее после подачи на вход линейного воздействия;
4) возникающее после подачи на вход дельта-функции $\delta(t)$, при ненулевых начальных условиях;
5) возникающее после подачи на вход дельта-функции $\delta(t)$, при нулевых начальных условиях.

2.4.3. Какова связь между импульсной переходной (весовой) функцией w(t) и переходной функцией h(t) элемента (системы)?

1) $h(t) = \frac{dw(t)}{dt}$;
2) $w(t) = \int_0^t h(\tau)d\tau$;
3) $w(t) = \frac{dh(t)}{dt}$;
4) $h(t) = \frac{d^2w(t)}{dt^2}$;
5) $h(t) = w(t) \cdot 1(t)$

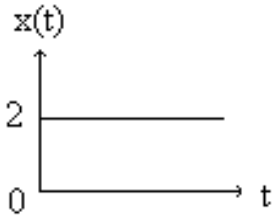
2.4.4. Чему равен передаточный коэффициент "к" элемента со следующей переходной характеристикой y(t)

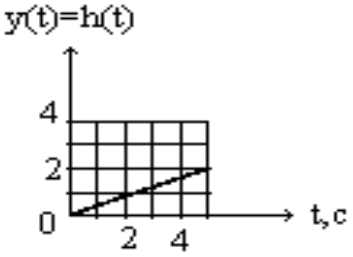




1) 3,0;
2) 0,5;
3) 0,66;
4) 1,5;
5) 2,0.

2.4.5. Чему равен передаточный коэффициент “к” элемента со следующей переходной характеристикой y(t)?





1) 2,0;
2) 0,5;
3) 5,0;
4) 1,0;
5) 0,2.

2.5. Передаточные функции

2.5.1. Передаточной функцией W(P) элемента (системы) называют отношение изображения по Лапласу

1) входной величины к изображению выходной величины;
2) выходной величины к изображению входной величины;
3) выходной величины к изображению входной величины при нулевых начальных условиях;
4) входной величины к изображению выходной величины при нулевых начальных условиях;
5) выходной величины ко входной величине.

2.5.2. Элементу системы, описываемому дифференциальным уравнением

$$5\frac{dy(t)}{dt} + 6y(t) = 3x(t)$$

соответствует передаточная функция:

1) $W(p) = \frac{X(p)}{Y(p)} = \frac{6p+5}{3}$;
2) $W(p) = \frac{X(p)}{Y(p)} = \frac{3}{6p+5}$;
3) $W(p) = \frac{X(p)}{Y(p)} = \frac{5p+6}{3}$;
4) $W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{3}{5p+6}$;
5) $W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{0,5}{5p+6}$

2.5.3. Передаточный коэффициент “к” системы, описываемой передаточной функцией

$$W(p) = \frac{5p^2 + 6p + 12}{6p^3 + 10p^2 + 4p},$$

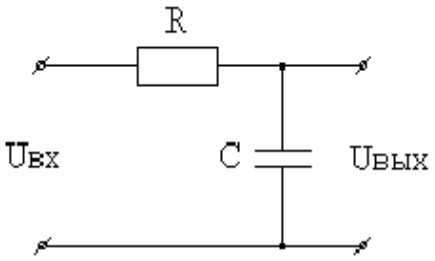
равен:

1) 0,25;
2) 3,0;
3) 0,083;
4) 1,2;
5) 0,5.

2.5.4. Передаточная функция W(p) элемента связана с его переходной функцией h(t) при t→∞ следующим соотношением:

1) $W(0) > h(\infty)$;
2) $W(0) < h(\infty)$;
3) $W(\infty) = h(0)$;
4) $W(\infty) > h(0)$;
5) $W(0) = h(\infty)$.

2.5.5. Данный четырехполюсник



описывается следующей передаточной функцией:

1) $W(p) = \frac{p}{Tp + 1}$;
2) $W(p) = kp$;
3) $W(p) = \frac{1}{p}$;
4) $W(p) = \frac{1}{Tp + 1}$;
5) $W(p) = \frac{1}{p(Tp + 1)}$.

2.6. Частотные характеристики

2.6.1. Амплитудно-фазовая частотная функция W(jω) элемента связана с его передаточной функцией W(p) следующим соотношением:

1) $W(j\omega) = W(p)\big|_{p=\infty}$;

2) $W(j\omega) = W(p)\big|_{p=-\infty}$;

3) $W(j\omega) = W(p)\big|_{p=0}$;

4) $W(j\omega) = W(p)\big|_{p=j\omega}$;

5) $W(j\omega) = \left.\dfrac{1}{W(p)}\right|_{p=\infty}$.

2.6.2. Амплитудно-частотную функцию A(ω) элемента можно получить из его аплитудно-фазовой частотной функции W(jω) следующим способом:

1) $A(\omega) = |W(j\omega)|\big|_{\omega=0}$;

2) $A(\omega) = |W(j\omega)|\big|_{\omega=\infty}$;

3) $A(\omega) = |W(j\omega)|$;

4) $A(\omega) = W(j\omega)\big|_{\omega=0}$;

5) $A(\omega) = W(j\omega)\big|_{\omega=\infty}$

2.6.3. Элементу с передаточной функцией $\boldsymbol{W(p) = \dfrac{k}{Tp+1}}$ ***соответствует амплитудно-частотная функция A(ω)***

1) $A(\omega) = \dfrac{k^2}{\sqrt{T^2\omega^2+1}}$;

2) $A(\omega) = k\sqrt{T^2\omega^2+1}$;

3) $A(\omega) = 20\lg\dfrac{k}{Tj\omega+1}$;

4) $A(\omega) = \lg\dfrac{k}{Tj\omega+1}$;

5) $A(\omega) = \dfrac{k}{\sqrt{T^2\omega^2+1}}$.

2.6.4. Фазо-частотную функцию φ(ω) элемента можно получить из его амплитудно-фазовой частотной функции $W(j\omega)=\dfrac{K(j\omega)}{D(j\omega)}$ ***следующим способом***

1) $\varphi(\omega)=\arg W(j\omega)=\arg K(j\omega)+\arg D(j\omega)$;

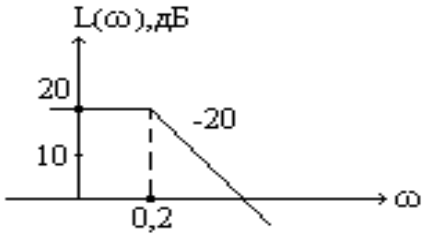
2) $\varphi(\omega)=\arg W(j\omega)=\arg K(j\omega)-\arg D(j\omega)$;

3) $\varphi(\omega)=\operatorname{arctg}\dfrac{K(j\omega)}{D(j\omega)}$;

4) $\varphi(\omega)=\operatorname{arctg}K(j\omega)+\operatorname{arctg}D(j\omega)$;

5) $\varphi(\omega)=\dfrac{\arg K(j\omega)}{\arg D(j\omega)}$.

2.6.5. По виду логарифмической амплитудно-частотной характеристики L(ω) элемента



определить его передаточную функцию

1) $W(p)=\dfrac{20}{5p+1}$;

2) $W(p)=\dfrac{10}{0{,}2p+1}$;

3) $W(p)=\dfrac{20}{0{,}2p+1}$;

4) $W(p)=\dfrac{10}{5p+1}$;

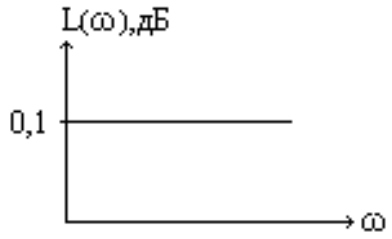
5) $W(p)=\dfrac{0{,}2}{10p+1}$.

3. ХАРАКТЕРИСТИКИ И МОДЕЛИ ТИПОВЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗВЕНЬЕВ

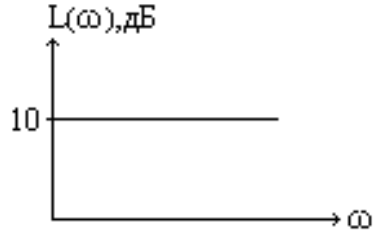
3.1. Безынерционные и инерционные статические звенья

3.1.1. Безынерционному звену с передаточной функцией W(p)=к, где к=0,1, соответствует логарифмическая амплитудно-частотная характеристика

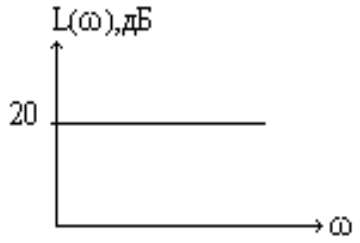
1.



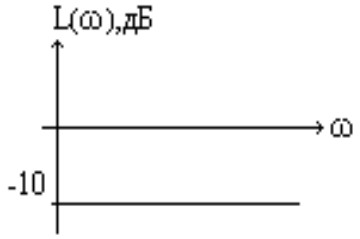
2.



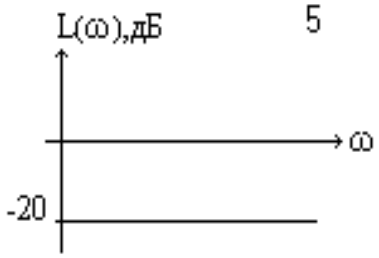
3.



4.

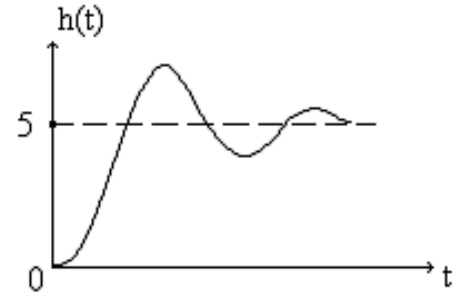


5

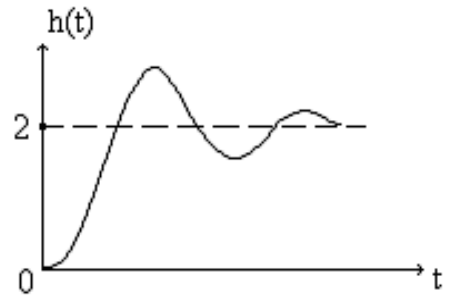


3.1.2. Инерционному статическому звену второго порядка с передаточной функцией $W(p) = \dfrac{5}{9p^2 + 7p + 1}$ ***соответствует примерная переходная характеристика h(t):***

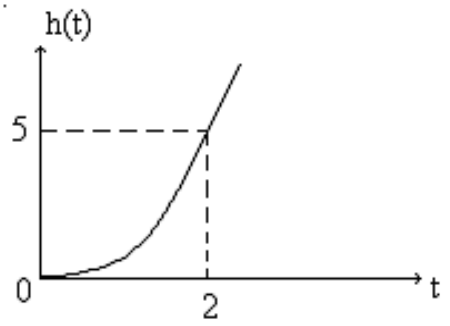
1.



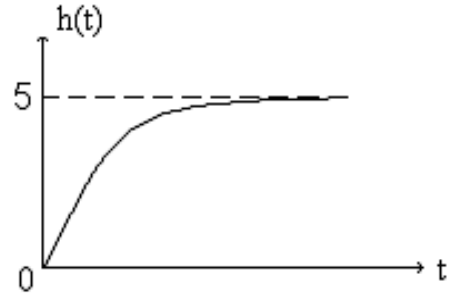
2.



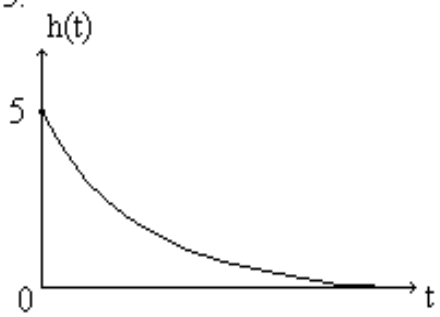
3.



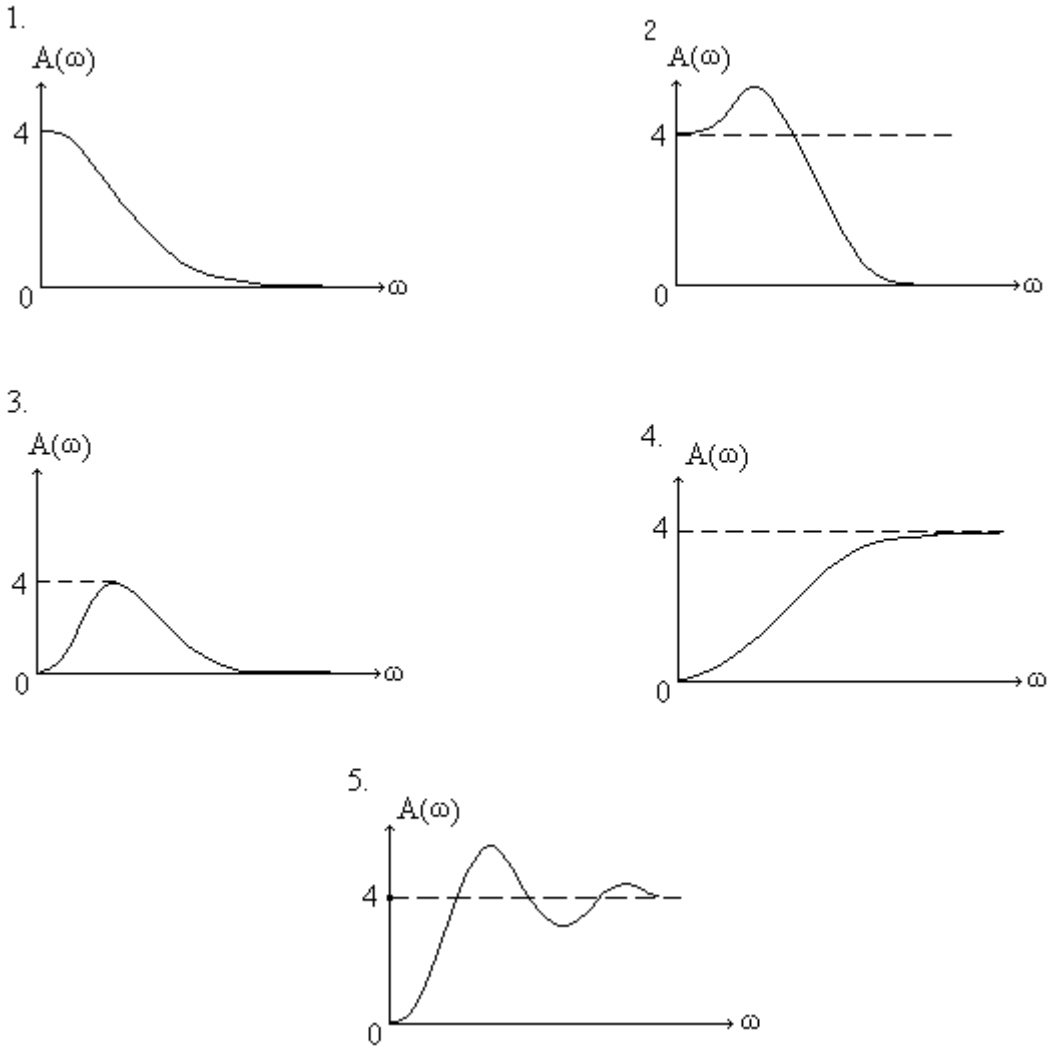
4



5.



3.1.3. Инерционному статическому звену второго порядка с передаточной функцией $W(p)=\dfrac{4}{9p^2+4p+1}$ ***соответствует примерная амплитудно-частотная характеристика*** $A(\omega)$***:***



3.1.4. Передаточная функция $W(p)$ ***инерционного статического звена первого порядка имеет вид:***

1) $W(p)=k$;

2) $W(p)=\dfrac{k}{p}$;

3) $W(p)=\dfrac{k}{Tp+1}$;

4) $W(p)=\dfrac{kp}{Tp+1}$;

5) $W(p)=kp$.

3.1.5. Выражение для фазо-частотной функции φ(ω) инерционного статического звена второго порядка с передаточной функцией $W(p) = \dfrac{k}{(5p+1)(10p+1)}$ ***записывается в виде***

1) $\varphi(\omega) = -\text{arctg}5\omega - \text{arctg}10\omega$;

2) $\varphi(\omega) = \text{arctg}5\omega + \text{arctg}10\omega$;

3) $\varphi(\omega) = \text{arctg}5\omega / \text{arctg}10\omega$;

4) $\varphi(\omega) = \text{arctg}5\omega \cdot \text{arctg}10\omega$;

5) $\varphi(\omega) = -\text{arctg}5\omega + \text{arctg}10\omega$.

3.2. Интегрирующие звенья

3.2.1. Передаточную функцию W(p) идеального интегрирующего звена записывают в виде:

1) $W(p) = \dfrac{k}{Tp+1}$;

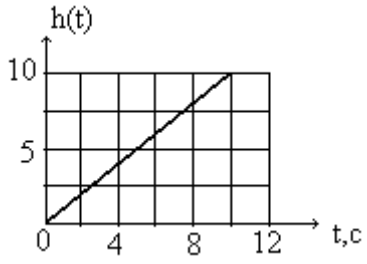
2) $W(p) = \dfrac{T_1 p + 1}{T_2 p + 1}$;

3) $W(p) = \dfrac{k}{p}$;

4) $W(p) = \dfrac{k}{p(Tp+1)}$;

5) $W(p) = \dfrac{kp}{Tp+1}$.

3.2.2. Определить по переходной характеристике h(t) идеального интегрирующего звена его передаточный коэффициент "к", если входной сигнал x(t) = 5·1(t).



1) $к = 5$;
2) $к = 10$;
3) $к = 1$;
4) $к = 0{,}2$;
5) $к = 8$.

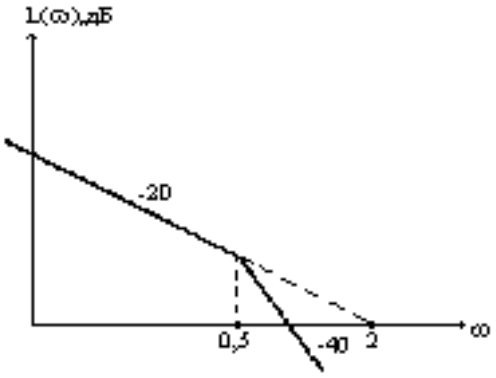
3.2.3. Передаточную функцию W(p) реального интегрирующего звена записывают в виде:

1) $W(p) = \frac{k}{p}$;
2) $W(p) = кp$;
3) $W(p) = \frac{k}{Tp+1}$;
4) $W(p) = \frac{kp}{Tp+1}$;
5) $W(p) = \frac{k}{p(Tp+1)}$.

3.2.4. Выражение для амплитудно-частотной функции A(ω) реального интегрирующего звена с передаточной функцией $\mathbf{W(p) = \frac{10}{p(5p+1)}}$ ***записывают в виде:***

1) $A(\omega) = \frac{100}{\omega\sqrt{5\omega^2+1}}$;
2) $A(\omega) = \frac{10}{\omega\sqrt{25\omega^2+1}}$;
3) $A(\omega) = \frac{10}{\omega\sqrt{5\omega^2+1}}$;
4) $A(\omega) = \frac{10}{\omega^2\sqrt{5\omega^2+1}}$;
5) $A(\omega) = \frac{10}{\omega^2\sqrt{25\omega^2+1}}$.

3.2.5. Передаточную функцию W(p) реального интегрирующего звена можно записать по его логарифмической амплитудно-частотной характеристике L(ω)



в следующем виде

1) $W(p)=\dfrac{2}{p(0{,}5p+1)}$;

2) $W(p)=\dfrac{0{,}5}{p(2p+1)}$;

3) $W(p)=\dfrac{2}{p(5p+1)}$;

4) $W(p)=\dfrac{0{,}5}{p(0{,}5p+1)}$;

5) $W(p)=\dfrac{2}{p(2p+1)}$.

3.3. Дифференцирующие звенья

3.3.1. Передаточную функцию W(p) идеального дифференцирующего звена записывают в виде:

1) $W(p)=\dfrac{k}{Tp+1}$;

2) $W(p)=\dfrac{T_1p+1}{T_2p+1}$;

3) $W(p)=\dfrac{k}{p}$;

4) $W(p)=kp$;

5) $W(p)=\dfrac{kp}{Tp+1}$.

3.3.2. Передаточную функцию W(p) реального дифференцирующего звена записывают в виде:

1) $W(p) = \dfrac{k}{Tp+1}$;

2) $W(p) = \dfrac{k}{p(Tp+1)}$;

3) $W(p) = kp$;

4) $W(p) = \dfrac{kp}{Tp+1}$;

5) $W(p) = \dfrac{k}{p}$.

3.3.3. Выражение для фазо-частотной функции φ(ω) реального дифференцирующего звена с передаточной функцией $\mathbf{W(p) = \dfrac{5p}{10p+1}}$ ***записывают в виде:***

1) $\varphi(\omega) = -90^0 - \text{arctg}10\omega$;

2) $\varphi(\omega) = 90^0 + \text{arctg}10\omega$;

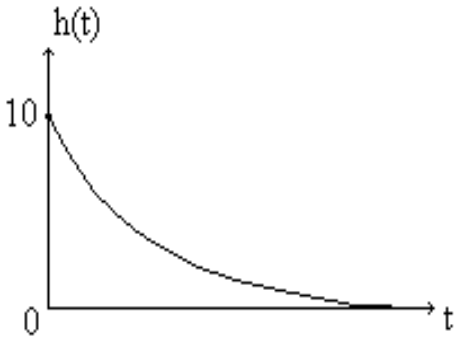
3) $\varphi(\omega) = 90^0 - \text{arctg}10\omega$;

4) $\varphi(\omega) = \text{arctg}5\omega + \text{arctg}10\omega$;

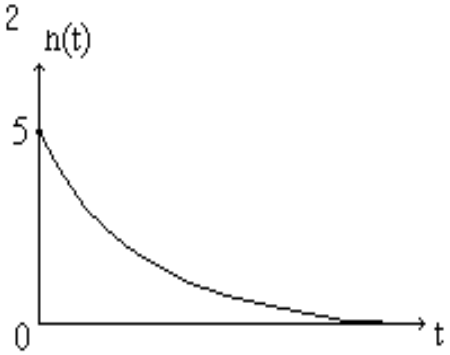
5) $\varphi(\omega) = \text{arctg}5\omega - \text{arctg}10\omega$.

3.3.4. Реальному дифференцирующему звену с передаточной функцией $W(p) = \frac{10p}{2p+1}$ ***соответствует следующая примерная переходная характеристика h(t):***

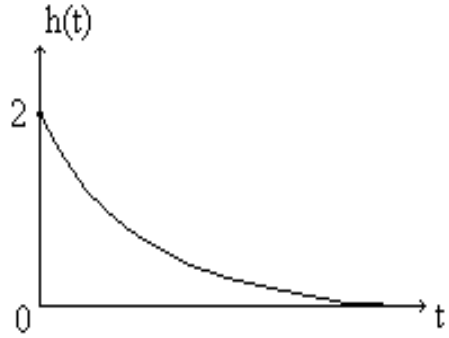
1.



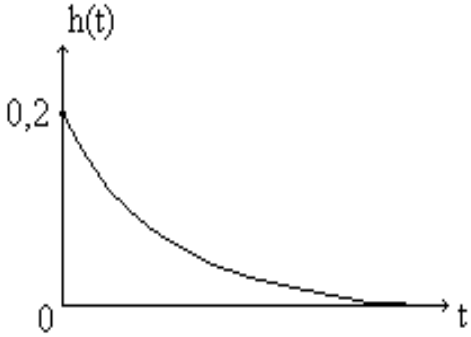
2



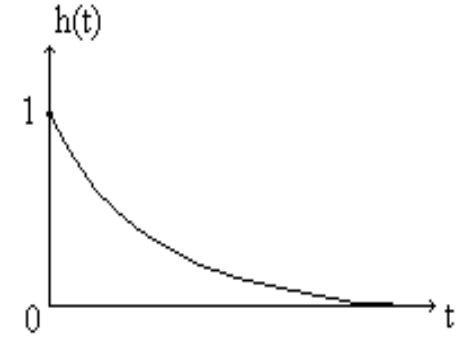
3.



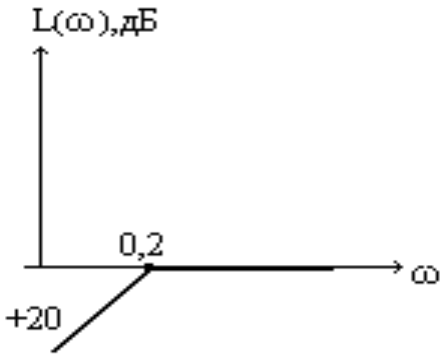
4.



5.



3.3.5. Передаточную функцию W(p) реального дифференцирующего звена можно записать по его логарифмической амплитудно-частотной характеристике L(ω)



в следующем виде:

1) $W(p)=\dfrac{5p}{0{,}2p+1}$;

2) $W(p)=\dfrac{0{,}2p}{0{,}2p+1}$;

3) $W(p)=\dfrac{0{,}2p}{5p+1}$;

4) $W(p)=\dfrac{p}{5p+1}$;

5) $W(p)=\dfrac{5p}{5p+1}$.

3.4. Звено запаздывания

3.4.1. Передаточную функцию W(p) звена запаздывания записывают в виде:

1) $W(p)=\dfrac{k}{p}$;

2) $W(p)=kp$;

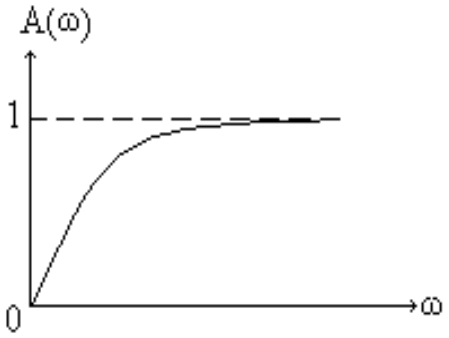
3) $W(p)=\dfrac{k}{Tp+1}$;

4) $W(p)=e^{-p\tau}$;

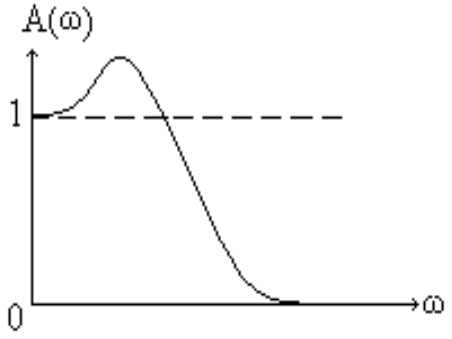
5) $W(p)=\dfrac{kp}{Tp+1}$.

3.4.2. Амплитудно-частотная характеристика звена запаздывания $A(\omega)=|W(j\omega)|=|e^{-j\omega\tau}|$ ***имеет вид:***

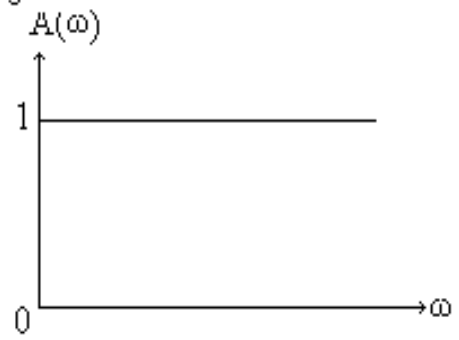
1.



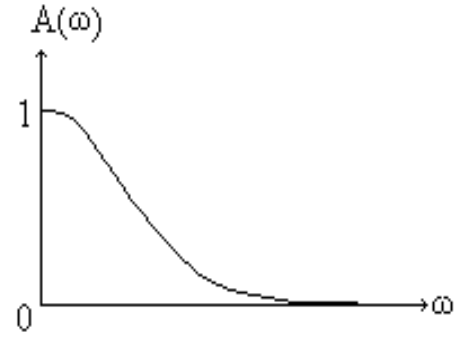
2.



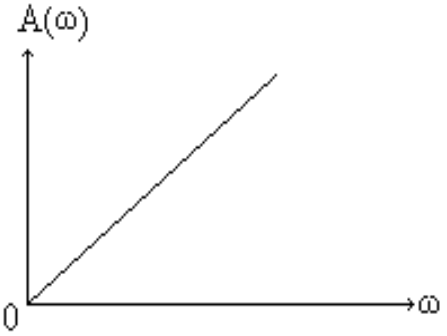
3



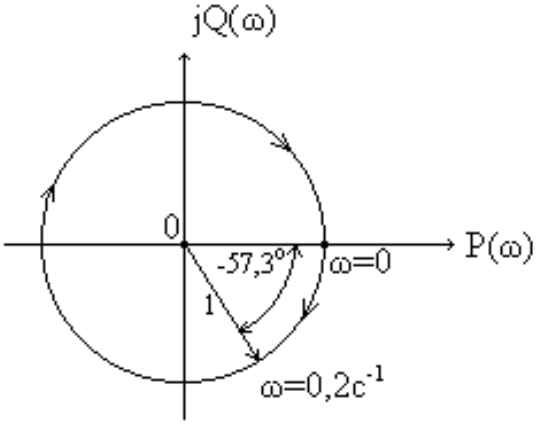
4.



5.

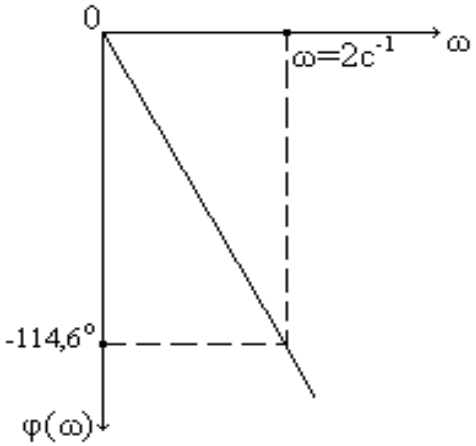


3.4.3. Учитывая, что фазо-частотная функция звена запаздывания записывается в виде φ(ω) = -ωτ, рад, определить по амплитудно-фазовой частотной характеристике звена (АФЧХ) время запаздывания τ, с.



1) τ = 4с;
2) τ = 2с;
3) τ = 0,2с;
4) τ = 10с;
5) τ = 5с.

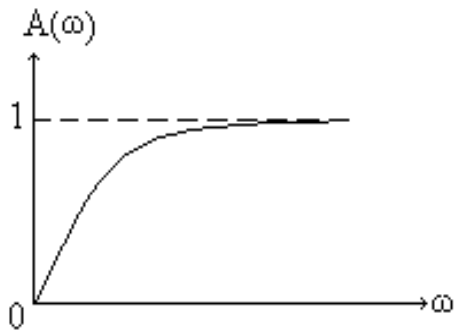
3.4.4. Учитывая, что фазо-частотная функция звена запаздывания записывается в виде φ(ω) = -ωτ, рад, определить по фазо-частотной характеристике звена (ФЧХ) время запаздывания τ, с.



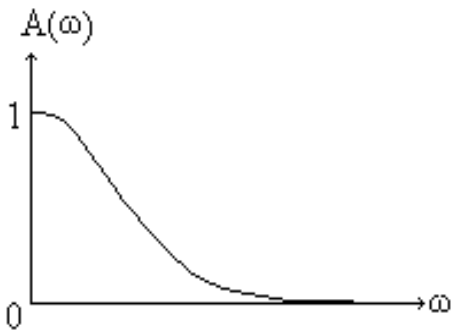
1) τ = 1с;
2) τ = 2с;
3) τ = 3с;
4) τ = 4с;
5) τ = 5с.

3.4.5. Какую амплитудно-частотную характеристику A(ω) имеет звено, аппроксимирующее звено запаздывания рядом Пада второго порядка с передаточной функцией $W(p) = e^{-p\tau} \approx \dfrac{\tau^2 p^2 - 6\tau p + 12}{\tau^2 p^2 + 6\tau p + 12}$ ***?***

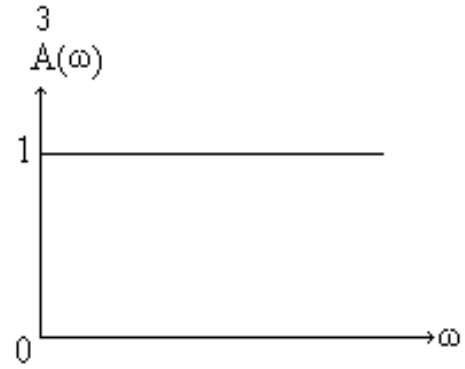
1.



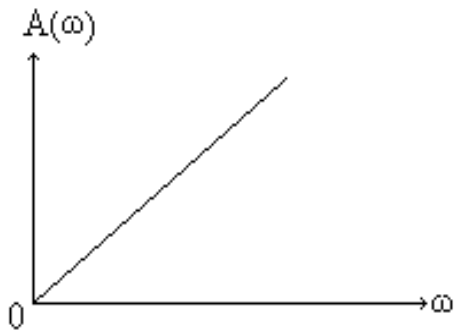
2.



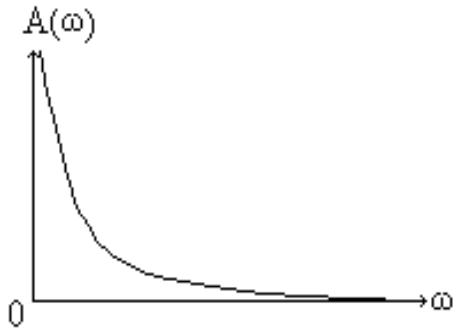
3



4.

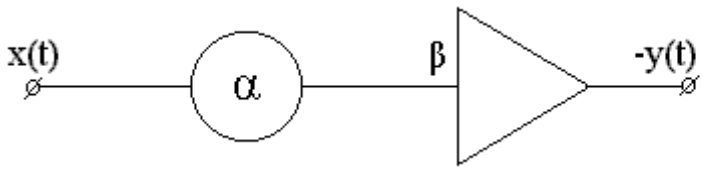


5.



3.5. Модели типовых звеньев

3.5.1. Звену с какой передаточной функцией W(p) соответствует нижеприведенная аналоговая модель звена?



αβ=К

1) $W(p)=\dfrac{k}{Tp+1}$;

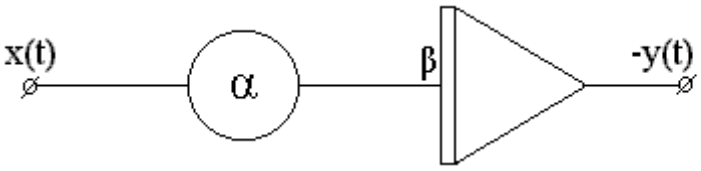
2) $W(p)=\dfrac{k}{p}$;

3) $W(p)=-k$;

4) $W(p)=kp$;

5) $W(p)=\dfrac{kp}{Tp+1}$.

3.5.2. Звену с какой передаточной функцией W(p) соответствует нижеприведенная аналоговая модель звена?



αβ=К

1) $W(p)=-k$;

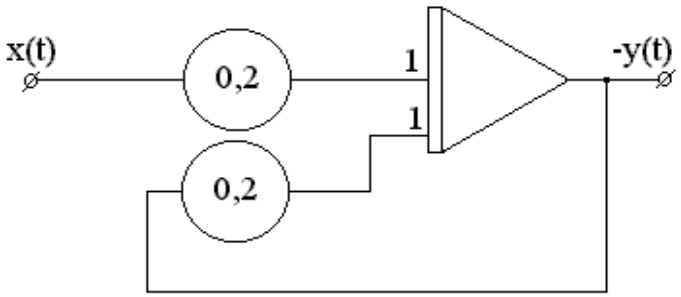
2) $W(p)=-\dfrac{k}{Tp+1}$;

3) $W(p)=kp$;

4) $W(p)=-\dfrac{k}{p}$;

5) $W(p)=\dfrac{kp}{Tp+1}$.

3.5.3. Определить коэффициенты передаточной функции инерционного статического звена первого порядка $W(p)=\dfrac{k}{Tp+1}$ ***по его аналоговой модели***



1) $к = 5$, $T = 1$с;

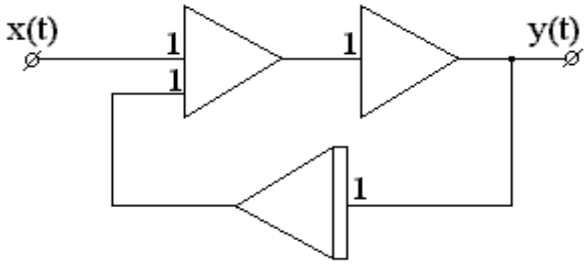
2) $к = 1$, $T = 5$с;

3) $к = 0{,}2$, $T = 0{,}2$с;

4) $к = 0{,}2$, $T = 5$с;

5) $к = 5$, $T = 0{,}2$с.

3.5.4. Какая передаточная функция W(p) соответствует нижеприведенной аналоговой модели реального дифференцирующего звена?



1) $W(p)=\dfrac{2p}{2p+1}$;

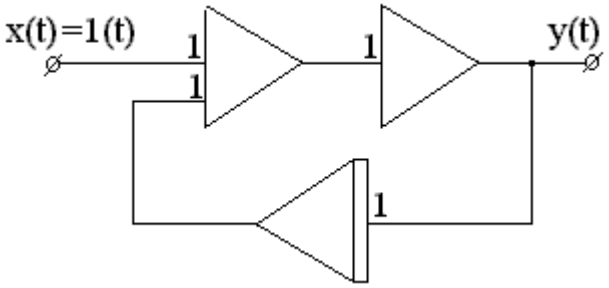
2) $W(p)=\dfrac{3p}{3p+1}$;

3) $W(p)=\dfrac{p}{2p+1}$;

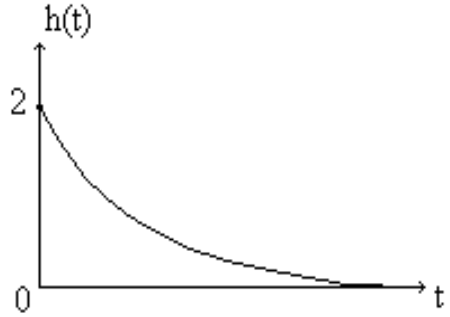
4) $W(p)=\dfrac{2p}{p+1}$;

5) $W(p)=\dfrac{p}{p+1}$.

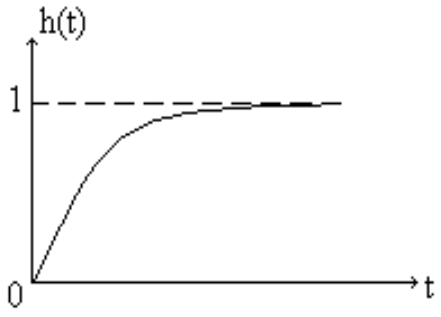
3.5.5. Какой примерный график переходного процесса h(t) соответствует аналоговой модели звена?



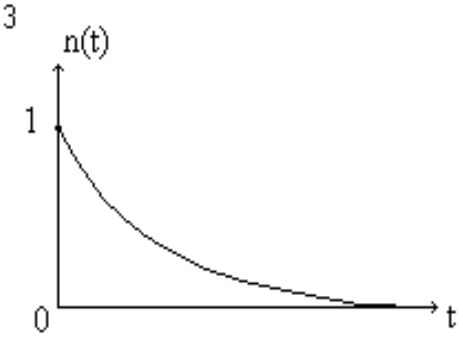
1.



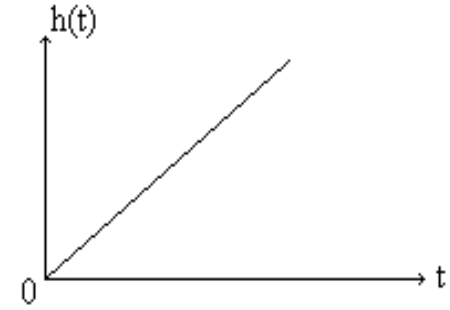
2.



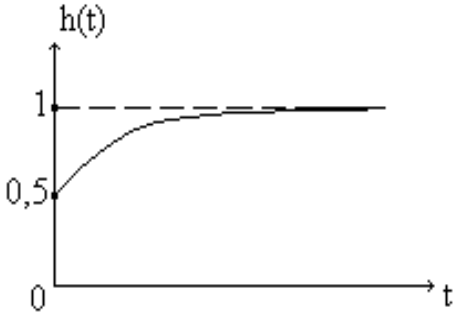
3



4.



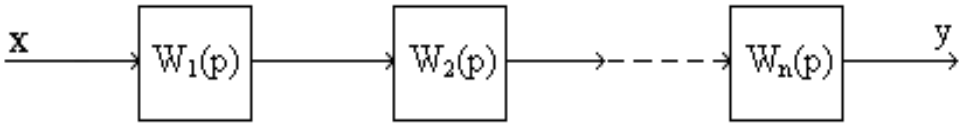
5.



4. ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ И ХАРАКТЕРИСТИКИ ТОЧНОСТИ ЗАМКНУТЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

4.1. Основные и дополнительные правила структурных преобразований

4.1.1. Эквивалентную передаточную функцию $W_Э(p)$ нижеприведенного соединения звеньев



записывают в виде

1) $W_Э(p) = \sum_{i=1}^{n} W_i(p)$;

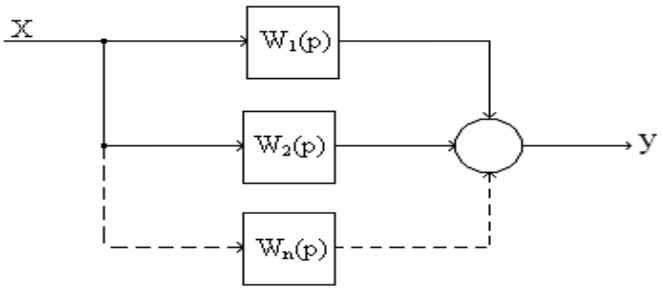
2) $W_Э(p) = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} W_i(p)}{\prod_{i=1}^{n} W_i(p)}$;

3) $W_Э(p) = \prod_{i=1}^{n} W_i(p)$;

4) $W_Э(p) = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} W_i(p)}{1 + \prod_{i=1}^{n} W_i(p)}$;

5) $W_Э(p) = \dfrac{\prod_{i=1}^{n} W_i(p)}{1 + \sum_{i=1}^{n} W_i(p)}$.

4.1.2. Эквивалентную передаточную функцию $W_Э(p)$ нижеприведенного соединения звеньев



записывают в виде

1) $W_Э(p)=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}W_i(p)}{\prod\limits_{i=1}^{n}W_i(p)}$;

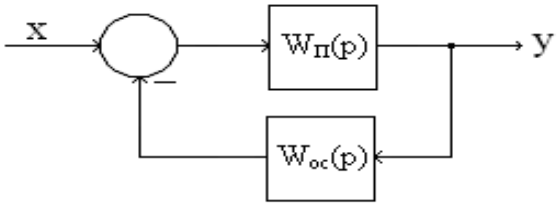
2) $W_Э(p)=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}W_i(p)}{1+\prod\limits_{i=1}^{n}W_i(p)}$;

3) $W_Э(p)=\dfrac{\prod\limits_{i=1}^{n}W_i(p)}{1+\sum\limits_{i=1}^{n}W_i(p)}$;

4) $W_Э(p)=\sum\limits_{i=1}^{n}W_i(p)$;

5) $W_Э(p)=\prod\limits_{i=1}^{n}W_i(p)$.

4.1.3. Эквивалентную передаточную функцию $W_Э(p)$ нижеприведенного соединения звеньев



записывают в виде

1) $W_Э(p)=\dfrac{W_П(p)}{1-W_П(p)\cdot W_{ОС}(p)}$;

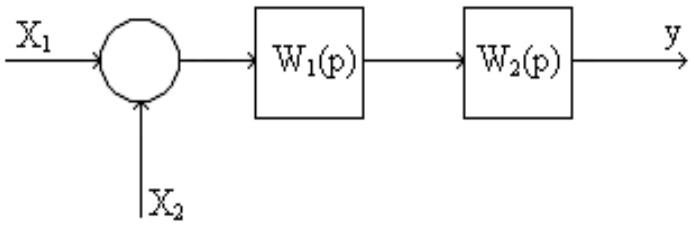
2) $W_Э(p)=\dfrac{W_П(p)}{1+W_П(p)\cdot W_{ОС}(p)}$;

3) $W_Э(p)=\dfrac{W_П(p)}{1+W_{ОС}(p)}$;

4) $W_Э(p)=\dfrac{W_П(p)}{1-W_{ОС}(p)}$;

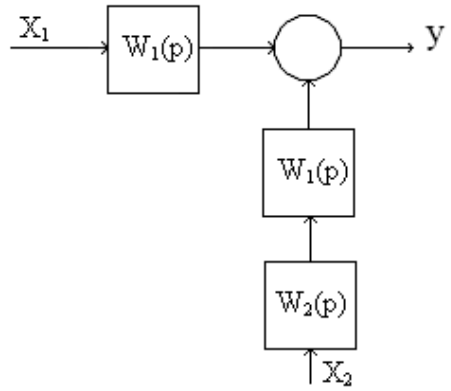
5) $W_Э(p)=\dfrac{W_П(p)\cdot W_{ОС}(p)}{1+W_П(p)\cdot W_{ОС}(p)}$.

4.1.4. Для переноса сумматора через одно звено вперед нижеприведенную исходную схему

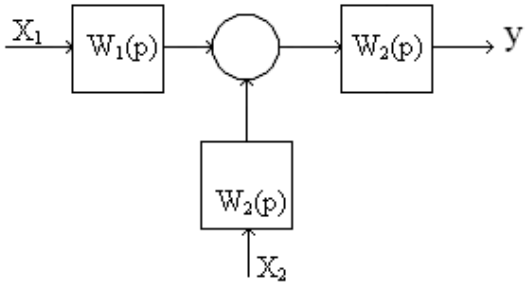


необходимо преобразовать следующим образом

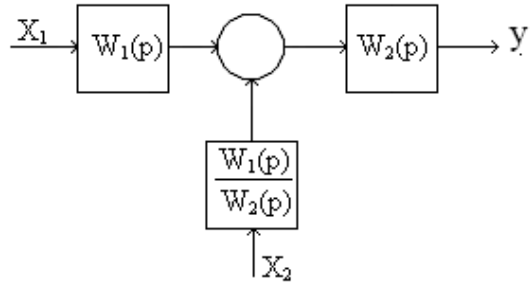
1.



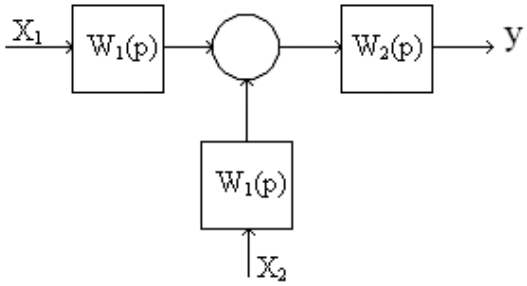
2.



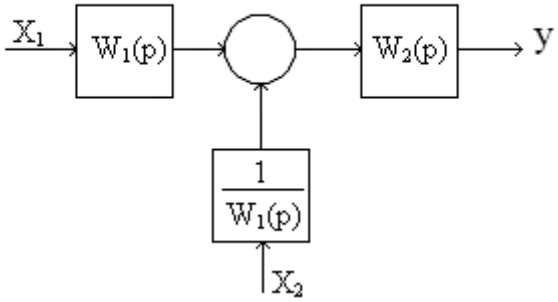
3.



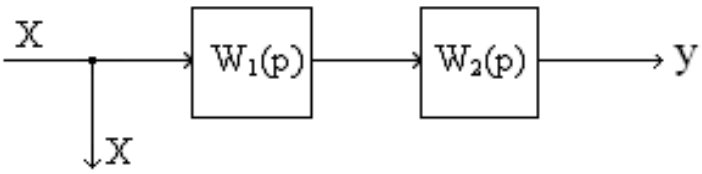
4



5.

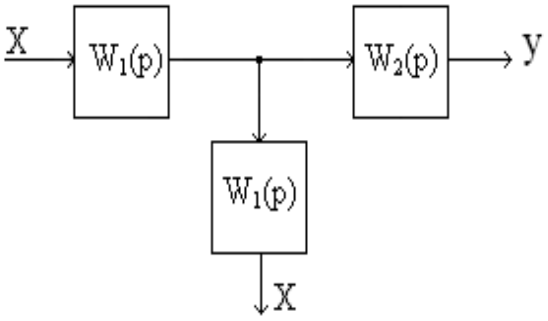


4.1.5. Для переноса узла разветвления через одно звено вперед нижеприведенную исходную схему

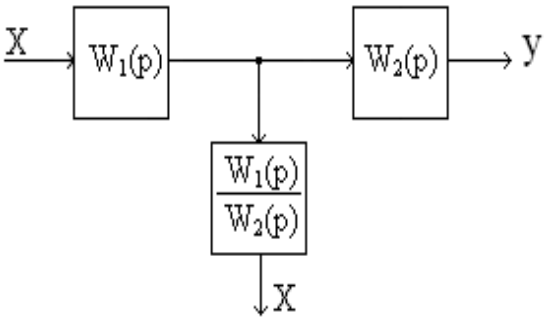


необходимо преобразовать следующим образом

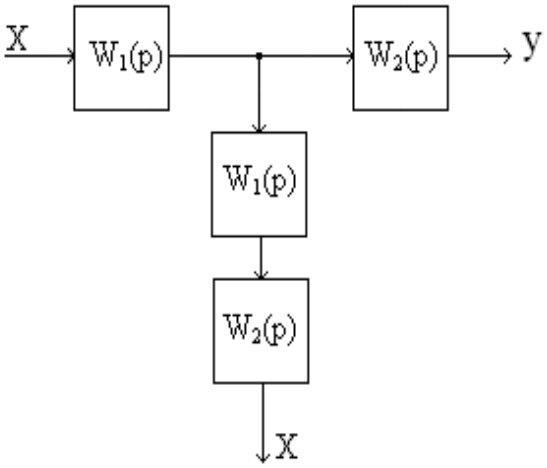
1.



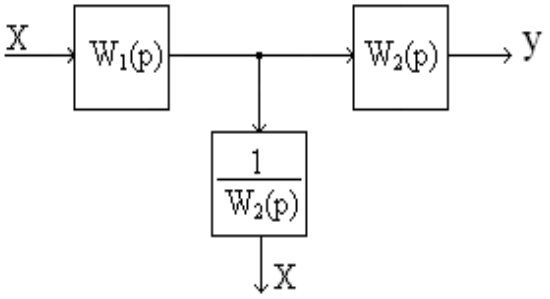
2.



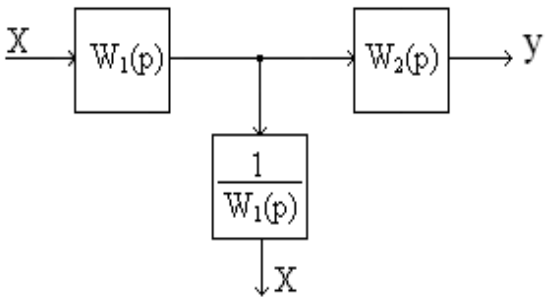
3.



4.

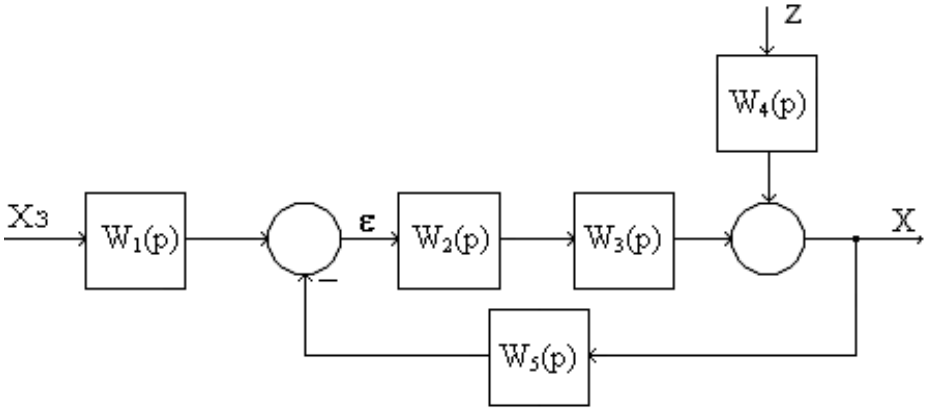


5



4.2. Передаточные функции разомкнутых и замкнутых систем управления

4.2.1. Для нижеприведенной алгоритмической схемы системы



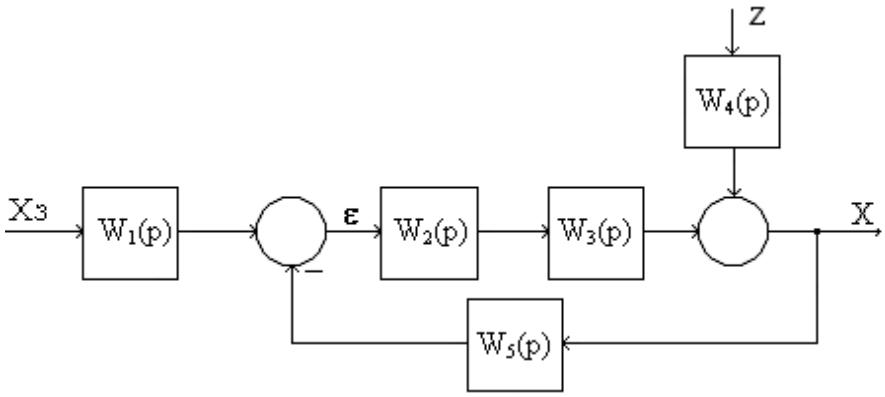
записать передаточную функцию разомкнутого контура $W_{рк}(p)$:

1) $W_{рк}(p)=W_1(p)W_2(p)W_3(p)$; 2) $W_{рк}(p)=W_1(p)W_2(p)W_3(p)W_5(p)$;

3) $W_{рк}(p)=W_2(p)W_3(p)W_5(p)$; 4) $W_{рк}(p)=W_2(p)W_3(p)W_4(p)W_5(p)$;

5) $W_{рк}(p)=W_2(p)W_3(p)W_4(p)$.

4.2.2. Для нижеприведенной алгоритмической схемы системы



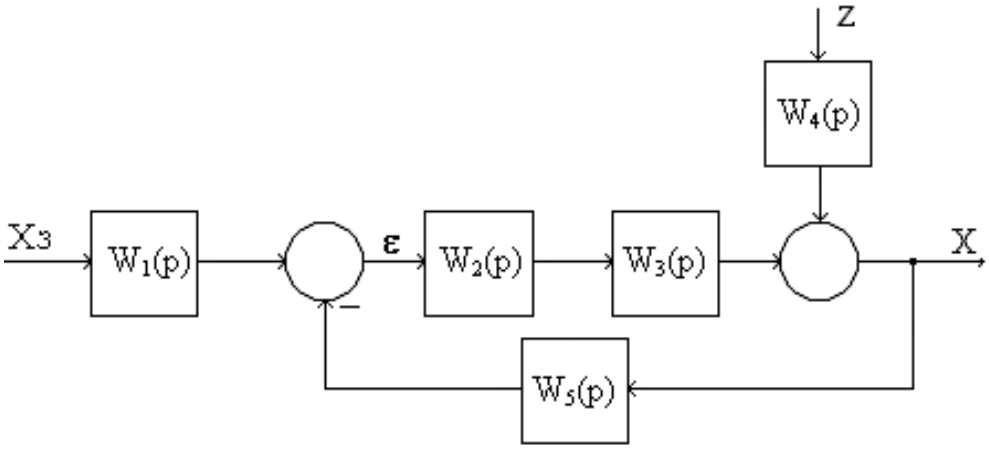
записать характеристическое уравнение замкнутого контура системы

1) $1 + W_1(p)W_2(p)W_3(p) = 0$; 2) $1 - W_1(p)W_2(p)W_3(p) = 0$;

3) $1 - W_2(p)W_3(p)W_5(p) = 0$; 4) $1 + W_2(p)W_3(p)W_5(p) = 0$;

5) $1 + W_1(p)W_2(p)W_3(p)W_5(p) = 0$.

4.2.3. Для нижеприведенной алгоритмической схемы системы



передаточную функцию замкнутого контура Ф(p) по каналу "Xз - X" записывают в виде:

1) $\Phi(p)=\dfrac{X(p)}{X_3(p)}=\dfrac{W_1(p)W_2(p)W_3(p)}{1-W_2(p)W_3(p)W_5(p)}$;

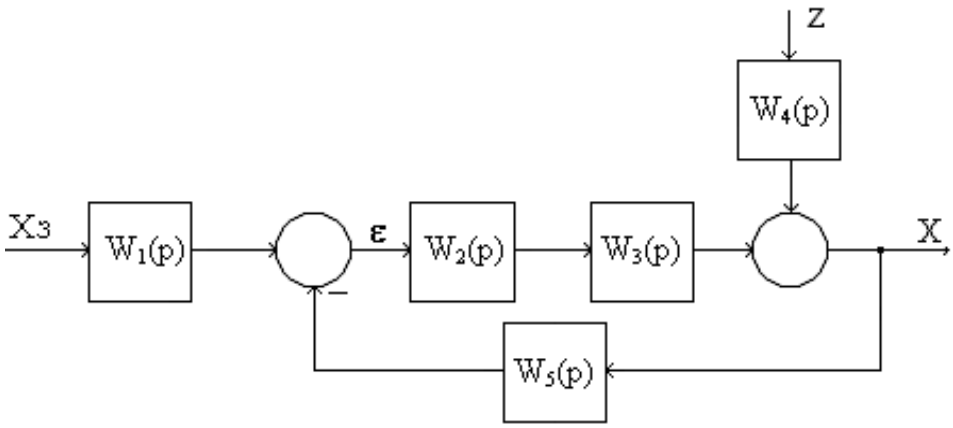
2) $\Phi(p)=\dfrac{X(p)}{X_3(p)}=\dfrac{W_1(p)W_2(p)W_3(p)}{1+W_2(p)W_3(p)W_5(p)}$;

3) $\Phi(p)=\dfrac{X(p)}{X_3(p)}=\dfrac{W_1(p)W_2(p)W_3(p)}{1+W_1(p)W_2(p)W_3(p)W_5(p)}$;

4) $\Phi(p)=\dfrac{X(p)}{X_3(p)}=\dfrac{W_1(p)W_2(p)W_3(p)}{1-W_1(p)W_2(p)W_3(p)W_5(p)}$;

5) $\Phi(p)=\dfrac{X(p)}{X_3(p)}=\dfrac{W_2(p)W_3(p)}{1+W_2(p)W_3(p)W_5(p)}$.

4.2.4. Для нижеприведенной алгоритмической схемы системы



передаточную функцию замкнутого контура* Ф*(p)* *по каналу “X_3 - ε” записывают в виде

1) $$\Phi(p)=\frac{\varepsilon(p)}{X_3(p)}=\frac{1}{1+W_2(p)W_3(p)W_5(p)};$$

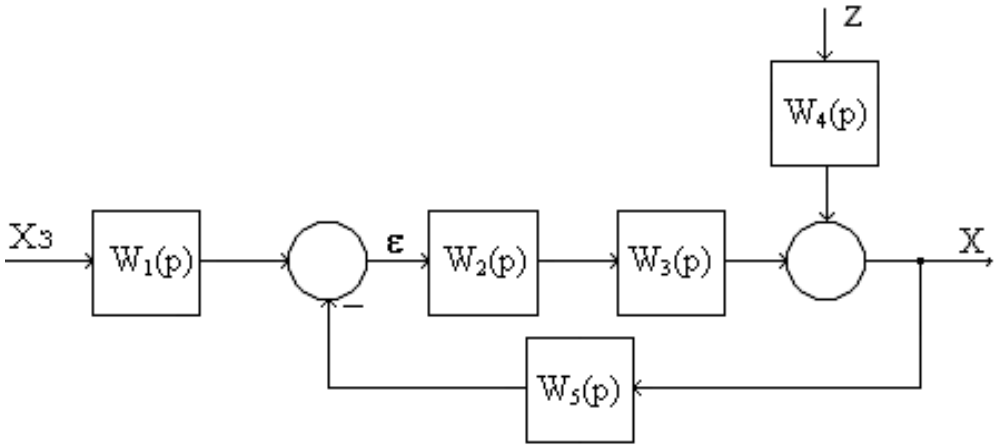
2) $$\Phi(p)=\frac{\varepsilon(p)}{X_3(p)}=\frac{1}{1-W_2(p)W_3(p)W_5(p)};$$

3) $$\Phi(p)=\frac{\varepsilon(p)}{X_3(p)}=\frac{W_1(p)}{1+W_1(p)W_2(p)W_3(p)W_5(p)};$$

4) $$\Phi(p)=\frac{\varepsilon(p)}{X_3(p)}=\frac{W_1(p)}{1-W_1(p)W_2(p)W_3(p)W_5(p)};$$

5) $$\Phi(p)=\frac{\varepsilon(p)}{X_3(p)}=\frac{W_1(p)}{1+W_2(p)W_3(p)W_5(p)}.$$

4.2.5. Для нижеприведенной алгоритмической схемы системы



передаточную функцию замкнутого контура Ф(p) по каналу "z - x" записывают в виде:

1) $\Phi(p)=\dfrac{X(p)}{Z(p)}=\dfrac{W_4(p)}{1-W_4(p)W_2(p)W_3(p)W_5(p)}$;

2) $\Phi(p)=\dfrac{X(p)}{Z(p)}=\dfrac{W_4(p)}{1+W_2(p)W_3(p)W_5(p)}$;

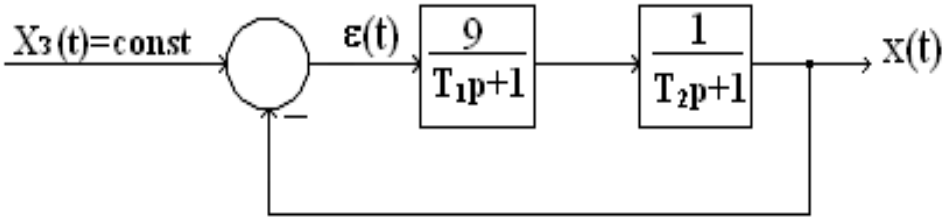
3) $\Phi(p)=\dfrac{X(p)}{Z(p)}=\dfrac{W_4(p)}{1-W_2(p)W_3(p)W_5(p)}$;

4) $\Phi(p)=\dfrac{X(p)}{Z(p)}=\dfrac{W_4(p)}{1-W_1(p)W_2(p)W_3(p)W_5(p)}$;

5) $\Phi(p)=\dfrac{X(p)}{Z(p)}=\dfrac{W_4(p)}{1+W_1(p)W_2(p)W_3(p)W_5(p)}$.

4.3. Точность статических и астатических систем стабилизации

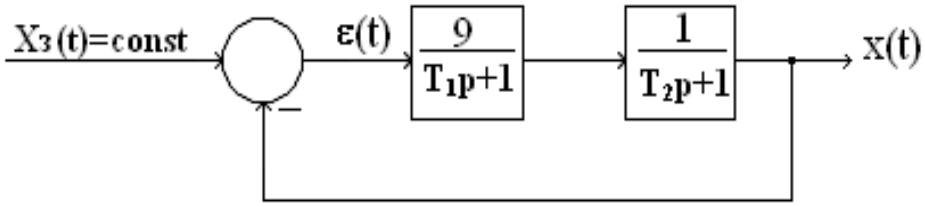
4.3.1. Для нижеприведенной алгоритмической схемы* статической *системы стабилизации



коэффициент статизма системы S равен:

1) 0,5;
2) 1/9;
3) 1,0;
4) 0,1;
5) 0,2.

4.3.2. Для нижеприведенной алгоритмической схемы* статической *системы стабилизации



установившееся значение сигнала ошибки "ε" при X_3 (t) = 1(t) будет равно:

1) $\varepsilon(t)\big|_{t\to\infty} = 0{,}2$;

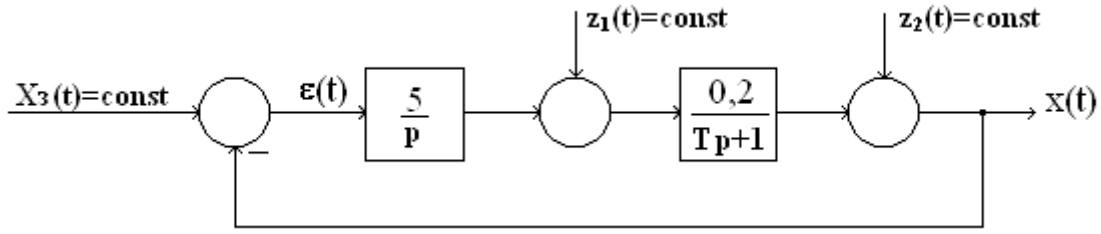
2) $\varepsilon(t)\big|_{t\to\infty} = \frac{1}{9}$;

3) $\varepsilon(t)\big|_{t\to\infty} = 0{,}1$;

4) $\varepsilon(t)\big|_{t\to\infty} = 0{,}5$;

5) $\varepsilon(t)\big|_{t\to\infty} = 1{,}0$.

4.3.3. Для нижеприведенной алгоритмической схемы* астатической *системы стабилизации



значение сигнала ошибки "ε" в установившемся режиме по каналу "X_3 - ε" будет равно:

1) $\varepsilon(t)\big|_{t\to\infty} = 1{,}0$;

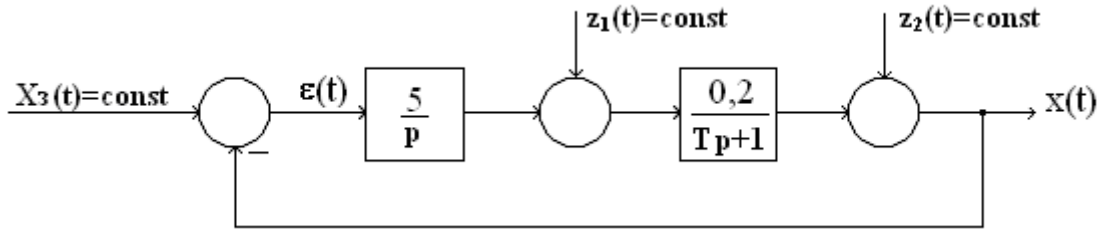
2) $\varepsilon(t)\big|_{t\to\infty} = 0$;

3) $\varepsilon(t)\big|_{t\to\infty} = 5{,}0$;

4) $\varepsilon(t)\big|_{t\to\infty} = 0{,}2$;

5) $\varepsilon(t)\big|_{t\to\infty} = 0{,}1$.

4.3.4. Для нижеприведенной алгоритмической схемы* астатической *системы стабилизации



значение сигнала ошибки "ε" в установившемся режиме по каналу "z_1 - ε" будет равно:

1) $\varepsilon(t)\big|_{t\to\infty} = 0$;

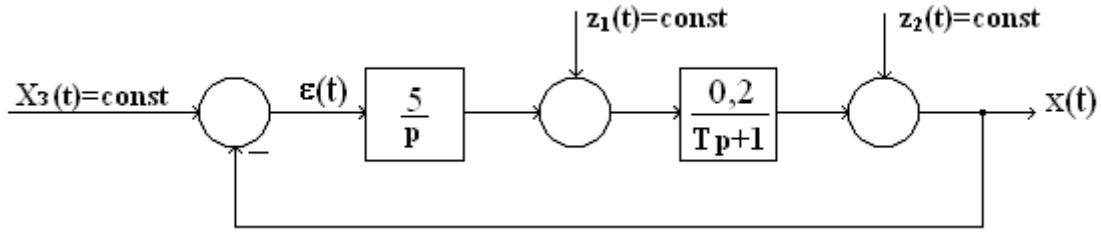
2) $\varepsilon(t)\big|_{t\to\infty} = 1{,}0$;

3) $\varepsilon(t)\big|_{t\to\infty} = 0{,}2$;

4) $\varepsilon(t)\big|_{t\to\infty} = 0{,}1$;

5) $\varepsilon(t)\big|_{t\to\infty} = 5{,}0$.

4.3.5. Для нижеприведенной алгоритмической схемы* астатической *системы стабилизации



значение сигнала ошибки "ε" в установившемся режиме по каналу "z_2 - ε" будет равно:

1) $\varepsilon(t)\big|_{t\to\infty} = 0{,}2$;

2) $\varepsilon(t)\big|_{t\to\infty} = 1{,}0$;

3) $\varepsilon(t)\big|_{t\to\infty} = 0{,}1$;

4) $\varepsilon(t)\big|_{t\to\infty} = 5{,}0$;

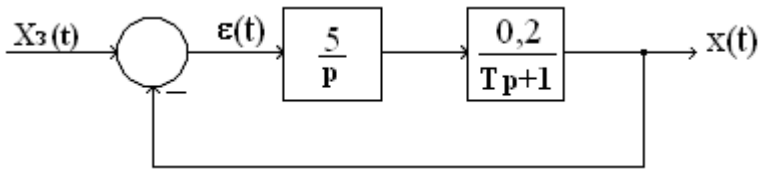
5) $\varepsilon(t)\big|_{t\to\infty} = 0$.

4.4. Динамическая точность систем управления

4.4.1. Динамическую точность замкнутых систем автоматического управления оценивают по величине сигнала ошибки

1) в неустановившемся (переходном) режиме;
2) в динамическом режиме;
3) в установившемся динамическом режиме;
4) в статическом режиме;
5) в установившемся режиме.

4.4.2. Для нижеприведенной алгоритмической схемы системы



можно показать с использованием теоремы Лапласа о конечном значении оригинала для сигнала ошибки $\left(\lim_{t\to\infty}\varepsilon(t)=\lim_{p\to 0}p\varepsilon(p)\right)$***, что при*** $X_З(t)=t\cdot 1(t)[X_З(p)=1/p^2]$ ***установившееся значение сигнала ошибки*** $\varepsilon(t)$ ***, будет равно***

1) $\varepsilon(t)\big|_{t\to\infty}=0{,}5$;

2) $\varepsilon(t)\big|_{t\to\infty}=0$;

3) $\varepsilon(t)\big|_{t\to\infty}=0{,}2$;

4) $\varepsilon(t)\big|_{t\to\infty}=1{,}0$;

5) $\varepsilon(t)\big|_{t\to\infty}=0{,}25$.

4.4.3. Если суммарный порядок астатизма “υ” типовой одноконтурной системы управления равен показателю “q” степенного задающего воздействия (υ=q), то система в установившемся режиме имеет ошибку воспроизведения

1) $\varepsilon_з(t)\big|_{t\to\infty}=0$;

2) $\varepsilon_з(t)\big|_{t\to\infty}=\text{const}$;

3) $\varepsilon_з(t)\big|_{t\to\infty}=\infty$;

4) $\varepsilon_з(t)\big|_{t\to\infty}=$ мало данных;

5) $\varepsilon_з(t)\big|_{t\to\infty}=1{,}0$.

4.4.4. Если суммарный порядок астатизма “υ” типовой одноконтурной системы управления больше показателя “q” степенного задающего воздействия (υ > q), то система в установившемся режиме имеет ошибку воспроизведения

1) $\varepsilon_з(t)\big|_{t\to\infty} = 0$;

2) $\varepsilon_з(t)\big|_{t\to\infty} = \text{const}$;

3) $\varepsilon_з(t)\big|_{t\to\infty} = \infty$;

4) $\varepsilon_з(t)\big|_{t\to\infty} = 1{,}0$;

5) $\varepsilon_з(t)\big|_{t\to\infty} =$ мало данных.

4.4.5. Если суммарный порядок астатизма “υ” типовой одноконтурной системы управления меньше показателя “q” степенного задающего воздействия (υ < q), то система в установившемся режиме имеет ошибку воспроизведения

1) $\varepsilon_з(t)\big|_{t\to\infty} = \text{const}$;

2) $\varepsilon_з(t)\big|_{t\to\infty} = 0$;

3) $\varepsilon_з(t)\big|_{t\to\infty} = 1{,}0$;

4) $\varepsilon_з(t)\big|_{t\to\infty} =$ мало данных;

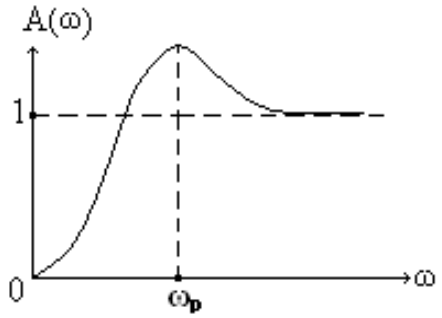
5) $\varepsilon_з(t)\big|_{t\to\infty} = \infty$.

4.5. Точность систем управления при гармонических воздействиях

4.5.1. Точность замкнутой системы автоматического управления при гармоническом воздействии оценивают отношением амплитуды сигнала ошибки к амплитуде внешнего воздействия

1) в динамическом режиме;
2) в установившемся динамическом режиме;
3) в неустановившемся (переходном) режиме;
4) в статическом режиме;
5) в колебательном режиме.

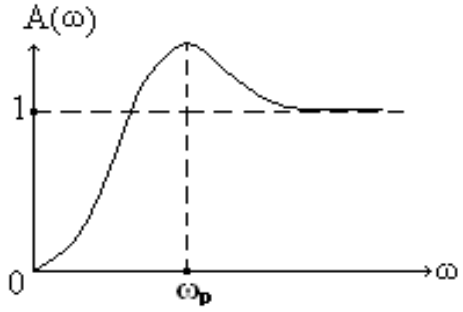
4.5.2. Если частота “$\omega_в$” задающего воздействия “$X_з$” системы намного меньше резонансной частоты “$\omega_р$” ($\omega_в << \omega_р$) на амплитудно-частотной характеристике (АЧХ) замкнутой системы по каналу “$X_з$ - ε”,



то система управления:

1) вредна;
2) бесполезна;
3) хорошо выполняет функцию воспроизведения задающего воздействия;
4) мало данных;
5) не очень хорошо выполняет функцию воспроизведения задающего воздействия.

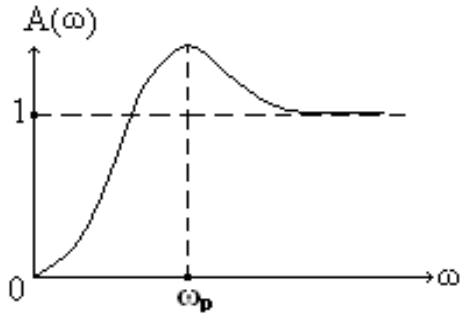
4.5.3. Если частота “$\omega_в$” задающего воздействия “$X_з$” системы намного больше резонансной частоты “$\omega_р$” ($\omega_в >> \omega_р$) на амплитудно-частотной характеристике (АЧХ) замкнутой системы по каналу “$X_з$ - ε”



то система управления:

1) вредна;
2) бесполезна;
3) хорошо выполняет функцию воспроизведения задающего воздействия;
4) плохо работает в переходном режиме;
5) не очень хорошо выполняет функцию воспроизведения задающего воздействия.

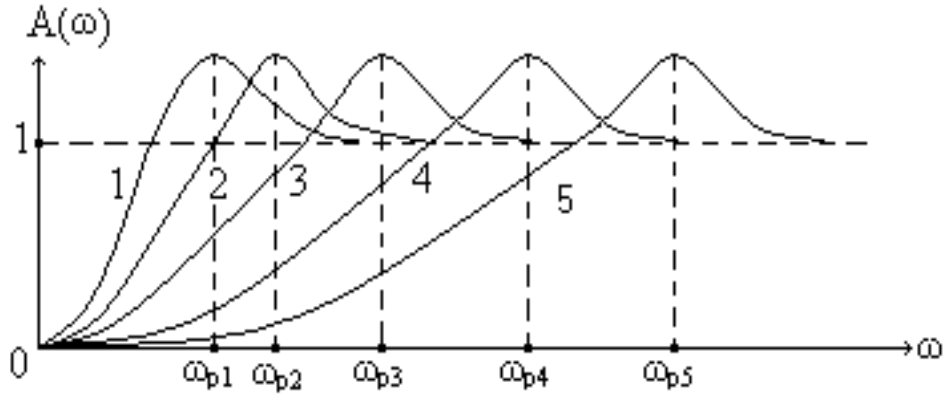
4.5.4. Если частота “$\omega_в$” задающего воздействия “$X_з$” системы близка или равна резонансной частоте “$\omega_р$” ($\omega_в \approx \omega_р$) на амплитудно-частотной характеристике (АЧХ) замкнутой системы по каналу “$X_з$ - ε”,



то система управления:

1) вредна;
2) бесполезна;
3) хорошо выполняет функцию воспроизведения задающего воздействия;
4) плохо работает в переходном режиме;
5) не очень хорошо выполняет функцию воспроизведения задающего воздействия.

4.5.5. Какая из систем управления имеет большие возможности (по частоте входного сигнала) по воспроизведению функции гармонического задающего воздействия (амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) одноконтурных систем по каналу “$X_з$ - ε” приведены на рисунке)?



4.6. Типовые линейные алгоритмы управления (законы регулирования)

4.6.1. Передаточную функцию W(p) пропорционально-интегрального (ПИ) регулятора записывают в виде

1) $W(p) = \frac{k_И}{p}$;

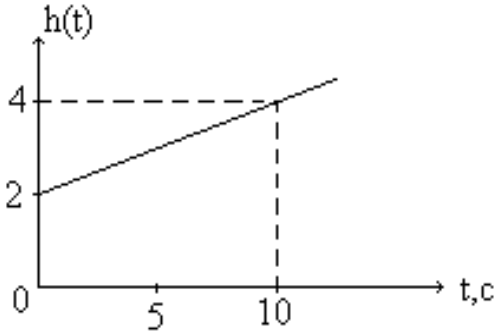
2) $W(p) = k_П + \frac{k_И}{p}$;

3) $W(p) = k_П + k_Д p$;

4) $W(p) = k_П$;

5) $W(p) = k_П + \frac{k_И}{p} + k_Д p$.

4.6.2. Параметры передаточной функции пропорционально-интегрального (ПИ) регулятора $[W_{ПИ}(p) = k_р(1 + \frac{1}{T_И p})]$***, "снятые" с графика переходного процесса регулятора, будут следующие***



1) $k_Р = 4$, $T_И = 10$с;

2) $k_Р = 0{,}5$, $T_И = 0{,}1$с;

3) $k_Р = 2$, $T_И = 10$с;

4) $k_Р = 0{,}25$, $T_И = 0{,}1$с;

5) $k_Р = 2$, $T_И = 0{,}1$с.

4.6.3. Передаточную функцию W(p) физически реализуемого пропорционально-дифференциального (ПД) регулятора записывают в виде

1) $W(p) = \frac{k_{И}}{p}$;

2) $W(p) = k_{р}(1 + \frac{1}{T_{И} p})$;

3) $W(p) = k_{р}$;

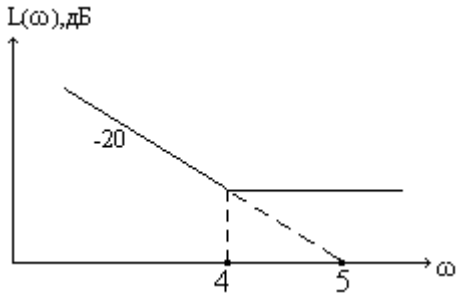
4) $W(p) = k_{р}(1 + T_{Д} p)$;

5) $W(p) = k_{р}(1 + \frac{T_{Д} p}{0{,}1 T_{Д} p + 1})$.

4.6.4. При применении какого регулятора в системе управления достигается наилучшее быстродействие?

1) пропорциональный регулятор;
2) интегральный регулятор;
3) пропорционально-интегральный регулятор;
4) пропорционально-дифференциальный регулятор;
5) пропорционально-интегрально-дифференциальный регулятор.

4.6.5. Параметры передаточной функции пропорционально-интегрального (ПИ) регулятора $[W_{ПИ}(p) = \frac{k_{р}(T_{И} p + 1)}{T_{И} p}]$***, "снятые" с графика логарифмической амплитудно-частотной характеристики (ЛАЧХ) регулятора, будут следующие***



1) $k_{Р} = 1{,}25$, $T_{И} = 0{,}25$с;
2) $k_{Р} = 5$, $T_{И} = 0{,}25$с;
3) $k_{Р} = 5$, $T_{И} = 4$с;
4) $k_{Р} = 0{,}2$, $T_{И} = 0{,}25$с;
5) $k_{Р} = 1{,}25$, $T_{И} = 4$с.

5. АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

5.1. Понятие, виды и общее условие устойчивости

5.1.1. Устойчивость автоматической системы управления – это свойство системы

1) выравнивать управляемую величину системы;
2) не реагировать на внешние и внутренние возмущения;
3) отрабатывать внешние и внутренние возмущения;
4) возвращаться в исходное состояние равновесия после прекращения воздействия, выведшего ее из этого состояния;
5) возвращаться в исходное состояние равновесия в статическом режиме.

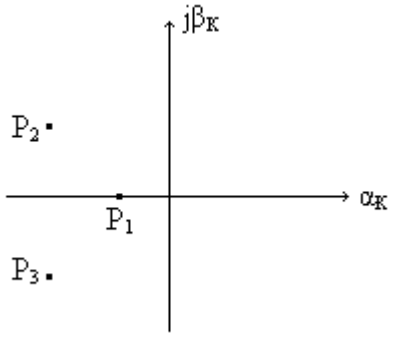
5.1.2. Для устойчивости линейной системы управления необходимо и достаточно,

1) чтобы действительные части всех корней характеристического уравнения системы были положительными;
2) чтобы действительные части всех корней характеристического уравнения системы были отрицательными;
3) чтобы все корни характеристического уравнения системы были действительными положительными;
4) чтобы все корни характеристического уравнения системы были действительными отрицательными;
5) чтобы все корни характеристического уравнения системы были комплексными с отрицательной действительной частью.

5.1.3. Система управления находится на колебательной границе устойчивости, если характеристическое уравнение системы имеет

1) один нулевой корень;
2) два нулевых корня;
3) одну пару чисто мнимых корней;
4) две пары чисто мнимых корней;
5) один комплексный корень с отрицательной действительной частью и один нулевой корень.

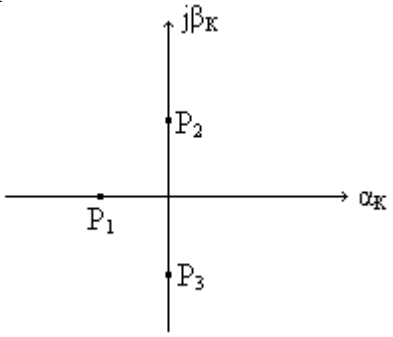
5.1.4. Система управления с нижеприведенным расположением корней характеристического уравнения системы



будет:

1) неустойчивой;
2) находиться на колебательной границе устойчивости;
3) находиться на апериодической границе устойчивости;
4) мало данных;
5) устойчивой.

5.1.5. Система управления с нижеприведенным расположением корней характеристического уравнения системы



будет:

1) неустойчивой;
2) находиться на колебательной границе устойчивости;
3) находиться на апериодической границе устойчивости;
4) мало данных;
5) устойчивой.

5.2. Алгебраические критерии устойчивости

5.2.1. Система автоматического управления, описываемая характеристическим уравнением $2p^2+3p+4=0$ в соответствии с критерием устойчивости Гурвица

1) является неустойчивой;
2) находится на колебательной границе устойчивости;
3) находится на апериодической границе устойчивости;
4) мало данных;
5) является устойчивой.

5.2.2. Система автоматического управления, описываемая характеристическим уравнением $2p^3+3p^2+4p+6=0$ в соответствии с критерием устойчивости Гурвица

1) является неустойчивой;
2) находится на колебательной границе устойчивости;
3) мало данных;
4) находится на апериодической границе устойчивости;
5) является устойчивой.

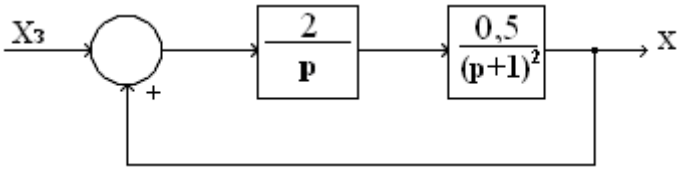
5.2.3. Система автоматического управления, описываемая характеристическим уравнением $2p^3+3p^2+4p+8=0$ в соответствии с критерием устойчивости Гурвица

1) является неустойчивой;
2) находится на колебательной границе устойчивости;
3) мало данных;
4) находится на апериодической границе устойчивости;
5) является устойчивой.

5.2.4. Система автоматического управления, описываемая характеристическим уравнением $2p^3+3p^2-4p+5=0$ в соответствии с* необходимым *условием устойчивости критерия Гурвица

1) находится на колебательной границе устойчивости;
2) является неустойчивой;
3) находится на апериодической границе устойчивости;
4) мало данных;
5) является устойчивой.

5.2.5. Замкнутая система автоматического управления



в соответствии с* необходимым *условием устойчивости критерия Гурвица

1) находится на колебательной границе устойчивости;
2) находится на апериодической границе устойчивости;
3) мало данных;
4) является неустойчивой;
5) является устойчивой.

5.3. Частотные критерии устойчивости

5.3.1. Формулировка критерия устойчивости Михайлова такова: линейная система управления, описываемая уравнением n-го порядка, устойчива, если при изменении частоты ω от нуля до ∞ характеристический вектор системы F(jω) повернется

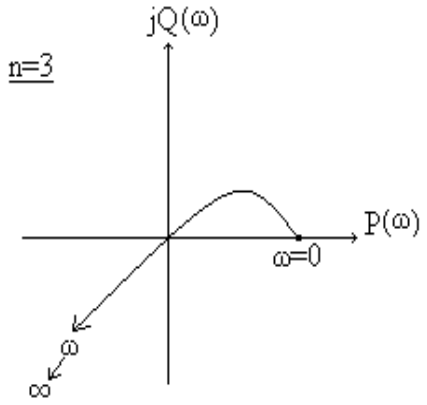
1) по часовой стрелке на угол $n\pi/2$, не обращаясь при этом в нуль;
2) по часовой стрелке на угол $n\pi$, не обращаясь при этом в нуль;
3) против часовой стрелки на угол $n\pi/2$, не обращаясь при этом в нуль;
4) против часовой стрелки на угол $n\pi$, не обращаясь при этом в нуль;
5) против часовой стрелки на угол $2n\pi$, не обращаясь при этом в нуль.

5.3.2. Основная формулировка критерия устойчивости Найквиста такова:
замкнутая система управления устойчива, если амплитудно-фазовая частотная характеристика АФЧХ

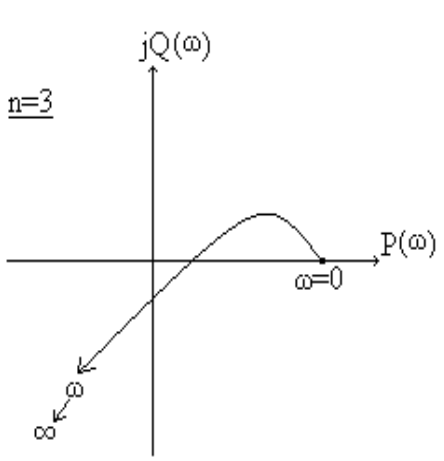
1) разомкнутого контура не охватывает точку с координатами (-1; $j0$);
2) устойчивого разомкнутого контура не охватывает точку с координатами (-1; $j0$);
3) неустойчивого разомкнутого контура не охватывает точку с координатами (-1; $j0$);
4) устойчивого разомкнутого контура проходит через точку с координатами (-1; $j0$);
5) устойчивого разомкнутого контура охватывает точку с координатами (-1; $j0$).

5.3.3. Какая из систем управления, годографы Михайлова которых приведены ниже, устойчива?

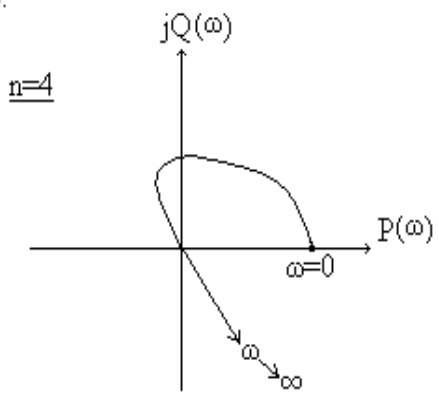
1.



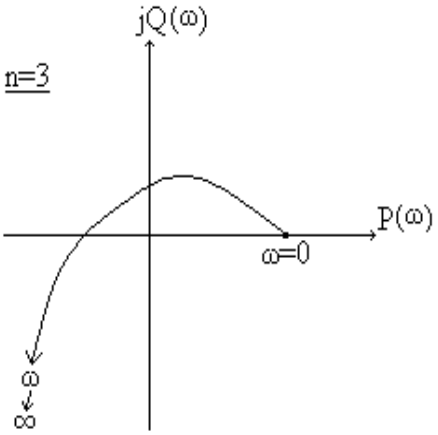
2.



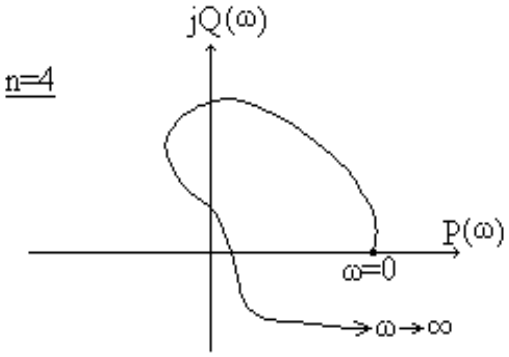
3.



4

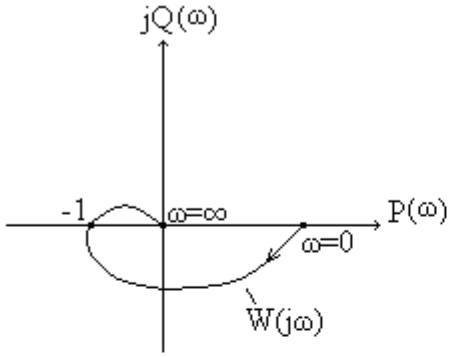


5.

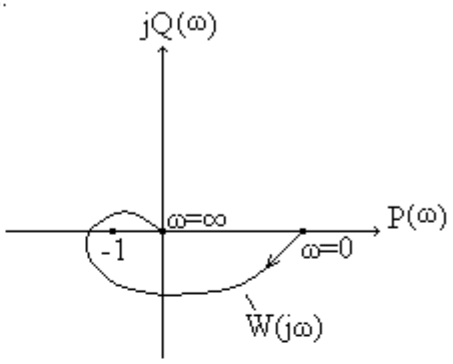


5.3.4. Какая из замкнутых систем управления, амплитудно-фазовые частотные характеристики W(jω) которых для устойчивых разомкнутых систем приведены ниже, устойчива?

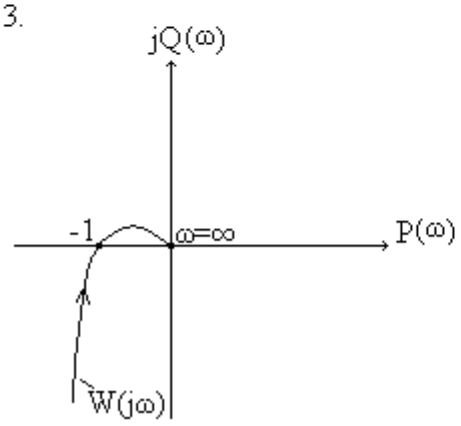
1.



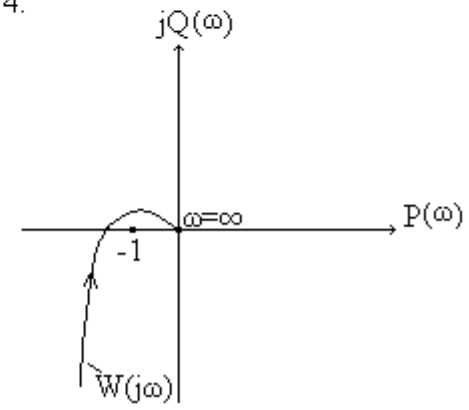
2.



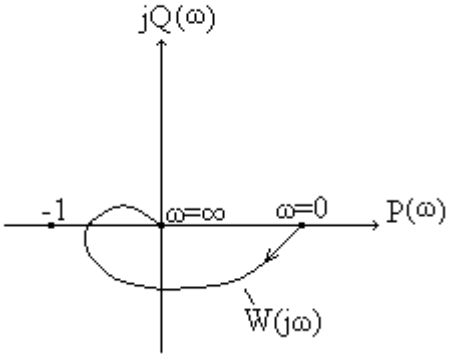
3.



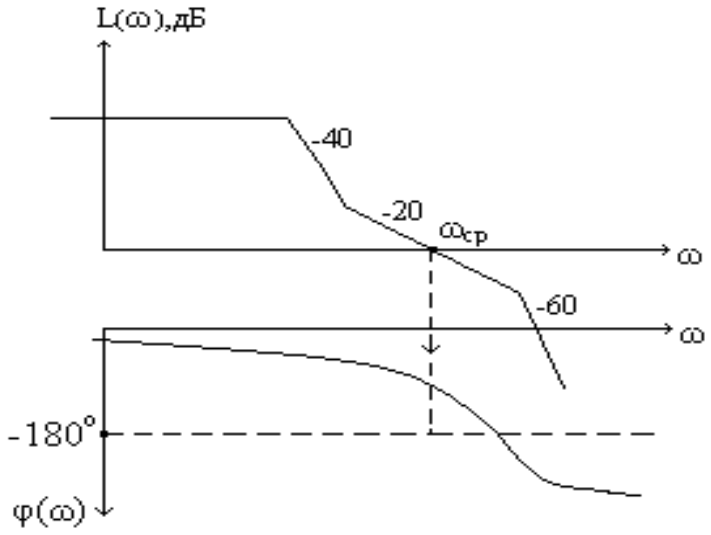
4.



5



5.3.5. Замкнутая система управления, для которой логарифмические амплитудно- и фазо-частотные характеристики устойчивой разомкнутой системы приведены ниже:



1) устойчива;
2) находится на колебательной границе устойчивости;
3) находится на апериодической границе устойчивости;
4) мало данных;
5) неустойчива.

5.4. Построение областей устойчивости

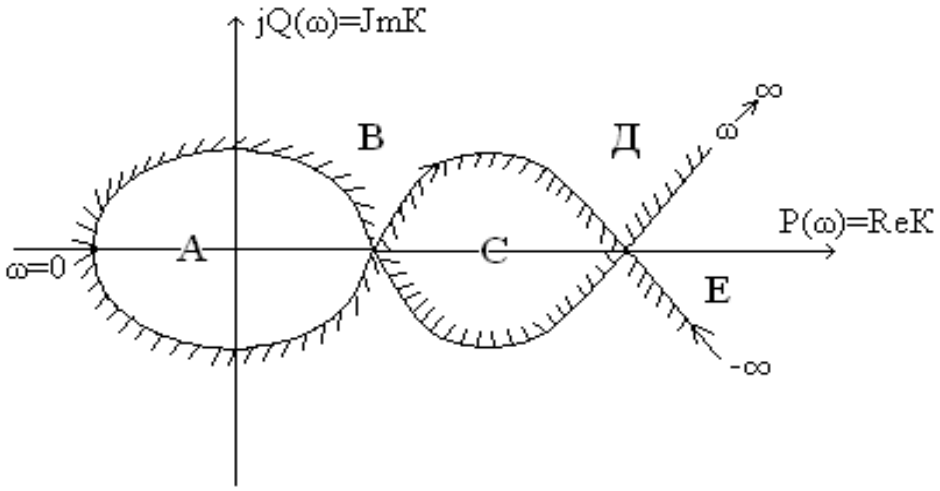
5.4.1. Областью устойчивости называют область в пространстве варьируемых параметров системы, каждой точке которой соответствуют только

1) правые корни характеристического уравнения системы;
2) мнимые корни характеристического уравнения системы;
3) комплексные корни характеристического уравнения системы;
4) левые корни характеристического уравнения системы;
5) мнимые и комплексные корни характеристического уравнения системы.

5.4.2. D-разбиением называется процесс построения в пространстве параметров системы областей

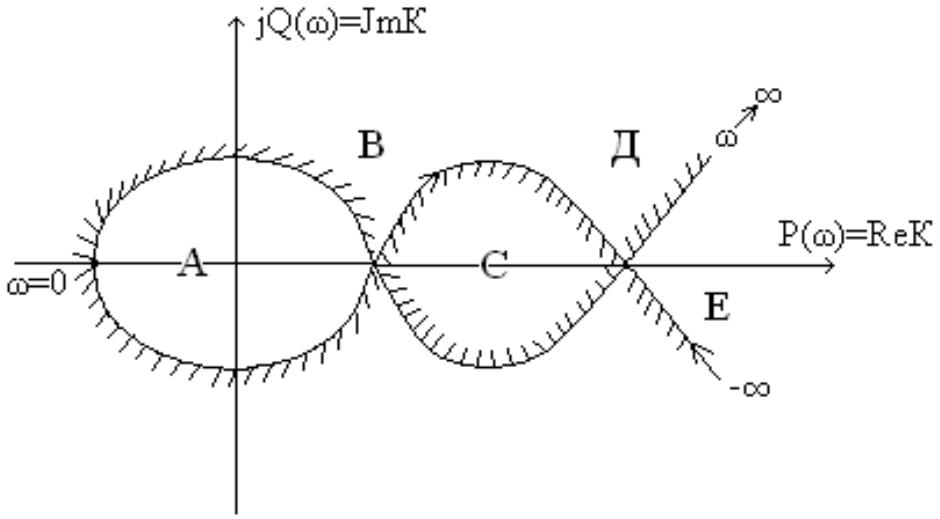
1) с левым распределением корней характеристического уравнения системы;
2) с правым распределением корней характеристического уравнения системы;
3) с различным распределением корней характеристического уравнения системы;
4) с распределением только мнимых корней характеристического уравнения системы;
5) с распределением только правых корней характеристического уравнения системы.

5.4.3. Укажите на нижеприведенном графике область устойчивости, построенную в плоскости передаточного коэффициента разомкнутого контура системы “к”



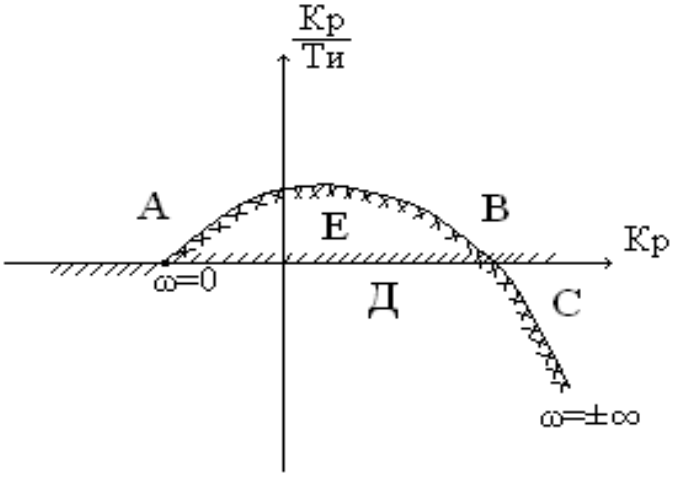
1) А;
2) В;
3) Д;
4) С;
5) Е.

5.4.4. Укажите на нижеприведенном графике область устойчивости в плоскости передаточного коэффициента разомкнутого контура "к" область, в которой все корни характеристического уравнения системы являются левыми



1) E; 2) B; 3) A; 4) Д; 5) C.

5.4.5. Укажите на нижеприведенном графике области устойчивости, построенной в плоскости параметров настройки ПИ-регулятора, область, в которой нет правых корней характеристического уравнения системы



1) Д; 2) C; 3) E; 4) B; 5) A.

5.5. Влияние структуры и передаточного коэффициента разомкнутого контура на устойчивость замкнутой системы

5.5.1. Какая из замкнутых систем управления с отрицательной обратной связью, передаточные функции которых для разомкнутых контуров приведены ниже, является структурно-неустойчивой?

1) $W(p)=\dfrac{k}{(T_1p+1)(T_2p+1)(T_3p+1)}$;

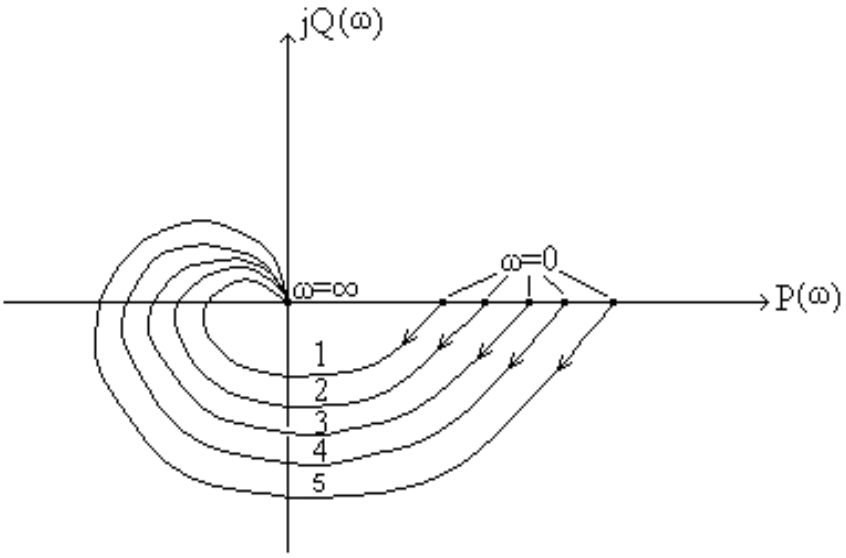
2) $W(p)=\dfrac{k(T_1p+1)}{(T_2p+1)(T_3p+1)}$;

3) $W(p)=\dfrac{k(T_1p+1)}{(T_2p+1)(T_3p+1)(T_4p+1)}$;

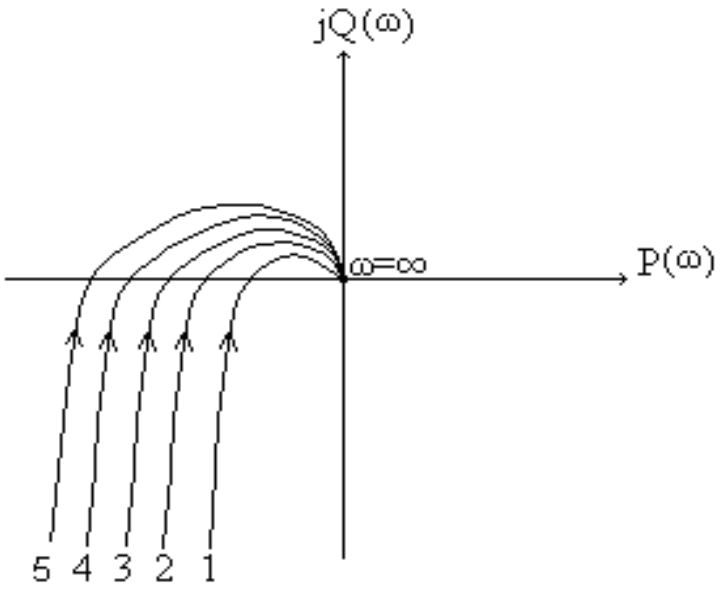
4) $W(p)=\dfrac{k}{p^2(Tp+1)}$;

5) $W(p)=\dfrac{k(T_1p+1)}{p^2(T_2p+1)}$.

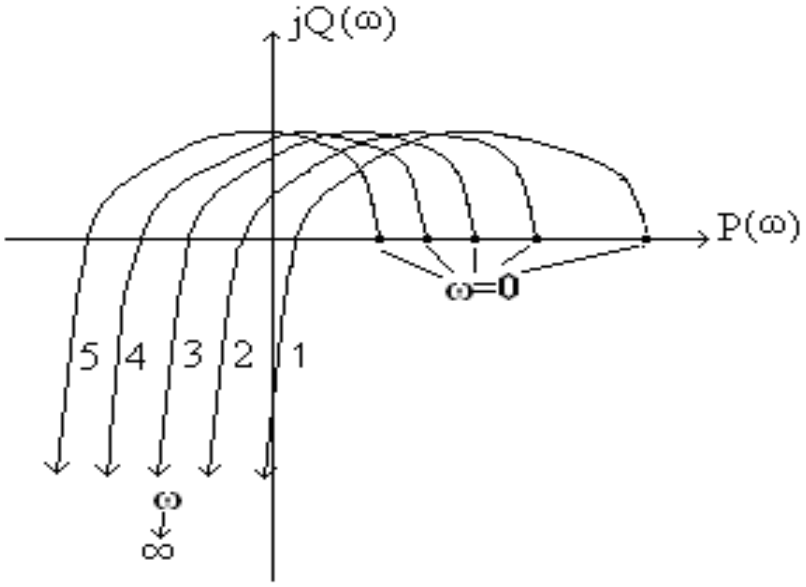
5.5.2. В какой из систем управления, амплитудно-фазовые частотные характеристики которых приведены ниже, наибольший передаточный коэффициент разомкнутого контура?



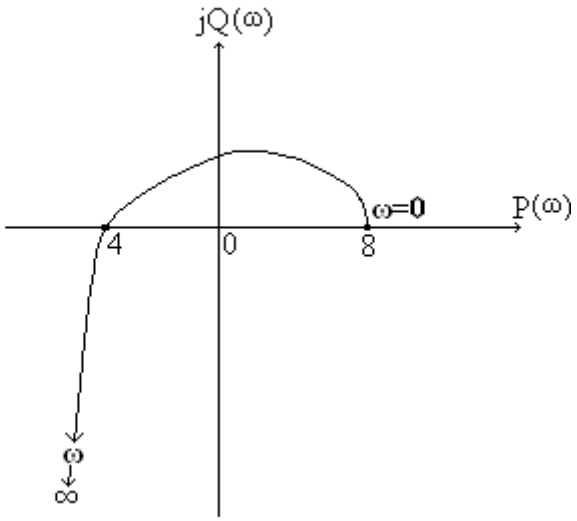
5.5.3. В какой из систем управления с одинаковыми постоянными времени, амплитудно-фазовые частотные характеристики которых приведены ниже, наибольший передаточный коэффициент разомкнутого контура?



5.5.4. В какой из систем управления с одинаковыми постоянными времени, годографы Михайлова которых приведены ниже, наибольший передаточный коэффициент разомкнутого контура?



5.5.5. Передаточный коэффициент разомкнутого контура системы “k” с передаточной функцией $W(p) = \dfrac{k}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)}$***, находящейся на границе устойчивости в замкнутом состоянии, в соответствии с нижеприведенным годографом Михайлова этой системы равен***

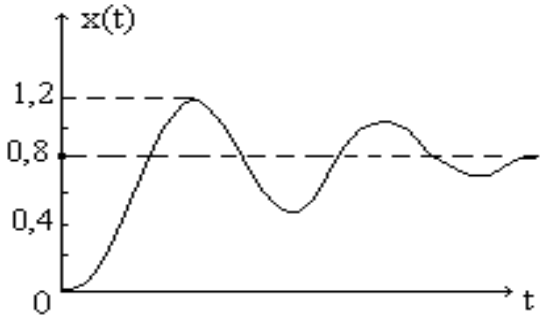


1) $к = 8$; 2) $к = 4$; 3) $к = 11$; 4) $к = 12$; 5) $к = 2$.

6. ОЦЕНКА КАЧЕСТВА УПРАВЛЕНИЯ

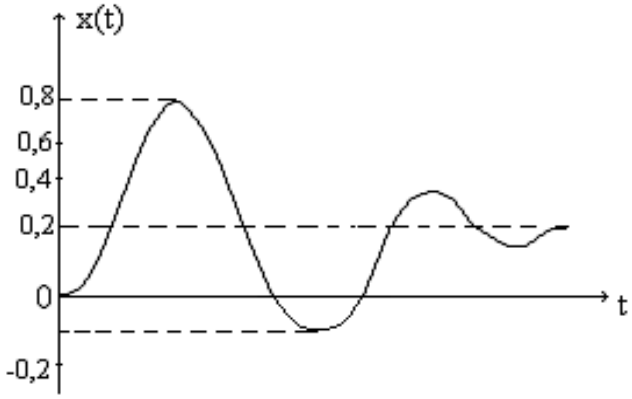
6.1. Понятие и показатели качества управления

6.1.1. Чему равно перерегулирование “σ” в системе управления по каналу “задание – управляемая величина”?



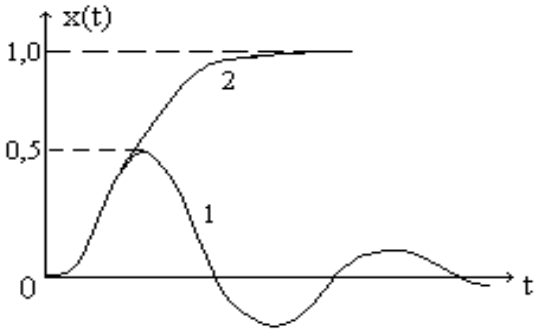
1) σ = 20 %;
2) σ = 40 %;
3) σ = 50 %;
4) σ = 30 %;
5) σ = 25 %.

6.1.2. Чему равно перерегулирование “σ” в системе управления по каналу “возмущение – управляемая величина”?



1) $\sigma = 20\%$;
2) $\sigma = 40\%$;
3) $\sigma = 25\%$;
4) $\sigma = 50\%$;
5) $\sigma = 30\%$.

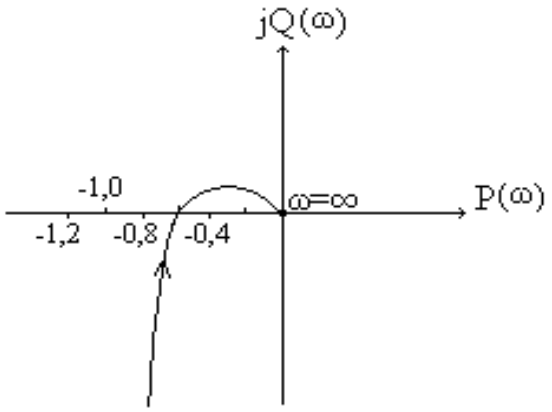
6.1.3. Динамический коэффициент регулирования “$R_д$” в системе управления по каналу “возмущение – управляемая величина” (кривая 1) равен:



Примечание: Кривая 2 – переходная характеристика объекта управления

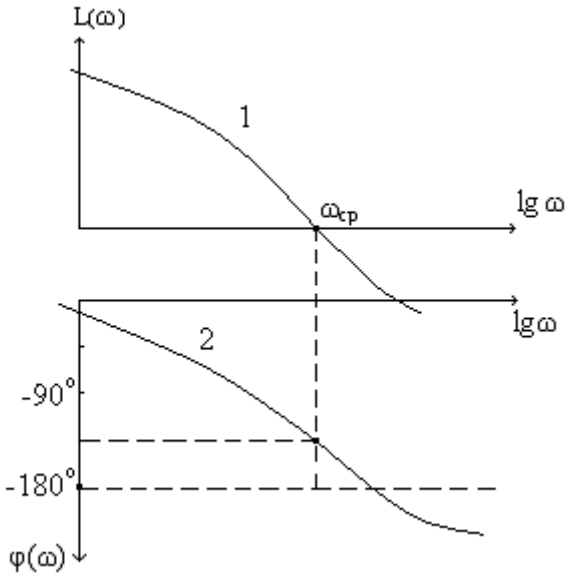
1) $R_д$=20 %;
2) $R_д$=50 %;
3) $R_д$=40 %;
4) $R_д$=25 %;
5) $R_д$=30 %.

6.1.4. Запас устойчивости замкнутой системы управления по амплитуде ΔA для приведенной амплитудно-фазовой частотной характеристики устойчивой разомкнутой системы равен:



1) $\Delta A = 0{,}6$;
2) $\Delta A = 0{,}8$;
3) $\Delta A = 0{,}2$;
4) $\Delta A = 0{,}5$;
5) $\Delta A = 0{,}4$.

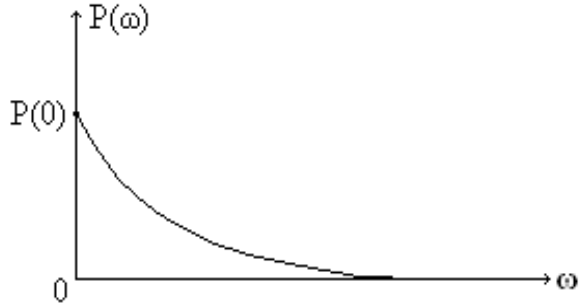
6.1.5. Запас устойчивости замкнутой системы управления по фазе $\Delta\varphi$ для приведенных логарифмических амплитудно-частотной (кривая 1) и фазо-частотной (кривая 2) характеристик устойчивой разомкнутой системы равен



1) $\Delta\varphi = 45^{\circ}$;
2) $\Delta\varphi = -45^{\circ}$;
3) $\Delta\varphi = 50^{\circ}$;
4) $\Delta\varphi = 60^{\circ}$;
5) $\Delta\varphi = 30^{\circ}$.

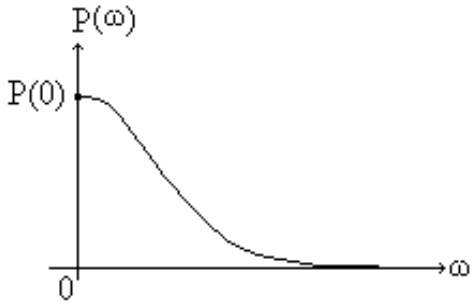
6.2. Приближенная оценка качества управления по частотным характеристикам

6.2.1. Если действительная частотная характеристика P(ω) замкнутой системы по каналу "задание - управляемая величина" является непрерывной функцией частоты с отрицательной монотонно-убывающей производной $\frac{dP}{d\omega}$***, то перерегулирование "σ" равно***



1) σ = 10 %;
2) σ = 20 %;
3) σ = 0;
4) σ = 15 %;
5) σ < 20 %.

6.2.2. Если действительная частотная характеристика P(ω) замкнутой системы по каналу "задание - управляемая величина" является положительной невозрастающей функцией, то перерегулирование "σ" равно

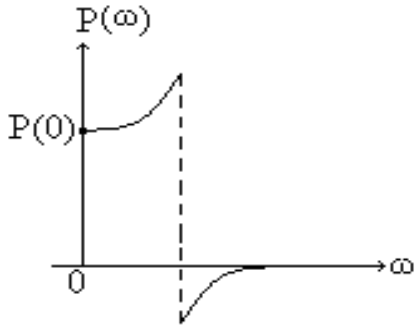


1) σ > 25 %;
2) σ = 30 %;
3) σ > 18 %;
4) σ ≤ 18 %;
5) σ ≤ 25 %.

6.2.3. Если действительная частотная характеристика P(ω) замкнутой системы по каналу "задание - управляемая величина" на какой-то частоте имеет максимум, то перерегулирование "σ" равно

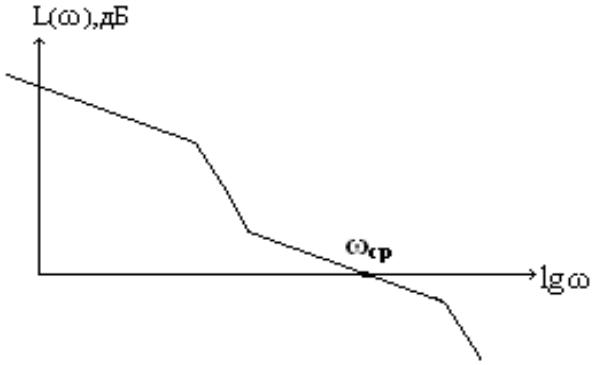
1) σ > 25 %;
2) σ > 18 %;
3) σ > 30 %;
4) σ = 30 %;
5) σ < 30 %.

6.2.4. Если действительная частотная характеристика P(ω) замкнутой системы на какой-то частоте имеет разрыв , то



1) σ > 50 %;
2) система находится на границе устойчивости;
3) σ > 60 %;
4) σ > 40 %;
5) σ = 60 %.

6.2.5. Для того, чтобы замкнутая система управления обладала допустимым перерегулированием (σ ≤ 30…40%), наклон среднечастотного участка логарифмической амплитудно-частотной характеристики (ЛАЧХ) разомкнутой системы на частоте среза "$\omega_{ср}$" должен быть равен



1) – 40 дБ / дек;
2) – 60 дБ / дек;
3) + 20 дБ / дек;
4) + 40 дБ / дек;
5) – 20 дБ / дек.

6.3. Интегральные показатели качества

6.3.1. Интегральные оценки качества управления представляют собой определенные интегралы

1) по частоте от амплитудно-частотной функции замкнутой системы по каналу "задание – управляемая величина";
2) по частоте от амплитудно-частотной функции разомкнутой системы;
3) по частоте от амплитудно-частотной функции замкнутой системы по каналу "возмущение – управляемая величина";
4) во времени от некоторой функции управляемой величины или сигнала ошибки;
5) по частоте от амплитудно-частотной функции замкнутой системы по каналу "задание – сигнал ошибки".

6.3.2. Какую из интегральных оценок нельзя применить для оценки качества колебательных процессов?

1) модульная интегральная оценка;
2) модифицированная модульная интегральная оценка;
3) линейная интегральная оценка;
4) квадратичная интегральная оценка;
5) улучшенная квадратичная интегральная оценка.

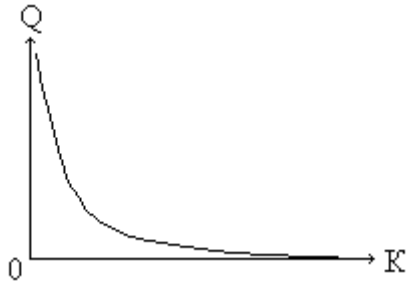
6.3.3. Для какой из систем управления, передаточные функции которых для разомкнутых контуров приведены ниже, нельзя вычислить никакую интегральную оценку при любых значениях параметров?

1) $W(p)=\dfrac{k}{(T_1p+1)(T_2p+1)(T_3p+1)}$; 2) $W(p)=\dfrac{k}{p(T_1p+1)(T_2p+1)}$;

3) $W(p)=\dfrac{k(T_1p+1)}{p(T_2p+1)(T_3p+1)^2}$; 4) $W(p)=\dfrac{k(T_1p+1)}{p^2(T_2p+1)(T_3p+1)^2}$;

5) $W(p)=\dfrac{k}{p^2(Tp+1)}$.

6.3.4. Для какой из систем управления, передаточные функции которых для разомкнутых контуров приведены ниже, зависимость любой интегральной оценки от передаточного коэффициента разомкнутого контура [Q=f(к)] будет выглядеть, как показано на рисунке?



1) $W(p)=\dfrac{k}{p(T_1p+1)(T_2p+1)}$;

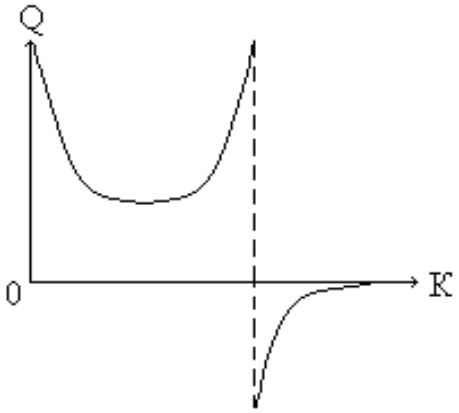
2) $W(p)=\dfrac{k}{(T_1p+1)(T_2p+1)}$;

3) $W(p)=\dfrac{k}{(T_1p+1)(T_2p+1)(T_3p+1)}$;

4) $W(p)=\dfrac{k(T_1p+1)}{p(T_2p+1)(T_3p+1)^2}$;

5) $W(p)=\dfrac{k(T_1p+1)}{(T_2p+1)(T_3p+1)(T_4p+1)^2}$.

6.3.5. Поясните, что означает разрыв характеристики Q=f(к) на графике зависимости интегральной оценки от передаточного коэффициента разомкнутого контура?



1) система находится на апериодической границе устойчивости;
2) система находится на колебательной границе устойчивости;
3) система неустойчива по структуре;
4) система сильноколебательная;
5) система сильноинерционная.

6.4. Чувствительность, управляемость и наблюдаемость систем управления

6.4.1. Чувствительность системы управления – это

1) свойство системы изменять свои выходные координаты при отклонении того или иного ее параметра от расчетного;
2) свойство системы изменять показатели качества при отклонении того или иного ее параметра от расчетного;
3) свойство системы изменять свои координаты и показатели качества при отклонении того или иного ее параметра от расчетного;
4) свойство системы слабо реагировать на отклонения ее параметров от расчетных;
5) свойство системы вовремя реагировать на отклонения ее параметров от расчетных.

6.4.2. Робастными (грубыми) системами управления называют системы, сохраняющие свои свойства при

1) значительных параметрических возмущениях;
2) значительных операторных возмущениях;
3) незначительных параметрических возмущениях;
4) значительных параметрических и операторных возмущениях;
5) незначительных операторных возмущениях.

6.4.3. Функция чувствительности системы управления представляет собой частную производную

1) переходной характеристики системы $h(t)$ по какому-либо изменяющемуся параметру;
2) передаточной функции $\Phi(p)$ по какому-либо изменяющемуся параметру;
3) импульсной переходной характеристики $w(t)$ по какому-либо изменяющемуся параметру;
4) какого-нибудь показателя качества по какому-либо изменяющемуся параметру;
5) динамической характеристики (например, $h(t)$, $w(t)$, $\Phi(p)$) или какого-либо показателя качества (например, σ, M) по изменяющемуся параметру.

6.4.4. Объект управления называют полностью управляемым, если

1) его можно с помощью управляющего воздействия перевести из одного состояния в другое;
2) его можно за конечное время перевести из одного состояния в другое;
3) его можно с помощью некоторого управляющего воздействия перевести за конечное время из одного состояния в другое;
4) его можно с помощью некоторого ограниченного управляющего воздействия $y(t)$ перевести в течение конечного интервала времени $t_к$ из любого начального состояния $x(0)$ в заданное конечное состояние $x(t_к)$;
5) для его перевода из одного состояния в другое управляющее воздействие не должно иметь ограничений.

6.4.5. Линейный стационарный объект, описываемый уравнениями состояния $\dot{\boldsymbol{x}}(\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{t}) + \boldsymbol{B}(\boldsymbol{t})$ ***и выхода*** $\boldsymbol{x_в(t)=Cx(t)}$***, называется полностью наблюдаемым, если по результатам наблюдения выхода*** $\boldsymbol{x_в(t)}$

1) можно определить предыдущие значения переменных состояния $x(t)$;
2) нельзя определить предыдущие значения переменных состояния $x(t)$;
3) можно определить предыдущие значения некоторых переменных состояния $x(t)$;
4) можно с некоторой погрешностью определить предыдущие значения переменных состояния $x(t)$;
5) можно с некоторой погрешностью определить предыдущие значения некоторых переменных состояния.

7. СИНТЕЗ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

7.1. Основные понятия и общие принципы синтеза алгоритмической структуры

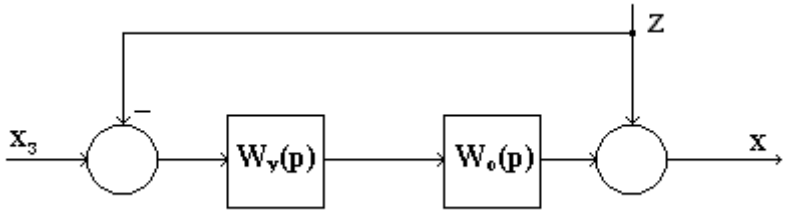
7.1.1. Синтезом системы автоматического управления называют процедуру определения

1) ее структуры по заданным показателям качества;
2) ее параметров по заданным показателям качества;
3) ее структуры и параметров по заданным показателям качества;
4) устойчивости системы;
5) устойчивости и качества системы.

7.1.2. При синтезе (проектировании) алгоритмической структуры системы управления стремятся выполнить следующие главные требования

1) система должна как можно точнее воспроизводить любые изменения задающего воздействия на выходе объекта управления;
2) система должна максимально лучше устранять влияние внешних и внутренних возмущений на управляемую величину;
3) система должна быть устойчивой;
4) система должна быть устойчивой и должна максимально лучше устранять влияние внешних и внутренних возмущений на управляемую величину;
5) система должна как можно точнее воспроизводить любые изменения задающего воздействия на выходе объекта управления, максимально лучше устранять влияние внешних и внутренних возмущений на управляемую величину и быть устойчивой.

7.1.3. Для компенсации измеряемого возмущения z на выходе объекта $W_o(p)$ при разомкнутой схеме управления к управляющему устройству $W_y(p)$ должно предъявляться требование



1) $W_y(p) = W_o(p)$;

2) $W_y(p) = 1$;

3) $W_y(p) = \dfrac{1}{W_o(p)}$;

4) $k_y = \infty$;

5) $W_y(p) = -W_o(p)$.

7.1.4. При синтезе систем управления для точного воспроизведения задающего воздействия и полного подавления возмущающего воздействия к передаточным функциям системы по задающему $\Phi_з(p)$ и возмущающему $\Phi_z(p)$ воздействиям должны предъявляться требования:

1) $\Phi_з(p) = \dfrac{X(p)}{X_з(p)} = 0;\ \ \Phi_z(p) = \dfrac{X(p)}{Z(p)} = 1;$

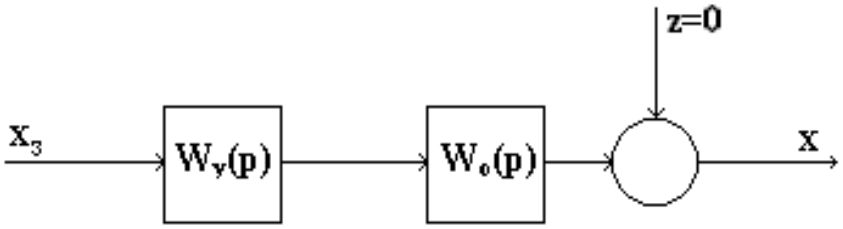
2) $\Phi_з(p) = \dfrac{X(p)}{X_з(p)} = 1;\ \ \Phi_z(p) = \dfrac{X(p)}{Z(p)} = 0;$

3) $\Phi_з(p) = \dfrac{X(p)}{X_з(p)} = 1;\ \ \Phi_z(p) = \dfrac{X(p)}{Z(p)} = 1;$

4) $\Phi_з(p) = \dfrac{X(p)}{X_з(p)} = 0;\ \ \Phi_z(p) = \dfrac{X(p)}{Z(p)} = 0;$

5) $\Phi_з(p) = \dfrac{X(p)}{X_з(p)} = \dfrac{1}{\Phi_з(p)};\ \ \Phi_z(p) = \dfrac{X(p)}{Z(p)} = 0.$

7.1.5. Для компенсации инерционности объекта $W_o(p)$ при отсутствии внешних возмущений можно применить разомкнутую схему управления, выполнив требование к управляющему устройству $W_y(p)$



1) $W_y(p) = W_o(p);$

2) $W_y(p) = 1;$

3) $W_y(p) = \dfrac{1}{W_o(p)};$

4) $k_y = \infty;$

5) $W_y(p) = -W_o(p).$

7.2. Коррекция динамических свойств систем управления

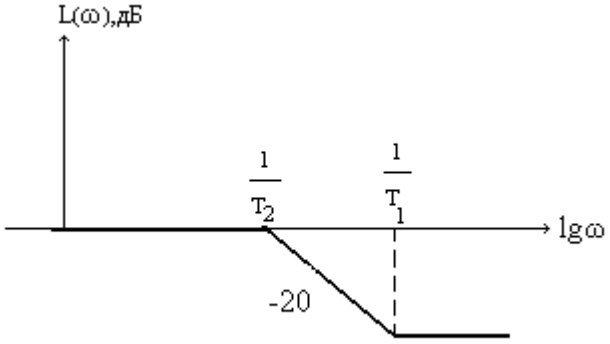
7.2.1. Под коррекцией системы управления понимают процедуру, осуществляемую

1) для уменьшения длительности переходного процесса;
2) для уменьшения колебательности переходного процесса;
3) для уменьшения длительности и колебательности переходного процесса;
4) с целью придания устойчивости структурно-неустойчивой системе;
5) с целью повышения запаса устойчивости структурно-устойчивой системы.

7.2.2. Под стабилизацией системы управления понимают процедуру, осуществляемую

1) для уменьшения длительности переходного процесса;
2) для уменьшения колебательности переходного процесса;
3) для уменьшения длительности и колебательности переходного процесса;
4) с целью придания устойчивости структурно-неустойчивой системе;
5) с целью придания устойчивости структурно-неустойчивой системе или с целью повышения запаса устойчивости структурно-устойчивой системы.

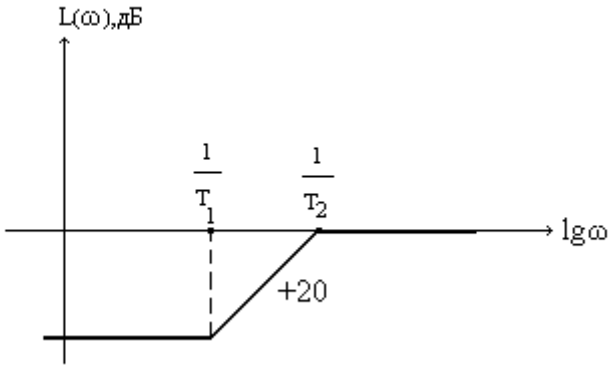
7.2.3. Корректирующее устройство с передаточной функцией $W_k(p) = \dfrac{T_1(p)+1}{T_2(p)+1}$ ***($T_1<T_2$) и логарифмической амплитудно-частотной характеристикой (ЛАЧХ), приведенной ниже,***



будучи последовательно включено в контур управления

1) подавляет низкие частоты на ЛАЧХ разомкнутого контура;
2) подавляет высокие частоты на ЛАЧХ разомкнутого контура;
3) подавляет средние частоты на ЛАЧХ разомкнутого контура;
4) усиливает низкие частоты на ЛАЧХ разомкнутого контура;
5) усиливает высокие частоты на ЛАЧХ разомкнутого контура.

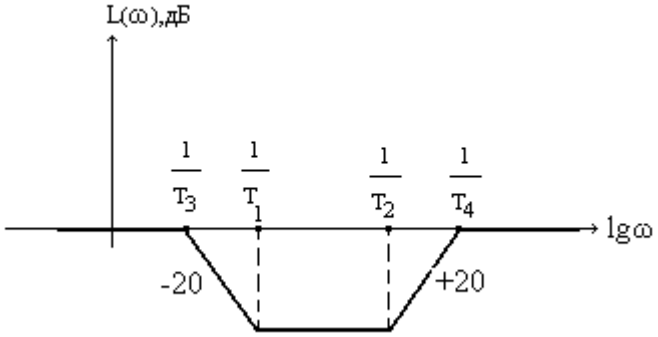
7.2.4. Корректирующее устройство с передаточной функцией $W_к(p) = K\dfrac{T_1 p + 1}{T_2 p + 1}$ ***(к<1, $T_1 > T_2$) и логарифмической амплитудно-частотной характеристикой (ЛАЧХ), приведенной ниже,***



будучи последовательно включено в контур управления

1) подавляет низкие частоты на ЛАЧХ разомкнутого контура;
2) подавляет высокие частоты на ЛАЧХ разомкнутого контура;
3) подавляет средние частоты на ЛАЧХ разомкнутого контура;
4) усиливает низкие частоты на ЛАЧХ разомкнутого контура;
5) усиливает высокие частоты на ЛАЧХ разомкнутого контура.

7.2.5. Корректирующее устройство с передаточной функцией $W_к(p) = \dfrac{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}{(T_3 p + 1)(T_4 p + 1)}$ ***и логарифмической амплитудно-частотной характеристикой (ЛАЧХ), приведенной ниже,***



будучи последовательно включено в контур управления

1) подавляет низкие частоты на ЛАЧХ разомкнутого контура;
2) подавляет высокие частоты на ЛАЧХ разомкнутого контура;
3) подавляет средние частоты на ЛАЧХ разомкнутого контура;
4) усиливает низкие частоты на ЛАЧХ разомкнутого контура;
5) усиливает высокие частоты на ЛАЧХ разомкнутого контура.

7.3. Синтез последовательных и параллельных корректирующих устройств по логарифмическим частотным характеристикам

7.3.1. Синтез последовательного корректирующего устройства (КУ) по логарифмической амплитудно-частотной характеристике (ЛАЧХ) разомкнутой системы состоит из нескольких этапов (приведены не по порядку):

А - проверочный расчет качества скорректированной системы;

В - определение ЛАЧХ последовательного КУ;

С - построение ЛАЧХ нескорректированной системы;

Д - построение желаемой ЛАЧХ по заданным показателям качества;

Е - подбор принципиальной схемы, передаточной функции и параметров КУ.

Какая последовательность вышеперечисленных процедур правильная?

1) *С, В, Е, Д, А*;
2) *Е, Д, С, В, А*;
3) *С, Д, В, Е, А*;
4) *А, В, С, Е, Д*;
5) *Д, С, В, Е, А*.

7.3.2. Синтез встречно-параллельного корректирующего устройства (КУ) (внутренней обратной связи) по логарифмической амплитудно-частотной характеристике (ЛАЧХ) разомкнутой системы состоит из нескольких этапов (приведены не по порядку):

А - построение желаемой ЛАЧХ по заданным показателям качества;

В - определение ЛАЧХ встречно-параллельного КУ;

С - проверочный расчет качества скорректированной системы;

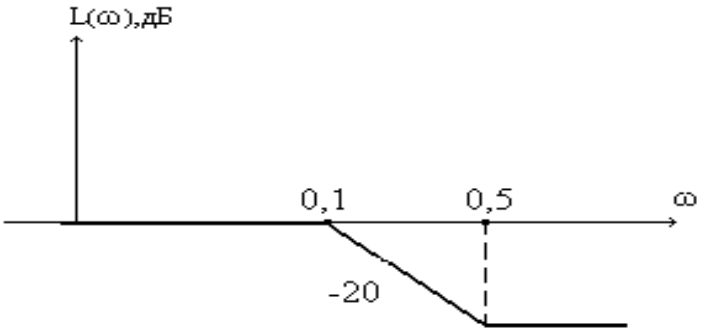
Д - построение ЛАЧХ звеньев, не охваченных внутренней обратной связью;

Е - подбор принципиальной схемы, передаточной функции и параметров КУ.

Какая последовательность вышеперечисленных процедур правильная?

1) *А, С, В, Е, Д*;
2) *Д, С, А, В, Е*;
3) *Е, А, В, С, Д*;
4) *Д, А, В, Е, С*;
5) *Д, С, В, Е, А*.

7.3.3. По логарифмической амплитудно-частотной характеристике (ЛАЧХ) корректирующего устройства определить его передаточную функцию $W_к(p)$



1) $W_k(p)=\dfrac{10p+1}{2p+1}$;

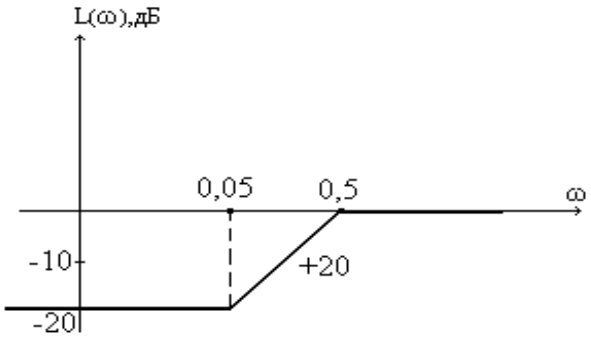
2) $W_k(p)=\dfrac{2p+1}{10p+1}$;

3) $W_k(p)=\dfrac{0{,}1p+1}{0{,}5p+1}$;

4) $W_k(p)=\dfrac{0{,}5p+1}{0{,}1p+1}$;

5) $W_k(p)=\dfrac{0{,}2p+1}{10p+1}$.

7.3.4. По логарифмической амплитудно-частотной характеристике (ЛАЧХ) корректирующего устройства определить его передаточную функцию $W_к(p)$



1) $W_k(p)=\dfrac{20p+1}{2p+1}$;

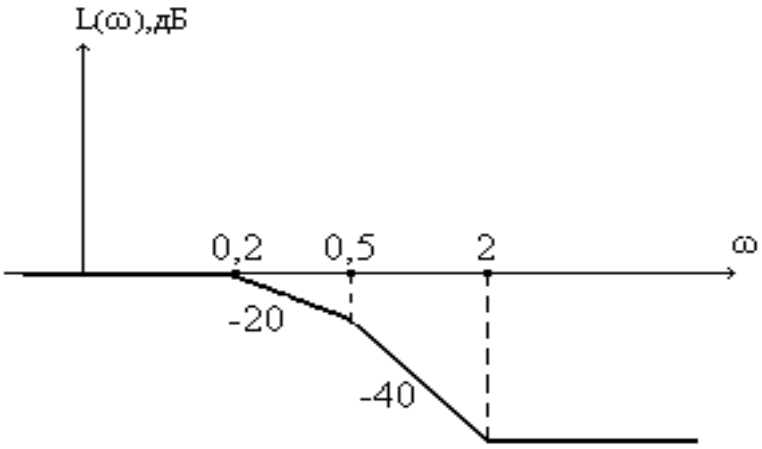
2) $W_k(p)=\dfrac{2p+1}{20p+1}$;

3) $W_k(p)=0{,}1\dfrac{0{,}5p+1}{0{,}05p+1}$;

4) $W_k(p)=0{,}1\dfrac{0{,}05p+1}{0{,}5p+1}$;

5) $W_k(p)=0{,}1\dfrac{20p+1}{2p+1}$.

7.3.5. По логарифмической амплитудно-частотной характеристике (ЛАЧХ) корректирующего устройства определить его передаточную функцию $W_к(p)$



1) $W_{\text{k}}(p)=\dfrac{(5p+1)(2p+1)}{(0{,}5p+1)^2}$;

2) $W_{\text{k}}(p)=\dfrac{(0{,}5p+1)^2}{(5p+1)(2p+1)}$;

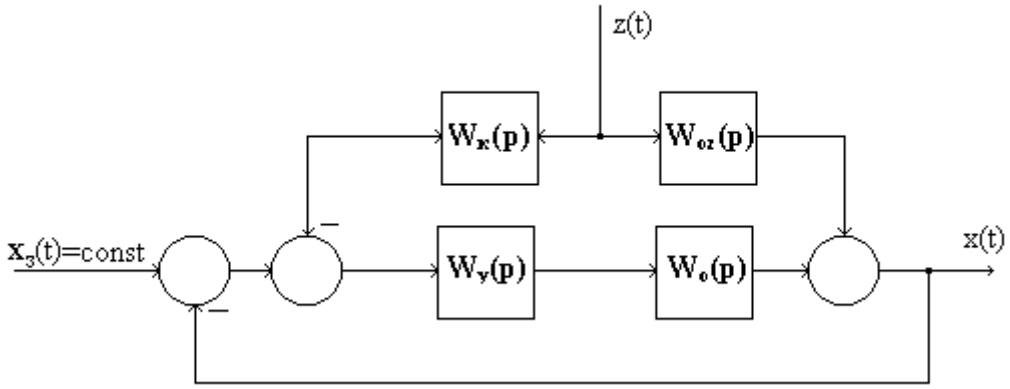
3) $W_{\text{k}}(p)=\dfrac{(0{,}2p+1)(0{,}5p+1)}{(2p+1)^2}$;

4) $W_{\text{k}}(p)=\dfrac{(2p+1)^2}{(0{,}2p+1)(0{,}5p+1)}$;

5) $W_{\text{k}}(p)=\dfrac{10(5p+1)(2p+1)}{(0{,}5p+1)^2}$.

7.4. Осуществление инвариантности в стабилизирующих и следящих системах

7.4.1. Для приведенной. алгоритмической схемы системы стабилизации условие инвариантности управляемой величины x относительно возмущения z будет следующее:



1) $W_{oz}(p) + W_к(p)W_y(p)W_o(p) = 0$;

2) $\dfrac{W_y(p)W_o(p)}{1+W_y(p)W_o(p)} = 0$;

3) $W_{oz}(p) - W_к(p)W_y(p)W_o(p) = 0$;

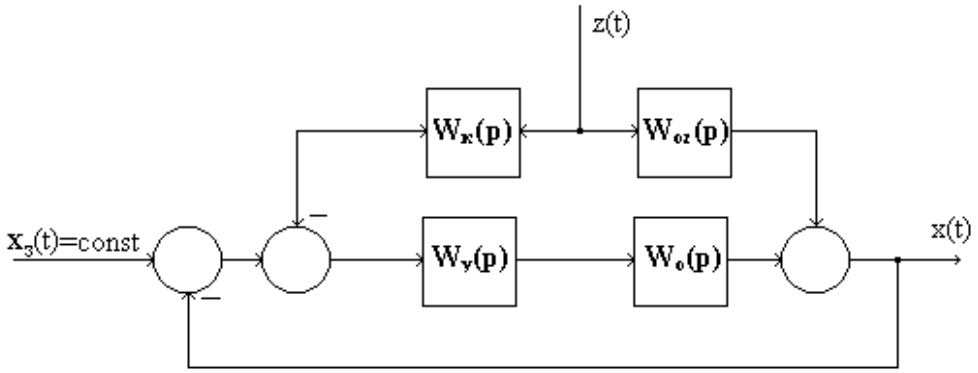
4) $\dfrac{W_y(p)W_o(p)}{1-W_y(p)W_o(p)} = 0$;

5) $1 - W_y(p)W_o(p) = 0$.

7.4.2. Для физической реализации передаточной функции компенсирующего устройства $W_к(p)$ в инвариантной системе степень полинома числителя $W_к(p)$ "m" и степень полинома знаменателя "n" должны быть связаны соотношениями:

1) $m > n$;
2) $m >> n$;
3) $m << n$;
4) $m \geq n$;
5) $m \leq n$.

7.4.3. Для приведенной алгоритмической схемы системы стабилизации передаточную функцию компенсирующего устройства $W_к(p)$ находят из условия



1) $W_{\text{k}}(p) = \dfrac{W_{\text{oz}}(p)}{W_{\text{y}}(p)}$;

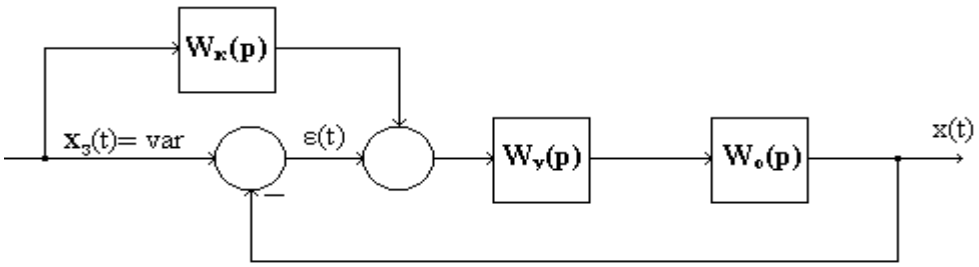
2) $W_{\text{k}}(p) = W_{\text{y}}(p)W_{\text{o}}(p)$;

3) $W_{\text{k}}(p) = \dfrac{W_{\text{y}}(p)W_{\text{o}}(p)}{W_{\text{oz}}(p)}$;

4) $W_{\text{k}}(p) = \dfrac{W_{\text{oz}}(p)}{W_{\text{y}}(p)W_{\text{o}}(p)}$;

5) $W_{\text{k}}(p) = W_{\text{y}}(p)W_{\text{o}}(p)W_{\text{oz}}(p)$.

7.4.4. Для приведенной алгоритмической схемы следящей системы условие инвариантности сигнала ошибки ε относительно задающего воздействия $x_з$ будет следующее:



1) $1 + W_к(p)W_y(p)W_o(p) = 0$;

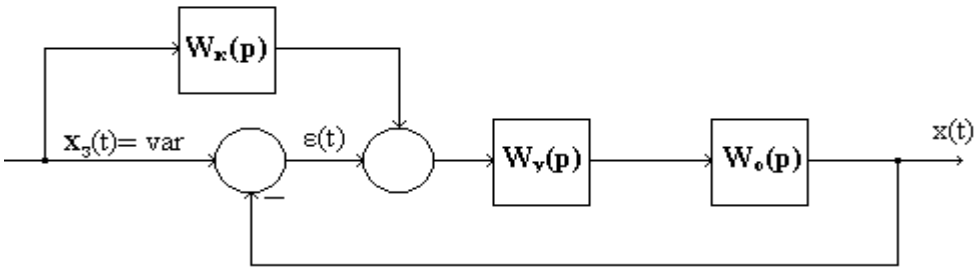
2) $1 - W_к(p)W_y(p)W_o(p) = 0$;

3) $1 - W_y(p)W_o(p) = 0$;

4) $1 + W_y(p)W_o(p) = 0$;

5) $W_к(p) - W_y(p)W_o(p) = 0$.

7.4.5. Для приведенной алгоритмической схемы инвариантной следящей системы передаточную функцию компенсирующего устройства $W_к(p)$ находят из условия



1) $W_{\text{к}}(p)=\dfrac{1}{W_{\text{у}}(p)W_{\text{о}}(p)}$;

2) $W_{\text{к}}(p)=W_{\text{у}}(p)W_{\text{о}}(p)$;

3) $W_{\text{к}}(p)=\dfrac{W_{\text{у}}(p)}{W_{\text{о}}(p)}$;

4) $W_{\text{к}}(p)=\dfrac{W_{\text{о}}(p)}{W_{\text{у}}(p)}$;

5) $W_{\text{к}}(p)=\dfrac{1}{1+W_{\text{у}}(p)W_{\text{о}}(p)}$.

8. АНАЛИЗ И СИНТЕЗ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ ПРИ СЛУЧАЙНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

8.1. Числовые и функциональные характеристики случайных сигналов

8.1.1. К числовым характеристикам случайного сигнала относятся

1) среднее значение (математическое ожидание);
2) дисперсия;
3) среднее значение (математическое ожидание) и дисперсия;
4) корреляционная функция;
5) спектральная плотность.

8.1.2. Дисперсия D_x стационарного случайного сигнала x(t) равна

1) значению квадрата отклонений сигнала от математического ожидания "m_x";
2) среднему значению квадрата отклонений сигнала от математического ожидания "m_x";
3) отклонению сигнала от математического ожидания "m_x";
4) квадрату математического ожидания сигнала "m_x";
5) среднему значению сигнала, наблюдаемом на длительном интервале времени.

8.1.3 К функциональным характеристикам случайного сигнала относятся

1) среднее значение (математическое ожидание);
2) дисперсия;
3) корреляционная функция;
4) спектральная плотность;
5) корреляционная функция и спектральная плотность.

8.1.4. Корреляционной функцией $R_x(\tau)$ случайного сигнала x(t) называется

1) математическое ожидание произведений мгновенных значений центрированного сигнала $\overset{0}{x}(t)$;

2) среднее значение квадрата отклонений сигнала от математического ожидания "m_x";

3) математическое ожидание произведений мгновенных значений центрированного сигнала $\overset{0}{x}(t)$, разделенных промежутком времени τ;

4) среднее значение отклонений сигнала от математического ожидания "m_x";

5) квадрат математического ожидания сигнала "m_x".

8.1.5. Спектральная плотность $S_x(\omega)$ случайного сигнала x(t) связана с дисперсией сигнала D_x соотношением

1) $D_x = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} S_x^2(\omega)d\omega$;

2) $D_x = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} |S_x(\omega)|d\omega$;

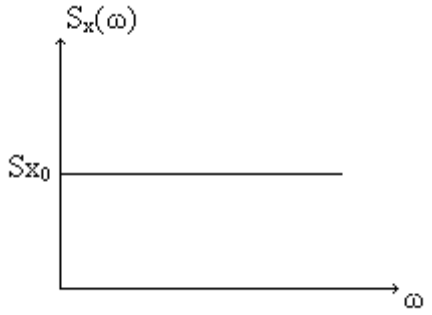
3) $D_x = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \left|S_x(\omega)\right|^2 d\omega$;

4) $D_x = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} S_x(\omega)d\omega$;

5) $D_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |S_x(\omega)|d\omega$.

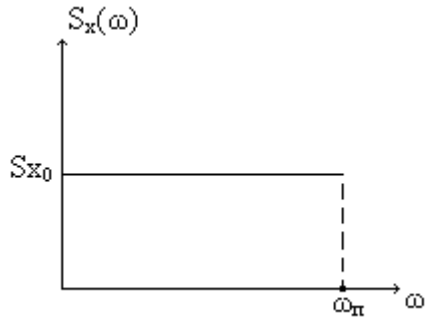
8.2. Характеристики типовых случайных сигналов

8.2.1. График спектральной плотности $S_x(\omega)$ какого случайного сигнала приведен на рисунке?



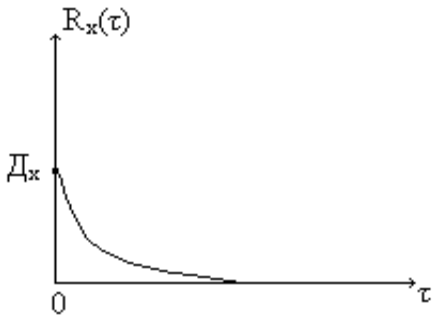
1) сигнал с экспоненциальной корреляционной функцией;
2) сигнал с экспоненциально-косинусной корреляционной функцией;
3) белый шум;
4) белый шум с ограниченной шириной спектра;
5) ступенчатый сигнал.

8.2.2 График спектральной плотности $S_x(\omega)$ какого случайного сигнала приведен на рисунке?



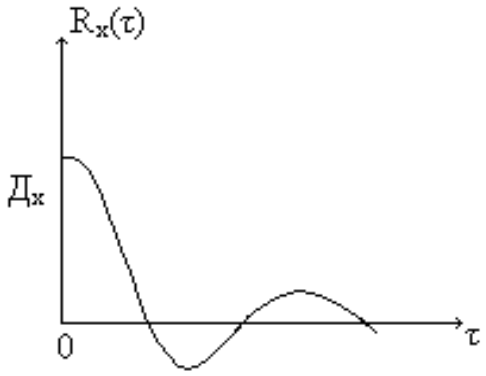
1) сигнал с экспоненциальной корреляционной функцией;
2) сигнал с экспоненциально-косинусной корреляционной функцией;
3) белый шум;
4) белый шум с ограниченной шириной спектра;
5) ступенчатый сигнал.

8.2.3 График корреляционной функции $R_x(\tau)$ какого случайного сигнала приведен на рисунке?



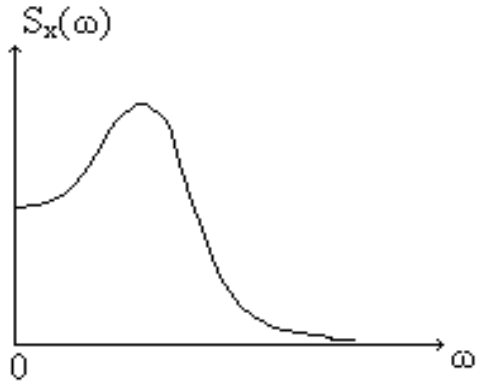
1) сигнал с экспоненциальной корреляционной функцией;
2) сигнал с экспоненциально-косинусной корреляционной функцией;
3) белый шум;
4) белый шум с ограниченной шириной спектра;
5) ступенчатый сигнал.

8.2.4 График корреляционной функции $R_x(\tau)$ какого случайного сигнала приведен на рисунке?



1) сигнал с экспоненциальной корреляционной функцией;
2) сигнал с экспоненциально-косинусной корреляционной функцией;
3) белый шум;
4) белый шум с ограниченной шириной спектра;
5) ступенчатый сигнал.

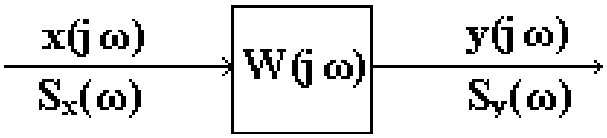
8.2.5 График спектральной плотности $S_x(\omega)$ какого случайного сигнала приведен на рисунке?



1) сигнал с экспоненциальной корреляционной функцией;
2) сигнал с экспоненциально-косинусной корреляционной функцией;
3) белый шум;
4) белый шум с ограниченной шириной спектра;
5) ступенчатый сигнал.

8.3. Преобразование случайного сигнала линейным динамическим звеном

8.3.1. Для нижеприведенной алгоритмической схемы



спектральная плотность $S_y(\omega)$ случайного сигнала равна

1) $S_y(\omega) = S_x(\omega)|W(j\omega)|$;

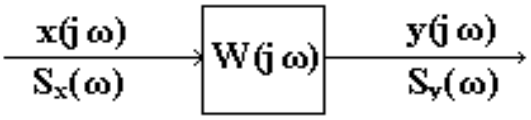
2) $S_y(\omega) = S_x(\omega)W(j\omega)$;

3) $S_y(\omega) = S_x(\omega)|W(j\omega)|^2$;

4) $S_y(\omega) = S_x(\omega)/|W(j\omega)|^2$;

5) $S_y(\omega) = S_x(\omega)/W(j\omega)$.

8.3.2. Для нижеприведенной алгоритмической схемы



дисперсия D_y выходного случайного сигнала равна

1) $D_y = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) W(j\omega) d\omega$;

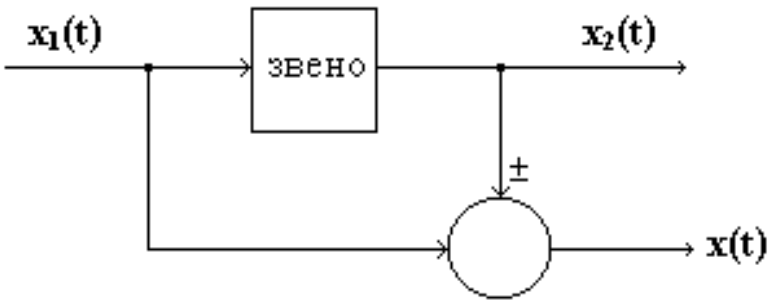
2) $D_y = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) |W(j\omega)| d\omega$;

3) $D_y = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) \frac{1}{W(j\omega)} d\omega$;

4) $D_y = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) |W(j\omega)|^2 d\omega$;

5) $D_y = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) \frac{1}{|W(j\omega)|^2}$.

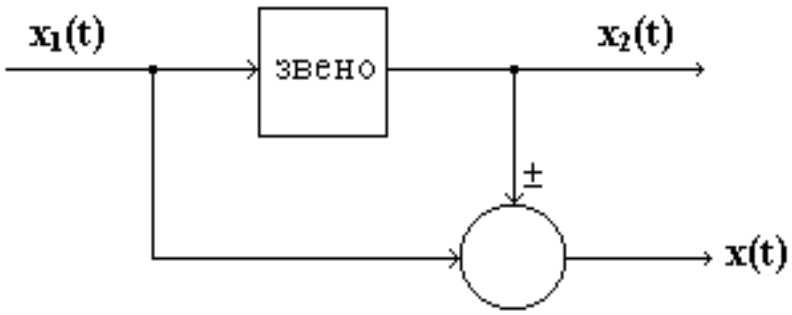
8.3.3. Если алгебраически (в соответствии с нижеприведенной схемой)



складываются два коррелированных (связанных) сигнала $x(t)=x_1(t)\pm x_2(t)$, то корреляционная функция равна

1) $R_x(\tau) = R_{x1}(\tau) \pm R_{x2}(\tau)$;
2) $R_x(\tau) = R_{x1}(\tau) + R_{x2}(\tau) \pm R_{x1x2}(\tau) \pm R_{x2x1}(\tau)$;
3) $R_x(\tau) = R_{x1}(\tau) + R_{x2}(\tau)$;
4) $R_x(\tau) = R_{x1}(\tau) + R_{x2}(\tau) \pm R_{x1x2}(\tau)$;
5) $R_x(\tau) = R_{x1}(\tau) + R_{x2}(\tau) \pm R_{x2x1}(\tau)$.

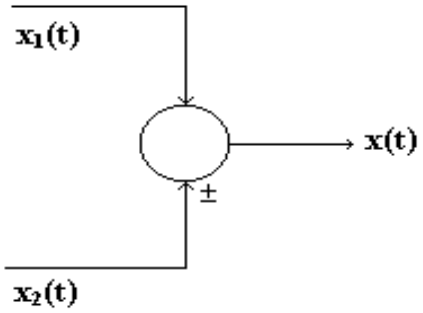
8.3.4. Если алгебраически (в соответствии с нижеприведенной схемой)



складываются два коррелированных (связанных) сигнала $x(t)=x_1(t)\pm x_2(t)$, то спектральная плотность $S_x(\omega)$ равна

1) $S_x(\omega) = S_{x1}(\omega) + S_{x2}(\omega)$;
2) $S_x(\omega) = S_{x1}(\omega) \pm S_{x2}(\omega)$;
3) $S_x(\omega) = S_{x1}(\omega) + S_{x2}(\omega) \pm S_{x1x2}(j\omega) \pm S_{x2x1}(j\omega)$;
4) $S_x(\omega) = S_{x1}(\omega) \pm S_{x2}(\omega) \pm S_{x1x2}(j\omega)$;
5) $S_x(\omega) = S_{x1}(\omega) + S_{x2}(\omega) \pm S_{x2x1}(j\omega)$.

8.3.5. Если алгебраически (в соответствии с нижеприведенной схемой)

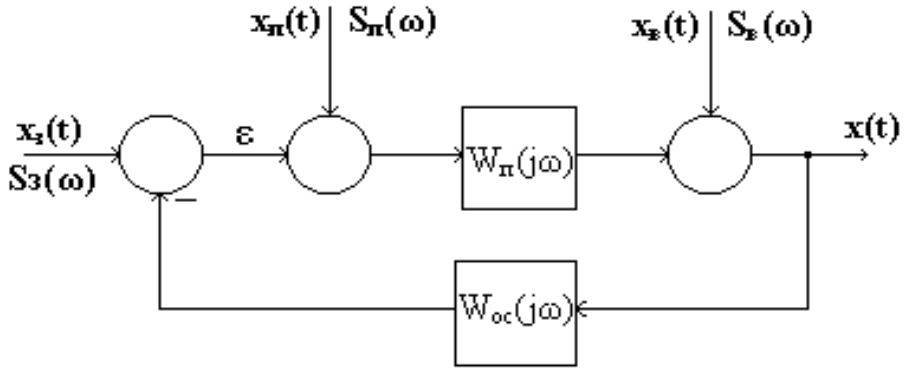


складываются два некоррелированных сигнала $x(t)=x_1(t)\pm x_2(t)$, то спектральная плотность $S_x(\omega)$ равна

1) $S_x(\omega) = S_{x1}(\omega) + S_{x2}(\omega)$;
2) $S_x(\omega) = S_{x1}(\omega) \pm S_{x2}(\omega)$;
3) $S_x(\omega) = S_{x1}(\omega) + S_{x2}(\omega) \pm S_{x1x2}(j\omega) \pm S_{x2x1}(j\omega)$;
4) $S_x(\omega) = S_{x1}(\omega) \pm S_{x2}(\omega) \pm S_{x1x2}(j\omega)$;
5) $S_x(\omega) = S_{x1}(\omega) + S_{x2}(\omega) \pm S_{x2x1}(j\omega)$.

8.4. Вычисление дисперсии сигнала ошибки замкнутой системы управления

8.4.1. Для алгоритмической схемы замкнутой системы дисперсия сигнала ошибки D_ε по каналу "$x_з$ - ε" равна



1) $D_{\varepsilon з} = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} S_з(\omega)\left|\frac{1}{1+W_п(j\omega)W_{ос}(j\omega)}\right| d\omega;$

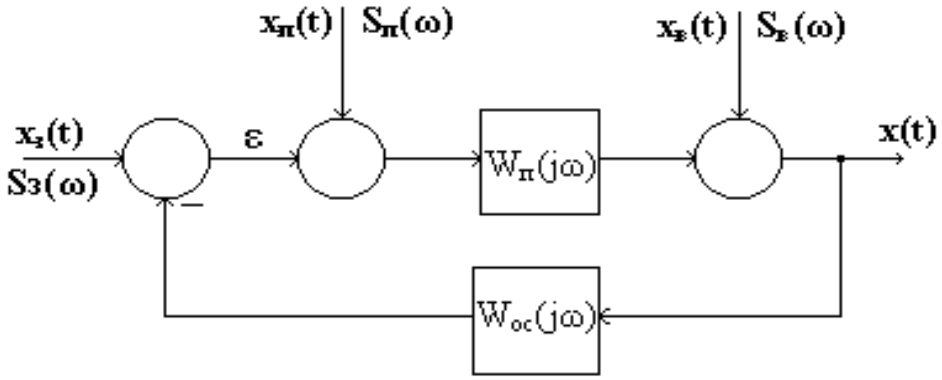
2) $D_{\varepsilon з} = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} S_з(\omega)\left|\frac{1}{1+W_п(j\omega)W_{ос}(j\omega)}\right|^2 d\omega;$

3) $D_{\varepsilon з} = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} S_з(\omega)\left|\frac{-W_п(j\omega)W_{ос}(j\omega)}{1+W_п(j\omega)W_{ос}(j\omega)}\right|^2 d\omega;$

4) $D_{\varepsilon з} = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} S_з(\omega)\left|\frac{-W_{ос}(j\omega)}{1+W_п(j\omega)W_{ос}(j\omega)}\right|^2 d\omega;$

5) $D_{\varepsilon з} = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} S_з(\omega)\left|\frac{W_п(j\omega)}{1+W_п(j\omega)W_{ос}(j\omega)}\right|^2 d\omega.$

8.4.2. Для алгоритмической схемы замкнутой системы дисперсия сигнала ошибки D_ε по каналу "$x_п - \varepsilon$" равна



1) $D_{\varepsilon п} = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} S_п(\omega)\left|\frac{W_п(j\omega)}{1+W_п(j\omega)W_{oc}(j\omega)}\right|^2 d\omega;$

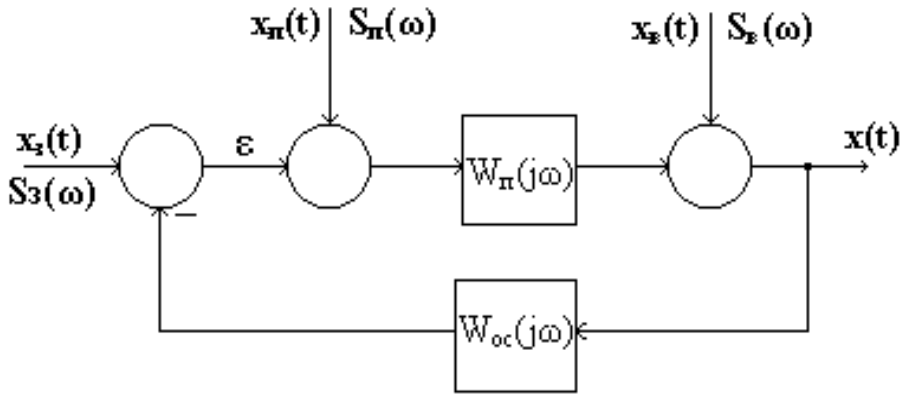
2) $D_{\varepsilon п} = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} S_п(\omega)\left|\frac{1}{1+W_п(j\omega)W_{oc}(j\omega)}\right| d\omega;$

3) $D_{\varepsilon п} = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} S_п(\omega)\left|\frac{1}{1+W_п(j\omega)W_{oc}(j\omega)}\right|^2 d\omega;$

4) $D_{\varepsilon п} = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} S_п(\omega)\left|\frac{-W_п(j\omega)W_{oc}(j\omega)}{1+W_п(j\omega)W_{oc}(j\omega)}\right|^2 d\omega;$

5) $D_{\varepsilon п} = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} S_п(\omega)\left|\frac{-W_п(j\omega)W_{oc}(j\omega)}{1+W_п(j\omega)W_{oc}(j\omega)}\right| d\omega.$

8.4.3. Для алгоритмической схемы замкнутой системы дисперсия сигнала ошибки D_ε по каналу "$x_в - \varepsilon$" равна



1) $D_{\varepsilon в} = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} S_в(\omega)\left|\frac{W_п(j\omega)}{1+W_п(j\omega)W_{oc}(j\omega)}\right| d\omega;$

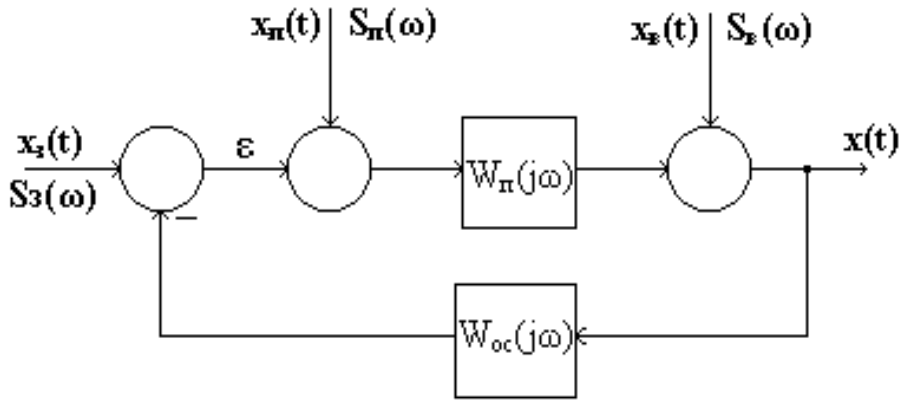
2) $D_{\varepsilon в} = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} S_в(\omega)\left|\frac{-W_{oc}(j\omega)}{1+W_п(j\omega)W_{oc}(j\omega)}\right| d\omega;$

3) $D_{\varepsilon в} = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} S_в(\omega)\left|\frac{-W_{oc}(j\omega)}{1+W_п(j\omega)W_{oc}(j\omega)}\right|^2 d\omega;$

4) $D_{\varepsilon в} = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} S_в(\omega)\left|\frac{W_п(j\omega)}{1+W_п(j\omega)W_{oc}(j\omega)}\right|^2 d\omega;$

5) $D_{\varepsilon в} = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} S_в(\omega)\left|\frac{1}{1+W_п(j\omega)W_{oc}(j\omega)}\right|^2 d\omega.$

8.4.4. Для алгоритмической схемы замкнутой системы дисперсия выходного сигнала D_x по каналу "$x_з$ - x" равна



1) $$D_x = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_з(\omega)\left|\frac{1}{1+W_п(j\omega)W_{oc}(j\omega)}\right| d\omega;$$

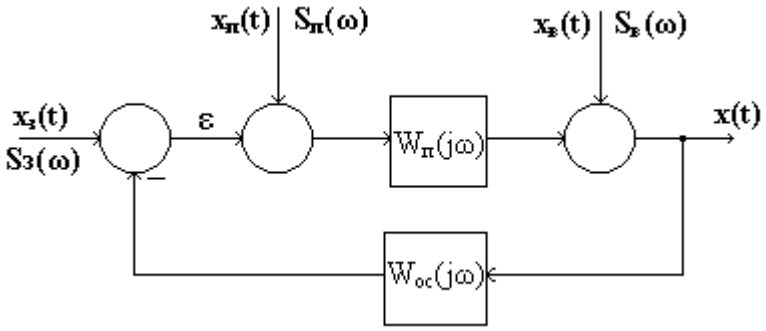
2) $$D_x = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_з(\omega)\left|\frac{1}{1+W_п(j\omega)W_{oc}(j\omega)}\right|^2 d\omega;$$

3) $$D_x = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_з(\omega)\left|\frac{-W_п(j\omega)W_{oc}(j\omega)}{1+W_п(j\omega)W_{oc}(j\omega)}\right|^2 d\omega;$$

4) $$D_x = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_з(\omega)\left|\frac{-W_{oc}(j\omega)}{1+W_п(j\omega)W_{oc}(j\omega)}\right|^2 d\omega;$$

5) $$D_x = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_з(\omega)\left|\frac{W_п(j\omega)}{1+W_п(j\omega)W_{oc}(j\omega)}\right| d\omega.$$

8.4.5 Для алгоритмической схемы замкнутой системы дисперсия сигнала ошибки D_ε при действии на систему трех некоррелированных сигналов $x_з(t)$, $x_п(t)$, $x_в(t)$ равна

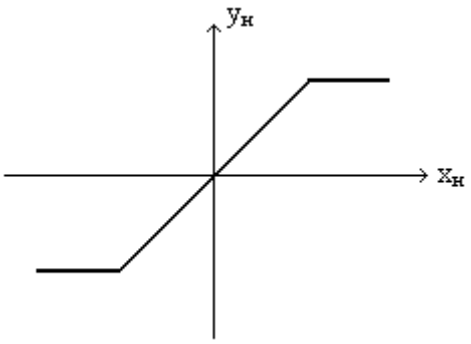


1) $D_\varepsilon = D_{\varepsilon з} + D_{\varepsilon п} - D_{\varepsilon в}$;
2) $D_\varepsilon = D_{\varepsilon з} - D_{\varepsilon п} - D_{\varepsilon в}$;
3) $D_\varepsilon = D_{\varepsilon з} + D_{\varepsilon п} + D_{\varepsilon в}$;
4) $D_\varepsilon = D_{\varepsilon з} - D_{\varepsilon п} + D_{\varepsilon в}$;
5) $D_\varepsilon = D_{\varepsilon п} + D_{\varepsilon в} - D_{\varepsilon з}$.

9. ХАРАКТЕРИСТИКИ И ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

9.1. Особенности нелинейных систем. Характеристики типовых нелинейных элементов

9.1.1. Какие элементы автоматической системы управления обладают нижеприведенной статической характеристикой?

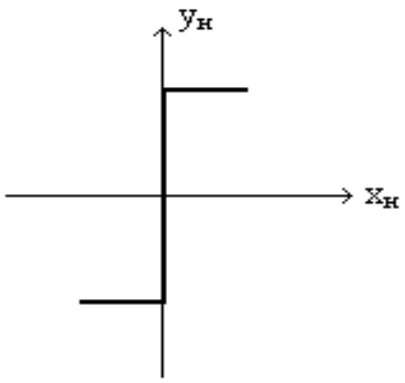


1) двухпозиционные регуляторы;
2) трехпозиционные регуляторы;
3) исполнительные органы с ограниченной пропускной способностью;
4) датчики;
5) релейные управляющие устройства.

9.1.2. Главной особенностью нелинейных систем с существенными нелинейностями является то, что

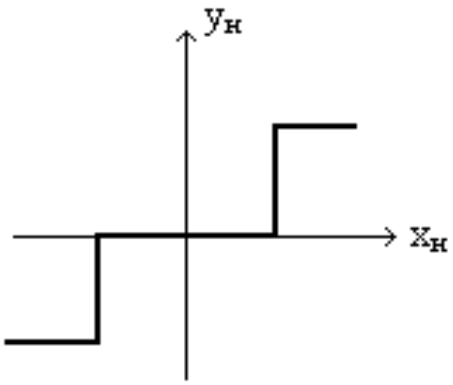
1) их устойчивость зависит от величины внешнего воздействия;
2) в них возможен режим автоколебаний;
3) они не подчиняются принципу суперпозиции (наложения сигналов);
4) форма переходного процесса зависит от величины внешнего воздействия;
5) показатели переходного процесса зависят от формы внешнего воздействия.

9.1.3. Какие элементы автоматической системы управления обладают нижеприведенной статической характеристикой?



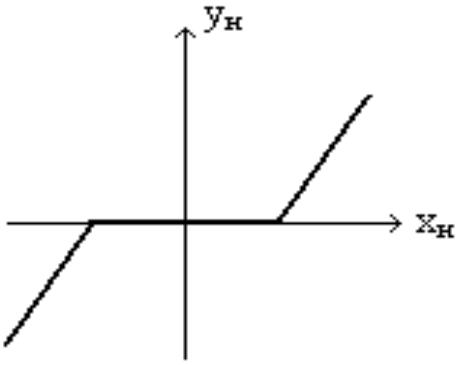
1) двухпозиционные регуляторы;
2) трехпозиционные регуляторы;
3) исполнительные органы с ограниченной пропускной способностью;
4) датчики;
5) релейные управляющие устройства.

9.1.4. Какие элементы автоматической системы управления обладают нижеприведенной статической характеристикой?



1) двухпозиционные регуляторы;
2) трехпозиционные регуляторы;
3) исполнительные органы с ограниченной пропускной способностью;
4) датчики;
5) релейные управляющие устройства.

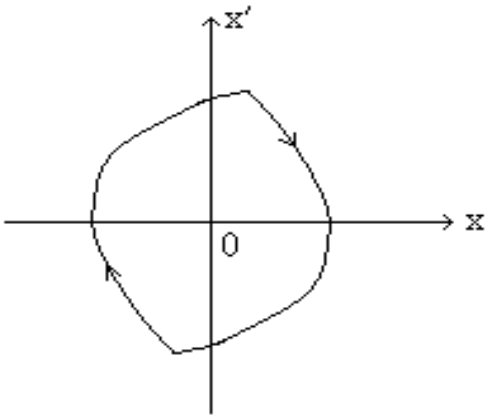
9.1.5. Какие элементы автоматической системы управления обладают нижеприведенной статической характеристикой?



1) двухпозиционные регуляторы;
2) трехпозиционные регуляторы;
3) исполнительные органы с ограниченной пропускной способностью;
4) датчики;
5) релейные управляющие устройства.

9.2. Метод фазовых траекторий

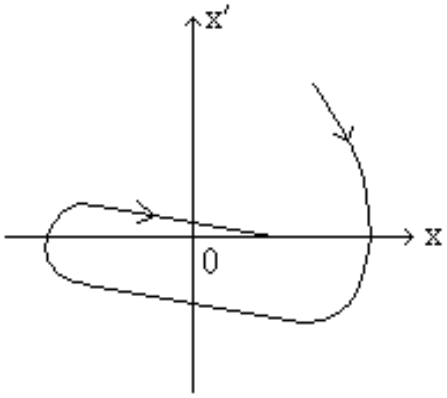
9.2.1. Нижеприведенная фазовая траектория



соответствует

1) устойчивой нелинейной системе;
2) неустойчивой нелинейной системе;
3) линейной системе, находящейся на колебательной границе устойчивости;
4) устойчивой линейной системе;
5) нелинейной системе, находящейся в режиме автоколебаний.

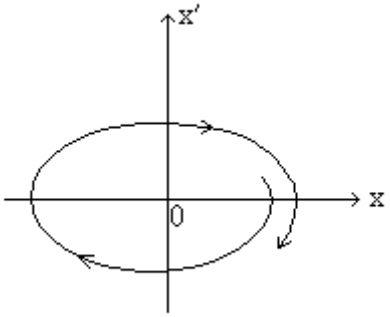
9.2.2. Нижеприведенная фазовая траектория



соответствует

1) устойчивой нелинейной системе;
2) неустойчивой нелинейной системе;
3) линейной системе, находящейся на колебательной границе устойчивости;
4) устойчивой линейной системе;
5) нелинейной системе, находящейся в режиме автоколебаний.

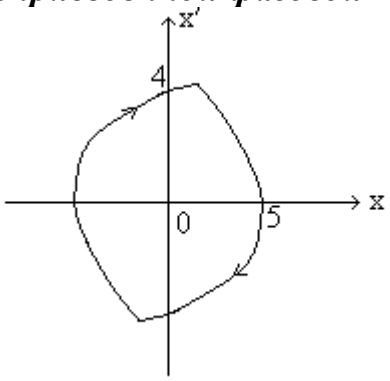
9.2.3. Нижеприведенная фазовая траектория



соответствует

1) устойчивой нелинейной системе;
2) неустойчивой нелинейной системе;
3) линейной системе, находящейся на колебательной границе устойчивости;
4) устойчивой линейной системе;
5) нелинейной системе, находящейся в режиме автоколебаний.

9.2.4. Амплитуда X_{ma} и частота ω_a автоколебаний в нелинейной системе в соответствии с нижеприведенной фазовой траекторией



равны

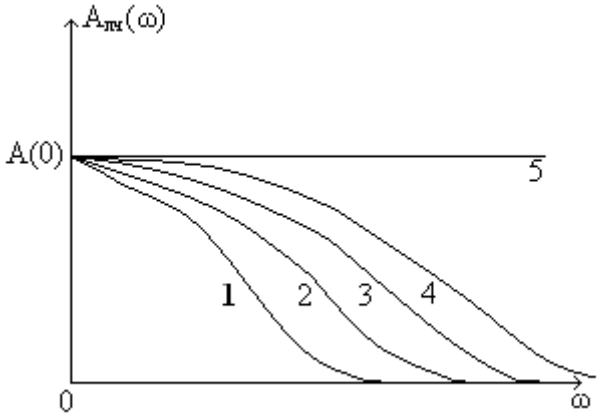
1) $X_{ma} \approx 5$, $\omega_a \approx 4$;
2) $X_{ma} \approx 5$, $\omega_a \approx 1{,}25$;
3) $X_{ma} \approx 4$, $\omega_a \approx 5$;
4) $X_{ma} \approx 5$, $\omega_a \approx 0{,}8$;
5) $X_{ma} \approx 4$, $\omega_a \approx 1{,}25$.

9.2.5. Метод фазовых траекторий представляет собой графо-аналитический способ исследования нелинейных систем и наиболее удобен для анализа систем

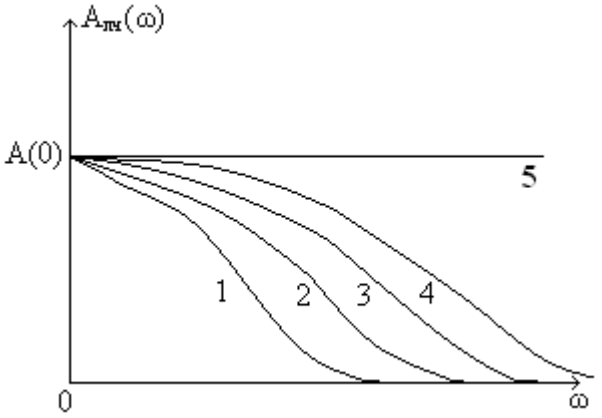
1) третьего порядка;
2) четвертого порядка;
3) второго порядка;
4) первого порядка;
5) любого порядка.

9.3. Метод гармонической линеаризации

9.3.1. Для какой из нелинейных систем, чьи амплитудно-частотные характеристики линейной части $A_{лч}(\omega)$ приведены на рисунке, более справедливо применение метода гармонической линеаризации?



9.3.2. Для какой из нелинейных систем, чьи амплитудно-частотные характеристики линейной части $A_{лч}(\omega)$ приведены на рисунке, нельзя применить метод гармонической линеаризации?



9.3.3. Метод гармонической линеаризации является приближенным методом исследования автоколебаний в нелинейной системе и применяется для анализа систем

1) первого порядка;
2) второго порядка;
3) любого порядка;
4) третьего порядка;
5) четвертого порядка.

9.3.4. Сущность метода гармонической линеаризации состоит в том, что нелинейная функция на выходе нелинейного элемента $y_н$ раскладывается в ряд

1) Тэйлора для двух членов разложения;
2) Маклорена для двух членов разложения;
3) Пада для двух членов разложения;
4) Фурье и заменяется первой гармоникой этого ряда;
5) Лорана для двух членов разложения.

9.3.5. Для того, чтобы можно было полагать, что в контуре нелинейной системы циркулирует гармонический сигнал, линейная часть системы должна быть

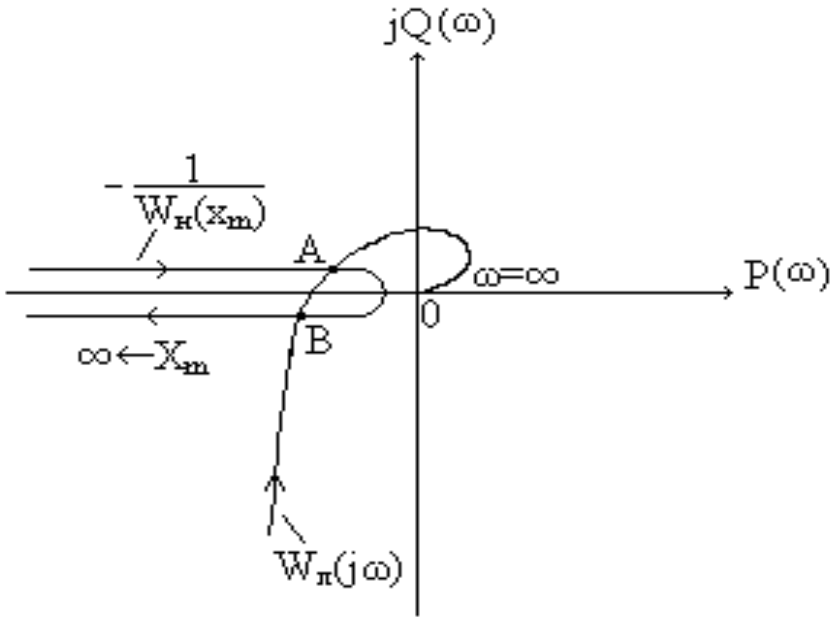
1) безынерционной;
2) сильноинерционной;
3) инерционной;
4) малоинерционной;
5) устойчивой.

9.4. Определение параметров автоколебаний в замкнутой системе управления

9.4.1. Может ли неустойчивая замкнутая линейная система работать в режиме автоколебаний, если в ее контур последовательно с линейными элементами включить нелинейный элемент?

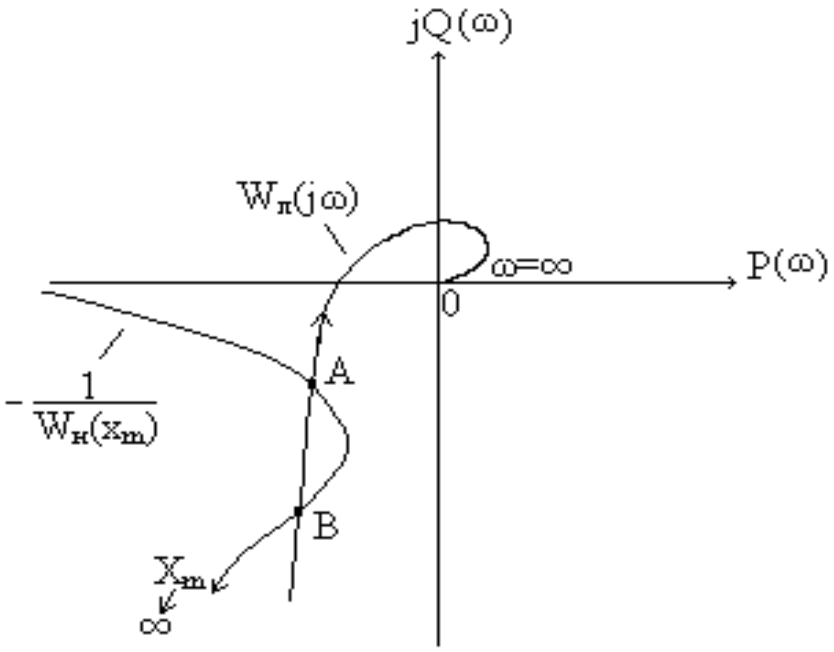
1) может;
2) не может;
3) может, если статическая характеристика нелинейного элемента имеет ограничение по ординате;
4) может, если уменьшить передаточный коэффициент разомкнутого контура линейной части;
5) может, если уменьшить постоянные времени системы.

9.4.2. Определить наличие (отсутствие) и устойчивость (неустойчивость) автоколебаний в нелинейной системе с амплитудно-фазовой частотной характеристикой линейной части $W_л(j\omega)$ и обратной амплитудной характеристикой нелинейного элемента $-\frac{1}{W_н(x_m)}$, приведенными на рисунке



1) в контуре есть устойчивые автоколебания;
2) в контуре есть неустойчивые автоколебания;
3) автоколебания в контуре отсутствуют;
4) в контуре есть неустойчивые автоколебания в точке А и устойчивые в точке В;
5) в контуре есть устойчивые автоколебания в точке А и неустойчивые в точке В.

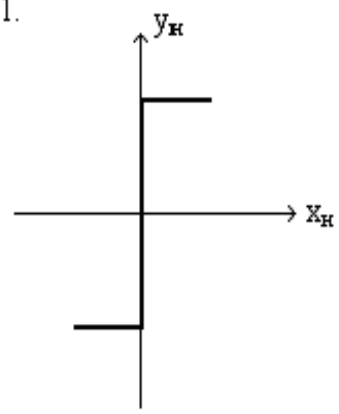
9.4.3. Определить наличие (отсутствие) и устойчивость (неустойчивость) автоколебаний в нелинейной системе с амплитудно-фазовой частотной характеристикой линейной части $W_л(j\omega)$ и обратной амплитудной характеристикой нелинейного элемента $-\frac{1}{W_н(x_m)}$, приведенными ниже



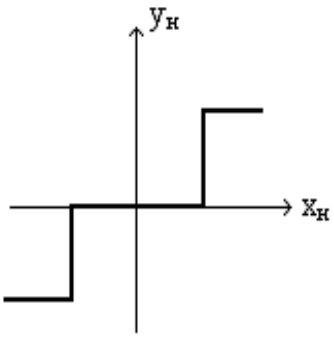
1) в контуре есть устойчивые автоколебания;
2) в контуре есть неустойчивые автоколебания;
3) автоколебания в контуре отсутствуют;
4) в контуре есть неустойчивые автоколебания в точке А и устойчивые в точке В;
5) в контуре есть устойчивые автоколебания в точке А и неустойчивые в точке В.

9.4.4. Для какой из нелинейностей, входящих в контур нелинейной системы, нельзя применить критерий устойчивости Михайлова для определения параметров автоколебаний?

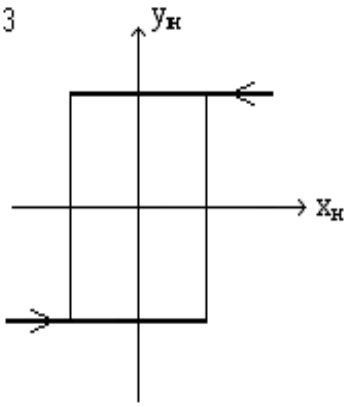
1.



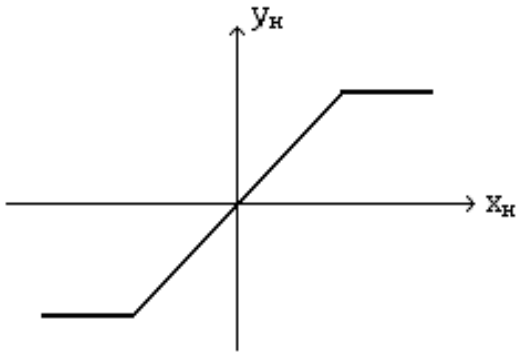
2.



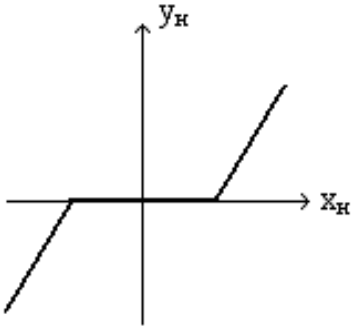
3



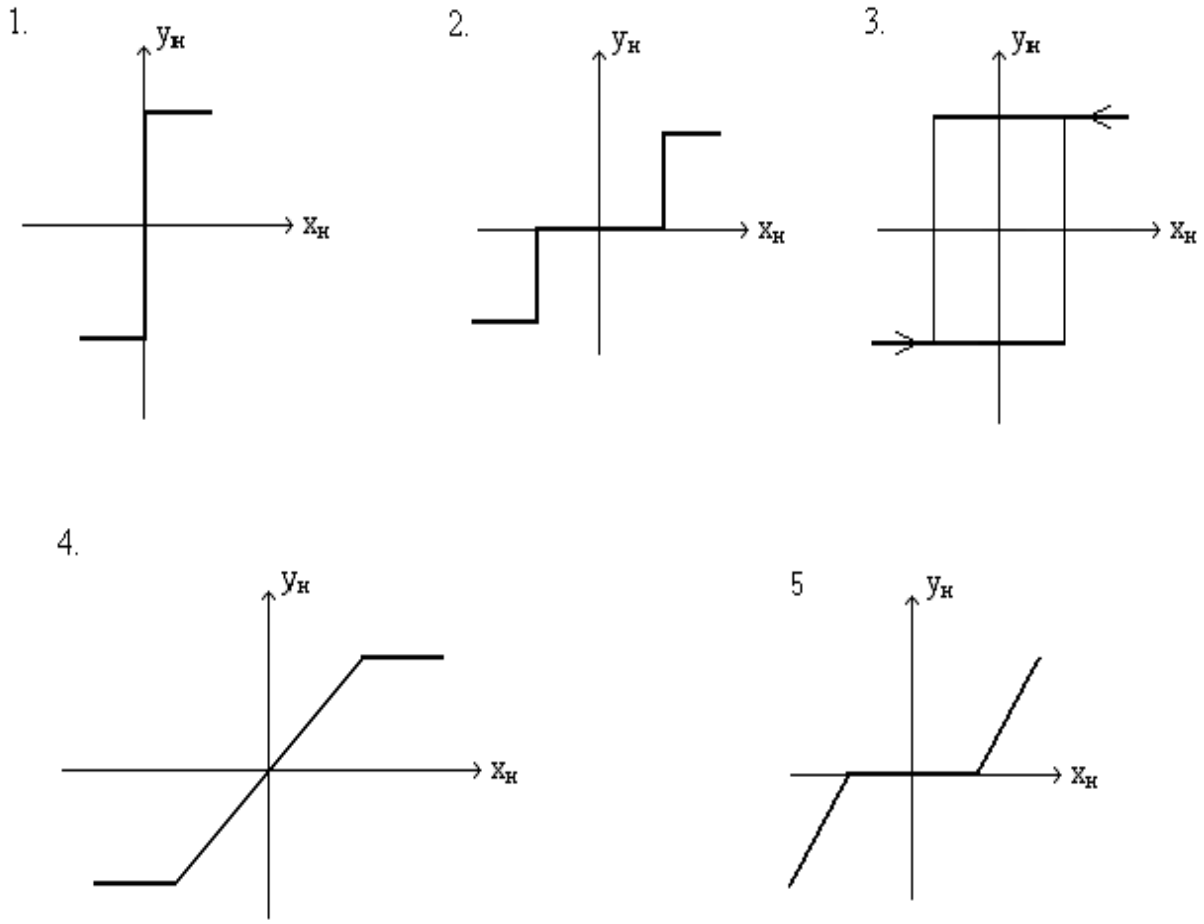
4.



5.



9.4.5. С какой из нелинейностей, входящих в контур нелинейной системы, в контуре невозможны автоколебания?



10. ОСНОВЫ АНАЛИЗА ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

10.1. Общие сведения о дискретных системах

10.1.1. При амплитудно-импульсной модуляции сигнала (АИМ) в дискретной системе существуют следующие соотношения между значениями модулирующего сигнала x(t), амплитудой (высотой) импульсов $x_и$, периодом повторения импульсов T, частотой повторения импульсов $\omega_д = \dfrac{2\pi}{T}$ и длительностью импульсов $\tau_и$:

1) $x_и \equiv x(t)$, $T = \text{const}$, $\tau_и = \text{const}$;
2) $x_и = \text{const}$, $T = \text{const}$, $\tau_и \equiv x(t)$;
3) $x_и = \text{const}$, $\omega_д \equiv x(t)$, $\tau_и = \text{const}$;
4) $x_и \equiv x(t)$, $T = \text{const}$, $\tau_и \equiv x(t)$;
5) $x_и = \text{const}$, $\omega_д \equiv x(t)$, $\tau_и \equiv x(t)$.

10.1.2. При широтно-импульсной модуляции сигнала (ШИМ) в дискретной системе существуют следующие соотношения между значениями модулирующего сигнала x(t), амплитудой (высотой) импульсов $x_и$, периодом повторения импульсов T, частотой повторения импульсов $\omega_д = \frac{2\pi}{T}$ и длительностью импульсов $\tau_и$:

1) $x_и \equiv x(t)$, $T = \text{const}$, $\tau_и = \text{const}$;
2) $x_и = \text{const}$, $T = \text{const}$, $\tau_и \equiv x(t)$;
3) $x_и = \text{const}$, $\omega_д \equiv x(t)$, $\tau_и = \text{const}$;
4) $x_и \equiv x(t)$, $T = \text{const}$, $\tau_и \equiv x(t)$;
5) $x_и = \text{const}$, $\omega_д \equiv x(t)$, $\tau_и \equiv x(t)$.

10.1.3. При частотно-импульсной модуляции сигнала (ЧИМ) в дискретной системе существуют следующие соотношения между значениями модулирующего сигнала x(t), амплитудой (высотой) импульсов $x_и$, периодом повторения импульсов T, частотой повторения импульсов $\omega_д = \frac{2\pi}{T}$ и длительностью импульсов $\tau_и$:

1) $x_и \equiv x(t)$, $T = \text{const}$, $\tau_и = \text{const}$;
2) $x_и = \text{const}$, $T = \text{const}$, $\tau_и \equiv x(t)$;
3) $x_и = \text{const}$, $\omega_д \equiv x(t)$, $\tau_и = \text{const}$;
4) $x_и \equiv x(t)$, $T = \text{const}$, $\tau_и \equiv x(t)$;
5) $x_и = \text{const}$, $\omega_д \equiv x(t)$, $\tau_и \equiv x(t)$.

10.1.4. При каком условии формирующий элемент в импульсной системе можно назвать фиксирующим (запоминающим) или экстраполятором нулевого порядка?

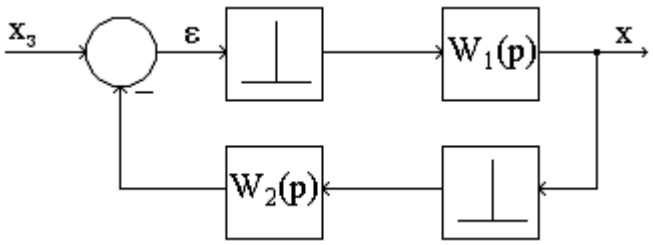
1) если частота повторения импульсов $\omega_д$ равна периоду повторения импульсов T ($\omega_д = T$);
2) если амплитуда импульсов $x_и$ пропорциональна периоду повторения импульсов T ($x_и \equiv T$);
3) если амплитуда импульсов $x_и$ пропорциональна длительности импульсов $\tau_и$ ($x_и \equiv \tau_и$);
4) если длительность импульсов $\tau_и$ равна периоду повторения импульсов T ($\tau_и = T$);
5) если частота повторения импульсов $\omega_д$ пропорциональна длительности импульсов $\tau_и$ ($\omega_д \equiv \tau_и$).

10.1.5. При каких соотношениях между частотой повторения импульсов $\omega_д$ и спектром частот непрерывной части, ограниченным частотой ω_x, в импульсной системе не происходит потери информации (теорема Котельникова)?

1) $\omega_д \le 2\omega_x$;
2) $\omega_д < \omega_x$;
3) $\omega_д = \omega_x$;
4) $\omega_д \ge \omega_x$;
5) $\omega_д \ge 2\omega_x$.

10.2. Математическое описание импульсной системы

10.2.1. Дискретную передаточную функцию Ф(z) замкнутой импульсной системы по каналу "$x_з$ - x" записывают в виде



1) $\Phi(z) = \dfrac{X(z)}{X_з(z)} = \dfrac{W_1(z)}{1 + W_1(z)W_2(z)}$;

2) $\Phi(z) = \dfrac{X(z)}{X_з(z)} = \dfrac{W_1(z)}{1 + W_1 W_2(z)}$;

3) $\Phi(z) = \dfrac{X(z)}{X_з(z)} = \dfrac{1}{1 + W_1(z)W_2(z)}$;

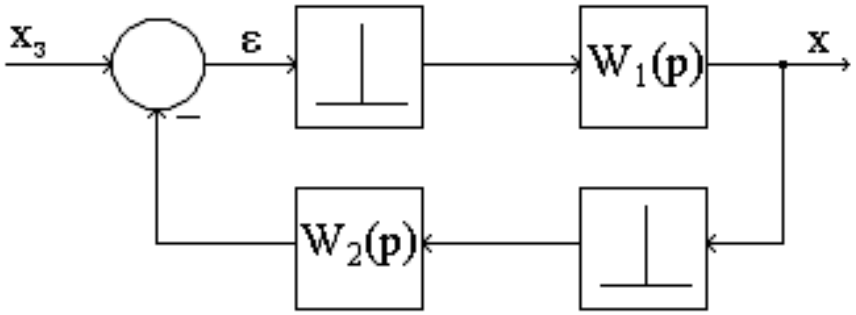
4) $\Phi(z) = \dfrac{X(z)}{X_з(z)} = \dfrac{1}{1 + W_1 W_2(z)}$;

5) $\Phi(z) = \dfrac{X(z)}{X_з(z)} = \dfrac{W_1(z)}{1 - W_1(z)W_2(z)}$.

10.2.2. Как связан оператор Z-преобразования "Z" с оператором преобразования Лапласа "p"?

1) $Z = e^{-pT}$;
2) $Z = Te^{pT}$;
3) $Z = e^{pT}$;
4) $Z = Te^{-pT}$;
5) $Z = \frac{1}{T}e^{pT}$.

10.2.3. Дискретную передаточную функцию Φ(z) замкнутой импульсной системы по каналу "$x_з$ - ε" записывают в виде



1) $\Phi(z) = \frac{\varepsilon(z)}{X_з(z)} = \frac{W_1(z)}{1 + W_1(z)W_2(z)}$;

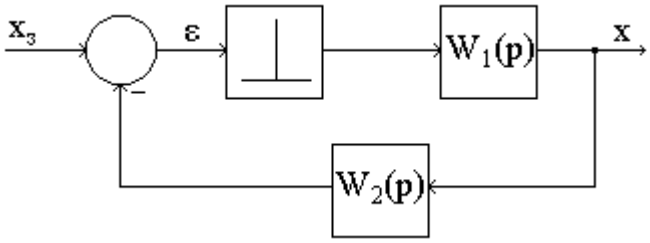
2) $\Phi(z) = \frac{\varepsilon(z)}{X_з(z)} = \frac{W_1(z)}{1 + W_1W_2(z)}$;

3) $\Phi(z) = \frac{\varepsilon(z)}{X_з(z)} = \frac{1}{1 + W_1(z)W_2(z)}$;

4) $\Phi(z) = \frac{\varepsilon(z)}{X_з(z)} = \frac{1}{1 + W_1W_2(z)}$;

5) $\Phi(z) = \frac{\varepsilon(z)}{X_з(z)} = \frac{W_1(z)}{1 - W_1(z)W_2(z)}$.

10.2.4. Дискретную передаточную функцию Φ(z) замкнутой импульсной системы по каналу "$x_з$ - x" записывают в виде



1) $\Phi(z)=\dfrac{X(z)}{X_з(z)}=\dfrac{W_1(z)}{1+W_1(z)W_2(z)}$;

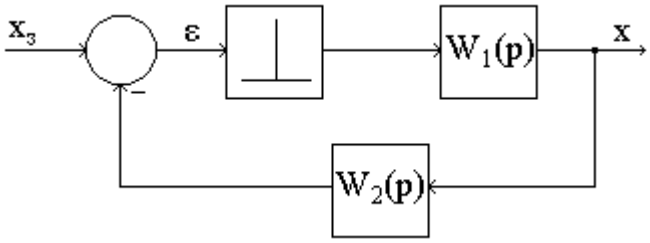
2) $\Phi(z)=\dfrac{X(z)}{X_з(z)}=\dfrac{W_1(z)}{1+W_1W_2(z)}$;

3) $\Phi(z)=\dfrac{X(z)}{X_з(z)}=\dfrac{1}{1+W_1(z)W_2(z)}$;

4) $\Phi(z)=\dfrac{X(z)}{X_з(z)}=\dfrac{1}{1+W_1W_2(z)}$;

5) $\Phi(z)=\dfrac{X(z)}{X_з(z)}=\dfrac{W_1(z)}{1-W_1(z)W_2(z)}$.

10.2.5. Дискретную передаточную функцию Φ(z) замкнутой импульсной системы по каналу "$x_з$ - ε" записывают в виде



1) $\Phi(z)=\dfrac{\varepsilon(z)}{X_з(z)}=\dfrac{W_1(z)}{1+W_1(z)W_2(z)}$;

2) $\Phi(z)=\dfrac{\varepsilon(z)}{X_з(z)}=\dfrac{W_1(z)}{1+W_1W_2(z)}$;

3) $\Phi(z)=\dfrac{\varepsilon(z)}{X_з(z)}=\dfrac{1}{1+W_1(z)W_2(z)}$;

4) $\Phi(z)=\dfrac{\varepsilon(z)}{X_з(z)}=\dfrac{1}{1+W_1W_2(z)}$;

5) $\Phi(z)=\dfrac{\varepsilon(z)}{X_з(z)}=\dfrac{W_1(z)}{1-W_1(z)W_2(z)}$.

10.3. Устойчивость импульсных систем

10.3.1. Для того, чтобы замкнутая импульсная система, описываемая характеристическим уравнением $a_0z^n+a_1z^{n-1}+\ldots+a_n=0$ была устойчивой, к корням характеристического уравнения предъявляют требования:

1) $|z_к| > 1$;
2) $|z_к| << 1$;
3) $|z_к| < 1$;
4) $|z_к| = 1$;
5) $|z_к| >> 1$.

10.3.2. При каких значениях передаточного коэффициента разомкнутого контура "к" и периода повторения импульсов T* устойчива *замкнутая импульсная система, описываемая характеристическим уравнением $z+кT-1=0$?

1) $к = 2$, $T = 1$;
2) $к = 0{,}5$, $T = 0{,}5$;
3) $к = 2$, $T = 1{,}5$;
4) $к = 4$, $T = 0{,}5$;
5) $к = 2$, $T = 2$.

10.3.3. При каких значениях передаточного коэффициента разомкнутого контура "к" и периода повторения импульсов T, замкнутая импульсная система, описываемая характеристическим уравнением $z+кT-1=0$, будет неустойчивой?

1) $к = 2$, $T = 1$;
2) $к = 0{,}5$, $T = 0{,}5$;
3) $к = 2$, $T = 1{,}5$;
4) $к = 4$, $T = 0{,}5$;
5) $к = 2$, $T = 0{,}2$.

10.3.4. При каких значениях передаточного коэффициента разомкнутого контура "к" и периода повторения импульсов T, замкнутая импульсная система, описываемая характеристическим уравнением $z+кT-1=0$, будет находиться* на границе устойчивости*?

1) $к = 2$, $T = 1{,}5$;
2) $к = 0{,}5$, $T = 0{,}5$;
3) $к = 2$, $T = 0{,}2$;
4) $к = 2$, $T = 1$;
5) $к = 2$, $T = 2$.

10.3.5. Какое соотношение должно быть между передаточным коэффициентом разомкнутого контура "к" и периодом повторения импульсов T в замкнутой* устойчивой *импульсной системе, характеристическое уравнение которой с целью использования аналога критерия устойчивости Гурвица приведено к виду кTw+2-кT=0?

1) $к = 2T$;
2) $к = 0{,}5T$;
3) $к > \frac{2}{T}$;
4) $к = \frac{2}{T}$;
5) $к < \frac{2}{T}$.

10.4. Качество импульсных систем

10.4.1. Определить, используя теорему Лапласа о конечном значении оригинала относительно сигнала ошибки $\varepsilon(\infty) = \lim\limits_{j\to\infty} \varepsilon(jT) = \lim\limits_{z\to 1} \frac{z-1}{z} \Phi_\varepsilon(z) x_з(z)$, ***точность импульсной системы в установившемся режиме при*** $x_з(t)=a\cdot 1(t)$ $[x_з(z) = \frac{az}{z-1}]$, ***если дискретная передаточная функция*** $\Phi_\varepsilon(z) = \frac{z-1}{z+kT-1}$

1) $\varepsilon(\infty) = 1 / к$;
2) $\varepsilon(\infty) = a / к$;
3) $\varepsilon(\infty) = 0$;
4) $\varepsilon(\infty) = \infty$;
5) $\varepsilon(\infty) = ак$.

10.4.2. Определить, используя теорему Лапласа о конечном значении оригинала относительно сигнала ошибки $\varepsilon(\infty) = \lim\limits_{j\to\infty} \varepsilon(jT) = \lim\limits_{z\to 1} \frac{z-1}{z} \Phi_\varepsilon(z) x_з(z)$, ***точность импульсной системы в установившемся режиме при*** $x_з(t)=at\cdot 1(t)$ $[x_з(z) = \frac{aTz}{z-1}]$, ***если дискретная передаточная функция*** $\Phi_\varepsilon(z) = \frac{z-1}{z+kT-1}$

1) $\varepsilon(\infty) = 1 / к$;
2) $\varepsilon(\infty) = a / к$;
3) $\varepsilon(\infty) = 0$;
4) $\varepsilon(\infty) = \infty$;
5) $\varepsilon(\infty) = ак$.

10.4.3. Найти величину перерегулирования σ в замкнутой импульсной системе с интегратором по каналу "$x_з$ - x", если z-изображение выходной величины системы $x(z)=1{,}5z^{-1}+0{,}75z^{-2}+1{,}125z^{-3}+0{,}937z^{-4}+\ldots$

1) σ = 0;
2) σ = 20 %;
3) σ = 30 %;
4) σ = 50 %;
5) σ = 40 %.

10.4.4. Найти установившееся значение выходной величины $x(\infty)$ импульсной системы с передаточной функцией $\Phi(z)=\dfrac{x(z)}{x_з(z)}=\dfrac{1{,}5}{z+0{,}5}$ ***при*** $x_з(t)=1(t)$ **[*для нахождения $x(\infty)$ следует в передаточной функции $\Phi(z)$ сделать подстановку $z=e^{pT}$ и использовать формулу $\Phi(0)=x(\infty)$*]**

1) $x(\infty) = 0$;

2) $x(\infty) = \infty$;

3) $x(\infty) = 0{,}8$;

4) $x(\infty) = 0{,}3$;

5) $x(\infty) = 1$.

10.4.5. Для того, чтобы переходный процесс в импульсной системе заканчивался за конечное число периодов T, равное порядку системы "n", коэффициенты характеристического уравнения системы $a_0z^n+a_1z^{n-1}+a_2z^{n-2}+\ldots+a_n=0$ должны удовлетворять условиям

1) $a_n = 0$;

2) $a_0 = 0$;

3) $a_n = 1$;

4) $a_0 = 1$;

5) $a_1 = a_2 = a_3 = \ldots = a_n = 0$.

11. ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ И АДАПТИВНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

11.1. Общая характеристика и классификация задач оптимального управления

11.1.1. Автоматическая система управления называется **оптимальной,**

1) если она имеет наименьшую площадь под графиком переходного процесса управляемой величины;

2) если она при любых детерминированных воздействиях имеет удовлетворительные показатели качества;

3) если она среди всех систем рассматриваемого класса осуществляет наилучшее в определенном смысле управление;

4) если она при любых случайных воздействиях обеспечивает минимальную среднеквадратичную ошибку;

5) если она обеспечивает наилучшее быстродействие.

11.1.2. Критерием оптимальности называют:

1) количественную меру, на основании которой выбирают наилучший режим работы объекта управления;

2) количественную меру, по которой производятся сравнительная оценка возможных вариантов управления и выбор наилучшего варианта;

3) количественную меру, по которой производится сравнительная оценка различных режимов функционирования объекта;

4) количественную меру, на основании которой выбирают наилучший вариант управляющих воздействий;

5) технический или технико-экономический критерий, обеспечивающий наилучший режим работы системы.

11.1.3. Равномерно-оптимальной называют систему,

1) в которой наилучшее поведение системы обеспечивается только в среднем (например, системы под воздействием случайных возмущений);

2) в которой обеспечивается наилучший по сравнению с другими системами результат только в наихудшем случае;

3) в которой есть полная информация об объекте управления;

4) в которой каждый отдельный процесс является оптимальным (например, системы оптимальные по быстродействию);

5) в которой критерий оптимальности содержит ограничения на управляющее воздействие.

11.1.4. Статистически-оптимальной называют систему,

1) в которой наилучшее поведение системы обеспечивается только в среднем (например, системы под воздействием случайных возмущений);
2) в которой обеспечивается наилучший по сравнению с другими системами результат только в наихудшем случае;
3) в которой есть полная информация об объекте управления;
4) в которой каждый отдельный процесс является оптимальным (например, системы оптимальные по быстродействию);
5) в которой критерий оптимальности содержит ограничения на управляющее воздействие.

11.1.5. Минимаксно-оптимальной называют систему,

1) в которой наилучшее поведение системы обеспечивается только в среднем (например, системы под воздействием случайных возмущений);
2) в которой обеспечивается наилучший по сравнению с другими системами результат только в наихудшем случае;
3) в которой есть полная информация об объекте управления;
4) в которой каждый отдельный процесс является оптимальным (например, системы оптимальные по быстродействию);
5) в которой критерий оптимальности содержит ограничения на управляющее воздействие.

11.2 Критерии оптимальности

11.2.1. Системами, оптимальными по быстродействию, называют системы,

1) в которых обеспечивается минимальная площадь под графиком переходного процесса управляемой величины или сигнала ошибки;
2) которые имеют минимальные отклонения действительных координат объекта от желаемых значений;
3) которые при переводе изображающей точки фазового пространства из начального состояния в заданное обеспечивают минимум интеграла квадрата управляющих воздействий;
4) у которых достигается наименьшее время перевода изображающей точки объекта управления в фазовом пространстве из одного состояния в другое;
5) у которых обеспечивается перевод изображающей точки в фазовом пространстве из начального состояния в заданное при минимальных затратах ресурсов.

11.2.2. Системами, оптимальными по расходу материальных ресурсов, называют системы,

1) в которых обеспечивается минимальная площадь под графиком переходного процесса управляемой величины или сигнала ошибки;
2) которые имеют минимальные отклонения действительных координат объекта от желаемых значений;
3) которые при переводе изображающей точки фазового пространства из начального состояния в заданное обеспечивают минимум интеграла квадрата управляющих воздействий;
4) у которых достигается наименьшее время перевода изображающей точки объекта управления в фазовом пространстве из одного состояния в другое;
5) у которых обеспечивается перевод изображающей точки в фазовом пространстве из начального состояния в заданное при минимальных затратах ресурсов.

11.2.3. Системами, оптимальными по расходу энергии, называют системы,

1) в которых обеспечивается минимальная площадь под графиком переходного процесса управляемой величины или сигнала ошибки;
2) которые имеют минимальные отклонения действительных координат объекта от желаемых значений;
3) которые при переводе изображающей точки фазового пространства из начального состояния в заданное обеспечивают минимум интеграла квадрата управляющих воздействий;
4) у которых достигается наименьшее время перевода изображающей точки объекта управления в фазовом пространстве из одного состояния в другое;
5) у которых обеспечивается перевод изображающей точки в фазовом пространстве из начального состояния в заданное при минимальных затратах ресурсов.

11.2.4. Системами, оптимальными по потерям управления, называют системы,

1) в которых обеспечивается минимальная площадь под графиком переходного процесса управляемой величины или сигнала ошибки;
2) которые имеют минимальные отклонения действительных координат объекта от желаемых значений;
3) которые при переводе изображающей точки фазового пространства из начального состояния в заданное обеспечивают минимум интеграла квадрата управляющих воздействий;
4) у которых достигается наименьшее время перевода изображающей точки объекта управления в фазовом пространстве из одного состояния в другое;
5) у которых обеспечивается перевод изображающей точки в фазовом пространстве из начального состояния в заданное при минимальных затратах ресурсов.

11.2.5. Системами, оптимальными в смысле минимума квадратичной интегральной оценки, называют системы,

1) в которых обеспечивается минимальная площадь под графиком переходного процесса управляемой величины или сигнала ошибки;
2) которые имеют минимальные отклонения действительных координат объекта от желаемых значений;
3) которые при переводе изображающей точки фазового пространства из начального состояния в заданное обеспечивают минимум интеграла квадрата управляющих воздействий;
4) у которых достигается наименьшее время перевода изображающей точки объекта управления в фазовом пространстве из одного состояния в другое;
5) у которых обеспечивается перевод изображающей точки в фазовом пространстве из начального состояния в заданное при минимальных затратах ресурсов.

11.3. Принцип максимума и метод динамического программирования

11.3.1. При решении задач оптимального управления с использованием принципа максимума Понтрягина математическое описание объекта n-го порядка должно быть представлено

1) в виде передаточной функции;
2) с помощью “*n*” дифференциальных уравнений первого порядка (форма Коши);
3) в виде амплитудно-фазовой частотной функции;
4) в виде дифференциального уравнения *n*-го порядка;
5) в виде переходной функции.

11.3.2. Основная задача принципа максимума Понтрягина состоит

1) в синтезе оптимального по быстродействию закона управления линейным стационарным объектом в разомкнутом контуре;
2) в синтезе оптимального по быстродействию закона управления линейным стационарным объектом в замкнутом контуре;
3) в отыскании в классе ступенчатых кусочно-непрерывных функций, лежащих в замкнутой области допустимых управлений, оптимального управления, соответствующего принятому критерию оптимальности;
4) в синтезе оптимального по быстродействию закона управления линейным нестационарным объектом в разомкнутом контуре;
5) в синтезе оптимального по быстродействию закона управления нелинейным нестационарным объектом в замкнутом контуре.

11.3.3. Суть принципа максимума Понтрягина состоит в том,

1) чтобы быстрее реализовать нужный критерий оптимальности;
2) чтобы без экономических потерь реализовать заданный критерий оптимальности;
3) чтобы найти алгоритм управления, обеспечивающий перевод объекта из заданного начального состояния в заданное конечное состояние за минимальное время;
4) что для быстрейшего достижения цели управления необходимо использовать максимально допустимые управления, т. е. такие, которые лежат на границе областей допустимых значений;
5) чтобы найти алгоритм управления при заданном критерии оптимальности и ограничениях на управляющее воздействие.

11.3.4. Метод динамического программирования Беллмана основан на “принципе оптимальности”, в котором говорится, что

1) для нахождения оптимального управления необходима поэтапная (пошаговая) оптимизация траектории управляемой величины в фазовом пространстве;
2) на каждом шаге управления закон управления должен быть разный;
3) при пошаговой оптимизации траектории управляемой величины в фазовом пространстве сначала оптимизируют последний участок траектории;
4) оптимальное управление не зависит от “предыстории” системы и определяется лишь ее состоянием в рассматриваемый момент времени;
5) при пошаговой оптимизации траектории управляемой величины в фазовом пространстве сначала оптимизируют начальный участок траектории.

11.3.5. При решении задач оптимального управления с использованием метода динамического программирования Беллмана математическое описание объекта n-го порядка должно быть представлено

1) в виде передаточной функции;
2) с помощью “*n*” дифференциальных уравнений первого порядка (форма Коши);
3) в виде амплитудно-фазовой частотной функции;
4) в виде дифференциального уравнения *n*-го порядка;
5) в виде переходной функции.

11.4. Адаптивные системы управления

11.4.1. Адаптивными (самоприспособляющимися) называют такие системы управления, которые

1) в условиях непредвиденного изменения свойств управляемого объекта автоматически изменяют структуру управляющего устройств
2) в условиях непредвиденного изменения свойств управляемого объекта, внешних воздействий или цели управления автоматически изменяют структуру или параметры управляющего устройства, обеспечивая необходимое качество управления;
3) в условиях непредвиденного изменения внешних воздействий автоматически изменяют параметры управляющего устройства;
4) в условиях изменения цели управления автоматически изменяют структуру и параметры управляющего устройства;
5) в условиях непредвиденного изменения свойств управляемого объекта автоматически изменяют параметры управляющего устройства.

11.4.2. В самонастраивающихся системах адаптация

1) осуществляется изменением параметров управляющего устройства;
2) осуществляется изменением параметров управляющего воздействия;
3) осуществляется изменением параметров управляющего устройства или управляющего воздействия;
4) достигается изменением структуры управляющего устройства;
5) достигается изменением структуры и параметров управляющего устройства.

11.4.3. В самоорганизующихся системах адаптация

1) осуществляется изменением параметров управляющего устройства;
2) осуществляется изменением параметров управляющего воздействия;
3) осуществляется изменением параметров управляющего устройства или управляющего воздействия;
4) достигается изменением структуры управляющего устройства;
5) достигается изменением структуры и параметров управляющего устройства.

11.4.4. Системами оптимизации называют адаптивные системы, которые обеспечивают

1) выполнение какого-либо критерия оптимальности;
2) достижение какого-либо показателя качества;
3) во время управления изучение характеристик объекта;
4) во время управления поиск наилучшего управляющего воздействия;
5) в процессе функционирования экстремизацию какого-либо показателя качества.

11.4.5. Экстремальной системой управления называют

1) самонастраивающуюся систему с оптимизацией какого-либо показателя статического режима объекта;
2) систему, в которой достигается оптимум какого-либо показателя по квадратичному критерию;
3) систему, в которой минимизируют расход энергии или материального ресурса;
4) систему, которая обеспечивает стабилизацию качества управления;
5) систему, которая обеспечивает оптимизацию качества управления.

ОТВЕТЫ

1.1.1 – 2	1.2.1 -2	1.3.1 - 3	1.4.1 – 4		
1.1.2 – 3	1.2.2 - 3	1.3.2 - 3	1.4.2 – 5		
1.1.3 – 4	1.2.3 - 1	1.3.3 - 3	1.4.3 – 2		
1.1.4 – 5	1.2.4 - 5	1.3.4 - 4	1.4.4 – 3		
1.1.5 - 1	1.2.5 - 4	1.3.5 - 5	1.4.5 – 4		
2.1.1 - 3	2.2.1 - 3	2.3.1 - 2	2.4.1 - 4	2.5.1 - 3	2.6.1 – 4
2.1.2 - 4	2.2.2 - 2	2.3.2 - 3	2.4.2 - 5	2.5.2 - 4	2.6.2 – 3
2.1.3 - 5	2.2.3 - 3	2.3.3 - 4	2.4.3 - 3	2.5.3 - 2	2.6.3 – 5
2.1.4 - 3	2.2.4 - 5	2.3.4 - 5	2.4.4 - 4	2.5.4 - 5	2.6.4 - 2
2.1.5 - 2	2.2.5 - 4	2.3.5 - 3	2.4.5 - 5	2.5.5 - 4	2.6.5 – 4
3.1.1 - 5	3.2.1 - 3	3.3.1 - 4	3.4.1 - 4	3.5.1 – 3	
3.1.2 - 4	3.2.2 - 4	3.3.2 - 4	3.4.2 - 3	3.5.2 – 4	
3.1.3 – 2	3.2.3 - 5	3.3.3 - 3	3.4.3 - 5	3.5.3 – 2	
3.1.4 – 3	3.2.4 - 2	3.3.4 - 2	3.4.4 - 1	3.5.4 – 5	
3.1.5 - 1	3.2.5 - 5	3.3.5 - 5	3.4.5 - 3	3.5.5 – 3	
4.1.1 - 3	4.2.1 - 3	4.3.1 - 4	4.4.1 - 3	4.5.1 - 2	4.6.1 – 2
4.1.2 - 4	4.2.2 - 4	4.3.2 - 3	4.4.2 - 4	4.5.2 - 3	4.6.2 – 3
4.1.3 - 2	4.2.3 - 2	4.3.3 - 2	4.4.3 - 2	4.5.3 - 2	4.6.3 – 5
4.1.4 - 4	4.2.4 - 5	4.3.4 - 1	4.4.4 - 1	4.5.4 - 1	4.6.4 – 4
4.1.5 - 5	4.2.5 - 2	4.3.5 - 5	4.4.5 - 5	4.5.5 - 5	4.6.5 – 1
5.1.1 - 4	5.2.1 - 5	5.3.1 - 3	5.4.1 - 4	5.5.1 – 4	
5.1.2 - 2	5.2.2 - 2	5.3.2 - 2	5.4.2 - 3	5.5.2 – 5	
5.1.3 - 3	5.2.3 - 1	5.3.3 - 4	5.4.3 - 4	5.5.3 – 5	
5.1.4 - 5	5.2.4 - 2	5.3.4 - 5	5.4.4 - 5	5.5.4 – 1	
5.1.5 - 2	5.2.5 - 4	5.3.5 - 1	5.4.5 - 3	5.5.5 – 2	
6.1.1 - 3	6.2.1 - 3	6.3.1 - 4	6.4.1 – 3		
6.1.2 - 4	6.2.2 - 4	6.3.2 - 3	6.4.2 – 4		
6.1.3 - 2	6.2.3 - 2	6.3.3 - 5	6.4.3 – 5		
6.1.4 - 5	6.2.4 - 2	6.3.4 - 2	6.4.4 – 4		
6.1.5 - 1	6.2.5 - 5	6.3.5 - 2	6.4.5 – 1		
7.1.1 - 3	7.2.1 - 3	7.3.1 - 3	7.4.1 – 3		
7.1.2 - 5	7.2.2 - 5	7.3.2 - 4	7.4.2 – 5		
7.1.3 - 3	7.2.3 - 2	7.3.3 - 2	7.4.3 – 4		
7.1.4 - 2	7.2.4 - 1	7.3.4 - 5	7.4.4 – 2		
7.1.5 - 3	7.2.5 - 3	7.3.5 - 2	7.4.5 – 1		

8.1.1 – 3	8.2.1 - 3	8.3.1 - 3	8.4.1 – 2
8.1.2 - 2	8.2.2 - 4	8.3.2 - 4	8.4.2 – 4
8.1.3 - 5	8.2.3 - 1	8.3.3 - 2	8.4.3 – 3
8.1.4 - 3	8.2.4 - 2	8.3.4 - 3	8.4.4 – 5
8.1.5 - 4	8.2.5 - 2	8.3.5 - 1	8.4.5 – 3

9.1.1 – 3	9.2.1 - 5	9.3.1 - 1	9.4.1 – 3
9.1.2 – 3	9.2.2 - 1	9.3.2 - 5	9.4.2 – 4
9.1.3 – 1	9.2.3 - 2	9.3.3 - 3	9.4.3 – 4
9.1.4 – 2	9.2.4 - 4	9.3.4 - 4	9.4.4 – 3
9.1.5 - 4	9.2.5 - 3	9.3.5 - 2	9.4.5 – 5

10.1.1 – 1	10.2.1 – 1	10.3.1 - 3	10.4.1 – 3
10.1.2 – 2	10.2.2 – 3	10.3.2 - 2	10.4.2 – 2
10.1.3 – 3	10.2.3 – 3	10.3.3 - 3	10.4.3 – 4
10.1.4 – 4	10.2.4 – 2	10.3.4 - 4	10.4.4 – 5
10.1.5 - 5	10.2.5 – 4	10.3.5 - 5	10.4.5 – 5

11.1.1 – 3	11.2.1 – 4	11.3.1 – 2	11.4.1 – 2
11.1.2 – 2	11.2.2 – 5	11.3.2 – 3	11.4.2 – 3
11.1.3 – 4	11.2.3 – 3	11.3.3 – 4	11.4.3 – 4
11.1.4 – 1	11.2.4 – 2	11.3.4 – 4	11.4.4 – 5
11.1.5 - 2	11.2.5 – 1	11.3.5 – 2	11.4.5 – 1

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Лукас, В. А. Теория управления техническими системами: учебное пособие для вузов / В. А. Лукас. – 4-е издание, исправленное. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2005. – 677 с.

Певзнер, Л. Д. Теория систем управления: учебное пособие для вузов / Л. Д. Певзнер. – М.: Изд-во МГУ, 2002. – 472 с.

Салихов, З. Г. Терминология основных понятий автоматики: учебно-справочное пособие / З. Г. Салихов. – М.: Изд-во МИСиС, 2002. – 126 с.

Брюханов, В. Н. Теория автоматического управления: учебник для вузов / В. Н. Брюханов [и др.]; под ред. Ю. М. Соломенцева – М.: Высшая школа, 2002. - 286 с.

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ В ПРИМЕРАХ И ЗАДАЧАХ

Учебное пособие

Екатеринбург - 2012

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Уральский государственный горный университет»

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ В ПРИМЕРАХ И ЗАДАЧАХ

Утверждено Редакционно-издательским советом
Уральского государственного горного университета
в качестве учебного пособия

Издание второе, исправленное и дополненное

Екатеринбург – 2012

УДК 620.10
М 74

Рецензенты: Таутер В. М., профессор кафедры электроники УрГУПС, канд. техн. наук, доцент; Раевская Л. Т., зав. кафедрой сопротивления материалов и теоретической механики УГЛТУ, канд. техн. наук, доцент.

Печатается по решению Редакционно-издательского совета Уральского государственного горного университета

М 74 **Сопротивление материалов в примерах и задачах:** учебное пособие / 2-е изд., испр. и доп. Екатеринбург: Н. В. Мокрушин, С. А. Лятцев, Л. Д. Чучманова, К. В. Середа; Уральский гос. горный университет.– Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2012.– 184 с.
ISBN 978-5-8019-0185-5

Учебное пособие отражает опыт проведения практических занятий по дисциплине «Сопротивление материалов» в Уральском государственном горном университете. В пособии приведены примеры расчетов стержней, валов, балок, испытывающих простые и сложные виды деформаций. Для самостоятельной работы представлены задания по основным темам дисциплины.

Учебное пособие предназначено для студентов очного и заочного обучения.

Рис. 42. Табл. 22. Библ. 21 назв.

УДК 620.10

© Уральский государственный горный университет, 2008, 2012
© Мокрушин Н. В., Лятцев С. А., Чучманова Л. Д., Середа К. В., 2008, 2012

ISBN 978-5-8019-0185-5

ПРЕДИСЛОВИЕ

Введение в учебную программу высших технических учебных заведений новых дисциплин, отражающих современное состояние науки и техники, при ограниченных сроках обучения привело к существенному сокращению количества аудиторных часов по курсу сопротивления материалов.

Восполнение появившихся в результате этого пробелов в знании студентами курса сопротивления материалов может быть достигнуто в известной мере за счет самостоятельного изучения ими необходимых разделов этого важного для будущего инженера курса. Данное учебное пособие составлено в соответствии с программой курса по сопротивлению материалов. По каждой теме пособие даны краткие теоретические сведения и основные формулы. Приведены примеры расчетов стержней на растяжение и сжатие (глава 1), примеры по определению главных моментов инерции поперечных сечений различного профиля (глава 2), рассмотрены примеры расчета вала на кручение (глава 3). В главе 4 рассмотрены примеры расчетов балок, испытывающих деформацию поперечного изгиба, на прочность и жесткость. С применением метода сил в главе 5 приведены примеры расчетов статически неопределимых неразрезных балок и плоских статически неопределимых рам. Виды сложного сопротивления (косой изгиб, внецентренное растяжение и сжатие, изгиб с кручением) рассмотрены в главе 6. Рассмотрение деформации продольного изгиба и расчеты на устойчивость гибких стержней приведены в главе 7.

Более подробное изложение теоретического материала приведено в работах [1, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 12, 13, 18].

Для самостоятельного выполнения расчетно-графических работ по каждой теме составлены задания с необходимыми рисунками и таблицами. Для расчетов рекомендуется следующая литература [2, 8, 11, 14, 15, 16].

При выполнении практических расчетов используются следующие основные характеристики материалов [17]:

модули продольной упругости: стали $E_{\text{с}} = 2 \cdot 10^{11}$ Па; дюраля (и алюминия) $E_{\text{д}} = 0,7 \cdot 10^{11}$ Па; меди $E_{\text{м}} = 1 \cdot 10^{11}$ Па; чугуна $E_{\text{ч}} = 1,2 \cdot 10^{11}$ Па; дерева $E_{\text{д}} = 1 \cdot 10^{10}$ Па;

модуль сдвига стали: $G = 0,8 \cdot 10^{11}$ Па;

коэффициенты теплового линейного расширения: стали $\alpha_{\text{с}} = 1,25 \cdot 10^{-5}$ 1/град; дюраля $\alpha_{\text{д}} = 2,25 \cdot 10^{-5}$ 1/град; меди $\alpha_{\text{м}} = 1,65 \cdot 10^{-5}$ 1/град;

коэффициент Пуассона для стали $\nu = 0,30$.

Глава 1

ПРОДОЛЬНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ СТЕРЖНЕЙ

Растяжением называют такой вид деформации, при котором в каждом его поперечном сечении возникают только продольные внутренние усилия.

Продольное усилие F в любом поперечном сечении численно равно алгебраической сумме проекций на ось стержня внешних сил, приложенных к части стержня, расположенной по одну сторону от сечения. Усилие считается положительным, если вызывает растяжение рассматриваемого участка.

При растяжении (сжатии) в сечении возникают только нормальные напряжения, которые определяются по формуле (1.1):

$$\sigma = \frac{F}{A}, \tag{1.1}$$

где F – продольное усилие, кН; A – площадь поперечного сечения, м^2.

Условие прочности имеет вид:

$$\sigma_{max} \le \sigma_{adm}, \tag{1.2}$$

где σ_{adm} – допускаемое нормальное напряжение материала стержня, МПа.

Абсолютная деформация Δl однородного участка (постоянные сечение и материал) определяется **по закону Гука**:

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA}\ , \tag{1.3}$$

где l – длина участка, м; E – модуль продольной упругости материала (модуль Юнга), Па.

Для наглядного представления строятся эпюры. Эпюрами продольных сил и нормальных напряжений называют графики, показывающие законы изменения сил и напряжений в поперечных сечениях по длине стержня. Эпюры продольных сил, нормальных напряжений и перемещений поперечных сечений строятся в выбранном масштабе с учетом знаков.

Пример 1.1.

К узлу C кронштейна ABC (рис. 1.1, *а*) приложена сила F = 100 кН. Стержень AC – стальной, круглого сечения диаметром d = 30 мм; стержень BC – дюралюминиевый, квадратного сечения со стороной a = 40 мм. Определить напряжения в стержнях, а также горизонтальное, вертикальное и полное перемещения узла C.

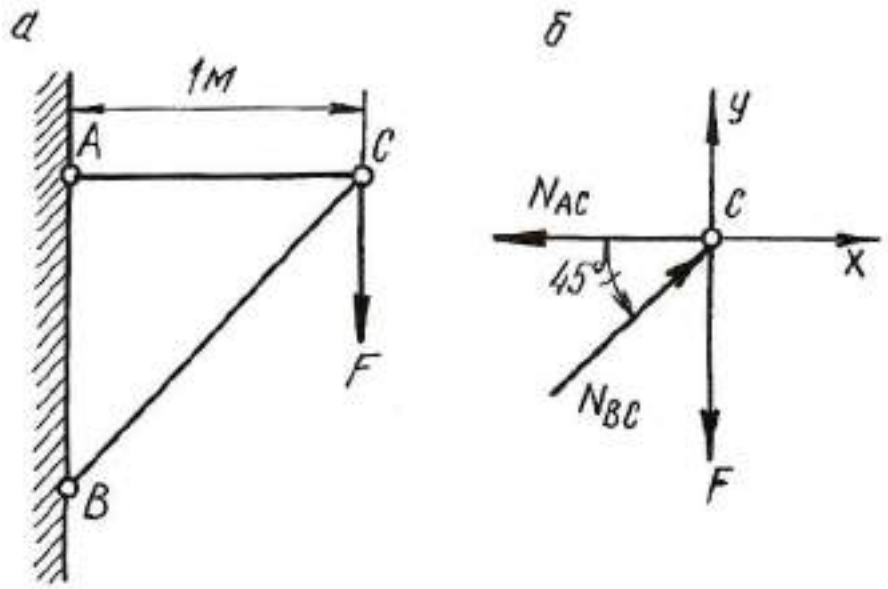


Рис. 1.1.

Решение.

Для определения продольных сил в стержнях AC и BC условно вырезаем узел C, заменяем действие стержней на узел усилиями и составляем уравнение равновесия для узла C (рис. 1.1, *б*)

$$\sum X = 0; \quad -N_{AC} + N_{BC} \cdot \cos 45^\circ = 0;$$

$$\sum Y = 0; \quad N_{BC} \cdot \sin 45^\circ - F = 0.$$

Откуда

$$N_{BC} = \frac{F}{\sin 45^\circ} = \frac{100 \cdot 10^3}{0,707} = 141 \cdot 10^3 \text{ Н} = 141 \text{ кН},$$

$$N_{AC} = N_{BC} \cdot \cos 45^\circ = 141 \cdot 10^3 \cdot 0,707 = 100 \cdot 10^3 \text{ Н} = 100 \text{ кН}.$$

Стержень AC растянут, а стержень BC сжат. Определяем площади поперечных сечений стержней

$$A_{AC} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (30 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 706 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2;$$

$$A_{BC} = a^2 = (40 \cdot 10^{-3})^2 = 1600 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2.$$

Напряжения в поперечных сечениях стержней AC и BC

$$\sigma_{AC} = \frac{N_{AC}}{A_{AC}} = \frac{100 \cdot 10^3}{706 \cdot 10^{-6}} = 141 \cdot 10^6 \text{ Па} = 141 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{BC} = -\frac{N_{BC}}{A_{BC}} = -\frac{141 \cdot 10^3}{1600 \cdot 10^{-6}} = -88 \cdot 10^6 \text{ Па} = -88 \text{ МПа}.$$

Знак минус указывает на то, что в стержне BC возникает деформация сжатия.

Находим удлинения стержней:

$$\Delta l_{AC} = \frac{N_{AC} \cdot l_{AC}}{E_{\text{ст}} \cdot A_{AC}} = \frac{100 \cdot 10^3 \cdot 1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 706 \cdot 10^{-6}} = 0,71 \cdot 10^{-3} \text{м} = 0,71 \text{ мм};$$

$$\Delta l_{BC} = -\frac{N_{BC} \cdot l_{BC}}{E_{\text{дюр}} \cdot A_{BC}} = -\frac{141 \cdot 10^3 \cdot 1,41}{7 \cdot 10^{10} \cdot 1600 \cdot 10^{-6}} = -1,77 \cdot 10^{-3} \text{м} = -1,77 \text{ мм},$$

где $l_{BC} = \frac{l_{AC}}{\cos 45^\circ} = \frac{1}{0,707} = 1,41$ м; $E_{\text{ст}}$, $E_{\text{дюр}}$ – модули продольной упругости стального и дюралюминиевого стержней, Па.

Для определения перемещения точки C мысленно разъединим стержни в этом шарнире и отметим их новые длины AC_1 и BC_2 (рис. 1.2, *а*). Для того, чтобы найти новое положение точки C, необходимо деформированные стержни свести вместе путем их вращения вокруг шарниров A и B. Точки C_1 и C_2 будут перемещаться по дугам, которые вследствие их малости могут быть приняты за прямые C_1C_3 и C_2C_3, перпендикулярные к стержням AC и BC. Точка пересечения этих перпендикуляров (точка C_3) и даст положение узла C после деформации. На рис. 1.2, *б* изображена диаграмма перемещений в большом масштабе.

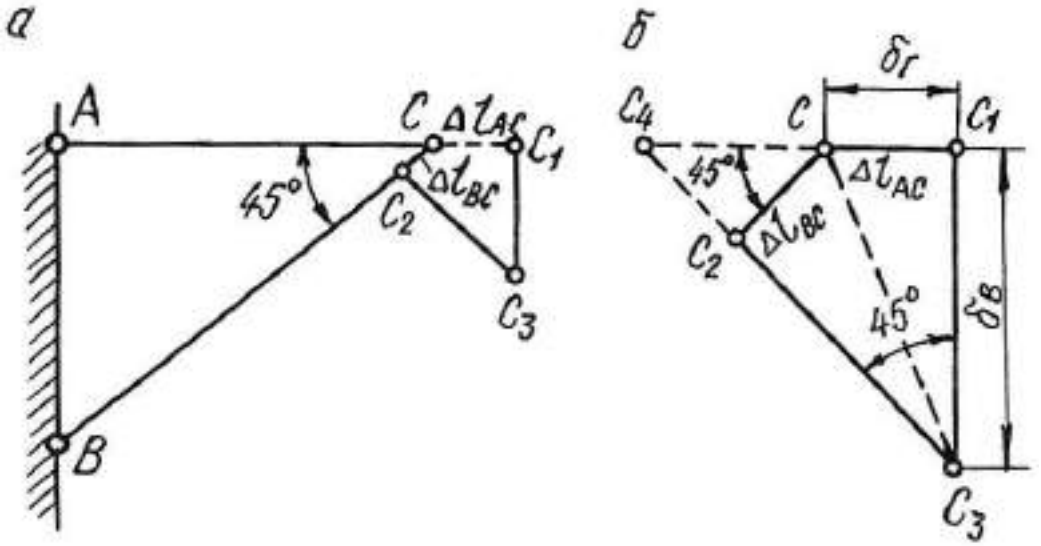


Рис. 1.2.

Горизонтальное перемещение узла C равно $\delta_{\text{г}} = \Delta l_{\text{AC}} = 0,71$ мм.

Для удобства определения вертикального перемещения произведем дополнительное построение. Продолжим линии C_1C и C_3C_2 до их пересечения в точке C_4.

Вертикальное перемещение узла C

$$\delta_в = C_1C_3 = \frac{C_1C_4}{\text{tg}45^o} = C_1C_4 = C_1C + CC_4 = \Delta l_{AC} + \frac{\Delta l_{BC}}{\cos 45^o};$$

$$\delta_в = 0,71 + \frac{1,77}{0,707} = 3,21 \text{ мм}.$$

Полное перемещение узла C

$$\delta = CC_3 = \sqrt{\delta_г^2 + \delta_в^2} = \sqrt{0,71^2 + 3,21^2} = 3,29 \text{ мм}.$$

1.1. Влияние собственного веса на напряжения и перемещения

Если ось в стержне вертикальна, то его собственный вес вызывает центральное растяжение или сжатие. Если вертикальный брус закреплен верхним концом, то от собственного веса он растягивается, а при закреплении нижнего конца – сжимается. Собственный вес вертикального бруса можно рассматривать как продольную (осевую) внешнюю нагрузку, распределенную вдоль оси бруса.

Рассмотрим брус постоянного сечения, закрепленный верхним концом. Продольная сила от собственного веса в поперечном сечении бруса на расстоянии x от его нижнего конца равна весу нижележащей части бруса

$$N_x = \rho g A x, \tag{1.4}$$

где N_x – продольная сила от собственного веса, Н; ρ – плотность материала, кг/м^3; g – ускорение свободного падения, м/с^2; A – площадь поперечного сечения бруса, м^2; x – расстояние от нижнего конца стержня, м.

Напряжение от собственного веса определяется по формуле:

$$\sigma_x = \frac{N_x}{A} = \rho g x. \tag{1.5}$$

По формулам (1.4) и (1.5) строятся эпюры N и σ с учетом знаков. Если на стержень действует дополнительная сила F, то продольная сила и нормальное напряжение определяются по формулам:

$$N_x = F + \rho g A x; \tag{1.6}$$

$$\sigma_x = \frac{F}{A} + \rho g x. \tag{1.7}$$

Полное удлинение (укорочение) стержня постоянного сечения от собственного веса определяется по формуле:

$$\Delta l = \frac{\rho g l^2}{2E}, \tag{1.8}$$

где l – длина стержня, м; E – модуль продольной упругости материала, Па.

При действии внешней силы F и собственного веса удлинение стержня определяется по формуле:

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA} + \frac{\rho g l^2}{2E}. \qquad (1.9)$$

В формулах (1.7) и (1.9) физический смысл первого слагаемого – напряжение и удлинение от внешней силы, второго – напряжение и удлинение от собственного веса.

Перемещение любого поперечного сечения бруса, закрепленного верхним концом, равно удлинению части бруса, лежащей над сечением, и равно сумме удлинений под действием собственного веса верхней части, нижней части бруса и внешней силы.

Рассмотрим подробнее решение типовой задачи.

Пример 1.2.

Для стального бруса переменного сечения (рис. 1.3, *а*) с учетом собственного веса и при продольной нагрузке F требуется:

1. Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине бруса.
2. Найти полное удлинение (укорочение) бруса.
3. Определить перемещение сечения I-I.

Исходные данные: $A = 20$ см^2; $a = 1{,}0$ м; $b = 1{,}5$ м; $c = 1{,}0$ м; $F = 40$ кН.

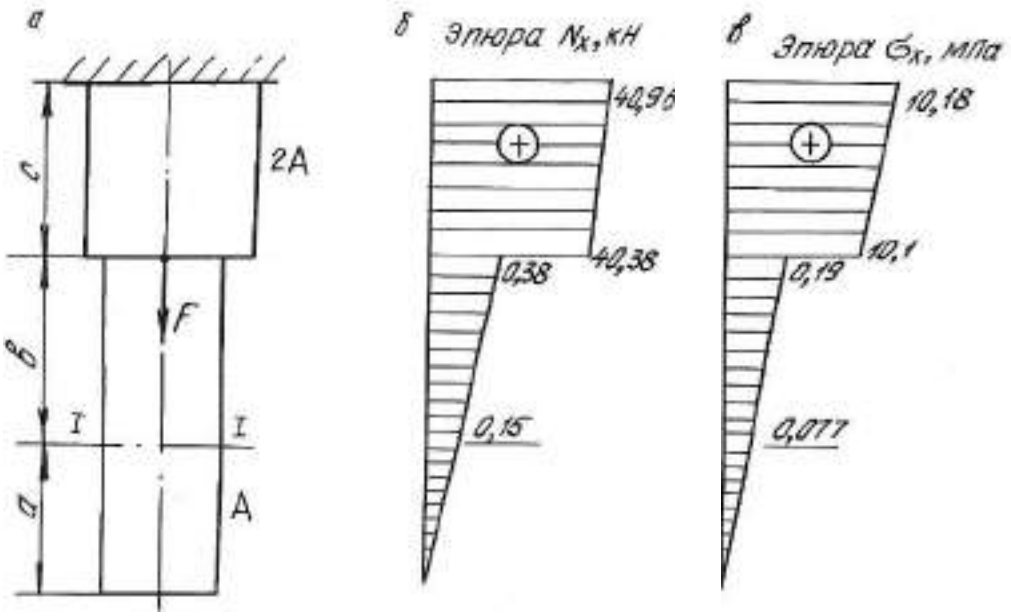


Рис. 1.3.

Решение.

Определим продольную силу и нормальное напряжение в поперечном сечении по формулам (1.6) и (1.7):

а) на участке длиной a (нижний участок): $0 \le x \le 1{,}0$ м;

$$N_x = \rho g A x;$$

$$\sigma_x = \rho g x.$$

При $x = 0$ $\quad N_x = 0,$

$\sigma_x = 0.$

При $x = 1$ м $\quad N_x = 7850 \cdot 9{,}81 \cdot 20 \cdot 10^{-4} \cdot 1 = 150$ Н $= 0{,}15$ кН;

$\sigma_x = 7850 \cdot 9{,}81 \cdot 1 = 80000$ Па $= 0{,}08$ МПа.

б) на участке длиной b (средний участок): $1{,}0 \le x \le 2{,}5$ м;

$$N_x = Q_a + \rho g A (x - a);$$

$$\sigma_x = \frac{Q_a}{A} + \rho g (x - a);$$

где $Q_a = \rho g A a = 0{,}15$ кН – вес нижнего участка бруса; для среднего участка он играет роль внешней силы.

При $x = 1{,}0$ м; $\quad N_x = Q_a = 0{,}15$ кН;

$\sigma_x = 0{,}08$ МПа.

При $x = 2{,}5$ м; $\quad N_x = 0{,}15 + 7850 \cdot 9{,}81 \cdot 20 \cdot 10^{-4} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3} = 0{,}38$ кН;

$\sigma_x = 0{,}08 + 7850 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-6} = 0{,}19$ МПа.

в) на участке длиной c (верхний участок): $2{,}5 \le x \le 3{,}5$ м;

$$N_x = Q_a + Q_b + F + \rho g 2A(x - a - b);$$

$$\sigma_x = \frac{Q_a + Q_b + F}{2A} + \rho g (x - a - b),$$

где $Q_b = \rho g A b = 0{,}23$ кН – вес среднего участка бруса.

При $x = 2{,}5$ м; $\quad N_x = 0{,}15 + 0{,}23 + 40 + 7850 \cdot 9{,}81 \cdot 2 \cdot 20 \cdot 1 \cdot 10^{-7} = 40{,}38$ кН;

$\sigma_x = 10{,}1$ МПа.

При $x = 3{,}5$ м; $\quad N_x = 0{,}15 + 0{,}23 + 40 + 7850 \cdot 9{,}81 \cdot 2 \cdot 20 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-7} = 40{,}96$ кН;

$\sigma_x = 10{,}18$ МПа.

Строим эпюры $\boldsymbol{N}_x$ (рис. 1.3, *б*) и σ_x (рис. 1.3, *в*).

Определим полное удлинение стержня по формуле (1.9). Полное удлинение складывается из удлинений каждого участка бруса под действием внешних сил и собственного веса.

$$\Delta l = \Delta a + \Delta b + \Delta c \ ;$$

где $\Delta a = \dfrac{\rho g a^2}{2E} = \dfrac{7850 \cdot 9{,}81 \cdot 1^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11}} = 0{,}19 \cdot 10^{-6}$ м;

$$\Delta b = \frac{Q_a \cdot b}{EA} + \frac{\rho g b^2}{2E} = \frac{0{,}15 \cdot 10^3 \cdot 1{,}5}{2 \cdot 10^{11} \cdot 20 \cdot 10^{-4}} + \frac{7850 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}5^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11}} =$$

$$= 0{,}56 \cdot 10^{-6} + 0{,}43 \cdot 10^{-6} = 0{,}99 \cdot 10^{-6} \text{ м};$$

$$\Delta c = \frac{(Q_a + Q_b + F)c}{E \cdot 2A} + \frac{\rho g c^2}{2E} = \frac{(0{,}15 + 0{,}23 + 40) \cdot 10^3 \cdot 1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 20 \cdot 10^{-4}} + \frac{7850 \cdot 9{,}81 \cdot 1^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11}} =$$

$$= 50{,}48 \cdot 10^{-6} + 0{,}19 \cdot 10^{-6} = 50{,}67 \cdot 10^{-6} \text{ м};$$

$$\Delta l = 0{,}19 \cdot 10^{-6} + 0{,}99 \cdot 10^{-6} + 50{,}67 \cdot 10^{-6} = 51{,}85 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

Перемещение сечения I-I равно удлинению лежащей над сечением части бруса, т. е.

$$\delta_{\text{I-I}} = \Delta c + \Delta b = 0{,}99 \cdot 10^{-6} + 50{,}67 \cdot 10^{-6} = 51{,}66 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

1.2. Напряженное состояние материала в точке

Напряженным состоянием называют совокупность напряжений, действующих по всевозможным площадкам, проведенным через данную точку. В различных точках тела напряженное состояние неоднородно и определить все значения возникающих напряжений затруднительно. В связи с этим в сопротивлении материалов точку рассматривают в виде элементарного параллелепипеда с гранями $dx \cdot dy \cdot dz$. При этом считается, что возникающие напряжения на гранях и в наклонных сечениях распределяются равномерно. Нормальные напряжения на гранях обозначаются: σ_x, σ_y, σ_z, а касательные: τ_{xy}, τ_{yx}, τ_{zy}, τ_{yz}, τ_{xz}, τ_{zx}. Двойной индекс при касательных напряжениях указывает на направление и плоскость, где они действуют. Например, индексы при напряжении τ_{xy} означают, что x – направление действия этого напряжения по оси x; y – это напряжение возникает в плоскости, нормаль к которой параллельна оси y.

Во взаимно перпендикулярных сечениях касательные напряжения равны по величине и противоположны по знаку. Это свойство касательных напряжений называется **законом парности касательных напряжений**

$$-\tau_{xy} = \tau_{yx}.$$

Рассматриваемый параллелепипед в теле стержня можно сориентировать таким образом, что по его граням будут действовать только нормальные напряжения, а касательные будут равны нулю. В этом случае грани будут называться главными площадками, а действующие на них нормальные напряжения – главными напряжениями. По количеству главных напряжений, возникающих одновременно на главных площадках, различают три вида напряженного состояния точки упругого тела: линейное, плоское и объемное. Главные напряжения обозначаются: $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$. Принято считать, что $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$. Наиболее часто встречается плоское напряженное состояние материала.

Для правильной оценки опасности, угрожающей прочности стержня, необходимо знать полностью его напряженное состояние. Это требует умение вычислять напряжения не только по сечениям, перпендикулярным оси стержня, но и по наклонным сечениям.

Напряжения в наклонных сечениях, нормаль к которым с осью x составляет угол α, определяются по следующим формулам:

$$\sigma_\alpha = \sigma_x \cos^2\alpha + \sigma_y \sin^2\alpha - \tau_{yx} \sin 2\alpha; \qquad (1.10)$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{yx} \cos 2\alpha, \qquad (1.11)$$

Для сечений, проходящих под углом $\beta = \alpha + 90^\circ$, возникающие напряжения определяются по формулам:

$$\sigma_\beta = \sigma_x \sin^2\alpha + \sigma_y \cos^2\alpha + \tau_{yx} \sin 2\alpha; \qquad (1.12)$$

$$\tau_\beta = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha - \tau_{yx} \cos 2\alpha, \qquad (1.13)$$

Угол α положительный, если он отсчитан в направлении от оси x к оси y по кратчайшему угловому пути, против хода часовой стрелки.

Нормальное напряжение σ_α считается положительным, если его направление совпадает с направлением внешней нормали к наклонной площадке. Положительное направление τ_α образовано поворотом внешней нормали к наклонной площадке на угол 90^o по ходу часовой стрелки.

Противоположные направления σ_α и τ_α следует считать отрицательными.

Площадки, где действуют экстремальные нормальные напряжения и нет касательных напряжений, называются главными площадками, а напряжения, действующие на главных площадках – главными напряжениями. Они обозначаются: $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, причем $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ и определяются по следующим формулам:

$$\sigma_{max} = \sigma_1 = \frac{1}{2}\left[(\sigma_x + \sigma_y) + \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2} \right]; \qquad (1.14)$$

$$\sigma_{min} = \sigma_2 = \frac{1}{2}\left[(\sigma_x + \sigma_y) - \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2} \right]. \qquad (1.15)$$

Положение главных площадок определяется углом наклона α_0

$$\mathrm{tg}2\alpha_0 = \frac{-2\tau_{yx}}{\sigma_x - \sigma_y}, \qquad (1.16)$$

Наибольшие касательные напряжения действуют на площадках под углом 45^o

$$\tau_{max} = \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2}\ . \qquad (1.17)$$

Пример 1.3.

Стальной кубик находится под действием сил, создающих плоское напряженное состояние: $\sigma_x = 80$ МПа; $\alpha = 30^o$; $\tau_{xy} = 10$ МПа (рис. 1.4). Требуется найти:

1. Главные напряжения и положение главных площадок.
2. Максимальные касательные напряжения.
3. Определить аналитически величины нормальных σ_α и касательных τ_α напряжений, действующих на площадках, нормаль, к которой составляет угол α с горизонтальной осью x. Показать на чертеже заданный элемент и направление соответствующих напряжений.

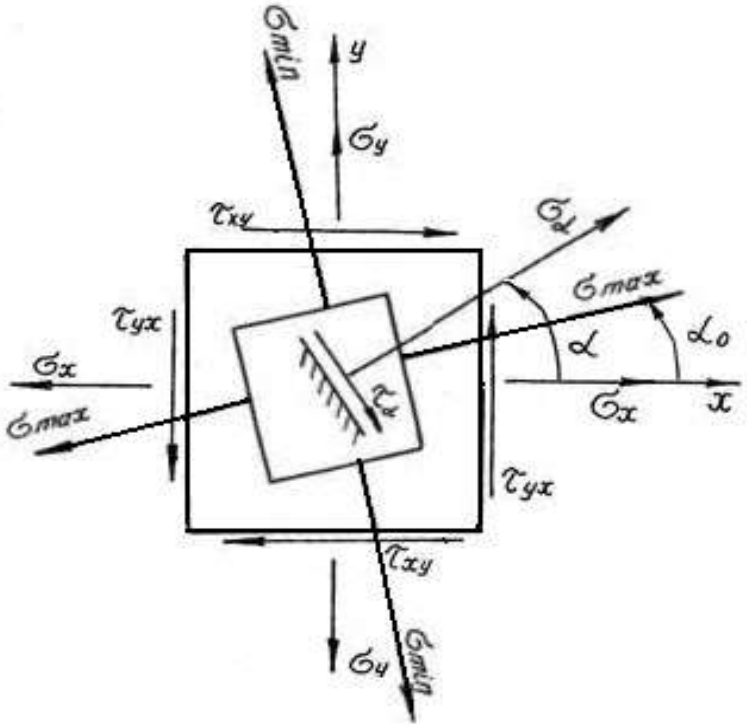


Рис. 1.4.

Решение.

Определим главные напряжения

$$\sigma_1 = \frac{1}{2}\left[(\sigma_x + \sigma_y) + \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2}\right] = \frac{1}{2}\left[(80+20) + \sqrt{(80-20)^2 + 4\cdot 10^2}\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\left[100 + 63,6\right] = 81,8 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{2}\left[(\sigma_x + \sigma_y) - \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2}\right] = \frac{1}{2}\left[(80+20) - \sqrt{(80-20)^2 + 4\cdot 10^2}\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\left[100 - 63,6\right] = 18,2 \text{ МПа}.$$

Найдем положение главных площадок

$$\operatorname{tg}2\alpha_0 = -\frac{2\tau_{yx}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{-2\cdot(-10)}{80-20} = 0,333; \qquad 2\alpha_0 = 18^{\circ}24'; \qquad \alpha_0 = 9^{\circ}12'.$$

Определим аналитически величины σ_α и τ_α, действующие на площадке, нормаль к которой составляет угол 30° с горизонтальной осью (см. рис. 1.4.)

$$\sigma_\alpha = \sigma_x \cos^2\alpha + \sigma_y \sin^2\alpha - \tau_{yx}\sin 2\alpha = 80\cdot 0,866^2 + 20\cdot 0,5^2 - (-10)\cdot 0,866 =$$

$$= 73,65 \text{ МПа};$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\alpha + \tau_{yx}\cos 2\alpha = \frac{80-20}{2}0,866 + (-10)\cdot 0,5 = 20,98 \text{ МПа}.$$

Вектор максимальных главных напряжений σ_{max} всегда проходит через те четверти осей координат, в которых стрелки касательных напряжений сходятся.

1.3. Статически неопределимые стержневые системы

Статически неопределимыми системами называют такие системы, у которых реакции или все внутренние суммарные силовые факторы, возникающие в сечениях их элементов при действии произвольной нагрузки, не могут быть определены из уравнений равновесия статики.

Равновесие плоской стержневой системы обеспечивается тремя опорными направлениями. Всякое закрепление сверх трех опорных направлений является «лишним» с точки зрения равновесия системы, что делает ее *статически неопределимой*. Термин «лишние» является условным. Постановка дополнительных опорных закреплений производится с целью уменьшения деформации, веса конструкции или с целью увеличения ее грузоподъемности.

Расчет статически неопределимой системы начинается с определения степени статической неопределимости системы, которая равна числу «лишних» связей (число неизвестных сил минус три – число уравнений статики для плоской системы).

Определение усилий в статически неопределимой системе связано с необходимостью составления дополнительных уравнений – уравнений совместности деформаций. Число этих уравнений должно быть равно степени статической неопределимости стержневой системы.

Уравнения совместности деформаций устанавливают геометрические зависимости между упругими перемещениями отдельных элементов при соблюдении равновесия всей системы в целом.

Геометрическая схема деформаций должна рассматриваться не с точки зрения обычной геометрии, а на основе кинематики малых перемещений, с учетом того, что траектории отдельных точек элементов являются прямыми линиями.

Решение статически неопределимых систем необходимо производить в следующей последовательности:

1. Заданную систему освободить от наложенных на нее связей, действие которых заменяется реакциями, и составить уравнения статики;
2. Определить степень статической неопределимости системы;
3. По числу «лишних» неизвестных составить дополнительные уравнения из условия совместности деформаций. В уравнениях упругие деформации выразить через усилия по закону Гука в развернутом виде по формуле (1.3);
4. Решить совместно уравнения равновесия статики и дополнительные уравнения, определяя усилия в элементах конструкций;
5. Исходя из условия задачи и на основании условия прочности, определить поперечные размеры стержней.

Рассмотрим подробнее пример расчета статически неопределимой системы.

Пример 1.4.

Для статически неопределимой системы (рис. 1.5), состоящей из жесткой невесомой балки AB и стальных стержней 1 и 2, соединенных с ней шарнирно, требуется:

1. Определить усилия, возникающие в стержне от действия силы F.
2. Подобрать сечение стержней из двух равнобоких уголков, каждое при $A_2 : A_1 = 2$; $F = 180$ кН; $a = 2{,}0$ м; $b = 1{,}0$ м; $h = 2{,}0$ м.

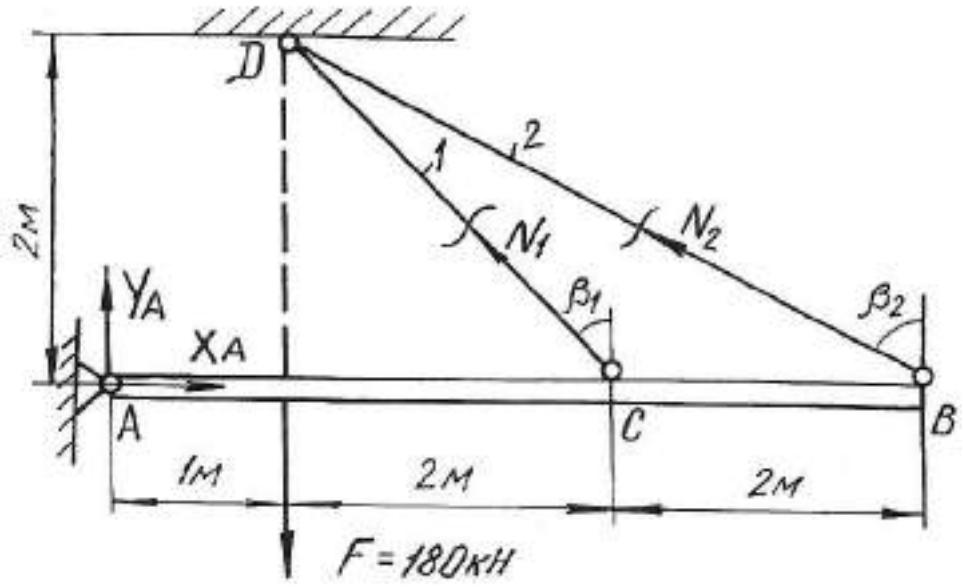


Рис. 1.5.

Решение.

Перед началом решения по приведенному плану определяем геометрические параметры системы

$$l_1 = DC = \sqrt{4+4} = 2{,}83 \text{ м}; \quad \beta_1 = 45°;$$

$$l_2 = DB = \sqrt{4+16} = 4{,}47 \text{ м}; \quad \sin\beta_2 = \frac{4}{4{,}47} = 0{,}89;$$

Далее освобождаем брус AB от наложенных связей, заменяя их действие реакциями X_A, Y_A, N_1, N_2. Так как на балку AB действуют четыре неизвестные силы, то одна связь «лишняя», т. е. задача является однажды статически неопределимой.

Из трех уравнений равновесия достаточно записать только одно уравнение, не содержащее X_A, Y_A , определение которых не ставится в задаче,

$$\sum M_A = 0; \qquad -F \cdot 1 + N_1 \cdot \cos\beta_1 \cdot 3 + N_2 \cdot \cos\beta_2 \cdot 5 = 0;$$

$$-180 + N_1 \cdot 0{,}707 \cdot 3 + N_2 \cdot 0{,}45 \cdot 5 = 0 \qquad (1.18)$$

В уравнении статики два неизвестных, поэтому нужно записать еще одно дополнительное уравнение из условия совместности деформаций стержней DB и DC. Рассматривая геометрическую схему деформаций этих стержней, считаем перемещение точек B и C балки вертикальными (рис. 1.6). Из подобия треугольников ACC_1 и ABB_1 имеем:

$$\frac{AC}{AB} = \frac{CC_1}{BB_1} = \frac{3}{5}.$$

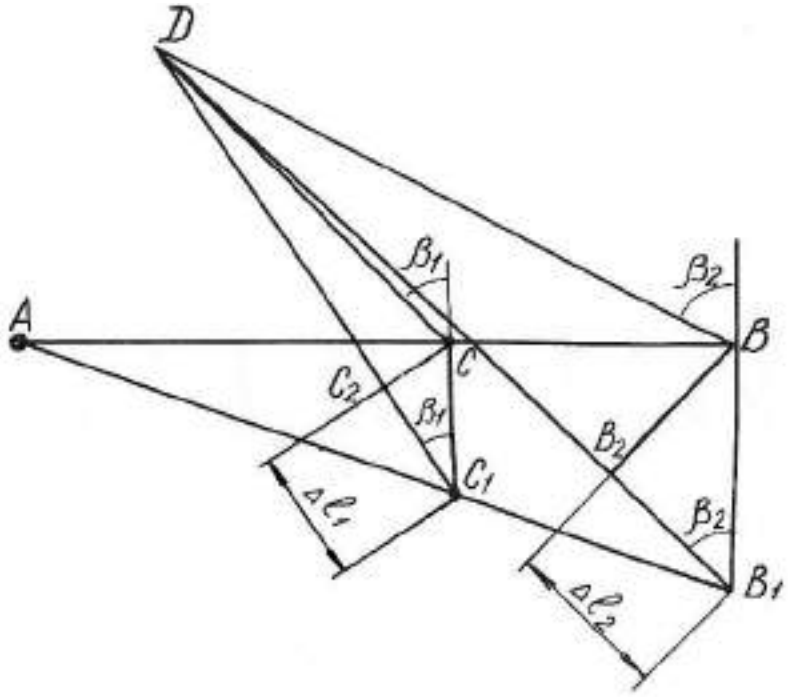


Рис. 1.6.

Учитывая, что $\begin{cases} CC_1 = \dfrac{CC_1}{\cos\beta_1} = \dfrac{\Delta l_1}{\cos\beta_1}; \\ BB_1 = \dfrac{B_1B_2}{\cos\beta_2} = \dfrac{\Delta l_2}{\cos\beta_2}, \end{cases}$

получим $\dfrac{\Delta l_1}{\cos\beta_1} = \dfrac{3}{5} \cdot \dfrac{\Delta l_2}{\cos\beta_2}$; откуда

$$\Delta l_1 = 0{,}94 \cdot \Delta l_2 . \qquad (1.19)$$

Равенство (1.19) и есть условие совместности деформации стержней 1 и 2. Выразим деформации через усилия по закону Гука

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{EA_1} = \frac{N_1 \cdot 2{,}83}{EA_1}; \qquad \Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{EA_2} = \frac{N_2 \cdot 4{,}74}{E \cdot 2A_1}.$$

Подставим полученные выражения в формулу (1.19)

$$\frac{N_1 \cdot 2{,}83}{EA_1} = 0{,}94 \frac{N_2 \cdot 4{,}74}{E \cdot 2A_1}.$$

Отсюда получим

$$2{,}83 \cdot N_1 - 2{,}10 \cdot N_2 = 0. \qquad (1.20)$$

Теперь можно определить усилия N_1 и N_2, решая совместно систему уравнений (1.18) и (1.20),

$$\begin{cases} 2{,}12 \cdot N_1 + 2{,}25 \cdot N_2 - 180 = 0; \\ 2{,}83 \cdot N_1 - 2{,}10 \cdot N_2 = 0. \end{cases}$$

Получаем $N_1 = 34{,}94$ кН; $N_2 = 47{,}08$ кН.

Подбираем сечение стержней из условий прочности:

$$A_1 \geq \frac{N_1}{\sigma_{adm}} = \frac{34{,}94 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 2{,}18 \cdot 10^{-4}\,\text{м}^2 = 2{,}18\ \text{см}^2;$$

$$A_2 \geq \frac{N_2}{\sigma_{adm}} = \frac{47{,}08 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 2{,}94 \cdot 10^{-4}\,\text{м}^2 = 2{,}94\ \text{см}^2.$$

Для площадей задано условие $A_2{:}A_1 = 2$. Если принять $A_1 = 2{,}18$ см^2, тогда $A_2 = 4{,}36$ см^2. Условие $A_2 \geq 2{,}94$ см^2 выполняется.

Сечение подбираем из двух равнобоких уголков по ГОСТ 8509-93 (табл. П. 3).

Для первого стержня подбираем два уголка №2 (20х20х3 мм) с площадью сечения 1,13 см^2. Для второго стержня принимаем два уголка №4 (40х40х3 мм) с площадью сечения 2,35 см^2.

Полные площади сечений будут равны $A_1 = 2{,}26$ см^2; $A_2 = 4{,}70$ см^2.

Проверим отношение площадей:

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{4{,}70}{2{,}26} = 2{,}08.$$

Отклонение $\delta = \dfrac{2{,}08 - 2}{2} 100\ \% = 3{,}98\ \%.$

Погрешность допустимая.

Пример 1.5. Монтажная задача

Для статически неопределимой системы (рис. 1.7), состоящей из жесткой невесомой балки AB и стальных стержней 1 и 2, соединенных с ней шарнирно, требуется определить дополнительные усилия в стержнях конструкции, если стержень 2 изготовлен короче проектного размера на $\Delta = 5 \cdot 10^{-3}$ м при $A_2 : A_1 = 2$; a =2,0 м; $b = 1{,}0$ м; $h = 2{,}0$ м.

При сборке стержни деформируются: стержень 2 – растянется, стержень 1 – сожмется. В соответствии с этим покажем направления дополнительных усилий N_1' и N_2' (см. рис. 1.7), возникающих после сборки конструкции.

Для определения усилий воспользуемся уравнением статики

$$\sum M_A = 0; \qquad -N_1' \cdot \cos\beta_1 \cdot 3 + N_2' \cdot \cos\beta_2 \cdot 5 = 0;$$

$$-2{,}12 N_1' + 2{,}25 N_2' = 0. \qquad (1.21)$$

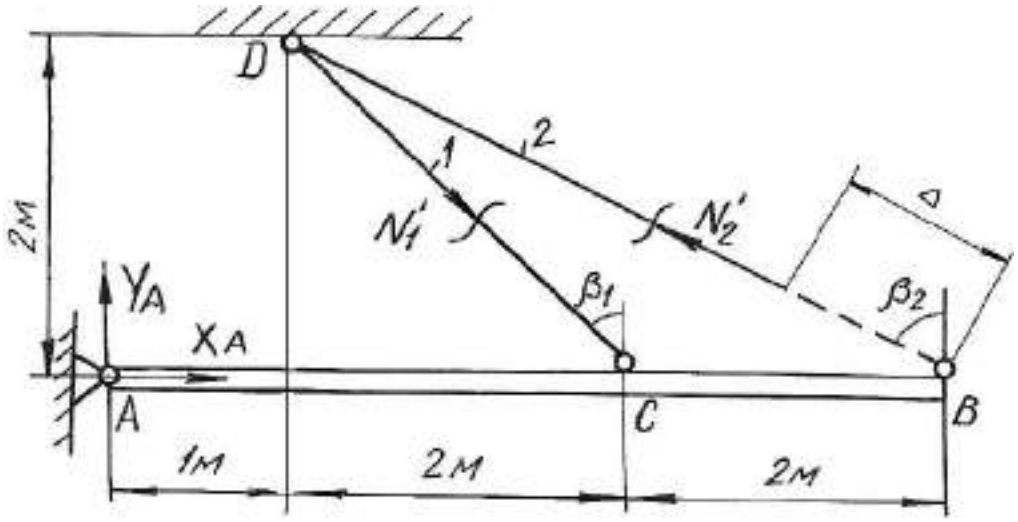


Рис. 1.7.

Уравнение одно, неизвестных два, следовательно, система один раз статически неопределима. Запишем дополнительно условие совместности деформаций. Рассмотрим картину деформаций стержней (см. рис. 1.8). Из подобия треугольников AC_1C и AB_1B получим $\frac{AC}{AB}=\frac{C_1C}{B_1B}=\frac{3}{5}$.

Учитывая соотношение $C_1C=\frac{CC_2}{\cos\beta_1}=\frac{\Delta l_1}{\cos\beta_1}$; $B_1B=\frac{B_2B}{\cos\beta_2}=\frac{\Delta-\Delta l_2}{\cos\beta_2}$,

получаем $\frac{\Delta l_1}{0{,}707}=\frac{3}{5}\cdot\frac{\Delta-\Delta l_2}{0{,}45}$; $\Delta l_1=0{,}94(\Delta-\Delta l_2)$. (1.22)

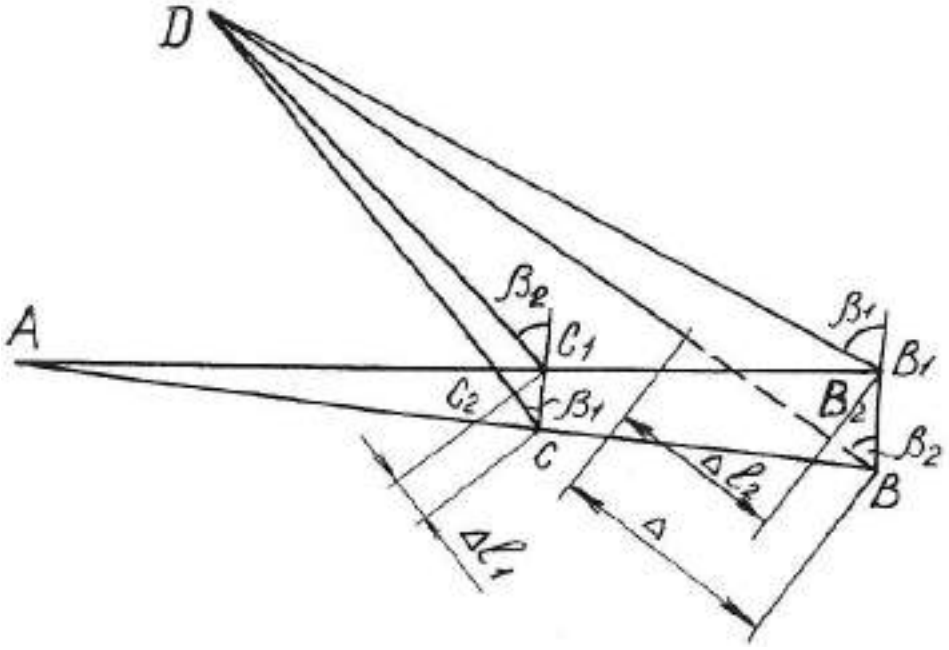


Рис. 1.8.

Выражение (1.22) – условие совместности деформаций стержней 1 и 2. Выражая деформацию через усилия по закону Гука, получим

$$\frac{N_1' l_1}{EA_1} + \frac{0{,}94 \cdot N_2' l_2}{EA_2} = 0{,}94 \cdot \Delta$$

или

$$1{,}25 \cdot N_1' + 0{,}894 \cdot N_2' = 94 \qquad (1.23)$$

Решая совместно систему уравнений (1.21) и (1.23), определяем усилия N_1' и N_2'

$$N_1' = 42{,}75 \text{ кН}; \; N_2' = 45{,}36 \text{ кН}.$$

Пример 1.6.

Стержень длиной l = 800 мм, защемленный обоими концами, подвергается действию двух сосредоточенных сил F_1=100 кН и F_2=150 кН (рис. 1.9, *а*). Определить напряжения, возникающие в различных сечениях стержня, и проверить его прочность, если допускаемое напряжение σ_{adm}=140 МПа. Площадь поперечного сечения A = 10 см^2, l_1 = 200 мм и l_2 = 600 мм.

Решение.

Обозначим реакции в заделках стержня через R_A и R_B. На стержень действует система сил, направленных вдоль одной прямой. Для такой системы статика дает одно уравнение равновесия

$$\sum Y = 0; \quad R_A - F_1 - F_2 + R_B = 0,$$

откуда $R_A + R_B = F_1 + F_2$. (1.24)

Для составления уравнения совместности деформаций мысленно отбросим нижнюю заделку и заменим ее действие на стержень реакцией R_B, т. е. приложим к сечению B (к нижнему торцовому сечению) такую силу, которая оказывает на стержень воздействие, полностью аналогичное воздействию заделки. Таким образом, изображенная система эквивалентна заданной системе и, поскольку в заданной системе перемещение сечения B равно нулю, то и для второй системы (рис.1.9, *б*) должно соблюдаться то же условие

$$\delta_B = 0. \qquad (1.25)$$

Для определения вида левой части записанного равенства используем принцип независимости действия сил, т. е. вычислим перемещение сечения B как сумму перемещений, вызванных каждой силой F_1, F_2 и R_B в отдельности

$$\delta_B = \delta_{F_1} + \delta_{F_2} + \delta_{R_B}.$$

Под действием одной лишь силы F_1 деформируется только верхняя часть стержня, нижняя и средняя части перемещаются как твердое тело. Таким образом, перемещение сечения B, вызванное силой F_1, равно удлинению верхней части стержня

$$\delta_{F_1} = \frac{F_1 l_1}{EA}.$$

Аналогично установим, что перемещение сечения B от действия силы F_2, равно удлинению верней и средней частей

$$\delta_{F_2} = \frac{F_2 l_2}{EA}.$$

Наконец, перемещение сечения B от действия силы R_B равно укорочению всего стержня

$$\delta_{R_B} = \frac{R_B l}{EA}.$$

Суммируя полученные величины и приравнивая сумму нулю согласно равенству (1.25), получим уравнение совместности деформаций,

$$\frac{F_1 l_1}{EA} + \frac{F_2 l_2}{EA} - \frac{R_B l}{EA} = 0,$$

откуда $R_B = \dfrac{F_1 l_1 + F_2 l_2}{l} = \dfrac{100 \cdot 0,2 + 150 \cdot 0,6}{0,8} = 137,5$ кН.

Подставив значение реакции R_B в уравнение равновесия (1.24), определим значение реакции в точке A:

$$R_A = F_1 + F_2 - R_B = F_1 + F_2 - \frac{F_1 l_1 + F_2 l_2}{l} = \frac{(F_1 + F_2) l - (F_1 l_1 + F_2 l_2)}{l} =$$

$$= \frac{(100 + 150) \cdot 0,8 - (100 \cdot 0,2 + 150 \cdot 0,6)}{0,8} = 112,5 \text{ кН}.$$

На рис. 1.9, *в* приведена эпюра продольных сил, в соответствии с которой определяем напряжения на различных участках стержня.

В поперечных сечениях верхней части стержня

$$\sigma^{(1)} = \frac{N_1}{A} = \frac{112,5 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-4}} = 112,5 \cdot 10^6 \text{ Па} = 112,5 \text{ МПа};$$

в поперечных сечениях средней части

$$\sigma^{(2)} = \frac{N_2}{A} = \frac{12,5 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-4}} = 12,5 \cdot 10^6 \text{ Па} = 12,5 \text{ МПа},$$

а в нижней части

$$\sigma^{(3)} = \frac{N_3}{A} = -\frac{137,5 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-4}} = -137,5 \cdot 10^6 \text{ Па} = -137,5 \text{ МПа}.$$

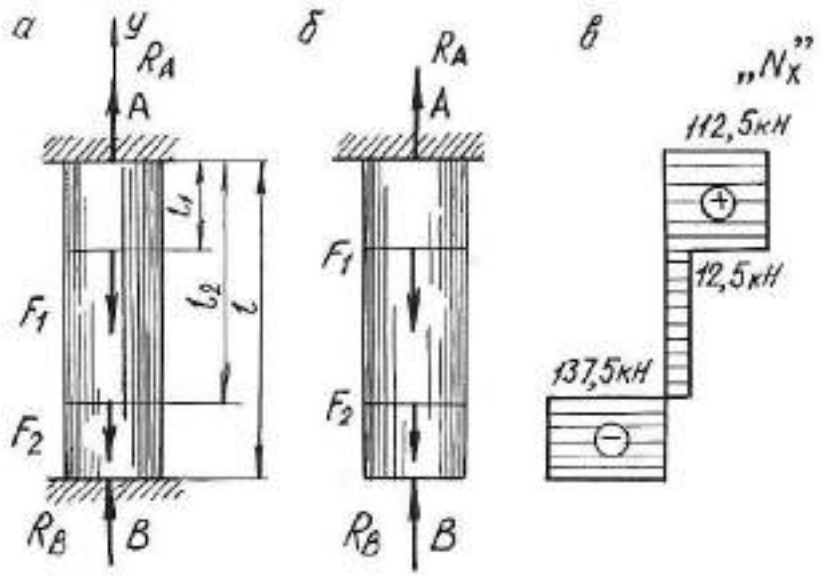


Рис. 1.9.

Наиболее напряженными, как видно из расчетов, являются поперечные сечения нижней части стержня. Это напряжение используем для проверки стержня на прочность:

$$\left|\sigma^{(3)}\right| = 137{,}5 \text{ МПа} < \sigma_{adm} = 140 \text{ МПа},$$

т. е. условие прочности выполняется.

Пример 1.7. Температурная задача

Определить допускаемое повышение температуры составного стержня (рис. 1.10.) из условия, чтобы напряжения сжатия не превышали в стальной части $\sigma_c = 120$ МПа, в медной $\sigma_м = 60$ МПа и в алюминиевой $\sigma_a = 70$ МПа. (линейные размеры на рисунке приведены в мм).

Решение.

Площади поперечных сечений ступеней стержня

$$A_м = \frac{\pi(50\cdot10^{-3})^2}{4} = 1963\cdot10^{-6} \text{ м}^2,$$

$$A_a = \frac{\pi(40\cdot10^{-3})^2}{4} = 1257\cdot10^{-6} \text{ м}^2,$$

$$A_c = \frac{\pi(30\cdot10^{-3})^2}{4} = 707\cdot10^{-6} \text{ м}^2.$$

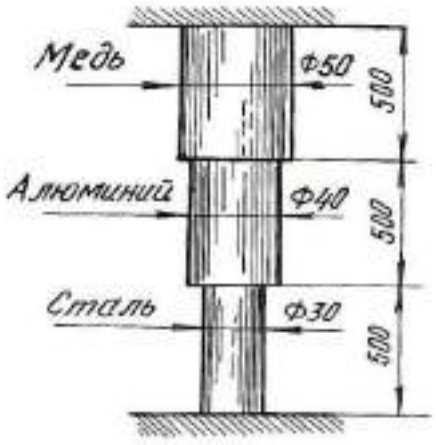


Рис. 1.10.

Продольные силы, при которых напряжения в ступенях будут равны заданным величинам, должны быть следующими:

$$N_{\text{м}} = A_{\text{м}} \cdot \sigma_{\text{м}} = 1963 \cdot 10^{-6} \cdot 60 \cdot 10^{6} = 118000 \text{ Н} = 118 \text{ кН};$$

$$N_{\text{а}} = A_{\text{а}} \cdot \sigma_{\text{а}} = 1257 \cdot 10^{-6} \cdot 70 \cdot 10^{6} = 88000 \text{ Н} = 88 \text{ кН};$$

$$N_{\text{с}} = A_{\text{с}} \cdot \sigma_{\text{с}} = 707 \cdot 10^{-6} \cdot 120 \cdot 10^{6} = 84800 \text{ Н} = 84{,}8 \text{ кН}.$$

Величина продольной силы не одинакова для всего стержня, следовательно, в качестве допускаемой продольной силы должно быть принято меньшее из трех полученных значений, а именно $N = N_{\text{с}} = 84{,}8$ кН.

Длина стержня в результате защемления обоих концов остается при изменении температуры неизменной. Следовательно, удлинение стержня в результате повышения температуры должно равняться полученному упругому укорочению

$$\Delta l_t = \Delta l = l_{\text{м}} \alpha_{\text{м}} \Delta t + l_{\text{а}} \alpha_{\text{а}} \Delta t + l_{\text{с}} \alpha_{\text{с}} \Delta t = l(\alpha_{\text{м}} + \alpha_{\text{а}} + \alpha_{\text{с}}) \Delta t,$$

где $\alpha_{\text{м}}$, $\alpha_{\text{а}}$, $\alpha_{\text{с}}$ – соответствующие коэффициенты теплового линейного расширения.

$$\Delta l = \Delta l_{\text{м}} = \Delta l_{\text{а}} = \Delta l_{\text{с}} = \frac{N l_{\text{м}}}{E_{\text{м}} A_{\text{м}}} + \frac{N l_{\text{а}}}{E_{\text{а}} A_{\text{а}}} + \frac{N l_{\text{с}}}{E_{\text{с}} A_{\text{с}}} = Nl\left(\frac{1}{E_{\text{м}} A_{\text{м}}} + \frac{1}{E_{\text{а}} A_{\text{а}}} + \frac{1}{E_{\text{с}} A_{\text{с}}}\right);$$

$$l(\alpha_{\text{м}} + \alpha_{\text{а}} + \alpha_{\text{с}}) \Delta t = Nl\left(\frac{1}{E_{\text{м}} A_{\text{м}}} + \frac{1}{E_{\text{а}} A_{\text{а}}} + \frac{1}{E_{\text{с}} A_{\text{с}}}\right),$$

откуда $\Delta t = \dfrac{N\left(\dfrac{1}{E_{\text{м}} A_{\text{м}}} + \dfrac{1}{E_{\text{а}} A_{\text{а}}} + \dfrac{1}{E_{\text{с}} A_{\text{с}}}\right)}{\alpha_{\text{м}} + \alpha_{\text{а}} + \alpha_{\text{с}}}.$

Подставим численные значения величин и произведем вычисления

$$\Delta t = \frac{84800\left[\dfrac{1}{1 \cdot 10^{11} \cdot 1963 \cdot 10^{-6}} + \dfrac{1}{0{,}7 \cdot 10^{11} \cdot 1257 \cdot 10^{-6}} + \dfrac{1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 707 \cdot 10^{-6}}\right]}{16{,}5 \cdot 10^{-6} + 25 \cdot 10^{-6} + 12{,}5 \cdot 10^{-6}} = 36^{\circ}.$$

Далее определим напряжения в поперечных сечениях стержня при повышении температуры на 36°

$$\sigma_{\text{м}} = -\frac{N}{A_{\text{м}}} = -\frac{84800}{1963 \cdot 10^{-6}} = -43 \cdot 10^{6} \text{ Па} = -43 \text{ МПа},$$

$$\sigma_{\text{а}} = -\frac{N}{A_{\text{а}}} = -\frac{84800}{1257 \cdot 10^{-6}} = -67{,}5 \cdot 10^{6} \text{ Па} = -67{,}5 \text{ МПа},$$

$$\sigma_{\text{с}} = -120 \text{ МПа}.$$

1.4. Задания для расчетов стержней с учетом собственного веса

Для стального бруса с учетом собственного веса и при продольной нагрузке F (табл. 1.1.) требуется по указанной схеме (табл. 1.2.):

1. Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине бруса.

2. Найти полное удлинение (укорочение) бруса для геометрических размеров, приведенных в табл. 1.1. Плотность стали ρ=7850 кг/см^3; ускорение силы тяжести g = 9,81 м/с^2, модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

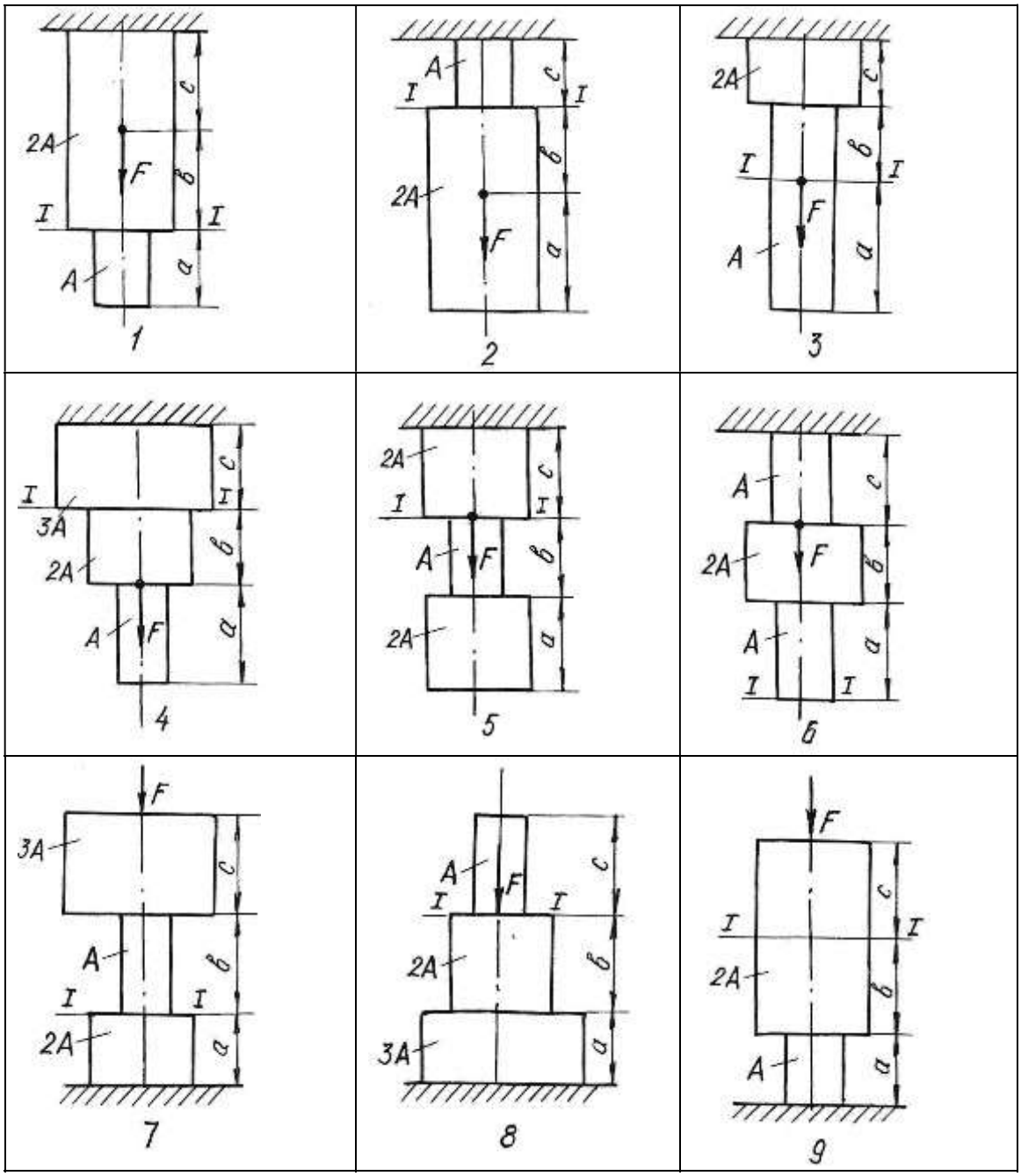
3. Определить перемещение сечений I-I.

Таблица 1.1

Номер варианта	a, м	b, м	c, м	F, кН	A, см²
1	1,5	1,0	2,0	30	20
2	1,0	1,5	2,0	40	30
3	2,0	1,0	2,0	50	40
4	2,0	1,0	1,5	60	18
5	2,0	1,5	1,5	20	24
6	1,5	1,0	2,0	40	28
7	1,5	1,0	1,0	50	30
8	1,0	1,5	2,0	50	32
9	1,5	1,0	1,5	60	12
10	2,0	1,0	1,5	70	14
11	1,0	2,0	1,0	20	15
12	2,0	2,0	1,0	40	18
13	1,0	1,5	1,0	30	20
14	1,4	1,0	1,0	40	24
15	1,0	3,0	1,0	50	28
16	1,0	2,0	1,0	40	30
17	1,2	1,0	2,4	70	32
18	2,0	1,5	2,0	60	20
19	2,6	1,0	1,7	60	18
20	2,0	1,0	1,5	50	22
21	1,5	1,8	1,4	40	15
22	2,0	1,0	1,4	30	16
23	1,2	1,2	1,2	20	20
24	1,5	1,0	2,0	10	16
25	1,4	2,0	1,0	40	18

Таблица 1.2

Расчетные схемы бруса



1.5. Задания для определения напряжений при плоском напряженном состоянии

Стальной кубик находится под действием сил, создающих плоское напряженное состояние (рис. 1.11.). Показать на рисунке элемент и направления напряжений в соответствии с вариантом задания.

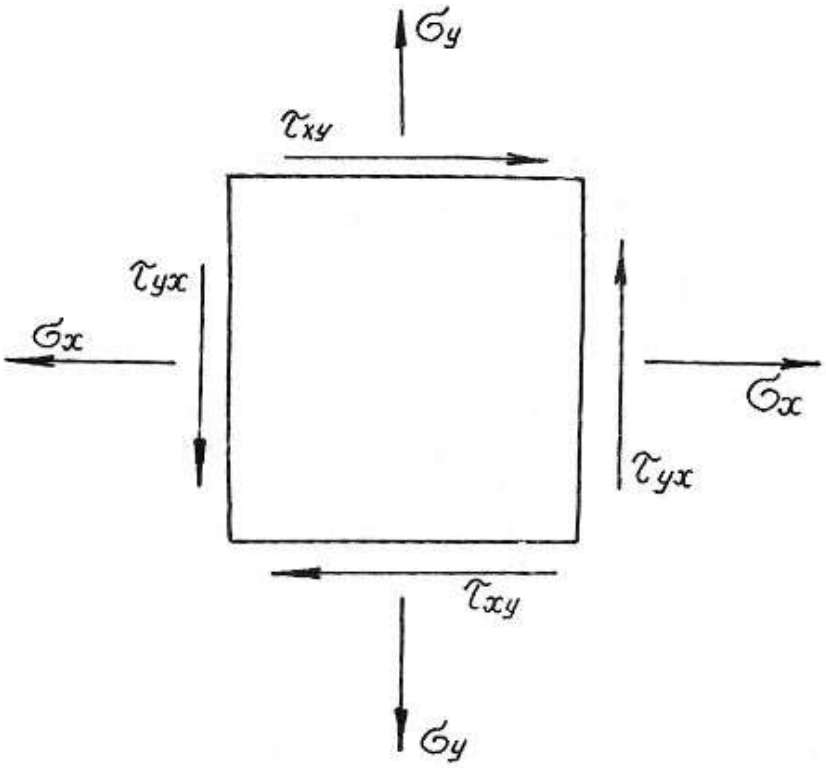


Рис. 1.11.

Требуется найти:

1. Главные напряжения и положение главных площадок.
2. Максимальные касательные напряжения.
3. Определить аналитически величины нормальных σ_α и касательных напряжений τ_α , действующих на площадках, нормаль к которым составляет угол α с горизонтальной осью x.

Данные приведены в табл. 1.3.

Таблица 1.3

Номер варианта	σ_x , МПа	σ_y , МПа	τ_{xy} , МПа	α, град
1	40,0	-20,0	-10,0	30
2	12,0	10,0	-80,0	-45
3	-10,0	-14,0	-12,0	15
4	15,0	12,0	90,0	30
5	20,0	-40,0	80,0	15
6	-12,0	10,0	-80,0	45
7	20,0	-2,0	10,0	-30
8	80,0	10,0	-60,0	45
9	12,0	14,0	10,0	30
10	-14,0	-10,0	50,0	15
11	20,0	10,0	-80,0	-45
12	30,0	-50,0	-10,0	60
13	-25,0	10,0	50,0	15
14	16,0	80,0	10,0	30
15	18,0	-10,0	10,0	-30
16	22,0	12,0	-90,0	45
17	-16,0	-12,0	10,0	20
18	10,0	80,0	-60,0	-20
19	25,0	-25,0	10,0	30
20	-10,0	10,0	60,0	60
21	12,0	10,0	-60,0	20
22	18,0	-10,0	-12,0	45
23	-40,0	30,0	20,0	30
24	50,0	-60,0	10,0	-30
25	45,0	35,0	15,0	-45

1.6. Задания для расчета статически неопределимых стержневых систем

Для статически неопределимой системы, состоящей из жесткой невесомой балки и стальных стержней 1 и 2, соединенных с ней шарнирно (табл.1.4), требуется:

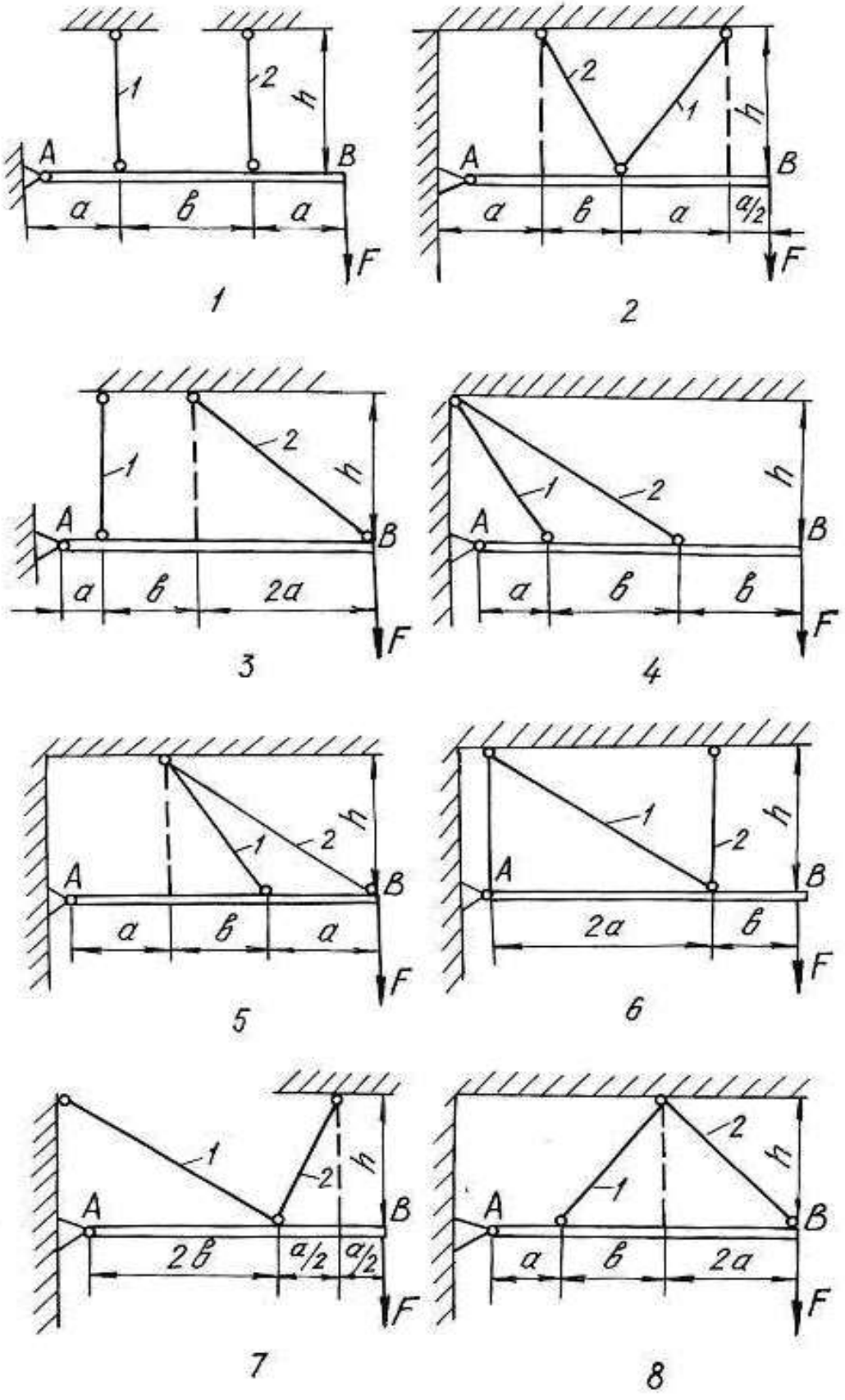
1. Определить усилия, возникающие в стержнях от действия нагрузки F;
2. Подобрать сечение стержней из двух равнобоких уголков каждое по ГОСТ 8509-93 (см. табл. П. 3).
3. Определить дополнительные усилия в стержнях конструкции, если стержень 2 изготовлен короче проектного размера на $\Delta = 5 \cdot 10^{-3}$ м.

При расчетах принять $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; σ_{adm}=160 МПа, остальные данные приведены в табл. 1.4. Расчетные схемы приведены в табл. 1.5.

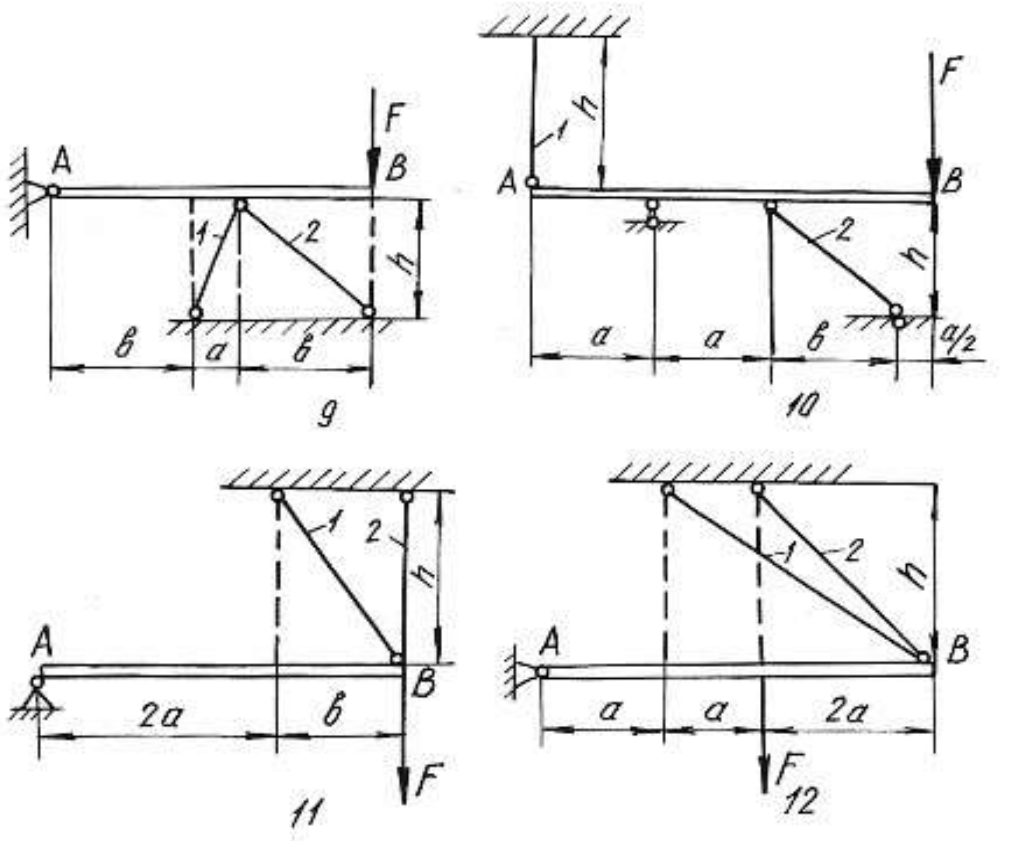
Таблица 1.4

Номер варианта	a, м	b, м	h, м	$A_2 : A_1$	F, кН
1	2,0	1,4	1,8	2,0	80
2	2,2	1,6	2,0	1,5	120
3	2,6	1,8	2,2	1,2	150
4	2,5	1,1	1,5	1,0	180
5	1,8	1,0	1,2	1,5	100
6	2,0	1,0	1,5	2,0	240
7	2,4	1,4	1,6	1,8	140
8	2,8	1,6	2,	2,0	120
9	1,6	1,2	1,5	1,5	100
10	2,4	1,4	1,6	1,8	180
11	3,0	2,0	2,0	1,5	260
12	2,4	1,8	2,2	2,0	320
13	1,8	1,4	1,2	1,5	400
14	2,0	1,5	1,3	1,2	360
15	1,5	1,5	2,0	1,5	400
16	1,0	0,9	1,5	1,1	340
17	1,1	1,3	1,8	1,8	250
18	1,5	1,2	2,0	2,0	120
19	0,9	0,6	3,0	1,4	170
20	0,8	0,7	2,3	1,6	210
21	1,2	1,7	1,3	1,3	200
22	1,3	1,4	0,8	1,7	90
23	2,0	2,0	2,0	0,9	110
24	2,0	1,1	1,0	0,8	130
25	1,5	1,6	0,8	0,7	280

Таблица 1.5


1
2
h
A
B
a
в
a
F
1
2
2
1
h
A
B
a
в
a
a/2
F
2
1
2
h
A
B
a
в
2a
F
3
1
2
h
A
B
a
в
в
F
4
1
2
h
A
B
a
в
a
F
5
1
2
h
A
B
2a
в
F
6
1
2
h
A
B
2в
a/2
a/2
F
7
1
2
h
A
B
a
в
2a
F
8

Окончание табл. 1.5



Глава 2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЛАВНЫХ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ПОПЕРЕЧНЫХ СЕЧЕНИЙ

Моментами инерции являются геометрические характеристики, отражающие заполнение веществом плоского поперечного сечения балки. Значения моментов инерции для стандартных поперечных сечений можно найти в любой литературе, список которой приведен в конце настоящего пособия. Моменты инерции относительно собственных осей простых фигур определяются по известным формулам.

Для прямоугольника

$$J_x = \frac{bh^3}{12}; \qquad J_y = \frac{hb^3}{12}; \qquad J_{xy} = 0, \tag{2.1}$$

где x, y – горизонтальная и вертикальная оси, проходящие через центр тяжести прямоугольника; b – ширина; h – высота прямоугольника.

Для круга

$$J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{64}; \qquad J_{xy} = 0. \tag{2.2}$$

Для треугольника

$$J_x = \frac{bh^3}{36}; \qquad J_y = \frac{hb^3}{36}; \qquad J_{xy} = \pm\frac{b^2h^2}{72}. \tag{2.3}$$

При этом знак центробежного момента определяется следующим образом. Треугольник вычерчивается в масштабе, через его центр проводятся оси, которые делят треугольник на четыре четверти. В первой и третьей четвертях площадь положительна, в остальных – отрицательна. Если суммарная положительная площадь будет по размеру больше отрицательной, то знак центробежного момента будет тоже положительный и наоборот.

Осевые моменты инерции прокатных профилей выписываются из таблицы (сортамента проката) в соответствии с номером профиля. Для равнополочных уголков центробежный момент относительно горизонтальной и вертикальной осей определяется по формуле:

$$J_{xy} = \left(J_{x_0} - J_{y_0}\right)\frac{\sin 2\alpha}{2} + J_{x_0y_0}\cos 2\alpha, \tag{2.4}$$

где x_0, y_0 – оси, проходящие через центр тяжести уголка под углом 45° к горизонтальной и вертикальной осям уголка.

При этом нужно помнить, что угол поворота осей *xy* относительно осей x_0y_0 будет отрицательным. Если уголок неравнополочный, то его условно разбивают на два прямоугольника, находят их центры тяжести, и центробежный

момент относительно собственных осей всего уголка определяют по формуле центробежных моментов инерции относительно параллельных осей.

Для составного сечения необходимо определять положение центра тяжести, разбив его на простейшие части (прямоугольник, круг, треугольник, двутавр, швеллер, уголок). Формулы для определения центра тяжести имеют вид:

$$x_c = \frac{\sum S_{x_{\text{вр}}}}{\sum A} = \frac{\left(A_1 x_1 + A_2 x_2 + \ldots, + A_n x_n\right)}{\left(A_1 + A_2 + \ldots, + A_n\right)};$$
$$y_c = \frac{\sum S_{y_{\text{вр}}}}{\sum A} = \frac{\left(A_1 y_1 + A_2 y_2 + \ldots, + A_n y_n\right)}{\left(A_1 + A_2 + \ldots, + A_n\right)}, \qquad (2.5)$$

где $S_{y_{\text{вр}}}, S_{x_{\text{вр}}}$ – статические моменты площадей простых фигур относительно временных осей; A_1, A_2,…, A_n – площади простых фигур; x_n, y_n – координаты центров тяжести простых фигур во временных осях.

Главными моментами инерции плоской фигуры (сечения) называют моменты инерции, определяемые относительно главных центральных осей сечения. Такие оси должны отвечать следующим требованиям:

1) они проходят через центр тяжести сечения;

2) относительно этих осей наблюдаются экстремальные значения моментов инерции (главные моменты инерции);

3) центробежный момент инерции относительно главных осей равен нулю.

В формулы напряжений, содержащие моменты инерции, необходимо всегда подставлять значения главных моментов инерции. Определение главных моментов инерции проводится в следующем порядке.

1. Заданное поперечное сечение сложной конфигурации вычерчивается в выбранном масштабе с указанием всех размеров.

2. Сечение условно разбивается на простейшие фигуры (прямоугольник, круг, треугольник, двутавр, швеллер, уголок).

3. Определяется положение центра тяжести площадки каждой простой фигуры и из этих центров проводятся собственные оси координат.

4. Для всей фигуры сечения проводятся временные (вспомогательные) оси координат $(x_{\text{вр}}, y_{\text{вр}})$ параллельно собственным осям отдельных фигур (желательно, чтобы временные оси проходили через центры тяжести простых фигур, что ведет к уменьшению объема вычислений).

5. Определяются координаты центра тяжести площади всего сечения по формулам (2.5).

6. Центр тяжести сечения наносится на чертеж, и из него проводятся опорные оси координат (x_c, y_c) параллельно временным осям.

7. Определяются осевые и центробежные моменты инерции сечения относительно опорных осей. При этом используют формулы для определения моментов инерции относительно параллельных осей:

$$J_{x_c} = \left(J_{x_1} + A_1 a_1^2\right)^{\text{I}} + \left(J_{x_2} + A_2 a_2^2\right)^{\text{II}} + \ldots + \left(J_{x_n} + A_n a_n^2\right)^{n};$$

$$J_{y_c} = \left(J_{y_1} + A_1 b_1^2\right)^{\text{I}} + \left(J_{y_2} + A_2 b_2^2\right)^{\text{II}} + \ldots + \left(J_{y_n} + A_n b_n^2\right)^{n}; \qquad (2.6)$$

$$J_{x_c y_c} = \left(J_{x_1 y_1} + A_1 a_1 b_1\right)^{\text{I}} + \left(J_{x_2 y_2} + A_2 a_2 b_2\right)^{\text{II}} + \ldots + \left(J_{x_n y_n} + A_n a_n b_n\right)^{n},$$

где $J_{x_1}, J_{x_2}, \ldots, J_{x_n}$ и $J_{y_1}, J_{y_2}, \ldots, J_{y_n}$ – моменты инерции простых фигур относительно собственных осей; $J_{x_1 y_1}, J_{x_2 y_2}, \ldots, J_{x_n y_n}$ – центробежные моменты инерции простых фигур относительно собственных осей; $a_1, a_2, \ldots, a_n$ – расстояния между собственными осями $x_1, x_2 \ldots, x_n$ простых фигур и центральной осью x_c; $b_1, b_2 \ldots, b_n$ – расстояния между собственными осями $y_1, y_2 \ldots, y_n$ простых фигур и центральной осью y_c (с учетом знаков).

8. Определяется положение главных осей инерции по формуле:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2 \cdot J_{x_c y_c}}{J_{y_c} - J_{x_c}}. \qquad (2.7)$$

Положительным считается угол α_0, откладываемый против хода часовой стрелки.

9. Проводятся главные оси на чертеже под углом α_0 по отношению к центральным осям.

10. Определяются главные моменты инерции по формулам:

$$\begin{aligned} J_{x_0} &= J_{x_c} \cos^2 \alpha_0 + J_{y_c} \sin^2 \alpha_0 - J_{x_c y_c} \sin 2\alpha_0; \\ J_{y_0} &= J_{x_c} \sin^2 \alpha_0 + J_{y_c} \cos^2 \alpha_0 + J_{x_c y_c} \sin 2\alpha_0 \end{aligned} \qquad (2.8)$$

или

$$J_{\max/\min} = \frac{J_{x_c} + J_{y_c}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(J_{x_c} - J_{y_c}\right)^2 + 4 \cdot J_{x_c y_c}^2}. \qquad (2.9)$$

11. Проводится проверка правильности решения задачи в двух вариантах:

а) суммы главных моментов инерции и моментов инерции относительно центральных осей должны быть равны

$$J_{x_0} + J_{y_0} = \left(J_{x_c} + J_{y_c}\right) \pm 5\ \%; \qquad (2.10)$$

б) центробежный момент инерции относительно главных осей должен быть равен нулю

$$J_{x_0y_0} = \frac{J_{x_c} - J_{y_c}}{2}\sin 2\alpha_0 + J_{x_cy_c}\cos 2\alpha_0 = 0\,. \qquad (2.11)$$

Пример 2.1.

Для заданного поперечного сечения, состоящего из швеллера и равнополочного уголка (рис. 2.1), требуется:

1) определить положение центра тяжести;

2) найти осевые и центробежный моменты инерции относительно осей, проходящих через центр тяжести;

3) определить направления главных центральных осей x_0 и y_0;

4) найти моменты инерции относительно главных центральных осей;

5) вычертить сечение в масштабе 1:2 и указать на нем все размеры в числах и все оси.

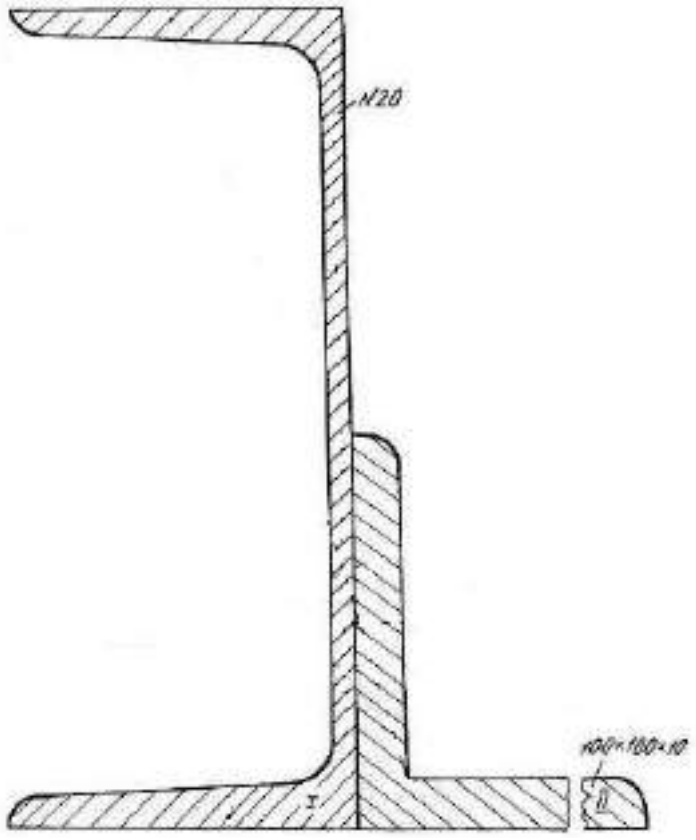


Рис. 2.1.

Решение.

1. Проводим временные оси $x_{\text{вр}}$ и $y_{\text{вр}}$ через левый нижний угол сечения (рис. 2.2) и разбиваем сечение на две фигуры: швеллер I и уголок II.

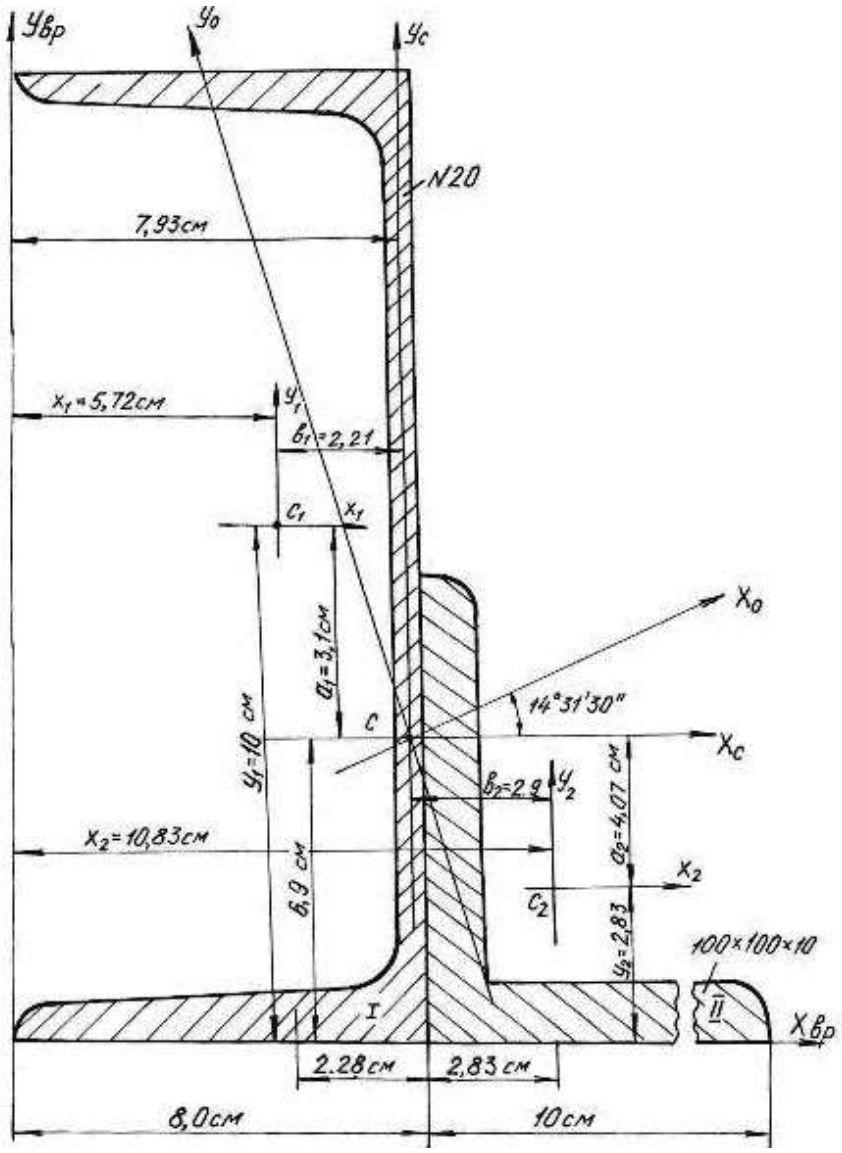


Рис. 2.2.

Основные данные фигур выписываем из таблиц сортамента проката.

Швеллер № 20а: $A_1 = 25{,}2$ см^2, $Z_0 = 2{,}28$ см, $J_{x_1} = 1670$ см^4, $J_{y_1} = 139$ см^4.

Уголок 100×100×10 мм: $A_2 = 19{,}2$ см^2, $Z_0 = 2{,}83$ см, $J_{x_0} = 284$ см^4, $J_{y_0} = 74{,}1$ см^4, $J_{x_2} = J_{y_2} = 179$ см^4 (рис. 2.3).

Координаты центра тяжести сечения

$$x_c = \frac{(A_1 x_1 + A_2 x_2)}{(A_1 + A_2)} = \frac{25{,}2 \cdot 5{,}72 + 19{,}2 \cdot 10{,}83}{25{,}2 + 19{,}2} = 7{,}93 \text{ см};$$

$$y_c = \frac{\left(A_1 y_1 + A_2 y_2\right)}{\left(A_1 + A_2\right)} = \frac{25{,}2 \cdot 10 + 19{,}2 \cdot 2{,}83}{25{,}2 + 19{,}2} = 6{,}9 \text{ см};$$

где A_1, A_2 – площади поперечного сечения первой и второй фигур; x_1, x_2, y_1, y_2 – координаты центров тяжести фигур относительно временных осей.

По значениям координат центра тяжести фигуры наносим точку C (см. рис. 2.2.) и проводим центральные оси x_c и y_c параллельно временным осям.

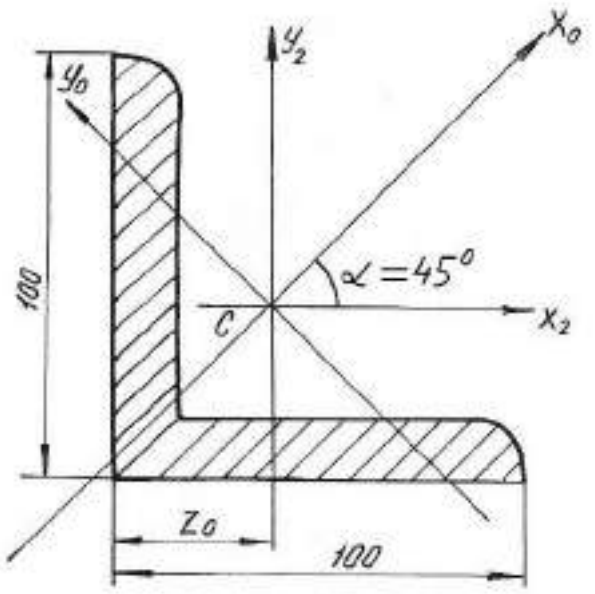


Рис. 2.3.

2. Вычисляем осевые моменты инерции относительно центральных опорных осей

$$J_{x_C} = \left(J_{x_C}\right)^{\text{I}} + \left(J_{x_C}\right)^{\text{II}} = \left(J_{x_1} + A_1 a_1^2\right) + \left(J_{x_2} + A_2 a_2^2\right) =$$

$$= \left[1670 + 25{,}2\left(3{,}1\right)^2\right] + \left[179 + 19{,}2\left(-4{,}07\right)^2\right] = 2409 \text{ см}^4;$$

$$J_{y_C} = \left(J_{y_C}\right)^{\text{I}} + \left(J_{y_C}\right)^{\text{II}} = \left(J_{y_1} + A_1 b_1^2\right) + \left(J_{y_2} + A_2 b_2^2\right) =$$

$$= \left[139 + 25{,}2\left(\text{-}2{,}21\right)^2\right] + \left[179 + 19{,}2\left(2{,}9\right)^2\right] = 603 \text{ см}^4.$$

3. Вычисляем центробежный момент инерции сечения относительно осей x_c и y_c. Центробежный момент швеллера относительно собственных осей равен 0, так как его оси проходят через центр тяжести и одна из них является осью симметрии.

Для уголка собственные центральные оси, т. е. оси x_2 и y_2 не являются главными, поэтому центробежный момент уголка в этой системе координат не равен 0. Вычислим его.

Из таблиц сортамента

$$J_{x_0} = 284 \text{ см}^4; \quad J_{y_0} = 74{,}1 \text{ см}^4;$$

$$J_{x_2y_2} = \frac{\left(J_{x_0} - J_{y_0}\right)}{2}\sin 2\alpha + J_{x_0y_0}\cos 2\alpha = \frac{284 - 74{,}1}{2}(-1) + 0 = -104{,}95 \text{ см}^4.$$

Угол α отрицателен, так как поворот осей x_0, y_0 направлен по ходу часовой стрелки.

$$J_{x_cy_c} = \left(J_{x_cy_c}\right)^{\text{I}} + \left(J_{x_cy_c}\right)^{\text{II}} = (J_{x_1y_1} + A_1a_1b_1) + (J_{x_2y_2} + A_2a_2b_2) =$$

$$= [0 + 25{,}2(3{,}1)(-2{,}21)] + [-104{,}95 + 19{,}2(-4{,}07)(2{,}90)] =$$

$$= -172{,}0 - 104{,}95 - 225 = -501{,}95 \text{ см}^4.$$

Угол поворота главных осей инерции

$$\text{tg}2\alpha_0 = \frac{2J_{x_cy_c}}{\left(J_{y_c} - J_{x_c}\right)} = \frac{2(-501{,}95)}{(603 - 2409)} = 0{,}555, \quad 2\alpha_0 = 29^{\text{o}}03', \quad \alpha_0 = 14^{\text{o}}31'30''.$$

4. Откладываем полученный угол против хода часовой стрелки от центральных осей x_c, y_c и проводим главные оси инерции x_0, y_0 (см. рис. 2.2).

5. Определяем главные моменты инерции

$$J_{x_0} = J_{x_c}\cos^2\alpha_0 + J_{y_c}\sin^2\alpha_0 - J_{x_cy_c}\sin 2\alpha_0 = 2536 \text{ см}^4;$$

$$J_{y_0} = J_{x_c}\sin^2\alpha_0 + J_{y_c}\cos^2\alpha_0 + J_{x_cy_c}\sin 2\alpha_0 = 476 \text{ см}^4.$$

Так как $J_{x_c} > J_{y_c}$, то $J_{\max}$ будет относительно оси x_0, а $J_{\min}$ будет относительно оси y_0.

Проверка.

а) Согласно формуле (2.10)

$$J_{x_c} + J_{y_c} = \left(J_{x_0} + J_{y_0}\right) \pm 5\ \%;$$

$$(2409 + 603)\cdot 10^{-8} = (2536 + 476)\cdot 10^{-8} \text{ м}^4;$$

$$3012\cdot 10^{-8} \text{ см}^4 = 3012\cdot 10^{-8} \text{ см}^4.$$

б) Согласно формуле (2.11)

$$J_{x_0y_0} = \frac{\left(J_{x_c} - J_{y_c}\right)}{2}\sin 2\alpha_0 + J_{x_cy_c}\cos 2\alpha_0 = 0;$$

$$J_{x_0y_0} = \frac{(2409-603)}{2}\sin 2\left(14^\circ 31' 30''\right) - 501{,}95 \cdot \cos 2\left(14^\circ 31' 30''\right) = 0;$$
$$J_{x_0y_0} = 438 - 438 = 0.$$

Проверка показывает, что главные моменты инерции определены правильно.

6. Вычерчиваем поперечное сечение в масштабе 1:2 с указанием всех осей и размеров.

Пример 2.2.

Для заданного поперечного сечения (рис. 2.4) определить положение центра тяжести, найти положение главных осей инерции и значения главных моментов инерции.

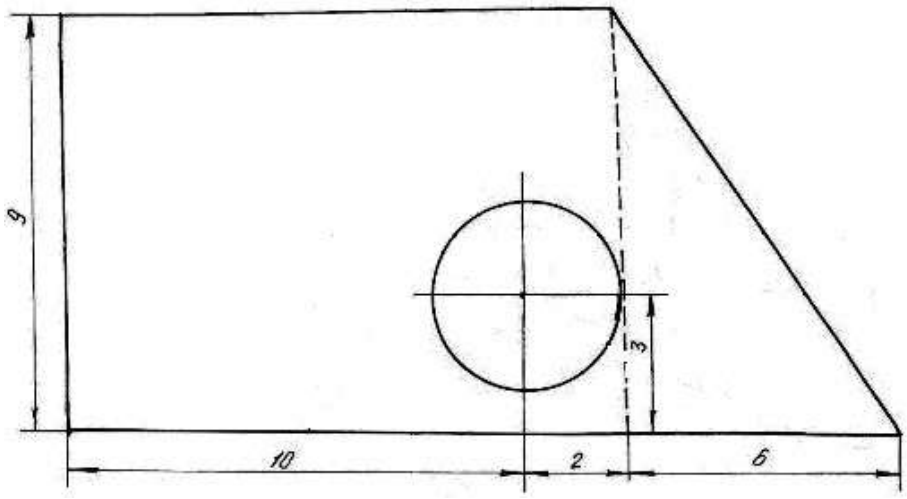


Рис. 2.4.

Решение.

1. Чертим поперечное сечение в масштабе 1:1;

2. Разбиваем сечение на простейшие фигуры: I – прямоугольник, II – прямоугольный треугольник, III – круг;

3. Проводим временные оси $x_{вр}$ и $y_{вр}$ через левый нижний угол заданного сечения (рис. 2.5).

4. Обозначив на рисунке центры тяжести простейших фигур, находим их координаты относительно временных осей и определяем площади фигур

$$C_1\begin{cases} x_1 = 6 \text{ см}; \\ y_1 = 4{,}5 \text{ см}; \end{cases} \qquad C_2\begin{cases} x_2 = 14 \text{ см}; \\ y_2 = 3 \text{ см}; \end{cases} \qquad C_3\begin{cases} x_3 = 10 \text{ см}; \\ y_3 = 3 \text{ см}. \end{cases}$$

$$A_1 = 108 \text{ см}^2, \qquad A_2 = 27 \text{ см}^2, \qquad A_3 = 12{,}56 \text{ см}^2.$$

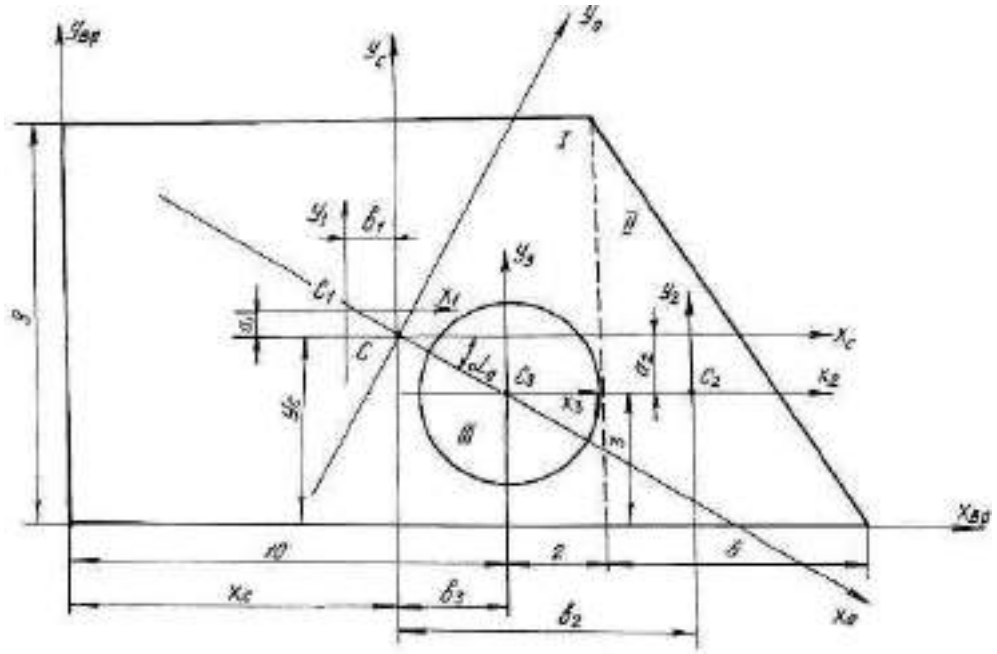


Рис. 2.5.

5. Определим координаты центра тяжести сечения

$$x_C = \frac{S_y}{A} = \frac{x_1 A_1 + x_2 A_2 - x_3 A_3}{A_1 + A_2 - A_3} = \frac{6 \cdot 108 + 14 \cdot 27 - 10 \cdot 12{,}56}{108 + 27 - 12{,}56} = 7{,}35 \text{ см};$$

$$y_C = \frac{S_x}{A} = \frac{y_1 A_1 + y_2 A_2 - y_3 A_3}{A_1 + A_2 - A_3} = \frac{4{,}5 \cdot 108 + 3 \cdot 27 - 3 \cdot 12{,}56}{108 + 27 - 12{,}56} = 4{,}32 \text{ см}.$$

Обозначим на рис. 2.5 положение центра тяжести C (x_c =7,35 см; y_c =4,32 см) и проведем центральные оси x_c и y_c параллельно временным осям.

6. Определим координаты центров тяжести простейших фигур $\left(C_1,\ C_2,\ C_3\right)$ относительно центральных осей x_c и y_c

$$C_1 \begin{cases} b_1 = x_1 - x_C = 1{,}35 \text{ см} \\ a_1 = y_1 - y_C = 0{,}18 \text{ см} \end{cases} \qquad C_2 \begin{cases} b_2 = x_2 - x_C = 6{,}65 \text{ см} \\ a_2 = y_2 - y_C = -1{,}32 \text{ см} \end{cases}$$

$$C_3 \begin{cases} b_3 = x_3 - x_C = 2{,}65 \text{ см} \\ a_3 = y_3 - y_C = -1{,}32 \text{ см}. \end{cases}$$

7. Определим моменты инерции простейших фигур относительно их центральных осей

Для прямоугольника:

$$J_{x_1} = \frac{bh^3}{12} = \frac{12 \cdot 9^3}{12} = 729 \text{ см}^4;\ J_{y_1} = \frac{b^3 h}{12} = \frac{12^3 \cdot 9}{12} = 1296 \text{ см}^4;\ J_{x_1 y_1} = 0.$$

Для треугольника:

$$J_{x_2}=\frac{bh^3}{36}=\frac{6\cdot 9^3}{36}=121{,}5\text{ см}^4;\qquad J_{y_2}=\frac{b^3h}{36}=\frac{6^3\cdot 9}{36}=54\text{ см}^4;$$

$$J_{x_2y_2}=-\frac{b^2h^2}{72}=-\frac{6^2\cdot 9^2}{72}=-40{,}5\text{ см}^4,$$

знак минус указывает на преобладание суммарной отрицательной части площади поперечного сечения.

Для круга:

$$J_{x_3}=J_{y_3}=\frac{\pi d^4}{64}=\frac{3{,}14\cdot 4^4}{64}=12{,}56\text{ см}^4;\qquad J_{x_3y_3}=0.$$

8. Определим моменты инерции всего сечения относительно центральных осей x_c и y_c, используя формулы моментов инерции относительно параллельных осей

$$J_{x_c}=\left(J_{x_c}\right)^{\text{I}}+\left(J_{x_c}\right)^{\text{II}}-\left(J_{x_c}\right)^{\text{III}}=\left(J_{x_1}+A_1a_1^2\right)+\left(J_{x_2}+A_2a_2^2\right)-\left(J_{x_3}+A_3a_3^2\right)=$$

$$=\left(729+0{,}18^2\cdot 108\right)+\left(121{,}5+\left(-1{,}32\right)^2\cdot 27\right)-\left(12{,}56+\left(-1{,}32\right)^2\cdot 12{,}56\right)=866{,}6\text{ см}^4;$$

$$J_{y_c}=\left(J_{y_c}\right)^{\text{I}}+\left(J_{y_c}\right)^{\text{II}}-\left(J_{y_c}\right)^{\text{III}}=\left(J_{y_1}+A_1b_1^2\right)+\left(J_{y_2}+A_2b_2^2\right)-\left(J_{y_3}+A_3b_3^2\right)=$$

$$=\left(1296+\left(-1{,}35\right)^2\cdot 108\right)++\left(54+6{,}65^2\cdot 27\right)-\left(12{,}56+2{,}65^2\cdot 12{,}56\right)=1093{,}32\text{ см}^4;$$

$$J_{x_cy_c}=\left(J_{x_cy_c}\right)^{\text{I}}+\left(J_{x_cy_c}\right)^{\text{II}}-\left(J_{x_cy_c}\right)^{\text{III}}=$$

$$=\left(J_{x_1y_1}+a_1b_1A_1\right)+\left(J_{x_2y_2}+a_2b_2A_2\right)-\left(J_{x_3y_3}+a_3b_3A_3\right)=$$

$$=\left(0+0{,}18\cdot\left(-1{,}35\right)\cdot 108\right)+\left(-40{,}5+\left(-1{,}32\right)\cdot 6{,}65\cdot 27\right)-\left(0+\left(-1{,}32\right)\cdot 2{,}56\cdot 12{,}56\right)=$$

$$=-259{,}82\text{ см}^4.$$

Получили, что центробежный момент сечения $J_{x_cy_c}\neq 0$, следовательно, оси x_c и y_c не являются главными осями инерции.

9. Найдём положение главных осей инерции по формуле:

$$\operatorname{tg}2\alpha_0=\frac{-2\cdot J_{x_cy_c}}{J_{x_c}-J_{y_c}}=-2{,}29;\text{ откуда }\ 2\cdot\alpha_0=-66^{\text{o}}20';\ \ \alpha_0=-33^{\text{o}}10'.$$

10. Проводим главные оси инерции x_0, y_0 под углом α_0 относительно центральных осей и определяем значение главных моментов инерции

$$J_{x_0}=J_{x_c}\cos^2\alpha_0+J_{y_c}\sin^2\alpha_0-J_{x_cy_c}\sin 2\alpha_0=696{,}48\text{ см}^4;$$

$$J_{y_0} = J_{x_c}\sin^2\alpha_0 + J_{y_c}\cos^2\alpha_0 + J_{x_c y_c}\sin 2\alpha_0 = 1263{,}42 \text{ см}^4.$$

$$J_{\min} = J_{x_0} = 696{,}48 \text{ см}^4; \qquad J_{\max} = J_{y_0} = 1263{,}42 \text{ см}^4.$$

Проверка.

а) Согласно формуле (2.10)

$$J_{x_c} + J_{y_c} = \left(J_{x_0} + J_{y_0}\right) \pm 5\%;$$

$$\left(866{,}6 + 1093{,}32\right)\cdot 10^{-8} = \left(696{,}48 + 1263{,}42\right)\cdot 10^{-8} \text{ м}^4;$$

$$1959{,}9\cdot 10^{-8}\text{см}^4 = 1959{,}9\cdot 10^{-8}\text{см}^4.$$

б) Согласно формуле (2.11)

$$J_{x_0 y_0} = \frac{\left(J_{x_c} - J_{y_c}\right)}{2}\sin 2\alpha_0 + J_{x_c y_c}\cos 2\alpha_0 = 0;$$

$$J_{x_0 y_0} = \frac{\left(866{,}6 - 1093{,}32\right)}{2}\sin 2\left(-33^{\circ}10'\right) + \left(-259{,}82\right)\cos 2\left(-33^{\circ}10'\right) = 0;$$

$$J_{x_0 y_0} = 104 - 104 = 0.$$

Проверка показывает, что главные моменты инерции определены правильно.

2.1. Задания для определения главных моментов инерции

а) Для заданного поперечного сечения (табл. 2.1), состоящего из швеллера и равнополочного уголка или из швеллера и двутавра (табл. 2.2), требуется:

1. Определить положение центра тяжести;
2. Найти осевые и центробежный моменты инерции относительно осей x_C и y_C, проходящих через центр тяжести сечения;
3. Определить положение главных осей инерции x_0 и y_0;
4. Найти главные моменты инерции относительно главных осей x_0 и y_0;
5. Вычертить сечение в выбранном масштабе и указать на нем все размеры в числах и все оси;
6. Сделать проверочные расчеты.

б) Для заданного поперечного сечения (табл. 2.3) требуется:

1. Определить положение центра тяжести;
2. Найти осевые и центробежный моменты инерции относительно осей x_C и y_C, проходящих через центр тяжести сечения;
3. Определить положение главных осей инерции x_0 и y_0;

4. Найти главные моменты инерции относительно главных осей x_0 и y_0;

5. Сделать проверочные расчеты.

Таблица 2.1

Номер варианта	Тип сечения	Швеллер №	Равнобокий уголок, мм	Двутавр №
1	I	14	80×80×8	12
2	II	16	80×80×6	14
3	III	18	90×90×8	16
4	IV	20	90×90×7	18
5	V	22	90×90×6	20а
6	VI	24	100×100×8	20
7	VII	27	100×100×10	22а
8	VIII	30	100×100×12	22
9	IX	33	125×125×10	24а
10	X	36	125×125×12	24

Таблица 2.2

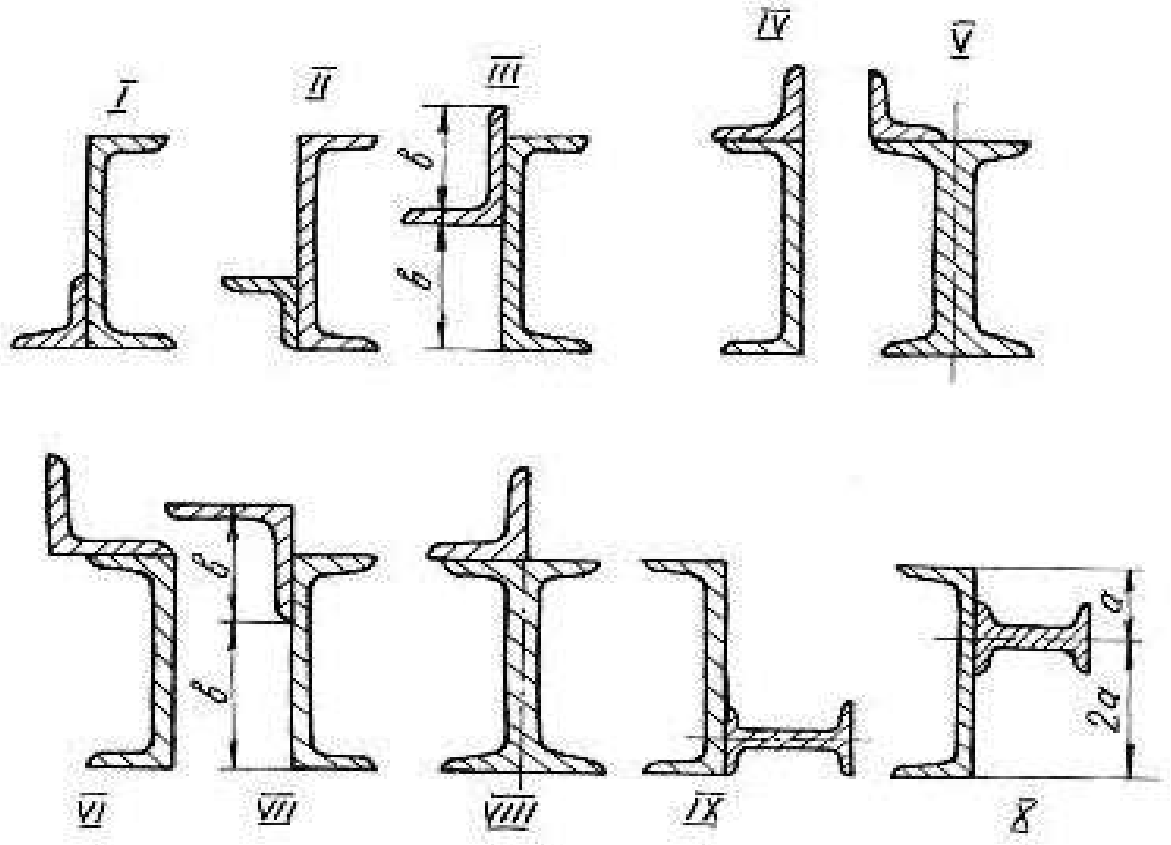
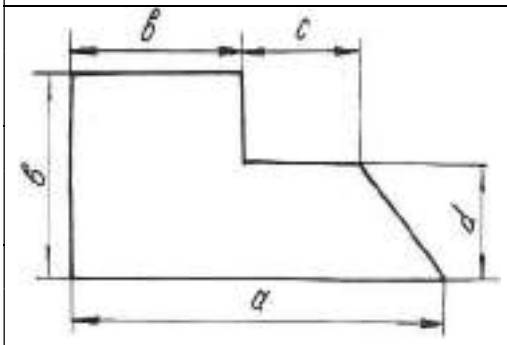
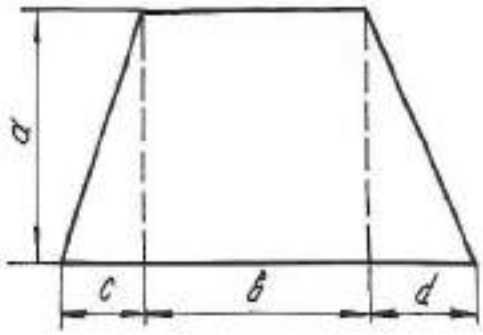
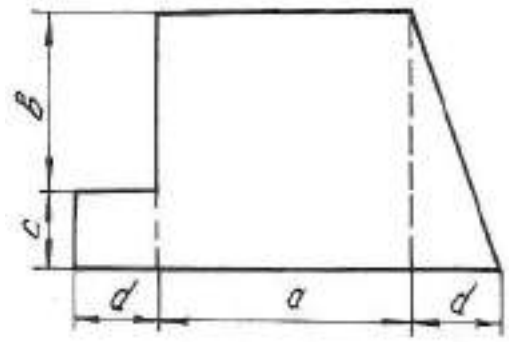
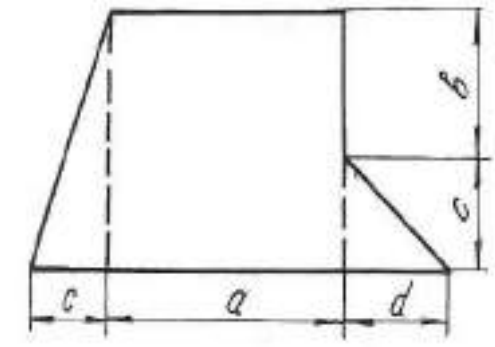
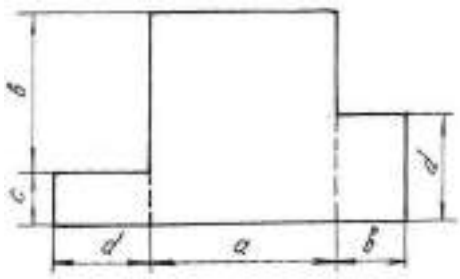
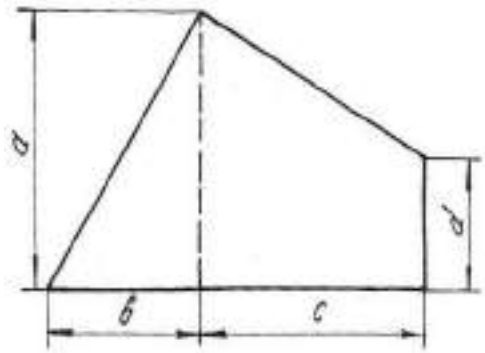
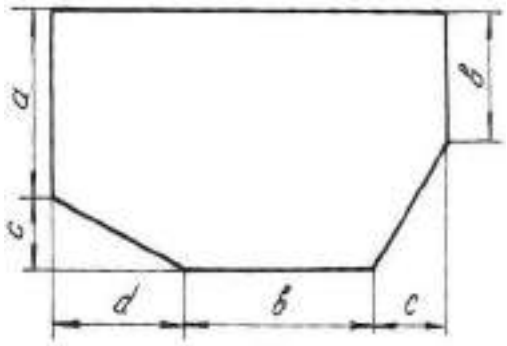
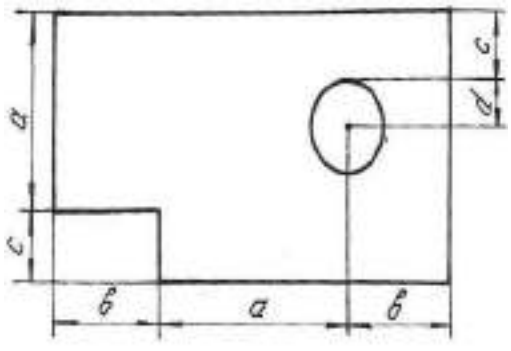


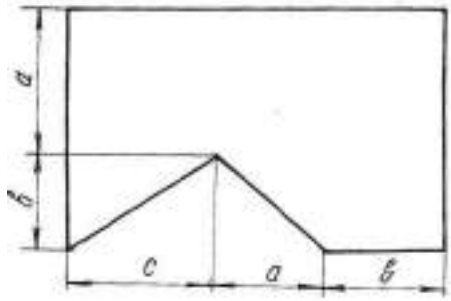
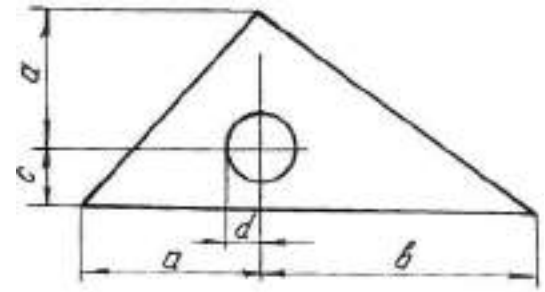
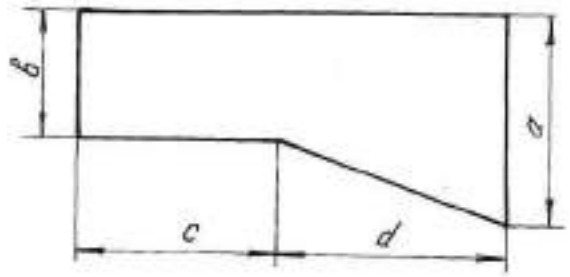
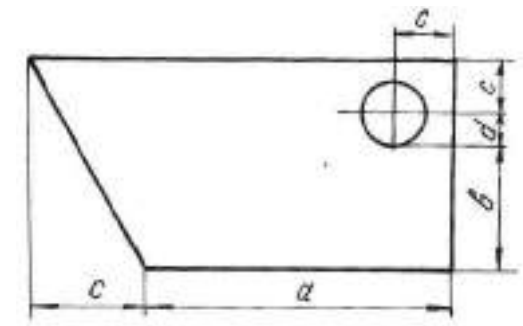
Таблица 2.3

Вид поперечного сечения	Номер варианта	*a*, см	*в*, см	*c*, см	*d*, см
	1	12	6	4	2
	2	16	10	2	6
	3	9	6	1	3
	4	6	9	3	5
	5	7	8	6	9
	6	8	6	4	6
	7	9	5	2	3
	8	6	4	3	4
	9	5	2	4	4
	10	4	3	2	5
	11	7	5	3	2
	12	9	4	4	6
	13	7	5	3	3
	14	6	3	6	4
	15	4	2	5	6

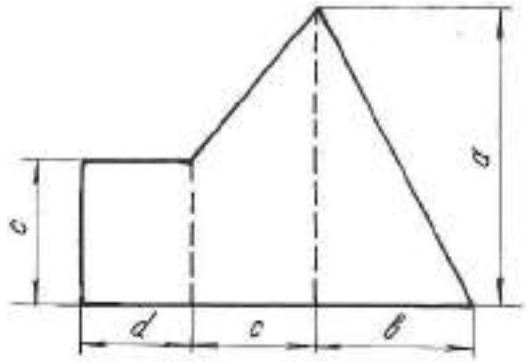
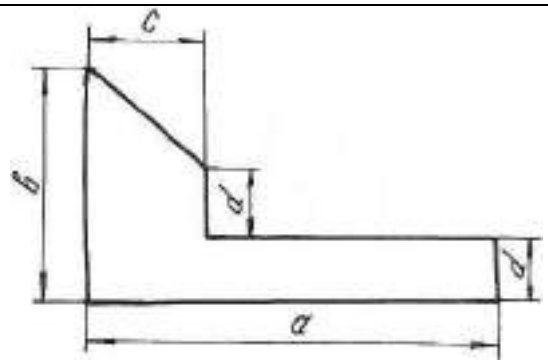
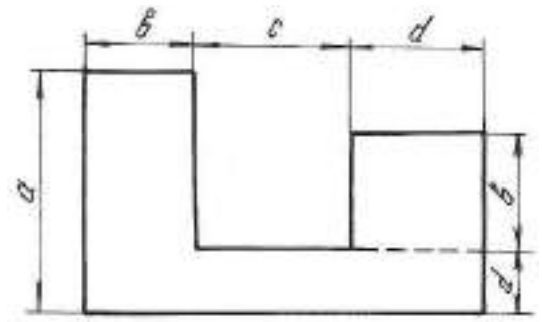
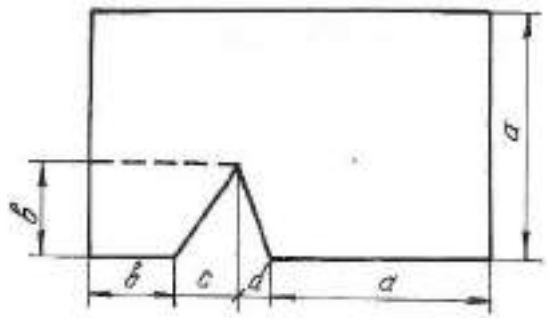
Продолжение табл. 2.3

Вид поперечного сечения	Номер варианта	*a*, см	*в*, см	*c*, см	*d*, см
	16	12	9	4	6
	17	18	12	5	8
	18	14	6	6	7
	19	15	19	3	4
	20	12	10	6	6
	21	16	8	9	4
	22	20	9	8	12
	23	14	14	12	6
	24	24	20	10	4
	25	10	8	4	3
	26	11	9	6	6
	27	13	12	5	9
	28	15	10	5	6
	29	8	4	8	12
	30	8	5	2	2
	31	9	4	1	2
	32	6	9	3	3
	33	10	6	4	1
	34	12	8	5	1

Продолжение табл. 2.3

Вид поперечного сечения	Номер варианта	*a*, см	*в*, см	*c*, см	*d*, см
	35	6	6	3	4
	36	9	4	6	5
	37	10	6	12	9
	38	12	9	10	6
	39	12	10	3	1
	40	10	12	3	2
	41	9	12	3	1
	42	8	10	3	2
	43	20	12	4	4
	44	18	10	3	5
	45	12	9	5	6
	46	15	12	6	4
	47	10	4	3	1
	48	12	6	4	2
	49	14	5	5	3
	50	16	6	4	1

Окончание табл. 2.3

Вид поперечного сечения	Номер варианта	*a*, см	*в*, см	*c*, см	*d*, см
	51	12	10	6	3
	52	18	12	4	9
	53	20	14	8	6
	54	22	16	10	4
	55	30	12	12	4
	56	24	14	10	6
	57	18	16	9	5
	58	12	10	8	3
	59	9	6	2	4
	60	6	5	4	2
	61	10	8	3	8
	62	12	9	4	1
	63	20	10	6	3
	64	12	6	4	3
	65	15	9	3	6
	66	18	10	9	6

Глава 3
ДЕФОРМАЦИЯ КРУЧЕНИЯ ВАЛА

Деформация кручения возникает при действии на вал пар сил, действующих в плоскостях, перпендикулярных к его продольной оси. При расчетах вала на кручение выполняются следующие условия прочности и жесткости:

$$\tau_{max} \le \tau_{adm}, \quad \varphi_{max} \le \varphi_{adm},$$

где τ_{max} – максимальное касательное напряжение, φ_{max} – максимальный угол закручивания вала.

Для определения максимального касательного напряжения и максимального угла закручивания необходимо иметь представление о том, как изменяется величина крутящего момента по длине вала. Текущие значения крутящих моментов определяются графиками их изменения, называемыми эпюрами. Вал по длине делится на участки вертикальными линиями, проведенными через те сечения, где приложены моменты пар сил. На каждом участке крутящий момент имеет постоянное значение и равен алгебраической сумме моментов относительно продольной оси, приложенных слева от сечения, проведенного условно на данном участке, или же приложенных справа от этого сечения.

Правило знаков: момент в сечении считается положительным, если, смотря на торцевое крайнее правое сечение вала, момент направлен по ходу часовой стрелки. Параллельно продольной оси вала проводится нулевая линия, от которой положительные моменты откладываются вверх, отрицательные – вниз в выбранном масштабе. Эпюра штрихуется вертикальными линиями. Диаметр сечения вала определяется из условия прочности

$$\tau_{max} = \frac{T_{max}}{W_p} \le \tau_{adm}, \tag{3.1}$$

где T_{max} – максимальный крутящий момент из эпюры T; $W_p = \dfrac{J_p}{d/2} = \dfrac{\left(\pi d^4/32\right)}{\left(d/2\right)} = \dfrac{\pi d^3}{16}$ – полярный момент сопротивления кручению поперечного сечения.

Исходя из условия прочности $\dfrac{\pi d^3}{16} \ge \dfrac{T_{max}}{\tau_{adm}}$, можно определить диаметр вала

$$d \ge \sqrt[3]{\frac{16T_{max}}{\left(\pi\tau_{adm}\right)}} \quad . \tag{3.2}$$

Углы закручивания вала на отдельных участках определяются по формуле:

$$\varphi = \frac{Tl}{GJ_p}, \tag{3.3}$$

где T − крутящий момент на рассматриваемом участке вала, взятый из эпюры моментов; l - длина участка вала; GJ_p − жесткость вала при кручении; G − модуль сдвига; $J_p = \frac{\pi d^4}{32}$ − полярный момент инерции поперечного сечения вала.

При построении эпюры углов закручивания вала необходимо помнить, что полный угол закручивания равен алгебраической сумме углов закручивания вала на отдельных участках. Значения углов закручивания в промежуточных сечениях определяются по формуле:

$$\alpha_{\text{прав}} = \alpha_{\text{лев}} + \varphi, \tag{3.4}$$

где $\alpha_{\text{лев}}$ − суммарный угол закручивания всех участков, которые находятся слева от рассматриваемого участка; φ − угол закручивания на данном участке.

Для определения максимального относительного угла закручивания определяют углы для каждого участка по формуле:

$$\theta = \frac{\varphi}{l}, \tag{3.5}$$

где l − длина рассматриваемого участка.

Пример 3.1.

К стальному валу приложены три известных момента: T_1=1100 Н·м, T_2=1400 Н·м, T_3= 1800 Н·м, a = 1,1 м, b = 1,4 м, c = 1,8 м (рис. 3.1).

Требуется:

1. Установить, при каком значении момента X угол закручивания правого концевого сечения вала равен нулю.

2. Построить эпюру крутящих моментов.

3. При заданном значении τ_{adm} определить диаметр вала из расчета на прочность и округлить его величину до ближайшего большого, соответственно равного 30, 35,40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100 мм.

4. Построить эпюру углов закручивания.

5. Найти наибольший относительный угол закручивания и проверить вал на жесткость при $\theta_{\text{adm}} = 1{,}5\,\text{град}/\text{м}$.

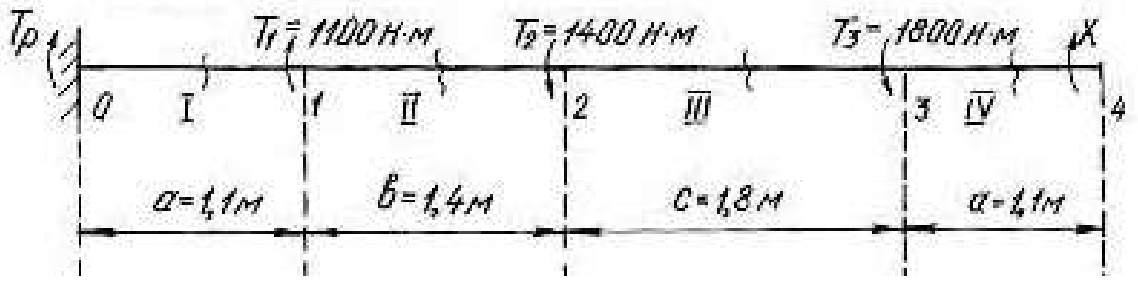


Рис. 3.1.

Решение.

1. Задача является статически неопределимой, так как невозможно определить из одного уравнения равновесия два неизвестных момента T_p и X. Для решения составим одно уравнение статики и одно уравнение совместности деформации. Уравнение статики представляем в виде уравнения моментов относительно продольной оси вала

$$\sum T = T_p + T_1 - T_2 - T_3 + X = 0 .$$

Угол закручивания правого концевого сечения может быть выражен как алгебраическая сумма взаимных углов закручивания сечений отдельных участков под действием каждого из моментов в отдельности

$$\sum \varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 = 0 ,$$

где φ_1 – угол закручивания вала на участке 0-1 под действием момента T_1; φ_2 – угол закручивания вала на участке под действием момента T_2; φ_3 – угол закручивания вала на участке под действием момента T_3; φ_4 – угол закручивания вала на участке 3-4 под действием неизвестного момента *X*.

При этом

$$\varphi_1 = \frac{T_1 a}{GJ_p}; \quad \varphi_2 = -\frac{T_2 (a+b)}{GJ_p}; \quad \varphi_3 = -\frac{T_3 (a+b+c)}{GJ_p}; \quad \varphi_4 = \frac{X(2a+b+c)}{GJ_p}.$$

$$\sum \varphi = \frac{T_1 a}{GJ_p} - \frac{T_2 (a+b)}{GJ_p} - \frac{T_3 (a+b+c)}{GJ_p} + \frac{X(2a+b+c)}{GJ_p} =$$

$$= T_1 a - T_2 (a+b) - T_3 (a+b+c) + X(2a+b+c) = 0.$$

Подставив данные, получим

$$1100 \cdot 1{,}1 - 1400 \cdot 2{,}5 - 1800 \cdot 4{,}3 + X \cdot 5{,}4 = 0 ;$$

откуда $X = \dfrac{-1210 + 3500 + 7740}{5{,}4} = 1857$ Н·м.

Реактивный момент находим из уравнения статики:

$$T_p = -T_1 + T_2 + T_3 - X;$$

$$T_p = -1100 + 1400 + 1800 - 1857 = 243 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

2. Для построения эпюры моментов (рис. 3.2) определяем значения мо-

ментов методом сечений.

В сечении IV-IV $T_{IV} = 1857$ Н·м.

В сечении III-III $T_{III} = 1857 - 1800 = 57$ Н·м.

В сечении II-II $T_{II} = 1857 - 1800 - 1400 = -1343$ Н·м.

В сечении I-I $T_{I} = 1857 - 1800 - 1400 + 1100 = -243$ Н·м.

3. Найдем полярный момент инерции сечения

$$W_P \geq \frac{|T_{max}|}{\tau_{adm}} \geq \frac{1857}{60 \cdot 10^6} \geq 30{,}95 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3,$$

где $\tau_{adm} = 60$ МПа; $T_{max} = 1857$ Нм.

Из соотношения $W_p = \frac{\pi d^3}{16}$ найдем диаметр вала:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot W_P}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 30{,}95 \cdot 10^{-6}}{3{,}14}} = 5{,}5 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 55 \text{ мм}.$$

Принимаем диаметр вала равным 60 мм.

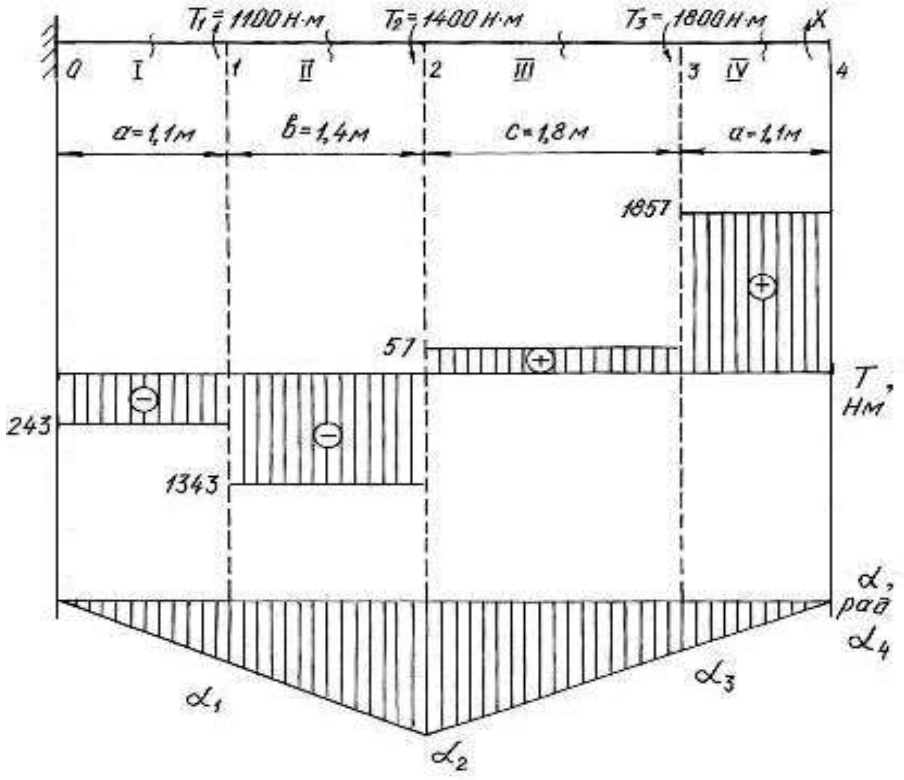


Рис. 3.2.

4. Углы закручивания вала на участках находим по формуле (3.3). Для этого сначала найдем J_p

$$J_p = \frac{3{,}14 \cdot 6^4}{32} = 127{,}2 \text{ см}^4 = 127{,}2 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4.$$

$$\varphi_{\text{I}} = \frac{T_{\text{I}} a}{G J_p} = -\frac{243 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}1}{8 \cdot 10^4 \cdot 127{,}2 \cdot 10^{-8}} = -0{,}0026 \text{ рад};$$

$$\varphi_{\text{II}} = \frac{T_{\text{II}} b}{G J_p} = -\frac{-1343 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}4}{8 \cdot 10^4 \cdot 127{,}2 \cdot 10^{-8}} = -0{,}0185 \text{ рад};$$

$$\varphi_{\text{III}} = \frac{T_{\text{III}} c}{G J_p} = \frac{57 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}8}{8 \cdot 10^4 \cdot 127{,}2 \cdot 10^{-8}} = 0{,}0010 \text{ рад};$$

$$\varphi_{\text{IV}} = \frac{T_{\text{IV}} a}{G J_p} = \frac{1857 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}1}{8 \cdot 10^4 \cdot 127{,}2 \cdot 10^{-8}} = 0{,}0200 \text{ рад}.$$

В месте жёсткой заделки в сечении 0 вал неподвижен. По формуле (3.4), находим угол закручивания вала в сечениях 1, 2, 3, 4:

$\alpha_1 = \alpha_0 + \varphi_{\text{I}} = 0 - 0{,}0026$ рад;

$\alpha_2 = \alpha_1 + \varphi_{\text{II}} = -0{,}0026 - 0{,}0185 = -0{,}0211$ рад;

$\alpha_3 = \alpha_2 + \varphi_{\text{III}} = -0{,}0211 + 0{,}001 = -0{,}0201$ рад;

$\alpha_4 = \alpha_3 + \varphi_{\text{IV}} = -0{,}0201 + 0{,}02 = -0{,}0001 \approx 0$ рад.

Строим эпюру углов закручивания (см. рис.3.2). Относительный угол закручивания на каждом участке можно определить по формуле (3.5):

$$\theta_{\text{I}} = \frac{\varphi_{\text{I}}}{1{,}1} = -\frac{0{,}0026}{1{,}1} = -0{,}0023 \text{ рад/м};$$

$$\theta_{\text{II}} = \frac{\varphi_{\text{II}}}{1{,}4} = -\frac{0{,}0185}{1{,}4} = -0{,}0132 \text{ рад/м};$$

$$\theta_{\text{III}} = \frac{\varphi_{\text{III}}}{1{,}8} = \frac{0{,}0010}{1{,}8} = 0{,}0006 \text{ рад/м};$$

$$\theta_{\text{IV}} = \frac{\varphi_{\text{IV}}}{1{,}1} = \frac{0{,}0200}{1{,}1} = 0{,}0182 \text{ рад/м}.$$

5. Наибольшим является относительный угол закручивания на участке 3-4

$$\theta_{\max} = 0{,}0182 \text{ рад/м} = 0{,}0182 \frac{180^\circ}{\pi} = 1{,}04 \text{ град/м}.$$

Таким образом, $\theta_{\max} = 1{,}04$ град/м $< \theta_{\text{adm}} = 1{,}5$ град/м, т. е. условие жесткости выполняется.

Пример 3.2.

Шкив двухколодочного тормоза крана, имеющий диаметр $D = 300$ мм, жестко крепится на стальном валу диаметром $d = 30$ мм (рис. 3.3). Определить наибольшие напряжения кручения в сечении вала, если сила нажатия на колодки тормозного шкива Q = 820 Н, коэффициент трения скольжения между колодками и шкивом $f = 0{,}4$. Определить угол закручивания вала, если $l = 400$ мм.

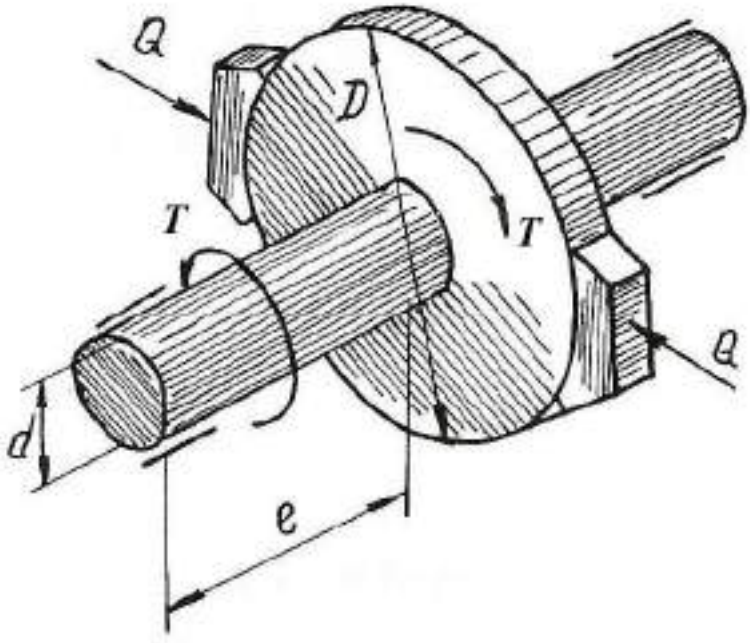


Рис. 3.3.

Решение.

Окружное усилие на тормозном шкиве равно силе трения, возникающей между колодками и шкивом

$$F = Qf = 820 \cdot 0{,}4 = 328 \text{ Н}.$$

Крутящий момент на тормозном шкиве

$$T = FD = 328 \cdot 30 \cdot 10^{-2} = 98{,}4 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Полярный момент сопротивления и полярный момент инерции сечения вала равны

$$W_p = \frac{\pi}{16} d^3 = \frac{\pi}{16}\left(3 \cdot 10^{-2}\right)^3 = 5{,}3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3;$$

$$J_p = \frac{\pi}{32} d^4 = \frac{\pi}{32}\left(3 \cdot 10^{-2}\right)^4 = 7{,}96 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4.$$

Наибольшее касательное напряжение в сечении определяем по формуле (3.1)

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_P} = \frac{98,4}{5,3 \cdot 10^{-6}} = 18,5 \cdot 10^6 \text{ Па} = 18,5 \text{ МПа}.$$

Угол закручивания вала тормозного шкива

$$\varphi = \frac{Tl}{GJ_p} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{98,4 \cdot 0,4}{8 \cdot 10^{-10} \cdot 7,96 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 0,36^\circ,$$

следовательно $\varphi = 22'$.

Пример 3.3.

К стальному валу, оба конца которого защемлены (рис. 3.4, *а*), приложен крутящий момент $T = 440$ Н·м. Определить реактивные моменты в опорах A и B и построить эпюру крутящих моментов при $l_1 = 0,2$ м, $l = 0,8$ м.

Решение.

Обозначим реактивные моменты в защемлении через T_A и T_B. Из статики знаем уравнение равновесия

$$-T_A + T - T_B = 0 \text{ или } T_A + T_B = T$$

Далее составим уравнение совместности деформаций. Для этого отбросим (мысленно) защемление правого конца вала и заменим его действием на вал неизвестным реактивным моментом T_B (рис. 3.4, *б*).

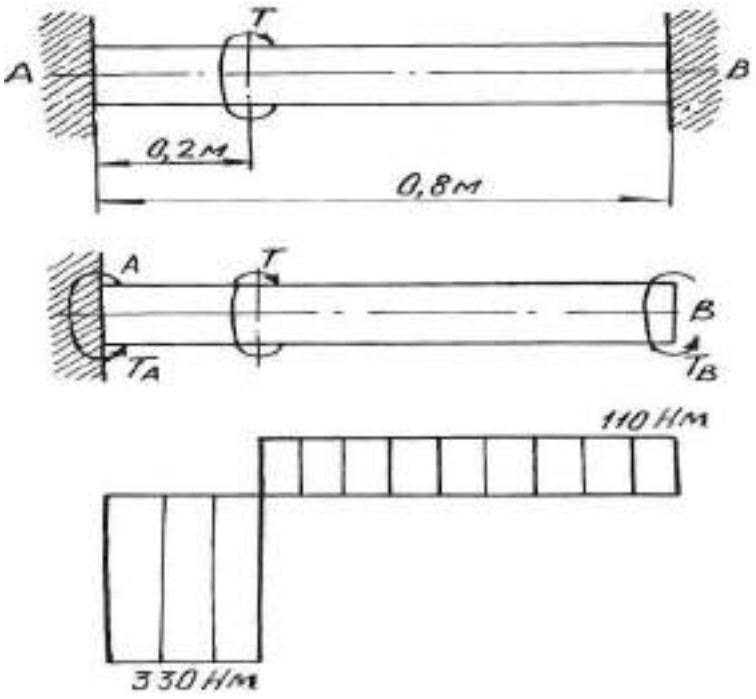


Рис. 3.4.

Величину момента T_B определим из условия, что угол закручивания правого крайнего сечения от действия моментов T и T_A равен нулю, так как это сечение вследствие защемления неподвижно. Угол закручивания правого освобожденного сечения вала на основе принципа независимости действия сил можно определить как сумму двух слагаемых

$$\varphi = \varphi' + \varphi'',$$

где φ' и φ'' – углы закручивания правого освобожденного сечения вала, найденные отдельно от моментов T и T_B, при этом $\varphi' = \dfrac{Tl_1}{GJ_p}$; $\varphi'' = -\dfrac{T_B l}{GJ_p}$.

Знак минус в выражении φ'' взят потому, что моменты T и T_B противоположны по направлению.

Полный угол закручивания правого сечения равен нулю, поэтому

$$\varphi = \varphi' + \varphi'' = \frac{Tl_1}{GJ_p} - \frac{T_B l}{GJ_p} = 0,$$

откуда $T_B = \dfrac{Tl_1}{l} = \dfrac{440 \cdot 0{,}2}{0{,}8} = 110$ Н·м.

Из уравнения статики определим момент T_A

$$T_A = T - T_B = 440 - 110 = 330 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Эпюра крутящих моментов приведена на рис. 3.4, *в*.

3.1. Задания для расчета валов на кручение

К стальному валу приложены три известных момента $T_1,\ T_2,\ T_3$.

Требуется:

1. Установить, при каком значении момента *X* угол закручивания правого концевого сечения вала равен нулю.

2. Построить эпюру крутящих моментов.

3. При заданном значении τ_{adm} определить диаметр вала из расчета на прочность и округлить его значение до ближайшего равного: 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100 мм.

4. Построить эпюру углов закручивания, найти наибольший относительный угол закручивания и проверить вал на жесткость при $\theta_{adm} = 1{,}5$ град/м.

Данные для расчета приведены на рис. 3.5 и в табл. 3.1.

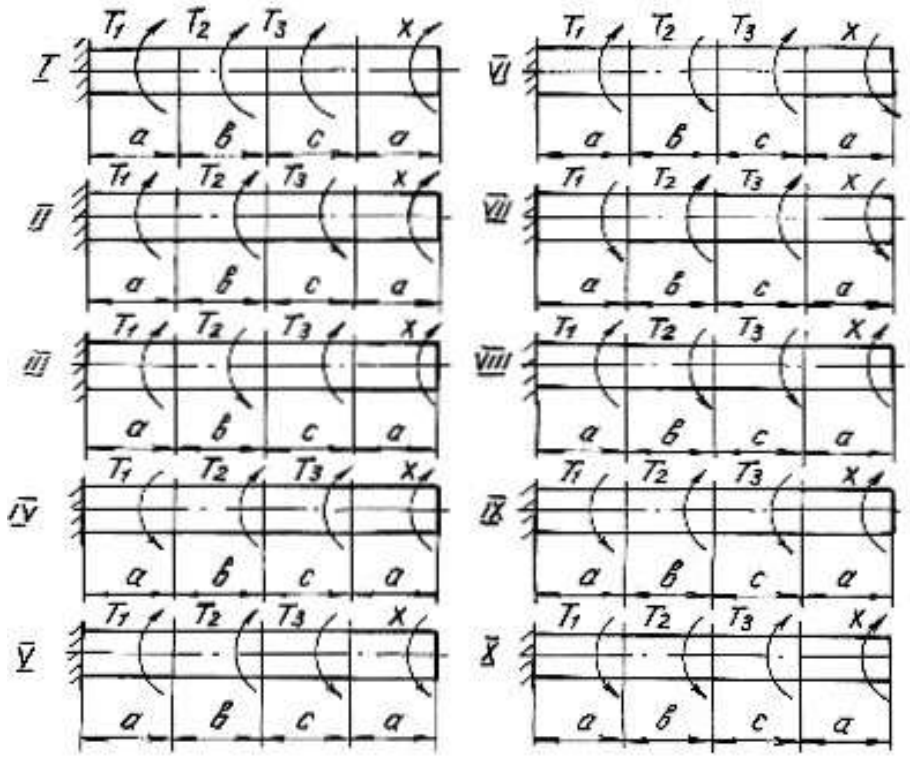


Рис. 3.5.

Таблица 3.1

Номер варианта	Номер схемы	Расстояние, м			Момент, Н·м			τ_{adm}, МПа
		a	*b*	*c*	T_1	T_2	T_3	
1	I	1,1	1,2	1,1	1100	1000	1200	35
2	II	1,2	1,3	1,2	1200	1100	1000	40
3	III	1,3	1,4	1,3	1300	1200	1100	45
4	IV	1,4	1,5	1,4	1400	1300	1200	50
5	V	1,5	1,6	1,5	1500	1400	1300	55
6	VI	1,6	1,7	1,6	1600	600	1500	60
7	VII	1,7	1,8	1,7	1700	700	1600	65
8	VIII	1,8	1,9	1,8	1800	800	1700	70
9	IX	1,9	2,0	1,9	1900	900	1800	75
10	X	2,0	2,1	2,0	2000	1000	2100	80

Глава 4
ДЕФОРМАЦИЯ ПОПЕРЕЧНОГО ИЗГИБА БАЛОК

Деформация поперечного изгиба может возникнуть от любых нагрузок, если линии действия этих нагрузок находятся в плоскости, проходящей через продольную ось балки. Если в такой плоскости располагается одна из главных осей инерции поперечного сечения, то возникает деформация плоского изгиба. От действия внешних нагрузок в поперечных сечениях балок возникают внутренние силовые факторы – поперечные силы и изгибающие моменты. Для их нахождения пользуемся методом сечений и, изучая равновесие сил, приводим внешние нагрузки к центру тяжести поперечного сечения.

Поперечная сила Q_x в любом сечении равна алгебраической сумме проекций всех внешних сил, приложенных с одной стороны от рассматриваемого сечения, на ось, перпендикулярную к продольной оси балки.

Изгибающий момент M_x в любом сечении равен алгебраической сумме моментов всех сил, действующих с одной стороны от рассматриваемого сечения балки, относительно центра тяжести сечения.

Правило знаков для Q_x и M_x:

1) поперечная сила считается положительной, если она сдвигает левую часть балки от сечения вверх, а правую часть балки вниз;

2) изгибающий момент в сечении считается положительным, если он изгибает балку выпуклостью вниз; при изгибе балки выпуклостью вверх изгибающий момент считается отрицательным.

Уравновесить момент внешних сил может только момент внутренних сил упругости, который образован силами, направленными нормально к сечению балки. Поперечная сила может быть уравновешена силой, которая является равнодействующей внутренних сил упругости, расположенных в плоскости сечения балки.

Таким образом, нормальные напряжения, возникающие в поперечных сечениях балок, зависят от величины изгибающих моментов в этих сечениях, а касательные напряжения – от величины поперечных сил в этих сечениях. Эту зависимость в общем виде можно записать

$$\sigma = f_1(M_x); \quad \tau = f_2(Q_x)$$

Таким образом, для того, чтобы определить напряжения в поперечных сечениях, необходимо знать законы изменения Q_x и M_x по длине балок. Для этого строят два графика, называемых эпюрами поперечных сил и изгибающих моментов.

Порядок построения эпюр сводится к следующему:

1. Заданная балка вычерчивается в выбранном масштабе с указанием размеров и нагрузок;

2. С помощью уравнений равновесия статики определяются реакции опор с обязательной последующей проверкой;

3. Балка разбивается на отдельные участки. Каждый участок имеет свой закон изменения нагрузки;

4. Для каждого участка записываются уравнения для определения Q_x и M_x;

5. Вычисляют ординаты Q_x и M_x по составленным для отдельных участков уравнениям;

6. Строят в принятом масштабе эпюры Q_x и M_x.

Положительные значения найденных величин откладываются выше нулевой линии эпюры, а отрицательные − ниже ее.

Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов можно выполнить, применяя следующие контрольные правила для построения эпюр:

1. На концевых шарнирных опорах Q_x равны реакциям, а M_x равны нулю, если на опорах не приложены пары с моментами *M.*

2. На участках балки, где отсутствует распределенная нагрузка, поперечная сила постоянна, а изгибающий момент изменяется по линейному закону.

3. На участках, где приложена равномерно распределенная нагрузка, эпюра Q_x изменяется по закону прямой наклонной линии, а эпюра M_x − по закону квадратичной параболы. В том сечении, где эпюра Q_x пересекается с нулевой линией, на эпюре M_x наблюдается экстремальное значение момента (вершина параболы).

4. На участках, где приложена нагрузка, изменяющаяся по закону треугольника, эпюра Q_x изменяется по закону квадратичной параболы, а эпюра M_x − по закону кубической параболы.

5. В тех сечениях, где приложены сосредоточенные силы (включая и реакции), на эпюре Q_x наблюдаются скачки (перепады) на величину этих сил, а на эпюре M_x − переломы смежных линий.

6. В тех сечениях, где приложены пары с моментами *M*, на эпюре M_x наблюдаются скачки на величину этих моментов.

7. На свободном конце консольной балки поперечная сила Q_x равна нулю, если в этом месте не приложена сосредоточенная сила; и изгибающий момент M_x равен нулю, если в этом месте не приложена пара с моментом *M.*

8. В жесткой заделке консольной балки Q_x равна реакции, а изгибающий момент M_x равен моменту заделки.

Нормальные напряжения при изгибе определяются по формуле:

$$\sigma = \frac{M_x}{J_{\text{н.о.}}} y, \qquad (4.1)$$

где M_x − изгибающий момент в сечении; $J_{\text{н.о.}}$ − момент инерции сечения относительно нейтральной оси поперечного сечения (нейтральная ось – это ось, в любой точке которой нормальные напряжения всегда равны нулю); y − расстояние до рассматриваемого волокна от нейтральной оси.

Касательные напряжения при изгибе могут быть определены по формуле Д. И. Журавского:

$$\tau = \frac{Q_x S_{\text{н.о.}}}{J_{\text{н.о.}} b}, \tag{4.2}$$

где Q_x − поперечная сила в сечении; $S_{\text{н.о.}}$ − статический момент площади отсеченной части поперечного сечения выше уровня, на котором определяются касательные напряжения относительно нейтральной оси; b − ширина сечения на уровне, для которого определяются напряжения.

Подбор поперечного сечения балки производится на основании следующего условия прочности:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_{\text{н.о.}}} \le \sigma_{\text{adm}}, \tag{4.3}$$

откуда

$$W_{\text{н.о.}} \ge \frac{M_{\max}}{\sigma_{\text{adm}}}, \tag{4.4}$$

где $M_{\max}$ − максимальный изгибающий момент, взятый из эпюры M_x; $W_{\text{н.о.}}$ − момент сопротивления поперечного сечения балки изгибу относительно нейтральной оси; σ_{adm} − допускаемое нормальное напряжение для материала балки.

После подбора поперечного сечения производится полная проверка балки на прочность по следующим напряжениям:

а) по рабочим нормальным напряжениям

$$\sigma_{\text{раб.}} = \frac{M_{\max}}{W_{\text{н.о.}}} \le \sigma_{\text{adm}},$$

где $W_{\text{н.о.}}$ − момент сопротивления выбранного поперечного сечения.

б) по максимальным касательным напряжениям

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} S_{\text{н.о.}}}{J_{\text{н.о.}} b} \le \tau_{\text{adm}},$$

где $Q_{\max}$ − наибольшая поперечная сила, взятая из эпюры Q_x; $S_{\text{н.о.}}$ − статический момент части площади выбранного поперечного сечения, находящейся выше или ниже нейтральной оси, относительно этой оси; b − ширина сечения на уровне нейтральной оси; $J_{\text{н.о.}}$ − момент инерции выбранного сечения относительно нейтральной оси.

в) по главным напряжениям:

проверка проводится для балок, ширина сечений которых не постоянна. При этой проверке на основании эпюр выбирается опасное сечение балки, в котором одновременно значения Q_x и M_x большие. По формулам (4.1) и (4.2) для этого сечения строят эпюры нормальных и касательных напряжений, а затем определяют главные напряжения для характерных волокон сечения по его высоте, пользуясь формулой:

$$\sigma_{1,2} = \frac{1}{2}(\sigma \pm \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}). \tag{4.5}$$

Для стальных балок определяют расчётное (эквивалентное) напряжение для верхних (нижних), средних, переходных волокон (где резко изменяется ширина сечения) по III или IV теориям прочности.

Проверка прочности сводится к рассмотрению выполнения следующих условий прочности:

$$\sigma_p^{III} = \sigma_1 - \sigma_2 \le \sigma_{adm}, \tag{4.6}$$

$$\sigma_p^{IV} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2} \le \sigma_{adm}. \tag{4.7}$$

4.1. Расчет балки на прочность

Пример 4.1.

Для расчетной схемы с указанными размерами и нагрузками (рис. 4.1.) построить по длине балки эпюры изгибающих моментов и поперечных сил.

Подобрать поперечное сечение балки в двух вариантах:

а) прямоугольного профиля, полагая, что балка деревянная при $\sigma_{adm} = 10$ МПа; соотношение между размерами сечения принять равным $b:h = 1:2$;

б) двутаврового профиля (см. табл. П.1), материал сталь при $\sigma_{adm} = 160$ МПа, $\tau_{adm} = 96$ МПа.

в) провести полную проверку стальной балки на прочность.

Решение.

Определение опорных реакций.

Расчёт балки следует начинать с расстановки и определения величины опорных реакций. Величина и направление опорных реакций и реактивных моментов могут быть определены из решения уравнений равновесия. Для плоской

системы параллельных сил (поперечный плоский изгиб) условия равновесия описываются двумя уравнениями статики: $\sum M_A = 0;\ \sum M_B = 0$.

Рассматриваемая балка (см. рис. 4.1) имеет две шарнирные опоры. В опоре *A* (шарнирно-подвижной) возникает одна реакция R_A , в опоре *B* (шарнирно-неподвижной) направление реакции в общем случае неизвестно, поэтому разложим её на две составляющие: H_B − горизонтальную и R_B − вертикальную. Все нагрузки действуют перпендикулярно продольной оси балки, поэтому из уравнения проекций на горизонтальную ось *x* получается, что составляющая $H_B = 0$. Запишем уравнения моментов сил относительно опоры *B*

$$\sum M_B = 0, \qquad M_1 - R_A \cdot 5 + F \cdot 3 - M_2 + q \cdot 3 \cdot 0{,}5 = 0 .$$

Решаем уравнение относительно R_A

$$R_A = \frac{M_1 + F \cdot 3 - M_2 + q \cdot 3 \cdot 0{,}5}{5} = \frac{30 + 60 \cdot 3 - 50 + 20 \cdot 1{,}5}{5} = 38 \text{ кН} .$$

Запишем уравнения моментов сил относительно опоры *A*

$$\sum M_A = 0, \quad R_B \cdot 5 - q \cdot 3 \cdot 4{,}5 - M_2 - F \cdot 2 + M_1 = 0 .$$

Решаем уравнение относительно R_B

$$R_B = \frac{q \cdot 3 \cdot 4{,}5 + M_2 + F \cdot 2 - M_1}{5} = \frac{20 \cdot 3 \cdot 4{,}5 + 50 + 60 \cdot 2 - 30}{5} = \frac{410}{5} = 82 \text{ кН}.$$

Для проверки правильности вычисления опорных реакций составим уравнение проекций всех сил на вертикальную ось *y*:

$$\sum y = 0, \quad R_A - F - q \cdot 3 + R_B = 0; \quad 38 - 60 - 60 + 82 = 0, \ \ 120 - 120 = 0 .$$

Последнее уравнение обращается в тождество, следовательно, величина реакций и их направление определены правильно.

Если в результате решения уравнения реакция имеет отрицательное значение, то следует изменить направление реакции на противоположное и в дальнейших расчётах считать её положительной.

После определения опорных реакций можно перейти к построению эпюр изгибающих моментов и поперечных сил, предварительно разбив балку по длине на участки, в пределах которых закон изменения внешних нагрузок остаётся постоянным.

Границы участков располагаются в местах приложения моментов пар сил, сосредоточенных сил, начала или конца распределенной нагрузки.

Участки нумеруются слева или справа от концевых сечений балки. Рассчитываемая балка имеет пять участков I - V.

При составлении аналитических выражений для Q_x и M_x в пределах I-го участка проведём сечение с абсциссой x_1 и рассмотрим равновесие левой части консоли. На эту часть балки действует пара сил с моментом $M_1 = 30$ кН · м, поэтому поперечная сила $Q_\text{I} = 0$, а изгибающий момент в любом сечении будет постоянным $M_\text{I} = -M_1 = -30$ кН · м.

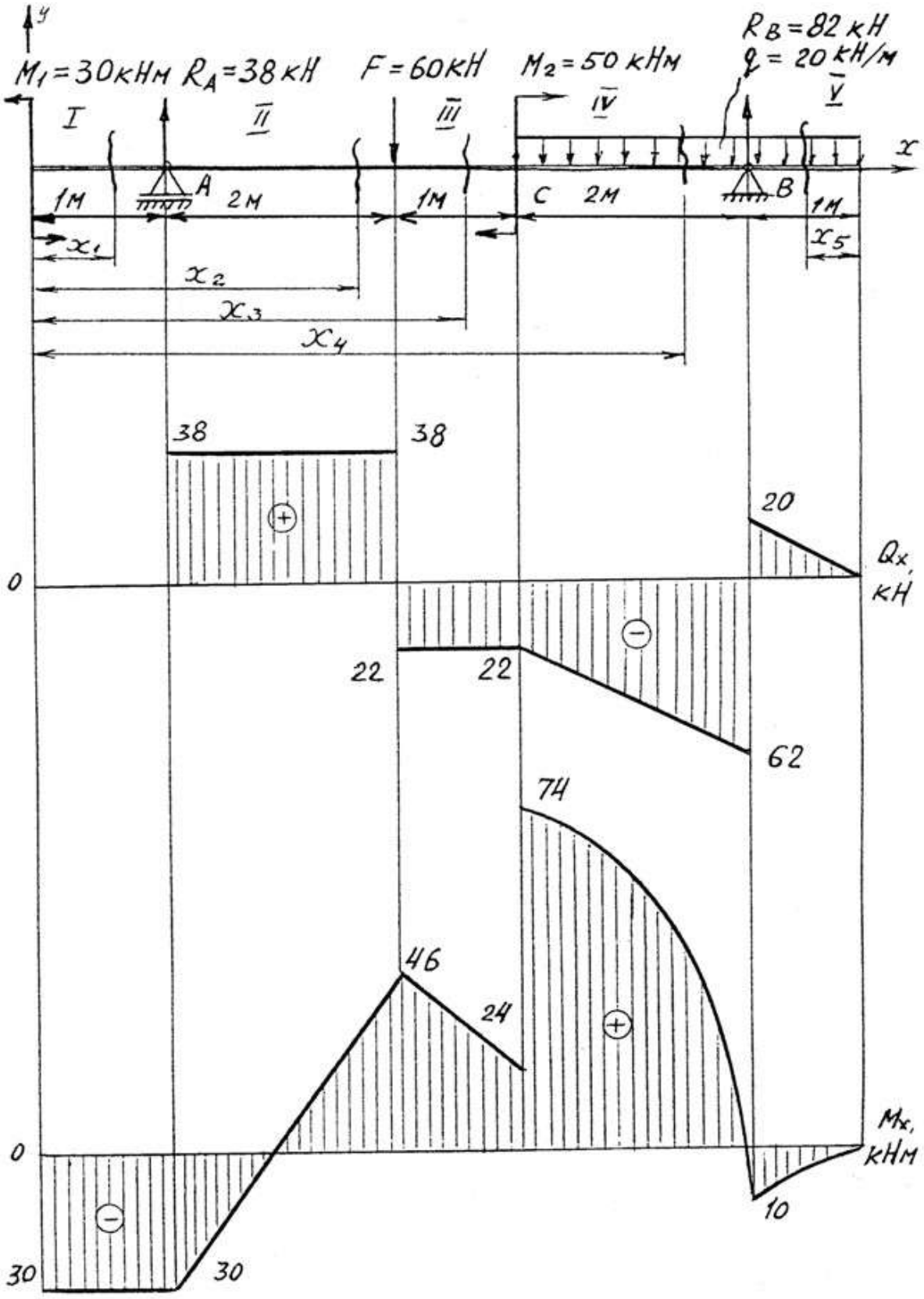

y
M1 = 30кНм
RA = 38 кН
F = 60кН
M2 = 50 кНм
RB = 82 кН
q = 20 кН/м
I
II
III
IV
V
x
A
B
C
1м
2м
1м
2м
1м
x1
x2
x3
x4
x5
38
38
20
0
Qx, кН
22
22
62
74
46
24
0
Mx, кНм
10
30
30

Рис. 4.1.

Для составления аналитических выражений Q_x и M_x в пределах II-го участка проводим сечение с абсциссой x_2 и рассматриваем равновесие левой части балки.

$Q_{\text{II}} = R_A = 38$ кН − поперечная сила в пределах II-го участка постоянна.

$M_{\text{II}} = -M + R_A(x_2 - 1)$.

Это уравнение прямой линии, для её построения достаточно определить ординаты изгибающего момента в двух точках (на концах участка):

при $x_2 = 1$ м $\quad M_{\text{II}} = -M_1 = -30$ кН·м;

при $x_2 = 3$ м $\quad M_{\text{II}} = -M_1 + R_A \cdot 2 = -30 + 76 = 46$ кН·м.

Для III-го участка (сечение с абсциссой x_3)

$Q_{\text{III}} = R_A - F = 38 - 60 = -22$ кН.

На этом участке поперечная сила не зависит от x_3 и поэтому на протяжении всего участка она не меняет своего значения.

$M_{\text{III}} = -M_1 + R_A(x_3 - 1) - F(x_3 - 3)$.

Это уравнение прямой линии.

Вычислим моменты при следующих значениях x_3:

при $x_3 = 3$ м $\quad M_{\text{III}} = -30 + 38 \cdot 2 = 46$ кН·м;

при $x_3 = 4$ м $\quad M_{\text{III}} = -30 + 38 \cdot 3 - 60 = 24$ кН·м.

Для IV-го участка (сечение с абсциссой x_4) поперечная сила равна:

$Q_{\text{IV}} = R_A - F - q(x_4 - 4)$.

Это уравнение прямой линии.

Вычислим ординаты в начале и в конце участка:

при $x_4 = 4$ м $\quad Q_{\text{IV}} = 38 - 60 = -22$ кН;

при $x_4 = 6$ м $\quad Q_{\text{IV}} = 38 - 60 - 40 = -62$ кН.

Уравнение изгибающих моментов для IV-го участка имеет вид

$$M_{\text{IV}} = -M_1 + R_A(x_4 - 1) - F(x_4 - 3) + M_2 - q\frac{(x_4 - 4)^2}{2}.$$

Это уравнение параболы.

Для её построения определяем моменты:

при $x_4 = 4$ м $\quad M_{\text{IV}} = -30 + 114 - 60 + 50 - 20 \cdot 0 = 74$ кН;

при $x_4 = 6$ м $\quad M_{\text{IV}} = -30 + 38 \cdot 5 - 60 \cdot 3 + 50 - 20 \cdot (4/2) = -10$ кН.

Прежде, чем составлять выражение поперечной силы и изгибающего момента для V-го участка, заметим, что их можно найти как из равновесия левой части, так и из равновесия отсеченной правой части. Каждый раз к выбору решения нужно подходить с точки зрения возможной простоты и наименьшего количества вычислений.

Для V-го участка (сечение с абсциссой x_5) поперечная сила равна

$Q_{\text{V}} = q\,x_5$.

Вычислим значения ординат:

при $x_5 = 0$ $\quad Q_{\text{V}} = 0$;

при $x_5 = 1$ м $\quad Q_{\text{V}} = 20$ кН.

Составим уравнение изгибающего момента для V-го участка:

$$M_{\text{V}} = -qx_5 \frac{x_5}{2} = -\frac{qx_5^2}{2}.$$

Получили уравнение параболы. Для её построения вычислим ординаты:

при $x_5 = 0$, $\quad M_{\text{V}} = 0$;

при $x_5 = 1$, $\quad M_{\text{V}} = -10$ кН·м.

При построении эпюр Q_x и M_x выбираем масштаб и откладываем положительные значения ординат эпюр от нулевой линии вверх, а отрицательные вниз (см. рис. 4.1). После построения эпюр устанавливаем наибольшие значения поперечной силы $Q_{\max} = 62$ кН и изгибающего момента $M_{\max} = 74$ кН·м.

Сечение *C* является опасным, в нем $Q_x = 22$ кН, $M_x = 74$ кН$\cdot$м.

Подбор поперечного сечения балки проводим в соответствии с условием задания в двух вариантах:

а) подбор сечения прямоугольного профиля деревянной балки

$$W_{\text{н.о.}} \geq \frac{M_{\max}}{\sigma_{\text{adm}}} = \frac{74 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^6} = 7{,}4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 7400 \text{ см}^3.$$

Для прямоугольного сечения $W_{\text{н.о.}} = \dfrac{J_{\text{н.о.}}}{y_{\max}} = \dfrac{(bh)^3/12}{h/2} = \dfrac{bh^2}{6}$.

При $h = 2b$, $\quad W_{\text{н.о.}} = (2/3)b^3 \geq 7400$ см^3, $\quad$ отсюда $\quad b \geq \sqrt[3]{\dfrac{3 \cdot 7400}{2}} = 22{,}3$ см;

$h = 2 \cdot 22{,}3 = 44{,}6$ см.

После округления размеров в большую сторону принимаем: $h = 46$ см, $b = 23$ см.

б) подбор сечения двутаврового профиля

$$W_{\text{н.о.}} \geq \frac{M_{\max}}{\sigma_{\text{adm}}} = \frac{74 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 4{,}62 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 = 462 \text{ см}^3.$$

Из таблицы сортамента проката этому значению соответствует двутавр № 30, для которого $W_{\text{н.о.}} = W_x^{\text{табл.}} = 472$ см^3.

Основные размеры и геометрические характеристики профиля:

высота $h = 0{,}3$ м; ширина полки $b = 0{,}135$ м; толщина полки $t = 0{,}01$ м; толщина стенки $d = 0{,}65 \cdot 10^{-2}$ м; площадь сечения $A = 46{,}5 \cdot 10^{-4}$ м^2; момент инерции сечения относительно нейтральной оси $J_{\text{н.о.}} = J_x^{\text{табл.}} = 0{,}708 \cdot 10^{-4}$ м^4; статический момент половины площади сечения относительно нейтральной оси $S_{\text{н.о.}}^{\max.} = S_x^{\text{табл.}} = 2{,}68 \cdot 10^{-4}$ м^3.

Полная проверка стальной балки на прочность:

а) проверка по рабочим нормальным напряжениям

$$\sigma_{\text{раб.}} = \frac{M_{\max}}{W_x^{\text{табл.}}} = \frac{74 \cdot 10^3}{4,72 \cdot 10^{-4}} = 157 \cdot 10^6 \text{ Па} = 157 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{\text{раб.}} = 157 \text{ МПа} < \sigma_{\text{adm}} = 160 \text{ МПа},$$

т. е. условие прочности выполняется.

б) проверка по максимальным касательным напряжениям

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} S_x^{\text{табл.}}}{J_x^{\text{табл.}} d} = \frac{62 \cdot 2,68 \cdot 10^{-4}}{0,708 \cdot 10^{-4} \cdot 0,65 \cdot 10^{-2}} = 36,2 \cdot 10^6 \text{ Па} = 36,2 \text{ МПа};$$

$$\tau_{\max} = 36,2 \text{ МПа} < \tau_{\text{adm}} = 96 \text{ МПа}.$$

Таким образом, условие прочности выполняется.

в) проверка по главным напряжениям в опасном сечении *C*, в котором $Q_x = 22$ кН, $M_x = 74$ кН·м.

Строим эпюру нормальных напряжений для этого сечения по уровням (рис. 4.2):

$$\sigma_{1-1} = -\frac{M_x}{J_x^{\text{табл.}}} y_{1-1} = -\frac{74 \cdot 10^3}{0,708 \cdot 10^{-4}} 0,15 = -157 \cdot 10^6 \text{ Па} = -157 \text{ МПа}.$$

Знак «минус» при напряжении для верхних волокон указывает на то, что при положительной эпюре M_x в этом сечении верхняя часть волокон испытывает деформацию осевого сжатия.

$$\sigma_{7-7} = \sigma_{1-1} = 157 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{2-2} = \sigma_{3-3} = -\frac{M_x}{J_x^{\text{табл.}}} y_{2-2} = -\frac{M_x}{J_x^{\text{табл.}}} \left(\frac{h}{2} - t\right) = -\frac{74 \cdot 10^3}{0,708 \cdot 10^{-4}} (0,15 - 0,01) =$$

$$= -147 \cdot 10^6 \text{ Па} = -147 \text{ МПа}; \qquad \sigma_{4-4} = 0, \text{ так как } y_{4-4} = 0.$$

Эпюра касательных напряжений также строится по значениям, определяемым для различных уровней (волокон) сечения

$$\tau_{1-1} = \tau_{7-7} = 0,$$

так как $S_{\text{н.о.}}^{1-1} = 0,$ т. е. статический момент площади сечения, находящейся выше или ниже уровня 1-1 относительно нейтральной оси, равен нулю.

Напряжения в волокнах уровня 2-2 и 6-6 можно не определять, так как они обычно очень малы.

В переходных волокнах 3-3 и 5-5 напряжения будут равны

$$\tau_{3-3} = \tau_{5-5} = \frac{Q_x S_{\text{н.о.}}^{3-3}}{J_x^{\text{табл.}} b_{3-3}} = \frac{Q_x bt(h/2 - t/2)}{J_x^{\text{табл.}} d} =$$

$$= \frac{22 \cdot 10^3 \cdot 0{,}135 \cdot 0{,}01 \cdot (0{,}15 - 0{,}005)}{0{,}708 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}65 \cdot 10^{-2}} = 9{,}7 \cdot 10^6 \text{ Па} = 9{,}7 \text{ МПа}.$$

Для волокон нейтрального слоя

$$\tau_{4-4} = \frac{Q_x S_{\text{н.о.}}^{4-4}}{J_x^{\text{табл.}} b_{4-4}} = \frac{Q_x S_x^{\text{табл.}}}{J_x^{\text{табл.}} d} = \frac{22 \cdot 2{,}68 \cdot 10^{-4}}{0{,}708 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}65 \cdot 10^{-2}} = 12{,}8 \cdot 10^6 \text{ Па} = 12{,}8 \text{ МПа}.$$

Эпюры σ и τ строятся в масштабе (см. рис. 4.2).

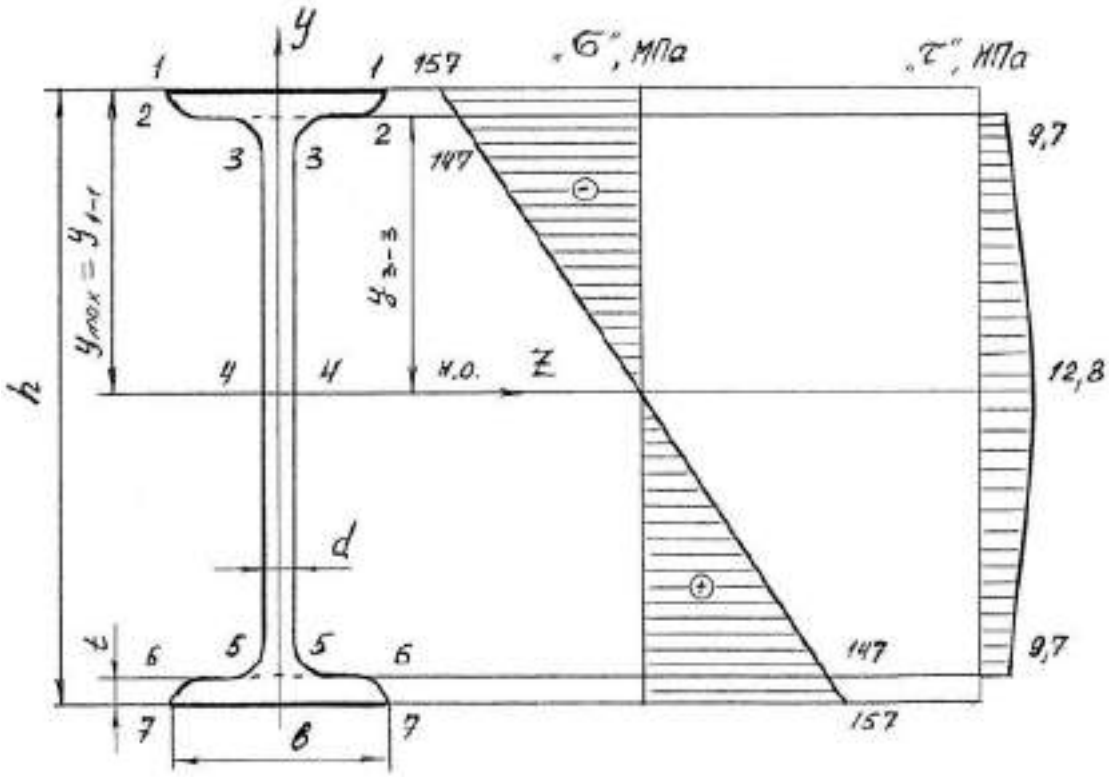


Рис. 4.2.

На основании эпюр напряжений определяют главные напряжения для верхних, переходных и средних волокон

$$\sigma_1^{1-1} = 1/2(\sigma_{1-1} + \sqrt{\sigma_{1-1}^2 + 4\tau_{1-1}^2}) = 1/2(-157 + \sqrt{157^2 + 4 \cdot 0^2}) = 0;$$

$$\sigma_2^{1-1} = 1/2(-157 - \sqrt{157^2 + 4 \cdot 0^2}) = -157 \text{ МПа};$$

$$\sigma_1^{3-3} = 1/2(-147 + \sqrt{147^2 + 4 \cdot 9{,}7^2}) = 0{,}5 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2^{3-3} = 1/2(-147 - \sqrt{147^2 + 4 \cdot 9{,}7^2}) = -147{,}5 \text{ МПа};$$

$$\sigma_1^{4-4} = 1/2(0 + \sqrt{0^2 + 4 \cdot 12{,}8^2}) = 12{,}8 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2^{4-4} = -12{,}8 \text{ МПа}.$$

Определим величины расчётных напряжений по третьей теории прочности:

$$\sigma_{\text{p}}^{1-1} = \sigma_1^{1-1} - \sigma_2^{1-1} = 0 - (-157) = 157 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{\text{p}}^{3-3} = \sigma_1^{3-3} - \sigma_2^{3-3} = 0,5 - (-147,5) = 148 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{\text{p}}^{4-4} = \sigma_1^{4-4} - \sigma_2^{4-4} = 12,8 - (-12,8) = 25,6 \text{ МПа},$$

таким образом условие прочности $\sigma_{\text{p}}^{\text{III}} < \sigma_{\text{adm}}$ выполняется.

По четвертой теории прочности

$$\sigma_{\text{p}}^{1-1} = \sqrt{(\sigma_1^{1-1})^2 + (\sigma_2^{1-1})^2 - \sigma_1^{1-1}\sigma_2^{1-1}} = \sqrt{0^2 + 157^2 - 0^2} = 157 \text{ МПа}.$$

Аналогично: $\sigma_{\text{p}}^{3-3} = 148$ МПа; $\sigma_{\text{p}}^{4-4} = 22,1$ МПа.

Таким образом, результаты по всем вариантам полной проверки прочности балки показывают, что все условия прочности выполняются, следовательно, к практическому применению принимается двутавр № 30.

Пример 4.2. Консольная балка, сложное сечение.

Для заданной схемы балки (рис. 4.3) построить эпюры поперечных сил Q_x и изгибающих моментов M_x, определить размеры сечения заданной формы из условия прочности, принимая $\sigma_{\text{adm}} = 160$ МПа.

Решение.

Определим реакции опоры A из уравнений равновесия

1) $\sum M_A = 0; \quad -M_A + M - q \cdot 1 \cdot 2,5 + F \cdot 3 = 0;$

$M_A = M - q \cdot 1 \cdot 2,5 + F \cdot 3 = 6 - 10 + 24 = 20$ кН·м.

2) $\sum Y = 0; \quad R_A - q \cdot 1 + F = 0$ (предварительное направление реакции R_A вверх);

$R_A = q \cdot 1 - F = 4 - 8 = -4$ кН (меняем направление реакции на противоположное).

Проверка

$$\sum M_C = 0; \quad -M_A + R_A \cdot 3 + M + q \cdot 1 \cdot 0,5 = -20 + 12 + 6 + 2 = 0.$$

Определим размеры поперечного сечения (см. рис. 4.3), для чего условно разбиваем это сечение на фигуры 1, 2, 3 и 4, площади которых равны: $A_1 = 5b \cdot 6b;\ A_2 = 2b \cdot 3b;\ A_3 = A_4 = b \cdot b.$

Для определения положения центра тяжести сечения проводим вспомогательную ось $x_{\text{вр}}$ и найдем координату y_C по известной формуле

$$y_c = \frac{S_{x_{\text{вр}}}}{A} = \frac{A_1 y_1 - A_2 y_2 + A_3 y_3 + A_4 y_4}{A_1 - A_2 + \cdot A_3 + A_4} =$$

$$= \frac{6b \cdot 5b \cdot 2{,}5b - 2b \cdot 3b \cdot 1{,}5b + 2b \cdot b \cdot 0{,}5b}{6b \cdot 5b - 2b \cdot 3b + 2b \cdot b} = 2{,}58b,$$

где y_1, y_2, y_3, y_4 – расстояния от центров тяжести фигур 1, 2, 3, 4 до оси $x_{вр}$.

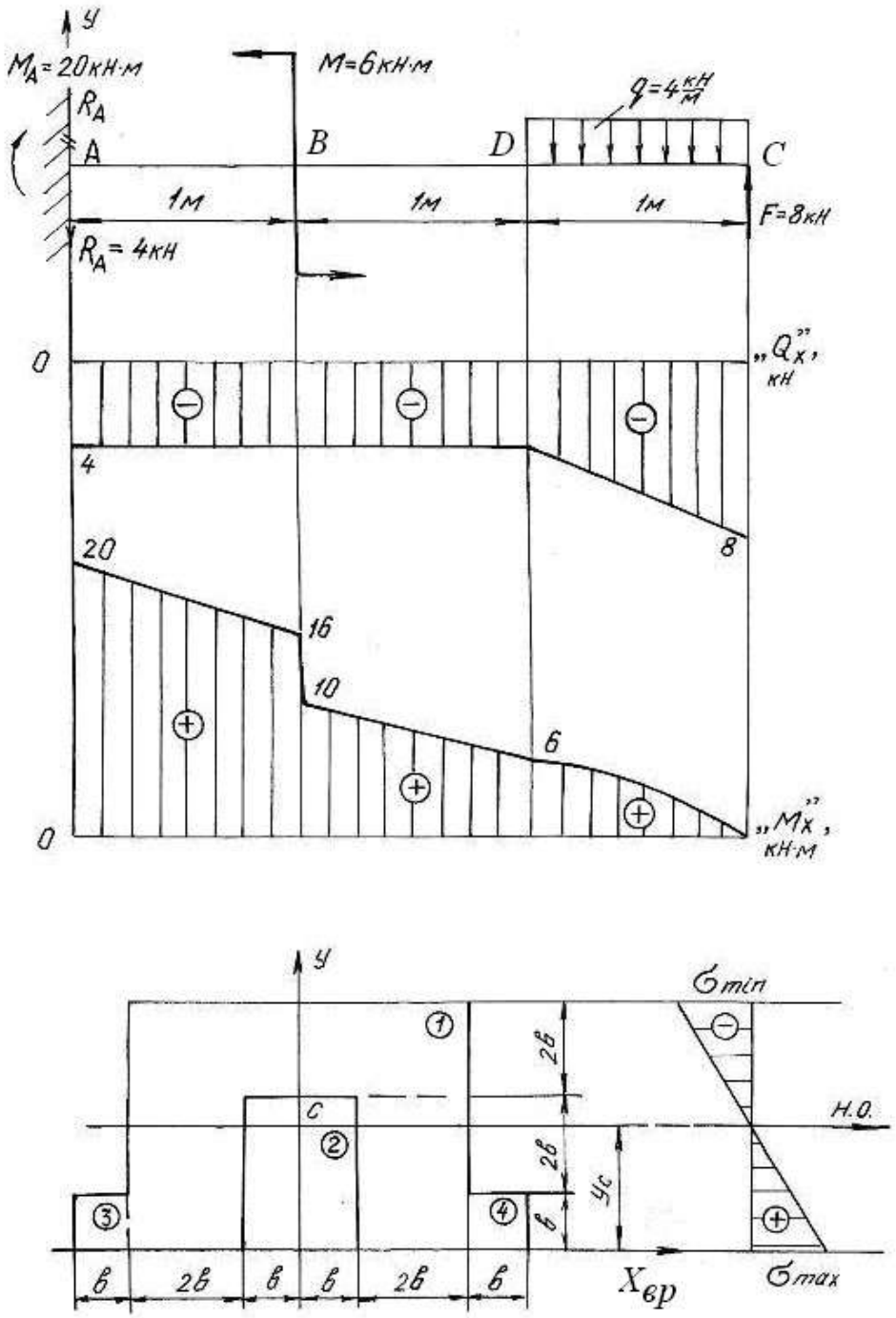


Рис. 4.3.

Так как сечение симметричное, то его центр тяжести лежит на оси симметрии y.

Проводим нейтральную ось через центр тяжести параллельно вспомогательной оси $x_{\text{вр}}$. Находим момент инерции относительно нейтральной оси

$$J_{\text{н.о.}} = \left(J_{\text{н.о.}}\right)^1 - \left(J_{\text{н.о.}}\right)^2 + 2\left(J_{\text{н.о.}}\right)^3 = \left[\frac{6b\cdot(5b)^3}{12} + 6b\cdot 5b\cdot(y_1 - y_c)^2\right] -$$

$$-\left[\frac{2b\cdot(3b)^3}{12} + 2b\cdot 3b\cdot(y_2 - y_c)^2\right] + 2\cdot\left[\frac{b\cdot b^3}{12} + b\cdot b\cdot(y_3 - y_c)^2\right] = 60\cdot b^4,$$

где $(y_n - y_C)$ – расстояние между собственной осью простой фигуры и нейтральной осью.

Строим эпюры поперечных сил Q_x и изгибающих моментов M_x, пользуясь контрольными правилами и начиная построения со свободного конца балки.

$Q_C = -F = -8$ кН; $Q_D = -F + q\cdot 1 = -8 + 4 = -4$ кН $= Q_B = Q_A$;

$M_C = 0$; $M_D = F\cdot 1 - q\cdot 1\cdot 0{,}5 = 8 - 2 = 6$ кН·м;

$M_B = F\cdot 2 - q\cdot 1\cdot 1{,}5 = 16 - 6 = 10$ кН·м.

В сечении B изгибающий момент возрастает на момент $M = 6$ кН·м, что на эпюре M_x отражается в виде скачка. Изгибающий момент в жесткой заделке равен моменту заделки M_A.

Максимальный изгибающий момент $M_{\max} = M_A = 20$ кН·м. Максимальные напряжения, возникающие в нижних волокнах этого сечения

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max} y^{\text{н}}_{\max}}{J_{\text{н.о.}}} = \frac{20\cdot 2{,}58\cdot b}{60\cdot b^4} = \frac{0{,}83\ \text{кН}\cdot\text{м}}{b^3}.$$

Максимальные напряжения, возникающие в верхних волокнах этого сечения

$$\sigma_{\min} = \frac{M_{\max} y^{\text{в}}_{\max}}{J_{\text{н.о.}}} = \frac{20\cdot 2{,}42\cdot b}{60\cdot b^4} = \frac{0{,}81\ \text{кН}\cdot\text{м}}{b^3}.$$

Приравнивая наибольшее напряжение к допускаемому напряжению σ_{adm}, получим размер сечения b

$$\sigma_{\max} = \frac{0{,}83\ \text{кН}\cdot\text{м}}{b^3} \le \sigma_{\text{adm}} = 160\ \text{МПа};\ b^3 \ge \frac{0{,}83\cdot 10^3}{160\cdot 10^6},$$

$$b \ge \sqrt[3]{5{,}2\cdot 10^{-6}} = 1{,}73\cdot 10^{-2}\ \text{м};\ \ b = 18\ \text{мм}.$$

4.2. Задания для расчета балок на прочность

Для расчетной схемы балки необходимо:

1. Построить по длине балки эпюры изгибающих моментов и поперечных сил.

2. Подобрать поперечное сечение балки в двух вариантах:

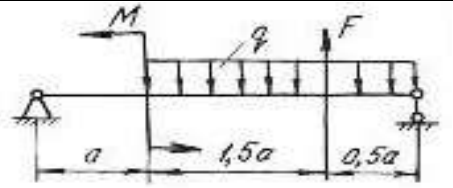
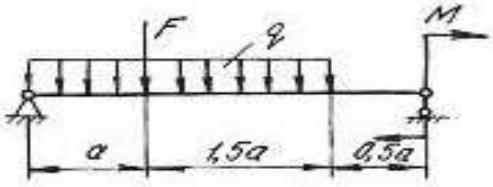
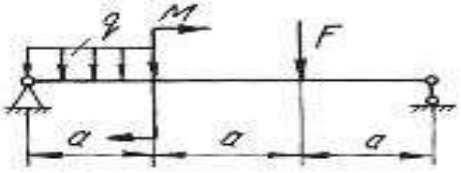
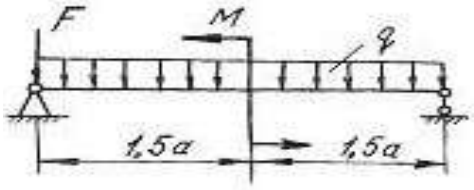
а) прямоугольного профиля, полагая, что балка деревянная при $\sigma_{adm} = 10$ МПа; соотношение между размерами сечения принять равными $b:h = 1:2$;

б) двутаврового профиля (см. табл. П. 1) при $\sigma_{adm} = 160$ МПа, $\tau_{adm} = 96$ МПа.

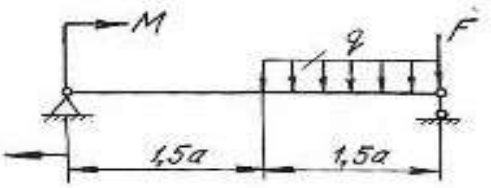
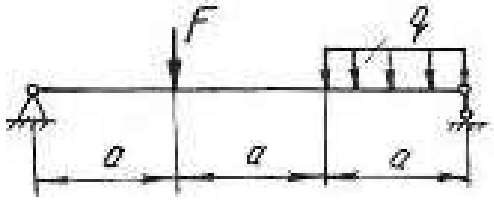
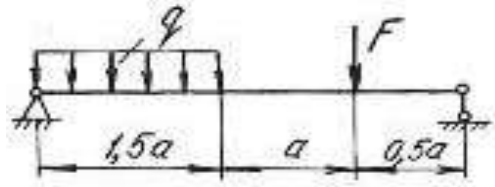
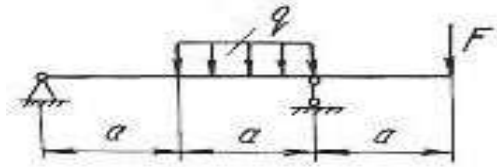
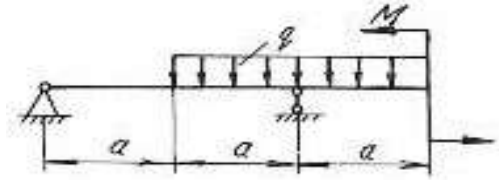
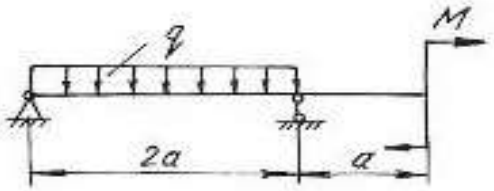
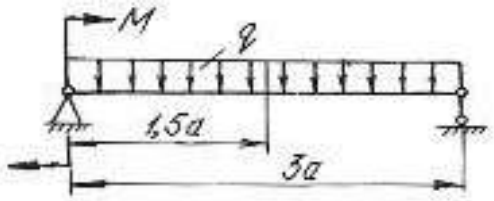
3. Провести полную проверку стальной двутавровой балки на прочность.

Данные для расчета приведены в табл. 4.1.

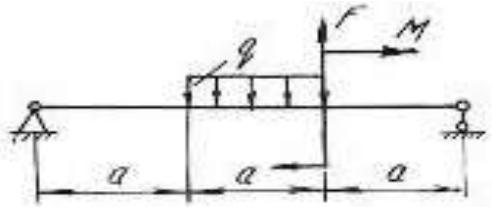
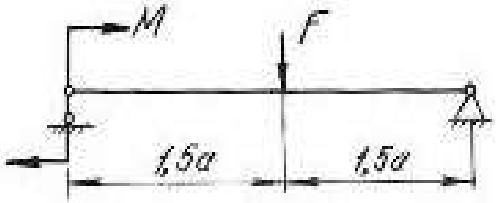
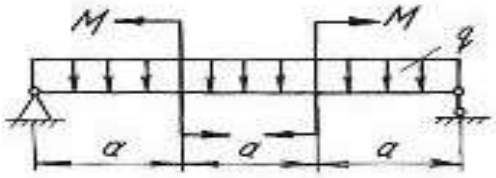
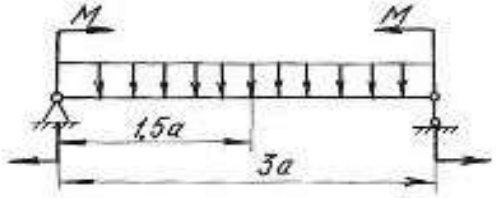
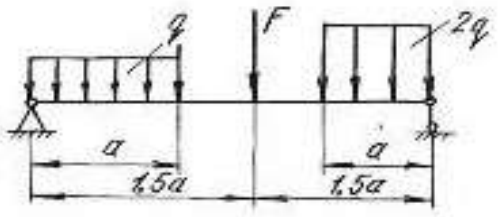
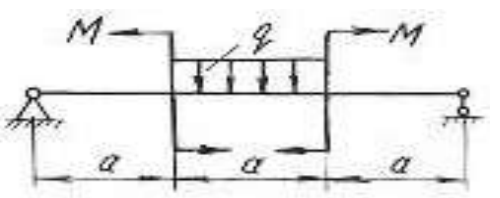
Таблица 4.1

Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		a, м	*q*, кН/м	*M*, кН·м	*F*, кН
	1	2,0	19	20	20
	2	1,0	16	35	40
	3	1,2	10	30	40
	4	2,0	10	25	50
	5	2,2	30	50	40
	6	2,4	10	10	20
	7	1,0	10	65	20
	8	1,2	10	55	40
	9	2,0	20	45	15
	10	1,0	18	32	60
	11	2,2	10	35	50
	12	1,8	30	42	30
	13	2,0	12	26	20
	14	1,0	14	14	20
	15	2,0	15	25	30

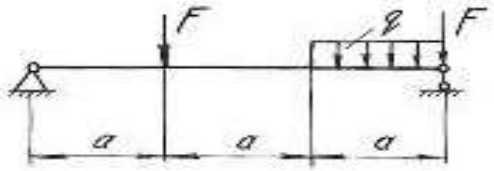
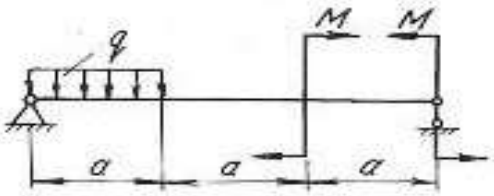
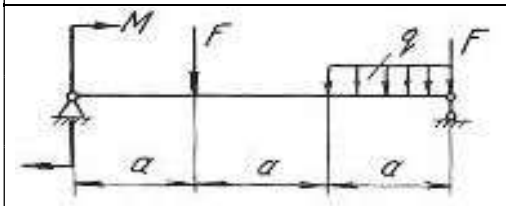
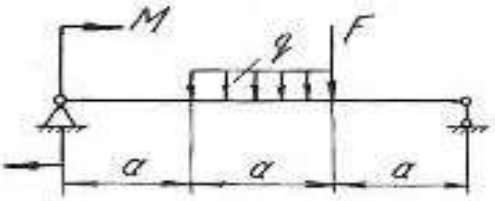
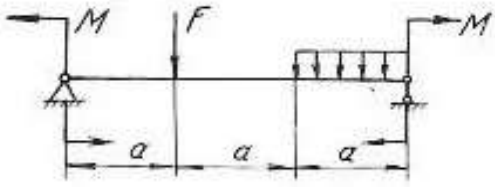
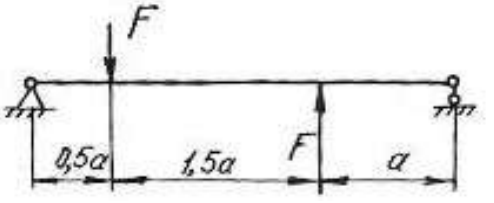
Продолжение табл. 4.1

Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		a, м	*q*, кН/м	*M*, кН·м	*F*, кН
	16	1,0	10	32	40
	17	2,0	25	42	20
	18	1,6	30	50	30
	19	1,0	10	–	10
	20	2,0	11	–	30
	21	1,0	12	–	30
	22	1,2	13	–	60
	23	2,2	14	–	70
	24	3,0	15	–	40
	25	3,0	16	–	20
	26	1,2	17	–	70
	27	2,0	18	–	70
	28	3,0	20	10	–
	29	2,0	21	60	–
	30	2,0	22	10	–
	31	2,1	23	30	–
	32	2,0	24	30	–
	33	2,2	25	30	–
	34	2,0	26	40	–
	35	2,0	27	40	–
	36	2,0	28	40	–

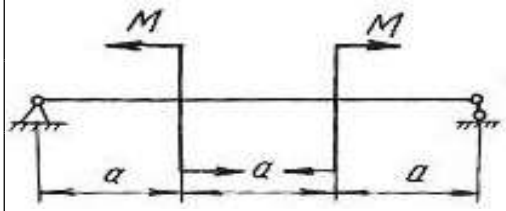
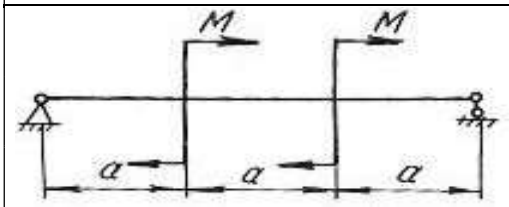
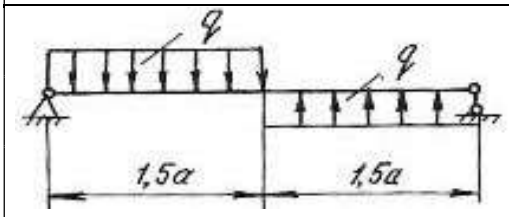
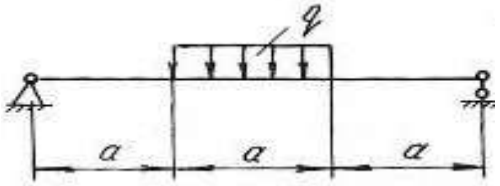
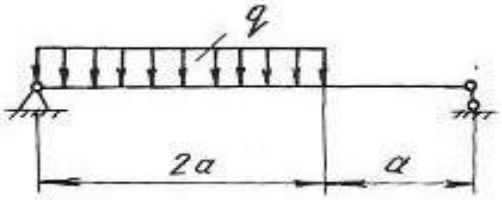
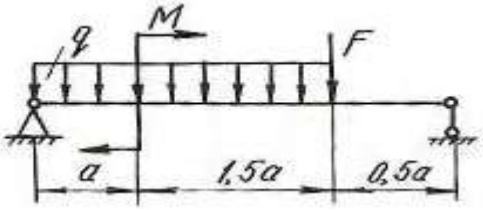
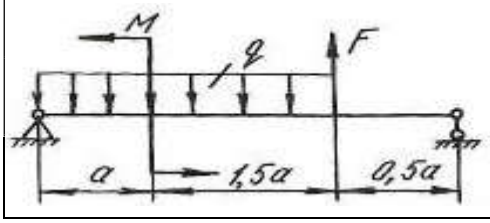
Продолжение табл. 4.1

Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		a, м	*q*, кН/м	*M*, кН·м	*F*, кН
	37	1,2	10	30	15
	38	1,3	12	40	10
	39	1,4	15	45	12
	40	1,0	14	50	10
	41	2,0	13	60	20
	42	2,0	12	55	12
	43	1,1	16	–	20
	44	1,4	17	–	16
	45	1,5	20	–	15
	46	1,6	18	30	–
	47	1,2	11	20	–
	48	1,3	14	10	–
	49	0,8	15	40	–
	50	0,7	13	13	–
	51	1,1	17	22	–
	52	0,5	24	–	20
	53	0,6	28	–	30
	54	0,9	30	–	40
	55	1,1	10	30	–
	56	1,2	20	31	–
	57	1,3	30	32	–

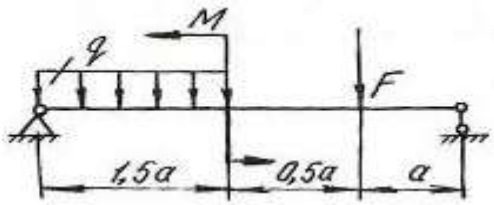
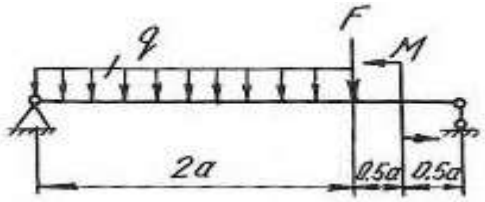
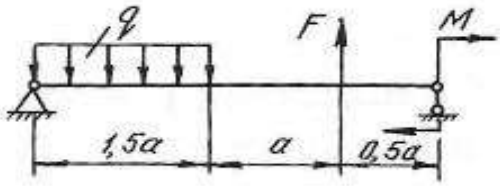
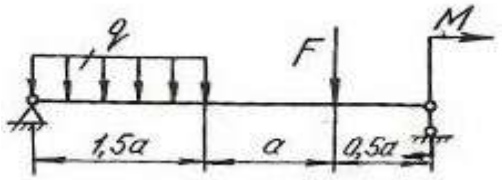
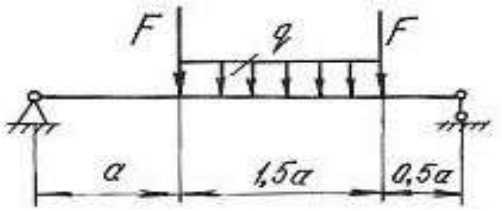
Продолжение табл. 4.1

Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		a, м	*q*, кН/м	*M*, кН·м	*F*, кН
	58	1,4	40	–	40
	59	1,2	35	–	50
	60	2,0	28	–	80
	61	1,5	12	20	–
	62	1,7	14	30	–
	63	1,9	16	40	–
	64	2,1	18	20	20
	65	2,3	19	30	30
	66	2,5	20	25	40
	67	2,0	12	30	25
	68	2,4	10	35	30
	69	2,7	10	30	35
	70	1,0	12	10	40
	71	2,0	14	20	30
	72	2,0	16	30	40
	73	1,0	–	–	20
	74	2,0	–	–	30
	75	2,5	–	–	40

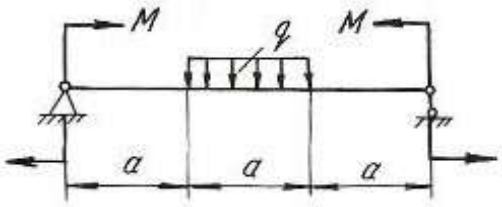
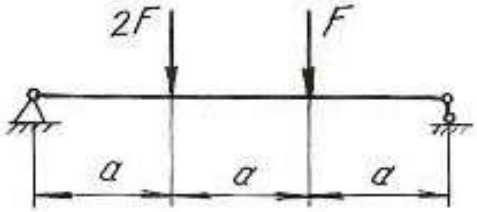
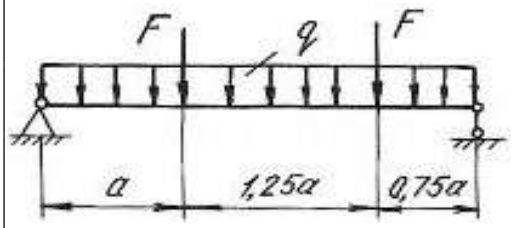
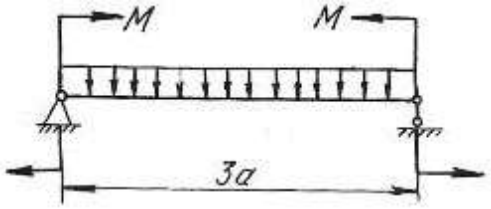
Продолжение табл. 4.1

Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		a, м	*q*, кН/м	*M*, кН·м	*F*, кН
	76	1,5	–	30	–
	77	2,5	–	40	–
	78	1,2	–	50	–
	79	1,3	–	40	–
	80	1,4	–	25	–
	81	1,6	–	30	–
	82	1,7	10	–	–
	83	1,8	10	–	–
	84	1,9	10	–	–
	85	2,1	30	–	–
	86	2,2	20	–	–
	87	2,3	10	–	–
	88	2,0	25	–	–
	89	1,0	15	–	–
	90	2,3	10	–	–
	91	1,0	15	30	80
	92	2,0	20	40	90
	93	2,0	25	50	100
	94	1,2	10	45	25
	95	1,4	12	50	30
	96	1,6	15	60	35

Продолжение табл. 4. 1

Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		a, м	*q*, кН/м	*M*, кН·м	*F*, кН
	97	1,8	15	30	40
	98	1,0	18	20	45
	99	1,4	21	55	50
	100	1,0	10	30	55
	101	2,0	20	35	80
	102	1,0	30	60	40
	103	1,9	15	25	60
	104	1,7	13	50	40
	105	1,3	17	75	20
	106	1,0	18	20	35
	107	2,2	16	60	45
	108	2,3	14	40	55
	109	1,0	–	30	50
	110	0,6	–	40	50
	111	0,8	–	30	60
	112	1,0	2	–	70
	113	0,6	30	–	60
	114	1,2	40	–	50

Окончание табл. 4.1

Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		a, м	*q*, кН/м	*M*, кН·м	*F*, кН
	115	1,2	20	40	–
	116	1,3	10	20	–
	117	1,4	20	30	–
	118	1,5	–	–	40
	119	1,0	–	–	30
	120	1,3	–	–	20
	121	1,0	10	–	20
	122	1,0	20	–	40
	123	1,0	30	–	10
	124	1,2	10	20	–
	125	1,3	11	40	–
	126	1,5	12	50	–

4.3. Расчет балки на жесткость

После проверки балок на прочность они обычно проверяются на жесткость.

Проверка состоит в определении максимальных перемещений балки при изгибе и сравнении их с допускаемыми значениями для данного материала и типа балки. При этом должны выполняться следующие условия:

$$y_{\max} \le y_{\text{adm}}; \quad y_{\text{adm}} = (\frac{1}{20} \div \frac{1}{250})l; \qquad \theta_{\max} \le \theta_{\text{adm}},$$

где y_{adm} – допускаемый прогиб; θ_{adm} – допускаемый угол поворота; l – пролёт балки.

Для определения прогибов и углов поворота в статически определимых балках обычно применяют метод начальных параметров, который записывается в виде следующих универсальных уравнений:

$$EJ_Z\theta = EJ_Z\theta_0 + \sum_{i=1}^{n}\frac{M_i(x-a_i)^1}{1!} + \sum_{i=1}^{n}\frac{F_i(x-b_i)^2}{2!} + \sum_{i=1}^{n}\frac{q_i(x-c_i)^3}{3!}, \quad (4.8)$$

где n – количество нагрузок на рассматриваемых участках.

$$EJ_z y = EJ_Z y_0 + EJ_Z\theta_0 x + \sum_{i=1}^{n}\frac{M_i(x-a_i)^2}{2!} + \sum_{i=1}^{n}\frac{F_i(x-b_i)^3}{3!} + \sum_{i=1}^{n}\frac{q_i(x-c_i)^4}{4!}, \quad (4.9)$$

где θ – угол поворота в исследуемом сечении; y – прогиб в исследуемом сечении; y_0 – прогиб в начале координат; θ_0 – угол поворота в начале координат; x – расстояние от начала координат до сечения, в котором определяются перемещения; M, F, q – внешние нагрузки, включая и реакции; a – расстояния от начала координат до сечений, где приложены моменты; b – расстояния от начала координат до сечений, где приложены сосредоточенные силы; c – расстояния от начала координат до начала каждого участка, нагруженного равномерно распределенной нагрузкой; EJ_Z – жесткость балки при поперечном изгибе.

Метод начальных параметров применяется при условии, что жесткость EJ_Z постоянна по всей длине балки.

Слагаемые, которые включают M, F, q, по знаку определяются в соответствии с правилами знаков, принятыми для определения M_x при расчете слева. При использовании метода начальных параметров необходимо выполнить следующие требования:

1. Начало координат принимается единым для всей балки (обычно в левом крайнем сечении балки);

2. Если равномерно распределенная нагрузка не доходит до рассматриваемого сечения, то ее необходимо продлить до этого сечения, а для сохранения равновесия приложить такую же по величине, но противоположного направления нагрузку. Эту контрнагрузку необходимо включить в уравнения.

Начальные параметры y_0 и θ_0 определяются следующим образом. Если начало координат находится не на опоре (рис. 4.4, *б*), то составляем два дополнительных уравнения прогибов для двух опор, где заранее известно, что прогибы на опорах равны нулю. Если начало координат находится на концевой шарнирной опоре (рис. 4.4, *в*), то составляем одно дополнительное уравнение прогибов для другой опоры. Если начало координат находится в жесткой заделке (рис. 4.4, *г*), то дополнительные уравнения составлять не нужно.

При решении задач необходимо иметь в виду, что положительное направление оси y принято вверх. При этом условии положительное значение угла поворота соответствует вращению сечения против хода часовой стрелки, положительный прогиб направлен вверх.

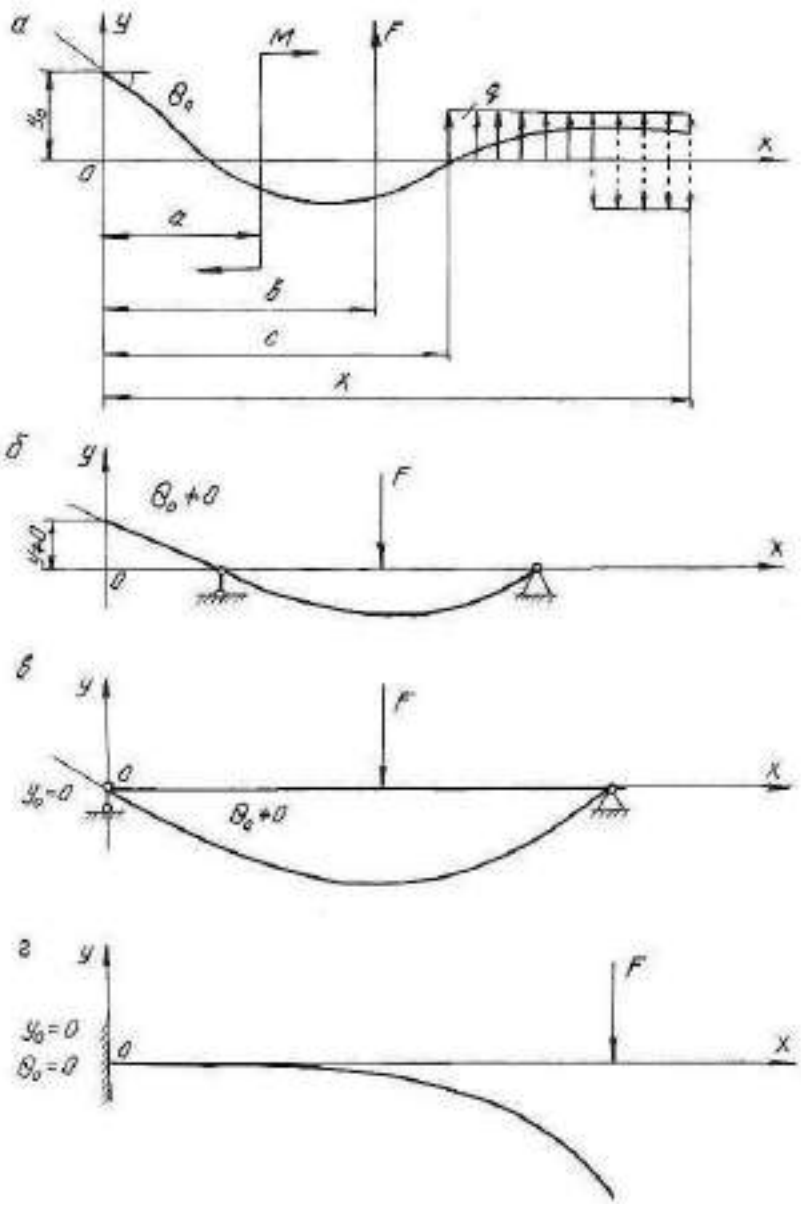


Рис. 4.4.

Пример 4.3.

Для балки, изображенной на рис. 4.5, построить эпюры Q_x и M_x, подобрать поперечное двутавровое сечение (см. табл. П. 1) при $\sigma_{adm} = 160$ МПа, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа. По методу начальных параметров определить прогибы в сечениях C и D и угол поворота сечения B. Построить эпюру прогибов и провести проверку на жесткость при $y_{adm} = (1/200)l = (1/200)4 = 0,02$ м $= 2$ см, где l – пролет балки.

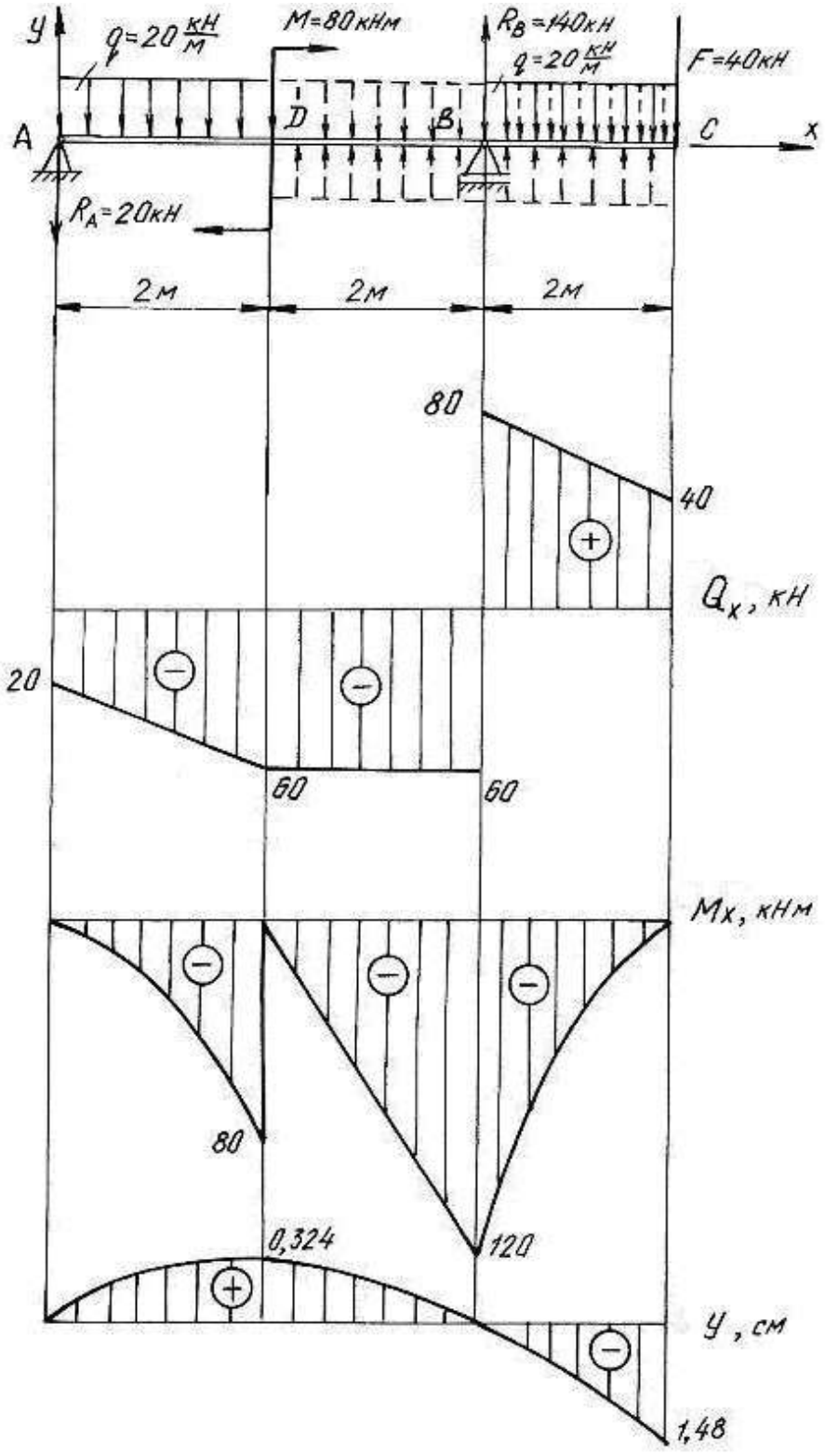

y
q=20 кН/м
M=80 кНм
R_B=140кН
q=20 кН/м
F=40кН
A
D
B
C
x
R_A=20кН
2м
2м
2м
80
40
Q_x, кН
20
60
60
M_x, кНм
80
120
0,324
y, см
1,48

Рис. 4.5.

Решение.

Определим опорные реакции:

$$\sum M_B = 0, \qquad R_A \cdot 4 + q \cdot 2 \cdot 3 - M - q \cdot 2 \cdot 1 - F \cdot 2 = 0;$$
$$R_A \cdot 4 + 20 \cdot 2 \cdot 3 - 80 - 20 \cdot 2 \cdot 1 - 40 \cdot 2 = 0; \quad R_A = 20 \text{ кН}.$$
$$\sum M_A = 0, \quad R_B \cdot 4 - q \cdot 2 \cdot 1 - M - q \cdot 2 \cdot 5 - F \cdot 6 = 0;$$
$$R_B \cdot 4 - 20 \cdot 2 \cdot 1 - 80 - 20 \cdot 2 \cdot 5 - 40 \cdot 6 = 0; \qquad R_B = 140 \text{ кН}.$$

Проводим проверку

$$\sum Y = 0; \qquad -R_A + R_B - q \cdot 2 - F - q \cdot 2 = 0;$$
$$-20 + 140 - 20 \cdot 2 - 40 - 20 \cdot 2 = 0; \quad 0 = 0$$

По контрольным правилам строим эпюры Q_x и M_x, и подбираем поперечное сечение при $M_{\max} = 120$ кН.

$$W_z = \frac{M_{\max}}{\sigma_{\text{adm}}} = \frac{120 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0,75 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 750 \text{ см}^3.$$

По таблице сортамента (см. табл. П.1) принимаем двутавр № 36:

$J_z = J_x^{\text{табл.}} = 13380 \text{ см}^4 = 13380 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$.

Для определения перемещений помещаем начало координат на левой опоре (прогиб $y_0 = 0$, угол поворота $\theta_0 \neq 0$). Составляем дополнительное уравнение прогибов для сечения B (при $x_B = 4$ м), где заранее известно, что прогиб на опоре y_B равен нулю.

Распределенная нагрузка обрывается в сечении D. Продолжим её до сечения B, в котором определяем перемещение, но, чтобы не нарушить прежнее равновесие, вводим уравновешивающую нагрузку обратного направления на участке BD.

$$EJ_Z y_B = EJ_Z \theta_0 x_B + \frac{M(x-2)^2}{2} - \frac{R_A(x_B - 0)^3}{6} - \frac{q(x_B - 0)^4}{24} + \frac{q(x_B - 2)^4}{24};$$
$$0 = EJ_Z \theta_0 \cdot 4 + \frac{80(4-2)^2}{2} - \frac{20(4-0)^3}{6} - \frac{20(4-0)^4}{24} + \frac{20(4-2)^4}{24}.$$

Последний член уравнения учитывает компенсирующую нагрузку. Подставляя числовые значения, получим $EJ_Z \theta_0 = EJ_Z \theta_A = 63,3 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$.

Определим прогибы на границах заданных участков. При определении прогиба в сечении C равномерно распределенную нагрузку необходимо продлить до этого сечения и уравновесить её.

В сечении C ($x_C = 6$ м):

$$EJ_Z y_C = EJ_Z \theta_0 x_C + \frac{M(x_C-2)^2}{2} - \frac{R_A(x_C-0)^3}{6} + \frac{R_B(x_C-4)^3}{6} -$$
$$- \frac{q(x_C-0)^4}{24} + \frac{q(x_C-2)^4}{24} - \frac{q(x_C-4)^4}{24};$$

$$EJ_Z y_C = 63{,}3 \cdot 6 + \frac{80 \cdot (6-2)^2}{2} - \frac{20 \cdot (6-0)^3}{6} + \frac{140 \cdot (6-4)^3}{6} - \frac{20 \cdot (6-0)^4}{24} +$$
$$+ \frac{20(6-2)^4}{24} - \frac{20(6-4)^4}{24} = -393 \text{ кНм}^3;$$

$$y_C = \frac{-393 \cdot 10^3}{EJ_Z} = \frac{-393 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 13380 \cdot 10^{-8}} = -0{,}0148 \text{ м}; \; y_C = -1{,}480 \text{ см};$$

в сечении D ($x_D = 2$ м):

$$EJ_Z y_D = EJ_Z \theta_0 \cdot x_D - \frac{R_A(x_D-0)^3}{6} - \frac{q(x_D-0)^4}{24} = 63{,}3 \cdot 2 - \frac{20(2-0)^3}{6} - \frac{20(2-0)^4}{24} =$$

$$= 86{,}7 \text{ кНм}^3; \qquad y_D = \frac{86{,}7 \cdot 10^3}{EJ_Z} = \frac{86{,}7 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 13380 \cdot 10^{-8}} = 0{,}00324 \text{ м} = 0{,}324 \text{ см}.$$

По полученным значениям прогибов строим изогнутую ось балки (см. рис. 4.5).

Определим угол поворота сечения B ($x_B = 4$ м), продлив и уравновесив распределенную нагрузку

$$EJ_Z \theta_B = EJ_Z \theta_0 + \frac{M(x-2)^1}{1} - \frac{R_A(x-0)^2}{2} - \frac{q(x-0)^3}{6} + \frac{q(x-2)^3}{6} =$$

$$= 63{,}3 + \frac{80(4-2)^1}{1} - \frac{20(4-0)^2}{2} - \frac{20(4-0)^3}{6} + \frac{20(4-2)^3}{6} = -123 \text{ кНм}^2;$$

$$\theta_B = -\frac{123 \cdot 10^3}{EJ_Z} = -\frac{123 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 13380 \cdot 10^{-8}} = -46 \cdot 10^{-4} \text{ рад} =$$
$$= -46 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{180}{\pi} = -0{,}26^\circ = -0^\circ 15' 36''.$$

Максимальный прогиб балки $y_{\max} = y_C = 1{,}480$ см.

Таким образом, $y_{\max} = 1{,}480$ см $< y_{\text{adm}} = 2$ см, следовательно, условие жесткости выполняется.

4.4. Задания для расчета балок на жесткость

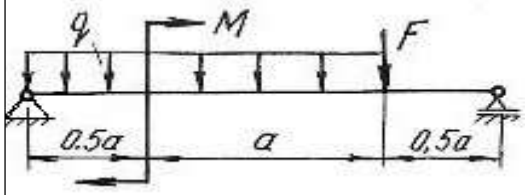
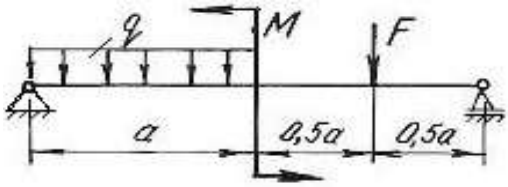
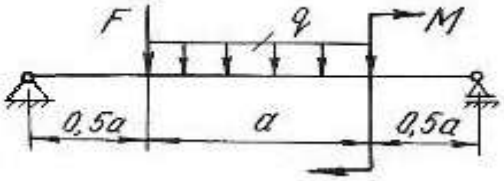
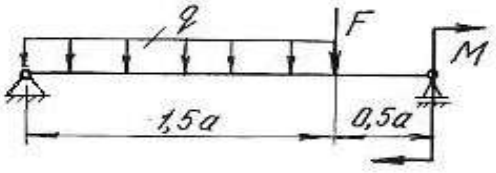
Для расчетной схемы (табл. 4.2) необходимо:

1. Построить по длине балки эпюры изгибающих моментов и поперечных сил.

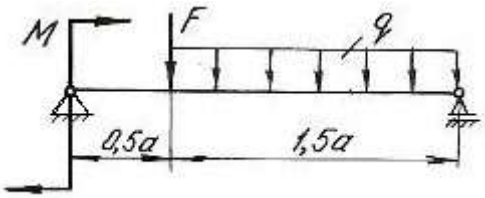
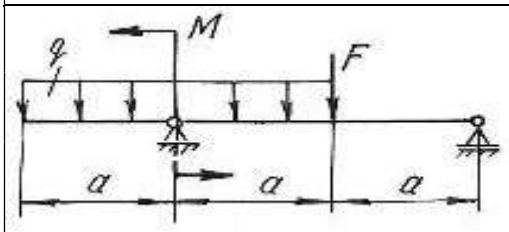
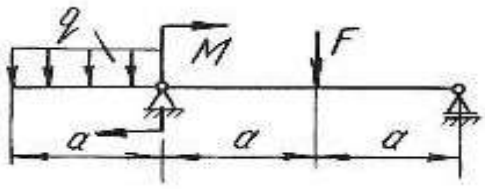
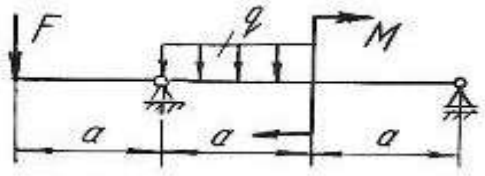
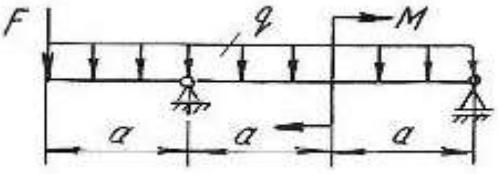
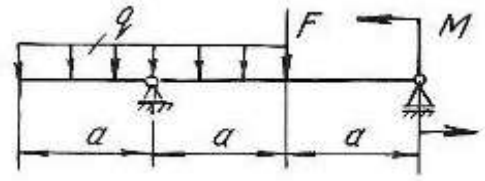
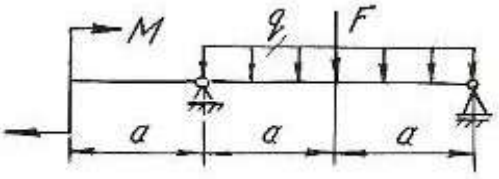
2. Подобрать поперечное сечение балки двутаврового профиля (см. табл. П. 1), материал – сталь при $\sigma_{adm} = 160$ МПа.

3. Определить по методу начальных параметров величину прогибов балки в характерных сечениях и провести проверку балки на жесткость, приняв $y_{adm} = (1/100)l$.

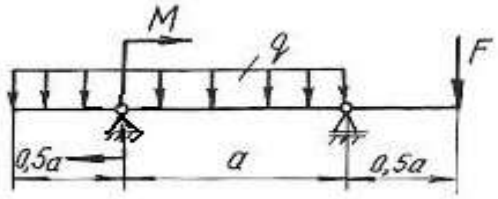
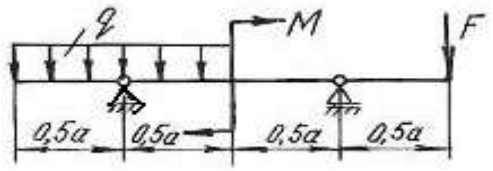
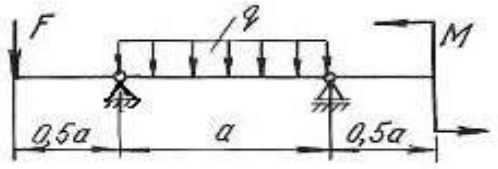
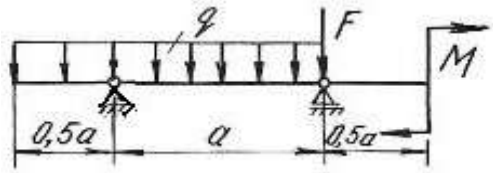
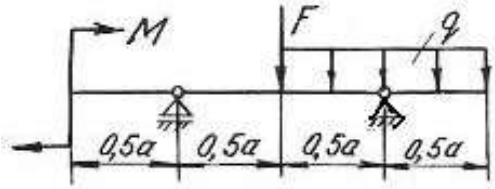
Таблица 4.2

Схема балки и нагрузки	Вариант	a, м	q, кН/м	M, кН·м	F, кН
	1	1	10	30	20
	2	0,5	20	25	30
	3	1	10	10	16
	4	2	20	30	10
	5	0,5	30	15	12
	6	1	12	36	24
	7	2	6	12	10
	8	1	4	12	8
	9	0,5	10	20	16
	10	2	4	12	10
	11	1	20	24	12
	12	1	12	12	10
	13	2	10	4	10
	14	1	8	20	30

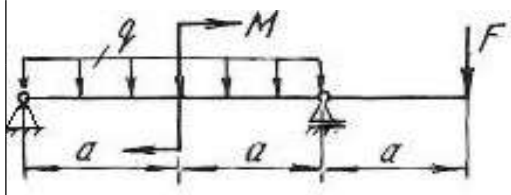
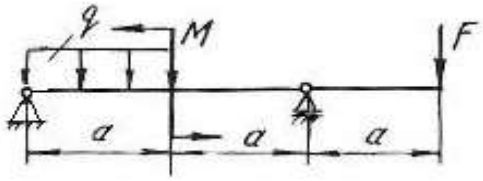
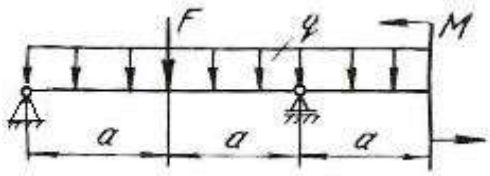
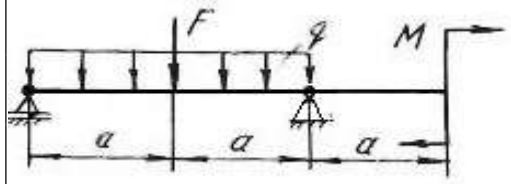
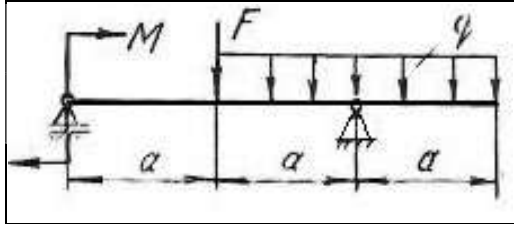
Продолжение табл. 4.2

Схема балки и нагрузки	Вариант	a, м	q, кН/м	M, кН·м	F, кН
	15	1	8	12	16
	16	1	12	14	10
	17	2	4	16	6
	18	1	10	18	24
	19	2	4	16	16
	20	0,5	20	32	24
	21	1	20	15	8
	22	2	8	14	4
	23	0,5	10	28	12
	24	1	24	10	10
	25	2	12	16	12
	26	0,5	4	18	24
	27	1	20	10	6
	28	2	10	8	16
	29	0,5	4	15	8
	30	1	2	6	4
	31	2	4	12	10
	32	0,5	8	12	18
	33	1	10	12	4
	34	2	12	18	12
	35	0,5	20	30	10

Продолжение табл. 4.2

Схема балки и нагрузки	Вариант	a, м	q, кН/м	M, кН·м	F, кН
	36	1	20	12	8
	37	2	12	16	16
	38	1	40	24	20
	39	1	10	20	12
	40	2	4	12	8
	41	1	8	4	12
	42	1	24	12	8
	43	2	8	10	4
	44	1	12	24	20
	45	1	36	12	24
	46	2	32	16	20
	47	1	16	8	8
	48	1	16	18	10
	49	2	12	20	12
	50	1	32	10	6
	51	1	24	20	4
	52	2	4	24	16
	53	1	8	30	10

Окончание табл. 4.2

Схема балки и нагрузки	Вариант	a, м	q, кН/м	M, кН·м	F, кН
	54	1	10	12	6
	55	2	4	10	8
	56	0,5	8	8	4
	57	1	20	12	6
	58	2	12	36	8
	59	1	24	16	12
	60	1	10	40	16
	61	0,5	12	18	10
	62	2	4	36	12
	63	1	10	20	10
	64	1	12	16	8
	65	2	4	16	12
	66	1	12	10	20
	67	2	8	32	16
	68	0,5	24	12	12
	69	1	10	18	12
	70	2	8	36	16
	71	0,5	20	42	8

Глава 5

СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫЕ НЕРАЗРЕЗНЫЕ МНОГОПРОЛЕТНЫЕ БАЛКИ И ПЛОСКИЕ РАМЫ

5.1. Статически неопределимые балки

Цельная балка, лежащая на нескольких опорах, называется неразрезной. С промежуточными опорами такая балка обычно соединена шарнирно. Концевые опоры могут быть или шарнирными или защемленными.

Неразрезные балки представляют собой статически неопределимые системы, так как для их расчета уравнений статики недостаточно. Эти балки могут быть рассчитаны с помощью теоремы о трех моментах или методом сил.

В данном разделе рассматривается решение неразрезной балки по методу сил.

Способ расчета статически неопределимых систем, при котором за «лишние» неизвестные принимаются силы или моменты, называется **методом сил**. Для расчета статически неопределимой балки необходимо раскрыть ее статическую неопределимость, для чего эту балку освобождают сначала от «лишних» связей, превращая ее тем самым в статически определимую (геометрически неизменяемую) систему, называемую основной системой. Она может быть получена путем введения необходимого количества шарниров, балочных опор, путем разреза контура (чаще для рам) и др.

Дополнительные уравнения для нахождения «лишних» неизвестных составляются из условий, что взаимные перемещения основной системы в местах приложения «лишних» неизвестных равны нулю (условия совместности деформаций – условия неразрезности).

Степень статической неопределимости балки соответствует количеству «лишних» неизвестных. В качестве «лишних» неизвестных можно принимать реакции на опорах балки или опорные моменты. Для многопролетных неразрезных балок за «лишние» неизвестные удобнее принять опорные моменты. Опорными моментами называют суммарные моменты внутренних сил упругости, возникающих в поперечных сечениях над опорами.

На рис. 5.1, *а* показана дважды статически неопределимая балка. За «лишние» неизвестные приняты опорные моменты на первой и второй опорах. Моменты на нулевой и третьей опорах равны нулю (рис. 5.1, *б*).

Для определения «лишних» неизвестных воспользуемся условием:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= 0, \\ \Delta_2 &= 0, \end{aligned} \qquad (5.1)$$

где Δ_1 – суммарное возможное перемещение центра тяжести поперечного сечения от всех внешних нагрузок и от всех «лишних» неизвестных по направле-

нию действия первой «лишней» неизвестной X_1; Δ_2 – суммарное возможное перемещение центра тяжести поперечного сечения от всех внешних нагрузок и от всех «лишних» неизвестных по направлению действия второй «лишней» неизвестной X_2.

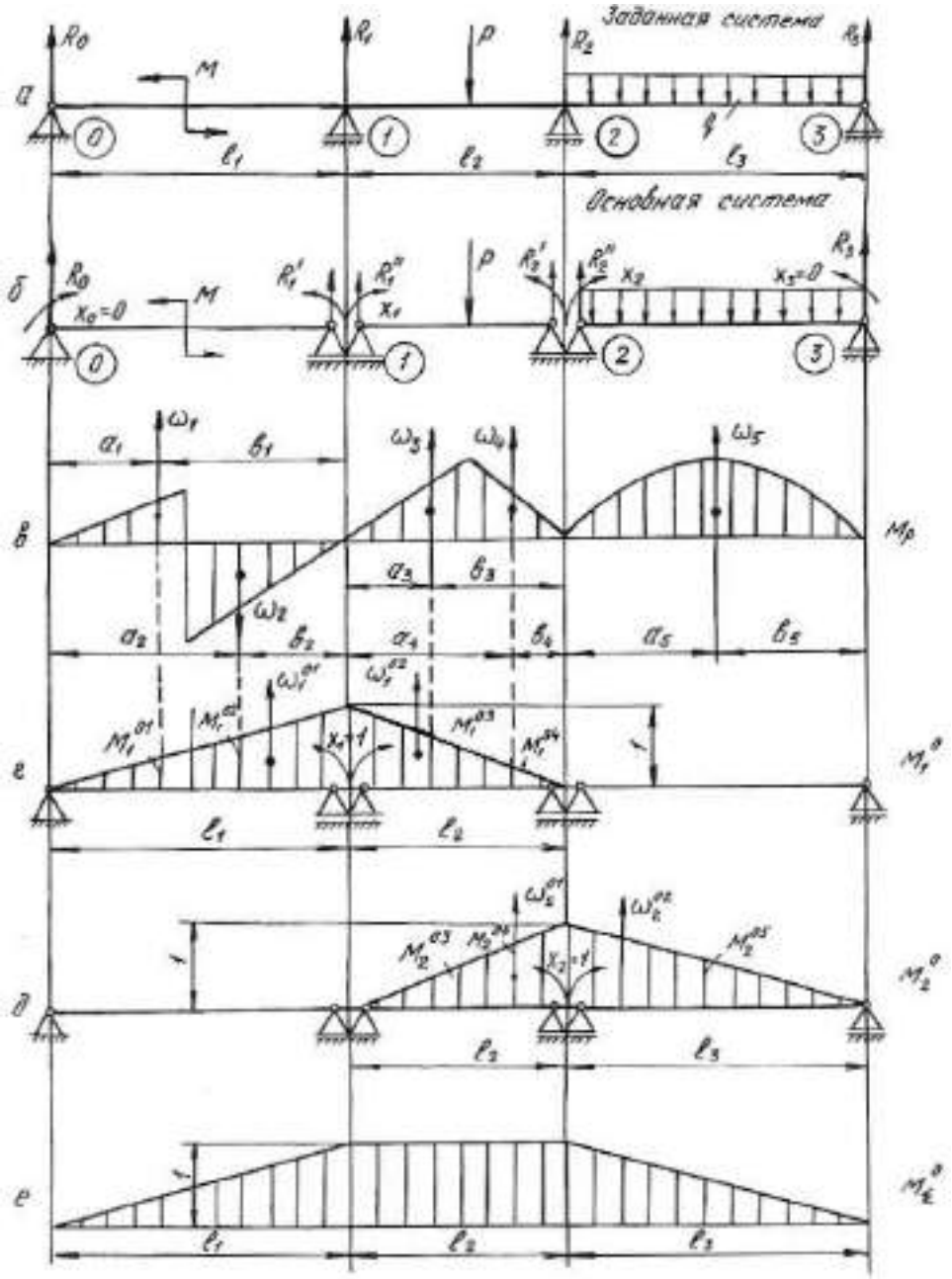


Рис. 5.1.

Эти перемещения в силу принципа независимости действия сил можно представить как сумму перемещений от каждой отдельной силы, приложенной к системе, т. е. от внешней нагрузки, обобщенно обозначаемой буквой *P,* и от неизвестных X_1, X_2, приложенных на опорах основной системы. Указанные пе-

ремещения выражаются через неизвестные X_1, X_2, нагрузку P и перемещения от единичных сил X_1=1, X_2=1.

$$\begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1p} = 0, \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2p} = 0. \end{aligned} \tag{5.2}$$

Эти уравнения носят название канонических уравнений метода сил. Число их равно степени статической неопределимости системы. На примере первого уравнения рассмотрим обозначения:

δ_{11} – возможное перемещение центра тяжести поперечного сечения от действия единичной силы $X_1 = 1$ по направлению действия первой «лишней» неизвестной X_1;

$\delta_{11}X_1$ – возможное перемещение, вызванное действием X_1 по ее направлению;

δ_{12} – возможное перемещение от единичной нагрузки $X_2 = 1$ по направлению X_1;

$\delta_{12}X_2$– возможное перемещение от второй «лишней» неизвестной X_2 по направлению X_1;

Δ_{1p} – возможное перемещение от всех внешних нагрузок по направлению «лишней» неизвестной X_1.

Коэффициенты канонических уравнений с одинаковыми числовыми индексами δ_{11}, δ_{22} называются *главными коэффициентами***.** Они всегда положительны. Коэффициенты с разными числовыми индексами δ_{21}, δ_{12} называются *побочными*. Они могут быть положительными или отрицательными. На основании теоремы о взаимности перемещений побочные коэффициенты $\delta_{21} = \delta_{12}$.

Свободные члены канонических уравнений Δ_{1p}, и Δ_{2p} еще называют *грузовыми членами*, так как они представляют собой перемещения от внешних нагрузок.

Для вычисления коэффициентов и грузовых членов канонических уравнений строим эпюры изгибающих моментов от единичных нагрузок (единичные эпюры) – рис. 5.1, *г*, *д* и эпюры изгибающих моментов от внешних нагрузок (грузовые эпюры) – рис. 5.1, *в*.

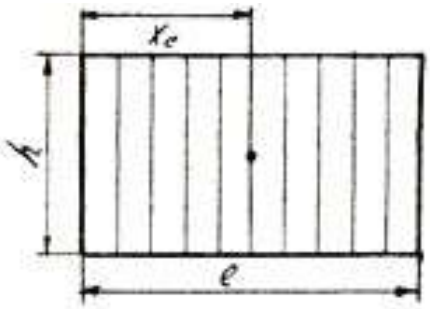
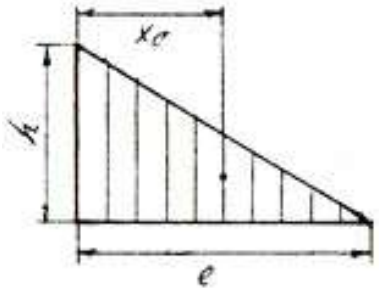
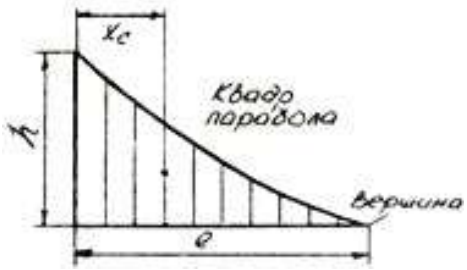
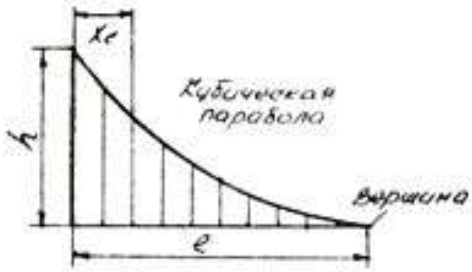
Коэффициенты уравнений и свободные члены находим путем перемножения эпюр по формуле Верещагина (или по формуле Симпсона)

$$\delta = \frac{1}{EJ}\sum \omega M_c^0, \tag{5.3}$$

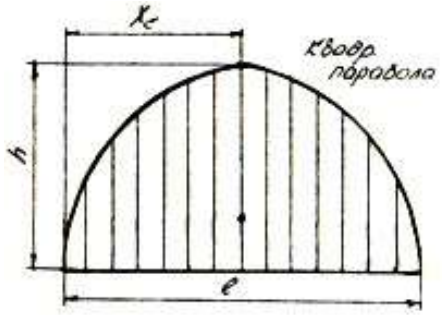
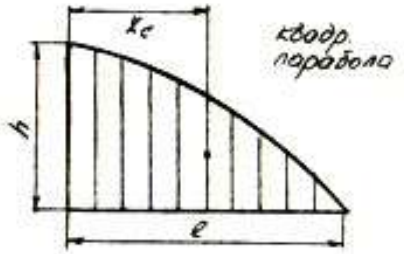
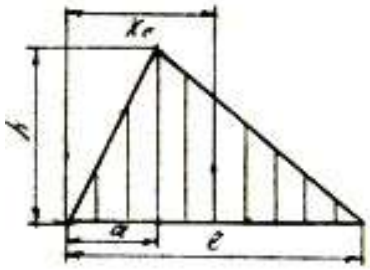
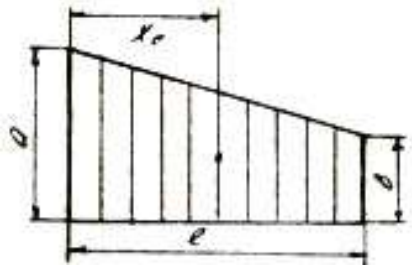
где ω – площадь эпюры изгибающих моментов; M_c^0 – ордината из единичной эпюры напротив центра тяжести грузовой эпюры; EJ – жесткость балки при изгибе.

Формулы для определения площадей и координат их центров тяжести приведены в табл. 5.1**.**

Таблица 5.1

Фигура	ω	x_c
	lh	$\frac{1}{2}l$
	$\frac{1}{2}lh$	$\frac{1}{3}l$
	$\frac{1}{3}lh$	$\frac{1}{4}l$
	$\frac{1}{4}lh$	$\frac{1}{5}l$

Окончание табл. 5.1

Фигура	ω	x_c
	$\frac{2}{3}lh$	$\frac{1}{2}l$
	$\frac{2}{3}lh$	$\frac{3}{8}l$
	$\frac{1}{2}lh$	$\frac{a+l}{3}$
	$l\frac{a+b}{2}$	$\frac{(a+2b)}{3(a+b)}l$

Главные коэффициенты δ_{11} и δ_{22} находим в результате перемножения единичных эпюр M_1^0, M_2^0 самих на себя

$$\delta_{11}=\frac{1}{EJ}\sum\omega_1^0 M_{c1}^0=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}l_1\cdot 1\frac{2}{3}\cdot 1\right)+\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}l_2\cdot 1\cdot\frac{2}{3}\cdot 1\right)=\frac{1}{EJ}\left(\frac{l_1}{3}+\frac{l_2}{3}\right);$$

$$\delta_{22}=\frac{1}{EJ}\sum\omega_2^0 M_{c2}^0=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}l_2\cdot 1\frac{2}{3}\cdot 1\right)+\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}l_3\cdot 1\cdot\frac{2}{3}\cdot 1\right)=\frac{1}{EJ}\left(\frac{l_2}{3}+\frac{l_3}{3}\right);$$

Побочные коэффициенты находим путем взаимного перемножения указанных единичных эпюр.

Для определения коэффициента δ_{12} берется площадь эпюры M_2^0 на участке длиной l_2, которая умножается на ординату с эпюры M_1^0

$$\delta_{12}=\delta_{21}=\frac{1}{EJ}\sum\omega_2^0 M_{c1}^0=\frac{1}{EJ}\sum\omega_1^0 M_{c2}^0=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}l_2\cdot 1\right)\cdot\frac{1}{3}\cdot 1=\frac{l_2}{6\cdot EJ}.$$

Свободные члены уравнений находим путем умножения грузовых эпюр M_p на единичные M_1^0 и M_2^0

$$\Delta_{1p}=\frac{1}{EJ}\sum\omega_p M_{c1}^0=\frac{1}{EJ}\left(\omega_1 M_1^{01}-\omega_2 M_1^{02}+\omega_3 M_1^{03}+\omega_4 M_1^{04}\right)=$$

$$=\frac{1}{EJ}\left(\omega_1\frac{a_1}{l_1}-\omega_2\frac{a_2}{l_1}+\omega_3\frac{b_3}{l_2}+\omega_4\frac{b_4}{l_2}\right),$$

где $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ – площади грузовых эпюр; $M_1^{01}, M_1^{02}, M_1^{03}, M_1^{04}$ – ординаты, взятые из единичной эпюры M_1^0 напротив центров тяжести указанных площадей.

$$\Delta_{2p}=\frac{1}{EJ}\sum\omega_p M_{c2}^0=\frac{1}{EJ}\left(\omega_3 M_2^{03}+\omega_4 M_2^{04}+\omega_5 M_2^{05}\right)=$$

$$=\frac{1}{EJ}\left(\omega_3\frac{a_3}{l_2}+\omega_4\frac{a_4}{l_2}+\omega_5\frac{b_5}{l_3}\right).$$

После подстановки найденных перемещений в канонические уравнения получим

$$\frac{1}{EJ}\left(\frac{l_1}{3}+\frac{l_2}{3}\right)X_1+\frac{l_2}{6EJ}X_2+\frac{1}{EJ}\left(\omega_1\frac{a_1}{l_1}-\omega_2\frac{a_2}{l_1}+\omega_3\frac{b_3}{l_2}+\omega_4\frac{b_4}{l_2}\right)=0;$$

$$\frac{l_2}{6EJ}X_1+\frac{1}{EJ}\left(\frac{l_2}{3}+\frac{l_3}{3}\right)X_2+\frac{1}{EJ}\left(\omega_3\frac{a_3}{l_2}+\omega_4\frac{a_4}{l_2}+\omega_5\frac{b_5}{l_3}\right)=0.$$

Во избежание ошибок при определении «лишних» неизвестных необходимо проверить правильность определения коэффициентов и свободных членов канонических уравнений. Для этого необходимо построить суммарную эпюру единичных моментов M_Σ^0.

При умножении по правилу Верещагина суммарной единичной эпюры M_{Σ}^{0} на единичную эпюру M_{1}^{0} должна получиться сумма коэффициентов первого канонического уравнения

$$\delta_{11}+\delta_{12}=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}l_1\cdot 1\frac{2}{3}\cdot 1\right)+\frac{1}{EJ}\left(l_2\cdot 1\frac{1}{2}\cdot 1\right)=\frac{1}{EJ}\left(\frac{l_1}{3}+\frac{l_2}{2}\right).$$

При умножении суммарной эпюры M_{Σ}^{0} на эпюру M_{2}^{0} должна получиться сумма коэффициентов второго канонического уравнения

$$\delta_{21}+\delta_{22}=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}l_3\cdot 1\frac{2}{3}\cdot 1\right)+\frac{1}{EJ}\left(l_2\cdot 1\frac{1}{2}\cdot 1\right)=\frac{1}{EJ}\left(\frac{l_3}{3}+\frac{l_2}{2}\right).$$

Эта проверка называется построчной.

Произведение суммарной единичной эпюры саму на себя должно быть равным сумме всех коэффициентов канонических уравнений

$$\delta_{11}+\delta_{12}+\delta_{21}+\delta_{22}=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}l_1\cdot 1\frac{2}{3}\cdot 1\right)+\frac{1}{EJ}\left(l_2\cdot 1\cdot 1\right)+\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}l_3\cdot 1\frac{2}{3}\cdot 1\right)=$$

$$=\frac{1}{EJ}\left(\frac{l_1}{3}+l_2+\frac{l_3}{3}\right).$$

Эта проверка называется универсальной.

Правильность определения грузовых членов уравнений состоит в следующем: их сумма должна равняться произведению грузовой эпюры M_p на суммарную единичную эпюру M_{Σ}^{0}

$$\Delta_{1p}+\Delta_{2p}=\frac{1}{EJ}\left(\omega_1\frac{a_1}{l_1}-\omega_2\frac{a_2}{l_1}+\omega_3\cdot 1+\omega_4\cdot 1+\omega_5\frac{b_5}{l_3}\right).$$

Убедившись в правильности определения коэффициентов и свободных членов уравнений методом последовательного исключения, находим «лишние» неизвестные X_1 и X_2 из канонических уравнений. При правильном определении «лишних» неизвестных после их подстановки в канонические уравнения, последние должны обращаться в тождества.

Учитывая опорные моменты и внешние нагрузки, определяют по уравнениям статики опорные реакции, строят эпюру поперечных сил Q_x и эпюру изгибающих моментов M_x.

Порядок решения неразрезной балки методом сил сводится к следующему:

1. Определяют степень статической неопределимости балки;

2. Выбирают основную систему (тем самым выбираются «лишние» неизвестные);

3. По числу «лишних» неизвестных составляются канонические уравнения;

4. Строят эпюры изгибающих моментов от действующих на основную систему внешних нагрузок – грузовые эпюры;

5. В местах действия «лишних» неизвестных и по направлению их действия прикладывают единичные моменты и строят эпюры изгибающих моментов от этих единичных моментов – единичные эпюры;

6. Вычисляют главные, побочные коэффициенты и свободные члены канонических уравнений и проверяют правильность их вычисления;

7. Методом последовательного исключения неизвестных решают канонические уравнения и определяют «лишние» неизвестные с последующей проверкой;

8. С помощью уравнений равновесия определяют опорные реакции заданной балки с последующей проверкой;

9. Строят эпюры поперечных сил Q_x и изгибающих моментов M_x;

10. Подбирают поперечное сечение балки заданного профиля;

11. Производят проверку на прочность и жесткость балки, если это требуется по условию задачи.

Пример 5.1.

Для заданной схемы стальной неразрезной балки (рис. 5.2, *а*) требуется:

1. Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов;
2. Подобрать поперечное сечение двутаврового профиля (см. табл. П. 1), если $\sigma_{adm} = 160\,\text{МПа}$, $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па.

Решение.

Определяем степень статической неопределимости балки. Она равна двум (числу опор без двух плюс единица из-за наличия жесткой заделки) и выбираем основную систему.

В качестве «лишних» неизвестных принимаются опорные моменты. Основная система показана на рис. 5.2, *б*.

Составляем канонические уравнения:

$$\delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \Delta_{1p} = 0,$$

$$\delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \Delta_{1p} = 0.$$

Для определения главных, побочных коэффициентов и свободных членов уравнений строим единичные эпюры M_1^0 (рис. 5.2, *г*), M_2^0 (рис. 5.2, *д*) и суммарную единичную эпюру M_Σ^0 (рис. 5.2, *е*). Грузовые эпюры M_p представлены на рис. 5.2, *в*.

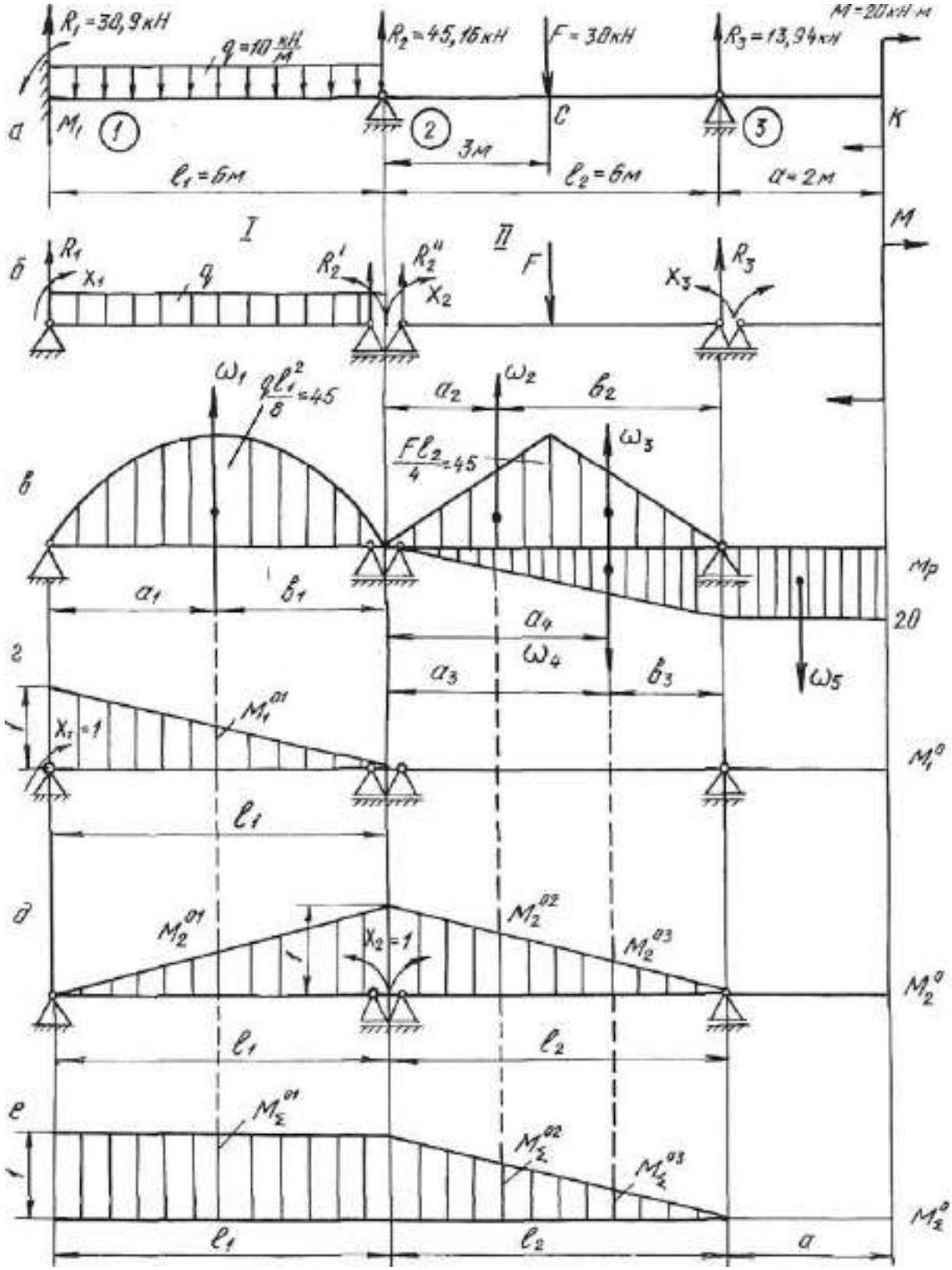

R1 = 30,9 кН
q = 10 кН/м
R2 = 45,16 кН
F = 30 кН
R3 = 13,94 кН
M = 20 кН м
а
M1
1
2
3
C
K
3м
ℓ1 = 6м
ℓ2 = 6м
a = 2м
I
II
б
R1
X1
q
R2'
R2''
X2
F
X3
R3
M
ω1
ql1²/8 = 45
a2
ω2
b2
Fℓ2/4 = 45
ω3
в
Mр
a1
b1
a4
ω4
20
г
a3
b3
ω5
X1 = 1
M1^01
M1^0
ℓ1
д
M2^01
M2^02
M2^03
X2 = 1
M2^0
ℓ2
е
Mz^01
Mz^02
Mz^03
Mz^0
a

Рис. 5.2.

Путем умножения эпюр M_1^0 и M_2^0 самих на себя, находим значения главных коэффициентов:

$$\delta_{11}=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}\cdot 1\cdot l_1\cdot\frac{2}{3}\cdot 1\right)=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 6\cdot\frac{2}{3}\cdot 1\right)=\frac{2{,}0}{EJ};$$

$$\delta_{22}=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}\cdot 1\cdot l_1\cdot\frac{2}{3}\cdot 1+\frac{1}{2}\cdot 1\cdot l_2\cdot\frac{2}{3}\cdot 1\right)=\frac{1}{EJ}\left(2{,}0+2{,}0\right)=\frac{4{,}0}{EJ}.$$

Побочные коэффициенты определяем путем взаимного перемножения единичных эпюр M_1^0 и M_2^0

$$\delta_{12}=\delta_{21}=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}\cdot 1\cdot l_1\frac{1}{3}\cdot 1\right)=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 6\cdot\frac{1}{3}\cdot 1\right)=\frac{1}{EJ}.$$

Находим свободные (грузовые) члены уравнений, перемножая эпюры изгибающих моментов от внешних нагрузок на единичные эпюры.

Площади грузовых эпюр:

$$\omega_1=\frac{2}{3}h_1l_1=\frac{2}{3}\cdot 4{,}5\cdot 10^4\cdot 6=18\cdot 10^4\ \text{Н·м}^2;$$

$$\omega_2=\omega_3=\frac{1}{2}h_2\frac{l_2}{2}=\frac{1}{2}\cdot 4{,}5\cdot 10^4\cdot 3=6{,}75\cdot 10^4\ \text{Н·м}^2;$$

$$\omega_4=\frac{1}{2}\cdot 20\cdot 10^3\cdot 6=6\cdot 10^4\ \text{Н·м}^2.$$

Расстояния $a_1=b_1=3$ м; $a_2=b_3=2$ м; $b_2=a_3=4$ м; $a_4=4$ м.

$$\Delta_{1p}=\frac{1}{EJ}\left(\omega_1M_1^{01}\right)=\frac{1}{EJ}\left(18\cdot 10^4\cdot\frac{1}{2}\cdot 1\right)=\frac{9\cdot 10^4}{EJ},$$

где M_1^{01} – ордината единичной эпюры M_1^0 напротив центра тяжести площади грузовой эпюры ω:

$$\Delta_{2p}=\frac{1}{EJ}\left(\omega_1M_2^{01}+\omega_2M_2^{02}+\omega_3M_2^{03}-\omega_4M_2^{04}\right)=$$

$$=\frac{1}{EJ}\left(18\cdot 10^4\cdot\frac{1}{2}\cdot 1-6\cdot 10^4\cdot\frac{2}{6}+6{,}75\cdot 10^4\cdot\frac{4}{6}+6{,}75\cdot 10^4\cdot\frac{2}{6}\right)=$$

$$=\frac{15{,}75\cdot 10^4}{EJ}-\frac{2\cdot 10^4}{EJ}=\frac{13{,}75\cdot 10^4}{EJ},$$

где M_2^{01}, M_2^{02}, M_2^{03}, M_2^{04} – ординаты единичной эпюры M_2^0 напротив центров тяжести площадей грузовых эпюр ω_1, ω_2, ω_3, ω_4.

Производим проверку правильности определения коэффициентов и свободных членов уравнений, для чего строим суммарную единичную эпюру M_Σ^0.

Построчная проверка. Перемножая суммарную единичную эпюру M_{Σ}^{0} на единичную эпюру M_{1}^{0}, должны получить сумму коэффициентов первого канонического уравнения

$$\delta_{11}+\delta_{12}=\frac{1}{EJ}\left(1\cdot l_1\cdot\frac{1}{2}\cdot 1+0\right)=\frac{3}{EJ}.$$

При перемножении эпюры M_{Σ}^{0} на единичную эпюру M_{2}^{0} должны получить сумму коэффициентов второго канонического уравнения:

$$\delta_{21}+\delta_{22}=\frac{1}{EJ}\left(1\cdot l_1\cdot\frac{1}{2}\cdot 1+\frac{1}{2}\cdot l_2\cdot 1\cdot\frac{2}{3}\cdot 1\right)=\frac{1}{EJ}\left(1\cdot 6\cdot\frac{1}{2}\cdot 1+\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 1\cdot\frac{2}{3}\cdot 1\right)=\frac{5{,}00}{EJ}.$$

Универсальная проверка. Умножаем суммарную единичную эпюру M_{Σ}^{0} саму на себя. Должны получить сумму всех коэффициентов канонических уравнений:

$$\delta_{11}+\delta_{12}+\delta_{21}+\delta_{22}=\frac{1}{EJ}\left(1\cdot l_1\cdot 1+\frac{1}{2}\cdot l_2\cdot 1\cdot\frac{2}{3}\cdot 1\right)=\frac{1}{EJ}\left(1\cdot 6\cdot 1+\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 1\cdot\frac{2}{3}\right)=\frac{8{,}00}{EJ}.$$

Проводим проверку правильности определения грузовых членов уравнений.

Перемножением грузовой эпюры M_p на суммарную единичную эпюру M_{Σ}^{0} должны получить сумму свободных членов уравнений:

$$\Delta_{1p}+\Delta_{2p}=\frac{1}{EJ}\left(\omega_1 M_{\Sigma}^{01}+\omega_2 M_{\Sigma}^{02}+\omega_3 M_{\Sigma}^{03}-\omega_4 M_{\Sigma}^{04}\right)=$$

$$=\frac{1}{EJ}\left(18\cdot 10^4\cdot 1+6{,}75\cdot 10^4\cdot\frac{4}{6}+6{,}75\cdot 10^4\cdot\frac{2}{6}-6\cdot 10^4\cdot\frac{2}{6}\right)=\frac{22{,}75\cdot 10^4}{EJ}.$$

Подставляем коэффициенты и свободные члены в канонические уравнения:

$$\frac{2{,}00}{EJ}X_1+\frac{1{,}00}{EJ}X_2+\frac{9\cdot 10^4}{EJ}=0.$$

$$\frac{1{,}00}{EJ}X_1+\frac{4{,}0}{EJ}X_2+\frac{13{,}75\cdot 10^4}{EJ}=0.$$

После сокращения на жесткость получаем:

$$2{,}00X_1+1{,}00X_2+9\cdot 10^4=0.$$

$$1{,}00X_1+4{,}00X_2+13{,}75\cdot 10^4=0.$$

Решая совместно эти уравнения, находим:

$$X_1=M_1=-3{,}18\cdot 10^4\ \text{Н·м}=-31{,}8\ \text{кН·м},$$

$$X_2 = M_2 = -2{,}64 \cdot 10^4 \text{ Нм} = -26{,}4 \text{ кН·м}.$$

На опоре № 3 (см. рис. 5.2, *а*) опорный момент будет равен моменту M со знаком минус:

$$X_3 = M_3 = -20 \text{ кН·м}.$$

Подставив найденные значения «лишних» неизвестных в канонические уравнения, убеждаемся в том, что эти уравнения превращаются в тождества.

Определяем опорные реакции заданной балки из уравнений статики:

$$\sum M_1^{\text{I}} = 0; \quad R_2^1 l_1 + M_2 - \frac{q l_1^2}{2} - M_1 = 0;$$

$$R_2^{'} = -\frac{M_2}{l_1} + \frac{q l_1}{2} + \frac{M_1}{l_1} = \frac{26{,}4}{6} + \frac{10 \cdot 6}{2} - \frac{31{,}8}{6} = 29{,}1 \text{ кН}.$$

$$\sum M_2^{\text{I}} = 0; \quad -R_1 l_1 - M_1 + \frac{q l_1^2}{2} + M_2 = 0;$$

$$R_1 = -\frac{M_1}{l_1} + \frac{q l_1}{2} + \frac{M_2}{l_1} = \frac{31{,}8}{6} + \frac{10 \cdot 6}{2} - \frac{26{,}4}{6} = 30{,}9 \text{ кН}.$$

$$\sum M_2^{\text{II}} = 0; \quad M_3 + R_3 l_3 - F\frac{l_2}{2} - M_2 = 0;$$

$$R_3 = -\frac{M_3}{l_2} + \frac{F}{2} + \frac{M_2}{l_2} = \frac{20}{6} + \frac{30}{2} - \frac{26{,}4}{6} = 13{,}94 \text{ кН}.$$

$$\sum M_3^{\text{II}} = 0; \quad -M_2 - R_2^2 l_2 + P\frac{l_2}{2} + M_3 = 0;$$

$$R_2^{''} = -\frac{M_2}{l_2} + \frac{F}{2} + \frac{M_3}{l_2} = \frac{26{,}4}{6} + \frac{30}{2} - \frac{20}{6} = 16{,}06 \text{ кН}.$$

Окончательно:

$$R_1 = 30{,}9 \text{ кН}; R_2 = R_2^{'} + R_2^{''} = 29{,}1 + 16{,}06 = 45{,}16 \text{ кН}; \; R_3 = 13{,}94 \text{ кН}.$$

Проверка:

$$\sum Y = 0; \quad R_1 + R_2 + R_3 - F - q \cdot l_1 = 0; \quad 30{,}9 + 45{,}16 + 13{,}94 - 30 - 10 \cdot 6 = 0.$$

Строим эпюру поперечных сил Q_x и эпюру изгибающих моментов M_x по правилам, принятым при построении эпюр для статически определимых балок (рис. 5.3**).**

$Q_1 = R_1 = 30{,}9$ кН;

$Q_2 = R_1 - q \cdot l_1 = 30{,}9 - 10 \cdot 6 = -29{,}1$ кН;

Затем скачок вверх на $R_2 = 45{,}16$ кН.

На участке от опоры 2 до сечения C: $Q_x = 16{,}06$ кН.

Затем скачок вниз в сечении C на силу F, $Q_C = 16{,}06 - 30 = -13{,}94$ кН.

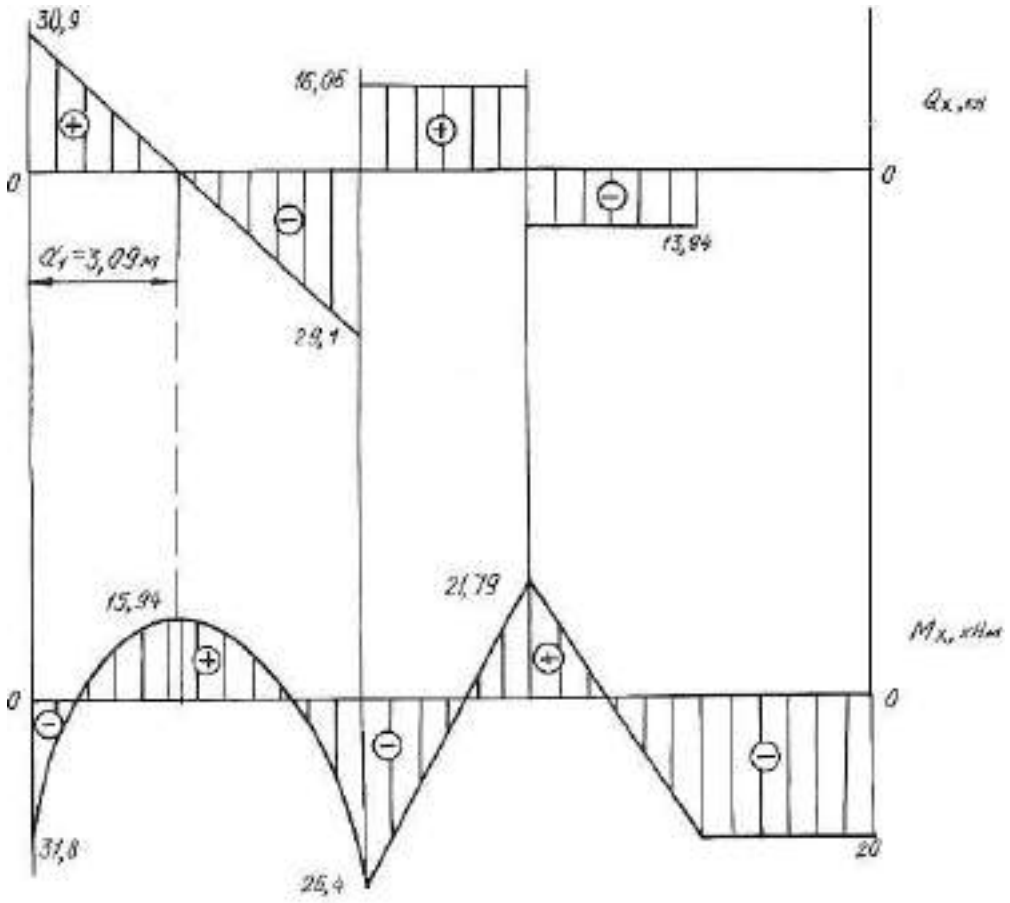


Рис. 5.3.

Находим расстояние *a*

$$\frac{30,9}{a_1}=\frac{29,1}{6-a_1},\ a_1=3,09\ \text{м}.$$

На участке от сечении *C* до опоры 3

$$Q_{C-3}=-13,94\ \text{кН}.$$

В левом крайнем сечении $M_x=-M_1=-31,8\ \text{кН}\cdot\text{м}$.

При $x=a_1=3,09\,\text{м}$

$$M_x=R_1a_1-\frac{qa_1^2}{2}-M_1=30,9\cdot3,09-\frac{10\cdot3,09^2}{2}-31,8=15,94\ \text{кН}\cdot\text{м}$$

В сечении над опорой 2

$$M_x=-M_1+R_1l_1-\frac{ql_1^2}{2}=-31,8+30,9\cdot6-\frac{10\cdot6^2}{2}=-26,4\ \text{кН}\cdot\text{м}.$$

До сечения *C* расчет производим справа:

$$M_k=-M=-20\ \text{кН}\cdot\text{м},$$

$$M_C=-M+R_3\cdot3=-20+13,93\cdot3=21,79\ \ \text{кН}\cdot\text{м}.$$

На участке балки от сечения *K* до опоры 3: $M_x = -20$ кН·м.

По сортаменту проката в соответствии с ГОСТ 8239-89 подбираем поперечное сечение двутаврового профиля, используя условие прочности

$$M_{\max} \le \sigma_{adm} \cdot W_{н.о.},$$

откуда $W_{н.о.} \ge \dfrac{M_{\max}}{\sigma_{adm}} = \dfrac{31{,}8 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 1{,}98 \cdot 10^{-4}$ м^3 $= 198$ см^3.

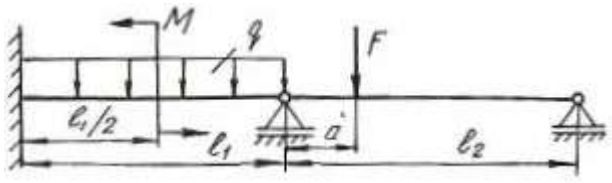
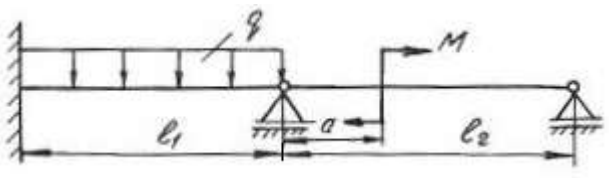
Принимаем двутавр № 20а, для которого $W_{н.о.} = W_x^{табл.} = 203$ см^3, $J_{н.о.} = J_x^{табл.} = 2030$ см^4, $A = 28{,}9$ см^2.

5.2. Задания для расчета статически неопределимых балок

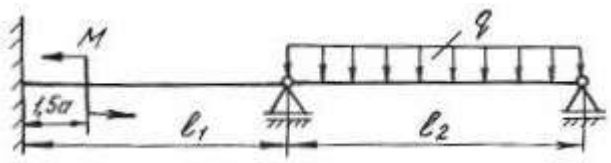
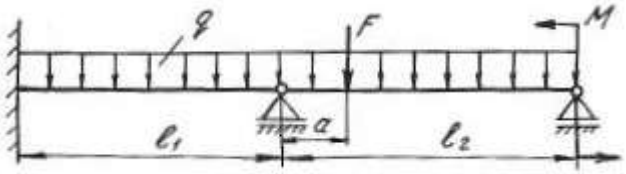
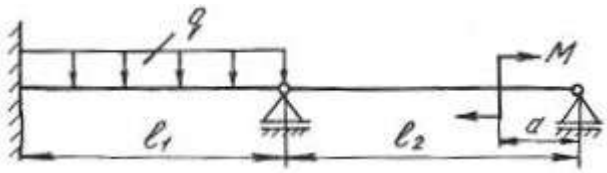
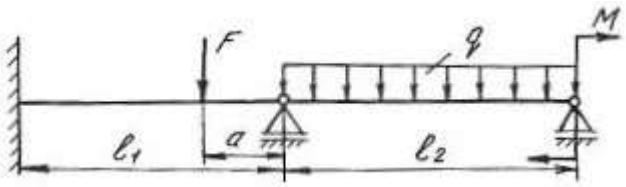
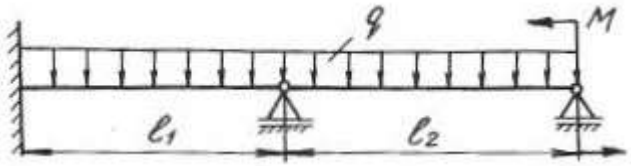
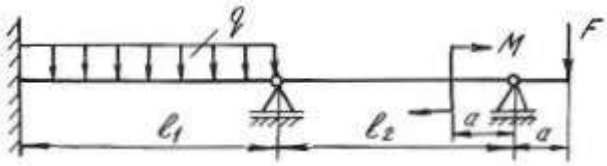
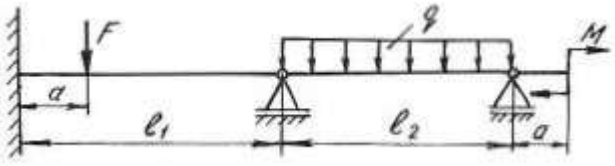
Для заданной схемы неразрезной балки при заданных значениях длин и нагрузок в соответствии с указанным номером варианта требуется:

1. Определить степень статической неопределимости балки, выбрать основную систему.
2. Составить канонические уравнения по методу сил.
3. Вычислить коэффициенты при неизвестных и свободные члены канонических уравнений. Проверить правильность их определения.
4. После определения неизвестных построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.
5. Подобрать поперечное сечение балки двутаврового профиля (см. табл. П. 1) при $\sigma_{adm} = 160$ МПа. Данные для расчета взять из табл. 5.2.

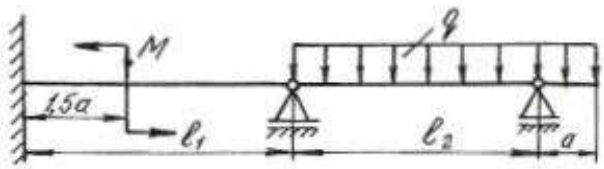
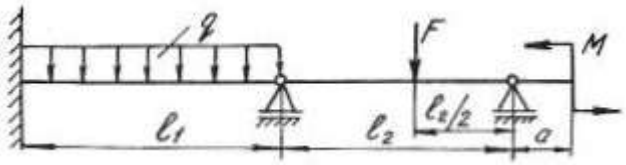
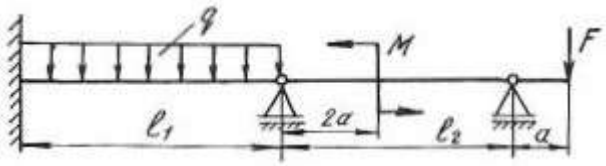
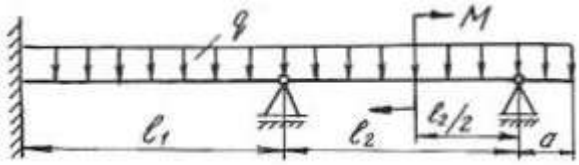
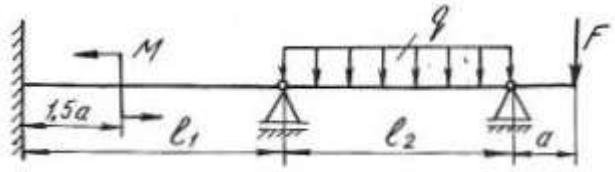
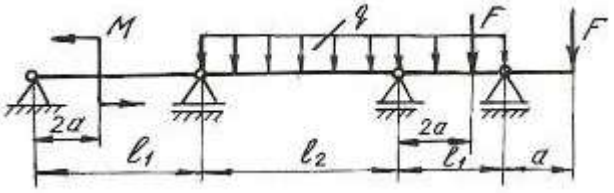
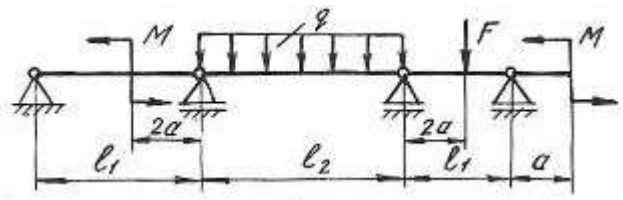
Таблица 5.2

Схема закрепления и нагружения балки	Номер варианта	*M*, кН·м	*F*, кН	*q*, кН/м	l_1, м	l_2, м	*a*, м
	1	10	10	15	3,5	5,0	0,5
	2	20	11	15	2,5	4,0	0,5
	3	30	12	15	4,0	4,0	0,5
	4	15	13	10	3,0	5,5	0,5
	5	20	14	10	3,5	5,0	0,5
	6	25	15	10	2,5	5,0	0,4

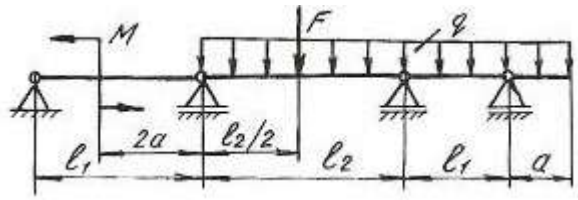
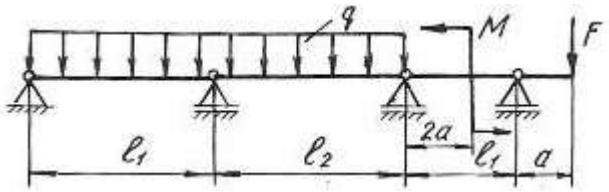
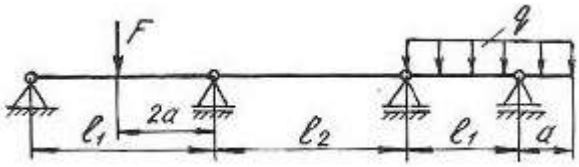
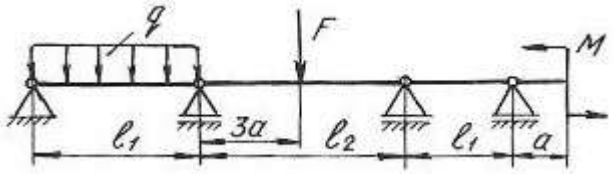
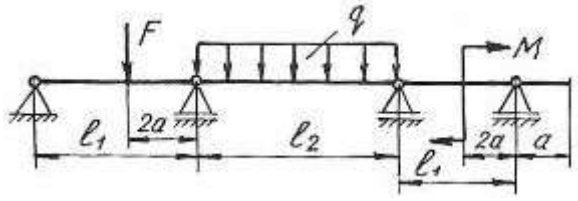
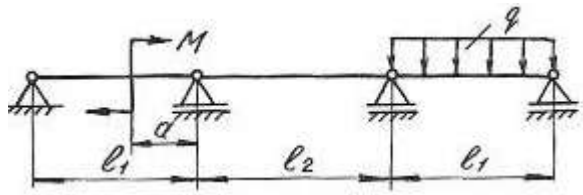
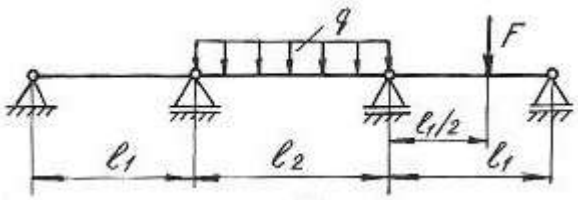
Продолжение табл. 5.2

Схема закрепления и нагружения балки	Номер вари-анта	M, кН·м	F, кН	q, кН/м	l_1, м	l_2, м	a, м
	7	10	10	10	5,0	5,0	0,4
	8	15	11	15	3,5	6,0	0,6
	9	20	12	20	3,5	5,0	0,4
	10	10	15	20	4,0	5,0	0,4
	11	20	20	10	2,0	5,0	0,5
	12	30	25	10	3,0	4,0	0,6
	13	30	11	15	2,0	5,0	0,4
	14	40	10	15	4,5	5,0	0,5
	15	20	12	15	3,5	5,5	0,6
	16	15	12	10	3,5	4,5	0,5
	17	20	10	10	2,6	5,2	0,4
	18	25	11	10	2,0	5,0	0,8
	19	25	20	20	3,5	6,0	0,5
	20	20	25	15	3,0	5,5	0,8
	21	15	10	10	3,5	3,5	0,8
	22	20	10	10	3	5	0,5
	23	30	11	10	4	6	0,4
	24	25	12	10	5	6	0,6
	25	20	15	10	2	3	0,4
	26	30	16	10	3	4	0,5
	27	40	20	10	4	5	0,6

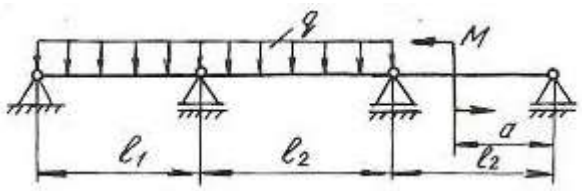
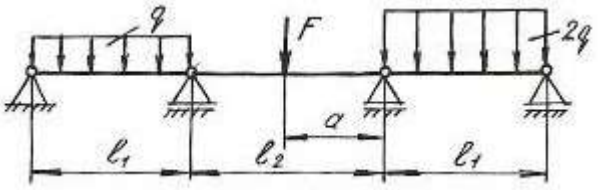
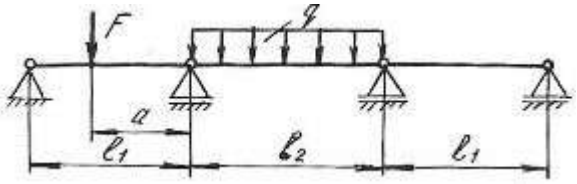
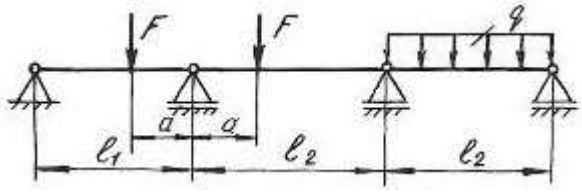
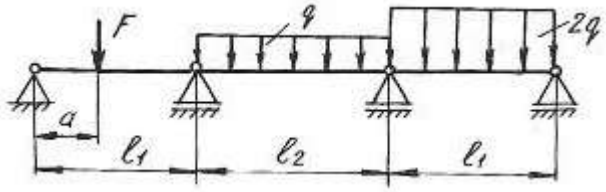
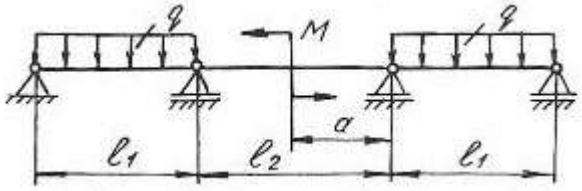
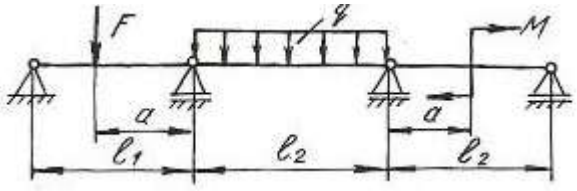
Продолжение табл. 5.2

Схема закрепления и нагружения балки	Номер вари-анта	M, кН·м	F, кН	q, кН/м	l_1, м	l_2, м	a, м
	28	15	10	15	3	5	0
	29	20	15	15	4	6	0,5
	30	25	20	15	5	6	0,4
	31	30	12	20	2	3	0,4
	32	35	14	15	3	4	0,5
	33	40	16	20	2,5	5	0,6
	34	10	20	10	3	5,5	0,4
	35	15	15	15	2,5	4	0,5
	36	20	10	20	5	6	0,6
	37	20	12	15	4	6	0,4
	38	15	14	20	3,5	4	0,6
	39	10	16	25	4	5	0,5
	40	10	10	30	2,5	4	0,4
	41	15	20	20	3	5	0,5
	42	20	30	10	4	6	0,6
	43	10	15	10	3	5	0,4
	44	20	25	12	4	5	0,5
	45	30	35	14	5	6	0,6
	46	40	10	10	2	5	0,5
	47	20	25	16	3	4	0,6
	48	10	30	10	4	6	0,4

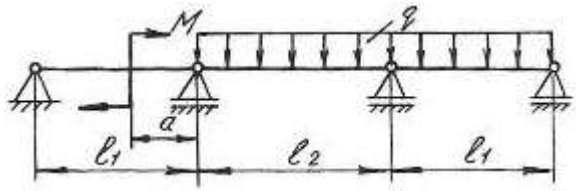
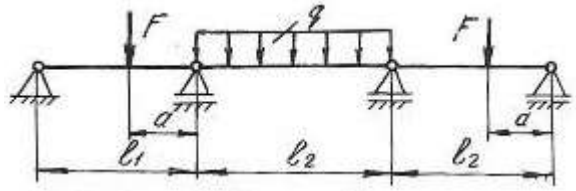
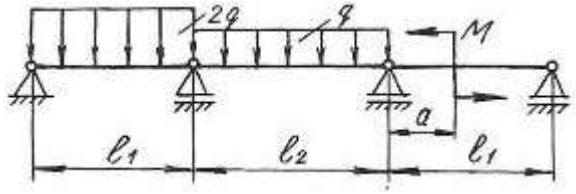
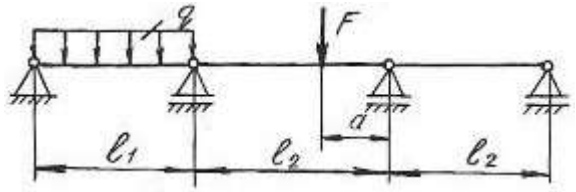
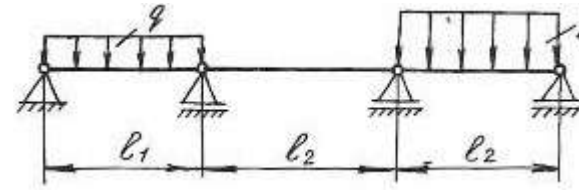
Продолжение табл. 5.2

Схема закрепления и нагружения балки	Номер вари-анта	M, кН·м	F, кН	q, кН/м	l_1, м	l_2, м	a, м
	49	30	25	12	5	6	0,5
	50	15	15	15	6	5	0,4
	51	10	20	20	2	4	0,6
	52	10	20	10	4	5	0,5
	53	20	15	12	5	6	0,5
	54	30	40	14	4	6	0,5
	55	25	20	16	3	4	0,4
	56	35	30	10	5	6	0,5
	57	40	15	12	4	5	0,6
	58	10	20	14	5	6	0,6
	59	15	30	16	2	4	0,5
	60	20	40	10	4	5	0,4
	61	25	10	12	3	5	0,3
	62	35	15	14	5	6	0,6
	63	40	20	16	6	4	0,5
	64	10	–	10	3	4	0,5
	65	20	–	15	4	5	0,6
	66	30	–	12	5	6	0,4
	67	–	12	40	2	3	0,6
	68	–	14	30	3	4	0,5
	69	–	16	25	4	5	0,4

Продолжение табл. 5.2

Схема закрепления и нагружения балки	Номер вари-анта	M, кН·м	F, кН	q, кН/м	l_1, м	l_2, м	a, м
	70	30	–	20	4	5	0,4
	71	20	–	15	3	4	0,6
	72	40	–	30	2	3	0,8
	73	–	20	20	3	3	0,5
	74	–	15	15	4	5	0,5
	75	–	16	30	5	6	0,5
	76	–	40	20	4	5	0,4
	77	–	30	10	3	5	0,5
	78	–	20	12	2	3	0,6
	79	–	10	20	2	3	0,6
	80	–	12	15	4	5	0,8
	81	–	15	10	6	6	0,5
	82	–	20	12	3	4	0,5
	83	–	10	15	4	5	0,6
	84	–	15	20	5	6	0,8
	85	20	–	12	3	5	0,5
	86	30	–	15	4	6	0,6
	87	40	–	20	5	6	0,8
	88	10	20	12	3	4	0,4
	89	15	30	14	4	6	0,6
	90	20	40	16	5	5	0,5

Окончание табл. 5.2

Схема закрепления и нагружения балки	Номер вари-анта	M, кН·м	F, кН	q, кН/м	l_1, м	l_2, м	a, м
	91	12	–	20	5	6	0,5
	92	15	–	30	4	5	0,5
	93	20	–	40	6	4	0,4
	94	–	20	12	5	6	0,5
	95	–	30	15	4	5	0,6
	96	–	40	16	6	4	0,4
	97	20	–	20	3	4	0,5
	98	30	–	30	4	5	0,5
	99	40	–	40	5	6	0,6
	100	–	12	10	6	4	0,4
	101	–	15	15	3	3	0,5
	102	–	20	20	4	5	0,6
	103	–	–	20	5	5	0,8
	104	–	–	30	6	6	0,6
	105	–	–	40	4	8	0,5

5.3. Статически неопределимые рамы

Плоской рамой называется геометрически неизменяемая система, состоящая из стержней, лежащих в одной плоскости и жестко соединенных между собой. Горизонтальные стержни рам называются *ригелями*, вертикальные – *стойками.*

Статически неопределимой рамой называется такая геометрически неизменяемая система, у которой реакции или все внутренние суммарные силовые факторы, возникающие в сечениях ее элементов при действии произвольной нагрузки, не могут быть определены из уравнений статики.

Расчет статически неопределимой рамы сводится к построению эпюр изгибающих моментов M_x, поперечных сил Q_x и нормальных сил N_x, на основании которых подбираются сечения, или проверяются напряжения в опасных сечениях различных элементов, или определяется несущая способность системы.

В пособии рассмотрено только построение эпюр M_x, Q_x, N_x, а также подбор поперечного сечения, так как это наиболее трудоемкая часть расчета.

Степень статической неопределимости плоской рамы определяется следующим образом:

1. Замкнутый контур (рама, оба конца которой жестко защемлены) имеет степень статической неопределимости, равную трем.

2. Наличие шарнира в раме понижает степень статической неопределимости на единицу.

3. Наличие подвижной опоры также понижает степень статической неопределимости на единицу.

Определение усилий в статически неопределимой раме связано с необходимостью составления дополнительных уравнений – уравнений совместности деформаций. Число этих уравнений должно быть равно степени статической неопределимости рамы.

Прежде, чем составлять уравнение деформаций, следует превратить заданную статически неопределимую раму в статически определимую, геометрически неизменяемую, устранив из нее «лишние» связи. Такая система называется *основной* системой.

Если к основной системе, кроме заданной нагрузки, приложить реакции устраненных связей, то деформации этой системы и возникающие в ней внутренние усилия, будут такими же, как и в заданной системе. То есть, обе системы будут эквивалентными.

В заданной системе в направлениях имеющихся связей перемещений быть не может. Поэтому, в основной системе перемещения в направлении отброшенных связей должны быть равны нулю.

Способ расчета статически неопределимых систем, при котором за «лишние» неизвестные принимаются силы и моменты, называется *методом сил.*

Данный метод рассмотрен при расчете статически неопределимых неразрезных балок в начале этой главы. Определение коэффициентов уравнений и грузовых членов и их проверки рассмотрены также при расчете балок.

Построение эпюр изгибающих моментов, поперечных и продольных сил.

При расчете рам на прочность в каждом поперечном сечении необходимо определять три силовых фактора: продольную силу N_x, поперечную силу Q_x, изгибающий момент M_x.

Продольная сила N_x равна алгебраической сумме проекций всех сил, действующих по одну сторону от сечения на продольную ось бруса. Если сила вызывает растяжение, она положительна, сжатие – отрицательна.

При построении эпюр продольных сил их значения откладываются симметрично от оси бруса в обе стороны с указанием знака.

Поперечная сила Q_x равна алгебраической сумме проекций на нормаль к оси бруса всех сил, действующих по одну сторону от сечения.

Если поперечная сила относительно сечения вращает часть бруса по часовой стрелке, то она положительна. Противоположное направление следует считать отрицательным. Условимся положительные ординаты откладывать снаружи контура, отрицательные – внутри.

При построении эпюр поперечных сил их значения откладываются по одну сторону от оси бруса с указанием знака.

Изгибающий момент M_x равен сумме моментов всех сил, взятых по одну сторону от сечения, относительно оси, проходящей через центр сечения перпендикулярно плоскости рамы. Условно принято построение эпюр изгибающих моментов со стороны растянутых волокон.

Общий порядок расчета статически неопределимых рам по методу сил сводится к следующему.

1. Определяют степень статической неопределимости рамы.
2. Удаляют «лишние» связи. Полученную таким образом основную систему загружают заданными силами и реакциями отброшенных связей.
3. В местах действия «лишних» неизвестных и по направлению их действия прикладывают единичные силы и строят эпюры изгибающих моментов от единичных сил, а также суммарную единичную эпюру.
4. Строят эпюры изгибающих моментов от действующих на основную систему внешних нагрузок.
5. Вычисляют главные, побочные коэффициенты и свободные члены канонических уравнений и проверяют правильность их определения.
6. Составляют и решают канонические уравнения, определяя «лишние» неизвестные.
7. Определяют остальные реакции с помощью уравнений статики.

8. Вычисляют значения изгибающих моментов, поперечных и нормальных сил и строят эпюры.

9. Подбирают поперечное сечение заданного профиля.

Пример 5.2.

Для заданной схемы статически неопределимой рамы (рис. 5.4, *а*), при заданных значениях длин и нагрузок, построить эпюры изгибающих моментов, нормальных и поперечных сил. Жесткости стоек и ригеля одинаковы.

Решение.

Заданная система освобождается от наложенных на нее связей. Действия связей заменяются реакциями. Установим степень статической неопределимости рамы: 3(замкнутый контур) − 2(наличие двух шарниров) = 1, т. е. рама однажды статически неопределима.

За «лишнюю» неизвестную X_1 принимаем реакцию H_b. Нагружаем основную систему (рис. 5.4, *б*) заданными внешними силами и реакцией отброшенной связи. Выбирая основную систему, необходимо помнить, что она должна быть статически определимой и геометрически неизменяемой.

В месте действия «лишней» неизвестной и по направлению ее действия прикладываем единичную силу $X_1 = 1$ и строим единичную эпюру.

Рассмотрим подробно построение этой эпюры. Покажем реакции опор (рис. 5.5), их три. Определим эти реакции по уравнениям статики:

$$\sum X = 0; \qquad H'_a - X_1 = 0; \qquad H'_a = 1;$$

$$\sum M_A = 0; \quad -X_1 \cdot 3 + R'_b \cdot 4 = 0; \qquad R'_b = \frac{3}{4} = 0{,}75;$$

$$\sum M_B = 0; \quad -H'_a \cdot 3 + R'_a \cdot 4 = 0; \quad R'_a = \frac{3}{4} = 0{,}75.$$

Проверка правильности вычисления реакций:

$$\sum Y = 0; \qquad -R'_a + R'_b = 0; \qquad 0 = 0.$$

Получили тождество, следовательно, реакции определены правильно.

Разбиваем раму на участки, граница участка там, где приложены сосредоточенные силы и для рамы граница участка, где жестко соединяется стойка с ригелем. Участков три, находим значения изгибающих моментов на границах участков. На всех участках эпюра изгибающих моментов очерчена наклонной прямой, эпюра изгибающих моментов показана на рис. 5.4, *в*.

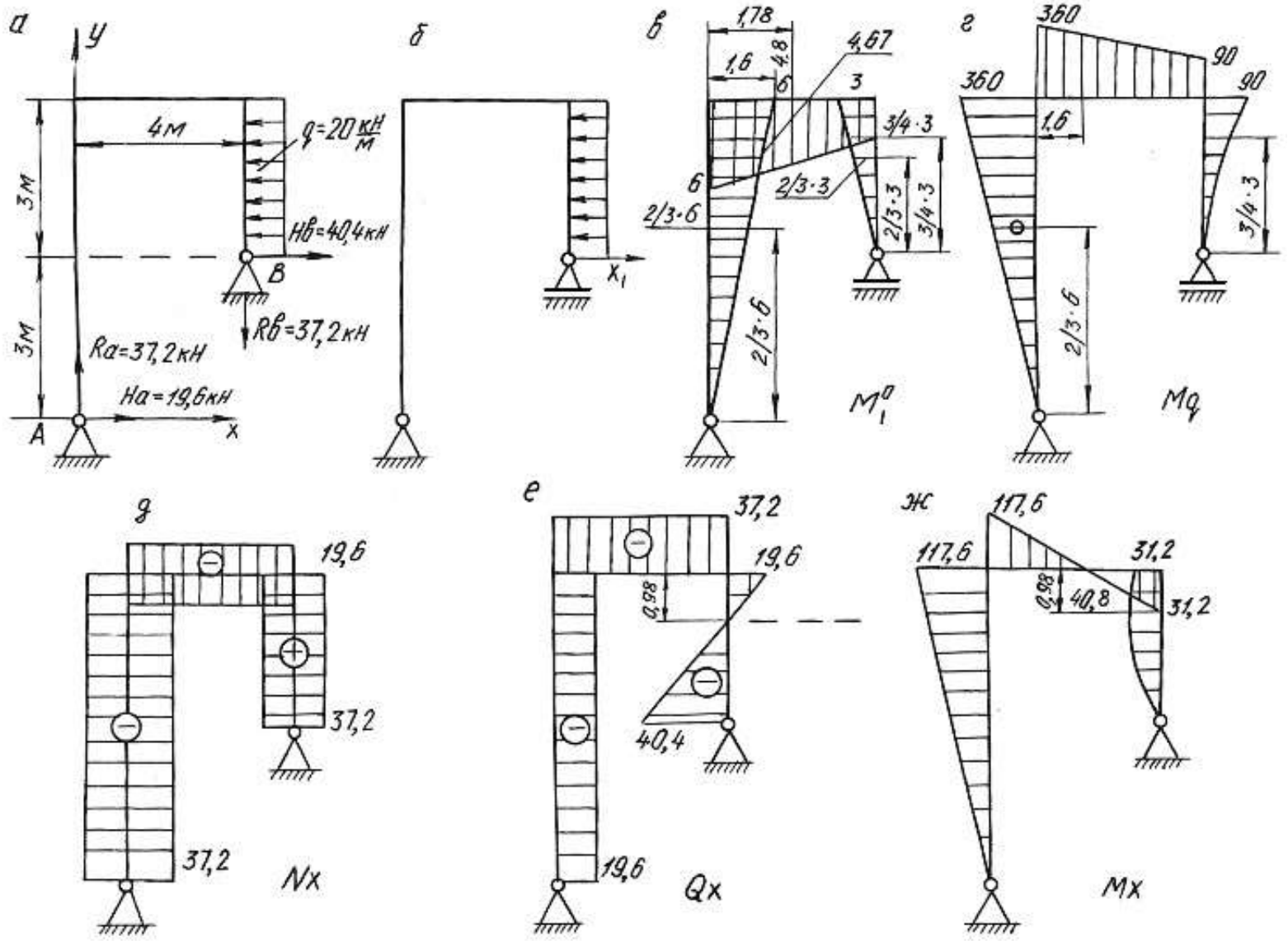

а
y
4м
q=20 кН/м
3м
HB=40,4кН
B
3м
RB=37,2кН
Ra=37,2кН
Ha=19,6кН
A
x
б
x1
в
1,78
1,6
4,8
4,67
6
3
3/4·3
6
2/3·3
2/3·6
2/3·3
3/4·3
2/3·6
M1q
г
360
90
90
360
1,6
3/4·3
2/3·6
Mq
д
19,6
37,2
37,2
Nx
е
37,2
19,6
0,98
40,4
19,6
Qx
ж
117,6
117,6
31,2
0,98
40,8
31,2
Mx

Рис. 5.4.

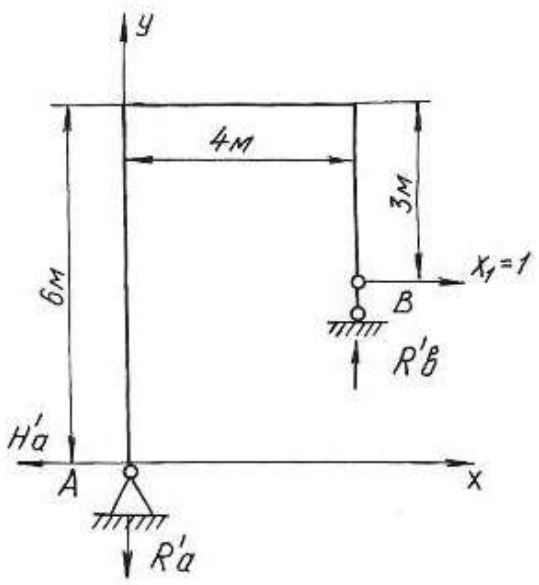


Рис. 5.5.

Строим эпюру изгибающих моментов от действия на основную систему внешней равномерно распределенной нагрузки интенсивностью q (рис. 5.4, *г*). По приведенной выше методике определяем реакции опор, разбиваем раму на участки, определяем значения изгибающих моментов на границах участков и по контрольным правилам строим эпюру изгибающих моментов.

По числу «лишних» неизвестных записываем канонические уравнения метода сил

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1p} = 0\,.$$

Перемещение δ_{11} определяется перемножением единичной эпюры самой на себя

$$\delta_{11} = \sum \frac{\omega_1^0 M_{c1}^0}{EJ},$$

где ω_1^0 – площадь единичной эпюры; M_{c1}^0 – ордината единичной эпюры под ее центром тяжести.

$$\delta_{11} = \sum \frac{\omega_1^0 M_{c1}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ}\left\{\left(\frac{1}{2}6\cdot 6\right)\left[\frac{2}{3}\cdot 6\right] + \left(\frac{1}{2}3\cdot 3\right)\left[\frac{2}{3}\cdot 3\right] + \left(\frac{(3+6)}{2}4\right)[4{,}67]\right\} = \frac{165{,}06}{EJ}.$$

На участке по ригелю площадь эпюры изгибающих моментов представлена трапецией. Посмотрим подробнее как определить центр тяжести площади, площадь и ординату под ее центром тяжести (рис. 5.6).

$$C=\frac{4\left(2\cdot 3+6\right)}{3\left(3+6\right)}=1,78\text{ м};\quad \omega_0=\frac{1}{2}\left(3+6\right)\cdot 4=18\text{ кН}\cdot\text{м}^2,$$

где ω_0 –площадь трапеции.

$$M_c^0=\left(3+1,67\right)=4,67\text{ кН}\cdot\text{м},$$

где M_c^0 – ордината под центром тяжести трапеции.

Отрезок $1,67$ определяем из подобия треугольников $3:4=x:2,22$.

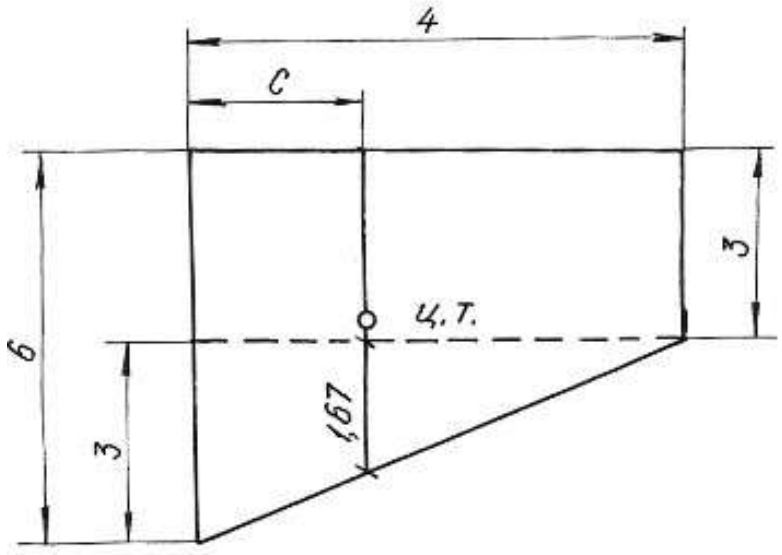


Рис. 5.6.

Перемещение Δ_{1p} получаем перемножением грузовой эпюры M_q на единичную M_1^0

$$\Delta_{1p}=\sum\frac{\omega_p M_{c1}^0}{EJ},$$

где ω_p – площадь грузовой эпюры; M_{c1}^0 – ордината с первой единичной эпюры под центром тяжести грузовой.

$$\Delta_{1p}=\frac{1}{EJ}\left\{-\left(\frac{1}{2}360\cdot 6\right)\left[\frac{2}{3}6\right]-\left(\left(\frac{90+360}{2}\right)\cdot 4\right)[4,8]-\left(\frac{1}{3}90\cdot 3\right)\left[\frac{3}{4}3\right]\right\}=-\frac{6682,5}{EJ}.$$

Полученные значения δ_{11} и Δ_{1p} подставляем в уравнения, определяем X_1:

$$\frac{165{,}06 \cdot X_1}{EJ} - \frac{6682{,}5}{EJ} = 0, \quad X_1 = 40{,}4\,\text{кН}.$$

Зная реакцию $H_b = X_1$, по уравнениям статики определяем R_a, H_a, R_b:

$$\sum X = 0, \qquad H_b + H_a - q \cdot 3 = 0, \qquad H_a = 19{,}6 \text{ кН};$$

$$\sum M_a = 0, \quad H_b \cdot 3 + R_b \cdot 4 - q \cdot 3 \cdot 4{,}5 = 0, \qquad R_b = 37{,}2 \text{ кН};$$

$$\sum M_b = 0, \quad H_a \cdot 6 - R_a \cdot 4 + q \cdot 3 \cdot 1{,}5 = 0, \qquad R_a = 37{,}2 \text{ кН}.$$

Проверка правильности вычисления реакций:

$$\sum Y = 0, \qquad R_a + R_b = 0.$$

Строим эпюры M_x, Q_x, N_x известным способом. Эпюры приведены на рисунке 5.4, *д*, *е*, *ж*.

Пример 5.3.

Для заданной схемы статически неопределимой рамы (рис. 5.7, *а*)**,** при заданных значениях длин и нагрузок, построить эпюры изгибающих моментов, нормальных и поперечных сил. Подобрать поперечное сечение двутаврового профиля (см. табл. П. 1) при $\sigma_{adm} = 160$ МПа. Жесткости стойки и ригеля одинаковы.

Решение.

Заданная система освобождается от наложенных на нее связей. Действия связей заменяются реакциями. Установим степень статической неопределимости рамы: 3(замкнутый контур) – 1(наличие одного шарнира) = 2, т. е. рама дважды статически неопределима.

За «лишние» неизвестные принимаем $H_b = X_1$, $R_b = X_2$, тем самым выбираем основную систему. Нагружаем основную систему внешними силами (*q*, *M*) и реакциями отброшенных связей (X_1, X_2). Отбрасывая «лишние» связи, следует помнить, что основная система должна быть статически определимой и геометрически неизменяемой.

В местах действия «лишних» неизвестных и по направлению их действия прикладываем единичные силы $X_1 = 1$ и $X_2 = 1$ и строим эпюры изгибающих моментов от этих сил.

Строим эпюры изгибающих моментов от действия на основную систему внешних сил *q* и *M*.

Методика построения эпюр изгибающих моментов от единичных сил и внешних нагрузок, приложенных к основной системе, подробно рассмотрена при решении примера 5.1 и здесь не приводится.

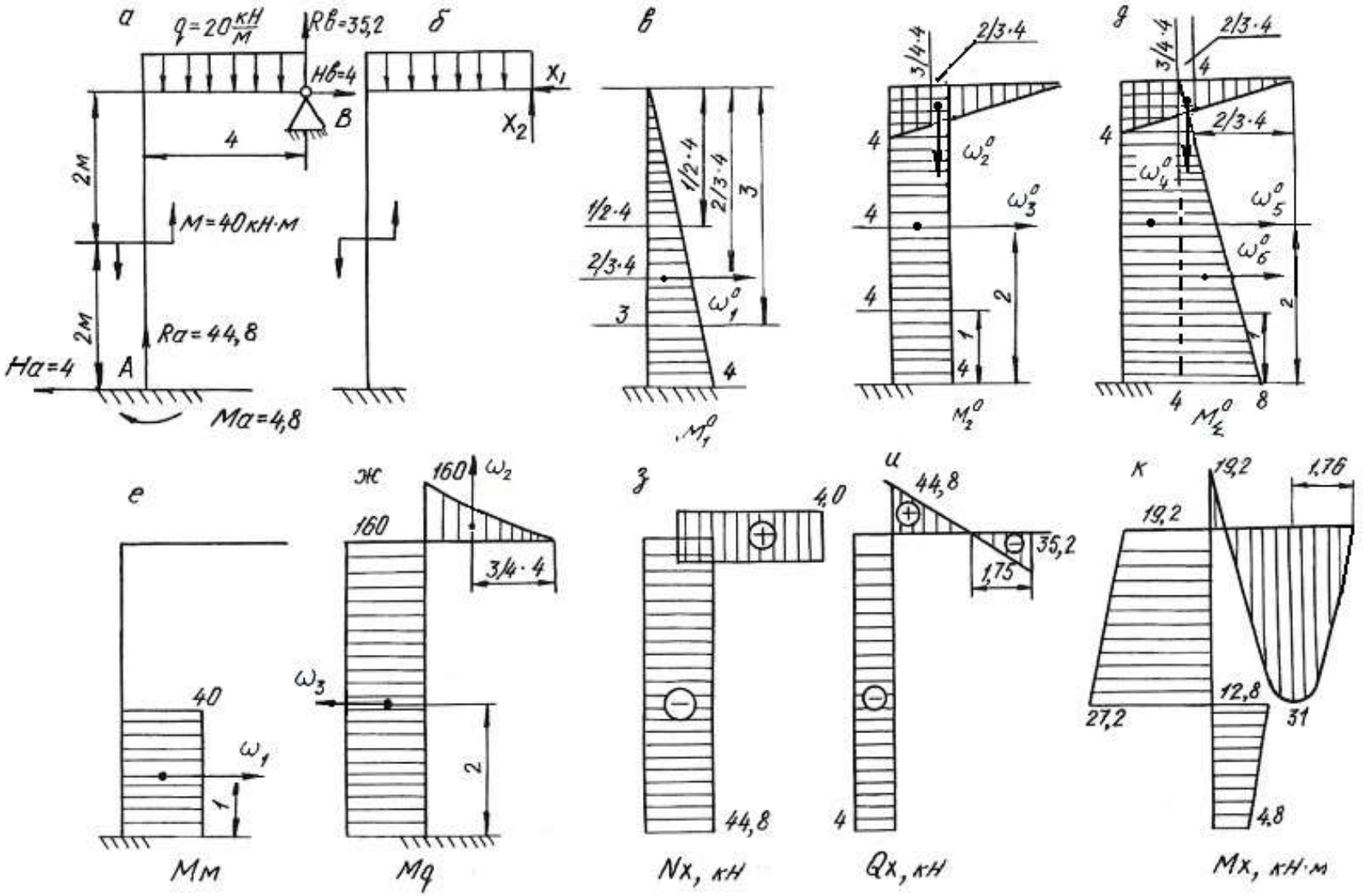

а
q=20 кН/м
RB=35,2
б
HB=4
B
X1
X2
4
2м
M=40кН·м
2м
Ra=44,8
Ha=4
A
Ma=4,8
в
1/2·4
2/3·4
1/2·4
2/3·4
3
3
4
ω1°
M1°
г
3/4·4
2/3·4
4
4
4
4
ω2°
ω3°
2
1
4
M2°
д
3/4·4
2/3·4
4
2/3·4
4
ω4°
ω5°
ω6°
2
1
4
8
M4°
е
40
ω1
1
Мм
ж
160
ω2
160
3/4·4
ω3
2
Mq
з
4,0
44,8
Nx, кН
и
44,8
35,2
1,75
4
Qx, кН
к
19,2
1,76
19,2
12,8
27,2
31
4,8
Mx, кН·м

Рис. 5.7.

Составляем канонические уравнения метода сил:

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1p} = 0;$$
$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2p} = 0.$$

Вычисляем коэффициенты и свободные члены канонических уравнений:

$$\delta_{11} = \sum \frac{\omega_1^0 M_{c1}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ}\left\{\left(\frac{1}{2}4\cdot 4\right)\left[\frac{2}{3}4\right]\right\} = \frac{21{,}3}{EJ},$$

$$\delta_{22} = \sum \frac{\omega_2^0 M_{c2}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ}\left\{\left(\frac{1}{2}4\cdot 4\right)\cdot\left[\frac{2}{3}4\right] + (4\cdot 4)[4]\right\} = \frac{85{,}3}{EJ},$$

$$\delta_{21} = \delta_{12} = \sum \frac{\omega_2^0 M_{c1}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ}\{(4\cdot 4)[2]\} = \frac{32}{EJ},$$

$$\Delta_{1p} = \sum \frac{\omega_p M_{c1}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ}\{(40\cdot 2)[3] - (160\cdot 4)[2]\} = -\frac{1040}{EJ},$$

$$\Delta_{2p} = \sum \frac{\omega_p \cdot M_{c2}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ}\left\{(40\cdot 2)[4] - (160\cdot 4)[4] - \left(\frac{1}{3}160\cdot 4\right)\left[\frac{3}{4}4\right]\right\} = -\frac{2880}{EJ}.$$

Проверяем правильность вычисления коэффициентов и свободных членов канонических уравнений. Для этого строим суммарную единичную эпюру M_Σ^0.

Для проверки правильности вычисления коэффициентов канонических уравнений применяем универсальную проверку:

$$\delta_{11} + \delta_{12} + \delta_{22} + \delta_{21} = \sum \frac{\omega_\Sigma^0 M_{C\Sigma}^0}{EJ};$$

$$\delta_{11} + \delta_{12} + \delta_{22} + \delta_{21} = \frac{1}{EJ}\left\{\left(\frac{1}{2}(4+8)\cdot 4\right)[6{,}22] + \left(\frac{1}{2}4\cdot 4\right)\left[\frac{2}{3}4\right]\right\} = \frac{170{,}6}{EJ}.$$

Поверяем правильность вычисления грузовых членов

$$\Delta_{1p} + \Delta_{2p} = \sum \frac{\omega_p M_{c\Sigma}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ}\left\{(40\cdot 2)[7] - (160\cdot 4)[6] - \left(\frac{1}{3}160\cdot 4\right)\left[\frac{3}{4}4\right]\right\} =$$
$$= -\frac{3920}{EJ}.$$

В обоих случаях получили тождества, значит коэффициенты и свободные члены канонических уравнений определены правильно.

Подставляем вычисленные значения коэффициентов в канонические уравнения, определяем неизвестные X_1 и X_2:

$$\left.\begin{aligned} 21{,}3 \cdot X_1 + 32 \cdot X_2 - 1040 = 0 \\ 32 \cdot X_1 + 85{,}3 \cdot X_2 - 2880 = 0 \end{aligned}\right\}$$

$X_1 = -4$ кН; $X_2 = 35{,}2$ кН.

Сила X_1 получилась со знаком «минус», это говорит о том, что направление реакции будет противоположно единичной силе.

Зная реакции H_b и R_b, по уравнениям статики определяем остальные реакции

$$\begin{aligned} &\sum X = 0, \quad H_b - H_a = 0, && H_a = 4 \text{ кН;} \\ &\sum M_a = 0, \quad M - M_a - q \cdot 4 \cdot 2 + R_b \cdot 4 - H_b \cdot 4 = 0, && M_a = 4{,}8 \text{ кН·м;} \\ &\sum M_в = 0, \quad M - M_a - H_a \cdot 4 - R_a \cdot 4 + q \cdot 4 \cdot 2 = 0, && R_a = 44{,}8 \text{ кН·м.} \end{aligned}$$

Проверка:

$$\sum Y = 0, \quad R_a + R_b - q \cdot 4 = 0, \quad 35{,}2 + 44{,}8 - 80 = 0.$$

Строим эпюры изгибающих моментов, поперечных и нормальных сил по контрольным правилам. Эпюры приведены на рис. 5.7.

Выявляем опасное сечение рамы, где одновременно M_x и N_x имеют большие значения. Это сечение левой стойки, где $N_X = -44{,}8$ кН, $M_X = 27{,}2$ кН·м.

Условие прочности

$$\sigma_{\max} = \pm\frac{N_x}{A} \pm \frac{M_x}{W_z} \le \sigma_{\text{adm}}.$$

Выбираем сечение по моменту M_x

$$\frac{M_x}{W_z} \le \sigma_{\text{adm}} = 160 \text{ МПа.} \quad W_z \ge \frac{27{,}2 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 1{,}7 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 = 170 \text{ см}^3.$$

По сортаменту проката выбираем двутавр № 20, $W_z = W_x^{\text{табл.}} = 184$ см^3, $A_{\text{табл.}} = 26{,}8$ см^2.

Производим проверку с учетом силы N_x:

$$\sigma_{\max} = -\frac{44{,}8 \cdot 10^3}{26{,}8 \cdot 10^{-4}} - \frac{27{,}2 \cdot 10^3}{184 \cdot 10^{-6}} = -1{,}67 \cdot 10^7 - 0{,}148 \cdot 10^9 \text{ Па} = 164{,}7 \text{ МПа},$$

$\sigma_{\max} = 164{,}7$ МПа> $\sigma_{\text{adm}} = 160$ МПа.

Отклонение (перегруз) $\delta = \dfrac{164{,}7 - 160}{160} \cdot 100 = 2{,}93\,\% < 5\,\%$, что допустимо.

5.4. Задания для расчета плоских рам

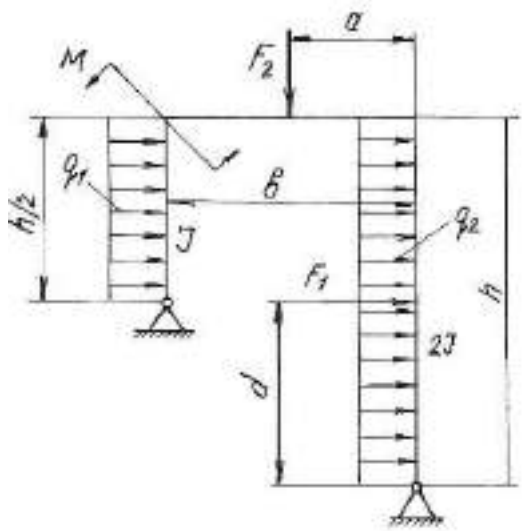
Для расчетной схемы статически неопределимой рамы при заданных значениях длин и нагрузок, определяемых в соответствии с указанным номером варианта, требуется:

1. Определить степень статической неопределимости рамы. Выбрать основную систему.
2. Составить канонические уравнения метода сил.
3. Вычислить коэффициенты при неизвестных и свободные члены канонических уравнений. Проверить правильность их вычисления.
4. Построить эпюры изгибающих моментов, поперечных и продольных сил.
5. Подобрать поперечное сечение элементов рамы в виде двутавра (см. табл. П. 1) при $\sigma_{\text{adm}} = 160$ МПа.

Данные для расчета взять из табл. 5.3.

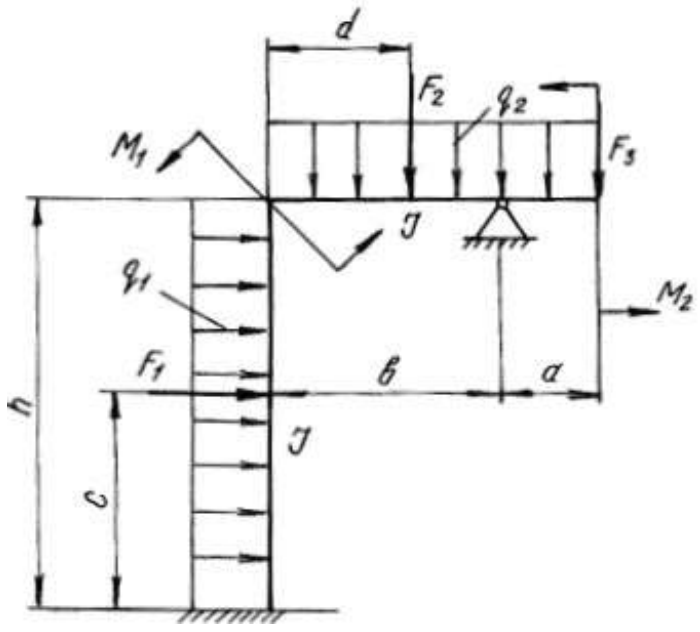
Таблица 5.3

Номер варианта	h, м	b, м	a, м	d, м	q_1, кН/м	q_2, кН/м	F_1, кН	F_2, кН	M, кН·м
1	10	5	–	–	20	–	–	–	80
2	9	5	–	–	–	15	–	–	10
3	9	6	–	–	–	–	–	–	60
4	9	4	–	5	15	–	40	–	–
5	10	4	2	–	–	20	–	30	–
6	8	5	3	–	–	–	–	60	–
7	8	6	–	–	–	–	–	–	10
8	8	5	–	5	–	–	40	–	–
9	9	6	3	–	–	–	–	50	80
10	9	6	5	–	–	–	40	–	–



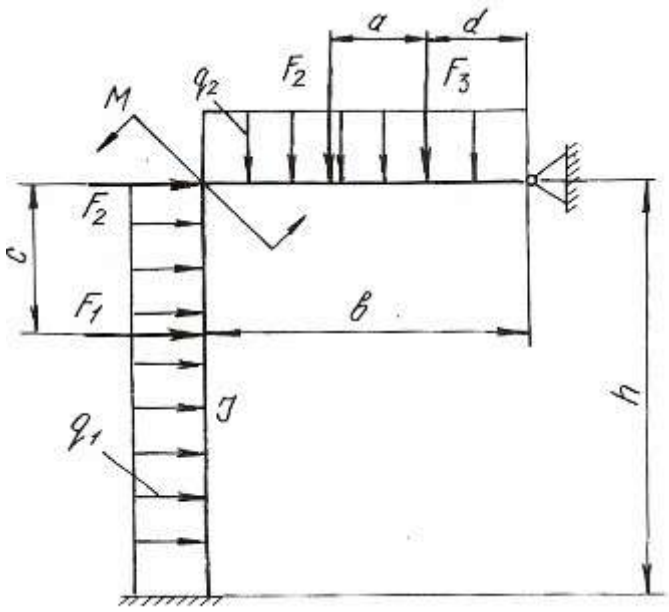
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	h, м	b, м	a, м	c, м	d, м	q_1, кН/м	q_2, кН/м	F_1, кН	F_2, кН	F_3, кН	M_1, кН·м	M_2, кН·м
11	10	5	0,5	6	–	20	–	40	–	–	–	–
12	11	6	0,4	6	–	–	20	40	–	–	–	–
13	11	5	0,3	4	–	–	–	30	–	–	–	10
14	9	4	0,6	–	–	–	25	–	–	–	–	12
15	9	5	0,4	–	4	30	–	–	60	–	–	–
16	8	4	0,3	–	3	–	–	–	30	20	–	–
17	8	4	0,3	–	–	–	–	–	–	30	10	–
18	6	3	0,2	–	–	25	–	–	–	–	15	80
19	7	4	0,6	–	3	–	–	–	30	20	12	–
20	10	6	0,6	–	–	–	30	–	–	–	10	–



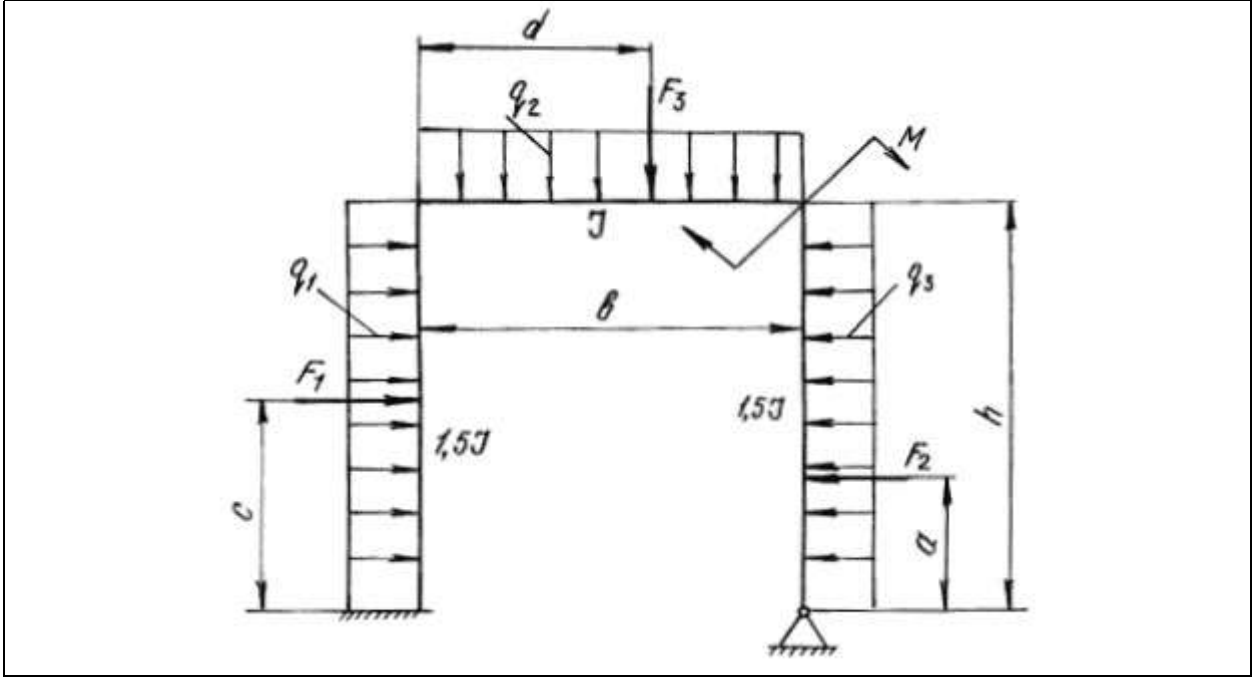
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	h, м	b, м	a, м	c, м	d, м	q_1, кН/м	q_2, кН/м	F_1, кН	F_2, кН	F_3, кН	M_1, кНм	M_2, кН·м
21	10	8	–	–	–	20	–	–	–	–	–	20
22	10	7	2	–	2	30	–	–	–	–	20	–
23	10	6	–	2	–	–	–	–	30	20	–	–
24	8	6	–	–	–	20	30	–	–	–	–	–
25	8	6	–	3	–	–	20	–	20	–	–	–
26	9	5	–	–	–	–	20	–	–	–	–	15
27	9	6	2	–	1	–	–	–	–	40	20	–
28	7	5	2	–	1	–	–	–	–	–	30	–
29	8	4	2	–	1	–	–	–	–	–	20	20
30	8	6	–	–	–	–	–	–	50	20	–	10



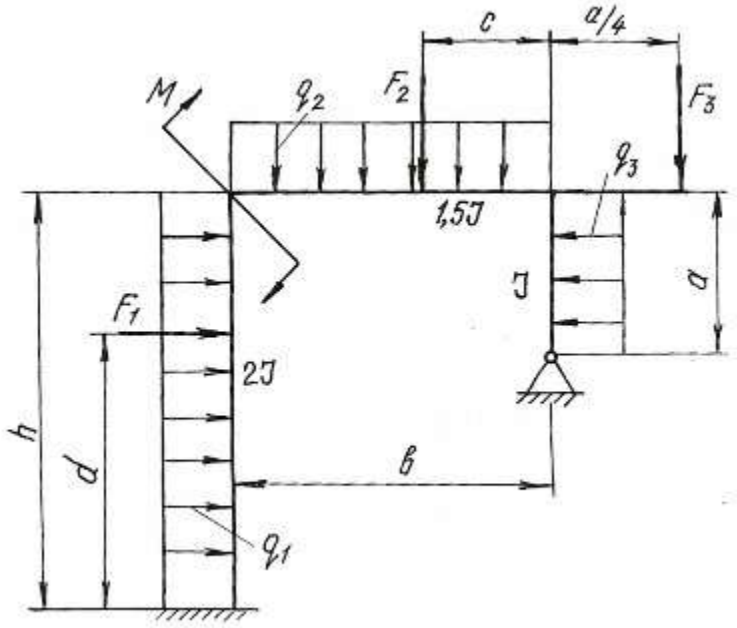
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	h, м	b, м	a, м	c, м	d, м	q_1, кН/м	q_2, кН/м	q_3, кН/м	F_1, кН	F_2, кН	F_3, кН	M, кН·м
31	10	4	0,5	–	–	12	–	–	–	–	–	10
32	9	5	0,4	–	–	–	20	–	–	–	–	15
33	8	4	0,3	–	–	–	–	20	–	30	–	–
34	8	6	0,3	–	4	20	–	–	–	–	40	–
35	8	4	0,4	–	–	–	20	–	–	30	–	–
36	6	5	0,3	5	–	–	–	20	60	–	–	–
37	10	5	0,4	–	4	–	–	–	–	40	50	–
38	8	4	0,3	–	–	–	–	–	–	30	–	12
39	12	6	0,5	–	4	–	–	–	–	–	40	15
40	12	6	0,6	3	–	–	–	25	10	–	–	–



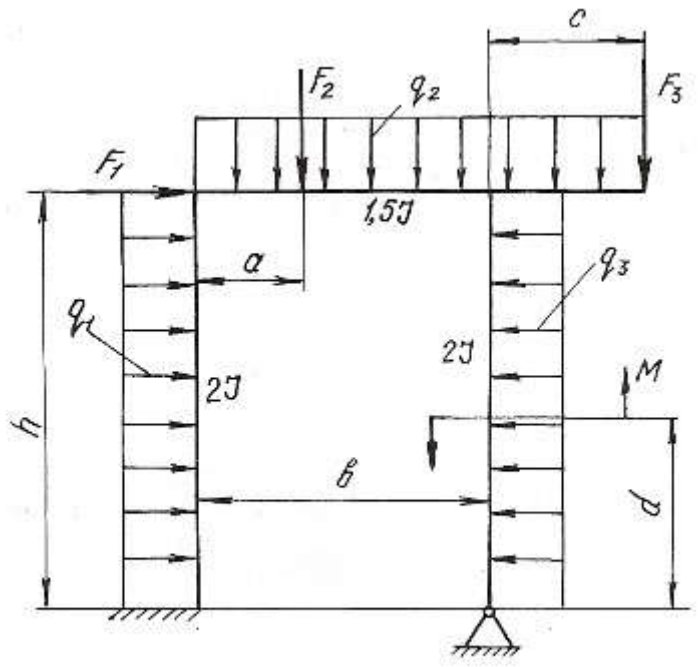
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	*h*, м	*b*, м	*a*, м	*c*, м	*d*, м	q_1, кН/м	q_2, кН/м	q_3, кН/м	F_1, кН	F_2, кН	F_3, кН	*M*, кН·м
41	10	5	4	–	–	20	–	–	–	–	–	50
42	9	6	4	–	–	–	15	–	–	–	–	10
43	8	6	5	–	–	–	–	20	–	–	30	–
44	8	5	6	–	2	15	–	–	30	–	–	–
45	8	4	5	2	–	–	20	–	–	40	–	–
46	9	6	3	–	5	–	–	15	40	–	–	–
47	9	8	4	2	–	–	–	–	–	10	–	60
48	9	6	6	–	–	–	–	–	–	–	40	10
49	10	8	5	3	–	–	–	–	–	20	40	–
50	10	6	4	1	4	–	–	–	10	25	–	–



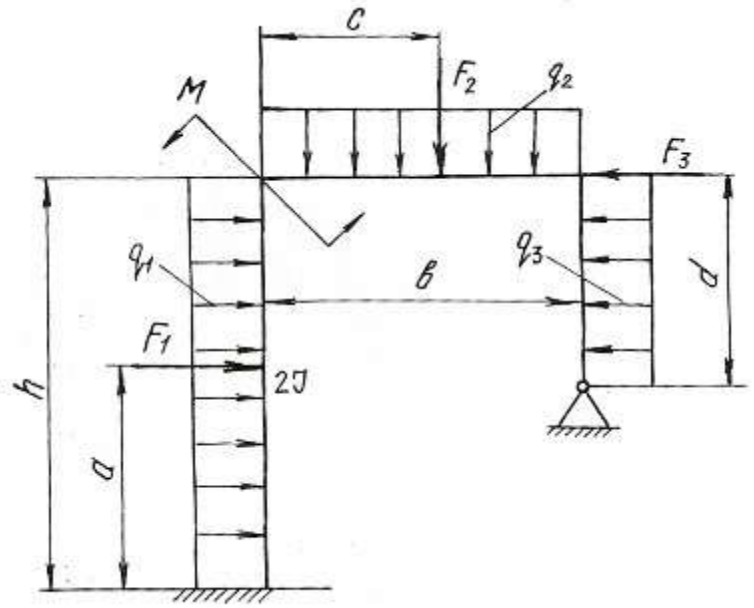
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	h, м	b, м	a, м	c, м	d, м	q_1, кН/м	q_2, кН/м	q_3, кН/м	F_1, кН	F_2, кН	F_3, кН	M, кН·м
51	8	4	0,6	0,5	5	20	–	–	–	–	–	50
52	10	5	0,5	0,6	–	–	20	–	20	30	–	–
53	8	4	0,4	0,4	–	–	–	25	–	20	–	–
54	6	4	0,3	0,4	4	–	–	–	–	–	30	14
55	12	6	0,6	0,5	–	–	–	–	40	20	–	–
56	10	4	0,4	0,3	2	15	–	–	–	–	–	10
57	8	5	0,3	0,3	2	–	15	–	–	–	–	12
58	8	5	0,4	0,4	–	–	–	20	30	–	–	–
59	9	5	0,5	0,6	–	–	–	–	–	30	40	–
60	9	4	0,6	0,5	–	–	30	–	–	20	–	–



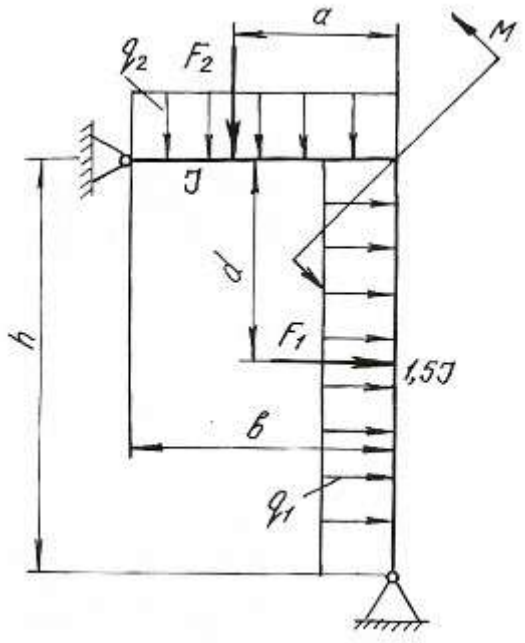
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	h, м	b, м	a, м	c, м	d, м	q_1, кН/м	q_2, кН/м	q_3, кН/м	F_1, кН	F_2, кН	F_3, кН	M, кН·м
61	8	4	4	–	4	20	–	–	50	–	–	–
62	10	5	–	2,5	5	–	20	–	–	30	–	–
63	6	3	–	–	3	–	–	20	–	–	30	–
64	12	6	5	–	6	–	–	20	50	–	–	–
65	10	4	–	–	5	–	20	–	–	–	–	80
66	8	4	–	–	5	15	–	–	–	–	20	–
67	8	5	–	2	5	20	–	–	–	40	–	–
68	8	4	–	–	4	–	–	–	–	–	80	40
69	9	4	–	3	5	–	–	–	–	60	–	40
70	10	5	8	–	5	–	15	–	60	–	–	–



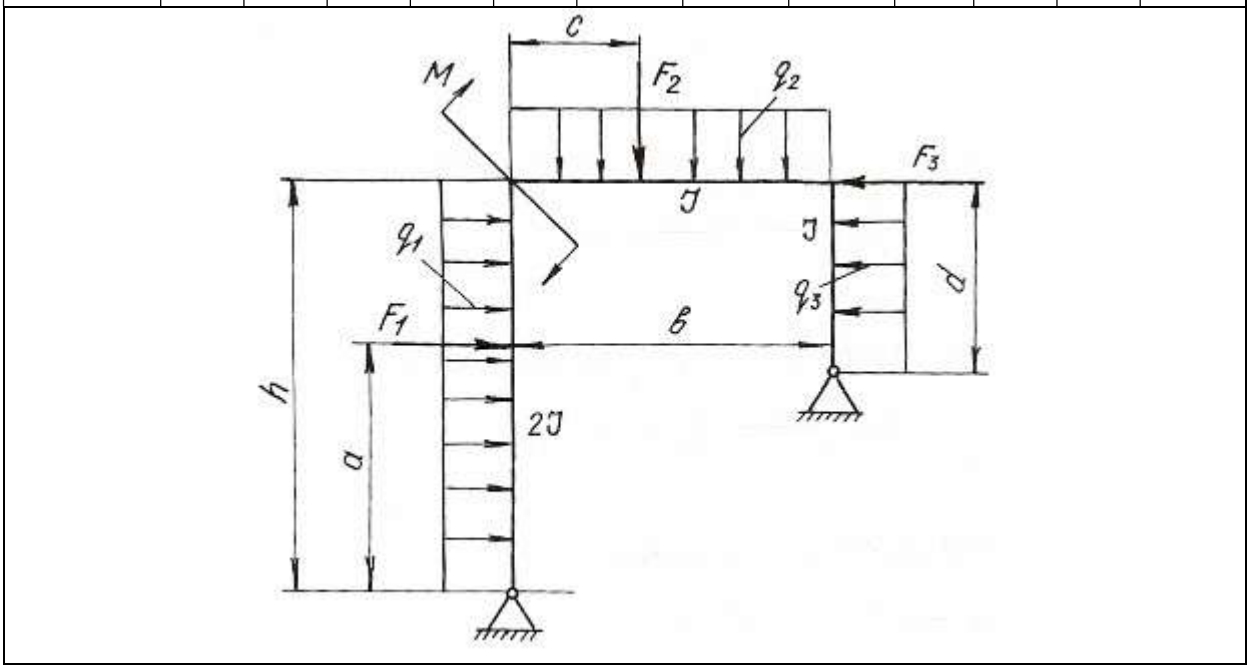
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	h, м	b, м	a, м	d, м	q_1, кН/м	q_2, кН/м	F_1, кН	F_2, кН	M, кН·м
71	10	5	2,5	–	20	–	–	80	–
72	10	6	–	–	–	15	–	–	–
73	10	4	2	–	–	–	–	–	–
74	10	5	–	–	15	–	–	80	–
75	9	5	–	–	–	20	–	–	–
76	9	6	–	–	–	–	–	–	60
77	9	4	2	–	–	–	–	10	–
78	8	6	3	–	–	–	–	80	10
79	8	6	3	4	–	–	40	60	–
80	8	5	–	4	–	–	30	–	–



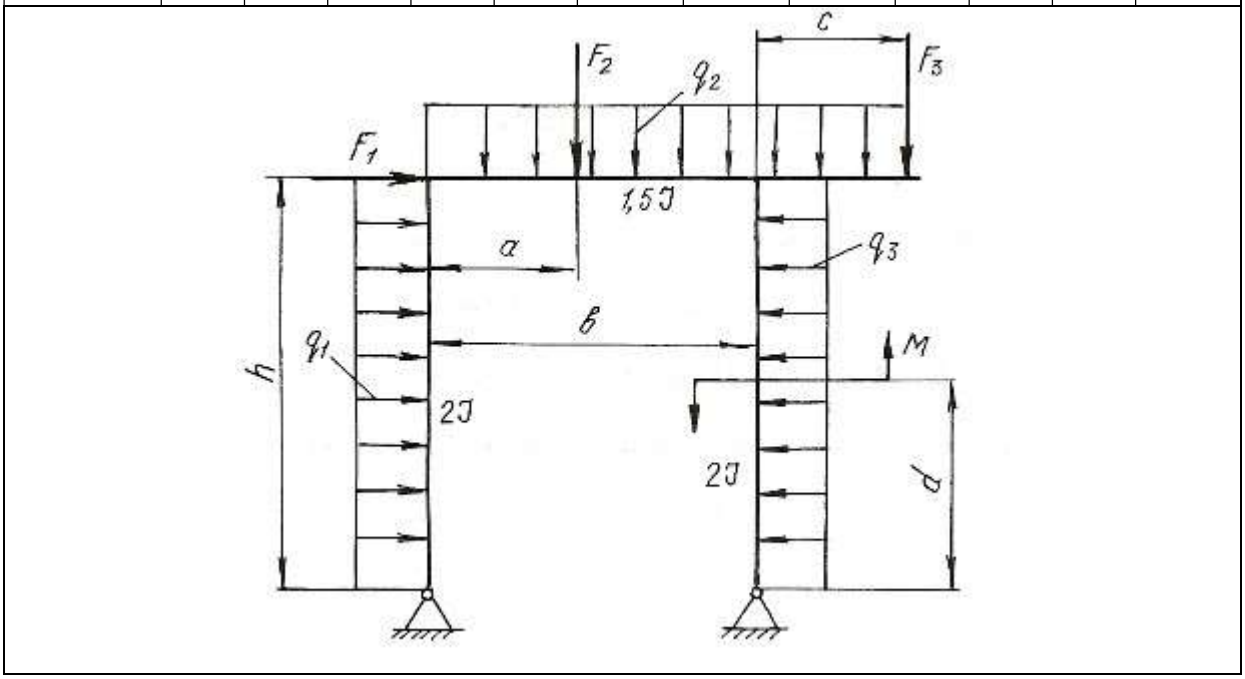
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	h, м	b, м	a, м	c, м	d, м	q_1, кН/м	q_2, кН/м	q_3, кН/м	F_1, кН	F_2, кН	F_3, кН	M, кН·м
81	8	4	4	–	4	20	–	–	50	–	–	–
82	10	5	–	2,5	5	–	20	–	–	30	–	–
83	8	4	–	–	3	–	–	20	–	–	30	–
84	6	4	5	–	6	–	–	20	50	–	–	–
85	12	6	–	–	5	–	20	–	–	–	–	80
86	10	4	–	–	5	15	–	–	–	–	20	–
87	8	5	–	2	5	20	–	–	–	40	–	–
88	8	5	–	–	4	–	–	–	–	–	80	40
89	9	5	–	3	5	–	–	–	–	60	–	40
90	9	4	8	–	5	–	15	–	60	–	–	–



Окончание табл. 5.3

Номер варианта	h, м	b, м	a, м	c, м	d, м	q_1, кН/м	q_2, кН/м	q_3, кН/м	F_1, кН	F_2, кН	F_3, кН	M, кН·м
91	8	4	0,6	0,5	5	20	–	–	–	–	–	50
92	10	5	0,5	0,6	–	–	20	–	20	30	–	–
93	8	4	0,4	0,4	–	–	–	25	–	20	–	–
94	6	4	0,3	0,4	4	–	–	–	–	–	30	14
95	12	6	0,6	0,5	–	–	–	–	40	20	–	–
96	10	4	0,4	0,3	2	15	–	–	–	–	–	10
97	8	5	0,3	0,3	2	–	15	–	–	–	–	12
98	8	5	0,4	0,4	–	–	–	20	30	–	–	–
99	9	5	0,5	0,6	–	–	–	–	–	30	40	–
100	9	4	0,6	0,5	–	–	30	–	–	20	–	–



Глава 6
ВИДЫ СЛОЖНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

Сочетание простейших видов деформаций называется сложным сопротивлением. При расчете элементов конструкций, испытывающих сложные сопротивления, используют принцип независимости действия сил, т. е. определяют деформации и напряжения для каждого простейшего вида сопротивления, а затем результаты суммируют алгебраически, геометрически или согласно одной из теорий прочности. При этом задача сводится к определению опасного сечения по длине бруса и опасной точки в этом сечении.

В данной главе приведены методики решения задач на косой изгиб, внецентренное растяжение или сжатие, совместное действие изгиба с кручением.

6.1. Косой изгиб

Косой изгиб – вид сложного сопротивления, который возникает при действии внешних нагрузок, перпендикулярных продольной оси бруса, но расположенных вне главных плоскостей инерции. Поэтому косой изгиб можно рассматривать как сочетание двух плоских изгибов во взаимно перпендикулярных плоскостях, разложив все силы по направлению главных центральных осей инерции поперечных сечений.

При косом изгибе балки нормальные напряжения в произвольной точке поперечного сечения с координатами y и z определяются по формуле:

$$\sigma = \frac{M^{в}}{J_z} y + \frac{M^{г}}{J_y} z, \tag{6.1}$$

где J_z и J_y – главные центральные моменты инерции поперечного сечения балки относительно осей z и y; $M^{в}$ и $M^{г}$ – изгибающие моменты в поперечном сечении в вертикальной и горизонтальной плоскостях.

Положение нейтральной оси поперечного сечения определяется по формуле:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{M^{г}}{M^{в}} \cdot \frac{J_z}{J_y}, \tag{6.2}$$

где α - угол наклона нейтральной оси к горизонтальной главной центральной оси инерции.

Максимальные и минимальные нормальные напряжения возникают в точках, наиболее удаленных от обеих главных центральных осей инерции и для симметричных сечений определяются по формуле:

$$\sigma_{max} = \pm\frac{M^{г}}{W_y} \pm \frac{M^{в}}{W_z}, \qquad (6.3)$$

где W_z и W_y – моменты сопротивления поперечного сечения изгибу относительно осей z и y.

Если внешние нагрузки лежат в одной плоскости, то положение нейтральной оси определяется по формуле:

$$\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\varphi \cdot \frac{J_z}{J_y}, \qquad (6.4)$$

где φ – угол между силовой плоскостью, в которой действуют внешние нагрузки, и главной вертикальной осью инерции поперечного сечения балки.

Напряжения в этом случае определяются по формуле:

$$\sigma_{max/min} = \pm M\left(\frac{\cos\varphi}{W_z} \pm \frac{\sin\varphi}{W_y}\right), \qquad (6.5)$$

где M – результирующий момент, действующий в силовой плоскости.

Прогиб f и угол поворота θ сечения балки при косом изгибе определяются как геометрические суммы прогибов и углов поворота от составляющих изгибающего момента, действующих в главных плоскостях инерции балки

$$f = \sqrt{f_z^2 + f_y^2} \text{ и } \theta = \sqrt{\theta_z^2 + \theta_y^2}, \qquad (6.6)$$

где f_z и f_y – прогибы в направлении осей z и y; θ_z и θ_y – углы поворота сечения вокруг осей z и y.

Пример 6.1.

Для балки (рис. 6.1) построить эпюры нормальных напряжений по сторонам поперечного сечения (см. табл. П. 1) в защемлении, определить наибольшее нормальное напряжение и полный прогиб свободного конца балки при $F = 2$ кН, $\varphi = 15^{o}$.

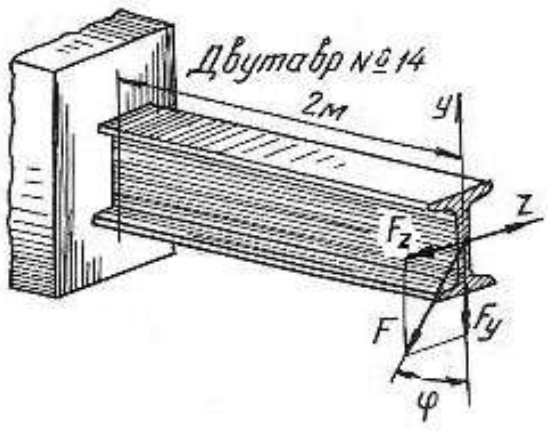


Рис. 6.1.

Решение.

Раскладываем силу F на ее составляющие, действующие в вертикальной и горизонтальной плоскостях:

$$F_y = F \cdot \cos 15^\circ = 2000 \cdot 0,96 = 1920 \text{ Н};$$

$$F_z = F \cdot \sin 15^\circ = 2000 \cdot 0,26 = 520 \text{ Н}.$$

Максимальные изгибающие моменты в вертикальной и горизонтальной плоскостях будут в защемленном сечении балки:

$$M^{\text{в}}_{\max} = F_y l = 1920 \cdot 2 = 3840 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M^{\text{г}}_{\max} = F_z l = 520 \cdot 2 = 1040 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

По ГОСТ 8239-89 (см. табл. П. 1)для заданного профиля находим моменты инерции и моменты сопротивления сечения:

$$J_z = 572 \text{ см}^4; \quad J_y = 41,9 \text{ см}^4; \quad W_z = 81,7 \text{ см}^3; \quad W_y = 11,5 \text{ см}^3,$$

что при переводе в единицы СИ соответствует:

$$J_z = 572 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4; \; J_y = 41,9 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4; \; W_z = 81,7 \cdot 10^{-6} \text{ см}^3; \; W_y = 11,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Наибольшие нормальные напряжения от изгиба в вертикальной плоскости:

$$\sigma^{\text{в}}_{\max} = \frac{M^{\text{в}}_{\max}}{W_z} = \frac{3840}{81,7 \cdot 10^{-6}} = 47 \cdot 10^6 \text{ Па} = 47 \text{ МПа},$$

а наибольшие нормальные напряжения от изгиба в горизонтальной плоскости:

$$\sigma^{\text{г}}_{\max} = \frac{M^{\text{г}}_{\max}}{W_y} = \frac{1040}{11,5 \cdot 10^{-6}} = 90,4 \cdot 10^6 \text{ Па} = 90,4 \text{ МПа}.$$

Эпюры нормальных напряжений даны на рис. 6.2. Таким образом, наибольшие нормальные напряжение будут в крайних угловых точка поперечного сечения. Как видно по эпюрам нормальных напряжений

$$\sigma_{\max} = 47 + 90,4 = 137,4 \text{ МПа}; \qquad \sigma_{\min} = -47 - 90,4 = -137,4 \text{ МПа}.$$

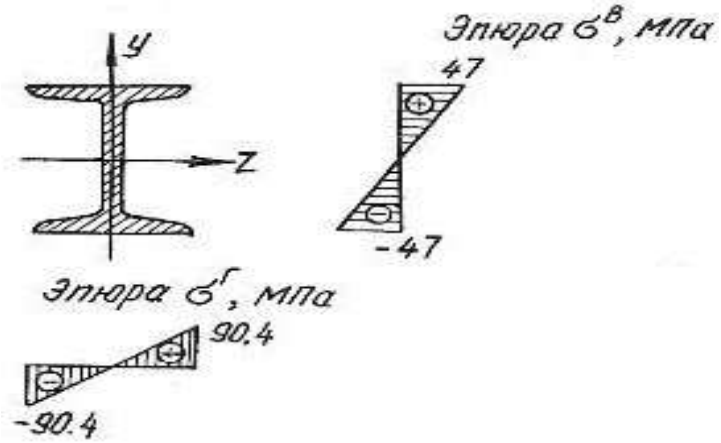


Рис. 6.2.

Прогиб свободного конца балки в вертикальной плоскости [10]

$$f_y = \frac{F_y l^3}{3EJ_z} = \frac{1920 \cdot 2^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 572 \cdot 10^{-8}} = 4{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ м} \quad \text{или} \quad f_y = 4{,}5 \text{ мм},$$

а величина прогиба в горизонтальной плоскости

$$f_z = \frac{F_z l^3}{3EJ_y} = \frac{520 \cdot 2^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 41{,}9 \cdot 10^{-8}} = 16{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ м} \quad \text{или} \quad f_z = 16{,}5 \text{ мм}.$$

Полный прогиб свободного конца балки

$$f = \sqrt{f_y^2 + f_z^2} = \sqrt{4{,}5^2 + 16{,}5^2} = 17{,}1 \text{ мм}.$$

Пример 6.2.

Для бруса прямоугольного поперечного сечения (рис. 6.3) требуется:

1. Построить эпюры изгибающих моментов в главных плоскостях; определить из расчета на прочность размеры поперечного сечения, принимая σ_{adm}=160 МПа и отношение сторон $\frac{h}{b} = 2$;

2. Для опасного поперечного сечения построить эпюры нормальных напряжений от каждого из изгибающих моментов и суммарную эпюру нормальных напряжений.

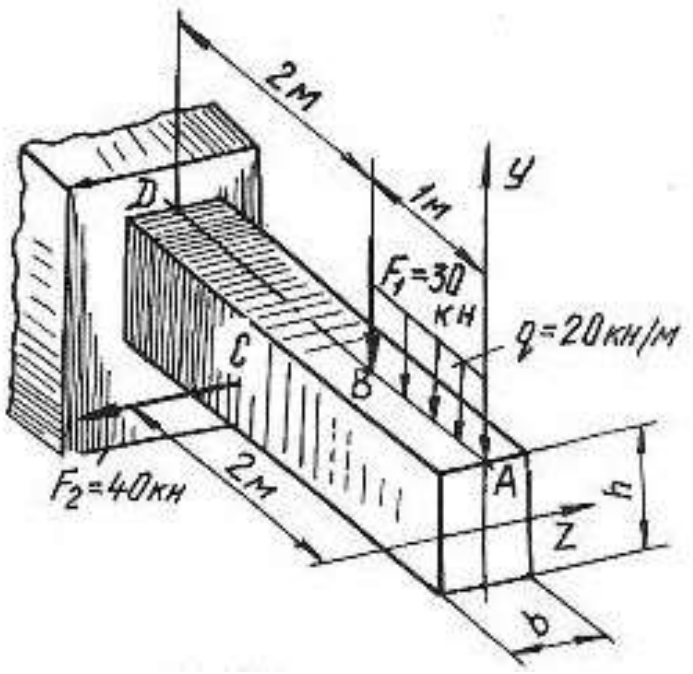


Рис. 6.3.

Решение.

Согласно принципу независимости действия сил рассмотрим отдельно действие сил, вызывающих изгиб в вертикальной и горизонтальной плоскостях. Изгиб в вертикальной плоскости вызывается действием силы F_1 и равномерно распределенной нагрузкой. Определим величину изгибающих моментов в характерных точках:

$$M_A^{\text{в}} = 0;$$

$$M_B^{\text{в}} = -q \cdot 1 \cdot 0{,}5 = -20 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 0{,}5 = -10 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м} = -10 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_D^{\text{в}} = -q \cdot 1 \cdot 2{,}5 - F_1 \cdot 2 = -20 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 2{,}5 - 30 \cdot 10^3 \cdot 2 = -110 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м} = -110 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Изгиб в горизонтальной плоскости вызывается силой F_2. Определим величину изгибающих моментов в характерных точках:

$$M_A^{\text{г}} = 0; \quad M_B^{\text{г}} = 0; \quad M_C^{\text{г}} = 0;$$

$$M_D^{\text{г}} = F_2 \cdot 1 = 40 \cdot 10^3 \cdot 1 = 40 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м} = 40 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Эпюры изгибающих моментов показаны на рис. 6.4, *а.* Максимальные изгибающие моменты в вертикальной и горизонтальной плоскостях будут в сечении D:

$$M_{\max}^{\text{в}} = M_D^{\text{в}} = 110 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad M_{\max}^{\text{г}} = M_D^{\text{г}} = 40 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

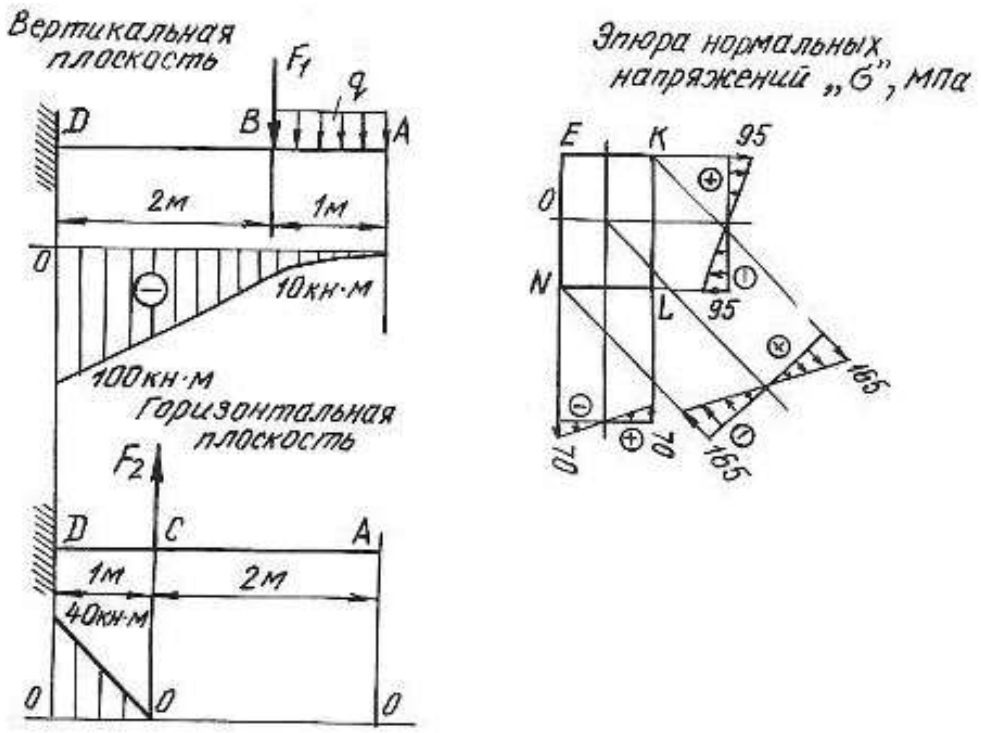


Рис. 6.4.

Опасное сечение балки будет в защемлении. Запишем условие прочности для опасного сечения

$$\sigma_{\max} = \frac{M^{\text{в}}_{\max}}{W_z} + \frac{M^{\text{г}}_{\max}}{W_y} \le \sigma_{\text{adm}}.$$

Для бруса прямоугольного сечения моменты сопротивления равны:

$$W_z = \frac{bh^2}{6} \quad \text{и} \quad W_y = \frac{b^2 h}{6};$$

при $h = 2 \cdot b$ получим

$$W_z = \frac{b(2 \cdot b)^2}{6} = \frac{2b^3}{3} \quad \text{и} \quad W_y = \frac{b^2 \cdot 2 \cdot b}{6} = \frac{b^3}{3}.$$

Подставляя значение величин в условие прочности, получим

$$\sigma_{\max} = \frac{110 \cdot 10^3}{\frac{2}{3} \cdot b^3} + \frac{40 \cdot 10^3}{\frac{1}{3} \cdot b^3} \le 160 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

Решая уравнение относительно b, получим $b = 0{,}12$ м $= 120$ мм и $h = 2b = 240$ мм. Для построения эпюр нормальных напряжений определяем наибольшие напряжения, для чего вычислим моменты сопротивления сечения:

$$W_z = \frac{bh^2}{6} = \frac{12 \cdot 10^{-2} \cdot (24 \cdot 10^{-2})^2}{6} = 1152 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3;$$

$$W_y = \frac{b^2 h}{6} = \frac{(12 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 24 \cdot 10^{-2}}{6} = 576 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Наибольшие нормальные напряжения от изгиба в вертикальной плоскости:

$$\sigma^{\text{в}}_{\max} = \frac{M^{\text{в}}_{\max}}{W_z} = \frac{110 \cdot 10^3}{1152 \cdot 10^{-6}} = 95 \cdot 10^6 \text{ Па} = 95 \text{ МПа}.$$

Наибольшие нормальные напряжения от изгиба в горизонтальной плоскости:

$$\sigma^{\text{г}}_{\max} = \frac{M^{\text{г}}_{\max}}{W_y} = \frac{40 \cdot 10^3}{576 \cdot 10^{-6}} = 70 \cdot 10^6 \text{ Па} = 70 \text{ МПа}.$$

Наибольшие нормальные напряжения будут в точках *K* и *N*:

$$\sigma_K = 95 + 70 = 165 \text{ МПа};$$
$$\sigma_N = -95 - 70 = -165 \text{ МПа}.$$

Эпюры нормальных напряжений показаны на рис. 6.4, *б*

6.2. Задания для расчета на косой изгиб

Для расчетной схемы балки при заданных значениях геометрических размеров и нагрузок необходимо:

1) определить положение нейтральной оси;

2) вычислить наибольшие и наименьшие напряжения в опасном сечении балки;

3) построить эпюры напряжений;

4) найти прогиб балки в середине пролета или на свободном конце консольной балки.

Данные для расчета взять из таблиц 6.1, 6.2, 6.3 и табл. П. 1.

Таблица 6.1

Схема балки	Схема сечения	Материал	Пролет *l*, м	Размеры сечения, см	Угол φ,град	Нагрузка		
						F, кН	*M*, кН·м	*q*, кН/м
1	А	дерево	1,5	*b*×*h*=12×20	60	–	4	–
	Б	Ст 3	1,4	двутавр № 24	30	–	3	–
	В	Ст 3	1,3	швеллер № 24	45	–	5	–
	Г	Ст 3	1,6	2 швеллера № 8	60	–	6	–
	Д	Ст 3	1,7	2 швеллера № 10	30	–	7	–
	Е	Ст 3	1,8	2 двутавра № 10	60	–	8	–
2	А	дерево	1,2	*b*×*h*=15×25	45	3	–	–
	Б	Ст 3	1,4	двутавр № 22	30	2	–	–
	В	Ст 3	1,5	швеллер № 27	60	4	–	–
	Г	Ст 3	1,6	2 швеллера № 18	30	8	–	–
	Д	Ст 3	1,8	2 швеллера № 20	60	10	–	–
	Е	Ст 3	1,7	2 двутавра № 12	45	9	–	–
3	А	дерево	1,2	*b*×*h*=14×28	30	–	–	4
	Б	Ст 3	1,3	двутавр № 24	60	–	–	3
	В	Ст 3	1,5	швеллер № 27	45	–	–	2
	Г	Ст 3	1,4	2 швеллера № 16	20	–	–	6
	Д	Ст 3	1,7	2 швеллера № 14	30	–	–	5
	Е	Ст 3	1,6	2 двутавра № 14	40	–	–	7

Продолжение табл. 6.1

Схема балки	Схема сечения	Материал	Пролет l,м	Размеры сечения, см	Угол φ, град	Нагрузка		
						F, кН	M, кН·м	q, кН/м
4	А	дерево	2,5	$b \times h$=12×30	30	–	6	–
	Б	Ст 3	4	двутавр № 55	40	–	5	–
	В	Ст 3	5	швеллер № 30	50	–	7	–
	Г	Ст 3	6	2 швеллера № 10	60	–	8	–
	Д	Ст 3	4	2 швеллера № 12	30	–	9	–
	Е	Ст 3	6	2 двутавра № 14	40	–	10	–
5	А	дерево	3	$b \times h$=18×30	40	6	–	–
	Б	Ст 3	4	двутавр № 36	60	2,5	–	–
	В	Ст 3	5	швеллер № 24	30	3	–	–
	Г	Ст 3	6	2 швеллера № 10	20	4	–	–
	Д	Ст 3	5,5	2 швеллера № 12	40	3	–	–
	Е	Ст 3	4,5	2 двутавра № 14	50	5	–	–
6	А	дерево	4	$b \times h$=16×28	60	–	–	2
	Б	Ст 3	6	двутавр № 20	50	–	–	4
	В	Ст 3	3	швеллер № 16	30	–	–	3
	Г	Ст 3	4	2 швеллера № 14	40	–	–	5
	Д	Ст 3	5	2 швеллера № 16	45	–	–	6
	Е	Ст 3	5,5	2 двутавра № 18	20	–	–	7
7	А	дерево	2	$b \times h$=16×24	–	1	–	–
	Б	Ст 3	2,5	двутавр № 28	–	3	–	–
	В	Ст 3	2,4	швеллер № 16	–	4	–	–
	Г	Ст 3	2,6	2 швеллера № 14	–	6	–	–
	Д	Ст 3	2,3	2 швеллера № 16	–	8	–	–
	Е	Ст 3	2,7	2 двутавра № 20	–	10	–	–
8	А	дерево	1,5	$b \times h$=15×25	–	2	3	–
	Б	Ст 3	1,8	двутавр № 18	–	3	4	–
	В	Ст 3	1,6	швеллер № 24	–	5	3	–
	Г	Ст 3	1,7	2 швеллера № 12	–	6	6	–
	Д	Ст 3	1,9	2 швеллера № 14	–	7	7	–
	Е	Ст 3	2	2 двутавра № 16	–	8	5	–

Продолжение табл. 6.1

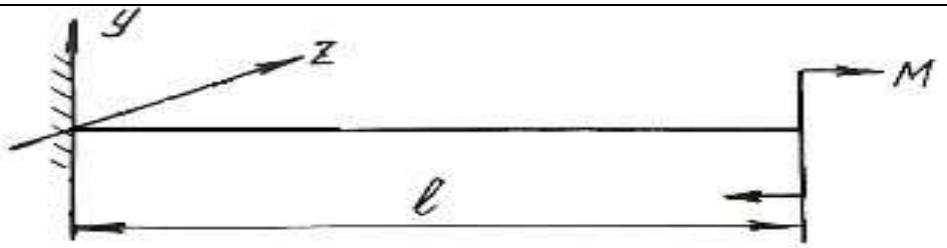
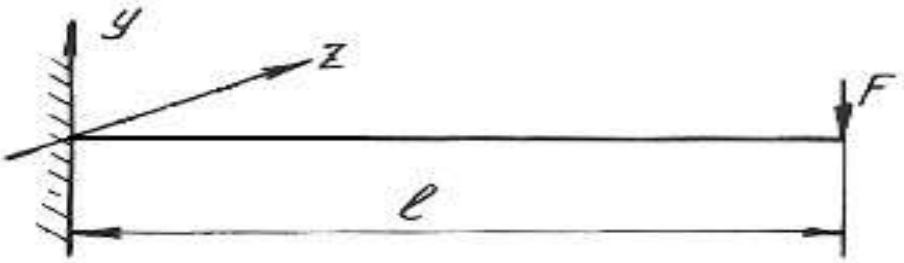
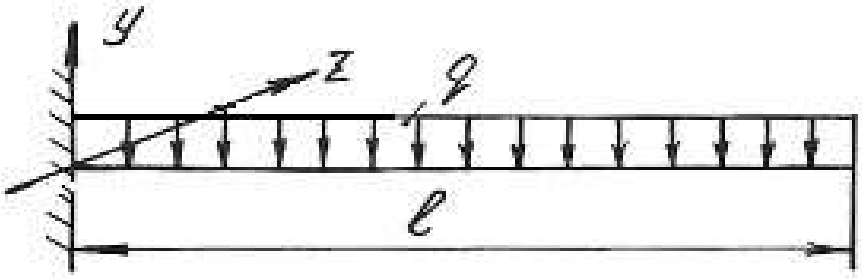
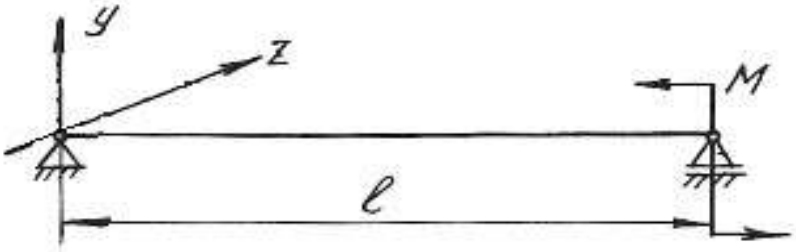
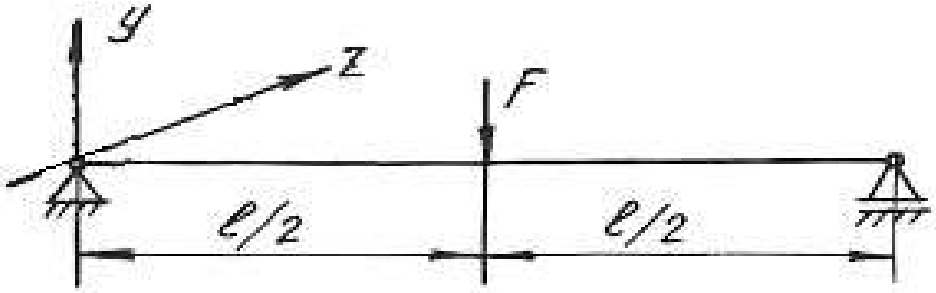
Схема балки	Схема сечения	Материал	Пролет l, м	Размеры сечения,см	Угол φ, град	Нагрузка		
						F, кН	M, кН·м	q, кН/м
9	А	дерево	2,5	$b \times h$=17×27	–	4	–	30
	Б	Ст 3	4	двутавр № 30	–	6	–	20
	В	Ст 3	3	швеллер № 27	–	5	–	40
	Г	Ст 3	5	2 швеллера № 14	–	7	–	50
	Д	Ст 3	6	2 швеллера № 16	–	8	–	60
	Е	Ст 3	4,6	2 двутавра № 18	–	9	–	70
10	А	дерево	1,6	$b \times h$=18×24	–	–	5	10
	Б	Ст 3	1,8	двутавр № 27	–	–	4	20
	В	Ст 3	1,9	швеллер № 20	–	–	3	30
	Г	Ст 3	2	2 швеллера № 14	–	–	6	40
	Д	Ст 3	2,1	2 швеллера № 16	–	–	7	50
	Е	Ст 3	2,2	2 двутавра № 20	–	–	8	60
11	А	дерево	1,5	$b \times h$=19×30	–	2	30	–
	Б	Ст 3	1,7	двутавр № 24	–	3	40	–
	В	Ст 3	1,9	швеллер № 24	–	5	60	–
	Г	Ст 3	1,8	2 швеллера № 18	–	7	80	–
	Д	Ст 3	2,3	2 швеллера № 20	–	6	70	–
	Е	Ст 3	2,4	2 двутавра № 14	–	4	50	–
12	А	дерево	1,2	$b \times h$=20×29	–	2	–	20
	Б	Ст 3	1,3	двутавр № 22	–	4	–	30
	В	Ст 3	1,4	швеллер № 24	–	5	–	40
	Г	Ст 3	1,5	2 швеллера № 22	–	7	–	50
	Д	Ст 3	1,6	2 швеллера № 20	–	6	–	60
	Е	Ст 3	1,7	2 двутавра № 20	–	7	–	70

Окончание табл. 6.1

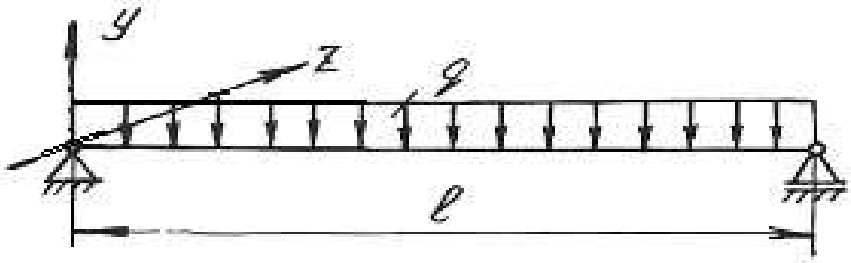
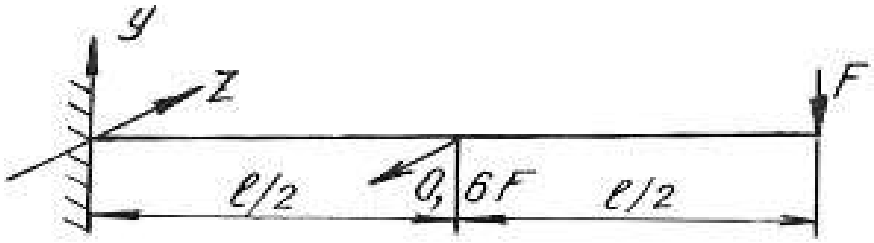
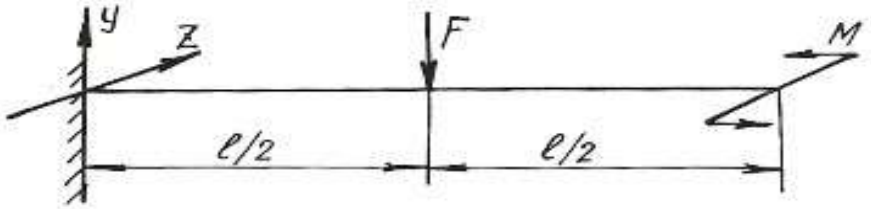
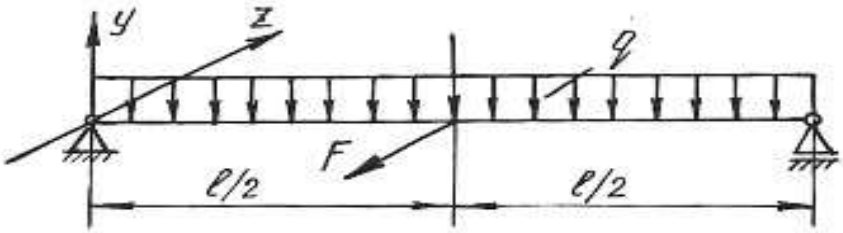
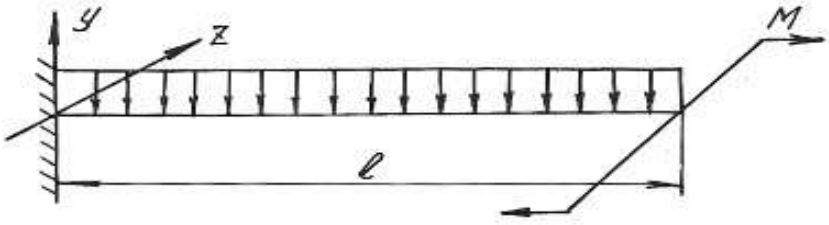
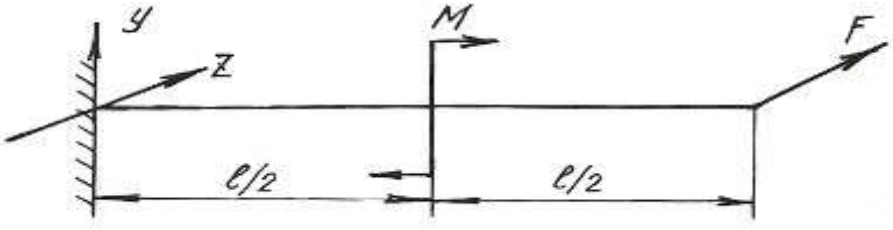
Схема балки	Схема сечения	Материал	Пролет l,м	Размеры сечения, см	Угол φ, град	Нагрузка		
						F, кН	M, кН·м	q, кН/м
13	А	дерево	1,5	$b \times h$=18×32	–	3	–	10
	Б	Ст 3	1,6	двутавр № 36	–	4	–	20
	В	Ст 3	1,7	швеллер № 36	–	5	–	30
	Г	Ст 3	1,8	2 швеллера № 18	–	6	–	40
	Д	Ст 3	1,9	2 швеллера № 20	–	7	–	50
	Е	Ст 3	2	2 двутавра № 24	–	8	–	60
14	А	дерево	1,3	$b \times h$=19×30	–	20	3	–
	Б	Ст 3	1,4	двутавр № 40	–	40	4	–
	В	Ст 3	1,5	швеллер № 30	–	60	5	–
	Г	Ст 3	1,6	2 швеллера № 16	–	50	6	–
	Д	Ст 3	1,7	2 швеллера № 20	–	60	7	–
	Е	Ст 3	1,8	2 двутавра № 18	–	70	8	–
15	А	дерево	1,4	$b \times h$=17×32	–	1	40	–
	Б	Ст 3	1,6	двутавр № 24	–	2	50	–
	В	Ст 3	1,8	швеллер № 20	–	3	60	–
	Г	Ст 3	1,9	2 швеллера № 22	–	4	70	–
	Д	Ст 3	2,1	2 швеллера № 18	–	5	80	–
	Е	Ст 3	2,2	2 двутавра № 20	–	6	60	–
16	А	дерево	1,6	$b \times h$=19×32	–	–	2	20
	Б	Ст 3	1,7	двутавр № 22	–	–	3	30
	В	Ст 3	1,9	швеллер № 27	–	–	4	40
	Г	Ст 3	1,8	2 швеллера № 16	–	–	5	50
	Д	Ст 3	2,3	2 швеллера № 20	–	–	6	40
	Е	Ст 3	2,4	2 двутавра № 22	–	–	7	50

Таблица 6.2

Схемы закрепления и нагружения балок

Номер схемы	Схема балки
1	
2	
3	
4	
5	

Продолжение табл. 6.2

Номер схемы	Схема балки
6	
7	
8	
9	
10	
11	

Окончание табл. 6.2

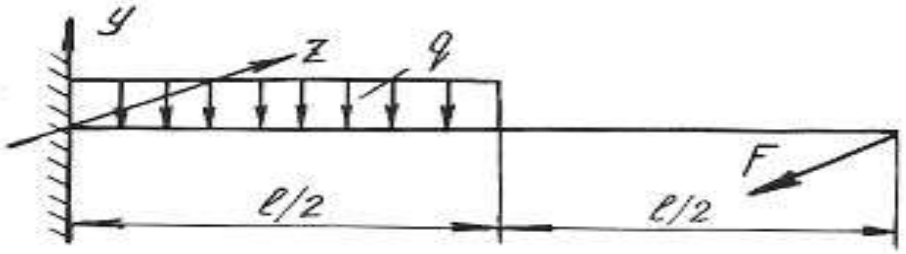
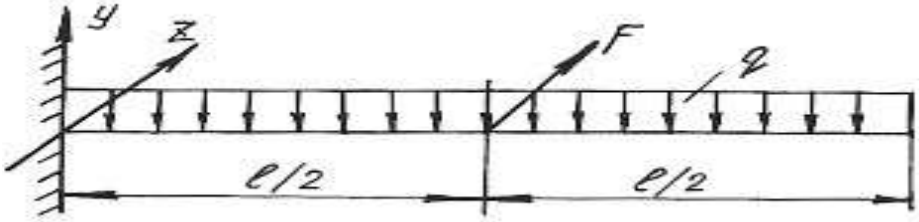
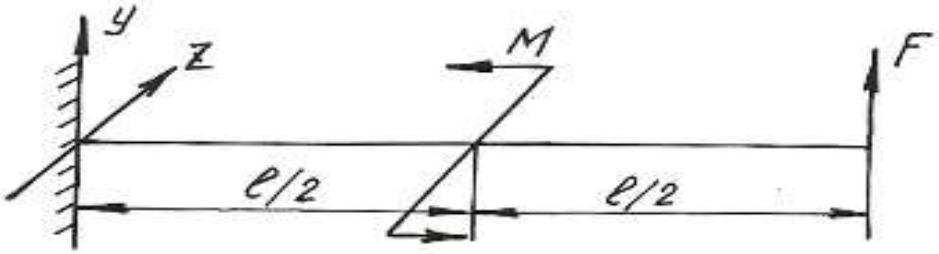
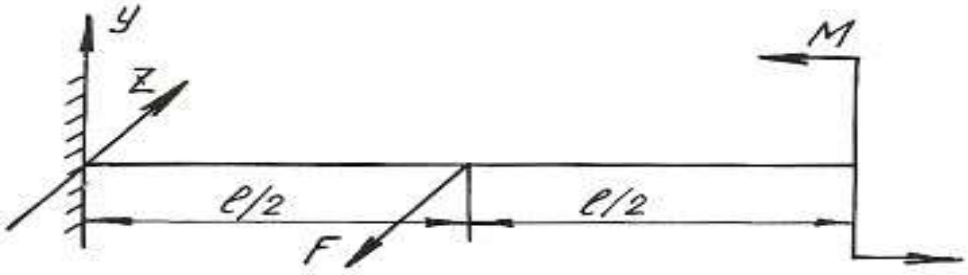
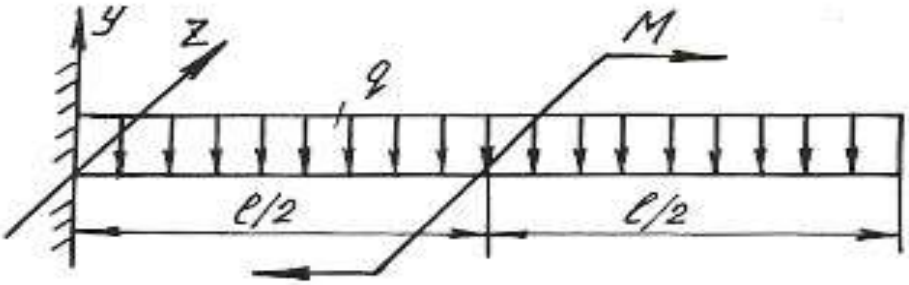
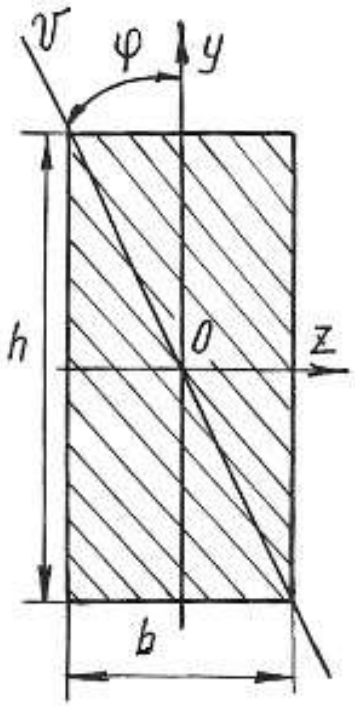
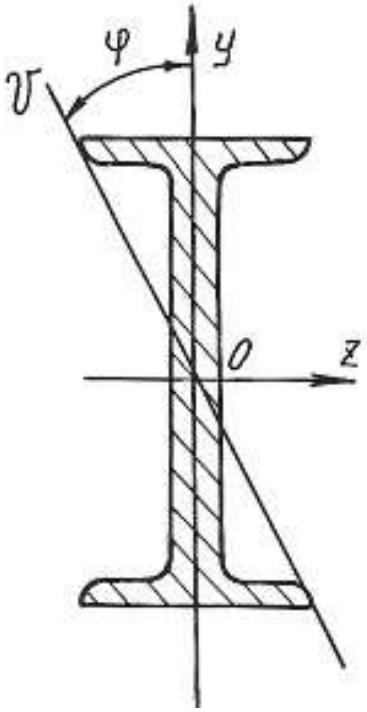
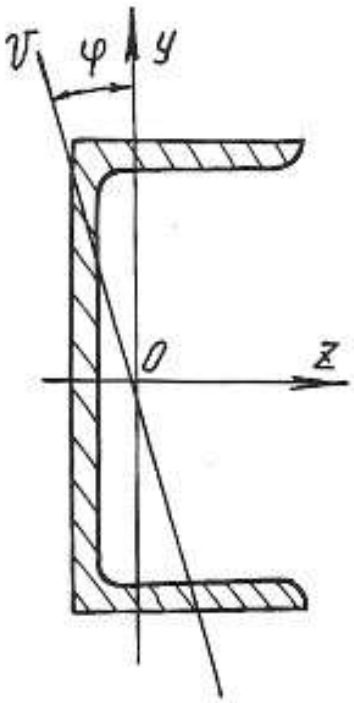
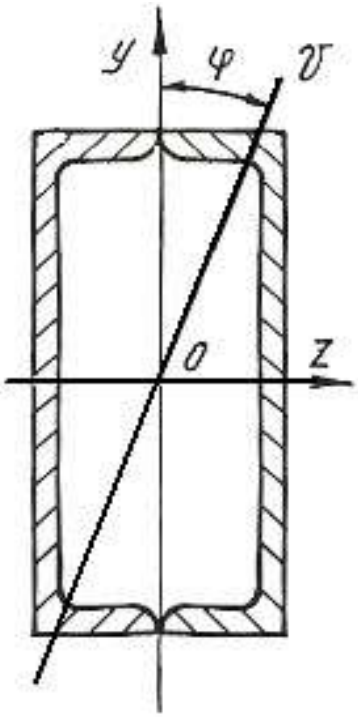
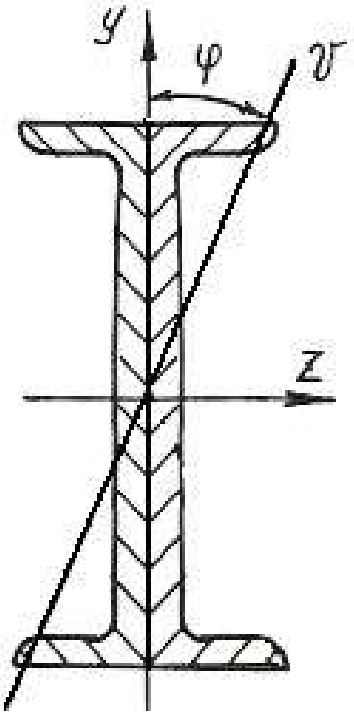
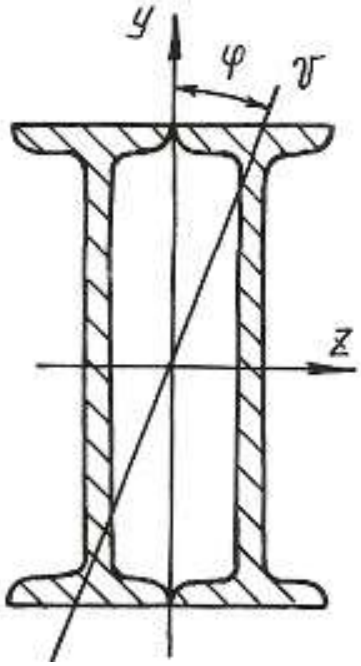
Номер схемы	Схема балки
12	
13	
14	
15	
16	

Таблица 6.3

Схемы поперечных сечений балок

А	Б	В
		
Г	Д	Е
		

6.3. Внецентренное растяжение или сжатие

Если действующая на брус продольная растягивающая или сжимающая сила приложена на некотором расстоянии от центра тяжести сечения, то возникает внецентренное растяжение или сжатие. Расстояние между точкой приложения силы и центром тяжести сечения бруса называется эксцентриситетом. Для практики весьма важны случаи внецентренного сжатия, например, для каменных и кирпичных столбов, бетонных колонн и др.

Внецентренное приложение сжимающей силы можно привести к случаю сжатия центральной силой F и чистому изгибу моментом $M = Fe$, если перенести силу F в центр тяжести поперечного сечения и уравновесить ее (рис. 6.5).

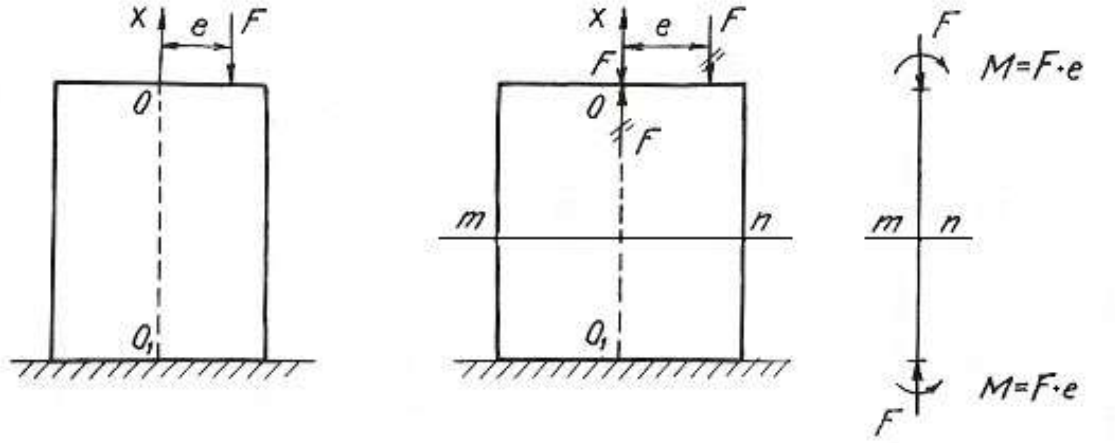


Рис. 6.5.

Так как изгибающий момент во всех сечениях постоянен, то проверку прочности можно производить по любому сечению бруса. Если отбросить верхнюю часть бруса по сечению *m-n* и рассмотреть нижнюю **(**рис. 6.6**),** то для любой точки A поперечного сечения с координатами y, z нормальное напряжение будет равно алгебраической сумме напряжений

$$\sigma_A = \sigma_F + \sigma_{M_y} + \sigma_{M_z}, \qquad (6.7)$$

где $\sigma_F = -\dfrac{F}{A}$ – напряжение от сжимающей центрально приложенной силы F;

$\sigma_{M_y} = -M_y \dfrac{z}{J_y}$ – напряжение от изгибающего момента относительно главной оси сечения y; $\sigma_{M_z} = -M_z \dfrac{y}{J_z}$ – напряжение от изгибающего момента относительно главной оси сечения z.

Знак минус указывает на то, что данные нагрузки вызывают в точке A деформацию сжатия.

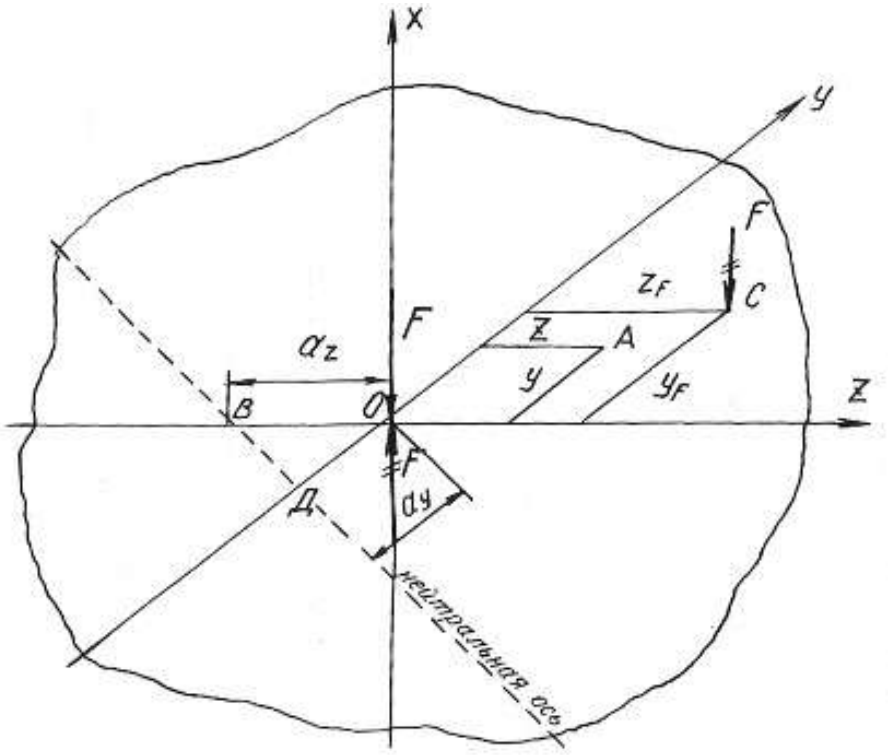


Рис. 6.6.

Изгибающие моменты определяются

$$M_y = Fz_F; \qquad M_z = Fy_F;$$

где z_F и y_F - координаты точки *C* приложения силы *F*.

После подстановки имеем:

$$\sigma_A = -\frac{F}{A} - Fz_F \frac{z}{J_y} - Fy_F \frac{y}{J_z}.$$

Окончательный вид формулы для определения напряжений в любой точке поперечного сечения получаем после простых преобразований

$$\sigma = F\left(\pm\frac{1}{A} \pm z_F \frac{z}{J_y} \pm y_F \frac{y}{J_z} \right), \tag{6.8}$$

где J_y, J_z – моменты инерции поперечного сечения; y_F, z_F – координаты точки приложения силы *F*.

У каждого из слагаемых данного уравнения знак плюс берется для растягивающего, а знак минус – для сжимающего напряжения.

Условие прочности при внецентренном растяжении или сжатии имеет вид:

$$\sigma_{max} = F\left(\pm\frac{1}{A} \pm z_F \frac{z_{max}}{J_y} \pm y_F \frac{y_{max}}{J_z}\right) \le \sigma_{adm}, \qquad (6.9)$$

где z_{max}, y_{max} – координаты наиболее удаленных точек сечения от его центра тяжести.

Уравнение нейтральной оси при внецентренном растяжении или сжатии имеет вид:

$$\pm\frac{1}{A} \pm z_F \frac{z_0}{J_y} \pm y_F \frac{y_0}{J_z} = 0, \qquad (6.10)$$

где z_0, y_0 – координаты точек, лежащих на нейтральной оси.

Это уравнение является уравнением прямой, не проходящей через центр тяжести сечения. Величины отрезков, отсекаемых на координатных осях y и z нейтральной осью, определяются из уравнения:

$$\pm 1 \pm z_F \frac{a_z}{i_y^2} \pm y_F \frac{a_y}{i_z^2} = 0, \qquad (6.11)$$

где $a_z = z_0$, $a_y = y_0$ - отрезки, определяющие положение нейтральной оси.

Величины отрезков определяются по формулам:

$$a_z = -\frac{i_y^2}{z_F}; \quad a_y = -\frac{i_z^2}{y_F}, \qquad (6.12)$$

где i_z, i_y - радиусы инерции поперечного сечения относительно осей y и z.

Знак минус в этих формулах указывает на то, что нейтральная ось располагается по другую сторону центра тяжести сечения, по сравнению с точкой приложения силы F, действующей на брус.

Если поперечное сечение имеет сложную форму, то необходимо найти центр тяжести сечения, положение главных центральных осей и главные моменты инерции, пользуясь формулами и указаниями, приведенными в главе 2. В формулы, содержащие моменты инерции, необходимо подставлять значения главных моментов инерции сечения.

Пример 6.3.

Короткий чугунный стержень, поперечное сечение которого показано на рис. 6.7, сжимается продольной силой F, приложенной в точке A**.**

Требуется:

1. Вычислить наибольшее растягивающее и наибольшее сжимающее напряжения в поперечном сечении, выразив величины этих напряжений через F и размеры сечений.

2. Найти допускаемую нагрузку F при заданных размерах сечения и допускаемых напряжениях для чугуна на сжатие σ^{c}_{adm} и на растяжение σ^{p}_{adm}: $\sigma^{c}_{adm} = 110$ МПа, $\sigma^{p}_{adm} = 24$ МПа.

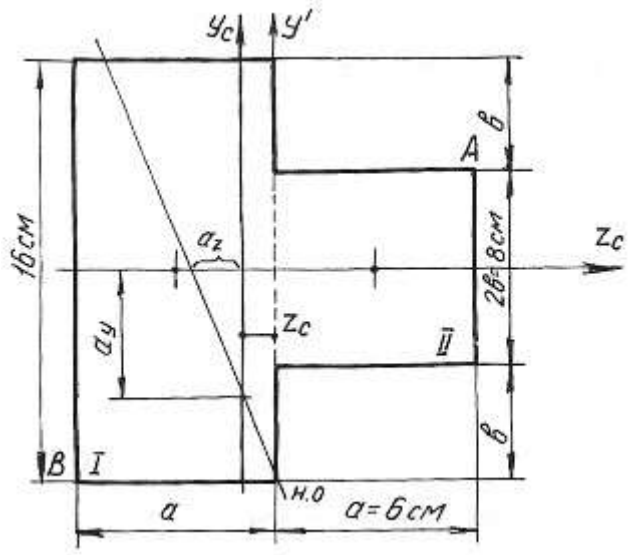


Рис. 6.7.

Определяем координату центра тяжести сечения. Проведем вспомогательную ось y':

$$z_c = \frac{\sum Sy'}{\sum A} = \frac{(A_1 z_1 + A_2 z_2)}{A_1 + A_2} = \frac{[16 \cdot 6 \cdot (-3) + 6 \cdot 8 \cdot 3]}{16 \cdot 6 + 6 \cdot 8} = \frac{-144}{144} = -1 \text{ см}.$$

Для определения положения нейтральной оси находим геометрические характеристики сечения.

Моменты инерции:

$$J_{y_c} = 16\frac{6^3}{12} + 6 \cdot 16 \cdot 2^2 + 8 \cdot \frac{6^3}{12} + 6 \cdot 8 \cdot 4^2 = 1584 \text{ см}^4;$$

$$J_{z_c} = 16^3 \frac{6}{12} + 6\frac{8^3}{12} = 2304 \text{ см}^4.$$

Радиусы инерции:

$$i_y = \sqrt{\frac{J_{y_c}}{A}} = \sqrt{\frac{1584}{144}} = \sqrt{11} = 3{,}31 \text{ см};$$

$$i_z = \sqrt{\frac{J_{z_c}}{A}} = \sqrt{\frac{2304}{144}} = \sqrt{16} = 4 \text{ см}.$$

Нейтральная ось пересекает оси z_c и y_c в точках:

$$a_y = -\frac{i_z^2}{y_F}; \qquad a_z = -\frac{i_y^2}{z_F}; \quad z_F = 7\,\text{см}; \quad y_F = 4\,\text{см}.$$

$$a_y = \frac{-4^2}{4} = -4\ \text{см}; \quad a_z = \frac{-3{,}31^2}{7} = -1{,}57\ \text{см}.$$

Максимальное напряжение возникает в точках, наиболее удаленных от нейтральной оси, т. е. в точках *A* и *B*. Определяются они по формуле:

$$\sigma = -\frac{F}{A} \pm \frac{F z_F z_{\max}}{J_{y_c}} \pm \frac{F y_F y_{\max}}{J_{z_c}},$$

где $z_{\max}$, $y_{\max}$ – координаты точек *A* и *B*.

Наибольшее сжимающее напряжение:

$$\sigma_A = -F\left[\frac{1}{144} + 7\frac{7}{1584} + 4\frac{4}{2304}\right] = -0{,}044 \cdot F\,.$$

Наибольшее растягивающее напряжение:

$$\sigma_B = -F\left[\frac{1}{144} + 7\frac{(-5)}{1584} + 4\frac{(-8)}{2304}\right] = 0{,}028 \cdot F.$$

Находим допускаемую нагрузку:

$$\sigma_A \le \sigma^{\text{c}}_{\text{adm}} = 110\ \text{МПа}; \qquad 0{,}044 \cdot F \le 110; \quad F \le 0{,}25\ \text{МН}.$$

$$\sigma_B \le \sigma^{\text{p}}_{\text{adm}} = 24\ \text{МПа}; \qquad 0{,}028 \cdot F \le 24; \quad F \le 0{,}09\ \text{МН}.$$

Допускаемая нагрузка $F = 0{,}09$ МН.

6.4. Задания для расчета на внецентренное растяжение или сжатие

Колонна заданного поперечного сечения с известными размерами нагружена сжимающей силой F, приложенной вне центра тяжести сечения в указанной точке. Требуется:

1) Определить положение нейтральной оси;
2) Вычислить наибольшие напряжения в опасном сечении колонны;
3) Построить эпюры напряжений в опасном сечении.

Данные для расчета взять из таблиц 6.4, 6.5 и табл. П. 1.

Примечание: собственным весом колонны при расчетах пренебречь.

Таблица 6.4

Вариант	Схема сечения	Материал	Размеры сечения, см	Точка приложения силы F	Нагрузка F, кН
1	А	дерево	b x h = 15 x 25	1	20
	Б	Ст 3	двутавр № 16	2	30
	В	Ст 3	швеллер № 16	3	40
	Г	Ст 3	2 швеллера № 14	4	50
	Д	Ст 3	2 швеллера № 12	5	60
	Е	Ст 3	2 двутавра № 14	6	70
	Ж	чугун	b = 20	7	35
	З	чугун	b x h = 20 x 30, D = 10	8	45
	И	Ст 3	2 швеллера № 12, a = 10	1	75
	К	Ст 3	2 двутавра № 14, a = 10	2	80
2	А	дерево	b x h = 16 x 27	2	25
	Б	Ст 3	двутавр № 18	3	35
	В	Ст 3	швеллер № 18	4	45
	Г	Ст 3	2 швеллера № 16	5	50
	Д	Ст 3	2 швеллера № 18	6	60
	Е	Ст 3	2 двутавра № 16	7	70
	Ж	чугун	b = 30	8	55
	З	чугун	b x h = 25 x 35 , D = 12	1	65
	И	Ст 3	2 швеллера № 14, a = 10	2	65
	К	Ст 3	2 двутавра № 16, a = 10	3	75

Продолжение табл. 6.4

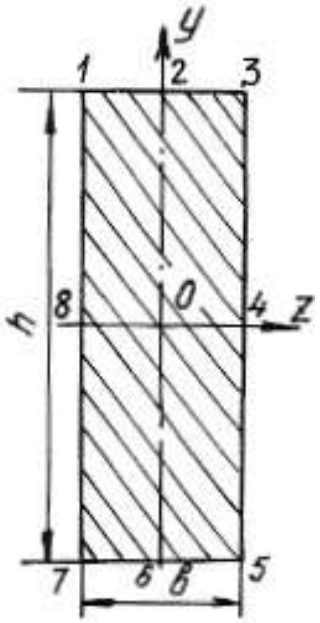
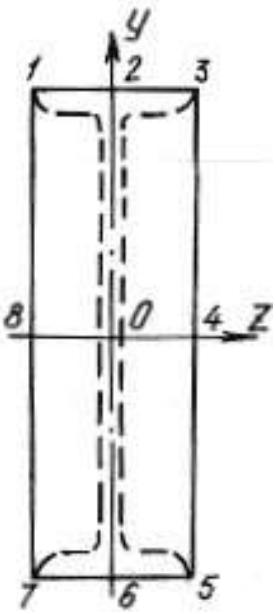
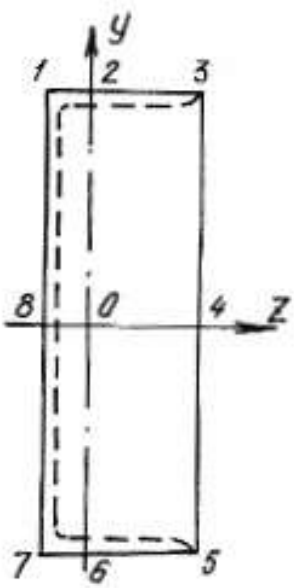
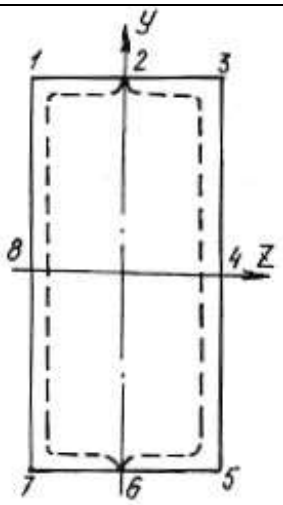
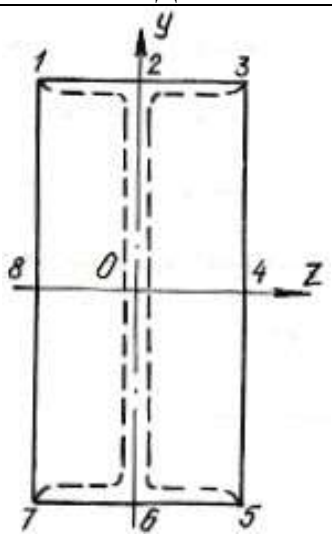
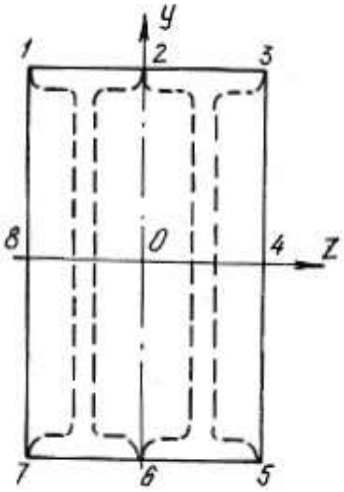
Вариант	Схема сечения	Материал	Размеры сечения	Точка приложения силы F	Нагрузка F, кН
3	А	дерево	b x h = 17 x 28	3	30
	Б	Ст 3	двутавр № 14	4	40
	В	Ст 3	швеллер № 20	5	48
	Г	Ст 3	2 швеллера № 14	6	52
	Д	Ст 3	2 швеллера № 16	7	62
	Е	Ст 3	2 двутавра № 18	8	72
	Ж	чугун	b = 32	1	60
	З	чугун	b x h = 24 x 32, D = 8	2	70
	И	Ст 3	2 швеллера № 18, a = 14	3	66
	К	Ст 3	2 двутавра № 12, a = 8	4	74
4	А	дерево	b x h = 18 x 36	4	40
	Б	Ст 3	двутавр № 20	5	44
	В	Ст 3	швеллер № 20	6	54
	Г	Ст 3	2 швеллера № 18	7	64
	Д	Ст 3	2 швеллера № 16	8	74
	Е	Ст 3	2 двутавра № 14	1	46
	Ж	чугун	b = 34	2	38
	З	чугун	b x h = 28 x 36, D = 14	3	48
	И	Ст 3	2 швеллера № 16, a = 8	4	58
	К	Ст 3	2 двутавра № 18, a = 12	5	72
5	А	дерево	b x h = 20 x 24	5	28
	Б	Ст 3	двутавр № 22	6	38
	В	Ст 3	швеллер № 22	7	48
	Г	Ст 3	2 швеллера № 20	8	62
	Д	Ст 3	2 швеллера № 22	1	76
	Е	Ст 3	2 двутавра № 20	2	78
	Ж	чугун	b = 28	3	46
	З	чугун	b x h = 22 x 34, D = 6	4	56
	И	Ст 3	2 швеллера № 20, a = 6	5	80
	К	Ст 3	2 двутавра № 20, a = 12	6	82

Продолжение табл. 6.4

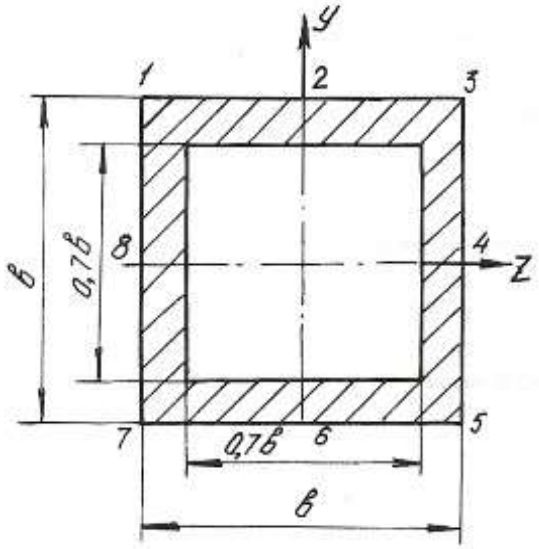
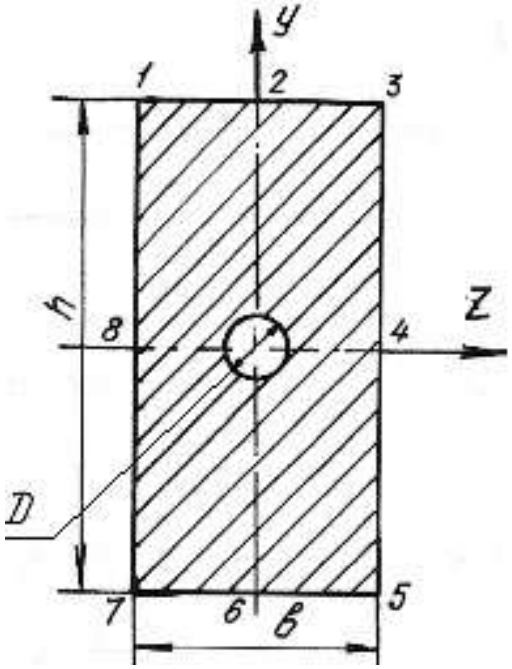
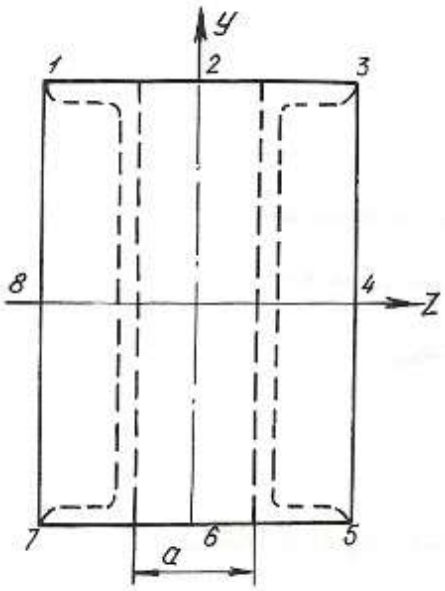
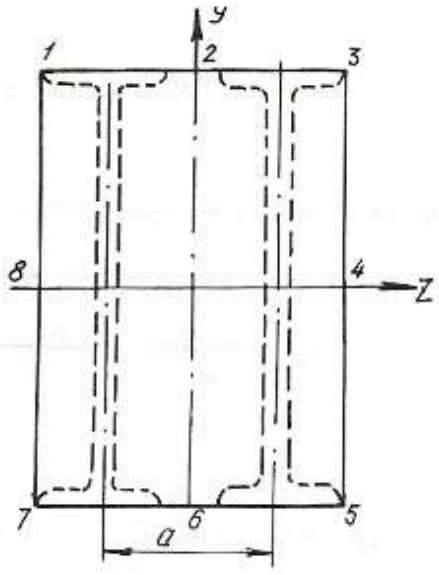
Вариант	Схема сечения	Материал	Размеры сечения, см	Точка приложения силы F	Нагрузка F, кН
6	А	дерево	b x h = 22 x 38	6	36
	Б	Ст 3	двутавр № 22	7	46
	В	Ст 3	швеллер № 22	8	48
	Г	Ст 3	2 швеллера № 22	1	68
	Д	Ст 3	2 швеллера № 20	2	72
	Е	Ст 3	2 двутавра № 22	3	74
	Ж	чугун	b = 24	4	50
	З	чугун	b x h = 24 x 34, D = 8	5	60
	И	Ст 3	2 швеллера № 22, a = 8	6	74
	К	Ст 3	2 двутавра № 22, a = 12	7	69
7	А	дерево	b x h = 22 x 30	7	25
	Б	Ст 3	двутавр № 24	8	48
	В	Ст 3	швеллер № 24	1	52
	Г	Ст 3	2 швеллера № 24	2	63
	Д	Ст 3	2 швеллера № 22	3	68
	Е	Ст 3	2 двутавра № 20	4	64
	Ж	чугун	b = 22	5	43
	З	чугун	b x h = 26 x 36, D = 6	6	49
	И	Ст 3	2 швеллера № 24, a = 4	7	78
	К	Ст 3	2 двутавра № 24, a = 13	8	84
8	А	дерево	b x h = 18 x 32	8	35
	Б	Ст 3	двутавр № 27	1	62
	В	Ст 3	швеллер № 27	2	68
	Г	Ст 3	2 швеллера № 22	3	85
	Д	Ст 3	2 швеллера № 24	4	87
	Е	Ст 3	2 двутавра № 22	5	78
	Ж	чугун	b = 26	6	52
	З	чугун	b x h = 26 x 36, D = 9	7	58
	И	Ст 3	2 швеллера № 27, a = 5	8	86
	К	Ст 3	2 двутавра № 27, a = 14	1	88

Таблица 6.5

Схемы поперечных сечений колонны

А	Б	В
		
Г	Д	Е
		

Окончание табл. 6.5

Ж	З
	
И	К
	

6.5. Изгиб с кручением

Помимо крутящих моментов валы могут испытывать воздействие изгибающих моментов. Последние возникают от действия собственного веса вала, усилий натяжения приводных ремней, весов шкивов, усилий зацепления в зубьях зубчатых передач и т. п.

Крутящий момент на валу или его участке определяется по формулам:

$$T = 9550\frac{N}{n}, \tag{6.13}$$

где T – крутящий момент, Нм; N – мощность двигателя, кВт; n – число оборотов вала в минуту, или

$$T = \frac{D}{2}\cdot(t_1 - t_1'), \tag{6.14}$$

где D – диаметр ведущего шкива, соединенного с двигателем приводным ремнем; t_1 – усилие натяжения в набегающей ветви приводного ремня; t_1' – усилие натяжения в сбегающей ветви приводного ремня.

Определив крутящий момент по формуле (6.13) и, зная соотношение между усилиями t_1 и t_1', определяют эти усилия из формулы (6.14) при известном диаметре шкива. Если усилия t_1, t_1' последовательно перенести в центр тяжести сечения вала и уравновесить их, то получим два момента пар сил, направленных в противоположные стороны. Равнодействующий момент этих моментов и будет равен крутящему моменту в том сечении, где находится шкив. Вместе с этим в центре этого сечения вала возникнет нагрузка, $S = t_1 + t_1'$, которая может быть направлена под углом к горизонту. В этом случае ее раскладывают на вертикальную и горизонтальную составляющие: $S_y = S\cdot\sin\alpha$; $S_z = S\cdot\cos\alpha$.

При наличии на валу нескольких ведомых шкивов крутящие моменты и изгибающие нагрузки определяются аналогичным способом. Таким образом, вал будет испытывать одновременно деформацию кручения от крутящих моментов и деформацию поперечного изгиба в двух плоскостях – вертикальной и горизонтальной. Дальнейший расчет вала на изгиб с кручением осуществляется в таком порядке:

1. Строится эпюра крутящих моментов T.
2. Вычерчивается схема вала в виде балки на двух опорах и загружается только вертикальными изгибающими нагрузками. С помощью уравнений статики определяются реакции на опорах, и строится эпюра изгибающих моментов от этих нагрузок $M_{\text{и}}^{\text{в}}$.

3. Вал загружается только горизонтальными изгибающими нагрузками, от них определяются реакции на опорах, и строится эпюра изгибающих моментов от горизонтальных нагрузок $M_{\text{и}}^{\text{г}}$.

4. В характерных сечениях вала определяются суммарные изгибающие моменты в виде геометрической суммы изгибающих моментов, возникающих в этих сечениях от вертикальных и горизонтальных нагрузок: $M_{\text{и}} = \sqrt{(M_{\text{и}}^{\text{в}})^2 + (M_{\text{и}}^{\text{г}})^2}$. Строится суммарная эпюра изгибающих моментов $M_{\text{и}}$. При построении эпюр выбирается необходимый масштаб, и применяются знаки, принятые в сопротивлении материалов при построении эпюр крутящих и изгибающих моментов.

5. Выбирается опасное сечение по длине вала, где одновременно крутящий и суммарный моменты достаточно большие – на основании эпюр $M_{\text{и}}$ и T.

6. На основании третьей или четвертой теории прочности для опасного сечения определяется расчетный (эквивалентный) момент по формулам:

$$M_{\text{р}}^{\text{III}} = \sqrt{T^2 + M_{\text{и}}^2}; \quad M_{\text{р}}^{\text{IV}} = \sqrt{M_{\text{и}}^2 + 0,75T^2}. \tag{6.15}$$

7. Определяется диаметр сечения вала на основании условия прочности:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\text{P}}}{W_z} \le \sigma_{\text{adm}}, \tag{6.16}$$

где $W_z = \frac{J_z}{d/2} = \pi \frac{d^4/64}{d/2} = \frac{\pi d^3}{32}$ – момент сопротивления поперечного сечения вала изгибу.

$$d \ge \sqrt[3]{\frac{32M_{\text{P}}}{\pi\sigma_{\text{adm}}}}. \tag{6.17}$$

Величина диаметра округляется до ближайшего целого.

Пример 6.4.

Шкив с диаметром D_1 и с углом наклона ветвей ремня к горизонту α_1 делает n оборотов в минуту и передает мощность N. Два других шкива имеют одинаковый диаметр D_2 и одинаковые углы наклона ветвей ремня к горизонту α_2 и, каждый из них передает мощность $N/2$ **(**рис. 6.8).

Требуется:

1. Определить моменты, приложенные к шкивам, по заданным N и n ;

2. Построить эпюру крутящих моментов T;

3. Определить окружные усилия t_1 и t_2 действующие на шкивы, по данным моментам и заданным диаметрам шкивов D_1 и D_2;

4. Принять $t_1 = 2 \cdot t_2$;

5. Определить силы, изгибающие вал в горизонтальной и вертикальной плоскостях (вес шкивов и вала не учитывать);

6. Построить эпюры изгибающих моментов от горизонтальных и вертикальных сил $M_{\text{верт.}}$, $M_{\text{гор.}}$;

7. Построить эпюры суммарных изгибающих моментов, пользуясь формулой $M_{\text{и}} = \sqrt{M_{\text{гор}}{}^2 + M_{\text{верт}}{}^2}$;

8. При помощи эпюр T и $M_{\text{и}}$ найти опасное сечение и определить максимальный расчетный момент (по третьей теории прочности);

9. Подобрать диаметр вала d при $\sigma_{\text{adm}} = 70$ МПа и округлить его значение.

Решение.

1. Определяем крутящие моменты:

$$T_1 = \frac{9{,}55 \cdot N_1}{650} = \frac{9{,}55 \cdot 90}{650} = 1{,}32 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$T_2 = \frac{9{,}55 \cdot N_2}{n} = \frac{9{,}55 \cdot 45}{650} = 0{,}66 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

2. Строим эпюру крутящих моментов (см. рис. 6.8).

3. Определяем усилия натяжения в ветвях ремней:

$$t_1 = \frac{2 \cdot T_1}{D_1} = \frac{2 \cdot 1{,}32}{1} = 2{,}64 \text{ кН}; \quad t_2 = \frac{2 \cdot T_2}{D_2} = \frac{2 \cdot 0{,}66}{0{,}6} = 2{,}2 \text{ кН}.$$

4. Определяем изгибающие нагрузки:

$$S_1 = t_1 + 2 \cdot t_2 = 7{,}92 \text{ кН}; \quad S_2 = t_2 + 2 \cdot t_2 = 6{,}60 \text{ кН}.$$

5. Определяем изгибающие нагрузки в вертикальной плоскости и реакции от этих нагрузок:

$$S_1^y = S_1 \cdot \sin\alpha_1 = 7{,}92 \cdot \sin 75^\circ = 7{,}92 \cdot 0{,}9659 = 7{,}65 \text{ кН};$$

$$S_2^y = S_2 \cdot \sin\alpha_2 = 6{,}6 \cdot \sin 80^\circ = 6{,}6 \cdot 0{,}9848 = 6{,}49 \text{ кН}.$$

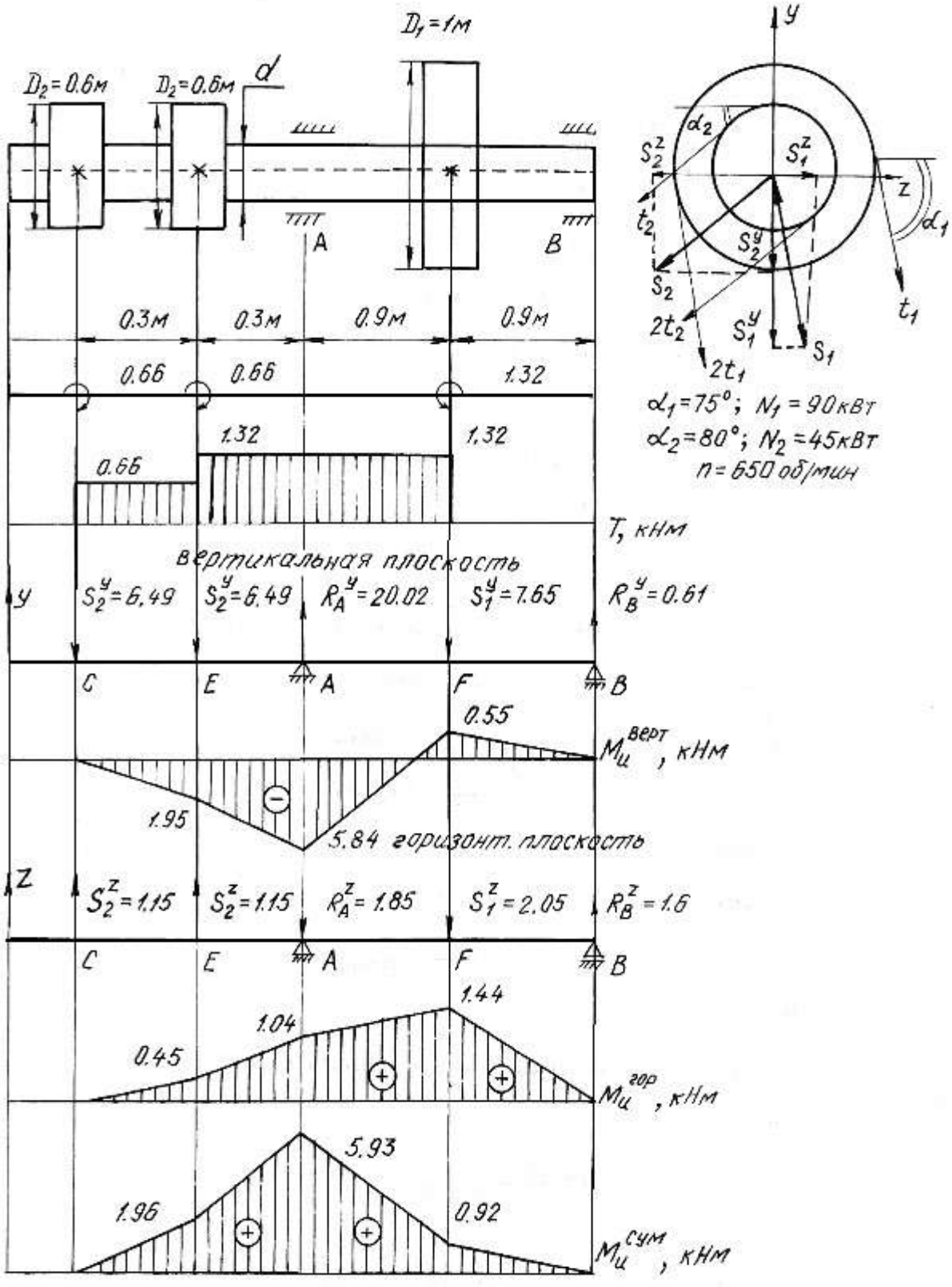

D1 = 1м
D2 = 0.6м
D2 = 0.6м
d
A
B
0.3м
0.3м
0.9м
0.9м
0.66
0.66
1.32
1.32
1.32
0.66
T, кНм
вертикальная плоскость
y
S2y = 6.49
S2y = 6.49
RAy = 20.02
S1y = 7.65
RBy = 0.61
C
E
A
F
B
0.55
Mцверт, кНм
1.95
5.84
горизонт. плоскость
z
S2z = 1.15
S2z = 1.15
RAz = 1.85
S1z = 2.05
RBz = 1.6
C
E
A
F
B
1.44
1.04
0.45
Mцгор, кНм
5.93
1.96
0.92
Mцсум, кНм
y
α2
S2z
S1z
z
α1
t2
S2y
S2
2t2
S1y
S1
t1
2t1
α1 = 75°; N1 = 90кВт
α2 = 80°; N2 = 45кВт
n = 650 об/мин

Рис. 6.8.

$$\sum M_A = 0; \quad S_2^y \cdot 0,6 - S_1^y \cdot 0,9 + R_B^y \cdot 1,8 + S_2^y \cdot 0,3 = 0;$$

$$6,49 \cdot 0,6 + 6,49 \cdot 0,3 - 7,65 \cdot 0,9 + R_B^y \cdot 1,8 = 0;$$

$$R_B^y = 0,61 \text{ кН}.$$

$$\sum M_B = 0; \; S_2^y \cdot 2,4 + S_2^y \cdot 2,1 - R_A^y \cdot 1,8 + S_1^y \cdot 0,9 = 0;$$

$$6,49 \cdot 2,4 + 6,49 \cdot 2,1 - R_A^y \cdot 1,8 + 7,65 \cdot 0,9 = 0;$$

$$R_A^y = 20,02 \text{ кН}.$$

$$\sum Y = 0; \quad -S_2^y - S_2^y + R_A^y - S_1^y + R_B^y = 0;$$

$$-6,49 - 6,49 + 20,02 - 7,65 + 0,61 = 0;$$

$$0 = 0.$$

Строим эпюру изгибающих моментов в вертикальной плоскости:

$$M_{\text{и}}^E = -6,49 \cdot 0,3 = -1,95 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{и}}^A = -6,49 \cdot 0,6 - 6,49 \cdot 0,3 = -5,84 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{и}}^F = R_B^y \cdot 0,9 = 0,61 \cdot 0,9 = 0,55 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

6. Определяем изгибающие нагрузки в горизонтальной плоскости и реакции от этих нагрузок:

$$S_1^z = S_1 \cdot \cos\alpha_1 = 7,92 \cdot \cos 75^\circ = 2,05 \text{ кН};$$

$$S_2^z = S_2 \cdot \cos\alpha_2 = 6,6 \cdot \cos 80^\circ = 1,15 \text{ кН}.$$

$$\sum M_A = 0;$$

$$S_2^z \cdot 0,6 - S_1^z \cdot 0,9 + R_B^z \cdot 1,8 - S_2^z \cdot 0,3 = 0;$$

$$R_B^z = 1,6 \text{ кН}.$$

$$\sum M_B = 0;$$

$$-S_2^z \cdot 2,4 - S_2^z \cdot 2,1 + R_A^z \cdot 1,8 + S_1^z \cdot 0,9 = 0;$$

$$R_A^z = 1,85 \text{ кН}.$$

$$\sum Z = 0; \quad S_2^z + S_2^z - R_A^z - S_1^z + R_B^z = 0;$$

$$1,15 + 1,15 - 1,85 - 2,05 + 1,6 = 0;$$

$$0 = 0.$$

Строим эпюру изгибающих моментов в горизонтальной плоскости:

$$M_{\text{и}}^{E} = 1{,}15 \cdot 0{,}3 = 0{,}45 \text{ кН} \cdot \text{м};$$
$$M_{\text{и}}^{A} = 1{,}15 \cdot 0{,}6 + 1{,}15 \cdot 0{,}3 = 1{,}04 \text{ кН} \cdot \text{м};$$
$$M_{\text{и}}^{F} = 1{,}6 \cdot 0{,}9 = 1{,}44 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

7. Строим эпюру суммарных изгибающих моментов:

$$M_{\text{и}}^{E} = \sqrt{1{,}95^2 + 0{,}45^2} = 1{,}96 \text{ кН} \cdot \text{м};$$
$$M_{\text{и}}^{A} = \sqrt{5{,}84^2 + 1{,}04^2} = 5{,}93 \text{ кН} \cdot \text{м};$$
$$M_{\text{и}}^{F} = \sqrt{0{,}55^2 + 1{,}44^2} = 0{,}92 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

8. Опасным сечением будет сечение A:

$$M_{\text{и}}^{A} = 5{,}93 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad T = 1{,}32 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Расчетный момент для сечения A:

$$M_{\text{р}}^{\text{III}} = \sqrt{5{,}93^2 + 1{,}32^2} = 6{,}08 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

9. Определяем диаметр сечения вала:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32M_{\text{р}}}{\pi\sigma_{\text{adm}}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 6{,}08 \cdot 10^{-3}}{3{,}14 \cdot 70}} = 0{,}096 \text{ м} = 96 \text{ мм}.$$

Принимаем диаметр вала $d = 100$ мм.

6.6. Задания для расчета на изгиб с кручением

Трансмиссионный вал делает n оборотов в минуту при мощности N. На шкив с диаметром D_1 с углом наклона ремней ветвей ремня к горизонту α_1 передается мощность N кВт от электродвигателя. Два других шкива имеют одинаковый диаметр D_2 и одинаковые углы α_2 наклона ветвей ремня к горизонту, и каждый из них передает мощность $0{,}5N$ на станки. Для заданной расчетной схемы и данных размеров и нагрузок требуется:

1) определить окружные моменты, приложенные к шкивам, по заданным величинам N и n;

2) построить эпюру крутящих моментов T;

3) определить окружные усилия, действующие на шкивы;

4) определить силы, изгибающие вал в горизонтальной и вертикальной плоскостях (вес шкива и вала не учитывать);

5) построить эпюры изгибающих моментов от горизонтальных сил $M_{\text{гор}}$ и от вертикальных сил $M_{\text{верт}}$;

6) построить эпюру суммарных изгибающих моментов;

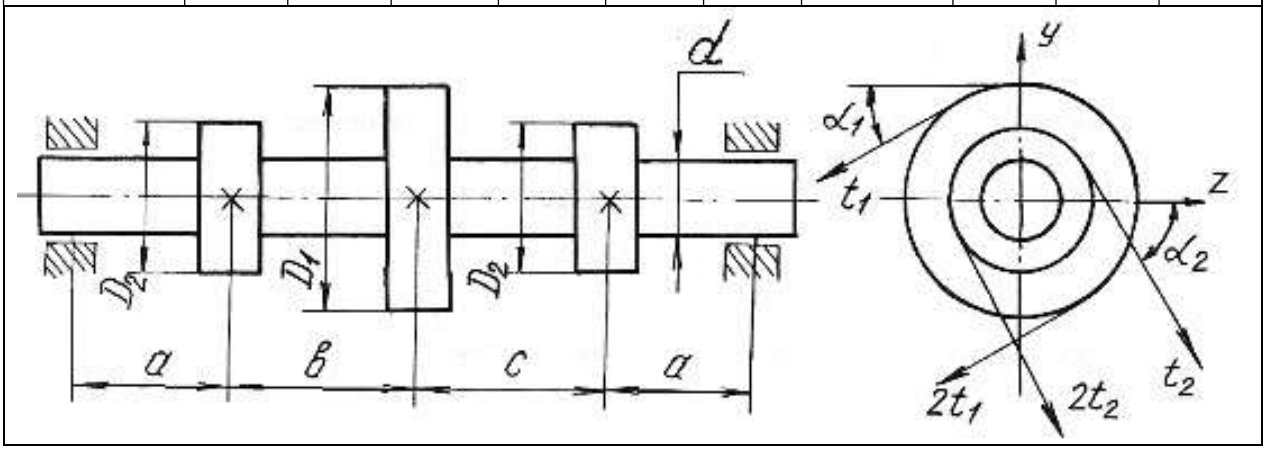
7) найти опасное сечение и определить величину максимально-расчетного момента по третьей теории прочности;

8) подобрать диаметр сечения вала при σ_{adm}=80 МПа.

Данные для расчета и схемы взять из табл. 6.6.

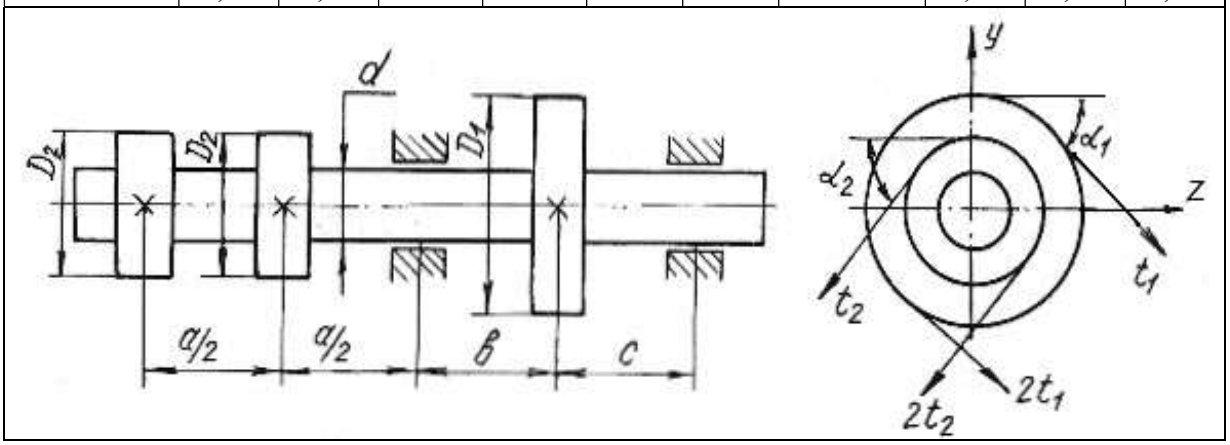
Таблица 6.6

Номер варианта	Числовые значения									
	D_1, м	D_2, м	α_1, град	α_2, град	N_1, кВт	N_2, кВт	n, об/мин	a, м	b, м	c, м
1	1,00	0,30	45	40	30	15	250	0,50	1,00	1,00
2	0,80	0,40	15	10	40	20	200	0,50	1,30	1,20
3	1,00	0,40	30	35	30	15	250	0,40	1,25	2,00
4	1,20	0,50	60	55	50	25	200	0,40	1,00	2,50
5	1,40	0,40	45	45	60	30	300	0,60	1,20	1,80



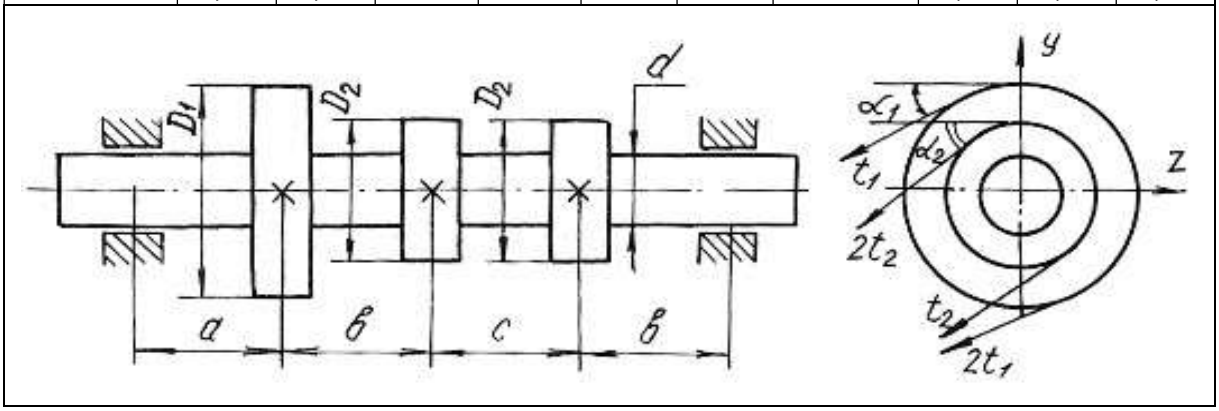
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	D_1, м	D_2, м	α_1, град	α_2, град	N_1, кВт	N_2, кВт	n, об/мин	a, м	b, м	c, м
6	1,00	0,30	45	40	70	35	400	0,70	1,20	1,30
7	0,90	0,60	55	50	75	38	400	0,50	1,00	1,00
8	1,00	0,70	60	35	80	40	500	0,60	1,00	1,10
9	1,20	0,80	65	30	85	42	550	0,70	1,10	1,20
10	1,20	0,90	70	45	90	45	600	0,70	1,00	1,00



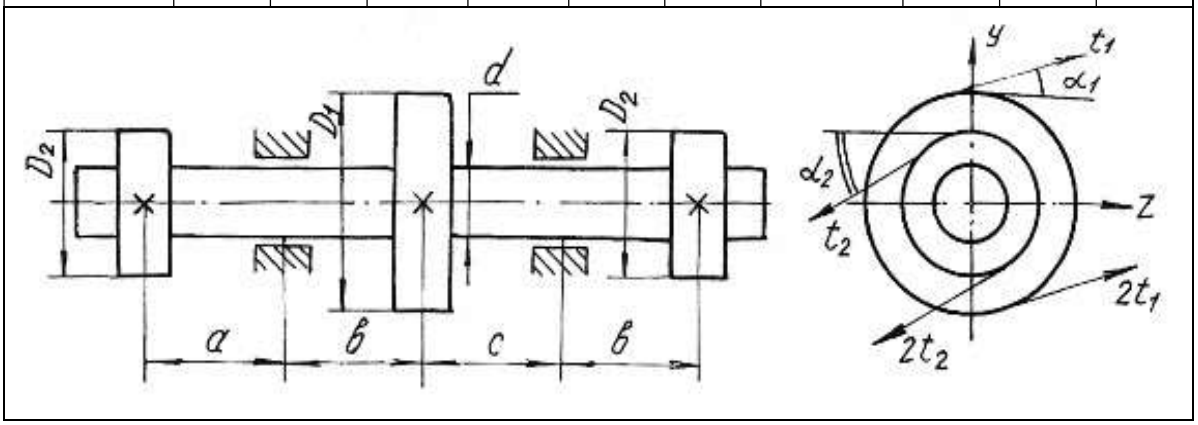
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	D_1, м	D_2, м	α_1, град	α_2, град	N_1, кВт	N_2, кВт	n, об/мин	a, м	b, м	c, м
11	1,00	0,60	75	80	90	45	650	0,60	0,90	0,90
12	1,20	0,80	80	75	100	50	700	0,50	1,00	1,00
13	1,20	0,70	85	30	110	55	750	0,60	1,10	1,20
14	1,20	0,60	30	85	120	60	800	0,50	1,00	1,00
15	1,00	0,80	35	40	130	65	360	0,60	1,20	1,00



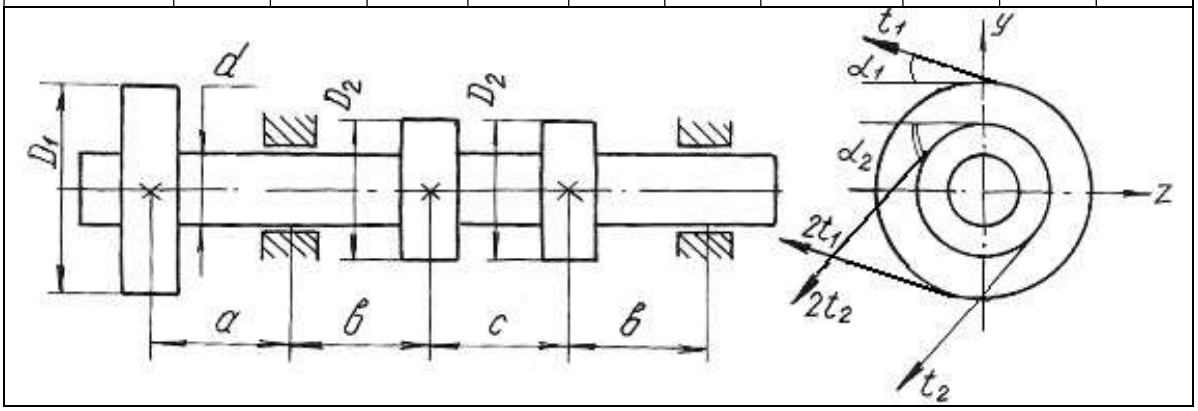
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	D_1, м	D_2, м	α_1, град	α_2, град	N_1, кВт	N_2, кВт	n, об/мин	a, м	b, м	c, м
16	1,20	0,60	40	35	140	70	400	0,50	1,00	1,00
17	1,40	0,70	45	50	150	75	450	0,50	0,50	1,00
18	1,20	0,60	50	45	160	80	500	0,60	1,00	1,00
19	1,20	0,70	60	65	170	85	550	0,50	0,90	0,90
20	1,00	0,60	65	60	180	90	600	0,60	1,00	0,90



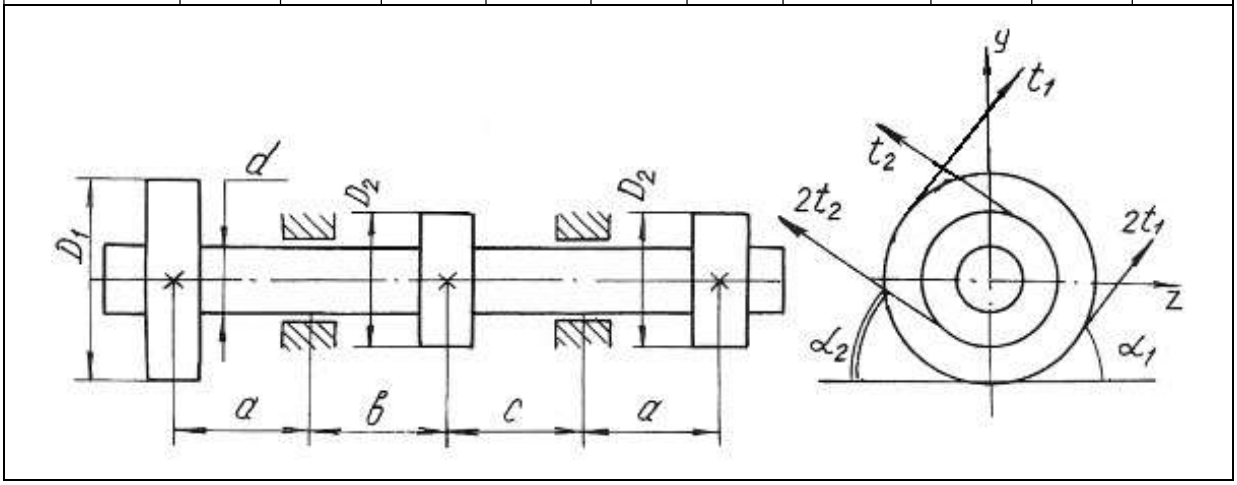
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	D_1, м	D_2, м	α_1, град	α_2, град	N_1, кВт	N_2, кВт	n, об/мин	a, м	b, м	c, м
21	1,20	0,80	15	25	30	15	250	1,00	0,80	1,20
22	1,00	0,60	25	15	40	20	280	1,20	1,20	1,30
23	0,80	0,50	30	45	50	25	300	1,30	1,30	1,40
24	1,00	0,65	45	60	60	30	450	1,25	1,40	1,50
25	1,20	0,75	60	30	70	35	500	1,40	1,00	1,60



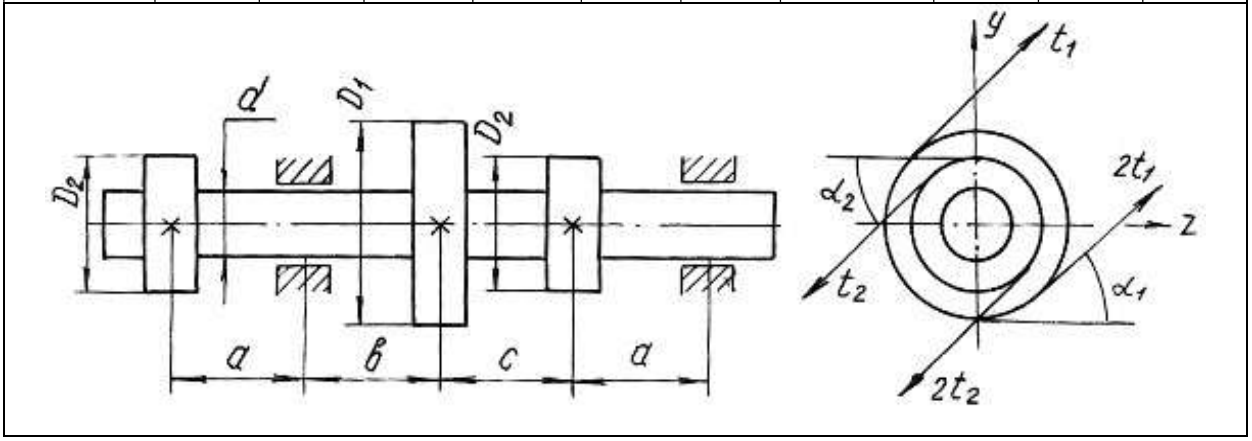
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	D_1, м	D_2, м	α_1, град	α_2, град	N_1, кВт	N_2, кВт	n, об/мин	a, м	b, м	c, м
26	1,20	0,80	75	15	60	30	500	1,20	1,20	1,40
27	1,00	0,90	30	45	64	32	550	1,00	0,80	1,00
28	0,90	0,80	35	55	70	35	600	0,60	1,00	0,90
29	0,80	0,70	40	50	74	37	650	0,60	0,90	0,80
30	1,10	0,75	55	65	80	40	700	0,80	1,00	0,65



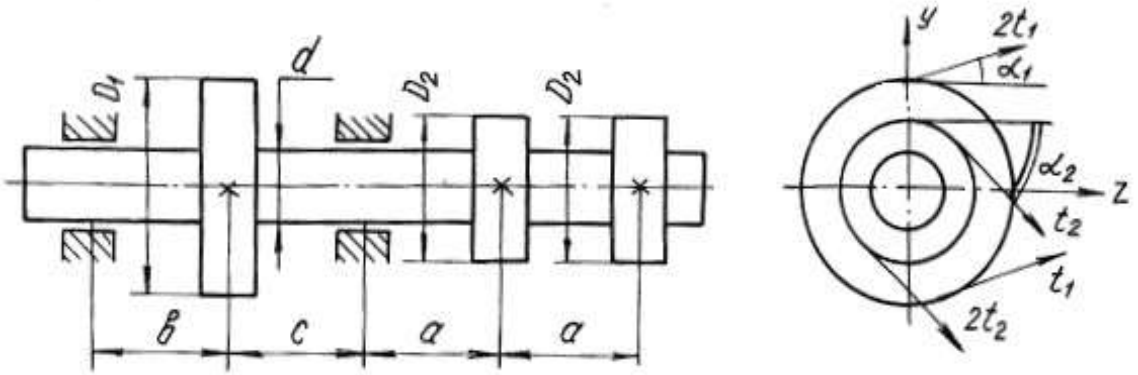
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	D_1, м	D_2, м	α_1, град	α_2, град	N_1, кВт	N_2, кВт	n, об/мин	a, м	b, м	c, м
31	1,10	0,75	45	45	170	85	500	1,00	0,90	1,10
32	1,20	0,90	60	30	90	45	400	0,90	1,00	0,80
33	0,90	0,70	75	15	95	47	450	0,80	0,90	1,00
34	1,00	0,80	30	45	100	50	500	1,00	1,20	0,90
35	1,20	0,90	25	15	110	55	550	0,90	1,00	1,20



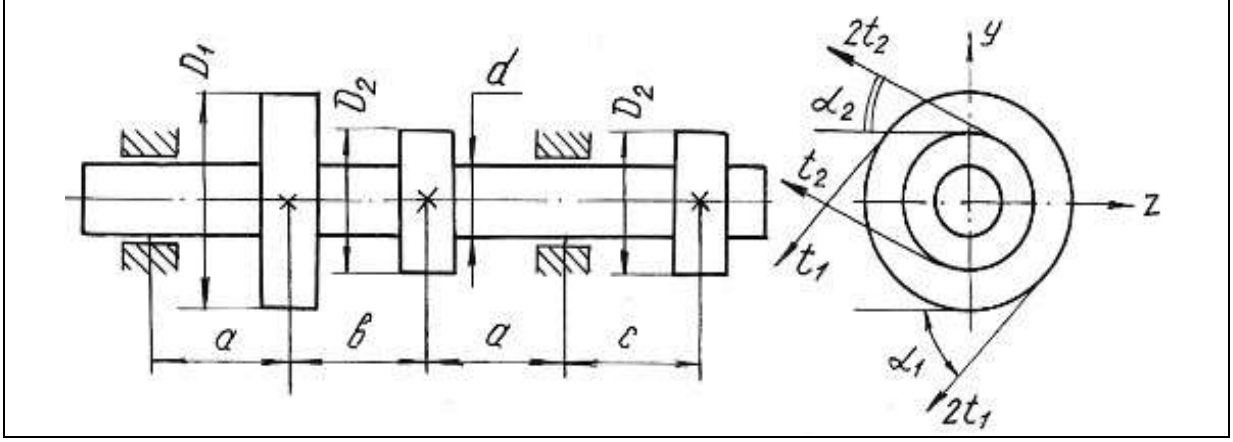
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	D_1, м	D_2, м	α_1, град	α_2, град	N_1, кВт	N_2, кВт	n, об/мин	a, м	b, м	c, м
36	1,00	0,80	30	20	120	60	600	0,80	1,20	0,90
37	1,20	0,90	35	45	130	65	650	1,00	0,80	0,90
38	1,10	0,80	60	50	140	70	700	0,90	1,00	0,90
39	1,00	0,70	75	15	150	75	300	0,80	1,00	0,70
40	1,00	0,60	60	40	160	80	300	1,00	1,20	1,30



Окончание табл. 6.6

Номер варианта	D_1, м	D_2, м	α_1, град	α_2, град	N_1, кВт	N_2, кВт	n, об/мин	a, м	b, м	c, м
41	1,00	0,40	40	20	40	20	200	0,50	1,00	0,40
42	0,80	0,50	45	25	50	25	250	0,40	1,10	0,50
43	1,00	0,60	50	30	60	30	300	0,60	0,90	0,40
44	1,20	0,80	55	35	70	35	200	0,40	1,00	0,60
45	1,10	0,50	60	40	80	40	350	0,70	1,20	0,70



Глава 7

УСТОЙЧИВОСТЬ ГИБКИХ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

Стержни, длина которых относительно невелика по сравнению с их поперечными размерами, рассчитываются на сжатие, исходя из условия прочности:

$$\frac{F}{A} \le \sigma_{\text{adm}}.$$

При этом полагается, что вплоть до разрушения стержень работает на осевое сжатие и продольная ось его остаётся прямолинейной.

Иная картина наблюдается при сжатии стержней, длина которых значительно больше размеров поперечного сечения. В этих случаях прямолинейная продольная ось стержней может искривляться. Искривление происходит в плоскости наименьшей жесткости стержня.

Деформация, которая возникает при сжатии стерня и сопровождается искривлением продольной оси стержня, называется продольным изгибом, а переход прямолинейной формы продольной оси стержня в криволинейную носит название потери устойчивости. Нагрузка, при которой стержень теряет устойчивость, называется критической силой F_{cr}.

Напряжение, возникающее в поперечном сечении стержня от критической силы, называется критическим напряжением σ_{cr}.

Критические напряжения весьма опасны для сжатых стержней, поэтому необходимо проводить расчёты на устойчивость.

Для стержней, закрепленных на одной или двух опорах, величина критической силы может быть определена по формуле Эйлера:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E\, J_{\min}}{(\mu l)^2}, \qquad (7.1)$$

где E − модуль продольной упругости материала; $J_{\min}$ − минимальный осевой момент инерции поперечного сечения стержня; l − длина стержня; μ − коэффициент приведенной длины стержня, отражающий способ закрепления концов стержня (рис. 7.1); μl − приведенная длина стержня.

Критические напряжения

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \qquad (7.2)$$

где λ − гибкость стержня

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}, \tag{7.3}$$

где $i_{\min}$ – минимальный радиус инерции поперечного сечения стержня

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{A}}, \tag{7.4}$$

Формула Эйлера применима для стержней с гибкостью более гибкости, предельной для данного материала стержня

$$\lambda_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{pr}}}, \tag{7.5}$$

где σ_{pr} – предел пропорциональности материала стержня (напряжение, при котором сохраняется прямая пропорциональность между σ и ε).

Для расчёта сжатых стержней любой гибкости применяется способ, основанный на применении коэффициентов φ. Этот способ расчёта сжатых стержней на устойчивость сводится к расчёту стержня как бы на простое сжатие, только по заниженному допускаемому напряжению с использованием формулы:

$$\sigma^{\text{у}}_{\text{adm}} = \varphi\, \sigma_{\text{adm}}, \tag{7.6}$$

где $\sigma^{\text{у}}_{\text{adm}}$ – допускаемое напряжение при расчете на устойчивость; φ – коэффициент продольного изгиба (коэффициент понижения основного допускаемого напряжения σ_{adm} на простое сжатие), значения коэффициентов φ для различных материалов приведены в табл. 7.1.

Величина допускаемой нагрузки на устойчивость $F^{\text{у}}_{\text{adm}}$ сжатого стержня соответственно будет равна

$$F^{\text{у}}_{\text{adm}} = \sigma^{\text{у}}_{\text{adm}} A = \varphi \sigma_{\text{adm}} A, \tag{7.7}$$

где A – площадь поперечного сечения сжатого стержня.

Между критической и допускаемой нагрузкой на устойчивость существует следующая связь

$$F_{cr} = K_{\text{у}} F^{\text{у}}_{\text{adm}}, \tag{7.8}$$

где $K_{\text{у}}$ – коэффициент запаса на устойчивость.

Таблица 7.1

Гибкость, λ	Значение коэффициента φ				
	Материал				
	Ст. 4, Ст. 3	Ст. 5	Ст. СПБ	чугун	дерево
0	1	1	1	1	1
10	0,99	0,98	0,97	0,97	0,99
20	0,96	0,95	0,95	0,95	0,97
30	0,94	0,92	0,91	0,81	0,93
40	0,92	0,89	0,87	0,69	0,87
50	0,89	0,86	0,83	0,57	0,8
60	0,86	0,82	0,79	0,44	0,71
70	0,81	0,76	0,72	0,34	0,6
80	0,75	0,7	0,65	0,26	0,48
90	0,69	0,62	0,55	0,2	0,38
100	0,6	0,51	0,43	0,16	0,31
110	0,52	0,43	0,35	–	0,25
120	0,45	0,36	0,3	–	0,22
130	0,4	0,33	0,26	–	0,18
140	0,36	0,29	0,23	–	0,16
150	0,32	0,26	0,21	–	0,14
160	0,29	0,24	0,19	–	0,12
170	0,26	0,21	0,17	–	0,11
180	0,23	0,19	0,15	–	0,1
190	0,21	0,17	0,14	–	0,09
200	0,19	0,16	0,13	–	0,08

В зависимости от исходных данных для расчета на устойчивость решение сводится к определению допускаемой нагрузки $F_{\text{adm}}^{\text{у}}$ из условий устойчивости сжатого стержня или к подбору площади поперечного сечения сжатого стержня.

Рассмотрим возможные варианты решения на устойчивость сжатых стержней с помощью коэффициента φ на следующих примерах.

Пример 7.1.

Определить допускаемую нагрузку для стойки, изготовленной из Ст. 3 в виде трубы с наружным диаметром $d_1 = 0{,}04$ м и внутренним $d_2 = 0{,}03$ м, длиной $l = 1$ м. Концы стойки защемлены. Допускаемое напряжение для материала стержня $\sigma_{\text{adm}} = 120$ МПа, предел пропорциональности материала $\sigma_{pr} = 200$ МПа. Коэффициент запаса на устойчивость $K_{\text{у}} = 2$. Модуль продольной упругости материала $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па.

Решение.

Выявим возможность решения данной задачи с помощью формулы Эйлера. Для этого находим предельную гибкость для данного материала стойки

$$\lambda_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{pr}}} = \sqrt{\frac{3{,}14^2 \cdot 2 \cdot 10^{11}}{200 \cdot 10^6}} = 99{,}5.$$

Для определения действительной гибкости данной стойки находим минимальный момент инерции поперечного сечения

$$J_{\min} = \frac{\pi}{64}(d_1^4 - d_2^4) = \frac{3{,}14}{64}(0{,}04^4 - 0{,}03^4) = 8{,}586 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4.$$

Площадь сечения

$$A = \frac{\pi}{4}(d_1^2 - d_2^2) = \frac{3{,}14}{4}(0{,}04^2 - 0{,}03^2) = 5{,}5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Минимальный радиус инерции

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{A}} = \sqrt{\frac{8{,}586 \cdot 10^{-8}}{5{,}5 \cdot 10^{-4}}} = 1{,}25 \cdot 10^{-2} \text{м}.$$

Тогда гибкость стойки при $\mu = 0{,}5$

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{0{,}5 \cdot 1}{1{,}25 \cdot 10^{-2}} = 40.$$

Сравнивая полученные значения гибкостей, приходим к выводу, что расчет с помощью формулы Эйлера в данном случае не применим, так как $\lambda < \lambda_{\text{кр}}$.

Расчет производим с помощью коэффициента φ. Для данной стальной стойки при $\lambda = 40$ коэффициент $\varphi = 0{,}92$.

Найдем допускаемое напряжение на устойчивость

$$\sigma_{\text{adm}}^{\text{у}} = \varphi\sigma_{\text{adm}} = 0{,}92 \cdot 120 = 110{,}4 \text{ МПа},$$

а допускаемая нагрузка на устойчивость

$$F_{\text{adm}}^{\text{у}} = \sigma_{\text{adm}}^{\text{у}} A = 110{,}4 \cdot 10^6 \cdot 5{,}5 \cdot 10^{-4} = 60{,}72 \cdot 10^3 \text{ Н} = 60{,}72 \text{ кН}.$$

Критическая нагрузка

$$F_{cr} = K_{\text{у}} F_{\text{adm}}^{\text{у}} = 2 \cdot 60{,}72 = 121{,}44 \text{ кН}.$$

Пример 7.2.

Подобрать двутавровое сечение стойки с одним защемленным, а другим свободным концом. Осевая сжимающая сила $F = 400$ кН, длина стойки $l = 1{,}5$ м. Основное допускаемое напряжение на сжатие $\sigma_{adm} = 160$ МПа.

Решение.

Решаем задачу методом последовательных приближений. Примем для первого приближения коэффициент $\varphi_1 = 0{,}5$. В этом случае необходимая площадь поперечного сечения стойки:

$$A_1 \geq \frac{F}{\varphi_1 \sigma_{adm}} = \frac{400 \cdot 10^3}{0{,}5 \cdot 160 \cdot 10^6} = 50 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

По сортаменту выбираем двутавр № 33 (см. табл. П. 1) с площадью $A_2 = 53{,}8 \cdot 10^{-4}$ м^2 и минимальным радиусом инерции $i_{\min_1} = 2{,}79 \cdot 10^{-2}$ м.

Соответствующая гибкость стойки при коэффициенте $\mu = 2$

$$\lambda_1 = \frac{\mu l}{i_{\min_1}} = \frac{2 \cdot 1{,}5}{2{,}79 \cdot 10^{-2}} = 107.$$

С помощью линейной интерполяции находим коэффициент φ_2 между его значениями по табл. 7.1 при $\lambda = 100$ и при $\lambda = 110$. При $\lambda = 100$, $\varphi = 0{,}60$; при $\lambda = 110$, $\varphi = 0{,}52$, следовательно, $\Delta\lambda = 10$, $\Delta\varphi = 0{,}08$:

$$\varphi_2 = \varphi_{\lambda=100} - \frac{\Delta\varphi}{\Delta\lambda}\left[(\lambda{=}107) - (\lambda{=}100)\right] = 0{,}544.$$

Следовательно, при $\lambda = 107$ коэффициент $\varphi_2 = 0{,}544$.

Проводим проверку по условию

$$F_{\text{расч}_1} = \varphi_2 A_2 \sigma_{adm} = F \pm 5\ \%,$$

в нашем случае $F_{\text{расч}_1} = 0{,}544 \cdot 53{,}8 \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^6 = 468270$ Н $= 468{,}27$ кН $> F$.

Находим величину расхождения между заданной и расчетной нагрузками

$$\delta = \frac{468{,}27 - 400}{400} 100 = 17\ \% > 5\ \%.$$

Делаем новый расчет (приближение)

$$\varphi_3 = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = \frac{0,5 + 0,544}{2} = 0,522 .$$

Необходимая площадь поперечного сечения

$$A_3 = \frac{F}{\varphi_3 \sigma_{adm}} = \frac{400 \cdot 10^3}{0,522 \cdot 160 \cdot 10^6} = 48 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 .$$

По сортаменту проката найденной площади соответствует двутавр № 30а (см. табл. П. 1) площадью сечения $A_4 = 49,9 \cdot 10^{-4}$ м^2 и $i_{\min_2} = 2,95 \cdot 10^{-2}$ м. Тогда гибкость

$$\lambda_2 = \frac{\mu l}{i_{\min_2}} = \frac{2 \cdot 1,5}{2,95 \cdot 10^{-2}} = 101,7 \approx 102 .$$

После интерполяции получаем

$$\varphi_4 = 0,6 - \frac{0,08}{10}(102 - 100) = 0,584 .$$

Проводим проверку

$$F_{\text{расч}_2} = 0,584 \cdot 49,9 \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^6 = 466265 \text{ Н} = 466,265 \text{ кН} > F .$$

Величина расхождения между заданной и расчетной нагрузками составляет:

$$\delta = \frac{466,265 - 400}{400} 100 = 16,6 \text{ \%} > 5 \text{ \%} .$$

Проверяем двутавр № 30 площадью сечения $A_5 = 46,5 \cdot 10^{-4}$ м^2, $i_{\min_3} = 2,69 \cdot 10^{-2}$ м.

Гибкость $\lambda_3 = \frac{2 \cdot 1,5}{2,69 \cdot 10^{-2}} \approx 112 .$

Коэффициент φ_5 находим линейной интерполяцией между значениями $\lambda = 110$ и $\lambda = 120$. Получим $\varphi_5 = 0,506$.

Проверка

$F_{\text{расч}_3} = \varphi_5 A_5 \sigma_{adm} = 0,506 \cdot 46,5 \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^6 = 376500$ Н $= 376,5$ кН.

Величина расхождения между заданной и расчетной нагрузками составляет

$$\delta = \frac{400 - 376,5}{400} 100 = 5,87 \text{ \%} > 5 \text{ \%} .$$

Следовательно, из трех рассмотренных номеров двутавров к практическому применению необходимо принять двутавр № 30а с площадью поперечного сечения $A = 49{,}9 \cdot 10^{-4}$ м^2, так как нагрузка, которую воспринимает двутавр № 30 меньше заданной нагрузки более чем 5 %.

7.1. Задания для расчета стержней на устойчивость

Подобрать поперечное сечение заданного профиля гибкого стержня при действии осевой сжимающей силы. Решение выполнить методом последовательных приближений с помощью коэффициентов φ. Допускаемые напряжения для материалов стержней на сжатие принять: для стали $\sigma_{adm} = 160$ МПа; для чугуна $\sigma_{adm} = 130$ МПа; для дерева $\sigma_{adm} = 10$ МПа.

Данные для расчетов взять из рис. 7.1, табл. 7.2 и П. 1.

Примечания:

1. Для сечения прямоугольного профиля принять соотношение между размерами как $b:h = 1:2$.
2. Для кольцеобразного сечения принять соотношение между внутренним и наружным диаметрами как $d/D = 0{,}85$.

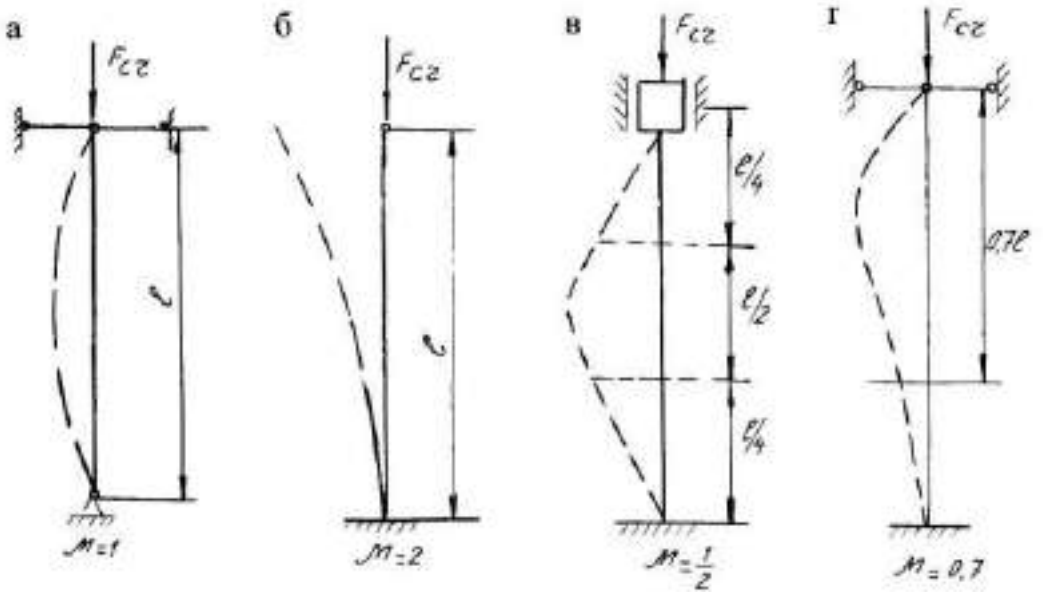
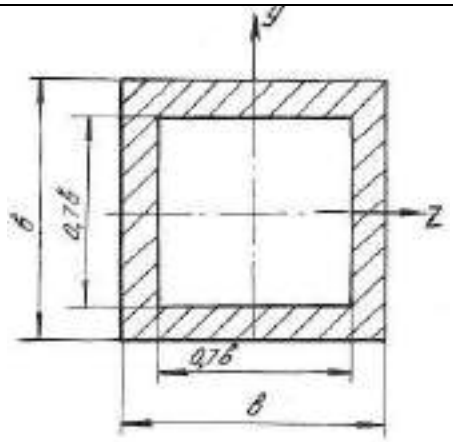
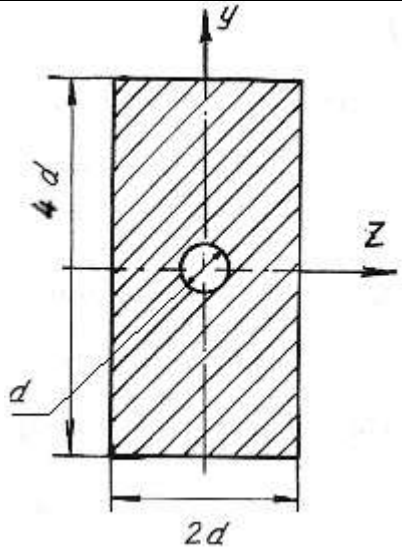
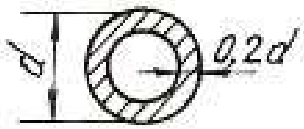
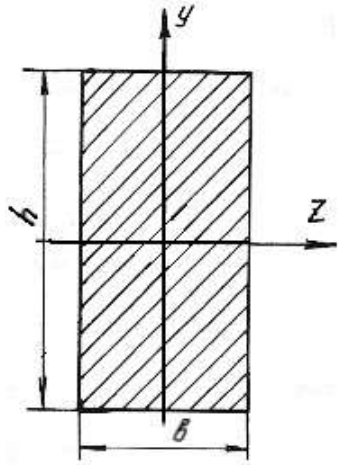
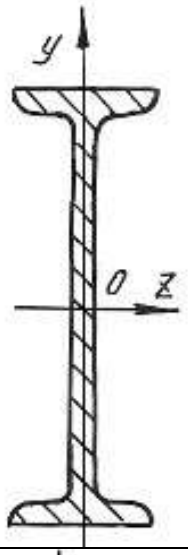
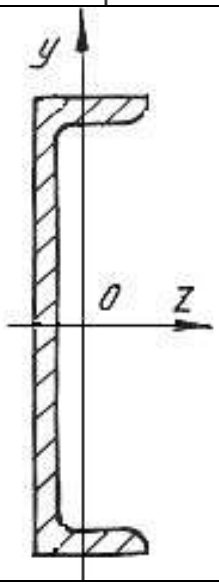


Рис. 7.1.

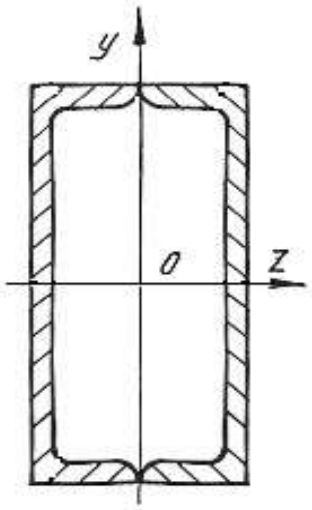
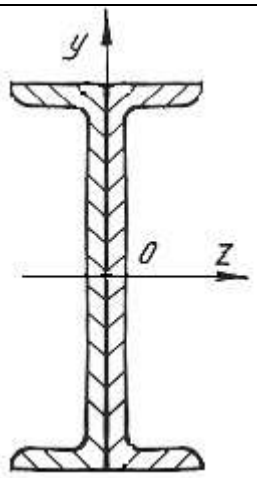
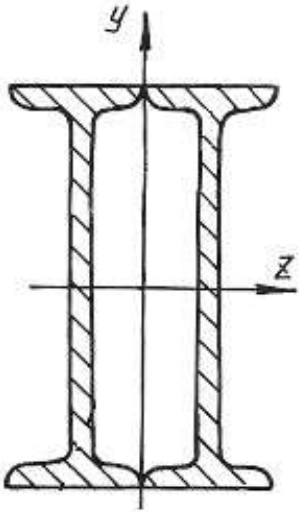
Таблица 7.2

Номер варианта	Схема поперечного сечения	Материал	Способ закрепления	Длина стержня, м	Сжимающая нагрузка, кН
1		Дерево	а б в г	3 4 4 1,6	90 120 150 60
2		Дерево	а б в г	3,6 5 5 2	140 250 400 180
3		Чугун	а б в г	5,2 4,8 4,5 2,8	600 800 900 700

Продолжение табл. 7.2

Номер варианта	Схема поперечного сечения	Материал	Способ закрепления	Длина стержня, м	Сжимающая нагрузка, кН
4		Чугун	а б в г	4,6 3,8 4,2 3,2	850 600 700 900
5		Сталь 5	а б в г	3,2 3,6 8 2,4	380 700 800 600
6		Сталь 3	а б в г	3,6 4,5 5 2,2	280 650 450 250

Окончание табл. 7.2

Номер варианта	Схема поперечного сечения	Материал	Способ закрепления	Длина стержня, м	Сжимающая нагрузка, кН
7		Сталь 3	а б в г	3 4 5,5 4,8	300 400 250 350
8		Сталь 3	а б в г	5,5 6,6 7 3,5	960 500 800 750
9		Сталь 3	а б в г	3 7 6 4	930 740 830 980

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

СТАЦИОНАРНЫЕ УСТАНОВКИ

Специальность
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль):
Электрификация и автоматизация горного производства

Автор: Потапов В. Я., профессор, д. т. н.

Одобрены на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией
Горной механики	Горно-механического факультета
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____	Председатель _____
(подпись)	*(подпись)*
Макаров Н. В.	Осипов П. А.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 192 от 21.09.2023	Протокол № 2 от 20.10.2023
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ..... 3

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ 5

САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ… 6

ПОДГОТОВКА К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ 10

ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ …….....11

ПОДГОТОВКА К ТЕСТИРОВАНИЮ..... 13

ПОДГОТОВКА К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ 13

ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ 14

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа в высшем учебном заведении - это часть учебного процесса, метод обучения, приём учебно-познавательной деятельности, комплексная целевая стандартизованная учебная деятельность с запланированными видом, типом, формами контроля.

Самостоятельная работа представляет собой плановую деятельность обучающихся по поручению и под методическим руководством преподавателя.

Целью самостоятельной работы студентов является закрепление тех знаний, которые они получили на аудиторных занятиях, а также способствование развитию у студентов творческих навыков, инициативы, умению организовать своё время.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- предполагает освоение курса дисциплины;
- помогает освоению навыков учебной и научной работы;
- способствует осознанию ответственности процесса познания;
- способствует углублению и пополнению знаний студентов, освоению ими навыков и умений;
- формирует интерес к познавательным действиям, освоению методов и приёмов познавательного процесса,
- создаёт условия для творческой и научной деятельности обучающихся;
- способствует развитию у студентов таких личных качеств, как целеустремлённость, заинтересованность, исследование нового.

Самостоятельная работа обучающегося выполняет следующие функции:

- развивающую (повышение культуры умственного труда, приобщение к творческим видам деятельности, обогащение интеллектуальных способностей студентов);
- информационно-обучающую (учебная деятельность студентов на аудиторных занятиях, неподкреплённая самостоятельной работой, становится мало результативной);
- ориентирующую и стимулирующую (процессу обучения придаётся ускорение и мотивация);
- воспитательную (формируются и развиваются профессиональные качества бакалавра и гражданина);
- исследовательскую (новый уровень профессионально-творческого мышления).

Организация самостоятельной работы студентов должна опираться на определенные требования, а, именно:

- сложность осваиваемых знании должна соответствовать уровню развития студентов;
- стандартизация заданий в соответствии с логической системой курса дисциплины;
- объем задания должен соответствовать уровню студента;
- задания должны быть адаптированными к уровню студентов.

Содержание самостоятельной работы студентов представляет собой, с одной стороны, совокупность теоретических и практических учебных заданий, которые должен выполнить студент в процессе обучения, объект его деятельности; с другой стороны - это способ деятельности студента по выполнению соответствующего теоретического или практического учебного задания.

Своё внешнее выражение содержание самостоятельной работы студентов находит во всех организационных формах аудиторной и внеаудиторной деятельности, в ходе самостоятельного выполнения различных заданий.

Функциональное предназначение самостоятельной работы студентов в процессе лекций, практических занятий по овладению специальными знаниями заключается в самостоятельном прочтении, просмотре, прослушивании, наблюдении, конспектировании, осмыслении, запоминании и воспроизведении определенной информации. Цель и планирование самостоятельной работы студента определяет преподаватель. Вся информация осуществляется на основе её воспроизведения.

Так как самостоятельная работа тесно связана с учебным процессом, её необходимо рассматривать в двух аспектах:

1. Аудиторная самостоятельная работа - лекционные, практические занятия;
2. Внеаудиторная самостоятельная работа – дополнение лекционных материалов, подготовка к практическим занятиям, подготовка к участию в деловых играх и дискуссиях, выполнение письменных домашних заданий, Контрольных работ (рефератов и т.п.) и курсовых работ (проектов), докладов и др. Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;
- уровень образования и степень подготовленности студентов;
- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

Таким образом, самостоятельная работа студентов является важнейшей составной частью процесса обучения.

Методические указания по организации самостоятельной работы и задания для обучающихся по дисциплине «*Стационарные установки*» обращают внимание студента на главное, существенное в изучаемой дисциплине, помогают выработать умение анализировать явления и факты, связывать теоретические положения с практикой, а также облегчают подготовку к сдаче *зачёта*.

Настоящие методические указания позволят студентам самостоятельно овладеть фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю подготовки, опытом творческой и исследовательской деятельности, и направлены на формирование

компетенций, предусмотренных учебным планом поданному профилю.

Видами самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «*Стационарные установки*» являются:

- повторение материала лекций;
- самостоятельное изучение тем курса (в т. ч. рассмотрение основных категорий дисциплины, работа с литературой);
- ответы на вопросы для самопроверки (самоконтроля);
- подготовка к практическим (семинарским) занятиям, подготовка к выполнению практико-ориентированного задания;
- подготовка к тестированию;
- подготовка контрольной работы;
- подготовка к зачёту.

В методических указаниях представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

Тема 1. Основы теории турбомашин. Насосные установки

1. Какие *генеральные схемы водоснабжения ОФ вы знаете?*
2. Какие и*сточники водоснабжения могут быть использованы на ОФ?*
3. Как определяются запасы воды источников водоснабжения?
4. Расскажите устройство плотины и как осуществляется удержание воды в речных водоёмах?
5. Поясните конструкцию водонапорного сооружения.
6. Назначение водонапорных башен и накопительных резервуаров.
7. Расскажите об основных свойствах воды обогатительного производства.
8. Чем осуществляют очистку и обработка воды на ОФ?
9. Как рассчитываются Водопотребление и нормы расхода воды.
10. Какие виды канализации существуют на ОФ и методы очистки сточных вод.

Тема 2. Вентиляторные установки

1. Какие существуют способы расчёта необходимого воздухообмена?
2. Какие виды оборудования комплектуют компрессорную станцию?
3. Какие способы регулирования ротационных и турбокомпрессоров вы знаете?
4. Как рассчитывает предельная степень сжатия в компрессоре?
5. Какие схемы вентиляции применяются на ОФ?
6. Какие потери существуют в турбомашине и как рассчитывается общий КПД.
7. Поясните классификацию компрессоров.
8. Как определяется воздухораспределение и регулирование поршневых компрессорных установок?
9. Приведите диаграмму действительного процесса сжатия воздуха в ступени поршневого компрессора?

10. Каким способом рассчитывается необходимый воздухообмен на ОФ?

Тема 3. Компрессорные установки

1. Поясните назначение и принцип действия бункеров
2. Как осуществляется работа инерционного конвейера?
3. Какие способы увеличения тягового усилия в ленточном конвейере вы знаете?
4. Основные достоинства и недостатки ленточного виброгрохота.
5. Что представляют собой составляющие систему пневмотранспорта.
6. Особенности конструкции инерционного конвейера.
7. Поясните принцип действия скребкового конвейера.
8. Поясните конструкцию ленточного ковшового элеватора и его достоинства и недостатки.
9. Как классифицируются ленточные конвейера?
10. Из каких основных частей состоит конвейер?

Тема 4. Подъёмные установки

1. Поясните назначение двигателя внутреннего сгорания и где они применяются на ОФ?
2. Поясните схему устройство четырёхтактного двигателя внутреннего сгорания
3. Чем отличается устройство синхронного от асинхронного электродвигателя
4. Расскажите об устройстве двигателя постоянного тока
5. Какие требования предъявляются к электроустановкам ОФ?
6. Поясните схему устройство двухтактного двигателя внутреннего сгорания
7. какие методы и средства автоматизированного управления стационарных установок вы знаете?
8. Какие типы измерительных устройств применяются на ОФ?
9. Какой материал покрытия полов позволяет уменьшить удельное сопротивление?
10. Что такое шаговое напряжение?

САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ

Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка рекомендуемой литературы к дисциплине. При работе с книгой необходимо научиться правильно её читать, вести записи. Самостоятельная работа с учебными и научными изданиями профессиональной и общекультурной тематики– это важнейшее условие формирования научного способа познания.

Основные приёмы работы с литературой можно свести к следующим:

- составить перечень книг, с которыми следует познакомиться;
- перечень должен быть систематизированным (что необходимо для

семинаров, что для экзаменов, что пригодится для написания курсовых и выпускных квалификационных работ (ВКР), а что выходит за рамками официальной учебной деятельности, и расширяет общую культуру);

• обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и выпускных квалификационных работ это позволит экономить время);

• определить, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть;

• при составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями и руководителями ВКР, которые помогут сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время;

• все прочитанные монографии, учебники и научные статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц);

• если книга – собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора;

• следует выработать способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший приём – научиться «читать медленно», когда понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать). Таким образом, чтение текста является частью познавательной деятельности. Её цель – извлечение из текста необходимой информации.

От того, насколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т. п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия. Грамотная работа с книгой, особенно если речь идёт о научной литературе, предполагает соблюдение ряда правил, для овладения которыми необходимо настойчиво учиться. Это серьёзный, кропотливый труд. Прежде всего, при такой работе невозможен формальный, поверхностный подход. Не механическое заучивание, не простое накопление цитат, выдержек, а сознательное усвоение прочитанного, осмысление его, стремление дойти до сути – вот главное правило. Другое правило – соблюдение при работе над книгой определенной последовательности. Вначале следует ознакомиться с оглавлением, содержанием предисловия или введения. Это даёт общую ориентировку, представление о структуре и вопросах, которые рассматриваются в книге.

Следующий этап – чтение. Первый раз целесообразно прочитать книгу с начала до конца, чтобы получить о ней цельное представление. При повторном чтении происходит постепенное глубокое осмысление каждой главы, критического материала и позитивного изложения; выделение

основных идей, системы аргументов, наиболее ярких примеров и т. д. Непременным правилом чтения должно быть выяснение незнакомых слов, терминов, выражений, неизвестных имён, названий. Студентам с этой целью рекомендуется заводить специальные тетради или блокноты. Важная роль, в связи с этим принадлежит библиографической подготовке студентов. Она включает в себя умение активно, быстро пользоваться научным аппаратом книги, справочными изданиями, каталогами, умение вести поиск необходимой информации, обрабатывать и систематизировать её.

Выделяют четыре основные установки в чтении текста:

- информационно-поисковая (задача – найти, выделить искомую информацию);

- усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить, как сами сведения, излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений);

- аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив своё отношение к нему);

- творческая (создаёт у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к тексту связано существование и нескольких видов чтения:

- библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;

- просмотровое – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;

- ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц; цель – познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;

- изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;

- аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач.

Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов её получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым, или, в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной и научной литературой

накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках образовательной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приёмы, повышающие эффективность работы с текстом. Научная методика работы с литературой предусматривает также ведение записи прочитанного. Это позволяет привести в систему знания, полученные при чтении, сосредоточить внимание на главных положениях, зафиксировать, закрепить их в памяти, а при необходимости вновь обратиться к ним.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), её содержания, источников, характера и назначения.

Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала.

Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала.

Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора.

Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного. Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Как правильно составлять конспект? Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта. Выделите главное, составьте план, представляющий собой перечень заголовков, подзаголовков, вопросов, последовательно раскрываемых затем в конспекте. Это первый элемент конспекта. Вторым элементом конспекта являются тезисы. Тезис - это кратко сформулированное положение. Для лучшего усвоения и запоминания материала следует записывать тезисы своими словами. Тезисы, выдвигаемые в конспекте, нужно доказывать. Поэтому третий элемент конспекта - основные доводы, доказывающие истинность рассматриваемого тезиса. В конспекте могут быть положения и примеры. Законспектируйте материал, чётко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести чётко, ясно. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли. При оформлении конспекта необходимо стремиться к ёмкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Конспектирование - наиболее сложный этап работы. Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремлённости, повседневной самостоятельной работы. Конспект ускоряет повторение материала, экономит время при повторном, после определенного перерыва, обращении к уже знакомой работе. Учитывая индивидуальные особенности каждого студента, можно дать лишь некоторые, наиболее оправдавшие себя общие правила, с которыми преподаватель и обязан познакомить студентов:

1. Главное в конспекте не объем, а содержание. В нем должны быть отражены основные принципиальные положения источника, то новое, что внёс его автор, основные методологические положения работы. Умение излагать мысли автора сжато, кратко и собственными словами приходит с опытом и знаниями. Но их накоплению помогает соблюдение одного важного правила – не торопиться записывать при первом же чтении, вносить в конспект лишь то, что стало ясным.

2. Форма ведения конспекта может быть самой разнообразной, она может изменяться, совершенствоваться. Но начинаться конспект всегда должен с указания полного наименования работы, фамилии автора, года и места издания; цитаты берутся в кавычки с обязательной ссылкой на страницу книги.

3. Конспект не должен быть «слепым», безликим, состоящим из сплошного текста. Особо важные места, яркие примеры выделяются цветным подчёркиванием, взятием в рамочку, оттенением, пометками на полях специальными знаками, чтобы можно было быстро найти нужное положение. Дополнительные материалы из других источников можно давать на полях, где записываются свои суждения, мысли, появившиеся уже после составления конспекта.

ПОДГОТОВКА К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

Подготовка к практическому занятию включает следующие элементы самостоятельной деятельности: чёткое представление цели и задач его проведения; выделение навыков умственной, аналитической, научной деятельности, которые станут результатом предстоящей работы. Выработка навыков осуществляется с помощью получения новой информации об изучаемых процессах и с помощью знания о том, в какой степени в данное время студент владеет методами исследовательской деятельности, которыми он станет пользоваться на практическом занятии. Следовательно, работа на практическом занятии направлена не только на познание студентом конкретных явлений внешнего мира, но и на изменение самого себя. Второй результат очень важен, поскольку он обеспечивает формирование таких общекультурных компетенций, как способность к самоорганизации и самообразованию, способность использовать методы сбора, обработки и интерпретации комплексной информации для решения организационно-управленческих задач, в том числе находящихся за пределами

непосредственной сферы деятельности студента. Подготовка к практическому занятию нередко требует подбора материала, данных и специальных источников, с которыми предстоит учебная работа. В ходе самого практического занятия обучающиеся выполняют задания и делают выводы по выполненному практическому заданию.

ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ

Практико-ориентированные задания выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций. Это могут быть ситуации, требующие применения умений и навыков, специфичных для соответствующего профиля обучения (знания содержания предмета), ситуации, требующие организации деятельности, выбора её оптимальной структуры личностно-ориентированных ситуаций (нахождение нестандартного способа решения).

Кроме этого, они выступают средством формирования у студентов умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач. Они строятся на основе ситуаций, возникающих на различных уровнях осуществления практики, и формулируются в виде производственных поручений (заданий).

Под практико-ориентированными задания понимают задачи из окружающей действительности, связанные с формированием практических навыков, необходимых в повседневной жизни, в том числе с использованием элементов производственных процессов.

Цель практико-ориентированных заданий – приобретение умений и навыков практической деятельности по изучаемой дисциплине.

Задачи практико-ориентированных заданий:

- закрепление, углубление, расширение и детализация знаний студентов при решении конкретных задач;
- развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;
- овладение новыми методами и методиками изучения конкретной учебной дисциплины;
- обучение приёмам решения практических задач;
- выработка способности логического осмысления полученных знаний для выполнения заданий;
- обеспечение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм обучения.

Важными отличительными особенностями практико-ориентированных задания от стандартных задач (предметных, межпредметных, прикладных) являются:

- значимость (познавательная, профессиональная, общекультурная, социальная) получаемого результата, что обеспечивает познавательную

мотивацию обучающегося;

- условие задания сформулировано как сюжет, ситуация или проблема, для разрешения которой необходимо использовать знания из разных разделов основного предмета, из другого предмета или из жизни, на которые нет явного указания в тексте задания;

- информация и данные в задании могут быть представлены в различной форме (рисунок, таблица, схема, диаграмма, график и т. д.), что потребует распознавания объектов;

- указание (явное или неявное) области применения результата, полученного при решении задания.

Кроме выделенных четырёх характеристик, практико-ориентированные задания имеют следующие:

1. по структуре эти задания – нестандартные, т. е. в структуре задания не все его компоненты полностью определены;

2. наличие избыточных, недостающих или противоречивых данных в условии задания, что приводит к объёмной формулировке условия;

3. наличие нескольких способов решения (различная степень рациональности), причём данные способы могут быть неизвестны учащимся, и их потребуется сконструировать.

При выполнении практико-ориентированных заданий следует руководствоваться следующими общими рекомендациями:

- для выполнения практико-ориентированного задания необходимо внимательно прочитать задание, повторить лекционный материал по соответствующей теме, изучить рекомендуемую литературу, в т. ч. дополнительную;

- выполнение практико-ориентированного задания включает постановку задачи, выбор способа решения задания, разработку алгоритма практических действий, программы, рекомендаций, сценария и т. п.;

- если практико-ориентированное задание выдаётся по вариантам, то получить номер варианта исходных данных у преподавателя; если нет вариантов, то нужно подобрать исходные данные самостоятельно, используя различные источники информации;

- для выполнения практико-ориентированного задания может использоваться метод малых групп. Работа в малых группах предполагает решение определенных образовательных задач в рамках небольших групп с последующим обсуждением полученных результатов. Этот метод развивает навыки сотрудничества, достижения компромиссного решения, аналитические способности.

ПОДГОТОВКА К ТЕСТИРОВАНИЮ

Тесты – это вопросы или задания, предусматривающие конкретный, краткий, чёткий ответна имеющиеся эталоны ответов. При самостоятельной подготовке к тестированию студенту необходимо:

1. готовясь к тестированию, проработать информационный материал по дисциплине; проконсультироваться с преподавателем по вопросу выбора учебной литературы;

2. чётко выяснить все условия тестирования заранее. Студент должен знать, сколько тестов ему будет предложено, сколько времени отводится на тестирование, какова система оценки результатов и т. д.;

3. приступая к работе с тестами, внимательно и до конца нужно прочитать вопрос и предлагаемые варианты ответов; выбрать правильные (их может быть несколько); на отдельном листке ответов вписать цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам;

- в процессе решения желательно применять несколько подходов в решении задания. Это позволяет максимально гибко оперировать методами решения, находя каждый раз оптимальный вариант;

- не нужно тратить слишком много времени на трудный вопрос, нужно переходить к другим тестовым заданиям; к трудному вопросу можно обратиться в конце;

- обязательно необходимо оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

При подготовке к *зачёту* по дисциплине *«Стационарные установки»* обучающемуся рекомендуется:

1. Повторить пройденный материал и ответить на вопросы, используя конспект и материалы лекций. Если по каким-либо вопросам у студента недостаточно информации в лекционных материалах, то необходимо получить информацию из раздаточных материалов и/или учебников (литературы), рекомендованных для изучения дисциплины *«Стационарные установки»*.

Целесообразно также дополнить конспект лекций наиболее существенными и важными тезисами для рассматриваемого вопроса. При изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачёте* особое внимание необходимо уделять схемам, рисункам, графикам и другим иллюстрациям, так как подобные графические материалы, как правило, в наглядной форме отражают главное содержание изучаемого вопроса.

2. При изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачёте* (в случаях, когда отсутствует иллюстративный материал) особое внимание необходимо обращать на наличие в тексте словосочетаний вида «во-первых», «во-вторых» и т. д., а также дефисов и перечислений (цифровых или буквенных), так как эти признаки, как правило, позволяют структурировать ответ на предложенное задание.

Подобную текстовую структуризацию материала слушатель может трансформировать в рисунки, схемы и т. п. для более краткого, наглядного и удобного восприятия (иллюстрации целесообразно отразить в конспекте лекций – это позволит оперативно и быстро найти, в случае необходимости, соответствующую информацию);

3. Следует также обращать внимание при изучении материала для подготовки к *зачёту* на словосочетания вида «таким образом», «подводя итог сказанному» и т. п., так как это признаки выражения главных мыслей и выводов по изучаемому вопросу (пункту, разделу). В отдельных случаях выводы по теме (разделу, главе) позволяют полностью построить (восстановить, воссоздать) ответ на поставленный вопрос (задание), так как содержат в себе основные мысли и тезисы для ответа.

МИНОБРНАУКИ РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

М. Е. Садовников

НАДЁЖНОСТЬ, ДИАГНОСТИКА И ИСПЫТАНИЯ ЭЛЕКТРООБОРУДОВАНИЯ

Методические указания по организации самостоятельной работы для обучающихся специальности 21.05.04 «Горное дело», специализации «Электрификация и автоматизация горного производства»

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

Введение 3
1. Тематический план дисциплины 4
2. Тематика практических работ. 5
3. Вопросы к зачёту по дисциплине 5
4. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины 7
4.1. Основная литература 7
4.2. Дополнительная литература 7
5. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем 7

ВВЕДЕНИЕ

Методические указания по самостоятельной работе студентов (СРС) определяют виды, требования к выполнению и отчетности, рекомендации по выполнению СРС.

Целью методических рекомендаций является повышение эффективности процесса обучения по основной образовательной программе путем правильной организации и выполнения самостоятельной работы.

Самостоятельная работа есть планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская деятельность студентов, осуществляемая, в основном, во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. В настоящих методических указаниях предметом является самостоятельная учебная работа.

Основными видами самостоятельной учебной работы являются:

самовоспроизводящая – самостоятельное прочтение, просмотр, конспектирование учебной литературы и информации Интернет-ресурсов, прослушивание лекций, аудио- и видеоматериалов, заучивание, пересказ, запоминание, повторение учебного материала и др.;

поисковая – подготовка сообщений, докладов, выступлений на семинарских и практических занятиях, подбор литературы по дисциплинарным проблемам и литературы по теме рефератов, контрольных и курсовых работ и др.;

творческая – написание рефератов, выполнение курсового проекта, подготовка выпускной работы (проекта), выполнение специальных заданий и др.

Самостоятельная учебная работа включает в себя:

- подготовку к аудиторным занятиям (лекциям, практическим, семинарским, лабораторным работам и др.) и выполнение соответствующих заданий;
- самостоятельную работу над отдельными темами учебных дисциплин в соответствии с учебно-тематическими планами;
- написание рефератов, докладов, эссе;
- подготовку ко всем видам практики и выполнение предусмотренных ими заданий;
- выполнение письменных контрольных и курсовых работ;
- подготовку ко всем видам контрольных испытаний, в том числе к коллоквиумам, экзаменам и зачетам, тестированию и интернет-тестированию, государственным экзаменам;
- подготовку к итоговой государственной аттестации, в том числе выполнение выпускной квалификационной работы (проекта) или магистерской диссертации;
- другие виды учебной деятельности, организуемой и осуществляемой вузом, факультетом или кафедрой.

Виды заданий для выполнения самостоятельной работы: сообщение или доклад на семинарском занятии, реферат, расчётно-графическая работа, курсовая работа и курсовой проект, выпускная квалификационная работа, магистерская диссертация. Темы заданий для выполнения учебной самостоятельной работы студентов указывает преподаватель.

Методические рекомендации к планированию и выполнению самостоятельной учебной работы

Приступая к изучению учебной дисциплины, следует ознакомиться с рабочей учебной программой или тематическим планом дисциплины (табл. 1), перечнем обязательной и дополнительной учебной, научной и методической литературы (раздел 4), получить в библиотеке рекомендованные учебники и учебно-методические пособия, завести новую тетрадь для конспектирования лекций и работы с первоисточниками.

Вопросы для экзамена, указанные в настоящих методических указаниях (раздел 3), могут быть использованы студентом для углубленного изучения содержания дисциплины. Студент имеет право выбирать дополнительно интересующие его темы для самостоятельной работы.

Студентам должны самостоятельно выполнять индивидуальные письменные задания и упражнения, предлагаемые при подготовке к учебным занятиям.

Серьезная организованная работа по подготовке к семинарским занятиям, написанию письменных работ значительно облегчит подготовку к экзаменам и зачетам. При подготовке к зачету, экзамену студент должен повторить, как правило, ранее изученный материал. В этот период играют большую роль подготовленные заранее записи и конспекты.

Контрольная работа (КР) предназначена для выработки умения дать лаконичный аргументированный полный ответ на вопрос изучаемого курса, снабженный выводами. Как правило, она выполняется студентами, обучающимися по заочной форме обучения. Написание ее требует самостоятельности и ответственного отношения, способности работать с литературой по проблеме, знаний истории и теории вопроса, основных теоретических положений. Успешное выполнение контрольной работы учитывается при выставлении экзаменационной оценки. Объем работы не должен превышать 8-10 страниц печатного или рукописного текста, и содержать титульный лист, основную часть работы, список использованной литературы.

Расчетно-графическая работа (РГР) содержит задание на выполнение законченного инженерного расчета по выбору или проверке узлов или составных частей электротехнических систем в составе электротехнического комплекса.

Термин *реферат* (Р) имеет два смысла, во-первых, это краткое изложение содержания документа или его части, научной работы, включающее основные фактические сведения и выводы, необходимые для первоначального ознакомления с источниками и определения целесообразности обращения к ним и, во-вторых, это вид самостоятельной работы студента, под которым понимается краткое изложение в письменном виде или в форме публичного доклада содержания книги, учения, научного исследования и т.п., другими словами, это доклад на определенную тему, освещающий её вопросы на основе обзора литературы и других источников.

Рефераты в как вид самостоятельной работы студента оцениваются по следующим основным критериями: актуальность содержания, теоретический уровень, глубина и полнота анализа фактов, явлений, проблем, относящихся к теме; информационная насыщенность, новизна, оригинальность изложения вопросов; простота и доходчивость изложения; структурная организованность, логичность, грамматическая правильность и стилистическая выразительность; убедительность, аргументированность, практическая значимость и теоретическая обоснованность предложений и выводов.

Для выполнения самостоятельной работы других видов – курсовой работы и проекта, выпускной квалификационной работы, имеются соответствующие методические указания.

1. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 1 – Тематический план дисциплины

№	Наименование, раздела и темы	Самостоятельная работа, часов		Литература (страницы)
		очная	заочная	
1	Предмет науки о надёжности. Основные понятия, термины и определения	2	8	[1] с. 9…12, [2] с. 3...16
2	Этапы анализа и показатели надёжности технических систем (ТС)	6	10	[1] с. 13…30, [2] с. 17...34
3	Математические модели в теории надёжности ТС	7	12	[1] с. 35...103
4	Мероприятия по формированию надёжности на различных стадиях проектирования	6	10	[1] с. 107...111
5	Расчёт надёжности ТС. Методы расчёта надёжности	8	12	[1] с. 112...166

№	Наименование, раздела и темы	Самостоятельная работа, часов		Литература (страницы)
		очная	заочная	
6	Методы повышения надёжности ТС	7	10	[1] с. 370...390, [2] с. 63...78
7	Техническая диагностика электрооборудования	7	12	[2] с. 159...174
8	Идентификация эксплуатационных отказов электрооборудования	7	12	Конспект лекций

2. ТЕМАТИКА ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

Таблица 2 – Перечень практических работ

Номер раздела и темы	Наименование тем практических работ	Трудоёмкость, час	
		очная	заочная
5	Расчёт надёжности по методу среднегрупповых показателей интенсивностей отказов. *Литература:* [1] с. 113...115	4	4
5	Расчёт надёжности по методу коэффициентов надёжности *Литература:* [1] с. 115...117	4	4
6	Разработка рекомендаций по повышению надёжности заданного электротехнического устройства (группы устройств). *Литература:* [1] с. 370...390	4	-
7	Испытания изоляции повышенным напряжением. *Литература:* Конспект лекций	4	-
Итого:		16	8

3. ВОПРОСЫ К ЗАЧЁТУ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Предмет науки о надёжности.
2. Технический объект, элемент, система, подсистема.
3. Ремонтопригодные, неремонтопригодные, восстанавливаемые, невосстанавливаемые, самовосстанавливаемые объекты.
4. Эффективность, надёжность (безотказность, долговечность, ремонтопригодность, восстанавливаемость, сохраняемость, готовность).
5. Этапы жизни технического объекта, на которых формируется его надёжность.
6. Состояния объекта.
7. Повреждения, дефекты и отказы.
8. Классификация отказов.
9. Критерии и показатели надёжности.
10. Основные единичные количественные показатели безотказности невосстанавливаемых систем. Плотность распределения наработки до отказа.
11. Основные единичные количественные показатели безотказности невосстанавливаемых систем. Вероятность безотказной работы, вероятность отказа.
12. Основные единичные количественные показатели безотказности невосстанавливаемых систем. Частота отказов.
13. Основные единичные количественные показатели безотказности невосстанавливаемых систем. Интенсивность отказов.
14. Основные единичные количественные показатели безотказности невосстанавливаемых систем. Наработка до отказа, средняя наработка до отказа.

15. Основные единичные количественные показатели безотказности восстанавливаемых систем. Параметр потока отказов.
16. Основные единичные количественные показатели безотказности восстанавливаемых систем. Средняя наработка между отказами.
17. Комплексные показатели надёжности. Коэффициенты готовности и неготовности.
18. Комплексные показатели надёжности. Коэффициент оперативной готовности.
19. Комплексные показатели надёжности. Коэффициент технического использования.
20. Комплексные показатели надёжности. Коэффициент сохранения эффективности.
21. Показатели ремонтопригодности, долговечности и сохраняемости. Показатели ремонтопригодности.
22. Показатели ремонтопригодности, долговечности и сохраняемости. Показатели долговечности.
23. Показатели ремонтопригодности, долговечности и сохраняемости. Показатели сохраняемости.
24. Постановка задачи расчёта надёжности.
25. Типы задач расчёта надёжности.
26. Порядок расчёта надёжности.
27. Расчёт надёжности по среднегрупповым значениям интенсивности отказов.
28. Расчёт надёжности по коэффициентам надёжности.
29. Расчёт надёжности с учётом условий эксплуатации.
30. Способы повышения надёжности. Повышение надёжности путём упрощения технической системы, улучшение организации и качества обслуживания.
31. Способы повышения надёжности. Внутриэлементная избыточность.
32. Способы повышения надёжности. Структурное резервирование.
33. Способы повышения надёжности. Временное резервирование, информационное резервирование, повышение ремонтопригодности.
34. Способы повышения надёжности.
35. Идентификация отказов.
36. Испытание изоляции повышенным напряжением постоянного тока.
37. Испытание изоляции повышенным напряжением переменного тока.
38. Разница в испытании изоляции повышенным напряжением постоянного и переменного тока.
39. Измерение тангенса угла диэлектрических потерь нормальным высоковольтным мостом.
40. Измерение тангенса угла диэлектрических потерь перевёрнутым высоковольтным мостом.
41. Измерение тангенса угла диэлектрических потерь ёмкостным мостом с заземлённой диагональю.
42. Метод частичных разрядов.
43. Измерение сопротивления заземляющих устройств.
44. Измерение сопротивления металлосвязи между заземляющим устройством и заземляемым оборудованием.
45. Измерение сопротивления петля «фаза-нуль».
46. Измерение сопротивление грунта.
47. Определение сопротивления эквивалентного грунта в двухслойных грунтах.
48. Прожигание изоляции кабелей на постоянном токе.
49. Прожигание изоляции на переменном токе.
50. Методы определения расстояния до мест повреждения в кабелях.
51. Определение расстояния до места повреждения в кабеле импульсным методом.
52. Определение расстояния до места повреждения в кабеле методом

колебательного разряда.
53. Определение расстояния до места повреждения в кабеле петлевым методом.
54. Определение расстояния до места повреждения в кабеле индукционным методом.
55. Определение расстояния до места повреждения в кабеле акустическим методом.
56. Определение расстояния до места повреждения в кабеле методом измерения потенциалов.

4. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1 Основная литература

№ п/п	Наименование
1	Теория надёжности [Текст]: учебник для вузов / Острейковский В. А. - М.: Высш. шк., 2003. - 463 с.: ил.
2	Надёжность, оптимизация и диагностика автоматизированных систем [Текст]: учебник/ М. Л. Хазин. – Урал. гос. горный ун-т. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2017. - 225 с.

4.2 Дополнительная литература

№ п/п	Наименование
3	Надёжность и диагностика систем управления [Текст]: учеб. пособие / Хазин М. Л., Боярских Г. А. - Екатеринбург: УГГГА, 2001. - 170 с.: рис.; табл. - Библиогр.: с. 157-158.
4	Надёжность технических систем [Текст]: учебное пособие / Г. А. Боярских, М. Л. Хазин; Уральская государственная горно-геологическая академия. - Екатеринбург: УГГГА, 2002. - 180 с.: рис., табл. - Библиогр.: с. 162.
5	Надёжность электрических машин [Текст]: учебное пособие / Н. Л. Кузнецов. - М.: Издательский дом МЭИ, 2006. - 432 с.: ил.

5. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ, ВКЛЮЧАЯ ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ

1. Microsoft Windows 8 Professional.
2. Microsoft Office Standard 2013.

Информационные справочные системы

ИПС «КонсультантПлюс».

Базы данных

Scopus: база данных рефератов и цитирования.
https://www.scopus.com/customer/profile/display.uri
E-library: электронная научная библиотека: https://elibrary.ru

МИНОБРНАУКИ РФ
ФГБОУ ВО

«Уральский государственный горный университет»

М. Е. Садовников

ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЕ И ЭЛЕКТРООБОРУДОВАНИЕ ГОРНОГО ПРОИЗВОДСТВА

Методические рекомендации и задания к контрольной работе для студентов специальности 21.05.04 «Горное дело», специализации «Электрификация и автоматизация горного производства»

Екатеринбург

Задание

1. Построить модель заданного преподавателем помещения (сооружения) в программе DIALux и рассчитать для него рабочее освещение.
2. При выполнении работы использовать методику, приведённую в п. 2 [1] и каталоги изготовителей светильников, файлы моделей светильников, приведённые на сайтах их изготовителей.
3. К работе, в обязательном порядке, отчёт должен включать все необходимые расчёты, в качестве приложения, добавить копии каталожных данных по выбираемым светильникам. К отчёту приложить файл-модель DIALux.
4. Отчёт оформить в соответствии с требованиями [2].

Список литературы

1. Электроснабжение и электрооборудование горного производства. Часть 1 [Текст]: учебное пособие / М. Е. Садовников; Уральский гос. горный ун-т. – Екатеринбург: УГГУ, 2016. – 229 с.
2. Садовников М. Е. Единые требования по оформлению текстовых и графических документов на кафедре ЭГП [Текст]: учебно-метод. пособие для студентов очного и заочного обучения / сост.: М. Е. Садовников, А. Л. Карякин, Х. Б. Юнусов; Уральский гос. горный ун-т. - Екатеринбург: УГГУ, 2018. - 31 с.

МИНОБРНАУКИ РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

М. Е. Садовников

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И ЭЛЕКТРОННЫЕ АППАРАТЫ

Методические указания по организации самостоятельной работы для обучающихся специальности 21.05.04 «Горное дело», специализации «Электрификация и автоматизация горного производства»

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

Введение 3
1. Тематический план дисциплины 4
2. Тематика лабораторных, практических работ. 5
3. Теоретические вопросы к экзамену по дисциплине 7
4. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины 8
4.1. Основная литература 8
4.2. Дополнительная литература 9
5. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины. 9
6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем ……9

ВВЕДЕНИЕ

Методические указания по самостоятельной работе студентов (СРС) определяют виды, требования к выполнению и отчетности, рекомендации по выполнению СРС.

Целью методических рекомендаций является повышение эффективности процесса обучения по основной образовательной программе путем правильной организации и выполнения самостоятельной работы.

Самостоятельная работа есть планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская деятельность студентов, осуществляемая, в основном, во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. В настоящих методических указаниях предметом является самостоятельная учебная работа.

Основными видами самостоятельной учебной работы являются:

самовоспроизводящая – самостоятельное прочтение, просмотр, конспектирование учебной литературы и информации Интернет-ресурсов, прослушивание лекций, аудио- и видеоматериалов, заучивание, пересказ, запоминание, повторение учебного материала и др.;

поисковая – подготовка сообщений, докладов, выступлений на семинарских и практических занятиях, подбор литературы по дисциплинарным проблемам и литературы по теме рефератов, контрольных и курсовых работ и др.;

творческая – написание рефератов, выполнение курсового проекта, подготовка выпускной работы (проекта), выполнение специальных заданий и др.

Самостоятельная учебная работа включает в себя:

- подготовку к аудиторным занятиям (лекциям, практическим, семинарским, лабораторным работам и др.) и выполнение соответствующих заданий;
- самостоятельную работу над отдельными темами учебных дисциплин в соответствии с учебно-тематическими планами;
- написание рефератов, докладов, эссе;
- подготовку ко всем видам практики и выполнение предусмотренных ими заданий;
- выполнение письменных контрольных и курсовых работ;
- подготовку ко всем видам контрольных испытаний, в том числе к коллоквиумам, экзаменам и зачетам, тестированию и интернет-тестированию, государственным экзаменам;
- подготовку к итоговой государственной аттестации, в том числе выполнение выпускной квалификационной работы (проекта) или магистерской диссертации;
- другие виды учебной деятельности, организуемой и осуществляемой вузом, факультетом или кафедрой.

Виды заданий для выполнения самостоятельной работы: сообщение или доклад на семинарском занятии, реферат, расчетно-графическая работа, курсовая работа и курсовой проект, выпускная квалификационная работа, магистерская диссертация. Темы заданий для выполнения учебной самостоятельной работы студентов указывает преподаватель.

Методические рекомендации к планированию и выполнению самостоятельной учебной работы

Приступая к изучению учебной дисциплины, следует ознакомиться с рабочей учебной программой или тематическим планом дисциплины (табл. 1), перечнем обязательной и дополнительной учебной, научной и методической литературы (раздел 4), получить в библиотеке рекомендованные учебники и учебно-методические пособия, завести новую тетрадь для конспектирования лекций и работы с первоисточниками.

Вопросы для экзамена, указанные в настоящих методических указаниях (раздел 3), могут быть использованы студентом для углубленного изучения содержания дисциплины. Студент имеет право выбирать дополнительно интересующие его темы для самостоятельной работы.

Студентам должны самостоятельно выполнять индивидуальные письменные задания и упражнения, предлагаемые при подготовке к учебным занятиям.

Серьезная организованная работа по подготовке к семинарским занятиям, написанию письменных работ значительно облегчит подготовку к экзаменам и зачетам. При подготовке к зачету, экзамену студент должен повторить, как правило, ранее изученный материал. В этот период играют большую роль подготовленные заранее записи и конспекты.

Контрольная работа (КР) предназначена для выработки умения дать лаконичный аргументированный полный ответ на вопрос изучаемого курса, снабженный выводами. Как правило, она выполняется студентами, обучающимися по заочной форме обучения. Написание ее требует самостоятельности и ответственного отношения, способности работать с литературой по проблеме, знаний истории и теории вопроса, основных теоретических положений. Успешное выполнение контрольной работы учитывается при выставлении экзаменационной оценки. Объем работы не должен превышать 8-10 страниц печатного или рукописного текста, и содержать титульный лист, основную часть работы, список использованной литературы.

Расчетно-графическая работа (РГР) содержит задание на выполнение законченного инженерного расчета по выбору или проверке узлов или составных частей электротехнических систем в составе электротехнического комплекса.

Термин *реферат* (Р) имеет два смысла, во-первых, это краткое изложение содержания документа или его части, научной работы, включающее основные фактические сведения и выводы, необходимые для первоначального ознакомления с источниками и определения целесообразности обращения к ним и, во-вторых, это вид самостоятельной работы студента, под которым понимается краткое изложение в письменном виде или в форме публичного доклада содержания книги, учения, научного исследования и т.п., другими словами, это доклад на определенную тему, освещающий её вопросы на основе обзора литературы и других источников.

Рефераты в как вид самостоятельной работы студента оцениваются по следующим основным критериями: актуальность содержания, теоретический уровень, глубина и полнота анализа фактов, явлений, проблем, относящихся к теме; информационная насыщенность, новизна, оригинальность изложения вопросов; простота и доходчивость изложения; структурная организованность, логичность, грамматическая правильность и стилистическая выразительность; убедительность, аргументированность, практическая значимость и теоретическая обоснованность предложений и выводов.

Для выполнения самостоятельной работы других видов – курсовой работы и проекта, выпускной квалификационной работы, имеются соответствующие методические указания.

1. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 1 – Тематический план дисциплины

№	Наименование, раздела и темы	Самостоятельная работа, часов		Литература (страницы)
		очная	заочная	
1	Условия эксплуатации электрооборудования на горных предприятиях. Исполнение электрооборудования	6	11	[1] с. 21…45, [3] с. 7...10, 14...23, [5] с. 25...28
2	Уровни напряжения, качество электроэнергии, режимы нейтрали	6	11	[1] с. 45…55, 175...182, [3] с. 10...14, [5] с. 16...20, 39....43,

№	Наименование, раздела и темы	Самостоятельная работа, часов		Литература (страницы)
		очная	заочная	
				[6] с. 53...97
3	Электрооборудование технологических установок горных предприятий	6	11	[1] с. 455...484, [2] с. 215…263, 505...588, [5] с. 305...369, [6] с. 97...107
4	Электрооборудование распределительных сетей горных предприятий	6	11	[1] с. 420...434, 444...455, [2] с. 23...33, 133...142, [3] с. 143…151, [5] с. 207...305, [6] с. 179...220
5	Электрооборудование для управления электроприводами на горных предприятиях	6	11	[1] с. 142...178, [2] с. 23...33, 133...142 [3] с. 143…151
6	Правила выполнения чертежей раздела проекта «Силовое электрооборудование»	6	11	Конспект лекций, ГОСТ 21.614-88, ГОСТ 2.856-75
7	Электрическое освещение	6	11	[1] с. 118...167, [3] с. 23…118, [5] с. 129...171, [6] с. 463...475
8	Расчёт электрических нагрузок и компенсация реактивной мощности	4	11	[1] с. 76...94, [2] с. 369...373, [3] с. 118…137, [6] с. 411...430, РТМ 36.18.32.4-92
9	Выбор числа трансформаторов и трансформаторных подстанций горных предприятий	6	10	[1] с. 411...417, 420...441, [2] с. 55…59, 69...76, 80...86, [3] с. 140...163, [6] с. 251...267
10	Низковольтные распределительные устройства горных предприятий	6	10	[1] с. 23...33, 133...142, [3] с. 163…217, [6] с. 267...281
11	Электрические связи	8	10	[1] с. 369...371, [2] с. 178...215, [4] с. 4...78, [6] с. 286...325
12	Расчёт токов короткого замыкания	6	13	[2] с. 78...137
13	Проверка электрооборудования, электроаппаратов и проводок по действию токов короткого замыкания	6	10	[4] с. 137...149
14	Проектирование мер защиты от поражения человека	5	10	[1] с. 167...249,

№	Наименование, раздела и темы	Самостоятельная работа, часов		Литература (страницы)
		очная	заочная	
	электрическим током на горных предприятиях			[4] с. 149...179, [5] с. 33...129
15	Молниезащита электроустановок горных предприятий	6	10	[6] с. 495...500, СО 153-34.21.122-2003, РД 34.21.122-87
16	Управления электрооборудованием	6	10	[2] с. 94...133, ГОСТ Р МЭК 60204-1-2007

2. ТЕМАТИКА ЛАБОРАТОРНЫХ, ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

Таблица 2 – Перечень лабораторных работ

Номер раздела и темы	Наименование тем лабораторных работ	Трудоёмкость, час	
		очная	заочная
5	Рудничная аппаратура дистанционного управления во взрывозащищённом исполнении *Литература:* [2] с. 94...133, 142...161, 167...175	4	-
11	Изучение силовых кабелей напряжением до 35 кВ включительно *Литература:* [1] с. 369...371, [2] с. 178...215, [4] с. 4...78, [6] с. 286...325	4	-
14	Изучение устройств непрерывного контроля изоляции в сетях напряжением до 1140 В *Литература:* [1] с. 167...207, [5] с. 48...91	4	-
16	Изучение релейно-контакторных схем управления электроприводами. *Литература:* [7] с. 4...25	4	-
Итого:		16	-

Таблица 3 – Перечень практических работ

Номер раздела и темы	Наименование тем практических работ	Трудоёмкость, час	
		очная	заочная
4	Изучение электрооборудования в рудничном нормальном исполнении для распределения электроэнергии в сетях до 1140 В на подземных горных работах *Литература:* РЭ на изучаемую аппаратуру	4	4
10	Изучение аппаратуры ручного управления в рудничном нормальном исполнении *Литература:* [2] с. 133...142, 161...167, РЭ на изучаемую аппаратуру	4	4
10	Изучение электрооборудования дистанционного управления в рудничном нормальном исполнении *Литература:* [2] с. 94...133, 142...161, РЭ на изучаемую аппаратуру	4	4
7	Изучение электрооборудования в рудничном нормальном исполнении для питания ручного электроинструмента и освещения на подземных горных работах *Литература:*	4	-

Номер раздела и темы	Наименование тем практических работ	Трудоёмкость, час	
		очная	заочная
	[1] с. 136...138, [2] с. 167...175, РЭ на изучаемую аппаратуру		
Итого:		16	16

3. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Исполнение электрооборудования (категория размещения, климатическое исполнение).
2. Исполнение электрооборудования (степень защиты от внешних воздействий).
3. Исполнение электрооборудования (рудничное нормальное исполнение).
4. Исполнение электрооборудования (взрывозащищённое исполнение).
5. Режимы нейтрали источников питания электроприёмников, их особенности и области применения на горных предприятиях.
6. Различия режимов нейтрали с точки зрения электро- и пожаробезопасности.
7. Электрооборудование технологических установок горных предприятий на ПГР, ОГР, ОФ и ДСФ (особенности, режимы работы).
8. Электрооборудование распределительных сетей горных предприятий (особенности конструкции электрооборудования для ПГР, ОГР ОФ и ДСФ; защиты, блокировки).
9. Электрооборудование для управления электроприводами на горных предприятиях (особенности конструкции электрооборудования для ПГР, ОГР ОФ и ДСФ; защиты, блокировки).
10. Правила черчения электрических схем.
11. Правила черчения планов расположения электрооборудования и прокладки электрических сетей.
12. Вспомогательные элементы чертежей (спецификации, экспликации, виды, разрезы и т. п.)
13. Выбор источников света и световых приборов.
14. Метод удельной мощности для расчёта освещения.
15. Метод светового потока для расчёта освещения.
16. Точечный метод для расчёта освещения.
17. Резервирование осветительной нагрузки.
18. Как выбирается структура распределительной сети горных предприятий?
19. Особенности расчёта электрических нагрузок на ПГР, ОГР и ОФ и ДСФ.
20. Как производится выбор числа трансформаторов трансформаторных подстанций?
21. Как производится выбор числа трансформаторных подстанций для различных видов горных работ.
22. Виды низковольтных распределительных устройств (НКУ),
23. Как производится выбор автоматических выключателей, включая выбор уставок защит. Особенности выбора автоматических выключателей для разных горных работ.
24. Как производится выбор контакторов и пускателей, особенности выбора данных аппаратов для разных горных работ.
25. Выбор типа, сечения и способа прокладки электрических связей распределительных сетей горных предприятий.
26. Как составляются схемы замещения для расчёта токов КЗ.
27. Как производится расчёт сопротивлений схем замещения.

28. Как выполняется расчёт максимальных токов КЗ.
29. Как учитывается при расчёте максимальных токов КЗ подпитка от электроприёмников.
30. Как выполнить расчёт минимальных токов КЗ.
31. Как производится проверка электрооборудования, электроаппаратов и проводок по действию токов короткого замыкания.
32. Как производится расчёт главного заземляющего устройства?
33. Что такое местные заземлители; как устроены сети заземления внутри зданий, на ПГР и ОГР?
34. Как выполняются заземляющие устройства в грунтах с высоким удельным сопротивлением?
35. Что такое пассивная и активная молниезащита.
36. Общие требования к построению схем управления (защиты, блокировки, принципы построения схем управления).
37. Режимы управления (местный/дистанционный; сблокированный/деблокированный);
38. Маркировка электрических цепей.
39. Требования к цветам и местам размещения органов управления и световой сигнализации.
40. Типовые схемы управления электроприводами.
41. Технологические блокировки и блокировки безопасности. Как обеспечивается местное и дистанционное управление.
42. Как обеспечивается защита от потери управляемости в цепях дистанционного управления электрооборудования для ПГР и ОГР.
43. Как обеспечивается защита цепей управления.

4. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1 Основная литература

№ п/п	Наименование
1	Электрификация горного производства [Текст]: учебник для вузов: В 2-х т. Т.1. / А. В. Ляхомский [и др.]; ред. Л. А. Пучков, Г. Г. Пивняк; Московский государственный горный университет. - М.: МГГУ, 2007.- 511 с.: ил.
2	Электрификация горного производства [Текст]: учебник для вузов: В 2-х т. Т.2. / А. В. Ляхомский [и др.]; ред. Л. А. Пучков, Г. Г. Пивняк; Московский государственный горный университет. - М.: МГГУ, 2007.- 595 с.: ил.
3	Электроснабжение и электрооборудование горного производства. Часть 1 [Текст]: учебное пособие / М. Е. Садовников; Уральский гос. горный ун-т. – Екатеринбург: УГГУ, 2016. – 229 с.
4	Электроснабжение и электрооборудование горного производства. Часть 2 [Текст]: учебное пособие / М. Е. Садовников; Уральский гос. горный ун-т. – Екатеринбург: УГГУ, 2016. – 191 с.

4.2 Дополнительная литература

№ п/п	Наименование
1	Электрооборудование и электроснабжение открытых горных работ [Текст]: учебник для вузов / Н. И. Чеботаев. - М.: Горная книга, 2006. - 474 с.: ил.
2	Электроснабжение промышленных предприятий [Текст]: учебник / Б. И. Кудрин. - М.: Интермет Инжиниринг, 2007. - 672 с.: ил.
3	Садовников М. Е. Контакторы, пускатели, электротепловые реле и предохранители [Текст]: учебн. пособие по дисциплине «Электрические и электронные аппараты» для студентов специальности 140604 - “Электропривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов” (ЭГП) очного и заочного обучения / М.Е. Садовников.- Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2010.- 64 с.
4	Юнусов Х.Б. Электроснабжение: методические указания по выполнению раздела ВКРИ / Х. Б. Юнусов; Уральский государственный горный университет. - 2-е изд., перераб. и доп. - Екатеринбург: УГГУ, 2010. - 36 с.

5. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО - ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Сайт компании DIAL GmbH - http://www.dial.de/DIAL/en/dialux-international-download/russkii.html
Сайт Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии (Росстандарт) - https://www.gost.ru/portal/gost//home/standarts/catalognational
Сайт компании ОАО «ВЭЛАН» - http://velan.ru/
Сайт компании ООО "Производственное предприятие шахтной электроаппаратуры" (ШЭЛА) - http://www.shela71.ru/
Сайт компании «ЕХС» - http://www.oaoex.ru/
Сайт компании Becker Mining Systems http://www.ru.becker-mining.com/ru/products

6. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ, ВКЛЮЧАЯ ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ

Бесплатное свободно распространяемое версия программное обеспечение для расчёта освещения - пакет DIALux.
Microsoft Windows 8 Professional.
Microsoft Office Standard 2013.

Информационные справочные системы

ИПС «КонсультантПлюс».

Базы данных

Scopus: база данных рефератов и цитирования.
https://www.scopus.com/customer/profile/display.uri
E-library: электронная научная библиотека: https://elibrary.ru

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

Б1.О.01 ФИЛОСОФИЯ

Специальность
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль)
Электрификация и автоматизация горного производства

формы обучения: **очная, заочная**

Автор: Гладкова И. В., доцент, канд. филос. н.

Одобрена на заседании кафедры	Рассмотрена методической комиссией
Философии и культурологии	ГМФ
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____	Председатель _____
(подпись)	*(подпись)*
Беляев В.П.	Осипов П. А.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 29.08.2022	Протокол № 1 от 13.09.2022
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
1	Методические рекомендации по работе с текстом лекций	5
2	Методические рекомендации по подготовке к опросу	8
3	Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)	9
4	Методические рекомендации по написанию эссе	11
5	Методические рекомендации по подготовке к семинарским занятиям	14
6	Методические рекомендации по подготовке к дискуссии	15
7	Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	17
	Заключение	20
	Список использованных источников	21

ВВЕДЕНИЕ

Инициативная самостоятельная работа студента есть неотъемлемая составная часть учебы в вузе. В современном формате высшего образования значительно возрастает роль самостоятельной работы студента. Правильно спланированная и организованная самостоятельная работа обеспечивает достижение высоких результатов в учебе.

Самостоятельная работа студента (СРС) - это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия, при сохранении ведущей роли студентов.

Целью СРС является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками по профилю будущей специальности, опытом творческой, исследовательской деятельности, развитие самостоятельности. Ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровней. Самостоятельная работа студента – важнейшая составная часть учебного процесса, обязательная для каждого студента, объем которой определяется учебным планом. Методологическую основу СРС составляет деятельностный подход, при котором цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, т. е. на реальные ситуации, в которых студентам надо проявить знание конкретной дисциплины. Предметно и содержательно СРС определяется государственным образовательным стандартом, действующими учебными планами и образовательными программами различных форм обучения, рабочими программами учебных дисциплин, средствами обеспечения СРС: учебниками, учебными пособиями и методическими руководствами, учебно-программными комплексами и т.д.

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

Самостоятельная работа студента - это особым образом организованная деятельность, включающая в свою структуру такие компоненты, как:

- уяснение цели и поставленной учебной задачи;
- четкое и системное планирование самостоятельной работы;
- поиск необходимой учебной и научной информации;
- освоение информации и ее логическая переработка;

- использование методов исследовательской, научно-исследовательской работы для решения поставленных задач;
- выработка собственной позиции по поводу полученной задачи;
- представление, обоснование и защита полученного решения;
- проведение самоанализа и самоконтроля.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы: аудиторная и внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию: текущие консультации, коллоквиум, прием и разбор домашних заданий и другие.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия: подготовка презентаций, составление глоссария, подготовка к практическим занятиям, подготовка рецензий, аннотаций на статью, подготовка к дискуссиям, круглым столам.

СРС может включать следующие формы работ:

- изучение лекционного материала;
- работа с источниками литературы: поиск, подбор и обзор литературы и электронных источников информации по заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий, выдаваемых на практических занятиях: тестов, докладов, контрольных работ и других форм текущего контроля;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельное изучение; подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к контрольной работе или коллоквиуму;
- подготовка к зачету, экзамену, другим аттестациям;
- написание реферата, эссе по заданной проблем;
- выполнение расчетно-графической работы;
- выполнение выполнение курсовой работы или проекта;
- анализ научной публикации по определенной преподавателем теме, ее реферирование;
- исследовательская работа и участие в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения. Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

Подготовка к самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

.

1. Методические рекомендации по работе с текстом лекций

На лекционных занятиях необходимо конспектировать учебный материал. Обращать внимание на формулировки, определения, раскрывающие содержание тех или иных понятий, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском мастерстве. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента, и помогает усвоить учебный материал.

Желательно оставлять в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений, фиксировать вопросы, вызывающие личный интерес, варианты ответов на них, сомнения, проблемы, спорные положения. Рекомендуется вести записи на одной стороне листа, оставляя вторую сторону для размышлений, разборов, вопросов, ответов на них, для фиксирования деталей темы или связанных с ней фактов, которые припоминаются самим студентом в ходе слушания.

Слушание лекций - сложный вид интеллектуальной деятельности, успех которой обусловлен *умением слушать*, и стремлением воспринимать материал, нужное записывая в тетрадь. Запись лекции помогает сосредоточить внимание на главном, в ходе самой лекции продумать и осмыслить услышанное, осознать план и логику изложения материала преподавателем.

Такая работа нередко вызывает трудности у студентов: некоторые стремятся записывать все дословно, другие пишут отрывочно, хаотично. Чтобы избежать этих ошибок, целесообразно придерживаться ряда правил.

1. После записи ориентирующих и направляющих внимание данных (тема, цель, план лекции, рекомендованная литература) важно попытаться проследить, как они раскрываются в содержании, подкрепляются формулировками, доказательствами, а затем и выводами.

2. Записывать следует основные положения и доказывающие их аргументы, наиболее яркие примеры и факты, поставленные преподавателем вопросы для самостоятельной проработки.

3. Стремиться к четкости записи, ее последовательности, выделяя темы, подтемы, вопросы и подвопросы, используя цифровую и буквенную нумерацию (римские и арабские цифры, большие и малые буквы), красные строки, выделение абзацев, подчеркивание главного и т.д.

Форма записи материала может быть различной - в зависимости от специфики изучаемого предмета. Это может быть стиль учебной программы (назывные предложения), уместны и свои краткие пояснения к записям.

Студентам не следует подробно записывать на лекции «все подряд», но обязательно фиксировать то, что преподаватели диктуют – это базовый конспект, содержащий основные положения лекции: определения, выводы, параметры, критерии, аксиомы, постулаты, парадигмы, концепции, ситуации, а также мысли-маяки (ими часто являются афоризмы, цитаты, остроумные изречения). Запись лекции лучше вести в сжатой форме, короткими и четкими фразами. Каждому студенту полезно выработать свою систему сокращений, в которой он мог бы разобраться легко и безошибочно.

Даже отлично записанная лекция предполагает дальнейшую самостоятельную работу над ней (осмысление ее содержания, логической структуры, выводов). С целью доработки конспекта лекции необходимо в первую очередь прочитать записи, восстановить текст в памяти, а также исправить описки, расшифровать не принятые ранее сокращения, заполнить пропущенные места, понять текст, вникнуть в его смысл. Далее прочитать материал по рекомендуемой литературе, разрешая в ходе чтения возникшие ранее затруднения, вопросы, а также дополняя и исправляя свои записи. В ходе доработки конспекта углубляются, расширяются и закрепляются знания, а также дополняется, исправляется и совершенствуется конспект. Доработанный конспект и

рекомендуемая литература используется при подготовке к практическому занятию. Знание лекционного материала при подготовке к практическому занятию обязательно.

Особенно важно в процессе самостоятельной работы над лекцией выделить новый понятийный аппарат, уяснить суть новых понятий, при необходимости обратиться к словарям и другим источникам, заодно устранив неточности в записях. Главное - вести конспект аккуратно и регулярно, только в этом случае он сможет стать подспорьем в изучении дисциплины.

Работа над лекцией стимулирует самостоятельный поиск ответов на самые различные вопросы: над какими понятиями следует поработать, какие обобщения сделать, какой дополнительный материал привлечь.

Важным средством, направляющим самообразование, является выполнение различных заданий по тексту лекции, например, составление ее развернутого плана или тезисов; ответы на вопросы проблемного характера, (скажем, об основных тенденциях развития той или иной проблемы); составление проверочных тесты по проблеме, написание по ней реферата, составление графических схем.

По своим задачам лекции могут быть разных жанров: *установочная лекция* вводит в изучение курса, предмета, проблем (что и как изучать), а *обобщающая лекция* позволяет подвести итог (зачем изучать), выделить главное, усвоить законы развития знания, преемственности, новаторства, чтобы применить обобщенный позитивный опыт к решению современных практических задач. Обобщающая лекция ориентирует в истории и современном состоянии научной проблемы.

В процессе освоения материалов обобщающих лекций студенты могут выполнять задания разного уровня. Например: задания *репродуктивного* уровня (составить развернутый план обобщающей лекции, составить тезисы по материалам лекции); задания *продуктивного* уровня (ответить на вопросы проблемного характера, составить опорный конспект по схеме, выявить основные тенденции развития проблемы); задания *творческого* уровня (составить проверочные тесты по теме, защитить реферат и графические темы по данной проблеме). Обращение к ранее изученному материалу не только помогает восстановить в памяти известные положения, выводы, но и приводит разрозненные знания в систему, углубляет и расширяет их. Каждый возврат к старому материалу позволяет найти в нем что-то новое, переосмыслить его с иных позиций, определить для него наиболее подходящее место в уже имеющейся системе знаний.

.

2. Методические указания по подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

Письменный опрос

Письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента. При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

Устный опрос

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются для освещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии [1].

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).
8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)[2].

---

[1] Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

[2]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. Объем временина на подготовку к устному опросу зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

3.Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)

Доклад – публичное сообщение по заданной теме, представляющее собой развернутое изложение на определенную тему, вид самостоятельной работы, который используется в учебных и внеаудиторных занятиях и способствует формированию навыков исследовательской работы, освоению методов научного познания, приобретению навыков публичного выступления, расширяет познавательные интересы, приучает критически мыслить.

При подготовке доклада используется дополнительная литература, систематизируется материал. Работа над докладом не только позволяет учащемуся приобрести новые знания, но и способствует формированию важных научно-исследовательских навыков самостоятельной работы с научной литературой, что повышает познавательный интерес к научному познанию.

Приветствуется использование мультимедийных технологий, подготовка докладов-презентаций.

Доклад должен соответствовать следующим требованиям:

- тема доклада должна быть согласованна с преподавателем и соответствовать теме занятия;

- иллюстрации (слайды в презентации) должны быть достаточными, но не чрезмерными;

- материалы, которыми пользуется студент при подготовке доклада-презентации, должны тсоответствовать научно-методическим требованиям ВУЗа и быть указаны в докладе;

- необходимо соблюдать регламент: 7-10 минут выступления.

Преподаватель может дать тему сразу нескольким студентам одной группы, по принципу: докладчик и оппонент. Студенты могут подготовить два выступления с противоположными точками зрения и устроить дискуссию по проблемной теме. Докладчики и содокладчики во многом определяют содержание, стиль, активность данного занятия, для этого необходимо:

- использовать технические средства;
- знать и хорошо ориентироваться в теме всей презентации (семинара);
- уметь дискутировать и быстро отвечать на вопросы;
- четко выполнять установленный регламент: докладчик - 7-10 мин.; содокладчик - 5 мин.; дискуссия - 10 мин;
- иметь представление о композиционной структуре доклада.

После выступления докладчик и содокладчик, должны ответить на вопросы слушателей.

В подготовке доклада выделяют следующие этапы:

1. Определение цели доклада: информировать, объяснить, обсудить что-то (проблему, решение, ситуацию и т. п.)

2. Подбор литературы, иллюстративных примеров.

3. Составление плана доклада, систематизация материала, композиционное оформление доклада в виде печатного /рукописного текста и электронной презентации.

Общая структура доклада

Построение доклада включает три части: вступление, основную часть и заключение.

Вступление.

Вступление должно содержать:

- название презентации (доклада);
- сообщение основной идеи;
- обоснование актуальности обсуждаемого вопроса;

- современную оценку предмета изложения;
- краткое перечисление рассматриваемых вопросов;
- живую интересную форму изложения;
- акцентирование оригинальности подхода.

Основная часть.

Основная часть состоит из нескольких разделов, постепенно раскрывающих тему. Возможно использование иллюстрации (графики, диаграммы, фотографии, карты, рисунки) Если необходимо, для обоснования темы используется ссылка на источники с доказательствами, взятыми из литературы (цитирование авторов, указание цифр, фактов, определений). Изложение материала должно быть связным, последовательным, доказательным.

Задача основной части - представить достаточно данных для того, чтобы слушатели и заинтересовались темой и захотели ознакомиться с материалами. При этом логическая структура теоретического блока не должны даваться без наглядных пособий, аудио-визуальных и визуальных материалов.

Заключение.

Заключение - это ясное четкое обобщение, в котором подводятся итоги, формулируются главные выводы, подчеркивается значение рассмотренной проблемы, предлагаются самые важные практические рекомендации. Требования к оформлению доклада. Объем машинописного текста доклада должен быть рассчитан на произнесение доклада в течение 7 -10 минут (3-5 машинописных листа текста с докладом).

Доклад оценивается по следующим критериям:

Критерии оценки доклада, сообщения	*Количество баллов*
Содержательность, информационная насыщенность доклада	1
Наличие аргументов	1
Наличие выводов	1
Наличие презентации доклада	1
Владение профессиональной лексикой	1
Итого:	5

Электронные презентации выполняются в программе MS PowerPoint в виде слайдов в следующем порядке: • титульный лист с заголовком темы и автором исполнения презентации; • план презентации (5-6 пунктов - это максимум); • основная часть (не более 10 слайдов); • заключение (вывод). Общие требования к стилевому оформлению презентации: • дизайн должен быть простым и лаконичным; • основная цель - читаемость, а не субъективная красота; цветовая гамма должна состоять не более чем из двух-трех цветов; • всегда должно быть два типа слайдов: для титульных и для основного текста; • размер шрифта должен быть: 24–54 пункта (заголовок), 18–36 пунктов (обычный текст); • текст должен быть свернут до ключевых слов и фраз. Полные развернутые предложения на слайдах таких презентаций используются только при цитировании; каждый слайд должен иметь заголовок; • все слайды должны быть выдержаны в одном стиле; • на каждом слайде должно быть не более трех иллюстраций; • слайды должны быть пронумерованы с указанием общего количества слайдов

4. Методические рекомендации по написанию эссе

Эссе - это самостоятельная письменная работа на тему, предложенную преподавателем. Цель эссе состоит в развитии навыков самостоятельного творческого мышления и письменного изложения собственных мыслей. Писать эссе чрезвычайно полезно, поскольку это позволяет автору научиться четко и грамотно формулировать мысли, структурировать информацию, использовать основные категории анализа, выделять причинно-следственные связи, иллюстрировать понятия соответствующими примерами, аргументировать свои выводы; овладеть научным стилем речи.

Эссе должно содержать: четкое изложение сути поставленной проблемы, включать самостоятельно проведенный анализ этой проблемы с использованием концепций и аналитического инструментария, рассматриваемого в рамках дисциплины, выводы, обобщающие авторскую позицию по поставленной проблеме. В зависимости от специфики дисциплины формы эссе могут значительно дифференцироваться. В некоторых случаях это может быть анализ имеющихся статистических данных по изучаемой проблеме, анализ материалов из средств массовой информации и использованием изучаемых моделей, подробный разбор предложенной задачи с развернутыми мнениями, подбор и детальный анализ примеров, иллюстрирующих проблему и т.д.

Построение эссе - это ответ на вопрос или раскрытие темы, которое основано на классической системе доказательств.

Структура эссе

1. *Титульный лист* (заполняется по единой форме);

2. *Введение* - суть и обоснование выбора данной темы, состоит из ряда компонентов, связанных логически и стилистически.

На этом этапе очень важно правильно *сформулировать вопрос, на который вы собираетесь найти ответ в ходе своего исследования.*

3. *Основная часть* - теоретические основы выбранной проблемы и изложение основного вопроса.

Данная часть предполагает развитие аргументации и анализа, а также обоснование их, исходя из имеющихся данных, других аргументов и позиций по этому вопросу. В этом заключается основное содержание эссе и это представляет собой главную трудность. Поэтому важное значение имеют подзаголовки, на основе которых осуществляется структурирование аргументации; именно здесь необходимо обосновать (логически, используя данные или строгие рассуждения) предлагаемую аргументацию/анализ. Там, где это необходимо, в качестве аналитического инструмента можно использовать графики, диаграммы и таблицы.

В зависимости от поставленного вопроса анализ проводится на основе следующих категорий:

Причина - следствие, общее - особенное, форма - содержание, часть - целое, постоянство - изменчивость.

В процессе построения эссе необходимо помнить, что один параграф должен содержать только одно утверждение и соответствующее доказательство, подкрепленное графическим и иллюстративным материалом. Следовательно, наполняя содержанием разделы аргументацией (соответствующей подзаголовкам), необходимо в пределах параграфа ограничить себя рассмотрением одной главной мысли.

Хорошо проверенный (и для большинства — совершено необходимый) способ построения любого эссе - использование подзаголовков для обозначения ключевых моментов аргументированного изложения: это помогает посмотреть на то, что предполагается сделать (и ответить на вопрос, хорош ли замысел). Такой подход поможет следовать точно определенной цели в данном исследовании. Эффективное использование подзаголовков - не только обозначение основных пунктов, которые необходимо осветить.

Их последовательность может также свидетельствовать о наличии или отсутствии логичности в освещении темы.

4. *Заключение* - обобщения и аргументированные выводы по теме с указанием области ее применения и т.д. Подытоживает эссе или еще раз вносит пояснения, подкрепляет смысл и значение изложенного в основной части. Методы, рекомендуемые для составления заключения: повторение, иллюстрация, цитата, впечатляющее утверждение. Заключение может содержать такой очень важный, дополняющий эссе элемент, как указание на применение (импликацию) исследования, не исключая взаимосвязи с другими проблемами.

Структура аппарата доказательств, необходимых для написания эссе

Доказательство - это совокупность логических приемов обоснования истинности какого-либо суждения с помощью других истинных и связанных с ним суждений. Оно связано с убеждением, но не тождественно ему: аргументация или доказательство должны основываться на данных науки и общественно-исторической практики, убеждения же могут быть основаны на предрассудках, неосведомленности людей в вопросах экономики и политики, видимости доказательности. Другими словами, доказательство или аргументация - это рассуждение, использующее факты, истинные суждения, научные данные и убеждающее нас в истинности того, о чем идет речь.

Структура любого доказательства включает в себя три составляющие: тезис, аргументы и выводы или оценочные суждения.

Тезис - это положение (суждение), которое требуется доказать. *Аргументы* - это категории, которыми пользуются при доказательстве истинности тезиса. *Вывод* - это мнение, основанное на анализе фактов. *Оценочные суждения* - это мнения, основанные на наших убеждениях, верованиях или взглядах. *Аргументы* обычно делятся на следующие группы:

1. *Удостоверенные факты* — фактический материал (или статистические данные).
2. *Определения* в процессе аргументации используются как описание понятий, связанных с тезисом.
3. *Законы* науки и ранее доказанные теоремы тоже могут использоваться как аргументы доказательства.

Требования к фактическим данным и другим источникам

При написании эссе чрезвычайно важно то, как используются эмпирические данные и другие источники (особенно качество чтения). Все (фактические) данные соотносятся с конкретным временем и местом, поэтому прежде, чем их использовать, необходимо убедится в том, что они соответствуют необходимому для исследований времени и месту. Соответствующая спецификация данных по времени и месту — один из способов, который может предотвратить чрезмерное обобщение, результатом которого может, например, стать предположение о том, что все страны по некоторым важным аспектам одинаковы (если вы так полагаете, тогда это должно быть доказано, а не быть голословным утверждением).

Всегда можно избежать чрезмерного обобщения, если помнить, что в рамках эссе используемые данные являются иллюстративным материалом, а не заключительным актом, т.е. они подтверждают аргументы и рассуждения и свидетельствуют о том, что автор умеет использовать данные должным образом. Нельзя забывать также, что данные, касающиеся спорных вопросов, всегда подвергаются сомнению. От автора не ждут определенного или окончательного ответа. Необходимо понять сущность фактического материала, связанного с этим вопросом (соответствующие индикаторы? насколько надежны данные для построения таких индикаторов? к какому заключению можно прийти на основании имеющихся данных и индикаторов относительно причин и следствий? и т.д.), и продемонстрировать это в эссе. Нельзя ссылаться на работы, которые автор эссе не читал сам.

Как подготовить и написать эссе?

Качество любого эссе зависит от трех взаимосвязанных составляющих, таких как:

1. Исходный материал, который будет использован (конспекты прочитанной литературы, лекций, записи результатов дискуссий, собственные соображения и накопленный опыт по данной проблеме).

2. Качество обработки имеющегося исходного материала (его организация, аргументация и доводы).

3. Аргументация (насколько точно она соотносится с поднятыми в эссе проблемами).

Процесс написания эссе можно разбить на несколько стадий: обдумывание - планирование - написание - проверка - правка.

Планирование - определение цели, основных идей, источников информации, сроков окончания и представления работы.

Цель должна определять действия.

Идеи, как и цели, могут быть конкретными и общими, более абстрактными. Мысли, чувства, взгляды и представления могут быть выражены в форме аналогий, ассоциации, предположений, рассуждений, суждений, аргументов, доводов и т.д.

Аналогии - выявление идеи и создание представлений, связь элементов значений.

Ассоциации - отражение взаимосвязей предметов и явлений действительности в форме закономерной связи между нервно - психическими явлениями (в ответ на тот или иной словесный стимул выдать «первую пришедшую в голову» реакцию).

Предположения - утверждение, не подтвержденное никакими доказательствами.

Рассуждения - формулировка и доказательство мнений.

Аргументация - ряд связанных между собой суждений, которые высказываются для того, чтобы убедить читателя (слушателя) в верности (истинности) тезиса, точки зрения, позиции.

Суждение - фраза или предложение, для которого имеет смысл вопрос: истинно или ложно?

Доводы - обоснование того, что заключение верно абсолютно или с какой-либо долей вероятности. В качестве доводов используются факты, ссылки на авторитеты, заведомо истинные суждения (законы, аксиомы и т.п.), доказательства (прямые, косвенные, «от противного», «методом исключения») и т.д.

Перечень, который получится в результате перечисления идей, поможет определить, какие из них нуждаются в особенной аргументации.

*Источники***.** Тема эссе подскажет, где искать нужный материал. Обычно пользуются библиотекой, Интернет-ресурсами, словарями, справочниками. Пересмотр означает редактирование текста с ориентацией на качество и эффективность.

Качество текста складывается из четырех основных компонентов: ясности мысли, внятности, грамотности и корректности.

Мысль - это содержание написанного. Необходимо четко и ясно формулировать идеи, которые хотите выразить, в противном случае вам не удастся донести эти идеи и сведения до окружающих.

Внятность - это доступность текста для понимания. Легче всего ее можно достичь, пользуясь логично и последовательно тщательно выбранными словами, фразами и взаимосвязанными абзацами, раскрывающими тему.

Грамотность отражает соблюдение норм грамматики и правописания. Если в чем-то сомневаетесь, загляните в учебник, справьтесь в словаре или руководстве по стилистике или дайте прочитать написанное человеку, чья манера писать вам нравится.

Корректность — это стиль написанного. Стиль определятся жанром, структурой работы, целями, которые ставит перед собой пишущий, читателями, к которым он обращается.

5. Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой *дискуссию* в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие подведением итогоа обсуждения, заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия, демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Готовясь к конкретной теме занятия следует ознакомиться с новыми официальными документами, статьями в периодических журналах, вновь вышедшими монографиями.

6. Методические рекомендации по подготовке к дискуссии

Современная практика предлагает широкий круг типов семинарских занятий. Среди них особое место занимает *семинар-дискуссия,* где в диалоге хорошо усваивается новая информация, видны убеждения студента, обсуждаются противоречия (явные и скрытые) и недостатки. Для обсуждения берутся конкретные актуальные вопросы, с которыми студенты предварительно ознакомлены. Дискуссия является одной из наиболее эффективных технологий группового взаимодействия, обладающей особыми возможностями в обучении, развитии и воспитании будущего специалиста.

Дискуссия (от лат. discussio - рассмотрение, исследование) - способ организации совместной деятельности с целью интенсификации процесса принятия решений в группе посредством обсуждения какого-либо вопроса или проблемы.

Дискуссия обеспечивает активное включение студентов в поиск истины; создает условия для открытого выражения ими своих мыслей, позиций, отношений к обсуждаемой теме и обладает особой возможностью воздействия на установки ее участников в процессе группового взаимодействия. Дискуссию можно рассматривать как *метод интерактивного обучения* и как особую технологию, включающую в себя другие методы и приемы обучения: «мозговой штурм», «анализ ситуаций» и т.д.

Обучающий эффект дискуссии определяется предоставляемой участнику возможностью получить разнообразную информацию от собеседников, продемонстрировать и повысить свою компетентность, проверить и уточнить свои представления и взгляды на обсуждаемую проблему, применить имеющиеся знания в процессе совместного решения учебных и профессиональных задач.

Развивающая функция дискуссии связана со стимулированием творчества обучающихся, развитием их способности к анализу информации и аргументированному, логически выстроенному доказательству своих идей и взглядов, с повышением коммуникативной активности студентов, их эмоциональной включенности в учебный процесс.

Влияние дискуссии на личностное становление студента обусловливается ее целостно - ориентирующей направленностью, созданием благоприятных условий для проявления индивидуальности, самоопределения в существующих точках зрения на определенную проблему, выбора своей позиции; для формирования умения взаимодействовать с другими, слушать и слышать окружающих, уважать чужие убеждения, принимать оппонента, находить точки соприкосновения, соотносить и согласовывать свою позицию с позициями других участников обсуждения.

Безусловно, наличие оппонентов, противоположных точек зрения всегда обостряет дискуссию, повышает ее продуктивность, позволяет создавать с их помощью конструктивный конфликт для более эффективного решения обсуждаемых проблем.

Существует несколько видов дискуссий, использование того или иного типа дискуссии зависит от характера обсуждаемой проблемы и целей дискуссии.

Дискуссия- диалог чаще всего применяется для совместного обсуждения учебных и производственных проблем, решение которых может быть достигнуто путем взаимодополнения, группового взаимодействия по принципу «индивидуальных вкладов» или на основе согласования различных точек зрения, достижения консенсуса.

Дискуссия - спор используется для всестороннего рассмотрения сложных проблем, не имеющих однозначного решения даже в науке, социальной, политической жизни, производственной практике и т.д. Она построена на принципе «позиционного противостояния» и ее цель - не столько решить проблему, сколько побудить участников дискуссии задуматься над проблемой, уточнить и определить свою позицию; научить аргументировано отстаивать свою точку зрения и в то же время осознать право других иметь свой взгляд на эту проблему, быть индивидуальностью.

Условия эффективного проведения дискуссии:

- информированность и подготовленность студентов к дискуссии,

- свободное владение материалом, привлечение различных источников для аргументации отстаиваемых положений;

- правильное употребление понятий, используемых в дискуссии, их единообразное понимание;

- корректность поведения, недопустимость высказываний, задевающих личность оппонента; установление регламента выступления участников;

- полная включенность группы в дискуссию, участие каждого студента в ней.

Подготовка студентов к дискуссии: если тема объявлена заранее, то следует ознакомиться с указанной литературой, необходимыми справочными материалами, продумать свою позицию, четко сформулировать аргументацию, выписать цитаты, мнения специалистов.

В проведении дискуссии выделяется несколько этапов.

Этап 1-й, введение в дискуссию: формулирование проблемы и целей дискуссии;

определение значимости проблемы, совместная выработка правил дискуссии; выяснение однозначности понимания темы дискуссии, используемых в ней терминов, понятий.

Этап 2-й, обсуждение проблемы: обмен участниками мнениями по каждому вопросу. Цель этапа - собрать максимум мнений, идей, предложений, соотнося их друг с другом.

Этап 3-й, подведение итогов обсуждения: выработка студентами согласованного мнения и принятие группового решения.

Далее подводятся итоги дискуссии, заслушиваются и защищаются проектные задания. После этого проводится "мозговой штурм" по нерешенным проблемам дискуссии, а также выявляются прикладные аспекты, которые можно рекомендовать для включения в курсовые и дипломные работы или в апробацию на практике.

Семинары-дискуссии проводятся с целью выявления мнения студентов по актуальным и проблемным вопросам.

7. Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

Экзамен - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неусвоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь

на то, что это не попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала. кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неутомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины. Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или и учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На

консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальный сон, иначе в день экзамена не будет чувства бодрости и уверенности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

1) систематическая самостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;

2) добросовестное выполнение заданий;

3) выяснение и уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;

4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями в области управления персоналом;

6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам для *HR*;

7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам управления персоналом.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально - ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

2. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

3. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности (на материале немецкого языка): Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому
комплексу _____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

Б1.О.02.01 ВСЕОБЩАЯ ИСТОРИЯ

Специальность
21.05.04 Горное дело

специализация
Электрификация и автоматизация горного производства

форма обучения: очная, заочная

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
1	Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий	4
2	Методические указания по подготовке к опросу	8
3	Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям	9
4	Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям	10
5	Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	11
	Заключение	14
	Список использованных источников	15

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

Подразумевается несколько категорий видов самостоятельной работы студентов, значительная часть которых нашла отражения в данных методических рекомендациях:

- работа с источниками литературы и официальными документами (*использование библиотечно-информационной системы*);
- выполнение заданий для самостоятельной работы в рамках учебных дисциплин (*рефераты, эссе, домашние задания, решения практико-ориентированных заданий*);

- реализация элементов научно-педагогической практики (*разработка методических материалов, тестов, тематических портфолио*);
- реализация элементов научно-исследовательской практики (*подготовка текстов докладов, участие в исследованиях*).

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентовonline и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

1. Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий

Практико-ориентированные задания - метод анализа ситуаций. Суть его заключается в том, что студентам предлагают осмыслить реальную жизненную ситуацию, описание которой одновременно отражает не только какую-либо практическую проблему, но и актуализирует определенный комплекс знаний, который необходимо усвоить при разрешении данной проблемы. При этом сама проблема не имеет однозначных решений.

Использование метода практико-ориентированного задания как образовательной технологии профессионально-ориентированного обучения представляет собой сложный процесс, плохо поддающийся алгоритмизации[1]. Формально можно выделить следующие этапы:

- ознакомление студентовс текстом;
- анализ практико-ориентированного задания;
- организация обсуждения практико-ориентированного задания, дискуссии, презентации;
- оценивание участников дискуссии;
- подведение итогов дискуссии.

Ознакомление студентов с текстом практико-ориентированного задания и последующий анализ практико-ориентированного задания чаще всего осуществляются за несколько дней до его обсуждения и реализуются как самостоятельная работа студентов; при этом время, отводимое на подготовку, определяется видом практико-ориентированного задания, его объемом и сложностью.

Общая схема работы с практико-ориентированное заданием на данном этапе может быть представлена следующим образом: в первую очередь следует выявить ключевые проблемы практико-ориентированного задания и понять, какие именно из представленных данных важны для решения; войти в ситуационный контекст практико-ориентированного задания, определить, кто его главные действующие лица, отобрать факты и понятия,

[1] Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

необходимые для анализа, понять, какие трудности могут возникнуть при решении задачи; следующим этапом является выбор метода исследования.

Знакомство с небольшими практико-ориентированного заданиями и их обсуждение может быть организовано непосредственно на занятиях. Принципиально важным в этом случае является то, чтобы часть теоретического курса, на которой базируется практико-ориентированное задание, была бы прочитана и проработана студентами.

Максимальная польза из работы над практико-ориентированного заданиями будет извлечена в том случае, если аспиранты при предварительном знакомстве с ними будут придерживаться систематического подхода к их анализу, основные шаги которого представлены ниже:

1. Выпишите из соответствующих разделов учебной дисциплины ключевые идеи, для того, чтобы освежить в памяти теоретические концепции и подходы, которые Вам предстоит использовать при анализе практико-ориентированного задания.
2. Бегло прочтите практико-ориентированное задание, чтобы составить о нем общее представление.
3. Внимательно прочтите вопросы к практико-ориентированное задание и убедитесь в том, что Вы хорошо поняли, что Вас просят сделать.
4. Вновь прочтите текст практико-ориентированного задания, внимательно фиксируя все факторы или проблемы, имеющие отношение к поставленным вопросам.
5. Прикиньте, какие идеи и концепции соотносятся с проблемами, которые Вам предлагается рассмотреть при работе с практико-ориентированное заданием.

Организация обсуждения практико-ориентированного задания предполагает формулирование перед студентами вопросов, включение их в дискуссию. Вопросы обычно подготавливают заранее и предлагают студентам вместе с текстом практико-ориентированного задания. При разборе учебной ситуации преподаватель может занимать активную или пассивную позицию, иногда он «дирижирует» разбором, а иногда ограничивается подведением итогов дискуссии.

Организация обсуждения практико-ориентированных заданий обычно основывается на двух методах. Первый из них носит название традиционного Гарвардского метода - открытая дискуссия. Альтернативным методом является метод, связанный с индивидуальным или групповым опросом, в ходе которого аспиранты делают формальную устную оценку ситуации и предлагают анализ представленного практико-ориентированного задания, свои решения и рекомендации, т.е. делают презентацию. Этот метод позволяет некоторым студентам минимизировать их учебные усилия, поскольку каждый аспирант опрашивается один- два раза за занятие. Метод развивает у студентов коммуникативные навыки, учит их четко выражать свои мысли. Однако, этот метод менее динамичен, чем Гарвардский метод. В открытой дискуссии организация и контроль участников более сложен.

Дискуссия занимает центральное место в методе. Ее целесообразно использовать в том случае, когда аспиранты обладают значительной степенью зрелости и самостоятельности мышления, умеют аргументировать, доказывать и обосновывать свою точку зрения. Важнейшей характеристикой дискуссии является уровень ее компетентности, который складывается из компетентности ее участников. Неподготовленность студентов к дискуссии делает ее формальной, превращает в процесс вытаскивания ими информации у преподавателя, а не самостоятельное ее добывание.

Особое место в организации дискуссии при обсуждении и анализе практико-ориентированного задания принадлежит использованию метода генерации идей, получившего название «мозговой атаки» или «мозгового штурма».

Метод «мозговой атаки» или «мозгового штурма» был предложен в 30-х годах прошлого столетия А. Осборном как групповой метод решения проблем. К концу XX столетия этот метод приобрел особую популярность в практике управления и обучения не только как самостоятельный метод, но и как использование в процессе деятельности с целью усиления ее продуктивности. В процессе обучения «мозговая атака» выступает в

качестве важнейшего средства развития творческой активности студентов. «Мозговая атака» включает в себя три фазы.

Первая фаза представляет собой вхождение в психологическую раскованность, отказ от стереотипности, страха показаться смешным и неудачником; достигается созданием благоприятной психологической обстановки и взаимного доверия, когда идеи теряют авторство, становятся общими. Основная задача этой фазы - успокоиться и расковаться.

Вторая фаза - это собственно атака; задача этой фазы - породить поток, лавину идей. «Мозговая атака» в этой фазе осуществляется по следующим принципам:

- есть идея, - говорю, нет идеи, - не молчу;
- поощряется самое необузданное ассоциирование, чем более дикой покажется идея, тем лучше;
- количество предложенных идей должно быть как можно большим;
- высказанные идеи разрешается заимствовать и как угодно комбинировать, а также видоизменять и улучшать;
- исключается критика, можно высказывать любые мысли без боязни, что их признают плохими, критикующих лишают слова;
- не имеют никакого значения социальные статусы участников; это абсолютная демократия и одновременно авторитаризм сумасшедшей идеи;
- все идеи записываются в протокольный список идей;
- время высказываний - не более 1-2 минут.

Третья фаза представляет собой творческий анализ идей с целью поиска конструктивного решения проблемы по следующим правилам:

- анализировать все идеи без дискриминации какой-либо из них;
- найти место идее в системе и найти систему под идею;
- не умножать сущностей без надобности;
- не должна нарушаться красота и изящество полученного результата;
- должно быть принципиально новое видение;
- ищи «жемчужину в навозе».

В методе мозговая атака применяется при возникновении у группы реальных затруднений в осмыслении ситуации, является средством повышения активности студентов. В этом смысле мозговая атака представляется не как инструмент поиска новых решений, хотя и такая ее роль не исключена, а как своеобразное «подталкивание» к познавательной активности.

Презентация, или представление результатов анализа практико-ориентированного задания, выступает очень важным аспектом метода ***case-study***. Умение публично представить интеллектуальный продукт, хорошо его рекламировать, показать его достоинства и возможные направления эффективного использования, а также выстоять под шквалом критики, является очень ценным интегральным качеством современного специалиста. Презентация оттачивает многие глубинные качества личности: волю, убежденность, целенаправленность, достоинство и т.п.; она вырабатывает навыки публичного общения, формирования своего собственного имиджа.

Публичная (устная) презентация предполагает представление решений практико-ориентированного задания группе, она максимально вырабатывает навыки публичной деятельности и участия в дискуссии. Устная презентация обладает свойством кратковременного воздействия на студентов и, поэтому, трудна для восприятия и запоминания. Степень подготовленности выступающего проявляется в спровоцированной им дискуссии: для этого необязательно делать все заявления очевидными и неопровержимыми. Такая подача материала при анализе практико-ориентированного задания может послужить началом дискуссии. При устной презентации необходимо учитывать эмоциональный настрой выступающего: отношение и эмоции говорящего вносят существенный вклад в сообщение. Одним из преимуществ публичной (устной) презентации является ее гибкость. Оратор может откликаться на изменения окружающей обстановки, адаптировать свой стиль и материал, чувствуя настроение аудитории.

Непубличная презентация менее эффектна, но обучающая роль ее весьма велика. Чаще всего непубличная презентация выступает в виде подготовки отчета по выполнению задания, при этом стимулируются такие качества, как умение подготовить текст, точно и аккуратно составить отчет, не допустить ошибки в расчетах и т.д. Подготовка письменного анализа практико-ориентированного задания аналогична подготовке устного, с той разницей, что письменные отчеты-презентации обычно более структурированы и детализированы. Основное правило письменного анализа практико-ориентированного задания заключается в том, чтобы избегать простого повторения информации из текста, информация должна быть представлена в переработанном виде. Самым важным при этом является собственный анализ представленного материала, его соответствующая интерпретация и сделанные предложения. Письменный отчет - презентация может сдаваться по истечении некоторого времени после устной презентации, что позволяет студентам более тщательно проанализировать всю информацию, полученную в ходе дискуссии.

Как письменная, так и устная презентация результатов анализа практико-ориентированного задания может быть групповая и индивидуальная. Отчет может быть индивидуальным или групповым в зависимости от сложности и объема задания. Индивидуальная презентация формирует ответственность, собранность, волю; групповая - аналитические способности, умение обобщать материал, системно видеть проект.

Оценивание участников дискуссии является важнейшей проблемой обучения посредством метода практико-ориентированного задания. При этом выделяются следующие требования к оцениванию:

- объективность - создание условий, в которых бы максимально точно выявлялись знания обучаемых, предъявление к ним единых требований, справедливое отношение к каждому;
- обоснованность оценок - их аргументация;
- систематичность - важнейший психологический фактор, организующий и дисциплинирующий студентов, формирующий настойчивость и устремленность в достижении цели;
- всесторонность и оптимальность.

Оценивание участников дискуссии предполагает оценивание не столько набора определенных знаний, сколько умения студентов анализировать конкретную ситуацию, принимать решение, логически мыслить.

Следует отметить, что оценивается содержательная активность студента в дискуссии или публичной (устной) презентации, которая включает в себя следующие составляющие:

- выступление, которое характеризует попытку серьезного предварительного
- анализа (правильность предложений, подготовленность,
- аргументированность и т.д.);
- обращение внимания на определенный круг вопросов, которые требуют углубленного обсуждения;
- владение категориальным аппаратом, стремление давать определения, выявлять содержание понятий;
- демонстрация умения логически мыслить, если точки зрения, высказанные раньше, подытоживаются и приводят к логическим выводам;
- предложение альтернатив, которые раньше оставались без внимания;
- предложение определенного плана действий или плана воплощения решения;
- определение существенных элементов, которые должны учитываться при анализе практико-ориентированного задания;
- заметное участие в обработке количественных данных, проведении расчетов;
- подведение итогов обсуждения.

При оценивании анализа практико-ориентированного задания, данного студентами при непубличной (письменной) презентации учитывается:

- формулировка и анализ большинства проблем, имеющихся в практико-ориентированное задание;
- формулировка собственных выводов на основании информации о практико-ориентированное задание, которые отличаются от выводов других студентов;
- демонстрация адекватных аналитических методов для обработки информации;
- соответствие приведенных в итоге анализа аргументов ранее выявленным проблемам, сделанным выводам, оценкам и использованным аналитическим метода

2. Методические указанияпо подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

Письменный опрос

В соответствии с технологической картой письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента по данной дисциплине. При подготовке к письменному опросу студент должен внимательно изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

Устный опрос

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются дляосвещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии[2].

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубинаответа.
3. Сознательность ответа(учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложенияматериала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).

[2]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).
8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)[3].

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. В среднем, подготовка к устному опросу по одному семинарскому занятию занимает от 2 до 4 часов в зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

3.Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

На практических занятиях необходимо стремиться к самостоятельному решению задач, находя для этого более эффективные методы. При этом студентам надо приучить себя доводить решения задач до конечного «идеального» ответа. Это очень важно для будущих специалистов. Практические занятия вырабатывают навыки самостоятельной творческой работы, развивают мыслительные способности.

Практическое занятие – активная форма учебного процесса, дополняющая теоретический курс или лекционную часть учебной дисциплины и призванная помощь обучающимся освоиться в «пространстве» (тематике) дисциплины, самостоятельно прооперировать теоретическими знаниями на конкретном учебном материале.

Продолжительность одного практического занятия – от 2 до 4 академических часов. Общая доля практических занятий в учебном времени на дисциплину – от 10 до 20 процентов (при условии, что все активные формы займут в учебном времени на дисциплину от 40 до 60 процентов).

Для практического занятия в качестве темы выбирается обычно такая учебная задача, которая предполагает не существенные эвристические и аналитические напряжения и продвижения, а потребность обучающегося «потрогать» материал, опознать в конкретном то общее, о чем говорилось в лекции. Например, при рассмотрении вопросов оплаты труда, мотивации труда и проблем безработицы в России имеет смысл провести практические занятия со следующими сюжетами заданий: «Расчет заработной платы работников предприятия». «Разработка механизма мотивации труда на предприятии N». «В чем причины и особенности безработицы в России?». Последняя тема предполагает уже некоторую аналитическую составляющую. Основная задача первой из этих тем - самим посчитать заработную плату для различных групп работников на примере заданных параметров для конкретного предприятия, т. е. сделать расчеты «как на практике»; второй – дать собственный вариант мотивационной политики для предприятия, учитывая особенности данного объекта, отрасли и т.д.; третьей – опираясь на теоретические знания в области проблем занятости и безработицы, а также статистические материалы, сделать

[3]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

авторские выводы о видах безработицы, характерных для России, и их причинах, а также предложить меры по минимизации безработицы.

Перед проведением занятия должен быть подготовлен специальный материал – тот объект, которым обучающиеся станут оперировать, активизируя свои теоретические (общие) знания и тем самым, приобретая навыки выработки уверенных суждений и осуществления конкретных действий.

Дополнительный материал для практического занятия лучше получить у преподавателя заранее, чтобы у студентов была возможность просмотреть его и подготовить вопросы.

Условия должны быть такими, чтобы каждый мог работать самостоятельно от начала до конца. В аудитории должны быть «под рукой» необходимые справочники и тексты законов и нормативных актов по тематике занятия. Чтобы сделать практическое занятие максимально эффективным, надо заранее подготовить и изучить материал по наиболее интересным и практически важным темам.

Особенности практического занятия с использованием компьютера

Для того чтобы повысить эффективность проведения практического занятия, может использоваться компьютер по следующим направлениям:

- поиск информации в Интернете по поставленной проблеме: в этом случае преподаватель представляет обучающимся перечень рекомендуемых для посещения Интернет-сайтов;
- использование прикладных обучающих программ;
- выполнение заданий с использованием обучающимися заранее установленных преподавателем программ;
- использование программного обеспечения при проведении занятий, связанных с моделированием социально-экономических процессов.

4.Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой дискуссию в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной

дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия (от доски смелом до самых современных технических средств), демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Во время лекций, связанных с темой семинарского занятия, следует обращать внимание на то, что необходимо дополнительно изучить при подготовке к семинару (новые официальные документы, статьи в периодических журналах, вновь вышедшие монографии и т.д.).

5.Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

Экзамен - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения

воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неусвоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь на то, что это не попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала. кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неутомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины, Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или и учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальным сон. Подготовка к экзамену не должна идти в ущерб сну, иначе в день экзамена не будет чувства свежести и бодрости, необходимых для хороших ответов. Вечер накануне экзамена рекомендуем закончить небольшой прогулкой.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;

- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

1) систематическая самостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;

2) добросовестное выполнение заданий;

3) выяснение и уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;

4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями в области управления персоналом;

6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам для *HR*;

7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам управления персоналом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брандес М. П. Немецкий язык. Переводческое реферирование: практикум. М.: КДУ, 2008. – 368с.

2. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

3. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

4. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности: Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.

5. Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа:http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому
комплексу _____С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

Б1.О.02.02 ИСТОРИЯ РОССИИ

специальность
21.05.04 Горное дело

специализация
Электрификация и автоматизация горного производства

форма обучения: очная, заочная

Автор: Железникова А.В.

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
1	Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий	4
2	Методические указания по подготовке к опросу	8
3	Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям	9
4	Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям	10
5	Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	11
	Заключение	14
	Список использованных источников	15

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

Подразумевается несколько категорий видов самостоятельной работы студентов, значительная часть которых нашла отражения в данных методических рекомендациях:

- работа с источниками литературы и официальными документами (*использование библиотечно-информационной системы*);
- выполнение заданий для самостоятельной работы в рамках учебных дисциплин (*рефераты, эссе, домашние задания, решения практико-ориентированных заданий*);

- реализация элементов научно-педагогической практики (*разработка методических материалов, тестов, тематических портфолио*);
- реализация элементов научно-исследовательской практики (*подготовка текстов докладов, участие в исследованиях*).

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентовonline и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

1. Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий

Практико-ориентированные задания - метод анализа ситуаций. Суть его заключается в том, что студентам предлагают осмыслить реальную жизненную ситуацию, описание которой одновременно отражает не только какую-либо практическую проблему, но и актуализирует определенный комплекс знаний, который необходимо усвоить при разрешении данной проблемы. При этом сама проблема не имеет однозначных решений.

Использование метода практико-ориентированного задания как образовательной технологии профессионально-ориентированного обучения представляет собой сложный процесс, плохо поддающийся алгоритмизации[1]. Формально можно выделить следующие этапы:

- ознакомление студентовс текстом;
- анализ практико-ориентированного задания;
- организация обсуждения практико-ориентированного задания, дискуссии, презентации;
- оценивание участников дискуссии;
- подведение итогов дискуссии.

Ознакомление студентов с текстом практико-ориентированного задания и последующий анализ практико-ориентированного задания чаще всего осуществляются за несколько дней до его обсуждения и реализуются как самостоятельная работа студентов; при этом время, отводимое на подготовку, определяется видом практико-ориентированного задания, его объемом и сложностью.

Общая схема работы с практико-ориентированное заданием на данном этапе может быть представлена следующим образом: в первую очередь следует выявить ключевые проблемы практико-ориентированного задания и понять, какие именно из представленных данных важны для решения; войти в ситуационный контекст практико-ориентированного задания, определить, кто его главные действующие лица, отобрать факты и понятия,

[1] Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

необходимые для анализа, понять, какие трудности могут возникнуть при решении задачи; следующим этапом является выбор метода исследования.

Знакомство с небольшими практико-ориентированного заданиями и их обсуждение может быть организовано непосредственно на занятиях. Принципиально важным в этом случае является то, чтобы часть теоретического курса, на которой базируется практико-ориентированное задание, была бы прочитана и проработана студентами.

Максимальная польза из работы над практико-ориентированного заданиями будет извлечена в том случае, если аспиранты при предварительном знакомстве с ними будут придерживаться систематического подхода к их анализу, основные шаги которого представлены ниже:

1. Выпишите из соответствующих разделов учебной дисциплины ключевые идеи, для того, чтобы освежить в памяти теоретические концепции и подходы, которые Вам предстоит использовать при анализе практико-ориентированного задания.
2. Бегло прочтите практико-ориентированное задание, чтобы составить о нем общее представление.
3. Внимательно прочтите вопросы к практико-ориентированное задание и убедитесь в том, что Вы хорошо поняли, что Вас просят сделать.
4. Вновь прочтите текст практико-ориентированного задания, внимательно фиксируя все факторы или проблемы, имеющие отношение к поставленным вопросам.
5. Прикиньте, какие идеи и концепции соотносятся с проблемами, которые Вам предлагается рассмотреть при работе с практико-ориентированное заданием.

Организация обсуждения практико-ориентированного задания предполагает формулирование перед студентами вопросов, включение их в дискуссию. Вопросы обычно подготавливают заранее и предлагают студентам вместе с текстом практико-ориентированного задания. При разборе учебной ситуации преподаватель может занимать активную или пассивную позицию, иногда он «дирижирует» разбором, а иногда ограничивается подведением итогов дискуссии.

Организация обсуждения практико-ориентированных заданий обычно основывается на двух методах. Первый из них носит название традиционного Гарвардского метода - открытая дискуссия. Альтернативным методом является метод, связанный с индивидуальным или групповым опросом, в ходе которого аспиранты делают формальную устную оценку ситуации и предлагают анализ представленного практико-ориентированного задания, свои решения и рекомендации, т.е. делают презентацию. Этот метод позволяет некоторым студентам минимизировать их учебные усилия, поскольку каждый аспирант опрашивается один- два раза за занятие. Метод развивает у студентов коммуникативные навыки, учит их четко выражать свои мысли. Однако, этот метод менее динамичен, чем Гарвардский метод. В открытой дискуссии организация и контроль участников более сложен.

Дискуссия занимает центральное место в методе. Ее целесообразно использовать в том случае, когда аспиранты обладают значительной степенью зрелости и самостоятельности мышления, умеют аргументировать, доказывать и обосновывать свою точку зрения. Важнейшей характеристикой дискуссии является уровень ее компетентности, который складывается из компетентности ее участников. Неподготовленность студентов к дискуссии делает ее формальной, превращает в процесс вытаскивания ими информации у преподавателя, а не самостоятельное ее добывание.

Особое место в организации дискуссии при обсуждении и анализе практико-ориентированного задания принадлежит использованию метода генерации идей, получившего название «мозговой атаки» или «мозгового штурма».

Метод «мозговой атаки» или «мозгового штурма» был предложен в 30-х годах прошлого столетия А. Осборном как групповой метод решения проблем. К концу XX столетия этот метод приобрел особую популярность в практике управления и обучения не только как самостоятельный метод, но и как использование в процессе деятельности с целью усиления ее продуктивности. В процессе обучения «мозговая атака» выступает в

качестве важнейшего средства развития творческой активности студентов. «Мозговая атака» включает в себя три фазы.

Первая фаза представляет собой вхождение в психологическую раскованность, отказ от стереотипности, страха показаться смешным и неудачником; достигается созданием благоприятной психологической обстановки и взаимного доверия, когда идеи теряют авторство, становятся общими. Основная задача этой фазы - успокоиться и расковаться.

Вторая фаза - это собственно атака; задача этой фазы - породить поток, лавину идей. «Мозговая атака» в этой фазе осуществляется по следующим принципам:

- есть идея, - говорю, нет идеи, - не молчу;
- поощряется самое необузданное ассоциирование, чем более дикой покажется идея, тем лучше;
- количество предложенных идей должно быть как можно большим;
- высказанные идеи разрешается заимствовать и как угодно комбинировать, а также видоизменять и улучшать;
- исключается критика, можно высказывать любые мысли без боязни, что их признают плохими, критикующих лишают слова;
- не имеют никакого значения социальные статусы участников; это абсолютная демократия и одновременно авторитаризм сумасшедшей идеи;
- все идеи записываются в протокольный список идей;
- время высказываний - не более 1-2 минут.

Третья фаза представляет собой творческий анализ идей с целью поиска конструктивного решения проблемы по следующим правилам:

- анализировать все идеи без дискриминации какой-либо из них;
- найти место идее в системе и найти систему под идею;
- не умножать сущностей без надобности;
- не должна нарушаться красота и изящество полученного результата;
- должно быть принципиально новое видение;
- ищи «жемчужину в навозе».

В методе мозговая атака применяется при возникновении у группы реальных затруднений в осмыслении ситуации, является средством повышения активности студентов. В этом смысле мозговая атака представляется не как инструмент поиска новых решений, хотя и такая ее роль не исключена, а как своеобразное «подталкивание» к познавательной активности.

Презентация, или представление результатов анализа практико-ориентированного задания, выступает очень важным аспектом метода ***case-study***. Умение публично представить интеллектуальный продукт, хорошо его рекламировать, показать его достоинства и возможные направления эффективного использования, а также выстоять под шквалом критики, является очень ценным интегральным качеством современного специалиста. Презентация оттачивает многие глубинные качества личности: волю, убежденность, целенаправленность, достоинство и т.п.; она вырабатывает навыки публичного общения, формирования своего собственного имиджа.

Публичная (устная) презентация предполагает представление решений практико-ориентированного задания группе, она максимально вырабатывает навыки публичной деятельности и участия в дискуссии. Устная презентация обладает свойством кратковременного воздействия на студентов и, поэтому, трудна для восприятия и запоминания. Степень подготовленности выступающего проявляется в спровоцированной им дискуссии: для этого необязательно делать все заявления очевидными и неопровержимыми. Такая подача материала при анализе практико-ориентированного задания может послужить началом дискуссии. При устной презентации необходимо учитывать эмоциональный настрой выступающего: отношение и эмоции говорящего вносят существенный вклад в сообщение. Одним из преимуществ публичной (устной) презентации является ее гибкость. Оратор может откликаться на изменения окружающей обстановки, адаптировать свой стиль и материал, чувствуя настроение аудитории.

Непубличная презентация менее эффектна, но обучающая роль ее весьма велика. Чаще всего непубличная презентация выступает в виде подготовки отчета по выполнению задания, при этом стимулируются такие качества, как умение подготовить текст, точно и аккуратно составить отчет, не допустить ошибки в расчетах и т.д. Подготовка письменного анализа практико-ориентированного задания аналогична подготовке устного, с той разницей, что письменные отчеты-презентации обычно более структурированы и детализированы. Основное правило письменного анализа практико-ориентированного задания заключается в том, чтобы избегать простого повторения информации из текста, информация должна быть представлена в переработанном виде. Самым важным при этом является собственный анализ представленного материала, его соответствующая интерпретация и сделанные предложения. Письменный отчет - презентация может сдаваться по истечении некоторого времени после устной презентации, что позволяет студентам более тщательно проанализировать всю информацию, полученную в ходе дискуссии.

Как письменная, так и устная презентация результатов анализа практико-ориентированного задания может быть групповая и индивидуальная. Отчет может быть индивидуальным или групповым в зависимости от сложности и объема задания. Индивидуальная презентация формирует ответственность, собранность, волю; групповая - аналитические способности, умение обобщать материал, системно видеть проект.

Оценивание участников дискуссии является важнейшей проблемой обучения посредством метода практико-ориентированного задания. При этом выделяются следующие требования к оцениванию:

- объективность - создание условий, в которых бы максимально точно выявлялись знания обучаемых, предъявление к ним единых требований, справедливое отношение к каждому;
- обоснованность оценок - их аргументация;
- систематичность - важнейший психологический фактор, организующий и дисциплинирующий студентов, формирующий настойчивость и устремленность в достижении цели;
- всесторонность и оптимальность.

Оценивание участников дискуссии предполагает оценивание не столько набора определенных знаний, сколько умения студентов анализировать конкретную ситуацию, принимать решение, логически мыслить.

Следует отметить, что оценивается содержательная активность студента в дискуссии или публичной (устной) презентации, которая включает в себя следующие составляющие:

- выступление, которое характеризует попытку серьезного предварительного
- анализа (правильность предложений, подготовленность,
- аргументированность и т.д.);
- обращение внимания на определенный круг вопросов, которые требуют углубленного обсуждения;
- владение категориальным аппаратом, стремление давать определения, выявлять содержание понятий;
- демонстрация умения логически мыслить, если точки зрения, высказанные раньше, подытоживаются и приводят к логическим выводам;
- предложение альтернатив, которые раньше оставались без внимания;
- предложение определенного плана действий или плана воплощения решения;
- определение существенных элементов, которые должны учитываться при анализе практико-ориентированного задания;
- заметное участие в обработке количественных данных, проведении расчетов;
- подведение итогов обсуждения.

При оценивании анализа практико-ориентированного задания, данного студентами при непубличной (письменной) презентации учитывается:

- формулировка и анализ большинства проблем, имеющихся в практико-ориентированное задание;
- формулировка собственных выводов на основании информации о практико-ориентированное задание, которые отличаются от выводов других студентов;
- демонстрация адекватных аналитических методов для обработки информации;
- соответствие приведенных в итоге анализа аргументов ранее выявленным проблемам, сделанным выводам, оценкам и использованным аналитическим метода

2. Методические указанияпо подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

Письменный опрос

В соответствии с технологической картой письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента по данной дисциплине. При подготовке к письменному опросу студент должен внимательно изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

Устный опрос

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются дляосвещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии[2].

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубинаответа.
3. Сознательность ответа(учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложенияматериала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).

[2]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).
8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)[3].

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. В среднем, подготовка к устному опросу по одному семинарскому занятию занимает от 2 до 4 часов в зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

3.Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

На практических занятиях необходимо стремиться к самостоятельному решению задач, находя для этого более эффективные методы. При этом студентам надо приучить себя доводить решения задач до конечного «идеального» ответа. Это очень важно для будущих специалистов. Практические занятия вырабатывают навыки самостоятельной творческой работы, развивают мыслительные способности.

Практическое занятие – активная форма учебного процесса, дополняющая теоретический курс или лекционную часть учебной дисциплины и призванная помощь обучающимся освоиться в «пространстве» (тематике) дисциплины, самостоятельно прооперировать теоретическими знаниями на конкретном учебном материале.

Продолжительность одного практического занятия – от 2 до 4 академических часов. Общая доля практических занятий в учебном времени на дисциплину – от 10 до 20 процентов (при условии, что все активные формы займут в учебном времени на дисциплину от 40 до 60 процентов).

Для практического занятия в качестве темы выбирается обычно такая учебная задача, которая предполагает не существенные эвристические и аналитические напряжения и продвижения, а потребность обучающегося «потрогать» материал, опознать в конкретном то общее, о чем говорилось в лекции. Например, при рассмотрении вопросов оплаты труда, мотивации труда и проблем безработицы в России имеет смысл провести практические занятия со следующими сюжетами заданий: «Расчет заработной платы работников предприятия». «Разработка механизма мотивации труда на предприятии N». «В чем причины и особенности безработицы в России?». Последняя тема предполагает уже некоторую аналитическую составляющую. Основная задача первой из этих тем - самим посчитать заработную плату для различных групп работников на примере заданных параметров для конкретного предприятия, т. е. сделать расчеты «как на практике»; второй – дать собственный вариант мотивационной политики для предприятия, учитывая особенности данного объекта, отрасли и т.д.; третьей – опираясь на теоретические знания в области проблем занятости и безработицы, а также статистические материалы, сделать

[3]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

авторские выводы о видах безработицы, характерных для России, и их причинах, а также предложить меры по минимизации безработицы.

Перед проведением занятия должен быть подготовлен специальный материал – тот объект, которым обучающиеся станут оперировать, активизируя свои теоретические (общие) знания и тем самым, приобретая навыки выработки уверенных суждений и осуществления конкретных действий.

Дополнительный материал для практического занятия лучше получить у преподавателя заранее, чтобы у студентов была возможность просмотреть его и подготовить вопросы.

Условия должны быть такими, чтобы каждый мог работать самостоятельно от начала до конца. В аудитории должны быть «под рукой» необходимые справочники и тексты законов и нормативных актов по тематике занятия. Чтобы сделать практическое занятие максимально эффективным, надо заранее подготовить и изучить материал по наиболее интересным и практически важным темам.

Особенности практического занятия с использованием компьютера

Для того чтобы повысить эффективность проведения практического занятия, может использоваться компьютер по следующим направлениям:

- поиск информации в Интернете по поставленной проблеме: в этом случае преподаватель представляет обучающимся перечень рекомендуемых для посещения Интернет-сайтов;
- использование прикладных обучающих программ;
- выполнение заданий с использованием обучающимися заранее установленных преподавателем программ;
- использование программного обеспечения при проведении занятий, связанных с моделированием социально-экономических процессов.

4.Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой дискуссию в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной

дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия (от доски смелом до самых современных технических средств), демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Во время лекций, связанных с темой семинарского занятия, следует обращать внимание на то, что необходимо дополнительно изучить при подготовке к семинару (новые официальные документы, статьи в периодических журналах, вновь вышедшие монографии и т.д.).

5.Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

Экзамен - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения

воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неусвоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь на то, что это не попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала. кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неутомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины, Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или и учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальным сон. Подготовка к экзамену не должна идти в ущерб сну, иначе в день экзамена не будет чувства свежести и бодрости, необходимых для хороших ответов. Вечер накануне экзамена рекомендуем закончить небольшой прогулкой.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;

- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

1) систематическая самостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;

2) добросовестное выполнение заданий;

3) выяснение и уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;

4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями в области управления персоналом;

6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам для *HR*;

7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам управления персоналом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брандес М. П. Немецкий язык. Переводческое реферирование: практикум. М.: КДУ, 2008. – 368с.

2. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

3. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

4. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности: Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.

5. Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа:http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой, к.п.н., доцент

_____ Л.Г. Юсупова

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

по дисциплине
Б1.О.03 ИНОСТРАННЫЙ ЯЗЫК

Специальность
21.05.04 Горное дело

Направление (профилизация)
Электрификация и автоматизация горного производства

Автор: Безбородова С. А., к.п.н.

Екатеринбург

Содержание

Цели и задачи дисциплины …….…….....3
Требования к оформлению контрольной работы ……..……..4
Содержание контрольной работы…….....4
Выполнение работы над ошибками……...…8
Критерии оценивания контрольной работы ……8
Образец титульного листа ……..…10

Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины: повышение исходного уровня владения иностранным языком, достигнутого на предыдущей ступени образования, и достижение уровня иноязычной коммуникативной компетенции достаточного для общения в социально-бытовой, культурной и профессиональной сферах, а также для дальнейшего самообразования.

Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины:

универсальные:

- способен применять современные коммуникативные технологии, в том числе на иностранном(ых) языке(ах), для академического и профессионального взаимодействия (УК-4).

Для достижения указанной цели необходимо (задачи курса):

- владение иностранным языком как средством коммуникации в социально-бытовой, культурной и профессиональной сферах;
- развитие когнитивных и исследовательских умений с использованием ресурсов на иностранном языке;
- развитие информационной культуры;
- расширение кругозора и повышение общей гуманитарной культуры студентов;
- воспитание толерантности и уважения к духовным ценностям разных стран и народов.

Методические указания по выполнению контрольной работы предназначены для студентов очной и заочной формы обучения, обучающихся по специальности.

Письменная контрольная работа является обязательной формой *промежуточной аттестации.* Она отражает степень освоения студентом учебного материала по дисциплине Б1.О.04 Иностранный язык. А именно, в результате освоения дисциплины студент должен:

Знать:

- особенности фонетического строя иностранного языка;
- лексические единицы социально-бытовой и академической тематики, основы терминосистемы соответствующего направления подготовки;
- основные правила грамматической системы иностранного языка;
- особенности построения устных высказываний и письменных текстов разных стилей речи;
- правила речевого этикета в соответствии с ситуациями межличностного и межкультурного общения в социально-бытовой, академической и деловой сферах;
- основную страноведческую информацию о странах изучаемого языка;
- лексико-грамматические явления иностранного языка профессиональной сферы для решения задач профессиональной деятельности;

Уметь:

- вести диалог/полилог и строить монологическое высказывание в пределах изученных тем;
- понимать на слух иноязычные тексты монологического и диалогического характера с различной степенью понимания в зависимости от коммуникативной задачи;
- читать аутентичные тексты прагматического, публицистического, художественного и научного характера с целью получения значимой информации;
- передавать основное содержание прослушанного/прочитанного текста;
- записывать тезисы устного сообщения, писать эссе по изученной тематике, составлять аннотации текстов, вести личную и деловую переписку;
- использовать компенсаторные умения в процессе общения на иностранном языке;
- пользоваться иностранным языком в устной и письменной формах, как средством

профессионального общения;

Владеть:

- основными приёмами организации самостоятельной работы с языковым материалом с использованием учебной и справочной литературы, электронных ресурсов;
- навыками выполнения проектных заданий на иностранном языке в соответствии с уровнем языковой подготовки;
- умением применять полученные знания иностранного языка в своей будущей профессиональной деятельности.

Требования к оформлению контрольной работы

Контрольные задания выполняются на листах формата А4 в рукописном виде, кроме титульного листа. На титульном листе (см. образец оформления титульного листа в печатном виде) указывается фамилия студента, номер группы, номер контрольной работы и фамилия преподавателя, у которого занимается обучающийся.

В конце работы должна быть поставлена подпись студента и дата выполнения заданий.

Контрольные задания должны быть выполнены в той последовательности, в которой они даны в контрольной работе.

Выполненную контрольную работу необходимо сдать преподавателю для проверки в установленные сроки.

Если контрольная работа выполнена без соблюдения изложенных выше требований, она возвращается студенту для повторного выполнения.

По дисциплине «Иностранный язык (английский)» представлено три варианта контрольной работы.

Номер варианта контрольной работы определяется для студентов в соответствии с начальными буквами их фамилий в алфавитном порядке. Например, студенты, у которых фамилии начинаются с букв А, выполняют контрольную работу № 1 и т.д. (см. таблицу №1).

Таблица №1

начальная буква фамилии студента	***№ варианта контрольной работы***
А, Г, Ж, К, Н, Р, У, Ц, Щ	№1
Б, Д, З, Л, О, С, Ф, Ч, Э, Я	№2
В, Е, И, М, П, Т, Х, Ш, Ю	№3

Содержание контрольной работы №1

Контрольная работа проводится по теме *1. Бытовая сфера общения (Я и моя семья)* и *теме 2. Учебно-познавательная сфера общения (Я и мое образование)* и направлена на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.

Контрольная работа также направлена на проверку сформированности грамматического навыка в рамках тем: порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях, порядок слов в вопросительном предложении, безличные предложения, местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные), имя существительное, артикли (определенный, неопределенный, нулевой), функции и спряжение глаголов *to be* и *to have, о*борот *there+be,* имя прилагательное и наречие, степени сравнения, сравнительные конструкции, имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат), образование видовременных форм глагола в активном залоге.

Распределение выше указанных тем в учебнике:

- Агабекян И. П. Английский язык для бакалавров: учебное пособие для студентов вузов / И. П. Агабекян. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2017. - 384 с.: ил. - (Высшее образование) (200 экз. в библиотеке УГГУ) и учебнике:

- Журавлева Р.И. Английский язык: учебник: для студентов горно-геологических специальностей вузов / Р. И. Журавлева. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2013. - 508 с. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 502 (192 экз. в библиотеке УГГУ) представлено в таблице №2:

Таблица №2

Название темы	***Страницы учебников***	
	Агабекян И. П.	*Журавлева Р.И.*
Порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях	148	9
Порядок слов в вопросительном предложении	163-170	10, 24
Безличные предложения	149	440
Местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные)	41-55	101, 439
Имя существительное	66-78	435
Артикли (определенный, неопределенный, нулевой)	78-84	433
Функции и спряжение глаголов *to be* и *to have*	102-104	6-8
Оборот *there+be*	105-107	100
Имя прилагательное и наречие	115	83
Степени сравнения, сравнительные конструкции	115-121	143
Имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат)	261-271	-
Образование видовременных форм глагола в активном залоге	193-209	10, 36, 69

АНГЛИЙСКИЙ ЯЗЫК

Вариант №1

Задание 1. Заполните пропуски в предложениях, выбрав один ответ.

Пример: Michael _____ everyone he meets because he is very sociable and easygoing. He has five brothers and two sisters, so that probably helped him learn how to deal with people.

A. gets divorced; **B. gets along well with;** C. gets married;

Задание 1 направлено на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.

Задание 2. Заполните пропуски местоимениями some, any, no или их производными.

Пример: A: Is ***anything*** the matter with Dawn? She looks upset.

B: She had an argument with her friend today.

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «неопределённые местоимения».

Задание 3. Заполните пропуски личными местоимениями (I, we, you, he, she, it, they, me, us, him, her, them).

Пример: My teacher is very nice. I like … . – I like **him**.

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «личные и притяжательные местоимения».

Задание 4. Поставьте в правильную форму глагол, представленный в скобках, обращая при этом внимание на использованные в предложениях маркеры.

Пример: Every morning George **eats** (to eat) cereals, and his wife only **drinks** (to drink) a cup of coffee.

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «образование видовременных форм глагола в активном залоге».

Задание 5. Составьте вопросительные предложения и дайте краткие ответы на них.

Пример: Paul was tired when he got home. – ***Was Paul tired when he got home? Yes, he was.***

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «порядок слов в вопросительном предложении».

Контрольная работа
Вариант №2

Задание 1. Заполните пропуск, выбрав один вариант ответа.

Пример: A British university year is divided into three _____.

1) conferences; 2) sessions; **3) terms**; 4) periods;

Задание 1 направлено на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.

Задание 2. Выберите правильную форму глагола.

Пример: A: I have a Physics exam tomorrow.

B: Oh dear. Physics **is/**are a very difficult subject.

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «имя существительное, функции и спряжение глаголов to be и to have».

Задание 3. Раскройте скобки, употребив глагол в форме Present Continuous, Past Continuous или Future Continuous.

Пример: I **shall be studying** (study) Japanese online from 5 till 6 tomorrow evening.

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «образование видовременных форм глагола в активном залоге».

Задание 4. Составьте вопросы к словам, выделенным жирным шрифтом.

Пример: **The Petersons** have bought a dog. – *Who has bought a dog?*

The Petersons have bought **a dog. –** *What have the Petersons bought?*

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «порядок слов в вопросительном предложении».

Задание 5. Подчеркните правильный вариант ответа.

Пример: A: You haven't seen my bag anywhere, haven't you/**have you**?

B: No. You didn't leave it in the car, **did you**/didn't you?

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «порядок слов в вопросительном предложении».

Контрольная работа
Вариант № 3

Задание 1. Заполните пропуски, выбрав один вариант ответа.

Пример: The University accepts around 2000 new ____ every year.

1) students; 2) teachers; 3) pupils; 4) groups;

Задание 1 направлено на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.

Задание 2. Поставьте в предложения подходящие по смыслу фразы:

as red as a beet (свекла), as slow as a turtle, as sweet as honey, as busy as a bee, as clumsy as a bear (неуклюжий), as black as coal, as cold as ice, as slippery as an eel (изворотливый как угорь), as free as a bird, as smooth as silk (гладкий)

Пример: Your friend is so unemotional, he is **as cold as ice**.

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «имя прилагательное и наречие».

Задание 3. Переведите следующие предложения на английский язык.

Пример: Это самая ценная картина в Русском музее. **This is the most valuable picture in Russian Museum.**

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «степени сравнения имени прилагательного и наречий».

Задание 4. Раскройте скобки, употребив глагол в форме Present Perfect, Past Perfect или Future Perfect.

Пример: Sam **has lost** (lose) his keys. So he can't open the door.

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «образование видовременных форм глагола в активном залоге».

Задание 5. Задайте вопросы к предложениям.

Пример: There are two books. The one on the table is Sue's.

a) 'Which *book is Sue's*?' 'The one on the table.'

b) 'Whose *book is on the table*?' 'Sue's.'

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «порядок слов в вопросительном предложении».

НЕМЕЦКИЙ ЯЗЫК

Задание 1. Заполните пропуски в предложениях, выбрав один ответ.

Пример: Mein Bruder ... Arzt geworden

A. hat; **B. ist**; C. wird;

Задание 1 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Пассивный залог».

Задание 2. Вставьте подходящее вопросительное слово.

Пример: **Was** machen Sie am Wochenende?

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Вопросительные местоимения».

Задание 3. Заполните пропуски возвратными местоимениями в нужной форме.

Пример: Wo wohnen d**eine** Eltern?

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Притяжательные местоимения».

Задание 4. Поставьте в правильную форму глагол, представленный в скобках.

Пример: **Kannst** du mir bitte die Marmelade geben? (können)

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Модальные глаголы».

Задание 5. Составьте вопросительные предложения и дайте краткие ответы на них.

Пример: Sie wohnen in Berlin.

Ответ: Wo wohnen Sie? Wer wohnt in Berlin?

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по

теме «Вопросительные предложения».

Содержание контрольной работы №2

Контрольная работа проводится по теме 3. *Социально-культурная сфера общения (Я и моя страна. Я и мир) и теме 4. Профессиональная сфера общения (Я и моя будущая специальность)* и направлена на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.

Контрольная работа также направлена на проверку сформированности грамматического навыка в рамках тем: модальные глаголы и их эквиваленты, образование видовременных форм глагола в пассивном залоге, основные сведения о согласовании времён, прямая и косвенная речь, неличные формы глагола: инфинитив, причастия, герундий, основные сведения о сослагательном наклонении.

Распределение выше указанных тем в учебнике:

- Агабекян И. П. Английский язык для бакалавров: учебное пособие для студентов вузов / И. П. Агабекян. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2017. - 384 с.: ил. - (Высшее образование) (200 экз. в библиотеке УГГУ) и учебнике:

- Журавлева Р.И. Английский язык: учебник: для студентов горно-геологических специальностей вузов / Р. И. Журавлева. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2013. - 508 с. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 502 (192 экз. в библиотеке УГГУ) представлено в таблице №2:

Таблица №2

Название темы	***Страницы учебников***	
	Агабекян И. П.	*Журавлева Р.И.*
Модальные глаголы и их эквиваленты	295	47
Образование видовременных форм глагола в пассивном залоге	236	71, 115
Основные сведения о согласовании времён	323-328	269
Прямая и косвенная речь	324	268
Неличные формы глагола: инфинитив, причастия, герундий	311-322	132, 162, 173, 192, 193
Основные сведения о сослагательном наклонении	329	224

АНГЛИЙСКИЙ ЯЗЫК

Вариант №1

Задание 1. Заполните пропуски, выбрав один вариант ответа.

Пример: You: “Are you engaged?” Taxi driver: “_____”.

Варианты ответов:

1) Yes, I am having a rest.

2) Sorry, but I don’t.

3) No, sir. Where do you wish me to take you?

4) Yes, thank you.

Задание 1 направлено на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.

Задание 2. Перепишите предложения в страдательном залоге.

Пример: The people are discussing politics. **Politics is being discussed.**

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «страдательный залог».

Задание 3. Вставьте модальные глаголы may (might) или can (could).

Пример: Can you help me?

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по

теме «модальные глаголы».

Задание 4. Употребите правильную форму глагола в пассивном залоге.

Пример: The roads **are covered** (cover) with the snow.

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «страдательный залог».

Задание 5. Вставьте модальный глагол may или might. Раскройте скобки, употребляя требующуюся форму инфинитива.

Пример: **May I ask** (to ask) you to take off your hat?

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «модальные глаголы, инфинитив».

Вариант №2

Задание 1. Заполните пропуски, выбрав один вариант ответа.

Пример: The … of shafts is very expensive.

a) making; **b) driving;** c) building;

Задание 1 направлено на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.

Задание 2. Выберите подходящую форму глагола в каждом предложении.

Пример: If we **leave** (will leave/leave/leaves) at 7 o'clock, we **will arrive** (will arrive/arrive/arrives) on time.

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «сослагательное наклонение».

Задание 3. Выберите из скобок требующуюся форму причастия.

Пример: We listened to the girls **singing** (singing, sung) folk songs.

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «причастие».

Задание 4. Перепишите предложения в страдательном залоге.

Пример: The child has broken the crystal vase. The crystal vase has been broken by the child.

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «страдательный залог».

Задание 5. Перефразируйте следующие предложения, употребляя модальный глагол need.

Пример: 1) It is not necessary to go there. **You need not go there.**

2) It was not necessary to go there. **You need not have gone there.**

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «модальные глаголы, инфинитив».

Вариант №3

Задание 1. Заполните пропуски, выбрав один вариант ответа.

Пример: A certain amount of ore … in incline sinking.

a) is extracted; b) is got; c) is mined;

Задание 1 направлено на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.

Задание 2. Выберите из скобок требующуюся форму причастия.

Пример: I picked up the pencil **lying** (lying, lain) on the floor.

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «неличные формы глагола: причастие».

Задание 3. Раскройте скобки, употребляя требующуюся форму инфинитива.

Пример: He seems **to read** (to read) a lot.

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «неличные формы глагола: инфинитив».

Задание 4. Перепишите предложения в косвенной речи.

Пример: He said, 'I'm going to the station.' - ***He said (that) he was going to the station.***

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «прямая и косвенная речь, согласование времен».

Задание 5. Переведите на английский язык.

Пример: Если бы я знал французский, я бы уже давно поговорил с ней.

If I had known French, I would have spoken with her.

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «сослагательное наклонение».

НЕМЕЦКИЙ ЯЗЫК

Задание 1. Заполните пропуски, поставив существительное из скобок в нужную форму во множественном числе.

Пример: Unsere (Gast) **Gäste** haben mehrere (Stunde) **Stunden** gebraucht, um uns zu finden.

Задание 1 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Множественное число имен существительных».

Задание 2. Вставьте правильное окончание глаголов.

Пример: Ich komm**e** meistens gegen acht Uhr ins Büro und schalt**e** erst einmal den Computer ein.

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Спряжение глагола».

Задание 3. Вставьте модальные глаголы müssen, können, dürfen, möchten или wollen. Возможно несколько правильных вариантов:

Пример: In der Bibliothek: Sie **können** Bücher leihen.

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Модальные глаголы».

Задание 4. Составьте Ja/Nein вопросы к данным ответам.

Пример: Nein, ich spreche kein Französisch.

Sprechen Sie Französisch? / Sprichst du Französisch?

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Вопросительные предложения».

Задание 5. Составьте вопросы и ответьте на них.

Пример: wie • Sie •heißen •? **Wie heißen Sie?**

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Порядок слов в вопросительном предложении».

Проблемные и сложные вопросы, возникающие в процессе изучения курса и выполнения контрольной работы, необходимо решать с преподавателем на консультациях.

Выполнению контрольной работы должно предшествовать самостоятельное изучение студентом рекомендованной литературы.

Студент получает проверенную контрольную работу с исправлениями в тексте и замечаниями. В конце работы выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно». Работа с оценкой «неудовлетворительно» должна быть доработана и представлена на повторную проверку.

Выполнение работы над ошибками

При получении проверенной контрольной работы необходимо проанализировать отмеченные ошибки. Все задания, в которых были сделаны ошибки или допущены неточности, следует еще раз выполнить в конце данной контрольной работы. Контрольные работы являются учебными документами, которые хранятся на кафедре до конца учебного года.

Критерии оценивания контрольной работы

Оценка за контрольную работу определяется простым суммированием баллов за правильные ответы на вопросы: 1 правильный ответ = 1 балл. Максимум 44 балла.

Результат контрольной работы

Контрольная работа оценивается на «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»:

35-44 балла (80-100%) - оценка «отлично»;

29-34 балла (65-79%) - оценка «хорошо»;

22-28 баллов (50-64%) - оценка «удовлетворительно»;

0-21 балла (0-49%) - оценка «неудовлетворительно».

Образец оформления титульного листа

Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

Кафедра иностранных языков и деловой коммуникации

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

по дисциплине
ИНОСТРАННЫЙ ЯЗЫК

Специальность
21.05.04 Горное дело

Специализация
Электрификация и автоматизация горного производства

формы обучения: очная, заочная

Выполнил: Иванов Иван Иванович
Группа ЭГП-22

Преподаватель: Петров Петр Петрович,
к.т.н, доцент

Екатеринбург
2022

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А.Упоров
13.10.2021 г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

Б1.О.03 ИНОСТРАННЫЙ ЯЗЫК

Специальность
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль)
Электрификация и автоматизация горного производства

Автор: Безбородова С. А., к.п.н.

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

ТЕМА 1. Бытовая сфера общения (Я и моя семья)……..... 3
1.1 Лексические единицы, необходимые для освоения темы ……..... 3
1.2 Устные темы для развития коммуникативной компетенции ……..... 5
1.3 Систематизация грамматического материала: теория и упражнения ……... 6

ТЕМА 2. Учебно-познавательная сфера общения (Я и мое образование) ……..... 35
2.1 Лексические единицы, необходимые для освоения темы ……..... 35
2.2 Устные темы для развития коммуникативной компетенции ……..... 36
2.3 Систематизация грамматического материала: теория и упражнения ……... 38

ТЕМА 3. Социально-культурная сфера общения (Я и моя страна. Я и мир) ……..... 53
3.1 Лексические единицы, необходимые для освоения темы ……..... 53
3.2 Устные темы для развития коммуникативной компетенции ……..... 54
3.3 Систематизация грамматического материала: теория и упражнения ……... 58

ТЕМА 4. Профессиональная сфера общения (Я и моя будущая специальность) ……..... 74
4.1 Лексические единицы, необходимые для освоения темы ……..... 74
4.2 Устные темы для развития коммуникативной компетенции ……..... 82
4.3 Систематизация грамматического материала: теория и упражнения ……... 82

ТЕМА 1. Бытовая сфера общения (Я и моя семья)

Тематика общения:

1. Я и моя семья.
2. Дом, жилищные условия.
3. Мой рабочий день.
4. Досуг и развлечения.

Проблематика общения:

1. Взаимоотношения в семье, семейные традиции.
2. Устройство квартиры/загородного дома.
3. Рабочий день студента.
4. Досуг в будние и выходные дни, активный и пассивный отдых.

1.1 Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

родственник relative, relation
родители parents
мать (мама) mother (mom, mum, mama, mamma, mummy, ma)
отец (папа) father (dad, daddy, papa, pa)
жена wife
муж husband
супруг(а) spouse
ребенок, дети child, children
дочь daughter
сын son
сестра sister
брат brother
единственный ребенок only child
близнец twin
близнецы, двойняшки twins
брат-близнец twin brother
сестра-близнец twin sister
однояйцевые близнецы identical twins
тройняшки triplets
бабушка и дедушка grandparents
бабушка grandmother (grandma, granny, grandmamma)
дедушка grandfather (grandpa, granddad, grandpapa, grandad)
внуки grandchildren
внучка granddaughter
внук grandson
прабабушка great-grandmother
прадедушка great-grandfather
прабабушка и прадедушка great-grandparents
правнуки great-grandchildren
тётя aunt
дядя uncle
крестный (отец) godfather
крестная (мать) godmother
отчим, приемный отец stepfather
мачеха, приемная мать stepmother
сводный брат stepbrother
сводная сестра stepsister
брат по одному из родителей half-brother
сестра по одному из родителей half-sister

приемный, усыновленный сын adopted son
приемная, удочеренная дочь adopted daughter
приемный ребенок adopted child
патронатная семья, приемная семья foster family
приемный отец foster father
приемная мать foster mother
приемные родители foster parents
приемный сын foster son
приемная дочь foster daughter
приемный ребенок foster child
неполная семья (с одним родителем) single-parent family
родня the kin, the folks
племянница niece
племянник nephew
двоюродный брат cousin (male)
двоюродная сестра cousin (female)
двоюродный брат (сестра), кузен (кузина) first cousin
троюродный брат (сестра) second cousin
четвероюродный брат (сестра) third cousin
родня со стороны мужа или жены in-laws
свекровь mother-in-law (husband's mother)
свёкор father-in-law (husband's father)
тёща mother-in-law (wife's mother)
тесть father-in-law (wife's father)
невестка, сноха daughter-in-law
зять son-in-law
шурин, свояк, зять, деверь brother-in-law
свояченица, золовка, невестка sister-in-law
семейное положение marital status
холостой, неженатый, незамужняя single
женатый, замужняя married
брак marriage
помолвка engagement
помолвленный, обрученный engaged
развод divorce
разведенный divorced
бывший муж ex-husband
бывшая жена ex-wife
расставшиеся, не разведенные, но не проживающие одной семьей separated
вдова widow
вдовец widower
подружка, невеста girlfriend
друг, парень, ухажер boyfriend
любовник, любовница lover
ухажер, жених, подружка, невеста, обрученный fiance
свадьба wedding
невеста на свадьбе bride
жених на свадьбе (bride)groom
медовый месяц honeymoon

1.2 Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

My family

My name is Vladimir Petrov. I am … years old. I was born in 19… in Nizhniy Tagil. I went to school when I was 7. In 20… I finished school number 10 in Ekaterinburg. This year I entered the Ural State Mining University. In five years I shall graduate from this University.

I live in the center of Ekaterinburg. I work at the Ministry of Foreign Trade. I'm an engineer & I am also a student. Many engineers in our Ministry learn foreign languages.

My family is not large. I have a wife & two children. My wife's name is Ann & children's names are Nick & Natalie.

My wife is an economist. My wife is a young woman. She is twenty – nine years old. She works at the Ministry of Foreign Trade, too. She goes to the office every day. My wife doesn't learn English. She already knows English very well. She reads many English books, magazines & newspapers. My wife is also a student. She learns German. She likes languages very much & is going to learn French next year.

My daughter is a girl of ten. She goes to school. She has a lot of subjects at school. She also learns English. She also helps her mother at home.

My son is a little boy. He was born five years ago. I take him to the kindergarten every morning.

My parents are not old. My father is 53. He is an engineer. He graduated from The Ural Polytechnical Institute. He works at a big plant. My mother is 51. She is a teacher. She teaches Russian at school. She graduated from the Leningrad Teachers' Training University.

My sister's name is Katya. She works at an office. Besides she studies at an Evening Department. She is married. Her husband is a doctor. He works at a hospital. They have a little son. He is only six months old.

My elder brother, Boris by name, does not stay with us. He lives in Gorky in a large two-roomed flat. He is a designer. He has also a family of his own. He has a wife & two children: a boy & a girl. Their son is already a pupil. My brother & his family often come to see us. We also visit them sometimes.

I also have a grandfather & a grandmother. They are pensioners. My grandmother looks after the house & does the cooking. We usually take our children to the country in summer to stay with their grandparents. They love their grandchildren very much.

My student's life

I'm a student of The Ural State Mining University. I have been a student only one month. I can't speak English very well yet. I am just a beginner. I live in a hostel. It is rather a long way from the University. In fact, it takes me about an hour to get to the University. But it gives me no trouble at all, as I like to get up early. I don't need an alarm-clock to wake me up. I am an early - riser.

Though the hostel is far from the University it is very comfortable & has all modern conveniences.

As a rule I get up at 6.30, do morning exercises & have shower. I don't have a bath in the morning; I have a bath before I go to bed.

For breakfast I have a boiled egg & a cup of coffee in order not to waste the time. At about 7.30 I am quite ready to go. It is about 5 minutes walk from the hostel to the stop. I usually take the 7.40. bus. I walk to the stop as I have plenty of time to catch my bus.

I come to the University 5 minutes before the lesson begins. So I can have a chat with my friends. The majority of my group mates are from Ekaterinburg the others either come from different towns of our country. We usually have a lot of things to talk about.

We don't go out to the lunch. There is a good canteen at the University. It is on the ground floor. But I should say that you have to stand in a queue to have lunch.

I come to the hostel from the University at about 3 o'clock. I live in a single room & have nobody to speak with. In the evening I sometimes go out with my friends. We go to the cinema if there is something new or to the club if there is a dancing party there. But often I stay in, watch TV

programs or listen to the music. Then I read a book for half an hour or so & go to sleep. That doesn't take me long, as a rule.

My flat

I live in Ekaterinburg in a sixteen-storied dwelling house in the center of the city.
Five years ago our old wooden house was pulled down & we moved here into three-room flat with all modern conveniences.

Now we have running water, gas, electricity, central heating & a refuse chute. We live on the top floor & from the balcony we have a good view of the park. Besides we needn't mount the staircase because there is a lift to take us up.

The entrance hall is rather small. There is a hallstand & a mirror-stand there.

The sitting-room is a spacious simply furnished room. The floor spacious is about 15 square meters. It is not overcrowded with furniture. Everything fits in well. Nothing is out of place here. Next to the window there is a sofa with a stand – lamp. The bookcase in the corner of the room is full of books. On the left there are two comfortable arm-chairs opposite the TV-set & leaf – table.

In the bedroom we have dark brown suite of furniture of the latest model & thick carpet. Near the wall there is a divan-bed. In the built-in-wardrobe we keep our clothes & bed linen.
The adjoining room is the children's room. The bright pattern of the curtains & of wall paper makes the room look gay. There is a writing desk with a desk lamp, a small sofa & a lot of toys there.

In the kitchen there is a fridge, a cupboard, a kitchen table & a gas-stove. Over the sink there is a plate-rack. All kitchen utensils are close at hand.

In the corridor there is a built-in-closet, where we keep our vacuum-cleaner, electric iron & other household objects.

In the bathroom there is a bath-tub & a shower, a towel-rack & a wash-basin with a shelf above it. There tooth-brushes, a cake of soap & some shaving articles on it. Near the bath-room there is a lavatory.

There is nothing special about our flat, no rich decorations but we are accustomed to it & cannot compare it to the old one.

1.3 Систематизация грамматического материала:

1. Порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях. Порядок слов в вопросительном предложении. Безличные предложения.
2. Местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные).
3. Имя существительное. Артикли (определенный, неопределенный, нулевой).
4. Функции и спряжение глаголов *to be* и *to have.* Оборот *there+be.*
5. Имя прилагательное и наречие. Степени сравнения. Сравнительные конструкции.
6. Имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат).

Порядок слов в английском предложении

В русском языке, благодаря наличию падёжных окончаний, мы можем переставлять члены предложения, не меняя основного смысла высказывания. Например, предложения Студенты изучают эти планы и Эти планы изучают студенты совпадают по своему основному смыслу. Подлежащее в обоих случаях - студенты, хотя в первом предложении это слово стоит на первом месте, а во втором предложении - на последнем.

По-английски такие перестановки невозможны. Возьмём предложение The students study these plans Студенты изучают эти планы. Если подлежащее и дополнение поменяются местами, то получится бессмыслица: These plans study the students Эти планы изучают студентов. Произошло это потому, что слово plans, попав на первое место, стало подлежащим.

Английское предложение имеет твёрдый порядок слов.

Порядок слов в английском предложении показан в этой таблице:

I	II	III Дополнение	IV

					Обстоятельство
Подлежащее	**Сказуемое**	**Косвенное без предлога**	**Прямое**	**Косвенное с предлогом**	
We Мы	study изучаем		math математику		
He Он	gives дает	us нам	lessons уроки		in this room. в этой комнате
She Она	reads читает		her notes свои заметки	to Peter Петру	every day. каждый день

Вопросительное предложение

Общее правило построения вопросов в английском языке таково: Все вопросы (кроме специальных вопросов к подлежащему предложения) строятся путем инверсии. Инверсией называется нарушение обычного порядка слов в английском предложении, когда сказуемое следует за подлежащим.

В тех случаях, когда сказуемое предложения образовано без вспомогательных глаголов (в Present и Past Indefinite) используется вспомогательный глагол to do в требуемой форме - do/does/did.

Общие вопросы

Общий вопрос задается с целью получить подтверждение или отрицание высказанной в вопросе мысли. На общий вопрос обычно дается краткий ответ: "да" или "нет".

Для построения общего вопроса вспомогательный или модальный глагол, входящий в состав сказуемого, ставится в начале предложения перед подлежащим.

а) Примеры сказуемого с одним вспомогательным глаголом: Is he speaking to the teacher? - Он говорит с учителем?

б) Примеры сказуемого с несколькими вспомогательными глаголами:

You will be writing letters to us. – Ты будешь писать нам письма.

Will you be writing letters to us? – Будешь ли ты писать нам письма?

Примеры с модальными глаголами:

She can drive a car. – Она умеет водить машину.

Can she drive a car? - Она умеет водить машину? (Yes, she can.; No, she cannot)

Когда в составе сказуемого нет вспомогательного глагола (т.е. когда сказуемое выражено глаголом в Present или Past Indefinite), то перед подлежащим ставятся соответственно формы do / does или did; смысловой же глагол ставится в форме инфинитива без to (словарная форма) после подлежащего.

С появлением вспомогательного глагола do на него переходит вся грамматическая нагрузка - время, лицо, число: в Present Indefinite в 3-м лице ед. числа окончание -s, -es смыслового глагола переходит на глагол do, превращая его в does; а в Past Indefinite окончание прошедшего времени -ed переходит на do, превращая его в did.

Do you go to school? – Ходишь ли ты в школу?

Do you speak English well? - Ты хорошо говоришь по-английски?

Ответы на общие вопросы

Общий вопрос требует краткого ответа "да" или "нет", которые в английском языке образуются следующим образом:

а) Положительный состоит из слова Yes за которым (после запятой) идет подлежащее, выраженное личным местоимением в им. падеже (никогда не используется существительное) и тот вспомогательный или модальный глагол, который использовался в вопросе (вспомогательный глагол согласуется с местоимением ответа);

б) Отрицательный ответ состоит из слова No, личного местоимения и вспомогательного (или модального) глагола с последующей частицей not

Например: Are you a student? - Ты студент?

Yes, I am. - Да.; No, I am not. - Нет.

Do you know him? – Ты знаешь его?
Yes, I do. – Да (знаю).; No, I don't. – Нет (не знаю).

Специальные вопросы

Специальный вопрос начинается с вопросительного слова и задается с целью получения более подробной уточняющей информации. Вопросительное слово в специальном вопросе заменяет член предложения, к которому ставится вопрос.

Специальные вопросы могут начинаться словами:

who? – кто? whom? – кого? whose? - чей? what? – что? какой? which? – который?

when? – когда? where? – где? куда? why? – почему? how? – как?

how much? – сколько? how many? – сколько? how long? – как долго? сколько времени?

how often? – как часто?

Построение специальных вопросов:

1) Специальные вопросы ко всем членам предложения, кроме подлежащего (и его определения) строятся так же, как и общие вопросы – посредством инверсии, когда вспомогательный или модальный глагол ставится перед подлежащим.

Специальный вопрос (кроме вопроса к подлежащему) начинается с вопросительного слова или группы слов за которым следуют вспомогательный или модальный глагол, подлежащее и смысловой глагол (сохраняется структура общего вопроса).

Вопрос к прямому дополнению:

What are you reading? Что ты читаешь?

What do you want to show us? Что вы хотите показать нам?

Вопрос к обстоятельству

Обстоятельства бывают разного типа: времени, места, причины, условия, образа действия и др.

He will come back tomorrow. – Он вернется завтра.

When will he come back? – Когда он вернется?

What did he do it for? Зачем он это сделал?

Where are you from?

Вопрос к определению

Вопрос к определению начинается с вопросительных слов what какой, which (of) который (из), whose чей, how much сколько (с неисчисляемыми существительными), how many сколько (с исчисляемыми существительными). Они ставятся непосредственно перед определяемым существительным (или перед другим определением к этому существительному), а затем уже идет вспомогательный или модальный глагол.

What books do you like to read? Какие книги вы любите читать?

Which books will you take? Какие книги (из имеющихся) вы возьмете?

Вопрос к сказуемому

Вопрос к сказуемому является типовым ко всем предложениям: "Что он (она, оно, они, это) делает (делал, будет делать)?", например:

What does he do? Что он делает?

Специальные вопросы к подлежащему

Вопрос к подлежащему (как и к определению подлежащего) не требует изменения прямого порядка слов, характерного для повествовательного предложения. Просто подлежащее (со всеми его определениями) заменяется вопросительным местоимением, которое исполняет в вопросе роль подлежащего. Вопросы к подлежащему начинаются с вопросительных местоимений:

who – кто (для одушевленных существительных)

what - что (для неодушевленных существительных)

The teacher read an interesting story to the students yesterday.

Who read an interesting story to the students yesterday?

Сказуемое в таких вопросах (после who, what в роли подлежащего) всегда выражается глаголом в 3-м лице единственного числа (не забудьте про окончание -s в 3-м лице ед. числа в Present Indefinite. Правила образования -s форм см. здесь.):
Who is reading this book? Кто читает эту книгу?
Who goes to school?

Альтернативные вопросы

Альтернативный вопрос задается тогда, когда предлагается сделать выбор, отдать чему-либо предпочтение.

Альтернативный вопрос может начинаться со вспомогательного или модального глагола (как общий вопрос) или с вопросительного слова (как специальный вопрос) и должен обязательно содержать союз or - или. Часть вопроса до союза or произносится с повышающейся интонацией, после союза or - с понижением голоса в конце предложения.

Например вопрос, представляющий собой два общих вопроса, соединенных союзом or:
Is he reading or is he writing?
Did he pass the exam or did he fail?

Вторая часть вопроса, как правило, имеет усеченную форму, в которой остается (называется) только та часть, которая обозначает выбор (альтернативу):
Is he reading or writing?

Разделительные вопросы

Основными функциями разделительных вопросов являются: проверка предположения, запрос о согласии собеседника с говорящим, поиски подтверждения своей мысли, выражение сомнения.

Разделительный (или расчлененный) вопрос состоит из двух частей: повествовательной и вопросительной.

Первая часть - повествовательное утвердительное или отрицательное предложение с прямым порядком слов.

Вторая часть, присоединяемая через запятую, представляет собой краткий общий вопрос, состоящий из местоимения, заменяющего подлежащее, и вспомогательного или модального глагола. Повторяется тот вспомогательный или модальный глагол, который входит в состав сказуемого первой части. А в Present и Past Indefinite, где нет вспомогательного глагола, употребляются соответствующие формы do/ does/ did.

В второй части употребляется обратный порядок слов, и она может переводится на русский язык: не правда ли?, не так ли?, верно ведь?

1. Если первая часть вопроса утвердительная, то глагол во второй части стоит в отрицательной форме, например:
You speak French, don’t you? You are looking for something, aren’t you? Pete works at a plant, doesn’t he?

2. Если первая часть отрицательная, то во второй части употребляется утвердительная форма, например:
It is not very warm today, is it? John doesn’t live in London, does he?

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Write questions and answers for the following statements, as in the example.

1 Paul was tired when he got home.
…Was Paul tired when he got home? Yes, he was…
2 They live in London.
3 She can't play the piano.
4 The film starts at nine o'clock.
5 You had an English lesson last night.
6 She has got blue eyes.
7 We didn't want to go to the beach.
8 He should follow the doctor's advice.

2. Write the short form of the following negative questions

1 Can they not decide where to go on holiday?

...Can't they decide where to go on holiday?...

2 Did Claire not invite you to her party?

3 Do you not enjoy watching horror films?

4 Have you not finished your homework yet?

5 Can she not go to town on her own?

6 Does he not know where we live?

7 Has Sue not done the shopping for you?

8 Did he not give you any details?

3. Fill in the gaps with the correct question word(s).

A: Now for the general knowledge part of the quiz.

1) ...*What*... is the capital of Egypt?

B: Cairo.

A: That's correct. 2) … can you see the Mona Lisa?

B: In the Louvre, in Paris.

A: Well done, that's right. 3) … wrote 'Romeo and Juliet'?

B: Charles Dickens.

A: No, that's incorrect. It was Shakespeare. 4) … are the Olympic Games held?

B: Every four years.

A: Correct. 5) … did the Second World War begin?

B: I think it was in 1939.

A: Yes, you're right. And the final question in this round is: 6) … players are there in a hockey team?

B: Eleven.

A: Correct. Well, at the end of that round, Contestant 2 has the most points, so he goes through to the final round to play for our star prize.

4. Fill in who, whose, what, which, where, when, how long, how often, what time, why, how much or how many.

is your jacket?' 'It's the red one.'

1. '...*Which*... is your jacket?' 'It's the red one.'

2. '…is your birthday?' 'It's next week.'

3. '… is Mary?' 'She's in her bedroom.'

4. '… have you been waiting?' Only five minutes.'

5. '… do you go shopping?' Once a week.'

6. '… are you doing at the moment?' I'm watching TV.'

7. ' … are you writing to?' 'Uncle Tom.'

8. '…do you start work?' At nine o'clock in the morning.'

9. '… pieces of toast do you want?' Two, please.'

10. '… isn't she at work today?' Because she's ill.'

11. '… did you spend last month?' About £500.'

12. ' … party are you going tonight?' 'Alison's'

5. Fill in the gaps with what, which or how.

1 A: ...*What*... do you want to do when you leave school?
B: I'm not really sure. I'd like to be a vet.

2 A: … bag do you prefer - the black one or the brown one?
B: I like the black one best.

3 A: … old are you?
B: It was my birthday last week. Now I'm fifteen.

4 A: … did you get my telephone number?
B: I looked in the staff address book.

5 A: … shall we do on Saturday?
B: Let's just stay at home and watch a video.

6 A: … house did you prefer — the one we saw first or second?
B: I didn't like either. We'll have to keep looking.
7 A: … many pairs of shoes did you buy last year?
B: Only two. One in the summer and one in the winter.
8 A: … is your favourite food?
B: Roast chicken.

6. Write questions to which the words in bold are the answers.

1 **The tiger** is the largest member of the cat family.
…Which is the largest member of the cat family?...
2 A mature male tiger weighs **between 160 and 230 kg**.
3 Tigers are usually **orange with black stripes**.
4 Tigers live **in Russia, China, India and South-East Asia.**
5 **The Javan tiger, the Bali tiger and the Caspian tiger** are extinct.
6 Tigers eat **a variety of smaller animals, including deer.**
7 Tigers can produce young **at any time of year.**
8 Tigers usually have **two or three** cubs at a time.
9 Tigers live **for an average of eleven years.**
10 Tigers are hunted **for sport or for their fur**.

7. Write questions to which the words in bold are the answers.

Claudette is **32 years old**. She lives **in Paris, France**, and has lived there **since she was 5 years old.** Claudette works as **a lawyer** for a successful law firm, and she travels to work **by car** every day. Claudette is married. Her husband's name is **Jean**. They have **two** dogs. She loves **to take the dogs for long walks** every evening **after work.** Claudette has several hobbies, such as **reading and playing the piano**, but her **favourite hobby is cooking**. Jean thinks this is good, too, **because he gets to eat the wonderful meals she makes.**

8. Write questions to which the words in bold are the answers.

1 **The Petersons** have bought a dog.
…Who has bought a dog?...
2 The Petersons have bought **a dog.**
…What have the Petersons bought?...
3 Rachel is writing **a letter**.
4 **Rachel** is writing a letter.
5 **Brian** likes this car.
6 Brian likes **this car**.
7 Dad broke **the window**.
8 **Dad** broke the window.
9 **Mother** will make a birthday cake.
10 Mother will make **a birthday cake**.
11 **Robin** is going to bake some biscuits.
12 Robin is going to bake **some biscuits**.

9. Write questions to which the words in bold are the answers.

1 Wendy doesn't agree with **her friend's decision**.
…What doesn't Wendy agree with?...
2 James is listening to **some old records**.
3 Sharon is waiting for **the bus**.
4 The boys were talking about **football**.
5 She has got a letter from **her pen-friend**.
6 Martin is thinking about **his holiday**.
7 This jacket belongs to **Stacey.**
8 Pauline was married to **Nigel.**

10. Complete the questions.

1 There are two books. The one on the table is Sue's.

a) 'Which …*book is Sue's*...?' 'The one on the table.'
b) 'Whose …*book is on the table*…?' 'Sue's.'
2 Steven wrote four letters.
a) 'Who … ?' 'Steven.'
b) 'How many … ?' 'Four.'
3 Teresa is going to wash the car.
a) 'Who … ?' Teresa.'
b) 'What … ?' 'The car.'
4 Kate visited John in hospital yesterday.
a) 'Who … ?' 'Kate.'
b) 'Who … ?' 'John.'
5 David has taken Frank's new CD.
a) 'Whose …?' 'Frank's.'
b) 'Who …?' 'David.'
6 Alice is going to the cinema tonight.
a) 'Who …?' 'Alice.'
b) 'Where …?'The cinema.'

Безличные предложения

Поскольку в английском языке подлежащее является обязательным элементом предложения, в безличных предложениях употребляется формальное подлежащее, выраженное местоимением it. Оно не имеет лексического значения и на русский язык не переводится.

Безличные предложения используются для выражения:

1. Явлений природы, состояния погоды: It is/(was) winter. (Была) Зима. It often rains in autumn. Осенью часто идет дождь. It was getting dark. Темнело. It is cold. Холодно. It snows. Идет снег.

2. Времени, расстояния, температуры: It is early morning. Ранее утро. It is five o'clock. Пять часов. It is two miles to the lake. До озера две мили. It is late. Поздно.

3. Оценки ситуации в предложениях с составным именным (иногда глагольным) сказуемым, за которым следует подлежащее предложения, выраженное инфинитивом, герундием или придаточным предложением: It was easy to do this. Было легко сделать это.
It was clear that he would not come. Было ясно, что он не придет.

4. С некоторыми глаголами в страдательном залоге в оборотах, соответствующих русским неопределенно-личным оборотам: It is said he will come. Говорят, он придет.

Местоимение. The Pronoun.
Классификации местоимений.

1	**personal**	личные
2	**possessive**	притяжательные
3	**demonstrative**	указательные
4	**indefinite and negative**	неопределенные и отрицательные
5	**quantifiers**	количественные
6	**reflexive**	возвратные
7	**reciprocal**	взаимные
8	**relative**	относительные
9	**defining**	определительные
10	**interrogative**	вопросительные

I. Личные (personal) местоимения

Общий падеж		**Объектный падеж**	
I	я	**me**	мне, меня
he	он	**him**	его, ему

she	она	**her**	ей, о ней
it	оно, это	**it**	ей, ему, этому
we	мы	**us**	нам, нас
they	они	**them**	им, их
you	ты, вы	**you**	тебе, вам

Внимание! He (он) и **she (она)** в английском языке можно говорить только про людей. Все остальные английские существительные (предметы, животные, явления природы, чувства и т. д.) - обозначаются – it (оно, это).

he	**she**	**it**
a boy – мальчик	**a girl –** девочка	**a cat –** кот
a man – мужчина	**a woman –** женщина	**a wall –** стена
brother – брат	**sister – с**естра	**rain –** дождь
father – отец	**motherч–** мама	**love –** любовь
Nick – Николай	**Kate –** Катя	**a hand –** рука
Mr Grey – мистер Грей	**Mrs Grey –** миссис Грей	**an apple -** яблоко

Англичане говорят <u>It's me</u>, а не It's I (это я).

II. Притяжательные (possessive) местоимения

Притяжательные местоимения выражают принадлежность и имеют в английском языке **две формы** - **основную** (после этой формы обязательно требуется существительное).
Whose pen is it? - *Чья это ручка?* - **It's my pen**. - *Это моя ручка*.
И **абсолютную** (существует самостоятельно, без существительного) - **It's mine.** - *Это моя.*

Личное местоимение	**Основная форма**	**Абсолютная форма**
I – я	**my (toy) -** моя (игрушка)	**his -** его
he – он	**his (toy) -** его (игрушка)	**hers -** ее
she – она	**her (toy) -** ее (игрушка)	**its -** его (этого)
it – оно, это	**its (toy) -** его (не о человеке)	**ours -** наша
we – мы	**our (toy) -** наша (игрушка)	**yours -** ваша, твоя
you – ты, вы	**your (toy) -** ваша, твоя (игрушка)	**theirs -** их
they - они	**their (toy) -** их (игрушка)	

III. Указательные (demonstrative) местоимения

this (это, эта, этот) **– these** (эти) **that** (то, та, тот) **- those** (те)

IV. Неопределенные (indefinite) и отрицательные (negative) местоимения

Местоимения some, any, every, и их производные

• Если у вас есть, например, яблоки и вы знаете, сколько их, вы говорите:
I have/l have got three apples. *У меня есть 3 яблока,*
• Если вы не знаете точное количество, то используйте неопределенное местоимение **some: I have/1 have got apples.** *У меня есть несколько яблок (некоторое количество).*

Производные от неопределенных местоимений

Слово **"think"** обозначает **"вещь"** (не обязательно материальная).
Слово **"body"** обозначает **"тело".** Эти слова являются основой для целого ряда словообразований.

Thing используется для неодушевленных (что-то):

some **something –** *что-то, что-нибудь*

any	**anything -** *что-то, что-нибудь*
thing	
no	**nothing -** *ничего, ничто*
every	**everything -** *все*
Body/one - для одушевленных (кто-то):	
some	**somebody/someone –** *кто-то, кто-нибудь*
any	**anybody/anyone -** *кто-то, кто-нибудь*
body/one	
no	**nobody / no one -** *никого, никто*
every	**everybody /everyone –** *все, каждый*
Местоимение **some** и основа **body** должны произноситься и писаться слитно, в противном случае вместо **somebody** – *кто-то*, получится **some body** - *какое-то тело*, **Something/somebody/someone** - в утвердительных предложениях, **anything/anybody/anyone** - в отрицательных и вопросительных предложениях**, nothing/nobody/no one** – в отрицательных. **Anything/anybody/anyone** - также используются в утвердительных предложениях, но в значении *что угодно/кто угодно*	

somewhere - *где-нибудь, куда-нибудь*	**anywhere -** *где угодно*
nowhere - *нигде*	**everywhere -** *везде*

V. Количественные (quantifiers) местоимения

Many и much - оба слова обозначают **" много"**, С **исчисляемыми** существительными (теми, которые можно посчитать, можно образовать множественное число) используется слово **many**, а с **неисчисляемыми** - слово **much**.	
many girls - *много девочек* **many boys -** *много мальчиков* **many books -** *много книжек*	**much snow -** *много снега* **much money -** *много денег* **much time -** *много времени*
How many? } **сколько?** **How much?** } **сколько?**	**How many girls? -** *Сколько девочек?* **How much sugar? -** *Сколько сахара?* **How much sugar? -** *Сколько сахара?*
a lot of... - много - используется и с исчисляемыми, и с неисчисляемыми существительными a lot без (of) используется и без существительного.	girls – много девочек **a lot of** sugar - много сахара
Сравните: He writes **a lot** of funny stories**.** *Он пишет много забавных рассказов.* He writes **a lot.** *Он много пишет.*	
<u>В утвердительных</u> предложениях используйте **a lot of.** <u>В отрицательных</u> и в вопросительных **many/much,** **Сравните:** (+) My grandmother often cooks **a lot of** tasty things. *Моя бабушка часто готовит много вкусного*. (-) But we don't eat **much.** *Но мы не едим много*. (?) Do you eat much? *Вы много едите?* Иногда слова **much** и **a lot** являются синонимами слова **"часто":** Do you ski **much**? *Вы много (часто) катаетесь на лыжах?* No, not much (= not often).Нет, не часто.	

Few, little, a few, a little

С неисчисляемыми существительными используйте слово little (мало), а с исчисляемыми - few (мало).

few books - мало книг **few girls -** мало девочек **few boys -** мало мальчиков	**little time -** мало времени **little money -** мало денег **little snow -** мало снега
little } **мало (т.е. надо еще)**	**a little** } **немного (т.е. пока хватает)**

few	a few

VI. Возвратные (reflexive) местоимения

Возвратные местоимения образуются от личных местоимений в объектном падеже и притяжательных местоимений прибавлением **- self** в единственном числе и **- selves** во множественном числе. Возвратные местоимения используются для того, чтобы показать, что объект, названный подлежащим предложения сам совершает действие.

Личное местоимение	Возвратное местоимение	Пример	Перевод
I	myself	I did it myself.	Я сделал это сам
he	himself	He did it himself.	Он сделал это сам.
she	herself	She did it herself.	Она сделала это сама
you	yourself	You did it yourself.	Вы сделали это сами.
they	themselves	They did it themselves.	Они сделали это сами.
we	ourselves	We did it ourselves.	Мы сделали это сами.

VII. Взаимные (reciprocal) местоимения

Each other - друг друга (относится к двум лицам или предметам).
One another - друг друга (относится к большему количеству лиц или предметов).
They spoke to <u>each other</u> rather friendly. *Они разговаривали друг с другом довольно дружелюбно.*
They always help <u>one another</u>. *Они всегда помогают друг другу.*

VIII. Относительные (relative) местоимения

Who (whom), whose, which, that

who	**Именительный падеж <u>who</u> (подлежащее)** **The girl <u>who</u> is playing the piano is my sister.** *Девочка, которая играет на пианино, - моя сестра.*
	Объектный падеж <u>whom</u> (дополнение) **The man <u>whom</u> I love the best is your brother.** *Человек, которого я люблю больше всех, - твой брат.*
which	**Для неодушевленных предметов и животных** **The flowers <u>which</u> you brought me were pretty nice.** *Цветы, которые ты мне принес, очень милые.*
whose	**Для одушевленных существительных** **This is the man <u>whose</u> book we read yesterday.** *Это человек, книгу которого мы читали вчера.*
	Для неодушевленных существительных **We saw the tree <u>whose</u> leaves were absolutely yellow.** *Мы увидели дерево, листья которого были абсолютно желтыми.*
that	**Для одушевленных существительных** **This is the man <u>that</u> we saw yesterday.** *Это мужчина, которого мы видели вчера.*
	Для неодушевленных существительных **This is the film <u>that</u> we saw yesterday.** *Это фильм, который мы видели вчера.*

IX. Определительные (defining) местоимения

all

Употребление	Примеры	Перевод
определяет неисчисляемые существительные	He spent **all his** time fishing on the lake**.**	Он провел все свое время, ловя рыбу на озере.
определяет исчисляемые существительные	**All the** boys like football. **(the после all!)**	Все мальчишки любят футбол.
all = everything	I know **all/everything.**	Я знаю всё.
all = everybody	**All** were hungry. **Everybody** was hungry.	Все были голодны. Все были голодны.
we all = ail of us you all = all of you they all = ail of them	We **all** love you very much = **All** of us love you very much.	Мы все тебя очень любим

both

Употребление	Примеры	Перевод
определяет существительные	**Both (the/my) friends like football.**	Оба моих друга любят футбол
допускается использование артикля вместо указательных местоимений после both	**Both these/the men are Russian.**	Оба (эти) мужчины - русские.
употребляется вместо существительного	**He gave me two apples. Both were sweet.**	Он дал мне два яблока. Оба были сладкими.
they both = both of them you both = both of you we both = both of us	**They both (both of them) came to visit us.**	Они оба пришли навестить нас.
в устойчивой конструкции **both...and.**	**Both mother father were at home**	И мама, и папа были дома.
в отрицательных предложениях **вместо both** используется **neither**	**Both of them know English. Neither of them know English.**	Они оба знают английский. Ни один из них не знает английского.

either/neither

	Употребление	Примеры	Перевод
either	любой из двух (артикль не ставится)	**I've got 2 cakes. Take either cake.**	У меня 2 пирожных. Возьми любое.
	каждый, оба, и тот, и другой	**There are windows on either side of the house.**	С обеих сторон дома есть окна.
	заменяет существительное (глагол в ед. числе)	**Either of dogs is always hungry.**	Любая из собак вечно голодная.
neither	отрицательное местоимение-определение (ни тот, ни другой)	**Neither of examples is correct.**	Ни один из примеров не верен.
	в констр. neither.. .nor (ни.. .ни)	**I like neither tea, nor coffee.**	Я не люблю ни чай, ни кофе.

other, another, the other, the others (другой, другие)

	Употребление	Примеры	Перевод
the other	другой (второй), другой из двух	**You've got 2 balls: one and the other.**	У тебя 2 мяча: один и другой.
another	другой из многих, еще один	**Take another ball.**	Возьми другой мяч.

			(Любой, но не этот.)
other	другие (любые), не последние	**Take other 2 balls.**	Возьми другие 2 мяча. (Из многих.)
the others	другие (определенные)	**There are 4 balls: 2 balls are red and the others are blue.**	Есть 4 мяча: 2 красных, а другие 2 - синие.

X. Вопросительные (interrogative) местоимения

what	что	**What's this?**	Что это?
which	который	**Which of them?**	Который из них?
who	кто, кого	**Who was that?**	Кто это был?
whom	кого	**Whom did you meet?**	Кого ты встретил?
whose	чей	**Whose book is it?**	Чья это книга?

Имя существительное. The Noun

Категории	Существительное в русском языке	Существительное в английском языке
Число	**Изменяется**	**Изменяется**
Падеж	**Изменяется**	**Не изменяется**

Выполните упражнения на закрепление материала:

. Fill in the gaps with the correct subject or object pronoun.

1 A: Do your brothers play football?
B: Yes, ...*they*... play … all the time … think …'s a brilliant game.
2 A: Does Susan eat chocolate?
B: Yes … eats … all the time … says …'s her favourite food.
3 A: Do your parents know Mr. Jones?
B: Yes, … know … very well … lives next door to … .
4 A: Does Claire like David?
B: No, … doesn't like … very much. … says …'s too noisy.
5 A: Do you listen to rock music?
B: Yes, … listen to … all the time. … think …'s fantastic.
6 A: Does Tony enjoy fishing?
B: Oh, yes … enjoys … very much. .... says … relaxes him.

2. Fill in the gaps with there or it.

1 By the time I got home, ...*it*… was nearly ten o'clock.
2 'Is … your birthday today?" No, … was last week.'
3 Come here, Simon … is someone here to see you. I think … is your friend, Rod.
4 … wasn't warm enough to go to the beach, so we went to the cinema.
5 … wasn't very much money left after I had paid for the shopping.

3. Fill in the gaps with one or it.

1 A: I need a loaf of bread.
B: I'll buy ...*one*... this afternoon.
2 A: Is the phone ringing?
B: I can't hear … .
3 A: 'Titanic' is an amazing film.
B: I know. I've seen … twice.
4 A: When was the last time you read a book?
B: I haven't read … for months.

5 A: Have you got a car?
B: No. I can't afford … .
6 A: Do you like the new Rolling Stones CD?
B: I haven't heard … yet.
7 A: I need a dress for the party.
B: I'll lend you … .

4. Fill in the correct possessive adjective or pronoun.

1 A: Have you met ...*your*... new neighbours yet?
B: No. I've seen … children in the garden, though.
2 A: You took … coat home last night.
B: I know, I'm sorry. I thought it was … because they're both black.
3 A: What's wrong with Rosie?
B: Oh, she's been having problems with … back recently.
4 A: James is doing well at school.
B: I know … teacher says he's very advanced for his age.
5 A: Is this bag … ?
B: Oh, yes, thank you. I nearly forgot it.
6 A: Julie and Frank are so lucky … house is beautiful.
B: Yes, and it's so much bigger than … I envy them.
7 A: I like … shirt. It's like Sandra's.
B: Actually, it is … I borrowed it from her yesterday.
8 A: Why did you lend Tom … car?
B: Because … is being repaired at the moment.

5. Fill in its or it's.

1 The car is nice to drive, but I don't like ...its... colour.
2 This town is wonderful … got lots of shops!
3 I'm staying at home today because … cold outside.
4 Let's go in here … my favourite restaurant.
5 A bird has built … nest in our garden.
6 The company I work for has changed … name.

6. Fill in a possessive adjective or the.

1 A dog bit him on ...*the*... leg.
2 I banged … head on the cupboard door.
3 Karen put … arm around Jane's shoulder.
4 Don't put … feet on the tablel
5 You shouldn't have punched Tom in … stomach.
6 Paul patted Lisa on … shoulder.

7. Fill in the gaps with of where necessary, and my, your, etc. own.

1 John doesn't live with his parents any more. He's got a flat ...*of his own*...
2 She doesn't travel by bus any more because she's got … car.
3 I don't need to borrow your umbrella. I've got one … .
4 Haven't you got … pen? You're always borrowing mine.
5 My job includes doing research in … time.
6 Sam is tired of using his friend's computer, so he is going to buy one… .
7 The couple moved into … house after they got married.
8 Don't let the dog sleep on your bed. It's got a bed … .

8. Connect the nouns using -'s, -' or ...of…

1 car/Helen ...*Helen's car*…
2 the manager/the restaurant
3 shoes/women
4 the results/the test
5 bicycles/my daughters

6 secretary/the assistant manager
7 the corner/the room
8 house/their parents
9 the back/the classroom
10 shoes/William
11 walk/an hour
12 partner/Jim
13 Rome/the streets
14 UN/headquarters

9. Rewrite the sentences using the correct possessive form.

1 Nobody went to **the meeting last week**.

...Nobody went to last week's meeting....

2 The **drive** to the airport takes **two hours**.
3 They will get their exam results **six weeks from now**.
4 I look after **James - Karen — children**.
5 I received the letter in **the post - yesterday**.
6 It's autumn. **The tree - the leaves** are falling off.
7 Graham never listens to **his doctor - the advice.**
8 Are you going to **Jane - Paula - the party**?
9 He has never done a hard **day of work** in his life.
10 At the moment I'm staying with **a friend - my**.
11 I think I'll order **the special of today**.
12 The man knocked on **the house - the door**.
13 The ticket inspector looked at **the people – the tickets.**
14 **Mrs Jones - Miss Smith - cars** are being serviced.
15 **The sales target this month** is two million pounds.

10. Fill in the gaps with the correct reflexive pronoun.

1 The girl has hurt … *herself... .*
2 He put the fire out by …
3 She is looking at … in the mirror.
4 They are serving …
5 He cooked the food by …
6 They bought this house for …
7 They are enjoying …
8 He introduced …

The Plural Form of Nouns

Образование множественного числа у английских существительных

Способ образования	Примеры	Перевод
после глухих согласных	**a book - books** **a cup - cups**	**книга - книги** **чашка - чашки**
после звонких согласных и гласных -	a name - names a girl - girls	**имя - имена** **девочка - девочки**
после шипящих, свистящих звуков -ch, -sh, -x, -s, -z: -es	a palace - palaces a bush - bushes a box - boxes a church - churches	дворец - дворцы куст - кусты коробка - коробки церковь - церкви
слово заканчивается на -y: 1) гласная +y	**a toy - toys** **a boy - boys**	игрушка - игрушки мальчик - мальчики

2) согласная + y	**a family - families** **a story - stories**	**семья - семьи** **история - истории**
слово заканчивается на *-file*	**a leaf - leaves** **a shelf - shelves**	лист - листья полка - полки

Особые случаи образования множественного числа

Ед. число	**Мн. число**	**Перевод**
man	men	мужчина - мужчины
woman	women	женщина - женщины
foot	feet	нога (стопа) - ноги (стопы)
child	children	ребенок - дети
goose	geese	гусь - гуси
mouse	mice	мышь - мыши
ox	oxen	**бык - быки**
tooth	teeth	**зуб - зубы**

Слова - заместители существительных **Substitutions: one/ones**

При повторном использовании одного и того же существительного в одном предложении, вместо него следует использовать one (в единственном числе) и ones (во множественном числе):
This table is bigger that that one - Этот стол больше, чем тот (стол).
These table are bigger than those ones. - Эти столы больше, чем те (столы).

Со словами one/ones **может быть использован артикль, если перед ними стоит прилагательное.**	
What apple do you want? **Какое ты хочешь яблоко?** **The red one. Красное.**	**What apples do you want?** **Какие яблоки ты хочешь?** **The red ones. Красные.**

Английские существительные не имеют падежных окончаний традиционно выделяют два падежа -общий и притяжательный.

Общий падеж

И. п. Эта девочка хорошо говорит по-английски.	This girl speaks English well.
Р. п. Это собака той девочки.	It’s a dog of that girl.
Д. п. Я дал яблоко той девочке. .	I gave an apple to that girl.
В. п. Я вижу маленькую девочку. .	1 can see a little girl.
Т. п. Я люблю гулять с этой девочкой.	1 like to play with this girl.
П. п. Я часто думаю об этой девочке.	1 often think about this girl.

Притяжательный падеж. The Possessive Case

Образование притяжательного падежа

	Образование	**Примеры**	**Перевод**
существительные в единственном числе	**’s**	**bird’s house** **child’s ball**	домик птички мячик ребенка
существительные во множественном числе (группа исключений}	**’s**	**children’s bail** **women’s rights**	мячик детей права женщин
существительное во множественном числе	**’**	**girls’ toy** **birds’ house**	игрушка девочек домик птичек

Формула притяжательного падежа обычно имеют лишь одушевленные существительные, обозначающие живое существо, которому что-то принадлежит,

my mother’s book - мамина книга,

this girl’s bail - мячик девочки,

the bird’s house - домик птички

Для того, чтобы показать принадлежность объекта неодушевленному предмету, используется предлог of:

the handle of the door (ручка (от) двери), но чаще образуется составное существительное door-handle,

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Fill in the gaps with an appropriate noun + of to indicate quantity.

1 a ... carton/glass/jug of ... orange juice
2 a … cheese
3 a … bread
4 a … coffee
5 a … water
6 a … wine
7 a … chocolate
8 a … crisps
9 a … honey
10 a … meat
11 a … spaghetti
12 a … flour

2. Fill the gaps with a, an, or some where necessary.

1 a) We had ...some... delicious food last night,
b) We had ...a... delicious meal last night.
2 a) There is … beautiful furniture in that shop,
b) There is … beautiful table in that shop.
3 a) I'm thirsty. I need … drink.
b) I'm thirsty. I need … water.
4 a) She's just bought … expensive clothes.
b) She's just bought … expensive dress.
5 a) They booked … room in advance.
b) They booked … accommodation in advance
6 a) The band played … lovely song.
b) The band played … lovely music.
7 a) We had … heatwave last week.
b) We had … hot weather last week.
8 a) I can't do this job alone. I need … assistant
b) I can't do this job alone. I need … help.
9 a) He has got … heavy luggage to carry.
b) He has got … heavy suitcase to carry.
10 a) I need … cutlery to eat this food with.
b) I need … knife and fork to eat this food with.
11 a) She has got … important job to do.
b) She has got … important work to do.
12 a) He found … coin on the ground.
b) He found … money on the ground.

3. Complete the sentences using the noun in brackets in the singular or plural form and a/an where necessary.

1. He gave me a box' of my favourite ...chocolates.... (chocolate)
2. His favourite food is … . (chocolate)
3. She bought … on her way to work. (paper)
4. He placed all the important … in his briefcase. (paper)
5. I need some … to write this message on. (paper)
6. Hurry up! We don't have much …. (time)
7. She has visited us several … this month. (time)
8. He has no … but he is keen to learn. (experience)
9. She had a lot of exciting … during her travels. (experience)
10. We went far a walk in the … after lunch. (wood)
11. His desk is made of ……. . (wood)
12. Jane is in her… reading a book. (room)
13. We have got plenty of … for a party in here. (room)
14. I am going to have my … cut tomorrow. (hair)
15. There was …in my soup. (hair)
16. I'm thirsty. I need … of water. (glass)
17. Susan only wears her … when she reads. (glass)
18. This ornament is made of coloured …. . (glass)
19. Helen bought … in the sale at the electrical store. (iron)
20. The old gate was made of … .(iron)

4. Cross out the expressions which cannot be used with the nouns, as in the example.

1 There are **several, many, <u>much,</u> plenty of, <u>too little</u>** things you can do to help.
2 He has met **a couple of, a few, very little, plenty of, too much** interesting people.
3 She earns **few, hardly any, plenty of, several, a great deal** of money.
4 We have got **no, many, lots of, a great deal of, a few** work to do.
5 Don't worry, there's **a little, plenty of, a couple of, many, a lot of** time.
6 **Both, Several, A large quantity of, Plenty of, Too much** students applied for the course.
7 He's got **no, hardly any, a little, some, a small amount of** qualifications.
8 She's got **hardly any, several, a little, a few, a lot of** experience in dealing with customers.
9 There is **too much, a lot of, hardly any, few, several** salt in this soup.
10 There is **a little, many, too much, a great number of, some** traffic on the roads today.

5. Underline the correct word.

1 A: I have a Physics exam tomorrow.
B: Oh dear. Physics **<u>is</u>/are** a very difficult subject.
2 A: My office is three miles from my house.
B: Three miles **is/are** a long way to walk to work.
3 A: My little brother has got measles.
B: Oh dear. Measles **is/are** quite a serious illness.
4 A: Jane looked nice today, didn't she?
B: Yes. Her clothes **were/was** very smart.
5 A: I've got two pounds. I'm going to buy a CD.
B: Two pounds **is/are** not enough to buy a CD.
6 A: The classroom was empty when I walked past.
B: Yes. The class **was/were** all on a school outing.
7 A: Have you just cleaned the stairs?
B: Yes, so be careful. They **is/are** very slippery.
8 A: Did you ask John to fix your car?
B: Yes. His advice **was/were** that I take it to a garage.

9 A: Did you enjoy your holiday?
B: Yes, thank you. The weather **was/were** wonderful.
10 A: These trousers **is/are** very old.
B: You should buy a new pair.
11 A: How **is/are** the company doing lately?
B: Great. We opened up two more branches.
12 A:' I am going to travel for two years when I finish school.
B: Two years **is/are** a long time to be away from home.

6. Finish the sentences, as in the example.

1 You need a lot of experience to do this job. A lot of experience ...is needed to do this job...
2 They gave us some interesting information. The information …
3 She likes Maths more than any other subject. Maths …
4 We had mild weather this winter. The weather …
5 We called the police immediately. The police …
6 I told them some exciting news. The news …
7 He was irritated because of the bad traffic. He was irritated because the …
8 I stayed in very luxurious accommodation. The accommodation …
9 The driver took the luggage out of the car. The luggage …
10 She gave me very sensible advice. The advice she gave me …
11 These shorts are too big for me. This pair of shorts …
12 The hotel is in magnificent surroundings. The hotel surroundings …
13 She's got long blonde hair. Her hair …

Артикль. The Article

1. Неопределенный a/an (используется перед исчисляемыми существительными в единственном числе)

a cat –кот a dog –собака a boy – мальчик a girl -девочка
a teacher - учитель

2. Определенный the (может использоваться с любыми существительными)

the cat -кот the houses –дома the water -вода the weather –погода
the flowers - цветы

Если слово начинается с гласной буквы, к артиклю "a" добавляется буква "n", для того, чтобы две гласные не сливались: an apple (яблоко), an orange (апельсин), an author (автор) и т, д. Слово “an hour” (час) начинается с согласной буквы “h”, но в слове эта буква не читается, т.е. слово начинается с гласного звука, поэтому к артиклю “a” также добавляется n = an

Упоминая объект впервые, перед ним ставят неопределенный артикль a/an при вторичном с упоминании того же самого объекта, перед ним ставят определенный артикль the

I see a cat, Я вижу кота (одного). The cat is black. (этот) Кот – черный.

This is a kitten. Это - котенок. (Один из многих) The kitten is hungry. (этот) Котенок - голодный.

I have a book- У меня есть книга. The book is interesting. (эта) Книга - интересная.

Неопределенный артикль a/an опускается перед исчисляемыми существительными и существительными во множественном числе.

a pen - pens (ручка - ручки) a dog - dogs (собака - собаки) a book - books (книга -книги)
- water (вода) - snow (снег) - meat (мясо)

Использование неопределенного артикля a

один из множества (любой)	This is a cat.
первое упоминание в тексте	I see a bird.
при упоминании профессии	My brother is a pilot.
в восклицательных предложениях	What a good girl! What a surprise!

	Such a fine room!
вместо слова один	She is coming for a weak.
в определенных конструкциях there is a... I have a… he has a... I see a... this is a... that is a… It is a... Iama… he/she is a…	There is a book here. I have got a nice coat. He has a kind smile. I see a wolf. This is a dog. That is a doctor. It is a red pen. I am a good swimmer. He/she is a tourist
в ряде устойчивых словосочетаний at a quarter.., in a loud, (a low, an angry voice) to have a good time a lot of to go for a walk such a... after a while in a day (a month, a week, a year)	Come at a quarter to 8. Don't speak to him in an angry voice. We had a good time in the country. She has got a lot of presents. Let's go for a walk. He is such a clever boy. You'll see them after a while. We are living in a day.

Использование определенного артикля the

если речь идет о конкретном лице или предмете	The pen is on the table.
при повторном упоминании того же самого объекта	I see a cat. The cat is black.
если слово обозначает нечто, существующее в единственном лице, с частями света	the sun, the moon, the Earth
со словами: only (только), main (главный), central (центральный), left (левый), right (правый), wrong (неправильный), next (следующий), last (последний), final (заключительный)	The only man I love the main road to the left, to the right It was the right answer. the final test
с порядковыми числительными	the first, the tenth
с прилагательными в превосходной степени	the kindest, the most interesting the best
с музыкальными инструментами и танцами	to play the piano, to dance the tango
с обобщающими существительными (класс людей» животных, термины, жанры)	The Britons keep their traditions.
с названиями музеев, кинотеатров, кораблей, галерей, газет, журналов	the Hermitage the Tretyakov Gallery the Avrora the Seasame Street
с названиями океанов, рек, морей, каналов, пустынь, групп, островов, штатов, горных массивов, наименований с of	the Atlantic ocean the Neva river the Black sea Changing of the Guard

Использование определенного артикля в ряде устойчивых словосочетаний

in the middle, in the corner in the morning, In the evening, in the afternoon what's the use? to the cinema, to the theatre, to the shop, to the market	The table is in the middle of the room. I never drink coffee in the evening. What's the use of going there so late? Do you like going to the theatre? He works at the shop.

at the cinema, at the theatre, at the shop, at the market the fact is (was) that... where is the…? in the country, to the country	The fact is that I have no money at all. Where is the doctor? We always spend summer in the country.

Сколько бы прилагательных-определений ни стояло перед существительным, все эти определения ставятся между артиклем и существительным: A big, black, fat cat большой, черный, толстый кот.

Случаи, когда артикль не употребляется

если, перед существительным стоит притяжательное местоимение	a pen - my pen a dog - his dog the teacher - our teacher the apple - her apple
если перед существительным стоит указательное местоимение	the cats - those cats the books - these books a mouse - this mouse
если стоит другое существительное в притяжательном падеже	a car - father's car the horse - farmer's horse a bike - brother's bike the doll - sister's doll
если перед существительным стоит, количественное числительное	5 balls, 7 bananas, 2 cats
если перед существительным стоит отрицание “no”	She has no children. I see no birds.
перед именами	Mike, Kate, Jim, etc
с названиями дней недели	Sunday, Monday, etc.
с названиями месяцев	May, December, etc.
с названиями времен года	in spring, in winter
с названиями цветов	white, etc. I like green
с названиями спортивных игр	football, chess, etc.
с названиями блюд, напитков	tea, coffee, soup, etc,
с названиями праздников	Easter, Christmas, etc.
с названиями языков, если нет слова (язык). Если есть, нужен артикль the	English, etc. I learn English, the English language
с названиями стран	Russia, France, etc HO: the USA, the United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland, the Netheriands, the Ukraine, the Congo
с названиями городов	Moscow, Paris, etc.
с названиями улиц, площадей	Trafalgar Square
с названиями парков	St James’ Park, Hyde Park
с названиями мостов	Tower Bridge
с названиями одиночных гор	Kilimanjaro
с названиями озер	Loch Ness
с названиями континентов	Asia, Australia, etc.
с названиями одиночных островов	Cyprus
если перед существительными стоит вопросительное или отрицательное	what animals can swim? I know what thing you have lost!

местоимение	

ГЛАГОЛ (THE VERB)

Глаголом называется часть речи, обозначающая действие или состояние предмета или лица.

В английском языке признаком глагола в неопределенной форме (инфинитиве) является частица to.

По своей структуре глаголы делятся на:

1. Простые, состоящие только из одного корня:

to fire - стрелять; зажигать
to order - приказывать
to read - читать
to play - играть

2. Производные, состоящие из корня и префикса, из корня и суффикса или из корня, префикса и суффикса:

to unpack - распаковывать
to dismiss - увольнять, отпускать
to realize - представлять себе
to shorten - укорачивать (ся)
to encounter - встречать (ся), наталкивать (ся)
to regenerate - перерождаться, возрождаться

3. Сложные, состоящие из двух основ (чаще всего основы существительного или прилагательного и основы глагола):

to broadcast (broad + cast) - передавать по радио
to whitewash (white + wash) - белить

4. Составные, состоящие из глагольной основы и наречия или предлога:

to carry out - выполнять
to sit down - садиться

По значению глаголы делятся на смысловые и служебные.

1. Смысловые глаголы имеют самостоятельное значение, выражают действие или состояние: Lomonosov as a poet and scientist played a great role in the formation of the Russian literary language. Как поэт и ученый Ломоносов сыграл огромную роль в создании русского литературного языка.

2. Служебные глаголы не имеют самостоятельного значения и употребляются для образования сложных форм глагола или составного сказуемого. Они являются спрягаемым элементом сказуемого и в его формах выражается лицо, число и время. К ним относятся:

1. Глаголы-связки to be быть, to become становиться, to remain оставаться, to grow становиться, to get, to turn становиться, to look выглядеть, to keep сохраняться.

Every man is the maker of his own fortune. Каждый человек-творец своей судьбы.

2. Вспомогательные глаголы to be, to do, to have, to let, shall, will (should, would):

The kitchen was supplied with every convenience, and there was even a bath-room, a luxury the Gerhardts had never enjoyed before. На кухне имелись все удобства; была даже ванная комната- роскошь, какой Герхардты никогда до сих пор не обладали.

3. Модальные глаголы can, may, must, ought, need: He that would eat the fruit must climb the tree. Кто любит фрукты, должен влезть на дерево (чтобы сорвать). (Любишь кататься-люби и саночки возить.)

Все формы глагола в английском языке делятся на личные и неличные.

Личные формы глагола выражают время, лицо, число, наклонение. Они выполняют в предложении функцию сказуемого. К личным формам относятся все формы времен действительного и страдательного залога (изъявительного и сослагательного наклонения):

As you leave the Kremlin by Spassky Gate you come out on the Red Square. Если вы выходите из Кремля мимо Спасских Ворот, вы оказываетесь на Красной площади.

Неличные формы глагола не различаются по лицам и числам. Они не могут самостоятельно выполнять в предложении функцию сказуемого, но могут входить в его состав. К неличным формам относятся: инфинитив, причастие и герундий. Every step towards eliminating nuclear weapons is in the interests of every nation. Любой шаг в направлении уничтожения ядерного оружия служит интересам каждого государства.

Личные формы глагола в английском языке имеют три наклонения: изъявительное (the Indicative Mood), повелительное (the Imperative Mood) и сослагательное (the Subjunctive Mood).

Глаголы в изъявительном наклонении выражают реальное действие, передают факты: His son goes to school. Его сын учится в школе.
She has written an interesting article. Она написала интересную статью.
A new building of the theatre was built in this street. На этой улице построили новое здание театра.

Глаголы в повелительном наклонении выражают приказание, просьбу, совет, запрещение, команду:
"Don't buy them", warned our cautious driver. "Не покупайте их", - предупредил наш осторожный шофер.
Undertake not what you cannot perform but be careful to keep your promise. Не беритесь за то, что не сможете выполнить, но старайтесь сдержать обещание.

Глаголы в сослагательном наклонении выражают действие не реальное, а желательное или предполагаемое: If there were no bad people, there would be no good lawyers. Если бы не было плохих людей, не было бы хороших адвокатов.

Как личные, так и неличные формы глагола имеют **два залога**: действительный (the Active Voice) и страдательный (the Passive Voice).

Глаголы в действительном залоге выражают действие, которое производится подлежащим: I inform you that I have carried out the mission. Сообщаю, что я выполнил задание.

Глаголы в страдательном залоге выражают действие, которое испытывает на себе подлежащее: I was informed that the mission had been carried out. Мне сообщили, что задание было выполнено.

Формы глагола могут выражать отношение между действием и временем. В русском языке бывают глаголы **совершенного и несовершенного вида**. **Глаголы совершенного вида** обозначают действие, которое закончено, и есть его результат:
Он прочитал эту статью с интересом.

Глаголы несовершенного вида обозначают действие, указывая на его повторяемость, длительность, незаконченность: Вчера он читал эту статью с интересом. (Но он мог и не прочитать ее).

Вид глагола в русском языке выражается либо изменением его формы, либо с помощью суффиксов и приставок. Видовые значения глагола в английском языке выражаются сочетанием вспомогательного глагола с причастием настоящего или прошедшего времени смыслового глагола.

В английском языке четыре видо-временных группы глагола: неопределенные времена (Indefinite Tenses), продолженные времена (Continuous Tenses), совершенные времена (Perfect Tenses), и совершенные продолженные времена (Perfect Continuous Tenses). В каждой временной группе три времени: настоящее (Present), прошедшее (Past), будущее (Future).

Глагол “to be”

A: Are you from England?
B: No, we aren't. We're from China.

He's Tom and she's Helen. They are friends.

Утверждение		Отрицание		Вопрос
Полная форма	Краткая форма	Полная форма	Краткая форма	Am I?

I am	I'm	I am not	I'm not	Are you?
You are	You're	You are not	You aren't	Is he?
He is	He's	He is not	He isn't	Is she?
She is	She's	She is not	She isn't	Is it?
It is	It's	It is not	It isn't	Are we?
We are	We're	We are not	We aren't	Are you?
You are	You're	You are not	You aren't	Are they?
They are	They're	They are not	They aren't	

Краткими ответами называются ответы на вопросы, начинающиеся с глагольной формы is /are; в кратком ответе содержание вопроса не повторяется. Употребляется только Yes или No, далее личное местоимение в именительном падеже и глагольная форма is (isn't) / are (aren't). Например: Are you British? No, I'm not.
Yes, I am /we are. No, I'm not/we aren't.
Yes, he/she/it is. No, he/she/it isn't.
Yes, they are. No, they aren't.

WAS/WERE

Bob is eighty. He's old and weak.
Mary, his wife is seventy-nine. She's old too.
Fifty years ago they were young. Bob was strong. He wasn't weak. Mary was beautiful. She wasn't old.
В прошедшем простом времени (past simple) глагол "to be" с личными местоимениями в именительном падеже имеет следующие формы: was для I, he, she, it и –were для –we, you, they. В вопросахwas/were ставятся перед личным местоимением в именительном падеже (I, you, he и т.д.) или существительным. Например: She was ill yesterday. -> Was she ill yesterday? Отрицания образуются путем постановки not после was/were. Например: She was not ill yesterday. She wasn't ill yesterday.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
	Полная форма	Краткая форма	
I was	I was not	I wasn’t	Was I?
You were	You were not	You weren’t	Were you?
He was	He was not	He wasn’t	Was he?
She was	She was not	She wasn’t	Was she?
It was	It was not	It wasn’t	Was it?
We were	We were not	We weren’t	Were we?
You were	You were not	You weren’t	Were you?
They were	They were not	They weren’t	Were they?

ОБОРОТ THERE IS/THERE ARE

There is a sofa in the room. There are two pictures on the wall. There isn't a TV in the room. What else is there in the room?

Мы употребляем конструкцию there is/there are, чтобы сказать, что кто-то или что-то существует или находится в определенном месте. Краткая форма there is – there’s. There are не имеет краткой формы. Например: There is (There's) a sofa in the room. There are four children in the garden.

Вопросительная форма: Is there? Are there? Например: Is there a restaurant in the town? Are there any apples in the basket?

Отрицательная форма: There isn’t …/There aren’t … Например: There is not / isn't a man in the room. There are not/aren't any cars in the street.

Краткие ответы строятся с помощью Yes, there is/are или No, there isn't / aren't. Содержание вопроса не повторяется.

Yes, there is. No, there isn't.
Yes, there are. No, there aren't.

Мы употребляем there is / there are, чтобы сказать, что что-то существует или находится в определенном месте, it is / they are - когда уже упоминали об этом. Например: There is a house in the picture.
It is a big house. (Но не: It's a house in the picture.)
There are three books on the desk.
They are history books. (Но не: They are three books on the desk.)

Конструкция There was/There were

This is a modern town today.
There are a lot of tall buildings and shops. There are cars and there isn't much peace and quiet.
This is the same town fifty years ago.
There weren't any tall buildings. There were some old houses. There weren't many cars and there wasn't much noise.

Конструкция There was/There were - это There is / There are в форме past simple. There was употребляется с существительными в единственном числе. Например: There was a post office in the street thirty years ago. There were употребляется с существительными во множественном числе. Например: There were a few houses in the street thirty years ago.

В вопросах was/were ставятся перед there. Например: Was there a post office in the street thirty years ago? Were there any houses in the street thirty years ago?

Отрицания строятся путем постановки not после was / were. Например: There was not / wasn't a post office in the street thirty years ago. There were not / weren't any houses in the street thirty years ago.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
	Полная форма	Краткая форма	
There was	There was not	There wasn't	Was there?
There were	There were not	There weren't	Were there?

Краткие ответы строятся с помощью Yes или No и there was/there were. Содержание вопроса не повторяется.

Was there a book on the desk? Yes, there was. No, there wasn't.

Were there any people in the shop? Yes, there were. No, there weren't.

Глагол Have got

A bird has got a beak, a tail and wings.
Has she got long hair? No, she hasn't. She's got short hair.
What have they got? They've got roller blades. They haven't got skateboards.
She has got a headache.

Have (got) используется:

а) чтобы показать, что что-то принадлежит кому-то. Например: He's got a ball.

б) при описании людей, животных или предметов. Например: She's got blue eyes.

в) в следующих высказываниях: I’ve got a headache. I’ve got a temperature. I’ve got a cough, I’ve got a toothache, I’ve got a cold, I’ve got a problem.

Утверждение		Отрицание		Вопрос
Полная форма	Краткая форма	Полная форма	Краткая форма	Have I (got)?
I have (got)	I've (got)	I have not (got)	I haven't (got)	Have you (got)?
You have (got)	You've (got)	You have not (got)	You haven't (got)	Has he (got)?
He has (got)	He's (got)	He has not (got)	He hasn't (got)	Has she (got)?
She has (got)	She's (got)	She has not (got)	She hasn't (got)	Has it (got)?
It has (got)	It's (got)	It has not (got)	It hasn't (got)	Have we (got)?
We have (got)	We've (got)	We have not (got)	We haven't (got)	Have you (got)?

You have (got) They have (got)	You've (got) They've (got)	You have not (got) They have not (got)	You haven't (got) They haven't (got)	Have they (got)?

Had

Grandpa, did you have a TV when you were five?
No, I didn't. People didn't have TV's then. They had radios.

Have (had) в past simple имеет форму Had для всех лиц.

Вопросы строятся с помощью вспомогательного глагола did, личного местоимения в именительном падеже и глагола - have. Например: Did you have many toys when you were a child? Отрицания строятся с помощью did not и have. Например: I did not / didn't have many toys when I was a child.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
	Полная форма	Краткая форма	
I had	I did not have	I didn't have	Did I have?
You had	You did not have	You didn't have	Did you have?
He had	He did not have	He didn't have	Did he have?
She had	She did not have	She didn't have	Did she have?
It had	It did not have	It didn't have	Did it have?
We had	We did not have	We didn't have	Did we have?
You had	You did not have	You didn't have	Did you have?
They had	They did not have	They didn't have	Did they have?

Имя прилагательное. The Adjective

Категории	**Прилагательное в русском языке**	**Прилагательное в английском языке**
Число	изменяется	не изменяется
Род	изменяется	не изменяется
Падеж	изменяется	не изменяется

Образование имен прилагательных

Имена прилагательные бывают: **простые и производные**

К **простым** именам прилагательным относятся прилагательные, не имеющие в своем составе **ни приставок, ни суффиксов: small -** *маленький*, **long -** *длинный*, **white -** *белый*.

К **производным** именам прилагательным относятся прилагательные, имеющие в своем составе **суффиксы** или **приставки**, или одновременно и те, и другие.

Суффиксальное образование имен прилагательных

Суффикс	**Пример**	**Перевод**
- ful	use**ful** doubt**ful**	**полезный** **сомневающийся**
- less	help**less** use**less**	**беспомощный** **бесполезный**
- ous	fam**ous** danger**ous**	**известный** **опасный**
- al	form**al** centr**al**	**формальный** **центральный**
- able	eat**able** cap**able**	**съедобный** **способный**

Приставочный способ образования имен прилагательных

Приставка	Пример	Перевод
un -	**un**cooked **un**imaginable	**невареный** **невообразимый**
in -	**in**capable **in**human	**неспособный** **негуманный**
il -	**il**legal **il**liberal	**нелегальный** **необразованный**
im -	**im**possible **im**practical	**невозможный** **непрактичный**
dis -	**dis**honest **dis**agreeble	**бесчестный** **неприятный**
ir -	**ir**regular **ir**responsible	**неправильный** **безответственный**
Некоторые имена прилагательные являются составными и образуются из двух слов, составляющих одно понятие: **light-haired –** светловолосый, **snow-white –** белоснежный.		

Прилагательные, оканчивающиеся на – ed и на - ing

- ed	**- ing**
Описывают чувства и состояния	**Описывают предметы, вещи, занятия, вызывающие эти чувства**
interested – интересующийся, заинтересованный	**interesting -** интересный
bored - скучающий	**boring -** скучный
surprised - удивленный	**surprising -** удивительный

Степени сравнения прилагательных

Английские прилагательные не изменяются ни по числам, ни по родам, но у них есть **формы степеней сравнения.**

Имя прилагательное в английском языке имеет **три формы** степеней сравнения:

- положительная степень сравнения **(Positive Degree);**

- сравнительная степень сравнения **(Comparative Degree);**

- превосходная степень сравнения **(Superlative Degree).**

Основная форма прилагательного - положительная степень. Форма сравнительной и превосходной степеней обычно образуется от формы положительной степени одним из следующих способов:

1. -er. -est

Односложные прилагательные образуют **сравнительную степень** путем прибавления **к форме прилагательного в положительной степени** суффикса **- er.** Примерно, тоже самое мы делаем и в русском языке **-** добавляем “е” (большой - больше, холодный - холоднее).

Превосходная степень образуется путем прибавления суффикса **- est. Артикль the обязателен!!!**

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
cold - холодный	cold**er -** холоднее	the cold**est -** самый холодный
big - большой	bigg**er -** больше	the bigg**est -** самый большой
kind - добрый	kind**er -** добрее	the kind**est -** самый добрый

По этому же способу образуются степени сравнения двусложных прилагательных оканчивающихся на **-y, -er, -ow, -ble:**

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень

clever — умный **easy -** простой **able -** способный **busy -** занятой	clever**er - умнее** eas**ier - проще** abl**er - способнее** bus**ier - более занятой**	**the** clever**est - самый умный** **the** easi**est - самый простой** **the** abl**est - самый способный** **the** busi**est - самый занятой**

При образовании степеней сравнения посредством суффиксов **– er и – est** соблюдаются следующие **правила орфографии:**

Если прилагательное заканчивается на немое **“e” ,** то при прибавлении **– er и – est немое “e” опускается:**

large **– large r - the large st /** большой – больше – самый большой

brave **– brave r – the brave st /** смелый – смелее – самый смелый

Если прилагательное заканчивается **на согласную с предшествующим кратким гласным звуком,** то в сравнительной и превосходной степени **конечная согласная буква удваивается:**

big – bigg**er –** bigg**est /** большой – больше – самый большой

hot – hott**er –** hott**est /** горячий – горячее – самый горячий

thin – thinn**er –** thinn**est /** тонкий – тоньше – самый тонкий

Если прилагательное **заканчивается на “y” с предшествующей согласной,** то в сравнительной и превосходной степени **“y” переходит в “i”:**

busy – bus**ier –** bus**iest / занятой – более занятой – самый занятой**

easy – eas**ier –** eas**iest / простой – проще – самый простой**

2. more, the most

Большинство двусложных прилагательных и прилагательных, состоящих из трех и более слогов, образуют сравнительную степень при помощи слова **more**, а **превосходную** – при помощи слова **most**.

Эти слова ставятся перед именами прилагательными в положительной степени:

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
beautiful - красивый **interesting – интересный** **important - важный**	**more beautiful -** красивее **more interesting -** интереснее **more important -** важнее	**the most beautiful** - самый красивый **the most interesting** - самый интересный **the most important** - самый важный

Особые формы

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
good - хороший **bad -** плохой **little -** маленький **much/many -** много **far -** далекий/далеко **old -** старый	**better -** лучше **worse -** хуже **less -** меньше **more -** больше **farther/further -** дальше **older/elder -** старше	**the best -** самый лучший **the worst -** самый плохой **the least -** самый маленький, меньше всего **the most -** больше всего **the farthest/furthest -** самый дальний **the oldest/eldest -** самый старый

3. less. the least

Для выражения **меньшей** или **самой низкой степени** качества предмета по сравнению с другими предметами употребляются соответствующие слова **less** – менее и **the least** – наименее, которые ставятся перед прилагательными в форме положительной степени.

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
beautiful – красивый **interesting -** интересный	**less beautiful -** менее красивый	**the least beautiful –** самый некрасивый

important - важный	**less interesting –** менее интересный **less important -** менее важный	**the least interesting –** самый неинтересный **the least important –** самый неважный

Другие средства сравнения двух предметов или лиц

Конструкция	Комментарий	Примеры
As…as (такой же, так же)	**Для сравнения двух объектов одинакового качества**	He is **as** a strong **as** a lion Он такой же сильный, как лев. She is **as** clever **as** an owl**.** Она такая же умная, как сова.
Not so…as (не такой, как)	**в отрицательных предложениях**	He is **not so** strong **as** a lion. Он не такой сильный, как лев**.** She is **not so** clever **as** an owl. Она не такая умная, как сова.
The…the (с двумя сравнительными степенями)	**показывает зависимость одного действия от другого**	**The more** we are together **the happier** we are. Чем больше времени мы проводим вместе, тем счастливее мы становимся. **The more** I learn this rule **the less** I understand it. Чем больше я учу это правило, тем меньше я его понимаю.

Особые замечания об употреблении сравнительных и превосходных степеней имен прилагательных:

- Сравнительная степень может быть усилена употреблением перед ней слов со значением **«гораздо, значительно»:**

His new book is **much more** interesting than previous one. *Его новая книга гораздо более интересная, чем предыдущая.*

This table **is more** comfortable than **that one**. *Этот стол более удобный чем тот.*

- После союзов **than** и **as** используются либо личное местоимение в именительном падеже с глаголом, либо личное местоимение в объектном падеже:

I can run **as** fast **as** him **(as he can).** *Я могу бегать так же быстро, как он.*

Числительное. The numeral

Перед **сотнями, тысячами, миллионами** обязательно называть их количество, даже если всего одна сотня или одна тысяча:

126 – one hundred twenty six

1139 – one thousand one hundred and thirty nine

В составе числительных – сотни, тысячи и миллионы не имеют окончания множественного числа: **two hundred – 200, three thousand – 3000, и т.д.**

НО: окончание множественного числа добавляется hundred, thousand, million, когда они выражают неопределенное количество сотен, тысяч, миллионов. В этом случае после них употребляется существительное с предлогом **“of”:**

hundreds <u>of</u> children – сотни детей

thousands <u>of</u> birds- тысячи птиц

millions <u>of</u> insects – миллионы насекомых

Начиная с 21, числительные образуются так же как в русском языке:

20+1=21 (twenty + one = **twenty one**)

60+7=67 (sixty + seven = **sixty seven**) и т.д.

Как читать даты

1043	ten forty-three
1956	nineteen fifty-six
1601	sixteen o one
2003	two thousand three
В 2003 году	in two thousand three
1 сентября	the first of September
23 февраля	the twenty-third of February

ДРОБНЫЕ ЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ (FRACTIONAL NUMERALS)

В простых дробях (Common Fractions) числитель выражается количественным числительным, а знаменатель порядковым:

1/7- one seventh одна седьмая

При чтении простых дробей, если числитель их больше единицы, к знаменателю прибавляется окончание множественного числа -s:

2/4 - two fourths - две четвертых

2/3 -two thirds - две третьих

3 1/5 - three and one fifth - три целых и одна пятая

1/2 - one second, a second, one half, a half - одна вторая, половина

1/4 -one fourth, a fourth, one quarter, a quarter - одна четвертая, четверть

В десятичных дробях (Decimal Fractions) целое число отделяется точкой, и каждая цифра читается отдельно. Нуль читается nought [no:t] (в США - zero ['zierou]).

4.25 four point twenty-five; four point two five

0.43 nought point forty-three; nought point four three

Существительные, следующие за дробью, имеют форму единственного числа, и перед ними при чтении ставится предлог -of:

2/3 metre- two thirds of a metre

две третьих метра

0.05 ton - nought point nought five of a ton

ноль целых пять сотых тонны

Существительные, следующие за смешанным числом, имеют форму множественного числа и читаются без предлога of:

35 1 /9 tons -thirty-five and one ninth tons

14.65 metres -one four (или fourteen) point six five (или sixty-five) metres

В обозначениях номеров телефонов каждая цифра читается отдельно, нуль здесь читается [ou]:

224-58-06 ['tu:'tu:'fo:'faiv'eit'ou'siks]

ТЕМА 2. Учебно-познавательная сфера общения (Я и мое образование)

Тематика общения:

1. Высшее образование в России и за рубежом.
2. Мой вуз.
3. Студенческая жизнь.

Проблематика общения:

1. Уровни высшего образования.
2. Уральский государственный горный университет.
3. Учебная и научная работа студентов.
4. Культурная и спортивная жизнь студентов.

2.1 Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

The Ural State Mining University

Mining University – Горный университет; **higher educational institution** - высшее учебное заведение; **to provide** - зд. Предоставлять; **full-time education** - очное образование; **extramural education** - заочное образование; **to award** – награждать; **post-graduate courses** – аспирантура;	**scientific research centre** - центр научных исследований; **master of science** - кандидат наук; **capable** – способный; **to take part in** - принимать участие; **graduate** – выпускник; **to dedicate** – посвящать; **to carry out scientific work** - выполнять научную работу;

Faculty of Mining Technology - горно – технологический; **Faculty of Engineering and Economics** - инженерно-экономический; **Institute of World Economics** – Институт мировой экономики; **Faculty of Mining Mechanics** - горно-механический; **Faculty of Civil Protection** – гражданской защиты; **Faculty of City Economy** – городского хозяйства;	**Faculty of Geology & Geophysics** – геологии и геофизики; **Faculty of extramural education** – заочный; **department** – кафедра; **dean** – декан; **to train specialists in** - готовить специалистов; **to consist of** - состоять из; **preparatory** – подготовительный; **additional** – дополнительный; **to offer** – предлагать;

to house - размещать /ся/; **building** – здание; **Rector's office** – ректорат; **Dean's office** – деканат; **department** – кафедра; **library** – библиотека; **reading hall** - читальный зал; **assembly hall** - актовый зал; **layout** - расположение, план; **administrative offices** - административные отделы;	**computation centre** - вычислительный центр; **canteen** – столовая; **to have meals** – питаться; **hostel** – общежитие; **to go in for sports** - заниматься спортом; **wrestling** – борьба; **weight lifting** - тяжелая атлетика; **skiing** - катание на лыжах; **skating** - катание на коньках; **chess** – шахматы;

academic work - учебный процесс; **academic year** - учебный год; **to consist of** - состоять из; **bachelor's degree** - степень бакалавра;	**general geology** - общая геология; **foreign language** - иностранный язык; **to operate a computer** - работать на компьютере;

course of studies - курс обучения; **to last** - длиться; **term** - семестр; **to attend lectures and classes** - посещать лекции и занятия; **period** - пара, 2 – х часовое занятие; **break** - перерыв; **subject** - предмет; **descriptive geometry** - начертательная геометрия;	**to take a test (an exam)** - сдавать зачет, экзамен; **to pass a test (an exam)** - сдать зачет, экзамен; **to fail a test (an exam)** - не сдать зачет, экзамен; **to fail in chemistry** - не сдать химию; **holidays, vacations** - каникулы; **to present graduation paper** - представлять дипломные работы; **for approval** - к защите;

The Faculty of Mining Technology trains specialists in: mine surveying - маркшейдерская съемка; underground mining of mineral deposits - подземная разработка месторождений полезных ископаемых; mine and underground construction - шахтное и подземное строительство; surface mining (open-cut mining) - открытые горные работы; physical processes of mining, oil and gas production - физические процессы горного и нефтегазового производства; placer mining - разработка россыпных месторождений; town cadastre - городской кадастр.

The Institute of World Economics trains specialists in: land improvement, recultivation and soil protection - мелиорация, рекультивация и охрана земель; engineer protection of environment in mining - инженерная защита окружающей среды в горном деле; computer systems of information processing and control - автоматизированные системы обработки информации и управления; economics and management at mining enterprises - экономика и управление на предприятиях горной промышленности.

The Faculty of Mining Mechanics trains specialists in: electromechanical equipment of mining enterprises - электромеханическое оборудование горных предприятий; designing & production of mining, oil and gas machinery - конструирование и производство горных и нефтегазопромысловых машин; technological and service systems of exploitation and maintenance of machines and equipment - технологические и сервисные системы эксплуатации и ремонта машин и оборудования; motorcars and self-propelled mining equipment - автомобили и самоходное горное оборудование; electric drive and automation or industrial units and technological complexes - электопривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов; automation of technological processes and industries - автоматизация технологических процессов и производств; mineral dressing - обогащение полезных ископаемых.

The Faculty of Geology & Geophysics trains specialists in: geophysical methods of prospecting and exploring mineral deposits - геофизические мет оды поисков и разведки месторождений полезных ископаемых; according to some specializations: geoinformatics – геоинформатика; applied geophysics - прикладная геофизика; structural geophysics - структурная геофизика; geological surveying and exploration or mineral deposits - геологическая съемка и поиски МПИ; geology and mineral exploration - геология и разведка МПИ; prospecting and exploration or underground waters and engineering - geological prospecting - поиски и разведка подземных вод и инженерно-геологические изыскания; applied geochemistry, petrology and mineralogy - прикладная геохимия, петро логия и минералогия; drilling technology - технология и техника разведки МПИ.

2.2 Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

This text is dedicated to the history of the Ural State Mining University formerly called the Sverdlovsk Mining Institute. It was founded in 1917. It is the oldest higher technical educational institution in the Urals. In 1920 the Mining Institute became a faculty of the Ural State University and in 1925 of the Ural Polytechnical Institute. In 1930 this faculty was reorganized into the Mining Institute. The Institute was named after V.V. Vakhrushev the USSR Coal Industry Minister in 1947. It was awarded the Order of the Red Banner of Labour in 1967.

In 1993 the Sverdlovsk Mining Institute was reorganized into The Ural State Academy of Wining and Geology. In 2004 The Ural State Academy of Mining and Geology was reorganized into The Ural State Mining University. The University provides full-time and extramural education in many specialities. There are post graduate courses at the University as well.

The University is an important scientific research center. Many doctors and masters of Science teach and carry out scientific work at the University. Capable students take part in research projects. The graduates of the University work all over the country.

There are six faculties at the Ural State Mining University: Faculty of Mining Technology; Faculty of Mining Mechanics; Faculty of Geology & Geophysics; Faculty of Civil Protection; Faculty of City Economy; Faculty of Extramural Education; and The Institute of World Economics.

Besides there is a Preparatory faculty where young people get special training before taking entrance exams. The Faculty of Additional Education offers an opportunity to get the second higher education.

Each faculty trains mining engineers in different specialities.

There are many specialities at the Faculty of Extramural Education where students have to combine work with studies. Very often the Ural State Mining University organizes training specialists in new modern specialities.

Faculties consist of Departments. Each faculty is headed by the Dean. The head of the Academy is the Rector.

The University is housed in four buildings. Building, One houses - the Rector's office, the Deans' offices, number of administrative offices, Faculty of City Economy, the Faculty or Mining Mechanics with its numerous departments and laboratories (labs).

Building Two houses the Faculty of Mining Technology, Faculty of Civil Protection, the Deans' offices, many departments, labs and the computation centre.

Building Three houses the Faculty of Geology & of Geophysics, the Faculty of Extramural Education, the Dean's offices, many departments and labs. The Ural Geological Museum, the Museum of the History of the Ural State Mining University and some administrative offices are also housed in this building.

Building Four houses The Institute of World Economics, the Dean's office, departments and labs, the library, reading halls, the Assembly hail, the students cultural centre and a large canteen where students can have their meals.

The library and the reading halls provide students with all kinds of reading: textbooks, reference books / справочники/ dictionaries, magazines and fiction/ художественная литература/.

Besides not far from the University there are four five-storied buildings of the student hostel, where most students live. Near the hostels there is a House of Sports. There students can go in for- different kinds of sports: chess, badminton, table tennis, boxing, wrestling, weight lifting, basketball, volleyball, handball.

The Ural State Mining University offers students three different programs of higher education such as: Bachelors, Diplomate Engineers and Magisters.

The course of studies for a bachelor's degree lasts four years. The academic year begins in September and ends in June. It consists of two terms - September to January and February to June. Students attend lectures and practical classes. As a rule, there are three or four periods of lectures and Classes a day with 20 minutes break between them.

During their first two years students take the following subjects: higher mathematics, physics, chemistry, theoretical air-mechanics, descriptive geometry, general geology, mineralogy, geodesy, history, a foreign language (English, French or German). Besides all the students learn to operate a computer.

Students take their tests and exams at the end of each term. After exams students have their holidays or vacations. At the end of the academic year the students of the academy have practical work at mines, mineral dressing plants, geological & geophysical parties. At the end of the final year students present their graduation papers for approval. After getting the Bachelor's degree the graduates have a possibility to continue their education. They can enter a Diplomate Engineer's course or studies

which lasts one academic year or the graduates can take a two-year program of Magister's degree. After defending final papers these graduates can enter the post-graduate courses.

2.3 Систематизация грамматического материала:

1. Образование видовременных форм глагола в активном залоге.

Образование видовременных форм глагола в активном залоге

Present Simple употребляется для выражения:

1. постоянных состояний,

2. повторяющихся и повседневных действий (часто со следующими наречиями: always, never, usually и т.д.). Mr Gibson is a businessman. He lives in New York, (постоянное состояние) He usually starts work at 9 am. (повседневное действие) He often stays at the office until late in the evening, (повседневное действие)

3. непреложных истин и законов природы, The moon moves round the earth.

4. действий, происходящих по программе или по расписанию (движение поездов, автобусов и т.д.). The bus leaves in ten minutes.

Маркерами present simple являются: usually, always и т.п., every day / week / month / year и т.д., on Mondays I Tuesdays и т.д., in the morning / afternoon / evening, at night / the weekend и т.д.

Present Continuous употребляется для выражения:

1. действий, происходящих в момент речи He is reading a book right now.

2. временных действий, происходящих в настоящий период времени, но не обязательно в момент речи She is practising for a concert these days. (В данный момент она не играет. Она отдыхает.)

3. действий, происходящих слишком часто и по поводу которых мы хотим высказать раздражение или критику (обычно со словом "always") "You're always interrupting me!"(раздражение)

4. действии, заранее запланированных на будущее. He is flying to Milan in an hour. (Это запланировано.)

Маркерами present continuous являются: now, at the moment, these days, at present, always, tonight, still и т.д.

Во временах **группы Continuous** обычно **не употребляются** глаголы:

1. выражающие восприятия, ощущения (see, hear, feel, taste, smell), Например: This cake tastes delicious. (Но не: This cake is tasting delicious)

2. выражающие мыслительную деятельность [know, think, remember, forget, recognize(ze), believe, understand, notice, realise(ze), seem, sound и др.],

Например: I don't know his name.

3. выражающие эмоции, желания (love, prefer, like, hate, dislike, want и др.), Например: Shirley loves jazz music.

4. include, matter, need, belong, cost, mean, own, appear, have (когда выражает принадлежность) и т.д. Например: That jacket costs a tot of money. (Но не: That jacket is costing a lot of money.)

Present perfect употребляется для выражения:

1. действий, которые произошли в прошлом в неопределенное время. Конкретное время действия не важно, важен результат, Kim has bought a new mobile phone. (Когда она его купила? Мы это не уточняем, поскольку это не важно. Важного, что у нее есть новый мобильный телефон.)

2. действий, которые начались в прошлом и все еще продолжаются в настоящем, We has been a car salesman since /990. (Он стал продавцом автомобилей в 1990 году и до сих пор им является.)

3. действий, которые завершились совсем недавно и их результаты все еще ощущаются в настоящем. They have done their shopping. (Мы видим, что они только что сделали покупки, поскольку они выходят из супермаркета с полной тележкой.)

4. Present perfect simple употребляется также со словами "today", "this morning / afternoon" и т.д., когда обозначенное ими время в момент речи еще не истекло. He has made ten photos this morning. (Сейчас утро. Указанное время не истекло.)

К маркерам present perfect относятся: for, since, already, just, always, recently, ever, how long, yet, lately, never, so far, today, this morning/ afternoon / week / month / year и т.д.

Present perfect continuous употребляется для выражения:

1. действий, которые начались в прошлом и продолжаются в настоящее время He has been painting the house for three days. (Он начал красить дом три дня назад и красит его до сих пор.)

2. действий, которые завершились недавно и их результаты заметны (очевидны) сейчас. They're tired. They have been painting the garage door all morning. (Они только что закончили красить. Результат их действий очевиден. Краска на дверях еще не высохла, люди выглядят усталыми.)

Примечание.

1. С глаголами, не имеющими форм группы Continuous, вместо present perfect continuous употребляется present perfect simple. Например: I've known Sharon since we were at school together. (А не: I've been knowing Sharon since we were at school together.)

2. С глаголами live, feel и work можно употреблять как present perfect continuous, так и present perfect simple, при этом смысл предложения почти не изменяется.
Например: He has been living/has lived here since 1994.

К маркерам present perfect continuous относятся: for. since. all morning/afternoon/week/day и т.д., how long (в вопросах).

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Put the verbs in brackets into the present simple or the present continuous.

1 A: *Do you know* (you/know) that man over there?
B: Actually, I do. He's Muriel's husband.

2 A: Are you doing anything tomorrow evening?
B: Yes. I … (see) Jack at nine o'clock.

3 A: I … (see) you're feeling better.
B: Yes, I am, thank you.

4 A: What's that noise?
B: The people next door … (have) a party.

5 A: Graham … (have) a new computer.
B: I know. I've already seen it.

6 A: This dress …. (not/fit) me any more.
B: Why don't you buy a new one?

7 A: Your perfume … (smell) nice. What is it?
B: It's a new perfume called Sunshine.

8 A: What is Jane doing?
B: She … (smell) the flowers in the garden.

9 A: What … (you/look) at?
B: Some photos I took during my holidays. They aren't very good, though.

10 A: You … (look) very pretty today.
B: Thank you. I've just had my hair cut.

11 A: I … (think) we're being followed.
B: Don't be silly! It's just your imagination.

12 A: Is anything wrong?
B: No. I … (just/think) about the party tonight.

13 A: This fabric … (feel) like silk.
B: It is silk, and it was very expensive.

14 A: What are you doing?

B: I … (feel) the radiator to see if it's getting warm.
15 A: She … (be) generous, isn't she?
B: Yes, she has never been a mean person.
16 A: He … (be) very quiet today, isn't he?
B: Yes, I think he has some problems.
17 A: Would you like some cherries?
B: Yes, please. I … (love) cherries. They're my favourite fruit.
18 A: I'm sorry, but I … (not understand) what you mean.
B: Shall I explain it again?
19 A: The children are making lots of noise today.
B: I know, but they … (have) fun.
20 A: This cake … (taste) awful.
B: I think I forgot to put the sugar in it!

2. Fill in the gaps with recently, how long, yet, for, always, ever, already, since, so far or just. Sometimes more than one answer is possible.

1 A: Has Tom finished his exams ...yet...?
B: No. He finishes them next Thursday.
2 A: … has Janet been working at the hospital?
B: She has been working there … she left school.
3 A: How are you finding your new job?
B: Great. I haven't had any problems … .
4 A: Is John at home, please?
B: No, I'm afraid he's … gone out.
5 A: Have you been waiting long?
B: Yes, I've been here … two hours.
6 A: Has Martin … been to Spain?
B: No. I don't think so.
7 A: Have you spoken to Matthew … ?
B: Yes. I phoned him last night.
8 A: Can you do the washing-up for me, please?
B: Don't worry. Mike has … done it.
9 A: Lucy has … been musical, hasn't she?
B: Yes, she started playing the piano when she was five years old.
10 A: Shall we go to that new restaurant tonight?
B: Yes. I have … been there. It's really nice.
11 A: Your dog's been barking … three hours!
B: I'm sorry. I'll take him inside.
12 A: Have you finished reading that bodk yet?
B: No. I've … started it.

3. Put the verbs in brackets into the present perfect or continuous, using short forms where appropriate.

1 A: How long ...*have you known*... (you/know) Alison?
B: We ... (be) friends since we were children.
2 A: Who … (use) the car?
B: I was. Is there a problem?
3 A: What are Andrew and David doing?
B: They … (work) in the garden for three hours.
4 A: Why is Sally upset?
B: She … (lose) her bag.
5 A: I … (always/believe) that exercise is good for you.

B: Of course, it's good to keep fit.

6 A: Emily … (teach) maths since she left university.
B: Yes, and she's a very good teacher, too.

7 A: Fred … (open) a new shop.
B: Really? Where is it?

8 A: This pie is delicious.
B: Is it? I … (not/taste) it yet.

9 A: Have you found your umbrella yet?
B: No, I … (look) for it for an hour now.

10 A: You look exhausted.
B: Well, I … (clean) the windows since 8 o'clock this morning.

11 A: Can I have some more lemonade, please?
B: Sorry, your brother … (just/drink) it all.

12 A: Have you got new neighbours?
B: Yes, they … (just/move) to the area.

4. Put the verbs in brackets into the present perfect or the present perfect continuous.

Dear Connie,

I hope you are enjoying yourself at university. I'm sure you 1)...*'ve been studying*... (study) hard. Everything is fine here at home. Billly 2) … (just/receive) his school report. It was bad, as usual. He 3) … (decide) to leave school next year and find a job. Fiona 4) … (go) to the gym every day for the past two weeks. She 5) … (try) to get in shape for the summer. She 6) … (already/plan) her holiday in the sun. Your father 7) … (sell) the old car and he 8) … (buy) a new one. It's lovely — much nicer than the old one.

Anyway, write soon.

Love, Mum

5. Fill in the gaps with have/has been (to) or have/has gone (to).

Jack: Hi, Jill. Where's Paul?

Jill: Oh, he 1) ...*has gone to*... London for a few days.

Jack: Really! I 2) … London recently. I came back yesterday. 3) … you … there?

Jill: No, I haven't. Paul 4) … twice before, though. Where's Sarah?

Jack: She 5) … Spain for two weeks with her parents. They 6) … there to visit some friends.

Jill: When is she coming back?

Jack: They'll all be back next weekend.

6. Choose the correct answer.

1 'What time does the train leave?'
'I think it ..*A*... at 2 o'clock.'
A leaves
B has been leaving
C has left

2 'Where are Tom and Pauline?'
They … e supermarket.'
A have just gone
B have been going
C go

3 What is Jill doing these days?'
She … for a job for six months.'
A is looking
B has been looking
C looks

4 Is Mandy watching TV?'
No. She … her homework right now.'
A is always doing
B is doing
C does

5 'Have you been for a walk?'
'Yes. I often … for walks in the evenings.'
A have gone
B am going
C go

6 'Have you seen any films lately?'
'Yes. Actually, I … two this week.'
A have seen
B am seeing
C see

7 'What … ?'
'It's a piece of cherry pie. Mum made it yesterday.'
A are you eating
B do you eat
C have you eaten

8 'Are you going on holiday this summer?'
'Yes. I … enough money.'
A am saving
B have already saved
C save

9 'Is Todd reading the newspaper?'
'No. He … dinner at the moment.'
A has been making
B makes
C is making

10 'Have you bought any new CDs recently?'
'Yes. Actually, I … two this week.'
A have bought
B have been buying
C am buying

11 'What time does the play start?'
'I think it … at 8 o'clock.'
A has been starting
B starts
C has started

12 'Where is Mark?'
'He … to the library to return some books.'
A has gone
B has been
C is going

13 'What … ?'
'It's a letter to my pen-friend. I'm telling her my news.'
A have'you written
B do you write
C are you writing

7. Underline the correct tense.

1. Liz and I are good friends. We **know/<u>have known</u>** each other for four years.
2. Sarah is very tired. She **has been working / is working** hard all day.
3. Where is John?' 'He's upstairs. He **does/is doing** his homework.'
4. I can't go to the party on Saturday. I **am leaving/ have been leaving** for Spain on Friday night.
5. Jane **has finished/is finishing** cleaning her room, and now she is going out with her friends.
6. I didn't recognise Tom. He **looks/is looking** so different in a suit.
7. I don't need to wash my car. Jim **washes/has washed** it for me already.
8. Ian **has been talking/is talking** to his boss for an hour now.
9. Claire's train **arrives/has arrived** at 3 o'clock. I must go and meet her at the station.
10. 'Would you like to borrow this book?' 'No, thanks. I **have read/have been reading** it before.'
11. 'Where **are you going/do you go**?' To the cinema. Would you like to come with me?'
12. Have you seen my bag? I **am searching/have been searching** for it all morning.
13. 'Is Colin here?' 'I don't know. I **haven't seen/ haven't been seeing** him all day.'
14. Sophie is very clever. She **is speaking/speaks** seven different languages.
15. We **are moving/have moved** house tomorrow. Everything is packed.

8. Put the verbs in brackets into the correct tense.

1 Who …*has been using* … (use) my toothbrush?
2 'What … (you/do)?' 'I … (write) a letter.'
3 Samantha … (play) tennis with friends every weekend.
4 Tim and Matilda … (be) married since 1991.
5 Uncle Bill … (just/decorate) the bathroom.
6 Pauline and Tom … (sing) in the school choir twice a week.
7 Who … (you/speak) to?
8 Sarah is very happy. She … (win) a poetry competition.
9 He … (drink) two cups of coffee this morning.
10 My friend … (live) in America at the moment.
11 They … (usually/change) jobs every five years.
12 I … (normally/cut) my hair myself.
13 Linda … (study) in the library for three hours.
14 We … (play) in a concert next weekend.
15 Who … (read) my diary?
16 Tim … (leave) the house at 7 o'clock every morning.
17 … (your mother/work) in a bank?
18 … (you/drink) coffee with your breakfast every day?
19 We … (make) plans for our summer holidays right now.
20 They… (move) house in September.

9. Put the verbs in brackets into the correct tense.

1 A: What ...*are you doing*... (you/do)?
B: Nothing. I … (just/finish) my lunch.
2 A: Where … (you/be) all morning?
B: I … (clean) my house since 8 o'clock.
3 A: … (you/do) anything next weekend?
B: No, I … (not/make) any plans yet.
4 A: Jane looks great. … (she/lose) weight?
B: Yes, she … (exercise) a lot recently.
5 A: … (be/you) busy right now?
B: Yes, I … (just/start) typing this report.
6 A: Where is Peter?
B: He … (wash) the car at the moment.
7 A: Who … (be) your favourite actor?

B: I … (like) Sean Connery since I was a child.

8 A: … (you/do) your homework yet?

B: Almost; I … (do) it now.

10. Put the verbs in brackets into the correct tense.

Dear Nick,

This is just a short note to tell you I 1) *...'m arriving/arrive...* (arrive) at the airport at 5 pm on Saturday, 10th December. I 2) … (be) very busy recently, and that's why I 3) … (not/write) to you for a while. I 4) … (plan) this trip for months, so now I 5) … (look forward) to spending some time with you and your family. I 6) … (hope) you will be able to meet me at the airport. Please give my love to your wife and the children.

See you soon,
James

Past simple употребляется для выражения:

1. действий, произошедших в прошлом в определенное указанное время, то есть нам известно, когда эти действия произошли, They graduated four years ago. (Когда они закончили университет? Четыре года назад. Мы знаем время.)

2. повторяющихся в прошлом действий, которые более не происходят. В этом случае могут использоваться наречия частоты (always, often, usually и т.д.), He often played football with his dad when he was five. (Но теперь он уже не играет в футбол со своим отцом.) Then they ate with their friends.

3. действий, следовавших непосредственно одно за другим в прошлом.

They cooked the meal first.

4. Past simple употребляется также, когда речь идет о людях, которых уже нет в живых. Princess Diana visited a lot of schools.

Маркерами past simple являются: yesterday, last night / week / month / year I Monday и т.д., two days I weeks I months I years ago, then, when, in 1992 и т.д.

People used to dress differently in the past. Women used to wear long dresses. Did they use to carry parasols with them? Yes, they did. They didn't use to go out alone at night.

• **Used to** (+ основная форма глагола) употребляется для выражения привычных, повторявшихся в прошлом действий, которые сейчас уже не происходят. Эта конструкция не изменяется по лицам и числам. Например: Peter used to eat a lot of sweets. (= Peter doesn't eat many sweets any more.) Вопросы и отрицания строятся с помощью did / did not (didn't), подлежащего и глагола "use" без -d.

Например: Did Peter use to eat many sweets? Mary didn’t use to stay out late.

Вместо "used to" можно употреблять past simple, при этом смысл высказывания не изменяется. Например: She used to live in the countryside. = She lived in the countryside.

Отрицательные и вопросительные формы употребляются редко.

Past continuous употребляется для выражения:

1. временного действия, продолжавшегося в прошлом в момент, о котором мы говорим. Мы не знаем, когда началось и когда закончилось это действие, At three o'clock yesterday afternoon Mike and his son were washing the dog. (Мы не знаем, когда они начали и когда закончили мыть собаку.)

2. временного действия, продолжавшегося в прошлом (longer action) в момент, когда произошло другое действие (shorter action). Для выражения второго действия (snorter action) мы употребляем past simple, He was reading a newspaper when his wife came, (was reading = longer action: came = shorter action)

3. двух и более временных действий, одновременно продолжавшихся в прошлом. The people were watching while the cowboy was riding the bull.

4. Past continuous употребляется также для описания обстановки, на фоне которой происходили события рассказа (повествования). The sun was shining and the birds were singing. Tom was driving his old truck through the forest.

Маркерами past continuous являются: while, when, as, all day / night / morning и т.д.
when/while/as + past continuous (longer action) when + past simple (shorter action)

Past perfect употребляется:

1. для того, чтобы показать, что одно действие произошло раньше другого в прошлом. При этом то действие, которое произошло раньше, выражается past perfect simple, а случившееся позже - past simple,
They had done their homework before they went out to ptay yesterday afternoon. (=They did their homework first and then they went out to ptay.)

2. для выражения действий, которые произошли до указанного момента в прошлом,
She had watered all the flowers by five o'clock in the afternoon.
(=She had finished watering the flowers before five o'clock.)

3. как эквивалент present perfect simple в прошлом. То есть, past perfect simple употребляется для выражения действия, которое началось и закончилось в прошлом, а present perfect simple - для действия, которое началось в прошлом и продолжается (или только что закончилось) в настоящем. Например: Jill wasn't at home. She had gone out. (Тогда ее не было дома.) ЛИ isn 't at home. She has gone out. (Сечас ее нет дома.)

К маркерам past perfect simple относятся: before, after, already, just, till/until, when, by, by the time и т.д.

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Put the verbs in brackets into the past simple or the past continuous. Which was the longer action in each sentence?

1. They ...*were cleaning*... (clean) the windows when it …*started*... (start) to rain.
Cleaning the windows was the longer action.
2. As he … (drive) to work, he … (remember) that his briefcase was still at home.
3. Melanie … (cook) dinner when her husband … (come) home.
4. I … (hear) a loud crash as I … (sit) in the garden.
5. She … (type) a letter when her boss … (arrive).
6. While the dog … (dig) in the garden, it … (find) a bone.
7. Mary … (ride) her bicycle when she … (notice) the tiny kitten.
8. While I … (do) my homework, the phone … (ring).

2. A policeman is asking Mrs Hutchinson about a car accident she happened to see yesterday. Put the verbs in brackets into the past simple or the past continuous.

P: What 1) ...*were you doing*... (you/do) when you 2) … (see) the accident, madam?
H: I … (walk) down the street.
P: What exactly 4) … (you/see)?
H: Well, the driver of the car 5)… (drive) down the road when suddenly the old man just 5) … (step) in front of him! It 6) … (be) terrible!
P: 8) … (the driver/speed)?
H: No, not really, but the old man 9) … (not/look) both ways before he ... (try) to cross the road.
P: 11) ... (anyone else/see) the accident?
H: Yes, the lady in the post office.
P: Thank you very much.

3. Put the verbs in brackets into the past simple or the past continuous.

A As soon as Margaret 1) ...*got*... (get) off the train, she 2) … (pull) her coat around her. Rain 3) … (fall) heavily and a cold wind 4) … (blow) across the platform. She 5) … (look) around, but no one 6)

… (wait) to meet her. She 7) … (turn) to leave when she 8) … (hear) footsteps. A man 9) … (walk) towards her. He 10) … (smile) at her, then he 11) … (say), 'You're finally here.'

B George 1) … (pick) up his bag then, 2) … (throw) it over his shoulder. It 3) … (get) dark and he 4) … (have) a long way to go. He wished that he had let someone know that he was coming. It 5) … (start) to rain, and he was feeling cold and tired from the long journey. Suddenly, he 6) … (hear) a noise, then he 7) … (see) two bright lights on the road ahead. A car 8) … (head) towards him. It slowed down and finally 9) … (stop) beside him. A man 10) … (sit) at the wheel. He 11) … (open) the door quickly and 12) … (say) 'Get in, George.'

C Andy 1) … (step) into the house and 2) … (close) the door behind him. Everything 3) … (be) quiet. His heart 4) … (beat) fast and his hands 5) … (shake) as he crept silently into the empty house, but he was trying not to panic. He soon 6) … (find) what he 7) … (look) for. He smiled with relief as he put on the clothes. The men who 8) … (follow) him would never recognise him now.

4. Imagine that you were present when these things happened, then, in pairs, ask and answer questions, as in the example.

SA: What were you doing when the burglar broke in?
SB: I was watching TV.
SA: What did you do?
SB: I called for help.

1 The burglar broke in.
2 The storm broke.
3 The lights went out.
4 The boat overturned.
5 The earthquake hit.
6 The building caught fire.

5. Rewrite each person's comment using used to or didn't use to.

1 Sally - 'I don't walk to work any more.'
I used to walk to work.
2 Gordon - 'I've got a dog now.'
3 Lisa - 'I don't eat junk food any more.'
4 Jane - 'I go to the gym every night now.'
5 Paul - 'I'm not shy any more.'
6 Edward - 'I live in a big house now.'
7 Helen - 'I haven't got long hair any more.'
8 Frank - 'I eat lots of vegetables now.'

6. Choose the correct answer.

1 'I find it hard to get up early.'
'You ...*3*... to getting up early once you start working.'
A are used
B will get used
C were used

2 'Do you often exercise now?'
'No, but I … to exercise a lot when I was at school.'
A used
B will get used
C am used

3 'Aren't you bothered by all that noise?'
'No, we … to noise. We live in the city centre.'
A were used
B will get used

C are used

4 'Does your sister travel a lot?'
'No, but she … to before she got married.'
A didn't use
B used
C wasn't used

5 'I don't like wearing a suit every day.'
'Don't worry, you … to it very soon.'
A are used
B will get used
C were used

6 'Sandra … to using a computer, but now she enjoys it.'
'It's a lot easier for her now.'
A isn't used
B will get used
C wasn't used

7 'Do you remember the things we … to do when we were kids?'
'Of course I do. How could I forget what fun we had!'
A used
B were used
C got used

8 'Do you like living in the city?'
'Well, I … to it yet, but it's okay.'
A am not used
B wasn't used
C am used

7. Fill in the gaps with one of the verbs from the list in the correct form. Use each verb twice.

wash, walk, play, work

1 I used to ...*work*... in a shop, but now I work in an office.
2 I can't concentrate. I'm not used to … in such a noisy office.
3 Tom lived in the country for years. He used to … miles every day.
4 I'm exhausted. I'm not used to … such long distances.
5 Mary used to … her clothes by hand, but now she uses a washing machine.
6 We haven't got a washing machine, so we're used to … our clothes by hand.
7 The children are bored with the bad weather. They're used to … outside.
8 When we were younger, we used to … cowboys and Indians.

8. Put the verbs in brackets into the past simple or the present perfect.

1. A: Do you know that man?
B: Oh yes. He's a very good friend of mine. I 1) ...*'ve known*... (know) him for about ten years.
A: I think I 2) … (meet) him at a business meeting last month.

2. A: Mum 1) … (lose) her purse.
B: Where 2) … (she/lose) it?
A: At the supermarket while she was shopping.

3. A: Who was on the telephone?
B: It 1) … (be) Jane.
A: Who is Jane?
B: Someone who 2) … (work) in my office for a few years. She's got a new job now, though.

4. A: Who is your favourite singer?
B: Freddie Mercury. He 1) … (have) a wonderful voice.
A: Yes, I agree. He 2) … (enjoy) performing live, too.

9. Fill in the gaps with one of the verbs from the list in the past perfect continuous.

read, scream, argue, try, eat, watch

1. Emily was angry. She ...*had been arguing*… with her parents for an hour.
2. Hannah felt sick. She … chocolates all afternoon.
3. Allan had a headache. His baby sister … for half an hour.
4. Emily was frightened. She … a horror film for half an hour.
5. Simon was confused. He … to win the game for hours.
6. John was very tired. He … all night.

10. Put the verbs in brackets into the correct past tense.

A: On Monday morning, Jo 1) ... *missed*... (miss) the bus and had to walk to school. When she 2) … (arrive), the bell 3) … (already/ring)', and lessons 4) … (start). The children 5) … (work) quietly when Jo 6) … (walk) into the'classroom.

B: When Jamie 1) … (get) to the party, a lot of people 2) … (dance) to pop music. Everyone 3) … (wear) jeans and T-shirts. Jamie 4) … (buy) a new suit for the party and he 5) … (wear) that. He 6) … (feel) quite silly because everyone 7) … (look) at him.

Future simple употребляется:

1. для обозначения будущих действий, которые, возможно, произойдут, а возможно, и нет, We'll visit Disney World one day.

2. для предсказаний будущих событий (predictions), Life will be better fifty years from now.

3. для выражения угроз или предупреждений (threats / warnings), Stop or I'll shoot.

4. для выражения обещаний (promises) и решений, принятых в момент речи (on-the-spot decisions), I'll help you with your homework.

5. с глаголами hope, think, believe, expect и т.п., с выражениями I'm sure, I'm afraid и т.п., а также с наречиями probably, perhaps и т.п. / think he will support me. He will probably go to work.

К маркерам future simple относятся: tomorrow, the day after tomorrow, next week I month / year, tonight, soon, in a week / month year и т.д.

ПРИМЕЧАНИЕ

Future simple не употребляется после слов while, before, until, as soon as, after, if и when в придаточных предложениях условия и времени. В таких случаях используется present simple. Например: I'll make a phone call while I wait for you. (А не:... whilo I will wait for you.) Please phone me when you finish work.

В дополнительных придаточных предложениях после "when" и "if" возможно употребление future simple. Например: I don't know when I if Helen will be back.

He is going to throw the ball.

Be going to употребляется для:

1. выражения заранее принятых планов и намерений на будущее,

Например: Bob is going to drive to Manchester tomorrow morning.

2. предсказаний, когда уже есть доказательства того, что они сбудутся в близком будущем. Например: Look at that tree. It is going to fall down.

We use the **future continuous**:

a) for an action which will be in progress at a stated for an action which will be future time. *This time next week, we'll be cruising round the islands.*

b) for an action which will definitely happen in the future as the result of a routine or arrangement. *Don't call Julie. I'll be seeing her later, so I'll pass the message on.*

c) when we ask politely about someone's plans for the near future (what we want to know is if our wishes fit in with their plans.) *Will you be using the photocopier for long?*
No. Why?
I need to make some photocopies.

We use the **future perfect**:

1. For an action which will be finished before a stated future time. *She will have delivered all the newspapers by 8 o'clock.*

2. The future perfect is used with the following time expressions: before, by, by then, by the time, until/till.

We use the **future perfect continuous**:

1. to emphasize the duration of an action up to a certain time in the future. *By the end of next month, she will have been teaching for twenty years.*

The future perfect continuous is used with: by... for.

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Tanya Smirnoff is a famous astrologer. She's been invited on a TV show to give her astrological predictions for next year. Using the prompts below, make sentences, as in the example.
e.g. An eartyhquake will strike Asia.

1 earthquake/strike/Asia
2 Tom Murray/win/elections
3 economy/not improve/significantly
4 number of road accidents/increase
5 America/establish/colony/on Mars
6 scientists/not discover/cure for common cold

2. In pairs, ask and answer questions using the prompts below, as in the examples.

SA: Are you going to pay the bill?
SB: Yes, that's what I'm going to do.
SA: Are you going to complain to the manager?
SB: No, that's not what I'm going to do.

1. pay the bill (√)
2. complain to the manager (X)
3. take the skirt back to the shop (√)
4. buy the jumper (√)
5. ask the bank manager for a loan (X)
6. order the food (√)
7. book the airline tickets (X)

3. Fill in the gaps with the correct form of will or be going to and the verb in brackets.

1 A: Why are you buying flour and eggs?
B: Because I ...*'m going to make*... (make) a cake.
2 A: I have decided what to buy Mum for her birthday.
B: Really. What … (you/buy) for her?
3 A: Did you ask Jackie to the party?
B: Oh no! I forgot! I … (ask) her tonight.
4 A: Could I speak to Jim, please?
B: Wait a minute. I … (get) him for you.
5 A: What are your plans for the weekend?

B: I … (spend) some time with my friends.

6 A: What are you doing on Friday night?
B: Oh, I … (probably/stay) at home with my family.

7 A: Have you tidied your room yet?
B: No, but I promise I … (do) it this afternoon.

8 A: Look at that boy!
B: Oh yes! He … (climb) the tree.

9 A: Jason is very clever for his age.
B: Yes. He says he … (become) a doctor when he grows up.

10 A: I'm too tired to cut the grass.
B: Don't worry! I (cut) it for you.

4. Fill in the gaps with shall, will or the correct form of be going to.

1 A: It's too hot in here.
B: You're right. I ...*will...* open a window.

2 A: … I put the baby to bed, now?
B: Yes, he looks a little tired.

3 A: Have you seen Lucy recently?
B: No, but I … meet her for lunch later today.

4 A: Have you done the shopping yet?
B: No, but I … probably do it tomorrow, after work.

5 A: … we ask Mr Perkins for help with the project?
B: That's a good idea. Let's ask him now.

5. Replace the words in bold with will/won't or shall I/we, as in the example.

1 I've asked Paul to talk to the landlord, but he **refuses to** do it.
I've asked Paul to talk to the landlord, but he won't do it.

2 **Do you want me** to make a reservation for you?

3 **Can** you call Barry for me, please?

4 **Why don't we** try this new dish?

5 Where **do you want me** to put these flowers?

6. In pairs, ask and answer questions using the prompts below, as in the example.

SA: *When will you do the gardening?*
SB: *I'll do it after I've done the shopping.*

1 do the gardening / do the shopping

2 post the letters / buy the stamps

3 iron the clothes / tidy the bedroom

4 water the plants / make the bed

5 do your homework / have my dinner

6 pay the bills / take the car to the garage

7. Put the verbs in brackets into the present simple or the future simple.

1 A: I'm going to the gym tonight.
B: Well, while you ...*are*... (be) there, I … (do) the shopping.

2 A: … (you/call) me when you … (get) home?
B: Yes, of course.

3 A: As soon as John … (come) in, tell him to come to my office.
B: Certainly, sir.

4 A: I'm exhausted.
B: Me too. I wonder if David … (come) to help tonight.

5 A: Are you going to visit Aunt Mabel this afternoon?

B: Yes, I ... (visit) her before I … (do) the shopping.

6 A: Is George going to eat dinner with us?
B: No, by the time he … (get) home it … (be) very late.

7 A: When … (you/pay) the rent?
B: When I … (get) my pay cheque.

8 A: What are your plans for the future?
B: I want to go to university after I … (finish) school.

9 A: If you … (pay) for dinner, I … (pay) for the theatre.
B: Okay, that's a good idea.

10 A: Can you give this message to Mike, please?
B: Well, I'll try, but I doubt if I … (see) him today.

8. Put the verbs in brackets into the future simple, the present simple or the present continuous.

1 A: I ...*am seeing*... (see) Roger at seven o'clock tonight.
B: Really? I thought he was out of town.

2 A: … (you/do) anything on Friday morning?
B: No, I'm free.

3 A: I … (go) to the cinema. There's a new film on. Do you want to come with me?
B: What time … (the film/start)?

4 A: Helen … (have) a party the day after tomorrow. … (you/go)?
B: As a matter of fact, I haven't been invited.

5 A: The new exhibition … (open) on April 3rd and … (finish) on May 31st.
B: I know. I … (go) on the first day.

6 A: Aunt Maggie … (come) to visit us tomorrow.
B: I know. What time … (she/arrive)?

7 A: Excuse me, what time … (the train/leave)?
B: At half past three, madam.

8 A: Michael Jackson … (give) a concert at the Olympic Stadium next week.
B: I know. I … (want) to get a ticket.

9 A: I'm really thirsty.
B: I … (get) you a glass of water.

10 A: Are you looking forward to your party?
B: Yes. I hope everyone … (enjoy) it.

11 A: How old is your sister?
B: She .. (be) twelve next month.

12 A: What are you doing tonight?
B: I … (probably/watch) TV after dinner.

9. A) Cliff Turner has his own business and it is doing well. He has already decided to expand. Look at the prompts and say what he is going to do, as in the example.

1. employ more staff

He's going to employ more staff.

2. advertise in newspapers and magazines
3. equip the office with computers
4. increase production
5. move to bigger premises
6. open an office abroad

B) Cliff is always busy. Look at his schedule and say what his arrangements are for the next few days. Make sentences, as in the example.

Wednesday 12th: fly to Montreal

He is flying to Montreal on Wednesday.
Thursday 13th: give an interview to The Financial Times
Friday 14th: have lunch with sales representatives
Saturday 15th: have a meeting with Japanese ambassador
Sunday 16th: play tennis with Carol

10. ln Pairs, ask and answer the following questions using I (don't) think/expect I will or I hope /'m sure/'m afraid I will/won't, as in the example.
SA: *Do you think you will pass your exams?*
SB: *I hope I will/I'm afraid I won't.*
1 pass/exams
2 move house
3 take up / new hobby
4 make / new friends
5 start having music lessons
6 have / party on / birthday
7 learn/drive

ТЕМА 3. Социально-культурная сфера общения (Я и моя страна. Я и мир)

Тематика общения:

1. Екатеринбург – столица Урала.
2. Общее и различное в национальных культурах.

Проблематика общения:

1. Мой родной город.
2. Традиции и обычаи стран изучаемого языка.
3. Достопримечательности стран изучаемого языка.

3.1 Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

My town

a building – здание
downtown – деловой центр города
town outskirts – окраина города
a road – дорога
an avenue – проспект
a pavement/a sidewalk - тротуар
a pedestrian – пешеход
a pedestrian crossing – пешеходный переход
traffic lights – светофор
a road sign – дорожный знак
a corner – угол
a school - школа
a kindergarten – детский сад
a university - университет
an institute – институт
an embassy - посольство
a hospital - больница
a shop/a store/a shopping centre/a supermarket – магазин, супермаркет
a department store – универмаг
a shopping mall/centre – торговый центр
a food market – продуктовый рынок
a greengrocery – фруктово-овощной магазин
a chemist's/a pharmacy/a drugstore - аптека
a beauty salon – салон красоты
a hairdressing salon/a hairdresser's - парикмахерская
a dental clinic/a dentist's – стоматологическая клиника
a vet clinic – ветеринарная клиника
a laundry – прачечная
a dry-cleaner's – химчистка
a post-office – почтовое отделение
a bank – банк
a cash machine/a cash dispenser - банкомат
a library – библиотека
a sight/a place of interest - достопримечательность
a museum – музей
a picture gallery – картинная галерея
a park – парк
a fountain – фонтан
a square – площадь
a monument/a statue – памятник/статуя
a river bank – набережная реки

a beach – пляж
a bay - залив
a café – кафе
a restaurant – ресторан
a nightclub – ночной клуб
a zoo - зоопарк
a cinema/a movie theatre - кинотеатр
a theatre – театр
a circus - цирк
a castle - замок
a church – церковь
a cathedral – собор
a mosque - мечеть
a hotel – отель, гостиница
a newsagent's – газетный киоск
a railway station – железнодорожный вокзал
a bus station - автовокзал
a bus stop – автобусная остановка
an underground (metro, subway, tube) station – станция метро
a stadium – стадион
a swimming-pool – плавательный бассейн
a health club/a fitness club/a gym – тренажерный зал, фитнесс клуб
a playground – игровая детская площадка
a plant/a factory – завод/фабрика
a police station – полицейский участок
a gas station/a petrol station – заправочная автостанция, бензоколонка
a car park/a parking lot - автостоянка
an airport - аэропорт
a block of flats – многоквартирный дом
an office block – офисное здание
a skyscraper - небоскреб
a bridge – мост
an arch – арка
a litter bin/a trash can – урна
a public toilet – общественный туалет
a bench - скамья

3.2 Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

Ekaterinburg – an Industrial Centre

Ekaterinburg is one of the leading industrial centres of Russia. There are over 200 industrial enterprises of all-Russia importance in it. The key industry is machine-building. The plants of our city produce walking excavators, electric motors, turbines, various equipment for industrial enterprises.

During the Great Patriotic War Sverdlovsk plants supplied the front with arms and munitions and delivered various machinery for restoration of Donbass collieries and industrial enterprises of the Ukraine.

The biggest plants of our city are the Urals Heavy Machine Building Plant (the Uralmash), the Urals Electrical Engineering Plant (Uralelectrotyazhmash), the Torbomotorny Works (TMZ), the Chemical Machinery Building Works (Chimmash), the Verkh Iset Metallurgical Works (VIZ) and many others.

The Urals Heavy Machinery Building Plant was built in the years of the first five-year plan period. It has begun to turn out production in 1933. The machines and equipment produced by the Uralmash have laid the foundation for the home iron and steel, mining and oil industries. The plant

produces walking excavators and draglines, drilling rigs for boring super-deep holes, crushing and milling equipment for concentrators. The plant also produces rolling-mills, highly efficient equipment for blast furnaces, powerful hydraulic presses and other machines. The trade mark of the Uralmash is well-known all over the world.

The Electrical Engineering plant was put into operation in 1934. At the present time it is a great complex of heavy electrical machine-building. It produces powerful hydrogenerators, transformers, air and oil switches, rectifiers & other electrical equipment. Besides, it is one of the main producers of high-voltage machinery.

The Turbo-Motorny Works produces turbines & diesel motors for powerful trucks. The turbines manufactured by this plant are widely known not only in our country, but also abroad. The plant turned out its first turbines in 1941.

The Urals Chemical Works, the greatest plant in the country, produces machinery for the chemical industry. It also produces vacuum- filters used in different branches of oil industry.

The Verkh-Iset Metallurgical Works the oldest industrial enterprise in Ekaterinburg is now the chief producer of high grade transformer steel in the country.

Now complex mechanization & automation of production processes are being used at all industrial enterprises of Ekaterinburg. Its plants make great contribution to the development of our country's national economy.

The History of Ekaterinburg

The famous Soviet poet V. Mayakovsky called out city "A Worker and a Fighter" and these words most fully reflect the features of Ekaterinburg.

Ekaterinburg is nowadays one of the leading industrial cities of Russia, an administrative & cultural centre of the Sverdlovsk region. It is the capital of the Urals.

Ekaterinburg has sprung up in the upper reaches of the Iset River in the middle part of the Urals Mountains near the border of Europe and Asia. It stretches from North to South for 25 km. and 15 km. from East to West.

The history of our city is very interesting. It was founded at the beginning of the XVIII century as a fortress-factory in connection with the construction of the Urals iron works. The works was constructed under the supervision of Tatishchev, a mining engineer, who was sent to the Urals by Peter the first. It was put into operation in November 1723. This date is considered to be the date of the birthday of city. It was named Ekaterinburg. On the place of the first works there is the Historical Square now.

The town grew and developed as the centre of an important mining area where the mining administration office was located. Ekaterinburg was an ordinary provincial town like many others in Russia before the October Revolution. It had only one theatre, four hospitals, one mining school and not a single higher school.

At the end of the XIX century Ekaterinburg became one of the centres of the revolutionary struggle. Many squares, streets and houses of the city keep the memory of the revolutionary events and the Civil War in the Urals. They are: the 1905 Square, a traditional place of the revolutionary demonstrations of the working people, the rocks "Kamenniye Palatki", a memorial park now, which was the place of illegal meetings of Ekaterinburg workers, the Opera House where the Soviet power was proclaimed in November 8, 1917 and many others.

Ekaterinburg is closely connected with the life and activities of many famous people. Here Y.M. Sverdlov, the leader of the Urals Party organization before the Revolution and the first President of the Soviet state, carried out his revolutionary work. In 1924 Ekaterinburg was renamed in his memory.

The name of such a famous scientist and inventor of the radio as Popov, and the names of such writers as Mamin-Sibiriyak and Bazhov are also connected with Ekaterinburg.

After the October Socialist Revolution the town has changed beyond recognition. It grew quickly in the years of the first five-year plan periods. Nowadays our city is constantly growing and

developing. Modern Ekaterinburg is a city of wide straight streets, multistoried blocks of flats, big shops, beautiful palaces of culture, cinemas, fine parks and squares.

The centre of the city is 1905 Square with the monument to V.I. Lenin and the building of the City Soviet. The main street is Lenin Avenue. The total area of the city is over 400 sq. km. The population is about two million.

In connection with its 250th anniversary and for its outstanding achievements in the development of the national economy of our country Ekaterinburg was awarded the Order of Lenin.

Ekaterinburg – a Center of Science & Education

Ekaterinburg is one of the largest & most important centers of science & education in our country. The city has 15 higher schools. The oldest of them are the Mining & the Polytechnical Institutes, the Urals State University founded in 1920, the Medical & Pedagogical & many others. Ekaterinburg higher schools train specialists for practically all branches of industry, economy, education & science. The city has a student population of about 80 thousand. Besides, there are many secondary and vocational schools and over 50 technical schools (colleges). The oldest of them is the Mining Metallurgical College named after Polzunov, founded in 1847.

Much important scientific research work is carried on in Ekaterinburg. The Urals Branch of Sciences, now called the Urals Scientific Centre (UNZ), was founded in 1932. Its first chairman was the famous Soviet scientist, mineralogist and geochemist A.E. Fersman. UNZ is the main centre of scientific work now. It contains nine institutes which solve the most important theoretical and practical problems in the field of geology, mining, metallurgy, biology, economy and others.

The city has more than 120 research and designing institutions, among them Uralmechanobr, Unipromed, Nipigormash and others. It is worth mentioning that important scientific and research work is also carried on in educational establishments and at the industrial enterprises of the city, such as the Uralmash, Uralelectrotyazmash and others.

Thousands of research workers, among them 5 academicians, 10 Corresponding members of the Russian Academy of Sciences, many Doctors and Masters of Science are engaged in scientific and research work. Ekaterinburg has contributed greatly to the development of Russian science.

Ekaterinburg - a Cultural Centre

Ekaterinburg is not only an industrial and educational, but also a large cultural centre. There is a lot to be seen in the city. There are many theatres, cinemas, museums, clubs, libraries, palaces of culture, the Art Gallery and the Circus in it.

The Art Gallery houses a splendid collection of paintings of Russian and Soviet artists such as Repin, Polenov, Levitan, Perov, Slusarev, Burak, Pimenov and many others. Here you will see one of the world famous collections of metal castings made in Kasli and especially a cast Iron pavilion. It was shown in Paris at the World Exhibition and awarded the Highest Prize.

Ekaterinburg is famous for its theaters. They are the Opera & Ballet House, the Drama Theatre, the Musical Comedy, the Children's and Puppet Theatres, the Cinema and Concert Hall "Cosmos". The Opera House was built in 1912. Many famous singers such as S. Lemeshev, I. Koslovsky, I. Arkhipova, B. Shtokolov and many others sang in that theatre. Ekaterinburg has a Philharmonic Society, film and television studios, the Urals Russian Folk Choir which is well known both at home and abroad.

There are many museums in the city: the Museum of Local Studies, the Sverdlov Museum, the Museum of Mamin-Sibiriyak, the Bazhov Museum, the Museum of Architecture. But the Urals Geological Museum is the most famous one. It is a real treasure-house of the Urals riches. The museum was opened in 1937.

Ekaterinburg is a green city with its squares, gardens and parks. The largest and the best of the parks is the Central Park of Culture and Rest. The Central Square of the City is the 1905 Square. Besides, there are some others: the Labor Square, one of the oldest of the city, located in front of the House of Trade Unions, the Komsomolskaya Square with the monument to the Urals Komsomol, the Paris Commune Square with the monument to Y.M. Sverdlov.

There are lots of monuments in the city. They are: the monument dedicated to the students and teachers of the Urals Polytechnical Institute who perished in the Great Patriotic War, the monument to the Urals Tank Corps, the monuments to Bazhov, Popov, Ordjonikidze, Malishev and many others.

There are a lot of places of interest in our city. Any visitor who comes to our city is invited to take sightseeing around it. We will be shown the historical places such as the rocks "Kamenniye Palatki", the Pupils' Creation Palace, the Historical Square, the 1905 Square.

There are several memorials to those who gave their lives in the struggle against fascism, the obelisk in the Square of Communards with the eternal flame. Such famous places of interest at the city pond with granite-lined embankment, the Palace of Youth, the lake Shartash, the Uktus Mountains and some others are most popular with the citizens of Ekaterinburg as well as with its visitors.

Ekaterinburg is a city of sports. There are a lot of sports grounds, stadiums, sports halls and a beautiful Palace of Sport in it. Ekaterinburg is often called the Winter Sports Capital. All sorts of important skiing & skating events are held in the Uktus Mountains.

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland

The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland (the UK) occupies most of the territory of the British Isles. It consists of four main parts: England, Scotland, Wales and Northern Ireland. London is the capital of England. Edinburgh is the capital of Scotland, Cardiff— of Wales and Belfast — of Northern Ireland. The UK is a small country with an area of some 244,100 square kilometres. It occupies only 0.2 per cent of the world's land surface. It is washed by the Atlantic Ocean in the north-west, north and south-west and separated from Europe by the Severn, but the most important waterway is the Thames.

The climate is moderate and mild. But the weather is very changeable. The population of the United Kingdom is over 57 million people. Foreigners often call British people "English", but the Scots, the Irish and the Welsh do not consider themselves to be English. The English are Anglo-Saxon in origin, but the Welsh, the Scots and the Irish are Celts, descendants of the ancient people, who crossed over from Europe centuries before the Norman Invasion. It was this people, whom the Germanic Angles and Saxons conquered in the 5th and 6th centuries AD. These Germanic conquerors gave England its name — "Angle" land. They were conquered in their turn by the Norman French, when William the Conqueror of Normandy landed near Hastings in 1066. It was from the union of Norman conquerors and the defeated Anglo-Saxons that the English people and the English language were born. The official language of the United Kingdom is English. But in western Scotland some people still speak Gaelic, and in northern and central parts of Wales people often speak Welsh.

The UK is a highly developed industrial country. It is known as one of the world's largest producers and exporters of machinery, electronics, textile, aircraft, and navigation equipment. One of the chief industries of the country is shipbuilding.

The UK is a constitutional monarchy. In law, Head of the State is Queen. In practice, the country is ruled by the elected government with the Prime Minister at the head. The British Parliament consists of two chambers: the House of Lords and the House of Commons. There are three main political parties in Great Britain: the Labour, the Conservative and the Liberal parties. The flag of the United Kingdom, known as the Union Jack, is made up of three crosses. The big red cross is the cross of Saint George, the patron saint of England. The white cross is the cross of Saint Andrew, the patron saint of Scotland. The red diagonal cross is the cross of Saint Patrick, the patron saint of Ireland.

The United Kingdom has a long and exciting history and a lot of traditions and customs. The favorite topic of conversation is weather. The English like to drink tea at 5 o'clock. There are a lot of high daysin Great Britain. They celebrate Good Friday, Christmastide, Christmas, Valentine`s day and many others. It is considered this nation is the most conservative in Europe because people attach greater importance to traditions; they are proud of them and keep them up. The best examples are their money system, queen, their measures and weights. The English never throw away old things and don't like to have changes.

Great Britain is a country of strong attraction for tourists. There are both ancient and modern

monuments. For example: Hadrian Wall and Stonehenge, York Cathedral and Durham castle. It is no doubt London is the most popular place for visiting because there are a lot of sightseeing like the Houses of Parliament, Buckingham Palace, London Bridge, St Paul's Cathedral, Westminster Abbey, the Tower of London. Also you can see the famous Tower Clock Big Ben which is considered to be the symbol of London. Big Ben strikes every quarter of an hour. You will definitely admire Buckingham Palace. It's the residence of the royal family. The capital is famous for its beautiful parks: Hyde Park, Regent's Park. The last one is the home of London Zoo.

3.3 Систематизация грамматического материала:

1. Модальные глаголы и их эквиваленты.
2. Образование видовременных форм глагола в пассивном залоге.
3. Основные сведения о согласовании времён, прямая и косвенная речь.

Модальные глаголы

Глаголы	**Значение**	**Примеры**
CAN	физическая или умственная возможность/умение	I can swim very well. – Я очень хорошо умею плавать.
	возможность	You can go now. — Ты можешь идти сейчас.You cannot play football in the street. – На улице нельзя играть в футбол.
	вероятность	They can arrive any time. – Они могут приехать в любой момент.
	удивление	Can he have said that? – Неужели он это сказал?
	сомнение, недоверчивость	She can't be waiting for us now. – Не может быть, чтобы она сейчас нас ждала.
	разрешение	Can we go home? — Нам можно пойти домой?
	вежливая просьба	Could you tell me what time it is now? – Не могли бы вы подсказать, который сейчас час?
MAY	разрешение	May I borrow your book? – Я могу одолжить у тебя книгу?
	предположение	She may not come. – Она, возможно, не придет.
	возможность	In the museum you may see many interesting things. – В музее вы можете увидеть много интересных вещей.
	упрек – только **MIGHT (+ perfect infinitive)**	You might have told me that. – Ты мог бы мне это сказать.
MUST	обязательство, необходимость	He must work. He must earn money. – Он должен работать. Он должен зарабатывать деньги.
	вероятность (сильная степень)	He must be sick. — Он, должно быть, заболел.
	запрет	Tourists must not feed animals in the zoo. — Туристы не должны кормить животных в зоопарке.
SHOULD OUGHT TO	моральное долженствование	You ought to be polite. – Вы должны быть любезными.
	совет	You should see a doctor. – Вам следует сходить к врачу.
	упрек, запрет	You should have taken the umbrella. – Тебе следовало взять с собой зонт.
SHALL	указ, обязанность	These rules shall apply in all circumstances. – Эти правила будут действовать при любых

		обстоятельствах.
	угроза	You shall suffer. — Ты будешь страдать.
	просьба об указании	Shall I open the window? – Мне открыть окно?
WILL	готовность, нежелание/отказ	The door won't open. — Дверь не открывается.
	вежливая просьба	Will you go with me? – Ты сможешь пойти со мной?
WOULD	готовность, нежелание/отказ	He would not answer this question. – Он не будет отвечать на этот вопрос.
	вежливая просьба	Would you please come with me? — Не могли бы вы пройти со мной.
	повторяющееся/привычное действие	We would talk for hours. – Мы беседовали часами.
NEED	необходимость	Do you need to work so hard? – Тебе надо столько работать?
NEEDN'T	отсутствие необходимости	She needn't go there. — Ей не нужно туда идти.
DARE	Посметь	How dare you say that? – Как ты смеешь такое говорить?

Модальные единицы эквивалентного типа		
to be able (to) = can	Возможность соверш-я конкрет-го дей-ия в опред. момент	She **was able** to change the situation then. (Она тогда была в состоянии (могла) изменить ситуацию).
to be allowed (to) = may	Возмож-ть совер-ия дей-ия в наст.-м, прош-ом или буд-ем + оттенок разрешения	My sister **is allowed to** play outdoors. (Moei сестре разрешается играть на улице).
to have (to)= ought, must, should	Необходимость совер-я дей-я в наст.-м, прош-ом или буд-ем при опред-х об-вах	They **will have to** set up in business soon. (Им вскоре придется открыть свое дело).
to be (to)= ought, must, should	Необходимость совер-я дей-я в наст.-м, прош-ом при наличии опред. планов, распис-ий и т.д.	We **are to** send Nick about his business. (Мы должны (= планируем) выпроводить Ника

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Rephrase the following sentences using must, mustn't, needn't, has to or doesn't have to.

1 **You aren't allowed** to park your car in the college car park.

...You mustn't park your car in the college car park...

2 **I strongly advise** you to speak to your parents about your decision.

3 **It isn't necessary** for Emma to attend tomorrow's staff meeting.

4 **Jack is obliged** to wear a suit and a tie at work because the manager says so.

5 **I'm sure** Antonio is from Milan.

6 **It's necessary** for Roger to find a job soon.

7 **It's forbidden** to use mobile phones inside the hospital.

8 Susan **is obliged to** work overtime because her boss says so.

2. Rephrase the following sentences using didn't need to or needn't have done.

1 It wasn't necessary for him to wash the car. It wasn't dirty.

...He didn't need to wash the car...

2 It wasn't necessary for her to buy so many oranges, but she did.

3 It wasn't necessary for us to take an umbrella. It wasn't raining.

4 It wasn't necessary for us to turn on the light. It wasn't dark.

5 It wasn't necessary for him to call me today, but he did.
6 It wasn't necessary for you to make sandwiches for me, but you did.
7 It wasn't necessary for them to make reservations at the restaurant, but they did.

3. Rewrite the sentences using the word in bold.

1 It isn't necessary for Mark to buy new clothes for the reception.
need *...Mark doesn't need to/needn't buy new clothes for the reception…*
2 You aren't allowed to pick these flowers. **must**
3 Sarah is obliged to type her compositions at university. **has**
4 It wasn't necessary for Paula to make the beds. **need**
5 It is your duty to obey the law. **must**
6 It wasn't necessary for Bob to wait for me, but he did. **need**
7 It is forbidden to throw litter on the beach. **must**
8 I'm sure Ronald is at home. **must**
9 It wasn't necessary for Alice to bake a cake for the party. **need**
10 It wasn't necessary for George to stay at work late last night, but he did. **have**

4. Fill in the gaps with an appropriate modal verb.

1 A: ... *May/Can/Could*... I borrow your pen, please?
B: No, you … .I'm using it.
2 A: I'm bored. What shall we do?
B: We … go for a walk.
A: No, we … because it's raining.
B: Let's watch a video, then.
3 A: My parents told me I … go to the party tonight.
B: Never mind, I … go either. We … stay at home together, though.
4 A: Sir, … .I speak to you for a moment, please?
B: Certainly, but later today; I'm busy now.
5 A: Excuse me?
B: Yes?
A: … you tell me where the post office is, please?
B: Certainly. It's on the main road, next to the school.
6 A: Is anyone sitting on that chair?
B: No, you … take it if you want to.

5. Choose the correct answer.

1 " Todd was a very talented child.'
I know. He ..*B*... play the piano well when he was seven.'
A couldn't B could C can
2 I've just taken a loaf out of the oven.
Oh, that's why I … smell fresh bread when I came home.
A was able to B can't C could
3 'How was the test?'
Easy. All the children … pass it.'
A were able to B could C can't
4 What are you doing this summer?'
'I hope I'll … go on holiday with my friends.'
A could B be able to C can

6 Rewrite the sentences using the words in bold.

1 Do you mind if I leave the door open for a while?
can *...Can I leave the door open for a while?...*

2 You're obliged to take notes during the lecture. **have**
3 I'm sorry, but you aren't allowed to enter this room. **must**
4 Jack managed to unlock the door. **able**
5 It wasn't necessary for Ann to cook dinner, but she did. **need**
6 Let's play a game of chess. **could**
7 I'm certain Sarah is bored with her work. **must**
8 I strongly advise you to take up sport. **must**
9 I'm certain Liz isn't interested in your ideas. **can**
10 You may take the car tonight if you want. **can**

7. Study the situations and respond to each one using an appropriate modal verb.

1 You want to go on holiday with your friends this year. Ask your parents for **permission.**
...Can I go on holiday with my friends this year?...
2 You are at a job interview. You type fast, you use computers and you speak two foreign languages. Tell the interviewer about your **abilities**.
3 Your brother is trying to decide what to buy your mother for her birthday. You **suggest** a box of chocolates.
4 Your jacket is dirty and you want to wear it next week. It is **necessary** to take it to the dry cleaner's.
5 You want to have a day off work next week. Ask for your boss' **permission.**
6 You are in the car with your uncle. It's hot and you want him to open the window. Make a **request.**
7 Your mother is going to the shops. She asks you if you want anything. You tell her it **isn't necessary** to get anything for you.

8. Complete the sentences using must or can't.

1 I'm certain they go to bed early on Sunday nights. They *…must go to bed early on Sunday nights…*
2 I'm sure John didn't stay late at the office. John *...can't have stayed late at the office…*
3 I'm certain he hasn't arrived yet. He …
4 I'm certain they are working together. They …
5 I'm sure Amy hasn't finished her homework. Amy …
6 I'm certain she was having a bath when I rang. She …
7 I'm sure he hasn't won the prize. He …
8 I'm sure she is looking for a new house. She …
9 I'm certain Paul didn't invite Linda to the party. Paul …
10 I'm certain you have been planning the project. You …
11 I'm sure she was writing a letter. She …
12 I'm certain they hadn't paid the bill. They …
13 I'm sure he had been fixing the pipe. He …

9. Rephrase the following sentences in as many ways as possible.

1 Perhaps Laura has left the phone off the hook. *...Laura may/might/could have left the phone off the hook…*
2 Surgeons are obliged to scrub their hands before operating on patients.
3 Do you mind if I open the window?
4 It wasn't necessary for Peter to wash the dog, so he didn't.
5 Emily managed to reach the top shelf, even though she didn't have a ladder.
6 It's forbidden to copy files without the manager's permission.
7 Why don't we spend this evening at home?
8 I'm certain Patrick misunderstood my instructions.
9 I'm sure Helen didn't know about her surprise party.

10. Rephrase the following sentences in as many ways as possible.

1 Perhaps they are at work.

They ...*may/might/could be at work*…

2 Perhaps he is waiting outside. He …

3 It's possible she will work late tonight. She …

4 It's likely he was driving too fast. He …

5 It's possible they made a mistake. They …

6 Perhaps he has missed the bus. He …

7 It's possible she has been playing in the snow. She …

8 It's likely we will be leaving tomorrow. We …

9 It's likely he will stay there. He …

10 Perhaps she had been trying to call you. She …

11 It's likely they had seen the film already. They …

12 It's possible he is studying in the library. He …

Страдательный залог (Passive Voice)

образуется при помощи вспомогательного глагола to be в соответствующем времени, лице и числе и причастия прошедшего времени смысл. глагола – Participle II (III –я форма или ed-форма).

В страдательном залоге не употребляются:

1) Непереходные глаголы, т.к. при них нет объекта, который испытывал бы воздействие, то есть нет прямых дополнений которые могли бы стать подлежащими при глаголе в форме Passive.

Переходными в англ. языке называются глаголы, после которых в действительном залоге следует прямое дополнение; в русском языке это дополнение, отвечающее на вопросы винительного падежа – кого? что?: to build строить, to see видеть, to take брать, to open открывать и т.п.

Непереходными глаголами называются такие глаголы, которые не требуют после себя прямого дополнения: to live жить, to come приходить, to fly летать, cry плакать и др.

2) Глаголы-связки: be – быть, become – становиться/стать.

3) Модальные глаголы.

4) Некоторые переходные глаголы не могут использоваться в страдательном залоге. В большинстве случаев это глаголы состояния, такие как:

to fit годиться, быть впору to have иметь to lack не хватать, недоставать to like нравиться
to resemble напоминать, быть похожим to suit годиться, подходить и др.

При изменении глагола из действительного в страдательный залог меняется вся конструкция предложения:

- дополнение предложения в Active становится подлежащим предложения в Passive;
- подлежащее предложения в Active становится предложным дополнением, которое вводится предлогом by или вовсе опускается;
- сказуемое в форме Active становится сказуемым в форме Passive.

Особенности употребления форм Passive:

1. Форма Future Continuous не употребляется в Passive, вместо нее употребляется Future Indefinite:

At ten o'clock this morning Nick will be writing the letter. –At ten o'clock this morning the letter will be written by Nick.

2. В Passive нет форм Perfect Continuous, поэтому в тех случаях, когда нужно передать в Passive действие, начавшееся до какого-то момента и продолжающееся вплоть до этого момента, употребляются формы Perfect:

He has been writing the story for three months. The story has been written by him for three months.

3. Для краткости, во избежание сложных форм, формы Indefinite (Present, Past, Future) часто употребляются вместо форм Perfect и Continuous, как в повседневной речи так и в художественной литературе. Формы Perfect и Continuous чаще употребляются в научной литературе и технический инструкциях.

This letter has been written by Bill. (Present Perfect)

This letter is written by Bill. (Present Indefinite – более употребительно)

Apples are being sold in this shop. (Present Continuous)

Apples are sold in this shop. (Present Indefinite – более употребительно)

4. Если несколько однотипных действий относятся к одному подлежащему, то вспомогательные глаголы обычно употребляются только перед первым действием, например: The new course will be sold in shops and ordered by post.

Прямой пассив (The Direct Passive)

Это конструкция, в которой подлежащее предложения в Passive соответствует прямому дополнению предложения в Active. Прямой пассив образуется от большинства переходных глаголов.

I gave him a book. Я дал ему книгу. A book was given to him. Ему дали книгу. (или Книга была дана ему)

The thief stole my watch yesterday. Вор украл мои часы вчера.

My watch was stolen yesterday. Мои часы были украдены вчера.

В английском языке имеется ряд переходных глаголов, которые соответствуют непереходным глаголам в русском языке. В английском они могут употребляться в прямом пассиве, а в русском – нет. Это:to answer отвечать кому-л.

to believe верить кому-л. to enter входить (в) to follow следовать (за) to help помогать кому-л.

to influence влиять (на) to join присоединяться to need нуждаться to watch наблюдать (за)

Так как соответствующие русские глаголы, являясь непереходными, не могут употребляться в страдательном залоге, то они переводятся на русский язык глаголами в действительном залоге:

Winter is followed by spring.

А при отсутствии дополнения с предлогом by переводятся неопределенно-личными предложениями: Your help is needed.

Косвенный пассив (The Indirect Passive)

Это конструкция, в которой подлежащее предложения в Passive соответствует косвенному дополнению предложения в Active. Она возможна только с глаголами, которые могут иметь и прямое и косвенное дополнения в действительном залоге. Прямое дополнение обычно означает предмет (что?), а косвенное – лицо (кому?).

С такими глаголами в действительном залоге можно образовать две конструкции:

а) глагол + косвенное дополнение + прямое дополнение;

б) глагол + прямое дополнение + предлог + косвенное дополнение:

а) They sent Ann an invitation.- Они послали Анне приглашение.

б) They sent an invitation to Ann. - Они послали приглашение Анне.

В страдательном залоге с ними также можно образовать две конструкции – прямой и косвенный пассив, в зависимости от того, какое дополнение становится подлежащим предложения в Passive. К этим глаголам относятся:to bring приносить

to buy покупать to give давать to invite приглашать to leave оставлять

to lend одалживать to offer предлагать to order приказывать to pay платить

to promise обещать to sell продавать to send посылать to show показывать

to teach учить to tell сказать и др.

Например: Tom gave Mary a book. Том дал Мэри книгу.

Mary was given a book. Мэри дали книгу. (косвенный пассив – более употребителен)

A book was given to Mary. Книгу дали Мэри. (прямой пассив – менее употребителен)

Выбор между прямым или косвенным пассивом зависит от смыслового акцента, вкладываемого в последние, наиболее значимые, слова фразы:

John was offered a good job. (косвенный пассив) Джону предложили хорошую работу.

The job was offered to John. (прямой пассив) Работу предложили Джону.

Глагол to ask спрашивать образует только одну пассивную конструкцию – ту, в которой подлежащим является дополнение, обозначающее лицо (косвенный пассив):

He was asked a lot of questions. Ему задали много вопросов.

Косвенный пассив невозможен с некоторыми глаголами, требующими косвенного дополнения (кому?) с предлогом to. Такое косвенное дополнение не может быть подлежащим в Passive, поэтому в страдательном залоге возможна только одна конструкция – прямой пассив, то есть вариант: Что? объяснили, предложили, повторили…Кому? Это глаголы:to address адресовать

to describe описывать to dictate диктовать to explain объяснять to mention упоминать

to propose предлагать to repeat повторять to suggest предлагать to write писать и др.

Например: The teacher explained the rule to the pupils. – Учитель объяснил правило ученикам. The rule was explained to the pupils. – Правило объяснили ученикам. (Not: The pupils was explained…)

Употребление Страдательного залога

В английском языке, как и в русском, страдательный залог употр. для того чтобы:

1. Обойтись без упоминания исполнителя действия (70% случаев употребления Passive) в тех случаях когда:

а) Исполнитель неизвестен или его не хотят упоминать:

He was killed in the war. Он был убит на войне.

б) Исполнитель не важен, а интерес представляет лишь объект воздействия и сопутствующие обстоятельства:

The window was broken last night. Окно было разбито прошлой ночью.

в) Исполнитель действия не называется, поскольку он ясен из ситуации или контекста:

The boy was operated on the next day. Мальчика оперировали на следующий день.

г) Безличные пассивные конструкции постоянно используются в научной и учебной литературе, в различных руководствах: The contents of the container should be kept in a cool dry place. Содержимое упаковки следует хранить в сухом прохладном месте.

2. Для того, чтобы специально привлечь внимание к тому, кем или чем осуществлялось действие. В этом случае существительное (одушевленное или неодушевленное.) или местоимение (в объектном падеже) вводится предлогом by после сказуемого в Passive.

В английском языке, как и в русском, смысловой акцент приходится на последнюю часть фразы. He quickly dressed. Он быстро оделся.

Поэтому, если нужно подчеркнуть исполнителя действия, то о нем следует сказать в конце предложения. Из-за строгого порядка слов английского предложения это можно осуществить лишь прибегнув к страдательному залогу. Сравните:

The flood broke the dam. (Active) Наводнение разрушило плотину. (Наводнение разрушило что? – плотину)

The dam was broken by the flood. (Passive) Плотина была разрушена наводнением. (Плотина разрушена чем? – наводнением)

Чаще всего используется, когда речь идет об авторстве:

The letter was written by my brother. Это письмо было написано моим братом.

И когда исполнитель действия является причиной последующего состояния:

The house was damaged by a storm. Дом был поврежден грозой.

Примечание: Если действие совершается с помощью какого-то предмета, то употребляется предлог with, например:

He was shot with a revolver. Он был убит из револьвера.

Перевод глаголов в форме Passive

В русском языке есть три способа выражения страдательного залога:

1. При помощи глагола "быть" и краткой формы страдательного причастия, причем в настоящем времени "быть" опускается:

I am invited to a party.

Я приглашён на вечеринку.

Иногда при переводе используется обратный порядок слов, когда русское предложение начинается со сказуемого: New technique has been developed. Была разработана новая методика.

2. Глагол в страдательном залоге переводится русским глаголом, оканчивающимся на –ся(-сь):

Bread is made from flour. Хлеб делается из муки.

Answers are given in the written form. Ответы даются в письменном виде.

3. Неопределенно-личным предложением (подлежащее в переводе отсутствует; сказуемое стоит в 3-м лице множественного числа действительного залога). Этот способ перевода возможен только при отсутствии дополнения с предлогом by (производитель действия не упомянут):

The book is much spoken about. Об этой книге много говорят.

I was told that you're ill. Мне сказали, что ты болен.

4. Если в предложении указан субъект действия, то его можно перевести личным предложением с глаголом в действительном залоге (дополнение с by при переводе становится подлежащим). Выбор того или иного способа перевода зависит от значения глагола и всего предложения в целом (от контекста):

They were invited by my friend. Их пригласил мой друг.(или Они были приглашены моим другом.)

Примечание 1: Иногда страдательный оборот можно перевести двумя или даже тремя способами, в зависимости от соответствующего русского глагола и контекста:

The experiments were made last year.

1) Опыты были проведены в прошлом году.

2) Опыты проводились в прошлом году.

3) Опыты проводили в прошлом году.

Примечание 2: При переводе нужно учитывать, что в английском языке, в отличие от русского, при изменении залога не происходит изменение падежа слова, стоящего перед глаголом (например в английском she и she, а переводим на русский - она и ей):

Примечание 3: Обороты, состоящие из местоимения it с глаголом в страдательном залоге переводятся неопределенно-личными оборотами:

It is said… Говорят… It was said… Говорили…

It is known… Известно… It was thought…Думали, полагали…

It is reported… Сообщают… It was reported…Сообщали…и т.п.

В таких оборотах it играет роль формального подлежащего и не имеет самостоятельного значения: It was expected that he would return soon. Ожидали, что он скоро вернется.

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. What happens to a car when it is taken for a service? Look at the prompts and make sentences using the present simple passive, as in the example.

1. the oil / change

The oil is changed.

2. the brakes / test

3. the filters / replace

4. air / put / in the tyres

5. the battery / check

6. the lights / test
7. broken parts / repair
8. it / take / for a test drive
9. the radiator / fill / with water

2. Mr Sullivan, who is a director, is preparing a scene for his new film. Read the orders and respond using the present continuous passive, as in the example.

1. Move that scenery, please.
It's being moved now, Mr Sullivan.
2. Put those props in place, please.
3. Call the actors, please.
4. Check their costumes, please.
5. Turn on the lights, please.

3. Detective Maguire is talking to a police officer about a burglary which happened early yesterday morning. In pairs, ask and answer questions using the prompts below, as in the example

1. Have you dusted the house for fingerprints yet?
the house / dust / for fingerprints yesterday
Yes, the house was dusted for fingerprints yesterday.
2. Have you found any evidence yet?
a piece of material / find / this morning
3. Have you interviewed the house owners yet?
they / interview / last night
4. Have you questioned the neighbours yet?
they / question / this morning
5. Have you arrested any suspects yet?
two men / arrest / yesterday evening
6. Have you interrogated the suspects yet?
they / interrogate / last night
7. Have you recovered the stolen goods yet?
they / recover / this morning
8. Have you written your report yet?
it / complete / an hour ago

4. Helen and Chris moved house two years ago. Yesterday, they drove past their old house and saw that it looked very different. Describe the changes using the present perfect simple passive, as in the example.

1. the outside walls / paint
The outside walls have been painted.
2. new windows / put in
3. a garden pond / make
4. the trees / cut down
5. a lot of flowers / plant
6. the old gate / replace

5. A young actress is hoping to star in a new film. Her friend is asking her what is going to happen. Respond to her questions using the passive infinitive, as in the example.

1. Will they audition you for the new film?
Well, I hope to be auditioned.
2. Will they give you a leading role?
3. Will they pay you a lot of money?
4. Will they send you to Hollywood?

5. Will they introduce you to all the stars?
6. Will they ask you to give a TV interview?
7. Will they give you an award?

6. Put the verbs in brackets into the correct passive tense.

1. A: Who looks after your garden for you?
B: It ...*is looked after*... (look after) by my brother.
2. A: That's a beautiful dress. Where did you buy it?
B: Actually, it … (make) for me by my aunt.
3. A: Have you typed that letter yet, Miss Brown?
B: It … (type) right now, sir.
4. A: Did you make the coffee when you got to work this morning?
B: No, it …. (already/make) by the time I got there.
5. A: Are you going to pick up the children today?
B: No, they … (pick up) by Roger. I've already arranged it.
6. A: Where is your watch?
B: I broke it. It … (repair) at the moment.
7. A: Has the new furniture for my bedroom arrived?
B: No, it … (not/deliver) yet.
8. A: They are building a new sports centre in town.
B: I know. It … (open) by the mayor next month.

7. Rewrite the sentences in the passive, where possible.

1. John opened the door.
...The door was opened by John.
2. They didn't come home late last night.
...It cannot be changed.
3. Their nanny takes them to the park every day.
4. I left very early yesterday afternoon.
5. Meg asked the policeman for directions.
6. Charles is moving house next month.
7. The letter arrived two days ago.
8. Sam took these photographs.

8. Fill in by or with.

1. The lock was broken ...*with*... a hammer.
2. This book was written … my favourite author.
3. The cake was decorated… icing.
4. The tiger was shot … a gun.
5. Claire was shouted at … her teacher.
6. He was hit on the head … an umbrella.

9. Rewrite the sentences in the passive.

1. Someone is repairing the garden fence.
...The garden fence is being repaired....
2. Do they teach Latin at this school?
3. I don't like people pointing at me.
4. She hit him on the head with a tennis racquet.
5. Michael has made the preparations.
6. Is Tim cleaning the house?
7. Who built the Pyramids?
8. The boss is going to give us a pay rise.

9. I expect they will deliver my new car soon.
10. The police are questioning the suspects.
11. Did your next door neighbours see the thieves?
12. Paul remembers his teacher asking him to star in the school play.
13. A lot of children use computers nowadays.
14. Who smashed the kitchen window?
15. They won't have completed the work by the end of the month.
16. The children will post the letters.
17. People make wine from grapes.
18. Had Helen closed the windows before she left the house?
19. Jill hasn't done the housework yet.
20. They may not deliver the parcel today.

10. Put the verbs in brackets into the correct passive tense.

A: Do you still work at Browns and Co?
B: Yes, I do. I 1) ...*have been employed*... (employ) by Mr Brown for five years now, you know.
A: Oh. Do you still enjoy it?
B: Oh yes! I 2) … (give) a promotion last year and I'm very happy.
A: A promotion? So, what is your job now?
B: I 3) … (make) Head of European Sales.
A: So, what do you do?
B: Well, sometimes I 4) … (send) to other countries on business.
A: I see. Do they pay you well?
B: Well, I 5) … (pay) quite well and I expect I 6) … (give) a pay rise soon.
A: Good for you!

Согласование времен (Sequence of Tenses)

Если в главном предложении сказуемое выражено глаголом в одной из форм прошедшего времени, то в придаточном предложении употребление времен ограничено. Правило, которому в этом случае подчиняется употребление времен в придаточном предложении, называется согласованием времен.

Правило 1: Если глагол главного предложения имеет форму настоящего или будущего времени, то глагол придаточного предложения будет иметь любую форму, которая требуется смыслом предложения. То есть никаких изменений не произойдет, согласование времен здесь в силу не вступает.

Правило 2: Если глагол главного предложения имеет форму прошедшего времени (обычно Past Simple), то глагол придаточного предложения должен быть в форме одного из прошедших времен. То есть в данном случае время придаточного предложения изменится. Все эти изменения отражены в нижеследующей таблице:

Переход из одного времени в другое	Примеры	
Present Simple » Past Simple	He **can speak** French – Он говорит по-французски.	Boris said that he **could speak** French – Борис сказал, что он говорит по-французски.
Present Continuous » Past Continuous	They **are listening** to him – Они слушают его	I **thought** they **were listening** to him – Я думал, они слушают его.
Present Perfect » Past Perfect	Our teacher **has asked** my parents to help him – Наш учитель попросил моих родителей помочь ему.	Mary **told** me that our teacher **had asked** my parents to help him – Мария сказала мне, что наш учитель попросил моих родителей помочь ему.

Past Simple » Past Perfect	I **invited** her – Я пригласил ее.	Peter **didn't know** that I **had invited** her – Петр не знал, что я пригласил ее.
Past Continuous » Past Perfect Continuous	She **was crying** – Она плакала	John **said** that she **had been crying** – Джон сказал, что она плакала.
Present Perfect Continuous » Past Perfect Continuous	It **has been raining** for an hour – Дождь идет уже час.	He **said** that it **had been raining** for an hour – Он сказал, что уже час шел дождь.
Future Simple » Future in the Past	She **will show** us the map – Она покажет нам карту.	I **didn't expect** she **would show** us the map – Я не ожидал, что она покажет нам карту.

Изменение обстоятельств времени и места при согласовании времен.

Следует запомнить, что при согласовании времен изменяются также некоторые слова (обстоятельства времени и места).

this » that
these » those
here » there
now » then
yesterday » the day before
today » that day
tomorrow » the next (following) day
last week (year) » the previous week (year)
ago » before
next week (year) » the following week (year)

Перевод прямой речи в косвенную в английском языке

Для того чтобы перевести прямую речь в косвенную, нужно сделать определенные действия. Итак, чтобы передать чьи-то слова в английском языке (то есть перевести прямую речь в косвенную), мы:

1. ***Убираем кавычки и ставим слово that***

Например, у нас есть предложение:

She said, “I will buy a dress”. Она сказала: «Я куплю платье».

Чтобы передать кому-то эти слова, так же как и в русском, мы убираем кавычки и ставим слово that – «что».

She said that ….. Она сказала, что….

2. ***Меняем действующее лицо***

В прямой речи обычно человек говорит от своего лица. Но в косвенной речи мы не может говорить от лица этого человека. Поэтому мы меняем «я» на другое действующее лицо. Вернемся к нашему предложению:

She said, “I will buy a dress”. Она сказала: «Я куплю платье».

Так как мы передаем слова девушки, вместо «я» ставим «она»:

She said that she ….. Она сказала, что она….

3. Согласовываем время

В английском языке мы не можем использовать в одном предложении прошедшее время с настоящим или будущим. Поэтому, если мы говорим «сказал» (то есть используем прошедшее время), то следующую часть предложения нужно согласовать с этим прошедшем временем. Возьмем наше предложение:

She said, “I will buy a dress”. Она сказала: «Я куплю платье».

Чтобы согласовать первую и вторую части предложения, меняем will на would. *см. таблицу выше.*

She said that she would buy a dress. Она сказала, что она купит платье.

4. Меняем некоторые слова

В некоторых случаях мы должны согласовать не только времена, но и отдельные слова. Что это за слова? Давайте рассмотрим небольшой пример.

She said, “I am driving now”. Она сказала: «Я за рулем сейчас».

То есть она в данный момент за рулем. Однако, когда мы будем передавать ее слова, мы будем говорить не про данный момент (тот, когда мы говорим сейчас), а про момент времени в прошлом (тот, когда она была за рулем). Поэтому мы меняем now (сейчас) на then (тогда) *см. таблицу выше.*

She said that she was driving then. Она сказала, что она была за рулем тогда.

Вопросы в косвенной речи в английском языке

Вопросы в косвенной речи, по сути, не являются вопросами, так как порядок слов в них такой же, как в утвердительном предложении. Мы не используем вспомогательные глаголы (do, does, did) в таких предложениях.

He asked, “Do you like this cafe?” Он спросил: «Тебе нравится это кафе?»

Чтобы задать вопрос в косвенной речи, мы убираем кавычки и ставим if, которые переводятся как «ли». Согласование времен происходит так же, как и в обычных предложениях. Наше предложение будет выглядеть так:

He asked if I liked that cafe. Он спросил, нравится ли мне то кафе.

Давайте рассмотрим еще один пример:

She said, “Will he call back?” Она сказала: «Он перезвонит?»

She said if he would call back. Она сказала, перезвонит ли он.

Специальные вопросы в косвенной речи

Специальные вопросы задаются со следующими вопросительными словами: what – что when – когда how – как why - почему where – где which – который

При переводе таких вопросов в косвенную речь мы оставляем прямой порядок слов (как в утвердительных предложениях), а на место if ставим вопросительное слово.

Например, у нас есть вопрос в прямой речи:

She said, “When will you come?”. Она сказала: «Когда ты придешь?»

В косвенной речи такой вопрос будет выглядеть так:

She said when I would come. Она сказала, когда я приду.

He asked, “Where does she work?” Он спросил: «Где она работает?»

He asked where she worked. Он спросил, где она работает.

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Fill in the gaps with the correct pronoun or possessive adjective.

1. James said, 'My boss wants me to go to London tomorrow.'
James said ...*his*... boss wanted to go to London the following day.
2. Mary said, 'I'm waiting for my son to come out of school.'
Mary said that … was waiting for … son to come out of school.
3. George said, 'I've bought a new car for my mum.'
George said … had bought a new car for … mum.
4. Julie said to me, 'I need you to help me with the shopping.'
Julie told me that … needed … to help … with the shopping.
5. John said, 'I'd like to take you out to dinner.'
John said … 'd like to take … out to dinner.
6. Helen said to Jane, 'I think your new haircut is lovely.'
Helen told Jane that … thought … new haircut was lovely.

2. Turn the following sentences into reported speech.

1. Robin said, These biscuits taste delicious.' ...
Robin said (that) the biscuits tasted delicious....

2. “I can't see you this afternoon because I've got a lot to do,' Ann told me.
3. She came into the room holding some letters in her hand and said, 'I found these while I was tidying the desk drawers.'
4. Fiona said, That picture was painted by my great-grandfather.'
5. “Those were good times for my family,' Jack said.
6. 'I received a parcel this morning, but I haven't opened it yet,' Tom said.
7. "You mustn't do that again,' Mum said to Bob.
8. “These shoes are worn out. You'd better throw them away,' Mum said to me.

3. Turn the following sentences into reported speech.

1 He said, 'I'm going to the station.'

...He said (that) he was going to the station....

2 Tina said, 'You should exercise regularly.'
3 They said, 'We had booked the room before we left.'
4 Tom said, This meal is delicious.'
5 'I've written you a letter,' she said to her friend.
6 'We've decided to spend our holidays in Jordan,' they told us.
7 Jill said, “I’ll go to the bank tomorrow.'
8 She said to him, 'We've been invited to a wedding.'
9 She told me, 'You must leave early tomorrow.'
10 They've gone out for the evening,' Jessie said to me.
11 They said, 'We may visit Joe tonight.'
12 She said, 'I can meet you on Tuesday.'
13 Keith said, There is a letter for you on the table.'
14 'We won't be visiting Tom this evening,' Sam told us.
15 Eric said, They had been talking on the phone for an hour before I interrupted them.'
16 'I haven't spoken to Mary since last week,' Gloria said.
17 They delivered the letters this morning,' she said.
18 He said, 'I'd like to buy this jumper.'
19 They aren't going on holiday this year,' he said.
20 Jane said, 'I haven't finished my homework yet.'
21 'I'm going to bed early tonight,' Caroline said.
22 'My mother is coming to visit us,' I said.
23 'We don't want to watch a film tonight,' the children said.
24 'He's playing in the garden now,' his mother said.
25 She said, 'You must do your homework now.'

4. Turn the sentences into reported speech. In which of the following sentences do the tenses not change? In which do they not have to be changed? Why?

1 The article says, “The artist only uses oil paints.'

...The article says (that) the artist only uses oil paints....

... The tenses do not change because the introductory verb is in the present simple....

2 'They are working hard today,' he said.
3 'I've done the things you asked me to do,' Mary said.
4 The sun rises in the east,' she said.
5 'He broke the window,' they said.
6 'We've never been on holiday abroad,' they said.
7 Mum says, 'Dinner is ready.'
8 “I’ll start cooking at six o'clock,' she said.
9 'We went to the supermarket yesterday,' he said.
10 Mrs Jones says, 'My daughter is going to have a baby.'
11 'You're never going to get a job,' Dad always says.

12 'Fish live in water,' he said.
13 'We went to the beach last weekend,' they said.
14 'He showed me his photographs,' she said.
15 'I'm working on my project now,' Billy said.

5. Turn the following sentences into reported speech.

1 'Seaweed grows in the sea,' the teacher said to the students.

...The teacher said to the students/told the students (that) seaweed grows/grew in the sea....

2 'I saw Amanda at the cinema,' she said, (up-to-date reporting)
3 They don't live here any more,' he said to me. (out-of-date reporting)
4 "Canada is a large country,' he said.
5 The Statue of Liberty is in America,' she said to us
6 “I’ll help you with your homework,' he said, (out-of-date reporting)
7 'I would go on holiday if I had enough money,' Bill said, (up-to-date reporting)
8 'If I'm free, I'll call you,' Tom said, (up-to-date reporting)
9 'You should make a decision,' he said to us.
10 'You can ask John for advice,' she said, (up-to-date reporting)

6. Turn the following into reported questions.

1 'Where do you live?' I asked her.

...I asked her where she lived....

2 'How old will you be on your next birthday?" he asked me.
3 'Where is your umbrella?' she asked her daughter.
4 'Do you like playing football?' John asked us.
5 The boss asked, 'What time are you going home today?'
6 'Will you take the children to school today?' he asked.
7 'Who called you today?' she asked.
8 'When will you decorate the kitchen?' Martha asked.
9 'Who broke my vase?' I asked.
10 Father asked, 'Will you help me lift these boxes, please?'
11 'Can you speak a foreign language?' she asked her.
12 'Where is the tourist information centre?' we asked.

7. Yesterday, Marion met a couple who were on holiday in London. They were looking at a map. She asked them some questions. Turn them into reported questions.

1 'Are you lost?'

...Marion asked them if/whether they were lost....

2 'Can you speak English?'
3 'Where are you from?'
4 'Is your hotel near here?'
5 'Where do you want to go?'
6 'Were you looking for Big Ben?'
7 'Have you been to the British Museum?'
8 'Have you visited Buckingham Palace?'
9 'Do you like London?'

8. Fill in the gaps with the introductory verbs in the list in the correct form.

order, tell, ask, beg, suggest

1 'Please visit me in hospital,' Joan said to Colin.

Joan ...*asked*... Colin to visit her in hospital.

2 'Let's eat out this evening,' Paul said to her.

Paul … eating out that evening.

3 'Please, please be careful,' she said to him.
She … him to be careful.
4 'Don't go near the fire,' Dad said to us.
Dad … us not to go near the fire.
5 'Be quiet!' the commander said to the troops.
The commander … the troops to be quiet

9. Turn the following sentences into reported speech.

1 'Let's try the exercise again.'
The ballet teacher suggested trying the exercise again.
2 'Lift your leg higher please, Rachel.'
3 'Turn your head a little more.'
4 'Don't lean back.'

10. Turn the following sentences into reported speech.

1 The doctor said to the patient, 'Come back to see me again next week.'
... The doctor told the patient to go back and see him again the following week/the week after.
2 The guard said to the driver, 'Stop!'
3 He said, 'Shall we go for a walk?'
4 She said to him, 'Please, please don't leave me!'
5 Jenny said to Dave, 'Please help me with this
6 She said to him, 'Open the window, please.'
7 Mother said, 'How about going for a drive?'
8 She said, 'Let's eat now.'

ТЕМА 4. Профессиональная сфера общения (Я и моя будущая специальность)

Тематика общения:

1. Избранное направление профессиональной деятельности.

4.1 Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

My speciality

The Earth's Crust and Useful Minerals

cause - v заставлять; вызывать; влиять; причинять; *n* причина, основание; дело; общее дело; *syn* **reason**

clay - *n* глина; глинозем

consolidate - v твердеть, затвердевать, уплотнять(ся); укреплять; *syn* **solidify**

crust - *n* кора; *геол.* земная кора

decay - v гнить, разлагаться; *n* выветривание *(пород);* распад, разложение

derive - v (from) происходить, вести свое происхождение *(от);* наследовать

destroy - v разрушать; уничтожать; **destructive** *a* разрушительный

dissolve v растворять

expose - v выходить *(на поверхность);* обнажаться; **exposure -** *n* обнажение

external - *a* внешний

extrusive - *a* эффузивный, излившийся *(о горной породе)*

force - v заставлять, принуждать; ускорять движение; *n* сила; усилие

glacier - *n* ледник, глетчер

grain - *n* зерно; **angular grains -** угловатые зерна *(минералов);* **grained -** *a* зернистый

gravel - *n* гравий, крупный песок

internal - *a* внутренний

intrusive - *a* интрузивный, плутонический

iron - *n* железо

layer - *n* пласт

like - *a* похожий, подобный; *syn* **similar;** *ant* **unlike;** *adv* подобно

lime - *n* известь; **limestone -** *n* известняк

loose - *a* несвязанный, свободный; рыхлый

make up - v составлять; *n* состав *(вещества)*

particle - *n* частица; включение

peat - *n* торф; торфяник

represent - v представлять собою; означать; быть представителем; **representative** - представитель; **representative -** *a* характерный, типичный

rock – *n* горная порода; **igneous** - изверженная порода; **sedimentary** - осадочная порода

sand - *n* песок

sandstone - *n* песчаник; **fine-grained (medium-grained, coarse-grained)** - мелкозернистый (среднезернистый, грубозернистый) песчаник

sediment - *n* отложение; осадочная порода; **sedimentary -** *a* осадочный; **sedimentation -** *n* образование осадочных пород

schist - *n (кристаллический)* сланец; **schistose -** *a* сланцеватый, слоистый

shale - *n* сланец, сланцевая глина, глинистый сланец; **clay -** глинистый сланец; **combustible …**, **oil …** - горючий сланец

siltstone - *n* алеврит

stratification - *n* напластование, залегание

stratify - v напластовываться; отлагаться пластами; **stratified** *a* пластовый; *syn* **layered, bedded**

substance - *n* вещество, материал; сущность

thickness - *n* толщина, мощность

value - *n* ценность; важность; величина; значение; **valuable -** *a* ценный *(о руде)*

vary - v изменять(ся); отличать(ся); *syn* **differ, change (from); variable -** *a* переменный; непостоянный; **various** *a* различный; *syn* **different**

contain - v содержать *(в себе),* вмещать

crack - *n* трещина; щель; v давать трещину; трескаться, раскалываться

contract - v сжиматься; сокращаться

dust - *n* пыль

expand - v расширяться); увеличивать(ся) в объеме; **expansion** *n* расширение; *ant* **contract**

fissure - *n* трещина *(в породе, угле);* расщелина; щель

fracture - *n* трещина; излом; разрыв; v ломать(ся); раздроблять *(породу)*

freeze - *v* замерзать; замораживать; застывать

gradual - *a* постепенный; **gradually** *adv* постепенно

hard - *a* твердый, жесткий; *ant* **soft;** тяжелый (о *работе); adv* сильно, упорно; **hardly** *adv* едва, с трудом

hole - *n* отверстие; скважина; шпур; шурф

influence - *n* влияние; v **(on, upon)** влиять (не *что-л.)*

lateral - *a* боковой

occur - *v* залегать; случаться; происходить; *syn* **take place, happen; occurrence -** *n* залегание; **mode of occurrence -** условия залегания

penetrate - *v* проникать *(внутрь),* проходить через *(что-л.)*

phenomenon - *n* явление; *pi* **phenomena**

pressure - *n* давление; **lateral pressure** боковое *(горизонтальное)* давление; **rock pressure** горное давление, давление породы

rate - *n* степень, темп; скорость, норма; производительность; сорт; *syn* **speed, velocity**

refer - v (to) ссылаться *(на что-л.);* относиться *(к периоду, классу)*

resist - *v* сопротивляться; противостоять; противодействовать; **resistance** - *n* сопротивление; **resistant -** *a* стойкий; прочный; сопротивляющийся

size - *n* размер; величина; класс *(угля)*

solution – *n* раствор; **soluble -** *a* растворимый; **solvent -** растворитель; *a* растворяющий

succession – *n* последовательность, непрерывный ряд; **in succession** последовательно

undergo (underwent, undergone) - *v* испытывать *(что-л.),* подвергаться *(чему-л.)*

uniform – *a* однородный; одинаковый

weathering - *n* выветривание; эрозия *(воздействию, влиянию и т.д.)*

to be subjected to подвергаться

Rocks of Earth's Crust

abyssal - *a* абиссальный, глубинный; **hypabissal** - *a* гипабиссальный

adjacent - *a* смежный, примыкающий

ash - *n* зола

belt - *n* пояс; лента; ремень

body - *n* тело, вещество; **solid (liquid, gaseous) bodies** твердые (жидкие, газообразные) вещества; породная масса; массив; месторождение; пласты

common - *a* обычный; общий; *syn* **general;** *ant* **uncommon**

cool - v охлаждать(ся); остывать; прохладный; *ant* **heat** нагревать(ся)

dimension - *n* измерение; *pl* размеры; величина; *syn* **measurement, size**

dust - *n* пыль

dyke – *n* дайка

extrusion - *n* вытеснение; выталкивание; *ant* **intrusion** вторжение; *геол.* интрузия *(внедрение в породу изверженной массы)*

fine - *a* тонкий, мелкий; мелкозернистый; высококачественный; тонкий; прекрасный, ясный (о *погоде);* изящный; **fine-graded (fine-grained)** мелкозернистый, тонкозернистый; **fines -** *n pl* мелочь; мелкий уголь

flow - v течь; литься; *n* течение; поток; **flow of lava** поток лавы
fragmentary - *a* обломочный, пластический
glass - *n* стекло; **glassy** - *a* гладкий, зеркальный; стеклянный
gold - *n* золото
inclined - *a* наклонный
mica - *n* слюда
permit - *v* позволять, разрешать; *syn* **allow, let; make possible**
probably - *adv* вероятно; *syn* **perhaps, maybe**
shallow - *a* мелкий; поверхностный; *ant* **deep** глубокий
sill - *n* силь, пластовая интрузия
stock - *n* шток, небольшой батолит
vein - *n* жила, прожилок, пропласток
band - *n* слой; полоса; прослоек *(породы); syn* **layer**
cleave - *v* расщепляться; трескаться, отделяться по кливажу; **cleavage** *n* кливаж
constituent - *n* составная часть, компонент
define - *v* определять, давать определение
distribute - v **(among)** распределять (между); раздавать;
disturb - *v* нарушать; смещать
excess - *n* избыток, излишек; *ant* **deficiency**
flaky - *a* слоистый; похожий на хлопья
fluid - *n* жидкость; жидкая или газообразная среда
foliate - *v* расщепляться на тонкие слои; **foliated -** *a* листоватый, тонкослоистый; *syn* **flaky**
marble - *n* мрамор
mention - *v* упоминать, ссылаться; *n* упоминание
plate - *n* пластина; полоса *(металла)*
pressure - *n* давление; **rock pressure (underground pressure)** горное давление, давление горных пород
relate - *v* относиться; иметь отношение; **related** *a* родственный; **relation -** *n* отношение; **relationship -** *n* родство; свойство; **relative -** *a* относительный; соответственный
run (ran, run) - *v* бегать, двигаться; течь; работать (о *машине);* тянуться, простираться; управлять *(машиной);* вести *(дело, предприятие)*
schistose - *a* сланцеватый; слоистый
sheet - *n* полоса
slate - *n* сланец; *syn* **shale**
split (split) - *v* раскалываться, расщепляться, трескаться; *syn* **cleave**
trace - *n* след; **tracing –** *n* прослеживание
at least по крайней мере
to give an opportunity (of) давать возможность *(кому-л., чему-л.)*
in such a way таким образом

Fossil Fuels

accumulate - v накапливать; скопляться
ancient - *a* древний, старинный; *ant* **modern**
associate - v связывать, соединять, ассоциироваться; *syn* **connect, link**
burn (burnt) - v сжигать; гореть; жечь
charcoal - *n* древесный уголь
convenient - *a* удобный, подходящий
crude - *a* сырой, неочищенный
dig (dug) - v добывать; копать; **digger -** n угольный экскаватор; землеройная машина
divide - v делить; (from) отделять; разделять
evidence - *n* доказательство; очевидность; признак(и)
fossil - *a* окаменелый, ископаемый; *n* ископаемое *(органического происхождения);* окаменелость

heat - v нагревать; *n* теплота

liquid - *a* жидкий; n жидкость; *ant* **solid**

manufacture - *v* изготовлять, производить; *syn* **produce**

mudstone - *n* аргиллит

purpose - *n* цель; намерение; *syn* **aim, goal**

shale - *n* глинистый сланец

the former … the latter - первый *(из вышеупомянутых)* последний *(из двух названных)*

bench - *n* слой, пачка *(пласта)*

blend - v смешивать(ся); вклинивать(ся)

combustion - *n* горение, сгорание; **spontaneous combustion** самовоспламенение, самовозгорание

continuity - *n* непрерывность, неразрывность

domestic - *a* внутренний; отечественный

estimate - v оценивать; *n* оценка; смета

fault - *n* разлом, сдвиг *(породы);* сброс; **faulting** *n* образование разрывов или сбросов

fold - *n* изгиб, складка, флексура; **foulding -** *n* складчатость, смешение *(пласта)* без разрыва

inflame - v воспламеняться; загорать(ся); **inflammable** - *a* воспламеняющийся, горючий, огнеопасный; **flame** - *n* пламя

intermediate - *a* промежуточный; вспомогательный

liable - *a* (to) подверженный; подлежащий *(чему-л.)*

luster - *n* блеск *(угля, металла);* **lustrous -** *a* блестящий

matter - *n* вещество; материя

moisture - *n* влажность, сырость; влага

parting - *n* прослоек

plane - *n* плоскость; **bedding plane** плоскость напластования

rank - *n* класс, тип; **coal rank** группа угля, тип угля

regular - *a* правильный; непрерывный; *ant* **irregular** неправильный; неравномерный; **regularity** *n* непрерывность; правильность

similar - *a* похожий, сходный; подобный; *syn* **alike, the same as**

smelt - v плавить *(руду);* выплавлять *(металл)*

store - v запасать, хранить на складе; вмещать

strata - *n pl от* **stratum** пласты породы; свита *(пластов);* формация, напластования породы; *syn* **measures**

thickness - *n* мощность *(пласта, жилы)*

uniform - *a* однородный; равномерный; **uniformity** *n* однородность; единообразие

utilize - v использовать; *syn* **use, apply, employ**

volatile - *a* летучий, быстро испаряющийся

Prospecting and Exploration

aerial - *a* воздушный; надземный

certain - *a* определенный; некоторый; **certainly** *adv* конечно

cost - (cost) v стоить; *n* цена; стоимость

crop - v (out) обнажать(ся), выходить на поверхность *(о пласте, породе); syn* **expose;** засевать, собирать урожай

dredging - *n* выемка грунта; драгирование

drill - v бурить, сверлить; *n* бурение, сверление; бурильный молоток; **drilling -** *n* бурение, сверление; **core-drilling** колонковое (керновое) бурение

drive (drore, **driven**) - v проходить *(горизонтальную выработку);* приводить в движение; управлять *(машиной); n* горизонтальная выработка; привод; передача

evidence – *n* основание; признак(и); свидетельства

expect - v ожидать; рассчитывать; думать; предлагать

explore - v разведывать месторождение полезного ископаемого с попутной добычей; **exploratory -** *a* разведочный; **exploration -** *n* детальная разведка; разведочные горные работы по месторождению

galena - *n* галенит, свинцовый блеск

indicate - v указывать, показывать; служить признаком; означать

lead - *n* свинец

look for - v искать

open up - v вскрывать *(месторождение);* нарезать *(новую лаву, забой);* **opening -** *n* горная выработка; подготовительная выработка; вскрытие месторождения

panning - *n* промывка *(золотоносного песка в лотке)*

processing - *n* обработка; - **industry** обрабатывающая промышленность

prove - v разведывать *(характер месторождения или залегания);* доказывать; испытывать, пробовать; **proved -** *a* разведанный, достоверный; **proving -** *n* опробование, предварительная разведка

search - v исследовать; (for) искать *(месторождение); n* поиск; *syn* **prospecting**

sign - *n* знак, символ; признак, примета

store - v хранить, накапливать *(о запасах)*

work - v работать; вынимать, извлекать *(уголь, руду);* вырабатывать; **workable -** *a* подходящий для работы, пригодный для разработки, рабочий *(о пласте);* рентабельный; **working -** *n* разработка, горная выработка

adit - *n* горизонтальная подземная выработка, штольня

angle - *n* угол

approximate - *a* приблизительный

bit - *n* режущий инструмент; буровая коронка, коронка для алмазного бурения; головка бура, сверло; **carbide bit** армированная коронка, армированный бур; **diamond bit -** алмазная буровая коронка

borehole - *n* скважина, буровая скважина

crosscut - *n* квершлаг

dip - *n* падение *(залежи);* уклон, откос; v падать

enable - v давать возможность или право *(что-л. сделать)*

exploit - v разрабатывать *(месторождение);* эксплуатировать; **exploitation** - *n* разработка; эксплуатация

measure - *n* мера; мерка; критерий; степень; *pl* свита, пласты; v измерять

overburden - *n* покрывающие породы, перекрывающие породы; верхние отложения, наносы; вскрыша

pit - *n* шахта; карьер, разрез; шурф

reliable - *a* надежный; достоверный

rig - *n* буровой станок, буровая вышка; буровая каретка; буровое оборудование

sample - *n* образец; проба; v отбирать образцы; опробовать, испытывать

section - *n* участок, секция, отделение, отрезок, разрез, профиль, поперечное сечение; **geological** ~ геологический разрез *(пород)*

sequence - *n* последовательность; порядок следования; ряд

sink (sank, sunk) - v проходить *(шахтный ствол, вертикальную выработку);* углублять; погружать; опускать; **sinking** - *n* проходка *(вертикальных или наклонных выработок);* **shaft sinking -** проходка ствола

slope - *n* наклон; склон; бремсберг; уклон; v клониться, иметь наклон; **sloping -** *a* наклонный; **gently sloping -** с небольшим наклоном

steep - *a* крутой, крутопадающий, наклонный

strike - *n зд.* простирание; v простираться; **across the strike -** вкрест простирания; **along (on) the strike** по простиранию

trench - *n* траншея, канава; котлован; v копать, рыть, шурфовать

to make use (of) использовать, применять

to take into consideration принимать во внимание; *syn* **take into account**

General Information on Mining

access - *n* доступ

affect - v воздействовать *(на что-л.);* влиять; *syn* **influence**

barren - *a* непродуктивный; пустой *(о породе)*

chute - *n* скат, спуск; углеспускная выработка; жёлоб

compare - v (with) сравнивать, проводить параллель

contribute - v способствовать, содействовать; делать вклад *(в науку);* **make a (one's) ~ to smth.** сделать вклад во что-л.

cross-section - *n* поперечное сечение, поперечный разрез, профиль

develop - v разрабатывать *(месторождение);* развивать *(добычу);* производить подготовительные работы; **development -** *n* подготовительные работы; развитие добычи; развитие

drift - *n* штрек, горизонтальная выработка

ensure - v обеспечивать, гарантировать; *syn* **guarantee**

face - *n* забой; лава

floor - л почва горной выработки, почва пласта (жилы); **quarry** ~ подошва карьера; пол, настил

govern - v править, управлять; руководить; определять, обусловливать

inclination - *n* уклон, скат, наклон *(пластов);* наклонение; **seam** ~ падение *(пласта);* наклон *(пласта)*

incline - *n* уклон, бремсберг, скат; наклонный ствол; **gravity** ~ бремсберг

inclined - *a* наклонный; **flatly** ~ слабо наклонный; **gently** ~ наклонного падения; **medium** ~ умеренно наклонный *(о пластах);* **steeply** ~ крутопадающий

level - *n* этаж, горизонт, горизонтальная горная выработка; штольня; уровень *(инструмент);* нивелир; ватерпас; горизонтальная поверхность

recover - v извлекать *(целики);* выбирать, очищать; добывать *(уголь и т.п.);* восстанавливать

remove - v удалять; убирать; устранять; перемещать; **removal -** *n* вскрыша; выемка; уборка *(породы);* извлечение *(крепи);* перемещение; **overburden** - удаление вскрыши

rib - *n* ребро; выступ; узкий целик, предохранительный целик; грудь забоя

roof - *n* крыша; кровля выработки; кровля пласта *(или* жилы); перекрытие; ~ **support -** крепление кровли

shaft - *n* шахтный ствол; **auxiliary** ~ вспомогательный ствол; **hoisting** ~ подъемный ствол; главный шахтный ствол

tabular - *a* пластовый (о *месторождении);* пластообразный; плоский; линзообразный; *syn* **bedded, layered**

waste - *n* пустая порода; отходы; *syn* **barren rock**

well - *n* буровая скважина; колодец, источник; водоем; зумф

capital investment - капитальные вложения

gate road - промежуточный штрек

in bulk - навалом, в виде крупных кусков

metal-bearing - содержащий металл

production face/working - очистной забой

productive mining - эксплуатационные работы

in view of - ввиду чего-л., принимая во внимание что-л.

with a view to - с целью

advantage - *n* преимущество; превосходство; выгода; польза; **advantageous** - *a* выгодный; благоприятный, полезный; **to take advantage of smth** воспользоваться чём-л.

caving - *n* обрушение *(кровли);* разработка с обрушением

deliver - v доставлять, подавать; питать; нагнетать; произносить *(речь);* читать *(лекцию)*

entry - *n* штрек; выработка горизонтальная; *pl* подготовительные выработки; нарезные выработки; штреки

giant - *n* гидромонитор

gravity - *n* сила тяжести; вес, тяжесть; **by ~** самотеком, под действием собственного веса

haul - v доставлять; откатывать; подкатывать; перевозить; **haulage** - *n* откатка; доставка; транспортировка *(по горизонтали)*

longwall - *n* лава; выемка лавами; сплошной забой, сплошная или столбовая система разработки; *syn* **continuous mining; ~ advancing on the strike** выемка лавами прямым ходом по простиранию; сплошная система разработки по простиранию; **~ advancing to the rise** сплошная система разработки с выемкой по восстанию; ~ to **the dip** сплошная система разработки с выемкой по падению; ~ **retreating** выемка лавами обратным ходом; столбовая система разработки лавами

lose (lost) - v терять; **loss -** *n* потеря, убыток

pillar - *n* целик; столб; **shaft** ~ околоствольный целик; ~ **method** столбовая система разработки; ~ **mining** выемка целиков

predominate - v преобладать, превалировать; превосходить; господствовать, доминировать

protect - v охранять, защищать

reach - v простираться, доходить до; добиваться, достигать

satisfy - v удовлетворятъ(ся)

shield - *n* щит; ~ **method** щитовой метод проходки, щитовой способ

room - *n* камера; очистная камера; **room-and-pillar method** камерно-столбовая система разработки

stowing - *n* закладка *(выработанного пространства)*

method of working система разработки

the sequence of working the seams - последовательность отработки пластов

goaf — завал; обрушенное пространство

double-ended drum bearer — комбайн с двойным барабаном

to identify — опознавать

appraisal — оценка

susceptibility — чувствительность

concealed — скрытый, не выходящий на поверхность

crusher — дробилка

concentration — обогащение

blending — смешивание; составление шихты

screen — сортировать (обыден. уголь); просеивать

froth floatation — пенная флотация

core drilling — колонковое бурение

to delineate — обрисовывать, описывать

lender — заимодавец

feasibility — возможность

in situ mining — повторная разработка месторождения в массиве

screening — просеивание; грохочение

processing — обработка, разделение минералов

Mining and Environment

break v **(broke**, **broken**) отбивать *(уголь или породу),* обрушивать кровлю; разбивать; ломать; л отбойка, обрушение; **break out** отбивать, производить выемку

(руды .или породы); расширять забой; **breakage** л разрыхление, дробление

drill - *n* бур; .перфоратор; бурильный молоток; сверло; v бурить; car ~ буровая тележка; **mounted** ~ перфоратор на колонке; колонковый бурильный молоток; **drilling -** *n* бурение

dump -*n* отвал *(породы);* склад угля; опрокид; **external** ~ внешний отвал; **internal** ~ внутренний отвал; v сваливать (в *отвал);* разгружать; отваливать; опрокидывать *(вагонетку);*

dumper опрокид; самосвал; отвалообразователь; **dumping** л опрокидывание; опорожнение; опрокид; *syn* **tip**

environment - *n* окружение; окружающая обстановка/среда

explode - v взрывать, подрывать; **explosion** - *n* взрыв; **explosive -** *n* взрывчатое вещество; *a* взрывчатый

friable - *a* рыхлый; хрупкий; рассыпчатый; слабый (о *кровле)*

handle - v перегружать; доставлять; транспортировать; управлять машиной; *n* ручка; рукоять; скоба; **handling** - *n* подача; погрузка; перекидка, доставка; транспортировка; обращение с машиной

heap - v наваливать; нагребать; *n* породный отвал, терриконик; *syn* **spoil ~, waste ~**

hydraulicklng - *n* гидродобыча; гидромеханизированная разработка

load - v нагружать, грузить, наваливать; *n* груз; нагрузка; **loader -** *n* погрузочная машина, навалочная машина, перегружатель; грузчик; **cutter-loader -** комбайн, комбинированная горная машина

lorry - *n* грузовик; платформа; *syn* **truck**

mention - v упоминать

overcasting - *n* перелопачивание *(породы)*

pump - *n* насос; **gravel** ~ песковый насос; **sludge** ~ шламовый насос; v качать; накачивать; откачивать

reclamation - *n* восстановление; осушение; извлечение крепи; ~ **of land** восстановление участка *(после открытых работ)*

sidecastiag - *n* внешнее отвалообразование

site - *n* участок, место; **building** ~ строительная площадка

slice - *n* слой; **slicing -** *n* выемка слоями, разработка слоями

strip - v производить вскрышные работы; разрабатывать; очищать *(лаву);* вынимать породу или руду; *n* полоса; **stripper -** *n* забойщик; вскрышной экскаватор; **stripping -** *n* открытая разработка, открытые горные работы; вскрыша; вскрытие наносов

unit - *n* агрегат; установка; устройство; прибор; узел; секция; деталь; машина; механизм; единица измерения; участок

washery - *n* углемойка; рудомойка; моечный цех

to attract smb's attention привлекать чье-л. внимание

backhoe - *n* обратная лопата

blast - *n* взрыв; v взрывать; дуть; продувать; **blasting** - *n* взрывание; взрывные работы; взрывная отбойка

block out - v нарезать залежь на блоки; нарезать столбы

clearing - *n* выравнивание почвы; планировка грунта

crash - v дробить; разрушать; обрушать(ся)

earth-mover - *n* землеройное оборудование; *syn* **excavator**

excavator - *n* экскаватор; **bucket-wheel** - роторный экскаватор; **multi-bucket** ~ многочерпаковый экскаватор; **single-bucket** - одночерпаковый экскаватор

grab - *n* грейфер, ковш, черпак; экскаватор; v захватывать;

grabbing - погрузка грейфером; захватывание

hoist - *n* подъемное установка (машина); подъемник; лебедка; v поднимать; **hoisting** шахтный подъем

plough - *n* струг

power shovel - *n* механическая лопата; экскаватор типа механической лопаты

range - *n* колебание в определенных пределах

rate - *n* норма; скорость, темп; коэффициент; степень; разрез; сорт; мощность; расход *(воды)*

remote - *a* отдаленный; ~ **control** дистанционное управление

result - v (in) приводить (к); иметь своим результатом; (from) следовать (из), происходить в результате

safety - *n* безопасность; техника безопасности

slope - *n* забой, сплошной забой, очистной забой; v очищать забой, вынимать породу, уголь; *syn* **face; sloping** очистные работы; очистная выемка; **open sloping** выемка с открытым забоем; **shrinkage sloping** выемка системой с магазинированием *(рудЫ)*

support - v крепить; поддерживать; подпирать; *n* стойка; опора; поддержание; крепление; *syn* **timbering; powered roof** - механизированная крепь; **self-advancing powered roof** - передвижная механизированная крепь

4.2 Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

My speciality is Geology

I am a first year student of the Ural State Mining University. I study at the geological faculty. The geological faculty trains geologic engineers in three specialities: mineral prospecting and exploration, hydrogeology and engineering geology, drilling technology.

Geology is the science which deals with the lithosphere of our planet. Geology studies the composition of the Earth's crust, its history, the origin of rocks, their distribution and many other problems.

That is why the science of geology is commonly divided into several branches, such as:

1. General Geology which deals with the composition arid the structure of the Earth and with various geological processes going on below the Earth’s surface and on its surface.
2. Petrology which studies the rocks of the Earth.
3. Mineralogy which investigates the natural chemical compounds of the lithosphere.
4. Paleontology which deals with fossil remains of ancient animals and plants found in rocks.
5. Historic Geology which treats of the Earth's history.
6. Structural Geology which deals with the arrangement of rocks due to the Earth's movements.
7. Economic Geology which deals with occurrence, origin and distribution of mineral deposits valuable to man.

All these branches of geology are closely related to each other.

Geology is of great practical importance because .it supplies industry with all kinds of raw materials, such as ore, coal, oil, building materials, etc.

Geology deals with the vital problem of water supply. Besides, many engineering projects, such as tunnels, canals, dams, irrigation systems, bridges etc. need geological knowledge in choosing construction sites and materials.

The practical importance of geology has greatly increased nowadays. It is necessary to provide a rapid growth of prospecting mineral deposits, such as ores of iron, copper, lead, uranium and others, as well as water and fossil fuels (oil, gas and coal). They are badly needed for further development of all the branches of the national Economy of our country and for creating a powerful economic foundation of the society. The graduates of the geological faculty of the Ural State Mining University work all over the country in mines, geological teams and expeditions of the Urals, Siberia, Kasakhstan, in the North and Far East, etc. as well as abroad.

Very often geologists have to work under hard climatic and geological conditions. They must be courageous, strong and purposeful people, ready to overcome any hardships which nature has put in their way to its underground treasure-house.

4.3 Систематизация грамматического материала:

1. Неличные формы глагола: инфинитив, причастия, герундий.
2. Основные сведения о сослагательном наклонении.

Инфинитив. The Infinitive

Инфинитив - это неличная глагольная форма, которая только называет действие и выполняет функции как глагола, так и существительного. Инфинитив отвечает на вопрос что делать?, что сделать?

Формальным признаком инфинитива является частица **to**, которая стоит перед ним, хотя в некоторых случаях она опускается. Отрицательная форма инфинитива образуется при помощи частицы not, которая ставится перед ним: It was difficult not to speak. *Было трудно не говорить.*

Формы инфинитива

	Active Voice	Passive Voice
Simple	to write	to be written
Continuous	to be writing	
Perfect	to have written	to have been written
Perfect Continuous	to have been writing	

Глаголы, после которых используется инфинитив:

to agree - соглашаться
to arrange - договариваться
to ask – (по)просить
to begin – начинать
to continue – продолжать
to decide – решать
to demand - требовать
to desire – желать
to expect – надеяться
to fail – не суметь
to forget – забывать
to hate - ненавидеть
to hesitate – не решаться
to hope - надеяться
to intend – намереваться
to like – любить, нравиться
to love – любить, желать
to manage - удаваться
to mean - намереваться
to prefer - предпочитать
to promise - обещать
to remember – помнить
to seem - казаться
to try – стараться, пытаться
to want – хотеть

Например:
He asked to change the ticket. *Он попросил поменять билет.*
She began to talk. *Она начала говорить.*

Значение разных форм инфинитива в таблице

Формы инфинитива	**Чему я рад?**	
Simple	I am glad **to speak** to you.	Рад поговорить с вами. (Всегда радуюсь, когда говорю с вами).
Continuous	I am glad **to be speaking** to you.	Рад, что сейчас разговариваю с вами.
Perfect	I am glad **to have spoken** to you.	Рад, что поговорил с вами.
Perfect Continuous	I am glad **to have been speaking** to you.	Рад, что уже давно (все это время) разговариваю с вами.
Simple Passive	I am (always) glad **to be told** the news.	Всегда рад, когда мне рассказывают новости.

Perfect Passive	I am glad **to have been told** the news.	Рад, что мне рассказали новости.

Причастие. Participle

В английском языке причастие — это неличная форма глагола, которая сочетает в себе признаки глагола, прилагательного и наречия.

Формы причастия

		Active (Активный залог)	Passive (Пассивный залог)
Participle I (Present Participle)	Simple	**writing**	**being written**
	Perfect	**having written**	**having been written**
Participle II (Past Participle)			**written**

Отрицательные формы причастия образуются с помощью частицы **not**, которая ставится перед причастием: not asking — не спрашивая,not broken — не разбитый.

Как переводить разные формы причастия на русский язык

Формы причастия	причастием	деепричастием
reading	читающий	читая
having read		прочитав
being read	читаемый	будучи читаемым
having been read		будучи прочитанным
read	прочитанный	
building	строящий	строя
having built		построив
being built	строящийся	будучи строящимся
having been built		будучи построенным
built	построенный	

Герундий. Gerund

Герундий — это неличная форма глагола, которая выражает название действия и сочетает в себе признаки глагола и существительного. Соответственно, на русский язык герундий обычно переводится существительным или глаголом (чаще неопределенной формой глагола). Формы, подобной английскому герундию, в русском языке нет.

My favourite occupation is reading. *Мое любимое занятие — чтение.*

Формы герундия

	Active (Активный залог)	Passive (Пассивный залог)
Simple	**writing**	**being written**
Perfect	**having written**	**having been written**

Запомните глаголы, после которых употребляется только герундий!

admit (признавать), advise (советовать), avoid (избегать),
burst out (разразиться), delay (задерживать), deny (отрицать),
dislike (не нравиться), enjoy (получать удовольствие), escape (вырваться, избавиться),
finish (закончить), forgive (прощать), give up (отказываться, бросать),
keep on (продолжать), mention (упоминать), mind (возражать - только в “?”и “-“),
miss (скучать), put off (отложить), postpone (откладывать),
recommend (рекомендовать), suggest (предлагать), understand (понимать).

Герундий после глаголов с предлогами

accuse of (обвинять в), agree to (соглашаться с), blame for (винить за),
complain of (жаловаться на), consist in (заключаться в), count on /upon (рассчитывать на),
congratulate on (поздравлять с), depend on (зависеть от), dream of (мечтать о),
feel like (хотеть, собираться), hear of (слышать о), insist on (настаивать на),

keep from (удерживать(ся) от), look forward to (с нетерпением ждать, предвкушать), look like (выглядеть как), object to (возражать против), persist in (упорно продолжать), praise for (хвалить за), prevent from (предотвращать от), rely on (полагаться на), result in (приводить к), speak of, succeed in (преуспевать в), suspect of (подозревать в), thank for (благодарить за), think of (думать о)

He has always dreamt of visiting other countries. — *Он всегда мечтал о том, чтобы побывать в других странах.*

to be + прилагательное / причастие + герундий

be afraid of (бояться чего-либо), be ashamed of (стыдиться чего-либо), be engaged in (быть занятым чем-либо), be fond of (любить что-либо, увлекаться чем-либо), be good at (быть способным к), be interested in (интересоваться чем-либо), be pleased at (быть довольным), be proud of (гордиться чем-либо), be responsible for (быть ответственным за), be sorry for (сожалеть о чем-либо), be surprised at (удивляться чему-либо), be tired of (уставать от чего-либо), be used to (привыкать к).

I'm tired of waiting. — *Я устал ждать.*

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Complete the sentences with the correct infinitive tense.

1 She has grown taller. She seems ...*to have grown taller*.
2 He is getting used to his new job. He appears
3 Kate makes friends easily. She tends
4 He has finished the report. He claims
5 It is raining over there. It seems
6 He is on a diet. He appears
7 They have sailed round the world. They claim
8 She is feeling better. She seems

2. Fill in the correct infinitive tense.

1 A: What would you like ...*to do*... (do) tonight?
B: Let's … (go) to an Italian restaurant.
2 A: What's Liz doing?
B: She seems … (look) for something in her bag.
3 A: Alan has been offered a new job!
B: No, he hasn't. He just pretended … (offer) a new job.
4 A: Colin claims … (meet) lots of famous people.
B: I know, but I don't believe him.
5 A: Look at those two men outside. What are they doing?
B: They appear … (empty) the rubbish bins.
6 A: Would you like to go to the cinema tonight?
B: Not really. I would prefer … (go) to the theatre.
7 A: Tara seems … (work) hard all morning.
B: Yes, she hasn't even stopped for a cup of coffee.
8 A: Why is Tom at work so early this morning?
B: He wants … (finish) early so that he can go to the concert tonight.

3. Rephrase the following sentences, as in the example.

1 He must wash the car. I want ...*him to wash the car*...
2 You mustn't be late for work. I don't want …
3 Claire must tidy her bedroom. I want …

4 She mustn't go to the disco. I don't want …
5 They must go to school tomorrow. I want …
6 Gary mustn't make so much noise. I don't want …
7 You mustn't make a mess. I don't want …
8 He must mend his bike. I want …

4. Complete the sentences with too or enough and the adjective in brackets.

1 A: Would you like to come to the disco?
B: Oh no. I'm ...*too tired*... to go to a disco, (tired)
2 A: Can you reach that top shelf?
B: No, I'm not … to reach it. (tall)
3 A: Did they go on a picnic yesterday?
B: No. It was … to go on a picnic, (cold)
4 A: Did Jane enjoy the horror film?
B: No. She was … to enjoy it. (scared)
5 A: Does Tom go to school?
B: No. He isn't … to go to school yet. (old)
6 A: Will you go to London by bus?
B: No. The bus is … . I'll take the train, (slow)
7 A: Did she like the dress you bought?
B: Yes, but it was … .(big)
8 A: Take a photograph of me!
B: I can't. It isn't … in here, (bright)

5. Rewrite the sentences using too.

1 This music is so slow that I can't dance to it.
...This music, is too slow for me to dance to…
2 The bird is so weak that it can't fly.
3 She's so busy that she can't come out with us.
4 The car was so expensive that he couldn't buy it.
5 These shoes are so small that they don't fit me.
6 The book is so boring that she can't read it.
7 I was so tired that I couldn't keep my eyes open.
8 The coffee was so strong that he couldn't drink it.

6. Underline the correct preposition and fill in the gaps with the -ing form of the verb in brackets.

1 He is ill. He is complaining **with/<u>about</u>** ...*having*... (have) a headache.
2 Marcus went out instead **for/of** … (do) his homework.
3 Tracy was very excited **with/about** … (go) to the party.
4 I hope you have a good excuse **of/for** … (be) so late.
5 Sam is interested **in/for** … (take up)French lessons.
6 You can't stop him **to/from** … (take)the job if he wants to.
7 Susie ran because she was worried **about/of** … (miss) the bus.
8 Thank you **to/for** … (help) me with my homework.
9 She felt tired because she wasn't used **to/with** … (work) so hard.
10 His boss blamed him **for/of** … (lose) the deal.
11 I am in charge **in/of** … (make) the Christmas deliveries.
12 We are thinking **of/from** … (buy) a new car next month.
13 Sandra apologised **for/about** … (ruin) the performance.
14 Ian was talking **with/about** … (open) a shop in York.

7. Put the verbs in brackets into the correct infinitive form or the -ing form.

1 It's no use ...*talking*… (talk) to Bob; he won't change his mind.
2 She will … (return) the books next weekend.
3 It was good of you … (help) me fix my bicycle.
4 The man suggested … (call) the police in, to investigate.
5 I can't get used to … (live) in such a hot country.
6 He admitted … (rob) the bank.
7 You had better … (hurry), or you'll be late for work.
8 They refused … (give) me my money back.
9 She is too short … (become) a fashion model.
10 My parents let me … (stay) up late at weekends.
11 Our teacher makes us … (do) homework every evening.
12 The kitchen windows need … (clean).
13 They have begun … (make) preparations for the party.
14 He advised her … (speak) to her boss.
15 I dislike … (go) to the theatre alone.
16 Mr. Roberts was seen … (leave) his house at 12:15 last night.
17 My sister can't stand … (watch) horror films. She gets terribly scared.
18 Can you imagine … (spend) your holidays on the moon?
19 There's no point in … (call) again. There's no one at home.
20 I don't allow people … (smoke) in my house.
21 It was silly of you … (forget) to lock the door.
22 He risks … (lose) his wallet when he leaves it on his desk.

8. Put the verbs in brackets into the correct infinitive form or the -ing form.

1 A: Is Anne in the room?
B: Yes. I can see her ...dancing... (dance) with her husband over there.
2 A: Did you see the robber?
B: Yes. I saw him … (get) into the car and drive away.
3 A: Is John here today?
B: Yes. I heard him … (talk) on the phone as I walked past his office.
4 A: Colin is good at speaking in public, isn't he?
B: Yes. I heard him … (make) a speech last month. It was excellent.
5 A: I walked past the sports centre today.
B: So did I, and I stopped for a moment to watch some boys … (play) football.
6 A: Your hair looks great today.
B: Thanks. I watched the hairdresser … (dry) it so I could learn how to do it myself.
7 A: That's a music school, isn't it?
B: That's right. I often hear the students … (sing) as I walk past.
8 A: Did you stay until the end of the contest?
B: Yes. I listened to the chairman … (announce) the results before I went home.
9 A: How do you know Tim is at home?
B: I saw him … (cut) the grass as I was driving home.
10 A: How do you know that man stole the watch?
B: I saw him … (put) it in his pocket and leave the shop without paying.

9. Put the verbs in brackets into the correct infinitive form or the -ing form.

1 I'll never forget ...*sailing*... (sail) down the Danube on that warm spring night last year.
2 Please don't forget … (pay) the bill.
3 John said he remembers … (buy) the newspaper, but now he can't find it.
4 Did you remember … (post) my letters today?
5 Gloria regrets … (shout) at her sister.
6 I regret … (inform) you that we cannot give you your money back.

7 The students went on … (write) for another hour.
8 After cleaning the windows, he went on … (wash) the car.
9 We are sorry … (announce) that the 7:15 train to Liverpool has been cancelled.
10 I'm sorry for … (miss) your birth day party; I'll make it up to you.
11 She stopped … (go) to the gym after she had got back into shape.
12 They stopped … (have) a rest before they continued their journey.
13 They tried … (open) the door, but it was stuck.
14 You should try … (make) your own clothes. It's much cheaper.
15 I'm sorry. I didn't mean … (break) your vase.
16 Being a teacher means … (correct) a lot of homework.
17 I like … (tidy) my room at week ends because I don't have time during the week.
18 They like … (play) in the sea on hot days.

10. Put the verbs in brackets into the correct infinitive form or the -ing form.

My neighbour, Mr. Mason, loves 1) …*spending*… (spend) time in his garden. He would rather 2) … (work) outside than stay indoors, even when it is snowing! Early in the morning, you can 3) … (see) Mr. Mason 4) … (eat) breakfast in his garden, and late at night he is there again, with a cup of cocoa in his hand. I'd like 5) … (help) sometimes when there is lots of work to do, but Mr. Mason prefers 6) … (do) everything himself. He doesn't mind 7) … (get) cold and wet in the winter, and his wife says it's no use 8) … (try) to make him wear a waterproof jacket because he hates 9) … (wear) them! Mr. Mason says he will go on 10) … (garden) until he is too old 11) … (do) it!

Основные сведения о сослагательном наклонении

Conditionals are clauses introduced with if. There are three types of conditional clause: Type 1, Type 2 and Type 3. There is also another common type, Type 0.

Type 0 Conditionals: They are used to express something which is always true. We can use when (whenever) instead of it. *If/When the sun shines, snow melts.*

Type 1 Conditionals: They are used to express real or very probable situations in the present or future. *If he doesn't study hard, he won't pass his exam.*

Type 2 Conditionals: They are used to express imaginary situations which are contrary to facts in the present and, therefore, are unlikely to happen in the present or future. *Bob is daydreaming. If I won the lottery, I would buy an expensive car and I would go on holiday to a tropical island next summer.*

Type 3 Conditionals: They are used to express imaginary situations which are contrary to facts in the past. They are also used to express regrets or criticism. *John got up late, so he missed the bus. If John hadn't got up late, he wouldn't have missed the bus.*

	If-clause (hypothesis)	Main clause (result)	Use
Type 0 general truth	if + present simple	present simple	something which is always true
	If the temperature falls below 0 °C, water turns into ice.		
Type 1 real present	if + present simple, present continuous, present perfect or present perfect continuous	future/imperative can/may/might/must/should/ could + bare infinitive	real - likely to happen in the present or future
	If he doesn't pay the fine, he will go to prison. If you need help, come and see me. If you have finished your work, we can have a break. If you're ever in the area, you should come and visit us.		
Type 2 unreal present	if + past simple or past continuous	would/could/might + bare infinitive	imaginary situation contrary

			to facts in the present; also used to give advice
	If I had time, I would take up a sport. (but I don't have time - untrue in the present) If I were you, I would talk to my parents about it. (giving advice)		
Type 3 unreal past	if + past perfect or past perfect continuous	would/could/might + have + past participle	imaginary situation contrary to facts in the past; also used to express regrets or criticism
	If she had studied harder, she would have passed the test. If he hadn't been acting so foolishly, he wouldn't have been punished.		

Conditional clauses consist of two parts: the if -clause (hypothesis) and the main clause (result). When the if - clause comes before the main clause, the two clauses are separated with a comma. When the main clause comes before the if - clause, then no comma is necessary.

e.g. a) If I see Tim, I'll give him his book.

b) I'll give Tim his book if I see him.

We do not normally use will, would or should in an if - clause. However, we can use will or would after if to make a polite request or express insistence or uncertainty (usually with expressions such as / don't know, I doubt, I wonder, etc.).

We can use should after if to talk about something which is possible, but not very likely to happen.

e.g. a) If the weather is fine tomorrow, will go camping. (NOT: If the weather will be fine...)

b) If you will fill in this form, I'll process your application. (Will you please fill in... - polite request)

c) If you will not stop shouting, you'll have to leave. (If you insist on shouting... - insistence)

d) I don't know if he will pass his exams, (uncertainty)

e) If Tom should call, tell him I'll be late. (We do not think that Tom is very likely to call.)

We can use unless instead of if... not in the if -clause of Type 1 conditionals. The verb is always in the affirmative after unless.

e.g. Unless you leave now, you'll miss the bus. (If you don't leave now, you'll miss the bus.) (NOT: Unless you don't leave now, ...)

We can use were instead of was for all persons in the if - clause of Type 2 conditionals.

e.g. If Rick was/were here, we could have a party.

We use If I were you ... when we want to give advice.

e.g. If I were you, I wouldn't complain about it.

The following expressions can be used instead of if: provided/providing that, as long as, suppose/supposing, etc.

e.g. a) You can see Mr. Carter provided you have an appointment. (If you have an appointment...)

b) We will all have dinner together providing Mary comes on time. (... if Mary comes ...)

c) Suppose/Supposing the boss came now, …

We can omit if in the if - clause. When if is omitted, should (Type 1), were (Type 2), had (Type 3) and the subject are inverted.

e.g. a) Should Peter come, tell him to wait. (If Peter should come,...)

b) Were I you, I wouldn't trust him. (If I were you, ...)

c) Had he known, he would have called. (If he had known, ...)

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Look at the prompts and make Type 1 conditional sentences, as in the example.
e.g. If we cut down all the forests, the world's climate will change.
1 cut down/ all forests / world's climate / change
2 not stop/use / aerosols /destroy / ozone layer
3 find / alternative sources of energy / solve / some of our environmental problems
4 temperatures / go up / by a few degrees /sea levels / rise
5 recycle / waste / save / natural resources
6 population / continue to increase / not be enough food for everyone

2. Lisa is trying to decide where to go on holiday. She would like to go to one of these places. In pairs, ask and answer questions using the prompts below, as in the example.
A) SPAIN FOR A WEEK
£180 Inclusive!!
2-star hotel beach
Free water sports

B) A TWO WEEK CAMPING HOLIDAY IN THE SOUTH OF FRANCE
ONLY £280 per person
Self-catering

1. How long / be away / choose / Spain?
SA: How long will she be away if she chooses Spain?
SB: If she chooses Spain, she'll be away for a week.
2. Where / go / like / camping?
3. How much / pay / go to / France?
4. What / do / go to / Spain?
5. Where / go / want / cheap holiday?

3. Study the situations, then make Type 2 conditional sentences, as in the example.
I don't have a car, so I have to wait for the bus every day.
1. If I ...had... (have) a car, I ...wouldn't have to... (not/have to) wait for the bus every day.
I never do my homework, so my teacher always gets angry with me.
2. If I … (do) my homework, my teacher … (not/get) angry with me.
I live in a small house, so I can't invite friends over.
3. If I … (live) in a bigger house, I … (be able to) invite friends over.
I never get up early, so I y am always late for school.
4. If I … (get up) earlier, I … (not/be) late for school.

4. Complete the sentences to make Type 3 conditional sentences, as in the example.
1. If he ...hadn't noticed... (not/notice) the mould in one of his glass dishes, Alexander Fleming ...would never have discovered... (never/discover) penicillin.
2. If he … (sell) some of his paintings, Van Gogh … (get) some recognition during his lifetime.
3. If Barbara Streisand … (change) the shape of her nose, her career … (never/be) the same.
4. If Anne Sullivan … (not/teach) her, Helen Keller … (not/be able to) communicate.
5. If Naomi Campbell … (not/be) so beautiful, she … (never/become) a supermodel.

5. Read the story below and make Type 3 conditional sentences, as in the example.
e.g. 1) ...if Sally hadn't been in a hurry, she would nave left some important notes at home....
Sally had a terrible day yesterday. She was in a hurry, so she left some important notes at home. She wasn't prepared for her meeting with a new client, so the meeting was a disaster. The client was

disappointed, and as a result he refused to do business with the company. The boss shouted at Sally, so she got upset.

6. Match the items in column A with those in column B in order to make correct Type 0 conditional sentences, as in the example.

e.g. 1 - c ...if you add sugar to a cup of coffee, the coffee tastes sweeter...

A

1. Add sugar to a cup of coffee.
2. Throw salt onto snow.
3. Put an apple in a bowl of water.
4. Water plants regularly.
5. Lie in the sun too long.
6. Take regular exercise.

B

a The apple floats.
b Your skin turns red.
c The coffee tastes sweeter.
d You feel healthy.
e The plants grow.
f The snow melts.

7. Put the verbs in brackets into the correct tense.

1 A: What time will you be home tonight?
B: I'm not sure. If I ...have to... (have to) work late. I ...'ll call... (call) you.
2 A: I felt very tired at work today.
B: Well, if you … (not/watch) the late film, you … (not/feel) so tired
3 A: Should I buy that car?
B: Why not? If I … (have) the money, I … (buy) it myself.
4 A: If you … (pass) a chemist's, … (you/get) me some cough medicine?
B: Yes, certainly.
5 A: My sister seems very upset at the moment.
B: Were I you, I … (talk) to her about it.
6 A: Unless you … (hurry), you … (be) late again.
B: No, I won't. There's plenty of time.
7 A: Oh! I forgot to ask Sarah over for dinner.
B: If I … (speak) to her today, I … (ask) her for you.
8 A: May I join the club, please?
B: Provided you … (be) over eighteen, you can join the club.
9 A: What a lovely restaurant! I'm glad we came here.
B: If you … (not/burn) the dinner, we … (not/come) here!
10 A: Just think. If I … (not/move) to York, I … (never/meet) you.
B: I know, wasn't it lucky?
11 A: Jo doesn't spend enough time with me.
B: Well, if she … (have) the time, I'm sure she … (try), but she's very busy.
12 A: Did you give Bill the message?
B: No, but when I … (see) him, I … (tell) him the news.

8. Choose the correct answer.

1 'If you ...C... that plate, you'll burn your fingers.'

'Why? Has it been in the oven?'
A would touch
B will touch
C touch
2 ‘ … you're busy, we'll talk now.'
‘That's fine. I'm not busy at the moment.'
A If
B Provided
C Unless
3 'If you watch the news, you … a lot.'
'I know. I watch it every day.'
A learn
B were learning
C would learn
4 '… you wear warm clothes, you won't get cold.'
'I'll wear an extra jumper.'
A Unless
B Providing
C Supposing
5 'Shall I invite John to the party?'
'Well, were I you, I … him.'
A would invite
B will invite
C am inviting
6 '… the teacher comes back now, what will you do?'
'I don't know.'
A When
B Providing
C Supposing
7 'Could I see the menu, please?'
'Yes, sir. If you … a seat, I will fetch it for you.'
A take
B had taken
C have taken
8 'Don't cry. Everything will be alright.'
'Yes, but if I … the bus, I wouldn't have been late for school.'
A didn't miss
B hadn't missed
C don't miss
9 'When water boils, it … steam.'
'Yes, I know; and the steam is hot, too.'
A would produce
B produce
C produces
10 'Can you help me, please?'
'Well, if I wasn't studying, I … you.'
A would help
B help
C will help
11 'John crashed his car yesterday.'
'I know, but if he hadn't been changing the cassette, he …'
A won't crash

B wouldn't crash
C wouldn't have crashed
12 'Can I have some chocolate, please?'
'If you behave yourself, I you some later.'
A would buy
B might buy
C buy
13 'Should you see Colin … and tell me.'
'I will.'
A come
B to come
C will come
14 'If we were rich, we … expensive clothes.'
'Well, unfortunately we aren't rich!'
A could afford
B can afford
C afford

9. Put the verbs in brackets into the correct tense.

1 If I ...were... (be) you, I wouldn't drive in the snow.
2 Peter … (be able to) help you if he was here.
3 If I had closed the window, the cat … (not/jump) out.
4 I … (call) for help if I got stuck in a lift.
5 Had I known him, I … (talk) to him.
6 John … (may/lose) his job if he is rude to the boss.
7 If you … (save) some money, you would have been able to go on holiday last year.
8 You may win if you … (take) part in the contest.
9 If I had toothache, I … (go) to the dentist.
10 They would have helped us move house if we … (ask) them.
11 If Jane … (be) older, she could live by herself.
12 We would have changed our plans if we … (hear) the weather forecast.
13 Emma … (send) a card if she had remembered it was their anniversary.
14 Robert … (feel) better if you talked to him.
15 If Sam was still living nearby, you … (can/invite) him for dinner.
16 If you … (put) your money in your wallet, you will not lose it.
17 If you … (like) chocolate, you will love this cake.
18 If Bill … (come) home early, he will eat dinner with us.
19 Sandra will join us later unless she … (have) a lot of work to do.

10. Fill in the gaps using when or if.

1 A: Have you phoned Paul yet?
B: No, I'll phone him ...when... I get home.
2 A: … I get a new job soon, I may have a party.
B: That's a good idea.
3 A: I really liked that dress we saw.
B: Well, you can buy it … you get paid.
4 A: Shall we go somewhere this weekend?
B: Yes … it's sunny, we could go to the beach.
5 A: Did you make this cake yourself?
B: Yes … you like it, I'll give you the recipe.
6 A: Is Jane still asleep?
B: Yes … she wakes up, I'll tell her you're here.

7 A: Have you done your homework?
B: No. I'll do it … we've finished dinner.
8 A: We've run out of milk.
B: Well, … I go to the shops, I'll buy some more.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Б1.О.03 ИНОСТРАННЫЙ ЯЗЫК

Специальность

21.05.04 Горное дело

Направление (профилизация)

Электрификация и автоматизация горного производства

Автор: Безбородова С. А., к.п.н.

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

I. Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовку к аудиторным занятиям……... 3
1.1 Повторение материала практических занятий……..... 3
1.2 Чтение и перевод учебных текстов……. 42
1.3 Подготовка к практическим занятиям (запоминание иноязычных лексических единиц и грамматических конструкций) ..……..... 60
1.4 Самостоятельное изучение тем курса (для заочной формы обучения) ……. 73
1.5 Подготовка к контрольной работе 73

II. Другие виды самостоятельной работы……. 73
2.1 Выполнение самостоятельного письменного домашнего задания:
2.1.1 Подготовка к ролевой игре…….. 73
2.1.2 Подготовка к практико-ориентированному заданию ……. 74
2.1.3 Подготовка к опросу …… 75
2.2 Дополнительное чтение профессионально ориентированных текстов и выполнение заданий на проверку понимания прочитанного……. 75
2.3 Подготовка доклада…….. 94
2.4 Подготовка к тесту……..... 95
2.5 Подготовка к экзамену…….. 99

I. Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовку к аудиторным занятиям

1. Повторение материала практических занятий

Практические занятия направлены на развитие умений иноязычного говорения в рамках заданных РПД тем: бытовая сфера общения (Я и моя семья); учебно-познавательная сфера общения (Я и мое образование); социально-культурная сфера общения (Я и моя страна. Я и мир); профессиональная сфера общения (Я и моя будущая специальность).

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

My family

My name is Vladimir Petrov. I am … years old. I was born in 19… in Nizhniy Tagil. I went to school when I was 7. In 20… I finished school number 10 in Ekaterinburg. This year I entered the Ural State Mining University. In five years I shall graduate from this University.

I live in the center of Ekaterinburg. I work at the Ministry of Foreign Trade. I'm an engineer & I am also a student. Many engineers in our Ministry learn foreign languages.

My family is not large. I have a wife & two children. My wife's name is Ann & children's names are Nick & Natalie.

My wife is an economist. My wife is a young woman. She is twenty – nine years old. She works at the Ministry of Foreign Trade, too. She goes to the office every day. My wife doesn't learn English. She already knows English very well. She reads many English books, magazines & newspapers. My wife is also a student. She learns German. She likes languages very much & is going to learn French next year.

My daughter is a girl of ten. She goes to school. She has a lot of subjects at school. She also learns English. She also helps her mother at home.

My son is a little boy. He was born five years ago. I take him to the kindergarten every morning.

My parents are not old. My father is 53. He is an engineer. He graduated from The Ural Polytechnical Institute. He works at a big plant. My mother is 51. She is a teacher. She teaches Russian at school. She graduated from the Leningrad Teachers' Training University.

My sister's name is Katya. She works at an office. Besides she studies at an Evening Department. She is married. Her husband is a doctor. He works at a hospital. They have a little son. He is only six months old.

My elder brother, Boris by name, does not stay with us. He lives in Gorky in a large two-roomed flat. He is a designer. He has also a family of his own. He has a wife & two children: a boy & a girl. Their son is already a pupil. My brother & his family often come to see us. We also visit them sometimes.

I also have a grandfather & a grandmother. They are pensioners. My grandmother looks after the house & does the cooking. We usually take our children to the country in summer to stay with their grandparents. They love their grandchildren very much.

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

My student's life

I'm a student of The Ural State Mining University. I have been a student only one month. I can't speak English very well yet. I am just a beginner. I live in a hostel. It is rather a long way from the University. In fact, it takes me about an hour to get to the University. But it gives me no trouble at all, as I like to get up early. I don't need an alarm-clock to wake me up. I am an early - riser.

Though the hostel is far from the University it is very comfortable & has all modern conveniences.

As a rule I get up at 6.30, do morning exercises & have shower. I don't have a bath in the morning; I have a bath before I go to bed.

For breakfast I have a boiled egg & a cup of coffee in order not to waste the time. At about 7.30 I am quite ready to go. It is about 5 minutes walk from the hostel to the stop. I usually take the 7.40. bus. I walk to the stop as I have plenty of time to catch my bus.

I come to the University 5 minutes before the lesson begins. So I can have a chat with my friends. The majority of my group mates are from Ekaterinburg the others either come from different towns of our country. We usually have a lot of things to talk about.

We don't go out to the lunch. There is a good canteen at the University. It is on the ground floor. But I should say that you have to stand in a queue to have lunch.

I come to the hostel from the University at about 3 o'clock. I live in a single room & have nobody to speak with. In the evening I sometimes go out with my friends. We go to the cinema if there is something new or to the club if there is a dancing party there. But often I stay in, watch TV programs or listen to the music. Then I read a book for half an hour or so & go to sleep. That doesn't take me long, as a rule.

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

Ekaterinburg – an Industrial Centre

Ekaterinburg is one of the leading industrial centres of Russia. There are over 200 industrial enterprises of all-Russia importance in it. The key industry is machine-building. The plants of our city produce walking excavators, electric motors, turbines, various equipment for industrial enterprises.

During the Great Patriotic War Sverdlovsk plants supplied the front with arms and munitions and delivered various machinery for restoration of Donbass collieries and industrial enterprises of the Ukraine.

The biggest plants of our city are the Urals Heavy Machine Building Plant (the Uralmash), the Urals Electrical Engineering Plant (Uralelectrotyazhmash), the Torbomotorny Works (TMZ), the Chemical Machinery Building Works (Chimmash), the Verkh Iset Metallurgical Works (VIZ) and many others.

The Urals Heavy Machinery Building Plant was built in the years of the first five-year plan period. It has begun to turn out production in 1933. The machines and equipment produced by the Uralmash have laid the foundation for the home iron and steel, mining and oil industries. The plant produces walking excavators and draglines, drilling rigs for boring super-deep holes, crushing and milling equipment for concentrators. The plant also produces rolling-mills, highly efficient equipment for blast furnaces, powerful hydraulic presses and other machines. The trade mark of the Uralmash is well-known all over the world.

The Electrical Engineering plant was put into operation in 1934. At the present time it is a great complex of heavy electrical machine-building. It produces powerful hydrogenerators, transformers, air and oil switches, rectifiers & other electrical equipment. Besides, it is one of the main producers of high-voltage machinery.

The Turbo-Motorny Works produces turbines & diesel motors for powerful trucks. The turbines manufactured by this plant are widely known not only in our country, but also abroad. The plant turned out its first turbines in 1941.

The Urals Chemical Works, the greatest plant in the country, produces machinery for the chemical industry. It also produces vacuum- filters used in different branches of oil industry.

The Verkh-Iset Metallurgical Works the oldest industrial enterprise in Ekaterinburg is now the chief producer of high grade transformer steel in the country.

Now complex mechanization & automation of production processes are being used at all industrial enterprises of Ekaterinburg. Its plants make great contribution to the development of our country's national economy.

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland

The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland (the UK) occupies most of the territory of the British Isles. It consists of four main parts: England, Scotland, Wales and Northern

Ireland. London is the capital of England. Edinburgh is the capital of Scotland, Cardiff— of Wales and Belfast — of Northern Ireland. The UK is a small country with an area of some 244,100 square kilometres. It occupies only 0.2 per cent of the world's land surface. It is washed by the Atlantic Ocean in the north-west, north and south-west and separated from Europe by the Severn, but the most important waterway is the Thames.

The climate is moderate and mild. But the weather is very changeable. The population of the United Kingdom is over 57 million people. Foreigners often call British people "English", but the Scots, the Irish and the Welsh do not consider themselves to be English. The English are Anglo-Saxon in origin, but the Welsh, the Scots and the Irish are Celts, descendants of the ancient people, who crossed over from Europe centuries before the Norman Invasion. It was this people, whom the Germanic Angles and Saxons conquered in the 5th and 6th centuries AD. These Germanic conquerors gave England its name — "Angle" land. They were conquered in their turn by the Norman French, when William the Conqueror of Normandy landed near Hastings in 1066. It was from the union of Norman conquerors and the defeated Anglo-Saxons that the English people and the English language were born. The official language of the United Kingdom is English. But in western Scotland some people still speak Gaelic, and in northern and central parts of Wales people often speak Welsh.

The UK is a highly developed industrial country. It is known as one of the world's largest producers and exporters of machinery, electronics, textile, aircraft, and navigation equipment. One of the chief industries of the country is shipbuilding.

The UK is a constitutional monarchy. In law, Head of the State is Queen. In practice, the country is ruled by the elected government with the Prime Minister at the head. The British Parliament consists of two chambers: the House of Lords and the House of Commons. There are three main political parties in Great Britain: the Labour, the Conservative and the Liberal parties. The flag of the United Kingdom, known as the Union Jack, is made up of three crosses. The big red cross is the cross of Saint George, the patron saint of England. The white cross is the cross of Saint Andrew, the patron saint of Scotland. The red diagonal cross is the cross of Saint Patrick, the patron saint of Ireland.

The United Kingdom has a long and exciting history and a lot of traditions and customs. The favorite topic of conversation is weather. The English like to drink tea at 5 o'clock. There are a lot of high daysin Great Britain. They celebrate Good Friday, Christmastide, Christmas, Valentine`s day and many others. It is considered this nation is the most conservative in Europe because people attach greater importance to traditions; they are proud of them and keep them up. The best examples are their money system, queen, their measures and weights. The English never throw away old things and don't like to have changes.

Great Britain is a country of strong attraction for tourists. There are both ancient and modern monuments. For example: Hadrian Wall and Stonehenge, York Cathedral and Durham castle. It is no doubt London is the most popular place for visiting because there are a lot of sightseeing like the Houses of Parliament, Buckingham Palace, London Bridge, St Paul's Cathedral, Westminster Abbey, the Tower of London. Also you can see the famous Tower Clock Big Ben which is considered to be the symbol of London. Big Ben strikes every quarter of an hour. You will definitely admire Buckingham Palace. It's the residence of the royal family. The capital is famous for its beautiful parks: Hyde Park, Regent's Park. The last one is the home of London Zoo.

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

My speciality is Geology

I am a first year student of the Ural State Mining University. I study at the geological faculty. The geological faculty trains geologic engineers in three specialities: mineral prospecting and exploration, hydrogeology and engineering geology, drilling technology.

Geology is the science which deals with the lithosphere of our planet. Geology studies the composition of the Earth's crust, its history, the origin of rocks, their distribution and many other problems.

That is why the science of geology is commonly divided into several branches, such as:

1. General Geology which deals with the composition arid the structure of the Earth and with various geological processes going on below the Earth's surface and on its surface.

2. Petrology which studies the rocks of the Earth.

3. Mineralogy which investigates the natural chemical compounds of the lithosphere.

4. Paleontology which deals with fossil remains of ancient animals and plants found in rocks.

5. Historic Geology which treats of the Earth's history.

6. Structural Geology which deals with the arrangement of rocks due to the Earth's movements.

7. Economic Geology which deals with occurrence, origin and distribution of mineral deposits valuable to man.

All these branches of geology are closely related to each other.

Geology is of great practical importance because .it supplies industry with all kinds of raw materials, such as ore, coal, oil, building materials, etc.

Geology deals with the vital problem of water supply. Besides, many engineering projects, such as tunnels, canals, dams, irrigation systems, bridges etc. need geological knowledge in choosing construction sites and materials.

The practical importance of geology has greatly increased nowadays. It is necessary to provide a rapid growth of prospecting mineral deposits, such as ores of iron, copper, lead, uranium and others, as well as water and fossil fuels (oil, gas and coal). They are badly needed for further development of all the branches of the national Economy of our country and for creating a powerful economic foundation of the society. The graduates of the geological faculty of the Ural State Mining University work all over the country in mines, geological teams and expeditions of the Urals, Siberia, Kasakhstan, in the North and Far East, etc. as well as abroad.

Very often geologists have to work under hard climatic and geological conditions. They must be courageous, strong and purposeful people, ready to overcome any hardships which nature has put in their way to its underground treasure-house.

Практические занятия направлены также на формирование грамматического навыка по темам: порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях, порядок слов в вопросительном предложении, безличные предложения, местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные), имя существительное, артикли (определенный, неопределенный, нулевой), функции и спряжение глаголов *to be* и *to have, о*борот *there+be,* имя прилагательное и наречие, степени сравнения, сравнительные конструкции, имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат), образование видовременных форм глагола в активном залоге.

Распределение выше указанных тем в учебнике:

- Агабекян И. П. Английский язык для бакалавров: учебное пособие для студентов вузов / И. П. Агабекян. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2017. - 384 с.: ил. - (Высшее образование) (200 экз. в библиотеке УГГУ) и учебнике:

- Журавлева Р.И. Английский язык: учебник: для студентов горно-геологических специальностей вузов / Р. И. Журавлева. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2013. - 508 с. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 502 (192 экз. в библиотеке УГГУ) представлено в таблице №1:

Таблица №1

Название темы	***Страницы учебников***	
	Агабекян И. П.	*Журавлева Р.И.*
Порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях	148	9
Порядок слов в вопросительном предложении	163-170	10, 24
Безличные предложения	149	440
Местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные)	41-55	101, 439
Имя существительное	66-78	435

Артикли (определенный, неопределенный, нулевой)	78-84	433
Функции и спряжение глаголов *to be* и *to have*	102-104	6-8
Оборот *there+be*	105-107	100
Имя прилагательное и наречие	115	83
Степени сравнения, сравнительные конструкции	115-121	143
Имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат)	261-271	-
Образование видовременных форм глагола в активном залоге	193-209	10, 36, 69

Повторите материал практических занятий!

Порядок слов в английском предложении

В русском языке, благодаря наличию падёжных окончаний, мы можем переставлять члены предложения, не меняя основного смысла высказывания. Например, предложения Студенты изучают эти планы и Эти планы изучают студенты совпадают по своему основному смыслу. Подлежащее в обоих случаях - студенты, хотя в первом предложении это слово стоит на первом месте, а во втором предложении - на последнем.

По-английски такие перестановки невозможны. Возьмём предложение The students study these plans Студенты изучают эти планы. Если подлежащее и дополнение поменяются местами, то получится бессмыслица: These plans study the students Эти планы изучают студентов. Произошло это потому, что слово plans, попав на первое место, стало подлежащим.

Английское предложение имеет твёрдый порядок слов.

Порядок слов в английском предложении показан в этой таблице:

I	**II**	**III Дополнение**			**IV Обстоятельство**
Подлежащее	**Сказуемое**	**Косвенное без предлога**	**Прямое**	**Косвенное с предлогом**	
We Мы	study изучаем		math математику		
He Он	gives дает	us нам	lessons уроки		in this room. в этой комнате
She Она	reads читает		her notes свои заметки	to Peter Петру	every day. каждый день

Вопросительное предложение

Общее правило построения вопросов в английском языке таково: Все вопросы (кроме специальных вопросов к подлежащему предложения) строятся путем инверсии. Инверсией называется нарушение обычного порядка слов в английском предложении, когда сказуемое следует за подлежащим.

В тех случаях, когда сказуемое предложения образовано без вспомогательных глаголов (в Present и Past Indefinite) используется вспомогательный глагол to do в требуемой форме - do/does/did.

Общие вопросы

Общий вопрос задается с целью получить подтверждение или отрицание высказанной в вопросе мысли. На общий вопрос обычно дается краткий ответ: "да" или "нет".

Для построения общего вопроса вспомогательный или модальный глагол, входящий в состав сказуемого, ставится в начале предложения перед подлежащим.

а) Примеры сказуемого с одним вспомогательным глаголом: Is he speaking to the teacher? - Он говорит с учителем?

б) Примеры сказуемого с несколькими вспомогательными глаголами:

You will be writing letters to us. – Ты будешь писать нам письма.
Will you be writing letters to us? – Будешь ли ты писать нам письма?
Примеры с модальными глаголами:
She can drive a car. – Она умеет водить машину.
Can she drive a car? - Она умеет водить машину? (Yes, she can.; No, she cannot)

Когда в составе сказуемого нет вспомогательного глагола (т.е. когда сказуемое выражено глаголом в Present или Past Indefinite), то перед подлежащим ставятся соответственно формы do / does или did; смысловой же глагол ставится в форме инфинитива без to (словарная форма) после подлежащего.

С появлением вспомогательного глагола do на него переходит вся грамматическая нагрузка - время, лицо, число: в Present Indefinite в 3-м лице ед. числа окончание -s, -es смыслового глагола переходит на глагол do, превращая его в does; а в Past Indefinite окончание прошедшего времени -ed переходит на do, превращая его в did.
Do you go to school? – Ходишь ли ты в школу?
Do you speak English well? - Ты хорошо говоришь по-английски?

Ответы на общие вопросы

Общий вопрос требует краткого ответа "да" или "нет", которые в английском языке образуются следующим образом:

а) Положительный состоит из слова Yes за которым (после запятой) идет подлежащее, выраженное личным местоимением в им. падеже (никогда не используется существительное) и тот вспомогательный или модальный глагол, который использовался в вопросе (вспомогательный глагол согласуется с местоимением ответа);

б) Отрицательный ответ состоит из слова No, личного местоимения и вспомогательного (или модального) глагола с последующей частицей not
Например: Are you a student? - Ты студент?
Yes, I am. - Да.; No, I am not. - Нет.
Do you know him? – Ты знаешь его?
Yes, I do. – Да (знаю).; No, I don't. – Нет (не знаю).

Специальные вопросы

Специальный вопрос начинается с вопросительного слова и задается с целью получения более подробной уточняющей информации. Вопросительное слово в специальном вопросе заменяет член предложения, к которому ставится вопрос.
Специальные вопросы могут начинаться словами:
who? – кто? whom? – кого? whose? - чей? what? – что? какой? which? – который?
when? – когда? where? – где? куда? why? – почему? how? – как?
how much? – сколько? how many? – сколько? how long? – как долго? сколько времени?
how often? – как часто?

Построение специальных вопросов:

1) Специальные вопросы ко всем членам предложения, кроме подлежащего (и его определения) строятся так же, как и общие вопросы – посредством инверсии, когда вспомогательный или модальный глагол ставится перед подлежащим.

Специальный вопрос (кроме вопроса к подлежащему) начинается с вопросительного слова или группы слов за которым следуют вспомогательный или модальный глагол, подлежащее и смысловой глагол (сохраняется структура общего вопроса).

Вопрос к прямому дополнению:
What are you reading? Что ты читаешь?
What do you want to show us? Что вы хотите показать нам?

Вопрос к обстоятельству

Обстоятельства бывают разного типа: времени, места, причины, условия, образа действия и др.

He will come back tomorrow. – Он вернется завтра.
When will he come back? – Когда он вернется?
What did he do it for? Зачем он это сделал?
Where are you from?

Вопрос к определению

Вопрос к определению начинается с вопросительных слов what какой, which (of) который (из), whose чей, how much сколько (с неисчисляемыми существительными), how many сколько (с исчисляемыми существительными). Они ставятся непосредственно перед определяемым существительным (или перед другим определением к этому существительному), а затем уже идет вспомогательный или модальный глагол.

What books do you like to read? Какие книги вы любите читать?
Which books will you take? Какие книги (из имеющихся) вы возьмете?

Вопрос к сказуемому

Вопрос к сказуемому является типовым ко всем предложениям: ”Что он (она, оно, они, это) делает (делал, будет делать)?”, например:
What does he do? Что он делает?

Специальные вопросы к подлежащему

Вопрос к подлежащему (как и к определению подлежащего) не требует изменения прямого порядка слов, характерного для повествовательного предложения. Просто подлежащее (со всеми его определениями) заменяется вопросительным местоимением, которое исполняет в вопросе роль подлежащего. Вопросы к подлежащему начинаются с вопросительных местоимений:

who – кто (для одушевленных существительных)
what - что (для неодушевленных существительных)
The teacher read an interesting story to the students yesterday.
Who read an interesting story to the students yesterday?

Сказуемое в таких вопросах (после who, what в роли подлежащего) всегда выражается глаголом в 3-м лице единственного числа (не забудьте про окончание -s в 3-м лице ед. числа в Present Indefinite. Правила образования -s форм см. здесь.):
Who is reading this book? Кто читает эту книгу?
Who goes to school?

Альтернативные вопросы

Альтернативный вопрос задается тогда, когда предлагается сделать выбор, отдать чему-либо предпочтение.

Альтернативный вопрос может начинаться со вспомогательного или модального глагола (как общий вопрос) или с вопросительного слова (как специальный вопрос) и должен обязательно содержать союз or - или. Часть вопроса до союза or произносится с повышающейся интонацией, после союза or - с понижением голоса в конце предложения.

Например вопрос, представляющий собой два общих вопроса, соединенных союзом or:
Is he reading or is he writing?
Did he pass the exam or did he fail?

Вторая часть вопроса, как правило, имеет усеченную форму, в которой остается (называется) только та часть, которая обозначает выбор (альтернативу):
Is he reading or writing?

Разделительные вопросы

Основными функциями разделительных вопросов являются: проверка предположения, запрос о согласии собеседника с говорящим, поиски подтверждения своей мысли, выражение сомнения.

Разделительный (или расчлененный) вопрос состоит из двух частей: повествовательной и вопросительной.

Первая часть - повествовательное утвердительное или отрицательное предложение с прямым порядком слов.

Вторая часть, присоединяемая через запятую, представляет собой краткий общий вопрос, состоящий из местоимения, заменяющего подлежащее, и вспомогательного или модального глагола. Повторяется тот вспомогательный или модальный глагол, который входит в состав сказуемого первой части. А в Present и Past Indefinite, где нет вспомогательного глагола, употребляются соответствующие формы do/ does/ did.

В второй части употребляется обратный порядок слов, и она может переводится на русский язык: не правда ли?, не так ли?, верно ведь?

1. Если первая часть вопроса утвердительная, то глагол во второй части стоит в отрицательной форме, например:

You speak French, don't you? You are looking for something, aren't you? Pete works at a plant, doesn't he?

2. Если первая часть отрицательная, то во второй части употребляется утвердительная форма, например:

It is not very warm today, is it? John doesn't live in London, does he?

Безличные предложения

Поскольку в английском языке подлежащее является обязательным элементом предложения, в безличных предложениях употребляется формальное подлежащее, выраженное местоимением it. Оно не имеет лексического значения и на русский язык не переводится.

Безличные предложения используются для выражения:

1. Явлений природы, состояния погоды: It is/(was) winter. (Была) Зима. It often rains in autumn. Осенью часто идет дождь. It was getting dark. Темнело. It is cold. Холодно. It snows. Идет снег.

2. Времени, расстояния, температуры: It is early morning. Ранее утро. It is five o'clock. Пять часов. It is two miles to the lake. До озера две мили. It is late. Поздно.

3. Оценки ситуации в предложениях с составным именным (иногда глагольным) сказуемым, за которым следует подлежащее предложения, выраженное инфинитивом, герундием или придаточным предложением: It was easy to do this. Было легко сделать это.
It was clear that he would not come. Было ясно, что он не придет.

4. С некоторыми глаголами в страдательном залоге в оборотах, соответствующих русским неопределенно-личным оборотам: It is said he will come. Говорят, он придет.

Местоимение. The Pronoun.
Классификации местоимений.

1	**personal**	личные
2	**possessive**	притяжательные
3	**demonstrative**	указательные
4	**indefinite and negative**	неопределенные и отрицательные
5	**quantifiers**	количественные
6	**reflexive**	возвратные
7	**reciprocal**	взаимные
8	**relative**	относительные
9	**defining**	определительные
10	**interrogative**	вопросительные

I. Личные (personal) местоимения

Общий падеж		**Объектный падеж**	
I	я	**me**	мне, меня
he	он	**him**	его, ему
she	она	**her**	ей, о ней
it	оно, это	**it**	ей, ему, этому
we	мы	**us**	нам, нас

they	они	**them**	им, их
you	ты, вы	**you**	тебе, вам

Внимание! He (он) и **she (она)** в английском языке можно говорить только про людей. Все остальные английские существительные (предметы, животные, явления природы, чувства и т. д.) - обозначаются – it (оно, это).

he	**she**	**it**
a boy – мальчик **a man –** мужчина **brother –** брат **father –** отец **Nick –** Николай **Mr Grey –** мистер Грей	**a girl –** девочка **a woman –** женщина **sister – с**естра **motherч–** мама **Kate –** Катя **Mrs Grey –** миссис Грей	**a cat –** кот **a wall –** стена **rain –** дождь **love –** любовь **a hand –** рука **an apple -** яблоко

Англичане говорят <u>It's me</u>, а не It's I (это я).

II. Притяжательные (possessive) местоимения

Притяжательные местоимения выражают принадлежность и имеют в английском языке **две формы** - **основную** (после этой формы обязательно требуется существительное).
Whose pen is it? - *Чья это ручка?* - **It's my pen**. - *Это моя ручка*.
И **абсолютную** (существует самостоятельно, без существительного) - **It's mine.** - *Это моя.*

Личное местоимение	**Основная форма**	**Абсолютная форма**
I – я **he –** он **she –** она **it – оно,** это **we –** мы **you –** ты, вы **they -** они	**my (toy) -** моя (игрушка) **his (toy) -** его (игрушка) **her (toy) -** ее (игрушка) **its (toy) -** его (не о человеке) **our (toy) -** наша (игрушка) **your (toy) -** ваша, твоя (игрушка) **their (toy) -** их (игрушка)	**his -** его **hers -** ее **its -** его (этого) **ours -** наша **yours -** ваша, твоя **theirs -** их

III. Указательные (demonstrative) местоимения

this (это, эта, этот) **– these** (эти) **that** (то, та, тот) **- those** (те)

IV. Неопределенные (indefinite) и отрицательные (negative) местоимения

Местоимения some, any, every, и их производные

• Если у вас есть, например, яблоки и вы знаете, сколько их, вы говорите:
I have/l have got three apples. *У меня есть 3 яблока,*
• Если вы не знаете точное количество, то используйте неопределенное местоимение **some: I have/1 have got apples.** *У меня есть несколько яблок (некоторое количество).*

Производные от неопределенных местоимений

Слово **"think"** обозначает **"вещь"** (не обязательно материальная).
Слово **"body"** обозначает **"тело".** Эти слова являются основой для целого ряда словообразований.

Thing используется для неодушевленных (что-то):

some	**something –** *что-то, что-нибудь*
any	**anything -** *что-то, что-нибудь*
thing	
no	**nothing -** *ничего, ничто*

every	**everything -** *все*
Body/one - для одушевленных (кто-то):	
some	**somebody/someone –** *кто-то, кто-нибудь*
any	**anybody/anyone -** *кто-то, кто-нибудь*
body/one	
no	**nobody / no one -** *никого, никто*
every	**everybody /everyone –** *все, каждый*
Местоимение **some** и основа **body** должны произноситься и писаться слитно, в противном случае вместо **somebody** – *кто-то*, получится **some body** - *какое-то тело*, **Something/somebody/someone** - в утвердительных предложениях, **anything/anybody/anyone** - в отрицательных и вопросительных предложениях**, nothing/nobody/no one** – в отрицательных. **Anything/anybody/anyone** - также используются в утвердительных предложениях, но в значении *что угодно/кто угодно*	

somewhere - *где-нибудь, куда-нибудь*	**anywhere -** *где угодно*
nowhere - *нигде*	**everywhere -** *везде*

V. Количественные (quantifiers) местоимения

Many и much - оба слова обозначают **" много"**, С **исчисляемыми** существительными (теми, которые можно посчитать, можно образовать множественное число) используется слово **many**, а с **неисчисляемыми** - слово **much**.	
many girls - *много девочек* **many boys -** *много мальчиков* **many books -** *много книжек*	**much snow -** *много снега* **much money -** *много денег* **much time -** *много времени*
How many? **How much?** } **сколько?**	**How many girls? -** *Сколько девочек?* **How much sugar? -** *Сколько сахара?* **How much sugar? -** *Сколько сахара?*
a lot of... - много - используется и с исчисляемыми, и с неисчисляемыми существительными a lot без (of) используется и без существительного.	girls – много девочек **a lot of** sugar - много сахара
Сравните: He writes **a lot** of funny stories**.** *Он пишет много забавных рассказов.* He writes **a lot.** *Он много пишет.*	
В утвердительных предложениях используйте **a lot of.** В отрицательных и в вопросительных **many/much,** **Сравните:** (+) My grandmother often cooks **a lot of** tasty things. *Моя бабушка часто готовит много вкусного*. (-) But we don't eat **much.** *Но мы не едим много*. (?) Do you eat much? *Вы много едите?* Иногда слова **much** и **a lot** являются синонимами слова **"часто":** Do you ski **much**? *Вы много (часто) катаетесь на лыжах?* No, not much (= not often).Нет, не часто.	

Few, little, a few, a little
С неисчисляемыми существительными используйте слово little (мало),
а с исчисляемыми - few (мало).

few books - мало книг **few girls -** мало девочек **few boys -** мало мальчиков	**little time -** мало времени **little money -** мало денег **little snow -** мало снега
little **few** } **мало (т.е. надо еще)**	**a little** **a few** } **немного (т.е. пока хватает)**

VI. Возвратные (reflexive) местоимения

Возвратные местоимения образуются от личных местоимений в объектном падеже и притяжательных местоимений прибавлением **- self** в единственном числе и **- selves** во множественном числе. Возвратные местоимения используются для того, чтобы показать, что объект, названный подлежащим предложения сам совершает действие.

Личное местоимение	**Возвратное местоимение**	**Пример**	**Перевод**
I	myself	I did it myself.	Я сделал это сам
he	himself	He did it himself.	Он сделал это сам.
she	herself	She did it herself.	Она сделала это сама
you	yourself	You did it yourself.	Вы сделали это сами.
they	themselves	They did it themselves.	Они сделали это сами.
we	ourselves	We did it ourselves.	Мы сделали это сами.

VII. Взаимные (reciprocal) местоимения

Each other - друг друга (относится к двум лицам или предметам).
One another - друг друга (относится к большему количеству лиц или предметов).
They spoke to <u>each other</u> rather friendly. *Они разговаривали друг с другом довольно дружелюбно.*
They always help <u>one another</u>. *Они всегда помогают друг другу.*

VIII. Относительные (relative) местоимения

Who (whom), whose, which, that

who	**Именительный падеж <u>who</u> (подлежащее)** **The girl <u>who</u> is playing the piano is my sister.** *Девочка, которая играет на пианино, - моя сестра.*
	Объектный падеж <u>whom</u> (дополнение) **The man <u>whom</u> I love the best is your brother.** *Человек, которого я люблю больше всех, - твой брат.*
which	**Для неодушевленных предметов и животных** **The flowers <u>which</u> you brought me were pretty nice.** *Цветы, которые ты мне принес, очень милые.*
whose	**Для одушевленных существительных** **This is the man <u>whose</u> book we read yesterday.** *Это человек, книгу которого мы читали вчера.*
	Для неодушевленных существительных **We saw the tree <u>whose</u> leaves were absolutely yellow.** *Мы увидели дерево, листья которого были абсолютно желтыми.*
that	**Для одушевленных существительных** **This is the man <u>that</u> we saw yesterday.** *Это мужчина, которого мы видели вчера.*
	Для неодушевленных существительных **This is the film <u>that</u> we saw yesterday.** *Это фильм, который мы видели вчера.*

IX. Определительные (defining) местоимения

all

Употребление	**Примеры**	**Перевод**
определяет неисчисляемые	He spent **all his** time fishing on the	Он провел все свое время,

существительные	lake**.**	ловя рыбу на озере.
определяет исчисляемые существительные	**All the** boys like football. **(the после all!)**	Все мальчишки любят футбол.
all = everything	I know **all/everything.**	Я знаю всё.
all = everybody	**All** were hungry. **Everybody** was hungry.	Все были голодны. Все были голодны.
we all = ail of us you all = all of you they all = ail of them	We **all** love you very much = **All** of us love you very much.	Мы все тебя очень любим

both

Употребление	Примеры	Перевод
определяет существительные	**Both (the/my) friends like football.**	Оба моих друга любят футбол
допускается использование артикля вместо указательных местоимений после both	**Both these/the men are Russian.**	Оба (эти) мужчины - русские.
употребляется вместо существительного	**He gave me two apples. Both were sweet.**	Он дал мне два яблока. Оба были сладкими.
they both = both of them you both = both of you we both = both of us	**They both (both of them) came to visit us.**	Они оба пришли навестить нас.
в устойчивой конструкции **both...and.**	**Both mother father were at home**	И мама, и папа были дома.
в отрицательных предложениях **вместо both** используется **neither**	**Both of them know English. Neither of them know English.**	Они оба знают английский. Ни один из них не знает английского.

either/neither

	Употребление	Примеры	Перевод
either	любой из двух (артикль не ставится)	**I've got 2 cakes. Take either cake.**	У меня 2 пирожных. Возьми любое.
	каждый, оба, и тот, и другой	**There are windows on either side of the house.**	С обеих сторон дома есть окна.
	заменяет существительное (глагол в ед. числе)	**Either of dogs is always hungry.**	Любая из собак вечно голодная.
neither	отрицательное местоимение-определение (ни тот, ни другой)	**Neither of examples is correct.**	Ни один из примеров не верен.
	в констр. neither.. .nor (ни.. .ни)	**I like neither tea, nor coffee.**	Я не люблю ни чай, ни кофе.

other, another, the other, the others (другой, другие)

	Употребление	Примеры	Перевод
the other	другой (второй), другой из двух	**You've got 2 balls: one and the other.**	У тебя 2 мяча: один и другой.
another	другой из многих, еще один	**Take another ball.**	Возьми другой мяч. (Любой, но не этот.)
other	другие (любые), не последние	**Take other 2 balls.**	Возьми другие 2 мяча. (Из многих.)

the others	другие (определенные)	**There are 4 balls: 2 balls are red and the others are blue.**	Есть 4 мяча: 2 красных, а другие 2 - синие.

X. Вопросительные (interrogative) местоимения

what	что	**What's this?**	Что это?
which	который	**Which of them?**	Который из них?
who	кто, кого	**Who was that?**	Кто это был?
whom	кого	**Whom did you meet?**	Кого ты встретил?
whose	чей	**Whose book is it?**	Чья это книга?

Имя существительное. The Noun

Категории	Существительное в русском языке	Существительное в английском языке
Число	**Изменяется**	**Изменяется**
Падеж	**Изменяется**	**Не изменяется**

The Plural Form of Nouns

Образование множественного числа у английских существительных

Способ образования	Примеры	Перевод
после глухих согласных	**a book - books** **a cup - cups**	**книга - книги** **чашка - чашки**
после звонких согласных и гласных -	a name - names a girl - girls	**имя - имена** **девочка - девочки**
после шипящих, свистящих звуков -ch, -sh, -x, -s, -z: -es	a palace - palaces a bush - bushes a box - boxes a church - churches	дворец - дворцы куст - кусты коробка - коробки церковь - церкви
слово заканчивается на -y: 1) гласная +y	**a toy - toys** **a boy - boys**	игрушка - игрушки мальчик - мальчики
2) согласная + y	**a family - families** **a story - stories**	**семья - семьи** **история - истории**
слово заканчивается на *-file*	**a leaf - leaves** **a shelf - shelves**	лист - листья полка - полки

Особые случаи образования множественного числа

Ед. число	**Мн. число**	**Перевод**
man	men	мужчина - мужчины
woman	women	женщина - женщины
foot	feet	нога (стопа) - ноги (стопы)
child	children	ребенок - дети
goose	geese	гусь - гуси
mouse	mice	мышь - мыши
ox	oxen	**бык - быки**
tooth	teeth	**зуб - зубы**

Слова - заместители существительных **Substitutions: one/ones**

При повторном использовании одного и того же существительного в одном предложении, вместо него следует использовать one (в единственном числе) и ones (во множественном числе):

This table is bigger that that one - Этот стол больше, чем тот (стол).
These table are bigger than those ones. - Эти столы больше, чем те (столы).

Со словами one/ones **может быть использован артикль, если перед ними стоит прилагательное.**	
What apple do you want? **Какое ты хочешь яблоко?** **The red one. Красное.**	**What apples do you want?** **Какие яблоки ты хочешь?** **The red ones. Красные.**

Английские существительные не имеют падежных окончаний традиционно выделяют два падежа -общий и притяжательный.

Общий падеж

И. п. Эта девочка хорошо говорит по-английски.	This girl speaks English well.
Р. п. Это собака той девочки.	It's a dog of that girl.
Д. п. Я дал яблоко той девочке. .	I gave an apple to that girl.
В. п. Я вижу маленькую девочку. .	1 can see a little girl.
Т. п. Я люблю гулять с этой девочкой.	1 like to play with this girl.
П. п. Я часто думаю об этой девочке.	1 often think about this girl.

Притяжательный падеж. The Possessive Case
Образование притяжательного падежа

	Образование	**Примеры**	**Перевод**
существительные в единственном числе	**'s**	**bird's house** **child's ball**	домик птички мячик ребенка
существительные во множественном числе (группа исключений}	**'s**	**children's bail** **women's rights**	мячик детей права женщин
существительное во множественном числе	**'**	**girls' toy** **birds' house**	игрушка девочек домик птичек

Формула притяжательного падежа обычно имеют лишь одушевленные существительные, обозначающие живое существо, которому что-то принадлежит,

my mother's book - мамина книга,

this girl's bail - мячик девочки,

the bird's house - домик птички

Для того, чтобы показать принадлежность объекта неодушевленному предмету, используется предлог of:

the handle of the door (ручка (от) двери), но чаще образуется составное существительное door-handle,

Артикль. The Article

1. Неопределенный a/an (используется перед исчисляемыми существительными в единственном числе)

a cat –кот a dog –собака a boy – мальчик a girl -девочка
a teacher - учитель

2. Определенный the (может использоваться с любыми существительными)

the cat -кот the houses –дома the water -вода the weather –погода
the flowers - цветы

Если слово начинается с гласной буквы, к артиклю "a" добавляется буква "n", для того, чтобы две гласные не сливались: an apple (яблоко), an orange (апельсин), an author (автор) и т, д. Слово "an hour" (час) начинается с согласной буквы "h", но в слове эта буква не читается, т.е. слово начинается с гласного звука, поэтому к артиклю "a" также добавляется n = an

Упоминая объект впервые, перед ним ставят неопределенный артикль a/an при вторичном с упоминании того же самого объекта, перед ним ставят определенный артикль the

I see a cat, Я вижу кота (одного). The cat is black. (этот) Кот – черный.

This is a kitten. Это - котенок. (Один из многих) The kitten is hungry. (этот) Котенок - голодный.

I have a book- У меня есть книга. The book is interesting. (эта) Книга - интересная.

Неопределенный артикль a/an опускается перед исчисляемыми существительными и существительными во множественном числе.

a pen - pens (ручка - ручки) a dog - dogs (собака - собаки) a book - books (книга -книги)

- water (вода) - snow (снег) - meat (мясо)

Использование неопределенного артикля a

один из множества (любой)	This is a cat.
первое упоминание в тексте	I see a bird.
при упоминании профессии	My brother is a pilot.
в восклицательных предложениях	What a good girl! What a surprise! Such a fine room!
вместо слова один	She is coming for a weak.
в определенных конструкциях there is a... I have a… he has a... I see a... this is a... that is a… It is a... Iama… he/she is a…	There is a book here. I have got a nice coat. He has a kind smile. I see a wolf. This is a dog. That is a doctor. It is a red pen. I am a good swimmer. He/she is a tourist
в ряде устойчивых словосочетаний at a quarter.., in a loud, (a low, an angry voice) to have a good time a lot of to go for a walk such a... after a while in a day (a month, a week, a year)	Come at a quarter to 8. Don't speak to him in an angry voice. We had a good time in the country. She has got a lot of presents. Let's go for a walk. He is such a clever boy. You'll see them after a while. We are living in a day.

Использование определенного артикля the

если речь идет о конкретном лице или предмете	The pen is on the table.
при повторном упоминании того же самого объекта	I see a cat. The cat is black.
если слово обозначает нечто, существующее в единственном лице, с частями света	the sun, the moon, the Earth
со словами: only (только), main (главный), central (центральный), left (левый), right (правый), wrong (неправильный), next (следующий), last (последний), final (заключительный)	The only man I love the main road to the left, to the right It was the right answer. the final test
с порядковыми числительными	the first, the tenth

с прилагательными в превосходной степени	the kindest, the most interesting the best
с музыкальными инструментами и танцами	to play the piano, to dance the tango
с обобщающими существительными (класс людей» животных, термины, жанры)	The Britons keep their traditions.
с названиями музеев, кинотеатров, кораблей, галерей, газет, журналов	the Hermitage the Tretyakov Gallery the Avrora the Seasame Street
с названиями океанов, рек, морей, каналов, пустынь, групп, островов, штатов, горных массивов, наименований с of	the Atlantic ocean the Neva river the Black sea Changing of the Guard

Использование определенного артикля в ряде устойчивых словосочетаний

in the middle, in the corner	The table is in the middle of the room.
in the morning, In the evening, in the afternoon	I never drink coffee in the evening.
what's the use?	What's the use of going there so late?
to the cinema, to the theatre, to the shop, to the market	Do you like going to the theatre? He works at the shop.
at the cinema, at the theatre, at the shop, at the market	The fact is that I have no money at all.
the fact is (was) that...	Where is the doctor?
where is the…?	We always spend summer in the country.
in the country, to the country	

Сколько бы прилагательных-определений ни стояло перед существительным, все эти определения ставятся между артиклем и существительным: A big, black, fat cat большой, черный, толстый кот.

Случаи, когда артикль не употребляется

если, перед существительным стоит притяжательное местоимение	a pen - my pen a dog - his dog the teacher - our teacher the apple - her apple
если перед существительным стоит указательное местоимение	the cats - those cats the books - these books a mouse - this mouse
если стоит другое существительное в притяжательном падеже	a car - father's car the horse - farmer's horse a bike - brother's bike the doll - sister's doll
если перед существительным стоит, количественное числительное	5 balls, 7 bananas, 2 cats
если перед существительным стоит отрицание "no"	She has no children. I see no birds.
перед именами	Mike, Kate, Jim, etc
с названиями дней недели	Sunday, Monday, etc.
с названиями месяцев	May, December, etc.
с названиями времен года	in spring, in winter
с названиями цветов	white, etc. I like green
с названиями спортивных игр	football, chess, etc.
с названиями блюд, напитков	tea, coffee, soup, etc,
с названиями праздников	Easter, Christmas, etc.

с названиями языков, если нет слова (язык). Если есть, нужен артикль the	English, etc. I learn English, the English language
с названиями стран	Russia, France, etc HO: the USA, the United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland, the Netheriands, the Ukraine, the Congo
с названиями городов	Moscow, Paris, etc.
с названиями улиц, площадей	Trafalgar Square
с названиями парков	St James' Park, Hyde Park
с названиями мостов	Tower Bridge
с названиями одиночных гор	Kilimanjaro
с названиями озер	Loch Ness
с названиями континентов	Asia, Australia, etc.
с названиями одиночных островов	Cyprus
если перед существительными стоит вопросительное или отрицательное местоимение	what animals can swim? I know what thing you have lost!

ГЛАГОЛ (THE VERB)

Глаголом называется часть речи, обозначающая действие или состояние предмета или лица.

В английском языке признаком глагола в неопределенной форме (инфинитиве) является частица to.

По своей структуре глаголы делятся на:

1. Простые, состоящие только из одного корня:

to fire - стрелять; зажигать
to order - приказывать
to read - читать
to play - играть

2. Производные, состоящие из корня и префикса, из корня и суффикса или из корня, префикса и суффикса:

to unpack - распаковывать
to dismiss - увольнять, отпускать
to realize - представлять себе
to shorten - укорачивать (ся)
to encounter - встречать (ся), наталкивать (ся)
to regenerate - перерождаться, возрождаться

3. Сложные, состоящие из двух основ (чаще всего основы существительного или прилагательного и основы глагола):

to broadcast (broad + cast) - передавать по радио
to whitewash (white + wash) - белить

4. Составные, состоящие из глагольной основы и наречия или предлога:

to carry out - выполнять
to sit down - садиться

По значению глаголы делятся на смысловые и служебные.

1. Смысловые глаголы имеют самостоятельное значение, выражают действие или состояние: Lomonosov as a poet and scientist played a great role in the formation of the Russian literary language. Как поэт и ученый Ломоносов сыграл огромную роль в создании русского литературного языка.

2. Служебные глаголы не имеют самостоятельного значения и употребляются для образования сложных форм глагола или составного сказуемого. Они являются спрягаемым элементом сказуемого и в его формах выражается лицо, число и время. К ним относятся:

1. Глаголы-связки to be быть, to become становиться, to remain оставаться, to grow становиться, to get, to turn становиться, to look выглядеть, to keep сохраняться.

Every man is the maker of his own fortune. Каждый человек-творец своей судьбы.

2. Вспомогательные глаголы to be, to do, to have, to let, shall, will (should, would):

The kitchen was supplied with every convenience, and there was even a bath-room, a luxury the Gerhardts had never enjoyed before. На кухне имелись все удобства; была даже ванная комната- роскошь, какой Герхардты никогда до сих пор не обладали.

3. Модальные глаголы can, may, must, ought, need: He that would eat the fruit must climb the tree. Кто любит фрукты, должен влезть на дерево (чтобы сорвать). (Любишь кататься-люби и саночки возить.)

Все формы глагола в английском языке делятся на личные и неличные.

Личные формы глагола выражают время, лицо, число, наклонение. Они выполняют в предложении функцию сказуемого. К личным формам относятся все формы времен действительного и страдательного залога (изъявительного и сослагательного наклонения):

As you leave the Kremlin by Spassky Gate you come out on the Red Square. Если вы выходите из Кремля мимо Спасских Ворот, вы оказываетесь на Красной площади.

Неличные формы глагола не различаются по лицам и числам. Они не могут самостоятельно выполнять в предложении функцию сказуемого, но могут входить в его состав. К неличным формам относятся: инфинитив, причастие и герундий. Every step towards eliminating nuclear weapons is in the interests of every nation. Любой шаг в направлении уничтожения ядерного оружия служит интересам каждого государства.

Личные формы глагола в английском языке имеют три наклонения: изъявительное (the Indicative Mood), повелительное (the Imperative Mood) и сослагательное (the Subjunctive Mood).

Глаголы в изъявительном наклонении выражают реальное действие, передают факты:

His son goes to school. Его сын учится в школе.

She has written an interesting article. Она написала интересную статью.

A new building of the theatre was built in this street. На этой улице построили новое здание театра.

Глаголы в повелительном наклонении выражают приказание, просьбу, совет, запрещение, команду:

"Don't buy them", warned our cautious driver. "Не покупайте их", - предупредил наш осторожный шофер.

Undertake not what you cannot perform but be careful to keep your promise. Не беритесь за то, что не сможете выполнить, но старайтесь сдержать обещание.

Глаголы в сослагательном наклонении выражают действие не реальное, а желательное или предполагаемое: If there were no bad people, there would be no good lawyers. Если бы не было плохих людей, не было бы хороших адвокатов.

Как личные, так и неличные формы глагола имеют **два залога**: действительный (the Active Voice) и страдательный (the Passive Voice).

Глаголы в действительном залоге выражают действие, которое производится подлежащим: I inform you that I have carried out the mission. Сообщаю, что я выполнил задание.

Глаголы в страдательном залоге выражают действие, которое испытывает на себе подлежащее: I was informed that the mission had been carried out. Мне сообщили, что задание было выполнено.

Формы глагола могут выражать отношение между действием и временем. В русском языке бывают глаголы **совершенного и несовершенного вида**. **Глаголы совершенного вида** обозначают действие, которое закончено, и есть его результат:

Он прочитал эту статью с интересом.

Глаголы несовершенного вида обозначают действие, указывая на его повторяемость, длительность, незаконченность: Вчера он читал эту статью с интересом. (Но он мог и не прочитать ее).

Вид глагола в русском языке выражается либо изменением его формы, либо с помощью суффиксов и приставок. Видовые значения глагола в английском языке выражаются сочетанием вспомогательного глагола с причастием настоящего или прошедшего времени смыслового глагола.

В английском языке четыре видо-временных группы глагола: неопределенные времена (Indefinite Tenses), продолженные времена (Continuous Tenses), совершенные времена (Perfect Tenses), и совершенные продолженные времена (Perfect Continuous Tenses). В каждой временной группе три времени: настоящее (Present), прошедшее (Past), будущее (Future).

Глагол “to be”

A: Are you from England?
B: No, we aren't. We're from China.

He's Tom and she's Helen. They are friends.

Утверждение		Отрицание		Вопрос
Полная форма	Краткая форма	Полная форма	Краткая форма	Am I?
I am	I'm	I am not	I'm not	Are you?
You are	You're	You are not	You aren't	Is he?
He is	He's	He is not	He isn't	Is she?
She is	She's	She is not	She isn't	Is it?
It is	It's	It is not	It isn't	Are we?
We are	We're	We are not	We aren't	Are you?
You are	You're	You are not	You aren't	Are they?
They are	They're	They are not	They aren't	

Краткими ответами называются ответы на вопросы, начинающиеся с глагольной формы is /are; в кратком ответе содержание вопроса не повторяется. Употребляется только Yes или No, далее личное местоимение в именительном падеже и глагольная форма is (isn't) / are (aren't). Например: Are you British? No, I'm not.
Yes, I am /we are. No, I'm not/we aren't.
Yes, he/she/it is. No, he/she/it isn't.
Yes, they are. No, they aren't.

WAS/WERE

Bob is eighty. He's old and weak.
Mary, his wife is seventy-nine. She's old too.
Fifty years ago they were young. Bob was strong. He wasn't weak. Mary was beautiful. She wasn't old.
В прошедшем простом времени (past simple) глагол "to be" с личными местоимениями в именительном падеже имеет следующие формы: was для I, he, she, it и –were для –we, you, they. В вопросахwas/were ставятся перед личным местоимением в именительном падеже (I, you, he и т.д.) или существительным. Например: She was ill yesterday. -> Was she ill yesterday? Отрицания образуются путем постановки not после was/were. Например: She was not ill yesterday. She wasn't ill yesterday.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
	Полная форма	Краткая форма	
I was	I was not	I wasn’t	Was I?
You were	You were not	You weren’t	Were you?
He was	He was not	He wasn’t	Was he?

She was	She was not	She wasn’t	Was she?
It was	It was not	It wasn’t	Was it?
We were	We were not	We weren’t	Were we?
You were	You were not	You weren’t	Were you?
They were	They were not	They weren’t	Were they?

ОБОРОТ THERE IS/THERE ARE

There is a sofa in the room. There are two pictures on the wall. There isn't a TV in the room. What else is there in the room?

Мы употребляем конструкцию there is/there are, чтобы сказать, что кто-то или что-то существует или находится в определенном месте. Краткая форма there is – there’s. There are не имеет краткой формы. Например: There is (There's) a sofa in the room. There are four children in the garden.

Вопросительная форма: Is there? Are there? Например: Is there a restaurant in the town? Are there any apples in the basket?

Отрицательная форма: There isn’t …/There aren’t … Например: There is not / isn't a man in the room. There are not/aren't any cars in the street.

Краткие ответы строятся с помощью Yes, there is/are или No, there isn't / aren't. Содержание вопроса не повторяется.

Yes, there is. No, there isn't.

Yes, there are. No, there aren't.

Мы употребляем there is / there are, чтобы сказать, что что-то существует или находится в определенном месте, it is / they are - когда уже упоминали об этом. Например: There is a house in the picture.

It is a big house. (Но не: It's a house in the picture.)

There are three books on the desk.

They are history books. (Но не: They are three books on the desk.)

Конструкция There was/There were

This is a modern town today.

There are a lot of tall buildings and shops. There are cars and there isn't much peace and quiet.

This is the same town fifty years ago.

There weren't any tall buildings. There were some old houses. There weren't many cars and there wasn't much noise.

Конструкция There was/There were - это There is / There are в форме past simple. There was употребляется с существительными в единственном числе. Например: There was a post office in the street thirty years ago. There were употребляется с существительными во множественном числе. Например: There were a few houses in the street thirty years ago.

В вопросах was/were ставятся перед there. Например: Was there a post office in the street thirty years ago? Were there any houses in the street thirty years ago?

Отрицания строятся путем постановки not после was / were. Например: There was not / wasn't a post office in the street thirty years ago. There were not / weren't any houses in the street thirty years ago.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
	Полная форма	Краткая форма	
There was	There was not	There wasn't	Was there?
There were	There were not	There weren't	Were there?

Краткие ответы строятся с помощью Yes или No и there was/there were. Содержание вопроса не повторяется.

Was there a book on the desk? Yes, there was. No, there wasn't.

Were there any people in the shop? Yes, there were. No, there weren't.

Глагол Have got

A bird has got a beak, a tail and wings.
Has she got long hair? No, she hasn't. She's got short hair.
What have they got? They've got roller blades. They haven't got skateboards.
She has got a headache.

Have (got) используется:

а) чтобы показать, что что-то принадлежит кому-то. Например: He's got a ball.
б) при описании людей, животных или предметов. Например: She's got blue eyes.
в) в следующих высказываниях: I've got a headache. I've got a temperature. I've got a cough, I've got a toothache, I've got a cold, I've got a problem.

Утверждение		Отрицание		Вопрос
Полная форма	Краткая форма	Полная форма	Краткая форма	Have I (got)?
I have (got)	I've (got)	I have not (got)	I haven't (got)	Have you (got)?
You have (got)	You've (got)	You have not (got)	You haven't (got)	Has he (got)?
He has (got)	He's (got)	He has not (got)	He hasn't (got)	Has she (got)?
She has (got)	She's (got)	She has not (got)	She hasn't (got)	Has it (got)?
It has (got)	It's (got)	It has not (got)	It hasn't (got)	Have we (got)?
We have (got)	We've (got)	We have not (got)	We haven't (got)	Have you (got)?
You have (got)	You've (got)	You have not (got)	You haven't (got)	Have they (got)?
They have (got)	They've (got)	They have not (got)	They haven't (got)	

Had

Grandpa, did you have a TV when you were five?
No, I didn't. People didn't have TV's then. They had radios.

Have (had) в past simple имеет форму Had для всех лиц.

Вопросы строятся с помощью вспомогательного глагола did, личного местоимения в именительном падеже и глагола - have. Например: Did you have many toys when you were a child? Отрицания строятся с помощью did not и have. Например: I did not / didn't have many toys when I was a child.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
	Полная форма	Краткая форма	
I had	I did not have	I didn't have	Did I have?
You had	You did not have	You didn't have	Did you have?
He had	He did not have	He didn't have	Did he have?
She had	She did not have	She didn't have	Did she have?
It had	It did not have	It didn't have	Did it have?
We had	We did not have	We didn't have	Did we have?
You had	You did not have	You didn't have	Did you have?
They had	They did not have	They didn't have	Did they have?

Имя прилагательное. The Adjective

Категории	**Прилагательное в русском языке**	**Прилагательное в английском языке**
Число	изменяется	не изменяется
Род	изменяется	не изменяется
Падеж	изменяется	не изменяется

Образование имен прилагательных

Имена прилагательные бывают: **простые и производные**

К **простым** именам прилагательным относятся прилагательные, не имеющие в своем составе

ни приставок, ни суффиксов: small - *маленький***, long -** *длинный***, white -** *белый***.**
К **производным** именам прилагательным относятся прилагательные, имеющие в своем составе **суффиксы** или **приставки**, или одновременно и те, и другие.

Суффиксальное образование имен прилагательных

Суффикс	Пример	Перевод
- ful	use**ful** doubt**ful**	**полезный** **сомневающийся**
- less	help**less** use**less**	**беспомощный** **бесполезный**
- ous	fam**ous** danger**ous**	**известный** **опасный**
- al	form**al** centr**al**	**формальный** **центральный**
- able	eat**able** cap**able**	**съедобный** **способный**

Приставочный способ образования имен прилагательных

Приставка	Пример	Перевод
un -	**un**cooked **un**imaginable	**невареный** **невообразимый**
in -	**in**capable **in**human	**неспособный** **негуманный**
il -	**il**legal **il**liberal	**нелегальный** **необразованный**
im -	**im**possible **im**practical	**невозможный** **непрактичный**
dis -	**dis**honest **dis**agreeble	**бесчестный** **неприятный**
ir -	**ir**regular **ir**responsible	**неправильный** **безответственный**
Некоторые имена прилагательные являются составными и образуются из двух слов, составляющих одно понятие: **light-haired –** светловолосый, **snow-white –** белоснежный.		

Прилагательные, оканчивающиеся на – ed и на - ing

- ed	**- ing**
Описывают чувства и состояния	**Описывают предметы, вещи, занятия, вызывающие эти чувства**
interested – интересующийся, заинтересованный	**interesting -** интересный
bored - скучающий	**boring -** скучный
surprised - удивленный	**surprising -** удивительный

Степени сравнения прилагательных

Английские прилагательные не изменяются ни по числам, ни по родам, но у них есть **формы степеней сравнения.**
Имя прилагательное в английском языке имеет **три формы** степеней сравнения:
- положительная степень сравнения **(Positive Degree);**
- сравнительная степень сравнения **(Comparative Degree);**
- превосходная степень сравнения **(Superlative Degree).**

Основная форма прилагательного - положительная степень. Форма сравнительной и

превосходной степеней обычно образуется от формы положительной степени одним из следующих способов:

1. -er. -est

Односложные прилагательные образуют **сравнительную степень** путем прибавления **к форме прилагательного в положительной степени** суффикса **- er.** Примерно, тоже самое мы делаем и в русском языке **-** добавляем "е" (большой - больше, холодный - холоднее).

Превосходная степень образуется путем прибавления суффикса **- est. Артикль the обязателен!!!**

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
cold - холодный	cold**er -** холоднее	the cold**est -** самый холодный
big - большой	bigg**er -** больше	the bigg**est -** самый большой
kind - добрый	kind**er -** добрее	the kind**est -** самый добрый

По этому же способу образуются степени сравнения двусложных прилагательных оканчивающихся на **-y, -er, -ow, -ble:**

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
clever — умный	clever**er - умнее**	**the** clever**est - самый умный**
easy - простой	eas**ier - проще**	**the** easi**est - самый простой**
able - способный	abl**er - способнее**	**the** abl**est - самый способный**
busy - занятой	bus**ier - более занятой**	**the** busi**est - самый занятой**

При образовании степеней сравнения посредством суффиксов **– er и – est** соблюдаются следующие **правила орфографии:**

Если прилагательное заканчивается на немое **"e" ,** то при прибавлении **– er и – est немое "e" опускается:**

large **– large r - the** large **st /** большой – больше – самый большой

brave **– brave r – the** brave **st /** смелый – смелее – самый смелый

Если прилагательное заканчивается **на согласную с предшествующим кратким гласным звуком,** то в сравнительной и превосходной степени **конечная согласная буква удваивается:**

big – bigg **er –** bigg **est /** большой – больше – самый большой

hot – hott **er –** hott **est /** горячий – горячее – самый горячий

thin – thinn **er –** thinn **est /** тонкий – тоньше – самый тонкий

Если прилагательное **заканчивается на "y" с предшествующей согласной,** то в сравнительной и превосходной степени **"y" переходит в "i":**

busy – bus **ier – bus iest / занятой – более занятой – самый занятой**

easy – eas **ier –** eas **iest / простой – проще – самый простой**

2. more, the most

Большинство двусложных прилагательных и прилагательных, состоящих из трех и более слогов, образуют сравнительную степень при помощи слова **more**, а **превосходную** – при помощи слова **most**.

Эти слова ставятся перед именами прилагательными в положительной степени:

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
beautiful - красивый	**more beautiful -** красивее	**the most beautiful** - самый красивый
interesting – интересный	**more interesting -** интереснее	**the most interesting** - самый интересный
important - важный	**more important -** важнее	**the most important** - самый важный

Особые формы

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень

good - хороший **bad -** плохой **little -** маленький **much/many -** много **far -** далекий/далеко **old -** старый	**better -** лучше **worse -** хуже **less -** меньше **more -** больше **farther/further -** дальше **older/elder -** старше	**the best -** самый лучший **the worst -** самый плохой **the least -** самый маленький, меньше всего **the most -** больше всего **the farthest/furthest -** самый дальний **the oldest/eldest -** самый старый

3. less. the least

Для выражения **меньшей** или **самой низкой степени** качества предмета по сравнению с другими предметами употребляются соответствующие слова **less** – менее и **the least** – наименее, которые ставятся перед прилагательными в форме положительной степени.

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
beautiful – красивый **interesting -** интересный **important -** важный	**less beautiful -** менее красивый **less interesting –** менее интересный **less important -** менее важный	**the least beautiful –** самый некрасивый **the least interesting –** самый неинтересный **the least important –** самый неважный

Другие средства сравнения двух предметов или лиц

Конструкция	Комментарий	Примеры
As…as (такой же, так же)	**Для сравнения двух объектов одинакового качества**	He is **as** a strong **as** a lion Он такой же сильный, как лев. She is **as** clever **as** an owl**.** Она такая же умная, как сова.
Not so…as (не такой, как)	**в отрицательных предложениях**	He is **not so** strong **as** a lion. Он не такой сильный, как лев**.** She is **not so** clever **as** an owl. Она не такая умная, как сова.
The…the (с двумя сравнительными степенями)	**показывает зависимость одного действия от другого**	**The more** we are together **the happier** we are. Чем больше времени мы проводим вместе, тем счастливее мы становимся. **The more** I learn this rule **the less** I understand it. Чем больше я учу это правило, тем меньше я его понимаю.

Особые замечания об употреблении сравнительных и превосходных степеней имен прилагательных:

- Сравнительная степень может быть усилена употреблением перед ней слов со значением **«гораздо, значительно»:**

His new book is **much more** interesting than previous one. *Его новая книга гораздо более интересная, чем предыдущая.*

This table **is more** comfortable than **that one**. *Этот стол более удобный чем тот.*

- После союзов **than** и **as** используются либо личное местоимение в именительном падеже с глаголом, либо личное местоимение в объектном падеже:

I can run **as** fast **as** him **(as he can).** *Я могу бегать так же быстро, как он.*

Числительное. The numeral

Перед **сотнями, тысячами, миллионами** обязательно называть их количество, даже если всего одна сотня или одна тысяча:

126 – one hundred twenty six

1139 – one thousand one hundred and thirty nine

В составе числительных – сотни, тысячи и миллионы не имеют окончания множественного числа: **two hundred – 200, three thousand – 3000, и т.д.**

НО: окончание множественного числа добавляется hundred, thousand, million, когда они выражают неопределенное количество сотен, тысяч, миллионов. В этом случае после них употребляется существительное с предлогом **"of":**

hundreds of children – сотни детей

thousands of birds- тысячи птиц

millions of insects – миллионы насекомых

Начиная с 21, числительные образуются так же как в русском языке:

20+1=21 (twenty + one = **twenty one**)

60+7=67 (sixty + seven = **sixty seven**) и т.д.

Как читать даты

1043	ten forty-three
1956	nineteen fifty-six
1601	sixteen o one
2003	two thousand three
В 2003 году	in two thousand three
1 сентября	the first of September
23 февраля	the twenty-third of February

ДРОБНЫЕ ЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ (FRACTIONAL NUMERALS)

В простых дробях (Common Fractions) числитель выражается количественным числительным, а знаменатель порядковым:

1/7- one seventh одна седьмая

При чтении простых дробей, если числитель их больше единицы, к знаменателю прибавляется окончание множественного числа -s:

2/4 - two fourths - две четвертых

2/3 -two thirds - две третьих

3 1/5 - three and one fifth - три целых и одна пятая

1/2 - one second, a second, one half, a half - одна вторая, половина

1/4 -one fourth, a fourth, one quarter, a quarter - одна четвертая, четверть

В десятичных дробях (Decimal Fractions) целое число отделяется точкой, и каждая цифра читается отдельно. Нуль читается nought [no:t] (в США - zero ['zierou]).

4.25 four point twenty-five; four point two five

0.43 nought point forty-three; nought point four three

Существительные, следующие за дробью, имеют форму единственного числа, и перед ними при чтении ставится предлог -of:

2/3 metre- two thirds of a metre

две третьих метра

0.05 ton - nought point nought five of a ton

ноль целых пять сотых тонны

Существительные, следующие за смешанным числом, имеют форму множественного числа и читаются без предлога of:

35 1 /9 tons -thirty-five and one ninth tons

14.65 metres -one four (или fourteen) point six five (или sixty-five) metres

В обозначениях номеров телефонов каждая цифра читается отдельно, нуль здесь читается [ou]:
224-58-06 ['tu:'tu:'fo:'faiv'eit'ou'siks]

Образование видовременных форм глагола в активном залоге

Present Simple употребляется для выражения:

1. постоянных состояний,

2. повторяющихся и повседневных действий (часто со следующими наречиями: always, never, usually и т.д.). Mr Gibson is a businessman. He lives in New York, (постоянное состояние) He usually starts work at 9 am. (повседневное действие) He often stays at the office until late in the evening, (повседневное действие)

3. непреложных истин и законов природы, The moon moves round the earth.

4. действий, происходящих по программе или по расписанию (движение поездов, автобусов и т.д.). The bus leaves in ten minutes.

Маркерами present simple являются: usually, always и т.п., every day / week / month / year и т.д., on Mondays I Tuesdays и т.д., in the morning / afternoon / evening, at night / the weekend и т.д.

Present Continuous употребляется для выражения:

1. действий, происходящих в момент речи He is reading a book right now.

2. временных действий, происходящих в настоящий период времени, но не обязательно в момент речи She is practising for a concert these days. (В данный момент она не играет. Она отдыхает.)

3. действий, происходящих слишком часто и по поводу которых мы хотим высказать раздражение или критику (обычно со словом "always") "You're always interrupting me!"(раздражение)

4. действии, заранее запланированных на будущее. He is flying to Milan in an hour. (Это запланировано.)

Маркерами present continuous являются: now, at the moment, these days, at present, always, tonight, still и т.д.

Во временах **группы Continuous** обычно **не употребляются** глаголы:

1. выражающие восприятия, ощущения (see, hear, feel, taste, smell), Например: This cake tastes delicious. (Но не: This cake is tasting delicious)

2. выражающие мыслительную деятельность [know, think, remember, forget, recognize(ze), believe, understand, notice, realise(ze), seem, sound и др.],
Например: I don't know his name.

3. выражающие эмоции, желания (love, prefer, like, hate, dislike, want и др.), Например: Shirley loves jazz music.

4. include, matter, need, belong, cost, mean, own, appear, have (когда выражает принадлежность) и т.д. Например: That jacket costs a tot of money. (Но не: That jacket is costing a lot of money.)

Present perfect употребляется для выражения:

1. действий, которые произошли в прошлом в неопределенное время. Конкретное время действия не важно, важен результат, Kim has bought a new mobile phone. (Когда она его купила? Мы это не уточняем, поскольку это не важно. Важного, что у нее есть новый мобильный телефон.)

2. действий, которые начались в прошлом и все еще продолжаются в настоящем, We has been a car salesman since /990. (Он стал продавцом автомобилей в 1990 году и до сих пор им является.)

3. действий, которые завершились совсем недавно и их результаты все еще ощущаются в настоящем. They have done their shopping. (Мы видим, что они только что сделали покупки, поскольку они выходят из супермаркета с полной тележкой.)

4. Present perfect simple употребляется также со словами "today", "this morning / afternoon" и т.д., когда обозначенное ими время в момент речи еще не истекло. He has made ten photos this morning. (Сейчас утро. Указанное время не истекло.)

К маркерам present perfect относятся: for, since, already, just, always, recently, ever, how long, yet, lately, never, so far, today, this morning/ afternoon / week / month / year и т.д.

Present perfect continuous употребляется для выражения:

1. действий, которые начались в прошлом и продолжаются в настоящее время He has been painting the house for three days. (Он начал красить дом три дня назад и красит его до сих пор.)

2. действий, которые завершились недавно и их результаты заметны (очевидны) сейчас. They're tired. They have been painting the garage door all morning. (Они только что закончили красить. Результат их действий очевиден. Краска на дверях еще не высохла, люди выглядят усталыми.)

Примечание.

1. С глаголами, не имеющими форм группы Continuous, вместо present perfect continuous употребляется present perfect simple. Например: I've known Sharon since we were at school together. (А не: I've been knowing Sharon since we were at school together.)

2. С глаголами live, feel и work можно употреблять как present perfect continuous, так и present perfect simple, при этом смысл предложения почти не изменяется.
Например: He has been living/has lived here since 1994.

К маркерам present perfect continuous относятся: for. since. all morning/afternoon/week/day и т.д., how long (в вопросах).

Past simple употребляется для выражения:

1. действий, произошедших в прошлом в определенное указанное время, то есть нам известно, когда эти действия произошли, They graduated four years ago. (Когда они закончили университет? Четыре года назад. Мы знаем время.)

2. повторяющихся в прошлом действий, которые более не происходят. В этом случае могут использоваться наречия частоты (always, often, usually и т.д.), He often played football with his dad when he was five. (Но теперь он уже не играет в футбол со своим отцом.) Then they ate with their friends.

3. действий, следовавших непосредственно одно за другим в прошлом.
They cooked the meal first.

4. Past simple употребляется также, когда речь идет о людях, которых уже нет в живых. Princess Diana visited a lot of schools.

Маркерами past simple являются: yesterday, last night / week / month / year I Monday и т.д., two days I weeks I months I years ago, then, when, in 1992 и т.д.

People used to dress differently in the past. Women used to wear long dresses. Did they use to carry parasols with them? Yes, they did. They didn't use to go out alone at night.

• **Used to** (+ основная форма глагола) употребляется для выражения привычных, повторявшихся в прошлом действий, которые сейчас уже не происходят. Эта конструкция не изменяется по лицам и числам. Например: Peter used to eat a lot of sweets. (= Peter doesn't eat many sweets any more.) Вопросы и отрицания строятся с помощью did / did not (didn't), подлежащего и глагола "use" без -d.
Например: Did Peter use to eat many sweets? Mary didn't use to stay out late.

Вместо "used to" можно употреблять past simple, при этом смысл высказывания не изменяется. Например: She used to live in the countryside. = She lived in the countryside.

Отрицательные и вопросительные формы употребляются редко.

Past continuous употребляется для выражения:

1. временного действия, продолжавшегося в прошлом в момент, о котором мы говорим. Мы не знаем, когда началось и когда закончилось это действие, At three o'clock yesterday

afternoon Mike and his son were washing the dog. (Мы не знаем, когда они начали и когда закончили мыть собаку.)

2. временного действия, продолжавшегося в прошлом (longer action) в момент, когда произошло другое действие (shorter action). Для выражения второго действия (snorter action) мы употребляем past simple, He was reading a newspaper when his wife came, (was reading = longer action: came = shorter action)

3. двух и более временных действий, одновременно продолжавшихся в прошлом. The people were watching while the cowboy was riding the bull.

4. Past continuous употребляется также для описания обстановки, на фоне которой происходили события рассказа (повествования). The sun was shining and the birds were singing. Tom was driving his old truck through the forest.

Маркерами past continuous являются: while, when, as, all day / night / morning и т.д.
when/while/as + past continuous (longer action) when + past simple (shorter action)

Past perfect употребляется:

1. для того, чтобы показать, что одно действие произошло раньше другого в прошлом. При этом то действие, которое произошло раньше, выражается past perfect simple, а случившееся позже - past simple,
They had done their homework before they went out to ptay yesterday afternoon. (=They did their homework first and then they went out to ptay.)

2. для выражения действий, которые произошли до указанного момента в прошлом,
She had watered all the flowers by five o'clock in the afternoon.
(=She had finished watering the flowers before five o'clock.)

3. как эквивалент present perfect simple в прошлом. То есть, past perfect simple употребляется для выражения действия, которое началось и закончилось в прошлом, а present perfect simple - для действия, которое началось в прошлом и продолжается (или только что закончилось) в настоящем. Например: Jill wasn't at home. She had gone out. (Тогда ее не было дома.) ЛИ isn 't at home. She has gone out. (Сечас ее нет дома.)

К маркерам past perfect simple относятся: before, after, already, just, till/until, when, by, by the time и т.д.

Future simple употребляется:

1. для обозначения будущих действий, которые, возможно, произойдут, а возможно, и нет, We'll visit Disney World one day.

2. для предсказаний будущих событий (predictions), Life will be better fifty years from now.

3. для выражения угроз или предупреждений (threats / warnings), Stop or I'll shoot.

4. для выражения обещаний (promises) и решений, принятых в момент речи (on-the-spot decisions), I'll help you with your homework.

5. с глаголами hope, think, believe, expect и т.п., с выражениями I'm sure, I'm afraid и т.п., а также с наречиями probably, perhaps и т.п. / think he will support me. He will probably go to work.

К маркерам future simple относятся: tomorrow, the day after tomorrow, next week I month / year, tonight, soon, in a week / month year и т.д.

ПРИМЕЧАНИЕ

Future simple не употребляется после слов while, before, until, as soon as, after, if и when в придаточных предложениях условия и времени. В таких случаях используется present simple. Например: I'll make a phone call while I wait for you. (А не:... whilo I will wait for you.) Please phone me when you finish work.

В дополнительных придаточных предложениях после "when" и "if" возможно употребление future simple. Например: I don't know when I if Helen will be back.

He is going to throw the ball.

Be going to употребляется для:

1. выражения заранее принятых планов и намерений на будущее,
Например: Bob is going to drive to Manchester tomorrow morning.

2. предсказаний, когда уже есть доказательства того, что они сбудутся в близком будущем. Например: Look at that tree. It is going to fall down.

We use the **future continuous**:

a) for an action which will be in progress at a stated for an action which will be future time. *This time next week, we'll be cruising round the islands.*

b) for an action which will definitely happen in the future as the result of a routine or arrangement. *Don't call Julie. I'll be seeing her later, so I'll pass the message on.*

c) when we ask politely about someone's plans for the near future (what we want to know is if our wishes fit in with their plans.) *Will you be using the photocopier for long?*
No. Why?
I need to make some photocopies.

We use the **future perfect**:

1. For an action which will be finished before a stated future time. *She will have delivered all the newspapers by 8 o'clock.*

2. The future perfect is used with the following time expressions: before, by, by then, by the time, until/till.

We use the **future perfect continuous**:

1. to emphasize the duration of an action up to a certain time in the future. *By the end of next month, she will have been teaching for twenty years.*

The future perfect continuous is used with: by... for.

Практическая работа также направлена на проверку сформированности грамматического навыка в рамках тем: модальные глаголы и их эквиваленты, образование видовременных форм глагола в пассивном залоге, основные сведения о согласовании времён, прямая и косвенная речь, неличные формы глагола: инфинитив, причастия, герундий, основные сведения о сослагательном наклонении.

Распределение выше указанных тем в учебнике:

- Агабекян И. П. Английский язык для бакалавров: учебное пособие для студентов вузов / И. П. Агабекян. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2017. - 384 с.: ил. - (Высшее образование) (200 экз. в библиотеке УГГУ) и учебнике:

- Журавлева Р.И. Английский язык: учебник: для студентов горно-геологических специальностей вузов / Р. И. Журавлева. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2013. - 508 с. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 502 (192 экз. в библиотеке УГГУ) представлено в таблице:

Название темы	***Страницы учебников***	
	Агабекян И. П.	*Журавлева Р.И.*
Модальные глаголы и их эквиваленты	295	47
Образование видовременных форм глагола в пассивном залоге	236	71, 115
Основные сведения о согласовании времён	323-328	269
Прямая и косвенная речь	324	268
Неличные формы глагола: инфинитив, причастия, герундий	311-322	132, 162, 173, 192, 193
Основные сведения о сослагательном наклонении	329	224

Модальные глаголы

Глаголы	**Значение**	**Примеры**
CAN	физическая или умственная возможность/умение	I can swim very well. – Я очень хорошо умею плавать.
	возможность	You can go now. — Ты можешь идти сейчас.You cannot play

		football in the street. – На улице нельзя играть в футбол.
	вероятность	They can arrive any time. – Они могут приехать в любой момент.
	удивление	Can he have said that? – Неужели он это сказал?
	сомнение, недоверчивость	She can't be waiting for us now. – Не может быть, чтобы она сейчас нас ждала.
	разрешение	Can we go home? — Нам можно пойти домой?
	вежливая просьба	Could you tell me what time it is now? – Не могли бы вы подсказать, который сейчас час?
MAY	разрешение	May I borrow your book? – Я могу одолжить у тебя книгу?
	предположение	She may not come. – Она, возможно, не придет.
	возможность	In the museum you may see many interesting things. – В музее вы можете увидеть много интересных вещей.
	упрек – только **MIGHT (+ perfect infinitive)**	You might have told me that. – Ты мог бы мне это сказать.
MUST	обязательство, необходимость	He must work. He must earn money. – Он должен работать. Он должен зарабатывать деньги.
	вероятность (сильная степень)	He must be sick. — Он, должно быть, заболел.
	запрет	Tourists must not feed animals in the zoo. — Туристы не должны кормить животных в зоопарке.
SHOULD OUGHT TO	моральное долженствование	You ought to be polite. – Вы должны быть любезными.
	совет	You should see a doctor. – Вам следует сходить к врачу.
	упрек, запрет	You should have taken the umbrella. – Тебе следовало взять с собой зонт.
SHALL	указ, обязанность	These rules shall apply in all circumstances. – Эти правила будут действовать при любых обстоятельствах.
	угроза	You shall suffer. — Ты будешь страдать.
	просьба об указании	Shall I open the window? – Мне открыть окно?
WILL	готовность, нежелание/отказ	The door won't open. — Дверь не открывается.
	вежливая просьба	Will you go with me? – Ты сможешь пойти со мной?
WOULD	готовность, нежелание/отказ	He would not answer this question. – Он не будет отвечать на этот вопрос.
	вежливая просьба	Would you please come with me? — Не могли бы вы пройти со мной.
	повторяющееся/привычное действие	We would talk for hours. – Мы беседовали часами.
NEED	необходимость	Do you need to work so hard? – Тебе надо столько работать?
NEEDN'T	отсутствие необходимости	She needn't go there. — Ей не нужно туда идти.
DARE	Посметь	How dare you say that? – Как ты смеешь такое говорить?

Модальные единицы эквивалентного типа		
to be able (to) = can	Возможность соверш-я конкрет-го дей-ия в опред. момент	She **was able** to change the situation then. (Она тогда была в состоянии (могла) изменить ситуацию).
to be allowed (to) = may	Возмож-ть совер-ия дей-ия в наст.-м, прош-ом или буд-ем + оттенок разрешения	My sister **is allowed to** play outdoors. (Моей сестре разрешается играть на улице).
to have (to)= ought, must, should	Необходимость совер-я дей-я в наст.-м, прош-ом или буд-ем при опред-х об-вах	They **will have to** set up in business soon. (Им вскоре придется открыть свое дело).
to be (to)= ought, must, should	Необходимость совер-я дей-я в наст.-м, прош-ом при наличии опред. планов, распис-ий и т.д.	We **are to** send Nick about his business. (Мы должны (= планируем) выпроводить Ника)

Страдательный залог (Passive Voice)

образуется при помощи вспомогательного глагола to be в соответствующем времени, лице и числе и причастия прошедшего времени смысл. глагола – Participle II (III –я форма или ed-форма).

В страдательном залоге не употребляются:

1) Непереходные глаголы, т.к. при них нет объекта, который испытывал бы воздействие, то есть нет прямых дополнений которые могли бы стать подлежащими при глаголе в форме Passive.

Переходными в англ. языке называются глаголы, после которых в действительном залоге следует прямое дополнение; в русском языке это дополнение, отвечающее на вопросы винительного падежа – кого? что?: to build строить, to see видеть, to take брать, to open открывать и т.п.

Непереходными глаголами называются такие глаголы, которые не требуют после себя прямого дополнения: to live жить, to come приходить, to fly летать, cry плакать и др.

2) Глаголы-связки: be – быть, become – становиться/стать.

3) Модальные глаголы.

4) Некоторые переходные глаголы не могут использоваться в страдательном залоге. В большинстве случаев это глаголы состояния, такие как:

to fit годиться, быть впору to have иметь to lack не хватать, недоставать to like нравиться
to resemble напоминать, быть похожим to suit годиться, подходить и др.

При изменении глагола из действительного в страдательный залог меняется вся конструкция предложения:

- дополнение предложения в Active становится подлежащим предложения в Passive;
- подлежащее предложения в Active становится предложным дополнением, которое вводится предлогом by или вовсе опускается;
- сказуемое в форме Active становится сказуемым в форме Passive.

Особенности употребления форм Passive:

1. Форма Future Continuous не употребляется в Passive, вместо нее употребляется Future Indefinite:

At ten o'clock this morning Nick will be writing the letter. –At ten o'clock this morning the letter will be written by Nick.

2. В Passive нет форм Perfect Continuous, поэтому в тех случаях, когда нужно передать в Passive действие, начавшееся до какого-то момента и продолжающееся вплоть до этого момента, употребляются формы Perfect:

He has been writing the story for three months. The story has been written by him for three months.

3. Для краткости, во избежание сложных форм, формы Indefinite (Present, Past, Future) часто употребляются вместо форм Perfect и Continuous, как в повседневной речи так и в художественной литературе. Формы Perfect и Continuous чаще употребляются в научной литературе и технический инструкциях.

This letter has been written by Bill. (Present Perfect)
This letter is written by Bill. (Present Indefinite – более употребительно)
Apples are being sold in this shop. (Present Continuous)
Apples are sold in this shop. (Present Indefinite – более употребительно)

4. Если несколько однотипных действий относятся к одному подлежащему, то вспомогательные глаголы обычно употребляются только перед первым действием, например: The new course will be sold in shops and ordered by post.

Прямой пассив (The Direct Passive)

Это конструкция, в которой подлежащее предложения в Passive соответствует прямому дополнению предложения в Active. Прямой пассив образуется от большинства переходных глаголов.

I gave him a book. Я дал ему книгу. A book was given to him. Ему дали книгу. (или Книга была дана ему)

The thief stole my watch yesterday. Вор украл мои часы вчера.
My watch was stolen yesterday. Мои часы были украдены вчера.

В английском языке имеется ряд переходных глаголов, которые соответствуют непереходным глаголам в русском языке. В английском они могут употребляться в прямом пассиве, а в русском – нет. Это:to answer отвечать кому-л.
to believe верить кому-л. to enter входить (в) to follow следовать (за) to help помогать кому-л.
to influence влиять (на) to join присоединяться to need нуждаться to watch наблюдать (за)

Так как соответствующие русские глаголы, являясь непереходными, не могут употребляться в страдательном залоге, то они переводятся на русский язык глаголами в действительном залоге:
Winter is followed by spring.

А при отсутствии дополнения с предлогом by переводятся неопределенно-личными предложениями: Your help is needed.

Косвенный пассив (The Indirect Passive)

Это конструкция, в которой подлежащее предложения в Passive соответствует косвенному дополнению предложения в Active. Она возможна только с глаголами, которые могут иметь и прямое и косвенное дополнения в действительном залоге. Прямое дополнение обычно означает предмет (что?), а косвенное – лицо (кому?).

С такими глаголами в действительном залоге можно образовать две конструкции:

а) глагол + косвенное дополнение + прямое дополнение;

б) глагол + прямое дополнение + предлог + косвенное дополнение:

а) They sent Ann an invitation.- Они послали Анне приглашение.
б) They sent an invitation to Ann. - Они послали приглашение Анне.

В страдательном залоге с ними также можно образовать две конструкции – прямой и косвенный пассив, в зависимости от того, какое дополнение становится подлежащим предложения в Passive. К этим глаголам относятся:to bring приносить
to buy покупать to give давать to invite приглашать to leave оставлять
to lend одалживать to offer предлагать to order приказывать to pay платить
to promise обещать to sell продавать to send посылать to show показывать
to teach учить to tell сказать и др.
Например: Tom gave Mary a book. Том дал Мэри книгу.
Mary was given a book. Мэри дали книгу. (косвенный пассив – более употребителен)
A book was given to Mary. Книгу дали Мэри. (прямой пассив – менее употребителен)

Выбор между прямым или косвенным пассивом зависит от смыслового акцента, вкладываемого в последние, наиболее значимые, слова фразы:
John was offered a good job. (косвенный пассив) Джону предложили хорошую работу.
The job was offered to John. (прямой пассив) Работу предложили Джону.

Глагол to ask спрашивать образует только одну пассивную конструкцию – ту, в которой подлежащим является дополнение, обозначающее лицо (косвенный пассив):
He was asked a lot of questions. Ему задали много вопросов.

Косвенный пассив невозможен с некоторыми глаголами, требующими косвенного дополнения (кому?) с предлогом to. Такое косвенное дополнение не может быть подлежащим в Passive, поэтому в страдательном залоге возможна только одна конструкция – прямой пассив, то есть вариант: Что? объяснили, предложили, повторили…Кому? Это глаголы:to address адресовать
to describe описывать to dictate диктовать to explain объяснять to mention упоминать
to propose предлагать to repeat повторять to suggest предлагать to write писать и др.

Например: The teacher explained the rule to the pupils. – Учитель объяснил правило ученикам. The rule was explained to the pupils. – Правило объяснили ученикам. (Not: The pupils was explained…)

Употребление Страдательного залога

В английском языке, как и в русском, страдательный залог употр. для того чтобы:

1. Обойтись без упоминания исполнителя действия (70% случаев употребления Passive) в тех случаях когда:

а) Исполнитель неизвестен или его не хотят упоминать:
He was killed in the war. Он был убит на войне.

б) Исполнитель не важен, а интерес представляет лишь объект воздействия и сопутствующие обстоятельства:
The window was broken last night. Окно было разбито прошлой ночью.

в) Исполнитель действия не называется, поскольку он ясен из ситуации или контекста:
The boy was operated on the next day. Мальчика оперировали на следующий день.

г) Безличные пассивные конструкции постоянно используются в научной и учебной литературе, в различных руководствах: The contents of the container should be kept in a cool dry place. Содержимое упаковки следует хранить в сухом прохладном месте.

2. Для того, чтобы специально привлечь внимание к тому, кем или чем осуществлялось действие. В этом случае существительное (одушевленное или неодушевленное.) или местоимение (в объектном падеже) вводится предлогом by после сказуемого в Passive.

В английском языке, как и в русском, смысловой акцент приходится на последнюю часть фразы. He quickly dressed. Он быстро оделся.

Поэтому, если нужно подчеркнуть исполнителя действия, то о нем следует сказать в конце предложения. Из-за строгого порядка слов английского предложения это можно осуществить лишь прибегнув к страдательному залогу. Сравните:
The flood broke the dam. (Active) Наводнение разрушило плотину. (Наводнение разрушило что? – плотину)
The dam was broken by the flood. (Passive) Плотина была разрушена наводнением. (Плотина разрушена чем? – наводнением)

Чаще всего используется, когда речь идет об авторстве:
The letter was written by my brother. Это письмо было написано моим братом.

И когда исполнитель действия является причиной последующего состояния:
The house was damaged by a storm. Дом был поврежден грозой.

Примечание: Если действие совершается с помощью какого-то предмета, то употребляется предлог with, например:
He was shot with a revolver. Он был убит из револьвера.

Перевод глаголов в форме Passive

В русском языке есть три способа выражения страдательного залога:

1. При помощи глагола "быть" и краткой формы страдательного причастия, причем в настоящем времени "быть" опускается:
I am invited to a party.
Я приглашён на вечеринку.

Иногда при переводе используется обратный порядок слов, когда русское предложение начинается со сказуемого: New technique has been developed. Была разработана новая методика.

2. Глагол в страдательном залоге переводится русским глаголом, оканчивающимся на –ся(-сь):
Bread is made from flour. Хлеб делается из муки.
Answers are given in the written form. Ответы даются в письменном виде.

3. Неопределенно-личным предложением (подлежащее в переводе отсутствует; сказуемое стоит в 3-м лице множественного числа действительного залога). Этот способ перевода возможен только при отсутствии дополнения с предлогом by (производитель действия не упомянут):

The book is much spoken about. Об этой книге много говорят.
I was told that you're ill. Мне сказали, что ты болен.

4. Если в предложении указан субъект действия, то его можно перевести личным предложением с глаголом в действительном залоге (дополнение с by при переводе становится подлежащим). Выбор того или иного способа перевода зависит от значения глагола и всего предложения в целом (от контекста):
They were invited by my friend. Их пригласил мой друг.(или Они были приглашены моим другом.)

Примечание 1: Иногда страдательный оборот можно перевести двумя или даже тремя способами, в зависимости от соответствующего русского глагола и контекста:
The experiments were made last year.
1) Опыты были проведены в прошлом году.
2) Опыты проводились в прошлом году.
3) Опыты проводили в прошлом году.

Примечание 2: При переводе нужно учитывать, что в английском языке, в отличие от русского, при изменении залога не происходит изменение падежа слова, стоящего перед глаголом (например в английском she и she, а переводим на русский - она и ей):

Примечание 3: Обороты, состоящие из местоимения it с глаголом в страдательном залоге переводятся неопределенно-личными оборотами:
It is said… Говорят… It was said… Говорили…
It is known… Известно… It was thought…Думали, полагали…
It is reported… Сообщают… It was reported…Сообщали…и т.п.

В таких оборотах it играет роль формального подлежащего и не имеет самостоятельного значения: It was expected that he would return soon. Ожидали, что он скоро вернется.

Согласование времен (Sequence of Tenses)

Если в главном предложении сказуемое выражено глаголом в одной из форм прошедшего времени, то в придаточном предложении употребление времен ограничено. Правило, которому в этом случае подчиняется употребление времен в придаточном предложении, называется согласованием времен.

Правило 1: Если глагол главного предложения имеет форму настоящего или будущего времени, то глагол придаточного предложения будет иметь любую форму, которая требуется смыслом предложения. То есть никаких изменений не произойдет, согласование времен здесь в силу не вступает.

Правило 2: Если глагол главного предложения имеет форму прошедшего времени (обычно Past Simple), то глагол придаточного предложения должен быть в форме одного из прошедших времен. То есть в данном случае время придаточного предложения изменится. Все эти изменения отражены в нижеследующей таблице:

Переход из одного времени в другое	Примеры	
Present Simple » Past Simple	He **can speak** French – Он говорит по-французски.	Boris said that he **could speak** French – Борис сказал, что он говорит по-французски.
Present Continuous » Past Continuous	They **are listening** to him – Они слушают его	I **thought** they **were listening** to him – Я думал, они слушают его.
Present Perfect » Past Perfect	Our teacher **has asked** my parents to help him – Наш учитель попросил моих родителей помочь ему.	Mary **told** me that our teacher **had asked** my parents to help him – Мария сказала мне, что наш учитель попросил моих родителей помочь ему.
Past Simple » Past Perfect	I **invited** her – Я пригласил ее.	Peter **didn't know** that I **had invited** her – Петр не знал, что я

		пригласил ее.
Past Continuous » Past Perfect Continuous	She **was crying** – Она плакала	John **said** that she **had been crying** – Джон сказал, что она плакала.
Present Perfect Continuous » Past Perfect Continuous	It **has been raining** for an hour – Дождь идет уже час.	He **said** that it **had been raining** for an hour – Он сказал, что уже час шел дождь.
Future Simple » Future in the Past	She **will show** us the map – Она покажет нам карту.	I **didn't expect** she **would show** us the map – Я не ожидал, что она покажет нам карту.

Изменение обстоятельств времени и места при согласовании времен.

Следует запомнить, что при согласовании времен изменяются также некоторые слова (обстоятельства времени и места).

this » that
these » those
here » there
now » then
yesterday » the day before
today » that day
tomorrow » the next (following) day
last week (year) » the previous week (year)
ago » before
next week (year) » the following week (year)

Перевод прямой речи в косвенную в английском языке

Для того чтобы перевести прямую речь в косвенную, нужно сделать определенные действия. Итак, чтобы передать чьи-то слова в английском языке (то есть перевести прямую речь в косвенную), мы:

1. ***Убираем кавычки и ставим слово that***

Например, у нас есть предложение:

She said, “I will buy a dress”. Она сказала: «Я куплю платье».

Чтобы передать кому-то эти слова, так же как и в русском, мы убираем кавычки и ставим слово that – «что».

She said that ….. Она сказала, что….

2. ***Меняем действующее лицо***

В прямой речи обычно человек говорит от своего лица. Но в косвенной речи мы не может говорить от лица этого человека. Поэтому мы меняем «я» на другое действующее лицо. Вернемся к нашему предложению:

She said, “I will buy a dress”. Она сказала: «Я куплю платье».

Так как мы передаем слова девушки, вместо «я» ставим «она»:

She said that she ….. Она сказала, что она….

3. Согласовываем время

В английском языке мы не можем использовать в одном предложении прошедшее время с настоящим или будущим. Поэтому, если мы говорим «сказал» (то есть используем прошедшее время), то следующую часть предложения нужно согласовать с этим прошедшем временем. Возьмем наше предложение:

She said, “I will buy a dress”. Она сказала: «Я куплю платье».

Чтобы согласовать первую и вторую части предложения, меняем will на would. *см. таблицу выше.*

She said that she would buy a dress. Она сказала, что она купит платье.

4. Меняем некоторые слова

В некоторых случаях мы должны согласовать не только времена, но и отдельные слова. Что это за слова? Давайте рассмотрим небольшой пример.

She said, “I am driving now”. Она сказала: «Я за рулем сейчас».

То есть она в данный момент за рулем. Однако, когда мы будем передавать ее слова, мы будем говорить не про данный момент (тот, когда мы говорим сейчас), а про момент времени в прошлом (тот, когда она была за рулем). Поэтому мы меняем now (сейчас) на then (тогда) *см. таблицу выше.*

She said that she was driving then. Она сказала, что она была за рулем тогда.

Вопросы в косвенной речи в английском языке

Вопросы в косвенной речи, по сути, не являются вопросами, так как порядок слов в них такой же, как в утвердительном предложении. Мы не используем вспомогательные глаголы (do, does, did) в таких предложениях.

He asked, “Do you like this cafe?” Он спросил: «Тебе нравится это кафе?»

Чтобы задать вопрос в косвенной речи, мы убираем кавычки и ставим if, которые переводятся как «ли». Согласование времен происходит так же, как и в обычных предложениях. Наше предложение будет выглядеть так:

He asked if I liked that cafe. Он спросил, нравится ли мне то кафе.

Давайте рассмотрим еще один пример:

She said, “Will he call back?” Она сказала: «Он перезвонит?»

She said if he would call back. Она сказала, перезвонит ли он.

Специальные вопросы в косвенной речи

Специальные вопросы задаются со следующими вопросительными словами: what – что when – когда how – как why - почему where – где which – который

При переводе таких вопросов в косвенную речь мы оставляем прямой порядок слов (как в утвердительных предложениях), а на место if ставим вопросительное слово.

Например, у нас есть вопрос в прямой речи:

She said, “When will you come?”. Она сказала: «Когда ты придешь?»

В косвенной речи такой вопрос будет выглядеть так:

She said when I would come. Она сказала, когда я приду.

He asked, “Where does she work?” Он спросил: «Где она работает?»

He asked where she worked. Он спросил, где она работает.

Инфинитив. The Infinitive

Инфинитив - это неличная глагольная форма, которая только называет действие и выполняет функции как глагола, так и существительного. Инфинитив отвечает на вопрос что делать?, что сделать?

Формальным признаком инфинитива является частица **to**, которая стоит перед ним, хотя в некоторых случаях она опускается. Отрицательная форма инфинитива образуется при помощи частицы not, которая ставится перед ним: It was difficult not to speak. *Было трудно не говорить.*

Формы инфинитива

	Active Voice	Passive Voice
Simple	to write	to be written
Continuous	to be writing	
Perfect	to have written	to have been written
Perfect Continuous	to have been writing	

Глаголы, после которых используется инфинитив:

to agree - соглашаться
to arrange - договариваться
to ask – (по)просить
to begin – начинать
to continue – продолжать

to decide – решать
to demand - требовать
to desire – желать
to expect – надеяться
to fail – не суметь
to forget – забывать
to hate - ненавидеть
to hesitate – не решаться
to hope - надеяться
to intend – намереваться
to like – любить, нравиться
to love – любить, желать
to manage - удаваться
to mean - намереваться
to prefer - предпочитать
to promise - обещать
to remember – помнить
to seem - казаться
to try – стараться, пытаться
to want – хотеть
Например:
He asked to change the ticket. *Он попросил поменять билет.*
She began to talk. *Она начала говорить.*

Значение разных форм инфинитива в таблице

Формы инфинитива	**Чему я рад?**	
Simple	I am glad **to speak** to you.	Рад поговорить с вами. (Всегда радуюсь, когда говорю с вами).
Continuous	I am glad **to be speaking** to you.	Рад, что сейчас разговариваю с вами.
Perfect	I am glad **to have spoken** to you.	Рад, что поговорил с вами.
Perfect Continuous	I am glad **to have been speaking** to you.	Рад, что уже давно (все это время) разговариваю с вами.
Simple Passive	I am (always) glad **to be told** the news.	Всегда рад, когда мне рассказывают новости.
Perfect Passive	I am glad **to have been told** the news.	Рад, что мне рассказали новости.

Причастие. Participle

В английском языке причастие — это неличная форма глагола, которая сочетает в себе признаки глагола, прилагательного и наречия.

Формы причастия

		Active (Активный залог)	Passive (Пассивный залог)
Participle I (Present Participle)	Simple	**writing**	**being written**
	Perfect	**having written**	**having been written**
Participle II (Past Participle)			**written**

Отрицательные формы причастия образуются с помощью частицы **not**, которая ставится перед причастием: not asking — не спрашивая,not broken — не разбитый.

Как переводить разные формы причастия на русский язык

Формы причастия	причастием	деепричастием
reading	читающий	читая

having read		прочитав
being read	читаемый	будучи читаемым
having been read		будучи прочитанным
read	прочитанный	
building	строящий	строя
having built		построив
being built	строящийся	будучи строящимся
having been built		будучи построенным
built	построенный	

Герундий. Gerund

Герундий — это неличная форма глагола, которая выражает название действия и сочетает в себе признаки глагола и существительного. Соответственно, на русский язык герундий обычно переводится существительным или глаголом (чаще неопределенной формой глагола). Формы, подобной английскому герундию, в русском языке нет.

My favourite occupation is reading. *Мое любимое занятие — чтение.*

Формы герундия

	Active (Активный залог)	Passive (Пассивный залог)
Simple	**writing**	**being written**
Perfect	**having written**	**having been written**

Запомните глаголы, после которых употребляется только герундий!

admit (признавать), advise (советовать), avoid (избегать),
burst out (разразиться), delay (задерживать), deny (отрицать),
dislike (не нравиться), enjoy (получать удовольствие), escape (вырваться, избавиться),
finish (закончить), forgive (прощать), give up (отказываться, бросать),
keep on (продолжать), mention (упоминать), mind (возражать - только в “?”и “-“),
miss (скучать), put off (отложить), postpone (откладывать),
recommend (рекомендовать), suggest (предлагать), understand (понимать).

Герундий после глаголов с предлогами

accuse of (обвинять в), agree to (соглашаться с), blame for (винить за),
complain of (жаловаться на), consist in (заключаться в), count on /upon (рассчитывать на),
congratulate on (поздравлять с), depend on (зависеть от), dream of (мечтать о),
feel like (хотеть, собираться), hear of (слышать о), insist on (настаивать на),
keep from (удерживать(ся) от), look forward to (с нетерпением ждать, предвкушать),
look like (выглядеть как), object to (возражать против),
persist in (упорно продолжать), praise for (хвалить за), prevent from (предотвращать от),
rely on (полагаться на), result in (приводить к), speak of, succeed in (преуспевать в),
suspect of (подозревать в), thank for (благодарить за), think of (думать о)

He has always dreamt of visiting other countries. — *Он всегда мечтал о том, чтобы побывать в других странах.*

to be + прилагательное / причастие + герундий

be afraid of (бояться чего-либо), be ashamed of (стыдиться чего-либо),
be engaged in (быть занятым чем-либо), be fond of (любить что-либо, увлекаться чем-либо),
be good at (быть способным к), be interested in (интересоваться чем-либо),
be pleased at (быть довольным), be proud of (гордиться чем-либо),
be responsible for (быть ответственным за), be sorry for (сожалеть о чем-либо),
be surprised at (удивляться чему-либо), be tired of (уставать от чего-либо),
be used to (привыкать к).

I’m tired of waiting. — *Я устал ждать.*

Основные сведения о сослагательном наклонении

Conditionals are clauses introduced with if. There are three types of conditional clause: Type 1, Type 2 and Type 3. There is also another common type, Type 0.

Type 0 Conditionals: They are used to express something which is always true. We can use when (whenever) instead of it. *If/When the sun shines, snow melts.*

Type 1 Conditionals: They are used to express real or very probable situations in the present or future. *If he doesn't study hard, he won't pass his exam.*

Type 2 Conditionals: They are used to express imaginary situations which are contrary to facts in the present and, therefore, are unlikely to happen in the present or future. *Bob is daydreaming. If I won the lottery, I would buy an expensive car and I would go on holiday to a tropical island next summer.*

Type 3 Conditionals: They are used to express imaginary situations which are contrary to facts in the past. They are also used to express regrets or criticism. *John got up late, so he missed the bus. If John hadn't got up late, he wouldn't have missed the bus.*

	If-clause (hypothesis)	Main clause (result)	Use
Type 0 general truth	if + present simple	present simple	something which is always true
	If the temperature falls below 0 °C, water turns into ice.		
Type 1 real present	if + present simple, present continuous, present perfect or present perfect continuous	future/imperative can/may/might/must/should/ could + bare infinitive	real - likely to happen in the present or future
	If he doesn't pay the fine, he will go to prison. If you need help, come and see me. If you have finished your work, we can have a break. If you're ever in the area, you should come and visit us.		
Type 2 unreal present	if + past simple or past continuous	would/could/might + bare infinitive	imaginary situation contrary to facts in the present; also used to give advice
	If I had time, I would take up a sport. (but I don't have time - untrue in the present) If I were you, I would talk to my parents about it. (giving advice)		
Type 3 unreal past	if + past perfect or past perfect continuous	would/could/might + have + past participle	imaginary situation contrary to facts in the past; also used to express regrets or criticism
	If she had studied harder, she would have passed the test. If he hadn't been acting so foolishly, he wouldn't have been punished.		

Conditional clauses consist of two parts: the if -clause (hypothesis) and the main clause (result). When the if - clause comes before the main clause, the two clauses are separated with a comma. When the main clause comes before the if - clause, then no comma is necessary.

e.g. a) If I see Tim, I'll give him his book.

b) I'll give Tim his book if I see him.

We do not normally use will, would or should in an if - clause. However, we can use will or would after if to make a polite request or express insistence or uncertainty (usually with expressions such as / don't know, I doubt, I wonder, etc.).

We can use should after if to talk about something which is possible, but not very likely to happen.

e.g. a) If the weather is fine tomorrow, will go camping. (NOT: If the weather will be fine...)

b) If you will fill in this form, I'll process your application. (Will you please fill in... - polite request)

c) If you will not stop shouting, you'll have to leave. (If you insist on shouting... - insistence)

d) I don't know if he will pass his exams, (uncertainty)

e) If Tom should call, tell him I'll be late. (We do not think that Tom is very likely to call.)

We can use unless instead of if... not in the if -clause of Type 1 conditionals. The verb is always in the affirmative after unless.

e.g. Unless you leave now, you'll miss the bus. (If you don't leave now, you'll miss the bus.) (NOT: Unless you don't leave now, ...)

We can use were instead of was for all persons in the if - clause of Type 2 conditionals.

e.g. If Rick was/were here, we could have a party.

We use If I were you ... when we want to give advice.

e.g. If I were you, I wouldn't complain about it.

The following expressions can be used instead of if: provided/providing that, as long as, suppose/supposing, etc.

e.g. a) You can see Mr. Carter provided you have an appointment. (If you have an appointment...)

b) We will all have dinner together providing Mary comes on time. (... if Mary comes ...)

c) Suppose/Supposing the boss came now, …

We can omit if in the if - clause. When if is omitted, should (Type 1), were (Type 2), had (Type 3) and the subject are inverted.

e.g. a) Should Peter come, tell him to wait. (If Peter should come,...)

b) Were I you, I wouldn't trust him. (If I were you, ...)

c) Had he known, he would have called. (If he had known, ...)

2. Чтение и перевод учебных текстов (по 2 текста на тему)

№1

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

appear - v появляться; казаться; *ant* **disappear -** исчезать

bed - *n* пласт, слой, подстилающие породы; *syn* **layer, seam; bedded -** *a* пластовый

call for - v требовать; *syn* **demand, require**

carry out - v проводить *(исследование, эксперимент);* выполнять *(план);* завершать; *syn* **conduct, make**

colliery - каменноугольная шахта

concentration (dressing) plant - обогатительная фабрика, обогатительная установка

department - *n* отделение, факультет, кафедра; *syn* **faculty**

direct - v руководить; направлять; управлять; *a* прямой, точный; **directly -** *adv* прямо, непосредственно

education - *n* образование; просвещение; **get an education** получать образование

establish - v основывать, создавать, учреждать; *syn* **found, set up**

ferrous metals - чёрные металлы **(non-ferrous metals** цветные металлы)

iron - *n* железо; **pig iron** чугун; **cast iron** чугун, чугунная отливка

open-cast mines - открытые разработки

ore - *n* руда; **iron ore -** железная руда; **ore mining –** разработка рудных месторождений

process - v обрабатывать; *syn* **work, treat; processing -** n обработка; разделение минералов

rapid - *a* быстрый

research - *n* научное исследование

technique - *n* техника, способ, метод, технический прием; **mining technique -** горная техника, методы ведения горных работ

train - v обучать, готовить *(к чему-л.);* **training** - обучение; подготовка

to be in need of - нуждаться в

to take part in - участвовать в

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 1: The First Mining School in Russia

The Moscow Mining Academy was established in 1918. The main task of the Academy was to train mining engineers and technicians, to popularize technological achievements among miners, to work on important problems of mining and metallurgical engineering arid to direct scientific research.

There were three departments in the Academy: mining, geological prospecting and metallurgy. The Moscow Mining Academy introduced a new course in coal mining mechanization which provided the basis for the development of mining engineering. The two scientists A.M. Terpigorev and M.M. Protodyakonov wrote the first textbook on machinery for mining bedded deposits.

Much credit for the establishment of the Moscow Mining Academy and the development of co-operation among outstanding scientists and educators is due to Academician I.M. Gubkin, a prominent geologist and oil expert.

In 1925 the Moscow Mining Academy was one of the best-known educational institutions in Russia. It had well-equipped laboratories, demonstration rooms and a library which had many volumes of Russian and foreign scientific books and journals.

The Academy established close contacts with the coal and ore mining industries. The scientists carried out scientific research and worked on important mining problems.

The rapid growth of the mining industry called for the training of more highly-qualified specialists and the establishment of new educational institutions.

New collieries and open-cast mines, concentration plants, metallurgical works and metal-working factories for processing non-ferrous and ferrous metals appeared in the country. The people took an active part in the construction of new industrial enterprises.

The Academy alone could not cope with the problem of training specialists. In 1930 the Moscow Mining Academy was transformed into six independent institutes. Among the new colleges which grew out of the Academy's departments were the Moscow Mining Institute and the Moscow Institute of Geological Prospecting. Later, the scientific research Institute of Mining appeared near Moscow.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. There were four departments in the Academy.
2. The Academy introduced a new course in coal mining mechanization.
3. In 1925 the Academy had only several well-equipped laboratories, demonstration rooms and a library which had many volumes of books.
4. The Academy established close contacts with the coal industry.
5. In 1930 the Academy was transformed into six independent institutes.
6. The Moscow Mining Institute and the Moscow Institute of Geological Prospecting were among the new colleges which grew out of the Academy's departments.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What was the main task of the Academy?
2. What new course did the Academy introduce?
3. Were there three or four departments at the Academy?
4. What industries did the Academy establish contacts with?
5. Who wrote the first textbook on machinery' for mining bedded deposits?
6. Why was the Academy transformed into six independent institutes?
7. Why was the Academy transformed?

3. Переведите следующие сочетания слов.

а) обогатительная фабрика
б) подготовка горных инженеров
в) разведка нефти
г) обработка цветных металлов

д) техническое образование
е) новый (учебный) курс по
ж) принимать активное участие
з) проводить исследования
и) направлять научную деятельность
к) горное оборудование
л) пластовые месторождения

№2

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

change - v изменяться, менять(ся); *syn.* **transform, alter;** *n* изменение, перемена; превращение

determine - v определить, устанавливать

engineering - *n* техника; технология; машиностроение**;** *syn.* **technics, technology, technique; machinery**

composition - *n* структура, состав

connect - v соединяться; *syn* **combine, link**

enterprise - *n* предприятие; предприимчивость

deal (dealt) v **(with) -** иметь дело с; рассматривать

environment - *n* окружающая обстановка**,** среда

demand - *n* спрос

field - *n* область, сфера деятельности; поле, участок, месторождение; бассейн; *syn* **basin, branch**

design - *n* проект; план, чертеж; конструкция; v проектировать, планировать; конструировать

graduate - v окончить (высшее учебное заведение), *амер.* окончить любое учебное заведение; *n* лицо, окончившее высшее учебное заведение; **undergraduate (student) -** студент последнего курса; **postgraduate (student) -** аспирант; **graduation paper -** дипломная работа

hardware - *n* аппаратура, (аппаратное) оборудование, аппаратные средства; техническое обеспечение

hydraulic - *a* гидравлический, гидротехнический

introduction - *n* введение, вступление

management - *n* управление, заведование; *syn.* **administration; direction**

offer - *v* предлагать *(помощь, работу);* предоставлять; *n* предложение

property - *n* свойство

protection - *n* защита, охрана

range - *n* область, сфера; предел; диапазон; радиус действия; ряд; серия

recreation - *n* отдых, восстановление сил; развлечение

reveal - v показывать, обнаруживать

rock - *n* горная порода

shape - *n* форма

software - *n* программное обеспечение; программные средства

skill - *n* мастерство; умение; **skilled -** *a* квалифицированный; опытный; умелый

survey - *n* съемка, маркшейдерская съемка; v производить маркшейдерскую или топографическую съемку, производить изыскания; *n* **surveying** съемка, маркшейдерские работы

value - *n* ценность, стоимость; величина; v ценить, оценивать; **valuable** *a* ценный

workshop - *n* мастерская, цех; семинар

to be of importance - иметь значение

to give an opportunity of - дать возможность

to meet the requirements - удовлетворять требованиям (потребности)

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 2: Mining and Geological Higher Education in Russia

In Russia young people get mining education at special institutes which train geologists and mining engineers for coal and ore mining. The total number of students of an institute includes full-time students, part-time students and postgraduate students.

Russian higher educational establishments offer different specializations for the students. Thus, at the geological institutes, the students specialize in geology, the science which deals with different problems connected with the Earth, its history, the study of rocks, their physical and chemical properties. One of the main tasks of geology is to prospect, discover and study the deposits of useful minerals.

Geology is both a theoretical and an applied science. Mining geology is of great importance to the mining engineer. As a rule, mining geology includes economic geology.

The outstanding Russian geologist V.A. Obruchev says that geology is the science of the Earth which reveals to us how the Earth took shape, its composition and its changes. Geology helps prospect for ores, coal, oil, salt and other useful minerals.

Higher mining schools (universities, academies, institutes and colleges) develop a wide range of courses and programmes that meet the requirements of the society .They offer courses in mining technology, machinery and transport, hydraulic engineering, electrical engineering, industrial electronics, automation, surveying, geodesy, information technology, etc.

The main trend in the development of higher mining education is the introduction of courses in environmental protection, management (environmental human resources), economics and management of mining enterprises, marketing studies, computer-aided design (CAD) and others.

Computer science is also of great importance. The course aims at providing students with understanding how software and hardware technology helps solving problems.

Laboratory work is an important part in training specialists. Experiments in laboratories and workshops will help students to develop their practical skills. They have a short period of field work to gain working experience.

The students go through practical training at mines, plants and other industrial enterprises.. They become familiar with all stages of production and every job from worker to engineer. Here they get practical knowledge and experience necessary for their diploma (graduation) papers.

A lot of students belong to students' scientific groups. They take part in the research projects which their departments usually conduct. Postgraduates carry out research in different fields of science and engineering.

Sport centres give the students opportunities to play different sports such as tennis, football, basketball, volleyball, swimming, ' skiing, water polo, boxing, wrestling and others.

Students graduate from mining and geological higher schools as mining engineers, mining mechanical engineers, ecologists, mining electrical engineers, geologists, economists and managers for mining industry.

1. Переведите следующие сочетания слов.

а) широкий круг проблем
б) денные месторождения полезных ископаемых
в) горный инженер-механик
г) вести научно-исследовательскую работу
д) принимать форму
е) техническое и программное обеспечение
ж) студенты (последнего курса)
з) дипломная работа
и) физические и химические свойства
к) месторождение полезных ископаемых

1. оканчивать институт
2. поступать в университет
3. получать образование

4. готовить геологов и горних инженеров
5. высшие горные учебные заведения
6. приобретать опыт
7. студенческие научные общества
8. заниматься различными видами спорта

№3

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

accurate - *a* точный, правильный; **accuracy -** *n* точность

archive - *n* архив

attend - v посещать *(лекции, практические занятия, собрания)*

comprehensive - *a* всесторонний, исчерпывающий

concern - v касаться, относиться; иметь отношение к чему-л.; *n* дело, отношение; важность; **concerning** *prep* относительно, касательно

consider - v рассматривать; считать; **considerable -** значительный, важный; **consideration -** *n* рассмотрение; обсуждение

draw (drew, **drawn**) - v *зд,* чертить, рисовать; **draw the conclusion** делать вывод; *syn* **come to the conclusion**

employ - v применять, использовать; предоставлять *(работу); syn* **use, utilize, apply; employment -** *n* служба; занятие; применение, использование

familiarize - v знакомить; осваивать

fundamental - *n pl* основы *(наук)*

levelling - *n* нивелирование, сглаживание *(различий);* выравнивание

number - *n* число, количество, большое количество; *(порядковый)* номер, ряд

observe - v наблюдать, следить *(за чём-л.),* соблюдать *(правило, обычаи)*

obtain - v получать; достигать; добывать; *syn* **get, receive**

present - v преподносить, дарить; подавать, представлять; **presentation -** *n* изложение; предъявление

proximity - *n* близость, соседство; **in proximity to** поблизости, вблизи от *(чего-л.)*

require - v требовать; *syn* **call for; demand; meet the requirements** удовлетворять требованиям

traversing - *n* горизонтальная съемка

to keep in close touch with - поддерживать связь с

to touch upon (on) затрагивать, касаться вкратце *(вопроса)*

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 3: Mining Education in Great Britain

In Great Britain the students get mining education at special colleges and at mining departments of universities.

For example, the Mining Department at the University of Nottingham ranks as one of the foremost teaching and research mining schools in Great Britain. The students come to the University from all parts of the country and from abroad. The close proximity of Nottingham to mines extracting coal and different metals makes it possible for the University to keep in close touch with new achievements in mining.

The aim of training at the University is to give the student an understanding of applied science based on lectures, tutorial system, laboratory work and design classes. The laboratory work trains the student in accurate recording of observations, drawing of logical conclusions and presentation of scientific reports. Besides, it gives the student an understanding of experimental methods and familiarizes him (or her) with the characteristics of engineering materials, equipment and machines.

At Nottingham there are two types of laboratories, general and Specialized. General laboratories deal with the fundamentals of engineering science and specialized ones1 study the more specialized problems in different branches of engineering.

During the final two years of his course the student gets a comprehensive training in surveying. Practical work both in the field and in drawing classes forms an important part of this course. Besides, the students have practical work in survey camps during two weeks. The equipment available for carrying out traversing, levelling, tacheometric and astronomical surveying is of the latest design.

The practical and laboratory work throughout the three or four years of study forms a very important part of the course, so the students obtain the required standard in their laboratory course work before they graduate.

British educational system is fee-paying. The annual fee includes registration, tuition, examination, graduation and, in the case of full-time students, membership of the Union of Students.

Students from all over the world (nearly 100 countries) study at the University of Nottingham. For many years the University has had a thriving community of international students.

The University pays much attention to learning foreign languages. For individual study there is a 16-place self-access tape library with a tape archive of 3,000 tapes in 30 languages. There are also 16 video work stations where the students play back video tapes or watch TV broadcasts in a variety of languages.

1. Определите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. In Great Britain the students can get mining education only at special colleges.
2. The training at universities is based on tutorial system.
3. The laboratory work familiarizes the student with modern equipment.
4. There are three types of laboratories at the University of Nottingham.
5. When the students study surveying, they have practical work both in the field and in drawing classes.
6. The students from abroad don't study at Nottingham.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. Where can one get mining education in Great Britain?
2. Is the Mining Department at the University of Nottingham one of the foremost research mining schools in Great Britain?
3. What makes it possible for the University to keep in close touch with the, achievements in mining?
4. What are the students supposed to do in the laboratories?
5. Will the students have practical work in survey camps or in the laboratories?
6. What do the students use surveying equipment for?
7. What can you say about studying foreign languages at the University?

№4

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

advance - *n* прогресс, успех; продвижение вперед; v делать успехи, развиваться, продвигаться вперед; **advanced courses** курсы по расширенной программе

authority - *n* администрация; начальство

differ - v (from) отличаться (от); **difference** *n* различие; разница; **different** *a* различный; *syn* **various**

excavate - v добывать *(уголь);* вырабатывать полезное ископаемое открытым способом; вынимать *(грунт);* **excavation** - *n* открытая разработка карьером; разрез, карьер; **surface excavation** открытая разработка; *syn* **open-cast (opencast)**

experience - *n* жизненный опыт; опыт работы; стаж

found - v основывать**; *syn* establish, set up; foundation -** *n* основание; учреждение; основа; **lay the foundation** положить начало чему-л , заложить основу чего-л.

manage - v управлять, заведовать, справляться, уметь обращаться; **management -** *n* управление, заведование; правление, дирекция; **management studies -** наука об управлении

mean (meant) - *v* значить, иметь значение, подразумевать; намереваться, иметь в виду; **means -** *n, pl* средства, **meaning -** *n* значение, **by means of** посредством (чего-л)

metalliferous – *a* содержащий металл, рудоносный

preliminary - *a* предварительный**; preliminary course** подготовительные курсы

realize - v представлять, себе; понимать *(во всех деталях); **syn** **understand***

recognize - *v* признавать; узнавать

work out -v разрабатывать *(план);* решать задачу

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 4: Mining Education in Great Britain (continued)

At present in Great Britain there are a number of universities and colleges which give instruction in mechanical engineering, mining, metallurgy, etc. These institutions provide full-time and part-time education. It should be noted that technical colleges confer diplomas' on college graduates.

A university graduate leaves with the degree of Bachelor of Arts or Bachelor of Science, which is an academic qualification awarded by universities.

For example, the University in Cardiff has become one of the largest in Wales. It is one of the four colleges which together with the Welsh National School of Medicine form the University of Wales. There is the Mining Engineering Department in the University of Wales. The Department deals with the whole range of extractive industries such as coal and metalliferous mining, quarrying and oil technology.

After graduating from the college a student can be recommended for entry to the university by a college authority and he can apply for admission to the university.

At the Mining Department students may take several courses such as geology, mining engineering, mine surveying, quarrying, management studies and others. It has become a tradition that the courses are based on an intensive tutorial system. It means that students are allotted to members of the teaching staff for individual tuition separately in mining, in quarrying and in mine surveying. The system is founded on that of the older universities of Great Britain.

At the Department of Mining Engineering of the Newcastle University mining has now become a technically advanced profession. The Department of Mining Engineering trains industrially experienced engineers through various advanced courses in rock mechanics and surface excavation. For many years the Mining Engineering Department at Newcastle has recognized the need for highly-qualified engineers and realized that the courses in rock mechanics and surface excavation are of great importance for mining engineers.

At the University a student studies for three or four years. The organization of the academic year is based on a three-term system which usually runs from about the beginning of October to the middle of December, from the middle of January to the end of March and from the middle of April to the end of June or the beginning of July.

Students course is designed on a modular basis. Modules are self-contained 'units' of study, which are taught and assessed independently of each other. When a student passes a module, he (she) gains a credit. All modules carry a number of credits. At the end of the term, the number of credits a student gets, determines the award he (she) receives. Each module is continuously assessed by coursework and/or end-of-term examinations.

Admission to the British universities is by examination and selection. The minimum age for admission to the four-year course is normally 18 years. Departments usually interview all the candidates. The aim of the interview is to select better candidates.

Just over half of all university students live in colleges, halls of residence, or other accommodation provided by their university, another third lives in lodgings or privately rented accommodation; and the rest live at home.

1. Определите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. At present there are about a hundred technical institutions in Great Britain.
2. It should be noted that British colleges confer degrees.
3. As a rule a college authority recommends the graduates for entry to the university.
4. At the Mining Engineering Department of the University of Wales the students study only metalliferous mining.
5. At the Mining Engineering Department the courses are based on an intensive tutorial system.
6. The Mining Engineering Department at the Newcastle University has recognized the importance of teaching rock mechanics and surface excavation (open-cast mining).

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. Are there many technical institutions in Great Britain?
2. What is the difference between colleges and universities?
3. Is the Mining Engineering Department the only one in the University of Wales?
4. Does the Mining Engineering Department deal only with metalliferous mining?
5. Can a student enter the university after he has graduated from the college?
6. What courses are of special importance for mining engineers?
7. What do you know about the organization of the academic year at British universities?
8. When do the students take their examinations?

3. Переведите следующие сочетания слов.

а) курсы по расширенной программе
б) рудоносные отложения
в) средства производства
г) горный факультет
д) открытые горные работы
е) опытный инженер
ж) администрация колледжа
з) поощрять студентов
и) отвечать требованиям университета
к) наука об управлении

1. зависеть от условий
2. значить, означать
3. признать необходимость (чего-л.)
4. ежегодная производительность (шахты)
5. начальник шахты
6. добывающая промышленность
7. представлять особую важность
8. механика горных пород
9. единственный карьер
10. основывать факультет (школу, систему и т.д.)

№5

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

abyssal - *a* абиссальный, глубинный; **hypabissal** - *a* гипабиссальный
adjacent - *a* смежный, примыкающий
ash - *n* зола
belt - *n* пояс; лента; ремень
body - *n* тело, вещество; **solid (liquid, gaseous) bodies** твердые (жидкие, газообразные) вещества; породная масса; массив; месторождение; пласты
common - *a* обычный; общий; *syn* **general;** *ant* **uncommon**
cool - v охлаждать(ся); остывать; прохладный; *ant* **heat** нагревать(ся)

dimension - *n* измерение; *pl* размеры; величина; *syn* **measurement, size**
dust - *n* пыль
dyke – *n* дайка
extrusion - *n* вытеснение; выталкивание; *ant* **intrusion** вторжение; *геол.* интрузия *(внедрение в породу изверженной массы)*
fine - *a* тонкий, мелкий; мелкозернистый; высококачественный; тонкий; прекрасный, ясный (о *погоде);* изящный; **fine-graded (fine-grained)** мелкозернистый, тонкозернистый; **fines -** *n pl* мелочь; мелкий уголь
flow - v течь; литься; *n* течение; поток; **flow of lava** поток лавы
fragmentary - *a* обломочный, пластический
glass - *n* стекло; **glassy** - *a* гладкий, зеркальный; стеклянный
gold - *n* золото
inclined - *a* наклонный
mica - *n* слюда
permit - *v* позволять, разрешать; *syn* **allow, let; make possible**
probably - *adv* вероятно; *syn* **perhaps, maybe**
shallow - *a* мелкий; поверхностный; *ant* **deep** глубокий
sill - *n* силь, пластовая интрузия
stock - *n* шток, небольшой батолит
vein - *n* жила, прожилок, пропласток

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 5: Igneous Rocks

Igneous rocks have crystallized from solidified magma.

Igneous rocks can be classified in a number of ways and one of (hem is based on mode of occurrence. They occur either as intrusive (below the surface) bodies or as extrusive masses solidified at the Earth's surface. The terms "intrusive" and "extrusive" refer to the place where rocks solidified.

The grain size of igneous rocks depends on their occurrence. The intrusive rocks generally cool more slowly than the extrusive rocks and crystallize to a larger grain size. The coarser-grained intrusive rocks with grain size of more than 0.5 mm called plutonic or abyssal are referred to as intrusive igneous rocks because they are intruded into older pre-existing rocks. Extrusive or volcanic rocks have even finer grains, less than 0.05 mm and are glassy.

Exposed igneous rocks are most numerous in mountain zones for two reasons. First, the mountain belts have been zones of major deformation. Second, uplifts in mountain belts have permitted plutonic masses to be formed.

The largest bodies of igneous rocks are called batholiths. Batholiths cooled very slowly. This slow cooling permitted large mineral grains to form. It is not surprising that batholiths are composed mainly of granitic rocks with large crystals called plutons. As is known, granites and diorites belong to the group of intrusive or plutonic rocks formed by solidification of igneous mass under the Earth's crust. Granites sometimes form smaller masses called stocks, when the occurrence has an irregular shape but smaller dimensions than the batholiths.

Laccoliths and sills, which are very similar, are intruded between sedimentary rocks. Sills are thin and they may be horizontal, inclined or vertical. Laccoliths are thicker bodies and in some cases they form mountains.

Dykes are also intrusive bodies. They range in thickness from a few inches to several thousand feet. Dykes are generally much longer than they are wide. Most dykes occupy cracks and have straight parallel walls. These bodies cool much more rapidly and are commonly fine-grained. For example, granite may occur in dykes that cut older rocks.

Pegmatites (quartz, orthoclase and mica) also belong to the group of plutonic or intrusive rocks. They occur in numerous veins which usually cut through other plutonites, most often granite, or adjacent rocks.

Extrusive igneous rocks have been formed from lava flows which come from fissures to the surface and form fields of volcanic rocks such as rhyolite, andesite, basalt, as well as volcanic ashes and dust, tuff, etc. As a rule, these rocks of volcanic origin cool rapidly and are fine-grained. It is interesting to note that basalt is the most abundant of all lavatypes. It is the principal rock type of the ocean floor.

Igneous rocks are rich in minerals that are important economically or have great scientific value. Igneous rocks and their veins are rich in iron, gold, zinc, nickel and other ferrous metals.

1). Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. Igneous rocks have been formed by sedimentation.
2. Intrusive rocks have been formed by the cooling of rocks of the Earth's crust.
3. Extrusive rocks have been formed the same way.
4. The grain size of igneous rocks depends on mode of occurrence.
5. Exposed igneous rocks are numerous in mountain zones.
6. Granites and diorites belong to the group of extrusive rocks.
7. As a rule, granite may occur in dykes.
8. Pegmatites do not belong to the group of plutonic or intrusive rocks.

2). Ответьте на вопросы:

1. Have igneous rocks crystallized from magma or have they been formed by sedimentation?
2. Which types of igneous rocks do you know?
3. What does the grain size of igneous rocks depend on?
4. Can you give an example of intrusive or plutonic rocks?
5. Are diorites intrusive or extrusive formations?
6. What do you know about batholiths?
7. Do pegmatites belong to the group of plutonic or volcanic rocks?
8. How do pegmatites occur?
9. What minerals are igneous rocks rich in?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов в сочетаний слов:

1.	adjacent layers	а) способ залегания
2.	abyssal rocks	б) крупнозернистый
3.	dimensions of crystals	в) зоны крупных нарушений
4.	valuable minerals	г) абиссальные (глубинные) породы
5.	shape and size of grains	д) смежные пласты (слои)
6.	mode of occurrence	е) размеры кристаллов
7.	coarse-grained	ж) взбросы
8.	uplifts	з) форма и размер зерен
9.	zones of major deformation	и) ценные минералы

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих сочетаний слов:

1.	затвердевшие массы	а) irregular shape
2.	обломочные породы	б) at a certain depth
3.	медленно остывать	в) economically important
4.	мелкозернистый	г) solidified masses
5.	многочисленные трещины	д) scientific value
6.	неправильная форма	е) to cool slowly
7.	на определенной глубине	ж) existing types of rocks
8.	экономически важный	з) fine-grained
9.	научная ценность	и) fragmentary rocks

10. существующие типы пород к) numerous cracks or fissures

№6

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

band - *n* слой; полоса; прослоек *(породы); syn* **layer**
cleave - *v* расщепляться; трескаться, отделяться по кливажу; **cleavage** *n* кливаж
constituent - *n* составная часть, компонент
define - *v* определять, давать определение
distribute - v **(among)** распределять (между); раздавать;
disturb - *v* нарушать; смещать
excess - *n* избыток, излишек; *ant* **deficiency**
flaky - *a* слоистый; похожий на хлопья
fluid - *n* жидкость; жидкая или газообразная среда
foliate - *v* расщепляться на тонкие слои; **foliated -** *a* листоватый, тонкослоистый; *syn* **flaky**
marble - *n* мрамор
mention - *v* упоминать, ссылаться; *n* упоминание
plate - *n* пластина; полоса *(металла)*
pressure - *n* давление; **rock pressure (underground pressure)** горное давление, давление горных пород
relate - *v* относиться; иметь отношение; **related** *a* родственный; **relation -** *n* отношение; **relationship -** *n* родство; свойство; **relative -** *a* относительный; соответственный
run (ran, run) - *v* бегать, двигаться; течь; работать (о *машине);* тянуться, простираться; управлять *(машиной);* вести *(дело, предприятие)*
schistose - *a* сланцеватый; слоистый
sheet - *n* полоса
slate - *n* сланец; *syn* **shale**
split (split) - *v* раскалываться, расщепляться, трескаться; *syn* **cleave**
trace - *n* след; **tracing –** *n* прослеживание
at least по крайней мере
to give an opportunity (of) давать возможность *(кому-л., чему-л.)*

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 6: Metamorphic Rocks

The problem discussed concerns metamorphic rocks which compose the third large family of rocks. "Metamorphic" means "changed from". It shows that the original rock has been changed from its primary form to a new one. Being subjected to pressure, heat and chemically active fluids beneath the Earth's surface, various rocks in the Earth's crust undergo changes in texture, in mineral composition and structure and are transformed into metamorphic rocks. The process described is called metamorphism.

As is known, metamorphic rocks have been developed from earlier igneous and sedimentary rocks by the action of heat and pressure.

Gneisses, mica schists, phyllites, marbles, slate, quartz, etc. belong to the same group of rocks. Having the same mineral composition as granite, gneisses consist chiefly of quartz, orthoclase and mica. However unlike granite, they have a schistose structure. It means that their constituents are distributed in bands or layers and run parallel to each other in one direction. If disturbed the rock cleaves easily into separate plates.

The role of water in metamorphism is determined by at least four variable geologically related parameters: rock pressure, temperature, water pressure, and the amount of water present.

During a normal progressive metamorphism rock pressure and temperature are interdependent, and the amount of water and the pressure of water are related to the sediments and to the degree of metamorphism in such a way that, generally speaking, the low-grade metamorphic rocks are

characterized by the excess of water. The medium-grade rocks defined by some deficiency of water and the high-grade metamorphic rocks are characterized by the absence of water.

Many of the metamorphic rocks mentioned above consist of flaky materials such as mica and chlorite. These minerals cause the rock to split into thin sheets, and rocks become foliated.

Slate, phyllite, schist and gneiss belong to the group of foliated metamorphic rocks. Marble and quartzite are non-foliated metamorphic rocks.

The structure of metamorphic rocks is of importance because it shows the nature of pre-existing rocks and the mechanism of metamorphic deformation. Every trace of original structure is of great importance to geologists. It gives an opportunity of analysing the causes of its metamorphism.

Being often called crystalline schists, metamorphic rocks such as gneisses and mica have a schistose structure. Metamorphic rocks represent the oldest portion of the Earth's crust. They are mostly found in the regions of mountain belts where great dislocations on the Earth once took place.

1). Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. Generally speaking, metamorphic rocks have been developed from ores.
2. Marble, slate and phyllite belong to the group of metamorphic rocks.
3. As is known, unlike granite metamorphic rocks have a schistose structure.
4. It is quite obvious that the role of water in metamorphism is great.
5. As a rule, low-grade metamorphic rocks are characterized by the absence of water.
6. Flaky materials cause the rock to split into thin sheets.
7. It should be noted that marble and quartzite are foliated metamorphic rocks.
8. The structure of metamorphic rocks shows the nature of older preexisting rocks and the mechanism of metamorphic deformation as well.
9. All metamorphic rocks are non-foliated.

2). Ответьте на вопросы:

1. Do you know how metamorphic rocks have been formed?
2. Which rocks belong to the group of metamorphic?
3. Does gneiss have the same structure as granite?
4. Is the role of water great in metamorphism?
5. What rocks do we call foliated? What can you say about non-foliated metamorphic rocks?
6. How can geologists trace the original structure of metamorphic rocks?
7. Why are metamorphic rocks often called crystalline schists?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. as a result of the chemical and physical changes
2. constituents of rocks
3. to be subjected to constant development
4. to undergo changes
5. excess of water
6. low-grade ores
7. coal band
8. to cleave into separate layers
9. traces of original structure
10. generally speaking

а) полоса (или прослоек) угля
б) составляющие пород
в) расщепляться на отдельные слои
г) вообще говоря

д) в результате химических и физических изменений
е) избыток воды
ж) изменяться
з) находиться в постоянном развитии
и) низкосортные руды
к) следы первоначальной структуры

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. иметь значение
2. упомянутые выше
3. сланцеватая структура
4. в отличие от гранита
5. недостаток воды
6. существовавшие ранее породы
7. слоистые породы
8. мрамор и сланец
9. гнейс
10. давать возможность
11. определять структуру

а) unlike granite
б) to be of importance
в) pre-existing rocks
г) mentioned above
д) schistose structure
е) to give an opportunity (of doing smth)
ж) to define (determine) rock texture
з) deficiency of water
и) flaky rocks
к) marble and slate
л) gneiss

№7

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

aerial - *a* воздушный; надземный

certain - *a* определенный; некоторый; **certainly** *adv* конечно

cost - (cost) v стоить; *n* цена; стоимость

crop - v (out) обнажать(ся), выходить на поверхность *(о пласте, породе); syn* **expose;** засевать, собирать урожай

dredging - *n* выемка грунта; драгирование

drill - v бурить, сверлить; *n* бурение, сверление; бурильный молоток; **drilling -** *n* бурение, сверление; **core-drilling** колонковое (керновое) бурение

drive (drore, **driven**) - v проходить *(горизонтальную выработку);* приводить в движение; управлять *(машиной); n* горизонтальная выработка; привод; передача

evidence – *n* основание; признак(и); свидетельства

expect - v ожидать; рассчитывать; думать; предлагать

explore - v разведывать месторождение полезного ископаемого с попутной добычей; **exploratory -** *a* разведочный; **exploration -** *n* детальная разведка; разведочные горные работы по месторождению

galena - *n* галенит, свинцовый блеск

indicate - v указывать, показывать; служить признаком; означать

lead - *n* свинец

look for - v искать

open up - v вскрывать *(месторождение);* нарезать *(новую лаву, забой);* **opening -** *n* горная выработка; подготовительная выработка; вскрытие месторождения

panning - *n* промывка *(золотоносного песка в лотке)*

processing - *n* обработка; - **industry** обрабатывающая промышленность

prove - v разведывать *(характер месторождения или залегания);* доказывать; испытывать, пробовать; **proved -** *a* разведанный, достоверный; **proving -** *n* опробование, предварительная разведка

search - v исследовать; (for) искать *(месторождение); n* поиск; *syn* **prospecting**

sign - *n* знак, символ; признак, примета

store - v хранить, накапливать *(о запасах)*

work - v работать; вынимать, извлекать *(уголь, руду);* вырабатывать; **workable -** *a* подходящий для работы, пригодный для разработки, рабочий *(о пласте);* рентабельный; **working -** *n* разработка, горная выработка

country rock коренная (основная) порода

distinctive properties отличительные свойства

malleable metal ковкий металл

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 7: Prospecting

Mining activities include prospecting and exploration for a mineral deposit through finding, proving, developing, extracting and processing the ore. That is why it is possible to divide the mining activity into three major phases: 1) before mining which involves prospecting and exploration required to locate, characterize and prove a potential ore body; 2) mining which refers to actual coal or ore extraction. Extraction processes include underground or surface mining and dredging; 3) after mining which involves processing and preparing the raw ore for the end product.

As has already been said, before a mineral deposit can be worked, that is, before it can be extracted from the Earth for use by man, it must first be found. The search for economically useful mineral deposits is called prospecting. To establish the quality and quantity of a mineral deposit, the type of country rock, etc. means to prove it and this process is called proving. Prospecting and proving are only two different stages of mining geological exploration, the latter includes drilling and driving of openings.

Last century prospectors looked for visible evidence of mineralization on the surface of the Earth. To recognize valuable minerals it was necessary to know their various distinctive physical properties. For example, gold occurs in nature as a heavy malleable yellow metal. -Galena, the most important mineral containing lead, is dark grey, heavy and lustrous. The first ores of iron to be mined were deposits of magnetite, a black heavy mineral capable of attracting a piece of iron.

As the deposits of mineral that cropped out at the surface were mined, the search for additional supplies of minerals took place. The science of geology was used to explain the occurrence of ore deposits.

The aim of geological prospecting is to provide information on a preliminary estimation of the deposit and the costs of the geological investigations to be made. It also indicates whether it is available to continue the exploration or not.

Prospecting work includes three stages: 1) finding signs of the mineral; 2) finding the deposit; 3) exploring the deposit.

General indications of the possibility of exposing this or that mineral in a locality can be obtained by studying its general topographical relief, the type of ground and its general natural conditions. Thus, in mountainous regions where fissures were formed during the process of mountain formation, ore minerals could be expected in the fissure fillings. In hilly regions, sedimentary deposits would be expected.

Certain deposits are found only in a particular type of ground. Coal seams, for example, are found in sedimentary formations mainly consisting of sandstones and shales. Veins, on the other hand,

are found in crystalline (igneous) rocks, and the type of country rock usually determines the type of minerals.

At present, prospecting methods to be used are as follows:

1. Surface geological and mineralogical prospecting such as panning.
2. Geophysical, geochemical, geobotanical prospecting.
3. Aerial photography with geological interpretation of the data to be obtained is highly effective from aircraft or helicopter. Besides, successful development of space research has made it possible to explore the Earth's resources from space by satellites.

In modern prospecting the methods mentioned above are used together with the study of geological maps.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. The search for economically useful mineral deposits is called proving.
2. Last century prospectors looked for visible evidence of mineral deposits.
3. The first ores of iron to be mined were deposits of galena.
4. The science of geology can explain the mode of occurrence of ore deposits.
5. As a rule prospecting includes four stages.
6. The study of general topographical relief and the type of ground makes it possible to expose this or that deposit.
7. Geologists know that certain deposits are only found in a particular type of ground.
8. As is known, veins are found in metamorphic rocks.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What is prospecting?
2. What is proving?
3. How did prospectors find mineral deposits in the 19th century?
4. Does gold occur in nature as a heavy malleable yellow metal or as a heavy dark-grey one?
5. What metal is capable of attracting a piece of iron?
6. What does prospecting work provide?
7. What are the three main stages of prospecting?
8. Is it enough to know only the topographical relief of a locality for exposing this or that mineral?
9. What methods of prospecting do you know?
10. What are the most effective aerial methods of prospecting now?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. country rock	а) залегание рудных месторождений
2. panning	б) блестящий металл
3. the search for commercially useful deposits	в) коренная (основная) порода
4. geological exploration	г) дополнительные запасы минералов
5. to look for evidence of mineralization	д) промывка (золотоносного песка в лотке)
6. distinctive properties	е) геологическая разведка (с попутной добычей)
7. lustrous metal	ж) искать доказательства наличия месторождения
8. capable of attracting a piece of iron	з) отличительные свойства
9. additional supplies of minerals	и) поиски экономически полезных месторождений
10. the occurrence of ore deposits	к) способный притягивать кусок металла

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1.	стоимость геологических исследований	а) the data obtained
2.	выходить на поверхность (обнажаться)	б) galena, sandstones and shales
3.	произвести предварительную оценку (месторождения)	в) the cost of geological investigations
4.	визуальные наблюдения с воздуха	г) to crop out
5.	полученные данные	д) certain ore deposits
6.	галенит, песчаники и сланцы	е) to make a preliminary estimation (of a deposit)
7.	общие показания	ж) visual aerial observations
8.	находить признаки месторождения	з) to find the signs of a deposit
9.	определенные рудные месторождения	и) general indications

№8

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

adit - *n* горизонтальная подземная выработка, штольня

angle - *n* угол

approximate - *a* приблизительный

bit - *n* режущий инструмент; буровая коронка, коронка для алмазного бурения; головка бура, сверло; **carbide bit** армированная коронка, армированный бур; **diamond bit -** алмазная буровая коронка

borehole - *n* скважина, буровая скважина

crosscut - *n* квершлаг

dip - *n* падение *(залежи);* уклон, откос; v падать

enable - v давать возможность или право *(что-л. сделать)*

exploit - v разрабатывать *(месторождение);* эксплуатировать; **exploitation** - *n* разработка; эксплуатация

measure - *n* мера; мерка; критерий; степень; *pl* свита, пласты; v измерять

overburden - *n* покрывающие породы, перекрывающие породы; верхние отложения, наносы; вскрыша

pit - *n* шахта; карьер, разрез; шурф

reliable - *a* надежный; достоверный

rig - *n* буровой станок, буровая вышка; буровая каретка; буровое оборудование

sample - *n* образец; проба; v отбирать образцы; опробовать, испытывать

section - *n* участок, секция, отделение, отрезок, разрез, профиль, поперечное сечение; **geological** ~ геологический разрез *(пород)*

sequence - *n* последовательность; порядок следования; ряд

sink (sank, sunk) - v проходить *(шахтный ствол, вертикальную выработку);* углублять*;* погружать; опускать; **sinking** - *n* проходка *(вертикальных или наклонных выработок);* **shaft sinking -** проходка ствола

slope - *n* наклон; склон; бремсберг; уклон; v клониться, иметь наклон; **sloping -** *a* наклонный; **gently sloping -** с небольшим наклоном

steep - *a* крутой, крутопадающий, наклонный

strike - *n зд.* простирание; v простираться; **across the strike -** вкрест простирания; **along (on) the strike** по простиранию

trench - *n* траншея, канава; котлован; v копать, рыть, шурфовать

to make use (of) использовать, применять

to take into consideration принимать во внимание; *syn* **take into account**

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 8: Exploration of Mineral Deposits

Exploration is known to include a whole complex of investigations carried out for determining the industrial importance of a deposit. The main task is to determine the quality and quantity of mineral and the natural and economic conditions in which it occurs. The exploration of the deposit is divided into three stages, namely preliminary exploration, detailed exploration and exploitation exploration.

The aim of preliminary exploration is to establish the general size of a deposit and to obtain an approximate idea of its shape, dimensions and quality. At this stage the geological map of the deposit is corrected and a detailed survey of its surface is completed.

The information on the preliminary exploration is expected to give an all-round description of the deposit which will enable the cost of its detailed exploration to be estimated.

The following points should be taken into consideration: 1) the shape and area of the deposit; 2) its depth and angles of dip and strike; 3) its thickness; 4) the properties of the surrounding rock and overburden; 5) the degree of uniformity of distribution of the mineral within the deposit and the country rock, etc.

Preliminary explorations can make use of exploratory openings such as trenches, prospecting pits, adits, crosscuts and boreholes. They are planned according to a definite system, and some are driven to a great depth.

All the exploratory workings are plotted on the plan. These data allow the geologist to establish the vertical section of the deposit.

The quality of the mineral deposit is determined on the basis of analyses and tests of samples taken from exploratory workings.

The method of exploration to be chosen in any particular case depends on the thickness of overburden, the angle of dip, the surface relief, the ground water conditions and the shape of the mineral deposit.

The task of the detailed exploration is to obtain reliable information on the mineral reserves, their grades and distribution in the different sectors of the deposit. Detailed exploration data provide a much more exact estimate of the mineral reserves.

Mine or exploitation exploration is known to begin as soon as mining operations start. It provides data for detailed estimates of the ore reserves of individual sections. It facilitates the planning of current production and calculating the balance of reserves and ore mined.

The searching and discovering of new mineralized areas are based on geological survey and regional geophysical prospecting. The results of these investigations provide data on iron-bearing formations and new deposits for commercial extraction.

In detailed exploration both underground workings and borehole survey are used. Core drilling with diamond and carbide bits is widely used. Non-core drilling is also used in loose rocks in combination with borehole geophysical survey.

One of the main methods to explore coal deposits is also core-drilling. Modern drilling equipment makes it possible to accurately measure bed thickness and determine structure of beds, faults and folds. Recording control instruments are attached to drilling rigs which allow the geologists to get reliable samples good for nearly all parameters of coal quality to be determined.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. The purpose of preliminary exploration is to determine the mineral reserves and their distribution in the different sectors of the deposit.
2. The properties of the surrounding rock and overburden should be taken into consideration during the preliminary exploration.
3. The purpose of the detailed exploration is to find out the quantity (reserves) of the deposit.
4. Exploitation exploration facilitates the planning of current production.
5. Both core drilling and non-core drilling are widely used.

6. Recording control instruments allow geologists to get reliable ore samples.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What stages does exploration include?
2. What is the main purpose of preliminary exploration?
3. What should be taken into consideration by geologists during preliminary exploration?
4. What exploratory openings do you know?
5. Do you know how the quality of the mineral deposit is determined?
6. What is the aim of a detailed exploration?
7. Is core drilling used in prospecting for loose rocks?
8. What is drilling equipment used for?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих сочетаний слов:

1. bedded deposits
2. core drilling
3. the angle of dip of the seam
4. the thickness of overburden
5. exploratory workings
6. composition of minerals
7. pits and crosscuts
8. to exploit new oil deposits
9. sampling
10. geological section

а) мощность наносов
б) разрабатывать новые месторождения нефти
в) шурфы и квершлаги
г) пластовые месторождения
д) опробование (отбор) образцов
е) угол падения пласта
ж) колонковое бурение
з) геологический разрез (пород)
и) состав минералов
к) разведочные выработки

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих сочетаний слов:

1. буровые скважины
2. по простиранию пласта
3. равномерность распределения минерала в залежи
4. водоносность пород
5. карбидные и алмазные коронки
6. детальная разведка
7. использовать новые поисковые методы
8. проникать в залежь
9. коренная порода
10. свойства окружающих пород

а) ground water conditions
б) detailed exploration
в) boreholes
г) along the strike of the bed (seam)
д) carbide and diamond bits
е) the uniformity of mineral distribution in the deposit
ж) the properties of surrounding rocks
з) to make use of new prospecting methods
и) country rock
к) to penetrate into the deposit

3. Подготовка к практическим занятиям (запоминание иноязычных лексических единиц и грамматических конструкций)

Грамматические конструкции представлены на стр. 6 – 40.

Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

Семья. Family

родственник relative, relation
родители parents
мать (мама) mother (mom, mum, mama, mamma, mummy, ma)
отец (папа) father (dad, daddy, papa, pa)
жена wife
муж husband
супруг(а) spouse
ребенок, дети child, children
дочь daughter
сын son
сестра sister
брат brother
единственный ребенок only child
близнец twin
близнецы, двойняшки twins
брат-близнец twin brother
сестра-близнец twin sister
однояйцевые близнецы identical twins
тройняшки triplets
бабушка и дедушка grandparents
бабушка grandmother (grandma, granny, grandmamma)
дедушка grandfather (grandpa, granddad, grandpapa, grandad)
внуки grandchildren
внучка granddaughter
внук grandson
прабабушка great-grandmother
прадедушка great-grandfather
прабабушка и прадедушка great-grandparents
правнуки great-grandchildren
тётя aunt
дядя uncle
крестный (отец) godfather
крестная (мать) godmother
отчим, приемный отец stepfather
мачеха, приемная мать stepmother
сводный брат stepbrother
сводная сестра stepsister
брат по одному из родителей half-brother
сестра по одному из родителей half-sister
приемный, усыновленный сын adopted son
приемная, удочеренная дочь adopted daughter
приемный ребенок adopted child
патронатная семья, приемная семья foster family
приемный отец foster father
приемная мать foster mother
приемные родители foster parents

приемный сын foster son
приемная дочь foster daughter
приемный ребенок foster child
неполная семья (с одним родителем) single-parent family
родня the kin, the folks
племянница niece
племянник nephew
двоюродный брат cousin (male)
двоюродная сестра cousin (female)
двоюродный брат (сестра), кузен (кузина) first cousin
троюродный брат (сестра) second cousin
четвероюродный брат (сестра) third cousin
родня со стороны мужа или жены in-laws
свекровь mother-in-law (husband's mother)
свёкор father-in-law (husband's father)
тёща mother-in-law (wife's mother)
тесть father-in-law (wife's father)
невестка, сноха daughter-in-law
зять son-in-law
шурин, свояк, зять, деверь brother-in-law
свояченица, золовка, невестка sister-in-law
семейное положение marital status
холостой, неженатый, незамужняя single
женатый, замужняя married
брак marriage
помолвка engagement
помолвленный, обрученный engaged
развод divorce
разведенный divorced
бывший муж ex-husband
бывшая жена ex-wife
расставшиеся, не разведенные, но не проживающие одной семьей separated
вдова widow
вдовец widower
подружка, невеста girlfriend
друг, парень, ухажер boyfriend
любовник, любовница lover
ухажер, жених, подружка, невеста, обрученный fiance
свадьба wedding
невеста на свадьбе bride
жених на свадьбе (bride)groom
медовый месяц honeymoon

Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

The Ural State Mining University

Mining University – Горный университет; **higher educational institution** - высшее учебное заведение; **to provide** - зд. Предоставлять; **full-time education** - очное образование; **extramural education** - заочное	**scientific research centre** - центр научных исследований; **master of science** - кандидат наук; **capable** – способный; **to take part in** - принимать участие; **graduate** – выпускник; **to dedicate** – посвящать;

образование; **to award** – награждать; **post-graduate courses** – аспирантура;	**to carry out scientific work** - выполнять научную работу;

Faculty of Mining Technology - горно – технологический; **Faculty of Engineering and Economics** - инженерно-экономический; **Institute of World Economics** – Институт мировой экономики; **Faculty of Mining Mechanics** - горно-механический; **Faculty of Civil Protection** – гражданской защиты; **Faculty of City Economy** – городского хозяйства;	**Faculty of Geology & Geophysics** – геологии и геофизики; **Faculty of extramural education** – заочный; **department** – кафедра; **dean** – декан; **to train specialists in** - готовить специалистов; **to consist of** - состоять из; **preparatory** – подготовительный; **additional** – дополнительный; **to offer** – предлагать;

to house - размещать /ся/; **building** – здание; **Rector's office** – ректорат; **Dean's office** – деканат; **department** – кафедра; **library** – библиотека; **reading hall** - читальный зал; **assembly hall** - актовый зал; **layout** - расположение, план; **administrative offices** - административные отделы;	**computation centre** - вычислительный центр; **canteen** – столовая; **to have meals** – питаться; **hostel** – общежитие; **to go in for sports** - заниматься спортом; **wrestling** – борьба; **weight lifting** - тяжелая атлетика; **skiing** - катание на лыжах; **skating** - катание на коньках; **chess** – шахматы;

academic work - учебный процесс; **academic year** - учебный год; **to consist of** - состоять из; **bachelor's degree** - степень бакалавра; **course of studies** - курс обучения; **to last** - длиться; **term** - семестр; **to attend lectures and classes** - посещать лекции и занятия; **period** - пара, 2 – х часовое занятие; **break** - перерыв; **subject** - предмет; **descriptive geometry** - начертательная геометрия;	**general geology** - общая геология; **foreign language** - иностранный язык; **to operate a computer** - работать на компьютере; **to take a test (an exam)** - сдавать зачет, экзамен; **to pass a test (an exam)** - сдать зачет, экзамен; **to fail a test (an exam)** - не сдать зачет, экзамен; **to fail in chemistry** - не сдать химию; **holidays, vacations** - каникулы; **to present graduation paper** - представлять дипломные работы; **for approval** - к защите;

The Faculty of Mining Technology trains specialists in: mine surveying - маркшейдерская съемка; underground mining of mineral deposits - подземная разработка месторождений полезных ископаемых; mine and underground construction - шахтное и подземное строительство; surface mining (open-cut mining) - открытые горные работы; physical processes of mining, oil and gas production - физические процессы горного и нефтегазового производства; placer mining - разработка россыпных месторождений; town cadastre - городской кадастр.

The Institute of World Economics trains specialists in: land improvement, recultivation and soil protection - мелиорация, рекультивация и охрана земель; engineer protection of environment in mining - инженерная защита окружающей среды в горном деле; computer systems of information processing and control - автоматизированные системы обработки информации и управления; economics and management at mining enterprises - экономика и управление на предприятиях горной промышленности.

The Faculty of Mining Mechanics trains specialists in: electromechanical equipment of mining enterprises - электромеханическое оборудование горных предприятий; designing & production of mining, oil and gas machinery - конструирование и производство горных и нефтегазопромысловых машин; technological and service systems of exploitation and maintenance of machines and equipment - технологические и сервисные системы эксплуатации и ремонта машин и оборудования; motorcars and self-propelled mining equipment - автомобили и самоходное горное оборудование; electric drive and automation or industrial units and technological complexes - электопривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов; automation of technological processes and industries - автоматизация технологических процессов и производств; mineral dressing - обогащение полезных ископаемых.

The Faculty of Geology & Geophysics trains specialists in: geophysical methods of prospecting and exploring mineral deposits - геофизические мет оды поисков и разведки месторождений полезных ископаемых; according to some specializations: geoinformatics – геоинформатика; applied geophysics - прикладная геофизика; structural geophysics - структурная геофизика; geological surveying and exploration or mineral deposits - геологическая съемка и поиски МПИ; geology and mineral exploration - геология и разведка МПИ; prospecting and exploration or underground waters and engineering - geological prospecting - поиски и разведка подземных вод и инженерно-геологические изыскания; applied geochemistry, petrology and mineralogy - прикладная геохимия, петро логия и минералогия; drilling technology - технология и техника разведки МПИ.

Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

My town

a building – здание
downtown – деловой центр города
town outskirts – окраина города
a road – дорога
an avenue – проспект
a pavement/a sidewalk - тротуар
a pedestrian – пешеход
a pedestrian crossing – пешеходный переход
traffic lights – светофор
a road sign – дорожный знак
a corner – угол
a school - школа
a kindergarten – детский сад
a university - университет
an institute – институт
an embassy - посольство
a hospital - больница
a shop/a store/a shopping centre/a supermarket – магазин, супермаркет
a department store – универмаг
a shopping mall/centre – торговый центр
a food market – продуктовый рынок
a greengrocery – фруктово-овощной магазин
a chemist's/a pharmacy/a drugstore - аптека

a beauty salon – салон красоты
a hairdressing salon/a hairdresser's - парикмахерская
a dental clinic/a dentist's – стоматологическая клиника
a vet clinic – ветеринарная клиника
a laundry – прачечная
a dry-cleaner's – химчистка
a post-office – почтовое отделение
a bank – банк
a cash machine/a cash dispenser - банкомат
a library – библиотека
a sight/a place of interest - достопримечательность
a museum – музей
a picture gallery – картинная галерея
a park – парк
a fountain – фонтан
a square – площадь
a monument/a statue – памятник/статуя
a river bank – набережная реки
a beach – пляж
a bay - залив
a café – кафе
a restaurant – ресторан
a nightclub – ночной клуб
a zoo - зоопарк
a cinema/a movie theatre - кинотеатр
a theatre – театр
a circus - цирк
a castle - замок
a church – церковь
a cathedral – собор
a mosque - мечеть
a hotel – отель, гостиница
a newsagent's – газетный киоск
a railway station – железнодорожный вокзал
a bus station - автовокзал
a bus stop – автобусная остановка
an underground (metro, subway, tube) station – станция метро
a stadium – стадион
a swimming-pool – плавательный бассейн
a health club/a fitness club/a gym – тренажерный зал, фитнесс клуб
a playground – игровая детская площадка
a plant/a factory – завод/фабрика
a police station – полицейский участок
a gas station/a petrol station – заправочная автостанция, бензоколонка
a car park/a parking lot - автостоянка
an airport - аэропорт
a block of flats – многоквартирный дом
an office block – офисное здание
a skyscraper - небоскреб
a bridge – мост
an arch – арка
a litter bin/a trash can – урна

a public toilet – общественный туалет
a bench - скамья

Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

My speciality

The Earth's Crust and Useful Minerals

cause - v заставлять; вызывать; влиять; причинять; *n* причина, основание; дело; общее дело; *syn* **reason**

clay - *n* глина; глинозем

consolidate - v твердеть, затвердевать, уплотнять(ся); укреплять; *syn* **solidify**

crust - *n* кора; *геол.* земная кора

decay - v гнить, разлагаться; *n* выветривание *(пород);* распад, разложение

derive - v (from) происходить, вести свое происхождение *(от);* наследовать

destroy - v разрушать; уничтожать; **destructive** *a* разрушительный

dissolve v растворять

expose - v выходить *(на поверхность);* обнажаться; **exposure -** *n* обнажение

external - *a* внешний

extrusive - *a* эффузивный, излившийся *(о горной породе)*

force - v заставлять, принуждать; ускорять движение; *n* сила; усилие

glacier - *n* ледник, глетчер

grain - *n* зерно; **angular grains -** угловатые зерна *(минералов);* **grained -** *a* зернистый

gravel - *n* гравий, крупный песок

internal - *a* внутренний

intrusive - *a* интрузивный, плутонический

iron - *n* железо

layer - *n* пласт

like - *a* похожий, подобный; *syn* **similar;** *ant* **unlike;** *adv* подобно

lime - *n* известь; **limestone -** *n* известняк

loose - *a* несвязанный, свободный; рыхлый

make up - v составлять; *n* состав *(вещества)*

particle - *n* частица; включение

peat - *n* торф; торфяник

represent - v представлять собою; означать; быть представителем; **representative** - представитель; **representative -** *a* характерный, типичный

rock – *n* горная порода; **igneous** - изверженная порода; **sedimentary** - осадочная порода

sand - *n* песок

sandstone - *n* песчаник; **fine-grained (medium-grained, coarse-grained)** - мелкозернистый (среднезернистый, грубозернистый) песчаник

sediment - *n* отложение; осадочная порода; **sedimentary -** *a* осадочный; **sedimentation -** *n* образование осадочных пород

schist - *n (кристаллический)* сланец; **schistose -** *a* сланцеватый, слоистый

shale - *n* сланец, сланцевая глина, глинистый сланец; **clay -** глинистый сланец; **combustible …**, **oil …** - горючий сланец

siltstone - *n* алеврит

stratification - *n* напластование, залегание

stratify - v напластовываться; отлагаться пластами; **stratified** *a* пластовый; *syn* **layered, bedded**

substance - *n* вещество, материал; сущность

thickness - *n* толщина, мощность

value - *n* ценность; важность; величина; значение; **valuable -** *a* ценный *(о руде)*

vary - v изменять(ся); отличать(ся); *syn* **differ, change (from); variable -** *a* переменный; непостоянный; **various** *a* различный; *syn* **different**

contain - v содержать *(в себе),* вмещать

crack - *n* трещина; щель; v давать трещину; трескаться, раскалываться

contract - v сжиматься; сокращаться

dust - *n* пыль

expand - v расширяться); увеличивать(ся) в объеме; **expansion** *n* расширение; *ant* **contract**

fissure - *n* трещина *(в породе, угле);* расщелина; щель

fracture - *n* трещина; излом; разрыв; v ломать(ся); раздроблять *(породу)*

freeze - *v* замерзать; замораживать; застывать

gradual - *a* постепенный; **gradually** *adv* постепенно

hard - *a* твердый, жесткий; *ant* **soft;** тяжелый (о *работе); adv* сильно, упорно; **hardly** *adv* едва, с трудом

hole - *n* отверстие; скважина; шпур; шурф

influence - *n* влияние; v **(on, upon)** влиять (не *что-л.)*

lateral - *a* боковой

occur - *v* залегать; случаться; происходить; *syn* **take place, happen; occurrence -** *n* залегание; **mode of occurrence -** условия залегания

penetrate - *v* проникать *(внутрь),* проходить через *(что-л.)*

phenomenon - *n* явление; *pi* **phenomena**

pressure - *n* давление; **lateral pressure** боковое *(горизонтальное)* давление; **rock pressure** горное давление, давление породы

rate - *n* степень, темп; скорость, норма; производительность; сорт; *syn* **speed, velocity**

refer - v (to) ссылаться *(на что-л.);* относиться *(к периоду, классу)*

resist - *v* сопротивляться; противостоять; противодействовать; **resistance** - *n* сопротивление; **resistant -** *a* стойкий; прочный; сопротивляющийся

size - *n* размер; величина; класс *(угля)*

solution – *n* раствор; **soluble -** *a* растворимый; **solvent -** растворитель; *a* растворяющий

succession – *n* последовательность, непрерывный ряд; **in succession** последовательно

undergo (underwent, undergone) - *v* испытывать *(что-л.),* подвергаться *(чему-л.)*

uniform – *a* однородный; одинаковый

weathering - *n* выветривание; эрозия *(воздействию, влиянию и т.д.)*

to be subjected to подвергаться

Rocks of Earth's Crust

abyssal - *a* абиссальный, глубинный; **hypabissal** - *a* гипабиссальный

adjacent - *a* смежный, примыкающий

ash - *n* зола

belt - *n* пояс; лента; ремень

body - *n* тело, вещество; **solid (liquid, gaseous) bodies** твердые (жидкие, газообразные) вещества; породная масса; массив; месторождение; пласты

common - *a* обычный; общий; *syn* **general;** *ant* **uncommon**

cool - v охлаждать(ся); остывать; прохладный; *ant* **heat** нагревать(ся)

dimension - *n* измерение; *pl* размеры; величина; *syn* **measurement, size**

dust - *n* пыль

dyke – *n* дайка

extrusion - *n* вытеснение; выталкивание; *ant* **intrusion** вторжение; *геол.* интрузия *(внедрение в породу изверженной массы)*

fine - *a* тонкий, мелкий; мелкозернистый; высококачественный; тонкий; прекрасный, ясный (о *погоде);* изящный; **fine-graded (fine-grained)** мелкозернистый, тонкозернистый; **fines -** *n pl* мелочь; мелкий уголь

flow - v течь; литься; *n* течение; поток; **flow of lava** поток лавы

fragmentary - *a* обломочный, пластический

glass - *n* стекло; **glassy** - *a* гладкий, зеркальный; стеклянный
gold - *n* золото
inclined - *a* наклонный
mica - *n* слюда
permit - *v* позволять, разрешать; *syn* **allow, let; make possible**
probably - *adv* вероятно; *syn* **perhaps, maybe**
shallow - *a* мелкий; поверхностный; *ant* **deep** глубокий
sill - *n* силь, пластовая интрузия
stock - *n* шток, небольшой батолит
vein - *n* жила, прожилок, пропласток
band - *n* слой; полоса; прослоек *(породы); syn* **layer**
cleave - *v* расщепляться; трескаться, отделяться по кливажу; **cleavage** *n* кливаж
constituent - *n* составная часть, компонент
define - *v* определять, давать определение
distribute - v **(among)** распределять (между); раздавать;
disturb - *v* нарушать; смещать
excess - *n* избыток, излишек; *ant* **deficiency**
flaky - *a* слоистый; похожий на хлопья
fluid - *n* жидкость; жидкая или газообразная среда
foliate - *v* расщепляться на тонкие слои; **foliated -** *a* листоватый, тонкослоистый; *syn* **flaky**
marble - *n* мрамор
mention - *v* упоминать, ссылаться; *n* упоминание
plate - *n* пластина; полоса *(металла)*
pressure - *n* давление; **rock pressure (underground pressure)** горное давление, давление горных пород
relate - *v* относиться; иметь отношение; **related** *a* родственный; **relation -** *n* отношение; **relationship -** *n* родство; свойство; **relative -** *a* относительный; соответственный
run (ran, run) - *v* бегать, двигаться; течь; работать (о *машине);* тянуться, простираться; управлять *(машиной);* вести *(дело, предприятие)*
schistose - *a* сланцеватый; слоистый
sheet - *n* полоса
slate - *n* сланец; *syn* **shale**
split (split) - *v* раскалываться, расщепляться, трескаться; *syn* **cleave**
trace - *n* след; **tracing –** *n* прослеживание
at least по крайней мере
to give an opportunity (of) давать возможность *(кому-л., чему-л.)*
in such a way таким образом

Fossil Fuels

accumulate - v накапливать; скопляться
ancient - *a* древний, старинный; *ant* **modern**
associate - v связывать, соединять, ассоциироваться; *syn* **connect, link**
burn (burnt) - v сжигать; гореть; жечь
charcoal - *n* древесный уголь
convenient - *a* удобный, подходящий
crude - *a* сырой, неочищенный
dig (dug) - v добывать; копать; **digger -** n угольный экскаватор; землеройная машина
divide - v делить; (from) отделять; разделять
evidence - *n* доказательство; очевидность; признак(и)
fossil - *a* окаменелый, ископаемый; *n* ископаемое *(органического происхождения);* окаменелость
heat - v нагревать; *n* теплота
liquid - *a* жидкий; n жидкость; *ant* **solid**

manufacture - *v* изготовлять, производить; *syn* **produce**

mudstone - *n* аргиллит

purpose - *n* цель; намерение; *syn* **aim, goal**

shale - *n* глинистый сланец

the former … the latter - первый *(из вышеупомянутых)* последний *(из двух названных)*

bench - *n* слой, пачка *(пласта)*

blend - v смешивать(ся); вклинивать(ся)

combustion - *n* горение, сгорание; **spontaneous combustion** самовоспламенение, самовозгорание

continuity - *n* непрерывность, неразрывность

domestic - *a* внутренний; отечественный

estimate - v оценивать; *n* оценка; смета

fault - *n* разлом, сдвиг *(породы);* сброс; **faulting** *n* образование разрывов или сбросов

fold - *n* изгиб, складка, флексура; **foulding -** *n* складчатость, смешение *(пласта)* без разрыва

inflame - v воспламеняться; загорать(ся); **inflammable** - *a* воспламеняющийся, горючий, огнеопасный; **flame** - *n* пламя

intermediate - *a* промежуточный; вспомогательный

liable - *a* (to) подверженный; подлежащий *(чему-л.)*

luster - *n* блеск *(угля, металла);* **lustrous -** *a* блестящий

matter - *n* вещество; материя

moisture - *n* влажность, сырость; влага

parting - *n* прослоек

plane - *n* плоскость; **bedding plane** плоскость напластования

rank - *n* класс, тип; **coal rank** группа угля, тип угля

regular - *a* правильный; непрерывный; *ant* **irregular** неправильный; неравномерный; **regularity** *n* непрерывность; правильность

similar - *a* похожий, сходный; подобный; *syn* **alike, the same as**

smelt - v плавить *(руду);* выплавлять *(металл)*

store - v запасать, хранить на складе; вмещать

strata - *n pl от* **stratum** пласты породы; свита *(пластов);* формация, напластования породы; *syn* **measures**

thickness - *n* мощность *(пласта, жилы)*

uniform - *a* однородный; равномерный; **uniformity** *n* однородность; единообразие

utilize - v использовать; *syn* **use, apply, employ**

volatile - *a* летучий, быстро испаряющийся

Prospecting and Exploration

aerial - *a* воздушный; надземный

certain - *a* определенный; некоторый; **certainly** *adv* конечно

cost - (cost) v стоить; *n* цена; стоимость

crop - v (out) обнажать(ся), выходить на поверхность *(о пласте, породе); syn* **expose;** засевать, собирать урожай

dredging - *n* выемка грунта; драгирование

drill - v бурить, сверлить; *n* бурение, сверление; бурильный молоток; **drilling -** *n* бурение, сверление; **core-drilling** колонковое (керновое) бурение

drive (drore, **driven**) - v проходить *(горизонтальную выработку);* приводить в движение; управлять *(машиной); n* горизонтальная выработка; привод; передача

evidence – *n* основание; признак(и); свидетельства

expect - v ожидать; рассчитывать; думать; предлагать

explore - v разведывать месторождение полезного ископаемого с попутной добычей; **exploratory -** *a* разведочный; **exploration -** *n* детальная разведка; разведочные горные работы по месторождению

galena - *n* галенит, свинцовый блеск

indicate - v указывать, показывать; служить признаком; означать

lead - *n* свинец

look for - v искать

open up - v вскрывать *(месторождение);* нарезать *(новую лаву, забой);* **opening -** *n* горная выработка; подготовительная выработка; вскрытие месторождения

panning - *n* промывка *(золотоносного песка в лотке)*

processing - *n* обработка; - **industry** обрабатывающая промышленность

prove - v разведывать *(характер месторождения или залегания);* доказывать; испытывать, пробовать; **proved -** *a* разведанный, достоверный; **proving -** *n* опробование, предварительная разведка

search - v исследовать; (for) искать *(месторождение); n* поиск; *syn* **prospecting**

sign - *n* знак, символ; признак, примета

store - v хранить, накапливать *(о запасах)*

work - v работать; вынимать, извлекать *(уголь, руду);* вырабатывать; **workable -** *a* подходящий для работы, пригодный для разработки, рабочий *(о пласте);* рентабельный; **working -** *n* разработка, горная выработка

adit - *n* горизонтальная подземная выработка, штольня

angle - *n* угол

approximate - *a* приблизительный

bit - *n* режущий инструмент; буровая коронка, коронка для алмазного бурения; головка бура, сверло; **carbide bit** армированная коронка, армированный бур; **diamond bit -** алмазная буровая коронка

borehole - *n* скважина, буровая скважина

crosscut - *n* квершлаг

dip - *n* падение *(залежи);* уклон, откос; v падать

enable - v давать возможность или право *(что-л. сделать)*

exploit - v разрабатывать *(месторождение);* эксплуатировать; **exploitation** - *n* разработка; эксплуатация

measure - *n* мера; мерка; критерий; степень; *pl* свита, пласты; v измерять

overburden - *n* покрывающие породы, перекрывающие породы; верхние отложения, наносы; вскрыша

pit - *n* шахта; карьер, разрез; шурф

reliable - *a* надежный; достоверный

rig - *n* буровой станок, буровая вышка; буровая каретка; буровое оборудование

sample - *n* образец; проба; v отбирать образцы; опробовать, испытывать

section - *n* участок, секция, отделение, отрезок, разрез, профиль, поперечное сечение; **geological** ~ геологический разрез *(пород)*

sequence - *n* последовательность; порядок следования; ряд

sink (sank, sunk) - v проходить *(шахтный ствол, вертикальную выработку);* углублять; погружать; опускать; **sinking** - *n* проходка *(вертикальных или наклонных выработок);* **shaft sinking -** проходка ствола

slope - *n* наклон; склон; бремсберг; уклон; v клониться, иметь наклон; **sloping -** *a* наклонный; **gently sloping -** с небольшим наклоном

steep - *a* крутой, крутопадающий, наклонный

strike - *n зд.* простирание; v простираться; **across the strike -** вкрест простирания; **along (on) the strike** по простиранию

trench - *n* траншея, канава; котлован; v копать, рыть, шурфовать

to make use (of) использовать, применять

to take into consideration принимать во внимание; *syn* **take into account**

General Information on Mining

access - *n* доступ

affect - v воздействовать *(на что-л.);* влиять; *syn* **influence**

barren - *a* непродуктивный; пустой *(о породе)*

chute - *n* скат, спуск; углеспускная выработка; жёлоб

compare - v (with) сравнивать, проводить параллель

contribute - v способствовать, содействовать; делать вклад *(в науку);* **make a (one's) ~ to smth.** сделать вклад во что-л.

cross-section - *n* поперечное сечение, поперечный разрез, профиль

develop - v разрабатывать *(месторождение);* развивать *(добычу);* производить подготовительные работы; **development -** *n* подготовительные работы; развитие добычи; развитие

drift - *n* штрек, горизонтальная выработка

ensure - v обеспечивать, гарантировать; *syn* **guarantee**

face - *n* забой; лава

floor - л почва горной выработки, почва пласта (жилы); **quarry** ~ подошва карьера; пол, настил

govern - v править, управлять; руководить; определять, обусловливать

inclination - *n* уклон, скат, наклон *(пластов);* наклонение; **seam** ~ падение *(пласта);* наклон *(пласта)*

incline - *n* уклон, бремсберг, скат; наклонный ствол; **gravity** ~ бремсберг

inclined - *a* наклонный; **flatly** ~ слабо наклонный; **gently** ~ наклонного падения; **medium** ~ умеренно наклонный *(о пластах);* **steeply** ~ крутопадающий

level - *n* этаж, горизонт, горизонтальная горная выработка; штольня; уровень *(инструмент);* нивелир; ватерпас; горизонтальная поверхность

recover - v извлекать *(целики);* выбирать, очищать; добывать *(уголь и т.п.);* восстанавливать

remove - v удалять; убирать; устранять; перемещать; **removal -** *n* вскрыша; выемка; уборка *(породы);* извлечение *(крепи);* перемещение; **overburden** - удаление вскрыши

rib - *n* ребро; выступ; узкий целик, предохранительный целик; грудь забоя

roof - *n* крыша; кровля выработки; кровля пласта *(или* жилы); перекрытие; ~ **support -** крепление кровли

shaft - *n* шахтный ствол; **auxiliary** ~ вспомогательный ствол; **hoisting** ~ подъемный ствол; главный шахтный ствол

tabular - *a* пластовый (о *месторождении);* пластообразный; плоский; линзообразный; *syn* **bedded, layered**

waste - *n* пустая порода; отходы; *syn* **barren rock**

well - *n* буровая скважина; колодец, источник; водоем; зумф

capital investment - капитальные вложения

gate road - промежуточный штрек

in bulk - навалом, в виде крупных кусков

metal-bearing - содержащий металл

production face/working - очистной забой

productive mining - эксплуатационные работы

in view of - ввиду чего-л., принимая во внимание что-л.

with a view to - с целью

advantage - *n* преимущество; превосходство; выгода; польза; **advantageous** - *a* выгодный; благоприятный, полезный; **to take advantage of smth** воспользоваться чём-л.

caving - *n* обрушение *(кровли);* разработка с обрушением

deliver - v доставлять, подавать; питать; нагнетать; произносить *(речь);* читать *(лекцию)*

entry - *n* штрек; выработка горизонтальная; *pl* подготовительные выработки; нарезные выработки; штреки

giant - *n* гидромонитор

gravity - *n* сила тяжести; вес, тяжесть; **by ~** самотеком, под действием собственного веса

haul - v доставлять; откатывать; подкатывать; перевозить; **haulage** - *n* откатка; доставка; транспортировка *(по горизонтали)*

longwall - *n* лава; выемка лавами; сплошной забой, сплошная или столбовая система разработки; *syn* **continuous mining; ~ advancing on the strike** выемка лавами прямым ходом по простиранию; сплошная система разработки по простиранию; **~ advancing to the rise** сплошная система разработки с выемкой по восстанию; ~ to **the dip** сплошная система разработки с выемкой по падению; ~ **retreating** выемка лавами обратным ходом; столбовая система разработки лавами

lose (lost) - v терять; **loss -** *n* потеря, убыток

pillar - *n* целик; столб; **shaft** ~ околоствольный целик; ~ **method** столбовая система разработки; ~ **mining** выемка целиков

predominate - v преобладать, превалировать; превосходить; господствовать, доминировать

protect - v охранять, защищать

reach - v простираться, доходить до; добиваться, достигать

satisfy - v удовлетворятъ(ся)

shield - *n* щит; ~ **method** щитовой метод проходки, щитовой способ

room - *n* камера; очистная камера; **room-and-pillar method** камерно-столбовая система разработки

stowing - *n* закладка *(выработанного пространства)*

method of working система разработки

the sequence of working the seams - последовательность отработки пластов

goaf — завал; обрушенное пространство

double-ended drum bearer — комбайн с двойным барабаном

to identify — опознавать

appraisal — оценка

susceptibility — чувствительность

concealed — скрытый, не выходящий на поверхность

crusher — дробилка

concentration — обогащение

blending — смешивание; составление шихты

screen — сортировать (обыден. уголь); просеивать

froth floatation — пенная флотация

core drilling — колонковое бурение

to delineate — обрисовывать, описывать

lender — заимодавец

feasibility — возможность

in situ mining — повторная разработка месторождения в массиве

screening — просеивание; грохочение

processing — обработка, разделение минералов

Mining and Environment

break v **(broke**, **broken**) отбивать *(уголь или породу),* обрушивать кровлю; разбивать; ломать; л отбойка, обрушение; **break out** отбивать, производить выемку

(руды .или породы); расширять забой; **breakage** л разрыхление, дробление

drill - *n* бур; .перфоратор; бурильный молоток; сверло; v бурить; car ~ буровая тележка; **mounted** ~ перфоратор на колонке; колонковый бурильный молоток; **drilling -** *n* бурение

dump -*n* отвал *(породы);* склад угля; опрокид; **external** ~ внешний отвал; **internal** ~ внутренний отвал; v сваливать (в *отвал);* разгружать; отваливать; опрокидывать *(вагонетку);*

dumper опрокид; самосвал; отвалообразователь; **dumping** л опрокидывание; опорожнение; опрокид; *syn* **tip**

environment - *n* окружение; окружающая обстановка/среда

explode - v взрывать, подрывать; **explosion** - *n* взрыв; **explosive -** *n* взрывчатое вещество; *a* взрывчатый

friable - *a* рыхлый; хрупкий; рассыпчатый; слабый (о *кровле)*

handle - v перегружать; доставлять; транспортировать; управлять машиной; *n* ручка; рукоять; скоба; **handling** - *n* подача; погрузка; перекидка, доставка; транспортировка; обращение с машиной

heap - v наваливать; нагребать; *n* породный отвал, терриконик; *syn* **spoil ~, waste ~**

hydraulicklng - *n* гидродобыча; гидромеханизированная разработка

load - v нагружать, грузить, наваливать; *n* груз; нагрузка; **loader -** *n* погрузочная машина, навалочная машина, перегружатель; грузчик; **cutter-loader -** комбайн, комбинированная горная машина

lorry - *n* грузовик; платформа; *syn* **truck**

mention - v упоминать

overcasting - *n* перелопачивание *(породы)*

pump - *n* насос; **gravel** ~ песковый насос; **sludge** ~ шламовый насос; v качать; накачивать; откачивать

reclamation - *n* восстановление; осушение; извлечение крепи; ~ **of land** восстановление участка *(после открытых работ)*

sidecastiag - *n* внешнее отвалообразование

site - *n* участок, место; **building** ~ строительная площадка

slice - *n* слой; **slicing -** *n* выемка слоями, разработка слоями

strip - v производить вскрышные работы; разрабатывать; очищать *(лаву);* вынимать породу или руду; *n* полоса; **stripper -** *n* забойщик; вскрышной экскаватор; **stripping -** *n* открытая разработка, открытые горные работы; вскрыша; вскрытие наносов

unit - *n* агрегат; установка; устройство; прибор; узел; секция; деталь; машина; механизм; единица измерения; участок

washery - *n* углемойка; рудомойка; моечный цех

to attract smb's attention привлекать чье-л. внимание

backhoe - *n* обратная лопата

blast - *n* взрыв; v взрывать; дуть; продувать; **blasting** - *n* взрывание; взрывные работы; взрывная отбойка

block out - v нарезать залежь на блоки; нарезать столбы

clearing - *n* выравнивание почвы; планировка грунта

crash - v дробить; разрушать; обрушать(ся)

earth-mover - *n* землеройное оборудование; *syn* **excavator**

excavator - *n* экскаватор; **bucket-wheel** - роторный экскаватор; **multi-bucket** ~ многочерпаковый экскаватор; **single-bucket** - одночерпаковый экскаватор

grab - *n* грейфер, ковш, черпак; экскаватор; v захватывать;

grabbing - погрузка грейфером; захватывание

hoist - *n* подъемное установка (машина); подъемник; лебедка; v поднимать; **hoisting** шахтный подъем

plough - *n* струг

power shovel - *n* механическая лопата; экскаватор типа механической лопаты

range - *n* колебание в определенных пределах

rate - *n* норма; скорость, темп; коэффициент; степень; разрез; сорт; мощность; расход *(воды)*

remote - *a* отдаленный; ~ **control** дистанционное управление

result - v (in) приводить (к); иметь своим результатом; (from) следовать (из), происходить в результате

safety - *n* безопасность; техника безопасности

slope - *n* забой, сплошной забой, очистной забой; v очищать забой, вынимать породу, уголь; *syn* **face; sloping** очистные работы; очистная выемка; **open sloping** выемка с открытым забоем; **shrinkage sloping** выемка системой с магазинированием *(руды)*

support - v крепить; поддерживать; подпирать; *n* стойка; опора; поддержание; крепление; *syn* **timbering; powered roof** - механизированная крепь; **self-advancing powered roof** - передвижная механизированная крепь

1.4 Самостоятельное изучение тем курса (для заочной формы обучения)

Самостоятельное изучение тем курса предполагает изучение тем практических занятий, представленных в разделе 1, 2, 3 данных методических указаний студентами заочной формы обучения в межсессионный период.

1.5 Подготовка к контрольной работе и 1.6 Написание контрольной работы

Для выполнения контрольной работы студентами кафедрой подготовлены *Методические рекомендации и задания к контрольной работе для студентов данной специальности.*

II. Другие виды самостоятельной работы

2.1 Выполнение самостоятельного письменного домашнего задания (Подготовка к ролевой игре, к практико-ориентированным заданиям, опросу)

2.1.1 Подготовка к ролевой игре

Студенты получают ролевые карточки. Им необходимо обдумать свою роль, стратегию своей роли, вопросы и ответы.

Role card 1

Sasha

The worst thing about your house is lack of privacy. You share your room with a younger sister. You think she goes through all your stuff. She asks you ambarrassing questions about boys, makes little nasty comments about you.

Your parents treat you like a baby. Your father is too much interested in your studying and homework. Your mother makes you do the work about the house alone. You are going to leave home as soon as you are old enough.

- Collect all the arguments to explain your attitude to your family.
- Listen to what the members of your family are saying.
- Don't interrupt them.
- Don't forget that both parents and children are to blame in conflict situations.
- Be polite and friendly

Role card 2

Mother

Your daughter has written a letter of complaint to the youth magazine. She is not satisfied with your attitude to her. You have read this letter. You are worried about the situation in the family and have decided to discuss the problems with a family therapist.

- Say why you have invited the therapist
- Try to explain Sasha's attitude to you and the whole family.
- Think of your questions to Sasha
- Be objective to her problems – you might have never taken them seriously!
- Try to analyse the situation, don't criticize Sasha

- Follow the therapist's advice
- Be polite and friendly

Role card 3

Father

Your daughter is complaining that you treat her like a baby. You don't let her out at night during the week. You always ask her about the boys. You don't believe her when she says she doesn't have any homework to do. Your wife has invited a family therapist to discuss the problems of your family.

- Say what your attitude to the problem is
- Try to explain Sasha's attitude to you and the whole family.
- Think of your questions to Sasha
- Be objective to her problems – you might have never taken them seriously!
- Try to analyse the situation, don't criticize Sasha
- Follow the therapist's advice
- Be polite and friendly

Role card 4

Sister

Sasha is complaining that you don't help her with the work about the house. She also says that she can't keep anything secret in her room, you go through all her stuff. She is irritated by your behaviour. She is going to leave your home as soon as she is old enough.

- Say what your attitude to the problem is
- Try to explain Sasha's attitude to you and the whole family.
- Think of your questions to Sasha
- Be objective to her problems – you might have never taken them seriously!
- Try to analyse the situation, don't criticize Sasha
- Follow the therapist's advice
- Be polite and friendly

Role card 5

Family therapist

- Encourage all the members of the family to speak
- Take notes
- Ask questions
- Summarize what you have heard from all the members of the family
- Try to analyse the situation in a short report

2.1.2 Подготовка к практико-ориентированному заданию

Подготовьте устные высказывания по темам:

1. From the history of the Ural State Mining University.
2. Faculties and specialities of the University.
3. The layout of the Ural State Mining University.
4. Student's academic work.

Подготовьте письменные ответы на вопросы:

1. Where do you study?
2. What faculty do you study at?
3. How many faculties are there at the Ural State Mining University?
4. What year are you in?
5. What is your future speciality?
6. What specialities are there at your faculty?
7. When did you enter the University?

8. When was the Sverdlovsk Mining Institute founded?
9. When was it reorganized into the University?
10. In how many buildings is the Ural State Mining University housed?
11. In what building is your faculty housed?
12. Who is the dean of your faculty?
13. What books do you take from the library?
14. Where do you live?
15. Where do you usually have your meals?
16. How long does the course of studies for a bachelor's degree last?
17. How long do the students study for a Diplomate Engineer's course and a Magister's degree?
18. What subjects do you study this term?
19. What lectures and practical classes do you like to attend?
20. Where do the students have their practical work?
21. When do the students present their graduation papers for approval?
22. What graduates can enter the post-graduate courses?
23. What kind of sport do yon like?
24. Where do you go in for sports?

2.1.3 Подготовка к опросу

Ответьте на вопросы на иностранном языке:

1. What specialities does the geological faculty train geologic engineers in?
2. What problems does Geology study?
3. What branches is Geology divided into?
4. What does Economic Geology deal with?
5. What does mineralogy investigate?
6. What does paleontology deal with?
7. What is the practical importance of Geology?
8. Where do graduates of the geological faculty of the Mining University work?
9. What is your future speciality?
10. What kind of work do geologists-prospectors conduct?
11. What do geologists explore during the early stages of geological exploration?
12. What work do geologists conduct while working in. the field?
13. When do geologists start exploratory work?
14. What is the purpose of the exploratory work?
15. How is exploratory work conducted?
16. What contribution do geologists make to the development of the National Economy of our country?
17. What does hydrogeology deal with?
18. Where are ground waters used?
19. Where is thermal (hot) water used?
20. What must hydrogeologists do with ground waters which complicate construction work or mineral extraction?

2.2 Дополнительное чтение профессионально ориентированных текстов и выполнение заданий на проверку понимания прочитанного (по 2 текста на тему)

Text 1: A.M. Terpigorev (1873-1959)

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

to defend graduation paper (thesis) - защищать дипломную работу (диссертацию)

to pass an entrance examination - сдать вступительный экзамен

to get a higher education - получить высшее образование

to do one's best (one's utmost, all one can, everything in one's power) - сделать все возможное, не жалеть сил

to make contribution (to) - вносить вклад в *(науку, технику* и т.д.)

choose (chose, **chosen**) - v выбирать; **choice -** *n* выбор

collect - v собирать, коллекционировать

dangerous - *a* опасный

deposit - *n* месторождение, залежь; **bedded deposits -** пластовые месторождения

describe - v описывать, изображать; **description -** *n* описание; **descriptive -** *a* описательный

facility - *n (pl* **facilities)** средства; возможности; оборудование; устройства

fire damp - *n* рудничный газ, метан

harm - *n* вред; *v* вредить; **harmful -** *a* вредный

relate - v относиться, иметь отношение

safety - *n* безопасность; **mine safety** безопасность труда при горных работах; техника безопасности; **safety measures** меры безопасности; **safe -** *a* безопасный; надежный

seam - *n* пласт *(угля); syn* **bed, layer; flat seam** горизонтальный, пологопадающий пласт; **inclined seam** наклонный пласт; **steep seam** крутопадающий пласт; **thick seam** мощный пласт; **thin seam** тонкий пласт

state - *n* состояние; государство; штат; *a* государственный; v заявлять; констатировать; излагать

success - *v* успех; удача; **be a success** иметь успех; **successful** *a* успешный

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

Academician A.M. Terpigorev is a well-known mining engineer who successfully combined his practical experience with scientific research. He was bom in 1873 in Tambov. In 1892 he finished school with honours1 and decided to get a higher education. He chose the Mining Institute in St. Petersburg, passed all the entrance examinations successfully and became a student of the Mining Institute.

At the Institute he studied the full range of subjects2 relating to metallurgy, mining and mining mechanics.

At that time students' specialization was based on descriptive courses and elementary practical training. One of the best lecturers was A. P. Karpinsky. His lectures on historical geology were very popular.

During his practical training Terpigorev visited mines and saw that the miners' work was very difficult. While he was working in the Donbas he collected material for his graduation paper which he soon defended. The Mining of flat seams in the Donbas was carefully studied and described in it.

In 1897 Terpigorev graduated from the Institute with a first-class diploma of a mining engineer.

His first job as a mining engineer was at the Sulin mines where he worked for more than three years first as Assistant Manager and later as Manager.

From 1900 till 1922 Terpigorev worked at the Yekaterinoslav Mining Institute (now the Mining Institute in Dnepropetrovsk).

In 1922 he accepted an offer to take charge of the mining chair at the Moscow Mining Academy and moved to Moscow. From 1930 he headed the chairs5 of Mining Transport and Mining of Bedded Deposits at the Moscow Mining Institute.

Academician Terpigorev took a particular interest in mine safety. As a result of his investigations a series of safety measures in gassy collieries was worked out. For some time he was working on the problem of fire damp, the most harmful and dangerous of all the gases in mines.

His two-volume work Coal Mining and Mine Transport Facilities is a full description of the state of mechanization and the economy of the Donbas. His other works are about mining transport facilities, mechanization of coal mining and mining machinery. He is one of the pioneers in scientific methods of coal gasification.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. After school Terpigorev decided to work in a mine.
2. Terpigorev collected material for his graduation paper which dealt with mining thick seams in the Donbas.
3. For more than three years Terpigorev worked at the Sulin mines.
4. In 1922 Terpigorev accepted an offer to take charge of the mining chair at the Moscow Mining Institute.
5. He investigated the problems of mine safety.
6. He was one of the first to work on the problem of gasification of coal.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. When and where was Terpigorev born?
2. What institute did he graduate from?
3. What material did he collect while he was working in the Donbas?
4. Where did Terpigorev work from 1900 till 1922?
5. At what institute did Terpigorev head the chair of Mining Bedded Deposits?
6. What did Terpigorev take a particular interest in?
7. What works by Terpigorev do you know?
8. What problems do Terpigorev's works deal with?
9. What was the result of his investigations on mine safety?

3. Переведите следующие сочетания слов.

а) охрана труда в шахтах
б) подтверждать
в) добыча угля
г) эксплуатация месторождений
д) метан
е) принять предложение
ж) выполнить задачу, задание
з) горизонтальный пласт
и) собирать материал

1. поступить в институт
2. решать важные проблемы
3. выдающиеся исследователи
4. успешно провести эксперименты
5. выбрать профессию
6. описательный курс
7. происхождение железной руды
8. начальник шахты
9. мероприятия по охране труда

Text 2: A.P. Karpinsky (1847-1936)

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

abroad - *adv* за рубежом
confirm - v подтверждать; утверждать
consider - v считать, полагать, рассматривать
contribute - v вносить вклад; **contribution** вклад
crust - *n* земная кора
detailed - a подробный, детальный
elect - v избирать, выбирать *(голосованием);* назначать *(на должность)*
embrace - v охватывать; обнимать
entire - *a* весь, целый; полный; *syn* **whole**
exist – *v* существовать, быть, жить
foreign - *a* иностранный
former - *a* прежний

investigate - v исследовать; изучать

prominent - *a* знаменитый, выдающийся, известный; *syn* **remarkable, outstanding**

regularity - *n* закономерность

significant - *a* значительный; **significance -** *n* значение, важность; **exhaust the significance** исчерпывать значение

society – *n* общество

staff - *n* персонал; личный состав; штат

various - *a* различный, разный, разнообразный

to advance the view - высказывать мнение *(точку зрения)*

to be interested in - быть заинтересованным *(чём-л.),* интересоваться

to take (an) interest in - заинтересоваться *(чём-л.)*

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

V.A. Obruchev, I.M. Gubkin, A.Y. Fersman, V.I. Vernadsky and A. P. Karpinsky were the prominent Russian scientists who laid the foundation1 of the Russian school of geology and mining.

An entire epoch in the history of Russian geology is connected with Karpinsky's name. One of the greatest Russian geologists, he was a member and for some time President of the Academy of Sciences of the former USSR and a member of several Academies abroad. The Geological Society of London elected him a foreign member in 1901. His greatest contribution to geology was a new detailed geological map of the European part of Russia and the Urals.

For many years he headed the Russian Geological Committee the staff of which was made up of his pupils. He was one of those geologists who embraced the whole of geological science. He created the new stratigraphy of Russia. He studied the geological systems in various regions of the country and was the first to establish3 the regularity of the Earth's crust movement. His paleontological studies are of no less importance, especially those on palaeozoic ammonoids. He also took an interest in deposits of useful minerals and gave a classification of volcanic rocks. He advanced the view that petroleum deposits existed in Russian, which was confirmed later. He studied some ore and platinum deposits and may be justly considered5 the founder of practical geology of the Urals. He was the first Russian scientist who introduced microscope in the study of petrographic slides.

Karpinsky was a prominent scientist, an excellent man and citizen. He was one of the best lecturers at the Mining Institute in his time. He was also one of the greatest Russian scientists who later became the first elected President of the Academy of Sciences of the USSR. Students were attracted to him not only because he was a great scientist but also because of his charming personality and gentle manner.

Every geologist and every geology student knows very well Karpinsky's most significant work An Outline of the Physical and Geographical Conditions in European Russia in Past Geological Periods.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. Karpinsky was the first President of the Academy of Sciences.
2. He worked at the Mining Institute in St.Petersburg.
3. Karpinsky was a member of many Academies abroad.
4. Karpinsky made up a detailed map of the Asian part of our country.
5. He headed the Russian Geological Committee.
6. Karpinsky created a new branch of geology, namely stratigraphy.
7. He only tried to establish the regularity of the Earth's crust movement.
8. Karpinsky may be justly considered the founder of the practical geology of the Urals.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What society elected Karpinsky a foreign member and when?
2. Did he head the Russian Geological Committee or was he a member of that Committee?

3. Did Karpinsky investigate various regions of the Russian territory?
4. Which of his works are the most remarkable?
5. What can you say about Karpinsky's investigations in petrology?

3. Переведите следующие сочетания слов.

а) земная кора
б) составить подробную карту
в) замечательные работы
г) выдающийся ученый
д) залежи полезных ископаемых
е) научное общество
ж) избирать председателя (президента)
з) заложить основы школы
и) интересоваться геологией
к) высказать точку зрения
л) возглавлять комитет

Text 3: Sedimentary Rocks

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

cause - v заставлять; вызывать; влиять; причинять; *n* причина, основание; дело; общее дело; *syn* **reason**
clay - *n* глина; глинозем
consolidate - v твердеть, затвердевать, уплотнять(ся); укреплять; *syn* **solidify**
crust - *n* кора; *геол.* земная кора
decay - v гнить, разлагаться; *n* выветривание *(пород);* распад, разложение
derive - v (from) происходить, вести свое происхождение *(от);* наследовать
destroy - v разрушать; уничтожать; **destructive** *a* разрушительный
dissolve v растворять
expose - v выходить *(на поверхность);* обнажаться; **exposure -** *n* обнажение
external - *a* внешний
extrusive - *a* эффузивный, излившийся *(о горной породе)*
force - v заставлять, принуждать; ускорять движение; *n* сила; усилие
glacier - *n* ледник, глетчер
grain - *n* зерно; **angular grains -** угловатые зерна *(минералов);* **grained -** *a* зернистый
gravel - *n* гравий, крупный песок
internal - *a* внутренний
intrusive - *a* интрузивный, плутонический
iron - *n* железо
layer - *n* пласт
like - *a* похожий, подобный; *syn* **similar;** *ant* **unlike;** *adv* подобно
lime - *n* известь; **limestone -** *n* известняк
loose - *a* несвязанный, свободный; рыхлый
make up - v составлять; *n* состав *(вещества)*
particle - *n* частица; включение
peat - *n* торф; торфяник
represent - v представлять собою; означать; быть представителем; **representative** - представитель; **representative -** *a* характерный, типичный
rock – *n* горная порода; **igneous** - изверженная порода; **sedimentary** - осадочная порода
sand - *n* песок
sandstone - *n* песчаник; **fine-grained (medium-grained, coarse-grained)** - мелкозернистый (среднезернистый, грубозернистый) песчаник
sediment - *n* отложение; осадочная порода; **sedimentary -** *a* осадочный; **sedimentation -** *n* образование осадочных пород

schist - *n (кристаллический)* сланец; **schistose -** *a* сланцеватый, слоистый
shale - *n* сланец, сланцевая глина, глинистый сланец; **clay -** глинистый сланец; **combustible …, oil …** - горючий сланец
siltstone - *n* алеврит
stratification - *n* напластование, залегание
stratify - v напластовываться; отлагаться пластами; **stratified** *a* пластовый; *syn* **layered, bedded**
substance - *n* вещество, материал; сущность
thickness - *n* толщина, мощность
value - *n* ценность; важность; величина; значение; **valuable -** *a* ценный *(о руде)*
vary - v изменять(ся); отличать(ся); *syn* **differ, change (from); variable -** *a* переменный; непостоянный; **various** *a* различный; *syn* **different**

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

The rocks of the Earth's crust are divided into three main groups: sedimentary rocks, which consist of fragments or particles of pre-existing rocks; igneous rocks which have solidified from magma and metamorphic rocks. Metamorphic rocks have been derived from either igneous or sedimentary rocks.

Sedimentary rocks represent one of the three major groups of rocks that make up the crust of the Earth. Most sedimentary rocks have originated by sedimentation. They are layered or stratified. Thus, stratification is the most important characteristic of sediments and sedimentary rocks. It is necessary to note that the processes which lead to the formation of sedimentary rocks are going on around us.

Sediments are formed at or very near the surface of the Earth by the action of heat, water (rivers, glaciers, seas and lakes) and organisms.

It should be noted that 95 per cent of the Earth's crust is made up of igneous rocks and that only 5 per cent is sedimentary. In contrast, the amount of sedimentary rocks on the Earth's surface is three times that of igneous rocks.

Strictly speaking, sedimentary rocks form a very small proportion by volume of the rocks of the Earth's crust. On the contrary, about three quarters of the Earth's surface is occupied by sedimentary rocks. It means that most of sedimentary rocks are formed by sediments, accumulations of solid material on the Earth's surface.

The thickness of the layers of sedimentary rocks can vary greatly from place to place. They can be formed by the mechanical action of water, wind, frost and organic decay. Such sediments as gravel, sand and clay can be transformed into conglomerates, sandstones and clay schists as a result of the accumulation of materials achieved by the destructive mechanical action of water and wind.

Mechanical sediments can be unconsolidated and consolidated. For example, gravel, sand and clay form the group of unconsolidated mechanical sediments, because they consist of loose uncemented particles (grains).

On the Earth's surface we also find consolidated rocks, which are very similar to the loose sediments whose particles are firmly cemented to one another by some substance. The usual cementing substances are sand, clay, calcium carbonate and others. Thus sandstones are consolidated rocks composed of round or angular sand grains, more or less firmly consolidated. Like sand, sandstones can be divided into fine-grained, medium-grained and coarse-grained.

On the other hand, chemical sediments are the result of deposits or accumulations of substances achieved by the destructive chemical action of water. The minerals such as rock salt, gypsum and others are formed through sedimentation of mineral substances that are dissolved in water.

Sediments can also be formed by the decay of the remains of organisms, by the accumulation of plant relics.1 They are called organic sediments. Limestones, peat, coal, mineral oil and other sediments may serve as an example of organic sediments.

The most principal kinds of sedimentary rocks are conglomerate, sandstone, siltstone, shale, limestone and dolomite. Many other kinds with large practical value include common salt, gypsum, phosphate, iron oxide and coal.

As is known, water, wind and organisms are called external forces, because their action depends on the energy which our planet receives from the Sun.

1). Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. The rocks of the Earth's crust are divided into two main groups.
2. Igneous rocks are composed of particles of pre-existing rocks.
3. Sedimentary rocks are stratified.
4. Sediments are formed by the action of glaciers.
5. Igneous rocks make up 75 per cent of exposed rocks.
6. Conglomerates are formed as a result of the accumulation of materials caused by the destructive mechanical action of water.
7. Sandstones are consolidated rocks.
8. Clays are unconsolidated mechanical sediments.
9. Chemical sediments are formed by the destructive chemical action of water.
10. Peat and coal are the organic sediments which are of great practical value.
11. Clay schist was formed at the beginning of the sedimentation period and clay was formed later.

2). Ответьте на вопросы:

1. What main groups of rocks do you know?
2. Do sedimentary rocks consist of particles of pre-existing rocks?
3. How were igneous rocks formed?
4. Do you know how sedimentary rocks have originated?
5. What is the most important characteristic feature of sediments?
6. Do sedimentary rocks account for 10 per cent of the Earth's crust?
7. Is gravel consolidated mechanical sediment? And what about sand and clay?
8. What are cementing substances? Can calcium carbonate be used as a cementing substance?
9. Are there only fine-grained sandstones?
10. What can you say about chemical sediments?
11. Can you give an example of organic sediments? How are they formed?

3) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов.

1.	земная кора	а) sandstone
2.	растворяться в воде	б) fine-grained sand
3.	песчаник	в) the Earth's crust
4.	уплотненные осадки	г) exposed rocks
5.	изверженные породы	д) to dissolve in water
6.	мелкозернистый песок	е) like gypsum
7.	затвердевать	ж) consolidated sediments
8.	подобно гипсу	з) igneous rocks
9.	обнаженные породы	и) to solidify, to consolidate

б) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих сочетаний слов.

1.	coarse-grained sand	а) разрушительная сила воды
2.	siltstone and shale	б) пластовые месторождения
3.	the destructive action of water	в) доледниковый период

4.	existing rocks	г) крупнозернистый (грубо- зернистый) песок
5.	chemical decay	д) частицы вещества
6.	sedimentary rocks	е) алеврит и сланец
7.	stratified deposits	ж) существующие породы
8.	pre-glacial period	з) осадочные породы
9.	particles of a substance	и) химический распад

Text 4: Weathering of Rocks

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

contain - v содержать *(в себе),* вмещать
crack - *n* трещина; щель; v давать трещину; трескаться, раскалываться
contract - v сжиматься; сокращаться
dust - *n* пыль
expand - v расширяться); увеличивать(ся) в объеме; **expansion** *n* расширение; *ant* **contract**
fissure - *n* трещина *(в породе, угле);* расщелина; щель
fracture - *n* трещина; излом; разрыв; v ломать(ся); раздроблять *(породу)*
freeze - *v* замерзать; замораживать; застывать
gradual - *a* постепенный; **gradually** *adv* постепенно
hard - *a* твердый, жесткий; *ant* **soft;** тяжелый (о *работе); adv* сильно, упорно; **hardly** *adv* едва, с трудом
hole - *n* отверстие; скважина; шпур; шурф
influence - *n* влияние; v **(on, upon)** влиять (не *что-л.)*
lateral - *a* боковой
occur - *v* залегать; случаться; происходить; *syn* **take place, happen; occurrence -** *n* залегание; **mode of occurrence -** условия залегания
penetrate - *v* проникать *(внутрь),* проходить через *(что-л.)*
phenomenon - *n* явление; *pi* **phenomena**
pressure - *n* давление; **lateral pressure** боковое *(горизонтальное)* давление; **rock pressure** горное давление, давление породы
rate - *n* степень, темп; скорость, норма; производительность; сорт; *syn* **speed, velocity**
refer - v (to) ссылаться *(на что-л.);* относиться *(к периоду, классу)*
resist - *v* сопротивляться; противостоять; противодействовать; **resistance** - *n* сопротивление; **resistant -** *a* стойкий; прочный; сопротивляющийся
size - *n* размер; величина; класс *(угля)*
solution – *n* раствор; **soluble -** *a* растворимый; **solvent -** растворитель; *a* растворяющий
succession – *n* последовательность, непрерывный ряд; **in succession** последовательно
undergo (underwent, undergone) - *v* испытывать *(что-л.),* подвергаться *(чему-л.)*
uniform – *a* однородный; одинаковый
weathering - *n* выветривание; эрозия *(воздействию, влиянию и т.д.)*
to be subjected to подвергаться

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

All rocks which are exposed on the Earth's surface (high mountain peaks, deserts) are decomposed to a certain degree. The process of rock disintegration by the direct influence of local atmospheric conditions on the Earth's surface is called weathering. This phenomenon is often referred to in geology because weathering is an active process. It takes place in the upper layers of the Earth's crust.

The main cause of physical weathering is the change in temperature that takes place with the succession of day and night. This phenomenon can best be observed in the deserts and high mountains where the changes in temperature are common.

During the day under the influence of heat, rocks expand whereas at night they begin to contract. As rocks are generally composed of different minerals, their expansion and contraction do not occur uniformly. As a result of this rocks crack. At the beginning these cracks or fissures are hardly noticeable but gradually they become wider and deeper until the whole surface of rock is finally transformed into gravel, sand or dust.

In the regions of a moderate or cold climate, where the temperature in winter goes down to below 0 (zero), the decomposition of rocks is greatly facilitated by the action of water. When water freezes it increases in volume and develops enormous lateral pressure. Under the action of water, rocks decompose to pieces of varied forms and sizes.

The decomposition of rocks under the direct influence of heat and cold is called physical weathering.

Rocks are subjected not only to physical decomposition but also to chemical weathering, i.e. to the action of chemical agents, such as water, carbon dioxide and oxygen. In a general way, chemical weathering is an acid attack on the rocks of the Earth's crust, in particular an attack on the most abundant minerals — quartz (sand) and aluminosilicates (clays). Only few minerals and rocks are resistant to the action of natural waters. The solvent action of water is stronger when it contains carbon dioxide. Water causes more complex and varied changes. With the participation of oxygen and carbon dioxide up to 90 per cent of rocks is transformed into soluble minerals, which are carried away by the waters.

Organisms and plants also take part in the disintegration of rocks. Certain marine organisms accelerate the destruction of rocks by making holes in them to live in. The action of plants can often be even more destructive. Their roots penetrate into the fissures of rocks and develop the lateral pressure which fractures and destroys rocks.

1. Укажите, какие предложены соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. The process of sedimentation is called weathering.
2. The change in temperature causes physical weathering.
3. As a rule during the night rocks expand.
4. When freezing water decreases in volume and develops enormous lateral pressure.
5. The decomposition of rocks is due to the influence of heat and cold.
6. As a rule water contains dissolved mineral substances.
7. The solvent action of water is stronger when it does not contain carbon dioxide.
8. It should be noticed that the action of organisms and plants is destructive.
9. Certain marine organisms accelerate the destruction of rocks.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What process is called weathering?
2. What process is called physical weathering?
3. Where can the phenomenon of physical weathering be best observed?
4. What process is called chemical weathering?
5. What substances can act as solvents?
6. Are all minerals and rocks resistant to the action of natural waters or only few minerals and rocks can resist the action of water?
7. How do organisms act on the destruction of rocks?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. the Earth's surface
2. to be composed of different minerals
3. the expansion of rocks
4. changes in temperature

5. under the influence of heat
6. weathering
7. destructive forces
8. a great number of fractures
9. to penetrate into fissures

а) под влиянием тепла
б) разрушительные силы
в) выветривание
г) большое количество трещин
д) состоять из различных минералов
е) расширение пород
ж) проникать в трещины
з) изменения температуры
и) поверхность земли

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. увеличиваться в объеме
2. развивать боковое давление
3. способствовать разрушению пород
4. подвергаться гниению
5. растворять вещества
6. сопротивляться (чему-л.)
7. некоторые органические вещества
8. ускорять процесс выветривания
9. куски породы различных размеров

а) to facilitate the decomposition of rocks
б) to increase in volume
в) to resist (smth)
г) rock pieces of varied (different) sizes
д) to accelerate the process of weathering
е) to be subjected to decay
ж) to dissolve substances
з) to develop lateral pressure
и) certain organic substances

Text 5: Fossil Fuels

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

accumulate - v накапливать; скопляться
ancient - *a* древний, старинный; *ant* **modern**
associate - v связывать, соединять, ассоциироваться; *syn* **connect, link**
burn (burnt) - v сжигать; гореть; жечь
charcoal - *n* древесный уголь
convenient - *a* удобный, подходящий
crude - *a* сырой, неочищенный
dig (dug) - v добывать; копать; **digger -** n угольный экскаватор; землеройная машина
divide - v делить; (from) отделять; разделять
evidence - *n* доказательство; очевидность; признак(и)
fossil - *a* окаменелый, ископаемый; *n* ископаемое *(органического происхождения);* окаменелость
heat - v нагревать; *n* теплота
liquid - *a* жидкий; n жидкость; *ant* **solid**

manufacture - *v* изготовлять, производить; *syn* **produce**
mudstone - *n* аргиллит
purpose - *n* цель; намерение; *syn* **aim, goal**
shale - *n* глинистый сланец
the former … the latter - первый *(из вышеупомянутых)* последний *(из двух названных)*

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

The chief sources of energy available to man today are oil, natural gas, coal, water power and atomic energy. Coal, gas and oil represent energy that has been concentrated by the decay of organic materials (plants and animals) accumulated in the geologic past. These fuels-are often referred to as fossil fuels.

The word fossil (derived from the Latin fodere "to dig up") originally referred to anything that was dug from the ground, particularly a mineral. Today the term fossil generally means any direct evidence of past life, for example, the footprints of ancient animals. Fossils are usually found in sedimentary rocks, although sometimes they may be found in igneous and metamorphic rocks as well. They are most abundant in mudstone, shale and limestone, but fossils are also found in sandstone, dolomite and conglomerate.

Most fuels are carbon-containing substances that are burned in air. In burning fuels give off heat which is used for different purposes.

Fuels may be solid, liquid and gaseous. Solid fuels may be divided into two main groups, natural and manufactured. The former category includes coal, wood, peat and other plant products. The latter category includes coke and charcoal obtained by heating coal in the absence of air.

Liquid fuels are derived almost from petroleum. In general, natural petroleum, or crude oil, as it is widely known, is the basis of practically all industrial fuels. Petroleum is a mixture of hundreds of different hydrocarbons — compounds composed of hydrogen and carbon — together with the small amount of other elements such as sulphur, oxygen and nitrogen. Petroleum is usually associated with water and natural gas. It is found in porous sedimentary rocks where the geological formation allowed the oil to collect from a wide area. Petroleum is one of the most efficient fuels and raw materials.

Of gaseous fuels the most important are those derived from natural gas, chiefly methane or petroleum. Using gaseous fuels makes it possible to obtain high thermal efficiency, ease of distribution and control. Gas is the most economical and convenient type of fuels. Today gas is widely utilized in the home and as a raw material for producing synthetics.

Scientists consider that a most promising source of natural resources may be the floor of the sea, a subject which now has become an important field of research.

Generally speaking, all types of fossil fuels described in the text are of great economic importance as they represent the sources of energy the man uses today.

1. Укажете, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. Coal, water power and atomic energy are the only sources of energy available to man today.
2. Coal, wood and peat represent natural group of solid fuels.
3. As a rule fossil fuels are found in sedimentary rocks.
4. Crude oil is widely used for producing solid fuels.
5. Petroleum can be found in porous sedimentary rocks.
6. Gas is used to produce synthetic materials.
7. Not all types of fossil fuels burn.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What fuels are often referred to as fossil fuels?
2. What does the word fossil mean?
3. What rocks are most abundant hi fossil fuels?

4. What types of fossil fuels do you know?
5. Is coke a natural or manufactured solid fuel? And what can you say about coal and peat?
6. How are coke and charcoal produced?
7. What rocks is petroleum usually associated with?
8. What are the advantages of gaseous fuels?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов сочетаний слов.

1.	fossil fuel	а) дерево и торф
2.	raw material	б) небольшое количество аргиллита
3.	crude oil	в) органическое топливо
4.	the chief sources of energy	г) сланец и известняк
5.	to refer to	д) сырье
6.	any direct or indirect evidence of the deposit	е) материалы, содержащие углерод
7.	shale and limestone	ж) главные источники энергии
8.	carbon-containing materials	з) любые прямые или косвенные признаки месторождения
9.	wood and peat	и) сырая (неочищенная) нефть
10.	the small amount of mudstone	к) относиться к (чему-л.); ссылаться на (что-л.)

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов.

1.	древесный уголь и кокс	а) to collect data
2.	жидкое топливо	б) charcoal and coke
3.	накапливать	в) to be composed of limestones
4.	собирать данные	г) liquid fuel
5.	происходить от	д) to accumulate
6.	получать хорошие результаты	е) to derive from
7.	богатый горючими сланцами	ж) to obtain good results
8.	состоять из известняков	з) abundant in oil shales

Text 6: Coal and Its Classification

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

bench - *n* слой, пачка *(пласта)*
blend - v смешивать(ся); вклинивать(ся)
combustion - *n* горение, сгорание; **spontaneous combustion** самовоспламенение, самовозгорание
continuity - *n* непрерывность, неразрывность
domestic - *a* внутренний; отечественный
estimate - v оценивать; *n* оценка; смета
fault - *n* разлом, сдвиг *(породы);* сброс; **faulting** *n* образование разрывов или сбросов
fold - *n* изгиб, складка, флексура; **foulding -** *n* складчатость, смешение *(пласта)* без разрыва
inflame - v воспламеняться; загорать(ся); **inflammable** - *a* воспламеняющийся, горючий, огнеопасный; **flame** - *n* пламя
intermediate - *a* промежуточный; вспомогательный
liable - *a* (to) подверженный; подлежащий *(чему-л.)*
luster - *n* блеск *(угля, металла);* **lustrous -** *a* блестящий
matter - *n* вещество; материя
moisture - *n* влажность, сырость; влага
parting - *n* прослоек
plane - *n* плоскость; **bedding plane** плоскость напластования
rank - *n* класс, тип; **coal rank** группа угля, тип угля
regular - *a* правильный; непрерывный; *ant* **irregular** неправильный; неравномерный; **regularity** *n* непрерывность; правильность

similar - *a* похожий, сходный; подобный; *syn* **alike, the same as**
smelt - v плавить *(руду);* выплавлять *(металл)*
store - v запасать, хранить на складе; вмещать
strata - *n pl от* **stratum** пласты породы; свита *(пластов);* формация, напластования породы; *syn* **measures**
thickness - *n* мощность *(пласта, жилы)*
uniform - *a* однородный; равномерный; **uniformity** *n* однородность; единообразие
utilize - v использовать; *syn* **use, apply, employ**
volatile - *a* летучий, быстро испаряющийся

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

Coal is the product of vegetable matter that has been formed by the action of decay, weathering, the effects of pressure, temperature and time millions of years ago.

Although coal is not a true mineral, its formation processes are similar to those of sedimentary rocks.

Structurally coal beds are geological strata characterized by the same irregularities in thickness, uniformity and continuity as other strata of sedimentary origin. Coal beds may consist of essentially uniform continuous strata or like other sedimentary deposits may be made up of different bands or benches of varying thickness.

You can see a seam limited by two more or less parallel planes, a shape which is typical of sedimentary rocks. The benches may be separated by thin layers, of clay, shale, pyrite or other mineral matter, commonly called partings. Like other sedimentary rocks coal beds may be structurally disturbed by folding and faulting.

According to the amount of carbon coals are classified into: brown coals, bituminous coals and anthracite. Brown coals are in their turn subdivided into lignite and common brown coal. Although carbon is the most important element in coal, as many as 72 elements have been found in some coal deposits, including lithium, chromium, cobalt, copper, nickel, tungsten and others.

Lignite is intermediate in properties between peat and bituminous coal, containing when dry about 60 to 75 per cent of carbon and a variable proportion of ash. Lignite is a low-rank brown-to-black coal containing 30 to 40 per cent of moisture. Developing heat it gives from 2,500 to 4,500 calories. It is easily inflammable but burns with a smoky flame. Lignite is liable to spontaneous combustion. It has been estimated that about 50 per cent of the world's total coal reserves are lignitic.

Brown coal is harder than lignite, containing from 60 to 65 per cent of carbon and developing greater heat than lignite (4,000-7,000 calories). It is very combustible and gives a brown powder. Bituminous coal is the most abundant variety, varying from medium to high rank. It is a soft, black, usually banded coal. It gives a black powder and contains 75 to 90 per cent of carbon. It weathers only slightly and may be kept in open piles with little danger of spontaneous combustion if properly stored. Medium-to-low volatile bituminous coals may be of coking quality. Coal is used intensively in blast furnaces for smelting iron ore. There are non-coking varieties of coal.

As for the thickness, the beds of this kind of coal are not very thick (1-1.5 meters). The great quantities of bituminous coal are found in the Russian Federation.

Anthracite or "hard" coal has a brilliant lustre containing more than 90 per cent of carbon and low percentage of volatile matter. It is used primarily as a domestic fuel, although it can sometimes be blended with bituminous grades of coal to produce a mixture with improved coking qualities. The largest beds of anthracite are found in Russia, the USA and Great Britain.

Coal is still of great importance for the development of modern industry. It may be used for domestic and industrial purposes. Being the main source of coke, coal is widely used in the iron and steel industry. Lignite, for example either in the raw state or in briquetted form, is a source of industrial carbon and industrial gases.

There is a strong tendency now for increased research into new technologies to utilize coal. No doubt, coal will be used as a raw material for the chemical industry and petrochemical processes. All

these processes involve coal conversion which include gasification designed to produce synthetic gas from coal as the basis for hydrogen manufacture, liquefaction (разжижение) for making liquid fuel from coal and other processes.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. Anthracite coals may be divided into lignite and common brown coal.
2. Coals are ranked according to the percentage of carbon they contain.
3. Peat, with the least amount of carbon is the lowest rank, then comes lignite or brown coal.
4. Brown coal is hard and it is not liable to spontaneous combustion.
5. Bituminous coal weathers rapidly and one cannot keep it in open piles.
6. Being intensively used in the iron and steel industry bituminous coal varies from medium to high rank.
7. Anthracite or hard coal, the highest in percentage of carbon, can be blended with bituminous grades of coal.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What is the classification of coal based on?
2. Is carbon the only element in coal? (Prove it.)
3. Is lignite intermediate in properties between peat and bituminous coal?
4. What heat value does lignite develop when burnt?
5. What coals are liable to spontaneous combustion?
6. What is the difference between lignite and brown coal?
7. Is bituminous coal high- or low-volatile?
8. Does anthracite contain 90 per cent of carbon?
9. Where are the largest deposits of anthracite found? And what can you say about bituminous coal?
10. What do you know about the utilization of coal?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1.	spontaneous combustion	а) легковоспламеняющийся газ
2.	moisture and ash content	б) высокосортный уголь
3.	the most abundant variety	в) плавить железную руду
4.	in its turn	г) самовозгорание
5.	the amount of volatile matter	д) содержание влаги и золы
6.	easily inflammable gas	е) дымное пламя
7.	brilliant lustre	ж) наиболее широко распространенные угли
8.	to smelt iron ore	з) яркий блеск
9.	high-rank coal	и) в свою очередь
10.	a smoky flame	к) количество летучих веществ

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов н сочетаний слов:

1.	тип угля	а) heat value
2.	некоксующийся уголь	б) amount of carbon
3.	доменная печь	в) coal rank
4.	содержание углерода	г) to store coal
5.	смешиваться с другими углями	д) to weather rapidly
6.	улучшенного качества	е) non-coking coal
7.	складировать уголь	ж) blast furnace
8.	теплотворная способность	з) of improved quality
9.	быстро выветриваться	и) to blend with other coals

Text 7: General Information on Mining

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

access - *n* доступ

affect - v воздействовать *(на что-л.);* влиять; *syn* **influence**

barren - *a* непродуктивный; пустой *(о породе)*

chute - *n* скат, спуск; углеспускная выработка; жёлоб

compare - v (with) сравнивать, проводить параллель

contribute - v способствовать, содействовать; делать вклад *(в науку);* **make a (one's) ~ to smth.** сделать вклад во что-л.

cross-section - *n* поперечное сечение, поперечный разрез, профиль

develop - v разрабатывать *(месторождение);* развивать *(добычу);* производить подготовительные работы; **development -** *n* подготовительные работы; развитие добычи; развитие

drift - *n* штрек, горизонтальная выработка

ensure - v обеспечивать, гарантировать; *syn* **guarantee**

face - *n* забой; лава

floor - л почва горной выработки, почва пласта (жилы); **quarry** ~ подошва карьера; пол, настил

govern - v править, управлять; руководить; определять, обусловливать

inclination - *n* уклон, скат, наклон *(пластов);* наклонение; **seam** ~ падение *(пласта);* наклон *(пласта)*

incline - *n* уклон, бремсберг, скат; наклонный ствол; **gravity** ~ бремсберг

inclined - *a* наклонный; **flatly** ~ слабо наклонный; **gently** ~ наклонного падения; **medium** ~ умеренно наклонный *(о пластах);* **steeply** ~ крутопадающий

level - *n* этаж, горизонт, горизонтальная горная выработка; штольня; уровень *(инструмент);* нивелир; ватерпас; горизонтальная поверхность

recover - v извлекать *(целики);* выбирать, очищать; добывать *(уголь и т.п.);* восстанавливать

remove - v удалять; убирать; устранять; перемещать; **removal -** *n* вскрыша; выемка; уборка *(породы);* извлечение *(крепи);* перемещение; **overburden** - удаление вскрыши

rib - *n* ребро; выступ; узкий целик, предохранительный целик; грудь забоя

roof - *n* крыша; кровля выработки; кровля пласта *(или* жилы); перекрытие; ~ **support -** крепление кровли

shaft - *n* шахтный ствол; **auxiliary** ~ вспомогательный ствол; **hoisting** ~ подъемный ствол; главный шахтный ствол

tabular - *a* пластовый (о *месторождении);* пластообразный; плоский; линзообразный; *syn* **bedded, layered**

waste - *n* пустая порода; отходы; *syn* **barren rock**

well - *n* буровая скважина; колодец, источник; водоем; зумф

capital investment - капитальные вложения

gate road - промежуточный штрек

in bulk - навалом, в виде крупных кусков

metal-bearing - содержащий металл

production face/working - очистной забой

productive mining - эксплуатационные работы

in view of - ввиду чего-л., принимая во внимание что-л.

with a view to - с целью

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

As has been said, mining refers to actual ore extraction. Broadly speaking, mining is the industrial process of removing a mineral-bearing substance from the place of its natural occurrence in the Earth's crust. The term "mining" includes the recovery of oil and gas from wells; metal, non-metallic minerals, coal, peat, oil shale and other hydrocarbons from the earth. In other words, the work done to extract mineral, or to prepare for its extraction is called mining.

The tendency in mining has been towards the increased use of mining machinery so that modern mines are characterized by tremendous capacities. This has contributed to: 1) improving working conditions and raising labour productivity; 2) the exploitation of lower-grade metal-bearing substances and 3) the building of mines of great dimensions.

Mining can be done either as a surface operation (quarries, opencasts or open pits) or by an underground method. The mode of occurrence of the sought-for metallic substance governs to a large degree the type of mining that is practised. The problem of depth also affects the mining method. If the rock containing the metallic substance is at a shallow site and is massive, it may be economically excavated by a pit or quarry-like opening on the surface. If the metal-bearing mass is tabular, as a bed or vein, and goes to a great distance beneath the surface, then it will be worked by some method of underground mining.

Working or exploiting the deposit means the extraction of mineral. With this point in view a number of underground workings is driven in barren (waste) rock and in mineral. Mine workings vary in shape, dimensions, location and function.

Depending on their function mine workings are described as exploratory, if they are driven with a view to finding or proving mineral, and as productive if they are used for the immediate extraction of useful mineral. Productive mining can be divided into capital investment work, development work, and face or production work. Investment work aims at ensuring access to the deposit from the surface. Development work prepares for the face work, and mineral is extracted (or produced) in bulk.

The rock surfaces at the sides of workings are called the sides, or hi coal, the ribs. The surface above the workings is the roof in coal mining while in metal mining it is called the back. The surface below is called the floor.

The factors such as function, direct access to the surface, driving in mineral or in barren rock can be used for classifying mine workings:

I. Underground workings:

a) Long or deep by comparison with their cross-section may be: 1) vertical (shaft, blind pit); 2) sloping (slopes, sloping drifts, inclines); 3) horizontal (drifts, levels, drives, gate roads, adits, crosscuts).

b) Large openings having cross dimensions comparable with their length.

c) Production faces, whose dimensions depend on the thick ness of the deposit being worked, and on the method of mining it.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. As a rule, the term "mining" includes the recovery of oil and gas from wells as well as coal, iron ores and other useful minerals from the earth.
2. The increased use of mining machinery has greatly contributed to raising labour productivity and improving working conditions.
3. It is quite obvious that the problem of depth is not always taken into consideration in choosing the mining method.
4. Productive workings are usually used for the immediate extraction of useful mineral.
5. Underground workings are driven in barren rock or in mineral.
6. A shaft is a vertical underground working which is long and deep in comparison with its cross-section.
7. The surface above the mine working is usually called the floor.
8. The rock surfaces at the sides of mine workings arc called the ribs.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What is mining?
2. What has contributed to the better working conditions of the miners?
3. What factors influence the choice of the mining method?
4. In what case is useful mineral worked by open pits?
5. Are exploratory workings driven with a view to finding and proving mineral or are they driven for immediate extraction of mineral?
6. What is the difference between development and production work?
7. What main factors are used for classifying mine workings?
8. What do the dimensions of production faces depend on?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. direct access to the surface
2. open-cast mining
3. tabular (or bedded) deposits
4. oil well
5. underground workings
6. cross-section of a working
7. production face
8. the roof of the mine working
9. to drive mine workings in barren rock
10. to affect the mining method

а) нефтяная скважина
б) проходить горные выработки по пустой породе
в) влиять на метод разработки
г) прямой доступ к поверхности
д) пластовые месторождения
е) открытая разработка
ж) поперечное сечение выработки
з) подземные выработки
и) очистной забой
к) кровля горной выработки

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов сочетаний слов:

1. способствовать чему-л.
2. размер ствола
3. извлекать, добывать (уголь)
4. штреки и квершлаги
5. пустая порода
6. вообще говоря
7. удалять, перемещать (крепь, вскрышу и др.)
8. с целью ...
9. подготовительные работы
10. мощность пласта

а) thickness of a seam
б) shaft dimension
в) with a view to
г) to contribute to smth.
д) development work
е) to remove (timber, overburden, etc.)
ж) drifts (gate roads) and crosscuts
з) generally speaking

и) to recover (coal)
к) waste (barren) rock

Text 8: Methods of Working Bedded Deposits Underground

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

advantage - *n* преимущество; превосходство; выгода; польза; **advantageous** - *a* выгодный; благоприятный, полезный; **to take advantage of smth** воспользоваться чём-л.

caving - *n* обрушение *(кровли);* разработка с обрушением

deliver - v доставлять, подавать; питать; нагнетать; произносить *(речь);* читать *(лекцию)*

entry - *n* штрек; выработка горизонтальная; *pl* подготовительные выработки; нарезные выработки; штреки

giant - *n* гидромонитор

gravity - *n* сила тяжести; вес, тяжесть; **by ~** самотеком, под действием собственного веса

haul - v доставлять; откатывать; подкатывать; перевозить; **haulage** - *n* откатка; доставка; транспортировка *(по горизонтали)*

longwall - *n* лава; выемка лавами; сплошной забой, сплошная или столбовая система разработки; *syn* **continuous mining; ~ advancing on the strike** выемка лавами прямым ходом по простиранию; сплошная система разработки по простиранию; **~ advancing to the rise** сплошная система разработки с выемкой по восстанию; ~ to **the dip** сплошная система разработки с выемкой по падению; ~ **retreating** выемка лавами обратным ходом; столбовая система разработки лавами

lose (lost) - v терять; **loss -** *n* потеря, убыток

pillar - *n* целик; столб; **shaft** ~ околоствольный целик; ~ **method** столбовая система разработки; ~ **mining** выемка целиков

predominate - v преобладать, превалировать; превосходить; господствовать, доминировать

protect - v охранять, защищать

reach - v простираться, доходить до; добиваться, достигать

satisfy - v удовлетворятъ(ся)

shield - *n* щит; ~ **method** щитовой метод проходки, щитовой способ

room - *n* камера; очистная камера; **room-and-pillar method** камерно-столбовая система разработки

stowing - *n* закладка *(выработанного пространства)*

method of working система разработки

the sequence of working the seams - последовательность отработки пластов

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

The method of working (or method of mining) includes a definite sequence and organization of development work of a deposit, its openings and its face work in certain geological conditions. It depends on the mining plan and machines and develops with their improvements. A rational method of working should satisfy the following requirements in any particular conditions: 1) safety of the man; 2) maximum output of mineral; 3) minimum development work (per 1,000 tons output); 4) minimum production cost and 5) minimum losses of mineral.

Notwithstanding the considerable number of mining methods in existence, they can be reduced to the following main types: 1. Methods of working with long faces (continuous mining); 2. Methods of working with short faces (room-and-pillar). The characteristic feature of the continuous mining is the absence of any development openings made in advance of production faces. The main advantage of long continuous faces is that they yield more mineral. Besides, they allow the maximum use of combines (shearers), cutting machines, powered supports and conveyers. The longwall method permits an almost 100 per cent recovery of mineral instead of 50 to 80 per cent obtainable in room-and-pillar methods.

The basic principle of room-and-pillar method is that rooms from 4 to 12 meters wide (usually 6-7) are driven from the entries, each room is separated from each other by a rib pillar. Rib pillars are recovered or robbed after the rooms are excavated. The main disadvantage of shortwall work is a considerable loss of mineral and the difficulty of ventilation. In working bedded deposits methods of mining mentioned above may be used either with stowing or with caving.

In Russia, Germany (the Ruhr coal-field), France and Belgium nearly all the faces are now long ones. In Britain longwall faces predominate.

The USA, Canada, Australia and to some extent India are developing shortwall faces and creating the machines for them. In these countries shortwall faces are widely used.

In Russia the thick seams are taken out to full thickness up to 4.5 m thick if they are steep, and up to 3.5 m thick if they are gently sloping or inclined. In the Kuznetsk coal-field long faces are worked to the dip with ashield protection, using a method proposed by N.Chinakal. In shield mining coal is delivered to the lower working by gravity so that additional haulage is not required.

It should also be noted that in Russia hydraulic mining is widely used as it is one of the most economic and advantageous methods of coal getting. New hydraulic mines are coming into use in a number of coal-fields. Hydraulic mining is developing in other countries as well.

The aim of hydraulic mining is to remove coal by the monitors (or giants) which win coal and transport it hydraulically from the place of work right to the surface. It is quite obvious that the choice of the method of mining will primarily depend on the depth and the shape and the general type of the deposit.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. A definite sequence and organization of development work is called mining.
2. Mining methods in existence can be reduced to the two main types.
3. The depth and the shape of the deposit influence the choice of the method of working.
4. As is known, in Belgium all the faces are short now, in Great Britain they amount to 84 per cent.
5. In Australian collieries shortwall faces are widely used.
6. The room-and-pillar method is characterized by the absence of any development openings.
7. High-capacity monitors win coal and transport it hydraulically right to the surface.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What factors does mining depend on?
2. What is mining?
3. What are the most important factors which affect the choice of the method of working?
4. Do short faces or long faces predominate in Russia? What can you say about the Ruhr coal-field?
5. Is Canada developing shortwall faces or longwall faces?
6. What are the main disadvantages of shortwall faces?
7. What are the two main methods of working?
8. What is the main advantage of long continuous faces?
9. What methods of mining long faces do you know?
10. What method of mining is characterized by the absence of development openings?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов в сочетаний слов:

1.	development face	а) сплошная система разработки
2.	great losses	б) выемка целиков
3.	shield method of mining	в) подготовительный забой
4.	continuous mining	г) большие потери
5.	longwall advancing to the dip	д) удовлетворять требованиям
6.	the room-and-pillar method of mining	е) зависеть от геологических условий
7.	to open up a deposit	ж) выемка лавами прямым ходом по падению

8. pillar mining з) щитовая система разработки
9. to satisfy the requirements и) вскрывать месторождение
10. to depend upon the geological conditions к) камерно-столбовая система разработки

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. включать (в себя) а) safety
2. выемка лавами обратным ходом б) annual output
3. достигать 50% в) to involve
4. превышать 60% г) to propose a new method of mining
5. безопасность д) long wall retreating
6. годовая добыча е) in connection with difficulties
7. основной недостаток системы разработки ж) to exceed 60 per cent
8. под-этаж з) notwithstanding (in spite of)
9. крутопадающий пласт и) to reach 50 per cent
10. щитовая система разработки к) the main disadvantage of the method of mining
11. предложить новый способ разработки л) sublevel
12. в связи с трудностями м) the shield method of mining
13. несмотря на н) open up a deposit
14. вскрывать месторождение о) steep seam

2.3 Подготовка доклада

Подготовьте доклад по одной из предложенных тем.

1. Inigo Jones (1573-1652)
2. Christopher Wren (1632-1723)
3. Geoffrey Chaucer (1340-1400)
4. Samuel Johnson (1709-1784)
5. Alfred Tennyson (1809-1892)
6. Thomas Hardy (1840-1928)
7. John Milton (1608-1674)
8. William Makepeace Thackeray (1811-1863)
9. Henry Wadsworth Longfellow (1807 – 1882)
10. Joshua Reynolds (1723-1792)
11. Thomas More (1478 – 1535)
12. J.M.W. Turner (1775-1851)
13. Thomas Gainsborough (1727 – 1788)
14. Henry Moor (1898-1986)
15. Henry Irving (1838-1905)
16. William Gilbert (1836-1911)
17. Arthur Sullivan (1842-1900)
18. James Watt (1736 - 1819)
19. Thomas Telford (1757 - 1834)
20. Isambard Kingdom Brunel (1806 – 1859)
21. George Stephenson (1781 – 1848)
22. David Livingstone (1813 – 1873)
23. Tony Blair (1953)
24. Winston Churchill (1874 - 1965)
25. Margaret Hilda Thatcher (1925)
26. Sir Isaac Newton (1642 – 1727
27. Alexander Graham Bell (1847 - 1922)

28. Robert Burns (1759 – 1796)

Правила предоставления информации в докладе

Размер	**А4**
Шрифт	Текстовый редактор Microsoft Word, шрифт Times New Roman 12
Поля	слева – 2 см., сверху и справа – 1 см., снизу – 1
Абзацный отступ	1 см устанавливается автоматически
Стиль	Примеры выделяются курсивом
Интервал	межстрочный интервал – 1
Объем	1 -2 страницы (до 7 минут устного выступления)
Шапка доклада	***Иванова Мария Ивановна*** Екатеринбург, Россия ФГБОУ ВПО УГГУ, МД-13 НАЗВАНИЕ ДОКЛАДА
	Список использованной литературы

Краткое содержание статьи должно быть представлено на 7-10 слайдах, выполненных в PowerPoint.

2.4 Подготовка к тесту

Тест направлен на проверку страноведческих знаний и знаний межкультурной коммуникации. Для этого студентам необходимо повторить материал, представленный в *Социально-культурной сфере общения* по теме «Страны изучаемого языка» (Я и мир). Для успешного написания теста изучите следующий материал:

THE GEOGRAPHICAL POSITION OF GREAT BRITAIN

The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland covers an area of some 244 thousand square miles. It is situated on the British Isles. The British Isles are separated from Europe by the Strait of Dover and the English Channel. The British Isles are washed by the North Sea in the east and the Atlantic Ocean in the west.

England is in the southern and central part of Great Britain. Scotland is in the north of the island. Wales is in the west. Northern Ireland is situated in the north-eastern part of Ireland.

England is the richest, the most fertile and most populated part in the country. There are mountains in the north and in the west of England, but all the rest of the territory is a vast plain. In the northwestern part of England there are many beautiful lakes. This part of the country is called Lake District.

Scotland is a land of mountains. The Highlands of Scotland are among the oldest mountains in the world. The highest mountain of Great Britain is in Scotland too. The chain of mountains in Scotland is called the Grampians. Its highest peak is Ben Nevis. It is the highest peak not only in Scotland but in the whole Great Britain as well. In England there is the Pennine Chain. In Wales there are the Cumbrian Mountains.

There are no great forests on the British Isles today. Historically, the most famous forest is Sherwood Forest in the east of England, to the north of London. It was the home of Robin Hood, the famous hero of a number of legends.

The British Isles have many rivers but they are not very long. The longest of the English rivers is the Severn. It flows into the Irish Sea. The most important river of Scotland is the Clyde. Glasgow stands on it. Many of the English and Scottish rivers are joined by canals, so that it is possible to travel by water from one end of Great Britain to the other.

The Thames is over 200 miles long. It flows through the rich agricultural and industrial districts of the country. London, the capital of Great Britain, stands on it. The Thames has a wide mouth, that's

why the big ocean liners can go up to the London port. Geographical position of Great Britain is rather good as the country lies on the crossways of the see routes from Europe to other parts of the world. The sea connects Britain with most European countries such as Belgium, Holland, Denmark, Norway and some other countries. The main sea route from Europe to America also passes through the English Channel.

United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland occupies the territory of the British Isles. They lie to the north-west of Europe.

Once upon a time the British Isles were an integral part of the mainland. As a result of sinking of the land surface they became segregated. Great Britain is separated from the continent by the English Channel. The country is washed by the waters of the Atlantic Ocean. Great Britain is separated from Belgium and Holland by the North Sea, and from Ireland — by the Irish Sea.

There are several islands along the coasts. The total area of the British Isles is 325 000 km2. The main islands are Great Britain and Ireland.

The surface of the country is much varied. Great Britain is the country of valleys and plains.

The insular geographical position of Great Britain promoted the development of shipbuilding, different trading contacts with other countries. It has also allowed the country to stay independent for quite a long period of time.

THE BRITISH PARLIAMENT

The British Parliament is the oldest in the world. It originated in the 12th century as Witenagemot, the body of wise councillors whom the King needed to consult pursuing his policy. The British Parliament consists of the House of Lords and the House of Commons and the Queen as its head.

The House of Commons plays the major role in law-making. It consists of Members of Parliament (called MPs for short). Each of them represents an area in England, Scotland, Wales and Ireland.

MPs are elected either at a general election or at a by-election following the death or retirement. Parliamentary elections are held every 5 years and it is the Prime Minister who decides on the exact day of the election. The minimum voting age is 18. And the voting is taken by secret ballot.

The election campaign lasts about 3 weeks, The British parliamentary system depends on political parties.

The party which wins the majority of seats forms the government and its leader usually becomes Prime Minister. The Prime Minister chooses about 20 MPs from his party to become the cabinet of ministers. Each minister is responsible for a particular area in the government. The second largest party becomes the official opposition with its own leader and «shadow cabinet». The leader of the opposition is a recognized post in the House of Commons.

The parliament and the monarch have different roles in the government and they only meet together on symbolic occasions, such as coronation of a new monarch or the opening of the parliament. In reality, the House of Commons is the one of three which has true power.

The House of Commons is made up of six hundred and fifty elected members, it is presided over by the speaker, a member acceptable to the whole house. MPs sit on two sides of the hall, one side for the governing party and the other for the opposition. The first 2 rows of seats are occupied by the leading members of both parties (called «front benches»). The back benches belong to the rank-and-life MPs.

Each session of the House of Commons lasts for 160-175 days. Parliament has intervals during his work. MPs are paid for their parliamentary work and have to attend the sittings.

As mention above, the House of Commons plays the major role in law making. The procedure is the following: a proposed law («a bill») has to go through three stages in order to become an act of Parliament; these are called «readings».

The first reading is a formality and is simply the publication of the proposal. The second reading involves debate on the principles of the bill; it is examination by parliamentary committee.

And the third reading is a report stage, when the work of the committee is reported on to the house. This is usually the most important stage in the process.

When the bill passes through the House of Commons, it is sent to the House of Lords for discussion, when the Lords agree it, the bill is taken to the Queen for royal assent, when the Queen sings the bill, it becomes act of the Parliament and the Law of the Land.

The House of Lords has more than 1000 members, although only about 250 take an active part in the work in the house. Members of this Upper House are not elected; they sit there because of their rank. The chairman of the House of Lords is the Lord Chancellor. And he sits on a special seat, called «Woolsack».

The members of the House of Lords debate the bill after it has been passed by the House of Commons. Some changes may be recommended and the agreement between the two houses is reached by negotiations.

BRITISH TRADITIONS AND CUSTOMS

British nation is considered to be the most conservative in Europe. It is not a secret that every nation and every country has its own customs and traditions. In Great Britain people attach greater importance to traditions and customs than in other European countries. Englishmen are proud of their traditions and carefully keep them up. The best examples are their queen, money system, their weights and measures.

There are many customs and some of them are very old. There is, for example, the Marble Championship, where the British Champion is crowned; he wins a silver cup known among folk dancers as Morris Dancing. Morris Dancing is an event where people, worn in beautiful clothes with ribbons and bells, dance with handkerchiefs or big sticks in their hands, while traditional music-sounds.

Another example is the Boat Race, which takes place on the river Thames, often on Easter Sunday. A boat with a team from Oxford University and one with a team from Cambridge University hold a race.

British people think that the Grand National horse race is the most exciting horse race in the world. It takes place near Liverpool every year. Sometimes it happens the same day as the Boat Race takes place, sometimes a week later. Amateur riders as well as professional jockeys can participate. It is a very famous event.

There are many celebrations in May, especially in the countryside.

Halloween is a day on which many children dress up in unusual costumes. In fact, this holiday has a Celtic origin. The day was originally called All Halloween's Eve, because it happens on October 31, the eve of all Saint's Day. The name was later shortened to Halloween. The Celts celebrated the coming of New Year on that day.

Another tradition is the holiday called Bonfire Night. On November 5, 1605, a man called Guy Fawkes planned to blow up the Houses of Parliament where the king James 1st was to open Parliament on that day. But Guy Fawkes was unable to realize his plan and was caught and later, hanged. The British still remember that Guy Fawkes' Night. It is another name for this holiday. This day one can see children with figures, made of sacks and straw and dressed in old clothes. On November 5th, children put their figures on the bonfire, burn them, and light their fireworks.

In the end of the year, there is the most famous New Year celebration. In London, many people go to Trafalgar Square on New Year's Eve. There is singing and dancing at 12 o'clock on December 31st.

A popular Scottish event is the Edinburgh Festival of music and drama, which takes place every year. A truly Welsh event is the Eisteddfod, a national festival of traditional poetry and music, with a competition for the best new poem in Welsh. If we look at English weights and measures, we can be convinced that the British are very conservative people. They do not use the internationally accepted measurements. They have conserved their old measures. There are nine essential measures. For general use, the smallest weight is one ounce, then 16 ounce is equal to a pound. Fourteen pounds is one stone.

The English always give people's weight in pounds and stones. Liquids they measure in pints, quarts and gallons. There are two pints in a quart and four quarts or eight pints are in one gallon. For length, they have inches: foot, yards and miles.

LONDON

As well as being the capital of England, London is the capital of the United Kingdom. London was founded by the Romans in 43 A.D. and was called Londinium. In 61 A.D. the town was burnt down and when it was rebuilt by the Romans it was surrounded by a wall. That area within the wall is now called the City of London. It is London's commercial and business centre. It contains the Bank of England, the Stock Exchange and the head offices of numerous companies and corporations. Here is situated the Tower of London.

The Tower was built by William the Conqueror who conquered England in 1066. He was crowned at Westminster Abbey. Now most of the Government buildings are located there.

During the Tudor period (16th century) London became an important economic and financial centre. The Londoners of the Elizabethan period built the first theatres. Nowadays the theatre land is stretched around Piccadilly Circus. Not far from it one can see the British Museum and the «Covent Garden» Opera House.

During the Victorian period (19th century) London was one of the most important centers of the Industrial Revolution and the centre of the British Empire. Today London is a great political centre, a great commercial centre, a paradise for theatre-goers and tourists, but it is also a very quiet place with its parks and its ancient buildings, museums and libraries.

LONDON

London is the capital of Great Britain, its political, economic and commercial center. It`s one of the largest cities in the world and the largest city in Europe. Its population is about 9 million. London is one of the oldest and most interesting cities in the world. Traditionally it`s divided into several parts: the City, Westminster, the West End and the East End.

They are very different from each other and seem to belong to different towns and epochs. The heart of London is the City, its financial and business center. Numerous banks, offices and firms are situated there, including the Bank of England, the Stock Exchange and the Old Bailey. Few people live here, but over a million people come to the City to work. There are some famous ancient buildings within the City. Perhaps the most striking of them in St. Paul`s Cathedral, the greatest of British churches. St. Paul`s Cathedral has always dominated the center of London. It stands on the site of former Saxon and Norman churches. They latter were destroyed in the Great Fire and the present building, completed in 1710, is the work of the eminent architect Sir Christopher Wren. It is an architectural masterpiece.

Londoners have a particular affection for St. Paul`s, which is the largest Protestant Church in England. Its high dome, containing the remarkable Whispering Gallery, is a prominent landmark towering above the multistoried buildings which line the river-bank.

The Tower of London was one of the first and most impressive castles built after the Norman invasion of England in 1066. Since the times of William I various kings have built and extended the Tower of London and used it for many purposes. The Tower has been used as a royal palace, an observatory, an arsenal, a state prison, and many famous and infamous people have been executed within its walls. It is now a museum. For many visitors the principal attraction is the Crown Jewels, the finest precious stones of the nation. A fine collection of armour is exhibited in the keep. The security of the Tower is ensured by a military garnison and by the Yeoman Warders or Beefeaters, who still wear their picturesque Tudor uniform.

Westminster is the historic, the governmental part of London. Westminster Abbey is a national shrine where the kings and queens are crowned and famous people are buried. Founded by Edward the Confessor in 1050, the Abbey was a monastery for along time. The present building dates largely from the times of Henry 3, who began to rebuild the church, a task which lasted nearly 300 years. The West towers were added in the eighteenth century. Since William I almost every English monarch has been

crowned in this great church, which contains the tombs and memorials of many of Britain`s most eminent citizens: Newton, Darwin, Chaucer, Dickens, Tennyson, Kipling and etc. One of the greatest treasures of the Abbey is the oaken Coronation Chair made in 1300. The Abbey is also known for its Poet`s Corner. Graves and memorials to many English poets and writers are clustered round about.

Across the road from Westminster Abbey is Westminster Palace, or the Houses of Parliament, the seat of the British Parliament. The Parliament of Great Britain and Northern Ireland consists of the House of Lords and the House of Commons. The House of Lords consists of just over 1,000 members of the different grades of nobility — dukes, marquises, earls, viscounts and barons.

The House of Commons consists of 650 members. They are elected by secret ballot by men and women aged 18 and over. Every Parliament is divided into Sessions. Each of these may last a year and usually begins early in November. The Clock Tower, which contains the hour-bell called Big Ben, is known over the world. The bell is named after Sir Benjamin Hall.

Buckingham Palace is the official residence of the Queen. The West End is the richest and most beautiful part of London. It is the symbol of wealth and luxury. The best hotels, shops, restaurants, clubs, and theatres are situated there. There are splendid houses and lovely gardens belonging to wealthy people.

Trafalgar Square is the geographical center of London. It was named in memory of Admiral Nelson`s victory in the battle of Trafalgar in 1805. The tall Nelson`s Column stands in the middle of the square. On the north side of Trafalgar Square is the National Gallery and the National Portrait Gallery.

Not far away is the British Museum — the biggest museum in London. It contains a priceless collection of ancient manuscripts, coins, sculptures, est., and is famous for its library.

The East End is the poorest district of London. There are a lot of factories, workshops and docks here. The streets are narrow, the buildings are unimpressive. The East End is densely populated by working class families.

PLACES OF INTERESTS IN GREAT BRITAIN

Britain is rich in its historic places which link the present with the past. The oldest part of London is Lud Hill, where the city is originated. About a mile west of it there is Westminster Palace, where the king lived and the Parliament met, and there is also Westminster Abby, the coronation church. Liverpool, the «city of ships», is England’s second greatest port, ranking after London. The most interesting sight in the Liverpool is the docks. They occupy a river frontage of seven miles.

The University of Liverpool, established in 1903, is noted for its School of Tropical Medicine. And in the music world Liverpool is a well-known name, for it’s the home town of «The Beatles».

Stratford-on-Avon lies 93 miles north-west of London. Shakespeare was born here in 1564, and here he died in 1616.

Cambridge and Oxford Universities are famous centers of learning. Stonehenge is a prehistoric monument, presumably built by Druids, members of an order of priests in ancient Britain. Tintagel Castle is King Arthur’s reputed birthplace. Canterbury Cathedral is the seat of the Archbishop of Canterbury, head of the Church of England.

The British Museum is the largest and richest museum in the world. It was founded in 1753 and contains one of the world’s richest collections of antiquities. The Egyptian Galleries contain human and animal mummies. Some parts of Athens’ Parthenon are in the Greek section.

Madam Tussaud’s Museum is an exhibition of hundreds of life-size wax models of famous people of yesterday and today. The collection was started by Madam Tussaud, a French modeller in wax, in the 18th century. Here you can meet Marilyn Monroe, Elton John, Picasso, the Royal Family, the Beatles and many others: writers, movie stars, singers, politicians, sportsmen, etc.

5. Подготовка к экзамену

Подготовка к экзамену включает в себя повторение всех изученных тем курса.

Билет на экзамен включает в себя тест и практико-ориентированное задание.

Наименование оценочного средства	*Характеристика оценочного средства*	*Методика применения оценочного средства*	*Наполнение оценочного средства в КОС*	*Составляющая компетенции, подлежащая оцениванию*
Экзамен:				
Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Тест состоит из 20 вопросов.	КОС - тестовые задания	Оценивание уровня знаний, умений, владений
Практико-ориентированное задание	Задание, в котором обучающемуся предлагают осмыслить реальную профессионально-ориентированную ситуацию	Количество заданий в билете – 1. Предлагаются задания по изученным темам в виде практических ситуаций.	КОС- Комплект заданий	Оценивание уровня знаний, умений и навыков

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Специальность
21.05.04 Горное дело

форма обучения: очная, заочная

Авторы: Кузнецов А. М., Тетерев Н. А.

Одобрен на заседании кафедры
Безопасности горного производства
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
Елохин В. А.
(Фамилия И.О.)
Протокол №1 от 20.09.2023
(Дата)

Рассмотрен методической комиссией факультета
Горно-механического
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
Осипов П. А.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 2 от 20.10.2023
(Дата)

Екатеринбург

РАСЧЕТНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1. РАСЧЕТ ПОТРЕБНОГО ВОЗДУХООБМЕНА

Цель практического занятия — закрепление теоретических знаний, полученных при изучении темы «Человек и среда обитания: воздействия негативных факторов окружающей среды на человека», и формирование практических навыков расчета воздухообмена в производственных помещениях необходимого для очистки воздуха от вредностей: для удаления вредных веществ (выделяющихся вредных газов, паров и пыли); для удаления излишних водяных паров; для удаления избыточного тепла.

Общие сведения. Среда обитания — это окружающая человека среда, осуществляющая через совокупность факторов (физических, биологических, химических и социальных) прямое или косвенное воздействие на жизнедеятельность человека, его здоровье, трудоспособность и потомство. В жизненном цикле человек и окружающая среда обитания непрерывно взаимодействуют и образуют постоянно действующую систему «человек — среда обитания», в которой человек реализует свои физиологические и социальные потребности. В составе окружающей среды выделяют природную, техногенную, производственную и бытовую среду. Каждая среда может представлять опасность для человека. В данной работе рассматривается расчет потребного воздухообмена (L м^3/ч), для очистки воздуха от вредных газов и паров и для удаления избыточного тепла с помощью механической общеобменной вентиляции.

Задание. В помещении объемом V работают n человек со средней производительностью a каждый. Они производят покраску и шпаклевку изделий нитро- (на основе ацетона) красками, эмалями и шпаклевками, для чего используется ручное и механизированное оборудование. В этом же помещении производится пайка N контактов припоем ПОС-60. Источники тепловыделения

– оборудование мощностью Рном и осветительная сеть мощностью Роев из люминесцентных ламп. Расчеты вести для холодного периода года. Помещение имеет K окон направленных на север размерами 2,5х1,75 м с двойным остеклением и деревянными рамами. Категория работ – III (тяжелая).

Рассчитать потребный воздухообмен и определить кратность воздухообмена для: 1) испарений растворителей и лаков; 2) при пайке припоем ПОС-60; 3) удаления выделяемой людьми углекислоты; 4) удаления избыточного тепла.

Методика и порядок расчета воздухообмена для очистки воздуха.

Потребный воздухообмен определяется по формуле

$$L = \frac{G \times 1000}{x_н - x_в}, \text{ м}^3/\text{ч}, \qquad (1.1)$$

где L, м^3/ч – потребный воздухообмен; G, г/ч – количество вредных веществ, выделяющихся в воздух помещения; $x_в$, мг/м^3 – предельно допустимая концентрация вредности в воздухе рабочей зоны помещения, согласно ГОСТ 12.1.005-88 [1]; $x_н$, мг/м^3 – максимально возможная концентрация той же вредности в воздухе населенных мест (ГН 2.1.6.1338- 03) [4].

Применяется также понятие кратности воздухообмена (n), которая показывает сколько раз в течение одного часа воздух полностью сменяется в помещении. Значение n [illegible] может быть достигнуто естественным воздухообменом без устройства механической вентиляции.

Кратность воздухообмена определяется по формуле

$$n = \frac{L}{V_п}, \text{ ч}^{-1}, \qquad (1.2)$$

где n, раз/ч – кратность воздухообмена; L, м^3/ч – потребный воздухообмен; $V_п$ – внутренний объем помещения, м^3.

Согласно СП 2.2.1.1312-03, кратность воздухообмена n > 10 недопустима.

Так как $x_н$ определяется по табл. 1.1 прил.1, а $x_в$ по табл. 1.2 прил.1, то для расчета потребного воздухообмена необходимо в каждом случае определять

количество вредных веществ, выделяющихся в воздух помещения.

Таблица 1.0

Исходные данные для расчёта потребного воздухообмена

№ вар	a, м²/ч	Материал	n чел	V м³	N шт/час	Местность	$P_{ном.}$ кВт	$P_{осв.}$ кВт	m окон
1	2	Бесцветный аэролак. окраска кистью	1	100	40	Сельские населенные пункты	10	0,5	2
2	1,5		2	200	35		20	0,5	3
3	1		3	300	400		30	1	4
4	2		4	400	45	Малые города	40	1	5
5	3	Цветной аэролак, окраска механизир	1	500	305		200	1	6
6	4		1	600	48		150	1,5	6
7	3,5		1	700	450	Большие города	200	1	6
8	5		1	800	480		100	2	8
9	0,2	Шпаклевка кистью	3	80	325		10	0,5	2
10	0,3		4	200	420	Сельские населенные пункты	20	1	4
11	1,5	Шлаклевка механизир.	1	200	250		30	1	3
12	1		2	300	450		40	1,5	4
13	0,8	Бесцветный аэролак. окраска кистью	1	150	300	Малые города	50	0,6	2
14	1		2	150	48		60	0,8	3
15	1,2		1	120	335		70	1	2
16	0,7		2	200	400	Большие города	80	1,2	4
17	2	Цветной аэролак, окраска механизир	1	200	280		90	0,6	4
18	2,5		2	400	480		100	0,8	6
19	2,2		1	400	290	Сельские населенные пункты	150	1,2	8
20	1,8		2	600	300		200	1,5	8
21	0,3	Шпаклевка кистью	1	80	200		250	0,5	1
22	0,4		2	100	250	Малые города	300	0,6	2
23	1	Шпаклевка механизир.	1	150	242		60	1	2
24	1		2	400	440	Большие города	80	1	3
25	1,5	Шпаклевка	1	100	270		100	1,2	4

26	2	кистью	3	200	180		150	0,5	6

Рассмотрим отдельные характерные случаи выделения вредных веществ в воздух помещения и определения потребного воздухообмена.

1.1. Определение воздухообмена при испарении растворителей и лаков

Испарение растворителей и лаков обычно происходит при покраске различных изделий. Количество летучих растворителей, выделяющихся в воздухе помещений можно определить по следующей формуле

$$G = \frac{a \times A \times m \times n}{100}, \text{ г/ч}, \qquad (1.3)$$

где a, м^2/ч – средняя производительность по покраске одного рабочего (при ручной покраске кистью – 12 м^2/ч, пульверизатором – 50 м^2/ч); A, г/м^2 – расход лакокрасочных материалов; m, % – процент летучих растворителей, содержащихся в лакокрасочных материалах; n – число рабочих, одновременно занятых на покраске.

Численные значения величин A и m определяются по табл. 1.3 прил. 1.

Пример. Определить количество выделяющихся в воздух помещения летучих растворителей.

Решение:

По табл. 3 прил. 1 для цветного аэролака при окраске распылением находим, что A = 180 г/м^2, m = 75 %, тогда G = 50·180·75·2/100 = 13500 г/ч. Далее определяем потребный воздухообмен в помещении по формуле (1.3). Находим для ацетона из табл. 1.1 и 1.2 прил. 1, что $x_в$ = 200 мг/м^3, $x_н$ = 0,35 мг/м^3, тогда L = 13500·1000/(200 - 0,35) = 67500 м^3/ч.

Ответ: L = 67500 м^3/ч.

1.2. Определение потребного воздухообмена при пайке электронных схем

Пайка осуществляется свинцово-оловянным припоем ПОС-60, который содержит $C = 0{,}4$ доли объема свинца и 60 % олова. Наиболее ядовиты аэрозоли (пары) свинца.

В процессе пайки из припоя испаряется до $B = 0{,}1$ % свинца, а на 1 пайку расходуется 10 мг припоя. При числе паек – N, количество выделяемых паров свинца определяется по формуле

$$G = C \times B \times N, \text{ мг/ч}, \qquad (1.4)$$

где G, г/ч – количество выделяемых паров свинца; C – содержание свинца; B – % свинца; N – число паек.

Пример. В помещении объемом $V_п$ = 1050 м^3 три человека осуществляют пайку припоем ПОС-40 с производительностью по 100 контактов в час. Найти требуемую кратность воздухообмена.

Решение:

По формуле (1.4) определяем количество аэрозолей свинца, выделяемых в воздух: G = 0,6·0,001·10·100·3 = 1,8 мг/ч. Далее определяем потребный воздухообмен по формуле (1.1). Находим из табл. 1.1 и 1.2 прил. 1 для свинца и его соединений $x_в$ = 0,01 мг/м^3; $x_н$ = 0,001 мг/м^3. Тогда L = 1,8 / (0,01- 0,001) = 200,0 м^3/ч.

Ответ: L = 185,5 м^3/ч.

1.3. Определение воздухообмена в жилых и общественных помещениях

В жилых и общественных помещениях постоянным вредным выделением является выдыхаемая людьми углекислота (CO_2). Определение потребного воздухообмена производится по количеству углекислоты, выделяемой человеком и по допустимой концентрации её.

Количество углекислоты в зависимости от возраста человека и

выполняемой работы, а также допустимые концентрации углекислоты для различных помещений приведены в табл. 1.4 и 1.5 прил. 1.

Содержание углекислоты в атмосферном воздухе можно определить по химическому составу воздуха. Однако, учитывая повышенное содержание углекислоты в атмосфере населенных пунктов, следует принимать при расчете содержания CO_2 следующие значения: для сельских населенных пунктов – 0,33 л/м^3, для малых городов (до 300 тыс. жителей) – 0,4 л/м^3, для больших городов (свыше 300 тыс. жителей) – 0,5 л/м^3.

Пример. Определить потребную кратность воздухообмена в помещении, где работают 3 человека.

Решение:

По табл. 1.4 прил.1 определяем количество CO_2, выделяемой одним человеком g = 23 л/ч. По табл. 1.5 прил. 1 определяем допустимую концентрацию CO_2. Тогда $x_в$ = 1 л/м3 и содержание CO_2 в наружном воздухе для больших городов $x_н$ = 0,5 л/м^3 .Определяем потребный воздухообмен по формуле (1.1) $L = 23 \cdot 3/(1- 0,5) = 138$ м$^{3/}$ч. Ответ: L = 138 м^3/ч.

1.4. Определение потребного воздухообмена при выделении газов (паров) через неплотности аппаратуры, находящейся под давлением

Производственная аппаратура, работающая под давлением, как правило, не является вполне герметичной. Степень герметичности аппаратуры уменьшается по мере ее износа. Считая, что просачивание газов через неплотности подчиняется тем же законам, что и истечение через небольшие отверстия, и, предполагая, что истечение происходит адиабатически, количество газов, просочившихся через неплотности, можно определить по формуле

$$G = k \times c \times \sqrt[v]{\frac{M}{T}}, \text{ кг/ч}, \qquad (1.5)$$

где k – коэффициент, учитывающий повышение утечки от износа оборудования (k = 1–2); c – коэффициент, учитывающий влияние давление газа в аппарате; v – внутренний объем аппаратуры и трубопроводов, находящихся под давлением, м^3; M – молекулярный вес газов, находящихся в аппаратуре; T – абсолютная температура газов в аппаратуре, К.

Таблица 1.2

Коэффициент, учитывающий влияние давление газа в аппарате

Давление p, атм	до 2	2	7	17	41	161
c	0,121	0,166	0,182	0,189	0,25	0,29

Пример. Система, состоящая из аппаратов и трубопроводов, заполнена сероводородом. Рабочее давление в аппаратуре p_a = 3 атм, а в проводящих трубопроводах p_a=4 атм. Внутренний объем аппаратуры v_a = 5 м^3, объём трубопроводов, $v_{тр}$ = 1,2 м^3. Температура газа в аппаратуре – t_a = 120 °С, в трубопроводе – $t_{тр}$ = 25 °С. Определить потребный воздухообмен в помещении.

Решение:

Определяем величины утечек сероводорода (H_2S) из аппаратуры и трубопроводов. Принимаем k = 1,5; c = 0,169 (по табл. 1.2); M = 34, для H_2S; Утечка газа из аппаратуры составляет:

$$G_a = 1{,}5 \times 0{,}169 \times \sqrt[5]{\frac{34}{393}} = 0{,}372$$

Утечка газа из трубопроводов составляет:

$$G_{ТР} = 1{,}5 \times 0{,}172 \times 1{,}2 = 0{,}104$$

$$G = G_a + G_{ТР} = 0{,}372 + 0{,}104 = 0{,}476, \text{кг/ч}$$

Используя данные табл. 1.1 прил. 1, находим, что для сероводорода

$x_в$ =10 мг/м^3; $x_н$ = 0,008 мг/м^3. Потребный воздухообмен равен

$$L = \frac{4761000}{(10 - 0{,}008)} = 47638{,}1\ ^{м^3}/_{ч}$$

Ответ: L = 47638,1 м^3/ч

Вывод: В воздух помещения одновременно могут выделяться несколько вредных веществ. По действию на организм человека они могут быть однонаправленными и разнонаправленными. Для однонаправленных веществ расчетные значения потребного воздухообмена суммируются, а для разнонаправленных веществ выбирается наибольшее значение потребного воздухообмена.

Пример. Для первой вредности в воздухе рабочей зоны – вредных (токсичны) веществ в рассмотренных примерах все относятся к веществам разнонаправленного действия, поэтому принимаем к дальнейшему расчету максимальное из полученных значений, т. е. L = 67500 м^3/ч (потребный воздухообмен для паров растворителей при окраске).

Для проверки соответствия требованиям устройства вентиляции определим кратность воздухообмена n = 67500/4800 = 14,1 ч$^{-1}$. Данное значение превышает установленную величину – 10 ч$^{-1}$, поэтому необходимо принять дополнительное решение по устройству вентиляции в помещении. Например, таким решением может быть исключение распространения от двух мест окраски растворителей по всему помещению за счет применения местной вытяжной вентиляции.

Расчет объёма воздуха удаляемого местной вентиляцией определяется по формуле

$$L_{мв} = F \times v \times 3600,\ ^{м^3}/_{ч}, \qquad (1.6)$$

где F – площадь сечения всасывающих отверстий, м^2; v – скорость воздуха

в сечении вытяжной вентиляции, м/с. Рекомендуется принимать значение скорости в интервале 0,8-1,5 м/с.

Таким образом, потребный воздухообмен для оставшихся вредных веществ принимаем для выделений сероводорода: L = 47638,1 м^3/ч.

Проверка:

$$n = 47638,\ 1/4800 = 9,\ 9\ ч^{-1}.$$

1.5. Расчёт потребного воздухообмена для удаления избыточного тепла

Расчет потребного воздухообмена для удаления избыточного тепла производится по формуле

$$L = \frac{Q_{изб}}{\gamma_в \times c \Delta t},\ м^3/ч, \qquad (1.7)$$

где L, м^3/ч – потребный воздухообмен; $Q_{изб}$, ккал/ч – избыточное тепло; $\gamma_в$ = 1,206 кг/м^3 – удельная масса приточного воздуха; $c_в$ = 0,24 ккал/кг□град – теплоемкость воздуха;

$$\Delta t = t_{вых} - t_{пр},\ ^0C \qquad (1.8)$$

где $t_{вых}$, °С – температура удаляемого воздуха; $t_{пр}$, °С – температура приточного воздуха.

Величина Δt при расчетах выбирается в зависимости от теплонапряженности воздуха – $Q_н$: при $Q_н \le 20$ ккал/м^3·ч Δt = 6 °С; при $Q_н > 20$ ккал/м^3·ч Δt = 8 °С;

$$Q_н = \frac{Q_{изб}}{V_п},\ ккал/\ м^3 \cdot ч, \qquad (1.9)$$

где $V_п$, м^3 – внутренний объем помещения.

Таким образом, для определения потребного воздухообмена необходимо определить количество избыточного тепла по формуле

$$Q_{изб} = Q_{об} + Q_{осв} + Q_л + Q_р - Q_{отд},\ ккал/ч, \qquad (1.10)$$

где $Q_{об}$, ккал/ч – тепло, выделяемое оборудованием; $Q_{осв}$, ккал/ч – тепло, выделяемое системой освещения; $Q_{л}$, ккал/ч – тепло, выделяемое людьми в помещении; $Q_{р}$, ккал/ч – тепло, вносимое за счет солнечной радиации; $Q_{отд}$, ккал/ч – теплоотдача естественным путем.

Определяем количество тепла, выделяемого оборудованием

$$Q_{об} = 860 \times P_{об} \times y_1, \text{ ккал/ч} \quad (1.11)$$

где Y_1 – коэффициент перехода тепла в помещение, зависящий от вида оборудования; $P_{об}$, кВт – мощность, потребляемая оборудованием;

$$P_{об} = P_{ном} \times y_2 \times y_3 \times y_4, \text{ кВт}, \quad (1.12)$$

где $P_{ном}$, кВт – номинальная (установленная) мощность электрооборудования помещения; Y_2 – коэффициент использования установленной мощности, учитывающий превышение номинальной мощности над фактически необходимой; Y_3 – коэффициент загрузки, т.е. отношение величины среднего потребления мощности (во времени) к максимально необходимой; Y_4 – коэффициент одновременности работы оборудования.

При ориентировочных расчетах произведение всех четырех коэффициентов можно принимать равным:

$$y_1 \times y_2 \times y_3 \times y_4 = 0{,}25 \quad (1.13)$$

Определяем количество тепла, выделяемого системой освещения

$$Q_{осв} = 860 \times P_{осв} \times \alpha\beta \times \cos(\varphi), \quad (1.14)$$

где α – коэф. перевода электрической энергии в тепловую для лампы накаливания α = 0,92 – 0,97, люминесцентной лампы α = 0,46 – 0,48; b – коэффициент одновременности работы (при работе всех светильников b = 1); cos (φ) = 0,7 – 0,8 – коэффициент мощности; $P_{осв}$, кВт – мощность осветительной установки.

Определяем количество тепла, выделяемого находящимися в помещении людьми

$$Q_{л} = N \times q_{л}, \quad (1.15)$$

где N – количество людей в помещении; $q_л$, ккал/ч – тепловыделения одного человека табл. 1.6 прил. 1.

Определяем количество тепла, вносимого за счет солнечной радиации

$$Q_р = K \times S \times q_{ост}, \quad (1.16)$$

где K – количество окон; S, м^2 – площадь одного окна; $q_{ост}$, ккал/ч – солнечная радиация через остекленную поверхность табл. 1.7 прил. 1.

Определяем теплоотдачу, происходящую естественным путем. Если нет дополнительных условий, то можно считать ориентировочно, что $Q_{отд} = Q_р$ для холодного и переходного периодов года (среднесуточная температура наружного воздуха ниже +10 °С). Для теплого периода года (среднесуточная температура воздуха выше +10 °С) принимаем $Q_{отд} = 0$.

Общий вывод: Среди полученных расчетных значений потребного воздухообмена для вредных веществ и удаления избыточного тепла выбирается наибольшее значение потребного воздухообмена.

Приложение 1

Таблица 1.1

Предельно-допустимые концентрации вредных веществ в атмосферном воздухе населенных мест (ГН 2.1.6.1338-03)

Наименование вредных веществ	ПДКм.р., мг/м³	ПДКс.с., мг/м³	Агрегатн состояние
Азота диоксид	0,085	0,04	п
Азота оксид	0,6	0,06	п
Акролеин	0,03	0,03	п
Амилацетат	0,10	0,10	п
Аммиак	0,2	0,04	п
Ацетон	0,35	0,35	п
Бензин (углеводороды)	5,0	1,5	п
Бензол	1,5	0,1	п
Бутан	200	-	п
Бутилацетат	0,1	0,1	п
Винилацетат	0,15	0,15	п
Дихлорэтан	3,0	1,0	п
Ксилол	0,2	0,2	п
Марганец и его соединения	0,01	0,001	а
Метилацетат	0,07	0,07	п
Мышьяк и его неорг. соединения	-	0,003	а
Озон	0,16	0,03	п
Пыль (кремнесодержащая – более 70 %)	0,15	0,05	а
Пыль нетоксичная (фиброгенного действия)	0,5	0,15	а
Ртути хлорид (сулема)	-	0,0003	а
Сажа	0,15	0,05	а
Свинец и его соединения	0,001	0,0003	а
Сернистый ангидрид	0,5	0,15	п
Серная кислота	0,3	0,1	а

Продолжение табл. 1.1

Наименование вредных веществ	ПДКм р., мг/м³	ПДКс с., мг/м³	Агрегатн состояние
Сероводород	0,008	-	п
Сероуглерод	0,03	0,005	п
Спирт бутиловый	0,16	-	п
Спирт изобутиловый	0,1	0,1	п
Спирт метиловый	1,0	0,5	п
Спирт этиловый	5	5	п
Стирол	0,04	0,002	п
Толуол	0,6	0,6	п
Углерода оксид	5,0	3,0	п
Фенол	0,01	0,003	п
Фтористые соединения (газообразные)	0,02	0,005	п
Хлор	0,1	0,03	п
Хлористый водород	0,2	0,2	п
Этилацетат	0,1	0,1	п

Примечание: п – пары и/или газы; а – аэрозоль

Таблица 1.2

Предельно-допустимые концентрации вредных веществ в воздухерабочей зоны (ГОСТ 12.1.005-88)

Наименование вредных веществ	ПДК., мг/м^3	Класс опасности	Атрегатн. состояние
Азота диоксид	2,0	3	п
Азота оксиды	5,0	3	п
Акролеин	0,2	2	п
Амилацетат	100	4	п
Аммиак	20	4	п
Ацетон	200	4	п
Бензин (углеводороды)	100	4	п
Бензол	15/5	2	п
Бутан	300	4	п
Бутилацетат	200	4	п
Винилацетат	10,0	4	п
Дихлорэтан	10,0	2	п
Ксилол	50,0	3	п
Марганец и его соединения (от 2-30 %)	0,1	2	а
Метилацетат	100	4	п
Мышьяк и его неорг. соединения	0,04/0,01	2	а
Озон	0,1	1	п
Пыль (кремнесодержащая более 70 %)	1,5	4	а
Пыль нетоксичная (фиброгенного действия)	4,0	4	а
Ртути хлорид (сулема)	0,2/0,05	1	а
Сажа	4,0	3	а
Свинец и его соединения	0,01/0,005	1	а
Серная кислота	1.0	2	а
Сернистый ангидрид	10	3	п
Сероводород	10,0	3	п

Продолжение табл. 1.2

Наименование вредных веществ	ПДК, мг/м^3	Класс опасности	Агрегатн. состояние
Сероуглерод	1,0	3	п
Спирт бутиловый	10,0	3	п
Спирт изобутиловый	10,0	3	п
Спирт метиловый	5,0	3	п
Спирт этиловый	1000	4	п
Стирол	30/10	3	п
Толуол	50	3	п
Углерода оксид	20	4	п
Фенол	0,3	2	п
Фтористые соединения (газообразные)	0,5/0,1	2	п
Хлор	1,0	2	п
Хлористый водород	5,0	1	п
Этилацетат	200	4	п

Примечание: значение в числителе – максимально разовые; в знаменателе – среднесменные

Таблица 1.3

Расходы лакокрасочных материалов на один слой покрытия изделий и содержание в них летучих растворителей

Наименование лакокрасочных материалов/способ нанесения краски	Расход лакокрасочных материалов, A, г/м^2	Содержание летучей час- ти, m, %
Нитролаки и краски		
Бесцветный аэролак /кистью	200	92
Цветные аэролаки/распыление пульверизатором	180	75
Нитрошпаклевка /кистью	100-180	10-35
Нитроклей /кистью	160	80-85
Масляные лаки и эмали		
Окраска распылением	60-90	35

Таблица 1.4

Количество углекислоты, выделяемой человеком при разной работе

Возраст человека и характер работы	Количество CO_2	
	в л/ч	в г/ч
Взрослые		
при физической работе	45	68
при легкой работе (в учреждениях)	23	35
в состоянии покоя	23	35
Дети до 12 лет	12	18

Таблица 1.5

Предельно-допустимые концентрации углекислоты

Наименование помещений	Количество CO_2	
	в л/ч	в г/кг
Для постоянного пребывания людей (жилые ком)	1	1,5
Для пребывания детей и больных	0,7	1
Для учреждений	1,25	1,75
Для кратковременного пребывания людей	2	3

Таблица 1.6

Количество тепловыделений одним человеком при различной работе

Категория тяжести работы		Количество тепловыделений q_x, ккал/ч в зависимости от окружающей температуры воздуха			
		15 °С	20 °С	25 °С	30 °С
Легкая	I	100	70	50	30
Средней тяжести	II-а	100	70	60	30
Средней тяжести	II-б	110	80	70	35
Тяжелая	III	110	80	80	35

Таблица 1.7

Солнечная радиация через остекленную поверхность

	Солнечная радиация, $q_{ост}$, ккал/ч от стороны света и широты, град.														
	ЮГ			ЮГО-ВОСТОК ЮГО-ЗАПАД				ВОСТОК ЗАПАД				СЕВЕР, СЕВЕР. ВОСТОК СЕВЕРО-ЗАПАД			
	45	55	65	35	45	55	65	35	45	55	65	35	45	55	65
Окна с двойным остеклением и деревянными рамами	125	125	145	85	110	125	145	125	125	145	145	65	65	65	60
Окна с двойным остеклением и металлическими рамами	160	160	180	110	140	160	180	160	160	180	180	80	80	80	70
Фонарь с двойным остеклением и металлическими переплет	130	160	170	110	140	170	170	160	160	180	180	85	85	85	70

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Долин П.А. Справочник по технике безопасности. – М.: Энергоиздат, 1982. – 342 с.

2. Каменев П.Н. Отопление и вентиляция. Часть II. Вентиляция. – М.: Издательство литературы по строительству, 1966. – 289 с.

3. ГОСТ 12.1.005-88 ССБТ. Санитарно-гигиенические требования к воздуху рабочей зоны.

4. ГН2.1.6.1338-03. Предельно допустимые концентрации (ПДК) загрязняющих веществ в атмосферном воздухе населенных мест.

РАСЧЕТНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №2. ОЦЕНКА РИСКА

Цель практического занятия - закрепление теоретических знаний, полученных при изучении темы «Основы теории безопасности: системный анализ безопасности», и формирование практических навыков расчета индивидуального и группового (социального) риска в конкретных ситуациях.

Общие сведения. Опасность – одно из центральных понятий безопасности жизнедеятельности (БЖД).

Опасность хранят все системы, имеющие энергию, химически или биологически активные компоненты, а также характеристики (параметры), несоответствующие условиям жизнедеятельности человека. Можно сказать, что опасность – это риск неблагоприятного воздействия.

Практика свидетельствует, что абсолютная безопасность недостижима. Стремление к абсолютной безопасности часто вступает в антагонистические противоречия с законами техносферы.

В сентябре 1990 г. в г. Кельне состоялся первый Всемирный конгресс по безопасности жизнедеятельности человека как научной дисциплине. Девиз конгресса: «Жизнь в безопасности». Участники конгресса постоянно оперировали понятием «риск».

Возможны следующие определения риска:

1. Это количественная оценка опасности, вероятность реализации опасности;

2. При наличии статистических данных, это частота реализации опасностей.

Различают опасности реальные и потенциальные. В качестве аксиомы принимаются, что любая деятельность человека потенциально опасна. Реализация потенциальной опасности происходит через ПРИЧИНЫ и приводит к НЕЖЕЛАТЕЛЬНЫМ ПОСЛЕДСТВИЯМ.

Сейчас перед специалистами ставится задача – не исключение до нуля безопасности (что в принципе невозможно). А достижение заранее заданной величины риска реализации опасности. При этом сопоставлять затраты и получаемую от снижения риска выгоду. Во многих западных странах для более объективной оценки риска и получаемых при этом затрат и выгод, вводят финансовую меру человеческой жизни. Заметим, что такой подход имеет противников, их довод – человеческая жизнь свята, бесценна и какие-то финансовые оценки недопустимы. Тем не менее, по зарубежным исследованиям, человеческая жизнь оценивается, что позволяет более объективно рассчитывать ставки страховых тарифов при страховании и обосновывать суммы выплат.

Поскольку абсолютная безопасность (нулевой риск) невозможна, современный мир пришел к концепции приемлемого (допустимого) риска.

Суть концепции заключается в стремлении к такой безопасности, которую принимает общество в данное время. При этом учитывается уровень технического развития, экономические, социальные, политические и др. возможности. Приемлемый риск – это компромисс между уровнем безопасности и возможностями ее достижения. Это можно рассмотреть в следующей ситуации. После крупной аварии на Чернобыльской АЭС, правительство СССР решило повысить надежность всех ядерных реакторов. Средства были взяты из госбюджета и, следовательно, уменьшилось финансирование социальных программ здравоохранения, образования и культуры, что в свою очередь привело к увеличению социально-экономического риска. Поэтому следует всесторонне оценивать ситуацию и находить компромисс – между затратами и величиной риска.

Переход к «риску» дает дополнительные возможности повышения безопасности техносферы. К техническим, организационным, административным добавляются и экономические методы управления риском (страхование, денежные компенсации ущерба, платежи за риск и

др.). Есть здравый смысл в том, чтобы законодательно ввести квоты за риск. При этом возникает проблема расчета риска: статистический, вероятностный, моделирование, экспертных оценок, социологических опросов и др. Все эти методы дают приблизительную оценку, поэтому целесообразно создавать базы и банки данных по рискам в условиях предприятий, регионов и т.д.

Порядок выполнения работы:

1. Ознакомиться с общими сведениями. Записать определения.
2. Выполнить практические задачи.

Практические задачи

Задача 1. В таблице 2.0 приведен ряд профессий по степени индивидуального риска фатального исхода в год. Используя данные табл.1 методом экспертных оценок охарактеризуйте вашу настоящую деятельность и условия вашей будущей работы.

Таблица 2.0

Классификация профессиональной безопасности

Категория	Условия профессиональной деятельности	Риск смерти (на человека в год)	Профессия
1	Безопасные	$1 \cdot 10^{-4}$	Текстильщики, обувщики, работники лесной промышленности, бумажного производства и др
2	Относительно безопасные	$1 \cdot 10^{-4}$ до $1 \cdot 10^{-3}$	Шахтеры, металлурги, судостроители и др.
3	Опасные	$1 \cdot 10^{-3}$ до $1 \cdot 10^{-2}$	Рыбопромысловики, верхолазы, трактористы и др
4	Особо опасные	больше $1 \cdot 10^{-2}$	Летчики-испытатели, летчики реактивных самолетов

После обсуждения письменно сформулируйте свою оценку.

Для решения следующих задач используйте формулу определения индивидуального риска

$$P = \frac{h}{H}, \qquad (2.1)$$

где P – индивидуальный риск (травмы, гибели, болезни и пр.); h – количество реализации опасности с нежелательными последствиями за определенный период времени (день, год и т.д.); H – общее число участников (людей, приборов и пр.), на которых распространяется опасность.

Пример решения задачи по формуле (2.1).

Пример. Задача 1. Ежегодно неестественной смертью гибнет 250 тыс. человек. Определить индивидуальный риск гибели жителя страны при населении в 150 млн. человек.

Решение.

$Р_ж = 2{,}5 \cdot 10^5 / 1{,}5 \cdot 10^8 = 1{,}7 \cdot 10^{-3}$

Или будет 0,0017. Иначе можно сказать, что ежегодно примерно 17 человек 10000 погибает неестественной смертью. Если пофантазировать и предположить, что срок биологической жизни человека равен 1000 лет, то по нашим данным оказывается, что уже через 588 лет (1:0,0017) вероятность гибели человека неестественной смертью близка к 1 (или 100%).

Примечание. Здесь и в задачах №2,3 данные приближены к России.

Задача 2. Опасность гибели человека на производстве реализуется в год 7 тыс. раз. Определить индивидуальный риск погибших на производстве при условии, что всего работающих 60 млн. человек. Сравните полученный результат с вашей экспертной оценкой из задачи 1.

Задача 3. Определить риск погибших в дорожно-транспортном происшествии (ДТП), если известно, что ежегодно гибнет в ДТП 40 тыс. человек при населении 150 млн. человек.

Задача 4. Используя данные индивидуального риска фатального

исхода в год для населения США (данных по России нет), определите свой индивидуальный риск фатального исхода на конкретный год. При этом можно субъективно менять коэффициенты и набор опасностей.

Таблица 2.1

Индивидуальный иск гибели в год

Причина	Риск	Причина	Риск
Автомобильный транспорт	$3 \cdot 10^{-4}$	Воздушный транспорт	$9 \cdot 10^{-6}$
Падения	$9 \cdot 10^{-5}$	Падающие предметы	$6 \cdot 10^{-6}$
Пожар и ожог	$4 \cdot 10^{-5}$	Электрический ток	$6 \cdot 10^{-6}$
Утопление	$3 \cdot 10^{-5}$	Железная дорога	$4 \cdot 10^{-6}$
Отравление	$2 \cdot 10^{-5}$	Молния	$5 \cdot 10^{-7}$
Огнестрельное оружие	$1 \cdot 10^{-5}$	Все прочие	$4 \cdot 10^{-5}$
Станочное оборудование	$1 \cdot 10^{-5}$	Ядерная энергетика	$2 \cdot 10^{-10}$
Водный транспорт	$9 \cdot 10^{-6}$	(пренебрегаемо мал. риск)	

Риск общий для американца: $P_{общ} = 6 \cdot 10^{-4}$

Сравнить полученный результат с результатом примера решения.

Задачи на риск гибели неестественной смертью в России и с риском гибели в год для американца ($P_{общ}$).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Русак О.Н. Труд без опасности. Л. «Лениздат», 1986, 191 с.

2. Береговой Г.Т. и др. Безопасность космических полетов. М., «Машиностроение», 1977, 320 с.

РАСЧЕТНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №3. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ МИКРОКЛИМАТА РАБОЧЕЙ ЗОНЫ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПОМЕЩЕНИЙ

Цель практического занятия :закрепление теоретических знаний, полученных при изучении раздела “Гелиофизические и метеорологические фактора: микроклимат производственных помещений”, и формирование практических навыков расчета метеорологических условий в производственном помещении и гигиенической оценки параметров микроклимата.

Общие сведения:

Одним из основных условий эффективной производственной деятельности человека является обеспечение нормальных метеорологических условий в помещениях. Параметры микроклимата оказывают существенное влияние на терморегуляцию организма человека и могут привести кпереохлаждение или перегреву тела

Микроклимат производственных помещений - это климат внутренней среды этих помещений, определяемый действующими на организм человека факторами: сочетанием температуры воздуха, относительной влажности, скорости движения воздуха, интенсивности теплового облучения, температуры поверхности ограждающих конструкций (стены, пол, потолок, технологическое оборудование и т.д

Под рабочей зоной понимается пространство высотой до 2м над уровнем пола или площадки, на которых находятся места постоянного или временного пребывания рабочих.

Причиной ряда заболеваний является местное и общее охлаждение. Переохлаждение организма ведет к простудным заболеваниям: ангине, катару верхних дыхательных путей, пневмонии. Установлено, что при

переохлаждении ног и туловища возникает спазм сосудов слизистых оболочек дыхательного тракта.

Перегревание возникает при избыточном накоплении тепла в организме, которое возникает при действии повышенных температур. Основными признаками перегревания являются повышение температуры тела до 38°Си более, обильное потоотделение, слабость, головная боль, учащение дыхания и пульса, изменение артериального давления и состав крови, шум в ушах, искажение цветового восприятия

Тепловой удар – это быстрое повышение температуры тела 40°С и выше. В этом случае падает артериальное давление, потоотделение прекращается, человек теряет сознание.

Организм человека обладает свойством терморегуляции – поддержание температуры тела в определенных границах (36,1…37,2°С) Терморегуляция обеспечивает равновесие между количеством тепла, непрерывно образующегося в организме человека в процессе обмена веществ, теплопродукцией и излишком тепла, непрерывно выделяемого в окружающую среду, - теплоотдачей, т.е сохраняет тепловой баланс организма человека. Количество выделившейся теплоты меняется от 8Вт до 50 Вт.

Теплопродукция. Тепло вырабатывается всем организмом, но в наибольшей степени в мышцах и печени. В процессе работы в организме происходят различные биохимические процессы, связанные с деятельностью мышечного аппарата и нервной системы. Энергозатраты человека, выполняющего различную работу, могут быть классифицированы на категории.

Разграничение работ по категориям осуществляется на основе интенсивности общих энергозатрат организма: легкие физические работы, средние физические работы, тяжелые физические работы.

К категории 1а относятся работы с интенсивностью энергозатрат до 139 Вт, выполняемые сидя и сопровождающиеся незначительным физическим напряжением.

К категории 1б относятся работы с интенсивностью энергозатрат 140…174 Вт, производимые сидя, стоя или связанные с ходьбой и сопровождающиеся некоторым физическим напряжением (в полиграфической промышленности, на часовом, швейном производствах, в сфере управления)

К категории 2а относятся работы с интенсивностью энергозатрат 233…232 Вт, производимые сидя, стоя или связанные с ходьбой, перемещением мелких изделий или предметов в положении стоя или сидя и требующие определенного физического напряжения.

К категории 2б относятся работы с интенсивностью энергозатрат 233…290 Вт, связанные с ходьбой, перемещением и переноской тяжестей до 10 кг и сопровождающиеся умеренным физическим напряжением.

К категории 3 относятся работы с интенсивностью энергозатрат более 290 Вт, связанные с постоянными передвижениями, перемещением и переноской значительных (свыше 10 кг) тяжестей и требующие больших физических усилий.

Теплоотдача. Количество тепла, отдаваемого организмом человека, зависит от температуры, относительной влажности и скорости движения воздуха. Теплоотдача осуществляется путем радиации, конвекции, испарения пота и дыхания. Для человека, находящегося в состояние покоя и одетого в обычную комнатную одежду, соотношение составляющих теплоотдачи имеет следующие распределения, % радиацией – 45, конвекцией – 30, испарением и дыханием – 25.

Основное значение имеет регулирование теплоотдачи, так как она является наиболее изменчивой и управляемой. Комфортные тепло ощущения у человека возникают при наличии теплового баланса организма, а также при условии его некоторого нарушения. Это обеспечивается тем, что в организме человека имеется некоторый резерв тепла, который используется им в случае охлаждения. Этот потенциальный запас тепла составляет в среднем 8360 кДж и находится главным образом во внешних слоях тканей организма на глубине 2-3

см от кожи. При известном уменьшении запаса тепла у человека появляются субъективно ощущения «прохлады», которые, если охлаждение продолжается, сменяются ощущениями «холодно», «очень холодно»

Действующими нормативными документами, регламентирующими метеорологические условия производственной среды, являются ГОСТ 12.1.005-88 «ССБТ. Общие санитарно-гигиенические требования к воздуху рабочей зоны» и СанПиН 2.2.4.548-96 «Гигиенические требования к микроклимату производственных помещений» Этими документами установлены влажности и скорости движения воздуха в рабочей зоне производственных помещений с учетом избытков явного тепла, тяжести выполняемой работы и сезонов года.

В соответствии с вышеуказанным стандартом теплым периодом года считается сезон, характеризуемый среднесуточной температурой наружного воздуха +10 °С.

Допустимыми считаются такие параметры микроклимата, которые при длительном воздействии могут вызывать напряжения реакции терморегуляции человека, но к нарушению состояния здоровья не приводят.

Оптимальными являются такие микроклиматические параметры, которые не вызывают напряжения реакций терморегуляции и обеспечивают высокую работоспособность человека.

Расчет показателей микроклимата базируются на опытных данных о давлении, температуре и скорости движения воздуха на рабочем месте полученных при замерах на нем с помощью соответствующих приборов

Показатели микроклимата вычисляются в следующей последовательности:

1. Атмосферное давление В, Па, на рабочем месте, измеренное с помощью барометра-анероида БАММ-1

$$B = B_{п} + B_{ш} + B_{т} + B_{д}, \qquad (3.1)$$

где В– исправленное значение замеренного давления, Па; Вп – отсчет по прибору, Па; Вш – шкаловая поправка;Вт – температурная поправка, равная произведению температуры прибора на удельную температуру поправки прибора; Вд – добавочная поправка, Па.

Рис. 3.1 Барометр-анероид «БААМ-1»

Барометр-анероид «БААМ-1» измеряет атмосферное давление в наземных условиях в диапазоне температур от 0 до +40 С° и при относительной влажности воздуха более 80%

2. Температура воздушной среды измеряется с помощью ртутных или спиртовых термометров, а также с помощью термографов, обеспечивающих непрерывную запись температуры на ленте за определенный период времени. Температуру воздушной среды можно измерить также с помощью психрометров и термометров

3. Влажность воздуха – абсолютная и относительная определяется с помощью психрометров. Психрометр состоит из сухого и влажного термометров. Резервуар влажного термометра покрыт тканью, которая опущена в мензурку с водой. Испаряясь, вода охлаждает влажный термометр, поэтому его показания всегда ниже показания сухого.

Психрометры бывают типа Августа (Рис 3.2) и переносными, типа Ассмана (Рис 3.3). Психрометр Ассмана является более совершенным и точным прибором по сравнению с психрометром Августа. Принцип его устройства тот же, но термометры заключены в металлическую оправу, шарики термометра находятся в двойных металлических гильзах, а в головке прибора помещается вентилятор с постоянно скоростью 4 м/с.

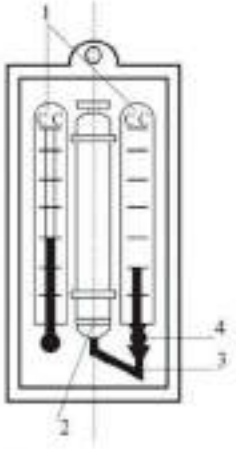


Рис. 3.2 Психрометры Августа

Рис. 3.3 Психрометр Ассмана

Влажность воздуха может быть рассчитана: 1) по давлению водяного пара, находящегося в воздухе или 2) по плотности водяного пара

При первом способе сначала определяется давление водяного параЮ находящегося в воздухе при данной температуре

$$P_{в.п} = P_{н.в} - c(T_c - T_в)B \qquad (3.2)$$

где Рн.в– давление насыщенного водяного пара при температуре tв, зафиксированной влажным термометром, Па;с–коэффициент психрометра, зависящий от скорости движения воздуха около шарика мокрого термометра (при скорости движения воздуха до 4 м/с принимают с = 0.00074, свыше 4 м/с – 0,00066) tc и tв – температура сухого и влажного термометра,В–

барометрическое давление воздуха в момент измерения температур психрометром, Па

Определив порациональнее давление водяного пара, находят относительную влажность воздуха

$$\varphi = \frac{\rho}{\rho_0} \cdot 100\%, \quad (3.3)$$

где $P_{н.с}$– давление насыщенного водяного пара при температуре t_c, зафиксированной влажным термометром,

При расчете влажности воздуха по плотности водяного пара определяются:

а) абсолютная влажность воздуха (масса водяного пара, содержащегося в воздухе при данной температуре)

$$F = \frac{(1000 * P_{в.п})}{(461.5(273+t_c))}, \quad (3.4)$$

где 461,5 – удельная газовая постоянная водяного пара Дж/(кг *К);

б) максимальная абсолютная влажность воздуха

$$A_{max} = \frac{1000 * P_{н.с}}{461.5 * (273+t_c)}, \quad (3.5)$$

в) относительная влажность воздуха φ

$$\varphi = \frac{A}{A_{max}} * 100, \quad (3.6)$$

Таблица 3.0

Давление насыщенного водяного пара Р, Па при температуре воздуха

t, C	P, Па	t, C	P, Па	t, C	P, Па	t, C	P, Па
0	611	10	1228	20	2328	30	4242
1	657	11	1312	21	2486	31	4493
2	705	12	1403	22	2644	32	4754
3	759	13	1497	23	2809	33	5030
4	813	14	1599	24	2894	34	5320
5	872	15	1705	25	3168	35	5624
6	935	16	1817	26	3361	36	5941

7	1001	17	1937	27	3565	37	6275
8	1073	18	2064	28	3780	38	6625
9	1148	19	2197	29	4005	39	6991

Значение относительной влажности φ, найденного описанными способами, может быть проверено по данным психометрической таблицы

4. Скорость движения воздуха измеряется с помощью крыльчатых или чашечных анемометров (Рис 3.4). Крыльчатый анемометр принимается для измерения скорости воздуха до 10 м/с, а чашечный – до 30м/с. Принцип действия анемометров обоих типов основан на том, что частоты вращения крыльчатки тем больше, чем больше скорость движения воздуха. Вращение крыльчатки передается на счетный механизм. Разница в показаниях до и после измерения, деленная на время наблюдения, показывает число делений в 1 с. Специальный тарировочный паспорт, предлагаемый к каждому прибору позволяет по вычисленной величине делений определить скорость движения воздуха.

Рис 3.4 Чашечный анемометр

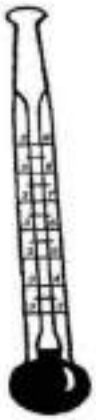


Рис. 3.5 Кататермометр

Скорость движения воздуха в интервале величин от 0.1 до 0.5 м/с можно определить с помощью кататермометра (Рис.3.5). Шаровой кататермометр представляет собой стартовый термометр с двумя резервуарами: шаровым внизу и цилиндрическим вверху. Шкала кататермометра имеет давление от 31 до 41 градуса. Для работы с этим прибором его предварительно нагревают на водяной бане, затем вытирают насухо и помещают в исследуемое место. По величине падения столба спирта в единицу времени на кататермометре при его охлаждении судят о скорости движения воздуха. Для измерения малых скоростей (от 0.03 до 5 м/с) при температуре в производственных помещениях не ниже 10С применяется термоанемометр. Это электрический прибор на полупроводниках, принцип его действия основан на измерении величины сопротивления датчика при изменении температуры и скорости движения воздуха.

Таблица 3.1

Значения относительной влажности

t_c °C	Разность показаний сухого и влажного термометров t_c - t_b °C									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Относительная влажность φ, %									
0	100	81	63	45	28	11				

1	100	83	65	48	32	16				
2	100	84	68	51	35	20				
3	100	84	69	54	39	24	10			
4	100	85	70	56	42	28	14			
5	100	86	72	58	45	32	19	6		
6	100	86	73	60	47	35	23	10		
7	100	87	74	61	49	37	26	14		
8	100	87	75	63	51	40	29	18	7	
9	100	88	76	64	53	42	31	21	11	
10	100	88	76	65	54	44	34	24	14	5

Продолжение табл. 3.1

11	100	88	77	66	56	46	36	26	17	8
12	100	89	78	68	57	48	38	29	20	11
13	100	89	79	69	59	49	40	31	23	14
14	100	89	79	70	60	51	42	34	25	17
15	100	90	80	71	61	52	44	36	27	20
16	100	90	81	71	62	54	46	37	30	22
17	100	90	81	72	64	55	47	39	32	24
18	100	91	82	73	65	56	49	41	34	27
19	100	91	82	74	65	58	50	43	35	29
20	100	91	83	74	66	59	51	44	37	30
21	100	91	83	75	67	60	52	46	39	32
22	100	92	83	76	68	61	54	47	40	34
23	100	92	84	76	69	61	55	48	42	36
24	100	92	84	77	69	62	56	49	43	37
25	100	92	84	77	70	63	57	50	44	38
26	100	92	85	78	71	64	58	51	46	40
27	100	92	85	78	71	65	59	52	47	41

28	100	93	85	78	71	65	59	52	48	42
29	100	93	86	79	72	66	60	54	49	43
30	100	93	86	79	73	67	61	55	50	44

Скорость движения воздуха V, м/с , при замере ее анемометром АСО-3 подсчитывается по формуле

$$V = an + b, \quad (3.7)$$

где n число делений в 1 с; $n = \frac{n_к - n_н}{t_{зам}}$; $n_н$ и $n_к$ – начальный и конечный отсчеты по анемометру; t зам – продолжительность замера по прибору.

При выполнении настоящего практического занятия рекомендуется использовать формулу:

$$V = 0{,}45n + 0{,}01$$

5. Гигиеническая оценка результатов расчета параметров микроклимата: производится по санитарным нормам, приведенным в ГОСТ 12.1.005-88.

Таблица 3.2

Оптимальные нормы температуры, относительно влажности и скорости движения воздуха по рабочей зоне производственных помещений

Период Года	Категория Работ	Температура, °С	Относительная влажность, %	Скорость движения воздуха м/с не более
Холодный (температура наружного воздуха ниже +10°С)	Легкая – 1	22-24	40-60	0,1
	Легкая – 1б	21-23	40-60	0,1
	Средней тяжести – Па	18-20	40-60	0,2
	Средней тяжести – Пб	17-19	40-60	0,2
	Тяжелая – III	16-18	40-60	0,3

Теплый (температура наружного воздуха +10°С и выше)	Легкая – 1а	23-25	40-60	0,1
	Легкая – 1б	22-24	40-60	0,2
	Средней тяжести – Па	21-23	40-60	0,3
	Средней тяжести – Пб	20-22	40-60	0,3
	Тяжелая - III	18-20	40-60	0,4

Пример расчета:

Исходный данные: $B_п$= 87937 Па,$B_ш$ = -50 Па, t_c = 22 °С, t_c = 16 °С, $\Delta t = -\frac{10Па}{°C}$, $B_д$ = +100 Па, $n_н$=6000, t зам= 200с, период года – теплый.

Решение:

1. Атмосферное давление на рабочем месте (при температурной поправке)

$$B_т = t_c * \Delta t = 22(-10) = -220 \text{ Па}$$

$$B = B_п + B_ш + B_т + B_д = 87837 - 50 - 220 + 110 = 87667 \text{ Па}.$$

2. Скорость движения воздуха по исходным данным, полученным при помощи анемометра АСО-3. При числе давлений в 1с

$$n = \frac{n_к - n_н}{t_{зам}} = 6040 - \frac{6000}{200} = 0{,}2 \text{ дел/с}$$

Скорость движения воздуха составляет;

$$V=0{,}45n + 0{,}01 = 0{,}45 * 0{,}2 + 0{,}01 = 0{,}10 \text{ м/с}$$

3. Относительная влажность воздуха по давлению водяного пара. При давлении насыщенного водяного пара при температуре сухого термометра Рн.с = 2644 Па и температуре влажного термометра Р н.в = 1817 Па и парциальном давлении водяного пара в воздухе:

$$P_{в.п} = P_{н.в} - C(t_c - t_в) * B = 1817 - 0{,}00074 * (22 - 16) * 87837 = 1427 \text{ Па}$$

относительная влажность воздуха:

$$\varphi = \frac{P_{в.п}}{P_{н.с}} 100 = \frac{1427}{2644} 100 = 54\%$$

3б. Относительная влажность воздуха по плотности (массе) водяного пара. При абсолютной влажности воздуха:

$$A = \frac{1000 * P_{в.п}}{461{,}5(273 + t_c)} = \frac{1000 * 1527}{461{,}5(273 + 22)} = 10{,}48 \text{ г/м}^3$$

И максимальной влажности воздуха:

$A_{max} = \frac{1000 * P_{н.с}}{461{,}5(273+t_c)} = \frac{1000*2644}{461{,}5(273+22)} = 19{,}42$ г/м^{3}относительная влажность воздуха равна:

$$\varphi = \frac{A}{A_{max}} 100 = \frac{10{,}48}{19{,}42} 100 = 54\%$$

3в. Правильность произведенных подсчетов φ подтверждают данные таблицы. При разности показаний сухого и влажного термометров Тс – Тв = 22 – 16 = 6 °С относительная влажность воздуха φравна 54%

Варианты заданий

Для выполнения задания даются следующие показатели: отсчет по барометру Вп Температура воздуха по сухому (Тс) и влажному (Тв) термометрам психрометра, начальный (Nн) и конечный (Nк) отсчеты по анемометру, продолжительность замера скорости движения воздуха Тзам, период года (холодный, теплый) Для отсчета скорости движения воздуха использовать формулу

$$V = 0{,}45n + 0{,}01$$

Интенсивность теплового излучения на рабочем месте полагать равной 50 Вт/м^2. Числовые значения исходных данных приведены в таблице 3.3.

Таблица 3.3

Числовые значения поправок к барометру

вариант	Вв, Па	Вш, Па	Δt, Па/°С	Ва, Па	Тс, °С	Тв, °С	Nн	Nк	Т зам, °С	Период года
1	110146	-100	-10	+100	23	18	6000	6246	140	Холодный
2	105752	-100	-10	+100	22	16	6107	6138	155	То же
3	97989	+75	-10	+100	18	13	6357	6407	160	То же
4	90498	+25	-10	+100	17	11	6841	6909	170	То же
5	94232	+150	-10	+100	16	11	6944	7051	200	То же
6	103379	-50	-10	+100	24	17	6107	6387	150	Теплый
7	107509	-100	-10	+100	23	17	6305	6696	187	То же
8	89371	0	-10	+100	22	15	6421	6501	190	То же
9	94263	+150	-10	+100	20	15	6725	6830	175	То же
10	96946	+100	-10	+100	19	12	6100	6176	11	То же

Порядок выполнения работы

1. Расчет и оформление практической работы провести в соответствии с примером расчета. Варианты заданий определяются пр-ем.

2. Результаты расчетов микроклимата на рабочем месте в производственном помещении занести в таблицу.

Таблица 3.4

Пример заполнения таблицы

Температура воздуха		Относительная влажность %		Скорость движения воздуха	
Фактическая данная	Оптимальная по нормам	Фактическая рассчитанная	Оптимальная по нормам	Фактическая рассчитанная	Оптимальная по нормам

3. На основании полученных результатов определить категорию работ, в соответствии с периодом года.

4. Ответить на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Что понимают под микроклиматом производственных помещений?
2. Опишите характер действия климатических факторов на организм человека.
3. В чем состоит нормирование воздействий климатических факторов на человека?
4. Как определяют давление, температуру, относительную влажность и скорость движения воздуха?
5. Назовите способы и средства нормализации микроклимата на рабочих местах.

РАСЧЕТНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №4. РАСЧЕТ ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИЙ И БОРЬБА С ИЗБЫТОЧНЫМ ТЕПЛОМ В ШАХТАХ

Цель практического занятия - закрепление теоретических знаний, полученных при изучении темы «Комфортные условия жизнедеятельности», и овладение методикой расчета тепловыделений в выработки глубоких шахт и выбора технических решений по борьбе с избыточным теплом.

Общие сведения. Климатические условия в подземных выработках, особенно в глубоких шахтах, как правило, отличаются от климатических условий на земной поверхности. Микроклимат горных выработок (т. е. действующее в них на организм человека сочетание температуры, влажности, скорости движения воздуха, его давления и температуры окружающих поверхностей) в значительной степени зависит от теплообменных процессов, происходящих на пути движения воздуха. Под воздействием этих процессов температура шахтного воздуха в выработках существенно повышается с увеличением глубины ведения горных работ.

Нагревание воздуха, движущегося по горным выработкам, происходит в результате:

- теплообмена между потоком шахтного воздуха и окружающим выработки массивом горных пород, т. е. охлаждения пород;
- естественного адиабатического сжатия воздуха при движении его вниз по вертикальным и наклонным выработкам;
- изменения содержания влаги в воздухе;
- теплообмена между воздухом и подземной водой, текущей по выработкам;
- окисления угля, угольной пыли, сульфидных руд, крепежного леса и некоторых других веществ;
- охлаждения отбитых и транспортируемых масс угля и породы;
- работы горных машин и механизмов;
- выделения тепла осветительными установками, электрическими кабелями, трубопроводами сжатого воздуха, телом человека, а также действия других второстепенных факторов.
- Вызванное перечисленными факторами приращение температуры шахтного воздуха (оС = К), может быть определено из выражения

$$\Delta t = \frac{\Sigma Q_i}{C_p \rho V}, \qquad (4.1)$$

где ΣQ_i - суммарное количество теплоты, идущее на нагревание воздуха, кДж/ч; C_p - удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении, кДж/(кг·К); ρ - плотность воздуха, кг/м^3; V - объемный расход воздуха, м^3/ч.

Шахтный воздух уже при температуре свыше 25 °С оказывает отрицательное тепловое воздействие на физиологию и гигиену труда подземных рабочих. При задержке отдачи телом человека накопившегося в нем тепла возникает перегрев организма, осложняющий протекание жизненных процессов. Чрезмерный перегрев организма вызывает ухудшение самочувствия человека, приводит к серьезным заболеваниям (в наиболее тяжелых случаях - к

тепловому удару, или стрессу, или даже к смерти), увеличивает вероятность травматизма, снижает производительность труда.

Изменение температуры воздуха (и других параметров микроклимата) в подземных выработках оказывает влияние также на физико-механические свойства горных пород и на безопасное состояние сооружений и выработок.

Расчет выделения теплоты в выработки глубоких шахт ведется по следующим зависимостям.

1. Тепловыделение при охлаждении горных пород. Количество теплоты $Q_{охл}$, кДж/ч, выделяющееся вследствие охлаждения окружающих выработку горных пород, описывается уравнением Ньютона для конвективного теплообмена

$$Q_{охл} = K_т P l (t_п - t_в), \tag{4.2}$$

где $K_т$ - коэффициент нестационарного теплообмена между массивом горных пород и воздухом, кДж/(м^2·ч·К) (рассчитывается по формуле, приводимой ниже); P и l - периметр и длина выработки, м; $t_п$ - естественная температура неохлажденных пород на данной глубине, (°С = $К$, расчет приводится ниже); $t_в$ – $t_{вб}$ - допустимая температура воздуха в выработке, °С (принимается согласно Правилам безопасности).

Коэффициент $K_т$, кДж/(м^2·ч·К) определяется по формуле

$$K_т = \frac{\lambda}{1+\frac{\lambda}{2\alpha_0 R_э}} \cdot \left[\frac{1}{2R_э} + \frac{1}{\sqrt{\pi a \tau\left(1+\frac{\lambda}{2\alpha_0 R_э}\right)}}\right], \tag{4.5}$$

где λ - коэффициент теплопроводности породы, кДж/(м·ч·К) (принимается по табл. 3.1); α_0 - суммарный коэффициент теплоотдачи от стен шахтной выработки к воздуху, кДж/(м^2·ч·К) (расчет ниже); $R_э$ - эквивалентный радиус выработки, м: $R_э = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = 0.564\sqrt{S}$, a - коэффициент температуропроводности

породы, м²/ч: $\alpha = \frac{\lambda}{c_п \cdot \rho_п}$ (принимается по табл. 3.1); $c_п$ - удельная теплоемкость породы, кДж/(кг·К) (принимается по табл. 3.1); $\rho_п$ - плотность породы, кг/м³ (принимается по табл. 3.1); τ - расчетное время процесса теполообмена, ч (например, при длительности процесса теплообмена 4 года значение τ = 4·365·24 = = 35040 ч).

Таблица 4.0

Тепловая характеристика пород

Порода	ρ, кг/м³	$c_п$, кДж/(кг·К)	λ, кДж/(м·ч·К)	a, м²/ч
Песчаник (Центральный Донбасс)	2475	0,854	9,211	0,00436
Глинистые и песчанистые сланцы (там же)	2450	0,904	6,363	0,00287
Уголь (там же)	1225	1,184	1,051	0,00073
Бурый уголь (Челябинский бассейн)	1210	1,130	0,913	0,00067
Каменный уголь (Карагандинский бассейн)	1275	1,055	0,963	0,00072
Углистый сланец	1765	1,021	3,006	0,00167
Глинистый сланец	2433	0,992	3,354	0.00139
Змеевик	2690	0,950	5,694	0,00223
Гранит	2722	0,917	7,972	0.00319
Серный колчедан (Дегтярское месторождение)	4620	0,908	15,010	0,00358
Медный колчедан (там же)	4716	0,862	15,165	0,00373

Суммарный коэффициент теплоотдачи с поверхности горной выработки α_0, кДж/(м²·ч·К), находится их выражения

$$\alpha_0 = \alpha_к + \alpha_и,$$

где $\alpha_к$ - конвективный коэффициент теплоотдачи от стен выработки к воздуху, кДж/(м²·ч·К)

$$\alpha_к = 2{,}9 \cdot 4{,}1868 \frac{V^{0.8}}{Д_э^{0.2}} = 12{,}14 \frac{V^{0.8}}{Д_э^{0.2}}$$

где v - скорость движения воздуха в выработке, м/с; $Д_э$ - эквивалентный диаметр выработки, м: $Д_э = \frac{4S}{P}$; $\alpha_и$ - коэффициент, учитывающий испарения влаги с мокрых стен выработки, кДж/(м²·ч·К)

$\alpha_и = 1{,}3\beta \cdot r$,

где β - коэффициент массоотдачи (коэффициент испарения), кг/(м²·ч·К), принимается равным 0,01 - для стволов, 0,15 - для капитальных выработок, 0,03 - для лав; r - теплота парообразования воды, принимается r = 2256 кДж/кг.

Температура горных пород в массиве $t_п$, °С, на заданной глубине H, м, от земной поверхности определяется по формулам:

$$t_п = h \cdot t_н + \frac{H - H_0}{Г_{ст}} \text{ или } t_п = h \cdot t_н + (H - H_0)\delta, \qquad (4.6)$$

где $t_п$ - температура пород нейтрального слоя (зоны с постоянной температурой пород) в данной местности; принимается примерно равной среднегодовой температуре воздуха на земной поверхности в данном районе, °С; $t_п$ = 8,5; 2,5; 2,5; 3,0 °С для условий соответственно Донбасса, Кузбасса, Караганды и Мосбасса; H_0 - глубина (толщина) нейтрального слоя, м: H_0 = 20-40 м; $Г_{ст}$ - геотермическая ступень данного района, м/°С: в среднем $Г_{ст}$ составляет для угольных месторождений 30–40 м/ °С, рудных 50-140 м/ °С, нефтяных 15-20 м/ °С; δ - геотермический градиент, °С/м.

2. Тепловыделение при сжатии воздуха. Количество теплоты $Q_{сж}$, кДж/ч, выделяющееся при движении воздуха вниз по вертикальным и наклонным выработкам, определяется выражением

$$Q_{сж} = 9{,}81 \cdot \rho \frac{V_в \cdot H}{1000} = 0{,}00981 \cdot \rho \cdot V_в \cdot H, \qquad (4.7)$$

где ρ - плотность воздуха, кг/м³; $V_в$ - количество воздуха, проходящего по выработке (объемный часовой расход воздуха), м³/ч: $V_в = 3600 \cdot v \cdot S$;

v - скорость движения воздуха в выработке, м/с; S - площадь поперечного сечения выработки, м^2; H - глубина расположения выработки, м; для наклонной выработки

$$H = l_н \cdot sin\,\psi, \tag{4.8}$$

где $l_н$ - длина наклонной выработки; ψ - угол наклона выработки, град.

3. Тепловыделение при окислительных процессах. Количество теплоты $Q_{ок}$, кДж/ч, образующееся при окислении угля, угленосных сланцев, сульфидных руд и древесины, подсчитывается по формуле А. Ф. Воропаева

$$Q_{ок} = q_{ок} \cdot V^{0,8} \cdot P \cdot l, \tag{4.9}$$

где $q_{ок}$ - тепловыделение в результате окислительных процессов, приведенное к скорости движения воздуха в выработке, V = 1 м/с, кДж/(м^2·ч); $q_{ок}$ можно принимать равным 12-21 кДж/(м^2·ч).

4. Тепловыделение от местных источников. К местным источникам теплоты относят электродвигатели, трансформаторы, светильники, электрические кабели, трубопроводы сжатого воздуха, пневматические двигатели, другие тепловыделяющие машины, механизмы и устройства, а также работы, производимые с применением бетона на участке выработки или в призабойной зоне, когда тепло выделяется при его отвердении.

Расчетные формулы для определения количества теплоты от местных источников имеют следующий вид:

4.1. Тепловыделение при работе ***электродвигателей*** горных машин и освещения $Q_{эд}$, кДж/ч

$$Q_{эд} = \frac{3600 \cdot N_{потр} \cdot k_з}{\eta_э}, \tag{4.10}$$

где $N_{потр}$ - потребляемая мощность электродвигателей и осветительных установок, кВт; $k_з$ - коэффициент загрузки оборудования во времени: $k_з$ = 0,8; $\eta_э$ - к. п. д. электродвигателя: $\eta_э$ = 0,95.

4.2. Тепловыделение в выработку (ствол, уклон, бремсберг и др.) при эксплуатации ***лебедок*** $Q_л$, кДж/ч:

- при подъеме груза лебедкой $Q_{лп} = 3600 \cdot N_л \cdot k_з(1-\eta_м)$;

- при спуске груза лебедкой $Q_{лс} = 3600 \cdot N_л \cdot k_з$.

где $N_л$ - установленная мощность электродвигателя лебедки, кВт; $\eta_м$ - механический к. п. д.: $\eta_м = 0{,}8$.

4.3. Тепловыделение при работе ***трансформатора*** $Q_{тр}$, кДж/ч

$$Q_{тр} = 3600 \cdot N_{тр} \cdot p_{тр}, \qquad (4.11)$$

где $N_{тр}$ - мощность трансформатора, кВт; $p_{тр}$ - тепловые потери трансформатора: $p_{тр} = 0{,}04 \div 0{,}05$.

4.4. Тепловыделение при затвердевании монолитной ***бетонной крепи*** $Q_б$, кДж/ч

$$Q_б = q_б \cdot P \cdot l_ц, \qquad (4.12)$$

где $q_б$ - удельное выделение теплоты при отвердевании бетона, кДж/(м^2·ч); принимается $q_б = 200 \div 400$ кДж/(м^2/ч); P - периметр выработки, м; $l_ц$ - длина участка бетонирования, контактирующего с вентиляционной струей за один цикл проходки, м.

4.5. Тепловыделение при ***взрыве ВВ***. В выработке большого сечения при использовании более 100 кт ВВ тепловыделение при взрыве $Q_{взр}$, кДж/ч, рассчитывается по формуле

$$Q_{взр} = 0{,}8 \cdot q_{взр} \cdot m_з, \qquad (4.13)$$

где $q_{взр}$ - удельное тепловыделение при взрыве 1 кг ВВ, кДж/кт; $m_з$ - масса заряда, кг.

Таблица 4.1

Рекомендуемые значения $q_{взр}$ для применяемых ВВ

Аммонит ПЖВ-20	3360		Аммонит АП-5ЖВ	3780

Угленит Э-6	2570		Аммонит скальный №1	5400
Победит ВП-4	3810		Аммонит № 6 ЖВ	4290
Аммонит АП-4ЖВ	3560		Игданит	3790

4.6. Тепловыделение при работе шахтных ***вентиляторов*** происходит в результате работы электродвигателя, внутренних потерь энергии в вентиляторе и аэродинамического сжатия воздуха. Количество теплоты $Q_{вен}$, кДж/ч, поступающее в выработку при работе вентилятора, выражается формулой

$$Q_{вен} = 3600 \cdot V_{вс} \frac{h_в}{1000\eta_{ву}} = 3{,}6 \cdot V_{вс} \frac{h_в}{\eta_{ву}}, \quad (4.14)$$

где $V_{вс}$ - количество воздуха, проходящего по выработке (секундный расход), м^3/с; $h_в$ - депрессия выработки, Па;

$$h_в = \alpha_в \cdot P \cdot l \frac{v^2}{S}, \quad (4.15)$$

где $\alpha_в$ - коэффициент аэродинамического сопротивления трения выработки, Н·с^2/м^4 = Па· с^2/м^2; P, l, S - периметр, длина и площадь поперечного сечения выработки, м, м, м^2; v - средняя скорость движения воздуха по выработке, м/с;

$$\eta_{ву} = \eta_в \cdot \eta_{дв} \cdot \eta_п, \quad (4.16)$$

$\eta_в$ = 0,6÷0,8; $\eta_{дв}$ = 0,85÷0,95 и $\eta_п$ - к. п. д. соответственно вентиляторной установки, вентилятора, двигателя и редукторной ($\eta_п$ = 1) или ременной ($\eta_п$ = = 0,9÷0,95) передач.

Подставляя (4.15) в (4.16) и учитывая, что

$$V_{вс} = v \cdot S \text{ м}^3/\text{с}, \quad (4.17)$$

получим (кДж/ч)

$$Q_{вен} = 3{,}6 \cdot \alpha_в \cdot P \cdot l \frac{v^3}{\eta_{ву}}. \quad (4.18)$$

4.7. Тепловыделение при работе ***людей*** $Q_л$, кДж/ч

$$Q_л = q_л \cdot n_л, \quad (4.19)$$

где $q_л$ - количество теплоты, выделяемое работающим человеком, кДж/ч·чел $q_л$ = 1050÷2500 кДж/ч·чел.; $n_л$ - число одновременно работающих людей в выработке.

5. Общее тепловыделение в выработку $Q_{общ}$, кДж/ч, находится суммированием всех частных выделений теплоты

$$Q_{общ} = \sum_{i=1}^{n} Q_i \qquad (4.20)$$

Способы искусственного охлаждения шахтного воздуха

Целью искусственного охлаждения шахтного воздуха является отвод определенного («излишнего») количества теплоты от него при помощи охлаждающего вещества. Тепло от воздуха можно отвести путем соприкосновения последнего с какой-либо холодной поверхностью или путем смешения его с газообразной струей, имеющей температуру ниже температуры воздуха.

Борьба с избыточным выделением теплоты в горные выработки ведется по нескольким направлениям:

- предохранение воздуха от нагревания при его движении к местам потребления;
- охлаждение воздуха без применения специальных холодильных машин;
- охлаждение воздуха с применением холодильных машин (кондиционирование).

Способы предупреждения нагревания шахтного воздуха включают в себя следующее:

- увеличение количества подаваемого в выработки воздуха путем повышения мощности вентиляторных установок, увеличения скорости движения воздуха, расширения сечений воздухоподающих выработок;

- замена машин с электроприводам машинами с пневматическим приводом;

- тепло- и гидроизоляция стен выработок;

- теплоизоляция и тщательное уплотнение воздухоподающих трубопроводов;

- предупреждение возникновения интенсивных окислительных процессов;

- сокращение пути движения воздуха к местам потребления путем выбора соответствующей схемы проветривания, проведения дополнительных выработок и скважин;

- подача воздуха к местам потребления по специально пройденным выработкам, где скорость движения воздуха может быть существенно увеличена;

- замена восходящего проветривания очистных выработок нисходящим проветриванием (при соблюдении соответствующих требований ПБ).

Для предотвращения нагревания воздуха без применения холодильных машин используются следующие способы:

- осушение воздуха сорбентами, т. е. веществами, способными поглощать влагу из воздуха (например, хлористым кальцием);

- охлаждение воздуха льдом;

- охлаждение воздуха жидким воздухам, при испарении которого поглощается значительное количество теплоты;

- охлаждение воздуха сжатым воздухам (например, от пневмо-кондиционеров);

- охлаждение воздуха водой: путем непосредственного соприкосновения охлаждающей воды с воздухом либо через поверхность труб, где воздух охлаждается в специальных теплообменниках;

- пропускание воздуха через тепловыравнивающие каналы путем подвода воздуха к стволу по горизонтальным выработкам, пройденным на глубине среднегодовой температуры.

Наиболее эффективным является искусственное охлаждение воздуха в системах кондиционирования: в компрессорных и абсорбционных холодильных установках. Холодильные установки бывают передвижные и стационарные. Передвижные установки предназначены для охлаждения воздуха в тупиковых выработках или в отдаленных очистных забоях. Стационарные установки располагаются как на земной поверхности, так и в подземных условиях.

Хладопроизводительность (холодильная мощность) **отечественных шахтных холодильных агрегатов и кондиционеров составляет:**

- передвижных кондиционеров ВК-230 - 230 кВт, КПШ-3 – 105 кВт, КПШ-40 - 47 кВт, КПШ-40П с пневмоприводом - 52 кВт;
- турбокомпрессионных холодильных машин ШХТМ-1300 - 1500 кВт, ХТМФ-235М-2000 - 2325 кВт, ХТМФ-248-4000 - 4650 кВт;
- поршневой холодильной машины МФ-220-1РШ - 255 кВт;
- абсорбционной холодильной машины АБХА-2500-2В – 2800 кВт.

Для стационарной работы на поверхности используются машины ХТМФ-235-2000, ХТМФ-248-4000, АБХА-2500-2В, а машины ШХТМ-1300 и МФ-220-1РШ устанавливаются на глубоких горизонтах.

Охлаждение шахтного воздуха с применением холодильных машин становится необходимым, когда общее тепловыделение в выработку $Q_{общ}$ превышает тепловыделение в нее, допускаемое Правилами безопасности, $Q_{пб}$, т. е. при условии

$$Q_{общ} > Q_{пб}.$$

Поскольку эти количества теплоты описываются формулами:

$Q_{общ} = c_р \cdot \rho \cdot V_{теп} \cdot (t_{пб} - t_н)$ и $Q_{пб} = c_р \cdot \rho \cdot V_в \cdot (t_{пб} - t_н)$,

то критерий необходимости кондиционирования воздуха в выработке может быть записан в виде соотношения

$$V_{теп} > V_{в},$$

где $V_{теп}$ - количество воздуха, которое необходимо подать в выработку по тепловому фактору без охлаждения воздуха, м^3/ч;

$$V_{теп} = \frac{Q_{общ}}{c_p \cdot \rho \cdot \Delta t'} \quad (4.21)$$

где c_p - удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении, кДж/(кг·К) c_p = 0,241 ккал/(кг·К)·4,1868 кДж/ккал = 1,009 кДж/(кг·К); ρ - плотность воздуха, кг/м^3; Δt - перепад температур между выходящим (отработанным) и входящим (свежим) воздухам, проходящим по выработке, К (°С):

для стволов $\Delta t = t_в - t_н$, для подземных выработок $\Delta t = t_п - t_в$.

При необходимости кондиционирования воздуха следует выбрать тип кондиционера, рассчитать потребное количество кондиционеров и проверить правильность их установки.

Требуемая хладопроизводительность кондиционера $N_к'$, кВт, находится по формуле

$$N_к' = \frac{c_h \cdot \rho \cdot V_d (t_в - t_{вб})}{3600} \quad (4.22)$$

К установке принимают кондиционер хладопроизводительностью

$N_К \geq N_К'$

При установке кондиционера в выработке (обычно одного) температура смеси за кондиционером $t_{см}$, °С (=К), определяется соотношением

$$t_{см} = t_п - 3600 \frac{N_К}{C_p \cdot \rho \cdot V_в} \quad (4.23)$$

Достаточность установки кондиционера проверяется по условию

$t_{см} < t_в$

Если $t_{см} > t_в$, то необходимо установить более мощный кондиционер.

Пример расчета. Исходные данные:

выработка - ствол шахты,

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 38{,}5 \text{ м}^2,$$

$r_э = 3{,}5$ м,

$d = d_э = 7$ м,

$P = \pi \cdot d = 22$ м,

$l = H = 1200$ м,

$\alpha = 0°$,

$H_0 = 20$ м,

$$\delta = \frac{1}{\Gamma_{ст}} = 0{,}035 \text{ м/°С},$$

порода - песчаник,

$\rho_п = 2400$ кг/м^3,

$c_п = 0{,}858$ кДж/(кг·К),

$\lambda = 9{,}21$ кДж/(м·ч·К),

$$a = \frac{\lambda}{c_п \cdot \rho_п} = 0{,}00477 \text{ м}^2/\text{ч},$$

$v = 2$ м/с,

$\tau = 7$ лет $= 7 \cdot 365 \cdot 24 = 61320$ ч,

$t_н = 8{,}5$ °С,

$t_в = t_{пб} = 24$ °С,

$N_{потр} = 100$ кВт,

$N_п = 90$ кВт,

$\alpha_с = 0{,}0040$ кгс·с^2/м^4 =

$= 0{,}0392$ Па· с^2/м^2,

$N_{тр} = 100$ кВт,

$n = 7$ человек.

Для обеспечения возможности выполнения расчета тепловыделений по приведенным выше формулам принимаем дополнительно следующие данные (параметры):

$\beta = 0{,}01$ кг/(м^2·ч·К),

$r = 2256$ кДж/кг,

$\rho = 1{,}25$ кг/м^3,

$q_{пж} = 16$ кДж/(м^2·ч).

$\kappa_т = 0{,}8$,

$\eta_{дв} = 0{,}95$,

$P_{тр} = 0{,}05$,

$q_б = 200$ кДж/(м^2·ч),

$l_ц = 5$ м,

$q_п = 2000$ кДж/(ч·чел).

$\eta_{су} = \eta_у \cdot \eta_{дв} \cdot \eta_п = 0{,}7 \cdot 0{,}85 \cdot 0{,}95 = 0{,}56$,

$c_р = 1{,}009$ кДж/(кг·К).

Подсчитываем количества теплоты, выделяющиеся в выработку.

1. Тепловыделение при охлаждении горных пород

$$\alpha_k = 12.4 \cdot \frac{V^{0.8}}{d_э{}^{0.2}} = 12.4 \cdot \frac{2^{0.8}}{7^{0.2}} = 14.32, \text{ кДж/(м}^2\text{·ч·К;}$$

$$\alpha_и = 1.3 \cdot \beta \cdot r = 1{,}3 \cdot 0{,}001 \cdot 2256 = 29{,}33, \text{ кДж/(м}^2\text{·ч·К);}$$

$$\alpha_0 = \alpha_k + \alpha_и = 14{,}32 + 29{,}33 = 43{,}65, \text{ кДж/(м}^2\text{·ч·К);}$$

$$K_т = \frac{\lambda}{1+\frac{\lambda}{2\alpha_0 \cdot R_э}} \cdot \left[\frac{1}{2R_э} + \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot a \cdot \tau}\left(1+\frac{\lambda}{2\alpha_0 \cdot R_э}\right)}\right] =$$

$$\frac{9{,}211}{1+\frac{9{,}211}{2 \cdot 43{,}65 \cdot 3{,}5}} \cdot \left[\frac{1}{2 \cdot 3{,}5} + \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot 0{,}00447 \cdot 61320}\left(1+\frac{9{,}211}{2 \cdot 43{,}65 \cdot 3{,}5}\right)}\right] = 1{,}57,$$

кДж/(м^2·ч·К);

$$t_п = t_Н + (H - H_0)\delta = 8{,}5 + (1200 - 20)0{,}035 = 50\ °C;$$

$$Q_{охл} = K_т \cdot P \cdot l(t_п - t_в) = 1{,}57 \cdot 22 \cdot 1200(50 - 24) = 107764 \text{ кДж/ч.}$$

2. Тепловыделение при сжатии шахтного воздуха

$$V_и = 3600 \cdot v \cdot S = 3600 \cdot 2 \cdot 38{,}5 = 277200 \text{ м}^3\text{/ч;}$$

$$Q_{сж} = 0{,}00981 \cdot \rho \cdot V_В \cdot H = 0{,}00981 \cdot 1.25 \cdot 277200 \cdot 1200 = 4078998$$

кДж/ч.

3. Тепловыделение при окислительных процессах

$$Q_{ОК} = q_{ОК} \cdot V^{0.8} \cdot P \cdot l = 16 \cdot 2^{0.8} \cdot 22 \cdot 1200 = 735441 \text{ кДж/ч.}$$

4. Тепловыделение от местных источников:

- при работе электродвигателей горных машин и освещения

$$Q_{ЭД} = \frac{3600 \cdot N_{потр} \cdot K_з}{\eta_{ДВ}} = \frac{3600 \cdot 100 \cdot 0.8}{0{,}95} = 303158 \text{ кДж/ч;}$$

- при спуске груза лебедкой

$$Q_{ЛС} = 3600 \cdot N_п \cdot K_з = 3600 \cdot 90 \cdot 0{,}8 = 259200 \text{ кДж/ч;}$$

- при работе трансформатора

$$Q_{ТР} = 3600 \cdot N_{ТР} \cdot P_{ТР} = 3600 \cdot 100 \cdot 0{,}5 = 18000 \text{ кДж/ч;}$$

- при работе шахтных вентиляторов

$$Q_{ВЕН} = 3{,}6 \cdot \alpha_В \cdot P \cdot l \frac{V^3}{\eta_{ВУ}} = 3{,}6 \cdot 0{,}0392 \cdot 22 \cdot 1200 \frac{2^3}{0.565} = 52751 \text{ кДж/ч;}$$

- при затвердевании монолитной бетонной крепи

$$Q_б = q_б \cdot P \cdot l_ц = 200 \cdot 22 \cdot 5 = 22000 \text{ кДж/ч;}$$

- при работе людей

$$Q_Л = q_л \cdot n_л = 2000 \cdot 7 = 14000 \text{ кДж/ч.}$$

5. Общее тепловыделение в ствол

$$Q_{общ} = \sum_{i-1}^{n} Q_i = Q_{охл} + Q_{сж} + Q_{ок} + Q_{зд} + Q_{лс} + Q_{тр} + Q_{вен} + Q_б + Q_л =$$
$$1077648 + 4078998 + 735441 + 303158 + 259200 + 18000 + 52751 +$$
$$22000 + 14000 = 6561196$$

кДж/ч.

Находим количество воздуха, необходимое для проветривания выработки по тепловому фактору без охлаждения воздуха

$$V_{теп} = \frac{Q_{общ}}{C_р \cdot \rho (t_{нв} - t_Н)} = \frac{6561196}{1{,}009 \cdot 1{,}25(24-8{,}5)} = 335611 \text{ м}^3\text{/ч.}$$

Проверяем условие достаточности расхода воздуха по тепловому фактору $V_{теп} \langle V_в$.

В рассматриваемом случае это условие не выполняется, так как

$$V_{теп} = 335611 < V_В = 277200$$

Следовательно, требуется искусственное охлаждение воздуха при помощи холодильных машин.

Определяем требуемую хладопроизводительность холодильной машины

$$N_к = \frac{C_р \cdot \rho \cdot V_В (t_П - t_{нв})}{3600} = \frac{1{,}009 \cdot 1{,}25 \cdot 277200(30-24)}{3600} = 2525 \text{ кВт.}$$

Принимаем $N_к$ = 2550 кВт. Температура смеси теплого и охлажденного воздуха за кондиционером составит

$$t_{см} = t_п - \frac{3600 \cdot N_k}{c_р \cdot \rho \cdot V_В} = 50 - \frac{3600 \cdot 2550}{1{,}009 \cdot 1{,}25 \cdot 277200} = 23{,}7 \text{ °}$$

что удовлетворяет требованиям ПБ.

Варианты заданий

Перечень вариантов заданий к расчету тепловыделений в горные выработки приведен в табл. 4.2.

Таблица 4.2

Исходные данные для расчетов тепловыделений

	Величины	Номер варианта									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Выработка	Штрек		Уклон		Квершлаг		Бремберг		Ствол	
2	S, м^2	8	10	7	6	12	14	10	12	44,2	33,2
3	P, м	11,8	13,2	11,0	10,2	14,4	15,6	13,2	14,4	23,6	20,4
4	L, м	900	1000	300	500	700	600	1000	900	1100	1200
5	α, °	6	8	40	50	10	8	15	20	90	90
6	H, м	800	900	600	700	1000	800	1200	1500	1100	1200

Продолжение табл. 4.2

7	H_0, м	20	21	22	23	24	25	30	35	28	30
8	$\Gamma_{ст}$, м/°С	30	25	26	27	31	29	32	28	34	27
9	Порода	Бурый уголь	Каменный уголь	Каменный уголь	Каменный уголь	Песчаник	Песчаник	Каменный уголь	Каменный уголь	Глинистый и песчанистый сланец	Песчаник
10	V, м/с	0,5	0,75	1,0	1,5	1,0	2,0	1,5	2.0	1,0	0,5
11	τ, м/с	3	2	6	8	5	9	10	7	6	4
12	$t_н$, °С	8,5	2,5	3,0	2,5	7,5	8,3	7,9	4,2	8,0	7,5
13	$t_в = t_{пб}$, °С	24	23	20	25	23	25	24	26	24	23
14	$N_{обор}$, кВт	70	60	50	40	100	90	50	50	100	100
15	$N_д$, кВт	-	-	50	50	-	-	-	-	-	100

16	$N_{тр}$, кВт	5	10	-	-	5	5	5	5	10	10
17	$\alpha_в$, Па·с^2/м^2	0,017	0,019	0,018	0,016	0,015	0,014	0,013	0,020	0,049	0,049
18	$n_в$, чел.	7	6	3	3	6	5	6	6	5	8

Контрольные вопросы

1. Охарактеризуйте климатические условия в горных выработках глубоких шахт.

2. Как осуществляется теплоотдача тела человека в окружающую среду?

3. Какой микроклимат в выработках глубоких шахт считается допустимым?

4. Перечислите виды (формы) нагревания воздуха, движущегося по горным выработкам.

5. Как выполняется тепловое кондиционирование воздуха в горных выработках?

РАСЧЕТНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №4. ЦВЕТА СИГНАЛЬНЫЕ И ЗНАКИ БЕЗОПАСНОСТИ

Цель работы – ривить практические навыки в применении сигнальных цветов и знаков безопасности; изучить назначение, характеристики и порядок применения сигнальных цветов и знаков безопасности.

Теоретические положения.

Для предупреждения многих несчастных случаев на производстве и в быту эффективным средством является цветовое оформление машин, приборов, помещений и рациональное применение сигнальных цветов и знаков безопасности, которые устанавливает ГОСТ Р 12.4.026–01 [1].

Различают прямое психологическое воздействие цвета на челове- ка, вызывающее, например, чувство радости или печали, создающее впе- чатление легкости или тяжести какого-либо предмета, удаленности или близости его, и вторичное воздействие, связанное с ассоциациями. Напри- мер, красный, оранжевый и желтый цвета ассоциируются с огнем, солн- цем, т. е. теплом. Такие цвета создают впечатление тепла и называются те- плыми цветами. Белый, голубой, зеленый и некоторые другие цвета ассо- циируются с холодом и называются холодными цветами.

Сигнальные цвета применяются для окраски поверхностей конст- рукций, приспособлений и элементов производственного оборудования, которые могут служить источником опасности для работающих.

ГОСТом установлены красный, желтый, зеленый и синий сигналь- ные цвета. Для усиления контраста сигнальных цветов они применяются на фоне контрастных цветов. Контрастные цвета применяются также для выполнения символов и поясняющих надписей.

Красный сигнальный цвет применяется: для запрещающих знаков; надписей и символов на знаках пожарной безопасности, обозначений от-

ключающих устройств механизмов и машин, в том числе аварийных; внутренних поверхностей открывающихся кожухов и корпусов, ограждающих движущиеся элементы механизмов и машин и их крышек; рукояток кранов аварийного сброса давления; корпусов масляных выключателей, находя- щихся в рабочем состоянии под напряжением, и обозначения пожарной техники.

Желтый сигнальный цвет используется: для предупреждающих знаков элементов строительных конструкций, которые могут явиться причиной получения травм (низкие балки, выступы и перепады в полости пола, малозаметные ступени, пандусы), мест, в которых существует опасность падения, сужений проездов, колонн, стоянок и опор производствен- ного оборудования (открытые движущиеся части оборудования); кромок штампов, прессов, ограждающих конструкций площадок для работ, проводимых на высоте, и т. п. элементов внутрицехового и межцехового транспорта, подъемно-транспортного оборудования и строительно-дорожных машин, кабин и ограждений кранов, боковых поверхностей электрокаров, погрузчиков, тележек и постоянных и временных ограждений или элементов ограждений, устанавливаемых на границах опасных зон, у проемов, ям, котлованов, выносных площадок, постоянных и временных ограждений лестниц, перекрытий строящихся зданий; балконов и других мест, где возможно падение с высоты, емкостей, содержащих вещества с опасными и вредными свойствами, на которые предупреждающую окраску наносят в виде полосы шириной 50–100 мм в зависимости от размещения емкости; границ подходов к эвакуационным или запасным выходам.

Зеленый сигнальный цвет применяется для предписывающих знаков дверей и светового табло эвакуационных или запасных выходов, сигнальных ламп.

Синий сигнальный цвет используется для указательных знаков. Символ на знаках безопасности – это простое, всем понятное изображение характера опасности, мер предосторожности, инструктивных указаний или информации

по безопасности. Знаки должны быть установлены в местах, пребывание в которых связано с возможной опасностью для работающих, а также на производственном оборудовании, являющемся источником такой опасности. Знаки безопасности, устанавливаемые на воротах и входных дверях помещений, обозначают, что зона их действия – все помещение. При необходимости ограничения зоны действия знака приводятся соответствующие указания с вышеуказанным ГОСТом. Они контрастно выделются на окружающем их фоне и находятся в поле зрения людей, для которых предназначены. На местах и участках, являющихся временно опасными, устанавливаются переносные знаки и временные ограждения, окрашенные в сигнальный цвет. Всего предусмотрено четыре группы знаков безопасности:

1 запрещающий (в виде круга);

2 предупреждающий (в виде треугольника);

3 предписывающий (в виде квадрата);

4 указательный (в виде вертикального прямоугольника).

Для более полного усвоения формы символов на знаках и мест их установки следует дополнительно изучить раздел 3 ГОСТ Р 12.4.026-01 [1]. Для этого ниже дается необходимая выдержка из данного ГОСТа.

Стандарт не распространяется:

- на цвета, применяемые для световой сигнализации всех видов транспорта, транспортных средств и дорожного движения;
- цвета, знаки и маркировочные щитки баллонов, трубопроводов, емкостей для хранения и транспортирования газов и жидкостей;
- дорожные знаки и разметку, путевые и сигнальные знаки железных дорог, знаки для обеспечения безопасности движения всех видов транспорта (кроме знаков безопасности для подъемно-транспортных меха- низмов, внутризаводского, пассажирского и общественного транспорта);
- знаки и маркировку опасных грузов, грузовых единиц, требующих специальных условий транспортирования и хранения;

- знаки для электротехники.

Назначение сигнальных цветов, знаков безопасности и сигнальной разметки состоит в обеспечении однозначного понимания определенных требований, касающихся безопасности, сохранения жизни и здоровья людей, снижения материального ущерба без применения слов или с их минимальным количеством.

Сигнальные цвета, знаки безопасности и сигнальную разметку следует применять для привлечения внимания людей, находящихся на производственных, общественных объектах и в иных местах, к опасности, опасной ситуации, предостережения в целях избегания опасности, сообщения о возможном исходе в случае пренебрежения опасностью, предписания или требования определенных действий, а также для сообщения необходимой информации.

Применение сигнальных цветов, знаков безопасности и сигнальной разметки на производственных, общественных объектах и в иных местах не заменяет необходимости проведения организационных и технических мероприятий по обеспечению условий безопасности, использования средств индивидуальной и коллективной защиты, обучения и инструктажа по технике безопасности.

Размещение (установку) знаков безопасности на оборудовании, машинах, механизмах должна проводить организация-изготовитель. При необходимости дополнительное размещение (установку) знаков безопасности на оборудовании, машинах, механизмах, находящихся в эксплуатации, проводит эксплуатирующая их организация.

Графические символы и поясняющие надписи на знаках безопасности отраслевого назначения, не предусмотренные настоящим стандартом, необходимо устанавливать в отраслевых стандартах, нормах, правилах с соблюдением требований настоящего стандарта.

Назначение и правила применения сигнальных цветов.

Стандарт устанавливает следующие сигнальные цвета: красный, желтый, зеленый, синий. Для усиления зрительного восприятия цветографических изображений знаков безопасности и сигнальной разметки сигнальные цвета следует применять в сочетании с контрастными цветами – белым или черным. Контрастные цвета необходимо использовать для выполнения графических символов и поясняющих надписей.

Сигнальные цвета необходимо применять:

- для обозначения поверхностей, конструкций (или элементов конструкций), приспособлений, узлов и элементов оборудования, машин, механизмов и т. п., которые могут служить источниками опасности для лю- дей, поверхности ограждений и других защитных устройств, систем бло- кировок и т. п.;
- обозначения пожарной техники, средств противопожарной защиты, их элементов;
- знаков безопасности, сигнальной разметки, планов эвакуации и других визуальных средств обеспечения безопасности;
- светящихся (световых) средств безопасности (сигнальные лампы, табло и др.);
- обозначения пути эвакуации.

Смысловое значение, область применения сигнальных цветов и соответствующие им контрастные цвета установлены в табл. 5.0.

Красный сигнальный цвет следует применять:

- для обозначения отключающих устройств механизмов и машин, в том числе аварийных;
- внутренних поверхностей крышек (дверец) шкафов с открытыми токоведущими элементами оборудования, машин, механизмов и т. п. (если оборудование, машины, механизмы имеют красный цвет, то внутренние поверхности крышек (дверец) должны быть окрашены лакокрасочными

материалами желтого сигнального цвета);

- рукояток кранов аварийного сброса давления;

- корпусов масляных выключателей, находящихся в рабочем состоянии под напряжением;

- обозначения различных видов пожарной техники, средств противопожарной защиты, их элементов, требующих оперативного опознания (пожарные машины, наземные части гидрант-колонок, огнетушители, баллоны, устройства ручного пуска систем (установок) пожарной автоматики, средств оповещения, телефоны прямой связи с пожарной охраной, насосы, пожарные стенды, бочки для воды, ящики для песка, а также ведра, лопа- ты, топоры и т. п.);

- окантовки пожарных щитов белого цвета для крепления пожарного инструмента и огнетушителей. Ширина окантовки – 30–100 мм (допускается выполнять окантовку пожарных щитов в виде чередующихся наклонных под углом 45–60° полос красного сигнального и белого контра- стного цветов);

- орнаментовки элементов строительных конструкций (стены, колонны) в виде отрезка горизонтально расположенной полосы для обозначения мест нахождения огнетушителя, установки пожаротушения с ручным пуском, кнопки пожарной сигнализации и т. п. Ширина полос – 150–300 мм. Полосы должны располагаться в верхней части стен и колонн на высоте, удобной для зрительного восприятия с рабочих мест, проходов и т. п. В состав орнаментовки, как правило, следует включать знак пожарной безопасности с соответствующим графическим символом средства противопожарной защиты;

- сигнальных ламп и табло с информацией, извещающей о нару- шении технологического процесса или нарушении условий безопасности:

«Тревога», «Неисправность» и др.;

- обозначения захватных устройств промышленных установок и промышленных роботов;

Таблица 5.0

Смысловое значение, область применения сигнальных цветов и соответствующие им контрастные цвета

Сигнальный цвет	Смысловое значение	Область применения	Контрастный цвет
Красный	Непосредственная опасность Аварийная или опасная ситуация Пожарная техника, средства противопож. защиты, их элементы	Запрещение опасного поведения или действия.Обозначение непосредственной опасности Сообщение об аварийном отключении или аварийном состоянии оборудования (техноло- гического процесса) Обозначение и определение мест нахождения пожарной техники, средств противопожарной защиты, их элементов	Белый
Желтый	Возможная опасность	Обозначение возможной опасно- сти, опасной ситуации. Преду- преждение о возможной опасности	Черный
Зеленый	Безопасность, безопасные условия	Сообщение о нормальной работе оборудования, нормальном со- стоянии технологического процесса	Белый
	Помощь, спасение	Обозначение пути эвакуации, аптечек, кабинетов, средств по оказанию первой медицинской помощи	
Синий	Предписание во избежание опасности	Требование обязательных дейст- вий в целях обеспечения безопасности	Белый
	Указание	Разрешение определенных действий	

- обозначения временных ограждений или элементов временных ограждений, устанавливаемых на границах опасных зон, участков, территорий, ям, котлованов, временных ограждений мест химического, бактериологического и радиационного загрязнения, а также ограждений других мест, зон, участков, вход на которые временно запрещен.

Поверхность временных ограждений должна быть целиком окра- шена красным сигнальным цветом или иметь чередующиеся наклонные под углом 45–60° полосы красного сигнального и белого контрастного цветов. Ширина полос – 20–300 мм при соотношении ширины полос крас- ного и белого цветов от 1:1 до 1,5:1,0;

- запрещающих знаков безопасности и знаков пожарной безопасности.

Не допускается использовать красный сигнальный цвет:

- для обозначения стационарно устанавливаемых средств противопожарной защиты (их элементов), не требующих оперативного опознания (пожарные извещатели, пожарные трубопроводы, оросители установок пожаротушения и т. п.);

- на пути эвакуации во избежание путаницы и замешательства (кроме запрещающих знаков безопасности и знаков пожарной безопасности).

Желтый сигнальный цвет следует применять:

а) для обозначения элементов строительных и иных конструкций, которые могут явиться причиной получения травм работающими: низких балок, выступов и перепадов в плоскости пола, малозаметных ступеней, пандусов, мест, в которых существует опасность падения (кромки погрузочных платформ, грузовых поддонов, неогражденных площадок, люков, проемов и т. д.), сужений проездов, малозаметных распорок, узлов, колонн, стоек и опор в местах интенсивного движения внутризаводского транспорта и т. д.;

б) обозначения узлов и элементов оборудования, машин и механизмов, неосторожное обращение с которыми представляет опасность для людей:

открытых движущихся узлов, кромок оградительных устройств, не полностью закрывающих движущиеся элементы (шлифовальные круги, фрезы, зубчатые колеса, приводные ремни, цепи и т. п.), ограждающих конструкций площадок для работ, проводимых на высоте, а также постоянно подвешенных к потолку или стенам технологической арматуры и механизмов, выступающих в рабочее пространство;

в) обозначения опасных при эксплуатации элементов транспортных средств, подъемно-транспортного оборудования и строительно-дорожных машин, площадок грузоподъемников, бамперов и боковых поверхностей электрокаров, погрузчиков, тележек, поворотных платформ и боковых поверхностей стрел экскаваторов, захватов и площадок автопогрузчиков, рабочих органов сельскохозяйственных машин, элементов грузоподъемных кранов, обойм грузовых крюков и др.;

г) подвижных монтажных устройств, их элементов и элементов грузозахватных приспособлений, подвижных частей кантователей, траверс, подъемников, подвижных частей монтажных вышек и лестниц;

д) внутренних поверхностей крышек, дверец, кожухов и других ограждений, закрывающих места расположения движущихся узлов и элементов оборудования, машин, механизмов, требующих периодического доступа для контроля, ремонта, регулировки и т. п.

Если указанные узлы и элементы закрыты съемными ограждениями, то окрашиванию лакокрасочными материалами желтого сигнального цвета подлежат сами движущиеся узлы, элементы и (или) поверхности смежных с ними неподвижных деталей, закрываемые ограждениями;

е) постоянных ограждений или элементов ограждений, устанавливаемых на границах опасных зон, участков, территорий: у проемов, ям, котлованов, выносных площадок, постоянных ограждений лестниц, балконов, перекрытий и других мест, в которых возможно падение с высоты.

Поверхность ограждения должна быть целиком окрашена

лакокрасочными материалами желтого сигнального цвета или иметь чередующиеся наклонные под углом 45–60° полосы желтого сигнального и черного контрастного цветов.

Ширина полос – 20–300 мм при соотношении ширины полос желтого и черного цвета от 1:1 до 1,5:1,0;

ж) обозначения емкостей и технологического оборудования, содержащих опасные или вредные вещества.

Поверхность емкости должна быть целиком окрашена лакокрасочными материалами желтого сигнального цвета или иметь чередующиеся наклонные под углом 45–60° полосы желтого сигнального и черного контрастного цветов.

Ширина полос – 50–300 мм в зависимости от размера емкости при соотношении ширины полос желтого и черного цвета от 1:1 до 1,5:1,0;

з) обозначения площадей, которые должны быть всегда свободными на случай эвакуации (площадки у эвакуационных выходов и подходы к ним, возле мест подачи пожарной тревоги, возле мест подхода к средствам противопожарной защиты, средствам оповещения, пунктам оказания первой медицинской помощи, пожарным лестницам и др.).

Границы этих площадей должны быть обозначены сплошными линиями желтого сигнального цвета, а сами площади – чередующимися наклонными под углом 45–60° полосами желтого сигнального и черного контрастного цветов. Ширина линий и полос – 50 – 100 мм;

и) предупреждающих знаков безопасности.

На поверхность объектов и элементов, перечисленных в а) и в), допускается наносить чередующиеся наклонные под углом 45–60° полосы желтого сигнального и черного контрастного цветов. Ширина полос – 50– 300 мм в зависимости от размера объекта и расстояния, с которого должно быть видно предупреждение.

Если оборудование, машины и механизмы окрашены лакокрасочными материалами желтого сигнального цвета, то перечисления б) и д), их узлы и

элементы должны быть обозначены чередующимися наклонными под углом 45–60° полосами желтого сигнального и черного контрастного цветов. Ширина полос – 20–300 мм в зависимости от размера узла (элемента) оборудования при соотношении ширины полос желтого и черного цветов от 1:1 до 1,5:1,0.

Для строительно-дорожных машин и подъемно-транспортного оборудования, которые могут находиться на проезжей части, допускается применять предупреждающую окраску в виде чередующихся красных и белых полос.

Синий сигнальный цвет следует применять:

- для окрашивания светящихся (световых) сигнальных индикаторов и других сигнальных устройств указательного или разрешающего назначения;
- предписывающих и указательных знаков безопасности.

Зеленый сигнальный цвет следует применять:

- для обозначения безопасности (безопасных мест, зон безопасного состояния);
- сигнальных ламп, извещающих о нормальном режиме работы оборудования, нормальном состоянии технологических процессов и т. п.;
- обозначения пути эвакуации;
- эвакуационных знаков безопасности и знаков безопасности медицинского и санитарного назначения.

Характеристики сигнальных и контрастных цветов.

Знаки безопасности следует размещать (устанавливать) в поле зрения людей, для которых они предназначены.

Знаки безопасности должны быть расположены таким образом, чтобы они были хорошо видны, не отвлекали внимания и не создавали неудобств при выполнении людьми своей профессиональной или иной деятельности, не загораживали проход, проезд, не препятствовали перемещению грузов.

Знаки безопасности, размещенные на воротах и на (над) входных(ми) дверях(ми) помещений, означают, что зона действия этих знаков

распространяется на всю территорию и площадь за воротами и дверями.

Размещение знаков безопасности на воротах и дверях следует выполнять таким образом, чтобы зрительное восприятие знака не зависело от положения ворот или дверей (открыто, закрыто). Эвакуационные знаки безопасности Е 22 «Выход» и Е 23 «Запасный выход» должны размещаться только над дверями, ведущими к выходу.

Знаки безопасности, установленные у въезда (входа) на объект (участок), означают, что их действие распространяется на объект (участок) в целом.

При необходимости ограничить зону действия знака безопасности соответствующее указание следует приводить в поясняющей надписи на дополнительном знаке.

Знаки безопасности, изготовленные на основе несветящихся материалов, следует применять в условиях хорошего и достаточного освеще- ния.

Знаки безопасности с внешним или внутренним освещением следует применять в условиях отсутствия или недостаточного освещения.

Световозвращающие знаки безопасности следует размещать (устанавливать) в местах, где отсутствует освещение или имеется низкий уровень фонового освещения (менее 20 лк по СНиП 23-05-95): при проведении работ с использованием индивидуальных источников света, фонарей (например, в туннелях, шахтах и т. п.), а также для обеспечения безопасности при проведении работ на дорогах, автомобильных трассах, в аэропортах и т. п.

Фотолюминесцентные знаки безопасности следует применять там, где возможно аварийное отключение источников света, а также в качестве элементов фотолюминесцентных эвакуационных систем для обеспечения самостоятельного выхода людей из опасных зон в случае возникновения аварий, пожара или других чрезвычайных ситуаций.

Для возбуждения фотолюминесцентного свечения знаков безопасности необходимо наличие в помещении, где они установлены, искусст- венного или естественного освещения.

Освещенность поверхности фотолюминесцентных знаков безопасности источниками света должна быть не менее 25 лк.

Основные и дополнительные знаки безопасности.

Основные знаки безопасности необходимо разделять на следующие группы: запрещающие знаки; предупреждающие знаки; знаки пожарной безопасности; предписывающие знаки; эвакуационные знаки и знаки медицинского и санитарного назначения; указательные знаки.

Геометрическая форма, сигнальный цвет, смысловое значение основных знаков безопасности должны соответствовать приведенным в табл. 5.1

Таблица 5.1

Геометрическая форма, сигнальный цвет, смысловое значение основных знаков безопасности

Группа	Геометрическая форма <*>	Сигнальный цвет	Смысловое значение
Запрещающие знаки	Круг с поперечной полосой	Красный	Запрещение опасного пове- дения или действия
Предупреждающие знаки	Треугольник	Желтый	Предупреждение о возмож- ной опасности. Осторож- ность. Внимание
Предписывающие знаки	Круг	Синий	Предписание обязательных действий во избежание опасности
Знаки пожарной безопасности <**>	Квадрат или прямоугольник	Красный	Обозначение и указание мест нахождения средств проти- вопожарной защиты, их эле- ментов
Эвакуационные знаки и знаки медицинского и санитарного назначения	Квадрат или прямоугольник	Зеленый	Обозначение направления движения при эвакуации. Спасение, первая помощь при авариях или пожарах. Надпись, информация для обеспечения безопасности
Указательные знаки	Квадрат или прямоугольник	Синий	Разрешение. Указание. Над- пись или информация

Примечание: <*> Рисунки не приводятся. <**> К знакам пожарной безопасности относят также:

- запрещающие знаки: P 01 «Запрещается курить», P 02 «Запрещается пользо- ваться открытым огнем», P 04 «Запрещается тушить водой», P 12 «Запрещается загромождать проходы (или) складировать» (табл. 5.2);
- предупреждающие знаки: W 01 «Пожароопасно. Легковоспламеняющиеся ве- щества», W 02 «Взрывоопасно», W 11

«Пожароопасно. Окислитель» (табл. 5.3).

Таблица 5.2

Запрещающие знаки

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
P 01		Запрещается курить	Использовать, когда курение мо- жет стать причиной пожара. На дверях и стенах помещений, уча- стках, где имеются горючие и лег- ковоспламеняющиеся вещества, или в помещениях, где курить запрещается
P 02		Запрещается пользоваться открытым огнем и курить	Использовать, когда открытый огонь и курение могут стать при- чиной пожара. На входных дверях, стенах помещений, участках, ра- бочих местах, емкостях, производ- ственной таре
P 03		Проход запрещен	У входа в опасные зоны, помеще- ния, участки и др.
P 04		Запрещается тушить водой	В местах расположения электро- оборудования, складах и других местах, где нельзя применять воду при тушении горения или пожара
P 05		Запрещается использовать в качестве питьевой воды	На техническом водопроводе и емкостях с технической водой, не- пригодной для питья и бытовых нужд
P 06		Доступ посторонним запрещен	На дверях помещений, у входа на объекты, участки и т. п. для обо- значения запрета на вход (проход) в опасные зоны или для обозначе- ния служебного входа (прохода)

Продолжение таблицы 5.2

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
P 07		Запрещается движение средств наполь- ного транспорта	В местах, где запрещается применять средства напольного транс- порта (например, погрузчики или напольные транспортеры)
P 08		Запрещается прикасаться. Опасно	На оборудовании (узлах оборудо- вания), дверцах, щитах или других поверхностях, прикосновение к которым опасно
P 09		Запрещается прикасаться. Корпус под на- пряжением	На поверхности корпусов, щитов и т. п., где есть возможность пора- жения электрическим током
P 10		Не включать!	На пультах управления и включе- ния оборудования или механизмов при ремонтных и пусконаладоч- ных работах
P 11		Запрещается работа (присутствие) людей со стимуляторами сердечной деятельности	В местах и на оборудовании, где запрещено работать или находить- ся людям с вживленными стиму- ляторами сердечной деятельности
P 12		Запрещается за- громождать про- ходы и (или) складировать	На пути эвакуации, у выходов, в местах размещения средств про- тивопожарной защиты, аптечек первой медицинской помощи и других местах
P 13		Запрещается подъем (спуск) людей по шахтному стволу (запрещается транспортировка пассажиров)	На дверях грузовых лифтов и дру- гих подъемных механизмов

Продолжение табл. 5.2

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
Р 14		Запрещается вход (проход) с животными	На воротах и дверях зданий, со- оружений, помещений, объектов, территорий и т. п., где не должны находиться животные, где запре- щен вход (проход) вместе с жи- вотными
Р 16		Запрещается работа (присутствие) людей, имеющих металлические имплантанты	На местах, участках и оборудова- нии, где запрещено работать или находиться людям с вживленными металлическими имплантантами
Р 17		Запрещается разбрызгивать воду	На местах и участках, где запре- щено разбрызгивать воду
Р 18		Запрещается пользоваться мобильным (сотовым) телефоном или переносной рацией	На дверях помещений, у входа на объекты, где запрещено пользоваться средствами связи, имею- щими собственные радиочастот- ные электромагнитные поля
Р 21		Запрещение (прочие опасности или опасные действия)	Применять для обозначения опасности, не предусмотренной настоящим стандартом. Знак необходимо использовать вместе с поясняющей надписью или с дополнительным знаком безопасности с поясняющей надписью
Р 27		Запрещается иметь при (на) себе металлические предметы (часы и т. п.)	При входе на объекты, на рабочих местах, оборудовании, приборах и т. п. Область применения знака может быть расширена
Р 30		Запрещается принимать пищу	На местах и участках работ с вредными для здоровья веществами, а также в местах, где прием пищи запрещен. Область применения знака может быть расшире- на

Окончание табл. 5.2

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
P 32		Запрещается подходить к элементам оборудования с маховыми движениями большой амплитуды	На оборудовании и рабочих местах по обслуживанию оборудования с элементами, выполняющими маховые движения большой амплитуды
P 33		Запрещается брать руками. Сыпучая масса (непрочная упа- ковка)	На производственной таре, в складах и иных местах, где используют сыпучие материалы
P 34		Запрещается пользоваться лифтом для подъема (спуска) людей	На дверях грузовых лифтов и других подъемных механизмах. Знак входит в состав группового знака безопасности «При пожаре лифтом не пользоваться, выходить по лестнице»

Таблица 5.3

Предупреждающие знаки

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
W 01		Пожароопасно. Легковоспламеняющиеся ве- щества	Использовать для привлечения внимания к помещениям с легковоспламеняющимися веществами. На входных дверях, дверцах шкафов, емкостях и т. д.

Продолжение табл.5.3

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
W 02		Взрывоопасно	Использовать для привлечения внимания к взрыво- опасным веществам, а так- же к помещениям и участ- кам. На входных дверях, стенах помещений, дверцах шкафов и т. д.
W 03		Опасно. Ядовитые ве- щества	В местах хранения, выделения, производства и применения ядовитых веществ
W 04		Опасно. Едкие и корро- зионные вещества	В местах хранения, выде- ления, производства и применения едких и корро- зионных веществ
W 05		Опасно. Радиоактивные вещества или ионизи- рующее излучение	На дверях помещений, дверцах шкафов и в других местах, где находятся и применяются радиоактивные вещества или имеется ионизирующее излучение. Допускается применять знак радиационной опасно- сти по ГОСТ 17925
W 06		Опасно. Возможно падение груза	Вблизи опасных зон, где используется подъемно-транспортное оборудование
W 07		Внимание. Автопогруз- чик	В помещениях и на участках, где проводятся погрузочно-разгрузочные работы

Продолжение табл. 5.3

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
W 08		Опасность поражения электрическим током	На опорах линий электропередачи, электрооборудовании и приборах, дверцах силовых щитков, на элек-тротехнических панелях и шкафах, а также на ограж- дениях токоведущих частей оборудования, механизмов, приборов
W 09		Внимание. Опасность (прочие опасности)	Применять для привлече- ния внимания к прочим ви- дам опасности, не обозна- ченной настоящим стан- дартом. Знак необходимо использовать вместе с дополнительным знаком безопасности с поясняю- щей надписью
W 10		Опасно. Лазерное излу- чение	На дверях помещений, оборудовании, приборах и в других местах, где имеет- ся лазерное излучение
W 11		Пожароопасно. Окисли- тель	На дверях помещений, дверцах шкафов для привлечения внимания на наличие окислителя

Продолжение табл. 5.3

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
W 12		Внимание. Электромагнитное поле	На дверях помещений, оборудовании, приборах и в других местах, где действуют электромагнитные поля
W 13		Внимание. Магнитное поле	На дверях помещений, оборудовании, приборах и в других местах, где действуют магнитные поля
W 14		Осторожно. Малозаметное препятствие	В местах, где имеются малозаметные препятствия, о которые можно споткнуться
W 15		Осторожно. Возможность падения с высоты	Перед входом на опасные участки и в местах, где возможно падение с высоты
W 16		Осторожно. Биологическая опасность (инфекционные вещества)	В местах хранения, производства или применения вредных для здоровья биологических веществ
W 17		Осторожно. Холод	На дверцах холодильников и морозильных камер, компрессорных агрегатах и других холодильных аппаратах
W 18		Осторожно. Вредные для здоровья аллергические (раздражающие) вещества	В местах хранения, произ- водства или применения вредных для здоровья аллергических (раздражающих) веществ

Продолжение табл. 5.3

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
W 19		Газовый баллон	На газовых баллонах, скла- дах и участках хранения и применения сжатых или сжиженных газов. Цвет баллона черный или белый, выбирается по ГОСТ 19433
W 20		Осторожно. Аккумуля- торные батареи	В помещениях и на участках изготовления, хранения и применения аккумуля- торных батарей
W 22		Осторожно. Режущие валы	На участках работ и оборудовании, имеющем незащищенные режущие валы
W 23		Внимание. Опасность зажима	На дверцах турникетов и шлагбаумах
W 24		Осторожно. Возможно опрокидывание	На дорогах, рампах, складах, участках, где возможно опрокидывание внутризаводского транспорта
W 25		Внимание. Автоматическое включение (запуск) оборудования	На рабочих местах, оборудовании или отдельных узлах оборудования с автоматическим включением
W 26		Осторожно. Горячая поверхность	На рабочих местах и обо-рудовании, имеющем на-гретые поверхности

Окончание табл.5.3

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
W 27		Осторожно. Возможно травмирование рук	На оборудовании, узлах оборудования, крышках и дверцах, где возможно получить травму рук
W 28		Осторожно. Скользко	На территории и участках, где имеются скользкие места
29		Осторожно. Возможно затягивание между вращающимися элементами	На рабочих местах и обо- рудовании, имеющем вра- щающиеся элементы, на- пример на валковых мель- ницах
W 30		Осторожно. Сужение проезда (прохода)	На территориях, участках, в цехах и складах, где имеются сужения прохода (проезда) или присутствуют выступающие конструкции, затрудняющие проход (проезд)

Таблица 5.4

Предписывающие знаки

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по при- менению
M 01		Работать в защитных очках	На рабочих местах и участках, где требуется защита органов зрения

Продолжение табл. 5.4

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
М 02		Работать в защитной каске (шлеме)	На рабочих местах и участках, где требуется защита головы
М 03		Работать в защитных наушниках	На рабочих местах и участках с повышенным уровнем шума
М 04		Работать в средствах индивидуальной защиты органов дыхания	На рабочих местах и участках, где требуется защита органов дыхания
М 05		Работать в защитной обуви	На рабочих местах и участках, где необходимо применять средства индивидуальной защиты
М 06		Работать в защитных перчатках	На рабочих местах и участках работ, где требуется защита рук от воздействия вредных или агрессивных сред, защита от возможного поражения электрическим током
М07		Работать в защитной одежде	На рабочих местах и участках, где необходимо применять средства индивидуальной защиты
М 08		Работать в защитном щитке	На рабочих местах и участках, где необходима защита лица и органов зрения

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
М 09		Работать в предохранительном (страховочном) поясе	На рабочих местах и участках, где для безопасной работы требуется применение предохранительных (страховочных) поясов
М 10		Проход здесь	На территориях и участках, где разрешается проход
М 11		Общий предписывающий знак (прочие предписания)	Для предписаний, не обозначенных настоящим стандартом. Знак необходимо применять вместе с поясняющей надписью на дополнительном знаке безопасности
М 12		Переходить по надземному переходу	На участках и территориях, где установлены надземные переходы
М 13		Отключить штепсельную вилку	На рабочих местах и оборудовании, где требуется отключение от электросети при наладке или остановке электрооборудования и в других случаях
М 14		Отключить перед работой	На рабочих местах и оборудовании при проведении ремонтных или пусконаладочных работ
М 15		Курить здесь	Используется для обозначения места курения на производственных объектах

Таблица 5.5

Знаки пожарной безопасности

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установ- ки) и рекомендации по применению
F 01-01		Направляющая стрелка	Использовать только вместе с другими знаками пожар- ной безопасности для указания направления движе- ния к месту нахождения (размещения) средства противопожарной защиты
F 01-02		Направляющая стрелка под углом 45°	Использовать только вместе с другими знаками пожарной безопасности для указания направления движения к месту нахождения (размещения) средства противопожарной защиты
F 02		Пожарный кран	В местах нахождения комплекта пожарного крана с пожарным рукавом и стволом
F 03		Пожарная лестница	В местах нахождения пожарной лестницы
F 04		Огнетушитель	В местах размещения огнетушителя
F 05		Телефон для использования при пожаре	В местах размещения телефона, по которому мож- но вызвать пожарную охрану

Продолжение табл. 5.5

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установ- ки) и рекомендации по применению
F 06		Место размещения нескольких средств противопожарной защиты	В местах одновременного нахождения (размещения) нескольких средств противопожарной защиты
F 07		Пожарный водоисточник	В местах нахождения пожарного водоема или пир- са для пожарных машин
F 08		Пожарный сухотрубный стояк	В местах нахождения пожарного сухотрубного стояка
F 09		Пожарный гидрант	У мест нахождения подземных пожарных гидран- тов. На знаке должны быть цифры, обозначающие расстояние от знака до гидранта в метрах
F 10		Кнопка включения установок (систем) пожарной автоматики	В местах ручного пуска установок пожарной сигна- лизации, пожаротушения и (или) систем противодым- ной защиты. В местах (пунктах) подачи сигнала пожарной тревоги
F 11		Звуковой оповещатель пожарной тревоги	В местах нахождения зву- кового оповещателя или совместно со знаком F 10 «Кнопка включения установок (систем) пожарной автоматики»

К знакам пожарной безопасности относят также:

- запрещающие знаки: Р 01 «Запрещается курить», Р 02 «Запрещается пользоваться открытым огнем», Р 04 «Запрещается тушить водой», Р 12 «Запрещается загромождать проходы и (или) складировать»;
- предупреждающие знаки: W 01 «Пожароопасно. Легковоспламеняющиеся вещества», W 02 «Взрывоопасно», W 11 «Пожароопасно. Окислитель»;
- эвакуационные знаки;

Таблица 5.6

Эвакуационные знаки

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
Е 01-01		Выход здесь (левосторонний)	Над дверями (или на дверях) эвакуационных выходов, открывающихся с левой стороны. На стенах помещений вместе с направляющей стрелкой для указания направления движения к эвакуа- ционному выходу
Е 01-02		Выход здесь (правосторонний)	Над дверями (или на дверях) эвакуационных выходов, открывающихся с правой стороны. На стенах помещений вместе с направляющей стрелкой для указания направления движения к эвакуационному выходу
Е 02-01		Направляющая стрелка	Использовать только вместе с другими эвакуационными знаками для указания направления движения

Продолжение табл.5.6

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
Е 02-02		Направляющая стрелка под углом 45°	Использовать только вместе с другими эвакуационными знаками для указания направления движения
Е 03		Направление к эвакуационному выходу на- право	На стенах помещений для указаниянаправления движения к эвакуационному выходу
Е 04		Направление к эвакуационному выходу налево	На стенах помещений для указания направления движения к эвакуационному выходу
Е 05		Направление к эвакуационному выходу направо вверх	На стенах помещений для указания направления движения к эвакуационному выходу по наклонной плоскости
Е 06		Направление к эвакуационному выходу нале- во вверх	На стенах помещений для указания направления движения к эвакуационному выходу по наклонной плос- кости
Е 07		Направление к эвакуационному выходу на- право вниз	На стенах помещений для указания направления движения к эвакуационному выходу по наклонной плоскости
Е 08		Направление к эвакуационному выходу налево вниз	На стенах помещений для указания направления движения к эвакуационному выходу по наклонной плоскости
Е 09		Указатель двери эвакуа- ционного выхода	Над дверями эвакуацион- ных выходов

Продолжение табл. 5.6.

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
E 10		Указатель двери эвакуационного выхода (левосторонний)	Над дверями эвакуационных выходов
E 11		Направление к эвакуационному выходу прямо	Над проходами, проемами, в помещениях большой площади. Размещается на верхнем уровне или под- вешивается к потолку
E 12		Направление к эвакуационному выходу прямо	Над проходами, проемами, в помещениях большой площади. Размещается на верхнем уровне или подвешивается к потолку
E 13		Направление к эвакуационному выходу по лестнице вниз	На лестничных площадках и стенах, прилегающих к лестничному маршу
E 14		Направление к эвакуационному выходу по лестнице вниз	На лестничных площадках и стенах, прилегающих к лестничному маршу
E 15		Направление к эвакуационному выходу по лестнице вверх	На лестничных площадках и стенах, прилегающих к лестничному маршу
E 16		Направление к эвакуационному выходу по лестнице вверх	На лестничных площадках и стенах, прилегающих к лестничному маршу
E 17		Для доступа вскрыть здесь	На дверях, стенах помеще- ний и в других местах, где для доступа в помещение или выхода необходимо вскрыть определенную кон- струкцию, например раз- бить стеклянную панель

Продолжение табл. 5.6.

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
E 18		Открывать движением от себя	На дверях помещений для указания направления от- крывания дверей
E 19		Открывать движением на себя	На дверях помещений для указания направления от- крывания дверей
E 20		Для открывания сдви- нуть	На дверях помещений для обозначения действий по открыванию сдвижных две- рей
E 21		Пункт (место) сбора	На дверях, стенах помеще- ний и в других местах для обозначения заранее преду- смотренных пунктов (мест) сбора людей в случае воз- никновения пожара, аварии или другой чрезвычайной ситуации
E 22		Указатель выхода	Над дверями эвакуацион- ного выхода или в составе комбинированных знаков безопасности для указания направления движения к эвакуационному выходу
E 23		Указатель запасного выхода	Над дверями запасного выхода

Эвакуационные знаки следует устанавливать в положениях, соответствующих направлению движения к эвакуационному выходу.

Изображение графического символа фигуры человека в дверном проеме на эвакуационных знаках E 01-01 и E 01-02 смыслового значения

«Выход здесь» должно совпадать с направлением движения к эвакуационному выходу».

Таблица 5.7

Знаки медицинского и санитарного назначения

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установ- ки) и рекомендации по применению
ЕС 01		Аптечка первой медицинской помощи	На стенах, дверях помещений для обозначения мест размещения аптечек первой медицинской помощи
ЕС 02		Средства выноса (эвакуации) пораженных	На дверях и стенах помещений в местах размеще- ния средств выноса (эва- куации) пораженных
ЕС 03		Пункт приема гигиенических процедур (душевые)	На дверях и стенах помещений в местах расположения душевых и т. п.
ЕС 04		Пункт обработки глаз	На дверях и стенах поме- щений в местах располо- жения пункта обработки глаз
ЕС 05		Медицинский кабинет	На дверях медицинских кабинетов
ЕС 06		Телефон связи с медицинским пунктом (скорой медицинской помощью)	В местах установки телефонов

Таблица 5.8.

Указательные знаки

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по при- менению
D 01		Пункт(место) приема пищи	На дверях комнат приема пищи, буфетах, столовых, бытовых помещениях и в других местах, где разре- шается прием пищи
D 02		Питьевая вода	На дверях бытовых помещений и в местах распо- ложения кранов с водой, пригодной для питья и бы- товых нужд (туалеты, душевые, пункты приема пищи и т. д.)
D 03		Место курения	Используется для обозначения места курения на общественных объектах

Порядок выполнения работы

1. Изучить выдержку из ГОСТ Р 12.4.026–01.

2. Проверить усвоение материала, ответив на контрольные вопросы:

В какой цвет окрашено поле предупреждающего знака?

Какой размер имеет сторона треугольника предупреждающего знака № 4, наносимого на тару и оборудование?

Какой цвет имеет символическое изображение на запрещающем знаке?

Какую форму имеет предписывающий знак?

Какую форму имеет запрещающий знак?

Расстояние от наблюдателя до знака составляет 45 м. Какой размер должен иметь внешний диаметр круга запрещающего знака, мм?

Какой цвет имеют символические изображения или поясняю- щие надписи, наносимые на указательные знаки?

Расстояние от наблюдателя до знака составляет 60 м. Какие размеры

(стороны прямоугольника) должен иметь указательный знак, мм?

Какой цвет имеет квадрат, помещенный внутри указательного знака?

Какой размер имеет внешний диаметр круга запрещающего знака № 5, наносимого на производственное оборудование и тару?

3. Составить отчет. Отчет должен включать:

- цель практической работы;
- ответы на вопросы задания;
- зарисовку формы знаков (запрещающего, предупреждающего, предписывающего, указательного) с указанием цвета поля, символов, надпи- сей.

4. Показать отчет преподавателю.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. ГОСТ Р 12.4.026–01. Цвета сигнальные, знаки безопасности и разметка сигнальная. Назначение, правила применения. Общие технические требования и реко- мендации. Методы испытания [Электронный ресурс]. Доступ из справ.-поисковой системы «Техэксперт».

РАСЧЕТНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №6. РАССЛЕДОВАНИЕ И УЧЕТ НЕСЧАСТНЫХ СЛУЧАЕВ НА ПРОИЗВОДСТВЕ

Цель задания - ознакомиться с понятием и причинами возникновения несчастных случаев, порядком их расследования и учет на производстве, также с методами анализа травматизма.

Порядок выполнения задания:

а) изучить и законспектировать общие сведения по пункту 1;

б) изучить методы анализа и рассчитать по вариантам показатели травматизма по пункту 2 (см контр. вопросы к пунктам 1 и 2);

в)изучить «Положением об особенностях расследования несчастных случаев на производстве в отдельных отраслях и организациях» и законспектировать ответы на контрольные вопросы к пункту 3.

Общие сведения о несчастных случаях.

Несчастным случаем на производстве называют случай воздействия на работающего опасного производственного фактора при выполнении работающим трудовых обязанностей или заданий руководителя работы [1].

Повреждение здоровья в результате несчастного случая называют **травмой**. Травма, полученная работающим на производстве, называется **производственной**.

Опасным называют производственный фактор, воздействие которого при определенных условиях на работающего приводит к травме или другому внезапному ухудшению здоровья.

Вредным называют производственный фактор, воздействие которого на работающего приводит к заболеваниям или снижению его трудоспособности. В зависимости от уровня и продолжительности воздействия вредный производственный фактор может стать опасным.

Опасные и вредные производственные факторы (ОВПФ) по природе

действия подразделяют на 4 группы: физические, химические, биологические и психофизиологические.

Производственные травмы в зависимости от характера воздействующих факторов подразделяются на:

а) механические повреждения (ушибы, ранения, вывихи, переломы, сотрясения мозга);

б) поражение электрическим током (электроудар, электротравма);

в) термические повреждения (ожоги пламенем, нагретыми частями оборудования, горячей водой и пр.);

г) химические повреждения (ожоги, острые отравления);

д) комбинированные повреждения (сочетание нескольких опасных факторов).

Производственные травмы по тяжести подразделяются на 6 категорий:

- микротравма (после оказания помощи можно продолжать работу).
- легкая травма (потеря трудоспособности на 1 или несколько дней).
- травма средней тяжести (многодневная потеря трудоспособности);
- тяжелая травма (когда требуется длительное лечение);
- травма, приводящая к инвалидности (частичная или полная утрата трудоспособно-сти);
- смертельная травма.

Причины возникновения производственных травм:

- организационные (нарушение технологического процесса и требований техники безопасности (ТБ), неправильная организация рабочего места и режима труда);
- технические (техническое несовершенство оборудования, неисправность механизмов, отсутствие или не использование защитных средств);
- санитарно-гигиенические (несоответствие условий труда требованиям КЗоТ, системе стандартов по безопасности труда (ССБТ), санитарным нормам(СН), строительным нормам и правилам (СНиП) и др.

- психофизиологические (неудовлетворительное состояние здоровья, переутомление, стресс, опьянение и др.).

Методы анализа показателей травматизма

Разработке мероприятий по улучшению условий труда предшествует необходимый этап - исследование и анализ причин травматизма. Для анализа состояния производственного травматизма применяют методы: статистический, экономический, монографический и топографический.

Статистический метод позволяет количественно оценить повторяемость несчастных случаев по ряду относительных коэффициентов. В результате сравнения полученных коэффициентов за отчетный период с предшествующим периодом можно оценить эффективность профилактических мер. Обычно при этом методе анализа несчастные случаи группируются по однородным признакам: профессиям, видам работ, возрасту, стажу работ, причинам, вызвавшим травму. Простота и наглядность являются несомненным достоинством этого метода. Однако у него есть и недостаток - он не выявляет опасные произ-водственные факторы. Среди основных показателей травматизма, используемых при статистическом методе анализа, являются:

а) коэффициент частоты травматизма - число пострадавших при несчастных случаях за отчетный период на 1ООО работающих, определяется по формуле:

$$K_ч = T_x \cdot \frac{1000}{P_c},$$

где Кч - коэффициент частоты травматизма; Т - число учтенных травм с потерей трудоспособности; Рс - среднесписочное число работающих за отчетный период.

б) коэффициент тяжести травматизма - число человеко-дней нетрудоспособно-сти, которое приходится на один несчастный случай и определяется по формуле:

$$К_Т = \frac{Д}{Т},$$

где Кт - коэффициент тяжести травматизма; Д - общее количество дней

нетрудоспособности за отчетный период; Т - количество учтенных травм.

в) коэффициент календарной повторяемости несчастных случаев

- показывает через сколько рабочих дней в среднем повторяются несчастные случаи и оп-ределяется по формуле:

$$В = 22{,}5 \cdot \frac{12}{Т},$$

где В - календарная повторяемость несчастных случаев; Т - число несчастных случаев за отчетный период.

г) коэффициент средней повторяемости - показывает на сколько человекодней приходится один несчастный случай, определяется по формуле:

$$B_{ср} = 22{,}5 \cdot 12 \cdot \frac{Pc}{T},$$

где Вср - коэффициент средней повторяемости несчастных случаев; Рс - среднесписочное число работающих за отчетный период; Т - число несчастных случаев за отчетный период.

д) коэффициент опасности работ - характеризуется тяжестью и частотой несчастных случаев, определяется по формуле:

$$О_р = К_Т \cdot Т_х \cdot \frac{100}{Р_С \cdot М \cdot 22{,}5},$$

где Ор - коэффициент опасности работ; Кт - коэффициент тяжести травматизма ; Т - количество учтенных несчастных случаев; Рс - среднесписочное число работающих; М - число месяцев в отчетном периоде.

Таблица 5.0

Исходные данные для расчета показателей травматизма

Показатели	Варианты									
										0
Отчетный период, мес. (М)				2				2		

Число несчастных случаев (Т)				0				1		
Число дней нетрудоспособности (Д)	80	00	80	20	00	50	70	20	60	00
Среднесписочное числоработающих (Рс)	00	00	00	00	00	00	00	00	00	00

Экономический метод анализа производственного травматизма позволяет оценить эффективность финансовых затрат на профилактику травматизма с расходами на органи-зационные и технические мероприятия. Для более полной и глубокой характеристики травматизма экономический метод часто используют в сочетании с монографическим методом.

Монографический метод анализа травматизма состоит в углубленном и всестороннем изучении отдельного производства, цеха или участка. Он включает описание технологического процесса, оборудования и особенностей технологического регламента, описание опасных зон на рабочих местах, также санитарно-гигиенические условия труда. При этом обращается внимание на наличие защитных приспособлений, ограждений и травмоопасных ситуаций

Монографический метод анализа травматизма характеризуется полнотой, но трудоемок. Этот метод позволяет выявить потенциальную опасность не только в действующих производствах, но и на этапе проектирования, тем самым исключить причины травматизма.

Топографический метод анализа травматизма проводится по месту происшествия. При этом все несчастные случаи условными знаками наносятся на план производственного участка или схему механизма в тех местах, где они произошли. В результате этого выявляются опасные зоны, требующие соответствующих защитных мер и особого внимания.

Контрольные вопросы к пунктам 1 и 2

1. Что такое несчастный случай?

2. Что такое опасный производственный фактор?

3. Что такое вредный производственный фактор?

4. На какие группы подразделяются опасные и вредные производственные факторы?

5. Какие различают разновидности производственных травм?

6. Какие выделяют категории производственных травм?

7. Каковы основные причины возникновения производственных травм?

8. Какие существуют методы анализа производственного травматизма ?

9. В чем заключается статистический метод анализа производственного травматизма?

10. Как определяется коэффициент частоты травматизма?

11. Как определяется коэффициент тяжести травматизма?

12. Как определяется коэффициент календарной повторяемости несчастных случаев?

13. Как определяется коэффициент средней повторяемости несчастных случаев?

14. Как определяется коэффициент опасности работ?

15. В чем заключается экономический метод анализа производственного травматизма?

16. В чем заключается монографический метод анализа производственного травматизма?

17. В чем заключается топографический метод анализа производственного травматизма?

Положение об особенностях расследования несчастных случаев на производстве в отдельных отраслях и организациях

Расследование и учет несчастных случаев на производстве проводят в соответствии с “Положением об особенностях расследования несчастных случаев на производстве в отдельных отраслях и организациях”, утвержденного

Постановлением Министерства труда и социального раз-вития Российской Федерации от 24 октября 2002г. №73, а также статьями 227-231 Трудового кодекса РФ (ТК РФ).

Несчастный случай на производстве - это случай, происшедший с работающим вследствие воздействия опасного производственного фактора (для застрахованного – это страховой случай).

Несчастные случаи в зависимости от причин, места и времени происшествия делятся на две группы: несчастные случаи, связанные с работой и несчастные случаи, не связанные с работой (бытовые травмы).

Несчастные случаи, не связанные с производством, но происшедшие на производстве - это несчастные случаи, происшедшие при изготовлении предметов в личных целях, самовольном использовании транспорта предприятия, участии в спортивных мероприятиях на территории предприятия, при хищении имущества предприятия.

Бытовые несчастные случаи - это несчастные случаи, происшедшие в быту (дома) или при нахождении на предприятии вне рабочего времени.

Расследование несчастных случаев на производстве выполняется в соответствии с Трудовым кодексом РФ и «Положением об особенностях расследования несчастных случаев на производстве в отдельных отраслях и организациях», утверждённым постановлением Минтруда России № 73 от 24 октября 2002 года. Этим же постановлением утверждены формы документов, необходимых для расследования и учёта несчастных случаев на производстве.

Расследование несчастного случая может быть достаточно сложным процессом, поскольку интересы пострадавшего и работодателя часто не совпадают.

Действие нормативных актов по расследованию и учёту несчастных случаев на производстве распространяется на:

- работодателей - физических лиц, вступивших в трудовые отношения с работниками;
- уполномоченных работодателем лиц (представители работодателя);

- физических лиц, осуществляющих руководство организацией (руководители организации);
- физических лиц, состоящих в трудовых отношениях с работодателем;
- других лиц, участвующих с ведома работодателя в его производственной деятельности своим личным трудом, правоотношения которых не предполагают заключения трудовых договоров.

Расследованию подлежат травмы, в том числе причиненные другими лицами, включая:

- тепловой удар, ожог, обморожение;
- утопление; поражение электрическим током или молнией;
- укусы, нанесенные животными и насекомыми;
- повреждения, полученные в результате взрывов, аварий и т.п.

Расследованию и учёту подлежат несчастные случаи происшедшие:

- при исполнении трудовых обязанностей, в том числе во время коман-дировки, при ликвидации последствий чрезвычайных ситуаций;
- на территории организации, в течение рабочего времени, в том числе во время следования на работу и с работы, а также в течение вре-мени, необходимого для приведения в порядок рабочего места;
- при следовании на работу или с работы на транспортном средстве работодателя, а также на личном транспортном средстве при использовании его в производственных целях;
- во время служебных поездок на общественном транспорте, а также при следовании по заданию работодателя к месту выполнения работ и обратно, в том числе пешком;
- при следовании к месту служебной командировки и обратно;
- при следовании на транспортном средстве в качестве сменщика во время междусменного отдыха;
- во время междусменного отдыха при работе вахтовым методом;
- при привлечении к участию в ликвидации последствий

чрезвычайных ситуаций.

Работники организации обязаны незамедлительно извещать руководство о каждом происшедшем несчастном случае, об ухудшении состояния своего здоровья в связи с проявлениями признаков острого заболевания.

О каждом страховом случае работодатель в течение суток обязан сообщить страховщику (фонд социального страхования).

О групповом несчастном случае (пострадало два и более человек), тяжёлом несчастном случае или несчастном случае со смертельным исходом, работодатель в течение суток обязан направить извещение соответственно:

1) о несчастном случае, происшедшем в организации:

- в соответствующую государственную инспекцию труда;
- в прокуратуру по месту происшествия несчастного случая;
- в федеральный орган исполнительной власти по ведомственной принадлежности;
- в орган исполнительной власти субъекта Российской Федерации;
- в организацию, направившую работника, с которым произошел несчастный случай;
- в территориальные объединения организаций профсоюзов;
- в территориальный орган государственного надзора, если несчастный случай произошел в организации (объекте), подконтрольной этому органу;
- страховщику.

2) о несчастном случае, происшедшем у работодателя - физического лица:

- в соответствующую государственную инспекцию труда;
- в прокуратуру по месту нахождения работодателя - физического лица;
- в орган исполнительной власти субъекта Российской Федерации;
- в территориальный орган государственного надзора, если

несчастный случай произошел на объекте, подконтрольном этому органу;

- страховщику.

О групповых несчастных случаях, тяжелых несчастных случаях и несчастных случаях со смертельным исходом также информируется Федеральная инспекция труда Минтруда России.

Если указанные несчастные случаи, произошли в организациях, эксплуатирующих опасные производственные объекты, то соответствующим образом информируются специально уполномоченные органы государственного надзора.

Для расследования несчастного случая на производстве в организации работодатель незамедлительно создает комиссию в составе не менее трех человек. Во всех случаях состав комиссии должен состоять из нечетного числа членов.

В состав комиссии включаются специалист по охране труда организации, представители работодателя, представители профсоюзного органа (коллектива), уполномоченный (доверенный) по охране труда. Комиссию возглавляет работодатель или уполномоченный им представитель. Состав комиссии утверждается приказом работодателя. Руководитель, непосредственно отвечающий за безопасность труда на участке, где произошел несчастный случай, в состав комиссии не включается.

В расследовании несчастного случая на производстве у работодателя - физического лица принимают участие указанный работодатель или уполномоченный его представитель, доверенное лицо пострадавшего, специалист по охране труда, который может привлекаться к расследованию несчастного случая и на договорной основе.

Несчастный случай на производстве, происшедший с лицом, направленным для выполнения работ к другому работодателю, расследуется комиссией, образованной работодателем, у которого произошел несчастный случай. В состав данной комиссии входит уполномоченный представитель работодателя, направившего это лицо.

Несчастные случаи, происшедшие на территории организации с работниками сторонних организаций при исполнении ими задания направившего их работодателя, расследуются комиссией, формируемой этим работодателем.

Несчастные случаи, происшедшие с работниками при выполнении работы по совместительству, расследуются комиссией, формируемой работодателем, у которого фактически производилась работа по совместительству.

Расследование несчастных случаев со студентами, проходящими произ-водственную практику (выполняющими работу под руководством работодателя), проводится комиссиями, формируемыми и возглавляемыми этим работодателем. В состав комиссии включаются представители образовательного учреждения.

Для расследования группового несчастного случая, тяжёлого несчастного случая и несчастного случая со смертельным исходом в комиссию дополнительно включаются:

- государственный инспектор труда, представители органа исполнительной власти субъекта РФ или органа местного самоуправления (по согласованию), представитель территориального объединения профсоюзов. Возглавляет комиссию государственный инспектор труда;
- по требованию пострадавшего (или его родственников) в расследовании несчастного случая может принимать участие его доверенное лицо;
- в случае острого отравления или радиационного воздействия, превысившего установленные нормы, в состав комиссии включается также представитель территориального центра государственного санитарно-эпидемиологического надзора;
- при несчастном случае, происшедшем в организациях на объектах, подконтрольных территориальным органам Федерального горного и промышленного надзора России, состав комиссии утверждается руководителем

соответствующего территориального органа и возглавляет комиссию представитель этого органа;

- при групповом несчастном случае с числом погибших 5 и более человек в состав комиссии включаются также представители Федеральной инспекции труда, федерального органа исполнительной власти по ведомственной принадлежности и общероссийского объединения профсоюзов. Председателем комиссии является главный государственный инспектор труда по субъекту Российской Федерации, а на объектах, подконтрольных территориальному органу Федерального горного и промышленного надзора России, - руководитель этого территориального органа.

При крупных авариях с человеческими жертвами 15 и более человек расследование проводится комиссией, назначаемой Правительством России.

Расследование несчастных случаев (в том числе групповых), в результате которых пострадавшие получили повреждения, отнесенные в соответствии с установленными квалифицирующими признаками к категории легких, проводится в течение трех дней.

Расследование иных несчастных случаев проводится в течение 15 дней. В некоторых случаях председатель комиссии может продлить срок расследования, но не более чем на 15 дней. Несчастные случаи, о которых не было своевременно сообщено работодателю или в результате которых нетрудоспособность наступила не сразу, расследуются по заявлению пострадавшего в течение месяца.

Тяжелые несчастные случаи и несчастные случаи со смертельным исходом, происшедшие с лицами, выполнявшими работу на основе договора гражданско-правового характера, расследуются в установленном порядке государственными инспекторами труда на основании заявления пострадавшего (доверенного лица, членов его семьи).

В ходе расследования несчастного случая комиссия производит осмотр места происшествия, выявляет и опрашивает очевидцев несчастного случая и должностных лиц, знакомится с действующими в организации нормативными и

распорядительными документами, по возможности получает объяснения от пострадавшего.

Расследуются в установленном порядке и по решению комиссии могут квалифицироваться как не связанные с производством:

- смерть вследствие общего заболевания или самоубийства;
- смерть или иное повреждение здоровья, единственной причиной которых явилось алкогольное, наркотическое или иное токсическое опьянение (отравление) работника;
- несчастный случай, происшедший при совершении пострадавшим действий, квалифицированных правоохранительными органами как уголовное правонарушение.

При поступлении жалобы пострадавшего, выявлении сокрытого несчастного случая, установления нарушений порядка расследования и в некоторых иных случаях, государственный инспектор труда, независимо от срока давности несчастного случая, проводит дополнительное расследование.

Несчастные случаи, квалифицированные, как несчастные случаи на производстве, подлежат оформлению актом о несчастном случае на производстве по форме Н-1*.

Акт формы Н-1 составляется комиссией в двух экземплярах. При несчастном случае на производстве с застрахованным работником составляется дополнительный экземпляр акта формы Н-1.

При групповом несчастном случае на производстве акты формы Н-1 составляются на каждого пострадавшего отдельно.

В случае установления факта грубой неосторожности застрахованного работника, содействовавшей возникновению или увеличению размера вреда, причиненного его здоровью, в акте расследования указывается степень его вины в процентах, с учетом заключения профсоюзного или иного уполномоченного застрахованным представительного органа данной организации (не более 25%).

По результатам расследования каждого группового несчастного случая,

тяжелого несчастного случая или несчастного случая со смертельным исхо-дом составляется соответствующий акт в двух экземплярах.

Работодатель в трехдневный срок после завершения расследования несчастного случая на производстве обязан выдать пострадавшему один экземпляр утвержденного им и заверенного печатью акта формы Н-1. Вторые экземпляры акта с копиями материалов расследования хранятся в течение 45 лет работодателем.

При страховых случаях третий экземпляр утвержденного и заверенного печатью акта формы Н-1 работодатель направляет страховщику.

Каждый оформленный в установленном порядке несчастный случай на производстве регистрируются работодателем в журнале регистрации несчастных случаев на производстве и включаются в годовую форму федерального государственного статистического наблюдения за травматизмом на производстве.

В случае ликвидации организации или прекращения работодателем - физическим лицом предпринимательской деятельности оригиналы актов о расследовании несчастных случаев на производстве подлежат передаче на хранение правопреемнику, а при его отсутствии - соответствующему государственному органу.

Государственный надзор и контроль за соблюдением установленного порядка расследования, оформления и учета несчастных случаев на производстве осуществляется органами Федеральной инспекции труда.

Контрольные вопросы к пункту 3

1. Какие несчастные случаи считаются связанными с производством и подлежат расследованию и учету?
2. На кого распространяется действие Положения о порядке расследования и учета несчастных случаев?
3. Как должен действовать работодатель при возникновении несчастного случая на предприятии?
4. Что необходимо сделать сразу же после свершения несчастного

случая на произ-водстве?

5. Куда должен сообщить работодатель и в какие сроки о групповом несчастном случае или несчастном случае со смертельным исходом?

6. Кто несет ответственность за организацию и своевременное расследование и уче-та несчастных случаев?

7. Кто входит в комиссию по расследованию несчастных случаев, каковы ее обязанности?

8. В какие сроки должно быть проведено расследование несчастного случая?

9. Какие несчастные случаи квалифицируются как не связанные с производством?

10. Что делают при установлении грубой неосторожности пострадавшего?

11. В какие сроки и комиссией какого состава расследуются групповые несчастные случаи или со смертельным исходом?

12. Какие условия должен обеспечить работодатель для работы комиссии, проводя-щей расследование несчастного случая?

13. Каким документом оформляются несчастные случаи на производстве?

14. Какой организацией учитывается акт о несчастном случае?

15. В какие сроки и куда должны быть отправлены материалы расследования групповых несчастных случаев?

16. Какие организации и должностные лица разбирают разногласия при оформлении актов по форме Н - 1 ?

17. Каковы полномочия государственного инспектора по охране труда в случае нарушения порядка расследования несчастного случая?

Форма Н-1

Один экземпляр направляется
пострадавшему или его
доверенному лицу

УТВЕРЖДАЮ

_____
(подпись, фамилия, инициалы
работодателя
(его представителя))
"__" _____ 200_ г.

Печать

АКТ N ____
О НЕСЧАСТНОМ СЛУЧАЕ НА ПРОИЗВОДСТВЕ

1. Дата и время несчастного случая _____
_____
(число, месяц, год и время происшествия
несчастного случая,

_____
количество полных часов от начала работы)
2. Организация (работодатель), работником которой является
(являлся) пострадавший _____
(наименование, место нахождения,
юридический адрес, ведомственная
и отраслевая

_____
принадлежность (ОКОНХ основного вида деятельности);
фамилия, инициалы работодателя -

_____
физического лица)
Наименование структурного подразделения _____
_____
3. Организация, направившая работника _____
_____
(наименование, место нахождения, юридический адрес,
отраслевая принадлежность)
4. Лица, проводившие расследование несчастного случая:
_____
(фамилия, инициалы, должности и место работы)
_____
5. Сведения о пострадавшем:
фамилия, имя, отчество _____
пол (мужской, женский) _____
дата рождения _____
профессиональный статус _____
профессия (должность) _____
стаж работы, при выполнении которой произошел несчастный случай
_____,
(число полных лет и месяцев)
в том числе в данной организации _____
(число полных лет и месяцев)
6. Сведения о проведении инструктажей и обучения по охране труда
Вводный инструктаж _____
(число, месяц, год)
Инструктаж на рабочем месте (первичный, повторный, внеплановый,

---------- -------
(нужное подчеркнуть)
целевой)

по профессии или виду работы, при выполнении которой произошел несчастный случай _____
(число, месяц, год)
Стажировка: с "__" _____ 200_ г. по "__" _____ 200_ г.
_____
(если не проводилась - указать)
Обучение по охране труда по профессии или виду работы, при выполнении которой произошел несчастный случай: с "__" _____ 200_ г. по "__" _____ 200_ г. _____
(если не проводилось - указать)
Проверка знаний по охране труда по профессии или виду работы, при выполнении которой произошел несчастный случай _____
(число, месяц, год, N протокола)
7. Краткая характеристика места (объекта), где произошел несчастный случай
_____
(краткое описание места происшествия с указанием опасных и (или) вредных производственных
_____
факторов со ссылкой на сведения, содержащиеся в протоколе осмотра места несчастного случая)
_____
Оборудование, использование которого привело к несчастному случаю
_____
(наименование, тип, марка, год выпуска, организация - изготовитель)
8. Обстоятельства несчастного случая
_____
(краткое изложение обстоятельств, предшествовавших несчастному случаю, описание событий
_____
и действий пострадавшего и других лиц, связанных с несчастным случаем, и другие сведения,
_____
установленные в ходе расследования)
_____
_____
_____
8.1. Вид происшествия _____
_____
8.2. Характер полученных повреждений и орган, подвергшийся повреждению, медицинское заключение о тяжести повреждения здоровья
_____
8.3. Нахождение пострадавшего в состоянии алкогольного или наркотического опьянения _____
(нет, да - указать состояние и степень опьянения в соответствии с заключением по
_____
результатам освидетельствования, проведенного в установленном порядке)
8.4. Очевидцы несчастного случая _____
_____
(фамилия, инициалы, постоянное место жительства,

домашний телефон)
9. Причины несчастного случая _____
(указать основную
и сопутствующие причины
_____
несчастного случая со ссылками на нарушенные требования
законодательных и иных
_____
нормативных правовых актов, локальных нормативных актов)
_____
_____
_____
_____
10. Лица, допустившие нарушение требований охраны труда:
_____
(фамилия, инициалы, должность (профессия) с указанием
требований законодательных,
_____
иных нормативных правовых и локальных нормативных актов,
предусматривающих их
_____
ответственность за нарушения, явившиеся причинами
несчастного случая, указанными в п. 9
_____
настоящего акта; при установлении факта грубой
неосторожности пострадавшего указать
_____
степень его вины в процентах)
_____
Организация (работодатель), работниками которой являются данные
лица
_____
(наименование, адрес)
11. Мероприятия по устранению причин несчастного случая, сроки
_____
_____
_____
_____
_____
_____

Подписи лиц, проводивших
расследование несчастного случая _____
(фамилии, инициалы, дата)
_____

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. ГОСТ 12.О.ОО2 - 8О. Термины и определения.
2. Положение об особенностях расследования несчастных случаев на производстве в отдельных отраслях и организациях
3. И.М.Чижевский, Г.Б.Куликов, Ю.А.Сидорин. Охран труда в полиграфии. М., 1988.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №7. СРЕДСТВА ИНДИВИДУАЛЬНОЙ ЗАЩИТЫ ОРГАНОВ ДЫХАНИЯ

Цель работы – ознакомиться со средствами защиты органов ды- хания и получить практические навыки их использования.

Теоретические положения

Средства индивидуальной защиты (СИЗ) предназначены для защиты человека от попадания внутрь организма, на кожные покровы и повседневную одежду радиоактивных веществ (РВ), отравляющих веществ (ОВ) и бактериальных средств (БС).

По принципу применения средства индивидуальной защиты делятся:

– на средства защиты повседневного применения (промышленные СИЗ);

– средства защиты эпизодического применения (СИЗ для аварийных работ и пострадавших в очагах ЧС).

По объектам защиты средства индивидуальной защиты делятся:

– на средства защиты органов дыхания;

– средства защиты кожи.

По принципу действия средства индивидуальной защиты делятся:

– на фильтрующие (принцип фильтрации состоит в том, что воздух, необходимый для поддержания жизнедеятельности организма человека, очищается от вредных примесей при прохождении через средство защиты);

– изолирующие (средства защиты изолирующего типа полностью изолируют организм человека от окружающей среды с помощью материалов, непроницаемых для воздуха и вредных примесей).

По способу подачи воздуха различают средства индивидуальной

защиты делятся:

– с принудительной подачей воздуха;

– самовсасывающие.

По кратности использования средства индивидуальной защиты

- на СИЗ многократного использования;

- СИЗ однократного использования.

По способу изготовления средства индивидуальной защиты делятся:

- на средства, изготовленные промышленностью;

- простейшие средства, изготовленные из подручных материалов. Кроме средств индивидуальной защиты существуют медицинские средства защиты [1].

Средства защиты органов дыхания.

Фильтрующий противогаз.

Фильтрующий противогаз предназначен для защиты органов дыхания, глаз, кожи лица от воздействия ОВ, РВ, БС, (АХОВ), а также различных вредных примесей, присутствующих в воздухе.

В настоящее время имеются фильтрующие гражданские противогазы различной модификации и промышленные противогазы.

Для защиты населения наибольшее распространение получили фильтрующие противогазы: для взрослого населения – ГП-5 (ГП-5М), ГП-7 (ГП-7В); для детей – ПДФ-Ш, ПДФ-Д, ПДФ-2Ш, ПДФ-2Д, КЗД.

Гражданский противогаз (ГП-5). В состав комплекта входят два основных элемента: фильтрующе-поглощающая коробка ГП-5 и лицевая часть ШМ-62у. Шлем-маска имеет 5 ростов (0, 1, 2, 3, 4). Кроме того, противогаз комплектуется сумкой, наружными утеплительными манжетами (НМУ-1) и коробкой с незапотевающими пленками (рис. 9.1) [2]. У него нет соединительной трубки.

Рис. 7.1 Гражданский фильтрующий противогаз (ГП-5):

1 – фильтрующе-поглощающая коробка ГП-5; 2 - коробка с незапотевающими пленками; 3 – лицевая часть ШМ-62у; 4 – сумка

Внутри фильтрующе-поглощающей коробки ГП-5 расположены противоаэрозольный фильтр и шихта. Лицевая часть ШМ-62у представляет собой шлем-маску, изготовленную на основе резины из натурального или синтетического каучука. В шлем-маску вмонтированы очковый узел и клапанная коробка. Клапанная коробка имеет один вдыхательный и два выдыхательных клапана и служит для распределения потоков воздуха. Незапотевающие пленки изготавливаются из целлюлозы и бывают односторонние (НП) и двусторонние (НПН). Они устанавливаются с внутренней стороны стекол противогаза желатиновым покрытием к глазам и фиксируются прижимными кольцами. Желатин равномерно впитывает конденсированную влагу, тем самым сохраняя прозрачность пленки.

Комплект из 6 пленок упакован в металлическую коробку. Утеплительные манжеты используются только зимой при температуре ниже – 10 °С. Манжета надевается на обойму очков с внешней стороны. Пространство между стеклами манжет и очков предохраняет очки шлем- маски от замерзания.

Гражданский противогаз (ГП-5М). В комплект противогаза входит шлем-маска (ШМ-66Му) с мембранной коробкой для переговорного устройства. В лицевой части сделаны сквозные вырезы для ушных раковин, что обеспечивает нормальную слышимость.

Подгонка противогаза начинается с определения требуемого роста лицевой части. Рост лицевой части типа ШМ-62у, ШМ-66Му определяется по величине вертикального обхвата головы путем ее измерения по замкнутой линии, проходящей через макушку, щеки и подбородок. Измерения округляют до 0,5 см. До 63 см берут нулевой рост, от 63,5 до 65,5 см – первый, от 66 до 68 см – второй, от 68,5 до 70,5 см – третий, от 71 см и более – четвертый.

Перед применением противогаз следует проверить на исправность и герметичность. Осматривая лицевую часть, следует определить ее целостность, обратив внимание на стекла очкового узла. После этого нуж- но проверить клапанную коробку, состояние клапанов. Они не должны быть покороблены, засорены или порваны. На фильтрующе-поглощающей коробке не должно быть вмятин, проколов, в горловине – повреждений. Обращается внимание на то, чтобы в коробке не пересыпались зерна поглотителя.

Наиболее совершенными в настоящее время являются противогазы ГП-7 и ГП-7В. Их основными отличиями являются: более совершенная конструкция и форма шлем-маски, обеспечивающая возможность безопасного приема воды, жидких лекарств, других жидкостей в зараженной зоне без снятия маски. Наличие в комплекте фильтрующе-поглощающих коробок обеспечивает защиту от конкретных видов твердых химических веществ (ТХВ), а также увеличенные сроки работоспособности. Ростовка лицевой части предусматривает три размера. Как и другие типы противогазов, они состоят из фильтрующе- поглощающей коробки и лицевой части.

Гражданский противогаз (ГП-7). В комплект противогаза входят фильтрующе-поглощающая коробка ГП-7к, лицевая часть в виде маски МГП, сумка, защитный трикотажный чехол, коробка с незапотевающими пленками, утеплительные манжеты. Его масса в комплекте без сумки – около 900 г (фильтрующе-поглощающая коробка – 250 г, лицевая часть – 600 г).

Фильтрующе-поглощающая коробка ГП-7к по конструкции аналогична коробке ГП-5, но с улучшенными характеристиками, уменьшено ее сопротивление, что облегчает дыхание. Лицевая часть МГП представляет собой маску объемного типа с «независимым» обтюратором, с наголовником (предназначен для закрепления лицевой части) в виде резиновой пластины с пятью лямками (лобная, две височные, две щечные), с очковым узлом, переговорным устройством (мембраной), узлами клапана вдоха и выдоха, прижимными кольцами для закрепления незапотевающих пленок (рис. 9.2) [2]. «Независимый» обтюратор представляет собой полосу тонкой резины и служит для создания надежной герметизации лицевой части на голове. При этом механическое воздействие лицевой части на голову очень незначительно. На каждой лямке с интервалом в 1 см нанесены упоры ступенчатого типа, которые предназначены для надежного закрепления их в пряжках. У каждого упора имеется цифра, указывающая его порядковый номер. Это позволяет точно фиксировать нужное положение лямок при подгонке маски. Нумерация цифр идет от свободного конца лямки к затылочной пластине. Гидрофобный трикотажный чехол надевается на фильтрующе-поглощающую коробку и предохраняет ее от заражения, снега, пыли и влаги.

Рис. 7.2. Противогаз ГП-7:

1 – лицевая часть; *2* – фильтрующе-поглощающая коробка; *3* – сумка; *4* – коробка с незапотевающими пленками; *5* – трикотажный чехол; *6* – утеплительные манжеты

Гражданский фильтрующий противогаз (ГП-7, ГП-7В, ГП-7ВМ) – это одна из самых последних и совершенных моделей противогазов для населения. В реальных условиях он обеспечивают высокую защиту от паров отравляющих веществ нервнопаралитического действия (типа зарин, зоман и др.), общеядовитого действия (хлорциан, синильная кислота и др.), радиоактивных веществ (радионуклидов йода и его органических соедине- ний (типа йодистый метил и др.)); от капель отравляющих веществ кожно- нарывного действия (иприт и др.), бактериальных, аварийных химически опасных веществ (АХОВ). ГП-7 имеет малое сопротивление дыханию, обеспечивает надежную герметизацию и небольшое давление лицевой час- ти на голову. Благодаря этому им могут пользоваться люди старше 60 лет и больные с легочными и сердечно-сосудистыми заболеваниями. Подбор лицевой части необходимого типоразмера ГП-7 осуществляется на основа- нии результатов измерения мягкой сантиметровой лентой горизонтального и вертикального обхвата головы.

Правила определения размера противогаза.

Для определения размера противогаза нужно знать горизонталь- ный и вертикальный обхват головы. Горизонтальный обхват измеряется по замкнутой линии, которая проходит спереди по надбровным дугам, сбоку чуть выше (на 2–3 см) ушной раковины и сзади по наиболее выступающей части головы. А вертикальный обхват можно определить посредством из- мерения длины вертикальной линии, проходящей через подбородок, щеки и макушку. Полученные измерения следует округлить так, чтобы послед- няя цифра была 0 или 5. Затем нужно сложить оба результата и посмот- реть, какой размер противогаза вам нужен [3]:

- менее 1190 мм – первый размер;
- от 1195 до 1210 мм – второй размер;
- от 1215 до 1235 мм – третий размер;
- от 1240 до 1260 мм – четвертый размер;
- от 1265 до 1285 мм – пятый размер;

- от 1290 до 1310 мм – шестой размер.

Надевается противогаз после сигнала «Химическая тревога» по команде «Газы», либо по своей инициативе. Вынув противогаз из специальной сумки, следует взять шлем-маску за его нижнюю часть так, чтобы большие пальцы рук находились снаружи, а остальные были внутри. Далее нужно приложить нижнюю часть шлема-маски под подбородок и натянуть его на голову резким движением рук вверх.

Учитывая то, что операции, которые описаны выше, придется проводить вслепую, нужно достаточно долго тренироваться. Хотя все зависит от человека и степени его обучаемости. Хорошо попрактиковавшись, можно приблизиться к армейским нормативам на надевание противогаза – около 7–10 с. Наличие у противогаза переговорного устройства (мембра- ны) обеспечивает четкое понимание передаваемой речи, значительно облегчает пользование средствами связи (телефон, радио).

Гражданские противогазы ГП-7В, ГП-7ВМ, УЗС-ВК, КЗД-6, фильтр ДОТ, фильтр ВК, ДПГ-3 (рис. 7.3). ГП-7В отличается от ГП-7 тем, что в нем лицевая часть МГП-В имеет устройство для приема воды, пред- ставляющее собой резиновую трубку с мундштуком и ниппелем.

ГП-7ВМ отличается от ГП-7В тем, что маска М-80 имеет очковый узел в виде трапециевидных изогнутых стекол, обеспечивающих возможность работы с оптическими приборами.

Гражданский фильтрующий противогаз ГП-7 обеспечивает защиту органов дыхания, глаз и кожи лица человека от вредных веществ и приме- сей, находящихся в воздухе. Это проверенная временем и надежная модель противогаза для гражданского населения.

а *б* *в* *г*

д *е* *ж*

Рис. 7.3. Гражданские противогазы:

а – ГП-7(В, ВМ); *б* – УЗС-ВК; *в* – ПДФ-2; г – КЗД-6; *д* – фильтр ДОТ; *е* – фильтр ВК; *ж* – ДПГ-3;

Подбор лицевой части необходимого типоразмера ГП-7 осуществляется на основании результатов измерения мягкой сантиметровой лентой горизонтального и вертикального обхвата головы. Горизонтальный обхват определяется измерением головы по замкнутой линии, проходящей спереди по надбровным дугам, сбоку на 2–3 см выше края ушной раковины и сзади через наиболее выступающую точку головы. Вертикальный обхват определяется измерением головы по замкнутой линии, проходящей через макушку, щеки и подбородок. Измерения округляются с точностью до 5 мм. По сумме двух измерений устанавливают нужный типоразмер (табл. 7.0). [4].

Правильно подобранная шлем-маска (маска) должна плотно прилегать к лицу и исключать возможность проникновения наружного воздуха в органы дыхания, минуя фильтрующе-поглощающую коробку.

Таблица 7.0

Типоразмеры противогазов

Рост лицевой части		1		2		3		
Положение упоров лямок	ГП-7, ГП-7В	4-8-8	3-7-8	3-7-8	3-6-7	3-6-7	3-5-6	3-4-5
	ГП-7ВМ	4-8-6	3-7-6	3-7-6	3-6-5	3-6-5	3-5-4	3-4-3
Сумма горизонтального и вертикального обхвата головы		До 1185	1190–1210	121–1235	1240–1260	1265–1285	1290–1310	1310 и более

*Примечание. П*оложение лямок наголовника устанавливают при подгонке противогаза.

Противогаз УЗС-ВК – аварийно-спасательное средство многоразового действия, применяется для защиты органов дыхания человека от вредных веществ, может использоваться во всех климатических зонах.

Противогаз ПДФ-2 предназначен для защиты органов дыхания, зрения и лица детей (старше 1,5 года) от отравляющих веществ (ОВ), опасных биологических веществ (ОБВ), радиоактивной пыли (РП).

Камера защитная детская (КЗД-6) предназначена для защиты детей в возрасте до 1,5 года от отравляющих веществ, радиоактивной пыли и бактериальных средств. Детская защитная камера похожа на обычную сумку, поэтому переносить ребенка в ней очень удобно.

Дополнительный патрон (ДПГ-3) предназначен для использования в комплекте с ГП-7, ГП-7В и детскими противогазами, для защиты органов дыхания, кожи лица и глаз человека от сильнодействующих ядовитых веществ: аммиака, диметиламина, нитробензола.

Фильтр ДОТ соответствует новым ГОСТам, гармонизированным с европейскими стандартами EN141, EN143. Он значительно эффективнее по сравнению с противогазовыми коробками, выпускаемыми по старым ГОСТа, за счет уникальных поглотителей от отравляющих веществ, опас- ных биологических веществ, радиоактивной пыли, сильнодействующих ядовитых веществ.

Фильтр ВК предназначен для очистки вдыхаемого воздуха от органических газов и паров с температурой кипения выше 65 °С (циклогек- сан, бензол, ксилол, толуол, бензин, керосин, галоидоорганические соеди- нения (хлорпикрин, хлорацетофенон и т. п.), нитросоединения бензола).

Промышленные противогазы. Существует несколько марок промышленных фильтрующих противогазов, которые являются индивидуальным средством защиты органов дыхания и зрения рабочих различных отраслей промышленности, сельского хозяйства от воздействия

вредных веществ (газы, пары, пыль, дым и туман), присутствующих в воздухе.

Запрещается применять промышленные противогазы при недостатке кислорода в воздухе (менее 18 %), например при работах в емкостях, цистернах, колодцах и других изолированных помещениях.

Не допускается применение промышленных противогазов для защиты от низкокипящих жидкостей, плохо сорбирующихся органических веществ, например метана, этилена, ацетилена. Не рекомендуется работать в таких противогазах, если состав газов и паров вредных веществ неизвестен (Рис. 7.4).

ППФМ-92 ПФМГ-96 ПФСГ-98 ППФ-95

Рис. 7.4. Промышленные противогазы

Противогазы ППФМ-92, ПФМГ-96, ПФСГ-98 предназначены для защиты органов дыхания, глаз и лица человека от вредных газо- и парооб- разных веществ и аэрозолей, присутствующих в воздухе рабочей зоны. ППФ-95 предназначены для защиты органов дыхания, зрения и лица рабо- чих различных отраслей промышленности и сельского хозяйства от воз- действия вредных газов, паров, пыли, дыма и тумана, присутствующих в воздухе. Фильтрующие противогазы надежны в атмосфере, содержащей не менее 18 % кислорода.

Промышленный противогаз состоит из снаряженной коробки, лицевой части (шлем-маски) с соединительной трубкой и сумки. Фильтрующая коробка служит для очистки воздуха, вдыхаемого человеком, от ядовитых веществ и вредных примесей. В зависимости от состава этих примесей она может содержать один или несколько специальных поглотителей или сочетание поглотителя с аэрозольным фильтром. При этом коробки строго специализированы по составу поглотителей, а поэтому отличаются друг от

друга окраской и маркировкой. Шлем-маски промышленных противогазов изготавливаются пяти ростов – 0, 1, 2, 3, 4. Чтобы подобрать шлем-маску, надо мягкой сантиметровой линейкой произвести два измерения головы. Вначале определить длину круговой линии, проходящей по подбородку, щекам и через высшую точку головы (макушку). Затем измерить длину полуокружности, проходящей от отверстия одного уха к отверстию другого по лбу через надбровные дуги. Результаты двух обмеров суммируют и находят требуемый рост шлем-маски.

При сумме до 93 см размер нулевой, от 93 до 95 см – первый, от 95 до 99 см – второй, от 99 до 103 см – третий, от 103 и выше – четвертый [4].

Противогазы комплектуют коробками двух размеров (большая и малая) и трех типов: без аэрозольного фильтра, с аэрозольным фильтром (на коробке белая вертикальная полоса), без аэрозольного фильтра с уменьшенным сопротивлением дыханию (имеет индекс 8 в маркировке). В зависимости от вида вредного вещества выпускают коробки следующих марок: А, В, Г, Е, КД, СО, М (табл. 9.2) [5].

Коробки марок А, В, Г, Е, КД изготавливаются как с аэрозольными фильтрами, так и без них; коробка БКФ – только с аэрозольными фильтрами; коробки СО и М – без аэрозольных фильтров. Белая вертикальная полоса на коробке означает, что она оснащена аэрозольным фильтром.

Таблица 7.1

Характеристика промышленных противогазов

Марка противогаза	Маркировка и окраска	Соединения, от которых защищают [II]
А	Коричневая	Пары органических соединений (бензин, керосин, ацетон, бензол, толуол, ксилол, сероуглерод, спирты, эфиры, галоидоорганические соединения, нитросоединения бензола и его гомологи, тетроэтилсвинец, фосфор- и хлорорганические ядохимикаты)

Продолжение табл. 7.1

Марка противогаза	Маркировка и окраска	Соединения, от которых защищают ПП
В	Желтая	Кислые газы и пары (диоксида серы, гидрид серы, хлор, циан гидрида, окислы азота, хлориды водорода, фосген), фосфор- и хлорорганические ядохимикаты
Г	Черно-желтая	Пары ртути и ртутьорганическе ядохимикаты на основе этилмеркурхлорида
Е	Черная	Гидрид мышьяка и гидрид фосфора
К	Зеленая	Аммиак, а также пыль, дым, туман
КД	Серая, с бе- лой поло- сой	Аммиак и сероводород
БКФ	Защитная, с белой полосой	Кислые газы и пары, пары органических веществ, гидрид мышьяка, гидрид фосфора, пыль, дым, туман
СО	Белая	Оксид углерода
М	Красная	Оксид углерода в присутствии паров органических ве- ществ, кислые газы, аммиак, гидрид мышьяка, гидрид фосфора, пары органических соединений (бензин, керо- син, ацетон, бензол, ксилол, сероуглерод, толуол, спирты, эфиры, анилин, соединения бензола и его гомологи)
П-2У	Красная с белой поло- сой	Пары карбонилов никеля и железа, оксид углерода и со-путствующие аэрозоли
Б	Синяя	Бороводороды: диборан, пентаборан, этилентаборан, ди-этилдекаборан и их аэрозоли
УМ	Защитная	Пары и аэрозоли гептила, амил, самин, нитромеланж, амидол
ГФ	Голубая	Газообразный гексафторид урана, фтор, фтористый водо- род, радиоактивные аэрозоли

Пользование противогазом. Подобрав шлем-маску, ее обязательно

примеряют. Новую лицевую часть предварительно необходимо протереть снаружи и внутри чистой тряпочкой или тампоном ваты, смоченным в воде, а клапаны выдоха продуть. Шлем-маску, бывшую в употреблении, следует отсоединить от коробки, протереть двухпроцентным раствором формалина или промыть водой с мылом и просушить.

При сборке противогаза шлем-маску берут в левую руку за клапанную коробку, а правой рукой ввинчивают до отказа фильтрующе- поглощающую коробку навинтованной горловиной в патрубок клапанной коробки шлем-маски.

При переводе противогаза в «боевое» положение необходимо:

– снять головной убор и зажать его между коленями или положить рядом;

– убрать волосы со лба и висков, женщинам следует гладко

– зачесать волосы назад, заколки и украшения снять (их попадание под обтюратор приведет к нарушению герметичности);

– вынуть шлем-маску из сумки, взять ее обеими руками за утолщенные края у нижней части так, чтобы большие пальцы рук были с наружной стороны, а остальные – внутри. Подвести шлем-маску к подбородку и резким движением рук вверх и назад натянуть ее на голову так, чтобы не было складок, а очки пришлись против глаз (ГП-5, ГП-5М);

– для правильного надевания ГП-7 надо взять лицевую часть обеими руками за щечные лямки так, чтобы большие пальцы захватывали их изнутри. Задержать дыхание, закрыть глаза. Затем зафиксировать подбородок в нижнем углублении обтюратора и движением рук вверх и назад натянуть наголовник на голову и подтянуть до упора щечные лямки;

– сделать полный выдох (для удаления зараженного воздуха из-под шлем-маски, если он туда попал в момент надевания), открыть глаза и возобновить дыхание;

– надеть головной убор, застегнуть сумку и закрепить ее на туловище.

Дополнительные патроны

В результате развития химической и нефтехимической промышленности

в производстве увеличено применение химических веществ. Многие из них по своим свойствам вредны для здоровья людей. Их называют сильнодействующими ядовитыми веществами (СДЯВ).

С целью расширения возможностей гражданских противогазов по защите от СДЯВ для них введены дополнительные патроны (ДПГ-1 и ДПГ-3).

ДПГ-1 в комплекте с противогазом защищает от двуокиси азота, метила хлористого, окиси углерода и окиси этилена. ДПГ-3 в комплекте с противогазом защищает от аммиака, хлора, диметиламина, нитробензола, сероводорода, сероуглерода, синильной кислоты, тетраэтилсвинца, фенола, фурфурола, хлористого водорода.

Внутри патрона ДПГ-1 два слоя шихты – специальный поглотитель и гопкалит. В ДПГ-3 только один слой поглотителя. Чтобы защитить шихту от увлажнения при хранении, горловины должны быть постоянно закрытыми: наружная – с навинченным колпачком с прокладкой, внутренняя – с ввернутой заглушкой [6].

Изолирующие противогазы. Изолирующие противогазы (ИП) являются специальными средствами защиты органов дыхания, глаз и кожи лица от любых вредных примесей, находящихся в воздухе независимо от их свойств и концентраций. Они используются также в тех случаях, когда невозможно применение фильтрующих противогазов, например при наличии в воздухе очень высоких концентраций отравляющих веществ или любой вредной примеси, кислорода менее 16 %, а также при работе под водой на небольшой глубине. Виды противогазов представлены на Рис. 7.5.

ИП-4М ИП-6 ПДА-3М

Рис. 9.5. Изолирующие противогазы

Изолирующие противогазы используют в случае, когда фильтрующие противогазы не обеспечивают должной степени защиты, или когда в воздухе недостаточно кислорода. Источником кислорода в таком противогазе служит патрон, снаряженный специальным веществом. Для нужд населения выпускают ИП-4М, ИП-4МК, ИП-5, ИП-6, ИП-7, ПДА- 3М.

Действие изолирующих противогазов основано на использовании химически связанного кислорода. Они имеют замкнутую маятниковую схему дыхания: выдыхаемый воздух попадает в регенеративный патрон, вещество которое содержится в нем поглощает углекислый газ и влагу, а взамен выделяет необходимый для дыхания кислород. Затем дыхательная смесь попадает в дыхательный мешок. При вдохе газовая смесь из дыхательного мешка снова проходит через регенеративный патрон, дополнительно очищается и поступает для дыхания. Материалы, из которых изготовлены противогазы, не оказывают отрицательного воздействия на организм. Применение незапотевающих пленок, а при отрицательных температурах и утеплительных манжет сохраняет прозрачность стекол в течение всего времени работы в противогазе при любой физической нагрузке. Грантируется высокая эксплуатационная безопасность.

ИП-4М, ИП-4МК используют при авариях, стихийных бедствиях. ИП-5, ИП-6 предназначены для защиты органов дыхания, кожи лица и глаз человека в непригодной для дыхания атмосфере независимо от состава и концентрации вредных веществ в воздухе, а также при недостатке или отсутствии кислорода. Портативный дыхательный аппарат (ПДА-3М) предназначен для экстренной защиты органов дыхания, зрения и кожи лица человека в непригодной для дыхания атмосфере при эвакуации из опасной зоны, выполнении аварийных работ, а также в ожидании помощи [5].

По принципу действия изолирующие противогазы делятся на две группы: ИП-5); КИП-8).

- противогазы на основе химически связанного кислорода (ИП-4,

- противогазы на основе сжатого кислорода или воздуха (КИП-7, Исходя из принципа защитного действия, основанного на полной изоляции органов дыхания от окружающей среды, время пребывания в изолирующем противогазе зависит не от физико-химических свойств ОВ,РВ, БС и их концентраций, а от запаса кислорода и характера выполняемой работы.

Противогазы шланговые изолирующие презназначены для защиты органов дыхания, глаз и кожи человека от любых вредных примесей в воздухе независимо от их концентрации, а также для работы в условиях недостатка кислорода в воздухе рабочей зоны. Комплектуются возду- ходводящим шлангом длиной 10 или 20 м на барабане или в сумке.

Респираторы.

Респираторы представляют собой облегченное средство защиты органов дыхания от вредных газов, паров, аэрозолей и пыли (рис. 7.6).

Респираторы делятся на два типа. Первый – это респираторы, у которых полумаска и фильтрующий элемент одновременно служат и лицевой частью. Второй – это респираторы, которые очищают вдыхаемый воздух в фильтрующих патронах, присоединяемых к полумаске.

Рис. 7.6. Респираторы:

а – «Кама»; б – «Снежок»; в – У-2к; г – РП-КМ; д – Ф-62Ш; е – «Ас- тра 2»; ж – РПГ-67; з – РУ-6 Ом

Респираторы по назначению делят на следующие виды [5]:

противоаэрозольные – для защиты органов дыхания от пыли, дыма, тумана, содержащих токсичные, бактериальные и другие опасные элементы, за счет пропускания вдыхаемого воздуха через фильтр из специального материала (респираторы «Лепесток», «Кама», «Снежок-П», У-2к, «Астра-2», Ф-62ш, РПА-1 и др.). Для фильтров в таких респираторах ис- пользуют материалы типа ФП (фильтр Петрянова), обладающие высокой эластичностью, механической прочностью, большой пылеемкостью, стой- костью к химическим агрессивным веществам и прекрасными фильтрую- щими свойствами;

противогазовые – для защиты от паров и газов за счет фильтрования вдыхаемого воздуха через фильтрпатроны различных марок, различающихся составом адсорбирующего материала. При этом фильтр-патрон каждой марки защищает от газов только определенного вида (РПГ-67);

универсальные – одновременно защищают от аэрозолей и отдель- ных видов газов и паров. Респираторы имеют противоаэрозольный фильтр и сменные противогазовые патроны разных марок (РУ-60м) или противо- газовые фильтры из ионообменного волокнистого материала («Снежок- ГП», «Лепесток-Г»).

По конструктивному оформлению различают респираторы двух типов:

фильтрующие маски – их фильтрующий элемент одновременно служит лицевой частью;

патронные – самостоятельно выполненные лицевая часть и фильтрующий элемент.

По характеру вентилирования подмасочного пространства респи- раторы делят на бесклапанные (вдыхаемый и выдыхаемый воздух прохо- дит через фильтрующий элемент) и клапанные (вдыхаемый и выдыхаемый воздух движется по различным каналам благодаря системе клапанов вдоха и выдоха).

В зависимости от срока службы различают респираторы одноразо- вого (типа «Лепесток», «Кама», У-2к и т. п.) и многоразового пользования, в которых предусмотрена возможность замены фильтров или их много- кратная регенерация (Ф-62ш, «Астра-2», РУ-60м и др.).

Респираторы ШБ-1, «Лепесток-5», «Лепесток-40» и «Лепесток-200» одинаковы и представляют собой сплошную легкую полумаску- фильтр из материала ФПП (фильтрующее полотно Петрянова). В нерабо- чем состоянии респиратор имеет вид круга. Каркасность его в рабочем со- стоянии обеспечивают пластмассовая распорка и алюминиевая пластина. Плотное прилегание респиратора к лицу достигается при помощи резино- вого шнура, вшитого в периметр круга, а также благодаря электростатиче- скому заряду материала ФПП, который образует полосу обтюрации. На го- лове респиратор крепят четырьмя шнурами.

Противоаэрозольные респираторы. В качестве фильтров в респираторах используют тонковолокнистые фильтровальные материалы. Наибольшее распространение получили полимерные фильтровальные материалы типа ФП (фильтр Петрянова) благодаря их хорошей эластичности, большой пылеемкости, а главное, высоким фильтрующим свойствам. Важной отличительной особенностью материалов ФП, изготовленных из перхлорвинила и других полимеров, обладающих изоляционными свойствами, является то, что они несут электростатические заряды, которые резко повышают эффективность улавливания аэрозолей и пыли.

Респиратор противопылевый У-2К (в гражданской обороне Р-2) обеспечивает защиту органов дыхания от силикатной, металлургической, горнорудной, угольной, радиоактивной и другой пыли, от некоторых бактериальных средств, дустов и порошкообразных удобрений, не выделяющих токсичные газы и пары. Использовать респиратор целесообразно при кратковременных работах небольшой интенсивности и запыленности воздуха. Не рекомендуется применять, когда в атмосфере сильная влага.

Респиратор представляет собой фильтрующую полумаску, наружный фильтр которой изготовлен из полиуретанового поропласта зеленого цвета, а внутренняя его часть – из тонкой воздухонепроницаемой полиэтиленовой пленки, в которую вмонтированы два клапана вдоха (рис. 9.7). Клапан выдоха размещен в передней части полумаски и защищен экраном. Между поропластом и полиэтиленовой пленкой расположен второй фильтрующий слой из материала ФП. Для плотного прилегания респиратора к лицу в области переносицы имеется носовой зажим – фигурная алюминиевая пластина. Респиратор крепится при помощи регулируемого оголовья.

Рис. 7.7. Респираторы У-2К (Р-2)

Респираторы У-2К изготавливаются трех ростов, которые обозначаются на внутренней подбородочной части полумаски. Определение роста производится путем измерения высоты лица человека, т. е. расстояния между точкой наибольшего углубления переносицы и самой нижней точкой подбородка. При величине измерения от 99 до 109 мм берут первый рост, от 109 до 119 мм – второй, от 119 и выше – третий.

Принцип действия респиратора основан на том, что при вдохе воздух последовательно проходит через фильтрующий полиуретановый слой маски, где очищается от грубодисперсной пыли, а затем через фильтрующий полимерный материал (ФП), в котором происходит очистка воздуха от тонкодисперсной пыли. После очистки вдыхаемый воздух через клапаны вдоха попадает в подмасочное пространство и в органы дыхания.

При выдохе воздух из подмасочного пространства выходит через клапан выдоха наружу.

Чтобы подогнать респиратор У-2К (Р-2), нужно:

- вынуть его из полиэтиленового мешочка и проверить его исправность, надеть полумаску на лицо так, чтобы подбородок и нос разместились внутри нее, одна нерастягивающаяся тесьма оголовья располагалась бы на теменной части головы, а другая – на затылочной;
- с помощью пряжек, имеющихся на тесемках, отрегулировать их длину (для чего следует снять полумаску) таким образом, чтобы надетая полумаска плотно прилегала к лицу;
- на подогнанной надетой полумаске прижать концы носового зажима к носу.

Для проверки плотности прилегания респиратора к лицу необходимо плотно закрыть отверстия предохранительного экрана клапана выдоха ладо- нью и сделать легкий выдох. Если при этом по линии прилегания полумаски к лицу воздух не выходит, а лишь несколько раздувает респиратор, значит, он надет герметично. Если воздух проходит в области носа, то надо плотнее прижать концы носового зажима.

После снятия респиратора необходимо удалить пыль с наружной части полумаски с помощью щетки или вытряхиванием. Внутреннюю поверхность необходимо протереть и просушить, после чего респиратор необходимо вложить в полиэтиленовый пакет, который закрывается кольцом. Противоаэрозольный респиратор Ф-62Ш (однопатронный) – это средство индивидуальной защиты органов дыхания человека от различных видов промышленных пылей, он не защищает от газов, паров вредных ве- ществ, аэрозолей органических соединений. Предназначен для защиты от силикатной, металлургической, горнорудной, угольной, табачной пыли, пыли порошкообразных удобрений и интоксицидов, а также других видов пыли, не выделяющих токсичных газов. Широко применяется шахтерами. Респиратор противоаэрозольный ФА-2002

предназначен для защиты лица, глаз, органов дыхания от аэрозолей различной природы (пыль, дым, туман) при их суммарной концентрации не более 15 ПДК и при концентрации кислорода не менее 17 % (Рис. 7.8).

Ф-62Ш

ФА-2002

Рис. 7.8. Респираторы противоаэрозольные Ф-62Ш и ФА-2002

Универсальные респираторы

Газопылезащитные респираторы занимают как бы промежуточное положение между респираторами противопылевыми и противогазами. Они легче, проще и удобнее в использовании, чем противогаз. Однако защищают только органы дыхания при концентрации вредных веществ не более 10–15 ПДК. Глаза, лицо остаются открытыми. Вместе с тем такие респираторы во многих случаях довольно надежно предохраняют человека в газовой и пылегазовой среде.

Респиратор газопылезащитный РУ-60М (рис. 7.9) защищает органы дыхания от воздействия вредных веществ, присутствующих в воздухе одновременно в виде паров, газов и аэрозолей (пыли, дыма, тумана).

Рис. 7.9. Респиратор газопылезащитный (РУ-60М)

Запрещается применять эти респираторы для защиты от высокотоксичных веществ типа синильной кислоты, мышьяковистого, фосфористого, цианистого водорода, тетраэтилсвинца, низкомолекулярных углеводородов (метан, этан), а также от веществ, которые в парогазообразном состоянии могут проникнуть в организм через неповрежденную

кожу. Респиратор РУ-60М состоит из резиновой полумаски, обтюратора, поглощающих патронов (марки А, В, КД, Г), пластмассовых манжет с клапанами вдоха, клапана выдоха с предохранительным экраном и оголовья. С этими респираторами разрешается работать в средах, где концентрация пыли не более 100 мг/м^3.

Противогазовые респираторы. Респиратор противогазовый (РПГ-

67) – это средство индивидуальной защиты, применяется на предприятиях химической, металлургической и в других отраслях производства при концентрациях вредных веществ, не превышаю-

щих 10–15 ПДК.

Газодымозащитный комплект. Статистика показывает, что пожары с большим количеством человеческих жертв чаще всего встречаются в гостиницах, театрах, универсамах, ресторанах, вечерних клубах, учебных заведениях, на предприятиях, использующих легковоспламеняю- щиеся материалы.

Помещения быстро заполняются окисью углерода и другими токсическими газами. Люди гибнут от отравлений. Чтобы защитить органы дыхания и глаза от ядовитых газов, а голову человека от огня при выходе из горящего помещения, создан специальный газодымозащитный комплект (Рис. 9.10).

Рис. 9.10 Газодымозащитный комплект

Газодымозащитный комплект (ГДЗК) состоит из огнестойкого капюшона с прозрачной смотровой пленкой. В нижней части расположена эластичная манжета.

Внутри капюшона находится резиновая полумаска, в которой закреплен фильтрующе-сорбирующий патрон с клапаном вдоха. ГДЗК имеет регулируемое оголовье. При надевании следует широко растянуть эластичную манжету и накинуть капюшон на голову так, чтобы

манжета плотно облегала шею, при этом длинные волосы заправляются под капюшон. Очки можно не снимать. ГДЗК обеспечивает защиту от окиси углерода и цианистого водорода не менее 15 мин. Сопротивление при вдохе при 30 л/мин – не более 149 Па (15 мм вод. ст). Масса 800 г. Комплект хранится в картонной коробке в пакете из трехслойной полиэтиленовой пленки.

Капюшон «Феникс» предназначен для самостоятельной эвакуации из мест возможного отравления химически опасными и вредными вещест- вами. Защищает от продуктов горения, аэрозолей, паров и газов, опасных химических веществ, образующихся при аварийных ситуациях (Рис. 9.11).

Самоспасатели СИП-1, СПИ-20, СПФ, «Экстремал ПРО» (Рис. 9.11) предназначены для индивидуальной защиты органов дыхания и зрения человека от вредного воздействия непригодной для дыхания, токсичной и задымленной газовой среды. Применяются при экстренной эвакуации людей в случае террористических актов, а также с мест пожара в общественных зданиях, на транспорте, из жилых домов и т. п.

а *б* *в* *г*

Рис. 9.11. Самоспасатели:

а – СИП-1; б – СПИ-20; в – СПФ; г – капюшон «Феникс»; д – «Экстремал ПРО».

Самоспасатель противопожарный СИП-1 предназначен для защиты органов дыхания, зрения и головы при самостоятельной эвакуации из помещений (гостиниц, высотных зданий, вагонов) во время пожара или при других аварийных ситуациях, от любых вредных веществ независимо от их концентрации и при недостатке кислорода в воздухе.

Порядок выполнения работы

1. Записать название и цель работы.
2. Законспектировать виды и назначение противогазов в виде табл. 7.3.

Таблица 7.3

Виды и назначение противогазов

Наименование и марка	Назначение, вид веществ, от которых защищает	Комплектация	Примечание*
Фильтрующие противогазы			
Гражданские			
ГП-5			
…			

… т. д.			

*В примечании указать, для каких возрастных групп предназначен, особенности мар- ки и т. п.

3. Указать правила пользования противогазами.

4. Измерить при помощи гибкого сантиметра лицевую часть головы и подобрать для себя размер противогаза ГП-5 (ГП-7) по росту.

5. Измерить при помощи гибкого сантиметра высоту своего лица и подобрать размер респиратора У-2К.

6. Показать отчет преподавателю.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Безопасность жизнедеятельности : учеб. для вузов / С. В. Белов [и др.] ; под общ. ред. С. В. Белова. – М.: Высш. шк., 2009. – 616 с.

2. Безопасность жизнедеятельности. Безопасность в чрезвычайных ситуациях природного и техногенного характера : учеб. пособие для вузов / В. А. Акимов [и др.]. – М. : Высш. шк., 2008. – 592 с.

3. Безопасность жизнедеятельности. Защита населения и территорий в чрез- вычайных ситуациях : учеб. пособие для вузов / Я. Д. Вишняков [и др.]. – М. : Академия, 2008. – 304 с.

4. Емельянов В. М., Коханов В. Н., Некрасов П. А. Защита населения и территорий в чрезвычайных ситуациях : учеб. пособие для вузов. – М. : Академический проект : Трикста, 2005. – 480 с.

5. Вознесенский В. В. Средства защиты органов дыхания и кожи. Противога- зы, респираторы и защитная одежда, основы их эксплуатации : учеб. пособие. – М. : Воен. знания, 2010. – 80 с.

6. Семенов С. Н., Лысенко В. П. Проведение занятий по гражданской обороне : метод. пособие. – М. : Высш. шк., 1990. – 96 с.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 8. ИНЖЕНЕРНАЯ И ИНДИВИДУАЛЬНАЯ ЗАЩИТА. ВИДЫ ЗАЩИТНЫХ СООРУЖЕНИЙ И ПРАВИЛА ПОВЕДЕНИЯ В НИХ

Наименование работы: Действия населения при ЧС военного характера.

Цель: изучить действия населения при ЧС военного характера при угрозе применения радиационного, химического или биологического оружия, определить применяемые средства индивидуальной защиты, обосновать выбор защитных сооружений.

Время: 4 часа

Материально-техническое обеспечение: инструкционная карта, ручка, противогаз, респиратор, ватно-марлевая повязка

Методика выполнения

Задание:

1. Изучить индивидуальные средства защиты населения.

2. Изучить виды укрытий и правила поведения в убежищах и укрытиях.

3. Изучить применение СИЗ при угрозе применения химического и биологического оружия.

4. Отчет о работе оформить в виде плана-конспекта.

5. Заполнить таблицу.

№	ЧС	Опасность	Поражающие факторы	Основные средства защиты

Ядерное оружие – самое страшное оружие современности. Поражение людей при его применении зависит от того, где они находились в момент ядерного взрыва. Наиболее эффективным средством защиты от всех поражающих факторов ядерного оружия являются убежища (укрытия). Находясь в убежищах (укрытиях), необходимо постоянно держать в готовности к немедленному использованию средства индивидуальной защиты. Средства

индивидуальной защиты подразделяют на средства индивидуальной защиты органов дыхания (СИЗОД), средства индивидуальной защиты глаз (СИЗГ), средства индивидуальной защиты кожи (СИЗК). К средствам защиты органов дыхания человека относятся противогазы (фильтрующие (рис.8.1.) и изолирующие (рис.2.)) и респираторы (рис.3.), а также простейшие средства защиты – противопыльные тканевые маски (ПТМ-1) (рис.4.) и ватно-марлевые повязки (рис.5.), изготовляемые обычно силами самого населения.

Рис. 8.1 Фильтрующий противогаз

1-фильтрующе-поглощающая коробка; 2-лицевая часть противогаза; 3-очковой узел; 4-шихга (обеспечивает поглощение паров и газов, и токсичных в-в); 5-ПАФ (противоаэрозольный фильтр); 6-клапанная коробка.

Рис.8.2. Изолирующий противогаз

1-лицевая часть, 2-очковый узел, 3-соеденительная трубка, 4-регенераторный патрон, 5-пусковое устройство патрона, 6-дыхательный мешок, 7-каркас, 8-устройство для переговоров.

Порядок надевания противогаза:

1. По команде «Газы!» задержите дыхание, не вдыхая воздух.

2. Закрыть глаза.

3. Достать противогаз из противогазной сумки, левой рукой доставая противогаз, а правой держа сумку снизу.

4. Вынуть пробку-заглушку из противогазной коробки.

5. Перед надеванием противогаза расположить большие пальцы рук снаружи, а остальные внутри.

6. Приложить нижнюю часть шлем-маски на подбородок.

7. Резко натянуть противогаз на голову снизу-вверх.

8. Выдохнуть.

9. Необходимо, чтобы после не образовалось складок, очковый узел должен быть расположен на уровне глаз.

10. Перевести сумку на бок.

Снятие:

1. По команде «Отбой!» брать за фильтровальную коробку и, потянув сверху-вниз, снять его.

2. Убрать противогаз в противогазную сумку.

3. Застегнуть пуговицы.

Таблица 8.0

Подбор размера противогаза

Обхват головы	Размер противогаза
До 63	0
63,5-65,5	1
66-68	2
68,5-70,5	3
71 и более	4

В качестве защиты органов дыхания от радиоактивной пыли и различных вредных аэрозолей могут быть использованы респираторы. Они просты в применении, малогабаритны и рассчитаны на массовое применение. Широко используются при выполнении работ, связанных с пылеобразованием.

Респиратор представляет собой фильтрующую полумаску, снабженную двумя клапанами вдоха, клапаном выхода (с предохранительным экраном),

оголовьем, состоящим из эластичных растягивающихся (и не растягивающихся) тесемок, и носовым зажимом. Работать в нем можно до 12 ч

Респираторы Р-2 изготовляются трех ростов -1,2 и 3-го, которые обозначаются внутренней подбородочной части полумаски.

Простейшими средствами защиты органов дыхания человека от радиоактивной пыли и биологических средств (при действиях во вторичном облаке) являются противопыльная тканевая маска ПТМ-1 (рис.8.3).

Рис.8.3. Противопыльная тканевая маска

1-корпус маски, 2-смотровые отверстия, 3-крепления, 4-резиновая тесьма, 5-поперечная резинка, 6-завязки.

И ватно-марлевая повязка (рис.8.4.) От ОВ (отравляющих веществ) они не защищают. Их изготавливает преимущественно само население. Маска состоит из корпуса и крепления. Корпус шьется из двух одинаковых по форме тканевых фильтрующих половинок, собранных на 4-5 слоев. На нем имеются смотровые отверстия со вставленными стеклами. Крепится маска на голове при помощи вставленной резинки и двух завязок.

Рис.8.4. Ватно-марлевая повязка

Ватно-марлевая повязка изготовляется из куска марли размером 100 х50 см и ваты. На марлю накладывают слой ваты толщиной 2-3 см, длинной 30 см, шириной 20 см. Марлю с обеих сторон загибают и накладывают на вату. Концы марли разрезают на 30-35 см с каждой стороны, чтобы образовались две пары завязок. Марлевые повязки делают из 10-12 слоев марли. Они шьются также в

виде маски, закрывающей лицо или только подбородок, нос и рот. Для защиты глаз используются противопыльные очки.

Рис.8.5.Защитные очки

К средствам индивидуальной защиты глаз (СИЗГ), в первую очередь, относятся защитные очки, предохраняющие от пыли, твердых частиц, химически неагрессивных жидкостей и газов, от слепящего яркого света, ультрафиолетового, инфракрасного излучения и от сочетания излучений указанных видов с воздействия летящих твердых частиц, а так же очкизащищающие от лазерного излучения и других опасных факторов.

К **средствам индивидуальной защиты кожи (СИЗК)** относят защитную одежду фильтрующего и изолирующего типа. К изолирующим средствам защиты кожи относятся общевойсковой комплексный защитный костюм (ОКЗК), общевойсковой защитный комплекс (ОЗК) (рис.8.6.), легкий защитный костюм (Л-1) , защитный комбинезон или костюм.

Рис. 7. Общевойсковой защитный комплект: 1 — защитный плащ; 2, 3 — защитные перчатки; 4 — защитные чулки

Рис. 8. Легкий защитный костюм Л-1: 1 — рубаха с капюшоном; 2 — брюки с защитными чулками; 3 — подшлемник; 4 — перчатки

Комплект защитной фильтрующей одежды

Рис. 8.6 Защитный костюм

Общевойсковой комплексный защитный костюм (ОЗК) предназначен для комплексной защиты от светового излучения и радиоактивной пыли, паров и аэрозолей ОВ и биологических аэрозолей. Он состоит из пропитанных специальным составом куртки, брюк, защитного белья, головного убора, подшлемника.

Простейшие средства защиты кожи применяются при отсутствии табельных средств. Может быть использована прежде всего производственная одежда (спецовка) – куртка и брюки, комбинезоны, халаты с капюшоном, сшитые из брезента, огнезащитной или прорезиненной ткани, грубого сукна. Они способны не только защищать от попадания на кожу людей радиоактивных веществ и биологических средств, но и не пропускать в течение некоторого времени капельножидких отравляющих веществ.

Обычная одежда, обработанная специальной пропиткой, может защищать и от паров отравляющих веществ. В качестве пропитки используют моющие средства или мыльно-масляную эмульсию. Основные представители неионогенных моющих средств – ОП-7 и ОП-10 (ОП-7иОП-10 - вспомогательные вещества, представляющие собой продукты обработки смеси моно- и диалкилфенолов окисью этилена. Вспомогательные вещества ОП-7 и ОП-10 относятся к неионогенным поверхностно-активным веществам. Применяются в качестве смачивающих, эмульсирующих, стабилизирующих поверхностно-активных веществ. Хорошо растворимы в воде). Синтетические моющие средства в чистом виде используются редко и служат исходным материалом для приготовления моющих средств, которые состоят из моющего вещества, активных добавок (соли фосфорной кислоты, сульфат натрия, метасиликат натрия и др.) и веществ, предохраняющих кожу (карбоксиметилцеллюлоза, дермоланы – высокомолекулярные циклические соединения, содержащие группы SO_2,NH_4,далгоны – конденсированные фосфаты).

Придать повседневной одежде защитные от отравляющих веществ свойства можно, пропитав ее раствором, который может быть приготовлен в домашних условиях. 2,5-3 л раствора, необходимого для пропитки одного комплекта одежды, можно получить если растворить 250-300 г измельченного хозяйственного мыла в 2-3 л горячей воды (60-70 ° С), добавить в раствор 0,5 л минерального (машинного) и другого масла и, подогревая,перемешивать раствор до получения однородной мыльно-масляной эмульсии. Одежду помещают в большую емкость (бак, ведро) и заливают раствором. Пропитанная одежда отжимается и просушивается (утюжке не подлежит).

В летную жаркую погоду необходимо соблюдать установленные сроки работы в защитной одежде. Зимой для предупреждения обмораживания следует надевать ее на ватник, использовать подшлемник, теплые портянки, в резиновые сапоги подкладывать теплые стельки, защитные перчатки одевать поверх обычных шерстяных или фланелевых. Обычно длительность пребывания людей в убежищах зависит от степени радиоактивного заражения местности. Если убежище находится в зоне заражения с уровнями радиации от 8 до 80 Р/ччерез один час после ядерного взрыва, то время пребывания в нем укрываемых людей составит от нескольких часов до одних суток (рис.8.7) .

Рис.8. 7. Ватно-марлевая повязка

В зоне заражения с уровнями радиации от 80 до 240 Р/ч нахождение людей в защитном сооружении увеличивается до 3 сут. В зоне заражения с уровнем радиации 240 Р/ч и выше это время составит 3 сут. и более. По истечении указанных сроков из убежищ (укрытий) можно перейти в жилые помещения. В течение последующих 1-4 сут. (в зависимости от уровней радиации в зонах

заражения) из таких помещений можно периодически выходить наружу, но не более чем на 3-4 ч в сутки.

В условиях сухой и ветреной погоды, когда возможно пылеобразование, при выходе из помещений следует использовать СИЗОД. Чтобы благополучно пережить указанные сроки пребывания в убежищах, необходимо иметь запасы продуктов питания (не менее чем на 4 сут. (крупы, сахар и соль, галеты, сухари, консервы, макаронные изделия, мука, сухофрукты, шоколад, подсолнечное масло, мед, варенье. уксус, вода)), питьевой воды (из расчета 3 л на человека в сутки), а также предметы первой необходимости и медикаменты.

Если в результате ядерного взрыва убежище (укрытие) окажется поврежденным, принимают меры к быстрому выходу из него, надев СИЗОД. Если основным и ли запасным выходом воспользоваться невозможно, приступают к расчистке одного из заваленных выходов или к проделыванию выхода. После выхода из очага ядерного поражения (зоны радиоактивного заражения) необходимо провести частичную дезактивацию и санитарную обработку, т.е. удалить радиоактивную пыль. При частичной дезактивации следует осторожно снять одежду, ни в коем случае не снимая СИЗОД. Встав спиной к ветру, вытряхнуть ее, развесить одежду на перекладине или веревке и обмести с нее пыль сверху вниз с помощью щетки или веника. Одежду можно выколачивать и палкой.

После этого следует продезактивировать обувь: протереть тряпками и ветошью, смоченными водой, очистить веником или щеткой. Резиновую обувь можно мыть. Противогаз дезактивируют в особой последовательности. Фильтрующе-поглощающую коробку вынимают из сумки, сумку тщательно вытряхивают. Затем тампоном, смоченным мыльной воде, моющим раствором или жидкостью из противохимического пакета обрабатывают фильтрующе-поглощающую коробку, соединительную трубку и наружную поверхность шлема-маски (маски). Лишь после этого противогаз снимают.

Противопыльные тканевые маски при дезактивации тщательно вытряхивают, чистят щетками, при возможности полощут или стирают в воде. Зараженные ватно-марлевые повязки сжигают. При частичной санитарной обработке открытые участки тела: руки, лицо, шею, глаза обмывают незараженной водой. Нос, рот и горло полощут. Важно, чтобы при обмывке лица зараженная вода не попала в глаза, рот и нос. При недостатке воды обработку проводят путем многократного протирания участков тела тампонами из марли (ваты, пакли, ветоши), смоченными незараженной водой. Протирание следует проводить сверху вниз. каждый раз переворачивая тампон чистой стороной. Зимой может использоваться незараженный снег.

Летом санитарную обработку можно организовать в реке или другом проточном водоеме. Частичная дезактивация и санитарная обработка, проводимые в одноразовом порядке, не всегда гарантируют полное удаление радиоактивной пыли. Потому после их проведения обязательно проводится дозиметрический контроль. Если заражение одежды и тела окажется выше допустимой нормы, частичные дезактивацию и санитарную обработку повторяют. В необходимых случаях проводится полная санитарная обработка. Своевременно проведенные частичные дезактивация и санитарная обработка могут полностью предотвратить или сильно снизить степень поражения людей радиоактивными веществами.

Если люди во время ядерного взрыва находятся вне убежища укрытия, следует использовать естественные ближайшие укрытия (рис.10). Если таких укрытий нет, надо повернуться к взрыву спиной, лечь на землю лицом вниз, руки спрятать под себя. Через 15-20 с. после взрыва, когда пройдет ударная волна, следует встать и немедленно надеть противогаз, респиратор или какое-либо другое СИЗОД. В случае отсутствия специальных средств следует закрыть рот и нос платком, шарфом или плотным материалом.

Задача состоит в том, чтобы исключить попадание внутрь организма радиоактивных веществ. Их поражающее действие бывает значительным в

течение длительного времени, поскольку выведение их из организма происходит медленно. Далее необходимо стряхнуть осевшую на одежду и обувь пыль, надеть имеющиеся средства защиты кожи.

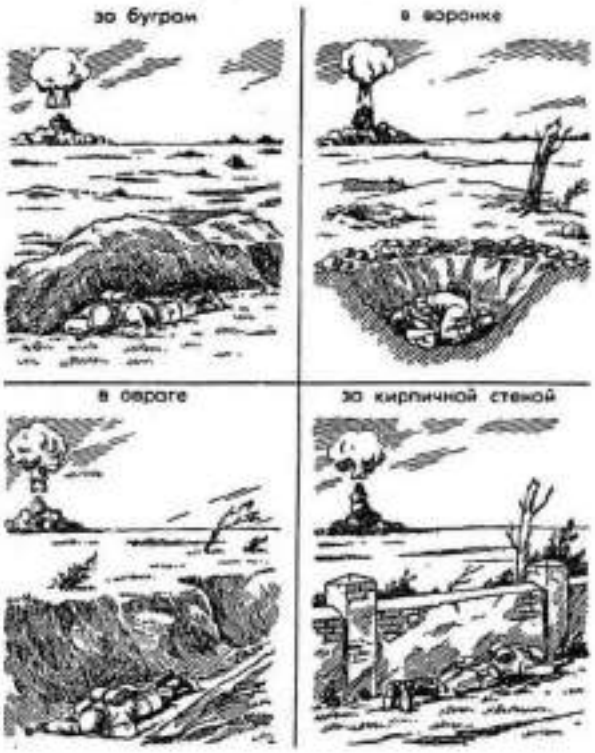


Рис 8.8 Естественные укрытия при внезапном ядерном взрыве

Для этого можно использовать имеющиеся одежду и обувь. Затем следует побыстрее покинуть очаг поражения или укрыться в ближайшем защитном сооружении.

Оставаться на зараженной радиоактивными веществами местности вне убежищ (укрытий), несмотря на использование средств индивидуальной защиты, опасно. Это сопряжено с возможностью облучения и, как следствие, развития лучевой болезни. В целях уменьшения возможности поражения радиоактивными веществами в зонах заражения запрещается принимать пищу, пить и курить. Приготовление пиши должно вестись на незараженной местности или, в крайнем случае, на местности, где уровень радиации не превышает 1 Р/ч. При выходе из очага поражения необходимо учитывать, что в результате ядерных взрывов разрушаются здания, сети коммунального хозяйства. При этом отдельные элементы зданий могут обрушиться через

некоторое время после взрыва. Продвигаться надо посередине улицы, стараясь возможно быстрее попасть в безопасное место. Нельзя трогать электропровода. Направление движения из очага поражения следует выбирать, ориентируясь на знаки ограждения, расставленные разведкой гражданской обороны. Они ведут вспорону снижения уровней радиации. Двигаясь по зараженной территории, надо стараться не поднимать пыли, обходить лужи, не создавать брызг.

В результате применения химического оружия возникают очаги химического поражения-территории, в пределах которой в результате воздействия химического оружия произошли массовые поражения людей и сельскохозяйственных животных. Размеры очага зависят от масштаба и способа применения БТХВ (боевые токсичные химические вещества - это химические соединения, которые способны поражать людей и животных на больших площадях, проникать в различные сооружения, заражать местность и водоемы), его типа метеорологических условий, рельефа местности. Особенно опасны стойкие БТХВ нервнопаралитического действия. Их пары распространяются по ветру на довольно большое расстояние (15-25 км и более). Поэтому люди и животные могут быть поражены ими не только в районе применения химических боеприпасов, но и далеко за его пределами. Длительность поражающего действия БТХВ тем меньше, чем сильнее ветер и восходящие потоки воздуха. В лесах, парках, оврагах, на узких улицах они сохраняются дольше, чем на открытой местности. Современные отравляющие вещества обладают чрезвычайно высокой токсичностью.

При обнаружении признаков применения противником отравляющих веществ, далее ОВ (по сигналу «Химическая тревога») надо срочно надеть противогаз, а в случае необходимости - средства защиты кожи. Если поблизости имеется убежище, нужно укрыться в нем. Перед тем как войти в убежище, следует снять использованные средства защиты кожи и верхнюю одежду и оставить их в тамбуре убежища. Эта мера предосторожности исключает занос ОВ в убежище. Противогаз снимают после входа в убежище.

При пользовании укрытием, например, подвалом, не следует забывать, что оно м служить защитой лишь от попадания на кожные покровы и одежду капельножидких ОВ. Однако оно не защищает от паров или аэрозолей отравляющих веществ, находящихся в воздухе. Находясь в таких укрытиях, при наружном заражении обязательно надо воспользоваться противогазом. Находиться в убежище (укрытии) следует до получения распоряжения на выход из него. Когда такое распоряжение поступит, необходимо надеть требуемые средства индивидуальной защиты - противогазы и средства защиты кожи и выйти за пределы очага поражения по направлениям, обозначенным специальными указателями. Если нет ни указателей, ни постов, то двигаться следует перпендикулярно направлению ветра.

На зараженной ОВ территории надо двигаться быстро, но не пыль (брызги). Нельзя прислоняться к зданиям и прикасаться к окружающим предметам. Не следует наступать на видимые капли и мазки ОВ. На зараженной территории запрещается снимать противогазы и другие средства защиты. Особо осторожно нужно двигаться через парки, сады, огороды и поля. На листьях и ветках растений могут находиться осевшие капли ОВ, при прикосновении к ним можно заразить одежду и обувь, что может привести к поражению.

По возможности следует избегать движения оврагами и лощинами, через луга и болота, в этих местах возможен длительный застой паров ОВ. В городах пары ОВ могут застаиваться в замкнутых кварталах, парках, а также в подъездах и на чердаках домов. Зараженное облако в городе распространяется на наибольшие расстояния по улицам,тоннелям, трубопроводам.

ОВ на кожных покровах, одежде, обуви или средствах индивидуальной защиты необходимо немедленно снять их тампонами из марли или ваты; если таких тампонов нет, капли ОВ можно снять тампонами из бумаги или ветоши. Пораженные места следует обработать раствором из противохимического пакета или тщательно промыть теплой водой с мылом. После выхода из очага

химического поражения немедленно проводится полная санитарная обработка. Если это невозможно, проводятся частичные дегазация и санитарная обработка.

Очагом биологического поражения считаются территорииподвергшиеся непосредственному воздействию бактериальных (биологических) средств, создающих источник распространения инфекционных заболеваний. Заражение людей и животных происходит в результате вдыхания зараженного воздуха, попадания микробов или токсинов на слизистую оболочку и поврежденную кожу, употребления в пищу зараженных продуктов питания и воды.

Причиной заражения могут быть укусы зараженных насекомых и клещей, соприкосновения с зараженными предметами, ранения осколками боеприпасов, снаряженных БС (биологические средства поражения - общее название болезнетворных микроорганизмов и продуктов их жизнедеятельности, предназначенных для использования в системах биологического оружия с целью поражения людей, животных и растений). Заражение возможно также в результате непосредственного общения с больными людьми (животными). Ряд заболеваний быстро передается от больных людей к здоровым и вызывает эпидемии (чума, холера, тиф, грипп и др.). К основным средствам защиты населения от биологического оружия относятся вакциносывороточные препараты, антибиотики, сульфамидные и другие лекарственные вещества, используемые для специальной и экстренной профилактики инфекционных болезней.

Употребимы такие средства индивидуальной и коллективной защиты. Своевременное и правильное применение средств индивидуальной защиты и защитных сооружений предохранит от попадания БС в органы дыхания, на кожные покровы и одежду. Необходимо строгое соблюдение правил личной гигиены и санитарно-гигиенических требований к питанию и водоснабжению населения. Приготовление и прием питии должны исключать возможность ее заражения бактериальными средствами. Посуду необходимо мыть дезинфицирующими растворами или обрабатывать кипячением. В случае

применения противником биологического оружия возможно возникновение значительного количества инфекционных заболеваний.

Основными формами борьбы с эпидемиями являются обсервация и карантин. Делается это в тех случаях, когда примененные возбудители болезней относятся к особо опасным (чума, холера и др.). Карантинный режим предусматривает полную изоляцию очага поражения от окружающего населения. Это наиболее эффективный способ противодействия распространению инфекционных заболеваний. На внешних границах зоны карантина устанавливается вооруженная охрана, выход людей, вывод животных и вывоз имущества запрещаются. Транзитный проезд транспорта через очаги поражения запрещается. Объекты экономики переходят на особый режим работы со строгим выполнением противоэпидемических требований. Рабочие смены разбиваются на отдельные группы как можно более малочисленные по составу. Контакт между ними сокращается до минимума. Питание и отдых рабочих и служащих организуются по группам в специально отведенных для этого помещениях. Работа учебных заведений, зрелищных учреждений, рынков и т.д. прекращается. Людям не разрешается без крайней необходимости выходить их своих квартир. Продукты питания, вода и предметы первой необходимости доставляются им специальными командами.

При выполнении срочных работ вне зданий люди должны быть обязательно в средствах индивидуальной защиты. Если установленный вид возбудителя не относится к группе особо опасных, вместо карантина применяется обсервация. Она предусматривает медицинское наблюдение за очагом поражения и проведение необходимых лечебно-профилактических мероприятий. Изоляционно-ограничительные меры при обсервации менее строгие: организуются дезинфекция, дезинсекция и дератизация.

Дезинфекция имеет целью обеззараживание объектов внешней среды, которые необходимы для нормальной деятельности и безопасного нахождения людей. Для дезинфекции применяются растворы хлорной извести и хлорамина,

лизол, формалин, могут использоваться горячая вода (с мылом или содой) и пар.

Дезинсекция и дератизация-это мероприятия, связанные соответственно с уничтожением насекомых и истреблением грызунов, которые являются переносчиками инфекционных заболеваний. Для уничтожения насекомых применяют физические (кипячение, проглаживание накаленным утюгом и др.), химические (применение дезинсектирующих средств) и комбинированные способы.

Истребление грызунов в большинстве случаев проводят с помощью механических приспособлений (ловушек различных типов) и химических препаратов. После проведения дезинфекции, дезинсекции и дератизации проводится полная санитарная обработка лиц, принимавших участие в осуществлении названных мероприятий. При необходимости организуется санитарная обработка и остального населения.

Контрольные вопросы

1. Перечислите СИЗОД.

2. Перечислите СИЗ кожи.

3. Назовите порядок изготовления ВМП.

4. При каких опасностях используются индивидуальные средства защиты?

5. Что является основным средством защиты при угрозе применения ядерного оружия?

6. Что относится к основным средством защиты населения от биологического оружия?

7.Какие индивидуальные средства защиты применяются при химической угрозе?

8. Какие действия предполагает санитарная обработка?

9. В чем отличие дезинфекции от дезинсекции?

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1.Косолапова Н.В. Основы безопасности жизнедеятельности: учебник / Н.В. Косолапова, Н.А. Прокопенко. – 3-е изд., стереот., - М.: Академия, 2013. – 320 с.: ил.

2. Безопасности жизнедеятельности: учебник / Е.А. Арустамов. – 9-е изд., стереот., - М.: Академия, 2013 с.: ис.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Специальность
21.05.04 Горное дело

форма обучения: очная, заочная

Авторы: Кузнецов А. М., Тетерев Н. А.

Одобрен на заседании кафедры
Безопасности горного производства
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
Елохин В. А.
(Фамилия И.О.)
Протокол №1 от 20.09.2023
(Дата)

Рассмотрен методической комиссией факультета
Горно-механического
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
Осипов П. А.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 2 от 20.10.2023
(Дата)

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ……3

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА……4
ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ БЕЗОПАСНОСТИ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ……5
ЕСТЕСТВЕННАЯ СИСТЕМА ЗАЩИТЫ ЧЕЛОВЕКА ОТ ОПАСНОСТЕЙ……5
ОБЕСПЕЧЕНИЕ БЕЗОПАСНОСТИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В НОРМАЛЬНЫХ СИТУАЦИЯХ……5
ОБЕСПЕЧЕНИЕ БЕЗОПАСНОСТИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ЧРЕЗВЫЧАЙНЫХ СИТУАЦИЯХ……5
ЗАБОЛЕВАЕМОСТЬ И ТРАВМАТИЗМ НА ПРОИЗВОДСТВЕ……5
УПРАВЛЕНИЕ БЕЗОПАСНОСТЬЮ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ……5
СОЦИАЛЬНАЯ ЗАЩИТА РАБОТНИКОВ……5
НАДЗОР И КОНТРОЛЬ ЗА СОСТОЯНИЕМ ОХРАНЫ ТРУДА……5
ОТВЕТСТВЕННОСТЬ ЗА НАРУШЕНИЕ ТРЕБОВАНИЙ ОХРАНЫ ТРУДА……6
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ……7
ЗАКЛЮЧЕНИЕ……11
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ……12

ВВЕДЕНИЕ

Современный человек живет в мире различного рода опасностей, т.е. явлений, процессов, объектов, постоянно угрожающих его здоровью и самой жизни. Не проходит и дня, чтобы газеты, радио и телевидение не принесли тревожные сообщения об очередной аварии, катастрофе, стихийном бедствии, социальном конфликте или криминальном происшествии, повлекших за собой гибель людей и громадный материальный ущерб.

По мнению специалистов, одной из причин создавшейся ситуации является недостаточный уровень образования – обучения и воспитания – человека в области обеспечения безопасной деятельности. Только постоянное формирование в людях разумного отношения к опасностям, пропаганда обязательности выполнения требований безопасности может гарантировать им нормальные условия жизни и деятельности.

В курсе БЖД излагаются теория и практика защиты человека от опасных и вредных факторов природного и антропогенного происхождения в сфере деятельности.

Данный курс предназначен для формирования у будущих специалистов сознательного и ответственного отношения к вопросам безопасности, для привития им теоретических знаний и практических навыков, необходимых для создания безопасных и безвредных условий деятельности в системе «человек – среда», проектирования новой безопасной техники и безопасных технологий, прогнозирования и принятия грамотных решений в условиях нормальных и чрезвычайных ситуаций.

В процессе изучения курса БЖД студенту предстоит решить следующие задачи: усвоить теоретические основы БЖД; ознакомиться с естественной системой защиты человека от опасностей; изучить систему искусственной защиты в условиях нормальных (штатных) и чрезвычайных (экстремальных) ситуаций; ознакомиться с проблемами заболеваемости и травматизма на производстве; изучить вопросы управления безопасностью деятельности.

Успешное изучение курса студентами возможно при наличии соответствующей учебной литературы. Предлагаемое вниманию студентов и преподавателей учебное пособие подготовлено в соответствии с учебной программой курса БЖД для студентов всех направлений и специальностей.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА

В последующем разделе пособия приведена развернутая программа дисциплины «Безопасность жизнедеятельности». Она содержит названия разделов с указанием основных вопросов и разделов каждой темы. Каждая тема является основой вопросов на зачет. При чтении лекций по курсу преподаватель указывает те темы дисциплины, которые выносятся на самостоятельную проработку студентами. Для углубленного освоения темы рекомендуется дополнительная литература. При освоении указанных ниже тем рекомендуется следующий порядок самостоятельной работы студента.

1. Ознакомьтесь со структурой темы.

2. По учебникам освойте каждый структурный элемент темы.

3. При необходимости используйте указанную дополнительную литературу. Консультацию по использованию дополнительной литературы Вы можете получить у преподавателя.

4. Ответьте на контрольные вопросы. При затруднениях в ответах на вопросы вернитесь к изучению рекомендованной литературы.

5. Законспектируйте материал. При этом конспект может быть написан в виде ответов на контрольные вопросы и упражнения.

При самостоятельной работе над указанными темами рекомендуется вести записи в конспектах, формируемых на лекционных занятиях по курсу, и в том порядке, в котором данные темы следуют по учебной программе.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ БЕЗОПАСНОСТИ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Основные понятия и определения. Характеристика форм трудовой деятельности. Опасности среды обитания. Основные положения теории риска. Системный анализ безопасности. Принципы, методы и средства обеспечения безопасности.

ЕСТЕСТВЕННАЯ СИСТЕМА ЗАЩИТЫ ЧЕЛОВЕКА ОТ ОПАСНОСТЕЙ

Анатомо-физиологическая характеристика человека. Анализаторы человека. Защитные механизмы организма.

ОБЕСПЕЧЕНИЕ БЕЗОПАСНОСТИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В НОРМАЛЬНЫХ СИТУАЦИЯХ

Гелиофизические и метеорологические факторы. Производственная пыль. Механические опасности. Опасности при эксплуатации сосудов, работающих под давлением. Механические колебания и волны. Электробезопасность. Электромагнитные излучения. Световой климат. Ионизирующие излучения. Световой климат. Ионизирующие излучения. Химические опасности. Биологические опасности. Психологические опасности. Экологические опасности. Социальные опасности. Санитарно-гигиенические требования к устройству и содержанию предприятий.

ОБЕСПЕЧЕНИЕ БЕЗОПАСНОСТИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ЧРЕЗВЫЧАЙНЫХ СИТУАЦИЯХ

Общая характеристика чрезвычайных ситуаций. Стихийные бедствия. Аварии на особо опасных объектах экономики. Аварии на объектах горной промышленности и подземных геологоразведочных работ. Чрезвычайные ситуации, связанные с применением современных средств поражения. Прогнозирование и оценка обстановки при чрезвычайных ситуациях. Защита населения и территорий от чрезвычайных ситуаций. Устойчивость функционирования объектов экономики в чрезвычайных ситуациях. Ликвидация последствий чрезвычайных ситуаций. Единая государственная система предупреждения и ликвидации чрезвычайных ситуаций.

ЗАБОЛЕВАЕМОСТЬ И ТРАВМАТИЗМ НА ПРОИЗВОДСТВЕ

Заболеваемость. Травматизм. Методы анализа травматизма.

УПРАВЛЕНИЕ БЕЗОПАСНОСТЬЮ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Правовые основы обеспечения безопасности деятельности. Обязанности работодателя по обеспечению безопасных условий труда. Время отдыха. Подготовка работников к безопасному труду. Система управления охраной труда на предприятии. Экономические аспекты охраны труда.

СОЦИАЛЬНАЯ ЗАЩИТА РАБОТНИКОВ

НАДЗОР И КОНТРОЛЬ ЗА СОСТОЯНИЕМ ОХРАНЫ ТРУДА ОТВЕТСТВЕННОСТЬ ЗА НАРУШЕНИЕ ТРЕБОВАНИЙ ОХРАНЫ ТРУДА

• КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Назовите основные термины теории безопасности деятельности, дайте их определения.
2. Охарактеризуйте основные формы трудовой деятельности.
3. Что понимают под опасностью среды обитания? Как классифицируют опасности?
4. Сформулируйте аксиому о потенциальной опасности деятельности.
5. В чем состоит идентификация (распознавание) опасности?
6. Что такое квантификация опасностей?
7. Назовите методы анализа безопасности деятельности.
8. Приведите примеры расчета производственного риска.
9. В чем заключается концепция приемлемого риска?
10. Что такое управление риском?
11. Охарактеризуйте системный анализ безопасности деятельности.
12. Перечислите принципы, методы и средства обеспечения безопасности.
13. Изложите сущность естественной системы защиты человека от опасностей.
14. Дайте анатомо-физиологическую характеристику человека.
15. Какова роль анализаторов человека в обеспечении безопасности его деятельности?
16. Опишите зрительный, слуховой и обонятельный анализаторы.
17. Опишите вестибулярный, кинестетический и кожный анализаторы.
18. Что понимают под защитными механизмами человеческого организма?
19. Охарактеризуйте действие гелиофизических и метеорологических факторов на человека.
20. Какое действие оказывают высокие и низкие температуры, повышенная и пониженная влажность на организм человека?
21. Как действуют на организм человека вредные газы и пары?
22. В чем заключается вредное действие производственной пыли на организм? Как ведется борьба с пылью?
23. Назовите средства индивидуальной защиты работающих от пыли.
24. Как классифицируют механические опасности?
25. Перечислите методы и средства защиты от механических опасностей.
26. Укажите, как обеспечивается безопасность при эксплуатации сосудов, работающих под давлением.
27. Охарактеризуйте действие инфразвука и ультразвука на организм и меры защиты от них.
28. Объясните действие шума на организм. Перечислите методы и средства коллективной и индивидуальной защиты от шума.

29. Как борются с вибрацией на горных предприятиях?
30. Объясните действие электрического тока на организм человека.
31. Укажите опасности, связанные с применением электрического тока на горных предприятиях.
32. Назовите основные меры безопасности при эксплуатации электроустановок.
33. Перечислите средства индивидуальной защиты от поражения электрическим током.
34. В чем состоит молниезащита зданий и сооружений?
35. Назовите способы защиты работающих от воздействия электрических и электромагнитных полей.
36. Укажите меры защиты от инфракрасного, ультрафиолетового и лазерного излучений.
37. Как влияет освещение на условия труда? Перечислите виды освещения.
38. Укажите средства нормализации освещения производственных помещений, рабочих мест и горных выработок.
39. Охарактеризуйте виды ионизирующих излучений.
40. Назовите общие принципы защиты от ионизирующих излучений.
41. Охарактеризуйте методы и средства защиты от ионизирующих излучений.
42. Перечислите химические опасности (вредные вещества) и укажите меры защиты от них.
43. Назовите биологические опасности и меры защиты от них.
44. Что понимают под психологическими опасностями?
45. Какие естественные факторы воздействуют на биосферу Земли?
46. В чем заключается антропогенное воздействие на природу?
47. Назовите методы и средства обеспечения экологической безопасности на горных предприятиях.
48. Какие санитарно-гигиенические требования предъявляются к устройству и содержанию предприятий?
49. Что такое чрезвычайная ситуация?
50. Перечислите признаки, характеризующие чрезвычайные ситуации.
51. Как классифицируют чрезвычайные ситуации по причинам возникновения?
52. Охарактеризуйте стихийные бедствия. Укажите мероприятия по предупреждению и ликвидации последствий стихийных бедствий.
53. Перечислите виды аварий на особо опасных объектах экономики (народного хозяйства). В чем заключается профилактика возникновения аварий на таких объектах?
54. Какие аварии происходят на объектах горной промышленности? Укажите методы профилактики и ликвидации таких аварий.
55. Охарактеризуйте чрезвычайные ситуации, связанные с применением современных средств поражения.

56. Перечислите основные принципы и способы защиты населения от чрезвычайных ситуаций.
57. Какие действия надлежит выполнить населению при стихийных бедствиях и авариях?
58. Укажите действия населения при возникновении угрозы нападения противника.
59. Какие действия должно выполнять население в очагах поражения и после выхода из них?
60. Какие факторы влияют на устойчивость функционирования объектов экономики?
61. Перечислите основные мероприятия по повышению устойчивости функционирования объектов экономики.
62. Назовите принципы организации и проведения аварийно-спасательных и других неотложных работ (АСиДНР) в чрезвычайных ситуациях мирного и военного времени.
63. Какие приемы и способы проведения АСиДНР используются в очагах поражения?
64. Перечислите меры безопасности при проведении АСиДНР.
65. По каким признакам классифицируют травмы и несчастные случаи на производстве?
66. Перечислите причины травматизма.
67. Укажите причины несчастных случаев на шахтах.
68. Опишите порядок расследования и учета несчастных случаев на производстве.
69. В чем заключается профилактика травматизма?
70. Какие методы используются при анализе травматизма?
71. Как расследуются профессиональные заболевания?
72. Кто назначает комиссию по расследованию профессионального заболевания?
73. Каким образом определяется окончательный диагноз острого профессионального заболевания?
74. Назовите меры профилактики профессиональных заболеваний.
75. Назовите меры профилактики производственного травматизма.
76. Изложите правовые основы обеспечения безопасности деятельности.
77. Какие обязанности возложены на администрацию предприятия по обеспечению охраны труда?
78. Перечислите виды подготовки работников к безопасному труду.
79. Что понимают под системой управления охраной труда на предприятиях?
80. Назовите основные нормативные документы, обеспечивающие безопасность деятельности.
81. Какова продолжительность ежедневной работы?
82. Какова профессиональная подготовка работников к безопасному труду?

83. Опишите систему управления охраной труда.
84. Назовите фонды охраны труда.
85. Чем обусловливается эффективность мероприятий по охране труда?
86. Опишите медицинское обслуживание работников.
87. Какие существуют льготы и компенсации за вредные и опасные условия труда?
88. Поясните суть обязательного социального страхования от несчастных случаев на производстве и профессиональных заболеваний.
89. Назовите обязательные принципы обязательного страхования от несчастных случаев на производстве и профзаболеваний.
90. Кто имеет право на получение страховых выплат в случае смерти застрахованного?
91. Как осуществляются страховые выплаты по социальному страхованию?
92. Как начисляется пособие по временной нетрудоспособности?
93. Каков порядок привлечения к дисциплинарной ответственности?
94. Кто может привлекать к дисциплинарной ответственности.
95. Кто может привлекать к административной ответственности?
96. В каких случаях привлекают к уголовной ответственности?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В среде обитания человека постоянно присутствуют естественные, техногенные и антропогенные опасности.

Полностью устранить негативное влияние естественных опасностей человечеству до настоящего времени не удается. Реальные успехи в защите человека от стихийных явлений сводятся к определению наиболее вероятных зон их действия и ликвидации возникающих последствий.

Мир техногенных опасностей вполне познаваем, и у человека есть достаточно способов и средств для защиты.

Антропогенные опасности во многом обусловлены недостаточным вниманием человека к проблеме безопасности, склонностью к риску и пренебрежению опасностью. Часто это связано с ограниченными знаниями человека о мире опасностей и негативных последствиях их проявления. Воздействие антропогенных опасностей может быть сведено к минимуму за счет обучения населения и работающих основам безопасности жизнедеятельности.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Безопасность жизнедеятельности [Текст]: учебное пособие / В.В. Токмаков, Ю.Ф. Килин, А.М. Кузнецов; Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский государственный горный университет. - 4-е изд., испр. и доп. - Екатеринбург: УГГУ, 2018. - 272 с.

Безопасность жизнедеятельности: учебное пособие / В.А. Подюков, В.В. Токмаков, В.М. Куликов ; под ред. В.В. Токмакова ; Уральский государственный горный уни-верситет. - 3-е изд., испр. и доп. - Екатеринбург : УГГУ, 2007. - 314 с.

Белов С. В. Безопасность жизнедеятельности и защита окружающей среды (техносферная безопасность): учебник. 5-е изд., исправл. и доп. – М.: Изд-во «Юрай», 2015. – 702с.

Безопасность жизнедеятельности: энциклопедический словарь / под ред. проф. Русака О. Н. – СПб.: Инф-изд. агент «Лик», 2003.

Безопасность жизнедеятельности: Учебник для вузов / К. З. Ушаков, Н. О. Каледина, Б. Ф. Кирин, М. А. Сребный / под ред. К. З. Ушакова. – М.: Изд-во МГГУ, 2000. – 430 с.

Воронов Е. Т., Резник Ю. Н., Бондарь И. А. Безопасность жизнедеятельности. Теоретические основы БЖД. Охрана труда: учебное пособие. – Чита: Изд-во ЧитГУ, 2010. – 390 с.

Занько Н. К., Малаян К. Р., Русак О. Н. Безопасность жизнедеятельности: учебник. – М.: Лань, 2012. – 672 с.

Субботин А. И. Управление безопасностью труда: учебное пособие. – М.: Изд-во МГГУ, 2014. – 266 с.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу_____С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

ФИЗИЧЕСКАЯ КУЛЬТУРА И СПОРТ

Автор: Шулиманов Д. Ф.

Екатеринбург

Содержание

Цели и задачи дисциплины …….....3
Место дисциплины в структуре основной образовательной программы …….3
Требования к оформлению теста ……..…….....3
Содержание теста…….....3
Содержание опроса…….....9
Выполнение работы над ошибками……...……..11

Цели и задачи дисциплины

Цель: формирование физической культуры личности и способности направленного использования разнообразных средств физической культуры, спорта и туризма для сохранения и укрепления здоровья, психофизической подготовки и самоподготовки к будущей жизни и профессиональной деятельности.

Задачи:

- формирование осознания социальной значимости физической культуры и её роли в развитии личности и подготовке к профессиональной деятельности;
- изучение научно-биологических, педагогических и практических основ физической культуры и здорового образа жизни;
- формирование мотивационно-ценностного отношения к физической культуре, установки на здоровый стиль жизни, физическое совершенствование и самовоспитание привычки к регулярным занятиям физическими упражнениями и спортом;

Место дисциплины в структуре основной образовательной программы

Дисциплина «Физическая культура и спорт» относится к разделу «Блок 1. Базовая часть».

Требования к оформлению теста

Задания выполняются на листах формата А4 в рукописном виде, кроме титульного листа. На титульном листе (см. образец оформления титульного листа в печатном виде) указывается фамилия студента, номер группы, фамилия преподавателя, у которого занимается обучающийся.

В конце работы должна быть поставлена подпись студента и дата выполнения заданий.

Задания должны быть выполнены в той последовательности, в которой они даны в тесте.

Выполненный тест необходимо сдать преподавателю для проверки в установленные сроки.

Если тест выполнен без соблюдения изложенных выше требований, она возвращается студенту для повторного выполнения.

По дисциплине «физическая культура и спорт» представлен, тест, вопросы для проведения опроса.

Содержание теста

№ п/п	Вопросы	Варианты ответов
1	Физическая культура представляет собой:	А) учебный предмет в школе Б) выполнение физических упражнений В) процесс совершенствования возможностей человека Г) часть общей культуры общества
2	Физическая подготовленность, приобретаемая в процессе физической подготовки к трудовой или иной деятельности, характеризуется:	А) высокой устойчивостью к стрессовым ситуациям, воздействию неблагоприятных условий внешней среды и различным заболеваниям Б) уровнем работоспособности и запасом двигательных умений и навыков В) хорошим развитием систем дыхания, кровообращением, достаточным запасом надежности, эффективности и экономичности Г) высокими результатами в учебной, трудовой и спортивной деятельности
3	Под физическим развитием понимается:	А) процесс изменения морфофункциональных свойств организма на протяжении жизни Б) размеры мускулатуры, формы тела,

		функциональные возможности дыхания и кровообращения, физическая работоспособность В) процесс совершенствования физических качеств при выполнении физических упражнений Г) уровень, обусловленный наследственностью и регулярностью занятий физической культурой и спортом
4	Физическая культура ориентирована на совершенствование	А) физических и психических качеств людей Б) техники двигательных действий В) работоспособности человека Г) природных физических свойств человека
5	Отличительным признаком физической культуры является:	А) развитие физических качеств и обучение двигательным действиям Б) физическое совершенство В) выполнение физических упражнений Г) занятия в форме уроков
6	В иерархии принципов в системе физического воспитания принцип всестороннего развития личности следует отнести к:	А) общим социальным принципам воспитательной стратегии общества Б) общим принципам образования и воспитания В) принципам, регламентирующим процесс физического воспитания Г) принципам обучения
7	Физическими упражнениями называются:	А) двигательные действия, с помощью которых развивают физические качества и укрепляют здоровье Б) двигательные действия, дозируемые по величине нагрузки и продолжительности выполнения В) движения, выполняемые на уроках физической культуры и во время утренней гимнастики Г) формы двигательных действий, способствующие решению задач физического воспитания
8	Нагрузка физических упражнений характеризуется:	А) подготовленностью занимающихся в соответствии с их возрастом, состоянием здоровья, самочувствием во время занятия Б) величиной их воздействия на организм В) временем и количеством повторений двигательных действий Г) напряжением отдельных мышечных групп
9	Величина нагрузки физических упражнений обусловлена:	А) сочетанием объема и интенсивности двигательных действий Б) степенью преодолеваемых при их выполнении трудностей В) утомлением, возникающим при их выполнении Г) частотой сердечных сокращений
10	Если ЧСС после выполнения упражнения восстанавливается за 60 сек до уровня, который был в начале урока, то это свидетельствует о том, что нагрузка	А) мала и ее следует увеличить Б) переносится организмом относительно легко В) достаточно большая и ее можно повторить Г) чрезмерная и ее нужно уменьшить
11	Интенсивность выполнения упражнений можно определить по ЧСС. Укажите, какую частоту пульса вызывает большая интенсивность упражнений	А) 120-130 уд/мин Б) 130-140 уд/мин В) 140-150 уд/мин Г) свыше 150 уд/мин
12	Регулярные занятия физическими упражнениями способствуют повышению работоспособности, потому что:	А) во время занятий выполняются двигательные действия, содействующие развитию силы и выносливости Б) достигаемое при этом утомление активизирует процессы восстановления и адаптации

		В) в результате повышается эффективность и экономичность дыхания и кровообращения. Г) человек, занимающийся физическими упражнениями, способен выполнить большой объем физической работы за отведенный отрезок времени.
13	Что понимают под закаливанием:	А) купание в холодной воде и хождение босиком Б) приспособление организма к воздействию внешней среды В) сочетание воздушных и солнечных ванн с гимнастикой и подвижными играми Г) укрепление здоровья
14	Во время индивидуальных занятий закаливающими процедурами следует соблюдать ряд правил. Укажите, какой из перечисленных ниже рекомендаций придерживаться не стоит:	А) чем ниже температура воздуха, тем интенсивней надо выполнять упражнение, т.к. нельзя допускать переохлаждения Б) чем выше температура воздуха, тем короче должны быть занятия, т.к. нельзя допускать перегревания организма В) не рекомендуется тренироваться при активном солнечном излучении Г) после занятия надо принять холодный душ
15	Правильное дыхание характеризуется:	А) более продолжительным выдохом Б) более продолжительным вдохом В) вдохом через нос и выдохом через рот Г) ровной продолжительностью вдоха и выдоха
16	При выполнении упражнений вдох не следует делать во время:	А) вращений и поворотов тела Б) наклонах туловища назад В) возвращение в исходное положение после наклона Г) дыхание во время упражнений должно быть свободным, рекомендации относительно времени вдоха и выдоха не нужны
17	Что называется осанкой?	А) качество позвоночника, обеспечивающее хорошее самочувствие и настроение Б) пружинные характеристики позвоночника и стоп В) привычная поза человека в вертикальном положении Г) силуэт человека
18	Правильной осанкой можно считать, если вы, стоя у стены, касаетесь ее:	А) затылком, ягодицами, пятками Б) лопатками, ягодицами, пятками В) затылком, спиной, пятками Г) затылком, лопатками, ягодицами, пятками
19	Соблюдение режима дня способствует укреплению здоровья, потому, что:	А) он обеспечивает ритмичность работы организма Б) он позволяет правильно планировать дела в течение дня В) распределение основных дел осуществляется более или менее стандартно в течение каждого дня Г) он позволяет избегать неоправданных физических напряжений
20	Замена одних видов деятельности другими, регулируема режимом дня, позволяет поддержать работоспособность в течение дня, потому что:	А) это положительно сказывается на физическом и психическом состоянии человека Б) снимает утомление нервных клеток организма В) ритмическое чередование работы с отдыхом предупреждает возникновение перенапряжения Г) притупляется чувство общей усталости и повышает тонус организма

21	Систематические и грамотно организованные занятия физическими упражнениями укрепляют здоровье, так как	А) хорошая циркуляция крови во время упражнений обеспечивает поступление питательных веществ к органам и системам организма Б) повышается возможность дыхательной системы, благодаря чему в организм поступает большее количество кислорода, необходимого для образования энергии В) занятия способствуют повышению резервных возможностей организма Г) при достаточном энергообеспечении организм легче противостоит простудным и инфекционным заболеваниям
22	Почему на уроках физической культуры выделяют подготовительную, основную и заключительную части?	А) так учителю удобнее распределять различные по характеру упражнения Б) это обусловлено необходимость управлять динамикой работоспособности занимающихся. В) выделение частей в уроке требует Министерство образовании России Г) потому, что перед уроком, как правило, ставятся задачи, и каждая часть урока предназначена для решения одной из них
23	Укажите, в какой последовательности должны выполняться в комплексе утренней гимнастикой перечисленные упражнения: 1. Дыхательные. 2. На укрепление мышц и повышение гибкости. 3. Потягивания. 4 бег с переходом на ходьбу. 5. Ходьба с постепенным повышение частоты шагов. 6. Прыжки. 7.Поочередное напряжение и расслабление мышц. 8. Бег в спокойном темпе.	А) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 Б) 7, 5, 8, 6, 2, 3, 2, 1, 4 В) 3, 7, 5, 8, 1, 2, 6, 4 Г) 3, 1, 2, 4, 7, 6, 8, 4
24	Под силой как физическим качеством понимается:	А) способность поднимать тяжелые предметы Б) свойство человека противодействовать внешним силам за счет мышечных напряжений В) свойство человека воздействовать на внешние силы за счет внешних сопротивлений Г) комплекс свойств организма, позволяющих преодолевать внешнее сопротивление либо противодействовать ему.
25	Выберите правильное распределение перечисленных ниже упражнений в занятии по общей физической подготовке. 1. Ходьба или спокойный бег в чередовании с дыхательными упражнениями. 2. Упражнения, постепенно включающие в работу все большее количество мышечных групп. 3. Упражнения на развитие выносливости. 4. Упражнения на развитие быстроты и гибкости. 5. упражнения на развитие силы. 6. Дыхательные упражнения.	А) 1, 2, 5, 4, 3, 6 Б) 6, 2, 3, 1, 4, 5 В) 2, 6, 4, 5, 3, 1 Г) 2,1, 3, 4, 5, 6
26	Основная часть урока по общей физической подготовке отводится развитию физических качеств. Укажите, какая последовательность воздействий на физические качества наиболее эффективна. 1. Выносливость. 2.	А) 1, 2, 3, 4 Б) 2,3,1,4 В) 3, 2, 4, 1 Г) 4,2 ,3, 1

	Гибкость. 3. быстрота. 4. Сила.	
27	Какие упражнения неэффективны при формировании телосложения	А) упражнения, способствующие увеличению мышечной массы Б) упражнения, способствующие снижению массы тела В) упражнения, объединенные в форме круговой тренировки Г) упражнения, способствующие повышению быстроты движений
28	И для увеличения мышечной массы, и для снижения веса тела можно применять упражнения с отягощением. Но при составлении комплексов упражнений для увеличения мышечной массы рекомендуется:	А) полностью проработать одну группу мышц и только затем переходит к упражнениям, нагружающим другую группу мышц Б) чередовать серии упражнений, включающие в работу разные мышечные группы В) использовать упражнения с относительно небольшим отягощением и большим количеством повторений Г) планировать большое количество подходов и ограничивать количество повторений в одном подходе
29	Под быстротой как физическим качеством понимается:	А) комплекс свойств, позволяющих передвигаться с большой скоростью Б) комплекс свойств, позволяющий выполнять работу в минимальный отрезок времени В) способность быстро набирать скорость Г) комплекс свойств, позволяющий быстро реагировать на сигналы и выполнять движения с большой частотой
30	Для развития быстроты используют:	А) подвижные и спортивные игры Б) упражнения в беге с максимальной скоростью на короткие дистанции В) упражнения на быстроту реакции и частоту движений Г) двигательные действия, выполняемые с максимальной скоростью
31	Лучшие условия для развития быстроты реакции создаются во время:	А) подвижных и спортивных игр Б) челночного бега В) прыжков в высоту Г) метаний
32	Под гибкостью как физическим качеством понимается:	А) комплекс морфофункциональных свойств опорно-двигательного аппарата, определяющий глубину наклона Б) способность выполнять упражнения с большой амплитудой за счет мышечных сокращений. В) комплекс свойств двигательного аппарата, определяющих подвижность его звеньев Г) эластичность мышц и связок
33	Как дозируются упражнения на развитие гибкости, т.е. сколько движений следует делать в одной серии:	А) Упражнение выполняется до тех пор, пока не начнет уменьшаться амплитуда движений Б) выполняются 12-16 циклов движения В) упражнения выполняются до появления пота Г) упражнения выполняются до появления болевых ощущений
34	Для повышения скорости бега в самостоятельном занятии после разминки рекомендуется выполнять	А) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 Б) 7, 5, 4, 3, 2, 6, 1 В) 2, 1, 3, 7, 4, 5, 6

	перечисленные ниже упражнения. Укажите их целесообразную последовательность: 1. Дыхательные упражнения. 2. Легкий продолжительный бег. 3. Прыжковые упражнения с отягощением и без них. 4. дыхательные упражнения в интервалах отдыха. 5. Повторный бег на короткие дистанции. 6.Ходьба. 7. Упражнения на частоту движений.	Г) 3, 6, 2, 7, 5, 4, 1
35	При развитии гибкости следует стремиться	А) гармоничному увеличению подвижности в основных суставах Б) достижению максимальной амплитуды движений в основных суставах В) оптимальной амплитуде движений в плечевом, тазобедренном, коленом суставах Г) восстановлению нормальной амплитуды движений суставов
36	Под выносливостью как физическим качеством понимается:	А) комплекс свойств, обуславливающий возможность выполнять разнообразные физические нагрузки Б) комплекс свойств, определяющих способность противостоять утомлению В) способность длительно совершать физическую работу, практически не утомляясь Г) способность сохранять заданные параметры работы
37	Выносливость человека не зависит от:	А) функциональных возможностей систем энергообеспечения Б) быстроты двигательной реакции В) настойчивости, выдержки, мужественности, умения терпеть Г) силы мышц
38	При развитии выносливости не применяются упражнения, характерными признаками которых являются:	А) максимальная активность систем энергообеспечения Б) умеренная интенсивность В) максимальная интенсивность Г) активная работа большинства звеньев опорно-двигательного аппарата
39	Техникой физических упражнений принято называть	А) способ целесообразного решения двигательной задачи Б) способ организации движений при выполнении упражнений В) состав и последовательность движений при выполнении упражнений Г) рациональную организацию двигательных действий
40	При анализе техники принято выделять основу, ведущее звено и детали техники. Что понимают под основой (ведущим звеном и деталями техники).	А) набор элементов, характеризующий индивидуальные особенности выполнения целостного двигательного действия Б) состав и последовательность элементов, входящих в двигательное действие В) совокупность элементов, необходимых для решения двигательной задачи Г) наиболее важная часть определенного способа решения двигательной задачи
41	В процессе обучения двигательным действиям используют методы	А) возможности расчленения двигательного действия на относительно самостоятельные элементы

	целостного или расчлененного упражнения. Выбор метода зависит от	Б) сложности основы техники В) количества элементов, составляющих двигательное действие Г) предпочтения учителя
42	Процесс обучения двигательному действию рекомендуется начинать с освоения	А) основы техники Б) ведущего звена техники В) подводящих упражнений Г) исходного положения
43	Физкультминутку, как одну из форм занятий физическими упражнениями следует отнести к:	А) урочным формам занятий физическими упражнениями Б) «малым» неурочным формам В) «крупным» неурочным формам Г) соревновательным формам
44	Какой раздел комплексной программы по физическому воспитанию для общеобразовательных школ не является типовым?	А) уроки физической культуры Б) внеклассная работа В) физкультурно-массовые и спортивные мероприятия Г) содержание и организация педагогической практики
45	Измерение ЧСС сразу после пробегания отрезка дистанции следует отнести к одному из видов контроля:	А) оперативному Б) текущему В) предварительному Г) итоговому

Критерии оценивания теста

Оценка за тест определяется простым суммированием баллов за правильные ответы на вопросы: 1 правильный ответ = 2 балл. Максимум 90 баллов.

Результат теста

Тест оценивается на «зачтено», «не зачтено»:

46-90 балла (50-100%) - оценка «зачтено»;

0-44 балла (0-49%) - оценка «не зачтено»;

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ОПРОСА

1. Определение понятий в области физической культуры
2. Понятие «здоровье» и основные его компоненты
3. Факторы, определяющие здоровье человека.
4. Образ жизни и его составляющие.
5. Разумное чередование труда и отдыха, как компонент ЗОЖ.
6. Рациональное питание и ЗОЖ.
7. Отказ от вредных привычек и соблюдение правил личной и общественной гигиены.
8. Двигательная активность — как компонент ЗОЖ.
9. Выполнение мероприятий по закаливанию организма.
10. Физическое самовоспитание и самосовершенствование как необходимое условие реализации мероприятий ЗОЖ.
11. Врачебный контроль как обязательная процедура для занимающихся физической культурой.
12. Самоконтроль — необходимая форма контроля человека за физическим состоянием.
13. Методика самоконтроля физического развития.
14. Самостоятельное измерение артериального давления и частоты сердечных сокращений.
15. Проведение функциональных проб для оценки деятельности сердечно-сосудистой системы.
16. Проведение функциональных проб для оценки деятельности дыхательной системы.
17. Самоконтроль уровня развития физических качеств: быстроты, гибкости, ловкости, силы и выносливости

18. Ведение дневника самоконтроля.
19. Цель и задачи физического воспитания в вузе.
20. Специфические функции физической культуры.
21. Социальная роль и значение спорта.
22. Этапы становления физической культуры личности студента.
23. Понятия физическая культура, физическое воспитание, физическое развитие, физическое совершенство.
24. Реабилитационная физическая культура, виды, краткая характеристика.
25. Разделы учебной программы дисциплины «Физическая культура».
26. Комплектование учебных отделений студентов для организации и проведения занятий по физическому воспитанию.
27. Преимущества спортивно-ориентированной программы дисциплины «Физическая культура» для студентов.
28. Особенности комплектования студентов с различным характером заболеваний в специальном учебном отделении.
29. Зачетные требования по учебной дисциплине «Физическая культура».
30. Формирование двигательного навыка.
31. Устойчивость организма к воздействию неблагоприятных факторов.
32. Мотивация и направленность самостоятельных занятий.
33. Утренняя гигиеническая гимнастика.
34. Мотивация выбора видов спорта или систем физических упражнений.
35. Самостоятельные занятия оздоровительным бегом.
36. Самостоятельные занятия атлетической гимнастикой.
37. Особенности самостоятельных занятий женщин.
38. Мотивация и направленность самостоятельных занятий. Утренняя гигиеническая гимнастика.
39. Физические упражнения в течение учебного дня: физкультминутки, физкультпаузы.
40. Самостоятельные тренировочные занятия: структура, требования к организации и проведению.
41. Мотивация выбора видов спорта или систем физических упражнений.
42. Самостоятельные занятия оздоровительным бегом.
43. Самостоятельные занятия атлетической гимнастикой.
44. Особенности самостоятельных занятий женщин.
45. Роль физической культуры в профессиональной деятельности бакалавра и специалиста.
46. Производственная физическая культура, ее цели и задачи.
47. Методические основы производственной физической культуры.
48. Производственная физическая культура в рабочее время.
49. Физическая культура и спорт в свободное время.
50. Профилактика профессиональных заболеваний и травматизма средствами физической культуры.
51. Понятие ППФП, её цель, задачи. Прикладные знания, умения и навыки.
52. Прикладные психические качества.
53. Прикладные специальные качества.
54. Факторы, определяющие содержание ППФП: формы труда, условия труда.
55. Факторы, определяющие содержание ППФП: характер труда, режим труда и отдыха.
56. Дополнительные факторы, определяющие содержание ППФП.
57. Средства ППФП.
58. Организация и формы ППФП в вузе.
59. Понятия общей и специальной физической подготовки.
60. Отличия понятий спортивная подготовка и спортивная тренировка.
61. Стороны подготовки спортсмена.
62. Средства спортивной подготовки.
63. Структура отдельного тренировочного занятия.
64. Роль подготовительной части занятия в тренировочном процессе.
65. Понятие «физическая нагрузка», эффект ее воздействия на организм.
66. Внешние признаки утомления.
67. Виды и параметры физических нагрузок.
68. Интенсивность физических нагрузок.
69. Психофизиологическая характеристика умственной деятельности.
70. Работоспособность: понятие, факторы, периоды
71. Физические упражнения в течение учебного дня для поддержания работоспособности.
72. Бег как самое эффективное средство восстановления и повышения работоспособности.
73. Плавание и работоспособность.
74. Методические принципы физического воспитания, сущность и значение.
75. Принципы сознательности и активности, наглядности в процессе физического воспитания.
76. Принципы доступности и индивидуализации, систематичности и динамичности.
77. Средства физической культуры.
78. Общепедагогические методы физического воспитания.

79. Методы обучения технике двигательного действия.
80. Этапы обучения двигательного действия.
81. Методы развития физических качеств: равномерный, повторный, интервальный.
82. Метод круговой тренировки, игровой и соревновательный методы.
83. Сила как физическое качество, общая характеристика силовых упражнений.
84. Методы развития силы.
85. Выносливость — виды выносливости, особенности развития выносливости.
86. Развитие физических качеств: быстроты, гибкости, ловкости.
87. Понятие «спорт». Его принципиальное отличие от других видов занятий физическими упражнениями.
88. Массовый спорт: понятие, цель, задачи.
89. Спорт высших достижений: понятие, цель, задачи.
90. Студенческий спорт, его организационные особенности.
91. Студенческие спортивные соревнования.
92. Студенческие спортивные организации.
93. Всероссийский физкультурно-спортивный комплекс «ГТО» (Готов к труду и обороне).

Выполнение работы над ошибками

При получении проверенного теста необходимо проанализировать отмеченные ошибки. Все задания, в которых были сделаны ошибки или допущены неточности, следует еще раз выполнить в конце данного теста. Тесты, тесты являются учебными документами, которые хранятся на кафедре до конца учебного года.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому
комплексу_____С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

ЭЛЕКТИВНЫЕ КУРСЫ ПО ФИЗИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЕ И СПОРТУ

Авторы: Шулиманов Д.Ф., Жданкина Е.Ф.
Соавторы: Харламов А.И., Никуленок Ф.С., Андреев А.Л., Бугаев И.Ю.

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение…….....3
Глава 1. ХОДЬБА, БЕГ……..…….. …….5
1.1. Физическая подготовка студента-легкоатлета…….. ……...5
1.2. Сердечно-сосудистая и сердечно-респираторная системы …….6
Глава 2. КЛАССИФИКАЦИЯ ТЕХНИКИ ДВИЖЕНИЙ: ФАЗЫ, СТРУКТУРЫ, СИЛЫ ДВИЖЕНИЙ ……...8
2.1. Основы техники спортивной ходьбы …….10
2.2. Основы техники бега ……13
Глава 3. ВИДЫ УПРАЖНЕНИЙ ДЛЯ ОСНОВНЫХ МЫШЕЧНЫХ ГРУПП……18
3.1. Упражнения для верхней части туловища ……..18
3.2. Упражнения для средней части тела……..……..42
3.3. Упражнения для мышц верхней части ног …….....53
3.4. Упражнения для мышц голени и стопы……64
3.5. Упражнения для восстановления мышечных групп ……..74
Глава 4. ОБЩАЯ ФИЗИЧЕСКАЯ ПОДГОТОВКА……84
Глава 5. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К НОРМАТИВАМ ФИЗИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВЛЕННОСТИ……87
Глава 6. АКТУАЛЬНОСТЬ ЗАДАЧИ ПОВЫШЕНИЯ УРОВНЯ ГОТОВНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ К ЗАЧЕТНЫМ ТРЕБОВАНИЯМ, НА ОСНОВЕ УПРАВЛЯЕМОЙ АДАПТАЦИИ К СМЕНЕ ВИДОВ УЧЕБНО-ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ……..…….…..97
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК……101

ВВЕДЕНИЕ

Современные темпы развития цивилизации улучшают жизнь человечества, но в то же время снижают его двигательную активность, что в совокупности с негативной экологией наносит существенный вред организму человека, особенно в условиях удаленного обучения. Увеличилось число заболеваний, снижается активность иммунной системы, многие болезни, которыми болели в основном люди зрелого возраста, «помолодели» и как следствие – сокращение продолжительности жизни человека. Снижение двигательной активности – это один из многих негативных факторов, препятствующих нормальной плодотворной жизнедеятельности человека.

Сохранение и укрепление здоровья студентов, формирование у них потребности в физическом совершенствовании и здоровом образе жизни являются одной из основных задач образовательных учреждений всех типов. Процесс физического воспитания в вузе, как и весь учебный процесс, регламентирован и обеспечен документами федерального уровня (приказ Министерства образования Российской Федерации, примерная учебная программа, государственный образовательный стандарт). Этим созданы предпосылки для укрепления здоровья студентов, повышения качества физического воспитания в вузах. Для эффективной постановки физического воспитания, в образовательных учреждениях страны требуются, в том числе, современные программы физического воспитания с использованием новейших технологий, форм и методов физкультурно-спортивной работы в условиях дистанционного обучения.

Легкая атлетика – наиболее массовый вид спорта, способствующий всестороннему физическому развитию человека, так как объединяет распространенные и жизненно важные движения (ходьба, бег и др.). Регулярные занятия легкоатлетическими упражнениями развивают силу, быстроту, выносливость и другие качества, необходимые человеку в повседневной жизни.

В системе физического воспитания легкая атлетика занимает одно из главных мест благодаря разнообразию, доступности, а также ее прикладному значению. Различные виды ходьбы и бега входят составной частью в каждое занятие физической культуры образовательных учреждений всех ступеней и тренировочный процесс многих других видов спорта. В то же время легкая атлетика является научно-педагогической дисциплиной и имеет свои методы и приемы обучения. Она наряду с другими базовыми физкультурно-спортивными дисциплинами обеспечивает профессиональную подготовку на факультетах физической культуры в вузах.

Дисциплина включает:

- формирование комплекса знаний, умений и навыков в области легкой атлетики;

- освоение профессиональных умений педагога физической культуры в процессе обучения легкоатлетическим двигательным действиям;

- приобретение умений и навыков научно-методической деятельности.

Таким образом, в построении учебного процесса по дисциплине «физическая культура» может быть использована современная инновационная технология его проведения, ориентированная на состояние здоровья занимающихся, обеспечивающая более индивидуализированный подход к его построению и эффективность реализации в условиях удаленного обучения.

Глава 1. Ходьба, бег

Легкая атлетика является одним из популярных видов спорта в мире. Практически все виды спорта так или иначе используют упражнения из легкой атлетики для подготовки спортсменов.

Легкоатлетические упражнения широко используются в детских дошкольных учреждениях, начиная с раннего возраста, в школах, средних и высших учебных заведениях. Легкоатлетические упражнения повышают деятельность всех систем организма, являются одним из эффективных факторов профилактики различных заболеваний. Легко дозируемые упражнения могут использоваться как для развития физических качеств спортсменов высокого класса, так и для развития подрастающего поколения, для людей с ослабленным здоровьем, пожилого возраста, в период реабилитации после перенесенных травм и просто для поддержания нормальной жизнедеятельности человеческого организма.

Доступность, простота упражнений, незначительные затраты позволяют заниматься всевозможными видами легкой атлетики независимо от проживания: в сельской местности или в городской. Легкую атлетику можно характеризовать как:

- средство восстановления и реабилитации организма;
- средство воспитания и развития подрастающего поколения.

Совершенствование беговой подготовки определено многими факторами. Занятия легкой атлетикой приносят пользу сердечно-сосудистой и респираторной системам, что ведет к повышению беговых показателей [1, 2]. Но при неправильных тренировках (слишком длинная дистанция в чрезмерно быстром темпе) в результате больших нагрузок на костно-мышечную систему можно нанести вред организму, в ряде случаев и продуманные тренировки могут усиливать мышечный дисбаланс и анатомические дефекты. Введение силовых тренировок с использованием тренажеров или предметов применяемых в быту в общий план улучшения беговой подготовки повышает эффективность бега путем усиления бегового шага, который становится более твердым и широким, что влияет на достижения спортивных результатов [3, 4].

1.1. Физическая подготовка студента-легкоатлета

В результате занятий легкой атлетикой, в частности ходьбой и бегом, происходят своеобразные морфологические и функциональные изменения в организме студента, определяющие состояние его тренированности, которое принято связывать преимущественно с адаптационными перестройками биологического характера, отражающими возможности различных функциональных систем и механизмов, а также уровень его физической подготовленности. В связи с этим немаловажное место в занятиях

легкой атлетикой отводится физической подготовке, общей и специальной. Высокий уровень развития быстроты, силы, скоростно-силовых качеств, выносливости, гибкости, координации движений в огромной мере предопределяет достижение высоких результатов в избранном виде легкой атлетики.

В каждом виде легкой атлетики существуют физические качества, которые отвечают определенным факторам, оптимально влияющим на спортивный результат в избранном виде. Например, для спринтерского бега наиболее информативны тесты, оценивающие быстроту реакции на старте, способность к ускорению, максимальную скорость бега, скоростную выносливость, техническое мастерство бегуна; у барьеристов к вышеперечисленным факторам добавляются показатели темпоритмовой структуры преодоления барьеров.

В беге на средние и длинные дистанции для оценки подготовленности учитываются показатели скоростной и специальной выносливости, способность удерживать заданную скорость.

1.2. Сердечно-сосудистая и сердечно-респираторная системы

Сердечно-сосудистая система – система органов, которые обеспечивают циркуляцию крови и лимфы. Она включает сердце, кровь и кровеносные сосуды (вены и артерии). Поступающая из сердца кровь движется по артериям и возвращается в сердце по венам (рис. 1).

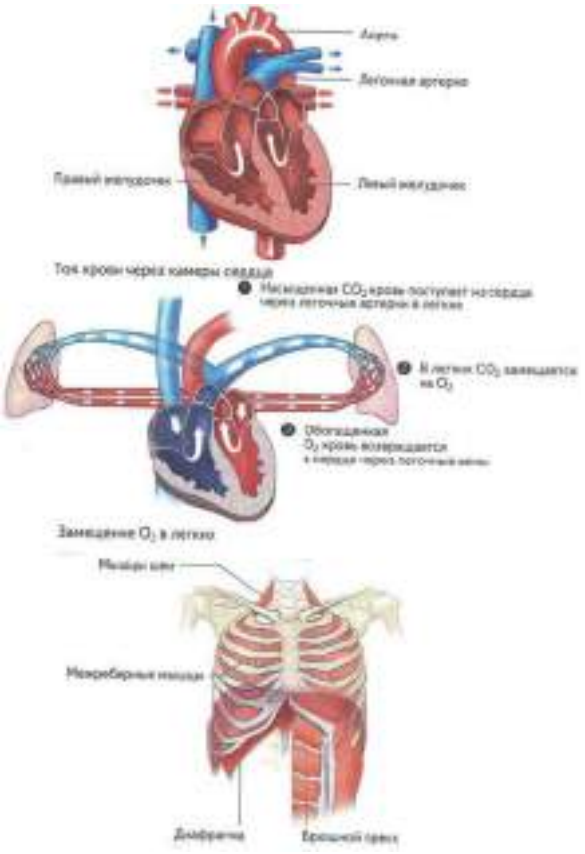


Рис. 1. Мышцы, участвующие в дыхании

Сердечно-респираторная система объединяет сердце и легкие. Воздух поступает через нос и рот. Диафрагма и другие мышцы нагнетают его в легкие, где кислород, содержащийся в воздухе, смешивается с кровью (см. рис. 1). Взаимосвязь двух систем осуществляется, когда сердце прокачивает кровь в легкие через легочные артерии. Там она смешивается с кислородом, содержащимся в воздухе, который вдыхаем. Обогащенная кислородом кровь вновь доставляется к сердцу по легочным венам. Затем через артерии кровь, наполненная красными кровяными клетками, обогащенными кислородом, прокачивается к мышцам (см. рис. 1), обеспечивающим движение [4].

Чем лучше развиты сердечно-сосудистая и сердечно-респираторная системы, тем больший объем крови циркулирует в организме. Повышение объема циркулирующей крови увеличивает количество обогащенных кислородом красных клеток крови, питающих мышцы, а также повышает объем плазмы, необходимой для производства энергии в процессе гликолиза.

В улучшении беговых показателей участвуют также и другие факторы, такие как степень нейромышечной подготовки, мышечная выносливость, сила и гибкость. Укрепляя сердечно-сосудистую и сердечно-респираторную системы, эти факторы существенно улучшают беговые показатели.

Ходьба – самая естественная нагрузка. Тренировочный эффект определяется расстоянием и учащением пульса. Чтобы иметь удовлетворительную тренированность (по Куперу), нужно ходить не меньше часа и покрывать расстояние почти 6,5 км. Надо очень быстро и напряженно идти. Стоит замедлить шаг до 5 км, нужно уже проходить 10 км каждый день. Поэтому ходьба как единственный метод тренировки хороша в качестве вводного курса, незаменима для восстановления сил после болезней.

Бег трусцой не значит, лучше настоящего бега, чем быстрее, тем больше уровень тренированности, потому что он достигается мощностью. Существует нормальный бег, не быстрый и не медленный, со скоростью 9-10 км/ч. Пробегать 2 км ежедневно за 12 мин – этого для минимума достаточно, никаких разминок не требуется, никаких дополнительных, плановых калорий для занимающегося физкультурой не нужно.

Дыхание имеет большое значение, как в беге, так и в ходьбе; если дыхание сбилось, необходимо снизить темп и восстановить его. Закончилось время или дистанция – нужно немного пройтись шагом и дышать как дышится. Излишек углекислоты в крови как раз способствует расширению сосудов, и кислородный голод скорее исчезнет.

Хорошо приучить себя дышать носом во время бега, это не просто и придет только со временем. Дыхание носом хотя и труднее, кажется менее эффективным, но зато

тренирует диафрагму, приучает дыхательный центр к излишкам углекислоты. Зимой защищает трахею и бронхи от прямого попадания холодного воздуха.

Бег на месте – хороший способ общей тренировки, хотя плохо дозируется, так как легко сделать подскоки облегченными: достаточно поднять стопу на 15 см вместо 20, и треть нагрузки пропала. «Трусца на месте» – плохой заменитель настоящей трусцы. Но не нужно преувеличивать недостатки, так как есть хороший метод контроля – частота пульса.

Самое простое правило: частота пульса должна удваиваться по сравнению с покоем, частота пульса менее 120 ударов в 1 мин свидетельствует о том, что бег на месте неэффективен и нужно прибавить темп. Важно выработать свой собственный темп, обеспечивающий необходимую мощность, и постепенно доводить время до заданного предела, правила дыхания остаются те же [1].

Самоконтроль – немаловажно следить за пульсом. После остановки нужно подсчитать пульс за 10 или 15 с, чтобы узнать как реагирует сердце на заданный темп бега. Не следует допускать частоту пульса более 140 ударов в 1 мин. При различных заболеваниях сердечно-сосудистой системы легкой степени достаточно и 120-130 и даже 100 ударов в 1 мин. Очень важна постепенность наращивания во всем, и скорости и расстояний, но ее нужно дополнить правилами контроля пульса.

Одежда. Не нужно одеваться тепло, наоборот, как можно легче: быстрее будете бегать, если холод подгоняет. Бегать можно в любую погоду, если одеться соответственно. Особенно неприятны ветер и дождь, но если промокнете, то за 10-20 мин не простудишься, но незакаленному лучше поберечься.

Стандартная последовательность беговых тренировок начинается с базового (вводного) периода (в данных условиях проведения занятий применяется бег на месте), а силовые упражнения выполняются с небольшим отягощением и большим количеством повторений. Силовые упражнения выполняются с увеличением веса отягощений. Финальная фаза определяется коротким периодом высокоинтенсивной (V02max) беговой тренировки в комплексе с поддерживающей силовой тренировкой и плановым отдыхом [3, 5].

Глава 2. КЛАССИФИКАЦИЯ ТЕХНИКИ ДВИЖЕНИЙ: ФАЗЫ, СТРУКТУРЫ, СИЛЫ ДВИЖЕНИЙ

Любая двигательная деятельность человека состоит из определенных двигательных действий, которые, в свою очередь, состоят из конкретных движений. В биомеханике различают два вида движений:

1) перемещение всей биосистемы относительно точки отсчета или других каких-либо точек (например, перемещение бегуна относительно старта или финиша);

2) деформация тела, т.е. изменение положений звеньев тела относительно друг друга или общего центра массы (сгибание руки, ноги и т.д.) [3, 6].

Человек может выполнять множество разнообразных движений, которые будут не похожи у разных людей, никто в точности не сумеет скопировать одно и то же движение человека, даже сам индивидуум. Это в первую очередь зависит от строения суставов, расположения мышц и мышечных групп, активности центральной нервной системы и многих других факторов. Все разнообразные движения человека объединяются одним основным понятием «техника», техника движений бывает врожденной и приобретенной.

Самое простое определение термина «техника движений» – это система определенных движений, целенаправленно решающая двигательную задачу [3]. Все движения подчинены определенной системе: есть простые движения, например сгибание руки в локтевом суставе; но в основном – сложные движения – действия, которые складываются из ряда различных движений, что и определяет состав техники движений. Для того чтобы получить систему движений, необходимо создать определенные связи между отдельными движениями, выявить их влияние друг на друга, что и определяет структуру техники движений.

Техника движений может быть естественной и спортивной. Если человек выполняет привычные движения в обыденной жизни: идет на работу, делает утреннюю пробежку – это естественная техника движений, но для победы в соревнованиях, победы над соперником, используется спортивная техника движений, которая требует проявления максимальных возможностей человеческого организма.

Технику движений классифицируют как произвольную и вынужденную, ограниченную и свободную, индивидуальную и идеальную, рациональную и нерациональную. Эта классификация условная, так как техника всех видов легкой атлетики содержит несколько таких параметров. Целостная техника легкоатлетических видов всегда включает в себя несколько таких разделений. Отдельные действия могут быть более локализованы, например отталкивание – вынужденное действие для техники движения ног, а техника движения рук может быть произвольной; движения рук в беге – это также произвольная техника. Свободная техника в легкоатлетических видах не наблюдается, так как она ограничена правилами соревнований и целями спортсмена [3, 7, 8].

Индивидуальная техника предполагает, что вся техника движений, выполняемая человеком, строго индивидуальна и зависит от анатомических, физиологических и

психологических особенностей индивидуума. Студенты, пришедшие изучать технику какого-либо движения, поначалу обладают нерациональной техникой, но впоследствии, при глубоком изучении и формировании устойчивого двигательного навыка, их нерациональная техника движений постепенно перейдет в рациональную. Даже у высококвалифицированных спортсменов рациональная техника может ухудшиться, т.е. появляются черты нерациональной техники (лишние, не экономичные движения), определяется это воздействием на студента психических, физиологических, ситуационных и других факторов. Изменения в технике движений зависят от психологических особенностей студента, сложности техники движений, устойчивости двигательного навыка.

2.1. Основы техники спортивной ходьбы

Ходьба – естественный способ передвижения человека. Спортивная ходьба отличается от простой ходьбы более высокой скоростью передвижения, ограничением техники передвижения правилами соревнований и другими техническими моментами.

Техника спортивной ходьбы имеет циклический характер, т.е. определенный цикл повторяется многократно на протяжении всей дистанции и, в отличие от других циклических видов легкой атлетики, жестко ограничен правилами соревнований. Эти ограничения существенно повлияли на становление техники спортивной ходьбы. Во-первых, в спортивной ходьбе не должно быть фазы полета, т.е. всегда должен быть контакт с опорой. Во-вторых, исходя из первого ограничения, опорная нога в момент вертикали должна быть выпрямлена в коленном суставе (несколько лет назад сделали добавление к этому ограничению – опорная нога должна быть выпрямлена в коленном суставе с момента постановки ноги на опору). Отличие спортивной ходьбы от естественной (бытовой) по внешним данным заключается в том, что в естественной ходьбе пешеход может сгибать ногу в коленном суставе, амортизируя постановку ноги, а в спортивной ходьбе спортсмен передвигается на прямых ногах.

Основу техники спортивной ходьбы составляет один цикл действия, который состоит из двойного шага, шага левой ноги и шага правой ноги. Цикл содержит: а) два периода одиночной опоры; б) два периода двойной опоры; в) два периода переноса маховой ноги [3].

Период одиночной опоры одной ноги совпадает с периодом переноса другой ноги. Период двойной опоры очень кратковременен, порой его можно и не увидеть. Период одиночной опоры более длителен и делится на две фазы:

1) фаза жесткой передней опоры; 2) фаза отталкивания. Период переноса тоже имеет две фазы: 1) фаза заднего шага; 2) фаза переднего шага. Эти фазы присутствуют как в периоде переноса или опоры для левой ноги, так и для правой ноги.

Фазы разделяются моментами, т.е. такими мгновенными положениями, после которых происходят изменения движений. Если моменты являются границами изменения движений в одном или нескольких звеньях, то позы в данных моментах – это описание положений звеньев тела относительно общего центра масс (ОЦМ) или друг друга, т.е. позы дают визуальную картину смены движений.

Фаза передней жесткой опоры правой ноги начинается с момента постановки ее на опору. Нога, выпрямленная в коленном суставе, ставится с пятки. Эта фаза продолжается до момента вертикали, когда ОЦМ находится над точкой (над стопой правой ноги) опоры.

С момента вертикали до момента отрыва правой ноги от грунта длится фаза отталкивания. Период одиночной опоры правой ноги заканчивается и начинается период переноса правой ноги, который имеет две фазы: 1) фаза заднего шага, которая начинается с момента отрыва ноги от опоры до момента вертикали (момент вертикали в переносе ноги определяется по положению бедра – продольная ось бедра должна быть перпендикулярна площади поверхности опоры, т.е. горизонтали); 2) фаза переднего шага – с момента вертикали до момента постановки ноги на опору. Потом следует кратковременный период двойной опоры. Когда идет период одиночной опоры правой ноги, левая нога находится в периоде переноса. То же самое повторяется с левой ногой. Цикл закончился, начинается новый цикл, и все повторяется (рис. 2).

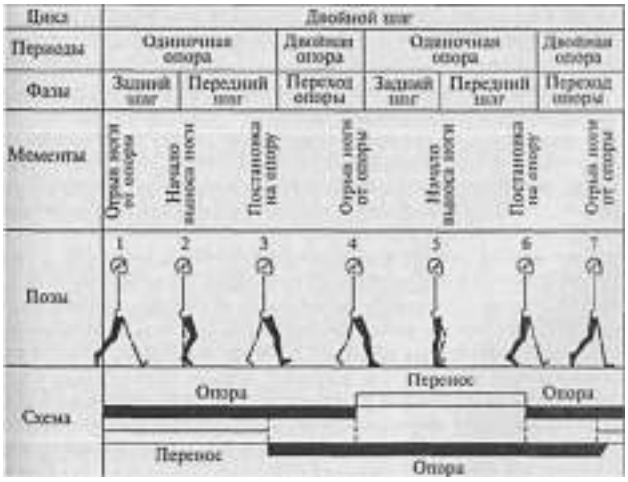


Рис. 2. Периоды, фазы, моменты в спортивной ходьбе

Период двойной опоры очень кратковременен, но он имеет большое значение в технике спортивной ходьбы. По нему определяется соответствие техники правилам

соревнований. Если период двойной опоры отсутствует, значит, спортсмен не идет, а бежит, за что его дисквалифицируют [3, 6, 7].

Частота шагов у высококвалифицированных ходоков колеблется от 190 до 230 шагов в минуту. Длина шага колеблется от 95 до 130 см и зависит от длины ног спортсмена и развиваемых мышечных усилий. Движения рук и ног, поперечных осей плеч и таза – перекрестны, т.е. левая рука движется вперед, когда вперед движется правая нога, и наоборот. Позвоночник и таз совершают сложные встречные движения. В конце фазы отталкивания наклон передней поверхности таза несколько увеличивается, а к моменту вертикали, в период переноса этой ноги, – уменьшается. Такие колебания таза в переднезаднем направлении помогают эффективнее отвести назад бедро ноги, отталкивающейся от опоры. Так же изменяется наклон поперечной оси таза: во время переноса она опускается в сторону маховой (переносимой) ноги, а во время двойной опоры опять выравнивается. Такое опускание таза в сторону маховой ноги связано с движением маятника, т.е. нога, как маятник, стремится от оси вращения под действием центробежной силы, это помогает мышцам, отводящим бедро, лучше расслабиться (см. рис. 2).

Позвоночник также изгибается в сторону маховой ноги в период ее переноса. В целом туловище совершает ряд сложных, почти одновременных движений в каждом шаге: незначительно сгибается и разгибается, происходят боковые наклоны и скручивание туловища.

Перекрестные движения рук и ног, плеч и таза, а также другие движения туловища помогают сохранить равновесие тела, нейтрализуют полный боковой разворот тела (в отличие от того, когда ходок идет иноходью, т.е. движения не перекрестные), создают оптимальные условия для постановки ног, эффективное отталкивание и рациональный перенос маховой ноги.

Движения рук в спортивной ходьбе помогают увеличивать частоту шагов, поэтому мышцы верхнеплечевого пояса усиленно работают. Особенно на это надо обращать внимание к концу дистанции при наступлении утомления. Движения рук осуществляются следующим образом: руки согнуты в локтевых суставах под углом 90° к направлению движения ходока; пальцы рук полусжаты; мышцы плеч расслаблены.

Работа мышц во время взаимодействия их на опору через звенья тела является движущей силой при ходьбе. Выполняя отталкивание и перенос ног в оптимальном сочетании, все тело получает ускорение в направлении от места опоры. Силы реакции опоры во время отталкивания придают скорость движения телу, а перенос маховой ноги, вследствие инерционных сил, придает ускорение телу ходока. Одновременное движение

маховой ногой вперед и отталкивание толчковой ногой в целом составляют отталкивание от опоры.

Все движения звеньев тела осуществляются с ускорением, вследствие чего возникают инерционные силы отдельных звеньев, одни из которых участвуют в придании скорости всего тела, другие нейтрализуют отрицательные инерционные силы (движения рук).

Движения всех звеньев тела (их центров масс) происходят по криволинейной траектории, а перемещение тела и его ускорение осуществляются в линейном направлении, т.е. не существует какой-либо реальной движущей силы, создающей движение по линейной траектории. Суть всех перемещений в ходьбе – это сумма равнодействующих сил, направленных по криволинейной траектории, и сил, направленных под углом к перемещению тела и опоры.

Движущие инерционные и мышечные силы воздействуют через стопу (стопы) на опору. Исходя из третьего закона механики возникают противодействующие им силы – силы реакции опоры, без которых изменение движения ОЦМ невозможно.

Под силой отталкивания понимают воздействие опоры на тело спортсмена, которое возникает в результате действия сил давления на опору. Отталкивание – это не результат чистой работы мышц, а результат взаимодействия мышечных усилий и инерционных сил на опору. Чем опора жестче, тем величина отталкивания (силы реакции опоры) больше.

2.2. Основы техники бега

Виды легкоатлетического бега делятся на гладкий бег, бег с препятствиями, бег по пересеченной местности (кросс) и имеют общие основы.

Бег, как и ходьба, относится к циклическим движениям, где цикл движения включает двойной шаг. Вместо периода двойной опоры в ходьбе в беге имеется период полета. В беге можно выделить: а) период одиночной опоры; б) период полета; в) период переноса маховой ноги, который совпадает с периодом опоры [3, 4].

Быстрота, амплитуда движений, проявление больших мышечных усилий в беге, чем в ходьбе, – эти факторы зависят от скорости бега (чем выше скорость, тем выше значения перечисленных факторов).

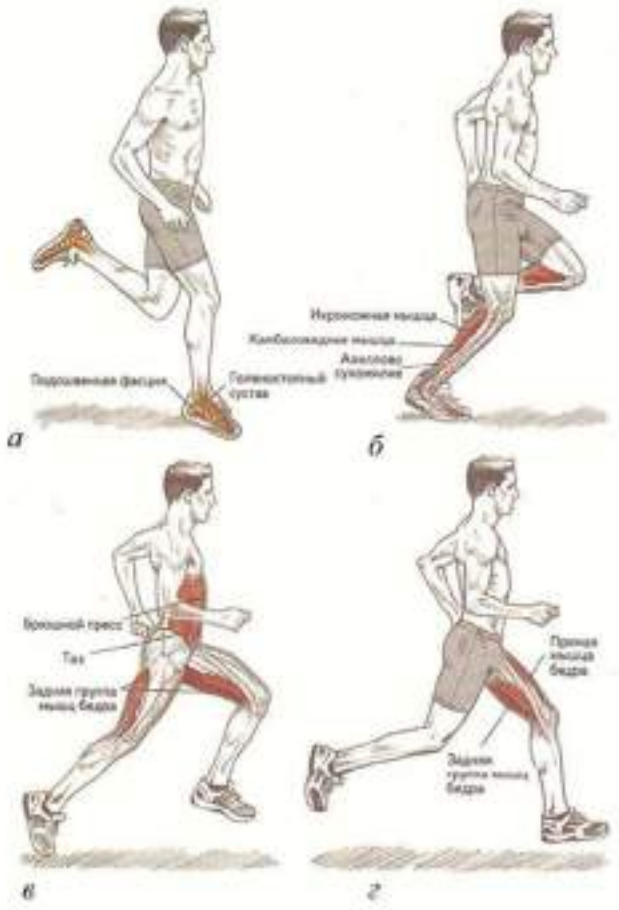


Рис. 3. Цикл бегового шага: *а* – первоначальный контакт; *б* – фаза опоры; *в* – отрыв опорной ноги; *г* – фаза переноса маховой ноги вперед

Период переноса маховой ноги (левой) и период опоры толчковой ноги (правой) совпадают по времени, затем наступает период полета, после этого период переноса маховой ноги (правой) и период опоры толчковой ноги (левой), затем опять период полета (см. рис. 3).

В беге, как и в ходьбе, руки и ноги выполняют согласованные перекрестные движения. Встречные перекрестные движения осей таза и плеч позволяют сохранить равновесие и противодействуют боковому развороту тела бегуна.

В периоде опоры в беге, так же как и в ходьбе, две фазы: 1) фаза амортизации; 2) фаза отталкивания. Фаза амортизации начинается с момента постановки ноги на опору и длится до момента вертикали, когда проекция ОЦМ находится над точкой опоры. В отличие от ходьбы в этой фазе происходит значительное снижение ОЦМ за счет разгибания в голеностопном суставе, сгибания в коленном суставе и наклона поперечной оси таза в сторону маховой ноги. Одновременно с этим происходит растягивание упругих компонентов (связки, сухожилия, фасции), участвующих в последующем отталкивании. За мгновение до соприкосновения с опорой (15-25 миллисекунд) мышцы, участвующие в

фазе амортизации, уже становятся электрически активными, т.е. импульсы возбуждения приходят к мышце заранее, до опоры, и растягиваются напряженные мышцы. С момента вертикали до момента отрыва толчковой ноги от опоры длится фаза отталкивания. Она начинается с распрямления толчковой ноги в тазобедренном и коленном суставах, завершается сгибанием в голеностопном суставе. С начала фазы амортизации увеличивается сила давления на опору, которая продолжает увеличиваться и после провождения вертикали до определенного момента за счет мышечных усилий, которые разгибают тазобедренный и коленный суставы. Сила реакции опоры также увеличивается, как и сила давления на опору, только они действуют диаметрально противоположно друг другу, телу студента при беге и его ОЦМ придается определенная скорость. В конце фазы отталкивания силы давления и реакции опоры уменьшаются (примерно после выпрямления ноги в коленном суставе), и мышцы, участвующие в сгибании голеностопного сустава, выполняют скоростную работу с меньшими усилиями, но с большей скоростью. В частности: сначала ягодичные мышцы более сильные, но менее скоростные, придают начальную скорость движению, затем мышцы передней поверхности бедра менее сильные, но более скоростные придают ускорение телу, и в конце действуют более скоростные, но относительно слабые мышцы (икроножные). Сила и скорость проявления мышечных усилий обратно пропорциональны, нельзя одновременно увеличить силу и скорость мышечных усилий.

В периоде одиночной опоры маховая нога также участвует в придании скорости телу бегуна. С момента постановки ноги на опору до момента вертикали маховая нога за счет инерционных сил увеличивает силу давления на опору. С момента вертикали до момента отрыва опорной ноги от опоры инерция массы маховой ноги помогает быстрее выпрямить толчковую ногу в фазе отталкивания и тем самым увеличить скорость (принцип маятника). Время и скорость отталкивания во многом зависят от быстроты переноса маховой ноги вперед с момента постановки толчковой ноги на опору.

Период полета начинается с момента отрыва толчковой ноги от опоры до момента постановки маховой ноги на опору. Выделяют две фазы: 1) фаза подъема ОЦМ до наивысшей точки траектории ОЦМ; 2) фаза опускания ОЦМ до касания маховой ноги опоры и превращения ее в толчковую ногу. Такое деление периода полета на две фазы необходимо для того, чтобы понять, какое участие принимает сила тяжести в изменении скорости движения ОЦМ по траектории. В период полета скорость движения не увеличивается, а наоборот, чем больше этот период, тем больше происходит потерь в скорости. Период полета характеризует длину бегового шага.

В конце фазы отталкивания ОЦМ получает определенную начальную скорость вылета, которая несколько гасится, так как движение ОЦМ происходит вверх-вперед до высшей точки траектории, затем происходит небольшое увеличение за счет силы тяжести. Сила тяжести в периоде полета тела бегуна выполняет двоякую функцию, сначала она снижает скорость движения ОЦМ, а затем, после высшей точки траектории, увеличивает ее (принцип метронома). В другие моменты сила тяжести не оказывает влияния на изменение скорости движения ОЦМ. Если бег выполняется не на ровной местности, а в гору или под гору, то тогда сила тяжести будет оказывать влияние на изменение скорости движения: при беге в гору скорость снижается, при беге под гору скорость движения увеличивается.

В периоде переноса ноги с момента постановки ноги на опору в фазе амортизации происходит снижение скорости движения ОЦМ за счет тормозящей силы, которая возникает всегда, и задача бегуна снизить ее воздействие. С одной стороны, тормозящая сила и инерционные силы тяжести после фазы полета в фазе амортизации негативно влияют на скорость движения, с другой стороны – в это время создаются предпосылки для эффективного отталкивания.

Скорость тела бегуна можно увеличить исключительно при взаимодействии с опорой, но для того, чтобы увеличить скорость бега, необходимо как можно чаще контактировать с опорой во время отталкивания. Нет тормозящих сил, постоянный контакт с опорой, и только за счет сил трения создается скорость движения. В период полета после фазы отталкивания мышцы, участвующие в нем, расслабляются и получают кратковременный отдых. Невозможно, чтобы мышцы все время находились в возбужденном состоянии, даже при беге на короткие дистанции. Мышечные судороги – это постоянное возбуждение мышц, которое несет в себе негативные последствия, как для мышц, так и для нервной системы. Умение бегуна рационально чередовать мышечную работу и мышечное расслабление имеет большое значение в беге на любые дистанции, и не только в беге, но и при выполнении любой физической деятельности. Рациональное чередование работы и отдыха мышц характеризует межмышечную координацию спортсмена. Период полета (или длина бегового шага) должен быть оптимальным и будет зависеть от физических качеств человека, непосредственно от силы ног, длины ног, подвижности в тазобедренных суставах и индивидуальной рациональной техники бега.

Скорость бега зависит как от длины шага, так и от частоты шагов. Оптимальное соотношение этих параметров характеризует ритм бега и рациональность техники бегуна. Во-первых, чтобы увеличить скорость бега, необходимо работать над уменьшением времени опоры, т.е. при той же силе отталкивания уменьшить время отталкивания. Так

как период опоры и период переноса связаны друг с другом, то уменьшение времени опоры вызовет и уменьшение времени переноса, и наоборот, т.е. быстрое сведение бедер и быстрый вынос бедра маховой ноги вперед уменьшат время переноса, что поможет быстрому выполнению отталкивания за меньшее время. Быстрый «съем» толчковой ноги с опоры после отталкивания также убыстряет перенос ее вперед. Ощущение такое, как будто убираем ногу с раскаленного песка, чтобы не обжечься. Во-вторых, увеличение скорости бега происходит за счет уменьшения времени полета: 1) снижение вертикального колебания ОЦМ, приближение кривизны траектории к горизонтали; 2) активная постановка толчковой ноги в последней части периода полета, т.е. не ждать опору, а активно идти на сближение с ней. В то же время такая активная постановка ноги может способствовать ударному воздействию на тело бегуна в фазе амортизации – это негативный фактор. Поэтому нога должна ставиться быстро и в то же время мягко, пружинисто, за счет увеличения силы тяги мышц, противодействующей снижению ОЦМ.

Техника движений рук в беге зависит от скорости бега. На коротких дистанциях, где задача бегуна развить максимальную скорость, амплитуда движений рук наибольшая, скорость движения рук совпадает с частотой беговых шагов. Частота движений рук и ног взаимосвязана между собой, чтобы увеличить частоту беговых шагов, надо увеличить частоту движений рук. Руки, согнутые в локтевых суставах под углом 90°, движутся вперед и несколько вовнутрь, затем назад и несколько кнаружи. В беге на короткие дистанции движения рук приближаются к направлению движения бегуна. С уменьшением скорости бега амплитуда движений рук уменьшается, также несколько меняется и направление. При выносе руки вперед она больше приближается к срединной плоскости, а при движении назад больше отводится кнаружи [3, 4].

Наклон туловища также зависит от скорости бега. На коротких дистанциях при максимальной скорости наклон тела вперед наибольший, при беге на длинные дистанции наклон тела минимальный (до 5°). Необходимо помнить, что чрезмерный наклон туловища вперед, с одной стороны, помогает отталкиванию, но с другой – затрудняет вынос ноги вперед, уменьшая длину шага. Наклон туловища должен быть оптимальным и будет зависеть от скорости бега, дистанции и частей дистанции (стартовый разгон – бег с наклоном, с постепенным выпрямлением туловища; бег по дистанции – наклон оптимальный; финиширование – последние шаги выполняются с большим наклоном, чем при беге по дистанции). При анализе техники движения ног рассматривают отдельно движения каждого звена нижних конечностей. Траектории движения центров масс бедра, голени и стопы имеют сложную форму. Если движение центра массы (ЦМ) бедра можно рассматривать как движение простого маятника, то траектории движения ЦМ голени и

ЦМ стопы представляют собой сложные эллипсовидные формы. Нога похожа на маятник, состоящий из трех последовательно соединенных маятников (бедро, голень, стопа). Частота колебаний маятника зависит от его длины, а при значительных отклонениях, например в ходьбе или беге, она будет зависеть от амплитуды движения ног, чем короче маятник, тем чаще он будет двигаться.

Траектория движения ОЦМ в беге напоминает траекторию движения ОЦМ в ходьбе, но размах колебаний ОЦМ в первом случае гораздо выше и зависит от скорости бега: чем выше скорость бега, тем размах колебаний больше. Наивысшее положение ОЦМ наблюдается в период полета, низшее – в фазе амортизации, ближе к моменту вертикали. В этом положении происходит наибольшее сгибание в суставах опорной ноги и опускание таза. Помимо вертикальных колебаний ОЦМ имеются и поперечные колебания в сторону опорной ноги, так как она отклоняется кнаружи. Таким образом, колебания ОЦМ происходят как в вертикальном, так и в поперечном направлениях, создавая тем самым сложную траекторию движения ОЦМ.

Глава 3. ВИДЫ УПРАЖНЕНИЙ ДЛЯ ОСНОВНЫХ МЫШЕЧНЫХ ГРУПП

3.1. Упражнения для верхней части туловища

Двенадцать грудных позвонков расположены друг над другом и соединены связками (рис. 4). Грудной отдел позвоночника может наклоняться вперед и назад, ограниченно двигаться в стороны и вращаться на определенный угол. К грудным позвонкам при помощи суставов прикрепляются ребра. В передних отделах они соединяются в единый жесткий каркас при помощи грудины, формируя грудную клетку.

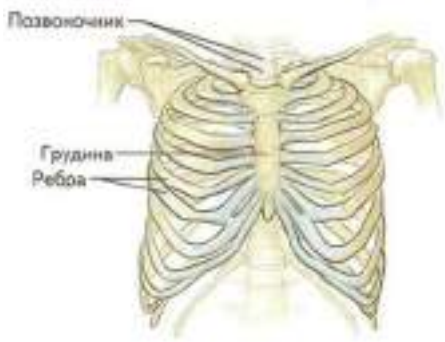


Рис. 4. Костные структуры корпуса: ребра, грудина, позвоночник

Задняя поверхность позвонков поддерживается мышцей, выпрямляющей позвоночник, которая проходит по всей его длине, а ребра удерживаются с помощью межреберных мышц. Без дополнительной структурной поддержки ребра потеряли бы устойчивость, поэтому помощь в поддержании их положения оказывают также трапециевидная мышца, широчайшая мышца спины, ромбовидные, круглые мышцы,

большая и малая грудные мышцы, а также мышцы, стабилизирующие плечо (см. рис. 5). В основании этой конструкции лежит диафрагма, окружающая нижние ребра, дополнительную стабильность придают прямая мышца живота, наружные косые мышцы живота и передние зубчатые мышцы [4].

Для бега организму требуется гораздо больше кислорода, чем для пассивной жизни. Диафрагма производит действие, аналогичное действию кузнечных мехов; когда она сокращается, чтобы нагнетать воздух в легкие, межреберные мышцы расслабляются, чтобы затем сократиться на фазе выдоха, в течение которой диафрагма, в свою очередь, расслабляется и втягивается в грудную клетку. С помощью этих движений (втягивание и отпускание) легкие наполняются воздухом и опустошаются, восполняя потребность бегуна в кислороде.

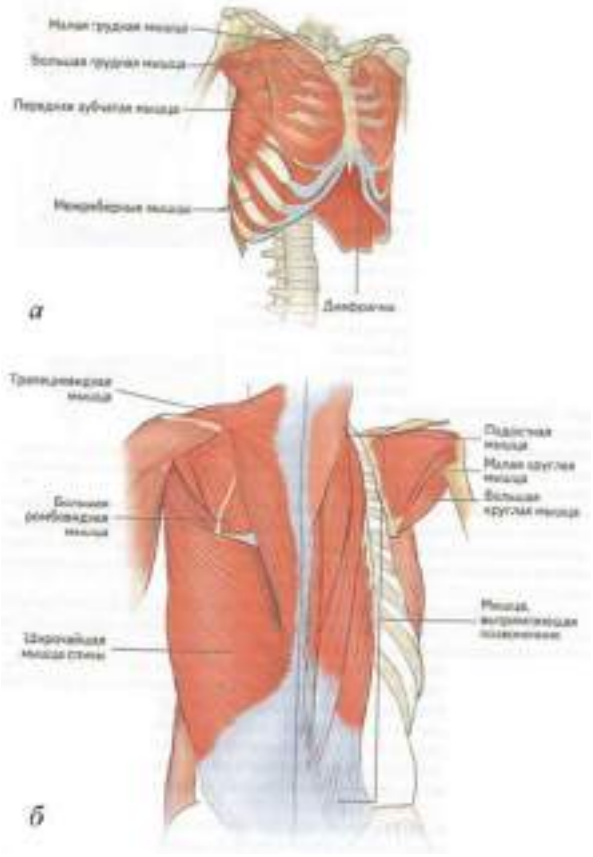


Рис. 5. Верхняя часть корпуса: *а* – вид спереди; *б* – вид сзади

Мышцы грудной клетки участвуют не только в механизмах дыхания, они также играют хотя и ограниченную, но важную роль в обеспечении перемещения вперед. Когда с каждым шагом бедра перемещаются вперед, тазобедренный отдел немного поворачивается – сначала в одну сторону, затем в другую. Вместе с ним поворачивается и позвоночник, что может вызывать нестабильность в области живота и грудной клетки, если не стабилизировать это движение. Поэтому небольшое напряжение и расслабление

мускулатуры грудной клетки помогает не только удерживать тело в вертикальном положении, но и корректирует изменения, обусловленные движением бегуна вперед при скорости бега до 32 километров в час.

Мышцы, прикрепленные к плечевой кости и окружающие плечевой сустав, в частности грудные мышцы и круглые мышцы, также пассивно двигаются при махах рук, сопровождающих каждый шаг. Если они активно сокращаются, то помогают участвовать в движении верхним частям рук и противостоять тянущему усилию дельтовидных мышц (рис. 6).

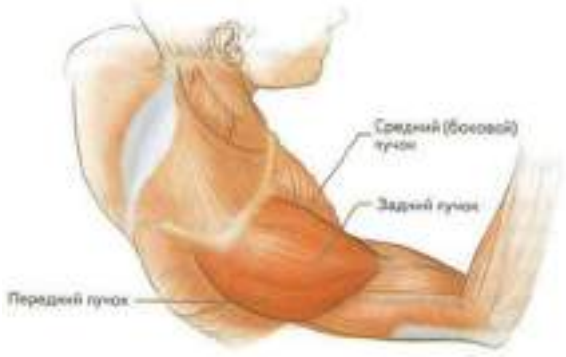


Рис. 6. Дельтовидные мышцы

Для бега значимость мышц, участвующих в работе, заключается в понимании принципа «слабого звена»: эффективность спортсмена зависит не от силы, которую он способен развить, а от мышц, которые устают первыми. Если мышцы грудной клетки недостаточно тренированны и быстро устают, эффективность бега снижается. Если мышцы груди ослаблены, ухудшается не только дыхательная деятельность, но и поддержка позвоночника, в этом случае уменьшается участие рук в движении, что приводит к неизбежному замедлению темпа бега.

Качество бега всегда будет ограничено самой слабой частью тела. Если сильные ноги, но легкие не могут доставить кислород для этих ног, можно развить только ту скорость, которая ограничена степенью подготовленности легких, а не ту, на которую были бы способны ноги при иных обстоятельствах. Чтобы избежать этого дисбаланса, диафрагма и все поддерживающие мышцы должны иметь такую же степень тренированности, что и нижние конечности. В результате физических упражнений эти мышцы устают точно так же, как и другие, поэтому их следует тренировать наравне с другими группами мышц, участвующими в упражнении.

Вес отягощения подбирается для каждого упражнения, обеспечивающий средний уровень сопротивления нагрузке, позволяющий правильно выполнять силовое упражнение и все повторения, входящие в подход. По мере развития силы и адаптации

организма к текущей нагрузке вес отягощения увеличивается, но не настолько, чтобы нарушалась техника выполнения упражнения, даже на последних повторениях подхода. Подбор веса отягощения зависит и от того, какая часть тела тренируется.

Например, грудные мышцы достаточно велики, поэтому они могут выдерживать большие нагрузки. Трицепсы, состоящие из трех гораздо меньших мышц, устают относительно быстро, когда упражнение нацелено непосредственно на их проработку. Вместе с тем, поскольку трицепсы выполняют вспомогательную роль во многих упражнениях для верхней части тела, в ходе их выполнения они устают еще быстрее, чем во время тренировки для собственно трицепсов. Для одного занятия достаточно одного упражнения, прорабатывающего именно трицепсы. Для тренировки крупных грудных мышц потребуется несколько упражнений или несколько подходов одного упражнения.

Количество повторений должно варьироваться в зависимости от целей силового упражнения и целей всей тренировки на этот день. Например, два подхода из 20 повторений жима от плеч с гантелями и подход из 30 повторений отжимания от пола могут составить полную тренировку грудных мышц в начале недели, в конце недели можно выполнить один подход из 12 повторений с большим весом отягощения, чем в понедельник, затем два подхода из 10 повторений жима лежа со штангой или с палкой подвешенными на ней пластиковыми бутылками с водой на наклонной скамье и три подхода из 15 повторений отжимания от пола. Необходимо помнить: чем выше вес отягощения, тем меньше количество повторений и наоборот.

Дыхание: выдыхать, с силой выполняя прямое движение с отягощением, и вдыхать, выполняя обратное движение или удерживая напряжение, создаваемое отягощением. Каждое упражнение следует выполнять плавно. Движения контролируются в ходе всего упражнения. Они тесно взаимосвязаны с ритмом дыхания. Общее правило: вдох – 4 секунды (обратная фаза движения), выдох – 2 секунды (прямая фаза движения).

В формулировке «работа + отдых = результат» требуются небольшие уточнения, чтобы обеспечить стабильный прирост силы, работа должна изменяться со временем количественно (тренировочный объем) и качественно (типы упражнений). Для каждого участка тела подобраны разнообразные упражнения, используя которые возможно созвать многочисленные варианты тренировочных программ, направленные на укрепление мышц, суставов и сухожилий, участвующих в беге. Меняя упражнения, количество подходов и повторений, порядок упражнений, бегуны могут создавать тренировки применительно к своим потребностям и имеющемуся времени. Ни одна тренировка не продлится дольше 30 минут, а две или три тренировки в неделю могут существенно улучшить беговые показатели, укрепив части тела, используемые в тренировочных и соревновательных

забегах. С помощью правильно спланированных силовых тренировок можно укрепить свое тело, устранить мышечный дисбаланс, который ухудшает качество бегового шага и является причиной различных травм, и улучшить дыхание, что позволит повысить беговые показатели [4].

3.1. Упражнения для верхней части туловища

И.п. – лежа на спине, согнув ноги в коленях, прижав ступни к скамье, гантели в обеих руках на уровне груди (рис. 7).

1-3 – гантели вверх, выпрямить руки; 4 – и.п.

Выполнить 2 подхода по 10 раз.

Рис. 7. Жим, лежа с гантелями

Методические указания: при выполнении упражнения сохранять естественный изгиб позвоночника так, чтобы поясница не касалась поверхности скамьи.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: большая грудная мышца, трицепс, передний пучок дельтовидной мышцы.

Дополнительные: бицепс, прямая мышца живота.

Варианты

а вариант. Этот вариант упражнения прорабатывает грудные мышцы, особенно их грудные головки.	*б* вариант. В этом упражнении использование мяча позволяет активнее задействовать брюшной пресс для стабилизации корпуса.

Рис. 8. *а* – жим лежа с гантелями; *б* – жим лежа с гантелями с поворотом на мяче

Значимость мышц для бега

Грудные мышцы в ходе упражнений испытывают такую же нагрузку, как и все другие, поэтому их укрепление с помощью простых упражнений, таких как жим лежа с гантелями, приносит существенную пользу. Это упражнение задействует грудные мышцы интенсивнее, чем жим лежа со штангой, потому что возникает необходимость стабилизировать корпус, так как гантели поднимаются и опускаются независимо каждой рукой. Чем сильнее грудные мышцы и брюшной пресс, тем лучше осанка бегуна на длинные дистанции на завершающих стадиях забега. Упражнение способствует повышению эффективности дыхания и укрепляет сердечно-сосудистую систему. Чем лучше осанка спортсмена, тем эффективнее беговой шаг, что позволяет не тратить энергию на лишние движения, причиной которых является плохая техника бега.

Безопасность при выполнении

Выполняя жим с гантелями на мяче, вес гантелей следует уменьшить, потому что положение тела на мяче менее стабильно по сравнению со скамьей. Освоив упражнение, вес можно снова увеличить.

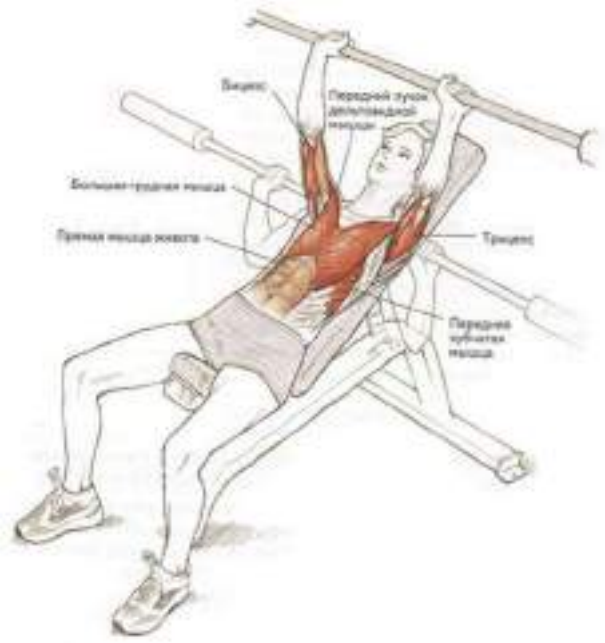


Рис. 9. Жим, лежа со штангой или с палкой подвешенными на ней пластиковыми бутылками с водой на наклонной скамье

И.п. – лежа на скамейке с углом наклона 45°, руки шире плеч со штангой (рис. 9). Вместо штанги можно использовать палку с подвешенными на ней пластиковыми бутылками с водой.

1 – опустить штангу или палку с подвешенными на ней пластиковыми бутылками с водой на наклонной скамье к верхней части груди; 2 – штангу или палку с подвешенными на ней пластиковыми бутылками с водой вверх, и.п.

Выполнить 2 подхода по 8-10 раз.

Методические указания: упражнение выполнять в медленном темпе.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: большая грудная мышца, трицепс, передний пучок дельтовидной мышцы, передняя зубчатая мышца

Дополнительные: бицепс, прямая мышца живота.

Значимость мышц для бега

Жим лежа со штангой или с палкой подвешенными на ней пластиковыми бутылками с водой на наклонной скамье задействует те же мышцы, что и жим лежа с гантелями. Также дополнительно задействуются передние зубчатые мышцы. Использование разных вариантов для одной группы мышц стимулирует увеличение объема мышц этой области и разнообразит тренировки. Так как подразумевается, что силовые упражнения повышают эффективность беговых тренировок, выполнение новых упражнений помогает сохранять интерес к занятиям.

И.п. – лежа на скамье на спине, ноги согнуты в коленях, ступни прижаты к скамье, руки с гантелями вверх и на 5-10° согнуты в локтях (рис. 10).

1-3 – руки медленно в стороны; 4 – и.п.

Выполнить 2 подхода по 10 раз.

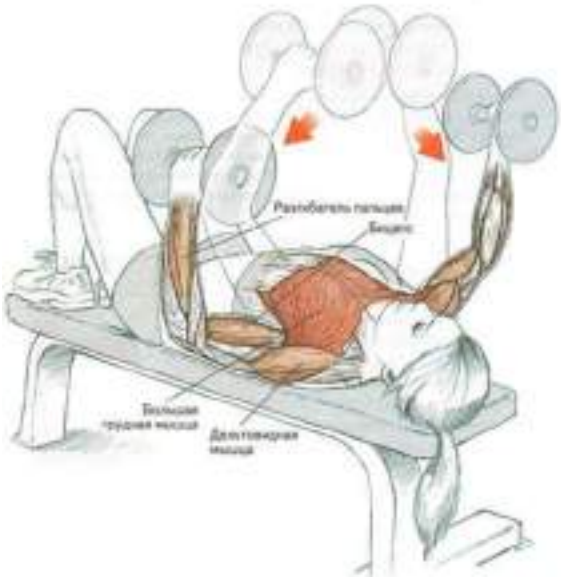


Рис. 10. Разведение рук с гантелями лежа

Методические указания: сохранять естественный изгиб позвоночника, чтобы поясница не касалась поверхности скамьи. В и.п. расстояние между гантелями 5-7 см, удерживать гантели в обеих руках, ладони обращены друг к другу.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: большая грудная мышца.

Дополнительные: бицепс, дельтовидная мышца, разгибатель пальцев.

Безопасность при выполнении

Обратить внимание на то, что в исходном положении руки выпрямлены, а не разведены. Поднимать гантели из положения с разведенными руками может быть сложно, особенно если использовать гантели слишком большого веса. В этом случае в неудобной позиции оказываются дельтовидные мышцы и бицепсы. Во избежание травм не следует опускать руки ниже уровня поверхности скамьи.

Возвращая гантели в и.п., не выталкивать их ладонями и не слишком подключать дельтовидные мышцы. Движение должно совершаться преимущественно за счет грудных мышц.

Значимость мышц для бега

Представленные упражнения укрепляют грудные мышцы. Тем не менее преимущество разведения рук в положении лежа с гантелями состоит в том, что вместе с выполнением упражнения мышцы растягиваются, особенно во время обратной фазы движения, при опускании гантелей. Это позволяет растягивать межреберные мышцы, улучшая дыхательную функцию. Чем лучше растянуты мышцы груди, тем легче вдыхать кислород.

Рис. 11. Отжимание от пола

И.п. – упор лежа, руки согнуты немного шире плеч, ладони под плечевыми суставами (рис. 11).

1 – отжаться от пола одним движением, полностью выпрямить руки –выдох; 2 – и.п. – вдох, согнуть руки в локтях.

Выполнить 30 раз.

Методические указания: удерживать тело так, чтобы голова была немного выше ног. В нижней точке грудь параллельна полу и почти касается его.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: большая грудная мышца, трицепс, передний пучок дельтовидной мышцы.

Дополнительные: бицепс, широчайшая мышца спины, прямая мышца живота.

Рис. 12. Наклонное отжимание

Безопасность при выполнении

Не следует ускорять движение, поскольку при выполнении наклонного отжимания работают мышцы вращающей манжеты плеча, которые при ускорении движения могут травмироваться.

Отжимание с обратным наклоном переносит акцент на верхнюю часть спины (рис. 13). Использование мяча требует лучшей стабилизации корпуса, поэтому данное упражнение активно задействует вспомогательные мышцы.

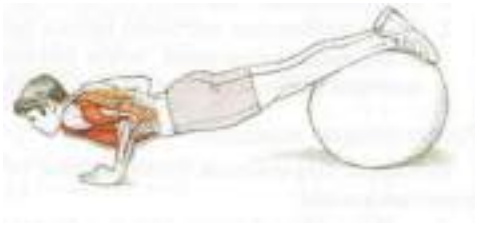


Рис. 13. Отжимание с мячом

Методические указания: при выполнении отжимания следить за тем, чтобы корпус не провисал. Держать тело в фиксированном положении, если это не получается, нужно взять мяч меньшего диаметра.

Значимость мышц для бега

Отжимание относится к числу самых простых силовых упражнений и является очень эффективным упражнением для укрепления верхней части тела. Для его выполнения не нужны ни тренажеры, ни отягощения (кроме веса собственного тела). Упражнение выполняется одним движением. Базовое упражнение простое, его варианты (наклонное отжимание и отжимание с мячом) немного сложнее. Отжимание прорабатывает мышцы верхней части тела и брюшной пресс бегуна, в результате чего улучшается осанка. Техника отжимания схожа с положением, в котором находится корпус во время бега, что способствует формированию правильной осанки. В течение одного занятия можно выполнять несколько подходов отжимания. Подобно любым другим силовым упражнениям, эти упражнения не следует выполнять изо дня в день, так как организм нуждается в отдыхе, который позволит восстановиться мышечным волокнам, получившим нагрузку во время отжиманий.

Наклонное отжимание – переносит акцент на верхнюю часть груди и плечи. Можно выполнить большее число повторений этого отжимания, чем основного его варианта, поэтому данное упражнение можно использовать для начала занятий, когда сложно выполнять обычное отжимание.

Упражнения для верхней части спины

И.п. – вис на перекладине хватом сверху (рис. 14).

1 – движение вверх, до подбородка; 2 – и.п.

Выполнить 10-12 раз.

Методические указания: в ходе выполнения упражнения ноги не должны касаться земли, движение вверх выполнять без рывков.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: широчайшая мышца спины, большая круглая мышца, ромбовидная мышца.

Дополнительные: бицепс, большая грудная мышца.

Рис. 14. Подтягивания на перекладине хватом сверху

Значимость мышц для бега

Подтягивание – упражнение, противоположное отжиманию от пола и дополняющее его. Для начинающих осваивать упражнение можно использовать подставку, чтобы выполнить первое повторение и подтянуться столько раз, сколько это возможно сделать уверенно. Подтягиваться можно хватом сверху и снизу, не извиваться и не делать рывков. Упражнение позволяет эффективно развивать силу и укреплять мышцы верхней части спины.

И.п. – вис на перекладине хватом снизу (см. рис. 15).

1 – движение вверх, до подбородка; 2 – и.п.

Выполнить 10 раз.

Методические указания: при выполнении упражнения ноги не должны касаться земли.

Рис. 15. Подтягивание хватом снизу

Мышцы, участвующие в работе

Подтягивание хватом снизу позволяет задействовать бицепсы эффективнее, чем подтягивание прямым хватом. Учитывая сравнительно небольшой размер бицепсов, выполнять это упражнение тяжелее, потому что эти мышцы быстро устают.

Оба варианта упражнения можно чередовать во время напряженной тренировки мышц верхней части спины. Их также можно выполнять по отдельности в разные дни в ходе обычного занятия.

Значимость мышц для бега

Тяга вниз, прорабатывающая мышцы верхней части спины, не является стандартным движением, совершаемым при беге. Упражнение повышает беговые показатели путем укрепления соответствующих мышц (широчайшей мышцы спины и круглых мышц), которые стабилизируют грудную клетку, улучшая дыхание и осанку. Укрепление мышц верхней части спины помогает уравновесить мышцы груди, развитые соответствующими упражнениями, создается баланс мышц корпуса, которые позволяют сохранять осанку во время длительного бега. Упражнение следует ввести в начальном периоде занятий.

Рис. 16. Тяга к животу одной рукой в наклоне

И.п. – поставить колено правой ноги на скамью, упор в скамью ладонью правой руки, левая рука с гантелью находится ниже уровня поверхности скамьи (см. рис. 16).

1 – рука вверх до угла 90° в локтевом суставе; 2 – и.п.

Выполнить 2 подхода по 15-20 раз.

Методические указания: движение руки вверх за счет мышц верхней части спины и плеч. Упражнение напоминает движение, совершаемое при работе пилой.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: широчайшая мышца спины, большая круглая мышца, передний пучок дельтовидной мышцы, бицепс, трапециевидная мышца.

Дополнительные: мышца, выпрямляющая позвоночник, прямая мышца живота, наружная косая мышца живота, внутренняя косая мышца живота.

Значимость мышц для бега

Упражнение несложное, в выполнении позволяет прорабатывать сразу несколько мышц. Можно использовать отягощение большого веса (после того как освоена правильная техника выполнения упражнения). Укрепление дельтовидной и трапециевидной мышц поможет студенту правильно держать голову и руки. Если эти мышцы обладают достаточной силой, они значительно улучшат работу рук во время забегов на короткие дистанции, помогут преодолевать усталость во время продолжительных забегов и соблюдать технику во время бега по пересеченной местности.

Важным элементом этого упражнения является изолирование мышц верхней части спины и плеч. Для стабилизации корпуса также используется и брюшной пресс, основная нагрузка должна приходиться на широчайшие мышцы спины, трапециевидные, дельтовидные мышцы и бицепсы.

И.п. – стоя в наклоне в руках штанга, ноги на ширине плеч (см. рис. 17). Вместо штанги можно использовать палку с подвешенными на ней пластиковыми бутылками с водой.

1 – штангу или палку с подвешенными на ней пластиковыми бутылками с водой к поясу; 2 – и.п.

Выполнить 8-10 раз.

Методические указания: использовать вес, сопоставимый технически правильному выполнению упражнения.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: широчайшая мышца спины, трапециевидная мышца.

Дополнительные: трицепс, дельтовидная мышца.

Рис. 17. Тяга штанги или палки с подвешенными на ней пластиковыми бутылками с водой к поясу

Значимость мышц для бега

У бегунов очень часто наблюдается мышечный дисбаланс, особенно между четырьмя мышцами квадрицепса, между четырехглавой мышцей и задней группой мышц бедра, а также между правой и левой ногой. Мышечный дисбаланс верхней части тела в ходе силовой подготовки студентов часто игнорируется. Все же в действительности дисбаланс между «толкающими» мышцами груди и «тянущими» мышцами верхней части спины оказывает большое влияние на технику бегового шага, потому что угол наклона корпуса вперед меняет силу и угол подъема колена, который выполняется за счет четырехглавых мышц во время фазы переноса маховой ноги. Недостаточный угол подъема колена, обусловленный сильным наклоном корпуса вперед, снижает скорость бега, особенно на коротких дистанциях.

Небольшой угол подъема колена можно компенсировать увеличением частоты шага, но при неправильном положении тела возможно негативное воздействие на беговые показатели. Таким образом, мышечная система студента в значительной мере определяет беговые показатели, и может показаться, что она играет второстепенную роль в физической подготовке. В частности, укрепив избранную крупную группу мышц (например, грудные мышцы с помощью «толкательных» упражнений), необходимо также укрепить и мышцы-антагонисты (в данном случае мышцы верхней части спины).

Безопасность при выполнении

Выполняя это упражнение, особенно с отягощением высокого веса, необходимо сохранять естественный изгиб поясницы, не округлять спину.

Тяга штанги к поясу широким хватом

(вместо штанги можно использовать палку с подвешенными на ней пластиковыми бутылками с водой)

Широкий хват позволяет проработать мышцы под другим углом. В данном случае работает та же основная группа мышц, но студенты, обладающие более длинными верхними конечностями, предпочитают именно этот вариант упражнения. Необходимо сохранять естественный изгиб поясницы.

Упражнения для рук и плеч

Для равномерного бегового движения необходимы руки. Каждая рука не только помогает удерживать равновесие, но и способствует движению вперед, играя роль противовеса, когда противоположная нога отрывается от земли. Высокий подъем колена сопровождается усиленной работой рук на протяжении первых нескольких десятков шагов, после чего руки продолжают интенсивно работать до конца забега [3, 4, 9].

Бегуны на длинные дистанции не станут тратить энергию, работая руками в манере спринтера, так как для них основным приоритетом является экономия усилий, они держат руки свободно, обычно согнув их под углом 90° и расслабив кисти. У спринтеров кисти рук напряжены. Работа рук имеет большое значение для успеха, хотя техника этой работы отличается в зависимости от типа бега.

Рука крепится к корпусу посредством плечевых суставов. Это неглубокие шаровидные суставы, входящие в суставную впадину лопатки. Плечевые суставы позволяют осуществлять движения в максимальном диапазоне, близком к 360°. Эта конструкция имеет высокую эффективность, хотя недостатком такой подвижности является нестабильность сустава, что делает его подверженным травмам. Связки, фиксирующие сустав, должны быть достаточно эластичными, чтобы не препятствовать движению, поэтому стабильность сустава зависит от силы удерживающих его мышц.

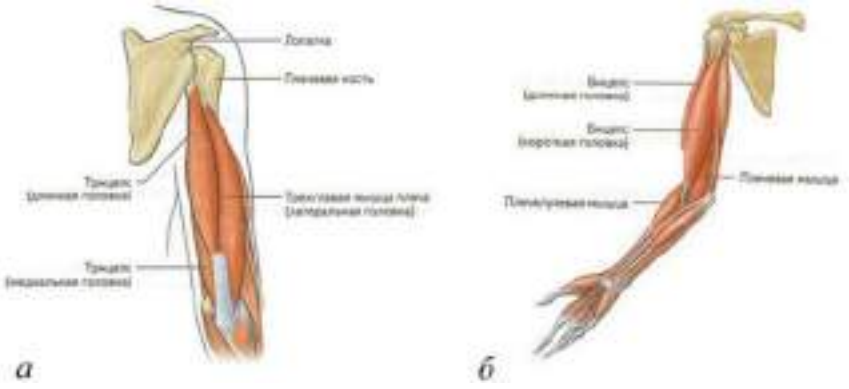


Рис. 18. Верхняя часть руки: *а* – вид сзади; *б* – вид спереди

Третий закон Ньютона гласит: сила действия равна силе противодействия. Если мышца-агонист сокращается и тянет плечо в одном направлении, то мышца-антагонист (или несколько мышц-антагонистов) должна удлиниться, чтобы позволить этому движению осуществиться. Сильные мышцы с хорошим тонусом могут нарушить целостность сустава, если противоположные мышцы (антагонисты) слабы, что особенно актуально для плечевого сустава [4].

Головка плечевой кости заключена в хрящевое кольцо сустава, которое является частью лопатки. Студенту следует знать, какие мышцы удерживают головку плечевой кости в стабильном положении (см. рис. 18) и какие из них следует укреплять, чтобы улучшить технику бега.

Движение ног во время совершения больших шагов требует соответствующих больших махов руками вперед и назад, позволяющих уравновесить перемещение нижних конечностей. В спринте движение рук и плеч играет особо значимую роль, и часто можно наблюдать, как спортсмен, проигравший забег, после соревнования совершает характерные движения, указывающие на закрепощенность плеч. Крепкие плечи не только увеличивают силу бегуна, но и улучшают его равновесие. Усталые руки и закрепощенные плечи ухудшают качество маховых движений руками, укорачивают беговой шаг и приводят к бесполезному увеличению расхода энергии. Выносливость верхних конечностей результат силовых упражнений [4, 9].

Дельтовидные мышцы, которые крепятся к ключице с одной стороны и к лопатке – с другой, покрывают весь плечевой сустав. Дельтовидные мышцы также соединены с плечевой костью. Сокращаясь, они оттягивают руку в сторону, то есть позволяют отводить ее, они противодействуют силе земного притяжения. Под дельтовидными мышцами находится сложная мышечная структура, позволяющая осуществлять движение рукой в нескольких плоскостях. Для бегуна, у которого угол движения рук обычно не превышает 45° с минимальным диапазоном движения в стороны, это особого значения не имеет. В плечевом суставе руку удерживает сложная мышечная структура: надостная мышца охватывает головку плечевой кости; подостная, подлопаточная мышца, большая и малая круглые мышцы формируют вращающую манжету плеча, которая стабилизирует плечевой сустав. Ниже плечевого сустава (в области верхней части руки) расположены бицепс, трицепс и плечевая мышца. Их основная функция – приведение в движение локтевого сустава, но некоторые мышечные пучки крепятся также к плечевому суставу, обеспечивая ему большую стабильность [4, 10].

Рис. 19. Предплечье: *а* – вид спереди; *б* – вид сзади

Мышцы-сгибатели и мышцы-разгибатели предплечья (рис. 19) обеспечивают движение кисти и пальцев. Эволюция определила использование рук во время бега в двух аспектах: во-первых, для стабилизации тела, а во-вторых, для удержания тела в вертикальном положении при движении каждой ноги. Сильные верхние конечности не только помогают развить полную мощность движения во время спринта, но и позволяют плечам расслабиться. Когда плечи напряжены, скорость бега неизбежно падает.

Необходимо знать, что если руки не будут включены в процесс бега, то не будет полной отдачи. Когда руки устают, уменьшаются длина и частота шага, в результате чего бегун замедляет движение.

Методические указания: держать спину ровно, выполняя упражнения для бицепсов. Не раскачиваться, чтобы помочь движению. Выбрать вес, который не препятствует плавному движению, относительно легкое отягощение. Локти держать ближе к корпусу, зафиксировать положение. Движение должно совершаться за счет бицепсов, а не плеч [4].

Бегуны, выбирая упражнения для рук, отдают предпочтение упраж- нениям для бицепсов, но для сбалансированного развития необходимо прорабатывать также и трицепсы. Упражнения для этих групп мышц следует выполнять с относительно небольшим весом, потому что бегунам на длинные дистанции необходимо поддерживать ритмичную работу рук на заключительных стадиях забегов, а не совершать мощные махи руками, как спринтерам, им следует выполнять большое число повторений (18-24) для повышения мышечной выносливости. Для бегунов на средние дистанции и спринтеров достаточно 8-12 повторений с большим весом отягощения.

Рис. 20. Попеременный подъем гантели на бицепс стоя

И.п. – стойка, ноги на ширине плеч, немного согнуты в коленях, руки с гантелями вниз (рис. 20).

1 – правая рука с гантелью тыльной стороной к плечу; 2 – и.п.; 3 – левая рука с гантелью тыльной стороной к плечу; 4 – и.п.

Выполнить 2 подхода по 12-15 раз.

Методические указания: во время выполнения упражнения не раскачиваться, верхняя часть руки зафиксирована в локте, проходя отметку 90°, верхняя часть руки не должна двигаться вместе с ней. Стоя боком к зеркалу, проследить за тем, чтобы локоть был зафиксирован (основная нагрузка должна приходиться на бицепс).

Мышцы, участвующие в работе

Основные: бицепс, плечевая мышца, передний пучок дельтовидной мышцы.

Дополнительные: плечелучевая мышца, лучевой сгибатель запястья.

Безопасность при выполнении

Упражнение может вызвать проблемы, если попытаться выполнять его с отягощением слишком большого веса. Оптимальный вес должен быть достаточно велик, чтобы обеспечить должную нагрузку для всех повторений, но при этом не вызывать нарушения формы выполнения упражнения. Не поднимать гантель с помощью мышц верхней части спины. Движение выполняется только за счет бицепсов.

Значимость мышц для бега

Развитие силы мышц не равнозначно приращению мышечной массы. Упражнение для бицепсов, выполняемое с правильно подобранным весом отягощения и большим количеством повторений в комплексе с напряженной беговой программой, обеспечит повышение функциональной силовой выносливости без прироста мышечной массы. Цель студента в беге на длинные дистанции состоит в том, чтобы обеспечить надежный

противовес движениям ног, поэтому во время длительного тренировочного или соревновательного забега бицепсы уставать не должны. В данном случае высшим приоритетом является силовая выносливость, выполнение 12-18 повторений и многочисленных подходов попеременного подъема гантели на бицепс стоя.

Подъем штанги или палки с подвешенными на ней пластиковыми бутылками с водой на бицепс можно выполнять прямым, средним, узким и широким хватом. Узкий хват активнее других задействует двуглавые мышцы плеч. Широкий хват подключает передние пучки дельтовидных мышц. Можно использовать все три варианта хвата (см. рис. 21). Полная тренировка для бицепсов может состоять из одного этого упражнения – по подходу с каждым хватом.

Рис. 21. Подъем штанги на бицепс разнохватом

Рис. 22. Попеременный «молоток» стоя

И.п. – стоя, ноги на ширине плеч, руки вниз с гантелями (рис. 22).

1 – гантель к плечу; 2 – и.п.

Выполнить 2 подхода по 15 раз на каждую руку.

Методические указания: верхняя часть руки должна быть зафиксирована, она не должна двигаться вместе с ней, когда гантель проходит 90°.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: бицепс, плечевая мышца.

Дополнительные: мышцы-разгибатели предплечья.

Безопасность при выполнении

Не поднимать гантель за счет мышц верхней части спины. Движение выполняется только с помощью бицепсов. Стоя боком к зеркалу, проследить за тем, чтобы локоть оставался в фиксированном положении (основная нагрузка должна приходиться на бицепс).

Значимость мышц для бега

Выполнение этого упражнения напоминает подъем на бицепс – меняется только положение кисти руки. «Молоток» развивает преимущественно силу бицепса, в меньшей степени – плечевой мышцы. Выполняя данное упражнение в конце тренировки бицепса, можно довести эту группу мышц до окончательного утомления. «Молоток» повышает гибкость локтевого сустава, так как нагрузка распределяется по всему диапазону движения.

Нередко бегуны жалуются на боли в области бицепсов после коротких забегов. Поскольку в этом случае требуется более активная работа рук, на мышцы верхней части рук приходится большая нагрузка. Выполняя упражнения для бицепсов, можно предотвратить наступление усталости во время забегов, а также сократить время отдыха между повторениями силовых упражнений.

«Молоток» двумя руками сидя

И.п. – сидя на скамье, ступни прижаты к полу, спина ровная, руки с гантелями вниз, ладони обращены друг к другу.

1 – «молоток» одновременно двумя руками; 2 – и.п.

Выполнить 2 подхода по 15 раз.

Методические указания: упражнение требует координации обеих рук и может приводить к утомлению мышц быстрее, чем вариант с попеременным подъемом рук.

Рис. 23. Экстензия на трицепс с гантелью лежа

И.п. – лежа на спине, на скамье, ступни плотно прижаты к скамье, в руках согнутых под углом 90° гантели (рис. 23).

1 – руки с гантелями вверх; 2 – и.п.

Выполнить 2 подхода по 10-12 раз.

Методические указания: при выполнении упражнения удерживать гантели, туловище неподвижно.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: трицепс.

Безопасность при выполнении

Начинать выполнять упражнение, держа гантель в выпрямленных руках над головой. В этом случае первым движением станет обратная фаза упражнения – опускание гантели за голову.

Значимость мышц для бега

Экстензия на трицепс, направлена на укрепление трицепсов (мышц-антагонистов для бицепсов), что создает сбалансированную и хорошо развитую мускулатуру верхней части руки. Мышцы предплечья используются в качестве вспомогательных. Движение осуществляется только в локтевых суставах и производится исключительно за счет трицепсов.

Рис. 24. Экстензия на трицепс со штангой или с палкой подвешенными на ней пластиковыми бутылками с водой на наклонной скамье лежа

И.п. – лежа на спине, на скамье, ступни плотно прижаты к скамье, в руках согнутых под углом 90° штанга (рис. 24). Вместо штанги можно использовать палку с подвешенными на ней пластиковыми бутылками с водой.

1 – руки вверх; 2 – и.п.

Выполнить 2 подхода по 10 раз.

Методические указания: при выполнении упражнения удерживать штангу, туловище неподвижно.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: трицепс.

Безопасность при выполнении

Начинать выполнять упражнение, держа гантель в выпрямленных руках над головой. В этом случае первым движением станет обратная фаза упражнения – опускание гантели за голову.

Рис. 25. Разгибание руки с гантелью на скамье

И.п. – стоя, упор левым коленом на скамью, правой рукой упор в скамью и правую ногу поставить на пол (см. рис. 25). Держать ровно спину и голову. Рука с гантелью согнута в локте под углом примерно 90°, ладонь обращена к бедру.

1 – разогнуть руку – выдох; 2 – и.п. – вдох.

Выполнить 2 подхода по 15 раз на каждую руку.

Методические указания: держать локоть в фиксированном положении на одной линии с корпусом, не менять положение локтя во время выполнения упражнения. Прижать локоть к туловищу и зафиксировать положение, не опускать плечо, чтобы помочь движению.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: трицепс.

Дополнительные: надостная мышца, подостная мышца, дельтовидная мышца, большая грудная мышца.

Значимость мышц для бега

Разгибание руки с гантелью задействует главным образом трицепс, но также подключает надостную и подостную мышцы, так как начальная фаза маха рукой в беге начинается от плеча, укрепление мышц плеч и плечевого пояса посредством этого упражнения помогает предотвратить утомление рук и ухудшение осанки, что является причинами снижения беговых показателей в связи с нерациональными тратами энергии.

Рис. 26. Разгибание обеих рук с гантелями

И.п. – стоя в полунаклоне, ноги на ширине плеч, гантели в руках внизу (см. рис. 26).

1 – одновременно разогнуть руки; 2 – и.п.

Выполнить 2 подхода по 15 раз.

Методические указания: упражнение прорабатывает те же мышцы, что и в ходе разгибания одной руки на скамье, а также активизируются брюшной пресс и мышцы поясницы, чтобы стабилизировать корпус.

И.п. – стоя, хватом снизу держать штангу или палку с подвешенными на ней пластиковыми бутылками с водой, ноги немного уже ширины плеч. Угол между верхней частью рук и предплечьями примерно 75°.

1 – руки вниз – выдох (локти не меняют исходного положения); 2 – и.п. – вдох.

Выполнить 2 подхода по 15 раз.

Методические указания: локти приближены к бокам, их положение остается зафиксированным в ходе всего упражнения.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: трицепс, мышцы-разгибатели предплечья.

Значимость мышц для бега

При выполнении упражнения «тяга вниз» прорабатываются прежде всего трицепсы, но поскольку используется обратный хват, то дополнительно развиваются также и мышцы предплечий. Упражнение отлично подходит в качестве переходного от упражнений преимущественно на трицепс к упражнениям для предплечий. Трицепсы и

мышцы-разгибатели предплечий в ходе этого упражнения быстро утомляются, они устают во время забегов на длинные дистанции, где активная работа рук является дополнительным средством увеличения скорости бега.

Рис. 27. Подъем на предплечье и обратный подъем на предплечье

Выполнение подъема на предплечье

И.п. – сидя в полунаклоне на скамье с опорой на предплечья, в руках штанга хватом снизу, кисти и запястья выходят за край скамьи (рис. 27). Вместо штанги можно использовать палку с подвешенными на ней пластиковыми бутылками с водой.

1 – штанга вверх; 2 – и.п.

Выполнить 2 подхода по 10 раз.

Методические указания: подъем штанги или палки с подвешенными на ней пластиковыми бутылками с водой до полного выпрямления на кистях рук, выполняя движение за счет мышц предплечий.

Выполнение обратного подъема на предплечье

И.п. – сидя в полунаклоне на скамье с опорой на предплечья, в руках штанга или палка с подвешенными на ней пластиковыми бутылками с водой хватом сверху, кисти и запястья выходят за край скамьи (см. рис. 27).

1 – штанга или палка с подвешенными на ней пластиковыми бутылками с водой вверх (до полного выпрямления на кистях рук, выполняя движение за счет мышц предплечий); 2 – и.п.

Выполнить 2 подхода по 10 раз.

Методические указания: сосредоточиться на полном растягивании мышц, быстрым движением штангу или палку с подвешенными на ней пластиковыми бутылками с водой не опускать. При неудобном положении – положить предплечья на переднюю поверхность бедер.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: мышцы-сгибатели предплечий, мышцы-разгибатели предплечий.

Значимость мышц для бега

На начальном этапе силовой подготовки мышцы-сгибатели и мышцы- разгибатели предплечья укрепляются в ходе других, неспецифических упражнений. В дальнейшем можно начать использовать подъем на предплечье и обратный подъем на предплечье для особой проработки этих мышц. Каждое предплечье удерживается под углом примерно 90° к верхней части руки, выступая в качестве противовеса действию противоположной ноги. За длительное время бега неизбежно наступает усталость мышц, запуская цепь биомеханических изменений, приводящих к нарушению осанки и излишним затратам энергии. Выполняя силовые упражнения для рук, наступление этой реакции можно смягчить или вообще предотвратить, что равноценно экономии энергии и лучшим беговым результатам.

3.2. Упражнения для средней части тела

Главная задача костей, составляющих таз женщины, заключается в создании защитной структуры для развивающегося утробного плода. Мужчинам эта функция не нужна. У них более узкие бедра формируют платформу, соединяющую ноги с остальными частями тела. Таз мужчин эволюционно формировался для обеспечения движения [4, 10].

Таз составляют шесть костей: две подвздошные, две седалищные и две лобковые кости (см. рис. 28). И хотя эти кости прочно соединяются друг с другом без видимых промежутков, подвздошные кости соединяются с крестцом посредством крестцово-подвздошных суставов, и в данной области может наблюдаться значительная степень подвижности. Это становится очевидным во время родов, когда гормональные изменения вызывают ослабление связок, удерживающих суставы, что приводит к частичному вывиху. Выше крестца расположено пять позвонков поясничного отдела, которые играют важную роль в поддержании стабильности всей скелетной структуры. Каждая лобковая кость соединяется с лобковым симфизом. Это прочное фиброзное соединение может быть подвержено повреждениям в результате хронической перетренированности, так как оно формирует опорную точку и точку приложения максимальной силы.

С каждой стороны подвздошной кости имеется вертлужная впадина, формирующая шаровидный тазобедренный сустав. Такая форма сустава эволюционно сложилась для того, чтобы совместить максимальную стабильность с максимально возможным диапазоном движения. Подобным образом устроен и менее глубокий плечевой сустав, который в большей степени подвержен вывихам под нагрузкой. Головка бедренной кости лежит в округлом углублении тазобедренного сустава, диапазон движения которого

ограничен этим углублением, а также плотностью и эластичностью окружающих его мышц и сухожилий.

Если таз уподобить циферблату часов, то два крестцово-подвздошных сустава располагаются в небольшом отдалении друг от друга в позиции 11 и 13 часов; тазобедренные суставы – в позиции 4 и 8 часов; лобковый симфиз – в позиции 6 часов. Если один из этих суставов смещается, другой также должен изменить свое положение, чтобы компенсировать перемещение. Это приобретает большое значение при беге, при котором таз поворачивается из стороны в сторону, воздействуя на все структуры таза.

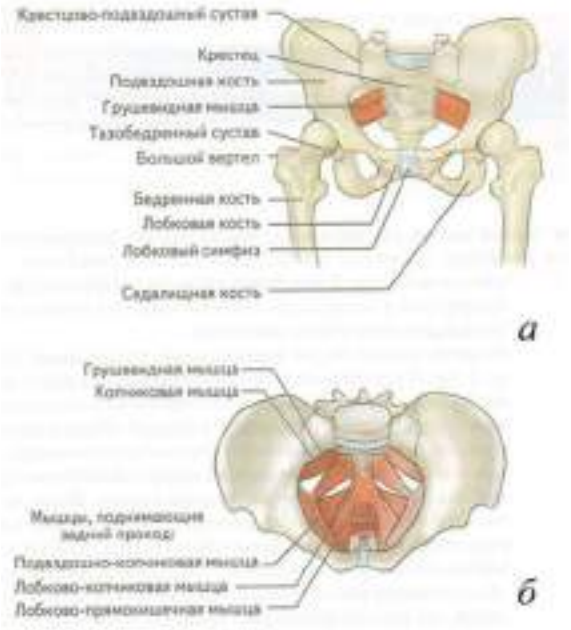


Рис. 28. Кости и мышцы таза: *а* – костные структуры; *б* – мышцы таза

Тазовое дно формируют мышцы, поднимающие задний проход (см. рис. 29), которые, собственно, и выполняют указанную функцию. Помимо этого, они являются опорой для внутренних органов. Ослабление мышц, поднимающих задний проход, может привести к недержанию, поэтому их нужно укреплять и поддерживать в тонусе. Бег повышает давление в брюшном отделе, и любое ослабление мышц может вызвать нежелательные физические симптомы.

Другие мышцы тазового дна выполняют двойную функцию – стабилизируют ноги и приводят их в движение в тазобедренных суставах. Стабильность дополнительно обеспечивается некоторыми крупными сухожилиями, которые относительно слабо растягиваются, тем не менее позволяя совершать движения в достаточно большом диапазоне. Подвздошно- поясничные мышцы, отходящие от поясничного отдела позвоночника и внутренней части крестца и проходящие через таз, формируют мягкие стенки для внутренних органов с внутренней стороны бедренной кости ниже

тазобедренного сустава. Выше поясничного отдела позвоночника располагаются их антагонисты – мышцы, выпрямляющие позвоночник, которые стабилизируют его извне. Подвздошно-поясничные мышцы являются мощными сгибателями бедер, подтягивающими бедра (ногу выше колена) к животу.

Рис. 29. Мышцы средней части тела и бедра: *а* – вид сзади; *б* – вид спереди

Ягодицы сформированы тремя слоями ягодичных мышц, отходящих вниз от спины под углом 45° к крестцу. Сокращение наружного слоя – большой ягодичной мышцы, выпрямляет и поворачивает тазобедренный сустав наружу. Большая ягодичная мышца переходит в напрягатель широкой фасции. Расположенные под большой ягодичной мышцей средняя и малая ягодичные мышцы отходят от вершины бедренной кости в области большого вертела. Их задача – отведение бедра наружу. Тазобедренный сустав в этом случае работает как центр шарнира.

Студенты, испытывающие боли в области поясницы, часто страдают синдромом грушевидной мышцы. Грушевидная мышца располагается параллельно средней ягодичной мышце, а боль появляется, скорее всего, по причине близости к седалищному нерву, который раздражает грушевидная мышца. Она стабилизирует тазобедренный сустав и позволяет отводить бедро.

Так как тазобедренный сустав подвижен, несколько мышечных групп должны уравновешивать действие мышц, расположенных в области таза. Эти мышцы в основном отводят бедро назад, в сторону и поворачивают его наружу. Противоположные мышцы – мышцы верхней части ноги, зачастую выполняют сразу несколько функций. Задняя группа мышц бедра (полуперепончатая мышца, полусухожильная мышца и двуглавая мышца бедра) берет начало от лобковой кости и идет вниз по бедру с обратной стороны коленного сустава, выступая в качестве его сгибателя (см. рис. 29). Функция этих мышц заключается в отведении бедра назад. Функцией, противоположной отведению, является приведение. Три приводящие мышцы (большая, длинная и короткая) вместе с тонкой и гребенчатой мышцами позволяют нам сводить бедра. Эти мышцы берут начало от

лобковой кости и проходят по внутренней стороне бедра. Подобно подвздошно-поясничным мышцам четырехглавые и портняжные мышцы также отводят бедро и, сокращаясь, сгибают его.

Процесс бега требует повторяющихся движений, поэтому мышечный дисбаланс может приводить к воспалению суставной сумки.

В отличие от груди, живот не имеет костной структуры, выполняющей функцию стабилизации. Высота по вертикали задается и поддерживается поясничным отделом позвоночника. Функцию стабилизации выполняют органы брюшной полости, прилагающие противоположно направленное давление на мышечную стенку, состоящую из прямой мышцы живота, которая отходит от основания грудной клетки, проходит по центру и соединяется с лобковым симфизом и лобковой костью (см. рис. 30).

С боковых сторон диагонально расположены наружные и внутренние косые мышцы и поперечная мышца живота, выполняющие три функции: повороты корпуса, сгибание туловища вперед и защиту внутренних органов брюшной полости. Во время бега мышцы поочередно растягиваются и сокращаются по мере того, как таз движется не только из стороны в сторону, но также поворачивается, поднимается и опускается относительно окружающих его частей тела. Эти мышцы вместе с ребрами и диафрагмой участвуют в дыхании, когда оно становится учащенным, что особенно заметно, когда спортсмен начинает часто и тяжело дышать. Таким образом, мышцы выполняют несколько функций одновременно, они действуют эффективнее, если достаточно развиты.

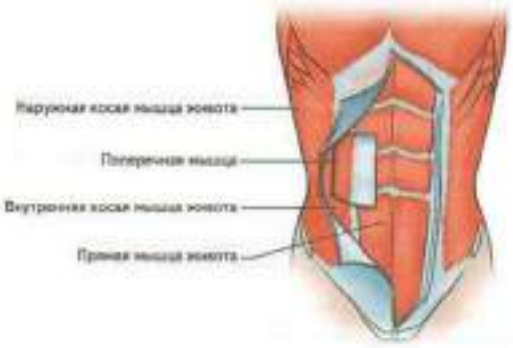


Рис. 30. Мышцы живота

Мышцы поясницы и поясничный отдел позвоночника мало задействованы, стабилизируя корпус, позволяя спортсмену сохранять правильную осанку. Во время бега позвоночник может сгибаться, когда корпус наклоняется вперед или назад в соответствии с изменением рельефа местности, но этому противодействуют мышцы поясницы и поясничный отдел позвоночника. Круговая мускулатура обеспечивает повороты корпуса, наклон тела при прохождении поворотов и движении по любому склону, отсюда – мышцы должны сокращаться и растягиваться, чтобы поддерживать стабильность корпуса и тела в

целом. Такие сложные движения должны сосуществовать в сочетании со всеми другими вариантами положения тела, которые оно принимает, когда ноги двигаются и легкие дышат. Потенциальная сила мышц, особенно окружающих поясничный отдел позвоночника, должна рассматриваться как значимый фактор для каждого бегуна, поскольку слабость этих мышц неизменно скажется на других областях [4].

Рекомендации для проведения занятий: при выполнении упражнений с весом собственного тела следует делать несколько подходов с большим количеством повторений. Необходимо их выполнять в медленном темпе, при отсутствии дополнительного отягощения сосредоточиться следует на максимально точном выполнении движений.

Большое количество повторений позволяет эффективно развивать мышечную выносливость, в чем заинтересованы бегуны на длинные дистанции. Вместе с тем увеличить силу, позволяющую повысить скорость бега, можно, только используя на занятиях отягощения большого веса.

Упражнения для средней части тела следует выполнять на всех стадиях занятий, т.к. во многих случаях используется только вес собственного тела без дополнительных отягощений, их можно выполнять 3-4 раза в неделю.

Упражнения для мышц поясницы и ягодиц

И.п. – упор лежа (см. рис. 31). 1 – корпус вверх; 2 – и.п.

Выполнить 2 подхода по десять раз.

Методические указания: при выполнении упражнения подъем корпуса зафиксировать на 10-15 с.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: мышца, выпрямляющая позвоночник; большая ягодичная мышца.

Дополнительные: задняя группа мышц бедра, прямая мышца живота, наружная косая мышца живота, внутренняя косая мышца живота.

Рис. 31. Экстензия спины с отжиманием от пола

Значимость мышц для бега

Экстензия спины с отжиманием от пола помогает укрепить мышцы и связки спины, непосредственно мышцу, выпрямляющую позвоночник, которая является антагонистом прямой мышцы живота. Упражнение как укрепляет, так и растягивает поддерживающие мышцы крестцового и поясничного отделов позвоночника, помогая правильно поворачивать таз и уменьшая угол его наклона вперед (если выполняется слишком большое количество упражнений для укрепления брюшного пресса, что может приводить к дисбалансу между брюшным прессом и мышцами поясницы). Упражнение не следует путать со стандартным отжиманием от пола.

В укреплении мышц средней части тела основное внимание зачастую уделяется брюшному прессу, а мышцам поясницы и ягодиц отводится меньше времени. Тем не менее без сильных мышц ягодиц и уверенной поддержки поясницы задняя группа мышц бедра не может генерировать достаточно силы, даже если сама по себе она хорошо развита. Поскольку мышцы сильны лишь настолько, насколько позволяет самое слабое звено в кинетической цепи.

Для бегового шага большое значение имеет правильное движение таза. Смещение таза, обусловленное мышечным дисбалансом между брюшным прессом и мышцами поясницы, может привести к травмам, которые снизят беговые показатели даже при условии хорошей подготовки сердечно- сосудистой системы.

И.п. – лежа на животе на полу, руки вперед, ноги вместе (рис. 32).

1 – одновременно поднять левую руку и правую ногу на 7-10 см; 2 – и.п.; 3 – одновременно поднять правую руку и левую ногу; 4 – и.п.

Выполнить 2 подхода по 10 раз.

Рис. 32. Попеременный подъем рук и ног

Методические указания: при выполнении упражнения в поднятом положении руки и ноги зафиксировать на 10-15 с.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: мышца, выпрямляющая позвоночник; большая ягодичная мышца.

Дополнительные: задняя группа мышц бедра, прямая мышца живота, наружная косая мышца живота, внутренняя косая мышца живота.

Значимость мышц для бега

Цель упражнения – укрепить и растянуть мышцы поясницы, ягодиц и, в меньшей степени, брюшного пресса, чтобы сохранить правильный наклон таза во время бега. Смещение таза запускает цепную реакцию смещения других частей тела, что негативно сказывается на технике бега и приводит к дополнительному расходу энергии. Мышцы спины, ягодиц и брюшной пресс работают одновременно, но также уравновешивают друг друга, чтобы сгенерировать силы для выполнения упражнения. Это напоминает механизм работы мышц средней части тела во время бега. Поскольку таз поворачивается в разных направлениях, средняя часть тела должна динамично стабилизироваться, отвечая на изменения беговой поверхности, повороты и неверные шаги (рис. 33).

Рис. 33. Гиперэкстензия поясницы на мяче

Использование мяча изменяет динамику гиперэкстензии поясницы, если использовать только одну руку (а при достаточной тренированности можно обходиться и без рук), можно развивать проприоцепцию (координацию расположения тела в пространстве). Также можно научиться удерживать равновесие на мяче, если освоить технику выполнения упражнения и укрепить мышцы средней части тела, чтобы они активизировались по мере необходимости. Бегуны склонны пренебрегать упражнениями, развивающими проприоцепцию, поскольку их польза не очевидна. В действительности хорошая проприорецепция улучшает технику, создавая более плавный стиль бега.

Упражнения для брюшного пресса и таза

И.п. – лежа на спине, ноги согнуты в коленях, ступни прижаты к полу, руки за головой (рис. 34).

1 – поднимать корпус вверх, отрывая по одному позвонку от пола и одновременно прижимая к нему ягодицы; 2 – и.п.

Выполнить 2 подхода по 25-30 раз.

Рис. 34. Подъем корпуса на полу

Методические указания: при выполнении упражнения в верхней точке корпус должен составлять с полом угол 45°. Можно работать в паре с партнером, для удержания стоп, что облегчает упражнение и позволяет выполнить большее количество повторений.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: прямая мышца живота, наружная косая мышца живота.

Дополнительные: напрягатель широкой фасции, четырехглавая мышца.

Безопасность при выполнении

Не смыкать ладони за головой, а просто завести их за затылок, иначе можно растянуть мышцы шеи, помогая подъему корпуса движением рук.

Рис. 35. Подъем корпуса с поворотом

И.п. – лежа на спине, ноги согнуты в коленях, ступни прижаты к полу, руки за головой (рис. 35).

1 – корпус вверх с поворотом; 2 – и.п.

Выполнить 12 раз в каждую сторону.

Методические указания: при выполнении упражнения можно на каждое повторение менять стороны, но при этом обязательно касаться локтем колена противоположной ноги.

Значимость мышц для бега

Брюшной пресс и мышцы поясницы являются антагонистами и уравно- вешивают друг друга, так же как четырехглавые мышцы и задняя группа мышц бедра. Для того чтобы избежать мышечного дисбаланса и травм, упражнения для брюшного пресса

необходимо выполнять после силовых упражнений для мышц поясницы. Не следует выполнять подъем корпуса с максимальной скоростью, движение должно быть относительно быстрым, опускать корпус следует медленно, контролируя работу брюшного пресса.

Упражнение помогает прорабатывать главным образом прямую мышцу живота, которая управляет сокращением брюшного отдела. Так как все упражнения для брюшного пресса задействуют эту мышцу, серию упражнений можно начать с подъема корпуса, достаточно одного подхода до утомления.

Большое значение для бегового шага имеет правильное движение таза. Смещение этой области, обусловленное мышечным дисбалансом между брюшным прессом и мышцами поясницы, может привести к травмам, которые снизят беговые показатели даже при хорошей подготовке сердечно-сосудистой системы.

И.п. – вис на перекладине хватом сверху (рис. 36).

1 – колени к груди; 2 – и.п.

Выполнить 10 раз.

Рис. 36. Подъем ног в висе

Методические указания: при выполнении упражнения по сгибанию ног корпус не должен раскачиваться. Упражнение чрезмерно нагружает плечи; при травме плеча необходимо ограничить число повторений.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: прямая мышца живота, наружная косая мышца живота, подвздошно-поясничная мышца.

Дополнительные: широчайшая мышца спины, передняя зубчатая мышца.

Стандартный подъем ног в висе задействует наружные и внутренние косые мышцы живота, но добавление при подъеме поворота ног увеличивает роль мышц, которые отвечают за поворот и наклоны корпуса в стороны (рис. 38). Косые мышцы живота позволяют корпусу наклоняться в стороны, тем самым давая возможность приспосабливаться к беговой поверхности, а также они вместе с диафрагмой и ребрами участвуют в дыхании.

Рис. 37. Подъем ног с поворотом в висе

Значимость мышц для бега

Мышцы-сгибатели бедра, в частности подвздошно-поясничная мышца, очень устают за время долгого забега по одной и той же поверхности. Укрепив их, спортсмены могут отсрочить наступление утомления. Кроме того, во время бега по пересеченной местности, когда приходится помногу поднимать ноги, слабые мышцы устанут быстрее и бегуну труднее станет твердо держаться на ногах.

И.п. – стоя, ноги на ширине плеч, правая рука с гантелью внизу, левая рука согнута в локте и заведена за голову (см. рис. 38).

1 – наклон вправо; 2 – и.п.

Выполнить 12 раз правой рукой, затем переложить гантель в левую руку и повторить упражнение.

Методические указания: при выполнении упражнения наклон корпуса выполнять в медленном темпе.

Рис. 38. Наклоны в стороны с гантелью

Мышцы, участвующие в работе

Основные: наружная косая мышца живота.

Дополнительные: прямая мышца живота, квадратная мышца поясницы.

Значимость мышц для бега

Целью упражнения является гармоничное развитие мышц живота. Большинство упражнений сосредоточены на проработке прямой мышцы живота. Наклоны в стороны, выполняемые в упражнении, позволяют укрепить наружные косые мышцы живота, которые прорабатываются в ходе подъема ног с поворотом в висе. Укрепление наружных косых мышц живота дает возможность минимизировать наклоны корпуса из стороны в сторону в конце скоростного забега или ускорения во время тренировки скорости, т.к. мелкие мышцы живота устают быстрее, чем крупные (прямая мышца живота); имеет смысл выполнять упражнения, направленные на проработку мелких мышц, чтобы они поддерживали свою относительную силу.

Практическое применение упражнения состоит в исключении раскачивания корпуса из стороны в сторону во время бега. Раскачивание может быть обусловлено различной постановкой ног в связи с неровностью беговой поверхности, но более распространенной причиной этой проблемы является слабость мышц живота, особенно косых. Неспособность мышц живота удерживать корпус в вертикальном положении приводит к раскачиванию таза из стороны в сторону.

И.п. – лежа на спине, руки вверх за голову, левая нога согнута в колене, а правая (прямая) вверх от пола примерно на 15 см (рис. 39).

1 – руки вперед-вверх, поднять корпус, одновременно поднять прямую правую ногу; 2 – и.п.

Выполнить 2 подхода по 10-12 раз.

Рис. 39. Подъем корпуса и ноги

Методические указания: корпус поднимать с подбородка и груди, дотронуться руками прямой поднятой ноги в верхней точке.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: прямая мышца живота, поперечная мышца живота, подвздошно-поясничная мышца.

Дополнительные: задняя группа мышц бедра, большая ягодичная мышца. Использование медицинского мяча позволяет интенсивнее проработать мышцы живота, т.к. используется дополнительное отягощение (рис. 40). Медицинский мяч удерживается на расстоянии вытянутых рук от мышц живота, поэтому даже легкий 1-3-килограммовый мяч (в зависимости от физической подготовки) ощущается как достаточно тяжелый по причине удаления от точки опоры (т.е. от мышц живота). Необходимо в ходе упражнения учитывать дополнительное отягощение, что помогает развивать координацию движений – умение, которое невозможно развить в результате простого бега.

Рис. 40. Подъем корпуса и ноги с медицинским мячом

Значимость мышц для бега

Упражнение динамичное быстро утомляет мышцы живота и подвздошно-поясничные мышцы, т.к. в подъеме корпуса и ноги сочетается движение верхней и нижней части тела. Упражнение следует выполнять до полной усталости подъема корпуса и ноги, а также вариант с медицинским мячом, особенно если их выполнять в конце силовой тренировки, для тренировки мышц живота вполне достаточно.

3.3. Упражнения для мышц ног

Мышцы нижней части туловища и верхней части ног участвуют в совершении одних и тех же движений. Так, некоторые мышцы таза помогают движению и стабилизации ног – и наоборот. То же относится и к мышцам верхней части ноги, соединяющим тазобедренный и коленный суставы и соответственно влияющим на их движения и устойчивость. Верхняя часть ноги (рис. 41), или бедренная кость соединяется с лобковой и седалищной костями посредством тазобедренного сустава. Коленный сустав схож по функции со шкивом [4, 10]. Надколенник (коленная чашечка) перемещается по углублению в нижнем окончании бедренной кости, направляя действие выпрямляющих сил четырехглавой мышцы в области колена.

Рис. 41. Костные структуры верхней части ноги

Четырехглавая мышца бедра (см. рис. 42, *а*) имеет четыре головки: прямая мышца бедра, латеральная широкая мышца бедра, медиальная широкая мышца бедра и промежуточная широкая мышца бедра. Одной головкой она начинается от подвздошной кости и тремя – от бедренной и одним общим сухожилием крепится к большеберцовой кости, охватывая надколенник. Сокращение этой крупнейшей группы мышц позволяет выпрямлять коленный сустав и подтягивать колено к груди.

Особенную значимость это имеет для спринтера, которому сокращение четырехглавых мышц бедер позволяет увеличить длину шага. И все же высокий подъем колена приводит к излишнему расходу энергии в забегах на длинные дистанции, для которых специфичен незначительный диапазон движения тазобедренных и коленных суставов. Отсюда во время бега четырехглавые мышцы выполняют две функции, цель обеих – увеличение длины бегового шага. Если нога полностью выпрямлена в колене и четырехглавые мышцы максимально напряжены, то увеличивается не только длина шага, но и фаза переноса маховой ноги, что позволяет уже сгенерированному ускорению продвинуть тело дальше вперед.

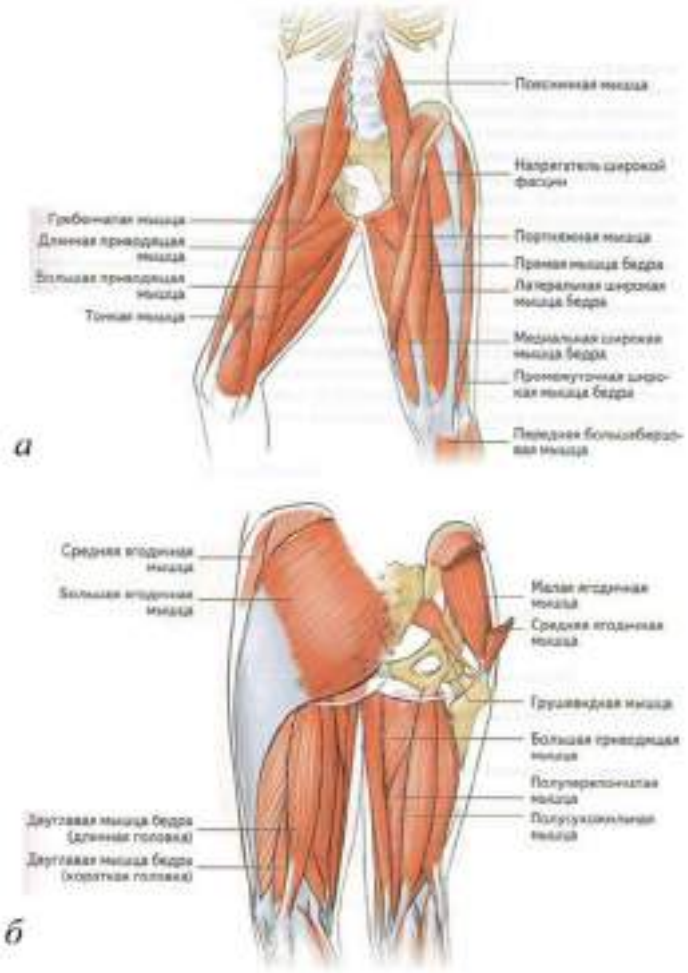


Рис. 42. Верхняя часть ноги: *а* – вид спереди; *б* – вид сзади

Таким образом, все это можно отнести и к задней группе мышц бедра (см. рис. 42, *б*), проходящей через оба сустава (коленный и тазобедренный), но входящие в нее мышцы действуют противоположным образом, чтобы выпрямить ногу в тазобедренном суставе и согнуть ее в коленном суставе. Полуперепончатая, полусухожильная и двуглавая мышцы бедра имеют определенную согласованность в центре единого мышечного массива. Они расположены в разных точках таза, но за коленом расходятся и крепятся к тыльной части

большеберцовой и малоберцовой костей. Сокращение мышц задней группы бедра позволяет отвести ногу назад; движение в особенности выражено у спринтеров. Бегуну на длинные дистанции увеличение диапазона сгибания колена не нужно, так как мышцы задней группы в этом случае отвечают за движения в области бедра.

Можно условно разделить заднюю группу мышц бедра на верхнюю и нижнюю половины, хотя верхняя часть мышц является разгибателем тазобедренного сустава, нижняя часть сгибает коленный сустав и ограничивает его подвижность. У бегуна на длинные дистанции задняя группа мышц бедра имеет ограниченный диапазон движения в коленном и тазобедренном суставах, сокращение этих мышц весьма сильное даже при малых углах сгибания ноги.

Необычно, что колено должно иметь возможность совершать скручивающие движения, но иначе спортсмен не сможет поворачивать и бежать по неровной поверхности. С наружной и внутренней стороны колена (см. рис. 43) расположены коллатеральные связки, которые позволяют этому суставу двигаться вперед и назад. Два мениска, имеющие форму полумесяца и расположенные между бедренной и большеберцовой костями, позволяют осуществлять вращательные движения в суставе, по ним распределяется вес, приходящийся на коленный сустав. Также они позволяют бедренной и большеберцовой костям поворачиваться друг относительно друга. Передняя и задняя крестообразные связки препятствуют чрезмерному движению вперед или назад бедренной кости относительно большеберцовой кости и наоборот. Однако следует отметить, что в первую очередь эти связки направляют движение колена и участвуют в поддержании его стабильности. Важно понимать, что стабильность колена зависит прежде всего от силы окружающих его мышц.

Мышцы бедра должны быть сильными и гибкими, и каждое из этих свойств развивается с помощью специальных упражнений. Поддержание баланса этих двух качеств является жизненно важным, т.к. увеличение силы и объема мышц не придает им гибкости. Справедливо и обратное: недостаточная мышечная масса послужит причиной относительной слабости.

Рис. 43. Коленные связки и ткани

Рекомендации для проведения занятий

При выполнении следующих упражнений для верхней части ног очень большое значение имеет защита коленного сустава. Так как и передняя, и задняя группа мышц бедра крепятся к колену, которое совершает скручивающие движения, чтобы адаптироваться к изменениям беговой поверхности, поворотам, бегу вверх и вниз, постоянно осуществляется стабилизация и релаксация этого сустава. Упражнения, такие как выпад, сначала могут показаться трудными, поэтому начинать их выполнение следует с отягощением небольшого веса, который по мере освоения упражнений можно будет увеличивать. Упражнения на тренажерах помогают защитить колени за счет фиксированного диапазона движения, но это снижает их эффективность.

Упражнения для верхней части ног полезно включать в программу на вводной фазе силовой подготовки. Во время завершающей фазы возможно ввести в качестве замены плиометрические упражнения, которые позволяют прорабатывать мышцы ног, не перегружая их.

Упражнения для приводящих мышц

И.п. – сидя на стуле, ноги сжимают мяч.

1 – свести ноги (используя приводящие мышцы бедер); 2 – и.п.

Выполнить 2 подхода по 15 раз.

Методические указания: стопы не используются при выполнении движений. Акцент делать на сведении ног с помощью медиальных широких мышц бедер.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: длинная приводящая мышца, короткая приводящая мышца, тонкая мышца.

Дополнительные: медиальная широкая мышца бедра.

Значимость мышц для бега

Упражнение на сведение ног можно использовать и в качестве части силовой программы, и в качестве реабилитационной программы, когда необходимо укрепить вспомогательные мышцы без лишней нагрузки на коленные суставы. Многие проблемы с коленями обусловлены дисбалансом между мышцами, образующими четырехглавую мышцу, в связи с чем может происходить смешение коленной чашечки в движении. Упражнение на сведение ног укрепляет приводящие мышцы бедер, а также попутно развивает медиальные широкие мышцы бедер, предупреждая чрезмерное смещение

коленной чашечки. Укрепление приводящих мышц бедра и четырехглавой мышцы способствует мощному выпрямлению ноги в толчковой фазе бегового шага.

Упражнения для четырехглавых мышц бедра

И.п. – сидя на стуле, колени находятся на одной линии с точкой опоры удержания груза, спина прямая, руками держаться за края стула.

1 – ноги вверх (до выпрямления); 2 – ноги вниз – медленно, и.п.

Выполнить 2 подхода по 15-18 раз.

Методические указания: при выполнении упражнения выпрямлять ноги, не выключая их в коленях.

Не раскачиваться, чтобы помочь движению. В случае травмы колена экстензия ног по короткой дуге является замечательной заменой стандартной экстензии ног на тренажере. Единственный недостаток состоит в том, что это упражнение не действует на весь диапазон движения, но когда боль в коленном суставе пройдет, можно будет перейти к стандартной экстензии ног с полным диапазоном движения.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: четырехглавая мышца бедра.

Дополнительные: напрягатель широкой фасции, портняжная мышца.

Значимость мышц для бега

Экстензия ног – замечательное упражнение, поскольку оно достаточно простое в выполнении и позволяет эффективно укрепить четырехглавые мышцы. Данное упражнение равномерно прорабатывает всю четырехглавую мышцу и способствует правильному перемещению коленной чашечки. Бегуны, перенесшие травму колена, при полном выпрямлении ног могут испытывать нежелательную нагрузку на коленную чашечку. Снизить ее и при этом развить четырехглавые мышцы позволит выполнение экстензии ног по короткой дуге (последние 15-20° траектории движения). Это упражнение, эффективно развивающее силу, необходимо включить в программу вводной тренировки.

Упражнения для задней группы мышц бедра

И.п. – лежа на животе на гимнастическом коврике, голову держать ровно, вокруг голеностопа резиновая лента, привязанная к опоре.

1 – согнуть ноги в коленях; 2 – и.п.

Выполнить 2 подхода по 10-15 раз.

Методические указания: при выполнении упражнения акцент делать на задней группе мышц бедра

Мышцы, участвующие в работе

Основные: задняя группа мышц бедра.

Дополнительные: большая ягодичная мышца, малая ягодичная мышца, икроножная мышца.

Безопасность при выполнении

Распространенные ошибки при выполнении этого упражнения: пытаться помочь движению руками; слишком быстро опускать ноги; завершая движение, приводить ноги к ягодицам.

Значимость мышц для бега

В этом упражнении выполняется движение, противоположное экстензии ног на тренажере и дополняющее его. Оно направлено на укрепление задней группы мышц бедра, что позволяет сбалансировать переднюю группу мышц бедра. Задняя группа мышц бедра активизируется во время восстановительной фазы бегового цикла, когда нога сгибается в колене, поднимая голень к ягодице. Задняя группа мышц бедра не настолько сильна, как передняя, поэтому ее следует постоянно укреплять, чтобы избежать дисбаланса. У бегунов на длинные дистанции редко бывают растяжения и разрывы мышц задней группы, но для них характерно закрепощение этой группы мышц, обусловленное проблемами с поясницей. Кроме того, причиной многих травм колена может являться ослабление задней группы мышц бедра.

Единственным недостатком упражнения является то обстоятельство, что оно укрепляет только заднюю группу мышц бедра, оставляя без внимания ягодицы, которые работают совместно с этой группой мышц в цикле бегового шага. Это действительно так, тем не менее, если включать упражнение во вводную тренировку, когда акцент делается на общем развитии силовых качеств, а не на функциональной работе, проблема невелика. Ягодичные мышцы могут попутно прорабатываться и в ходе других упражнений.

И.п. – стоя, ноги на ширине плеч, в каждой руке по гантели (см. рис. 44).

1 – шаг вперед левой ногой так, чтобы бедро оказалось параллельно полу, а голень образовала угол 90° с бедром, правая нога помогает удерживать равновесие; 2 – и.п.

Выполнить 15 раз на каждую ногу.

Методические указания: отталкиваться той ногой, которой делается шаг вперед.

Рис. 44. Выпад с гантелями

Мышцы, участвующие в работе

Основные: четырехглавая мышца бедра, задняя группа мышц бедра, большая ягодичная мышца.

Дополнительные: прямая мышца живота, наружная косая мышца живота.

Безопасность при выполнении

Выполняя упражнение, не давать колену выходить за вертикальную линию, проходящую через носок ведущей ноги. Можно травмировать колено, которое оказывается в неустойчивом положении при выполнении этого трудного анаэробного упражнения.

Выпад с длинным шагом

Делая длинный шаг, создаются условия, при которых большая и средняя ягодичные мышцы укрепляются активнее, чем при обычном шаге. Также растягиваются подвздошно-поясничная мышца и прямая мышца бедра задней ноги.

Значимость мышц для бега

В ходе выполнения выпада укрепляются все мышцы средней части тела, задняя и передняя группы мышц бедра. Вместо гантелей можно использовать штангу, но удержание ее на плечах приводит руки в неестественное для бегуна положение. Студентам при выполнении упражнения обычно удобнее держать руки опущенными.

Упражнение замечательно подходит для второй, силовой, фазы занятий. Выпад относится к числу функциональных упражнений и с добавленным весом гантелей может эффективно развивать силу.

Наклоны вперед с согнутыми ногами

И.п. – стоя, на плечах штанга или палка с подвешенными на ней пластиковыми бутылками с водой с легким весом, ноги на ширине плеч (см. рис. 45).

1 – наклон вперед от поясницы – вдох; 2 – и.п.

Выполнить 2 подхода по 8-10 раз.

Методические указания: во время движения ягодицы отводятся назад.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: задняя группа мышц бедра, большая ягодичная мышца.

Дополнительные: икроножная мышца, наружная косая мышца живота, внутренняя косая мышца живота.

Рис. 45. Наклоны вперед с согнутыми ногами

Значимость мышц для бега

Наклоны вперед с согнутыми ногами – простое, но очень эффективное упражнение. Наряду с укреплением задней группы мышц бедра и ягодиц, оно позволяет также растягивать мышцы, повышая эластичность соединительных тканей между мышцами и костями поясницы и таза. Эта кинетическая цепь также влияет на состояние коленей, поскольку сильная поясница в меньшей степени растягивает заднюю группу мышц бедра, что, в свою очередь, позволяет свободно перемещаться коленной чашечке.

Наклоны вперед можно выполнять и с прямыми ногами (см. рис. 46), но студентам, имеющим хронически закрепощенную заднюю группу мышц бедра, следует выполнять упражнение с согнутыми ногами, т.к. акцент делается на развитии гибкости этих мышц. Когда будет достигнута необходимая степень гибкости, можно переходить к выполнению наклонов с прямыми ногами.

Рис. 46. Наклоны вперед с прямыми ногами

Римская становая тяга

И.п. – стоя, ноги на ширине плеч, слегка согнутые в коленях, носки разведены, в руках гантели хватом сверху (рис. 47).

1 – наклон вперед (от поясницы); 2 – и.п.

Выполнить 2 подхода по 8-10 раз.

Рис. 47. Римская становая тяга

Методические указания: при выполнении упражнения гантели не должны касаться пола. Сохранять естественный изгиб поясницы, не наклоняться слишком низко.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: задняя группа мышц бедра, большая ягодичная мышца.

Дополнительные: мышца, выпрямляющая позвоночник.

Значимость мышц для бега

Это интенсивное упражнение делает акцент на мышцах верхней части ног, особенно задней группы мышц бедра и мышцах ягодиц. Упражнение в высшей мере функционально, поскольку в ходе его мышцы прорабатываются примерно так же, как во время бега, – во всяком случае, более функционально, чем сгибание ног на тренажере. Баланс между двумя крупными группами мышц (передней и задней группами мышц

бедра) является ключевым для выпрямления ноги и толчка во время бега. Чтобы обеспечить непрерывность тренировок и избежать травм, следует ввести в тренировочную программу такие упражнения, как римская становая тяга. Упражнения помогают одновременно укрепить и растянуть заднюю группу мышц бедра.

Принимая во внимание требования, которые налагает скоростной бег на заднюю группу мышц бедра, быстро переключающиеся волокна этих мышц лучше прорабатываются с помощью высокоинтенсивных упражнений, таких как римская становая тяга с гантелями.

Присядания

И.п. – стоя, под штангой на стойке или палкой с подвешенными на ней пластиковыми бутылками с водой, ноги на ширине плеч, носки разведены (см. рис. 48).

1 – снять штангу или палку с подвешенными на ней пластиковыми бутылками с водой со стойки и выпрямиться; 2-3 – присед, опустив корпус и бедра; 4 – и.п.

Выполнить 8-10 раз.

Методические указания: при выполнении упражнения гриф должен лечь на дельтовидные и трапециевидные мышцы (не на шею).

Рис. 48. Приседание

Мышцы, участвующие в работе

Основные: четырехглавая мышца бедра, большая ягодичная мышца, средняя ягодичная мышца, малая ягодичная мышца.

Дополнительные: задняя группа мышц бедра, наружная косая мышца живота, икроножная мышца.

Значимость мышц для бега

В ходе приседания укрепляются преимущественно четырехглавые мышцы бедер, но т.к. в упражнении участвуют и стабилизирующие мышцы, то прорабатываются и мышцы средней части тела, задняя группа мышц бедер и мышцы голеней.

Можно использовать достаточно большой вес отягощения, хотя это необязательно сделает упражнение эффективным. Приседание следует включить в одну тренировку со становой тягой с гантелями или наклонами вперед, чтобы создать баланс между передней и задней группами мышц бедра.

Приседание развивает взрывные качества, поскольку оно сосредоточено на крупных группах мышц. Поэтому его логичнее использовать студентам, которые тренируются для участия в забегах на короткие или средние дистанции.

Упражнение можно включать вводную тренировку для всех студентов, поскольку оно делает акцент на общем развитии силовых качеств, а не на функциональной работе. Акцент на стабилизирующих мышцах средней части тела будет полезен спортсменам на любой фазе тренировочного цикла.

Приседание на одной ноге с гантелями

И.п. – стоя примерно в метре от скамьи, держа в каждой руке по гантели (рис. 49). Положить тыльную сторону стопы правой ноги на скамью позади себя.

Рис. 49. Приседание на одной ноге с гантелями

1 – присед на левой ноге до угла 90° в коленном суставе, а колено правой ноги почти касается пола; 2 – и.п., используя четырехглавые мышцы бедра.

Повторить 12 раз на каждую ногу.

Методические указания: не освоив технику выполнения упражнения, вес гантелей не увеличивать. Упражнение помогает развить приводящие мышцы бедра.

3.4. Упражнения для мышц голени и стопы

Любая структура, способная пройти тест на долговечность, имеет мощное, надежное и предпочтительно широкое основание. Идеальным примером устойчивой конструкции является пирамида, но тело человека имеет далеко не пирамидальную форму. Сохранять вертикальное положение человеку помогают лишь две устойчивые

нижние конечности, усиленные относительно большими стопами, что представляет собой довольно узкое основание.

Большеберцовая кость (рис. 50) является основной костью в пределах нижней части ноги, несущей вес тела.

Рис. 50. Костные структуры и мягкие ткани голени и стопы

Она дополняется более тонкой малоберцовой костью, расположенной с наружной стороны голеностопного сустава. Мышцы, прикрепленные к этим костям, управляют движением голеностопного сустава, плюсны и фаланг пальцев стопы. Голеностопный сустав двигается почти исключительно вперед и назад, но семь костей, составляющих предплюсну, расположены так, что стопа может совершать вращательные движения в плюснефаланговом и подтаранном суставах. Это позволяет каждой стопе поворачиваться наружу и внутрь, чтобы адаптироваться к беговой поверхности [3, 4].

С землей контактируют только три кости ступни. Пятку образует пяточная кость, которая с первой и пятой головками плюсны образует треугольник. Между этим подобием треножника расположен комплекс, состоящий из таранной, кубовидной, ладьевидной и трех клинообразных костей, которые расположены друг напротив друга так, что могут подниматься, образуя арку по длине каждой стопы совместно с пятью костями предплюсны. Они не только меняют положение стопы, чтобы приспособиться к поверхности под ногами, но и позволяют ей совершать движения в стороны. Кости предплюсны формируют верхнюю часть свода стопы и обеспечивают движения стопы наружу или внутрь. Это движение позволяет при беге или ходьбе использовать или внутреннюю, или наружную сторону стопы.

Сила голени, позволяющая осуществлять толчок, обеспечивается двумя мышцами, относящимися к задней группе (рис. 51). Глубокая камбаловидная мышца, соединяясь с икроножной, формирует ахиллово сухожилие, которое крепится к пяточной кости. Сокращение этих мышц обеспечивает разгибание стопы, а более глубокий слой мышц – ее

сгибание. К числу этих глубоких мышц относятся длинный сгибатель пальцев, длинный сгибатель большого пальца стопы и задняя большеберцовая мышца.

Рис. 51. Голень и стопа: *а* – вид сзади; *б* – вид спереди

Передняя группа мышц голени расположена между малоберцовой и большеберцовой костями. Она окружена относительно жесткой фиброзной оболочкой, заключающей в себе переднюю большеберцовую мышцу, длинный разгибатель пальцев и длинный разгибатель большого пальца стопы. Эти мышцы проходят через фронтальную часть голеностопного сустава и крепятся к костям плюсны, предплюсны и пальцев, позволяя поднимать стопу вверх. Им не приходится генерировать столько силы, сколько задней группе мышц голени, поэтому они менее развиты. Дополнительную латеральную устойчивость голеностопного сустава и тыльной части ноги обеспечивают малоберцовые мышцы, которые берут начало от малоберцовой кости и проходят по латеральной стороне голеностопного сустава, заканчиваясь с наружной стороны костей плюсны.

Очень большую силу генерирует ахиллово сухожилие. Его травма сопровождается сильной болью, поскольку эти ткани обильно снабжены нервными окончаниями. Травмированное ахиллово сухожилие очень долго заживает по причине плохого снабжения кровью. Примерно то же самое можно сказать и о подошвенной фасции, которая берет начало от пяточной кости и крепится к основанию костей плюсны. Она представляет собой жесткую полосу фиброзной ткани, самая слабая точка которой

расположена у пятки. Если стопу рассматривать в двух измерениях изнутри, то можно увидеть, что подошвенная фасция представляет собой горизонтальное основание треугольника, образованного костями плюсны и предплюсны.

Эти анатомические данные следует рассматривать в функциональной перспективе. Просматривая замедленную запись контакта стопы с землей и ее отрыва от поверхности, можно понять особенности движений, воспроизводи- мых с каждым шагом. Первая фаза движения называется ударом пятки, после чего стопа поворачивается немного внутрь, причем вес тела последовательно переносится на наружную сторону стопы перед контактом с землей и завершается контактом основания плюсны с поверхностью. Только у немногих бегунов первыми контактируют с землей пальцы стопы. Обычно это связано с недостаточной способностью стопы подниматься вверх. Неспособность к удару пятки может быть вызвана генетическими или структурными нарушениями. Большинство людей не способны долго бежать на носках, потому что задачу по подъему пятки принимают на себя относительно слабые мышцы-сгибатели пальцев, а не мощные мышцы голени, работающие через опорную точку пяточной кости, особенно в случае ограниченной способности к подъему стопы вверх.

После того как вся стопа приходит в соприкосновение с землей, движение продолжается в обратной последовательности: отрыв пятки, перекат по наружной стороне плюсны, толчок носком стопы. Во время этой фазы движения все мышцы сокращаются или расширяются в постоянном ритме, хотя и не одновременно.

Существует три связанных между собой, но отдельных движения. В подтаранном и голеностопном суставах возможны движения в трех плоскостях: отведение-приведение, сгибание-разгибание, поворот стопы наружу и внутрь. Супинация описывается как противоположное движение. Стопа каждой ноги с каждым шагом проходит все эти фазы движения. Когда пронация или супинация становится избыточной, у бегуна могут возникнуть проблемы, которые приведут к болям или травмам. Избыточная пронация, когда нога контактирует с землей плоско, а свод стопы смещается внутрь и пальцы обращаются наружу, может создавать чрезмерное давление на большеберцовую кость, поворачивая ее внутрь. Также создается избыточная нагрузка на связки между костями средней части стопы, поскольку они растягиваются, что негативно влияет на способность мышц стопы, приводящих ее в состояние инверсии, эффективно функционировать. Супинация описывается как обратное действие, при котором на наружную часть стопы бегуна приходится нагрузка, способствующая контакту с землей. Большеберцовая кость непропорционально разворачивается наружу, и эффект дополнительной нагрузки на малоберцовые мышцы может также распространяться и на подвздошно-большеберцовый

тракт. Из-за нагрузок, которые приходятся на стопу, когда она слишком подвижна, избыточная супинация может стать проблемой для бегуна на длинные дистанции.

Еще одна анатомическая особенность – высокий ригидный свод стопы, как с избыточной супинацией, так и без нее, и уплощенный свод стопы, как с избыточной пронацией, так и без нее. В обоих этих случаях недостаток гибкости с высокой степенью вероятности может приводить к механическим недостаткам, которые не позволят бегунам развивать скорость, на которую они в потенциале способны.

Исходя из этого, пронация описывается как отведение, разгибание и поворот стопы внутрь, то есть как движение, совершаемое в трех плоскостях.

Рекомендации для проведения занятий

Некоторые из упражнений, выполняемых стоя, можно делать, стоя попеременно на одной ноге. Этот тип движения способен значительно укрепить целевые мышцы, задействовав все основные мышцы ноги, в том числе самые слабые, чтобы обеспечить равновесие при правильном выполнении упражнения.

Упражнения, которые требуют устойчивости, задействуют мышцы средней части тела и бедер для поддержания правильной формы. Выполнение упражнений в положении стоя на одной ноге позволяет задействовать эти специфические мышцы, а также развить силу мышц средней части тела или, при большем количестве повторений, выносливость.

Упражнения для голени и ахиллова сухожилия

И.п. – стоя на степ-платформе носком правой ноги, согнуть левую ногу в колене под углом 90°, руки с гантелями вниз (см. рис. 52).

1 – подъем на носке правой ноги; 2 – и.п.

Выполнить 15 раз на правую ногу, затем сменить ногу.

Методические указания: при выполнении упражнения удерживать стойку за счет напряжения брюшного пресса, ногу в колене полностью не выпрямлять.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: икроножная мышца, камбаловидная мышца.

Рис. 52. Подъем на носке правой ноги

Дополнительные: передняя большеберцовая мышца, короткая малоберцовая мышца, длинный сгибатель пальцев.

Мягкие ткани, участвующие в работе

Основные: ахиллово сухожилие.

Безопасность при выполнении

Количество повторений ограничивается появлением характерных мышечных болей, сигнализирующих об усталости. Но до усталости следует работать только в том случае, если вы выполняете всего один подход. В среднем достаточно выполнить 1-3 подхода. Вес гантелей меняет эффект тренировки.

Значимость мышц для бега

Подъем на носке одной ноги должен стать основным упражнением программы силовой подготовки любого бегуна. Это многофункциональное упражнение легко выполнять, к тому же оно требует минимального снаряжения. Основной его целью является развитие силы, что позволяет предупреждать травмы. Оно также может использоваться для реабилитации после травм ахиллова сухожилия и мышц голени. Упражнение не следует выполнять, если бегун все еще переживает первоначальные последствия травмы, но после некоторого периода восстановления, ориентируясь на самочувствие или объективные данные, полученные с помощью МРТ, можно приступать к тренировке.

Привнесение эксцентрической (негативной) компоненты (удлинение мышцы) повышает значимость этого упражнения, направленного на укрепление ахиллова сухожилия и мышц голени. Эксцентрические движения очень эффективны, если мышцы сокращаются эксцентрически, они могут выдержать большую нагрузку. Существует предположение, утверждающее, что движения, сопровождающиеся эксцентрическими

сокращениями, развивают быстро переключающиеся мышечные волокна, поэтому благодаря им хорошо укрепляются мышцы.

И.п. – стоя на платформе, на плечах палка с подвешенными на ней пластиковыми бутылками с водой, ноги немного согнуты в коленях, верхняя часть тела прямая, брюшной пресс стабилизирует корпус.

1 – подъем на носках; 2 – и.п., полная растяжка задней группы мышц голени.

Повторить 10-12 раз.

Методические указания: при выполнении упражнения акцент делать на задней группе мышц голени.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: икроножная мышца, камбаловидная мышца.

Дополнительные: передняя большеберцовая мышца, короткая малоберцовая мышца.

Мягкие ткани, участвующие в работе

Основные: ахиллово сухожилие.

Значимость мышц для бега

Подъем на носках является еще одним упражнением, позволяющим укреплять комплекс задней группы мышц голени и ахиллово сухожилие. Акцент делается на икроножной мышце, которая составляет большую часть мышечного комплекса голени, однако упражнение задействует также и мелкие мышцы. Упражнение следует выполнять вместе с подъемом на носке одной ноги, чтобы эффективно проработать заднюю группу мышц голени. Его также можно делать независимо от других упражнений, когда задачей тренировки является выполнение по одному упражнению для каждой части тела.

Ахиллово сухожилие и мышцы голени принимают на себя основную часть амортизации удара при контакте пятки с беговой поверхностью. Если спортсмен использует не обычные кроссовки, а облегченные беговые туфли на низком каблуке, удар становится еще сильнее. Чтобы минимизировать ударную нагрузку и улучшить способность к толчку, все бегуны должны развивать силу мышц голени, включая в свою тренировочную программу соответствующие упражнения. Эти упражнения можно выполнять на любой стадии тренировочного цикла, с особым акцентом во время фазы тренировочных забегов, если тому не препятствуют травмы.

Подъем на носках сидя

В ходе подъема на носках стоя и подъема на носках сидя прорабатываются одни и те же мышцы, отличаются же эти упражнения степенью проработки камбаловидных

мышц. Выполняя упражнение в положении сидя, в меньшей степени задействуются икроножные мышцы и в большей степени – не такие крупные камбаловидные.

Укрепление камбаловидных мышц усиливает толчок от беговой поверхности. Укрепление и растяжка камбаловидных мышц помогают предупредить травмы ахиллова сухожилия, уменьшив дополнительное растяжение [11].

Упражнение для стопы

И.п. – сидя на полу, ноги прямо, удерживать в руках концы натянутой резиновой ленты, закрепить ее среднюю часть на поверхности стопы в области плюсны (рис. 53).

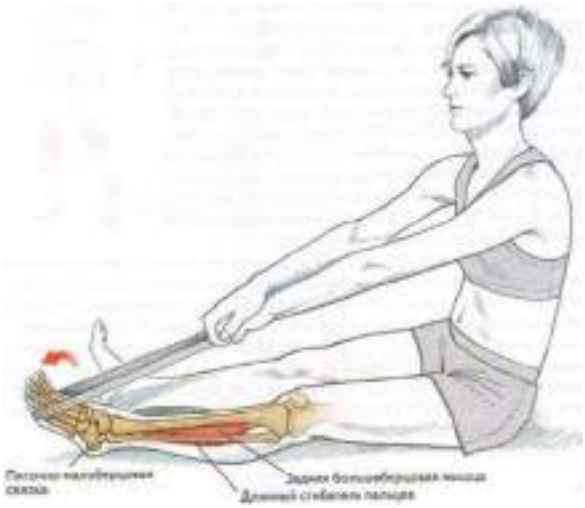


Рис. 53. Отведение носка с резиновой лентой

1 – носки вперед; 2-3 – удержать в этом положении 1-2 с; 4 – и.п.

Повторить 15-20 раз.

Методические указания: при выполнении упражнения отвести носки максимально вперед, руки прямые.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: задняя большеберцовая мышца, длинный сгибатель пальцев.

Мягкие ткани, участвующие в работе

Основные: задняя таранно-малоберцовая связка, пяточно-малоберцовая связка (рис. 54).

Рис. 54. Работающие мягкие ткани

Значимость мышц для бега

Упражнение развивает силу и подвижность стопы и голеностопного сустава, позволяя предупреждать травмы, возможные при беге по неровной поверхности, а также помогает ноге эффективнее работать в фазе опоры (устойчивого положения).

Так как оно выполняется без отягощений, его можно делать ежедневно в качестве реабилитационного при растяжении связок голеностопного сустава или в качестве укрепляющего для повышения силы и гибкости. Поскольку можно задавать степень натяжения резиновой ленты, каждое повторение упражнения можно усложнять или упрощать. Акцент следует делать на плавное, без рывков, движение и достаточное натяжение ленты, которое легко регулируется, если тянуть на себя или отпускать ее концы.

И.п. – сидя на столе, свесить ноги, согнутые в коленях. Закрепить на середине правой стопы манжету, обеспечивающую достаточную нагрузку на голень, туловище держать прямо, руки вниз (рис. 55).

1 – поднять носок правой ноги; 2 – и.п.

Выполнить 10 раз каждой ногой.

Методические указания: при выполнении упражнения не качать ногами, чтобы помочь движению носков.

Рис. 55. Подъем носка с манжетой

Безопасность при выполнении

Выполнять упражнение до появления ощущения усталости. Переместить отягощение на левую ногу и повторить упражнение. Скорость выполнения движения должна быть невысокой, но мышцы стопы и связки голени должны работать динамично.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: передняя большеберцовая мышца.

Мягкие ткани, участвующие в работе

Основные: передняя таранно-малоберцовая связка, пяточно-малоберцовая связка, подошвенная связка (рис. 56).

Значимость мышц для бега

Упражнение выполняется без отягощения, поэтому его можно делать ежедневно в качестве реабилитационного или укрепляющего для повышения силы и гибкости. В зависимости от целей можно менять вес отягощения. Например, больший вес с меньшим количеством повторений и подходов позволяет укреплять мышцы. Меньший вес позволяет выполнить большее число повторений и подходов, что развивает выносливость и гибкость.

Рис. 56. Работающие мягкие ткани

Подъем носка с резиновой лентой

Подобно отведению носка, подъем носка также можно выполнять с резиновой лентой. Эти упражнения можно совместить и выполнять попеременно: сначала отводить носок, преодолевая натяжение ленты, затем, удерживая сопротивление, поднимать носок до тех пор, пока он не придет в положение, из которого его вновь можно отводить.

И.п. – сидя на скамье, голеностопные суставы выходят за край скамьи. Вытянуть носки ног и обвязать их резиновой лентой так, чтобы стопы находились на расстоянии примерно 15 см (рис. 57).

1 – повернуть стопы внутрь; 2-3 – максимально развести в стороны; зафиксировать положение на 3-5 с; 4 – и.п.

Выполнить 2 подхода по 15-20 раз.

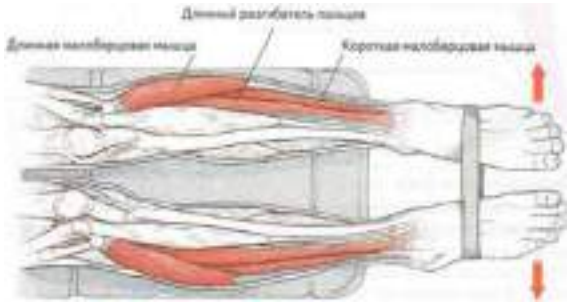


Рис. 57. Разведение стоп с резиновой лентой

Методические указания: при выполнении упражнения удерживать корпус, с опорой рук о скамью. Повтор упражнения через 3-5 секунд.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: длинная малоберцовая мышца, короткая малоберцовая мышца, длинный разгибатель пальцев (рис. 58).

Рис. 58. Прорабатываемые мышцы

Значимость мышц для бега

Пронация является результатом движения в трех плоскостях, а не только в одной. Во время сгибания стопы эверсия (пронация + отведение) контролируется преимущественно длинной малоберцовой мышцей; во время разгибания стопы – короткой малоберцовой мышцей. Это упражнение выполняется в положении с вытянутым носком, поскольку так его легче выполнять, особенно спортсменам с избыточной пронацией. Бегуны с недостаточной пронацией также получат пользу от этого упражнения, поскольку, выполняя его, они совершают движение, которое нельзя назвать естественным для их стоп.

3.5. Упражнения для восстановления мышечных групп

И.п. – стоя правым боком к стене, скрестить ноги так, чтобы правая нога к стене находилась сзади, для равновесия опереться о стену правой рукой (рис. 59).

1 – наклон правым бедром к стене; 2 – и.п.

Повторить 12-15 раз в каждую сторону.

Рис. 59. Растяжка подвздошно-большеберцового тракта в положении стоя

Методические указания: при выполнении упражнения постараться коснуться стены, если это удается (стопы не отрываются от пола), зафиксировать положение на 15-30 с.

И.п. – сидя на полу, вытянув левую ногу перед собой, правую ногу перенести через нее, согнув в колене и поставив ступню на пол. Левой рукой упор в пол, правой рукой придерживать колено (рис. 60).

1-3 – колено потянуть вовнутрь, зафиксировать положение на 15-30 с; 4 – и.п.

Выполнить 5-6 раз, после чего поменять и.п.

Рис. 60. Растяжка подвздошно-большеберцового тракта в положении сидя

Методические указания: при выполнении упражнения стопу от пола не отрывать.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: большая ягодичная мышца, напрягатель широкой фасции.

Мягкие ткани, участвующие в работе

Основные: подвздошно-большеберцовый тракт.

Значимость мышц для бега

Закрепощенность подвздошно-большеберцового тракта обычно является результатом супинации. Инверсия стопы может вызывать закрепощенность подвздошно-большеберцового тракта и мышц голени, а также боли в колене.

Но бегуны, корректирующие избыточную пронацию с помощью ортопедических вкладок, зачастую создают недостаточную пронацию, что приводит к такой же травме. Выполнение растяжки подвздошно-большеберцового тракта в положении сидя и стоя поможет растянуть эту жесткую полосу мягкой ткани, предупреждая нежелательное трение о надмыщелок бедренной кости, расположенный в области коленного сустава. Эти упражнения можно выполнять несколько раз в день.

И.п. – стоя между двумя стенами, вытянуть руки в стороны на уровне плеч (рис. 61).

1 – согнуть правую ногу в колене под углом 90°; 2-3 – глаза закрыть, зафиксировать положение на 15-30 с; 4 – и.п.

Выполнить 5-7 раз каждой ногой.

Рис. 61. Удержание равновесия для развития проприоцепции

Методические указания: при выполнении упражнения поднять колено так, чтобы угол между бедром и корпусом составил 90°.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: длинная малоберцовая мышца, короткая малоберцовая мышца.

Мягкие ткани, участвующие в работе

Основные: подошвенное сухожилие.

Значимость мышц для бега

Упражнение имеет нейромышечную и физиологическую составляющие. Может потребоваться некоторое время, чтобы научиться удерживать равновесие, но даже в этом процессе стопа и голень работают, потому что данное упражнение эффективно также и в том случае, если нельзя найти баланс мгновенно.

И.п. – стоя лицом к стене, упор руками в стену, правая нога сзади, стопа плотно прижата к полу, левая нога согнута в колене так, что стопа находится на одной вертикали с бедром (рис. 62).

1 – пяткой правой ноги давить в пол; 2-3 – удерживать статическую растяжку 15-30 с; 4 – и.п.

Выполнить 5-7 раз каждой ногой ноги.

Рис. 62. Растяжка голени стоя

Методические указания: можно делать повторения каждой ногой поочередно.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: икроножная мышца, камбаловидная мышца, задняя группа мышц бедра.

Значимость мышц для бега

Бегуны с нейтральной или избыточной пронацией часто испытывают закрепощенность мышц голени. Растяжка поможет избавиться от болей в хронически травмированных голенях и позволит предупредить травмы данной области, поддерживая мышцы в тонусе.

И.п. – стоя ногами на платформе, пятки на весу, упор руками в стену (рис. 63).

1 – максимально подняться на головках костей плюсны обеих стоп; 2 – и.п.

Выполнить 10 раз.

Рис. 63. Подъем на носках стоя с эксцентрической составляющей:

а – исходное положение; *б* – конечное положение

Методические указания: при выполнении упражнения не опускать пятки слишком низко, это создаст чрезмерную нагрузку на ахиллово сухожилие, максимальный подъем фиксировать.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: икроножная мышца, камбаловидная мышца.

Мягкие ткани, участвующие в работе

Основные: ахиллово сухожилие.

Значимость мышц для бега

Упражнение позволяет осуществлять концентрическое сокращение (укорочение) мышц голени во время подъема пятки, а также эксцентрическое сокращение (удлинение) мышц голени во время опускания пятки. Добавление эксцентрической (или негативной) составляющей движения повышает эффективность упражнения. Выявлено, что выполнение упражнений с эксцентрической составляющей сокращает время восстановления после травмы.

Восстановление задней группы мышц бедра

И.п. – сидя на скамье, правую прямую ногу положить на скамью, левую опустить на пол, ступню прижать к полу.

1 – наклон вперед от бедер, зафиксировать положение на 10 с; 2 – и.п.

Выполнить 4-6 раз на каждую ногу.

Методические указания: упражнение способствует растяжению задней группы мышц бедра.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: задняя группа мышц бедра.

Дополнительные: грушевидные мышцы.

Безопасность при выполнении

Не тянуться вперед руками или обхватывать щиколотку, это может ухудшить технику выполнения упражнения и сделать растяжку менее эффективной. Выпрямлять ногу в колене необязательно. Выполняя упражнение с прямой ногой, в большей степени растягиваются сухожилия, а не задняя группа мышц бедра.

Значимость мышц для бега

Стиль бега с мелкими и частыми шагами, даже если спортсмен и показывает в среднем неплохие результаты, оказывается проигрышным при ускорении темпа бега или на финальном спринте. Упражнение помогает увеличить длину шага, не создавая

чрезмерной нагрузки на поясницу и область крестца, что позволит дольше поддерживать длинный шаг, и в итоге улучшит беговые показатели.

Жим коленом сидя

И.п. – сидя, упор спиной о стену, обе ноги немного согнуты в коленях, пятки на полу.

1 – медленно выпрямить правую ногу в колене; 2 – и.п.; 3 – медленно выпрямить левую ногу в колене; 4 – и.п.

Выполнить 4-6 раз на каждую ногу.

Методические указания: при выполнении упражнения зафиксировать положение на 6 с.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: медиальная широкая мышца бедра.

Дополнительные: прямая мышца бедра, латеральная широкая мышца бедра, промежуточная широкая мышца бедра, задняя группа мышц бедра, икроножная мышца.

Мягкие ткани, участвующие в работе

Основные: задняя крестообразная связка, связки тазобедренного сустава.

Безопасность при выполнении

Правильно выполняя упражнение, ощущается растяжка с тыльной стороны колена, а на медиальной стороне колена можно увидеть мышечный бугор, который указывает на сокращение медиальной широкой мышцы бедра. Повторить упражнение 10 раз каждой ногой.

Значимость мышц для бега

Боли в колене являются основной проблемой для многих бегунов. Упражнение укрепляет медиальную широкую мышцу бедра и отчасти противодействует латеральной тяге четырехглавой мышцы бедра, которая является причиной смещения и болей в области коленной чашечки. Не существует иного неоперационного решения этой проблемы, кроме развития медиальной широкой мышцы бедра. Данное упражнение должно занять важное место в тренировочных занятиях каждого студента, занимающегося бегом.

И.п. – лежа на спине на полу, ноги вместе, руки вдоль туловища (рис. 64).

1 – поднять левую согнутую в колене ногу под углом 90°, зафиксировать положение на 15-30 с; 2 – и.п.

Выполнять не более 5 повторений 2-3 раза в день на каждую ногу.

Рис. 64. Упражнение «колено к груди»

Методические указания: при выполнении упражнения обхватить левую ногу, растяжка мышц поясницы и верхней части ягодиц, одновременно удерживать правое бедро прижатым к полу.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: задняя группа мышц бедра.

Дополнительные: грушевидная мышца; мышца, выпрямляющая позвоночник.

Значимость мышц для бега

Обычно бегуны игнорируют состояние поясницы – до тех пор, пока не появляются боли. Это и последующие упражнения помогут вернуть пояснице силу и гибкость, что особенно важно, если бегать вверх или вниз по склону.

Спина способна приспособиться к изменениям наклона поверхности; с увеличением подвижности в бедрах и пояснице длина шага также возрастет. Как и во всех упражнениях, растяжка должна вызывать ощущение некоторого дискомфорта, но не боли.

И.п. – стоя на расстоянии 45 см от стены, ноги на ширине плеч, носки обращены внутрь (рис. 65).

Рис. 65. Жим к стене

1-3 – прижать таз к стене (отрегулировать расстояние до стены и угол поворота носков так, чтобы обеспечить лучшую растяжку камбаловидной мышцы), зафиксировать положение на 15-30 с; 4 – и.п.

Выполнить 6-8 раз.

Методические указания: при выполнении упражнения пятки от пола не отрывать.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: камбаловидная мышца, икроножная мышца, передняя большеберцовая мышца.

Значимость мышц для бега

Рассеянные боли в передней части голени могут свидетельствовать о проблемах с мягкими тканями или большеберцовой костью, обусловленных избыточной пронацией, однако боли, связанные с мягкими тканями, зачастую связаны с горизонтальным отведением средней части стопы. Упражнение помогает предупредить мышечные боли в передних пучках икроножных мышц. Его можно делать несколько раз в день, упражнение дает эффект, если его выполнять регулярно.

И.п. – сидя на стуле со спинкой (рис. 66).

Рис. 66. Подъем пятки

1-3 – поднять пятку левой ноги, повернуть стопу, как балерина, зафиксировать положение на 15 с; 4 – и.п.

Повторить по 10 раз на каждую ногу.

Методические указания: упражнение выполнять по 2-3 раза в день. И.п. – сидя на стуле со спинкой, закрепить резиновый бинт (рис. 67).

Рис. 67. Упражнение с резиновой лентой

1-3 – поднять пятку левой ноги, повернуть стопу, как балерина, с резиновым бинтом, зафиксировать положение на 15 с; 4 – и.п.

Повторить по 10 раз на каждую ногу.

Методические указания: упражнение выполнять по 2-3 раза в день.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: передняя большеберцовая мышца.

Значимость мышц для бега

Функция передней большеберцовой мышцы заключается в том, чтобы придавать гибкость голеностопному суставу и стопе. Мышца позволяет сохранять стабильность во время бега по неровной поверхности, поскольку она помогает регулировать положение стопы и соответственно всей ноги. Поэтому продолжительный бег по пересеченной местности активно задействует переднюю большеберцовую мышцу. Если эта мышца не тренирована, она быстро устает, и темп бега замедляется. Кроме того, увеличивается вероятность растяжения голеностопного сустава. Укрепив переднюю большеберцовую мышцу, можно ограничить пронацию и супинацию стопы, что имеет большое значение для исключения дальнейших проблем.

И.п. – лежа на полу, ноги согнуты в коленях, ступни прижаты к полу, руки на бедрах (рис. 68).

Рис. 68. Частичный подъем корпуса

1 – поднять руки на 5-10 см, медленно поднять голову и плечи от пола; 2-3 – потянуться руками к коленям и зафиксировать положение на 10 с; 4 – и.п.

Выполнить 5-8 раз.

Методические указания: при выполнении упражнения акцент делать на медленном выполнении движения.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: прямая мышца живота.

Дополнительные: поперечная мышца живота, наружная косая мышца живота, внутренняя косая мышца живота.

Значимость мышц для бега

Стабильность средней части тела имеет для бегуна огромное значение. Слабый брюшной пресс не способен поддерживать спину. Под весом верхней части тела корпус утрачивает вертикальное положение, движение во время бега затрудняется и становится болезненным. Упражнение помогает укрепить связь между брюшным прессом и нижними конечностями, а также делает подъем колена более мощным, что, в свою очередь, позволяет поддерживать достаточную длину бегового шага.

И.п. – упор сзади, сидя на полу, правая нога прямая, левая согнута в колене (рис. 69).

1-3 – отвести носок наружу и медленно поднять ногу на 15 см (удержать ее прямой), зафиксировать положение на 10 с; 4 – и.п.

Выполнить упражнение 10 раз за 10 секунд, затем тоже левой ногой.

Методические указания: при выполнении упражнения положение носка следует менять, чтобы равномерно проработать все мышцы передней группы. В первое время отягощения не использовать, по мере улучшения тренированности вес можно постепенно увеличивать до 5 кг.

Мышцы, участвующие в работе

Основные: медиальная широкая мышца бедра.

Дополнительные: прямая мышца бедра, промежуточная широкая мышца бедра, латеральная широкая мышца бедра.

Прорабатываемые мышцы

Основные: большеберцовая коллатеральная связка, сухожилие надколенника.

Рис. 69. Подъем прямой ноги сидя

Значимость мышц для бега

Очень многие тренеры уделяют основное внимание общему развитию четырехглавых мышц, не понимая роли медиальной широкой мышцы бедра в предупреждении болей в коленном суставе. Упражнение является наиболее эффективным способом укрепления медиальной широкой мышцы бедра и предупреждения болей в колене.

Глава 4. ОБЩАЯ ФИЗИЧЕСКАЯ ПОДГОТОВКА

Общая физическая подготовка является важным элементом занятий, т.к. она способствует предупреждению травм на занятиях с высокой ударной нагрузкой. Показательным примером таких упражнений является бег. Заменив беговую тренировку на суше тренировкой в воде, возможно значительно снизить ударную нагрузку, сохранив при этом все преимущества аэробной тренировки сердечно-сосудистой системы. Включив в программу силовых тренировок плиометрические упражнения, можно укрепить мышцы, что позволит лучше переносить нагрузки, сопровождающие долгие тренировочные забеги. Плиометрические упражнения также помогут восстановиться после травмы (если выполнять их в соответствующее время) и сделать бег более экономичным.

Бег в воде

Большинство спортсменов знакомятся с бегом в воде в ходе реабилитационной программы после травмы, которая не позволяет им бегать по суше. Бег в воде является средством поддержания здоровья сердечно- сосудистой и сердечно-респираторной систем. Однако бег в воде может использоваться не только как инструмент реабилитации после травмы. Бег в воде, особенно в глубокой воде (БГВ), отлично предупреждает травмы, обусловленные длительными нагрузками и связанные с большим объемом аэробных тренировок. Кроме того, функционально бег в воде отличается от бега по суше, что расширяет физические возможности спортсмена.

Бег в мелкой воде (БМВ) является вполне приемлемой альтернативой БГВ, и польза этого упражнения в значительной степени определяется техникой и интенсивностью его выполнения. Поскольку БМВ требует удара о дно бассейна, он имеет ударную составляющую (хотя сила удара смягчается плотностью воды). Для студента, восстанавливающегося после травмы, бег в мелкой воде может быть травмоопасным. Вместе с тем овладеть равновесием и техникой выполнения упражнения проще при БМВ, так как в этом случае нога ставится привычным образом. Для центрирования тела используется меньше мышц, чем в БГВ, а также увеличивается период контакта ноги с поверхностью.

В ходе занятий при БГВ важно сохранять правильное положение тела (рис. 70). Глубина воды должна быть достаточной для того, чтобы над поверхностью воды оставались только верхняя часть плеч, шея и голова, бегун не должен полностью касаться дна бассейна ступней. У бегунов телесного жира меньше, чем у пловцов, что снижает их плавучесть. Поэтому необходимо использовать средство, поддерживающее это качество. Иначе положение тела изменится и большая нагрузка придется на верхнюю часть тела и руки, чтобы удержать тело на плаву.

Рис. 70. Правильное положение тела при беге в глубокой воде

Освоившись в воде, необходимо принять положение, сходное с тем, которое принимается, когда выполняется бег по суше. Держать голову прямо, немного наклониться вперед от поясницы, грудь вперед, плечи отведены назад. Согнуть руки в локтях под углом 90°, движение рук начинается от плеч. Кисти рук удерживать в нейтральном положении, ладони не сжимать, но держать бо- лее твердо, чем на суше, чтобы преодолевать сопротивление воды (см. рис. 71). Очень пригодится сила, наработанная такими упражнениями, как подъем на предплечье и обратный подъем на предплечье.

Рис. 71. Неправильное положение тела при беге в глубокой воде

Работа ног больше похожа на бег в высоком темпе, чем на аэробный бег, поскольку для преодоления сопротивления воды требуется достаточная сила. Бедро следует поднимать под углом примерно 75°. Затем нога почти полностью выпрямляется (без выключения в колене), сгибается, подтягивается практически к самой ягодице – и цикл повторяется для другой ноги.

В течение цикла бегового шага стопа меняет свое положение от нейтрального положения (вообразить себя стоящим на плоской поверхности) до полного сгибания. Это движение ноги способствует улучшению техники бега, а также повышает стабильность суставов и мышечную силу в результате преодоления сопротивления воды.

Так как бег осуществляется в неестественной для бегуна тренировочной среде и создается сопротивление движениям рук и ног, поначалу студенты используют неправильную форму БГВ. В частности, часто загребают передней ногой вместо того, чтобы резко опускать ее вниз. Ошибка вызвана усталостью задней группы мышц бедра, наступающей из-за необходимости преодолевать сопротивление воды. В результате страдает техника выполнения движения. Чтобы исправить ошибку, при первом же появлении усталости следует отдохнуть. Не спешить, в противном случае только закрепится неправильная форма, но и не улучшится физическая подготовка [4].

Техника БГВ (см. рис. 70) напоминает технику бега по суше, это лучшая техника бега в глубокой воде. Альтернатива – бег с высоким подъемом колена, но все же она

менее эффективна в плане отработки правильной техники. Она очень напоминает технику, используемую для работы на степпере. Сходство с бегом проявляется только на фазе подъема ноги, поэтому мышцы тренируются не совсем так, как требуется бегуну.

Бег в глубокой воде эффективен, так как подобен бегу по суше, позволяет повышать частоту сердцебиений. В связи со спецификой преодоления сопротивления воды он требует приложения большей силы, позволяя эффективнее укреплять мышцы и избегать травм, связанных с избыточной нагрузкой, характерных для бега по суше. В частности, бег в глубокой воде исключает ударную нагрузку, сопровождающую контакт стопы с землей во время бега по суше.

Глава 5. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К НОРМАТИВАМ ФИЗИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВЛЕННОСТИ

5.1. Самостоятельная подготовка к сдаче обязательных тестов оценки общей физической подготовленности

5.1.1 Тест на скоростно-силовую подготовленность (бег на 100 метров)

Нормативы:

- у студенток нормативы в беге на 100 метров следующие: 15.7 сек - 5 баллов; 16,0 - 4; 17,0 -3; 17,9 - 2; 18,7 - 1.

- студенты должны показать результаты в следующих пределах: 13,2 сек - 5 очков; 13,8 - 4; 14,0 - 3; 14,3 - 2; 14,6 - 1.

5.1.2. Техника выполнения упражнения

При анализе бега на 100 м. принято выделять следующие основные фазы:

- старт и стартовый разгон;

- бег по дистанции;

- финиширование.

Старт и стартовый разгон

Существует два вида старта: низкий и высокий. Экспериментальные данные показывают, что новичкам и спортсменам 2-го разряда лучше применять высокий старт. Такая закономерность наблюдается до результата 11,4-11,6 с. и объясняется технической сложностью низкого старта. Поэтому следует ограничиться только овладением техникой высокого старта.

По команде «На старт» занимающийся подходит к стартовой линии, ставит сильнейшую (толчковую ногу) вплотную к линии, маховая нога располагается на 1,5-2 стопы назад на носок, расстояние между ними 15-20 см. Туловище выпрямлено, руки опущены, вес тела распределяется равномерно на обе ноги.

По команде «Внимание» вес тела переносится на впереди согнутую стоящую ногу, разноименная рука вперед. Проекция плеч находится за стартовой линией на расстоянии 5-8 см. Взгляд направлен вперед - вниз.

По команде «Марш» бегун мощно разгибает толчковую ногу и стремится максимально быстро вынести маховую ногу вперед с постановкой ее сверху вниз на дорожку. Руки работают максимально активно, плечевой пояс не закрепощен, кисти расслаблены. Стартовый разгон характеризуется постепенным увеличением длины шагов, уменьшением наклона туловища и приближением стоп к средней линии.

Бег по дистанции

Перед бегущим стоит задача удержать развитую горизонтальную скорость до финиша. Этому будет способствовать сохранение длины и частоты шагов.

Во время бега маховая нога ставится с носка спереди проекции общего центра тяжести тела (ОЦТТ) сверху вниз. Взаимодействие маховой ноги с грунтом называется передним толчком. Задний толчок выполняется мощным разгибанием бедра и сгибанием стопы. Голова держится прямо. Руки согнуты (угол сгибания в локтевых суставах примерно 90 град.).

При движении руки вперед кисть поднимается до уровня плеч. Назад рука отводится до «отказа» и угол сгибания в локтевом суставе увеличивается. Пальцы рук слегка согнуты.

Финиширование

Наклон туловища увеличивается. На последних метрах дистанции необходимо стремиться не потерять свободы движений и пробегать финиш без снижения скорости.

5.1.3. Методы самостоятельной тренировки

- Повторный метод - повторное выполнение упражнений с около-предельной и предельной скоростью. Отдых продолжается до восстановления. Упражнения повторяются до тех пор, пока скорость не начнет снижаться.

- Переменный метод - когда пробегаются дистанции, например, с варьированием скорости и ускорения. Цель - исключить стабилизацию скорости («скоростной барьер»).

- Соревновательный метод - предполагает выполнение упражнений на быстроту в условиях соревнований. Эмоциональный подъем на соревнованиях способствует мобилизации на максимальные проявления быстроты, позволяет выйти на новый рубеж скорости.

5.1.4. Средства тренировки быстроты

Частоту движений, а вместе с ней и быстроту циклических движений развивают с помощью упражнений, которые можно выполнять с максимальной скоростью, а также с

помощью скоростно-силовых упражнений для ациклических движений. При этом упражнения должны отвечать следующим требованиям:

- техника упражнений должна обеспечивать выполнение движений на предельных скоростях;

- упражнения должны быть хорошо освоены, чтобы не требовалось волевого усилия для их выполнения;

- продолжительность упражнений должна быть такой, чтобы скорость не снижалась вследствие утомления - 20-22 с.

Основным средством отработки бега по дистанции является бег с максимальной скоростью. Такой бег выполняется 5-6 раз по 30-40 метров. В тренировке можно чередовать бег в обычных, облегченных (с горки, угол 4-5 град.) и затрудненных (в горку или с сопротивлением) условиях.

Для развития скоростной выносливости рекомендуется пробегать большую дистанцию (120-150 м), когда очередная пробежка начинается при пульсе 120 уд/мин.

Для тренировки в беге на 100 метров следует использовать кроссы (6 км, 30 мин), повторный бег на отрезках 200 м в 3/4 силы. Спортивные игры (баскетбол, футбол) также приносят пользу в развитии быстроты.

Можно рекомендовать и упрощенную методику, обеспечивающую минимально необходимый уровень подготовленности:

- повторный метод - в одном занятии 3-4 пробегания по 20-30 метров с максимальной скоростью и интервалами отдыха для восстановления пульса до 110-120 уд/мин;

- переменный метод - пробегание 2-х отрезков по 30 метров с максимальной скоростью и последующим переходом на спокойный бег 150--200 метров. Выполняется 3-4 подхода.

Для ощутимого сдвига в подготовленности такие тренировки рекомендуется проводить 3-4 раза в неделю.

5.1.5. Подготовка и сдача контрольного норматива

При подготовке к сдаче бега на 100 метров следует учитывать общие требования по питанию при занятиях физическими упражнениями:

1. По времени - прием пищи не менее чем за 2-3 часа.

2. По составу - не есть тяжелой пищи (мясо, яйца, масло, молочные продукты, жирную, долго перевариваемую пищу).

Не рекомендуется выходить на старт с переполненным желудком.

Непосредственно перед сдачей норматива необходимо провести разминку с использованием специальных упражнений:

1. Бег с высоким подниманием бедра.

2. Бег с «захлестыванием» голеней назад.

3. Семенящий бег.

4. Прыжки с ноги на ногу (шаги).

5. Бег в упоре стоя у гимнастической стенки.

6. Бег с ускорением с высокого старта с подачей стартовых команд (2-3 ускорения по 10-15 метров).

Разминка заканчивается за 10 минут до старта.

Непосредственно перед стартом нельзя отдыхать лежа, сидя, необходимо постоянно находиться в движении (прохаживаться, выполнять упражнения на растяжку). Частота сердечных сокращений непосредственно перед стартом должна быть 110 – 120 уд/мин.

Психологическая подготовка заключается в мысленном «прокручивании» в голове этапов преодоления дистанции: старта, стартового разбега, бега по дистанции, финиширования с концентрацией внимания на технике выполнения каждого этапа.

При выполнении теста не разрешается:

- наступать на линию старта (стартовая линия входит в дистанцию);

- перебегать на соседние дорожки.

5.2. Тест на силовую подготовленность для женщин

(поднимание (сед) и опускание туловища из положения лежа, ноги закреплены, руки за головой)

Нормативы: 60 раз - 5 баллов, 50 - 4, 40 - 3, 30 - 2, 20 - 1.

Это упражнение используется для оценки развития мышц живота (брюшного пресса).

О мышцах брюшного пресса следует сказать особо. Эта группа мышц участвует в большинстве движений. Она создает хороший «мышечный корсет», охватывающий брюшную полость и способствующий нормальному функционированию внутренних органов, что положительно влияет на состояние здоровья.

5.2.1. Техника выполнения упражнения

И.п. (исходное положение) – лежа на спине, ноги согнуты в коленях, стопы прижаты к полу, руки в замок за головой, локти разведены.

Это силовое упражнение состоит из 4-х фаз:

- поднимание туловища;

- фиксация его в вертикальном положении;

- опускание;

- пауза в горизонтальном положении.

Голова держится прямо, локти в стороны, дыхание ритмично.

5.3. Тест на силовую подготовленность для мужчин (подтягивание на перекладине)

Учебной программой по физической культуре предусмотрено тестирование студентов для определения уровня их силового развития. Нормативы следующие: 15 раз - 5 баллов, 12 - 4, 9 - 3, 7 - 2, 5 - 1;

5.3.1. Техника выполнения упражнения

Каждый цикл подтягивания в висе на перекладине включает:

- исходное положение - вис на вытянутых руках хватом сверху (большими пальцами внутрь);

- подъем до пересечения подбородком линии перекладины;

- опускание в исходное положение.

При выполнении теста разрешается сгибание, разведение ног, запрещаются рывковые движения туловищем и руками, хлестовые движения ногами. Выполнение засчитывается только при полном выпрямлении рук в локтевых суставах.

Наиболее экономично подтягивание при хвате рук на ширине плеч. Если кисти рук расположены ближе друг к другу, то положение тела становится менее устойчивым и отклонения придется компенсировать за счет дополнительных мышечных усилий, что будет увеличивать энерготраты и снижать результат. Возрастают энерготраты и при широком хвате (шире плеч). Это связано с тем, что для фиксации лопаток при широком хвате требуется большая, чем при хвате на ширине плеч, сила мышц, приближающих лопатки к позвоночному столбу.

Опускание в вис (в исходное положение) после подтягивания должно выполняться спокойно. Дыхание не задерживается.

5.3.2. Методы развития силы

На практике распространены следующие методы силовой подготовки:

- метод максимальных усилий;

- метод повторных усилий;

- метод динамических усилий.

Согласно методу максимальных усилий выполнение упражнений организуется таким образом, чтобы занимающийся смог подтянуться 1-3 раза в одном подходе (при условии, что он способен самостоятельно подтянуться как минимум 2-3 раза). Такое

достигается за счет применения дополнительного внешнего отягощения. Делается 5-6 подходов с перерывами 2-4 минуты.

По методу повторных усилий подтягивания в одном подходе выполняются до «отказа». Если занимающийся имеет максимальный индивидуальный показатель 10-15 подтягиваний и более, то следует применять отягощение весом 30-70% от максимального. Например, занимающийся может подтянуться 1 раз с максимальным отягощением 10 кг. Значит, для тренировки по методу повторных усилий следует подобрать вес отягощения 3-7 кг. Выполняется 3-6 подходов с отдыхом между ними 2-4 мин.

Разнообразить упражнения можно, применяя метод динамических усилий. Если занимающийся легко выполняет 10-15 подтягиваний, то следует применять отягощения до 30% от максимального. В одном подходе 10-15 повторений. Темп - максимально быстрый. Всего 3-6 подходов. Во время отдыха следует добиваться наиболее полного восстановления, чтобы в следующем подходе выполнить упражнение без существенной потери скорости.

Сравнивая динамический и статический методы развития силы, необходимо отметить следующее:

- При динамическом режиме работы мышц происходит достаточное кровоснабжение. Мышца функционирует как насос - при расслаблении наполняется кровью и получает кислород и питательные вещества.

- Во время статического усилия мышца постоянно напряжена и непрерывно давит на кровеносные сосуды. В результате она не получает кислород и питательные вещества. Это ограничивает продолжительность работы мышц.

5.4. Тест на общую выносливость - бег 2000 и 3000 метров

Нормативы:

- студентки - бег 2000 метров - 10 мин.15 сек. - 5 баллов; 10.50 - 4; 11.15 - 3; 11.50 - 2; 12.15 - 1;

- студенты - бег 3000 метров - 12.00 - 5; 12.35 - 4; 13.10 - 3; 13.50 - 2; 14.00 - 1.

5.4.1. Техника бега на длинные дистанции

Бег на средние и длинные дистанции начинается с высокого старта. По команде «На старт!» бегун ставит у линии более сильную ногу, а другую отставляет назад на носок (на 30 – 50 см), немного сгибает ноги, туловище наклоняет вперед и тяжесть тела переносит на впереди стоящую ногу. По команде «Марш!» бегун начинает бег, делая первые шаги в большом наклоне, который постепенно уменьшается. Длина шагов увеличивается, бег ускоряется, бегун набирает скорость и в короткое время переходит к свободному бегу на дистанции. Бег на дистанции. Во время бега на дистанции туловище

вертикально или слегка наклонено вперед (5-7°). Небольшой наклон туловища вперед позволяет лучше использовать силы отталкивания и быстрее продвигаться вперед. Слишком большой наклон приводит к «падающему» бегу, при котором труднее выносить вперед согнутую ногу, в связи с чем уменьшается длина шага, а следовательно, и скорость бега. Кроме того, при большом наклоне постоянно напряжены мышцы, удерживающие туловище от увеличивающегося наклона. Отсутствие наклона ухудшает условия отталкивания, однако улучшает возможность выноса вперед согнутой в коленном суставе свободной ноги. При правильном положении туловища создаются благоприятные условия для работы мышц и внутренних органов. Наклон туловища у бегунов изменяется в пределах 2-3°: увеличивается к моменту отталкивания и уменьшается в полетной фазе. Положение головы существенно влияет на положение туловища. Надо держать голову прямо и смотреть вперед. В фазе отталкивания таз подается вперед, что является важной особенностью техники бега на длинные дистанции и позволяет полнее использовать силу реакции опоры. В технике бега на длинные дистанции важнее всего движения ног. Нога, немного согнутая, ставится на грунт упруго и эластично с передней части стопы, а затем касается его всей стопой. Постановка ноги на переднюю часть стопы позволяет эффективнее использовать эластические свойства мышц голени, активно участвующие в отталкивании. Следы стоп на дорожке у бегунов находятся на одной линии, носки почти не разворачиваются в стороны. Эффективное отталкивание характеризуется выпрямлением ноги во всех суставах. Угол отталкивания в беге на средние дистанции примерно равен 50-55°. При правильном отталкивании таз подан вперед, голень маховой согнутой ноги параллельна бедру толчковой ноги. Быстрый вынос маховой ноги вперед облегчает отталкивание. Бегуны на длинные дистанции меньше поднимают бедро маховой ноги вверх, чем бегуны на средние и короткие дистанции. Длина шага на длинные дистанции не постоянна даже у одних и тех же бегунов. Колебания зависят от наступившего утомления, неравномерности пробегания отдельных участков дистанции, качества беговой дорожки, ветра и состояния бегуна. Обычно шаг с сильнейшей ноги на несколько сантиметров больше, чем шаг со слабейшей ноги. Длина шага равна 160 – 215 см. Повышение скорости бега за счет увеличения длины шага ограничено, так как слишком длинный шаг требует очень больших затрат сил. Кроме того, длина шага в основном зависит от индивидуальных данных бегуна. Поэтому скорость бега повышают за счет увеличения частоты шагов, которая зависит от тренированности бегуна. Движения плечевого пояса и рук связаны с движениями ног. Выполнять их надо легко, не напряженно. Это во многом зависит от умения расслаблять мышцы плечевого пояса. Движения рук помогают бегуну сохранять равновесие тела во время бега. Амплитуда

движения рук зависит от скорости бега. Кисти при движении вперед не пересекают средней линии тела и поднимаются примерно до уровня ключицы. При движении рук назад кисти доходят до задней линии туловища (если смотреть на бегуна сбоку). Руки двигаются маятникообразно, пальцы рук свободно сложены, предплечья не напряжены, плечи не поднимаются вверх. При финишировании, длина которого зависит от дистанции и оставшихся сил бегуна, движения руками делаются быстрее, наклон тела увеличивается, а угол отталкивания уменьшается. Спортсмен переходит на скоростной бег, при котором скорость повышается главным образом за счет увеличения частоты шагов. К концу дистанции вследствие утомления некоторые бегуны наклоняют туловище назад. Такое положение туловища не способствует эффективности бега, так как усилия отталкивания направляются больше вверх. Техника бега на вираже имеет некоторые особенности: туловище немного наклонено влево, к бровке, правая рука движется несколько размашистей левой, причем правый локоть дальше отводится в сторону, а правая стопа ставится с некоторым поворотом внутрь. Ритм дыхания зависит от индивидуальных особенностей и скорости бега (с увеличением скорости бега увеличивается и частота дыхания). Бегун не должен задерживать дыхание. Дышать следует одновременно через нос и полуоткрытый рот, при этом важно следить за полным выдохом.

5.4.2. Возможные ошибки и осложнения в ходе проведения самостоятельных тренировок

В некоторых случаях тренировка может стать причиной различных осложнений, включая травмы опорно-двигательного аппарата.

Основная причина травматизма опорно-двигательного аппарата - перенапряжение. Слишком быстрое увеличение тренировочных нагрузок является чрезмерным для детренированных мышц, связок и суставов. К дополнительным факторам, способствующим повреждению опорно-двигательного аппарата, можно отнести:

- бег по твердому грунту;
- избыточную массу тела;
- обувь, не пригодную для бега;
-грубые ошибки в технике.

Следовательно, меры по профилактике травм должны быть направлены на устранение или ослабление воздействия этих факторов:

- Во время кроссового бега часто болит в правом боку (печень), либо в левом боку (селезенка). Печень важный орган в жизнедеятельности нашего организма (синтез жиров и углеводов, обмен белков и витаминов) является кровяным депо. Так вот в результате переполнения кровью печени возникают колики. Глубокое дыхание снижает приток крови

к правому предсердию, уменьшает болевые ощущения. Бег не надо прекращать, необходимо снизить скорость передвижения и стараться дышать глубже.

- В процессе тренировок после значительного перерыва (отдыха) или при резком увеличении нагрузок могут появляться боли в мышцах, как правило, на другой день. Во время физической работы в организме образуются продукты распада, часть которых выводится из организма через мочевыделительную систему, а другая часть, в том числе, молочная кислота задерживается в мышечных тканях. Чтобы избавиться от нее, необходимо мышцу непосредственно после физической нагрузки заставить растянуться (с помощью упражнений на растяжение), а на следующий день выполнять какую-либо физическую работу, т.е. сокращаться. Эти меры помогут ускорить вывод молочной кислоты из мышц. Боли могут длиться несколько дней и если не предпринимать никаких мер, мышца теряет эластичность, становиться твердой. В этом случае могут помочь: массаж, банные процедуры, применение согревающих мазей и гелей.

- При выполнении напряженной физической работы длительное время, например, кроссовый бег, возникают такие состояния, которые получили название «мертвая точка» и «второе дыхание». Уже через некоторое время бега в организме начинаются изменения, которые заставляют нас прекратить мышечную деятельность. Такое временное снижение работоспособности получило название «мертвая точка». Механизм возникновения такого состояния недостаточно изучен. Предполагают, что он обусловлен временным нарушением деятельности скелетных мышц и органов, обеспечивающих доставку кислорода в организм. Эти нарушения приводят к изменениям в работе нервных центров, что, в свою очередь, приводит к нарушениям в работе отдельных физиологических систем. Время возникновения и продолжительность этого состояния зависит от многих факторов, в частности от длительности и интенсивности физической нагрузки (например, при беге на 5-10 км и более возникает через 5-6 мин бега), от тренированности. Чем лучше тренирован человек, тем позже возникает это состояние и протекает менее тяжело (почти незаметно). Преодоление этого состояния требует значительного волевого усилия. В процессе проведения учебных и тренировочных занятий необходимо приучать себя преодолевать это неприятное ощущение, возникающее при кислородной недостаточности и накоплении продуктов кислотно-щелочного распада при обмене веществ. Наступлению «второго дыхания» способствуют усиленные дыхательные упражнения, глубокие выдохи, освобождающие организм от накопившейся углекислоты, что способствует наступлению кислотно-щелочного баланса в организме. Преодолеть состояние «мертвой точки» можно, если снизить интенсивность физической нагрузки, но это нежелательно, т.к. не будет адаптации организма к такого рода деятельности.

- При занятиях физическими упражнениями могут возникнуть отклонения в деятельности сердца - учащенное сердцебиение. Оно может быть следствием стенокардии, ссоры, неурядицы в быту, семье, боязни, страха, дистрофий миокарда. Возникновение болей - сигнал опасности, в этих случаях необходимо прекратить занятия и обратиться к врачу.

- Существует состояние, называемое гравитационным шоком. Часто возникает при внезапной остановки после относительно интенсивного бега (чаще после финиша) в связи с прекращением действия «мышечного насоса». Большая масса крови застаивается в раскрытых капиллярах и венах мышц нижних конечностей, на периферии. Возникает анемия (обескровливание) мозга, недостаточное снабжение его кислородом. Появляется резкое побледнение, слабость, головокружение, тошнота, потеря сознания, исчезновение пульса. Пострадавшего необходимо уложить на спину, поднять вверх ноги (выше головы), обеспечив отток венозной крови к сердцу, улучшив снабжение головного мозга кислородом, поднести к носу ватку смоченную нашатырным спиртом. Основная профилактика гравитационного шока - исключение внезапной остановки, постепенное замедление бега.

- Гипогликемическое состояние - следствие недостаточного количества в организме сахара, нарушение углеводного обмена в результате длительной физической нагрузки. Ощущается сильный голод, головокружение, иногда потеря сознания. Профилактика – легко усваиваемые углеводы до начала длительной физической нагрузки (немного сахара, меда и т.п.) или специальные питательные смеси.

- Солнечный и тепловой удары - возникают при длительной работе под действием солнечных лучей на обнаженную голову или тело. Тепловой удар - остро развивающееся болезненное состояние, обусловленное перегреванием организма. Его признаками являются: усталость, головная боль, слабость, боли в ногах, спине, тошнота, шум в ушах, повышение температуры, потемнение в глазах, ухудшение дыхания (прерывистое), потеря сознания.

Первая помощь: пострадавшего поместить в прохладное место, снять одежду, приподнять голову, охладить область сердца (холодный компресс), напоить. Дать понюхать нашатырный спирт, сердечные средства. При нарушении дыхания сделать искусственное дыхание.

При обморожениях на охлажденном участке вначале чувствуется легкое пощипывание, затем чувствительность теряется. Особенно поддаются ему пальцы рук, ног, нос, уши. Если произошло обморожение нельзя растирать пораженные места снегом, это только повредит кожу. Необходимо поместить обмороженный участок в тепло не

растирать, а согревать при комнатной температуре. Обмороженные места смазать жиром (вазелином).

Глава 6. АКТУАЛЬНОСТЬ ЗАДАЧИ ПОВЫШЕНИЯ УРОВНЯ ГОТОВНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ К ЗАЧЕТНЫМ ТРЕБОВАНИЯМ, НА ОСНОВЕ УПРАВЛЯЕМОЙ АДАПТАЦИИ К СМЕНЕ ВИДОВ УЧЕБНО-ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Выполнение контрольных нормативов требует от студента мобилизации всех своих сил и здесь следует принимать во внимание и учитывать все что может повлиять на конечный результат, в том числе характер учебно-познавательной деятельности, предшествующий зачетному занятию.

В течение учебного дня, занимаясь то одним видом учебно-познавательной деятельности, то другим, обучающиеся должны переключаться с выполнения одного вида задач на другой, и каждый раз проходит какое-то время, пока будет достигнуто оптимальное соответствие состояния личности и организма обучающегося к условиям проведения определенного вида учебно-познавательной деятельности – период адаптации.

Можно говорить о том, что к каждому учебному занятию кроме практической и теоретической подготовленности, определенного уровня умений и навыков по предмету, от студентов требуется некоторая психофизиологическая и физическая готовность. В этом случае под ней подразумевается готовность психических, физиологических и обеспечивающих двигательные действия систем человека к выполнению определенного рода учебно-познавательной деятельности.

Многообразие видов учебно-познавательной деятельности определяет многообразие психофизиологических и физических состояний обучающихся. Под психофизиологическим и физическим состоянием предлагается понимать целостные психофизиологические и физические реакции обучаемого на внешние и внутренние факторы, направленные на достижение полезного результата.

Параметром психофизиологического и физического состояния является величина, характеризующая какую-либо из реакций организма обучаемого на внешние или внутренние факторы.

Уровень психофизиологической и физической готовности к предстоящему занятию, зависит от индивидуальных особенностей личности обучаемого и определенных внешних факторов, воздействующих на него на предыдущем занятии. Эти факторы можно разделить на три вида:

- санитарно-гигиенические условия;
- временные условия;

- организация предыдущего вида учебно-познавательной деятельности.

К санитарно-гигиеническим условиям относятся температура и влажность воздуха, освещенность, содержание кислорода в воздухе, эргономичность учебных мест, запыленность, загазованность места проведения занятия. К временным условиям относятся: время дня, день недели, месяц семестра, время года, а также время, прошедшее после последнего приема пищи.

Вышеперечисленные факторы оказывают существенное влияние на психофизиологическую и физическую готовность. Второй фактор заставляет учитывать объективные закономерности колебания уровня работоспособности студентов в течение учебного дня, учебной недели, семестра. Как известно, в течение учебного дня объективно наблюдается два периода подъема работоспособности: один в первой половине дня, второй – в послеобеденное время. Каждому периоду характерны три фазы: врабатывание, повышенная работоспособность, снижение работоспособности. В течение недели те же фазы распределяются следующим образом: понедельник, вторник – врабатывание; среда, четверг – повышенная работоспособность; пятница, суббота – снижение работоспособности. Исследования показали, что и семестровый цикл разделяется на те же фазы.

Влияние фактора «организация предыдущего вида учебно-познавательной деятельности» в данном случае рассматривается, как влияние особенностей психофизиологической и физической деятельности обучаемых на предыдущем занятии на их психофизиологическую и физическую готовность к последующему виду учебно-познавательной деятельности, в нашем случае к зачету. Психофизиологическая деятельность характеризуется напряженностью и характером мыслительной деятельности, а также нервно-эмоциональной напряженностью учебной деятельности.

Физическая деятельность характеризуется интенсивностью, видом мышечных действий и работой обеспечивающих эту деятельность физиологических систем. Мышечные действия могут носить статический и динамический характер: поддержание рабочей позы «сидя», «стоя», выполнение чертежной, письменной работы, настройка и обслуживание аппаратуры, выполнение гимнастических упражнений и т.п. При этом используются, в той или иной степени, основные физические качества: сила, быстрота, выносливость, ловкость.

Влияние всех вышеперечисленных факторов преломляется через индивидуальные особенности личности, такие как типологические свойства нервной системы и темперамента, возрастные, морфологические, биохимические особенности организма, уровень физической подготовленности, состояние здоровья и другие, выливаясь, в итоге, в

психофизиологическую и физическую готовность студента к предстоящему виду учебно-познавательной деятельности.

Следует отметить, что особенно явно эти проблемы проявляются при чередовании занятий по общенаучным, общеинженерным и специальным дисциплинам с практическими занятиями по физической культуре. В этом случае происходит смена видов деятельности, в одном из которых доминирующую роль играет умственная работа с пониженной двигательной активностью и сохранением определенной рабочей позы, в другом – разнообразная активная двигательная деятельность с сопровождающей ее мыслительной работой.

Методика проведения занятий предусматривает проведение вводной (подготовительной) части для организации обучающихся, приведения их в состояние готовности к решению задач основной части, в нашем случае к сдаче контрольного норматива, и заключительной – для подведения итогов, приведения организма в относительно спокойное состояние (для занятий по физической культуре), но при проведении этих частей занятий, как правило, не учитывается характер предыдущей и последующей деятельности студентов. Неучтение этого факта отрицательно влияет на скорость адаптации к виду учебно-познавательной деятельности, что особенно наглядно проявляется при чередовании практических занятий по физической культуре с занятиями по общеинженерным и специальным дисциплинам.

Складывается противоречие между имеющим место в практике обучения несоответствием уровня психофизиологической и физической готовности обучающихся, объективно складывающейся в ходе проведения предшествующего занятия, видом учебно-познавательной деятельности последующего занятия и неучтением этого факта в общепринятых методиках проведения вводных (подготовительных) и заключительных частей занятий, в том числе, по дисциплине «физическая культура»

Это противоречие можно устранить, обеспечив управление процессом адаптации студентов к смене видов учебно-познавательной деятельности в ходе проведения вводных (подготовительных) и заключительных частей занятий.

Для каждой темы занятия по физической культуре в зависимости от педагогической ситуации, складывающейся из контекстной пары - вид предшествующего и вид последующего занятия, можно установить наиболее предпочтительные адаптирующие, предметно-ориентированные варианты проведения подготовительной и заключительной частей, оперативно поддерживающие достаточно высокий уровень психофизиологической и физической готовности при чередовании этих занятий с занятиями по другим дисциплинам.

Видится актуальной задача управления процессом адаптации обучаемых к смене видов учебно-познавательной деятельности с целью сокращения времени врабатывания и повышения эффективности как занятий, так и сдачи контрольных нормативов. Для решения этой задачи представляется наиболее целесообразным использовать проведение подготовительной (разминки) и заключительной частей занятий с адаптирующим, предметно-ориентированным содержанием.

В этом случае под управлением адаптацией следует понимать процесс педагогического воздействия с целью установления оптимального соответствия личности обучаемого и условий осуществления учебной деятельности в ходе осуществления им познавательной деятельности, которое позволяет индивидууму более эффективно удовлетворять актуальные познавательные потребности, и реализовывать связанные с ними значимые цели.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Амосов Н. М. Моя система здоровья / Н. М. Амосов. Киев: Здоров'я, 1997.

2. Амосов Н. М. Энциклопедия Амосова. Алгоритм здоровья / Н. М. Амосов. М.: ООО «Издательство АСТ»; Донецк: «Сталкер», 2004.

3. Жилкин А. И. Легкая атлетика: учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / А. И. Жилкин, В. С. Кузьмин, Е. В. Сидорчук. М.: Издательский центр «Академия», 2003.

4. Пулео Д. Анатомия бега / Д. Пулео, П. Милрой; перевод с англ. В. М. Баженова. Минск: «Попурри», 2011.

5. Легкая атлетика / под ред. Н. Г. Озолина, В. И. Воронкина, Ю. Н. Примакова. М., 1989.

6. Макаров А. Н. Легкая атлетика / А. Н. Макаров, В. З. Сирис, В. П. Теннов. М., 1987.

7. Гайс И. А. Оздоровительная ходьба / И. А. Гайс. М.: Советский спорт, 1990.

8. Грачев О. К. Физическая культура: учеб. пособие / под ред. Е. В. Харламова. М.: ИКЦ «МарТ»; Ростов н/Д.: Издательский центр «МарТ», 2005.

9. Холодов Ж. К. Теория и методика физического воспитания и спорта: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений. 2-е изд., испр. и доп. / Ж. К. Холодов, В. С. Кузнецов. М.: Издательский центр «Академия», 2003.

10. Ингерлейб М. Б. Анатомия физических упражнений / М. Б. Ингерлейб. 2-е изд. Ростов н/Д.: Феникс, 2009.

11. Андерсон В. Растяжка для каждого / В. Андерсон, Дж. Андерсон; пер. с англ. О. Г. Белошеева. Минск: ООО «Попурри», 2002.

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Факультет геологии и геофизики

Кафедра Математики

В. Б. Сурнев

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

РЕШЕБНИК ЗАДАЧ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

Екатеринбург 2020

Министерство высшего образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

Уральский государственный горный университет

Факультет геологии и геофизики

Кафедра Математики

В. Б. Сурнев

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

РЕШЕБНИК ЗАДАЧ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

Екатеринбург 2020

УДК 512.64
ББЛ 22.143
С 90

С 90 В. Б. Сурнев
Высшая математика. Решебник задач по высшей математике: -
Учебно-методическое пособие. Екатеринбург. ФГБОУ ВО УГГУ. 2020. – 338 с.

ISBN

Пособие охватывает все разделы дисциплины «Математика», предусмотренные государственными стандартами подготовки специалистов специальности «Горное дело». В каждой главе пособия приводятся краткие теоретические сведения и примеры решения типовых задач, предлагаются задания для самостоятельной работы.

Предназначено для студентов специальности 21.05.04 – «Горное дело»: специализация № 6 «Обогащение полезных ископаемых», специализация № 10 «Электрификация и автоматизация горного производства», специализация N 8 "Горнопромышленная экология", специализация № 9 "Горные машины и оборудование". Учебное пособие моет быть использовано и для других специальностей и направлений подготовки горно-геологического профиля высших учебных заведений.

Рецензенты:
Кафедра информатики ФГБОУ ВО УГГУ, зав. кафедрой канд. техн. наук, доцент А. В. Дружинин

Д-р физ.-мат. наук, в. н. с., ИГФ УрО РАН им. Ю. П. Булашевича А. Ф. Шестаков.

Сурнев Виктор Борисович

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА. РЕШЕБНИК ЗАДАЧ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

ISBN

© Сурнев В. Б., 2020

© Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Уральский государственный горный университет (УГГУ)

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ **9**

Часть 1. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА С ЭЛЕМЕНТАМИ ОБЩЕЙ АЛГЕБРЫ **11**

1. ЭЛЕМЕНТЫ ОБЩЕЙ АЛГЕБРЫ

Практическое занятие 1. Теория множеств. Множества, операции, отношения 11

Предварительные сведения 11

Примеры с решением 13

Практическое занятие 2. Числовые поля. Комплексные числа 20

Предварительные сведения 20

Примеры с решением 22

Задания для самостоятельной работы 24

2. ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА И ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ 30

Практическое занятие 1. Векторная алгебра 30

Предварительные сведения 30

Примеры с решением 33

Практическое занятие 2. Векторное и смешанное произведения. Прямая линия и плоскость 45

Предварительные сведения 45

Примеры с решением 46

Практическое занятие 3. Абстрактные векторные пространства 52

Предварительные сведения 52

Примеры с решением 53

Практическое занятие 4. Линейные операторы, матрицы, определители и СЛАУ 75

Предварительные сведения 75

Примеры с решением 76

Практическое занятие 5. Общие свойства линейных операторов 91

Предварительные сведения 91

Примеры с решением 92

Задания для самостоятельной работы 101

Часть 2. ОПЕРАТОРЫ В ЕВКЛИДОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ. ГЕОМЕТРИЯ ПРОСТРАНСТВА E^n 113

Практическое занятие 1. Подпространства. Специальные типы линейных операторов в евклидовом пространстве 113

Предварительные сведения 113

Примеры с решением 116

Практическое занятие 2. Некоторые задачи в геометрии евклидова пространства 137

Предварительные сведения 137

Примеры с решением 138

Практическое занятие 3. Поверхности второго порядка 145

Предварительные сведения 145

Примеры с решением 147

Задания для самостоятельной работы 157

ЧАСТЬ 3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ И ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОГО ПЕРЕМЕННОГО 162

Практическое занятие 1. Понятие предела числовой последовательности 162

Предварительные сведения 162

Примеры с решением 164

Практическое занятие 2. Непрерывность и предел функции 172

Предварительные сведения 172

Примеры с решением 173

Практическое занятие 3. Дифференцируемость функции одного переменного 179

Предварительные сведения 179

Примеры с решением 180

Практическое занятие 4. Основные теоремы дифференциального исчисления 191

Предварительные сведения 191

Примеры с решением 192

Практическое занятие 5. Исследование функций одного переменного 201

Предварительные сведения 201

Примеры с решением 203

Практическое занятие 6. Интегрируемость функций одного переменного 210

Предварительные сведения 210

Примеры с решением 211

Задания для самостоятельной работы **217**

ЧАСТЬ 4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ. РЯДЫ **224**

Практическое занятие 1. Дифференцируемость функций нескольких переменных **224**

Предварительные сведения 224

Примеры с решением 226

Практическое занятие 2. Исследование функции нескольких переменных **239**

Предварительные сведения 239

Примеры с решением 240

Практическое занятие 3. Числовые ряды **244**

Предварительные сведения 244

Примеры с решениями 245

Практическое занятие 4. Функциональные и степенные рядь 251

Предварительные сведения 251

Примеры с решением 253

Задания для самостоятельной работы 260

ЧАСТЬ 5. ТЕОРИЯ ПОЛЯ. ВЕКТОРНЫЙ АНАЛИЗ. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ **266**

Практическое занятие 1. Базисные векторные поля **266**

Предварительные сведения 266

Примеры с решением 269

Практическое занятие 2. Криволинейные интегралы **279**

Предварительные сведения 279

Примеры с решением 281

Практическое занятие 3. Кратные интегралы **284**

Предварительные сведения 284

Примеры с решением 287

Практическое занятие 4. Некоторые приложения криволинейных и кратных интегралов **296**

Предварительные сведения **296**

Примеры с решением **297**

Практическое занятие 5. Поверхностные интегралы **302**

Предварительные сведения 302

Примеры с решением 303

Практическое занятие 6. Векторный анализ **307**

Предварительные сведения 307

Примеры с решением 310

Практическое занятие 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения 319

Предварительные сведения 319

Примеры с решением 322

Практическое занятие 8. Системы ОДУ **337**

Предварительные сведения 337

Примеры с решением 342

Задания для самостоятельной работы 348

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебное пособие «ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА. РЕШЕБНИК ЗАДАЧ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ» предназначено для студентов технических направлений подготовки и технических специальностей университетов. Цель данного пособия – оказание помощи студентам в самостоятельной работе по освоению общего курса высшей математики технического вуза. Перечислим некоторые причины, побудившие автора к созданию данного пособия.

Хорошо известно, что без самостоятельной работы сколько-нибудь твёрдое освоение курса высшей математики совершенно невозможно. За то малое количество часов аудиторных занятий, которое отводится современными учебными планами, особенно для направлений подготовки бакалавров, никакой преподаватель не сможет обучить студентов даже основам математики, не говоря уже об овладении методами последней на уровне, нужном для плодотворного изучения специальных дисциплин учебных планов таких, как, например, теоретическая механика, теоретическая электротехника и так далее.

Желательно, чтобы студент научился самостоятельно выбирать метод решения задачи, поставленной в предметной области, и мог использовать для его реализации знания по высшей математике, полученные в университете. Последнее может быть достигнуто только упорным и творческим самостоятельным трудом, чему и призвано помочь данное пособие.

В настоящее время достаточно велико число желающих получить высшее образование с использованием дистанционных методов обучения. Несмотря на наличие у подавляющего большинства обучающихся в свободном доступе вычислительной техники разного уровня, «книжный вариант» самостоятельного изучения дисциплины математика не потерял своей актуальности. Для многих студентов наличие печатного пособия по практическому освоению курса высшей математики предпочтительнее её электронного варианта.

Предлагаемое учебное пособие появилось как результат многолетнего преподавания автором высшей математики в техническом вузе – ФГБОУ ВО Уральский государственный горный университет. Пособие содержит материал по основным разделам общего курса высшей математики. Некоторые разделы, включаемые обычно в общий курс высшей математики, в пособии не представлены.

В качестве примера назовём теорию функций комплексной переменной (ТФКП). По мнению автора ТФКП является по существу самостоятельной дисциплиной и требует отдельного издания. К тому же в русскоязычной литературе имеются в большом числе практические пособия по данной дисциплине.

Аналогично, теория вероятностей и математическая статистика в совокупности являются отдельной дисциплиной со своими теориями и методами. Поэтому включение теории вероятностей и

математической статистики в качестве раздела в пособие по общему курсу высшей математики нецелесообразно.

Также отсутствует в пособии теория уравнений с частными производными, которая является по мнению автора отдельной дисциплиной, имеющей своё историческое название – «Математическая физика».

Кроме перечисленных разделов высшей математики в пособии не представлена теория операторов, которая известна также под названием «Функциональный анализ». Данная математическая дисциплина вынужденно исключена из современных учебных планов и программ в связи с сокращением времени на изучение высшей математики.

Список разделов, включённых в данное пособие, легко увидеть из оглавления, поэтому перечислять их нет необходимости. Сделаем лишь несколько замечаний относительно структуры пособия.

Перед каждым разделом помещены краткие теоретические сводки, цель которых напомнить студенту, изучившему предварительно теоретический материал по лекционному курсу, необходимые для разбора предлагаемых примеров и решения заданий формулы.

Дальше приводятся с подробным решением примеры типовых задач, перемежающиеся иногда с дополнительными сведениями и с практико-ориентированными примерами из предметных областей.

После примеров с решениями приводятся в достаточном количестве задания для самостоятельной работы. В заданиях для самостоятельной работы ответы не приводятся. Сделано это намеренно, с целью побудить студентов в процессе самостоятельных занятий к общению между собой и с преподавателем.

В заключение отметим, что особое внимание в пособии уделяется трудным для освоения студентами разделов высшей математики, имеющих на первый взгляд абстрактный характер, например, линейной алгебре и теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Прикладной характер данных разделов не может быть обоснован на начальных стадиях обучения в вузе и выяснится лишь при изучении специальных дисциплин.

ЧАСТЬ 1. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА С ЭЛЕМЕНТАМИ БЩЕЙ АЛГЕБРЫ

1. ЭЛЕМЕНТЫ ОБЩЕЙ АЛГЕБРЫ

Практическое занятие 1. Теория множеств

Множества, операции, отношения

Предварительные сведения

Множество – неопределяемое понятие. Множество можно задать. Конечное множество задаётся списком, например,

$$M = \{a, b, \ldots k\},$$

где $a, b, \ldots k$ – **элементы** множества.

Бесконечное множество задаётся при помощи признака, позволяющего установить принадлежность элементов данному множеству:

$$M = \{x : x \in K\}.$$

Читается: M есть множество элементов x, обладающих свойством (свойствами) K, и только эти элементы являются элементами данного множества.

Над множествами можно производить операции.

Множества M_1 и M_2 считаются **равными**, если

$$M_1 = M_2 \Leftrightarrow x \in M_1 \Rightarrow x \in M_2 \wedge y \in M_2 \Rightarrow y \in M_1.$$

Пересечение множеств: $M_1 \cap M_2 \overset{def}{=} \{x : x \in M_1 \; и \; x \in M_2\}.$

Объединение множеств: $M_1 \cup M_2 \overset{def}{=} \{x : x \in M_1 \; или \; x \in M_2\}.$

Разность множеств: $M_1 - M_2 \equiv M_1 \setminus M_2 = \{x : x \in M_1 \; и \; x \notin M_2\}.$

Произведение множеств: $M_1 \times M_2 = \{\{x, y\} : x \in M_1, \; y \in M_2\}.$

Здесь $\{x, y\}$ – упорядоченная пара элементов $x \in M_1, \; y \in M_2$.

Закон тождества гласит:

$$M_1 = M_2 \Leftrightarrow M_1 \subset M_2 \wedge M_2 \subset M_1.$$

Пусть $x \in M \wedge y \in M$. **Бинарной алгебраической операцией** называется отображение

$$\varphi : \{x, y,\} \to z \in M.$$

Алгебраическая операция называется **ассоциативной**, если

$$(\forall x, y, z \in M)\ x*(y*z)=(x*y)*z.$$

Алгебраическая операция называется **коммутативной**, если

$$(\forall x, y \in M)\ x*y=y*x.$$

Алгебраическая операция $(\circ)$ называется **дистрибутивной** относительно алгебраической операции $(*)$, если $(\forall x, y, z \in M)$

1) $(x*y)\circ z=(x\circ z)*(y\circ z)$,
2) $z\circ(x*y)=(z\circ x)*(z\circ y)$.

Множество $G\neq\varnothing$ с заданной на нём бинарной алгебраической (внутренней) операцией $(*)$, называется **группой**, если выполнены следующие аксиомы:

1) $(\forall\ x, y, z \in G)\ x*(y*z)=(x*y)*z$;
2) $(\exists\, e \in G):(\forall\ x \in G)\ x*e=e*x=x$;
3) $(\forall\ x \in G)(\exists\, x^{-1} \in G):\ x*x^{-1}=x^{-1}*x=e$.

Группа называется **абелевой**, или **коммутативной**, если алгебраическая (групповая) операция коммутативна.

Непустое множество K с двумя алгебраическими операциями **сложением** и **умножением** называется **кольцом**, если выполнены аксиомы:

1) K есть абелева группа по операции сложения (**аддитивная группа кольца**);
2) операции сложения и умножения связаны дистрибутивными законами, то есть $(\forall x, y, z \in K)\ x(y+z)=xy+xz$ и $(y+z)x=yx+zx$.

Непустое множество P вместе с двумя алгебраическими операциями – **сложением** и **умножением**, называется **полем**, если выполняются следующие аксиомы:

1) P есть аддитивная абелева группа по сложению;
2) $P-\{0\}$ есть мультипликативная абелева группа по умножению;
3) операции сложения и умножения связаны дистрибутивными законами, то есть $(\forall\ x, y, z \in P)\ x(y+z)=xy+xz,\ (y+z)x=yx+zx$.

Примеры с решением

Пример 1.1.1. Найти все подмножества множества $M = \{2, 7, 9\}$.

Р е ш е н и е. Подмножествами данного множества являются: пустое множество $\varnothing$; само множество M; одноэлементные множества $\{2\}, \{7\}, \{9\}$; двухэлементные множества $\{2, 7\}, \{2, 9\}, \{7, 9\}$. $\otimes$

Пример 1.1.2. Найти пересечение, объединение и разность множеств $A = \{a, b, c, d, e, f\}, B = \{b, e, f, k\}$.

Р е ш е н и е. Пересечение множеств $A \cap B$ содержит три элемента

$$A \cap B = \{b, e, f\},$$

объединение множеств содержит семь элементов

$$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f, k\},$$

разность

$$A - B = \{a, c, d\}. \otimes$$

Пример 1.1.3. Найти пересечение множеств решений неравенств

$$2x - 3 > x + 1,\ 3x - 8 < 2x + 1,$$

полагая, что $x \in R^1$.

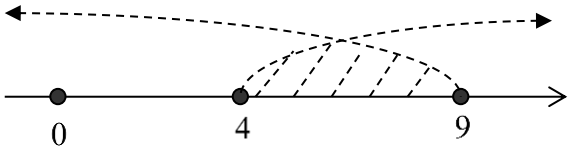


Рис. 1.

Р е ш е н и е. Решением первого неравенства является множество действительных чисел $x > 4$, решением второго неравенства является множество действительных чисел $x < 9$. Их пересечением (рисунок 1.1.1) является множество $M = \{x \in R^1 : 4 < x < 9\}$. $\otimes$

Пример 1.1.4. Найти произведение $A \times B$ множеств

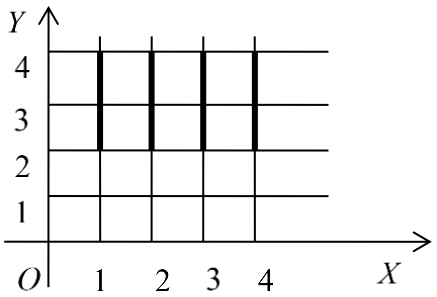
$$A = \{m, p\}, B = \{e, f, k\}.$$

Р е ш е н и е. Составляем, согласно определению, всевозможные упорядоченные пары, первой компонентой которых является элемент множества A, а второй – элемент множества B:

$$A \times B = \{\{m, e\}, \{m, f\}, \{m, k\}, \{p, e\}, \{p, f\}, \{p, k\}\}. \otimes$$

Пример 1.1.5. Изобразить на координатной плоскости произведение $A\times B$ множеств $A=\{1, 2, 3, 4\}$, $B=\{x\in R^1 : 2\le y\le 4\}$.

Р е ш е н и е. Множество A конечно, а множество B – бесконечно, поэтому произведение множеств состоит из бесконечного множества упорядоченных пар, первым компонентом которых являются числа 1, 2, 3 или 4, а вторым – любое действительное число из замкнутого промежутка $[2, 4]$. Множество пар координатной плоскости изобразится



в виде четырёх отрезков, параллельных оси ординат (рисунок 2). $\otimes$

Пример 1.1.6. Доказать транзитивность отношения равенства для произвольных множеств.

Р е ш е н и е. Пусть X, Y и Z – произвольные множества. Покажем, что из $X=Y$ и $Y=Z \Rightarrow X=Z$.

Пусть $x\in X$. Тогда, так как $X=Y$, имеем $x\in Y$. Но так как $Y=Z$, получаем $x\in Z$.

Обратно, из $x\in Z$ следует, что $x\in X$. По закону тождества получаем $X=Z$. $\otimes$

Пример 1.1.7. Доказать, что для произвольных множеств A, B и C справедливо равенство: $A\setminus(B\cap C)=(A\setminus B)\cup(A\setminus C)$.

Р е ш е н и е. Покажем, что

$$A\setminus(B\cap C)\subset(A\setminus B)\cup(A\setminus C).$$

Пусть $x\in A\setminus(B\cap C)$. Откуда следует, что $x\in A$ и $x\notin B\cap C$. То есть, $x\in A$ и $x\notin B$, или $x\in A$ и $x\notin C$. Поэтому

$$x\in A\setminus B, \text{ или } x\in A\setminus C,$$

то есть

$$x\in(A\setminus B)\cup(A\setminus C).$$

Следовательно, в соответствие с определением части множества включение

$$A\setminus(B\cap C)\subset(A\setminus B)\cup(A\setminus C)$$

доказано.

Включение $(A \setminus B) \cup (A \setminus C) \subset A \setminus (B \cap C)$ доказывается аналогично.

Из доказанных включений с учётом закона тождества получаем требуемое равенство $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$. $\otimes$

Пример 1.1.8. Проверить непосредственно, что для множеств

$$X = \{3, 5, 7\}, Y = \{7, 9\}, Z = \{0, 1\}$$

выполняется следующее равенство: $(X \cup Y) \times Z = (X \times Z) \cup (Y \times Z)$.

Р е ш е н и е. Для левой части равенства непосредственно получаем $X \cup Y = \{3, 5, 7, 9\}$ и далее имеем:

$$(X \cup Y) \times Z = \{3, 5, 7, 9\} \times \{0, 1\} =$$
$$= \{\{3, 0\}, \{5, 0\}, \{7, 0\}, \{9, 0\}, \{3, 1\}, \{5, 1\}, \{7, 1\}, \{9, 1\}\}.$$

Для правой части получаем аналогично:

$$(X \times Z) \cup (Y \times Z) = \{\{3, 5, 7\} \times \{0, 1\}\} \cup \{\{7, 9\} \times \{0, 1\}\} =$$
$$= \{\{3, 0\}, \{5, 0\}, \{7, 0\}, \{3, 1\}, \{5, 1\}, \{7, 1\}\} \cup \{\{7, 0\}, \{7, 1\}, \{9, 0\}, \{9, 1\}\} =$$
$$= \{\{3, 0\}, \{5, 0\}, \{3, 1\}, \{5, 1\}, \{7, 0\}, \{7, 1\}, \{9, 0\}, \{9, 1\}\}.$$

Сравнивая полученные равенства, видим, что оба множества состоят из одних и тех же элементов, то есть, равны друг другу. $\otimes$

Пример 1.1.9. Выяснить, является ли на подмножестве

$$R^+ = \{x \in R^1 : x > 0\}$$

множества действительных чисел R^1 алгебраической операция $x * y = x^2$ и указать, обладает ли эта операция свойствами коммутативности и ассоциативности.

Р е ш е н и е. Пусть x, y, z – любые элементы из R^+. Тогда, очевидно, $(\forall x \in R^+)\, x^2 \in R^+$, то есть операция $(*)$ является бинарной алгебраической операцией. Так как по определению операции имеем

$$(\forall x \neq y)\, x * y = x^2 \neq y * x = y^2,$$

то операция $(*)$ не является коммутативной. Далее, так как

$$(\forall x \neq y \neq z \in R^+)\, x * (y * z) = x^2 \neq (x * y) * z = (x * y)^2 = x^4,$$

то операция $(*)$ не является ассоциативной. $\otimes$

Пример 1.1.10. Ассоциативна ли на множестве действительных чисел R^1 операция $x * y = \sin x \cdot \sin y$.

Р е ш е н и е. Для определённой операции имеем:

$$(\forall x,\, y,\, z \in R)\,(x * y) * z = \sin(\sin x \cdot \sin y) \cdot \sin z,$$

$$x * (y * z) = \sin x \cdot \sin(\sin y \cdot \sin z).$$

Очевидно, что $(x * y) * z = x * (y * z)$ выполняется не для всех $x,\, y,\, z$, следовательно, операция $(*)$ свойством ассоциативности не обладает. $\otimes$

Пример 1.1.11. На множестве $M = \{2,\, 4,\, 6,\, 8\}$ задано отношение «***меньше***». Изобразить это отношение: 1) выписав все упорядоченные пары; 2) построив граф отношения.

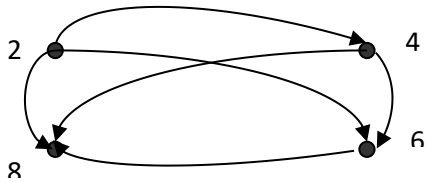


Рис. 1.8.3.

Р е ш е н и е. Отношение имеет вид:

$$2 < 4,\, 2 < 6,\, 2 < 8,\, 4 < 6,\, 4 < 8,\, 6 < 8.$$

Запишем отношение в виде подмножества $\Re \subset M \times M$ произведения множества M на себя, то есть в виде множества упорядоченных пар:

$$\{2,\, 4\},\, \{2,\, 6\},\, \{2,\, 8\},\, \{4,\, 6\},\, \{4,\, 8\},\, \{6,\, 8\}.$$

Граф отношения приведён на рисунке 3. $\otimes$

Пример 1.1.12. Пусть $M = \{f,\, p,\, q\}$ и задано подмножество $\Re$ множества $M \times M$

$$\{\{f,\, p\},\, \{f,\, q\},\, \{f,\, f\},\, \{p,\, f\},\, \{q,\, f\},\, \{p,\, q\},\, \{p,\, p\},\, \{q,\, p\},\, \{q,\, q\}\}.$$

Обладает ли определяемое этим подмножеством отношение свойствами рефлексивности, симметричности и транзитивности?

Р е ш е н и е. Очевидно, что для элементов множества $\Re$ истинны следующие высказывания:

$$1)\, \{f,\, f\},\, \{p,\, p\},\, \{q,\, q\} \in \Re;$$

$$2)\ \{f,\ p\}\wedge\{p,\ f\}\in\Re,\ \{f,\ q\}\wedge\{q,\ f\}\in\Re,$$
$$\{p,\ q\}\wedge\{q,\ p\}\in\Re;$$
$$3)\ \{f,\ p\}\in\Re\wedge\{p,\ q\}\in\Re\Rightarrow\{f,\ q\}\in\Re,$$
$$\{f,\ q\}\in\Re\wedge\{q,\ p\}\in\Re\Rightarrow\{f,\ p\}\in\Re,$$
$$\{p,\ f\}\in\Re\wedge\{f,\ q\}\in\Re\Rightarrow\{p,\ q\}\in\Re.$$

Поэтому отношение $\Re$ на множестве M, заданное множеством упорядоченных пар элементов M, рефлексивно, симметрично и транзитивно. $\otimes$

Пример 1.1.13. Показать, что отношение включения $\subset$ является отношением порядка.

Р е ш е н и е. 1) Пусть X – произвольное множество. Так как всегда $X\subset X$, то отношение $\subset$ рефлексивно. 2) Пусть X, Y, Z – произвольные множества, для которых выполняются включения $X\subset Y$ и $Y\subset Z$. Если $x\in X$, то в силу $X\subset Y$ имеем $x\in Y$, а так как $Y\subset Z$, то и $x\in Z$. Поэтому $(X\subset Y\wedge Y\subset Z)\Rightarrow X\subset Z$, то есть отношение $\subset$ транзитивно. 3) Так как по закону тождества имеем

$$(X\subset Y\wedge Y\subset X)\Leftrightarrow X=Y,$$

то отношение $\subset$ антисимметрично.

Отношение $\subset$ рефлексивно, транзитивно и антисимметрично и, следовательно, является отношением порядка. $\otimes$

Пример 1.1.14. Пусть функция $f: M_1\to M_2$, где $M_1\subset R^1$ и $M_2\subset R^1$, задана формулой $y=\pm\sqrt{1-x^2}$. Требуется: найти множество определения M_1 и множество значений M_2 этой функции; выяснить, является ли данная функция отображением или преобразованием; выяснить, является ли f инъективной, сюръективной или биективной.

Р е ш е н и е. Множеством определения функции f является множество $M_1=\{x\in R^1: -1\le x\le 1\}$, а множеством значений – множество $M_2=M_1$, следовательно f осуществляет отображение M_1 на M_1, то есть является преобразованием. Так как $(\exists x\in M_1): f(x)=f(-x)$, то преобразование f не является инъективным, но очевидно, что f – сюръективно. Следовательно, отображение f не является биективным. $\otimes$

Пример 1.1.15. Доказать, что множество натуральных чисел N с операцией $(*): x*y=\min\{x,\ y\}$ является полугруппой.

Р е ш е н и е. Исходя из определения полугруппы, нужно проверить, что операция $(*)$ является алгебраической и ассоциативной. Так как

$$(\forall x,\, y \in N)\; x * y = \min\{x,\, y\} \in N,$$

то операция $(*)$ является алгебраической. Проверим её на ассоциативность, имеем:

$$(\forall x,\, y,\, z \in N)\,(x * y) * z = \min\{\min\{x,\, y\},\, z\} = \min\{x,\, \min\{y,\, z\}\}.$$

Операция $(*)$ ассоциативна. Поэтому $(N, *)$ – полугруппа. $\otimes$

Пример 1.1.16. Доказать, что множество положительных действительных чисел $R^+ = \{x \in R^1 : x > 0\}$, в котором операции «сложения» и «умножения на число» введены по правилам

$$(\forall x,\, y \in R^+ \wedge \forall \alpha \in R)\; x + y \overset{def}{=} x \cdot y \wedge \alpha \cdot x \overset{def}{=} x^{\alpha},$$

является векторным пространством.

Р е ш е н и е. Согласно определению векторного пространства, в множестве R^+ должны выполняться две группы аксиом.

Аксиомы сложения:

1) $(\forall x,\, y \in A)\; x + y = y + x$ (**коммутативность**);

2) $(\forall x,\, y,\, z \in M)\; x * (y * z) = (x * y) * z$. (**ассоциативность**);

3) $(\exists 0 \in A) : (\forall x \in A)\; x + 0 = x$ (существование нулевого элемента);

4) $(\forall x \in A)(\exists (-x) \in A) :\; x + (-x) = 0$ (существование противоположного элемента).

Аксиомы умножения на число:

5) $(\forall x \in A \wedge \forall \alpha,\, \beta \in R)\; (\alpha + \beta) \cdot x = \alpha \cdot x + \beta \cdot x$;

6) $(\forall x,\, y \in A \wedge \forall \alpha \in R)\; \alpha \cdot (x + y) = \alpha \cdot x + \alpha \cdot y$;

7) $(\forall x \in A)\; 1 \cdot x = x$;

8) $\left(\forall x \in A \wedge \forall \alpha, \beta \in R\right)\ (\alpha \cdot \beta) \cdot x = \alpha \cdot (\beta \cdot x).$

Во множестве R^+ операция «сложения» является бинарной алгебраической операцией, а операция «умножения на число» является внешней бинарной операцией, так как

$$\left(\forall x, y \in R^+ \wedge \forall \alpha \in R^1\right) x \cdot y \in R^+ \wedge x^\alpha \in R^+.$$

Проверим выполнение аксиом.

1) Коммутативность операции «сложения» выполняется, так как

$$\left(\forall x, y \in R^+\right) x \cdot y = y \cdot x.$$

2) Ассоциативность операции «сложения» выполняется, так как

$$\left(\forall x, y, z \in R^+\right)(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z).$$

3) В качестве нулевого элемента выбираем единицу, так как

$$\left(\forall x \in R^+\right) 1 \cdot x = x \cdot 1 = x.$$

4) Противоположный элемент

$$-x = \frac{1}{x},$$

так как $\left(\forall x \in R^+\right) x \cdot \frac{1}{x} = 1.$

5) Так как $x^{\alpha+\beta} = x^\alpha \cdot x^\beta$, то

$$(\alpha + \beta) \cdot x = \alpha \cdot x + \beta \cdot x.$$

6) Так как $(x \cdot y)^\alpha = x^\alpha \cdot y^\alpha$, то

$$\alpha \cdot (x + y) = \alpha \cdot x + \alpha \cdot y.$$

7) Так как $x^1 = x$, то

$$1 \cdot x = x.$$

8) Так как $x^{\alpha \cdot \beta} = \left(x^{\beta}\right)^{\alpha}$, то

$$(\alpha \cdot \beta) \cdot x = \alpha \cdot (\beta \cdot x).$$

Все аксиомы векторного пространства выполняются, следовательно, множество R^+ с введёнными операциями является векторным пространством над полем действительных чисел R^1.

$\otimes$

Практическое занятие 2. Числовые поля. Комплексные числа

Предварительные сведения

Комплексными числами называются упорядоченные пары действительных чисел вида (a, b), для которых операции сложения и умножения вводятся посредством определения результата их выполнения в соответствии со следующими аксиомами.

1. Два комплексных числа (a, b) и (c, d) считаются **равными** в том и только в том случае, если $a = c$ и $b = d$, что при помощи логической символики записывается так:

$$(a, b) = (c, d) \Leftrightarrow a = c \wedge b = d. \qquad (3.1)$$

2. **Сумма** двух комплексных чисел (a, b) и (c, d) является комплексным числом, которое находится по правилу:

$$(a, b) + (c, d) \overset{def}{=} (a + c, b + d). \qquad (3.2)$$

3. **Произведение** двух комплексных чисел (a, b) и (c, d) является комплексным числом, которое находится по правилу:

$$(a, b)(c, d) \overset{def}{=} (ac - bd, ad + bc). \qquad (3.3)$$

4. Комплексное число $(a, 0)$ **отождествляется с действительным (вещественным) числом** a: $(a, 0) \equiv a$. В частности, $(0, 0) \equiv 0$.

Числа вида $(0, b)$ называются **мнимыми числами**. Число $i \overset{def}{=} (0,1)$ называется мнимой единицей, причём $i^2 = (-1,0) \equiv -1$.

Нетрудно показать, что множество всех комплексных чисел является полем.

Алгебраическая форма комплексного числа

$$z = a + bi \equiv a + ib.$$

Тригонометрическая форма комплексного числа

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi),$$

где $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ – **модуль** комплексного числа, $\varphi = arctg\,\frac{b}{a}$ – **аргумент** комплексного числа.

Операции над комплексными числами производятся путём обычного раскрытия скобок с учётом того, что $i^2 = (-1, 0) = -1$.

В тригонометрической форме операции над комплексными числами выполняются по следующим правилам.

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 \left(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2)\right),$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}\left(\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 - \varphi_2)\right),$$

$$z^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi).$$

Корни n-й степени из комплексного числа α существуют и все они даются формулой

$$\beta_k = r^{\frac{1}{n}}\left(\cos\frac{\varphi+2k\pi}{n}+i\sin\frac{\varphi+2k\pi}{n}\right)$$

при любом целом числе k.

Примеры с решением

Пример 1.2.1. Построить точку, изображающую комплексное число

$$z=-3-4i.$$

Р е ш е н и е. В данной задаче $z=a+bi=-3-4i$. Так как на комплексной плоскости $a=x$ и $b=y$, то точка, изображающая на комплексной плоскости число z, имеет координаты $x=-3$ и $y=-4$. $\otimes$

Пример 1.2.2. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z=-4-4\sqrt{3}i$.

Р е ш е н и е. Модуль числа $|z|=\sqrt{(-4)^2+\left(-4\sqrt{3}\right)^2}=8$. Точка z лежит в третьей четверти, поэтому $\arg z = arctg\sqrt{3}=-\frac{2\pi}{3}$. $\otimes$

Пример 1.2.3. Выполнить указанные действия:

$$\frac{(3-4i)(2-i)}{2+i}-\frac{(3+4i)(2+i)}{2-i}.$$

Р е ш е н и е. Выполняем действия, раскрывая скобки и учитывая свойство мнимой единицы $i^2=-1$. $\otimes$

Пример 1.2.4. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых выполнено условие: $-2<\operatorname{Im} z\le 3$.

Р е ш е н и е. Так как на комплексной плоскости $\operatorname{Im} z=y$, то искомое множество точек является полосой, заключённой между прямыми линиями с уравнениями $y=-2$ и $y=3$, причём точки первой прямой этому множеству не принадлежат, а точки второй прямой принадлежат. $\otimes$

Пример 1.2.5. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых выполнено условие: $|z-1|<3$.

Р е ш е н и е. Положим $z=x+iy$. Тогда имеем $z-1=(x-1)+iy$, откуда получаем

$$|z-1|=\sqrt{(x-1)^2+y^2}<3,$$

или

$$(x-1)^2+y^2<9.$$

Искомое множество точек комплексной плоскости является внутренностью круга радиуса 3 с центром в точке $(1;0)$. $\otimes$

Пример 1.2.6. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых выполнено условие: $\log_3|z-3i|<1$.

Р е ш е н и е. Положим $z=x+iy$. Тогда для числа $z-3i$ имеем

$$z-3i=x+i(y-3),$$

откуда получаем

$$|z-3i|=\sqrt{x^2+(y-3)^2}\,.$$

Решая неравенство

$$\log_3\sqrt{x^2+(y-3)^2}<1,$$

получаем $x^2+(y-3)^2<9$. Искомое множество точек является внутренностью круга радиуса 3 с центром в точке с координатами $(0;3)$. $\otimes$

Пример 1.2.7. Представить комплексное число

$$z=-\cos\vartheta+i\sin\vartheta$$

в тригонометрической форме.

Р е ш е н и е. Стандартная запись комплексного числа в тригонометрической форме имеет вид $z=r(\cos\varphi+i\sin\varphi)$. По формулам приведения имеем $-\cos\vartheta=\cos(\pi-\vartheta)$. Поэтому, полагая $r=1$ и $\varphi=\pi-\vartheta$, получаем стандартную запись комплексного числа в тригонометрической форме

$$z=\cos(\pi-\vartheta)+i\sin(\pi-\vartheta).\ \otimes$$

Пример 1.2.8. Представить комплексное число $z=4-4\sqrt{3}\cdot i$ в тригонометрической форме.

Р е ш е н и е. 1) Находим модуль: $|z|=\sqrt{4^2+\left(-4\sqrt{3}\right)^2}=8.$

2) Находим аргумент. Так как $\cos\varphi=\dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{2}$, $\sin\varphi=\dfrac{-4\sqrt{3}}{8}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, то $\varphi=-\dfrac{\pi}{3}$. Следовательно, $z=8\left[\cos\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)\right]$. $\otimes$

Пример 1.2.9. Выполнить умножение комплексных чисел:

$$8\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)\cdot\frac{1}{16}\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right).$$

Р е ш е н и е. Используя формулу умножения, получаем:

$$8\cdot\frac{1}{16}\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{6}\right)\right)=\frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)=\frac{1}{2}i.\otimes$$

Пример 1.2.10. Выполнить деление комплексных чисел:

$$2\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right):4\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right).$$

Р е ш е н и е. Используем формулу деления комплексных чисел, получаем:

$$\frac{2}{4}\left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{2}\right)\right)=\frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{1}{4}i.\otimes$$

Пример 1.2.11. Возвести комплексное $2\left(\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)\right)$ число в седьмую степень.

Р е ш е н и е. По формуле возведения комплексного числа в степень имеем:

$$\left[2\left(\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)\right)\right]^7=2^7\left(\cos\left(-\frac{21\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\frac{21\pi}{4}\right)\right)=$$

$$=-64\sqrt{2}+64\sqrt{2}\,i.\otimes$$

Задания для самостоятельной работы

1. Пусть $M=\{4,8,11,22\}$. Образовать всевозможные подмножества этого множества и указать их число.

2. Пусть

$$X=\{1,2,3,4,5,6\},\ Y=\{2,4,6,8,10\}.$$

Найти $X\cap Y,\ X\cup Y,\ X-Y,\ Y-X$.

3. Пусть $X=[1,3)\cup(5,7]$ и $Y=[2,6]$. Найти $X\cap Y,\ X\cup Y,\ X-Y,\ Y-X$.

4. Найти пересечение и объединение множеств решений неравенств:

$$3x+4\geq 7x-16,\ |x-3|<1.$$

5. Изобразить на декартовой плоскости произведение множеств:

а) $X=\{x:2\leq x\leq 6\},\ Y=\{y:3<y\leq 5\}$;

б) $X=R,\ Y=\{y:-2<y\leq 3\}$;

в) $[0,1]\times[0,1]$;

г) $[1, 2]\times(-\infty, +\infty)$;

д) $(0, +\infty)\times[-2, -3]$.

6 . Доказать, что для произвольных множеств X , Y , Z справедливы равенства:

а) $X \cup (X \cap Y) = X$;

б) $X \cap (X \cup Y) = X$

в) $(X \cup Y) \setminus (X \cap Y) = (X \setminus Y) \cup (Y \setminus X)$;

г) $(X \setminus Y) \setminus Z = (X \setminus Z) \setminus Y$;

д) $Y \cup (X \setminus Y) = X \cup Y$;

е) $(X \cup Y)\times Z = (X \times Z) \cup (Y \times Z)$;

ж) $(X \cap Y)\times Z = (X \times Z) \cap (Y \times Z)$;

з) $(X - Y)\times Z = (X \times Z) - (Y \times Z)$;

и) $X \cup Y \subset Z \Rightarrow X \times Y = (X \times Z) \cap (Z \times Y)$.

7 . Слушатели потока в 100 человек изучают английский, немецкий и французский языки. Причём, 28 слушателей изучают английский язык, 30 - немецкий, 42 - французский, 8 - английский и немецкий, 10 - английский и французский, 5 - немецкий и французский. Сколько слушателей изучают только один язык? (проиллюстрировать решение задачи геометрически, используя диаграммы Эйлера).

8 . Истинны или ложны для любых X , Y , Z следующие высказывания:

а) $(X \subset Y \wedge Y \subset Z) \Rightarrow X \subset Z$;

б) $(X \neq Y \wedge Y \neq Z) \Rightarrow X \neq Z$.

9 . Найти множество истинности предиката: $\left\langle \dfrac{x^2 - 5x + 6}{x^3 - 1} < 0 \right\rangle$.

10 . Найти множество истинности предиката:

$$\left\langle \begin{array}{c} \textit{Корни системы} \\ \textit{уравнений} \end{array} \begin{cases} x - y = m - 1 & \textit{одновременно} \\ 2x - y = 3 - m & \textit{положительны.} \end{cases} \right\rangle$$

11. Найти множество истинности предиката: $\langle x \cdot (x-2) \cdot (x+3) > 0 \rangle$.

12 . Записать высказывания, используя логические символы:

1) «существует такое число x, что для любого числа y справедливо равенство $x+y=0$ »;

2) «если число больше 6, то его квадрат больше 36».

13. Выяснить, являются ли алгебраическими операции сложения, вычитания, умножения и деления на указанных подмножествах множества R действительных чисел и указать, какие из алгебраических операций обладают свойствами коммутативности и ассоциативности:

а) N; б) $N_{2k}=\{2k : k\in N\}$; в) $N_{2k-1}=\{2k-1 : k\in N\}$;

г) Z; д) $Z_{2k}=\{2k : k\in Z\}$; е) R; ж) $R-\{0\}$;

з) $R^{+}=\{x\in R : x>0\}$; и) $R-Q$; к) $\{0,1\}$.

14. Выяснить, являются ли алгебраическими указанные операции на подмножестве $R^{+}=\{x\in R : x>0\}$ множества действительных чисел R, и указать, какие из алгебраических операций обладают свойствами коммутативности и ассоциативности:

1) $x*y=\dfrac{x+y}{2}$; 2) $x*y=x+y-1$; 3) $x*y=x^{2}y$;

4) $x*y=\sqrt{xy}$; 5) $x*y=|x-y|$; 6) $x*y=x^{y}$;

7) $x*y=x^{2}+y^{2}$; 8) $x*y=x\cdot y^{\frac{x}{|x|}}$.

15. На множестве $X=\{2, 4, 6, 8\}$ рассматриваются отношения «x равно y», «x кратно y» и «x больше y на 2». Какое из приведённых ниже подмножеств множества $X\times X$ задаёт соответствующее отношение?

а) $\{\{4, 2\}, \{6, 2\}, \{8, 2\}, \{6, 4\}, \{8, 4\}, \{8, 6\}, \{2, 2\}, \{4, 4\}, \{6, 6\}, \{8,8\}\}$;

б) $\{\{4, 2\}, \{6, 4\}, \{8, 6\}\}$;

в) $\{\{2, 2\}, \{4, 4\}, \{6, 6\}, \{8, 8\}\}$.

16. Доказать, что:

а) множество натуральных чисел N с операциями $(*): x*y=x$ и $(\circ): x\circ y=1$ является полугруппой;

б) множества всех целых чисел Z, всех рациональных чисел Q и всех действительных чисел R являются аддитивными группами, если в качестве групповой операции выбрано сложение чисел.

17. Найти действительные числа x и y, если:

а) $\dfrac{5x+2xi-3y-3yi}{3+4i}=2$; б) $\dfrac{2u+4i}{2x+y}-\dfrac{y}{x-i}=0.$

18. Найти $\operatorname{Re} z$ и $\operatorname{Im} z$, если:

а) $z=\dfrac{(1-2i)^3}{i}+4i^{16}$; б) $z=\dfrac{3-2i}{1-4i}+i^9$;

в) $z=\dfrac{5i-2}{3i+1}+i+\dfrac{8i-3}{2-i}$; г) $z=\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{17+31i}{7+i}+\dfrac{12}{(1+i)^4}\right)+i.$

19. Выполнить указанные действия:

1) $(1+2i)^6$;

2) $(2+3i)\cdot(4-5i)+(2-3i)\cdot(4+5i)$;

3) $(x-1-i)\cdot(x-1+i)\cdot(x+1+i)\cdot(x+1-i)$;

4) $(1+2i)^5-(1-2i)^5$;

5) $\left(-\dfrac{1}{2}+\dfrac{i\cdot\sqrt{3}}{2}\right)^2$;

6) $\dfrac{(1-i)^5-1}{(1+i)^5+1}$;

7) $\dfrac{(1+2i)^2-(2-i)^3}{(1-i)^3+(2+i)^2}$;

8) $\dfrac{(1+2i)^3+(1-2i)^3}{(2-i)^2-(2+i)^2}$;

9) $\dfrac{(3-4i)(2-i)}{2+i}-\dfrac{(3+4i)(2+i)}{2-i}$;

10) $\dfrac{5+12i}{8-6i}+\dfrac{(1+2i)^2}{2+i}$;

11) $\left[\dfrac{1}{3}\left((1-i)^4+\dfrac{7-24i}{4-3i}\right)+i\right]\dfrac{8}{(1+i)^2}$.

20. Найти такие вещественные числа x и y, что следующие пары комплексных чисел будут комплексно-спряжёнными:

а) $z_1=y^2-2y+xy-x+y+(x+y)i$, $z_2=-y^2+2y+11-4i$;

б) $z_1=x+y^2+1+4i$, $z_2=ixy^2+iy^2-3$.

21. Решить уравнения:

1) $|z|+z=1+2i$;

2) $2|z|-4az+1+ai=0\ (a\in R)$;

3) $|z|+z=2-i$;

4) $3z^2-(14-8i)z+8(4-3i)=0$;

5) $2(2-i)z^2+(7-i)z+5(1+i)=0$;

6) $(2+4i)z^2+2z+6-6i=0$;

7) $z^4-12z^2+64=0$.

22. Решить систему уравнений:

1) $\begin{cases}(1-i)x-(3+i)y=4,\\ 5x-(4+2i)y=4i;\end{cases}$ 2) $\begin{cases}(1-i)x+3iy=5,\\ 2x-(3-3i)y=6.\end{cases}$

23. Построить точки, изображающие комплексные числа:

1) $z_1=-3+3i$; 2) $z_2=5-i$; 3) $z_3=2i$; 4) $z_4=-\sqrt{2}i$.

24. Найти модуль и аргумент комплексных чисел:

1) $z_1=-3+3i$; 2) $z_2=-2i$; 3) $z_3=5-\sqrt{2}$.

25. Найти множество точек комплексной плоскости, для которых:

1) $-\dfrac{\pi}{6}<\arg z<\dfrac{\pi}{4}$; 2) $1\le|z+1|<3$; 3) $|z+i|=1$;

4) $\frac{\pi}{4} \le \arg(z-2+i) \le \pi$; 5) $\begin{cases} \frac{\pi}{4} < \arg z < \pi, \\ |1-2i-z| = 2; \end{cases}$

6) $|z-1-i| \ge |z-2+i|$; 7) $|z-1+2i| \ge 3$; 8) $|z-2i| + |z-i| = 1$.

26. Представить комплексные числа в тригонометрической форме:

1) $z = 16 - 16\sqrt{3}i$; 2) $z = -6\sqrt{3} - 6i$; 3) $z = (\sqrt{5} - 2)i$.

27. Представить комплексные числа в алгебраической форме:

1) $z = 5\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$;

2) $z = 4\left(\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)\right)$.

28. Представив комплексные числа в тригонометрической форме, выполнить указанные действия:

$\left(\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{12}\right)\right)(-3 + \sqrt{3}i)$;

$4\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right) : (\sqrt{3} - i)$;

$\left(-\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}i\right)(1+i)$; $\left(-\sqrt{5} + \sqrt{5}i\right)^3 (1+i)^2$; $\frac{2\sqrt{3} - 2i}{(-1+i)(\sqrt{2} + \sqrt{6}i)}$.

29. Извлечь корни из комплексных чисел, предварительно представив их в тригонометрической форме:

1) $\sqrt{-6 + 6\sqrt{3}i}$;

2) $\sqrt[3]{-13{,}5\sqrt{2} - -13{,}5\sqrt{2}i}$;

3) $\sqrt[4]{-8 - 8\sqrt{3}i}$.

30. Представив комплексные числа

$z_1 = -1 - i$, $z_2 = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$, $z_3 = 1 + \sqrt{3}i$

в тригонометрической форме, вычислить выражение $\frac{z_1 z_3}{z_2}$.

2. ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА И ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ

Практическое занятие 1. Векторная алгебра

Предварительные сведения

Множество X абстрактных элементов (**векторов**) $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}, \ldots$ называется **векторным пространством** над полем P, если для его элементов выполнены перечисленные ниже аксиомы.

1^0. Для любых векторов $\vec{x}, \vec{y} \in X$ однозначно определена **операция сложения**, результатом которой является вектор, обозначаемый $\vec{x}+\vec{y} \in X$ и называемый **суммой** векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$, причём операция сложения обладает следующими свойствами:

1) $\left(\forall \vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \in X\right)\left(\vec{x}+\vec{y}\right)+\vec{z}=\vec{x}+\left(\vec{y}+\vec{z}\right)$ – **ассоциативность;**

2) $\left(\forall \vec{x}, \vec{y} \in X\right) \vec{x}+\vec{y}=\vec{x}+\vec{y}$ – **коммутативность**.

2^0. Существует однозначно определённый элемент $\vec{0} \in X$, такой, что $\left(\forall \vec{x} \in X\right)$

$$\vec{x}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{x}=\vec{x},$$

который называется **нуль-вектор**.

3^0. Существует однозначно определённый вектор $-\vec{x} \in X$, такой что $\left(\forall \vec{x} \in X\right)$

$$\vec{x}+\left(-\vec{x}\right)=\left(-\vec{x}\right)+\vec{x}=\vec{0},$$

который называется **обратным к вектору** $\vec{x} \in X$.

4^0. Для любого числа $\alpha \in P$ и для любого вектора $\vec{x} \in X$ определена операция **умножения вектора на число**, результатом которой является вектор $\alpha \cdot \vec{x} \in X$, называемый **произведением вектора** $\vec{x}$ **на число** α, причём операция умножения векторов на числа обладает следующими свойствами: $(\forall \alpha, \beta \in P)$ и $\left(\forall \vec{x}, \vec{y} \in X \right)$

1) $1 \cdot \vec{x} = \vec{x}$;

2) $\alpha \cdot \left(\vec{x} + \vec{y} \right) = \alpha \cdot \vec{x} + \alpha \cdot \vec{y}$;

3) $(\alpha + \beta) \cdot \vec{x} = \alpha \cdot \vec{x} + \beta \cdot \vec{x}$;

4) $(\alpha \cdot \beta) \cdot \vec{x} = \alpha \cdot \left(\beta \cdot \vec{x} \right)$.

Система векторов $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \ldots, \vec{e}_n \right\} \subset X$ называется **линейно независимой**, если

$$\left(\alpha_1 \vec{e}_1 + \vec{e}_2 x_2 + \ldots + \alpha_n \vec{e}_n = \vec{0} \right) \Leftrightarrow (\alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_n = 0),$$

и **линейно зависимой** в противном случае.

Максимальная по числу векторов линейно независимая система векторов

$$\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \ldots, \vec{e}_n \right\} \subset X^n,$$

(содержащая n векторов), называется ***базисом векторного пространства***, само векторное пространство в этом случае называется **n-мерным векторным пространством** и обозначается X^n. Таким образом, в n-мерном векторном пространстве существует линейно независимая система,

содержащая только n векторов, а любая система, содержащая n+1 вектор будет уже линейно зависимой.

В реальном трёхмерном пространстве (в его математической модели) векторы – это направленные отрезки. Базис трёхмерного пространства R^3 состоит из трёх взаимно перпендикулярных векторов единичной длины:

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\} \subset R^3,$$

которые образуют базис декартовой системы координат.

Любой вектор $\vec{x} \in X^n$ можно представить в виде разложения

$$\vec{x} = \sum_{i=1}^{n} x^i \vec{e}_i = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + \ldots + x^n \vec{e}_n$$

по векторам как-либо выбранной линейно независимой системе n векторов

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \ldots, \vec{e}_n\right\} \subset X^n,$$

образующей базис пространства.

Алгебраическая операция сложения векторов и внешняя операция умножения вектора на число определяются так:

$$\vec{x} + \vec{y} = \sum_{i=1}^{n} \left(x^i + y^i\right) \vec{e}_i = \left(x^1 + y^1\right) \vec{e}_1 + \left(x^2 + y^2\right) \vec{e}_2 + \ldots + \left(x^n + y^n\right) \vec{e}_n;$$

$$\alpha \vec{x} = \alpha \sum_{i=1}^{n} x^i \vec{e}_i = \alpha x^1 \vec{e}_1 + \alpha x^2 \vec{e}_2 + \ldots + \alpha x^n \vec{e}_n.$$

Линейная комбинация векторов находится по формуле:

$$\alpha \vec{x} + \beta \vec{y} = \sum_{i=1}^{n} \left(\alpha x^i + \beta y^i\right) \vec{e}_i.$$

В трёхмерном пространстве скалярное произведение векторов является функцией, значение которой находится по формуле

$$\left(\vec{x}, \vec{y}\right) = x^1 y^1 + x^2 y^2 + x^3 y^3,$$

или по эквивалентной формуле

$$\left(\vec{x},\vec{y}\right)=\left\|\vec{x}\right\|\cdot\left\|\vec{y}\right\|\cdot\cos\varphi,$$

где **норма вектора**

$$\left\|\vec{x}\right\|=\sqrt{\left(x^1\right)^2+\left(x^2\right)^2+\left(x^3\right)^2},$$

а φ – угол, образованный приведёнными к общему началу векторами $\vec{x}$ и $\vec{y}$.

Примеры с решением

Пример 2.1.1. В декартовой системе координат задана точка $A(1;5;3)$. Найти координаты точки B, расположенной симметрично точке $A(1;5;3)$ относительно координатной плоскости X^1OX^2.

Р е ш е н и е. Координаты точки B по осям OX^1 и OX^2 такие же, как и уточки A, а координата по оси OX^3 имеет противоположный знак. Следовательно, $B(1;5;-3)$. $\otimes$

Пример 2.1.2. В декартовой системе координат своими разложениями по каноническому базису заданы векторы

$$\vec{x}=\vec{e}_1+3\vec{e}_2-2\vec{e}_3,\ \vec{y}=2\vec{e}_2+5\vec{e}_3,\ \vec{z}=3\vec{e}_1+13\vec{e}_2+4\vec{e}_3.$$

Найти значение линейной комбинации

$$\vec{u}=3\vec{x}+2\vec{y}-\vec{z}$$

этих векторов и сделать вывод о линейной зависимости, или линейной независимости системы $\left\{\vec{x},\vec{y},\vec{z}\right\}$ и взаимном расположении векторов.

Р е ш е н и е. Находим линейную комбинацию:

$$3\vec{x}+2\vec{y}-\vec{z}=$$

$$=3\left(\vec{e}_1+3\vec{e}_2-2\vec{e}_3\right)+2\left(2\vec{e}_2+5\vec{e}_3\right)-\left(3\vec{e}_1+13\vec{e}_2+4\vec{e}_3\right)=$$

$$=0\vec{e}_1+0\vec{e}_2+0\vec{e}_3=\vec{0}.$$

Значением линейной комбинации трёх векторов с ненулевыми коэффициентами является нуль-вектор. Поэтому система векторов линейно зависима. Так как векторы заданы в пространстве R^3, заключаем, что они компланарны, то есть лежат в одной плоскости. $\otimes$

Пример 2.1.3. В декартовой системе координат заданы векторы

$$\vec{x} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3,\ \vec{y} = 4\vec{e}_1 + 6\vec{e}_3.$$

Найти норму вектора $\vec{z} = 2\vec{x} - 5\vec{y}$.

Р е ш е н и е. Находим вектор

$$\vec{z} = 2\vec{x} - 5\vec{y} = 2\left(\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3\right) - 5\left(4\vec{e}_1 + 6\vec{e}_3\right) =$$

$$= -18\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 24\vec{e}_3.$$

Находим норму вектора $\vec{z}$: $\left\|\vec{z}\right\| = \sqrt{(-18)^2 + 4^2 + (-24)^2} = \sqrt{916}$. $\otimes$

Пример 2.1.4. На плоскости R^2 задан параллелограмм, три вершины которого имеют, соответственно, координаты $O(0;\ 0),\ B(1;\ 2),\ D(5;\ 0)$ (рисунок 1.1). Найти:

1) координаты вершины C;

2) косинус угла между сторонами OB и OD;

3) длины диагоналей и косинус угла между ними.

Р е ш е н и е. 1) По определению координаты вершины C равны координатам вектора $\vec{OC}$ (рисунок 1.1), который равен сумме векторов

$$\vec{OC} = \vec{OB} + \vec{OD}.$$

Так как $\vec{OB} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$, а $\vec{OD} = 5\vec{e}_1$, то $\vec{OC} = 6\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$.

2) Вычисляем скалярное произведение векторов $\vec{OB}$ и $\vec{OD}$:

$$\left(\vec{OB}, \vec{OD}\right) = 5.$$

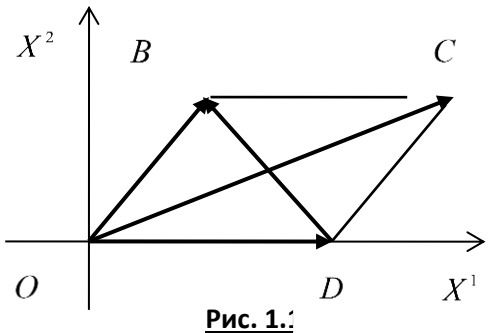


Рис. 1.1

3) Вычисляем длины векторов: $\vec{OB}$ и $\vec{OD}$:

$$\left\|\vec{OB}\right\| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \approx 2{,}236;$$

$$\left\|\vec{OD}\right\| = \sqrt{5^2 + 0^2} = \sqrt{25} = 5.$$

4) Находим $\cos\left\{\vec{OB}, \vec{OD}\right\}$: $\cos\left\{\vec{OB}, \vec{OD}\right\} = \dfrac{5}{5 \cdot 2{,}236} \approx 0{,}447.$

5) Находим диагональ $\vec{DB}$:

$$\vec{DB} = \vec{OB} - \vec{OD} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 5\vec{e}_1 = -4\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 .$$

6) Далее, $\left\|\vec{OC}\right\| = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10};\ \left\|\vec{DB}\right\| = \sqrt{(-4)^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}.$

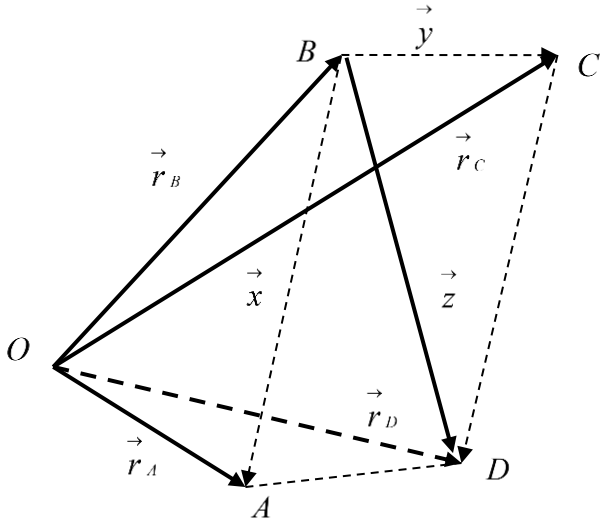
7) Находим косинус угла между диагоналями:

$$\cos\left\{\vec{OC}, \vec{DB}\right\} = \frac{\left(\vec{OC}, \vec{DB}\right)}{\left\|\vec{OC}\right\| \cdot \left\|\vec{DB}\right\|} = \frac{(-4) \cdot 6 + 2 \cdot 2}{2\sqrt{10} \cdot 2\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}. \otimes$$

Пример 2.1.5. Даны радиус-векторы трёх последовательных вершин параллелограмма $ABCD$. Найти радиус-вектор четвёртой вершины и косинусы углов между диагоналями параллелограмма, если известно, что:

$$\vec{r}_A = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{r}_B = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3,\ \vec{r}_C = -7\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 10\vec{e}_3;$$

Р е ш е н и е. Изобразим ситуацию на рисунке, не заботясь о точности изображения. Главное, чтобы рисунок отображал ситуацию качественно.



Из рисунка видно, что:

$$\vec{r}_A - \vec{r}_B = \vec{x},\ \vec{r}_C - \vec{r}_B = \vec{y},\ \vec{x} + \vec{y} = \vec{z},$$

$$\vec{r}_D = \vec{r}_B + \vec{z} = \vec{r}_B + \vec{r}_A - \vec{r}_B + \vec{r}_C - \vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_C - \vec{r}_B.$$

Подставляя разложения векторов в полученную формулу, вычисляем все требуемые в задаче величины. $\otimes$

Пример 2.1.6. В пространстве R^2 своими координатами заданы векторы

$$\vec{x} = 3\vec{e}_1 + \sqrt{7}\,\vec{e}_2,\ \vec{y} = \vec{e}_1 + \sqrt{24}\,\vec{e}_2.$$

Найти какой-либо вектор $\vec{z}$, направленный по биссектрисе угла $\left\{\vec{x}, \vec{y}\right\}$.

Р е ш е н и е. 1) Находим длины векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$:

$$\left\|\vec{x}\right\| = \sqrt{3^2 + \left(\sqrt{7}\right)^2} = 4;$$

$$\left\|\vec{y}\right\| = \sqrt{1^2 + \left(\sqrt{24}\right)^2} = 5.$$

2) Находим орты векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$:

$$\vec{e}_{\vec{x}} = \frac{1}{\left\|\vec{x}\right\|}\cdot\vec{x} = \frac{3}{4}\vec{e}_1 + \frac{\sqrt{7}}{4}\vec{e}_2;\ \vec{e}_{\vec{y}} = \frac{1}{\left\|\vec{y}\right\|}\cdot\vec{y} = \frac{1}{5}\vec{e}_1 + \frac{\sqrt{24}}{5}\vec{e}_2.$$

3) Находим диагональ ромба, построенного на ортах $\vec{e}_x$ и $\vec{e}_y$:

$$\vec{z} = \vec{e}_x + \vec{e}_y = \frac{19}{20}\vec{e}_1 + \frac{5\sqrt{7}+8\sqrt{6}}{20}\vec{e}_2.$$

Диагональ ромба направлена по биссектрисе угла, образованного его сторонами, поэтому найденный вектор $\vec{z}$ является искомым вектором. $\otimes$

Пример 2.1.7. В каноническом базисе декартовой системы координат пространства R^3 своими координатами задан вектор

$$\vec{x} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3.$$

Найти направляющие косинусы данного вектора.

Р е ш е н и е. 1) Находим длину вектора:

$$\left\|\vec{x}\right\| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 4^2} = \sqrt{21}.$$

2) Находим орт вектора: $\vec{e}_x = \frac{1}{\sqrt{21}}\vec{e}_1 + \frac{-2}{\sqrt{21}}\vec{e}_2 + \frac{4}{\sqrt{21}}\vec{e}_3.$

3) Направляющие косинусы вектора равны координатам его орта, поэтому имеем:

$$\cos\left\{\vec{x},\ \vec{e}_1\right\} = \frac{1}{\sqrt{21}},\ \cos\left\{\vec{x},\ \vec{e}_2\right\} = -\frac{2}{\sqrt{21}},\ \cos\left\{\vec{x},\ \vec{e}_3\right\} = \frac{4}{\sqrt{21}}.\ \otimes$$

Пример 2.1.8. В каноническом базисе декартовой системы координат пространства R^3 своими координатами заданы векторы

$$\vec{x} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3,\ \vec{y} = \vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Найти скалярное произведение $\left(\vec{x}-2\vec{y},\,3\vec{x}+\vec{y}\right)$ двумя способами.

Р е ш е н и е. 1. Находим линейные комбинации $\vec{x}-2\vec{y}$ и $3\vec{x}+\vec{y}$:

$$\vec{x}-2\vec{y}=\vec{e}_1-2\vec{e}_2+4\vec{e}_3-2\left(\vec{e}_1+4\vec{e}_2-2\vec{e}_3\right)=-\vec{e}_1-10\vec{e}_2+8\vec{e}_3,$$

$$3\vec{x}+\vec{y}=3\left(\vec{e}_1-2\vec{e}_2+4\vec{e}_3\right)+\left(\vec{e}_1+4\vec{e}_2-2\vec{e}_3\right)=4\vec{e}_1-2\vec{e}_2+10\vec{e}_3.$$

Находим скалярное произведение $\left(\vec{x}-2\vec{y},\,3\vec{x}+\vec{y}\right)$:

$$\left(-\vec{e}_1-10\vec{e}_2+8\vec{e}_3,\,4\vec{e}_1-2\vec{e}_2+10\vec{e}_3\right)=$$

$$=-4+20+80=96.$$

2. Используем свойства скалярного произведения:

$$\left(\vec{x}-2\vec{y},\,3\vec{x}+\vec{y}\right)=\left(\vec{x},\,3\vec{x}\right)+\left(\vec{x},\,\vec{y}\right)+\left(-2\vec{y},\,3\vec{x}\right)+\left(-2\vec{y},\,\vec{y}\right)=$$

$$=3\left(\vec{x},\,\vec{x}\right)+\left(\vec{x},\,\vec{y}\right)-6\left(\vec{y},\,\vec{x}\right)-2\left(\vec{y},\,\vec{y}\right)=$$

$$=3\left\|\vec{x}\right\|-5\left\|\vec{x}\right\|\left\|\vec{y}\right\|\cos\left\{\vec{x},\,\vec{y}\right\}-2\left\|\vec{y}\right\|.$$

Теперь можно произвести вычисления, используя данные задачи. $\otimes$

Пример 2.1.9. Дано: $\left\|\vec{x}\right\|=3,\ \left\|\vec{y}\right\|=2\sqrt{5},\ \left\{\vec{x},\,\vec{y}\right\}=\dfrac{\pi}{4}$. Найти

$$\left(\vec{x}+3\cdot\vec{y},\,3\cdot\vec{x}-\vec{y}\right).$$

Р е ш е н и е. Используя свойства скалярного произведения, получаем:

$$\left(\vec{x}+3\vec{y},\,3\vec{x}-\vec{y}\right)=3\left\|\vec{x}\right\|^2-\left(\vec{x},\,\vec{y}\right)+9\left(\vec{y},\,\vec{x}\right)-3\left\|\vec{y}\right\|^2=$$

$$=3\left\|\vec{x}\right\|^2+8\left\|\vec{x}\right\|\cdot\left\|\vec{y}\right\|\cos\left\{\vec{x},\,\vec{y}\right\}-3\left\|\vec{y}\right\|^2=-33+24\sqrt{10}.\otimes$$

Пример 2.1.10. В пространстве R^3 своими координатами относительно канонического базиса заданы три вектора:

$$\vec{a}_1=\vec{e}_1+2\vec{e}_2-3\vec{e}_3,\ \vec{a}_2=5\vec{e}_1-3\vec{e}_2+\vec{e}_3,\ \vec{a}_3=-2\vec{e}_1+4\vec{e}_2+\vec{e}_3.$$

1) Показать, что векторы $\left\{\vec{a}_1,\,\vec{a}_2,\,\vec{a}_3\right\}$ образуют новый базис в пространстве R^3.

2) Найти координаты вектора $\vec{x}=3\vec{e}_1+\vec{e}_2+6\vec{e}_3$ относительно базиса $\left\{\vec{a}_1,\,\vec{a}_2,\,\vec{a}_3\right\}$.

Р е ш е н и е. 1) Исходя из определения линейной независимости, составляем систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases}\alpha_1+5\alpha_2-2\alpha_3=0,\\ 2\alpha_1-3\alpha_2+4\alpha_3=0,\\ -3\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=0.\end{cases}$$

Решая эту СЛАУ методом Гаусса, получаем $\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=0$. Следовательно, система векторов линейно независима и, так как число векторов совпадает с размерностью пространства, является одним из базисов в пространства R^3.

2) Для нахождения координат вектора $\vec{x}$ относительно нового базиса записываем разложение вектора $\vec{x}$ по векторам этого базиса и СЛАУ, следующую из этого разложения и инвариантности вектора как геометрического объекта:

$$\vec{x} = x^1 \vec{a}_1 + x^2 \vec{a}_2 + x^3 \vec{a}_3 \Rightarrow \begin{cases} x^1 + 5x^2 - 2x^3 = 3, \\ 2x^1 - 3x^2 + 4x^3 = 1, \\ -3x^1 + x^2 + x^3 = 6. \end{cases}$$

Решаем СЛАУ методом Гаусса.

1) Из первого уравнения $x^1 = 3 - 5x^2 + 2x^3$. Подставляя во второе и третье уравнения, получаем:

$$\begin{cases} x^1 + 5x^2 - 2x^3 = 3, \\ -13x^2 + 8x^3 = -5, \\ 16x^2 - 5x^3 = 15. \end{cases}$$

2) Из второго уравнения $x^2 = \frac{8}{13}x^3 + \frac{15}{13}$. Подставляя в третье уравнение, получаем:

$$\begin{cases} x^1 + 5x^2 - 2x^3 = 3, \\ -13x^2 + 8x^3 = -5, \\ 63x^3 = 115. \end{cases}$$

Обратный ход: из третьего уравнения

$$x^3 = \frac{115}{63}.$$

Подставляя во второе уравнение, находим

$$x^2 = \frac{95}{63}.$$

Подставляя найденные значения в первое уравнение, получаем

$$x^1 = -\frac{56}{63}. \otimes$$

Пример 2.1.11. В пространстве R^3 своими координатами относительно канонического базиса заданы радиус-векторы

$$\vec{x} = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3, \ \vec{y} = 10\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3, \ \vec{z} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

Найти расстояние между конечными точками векторов

$$\vec{u} = \left(\vec{x}, 2\vec{z}\right)\vec{x} + \vec{y},$$

$$\vec{v} = \vec{x} + \left(2\vec{x}, \vec{z}\right)\vec{y}.$$

Р е ш е н и е. 1) Находим скалярное произведение $\left(\vec{x}, 2\vec{z}\right)$:

$$\left(\vec{x}, 2\vec{z}\right) = \left(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3,\ 2\left(\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3\right)\right) = 2\cdot 2 + 1\cdot 4 + (-3)\cdot 2 = 2.$$

2) находим вектор $\vec{u} = \left(\vec{x}, 2\vec{z}\right)\vec{x} + \vec{y}$:

$$\vec{u} = \left(\vec{x}, 2\vec{z}\right)\vec{x} + \vec{y} = 2\left(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3\right) + \left(10\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3\right) =$$

$$= 14\vec{e}_1 - \vec{e}_2 - 10\vec{e}_3.$$

3) Находим скалярное произведение $\left(2\cdot\vec{x}, \vec{z}\right)$:

$$\left(2\cdot\vec{x}, \vec{z}\right) = \left(2\left(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3\right), \left(\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3\right)\right) =$$

$$= \left(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3,\ \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3\right) = 4 + 4 - 6 = 2.$$

4) Находим вектор $\vec{v} = \vec{x} + \left(2\vec{x}, \vec{z}\right)\vec{y}$:

$$\vec{v} = \vec{x} + \left(2\vec{x}, \vec{z}\right)\vec{y} = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 + 2\left(10\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3\right) =$$

$$= 22\vec{e}_1 - 5\vec{e}_2 - 11\vec{e}_3.$$

5) Находим расстояние между векторами $\vec{u}$ и $\vec{v}$:

$$\rho\left(\vec{u},\vec{v}\right)=\left\|\vec{u}-\vec{v}\right\|=\sqrt{(-8)^2+4^2+1^2}=\sqrt{81}=9.\otimes$$

Пример 2.1.12. В пространстве R^3 своими координатами относительно канонического базиса заданы три точки $A(2;4;6)$, $B(1;3;5)$, $C(0;2;3)$. Найти длины сторон треугольника ABC, косинусы углов при вершинах треугольника и проекцию вектора $\vec{AB}+\vec{AC}$ на направление вектора $\vec{z}=\vec{e}_1+2\vec{e}_2-5\vec{e}_3$.

Р е ш е н и е. 1) Находим векторы, определяющие стороны треугольника:

$$\vec{AB}=-\vec{e}_1-\vec{e}_2-\vec{e}_3;$$

$$\vec{AC}=-2\vec{e}_1-2\vec{e}_2-3\vec{e}_3;$$

$$\vec{BC}=-\vec{e}_1-\vec{e}_2-2\vec{e}_3.$$

2) Находим длины сторон треугольника ΔABC:

$$\left\|\vec{AB}\right\|=\sqrt{(-1)^2+(-1)^2+(-1)^2}=\sqrt{3};$$

$$\left\|\vec{AC}\right\|=\sqrt{(-2)^2+(-2)^2+(-3)^2}=\sqrt{17};$$

$$\left\|\vec{BC}\right\|=\sqrt{(-1)^2+(-1)^2+(-2)^2}=\sqrt{6}.$$

3) Находим косинусы углов при вершинах треугольника по формуле

$$\cos\vartheta=\frac{\left(\vec{x},\vec{y}\right)}{\left\|\vec{x}\right\|\cdot\left\|\vec{y}\right\|}=\frac{x^1y^1+x^2y^2+x^3y^3}{\sqrt{\left(x^1\right)^2+\left(x^2\right)^2+\left(x^3\right)^2}\sqrt{\left(y^1\right)^2+\left(y^2\right)^2+\left(y^3\right)^2}}:$$

$$\cos\left\{\vec{AB},\vec{AC}\right\}=\frac{\left(\vec{AB},\vec{AC}\right)}{\left\|\vec{AB}\right\|\cdot\left\|\vec{AC}\right\|}=\frac{7}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{17}}=\frac{7}{\sqrt{51}};$$

$$\cos\left\{\vec{BA},\vec{BC}\right\}=\frac{\left(\vec{BA},\vec{BC}\right)}{\left\|\vec{AB}\right\|\cdot\left\|\vec{BC}\right\|}=\frac{-4}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{6}}=-\frac{4}{\sqrt{18}};$$

$$\cos\left\{\vec{CA},\vec{CB}\right\}=\frac{\left(\vec{CA},\vec{CB}\right)}{\left\|\vec{CA}\right\|\cdot\left\|\vec{CB}\right\|}=\frac{10}{\sqrt{17}\cdot\sqrt{6}}=\frac{10}{\sqrt{102}}.$$

4) Находим проекцию вектора $\vec{AB}+\vec{AC}$ на направление вектора $\vec{z}=\vec{e}_1+2\vec{e}_2-5\vec{e}_3$:

$$\Pr_{\vec{z}}\left\{\vec{AB}+\vec{AC}\right\}=\frac{(-3)\cdot1+(-3)\cdot2+(-4)\cdot(-5)}{\sqrt{1^2+2^2+(-5)^2}}=\frac{11}{\sqrt{30}}.\otimes$$

Пример 2.1.13. Пусть на плоскости X^1OX^2 даны две точки $A_1\left(x_1^1;\,x_1^2\right)$ и $A_2\left(x_2^1;\,x_2^2\right)$. Найти координаты точки $A\left(x^1;\,x^2\right)$, делящей отрезок A_1A_2 в отношении $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=\lambda$.

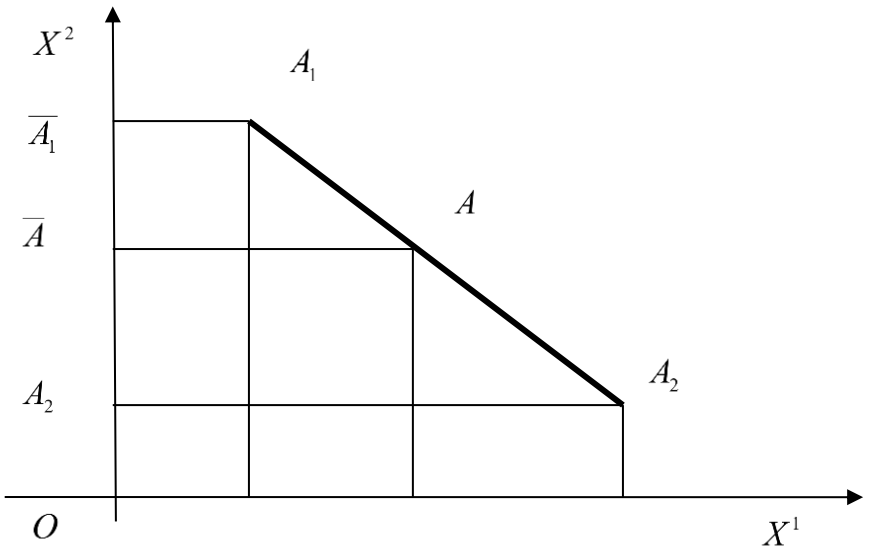
Р е ш е н и е. Предположим, что отрезок A_1A_2 не параллелен оси OX^1. Точки A_1, A, A_2 спроектируем на оси OX^1, и OX^2 (рисунок).

Имеем по условию задачи

$$\frac{A_1A}{AA_2}=\frac{\overline{A_1}\,\overline{A}}{\overline{A}\,\overline{A_2}}=\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=\lambda.$$

Далее получаем, что

$$\overline{A_1\overline{A}} = \left|x_1^2 - x^2\right|,\ \overline{\overline{A}A_2} = \left|x^2 - x_2^2\right| \Rightarrow \lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\left|x_1^2 - x^2\right|}{\left|x^2 - x_2^2\right|}.$$



Точка $\overline{A}$ лежит между точками A_1 и A_2, поэтому

$$\lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\left|x_1^2 - x^2\right|}{\left|x^2 - x_2^2\right|} = \frac{x_1^2 - x^2}{x^2 - x_2^2}.$$

Из последнего равенства находим

$$x^2 = \frac{\lambda_2 x_1^2 + \lambda_1 x_2^2}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{\lambda_2\left(x_1^2 + \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} x_2^2\right)}{\lambda_2\left(\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} + 1\right)} = \frac{x_1^2 + \lambda x_2^2}{\lambda + 1}.$$

Аналогично находим первую координату точки A:

$$x^1 = \frac{\lambda_2 x_1^1 + \lambda_1 x_2^1}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{\lambda_2\left(x_1^1 + \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} x_2^1\right)}{\lambda_2\left(\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} + 1\right)} = \frac{x_1^1 + \lambda x_2^1}{\lambda + 1}. \otimes$$

Практическое занятие 2. Векторное и смешанное произведения.

Прямая линия и плоскость

Предварительные сведения

Векторное произведение векторов как результат алгебраической операции умножения векторов

$$\vec{x} = \sum_{i=1}^{3} x^i \vec{e}_i = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3,$$

$$\vec{y} = \sum_{i=1}^{3} y^i \vec{e}_i = y^1 \vec{e}_1 + y^2 \vec{e}_2 + y^3 \vec{e}_3$$

находится по формуле

$$\left[\vec{x}, \vec{y}\right] = \left(x^2 y^3 - x^3 y^2\right)\vec{e}_1 + \left(x^3 y^1 - x^1 y^3\right)\vec{e}_2 + \left(x^1 y^2 - x^2 y^3\right)\vec{e}_n.$$

Смешанное произведение векторов – это функция, значение которой находится по формуле

$$\left(\left[\vec{x}, \vec{y}\right], \vec{z}\right) = x^1 y^2 z^3 + x^2 y^3 z^1 + x^3 y^1 z^2 - x^1 y^3 z^2 - x^2 y^1 z^3 - x^3 y^2 z^1 .$$

Параметрические уравнения прямой линии в трёхмерном пространстве имеют вид

$$x^i = x_0^i + t \cdot a^i,$$

где $i = 1, 2, 3$, x_0^i – координаты опорной точки, a^i – координаты направляющего вектора, $t \in \left(-\infty, +\infty\right)$ – параметр.

Параметрические уравнения плоскости в трёхмерном пространстве имеют вид

$$\begin{cases} x^1 = x_0^1 + a_1^1 \cdot t_1 + a_2^1 \cdot t_2, \\ x^2 = x_0^2 + a_1^2 \cdot t_1 + a_2^2 \cdot t_2, \\ x^3 = x_0^3 + a_1^3 \cdot t_1 + a_2^3 \cdot t_2. \end{cases}$$

Неявное уравнение плоскости в трёхмерном пространстве записывается в виде

$$A \cdot x^1 + B \cdot x^2 + C \cdot x^3 + D = 0,$$

где коэффициенты при неизвестных суть координаты **нормального** вектора плоскости

$$\vec{N} = Ax^1 + Bx^2 + Cx^3,$$

удовлетворяющего условию

$$\left(\vec{N}, \vec{x}\right) = 0,$$

где $\vec{x}$ – произвольный вектор на плоскости.

Примеры с решением

Пример 2.2.1. Вычислить площадь треугольника, построенного на приведённых к общему началу векторах

$$\vec{x} = 3\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3,\ \vec{y} = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 6\vec{e}_3.$$

Р е ш е н и е. Если в некоторой декартовой системе координат векторы $\vec{x}$ и $\vec{y}$ заданы своими разложениями

$$\vec{x} = x^1\vec{e}_1 + x^2\vec{e}_2 + x^3\vec{e}_3,\ \vec{y} = y^1\vec{e}_1 + y^2\vec{e}_2 + y^3\vec{e}_3,$$

то справедлива формула

$$\left[\vec{x}, \vec{y}\right] = \left(x^2y^3 - x^3y^2\right)\vec{e}_1 + \left(x^3y^1 - x^1y^3\right)\vec{e}_2 + \left(x^1y^2 - x^2y^1\right)\vec{e}_3.$$

Применим эту формулу для решения задачи.

1) Вычисляем векторное произведение:

$$\left[\vec{x}, \vec{y}\right] = \left((-2)\cdot(-6) - (-1)\cdot 1\right)\vec{e}_1 + \left((-1)\cdot(-2) - 3\cdot(-6)\right)\vec{e}_2 +$$

$$+\left(3\cdot 1 - (-2)\cdot(-2)\right)\vec{e}_3 = 13\vec{e}_1 + 20\vec{e}_2 - \vec{e}_3.$$

2) Площадь треугольника

$$S = \frac{1}{2}\left\|\left[\vec{x}, \vec{y}\right]\right\|.$$

Вычисляем площадь треугольника:

$$S = \frac{1}{2}\left\|\left[\vec{x}, \vec{y}\right]\right\| = \frac{1}{2}\sqrt{13^2 + 20^2 + (-1)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{169 + 400 + 1} = \frac{1}{2}\sqrt{570}. \otimes$$

Пример 2.2.2. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах

$$\vec{x} = \vec{a} + 3\vec{b},\ \vec{y} = 3\vec{a} + \vec{b},$$

если

$$\left\|\vec{a}\right\| = \left\|\vec{b}\right\| = 1 \text{ и } \left\{\vec{a}, \vec{b}\right\} = \frac{\pi}{6}.$$

Р е ш е н и е. Вычисляем векторное произведение, используя его свойства:

$$\left[\vec{x}, \vec{y}\right] = \left[\vec{a} + 3\vec{b}, 3\vec{a} + \vec{b}\right] = 3\left[\vec{a}, \vec{a}\right] + \left[\vec{a}, \vec{b}\right] +$$

$$+ 9\left[\vec{b}, \vec{a}\right] + 3\left[\vec{b}, \vec{b}\right] = -8\left[\vec{a}, \vec{b}\right].$$

По определению площадь параллелограмма равна:

$$S = \left\|\left[\vec{x}, \vec{y}\right]\right\| = 8\left\|\left[\vec{a}, \vec{b}\right]\right\| = 8\left\|\vec{a}\right\| \cdot \left\|\vec{b}\right\| \cdot \sin\left\{\vec{a}, \vec{b}\right\} = 8 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = 4. \otimes$$

Пример 2.2.3. Найти орт вектора, перпендикулярного векторам

$$\vec{x} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 3\vec{e}_3,\ \vec{y} = 4\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

Р е ш е н и е. Предлагается решить задачу самостоятельно. $\otimes$

Пример 2.2.4. Получить уравнение плоскости $H^2 \subset R^3$, проходящей через начало координат O и через две точки $M_1(4; -2; 1)$, $M_2(2; 4; -3)$.

Р е ш е н и е. Радиус-векторы точек M_1 и M_2

$$\vec{x} \equiv \vec{OM}_1 = 4\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{y} \equiv \vec{OM}_2 = 2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 3\vec{e}_3.$$

Нормальный вектор плоскости находим как векторное произведение, используя формулу

$$\vec{N} = \left[\vec{OM}_1, \vec{OM}_2\right] \equiv \left[\vec{x}, \vec{y}\right] =$$

$$= \left(x^2y^3 - x^3y^2\right)\vec{e}_1 + \left(x^3y^1 - x^1y^3\right)\vec{e}_2 + \left(x^1y^2 - x^2y^1\right)\vec{e}_3 =:$$

$$= \left[(-2)\cdot(-3) - 1\cdot 4\right]\vec{e}_1 + \left[1\cdot 2 - 4\cdot(-3)\right]\vec{e}_2 + \left[4\cdot 4 - (-2)\cdot 2\right]\vec{e}_3 =$$

$$= 2\vec{e}_1 + 14\vec{e}_2 + 20\vec{e}_3.$$

Из условия ортогональности радиус-вектора

$$\vec{OM} = x^1\vec{e}_1 + x^2\vec{e}_2 + x^3\vec{e}_3$$

текущей точки M плоскости её нормальному вектору

$$\left(\vec{N}, \vec{OM}\right) = 0,$$

получаем уравнение плоскости в неявном виде:

$$x^1 + 7x^2 + 10x^3 = 0. \otimes$$

Пример 2.2.5. Найти угол между плоскостями, определяемыми уравнениями:

$$3x^1 - x^2 + 3 = 0,\ x^1 - 2x^2 + 5x^3 - 10 = 0.$$

Р е ш е н и е. Угол между плоскостями равен углу между их нормальными векторами

$$\vec{N}_1 = 3\vec{e}_1 - \vec{e}_2,\ \vec{N}_2 = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3.$$

Поэтому имеем:

$$\cos\left\{\vec{N}_1, \vec{N}_2\right\} = \frac{\left(\vec{N}_1, \vec{N}_2\right)}{\left\|\vec{N}_1\right\| \cdot \left\|\vec{N}_2\right\|} = \frac{3\cdot 1 + (-1)\cdot(-2) + 0\cdot 5}{\sqrt{3^2 + (-1)^2 + 0^2}\cdot\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 5^2}} =$$

$$= \frac{5}{\sqrt{10}\cdot\sqrt{30}} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Следовательно, $\varphi = \arccos\frac{\sqrt{3}}{6}. \otimes$

Пример 2.2.6. Написать канонические уравнения прямой линии, заданной пересечением двух плоскостей с уравнениями

$$x^1 + x^2 + x^3 - 2 = 0,\ x^1 - x^2 - 3x^3 + 6 = 0.$$

Р е ш е н и е. Проверяем, что плоскости не параллельны (то есть их нормальные векторы не коллинеарны), для чего проверяем пропорциональны или нет координаты нормальных векторов:

$$\frac{1}{1} \neq \frac{1}{-1} \neq \frac{1}{-3}.$$

Координаты не пропорциональны, следовательно, нормальные векторы неколлинеарны, то есть плоскости не параллельны.

Так как прямая линия принадлежит обеим плоскостям, её направляющий вектор ортогонален нормальным векторам плоскостей, поэтому находим его как векторное произведение нормальных векторов плоскостей:

$$\vec{a} = \left[\vec{N}_1, \vec{N}_2\right] = \left(x^2y^3 - x^3y^2\right)\vec{e}_1 + \left(x^3y^1 - x^1y^3\right)\vec{e}_2 + \left(x^1y^2 - x^2y^1\right)\vec{e}_3 =$$

$$= \left[1\cdot(-3) - 1\cdot(-1)\right]\vec{e}_1 + \left[1\cdot 1 - 1\cdot(-3)\right]\vec{e}_2 + \left[1\cdot(-1) - 1\cdot 1\right]\vec{e}_3 =$$

$$= -2\,\vec{e}_1 + 4\,\vec{e}_2 - 2\,\vec{e}_3.$$

Направляющий вектор прямой не параллелен ни одной из координатных плоскостей, поэтому прямая линия пересекает все три координатные плоскости. Найдём, например, точку пересечения прямой и плоскости X^1OX^3, для чего решаем систему трёх уравнений

$$\begin{cases} x^1 + x^3 = 2, \\ x^1 - 3x^3 = -6 \\ x^2 = 0. \end{cases}$$

Получаем решение $x_0^1 = 0,\ x_0^2 = 0,\ x_0^3 = 2$.

Подставляя найденные координаты направляющего вектора и точки в канонические уравнения прямой линии, получаем канонические уравнения

$$\frac{x^1}{-2} = \frac{x^2}{4} = \frac{x^3 - 2}{-2}. \otimes$$

Пример 2.2.7. Найти точку пересечения прямой линии с уравнениями

$$\frac{x^1 - 2}{1} = \frac{x^2 - 3}{1} = \frac{x^3 + 1}{-4},$$

и плоскости с уравнением $x^1 + x^2 + 2x^3 - 9 = 0$.

Р е ш е н и е. Проверяем, пересекается ли прямая линия с плоскостью, для чего находим скалярное произведение нормального вектора плоскости и направляющего вектора прямой линии:

$$\left(\vec{N},\, \vec{l}\right)=\left(\vec{e}_1+\vec{e}_2+2\vec{e}_3,\, \vec{e}_1+\vec{e}_2-4\vec{e}_3\right)=-6\neq 0.$$

Векторы не ортогональны, а следовательно, прямая линия и плоскость не параллельны. Параметрические уравнения прямой линии имеют вид:

$$\begin{cases} x^1=2+t, \\ x^2=3+t, \\ x^3=-1-4t. \end{cases}$$

Найдём значение параметра t_0, соответствующее точке пересечения прямой линии и плоскости, для чего подставим x^1, x^2, x^3 из параметрических уравнений прямой линии в уравнение плоскости. Решая получившееся уравнение, найдём $t_0=-1$. Подставляя найденное значение параметра в параметрические уравнения прямой линии, находим координаты точки пересечения:

$$x_0^1=1,\, x_0^2=2,\, x_0^3=3.\otimes$$

Пример 2.2.8. Найти расстояние от точки $M(1;\,0;\,1)$ до плоскости H^2 с уравнением $4x^1+6x^2+4x^3-25=0.$

Р е ш е н и е. Расстояние от точки M до плоскости – это длина вектора $\vec{M_0M}$ с начальной точкой M и конечной точкой M_0 – проекцией точки M на плоскость H^2.

Проекция точки на плоскость – это основание перпендикуляра, опущенного из данной точки на плоскость. Поэтому следует составить уравнение прямой линии, проходящей через точку $M(1;\,0;\,1)$ перпендикулярно плоскости с уравнением

$$4x^1+6x^2+4x^3-25=0,$$

и найти точку её пересечения с плоскостью.

Если в качестве направляющего вектора прямой линии выбрать нормальный вектор плоскости $\vec{l} = \vec{N} = 4\vec{e}_1 + 6\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$, то канонические уравнения прямой линии примут вид

$$\frac{x^1 - 1}{4} = \frac{x^2}{6} = \frac{x^3 - 1}{4},$$

откуда получаем параметрические уравнения

$$\begin{cases} x^1 = 1 + 4t, \\ x^2 = \quad 6t, \\ x^3 = 1 + 4t. \end{cases}$$

Подставляя общее выражение для координат текущей точки прямой линии из параметрических уравнений в уравнение плоскости, получаем уравнение для параметра, решение которого даёт для параметра значение

$$t_0 = \frac{1}{4},$$

соответствующее искомой точке пересечения прямой линии и плоскости.

Подставляя это значение параметра в параметрические уравнения прямой линии, получаем находим искомые координаты проекции M_0 точки $M(1; 0; 1)$ на плоскость H^2:

$$x^1 = 2,\ x^2 = \frac{3}{2},\ x^3 = 2.$$

Вектор

$$\vec{M_0M} = (2-1)\vec{e}_1 + \left(\frac{3}{2} - 0\right)\vec{e}_2 + (2-1)\vec{e}_3 = \vec{e}_1 + \frac{3}{2}\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

Расстояние

$$\rho\left(M, H^2\right) = \sqrt{1 + \frac{9}{4} + 1} = \frac{\sqrt{17}}{2}. \otimes$$

Практическое занятие 3. Абстрактные векторные пространства

Предварительные сведения

Аддитивная абелева группа E называется **абстрактным векторным пространством** (над полем P), если на ней определена внешняя бинарная операция – **умножение элементов группы E на элементы поля P**, то есть $(\forall x \in E)$ и $(\forall \alpha \in P)\,(\exists \alpha \cdot x \in E)$, причём выполняются следующие аксиомы:

1) $(\alpha + \beta)\cdot x = \alpha \cdot x + \beta \cdot x$;

2) $\alpha \cdot (x + y) = \alpha \cdot x + \alpha \cdot y$;

3) $1 \cdot x = x$;

4) $(\alpha \cdot \beta)\cdot x = \alpha \cdot (\beta \cdot x)$.

Простейшим примером векторного пространства является множество обычных трёхмерных векторов, которое изучалось выше. Здесь отметим лишь, что из определения векторного пространства следует, что

$$(\forall x \in E) - x = (-1)x,$$

где $1-$единица поля P, и

$$0x = 0.$$

В последнем равенстве 0 в левой части – это нуль поля P, 0 в правой части равенства – это нулевой элемент из группы E. Элементы векторного пространства называются **абстрактными векторами**.

Система векторов $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\} \subset E$ называется **линейно независимой**, если

$$(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \ldots + \alpha_n x_n) \Leftrightarrow (\alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_n = 0),$$

и **линейно зависимой** – в противном случае. Если векторное пространство содержит линейно независимую систему из n векторов, а любая система, содержащая $n+1$ векторов, уже линейно зависима, то говорят, что пространство E является n **мерным векторным пространством**. Любая линейно независимая система $\{e_1, e_2, \ldots, e_n\} \subset E$ из n векторов образует **базис** пространства. Любой вектор $x \in E$ можно представить в виде разложения

$$x = \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \ldots + \alpha_n e_n,$$

где коэффициенты разложения называются **координатами** вектора относительно заданного базиса. Подмножество $L \in E$ называется **линейным многообразием** в E, если

$$(\forall \alpha, \beta \in P)(x, y \in L) \Rightarrow (\alpha \cdot x + \beta \cdot y \in L).$$

Остальные определения теории векторных пространств, в том числе евклидовых, приведены выше на страницах 25-28.

Примеры с решением

Пример 2.3.1. Пусть P – числовое поле. На множестве объектов

$$P^n = \left\{ |a\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \ldots \\ a_n \end{pmatrix}, a_k \in P \right\},$$

которые назовём вектор-столбцами, определим операции сложения вектор-столбцов и умножения вектора-столбца на числа из поля P:

1) $\left(\forall |a\rangle, |b\rangle \in P^n\right) |a\rangle + |b\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \ldots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \ldots \\ a_n + b_n \end{pmatrix}$ $

$$2)\ \left(\forall |a\rangle \in P^n\right) \text{ и } \left(\forall \alpha \in P\right)\ \alpha \cdot |a\rangle = \alpha \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \cdot a_1 \\ \alpha \cdot a_2 \\ \dots \\ \alpha \cdot a_n \end{pmatrix}.$$

Показать, что множество P^n является n-мерным векторным пространством.

Р е ш е н и е. Для доказательства требуется проверить выполнение всех аксиом векторного пространства и построить хотя бы один базис из вектор-столбцов.

Аксиомы сложения.

1) Аксиома ассоциативности выполняется в силу ассоциативности операции сложения в поле P, действительно

$$\left[|a\rangle + |b\rangle\right] + |c\rangle = \left[\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}\right] + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (a_1 + b_1) + c_1 \\ (a_2 + b_2) + c_2 \\ \dots \\ (a_n + b_n) + c_n \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} a_1 + (b_1 + c_1) \\ a_2 + (b_2 + c_2) \\ \dots \\ a_n + (b_n + c_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 + c_1 \\ b_2 + c_2 \\ \dots \\ b_n + c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \left[\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{pmatrix}\right] = |a\rangle + \left[|b\rangle + |c\rangle\right].$$

2) Аксиома коммутативности выполняется в силу коммутативности операции сложения в поле P, действительно

$$|a\rangle + |b\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 + a_1 \\ b_2 + a_2 \\ \dots \\ b_n + a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = |b\rangle + |a\rangle$$

.

3) Вектор-нуль определим так

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, что аксиома о нейтральном элементе выполняется, действительно имеем:

$$\left(\forall |a\rangle \in P^n\right) |a\rangle + |0\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + 0 \\ a_2 + 0 \\ \cdots \\ a_n + 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdots \\ a_n \end{pmatrix}.$$

4) Противоположный вектор-столбец определим так

$$\left(\forall |a\rangle \in P^n\right) -|a\rangle = \begin{pmatrix} -a_1 \\ -a_2 \\ \cdots \\ -a_n \end{pmatrix}.$$

Очевидно, что аксиома об обратном (противоположном элементе) выполняется, действительно имеем:

$$|a\rangle + \left(-|a\rangle\right) = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -a_1 \\ -a_2 \\ \cdots \\ -a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 - a_1 \\ a_2 - a_2 \\ \cdots \\ a_n - a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Аксиомы умножения вектор-столбца на числа. Аналогично показывается, что выполняются аксиомы умножения вектор-столбца на числа:

1) $\left(\forall |a\rangle \in P^n\right)$ и $\left(\forall \alpha \in P\right)$

$$\alpha\left(|a\rangle + |b\rangle\right) = \alpha\left[\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_n \end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} \alpha(a_1 + b_1) \\ \alpha(a_2 + b_2) \\ \cdots \\ \alpha(a_n + b_n) \end{pmatrix} = \alpha\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdots \\ a_n \end{pmatrix} + \alpha\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_n \end{pmatrix};$$

2) $(\forall \alpha, \beta \in P)$

$$(\alpha+\beta)|a\rangle = (\alpha+\beta)\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\alpha+\beta)a_1 \\ (\alpha+\beta)a_2 \\ \dots \\ (\alpha+\beta)a_n \end{pmatrix} = \alpha\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \alpha|a\rangle + \beta|b\rangle;$$

3) $1\cdot\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix};$

4) $$(\alpha\beta)|a\rangle = (\alpha\beta)\cdot\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\alpha\beta)a_1 \\ (\alpha\beta)a_2 \\ \dots \\ (\alpha\beta)a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha(\beta a_1) \\ \alpha(\beta a_2) \\ \dots \\ \alpha(\beta a_n) \end{pmatrix} = \dots = \alpha\left[\beta|a\rangle\right],$$

Таким образом, все аксиомы векторного пространства выполняются и, следовательно, множество P^n является векторным пространством.

Рассмотрим следующее тождественное преобразование:

$$|a\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ a_2 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + \dots + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} = a_1\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + a_2\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + \dots + a_n\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Из этого разложения видно, что в силу произвольности вектор-столбца $|a\rangle$, он представлен разложением по вектор-столбцам специального вида

$$|e_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}, |e_2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}, \dots, |e_n\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Система этих вектор-столбцов образует простейший, или ***канонический*** базис в векторном пространстве P^n.

Теперь очевидно, что множество P^n является n-мерным векторным пространством. $\otimes$

Пример 2.3.2. Показать, что если система векторов $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_n \right\}$ линейно независима, то и любая её подсистема также линейно независима.

Р е ш е н и е. Пусть $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_m \right\}$ – подсистема данной системы, то есть $m < n$.

Предположим, что условие задачи неверно, то есть подсистема $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_m \right\}$ линейно зависима. Тогда можно подобрать такие числа $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$, не все равные нулю одновременно, что справедливо тождество

$$\alpha_1 \vec{x}_1 + \alpha_2 \vec{x}_2 + \ldots + \alpha_m \vec{x}_m = \vec{0}.$$

Учитывая свойство нуль вектора

$$\left(\forall \vec{x} \in X \right) \vec{x} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{x} = \vec{x},$$

добавим его в обе части последнего тождества, представив его в виде линейной комбинации оставшихся векторов исходной системы с нулевыми коэффициентами

$$\vec{0} = 0\vec{x}_{m+1} + \ldots + 0\vec{x}_n.$$

Получаем

$$\alpha_1 \vec{x}_1 + \alpha_2 \vec{x}_2 + \ldots + \alpha_m \vec{x}_m + 0\vec{x}_{m+1} + \ldots + 0\vec{x}_n = \vec{0},$$

то есть линейная комбинация векторов исходной системы с коэффициентами, не все из которых равны нулю одновременно, даёт нулевой вектор. По определению это означает линейную зависимость векторов системы $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_n \right\}$, что противоречит условию задачи.

Следовательно, предположение о линейной зависимости ***произвольной*** подсистемы $\left\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_m\right\}$ линейно независимой системы $\left\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_n\right\}$ не верно. $\otimes$

Пример 2.3.3. Показать, что система из двух векторов линейно зависима в том и только в том случае, если векторы коллинеарны.

Р е ш е н и е. *Необходимость.* Если из двух векторов $\left\{\vec{x}, \vec{y}\right\}$ хотя бы один равен нуль вектору, то векторы коллинеарны. Поэтому предположим, что векторы $\vec{x} \neq \vec{0}$, $\vec{y} \neq \vec{0}$. Пусть система $\left\{\vec{x}, \vec{y}\right\}$ линейно зависима. Покажем, что векторы коллинеарны. По определению найдутся такие числа $\alpha, \beta \in R$, что

$$\alpha \vec{x} + \beta \vec{y} = \vec{0},$$

причём эти числа неравны нулю одновременно.

Пусть $\beta \neq 0$. Тогда получаем:

$$\vec{y} = \left(-\frac{\alpha}{\beta}\right)\vec{x}.$$

Обозначая $\lambda = -\frac{\alpha}{\beta}$, получим

$$\vec{y} = \lambda \vec{x},$$

то есть по определению векторы $\vec{x}$ и $\vec{y}$ коллинеарны.

Достаточность. Пусть теперь векторы $\vec{x}$ и $\vec{y}$ коллинеарны, покажем, что система $\left\{\vec{x}, \vec{y}\right\}$ линейно зависима. По определению коллинеарности имеем, например:

$$\vec{y} = \lambda \vec{x}.$$

Пусть $\nu \neq 0$, тогда можем записать

$$\vec{y} = \frac{\lambda}{\nu}\vec{x},$$

откуда получаем

$$\nu\vec{y} = \lambda\nu\vec{x},$$

или

$$\mu\vec{x} + \nu\vec{y} = \vec{0},$$

где $\mu = -\lambda\nu$. Так как $\lambda \neq 0$ и $\nu \neq 0$, то система векторов $\left\{\vec{x},\ \vec{y}\right\}$ линейно зависима. $\otimes$

Пример 2.3.4. Показать, что система трёх векторов пространства R^3 линейно зависима в том и только в том случае, если векторы компланарны.

Р е ш е н и е. Предположим, что никакие два вектора из тройки векторов $\vec{x},\ \vec{y},\ \vec{z}$ не коллинеарны (в противном случае система векторов заведомо будет линейно зависимой).

Необходимость. Пусть система $\left\{\vec{x},\ \vec{y},\ \vec{z}\right\}$ линейно зависима, покажем, что векторы системы компланарны. В силу линейной зависимости системы, можно подобрать три неравных одновременно нулю числа $\alpha,\ \beta,\ \gamma \in R$ так, чтобы выполнялось равенство

$$\alpha\vec{x} + \beta\vec{y} + \gamma\vec{z} = \vec{0}.$$

Пусть, например, $\gamma \neq 0$. Тогда имеем:

$$\vec{z} = \left(-\frac{\alpha}{\gamma}\right)\vec{x} + \left(-\frac{\beta}{\gamma}\right)\vec{y}.$$

Приложив векторы $\vec{x},\ \vec{y},\ \vec{z}$ к общей точке O, легко видеть, что вектор $\vec{z}$ равен диагонали параллелограмма, построенного на векторах

$$\vec{a} = \left(-\frac{\alpha}{\gamma}\right)\vec{x},\ \vec{b} = \left(-\frac{\beta}{\gamma}\right)\vec{y},$$

а это и означает, что они лежат в одной плоскости, то есть компланарны.

Достаточность. Пусть векторы $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ компланарны, покажем, что система $\left\{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}\right\}$ линейно зависима. Доказательство почти очевидно. Действительно, компланарность векторов означает, что справедливо, например, равенство

$$\vec{x} = \mu \vec{y} + \lambda \vec{z}.$$

Следовательно, один из векторов системы линейно выражается через два других. Тогда из свойств линейно зависимых систем векторов следует линейная зависимость системы векторов $\left\{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}\right\}$.⊗

Пример 2.3.5. Выяснить вопрос о линейной зависимости или линейной независимости следующей системы вектор-столбцов:

$$|a_1\rangle = \begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}, |a_2\rangle = \begin{pmatrix}0\\1\\1\\1\end{pmatrix}, |a_3\rangle = \begin{pmatrix}0\\0\\1\\1\end{pmatrix}, |a_4\rangle = \begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. Составим линейную комбинацию векторов системы с произвольными коэффициентами и потребуем, чтобы её значением был нуль вектор-столбец:

$$\alpha_1|a_1\rangle + \alpha_2|a_2\rangle + \alpha_3|a_3\rangle + \alpha_4|a_4\rangle = |0\rangle \Rightarrow$$

$$\alpha_1\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix} + \alpha_2\begin{pmatrix}0\\1\\1\\1\end{pmatrix} + \alpha_3\begin{pmatrix}0\\0\\1\\1\end{pmatrix} + \alpha_4\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\end{pmatrix}.$$

Используя правила выполнения операций с вектор-столбцами, получаем

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_1+\alpha_2 \\ \alpha_1+\alpha_2+\alpha_3 \\ \alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 0, \\ \alpha_1+\alpha_2 = 0, \\ \alpha_1+\alpha_2+\alpha_3 = 0, \\ \alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4 = 0. \end{cases}$$

Совершая последовательные подстановки из первого уравнения во второе, из второго в третье и так далее, получаем, что

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0,$$

что и доказывает линейную независимость данной системы вектор-столбцов. ⊗

Пример 2.3.6. Пусть

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m, \vec{a}_{m+1}, \ldots, \vec{a}_{n-1}, \vec{a}_n \right\}$$

– некоторая система векторов векторного пространства и пусть

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m \right\},$$

– её максимальная по числу векторов линейно независимая подсистема.

Показать, что любой из векторов $\vec{a}_{m+1}, \ldots, \vec{a}_{n-1}, \vec{a}_n$ можно выразить в виде разложения по векторам подсистемы $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m \right\}$.

Р е ш е н и е. Так как подсистема $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m \right\}$ – максимальная по числу векторов линейно независимая система, то добавляя к ней любой из оставшихся векторов, например, вектор $\vec{a}_{m+1}$, получим уже линейно зависимую систему

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m, \vec{a}_{m+1} \right\}.$$

Следовательно, можно подобрать такие неравные одновременно нулю числа $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m, \alpha_{m+1}$, что выполняется равенство

$$\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \ldots + \alpha_m \vec{a}_m + \alpha_{m+1} \vec{a}_{m+1} = \vec{0}.$$

В этом равенстве $\alpha_{m+1} \neq 0$ так как в противном случае имели бы равенство

$$\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \ldots + \alpha_m \vec{a}_m = \vec{0},$$

в котором не все коэффициенты $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ одновременно равны нулю. Но тогда система векторов $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m \right\}$ будет линейно зависимой, что противоречит условию задачи.

Из равенства

$$\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \ldots + \alpha_m \vec{a}_m + \alpha_{m+1} \vec{a}_{m+1} = \vec{0}$$

следует, что

$$\vec{a}_{m+1} = -\frac{\alpha_1}{\alpha_{m+1}} \vec{a}_1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_{m+1}} \vec{a}_2 - \ldots - \frac{\alpha_m}{\alpha_{m+1}} \vec{a}_m.$$

Вводя обозначения

$$\beta_1 = -\frac{\alpha_1}{\alpha_{m+1}}, \ \beta_2 = -\frac{\alpha_2}{\alpha_{m+1}}, \ \ldots, \ \beta_m = -\frac{\alpha_m}{\alpha_{m+1}},$$

получаем

$$\vec{a}_{m+1} = \beta_1 \vec{a}_1 + \beta_2 \vec{a}_2 + \ldots + \beta_m \vec{a}_m,$$

что и доказывает сформулированное утверждение. $\otimes$

Пример 2.3.7. Дана система функций

$$\left\{ e^t, e^{2t}, e^{3t} \right\}.$$

Показать, что эта система функций является линейно независимой в пространстве функций, непрерывных на промежутке $\left(-\infty, +\infty\right)$.

Р е ш е н и е. По определению линейной независимости условие

$$\alpha_1 e^t + \alpha_2 e^{2t} + \alpha_3 e^{3t} = 0 \ \left(\forall t \in \left(-\infty, +\infty\right)\right)$$

влечёт за собой выполнение условия $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0.$

Составим СЛАУ для коэффициентов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$. Для этого положим в тождестве $t = 0$, получим

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0.$$

Дифференцируя тождество по t и полагая $t = 0$, получим

$$\alpha_1 + 2\alpha_2 + 3\alpha_3 = 0.$$

Дифференцируя тождество ещё раз и, снова полагая $t = 0$, получим

$$\alpha_1 + 4\alpha_2 + 9\alpha_3 = 0.$$

Объединяя полученные равенства в систему уравнений для неизвестных коэффициентов, получим

$$\begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0, \\ \alpha_1 + 2\alpha_2 + 3\alpha_3 = 0, \\ \alpha_1 + 4\alpha_2 + 9\alpha_3 = 0. \end{cases}$$

Это однородная СЛАУ, применяя метод Гаусса, получаем единственное решение

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0.$$

Таким образом, система функций $\{e^t, e^{2t}, e^{3t}\}$ является базисом подмножества функций, непрерывных на промежутке $(-\infty, +\infty)$. Поэтому множество функций вида

$$f(t) = \alpha e^t + \beta e^{2t} + \lambda e^{3t}$$

образует подпространство в пространстве таких функций. $\otimes$

Пример 2.3.8. Используя процедуру ортогонализации Шмидта, ортонормировать систему векторов $\{\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3\} \subset E^4$, заданных в некотором ортонормированном базисе $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\} \subset E^4$ своими разложениями:

$$\vec{g}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4,$$

$$\vec{g}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 - 3\vec{e}_4,$$

$$\vec{g}_3 = 4\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 0\vec{e}_3 - \vec{e}_4.$$

Р е ш е н и е. Для ортогонализации системы векторов

$$\left\{\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3\right\} \subset E^4$$

воспользуемся формулами процедуры ортогонализации Шмидта.

Для этого положим

$$\vec{a}_1 = \vec{g}_1,$$

то есть

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4.$$

Далее имеем:

$$\vec{a}_2 = \vec{g}_2 - \frac{\left(\vec{a}_1, \vec{g}_2\right)}{\left\|\vec{a}_1\right\|^2}\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 - 3\vec{e}_4 -$$

$$-\frac{1}{4}(-4)\left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4\right) = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3 - 2\vec{e}_4;$$

$$\vec{a}_3 = \vec{g}_3 - \frac{\left(\vec{a}_1, \vec{g}_3\right)}{\left\|\vec{a}_1\right\|^2}\vec{a}_1 - \frac{\left(\vec{a}_2, \vec{g}_3\right)}{\left\|\vec{a}_2\right\|^2}\vec{a}_2 =$$

$$= 4\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - \vec{e}_4 - \frac{3}{2}\left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4\right) -$$

$$-\left(2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3 - 2\vec{e}_4\right) = \frac{1}{2}\vec{e}_1 - \frac{1}{2}\vec{e}_2 + \frac{1}{2}\vec{e}_3 - \frac{1}{2}\vec{e}_4.$$

Для получения ортонормированной системы, векторы системы нормируем:

$$\vec{e}_{a1} = \frac{1}{2}\left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4\right);$$

$$\vec{e}_{a2} = \frac{1}{4}\left(2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3 - 2\vec{e}_4 \right);$$

$$\vec{e}_{a3} = \frac{1}{2}\vec{e}_1 - \frac{1}{2}\vec{e}_2 + \frac{1}{2}\vec{e}_3 - \frac{1}{2}\vec{e}_4.$$

Прямой проверкой убеждаемся, что система векторов $\left\{ \vec{e}_{a1},\ \vec{e}_{a2},\ \vec{e}_{a3} \right\}$ ортонормированная. $\otimes$

Пример 2.3.9. Показать, что линейная оболочка $L\left\{ \vec{g}_1,\ \vec{g}_2 \right\}$, где элементы L вычисляются по формулам

$$\vec{g}_1 = \alpha_1 \cdot \sin x + \beta_1 \cdot \cos x,\ \vec{g}_2 = \alpha_2 \cdot \sin x + \beta_2 \cdot \cos x,$$

а скалярное произведение определено формулой

$$\left(\vec{g}_1,\ \vec{g}_2 \right) = \alpha_1 \cdot \alpha_2 + \beta_1 \cdot \beta_2 + \frac{1}{2} \cdot \left(\alpha_1 \cdot \beta_2 + \alpha_2 \cdot \beta_1 \right),$$

является двумерным линейным многообразием с ортонормированным базисом

$$\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sin x + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \cos x,\ \vec{e}_2 = \sin x - \cos x.$$

Р е ш е н и е. Находим скалярное произведение и скалярные квадраты векторов предполагаемого базиса:

$$\left(\vec{e}_1,\ \vec{e}_1 \right) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1;$$

$$\left(\vec{e}_1,\ \vec{e}_2 \right) = \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = 0;$$

$$\left(\vec{e}_2,\ \vec{e}_2 \right) = 1 + 1 + \frac{1}{2} \cdot \left(-1 - 1 \right) = 2 - 1 = 1.$$

Видим, что система векторов $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2 \right\}$ является ортонормированной и, следовательно, её можно принять за один из базисов линейного многообразия L. $\otimes$

Пример 2.3.10. Пусть X – множество ведущих радиус-векторов точек прямой линии. Операции в этом множестве введены обычным образом. Выяснить, является ли это множество векторным подпространством евклидова пространства R^2.

Р е ш е н и е. 1) Пусть прямая не проходит через начало системы координат (рисунок 3.1).

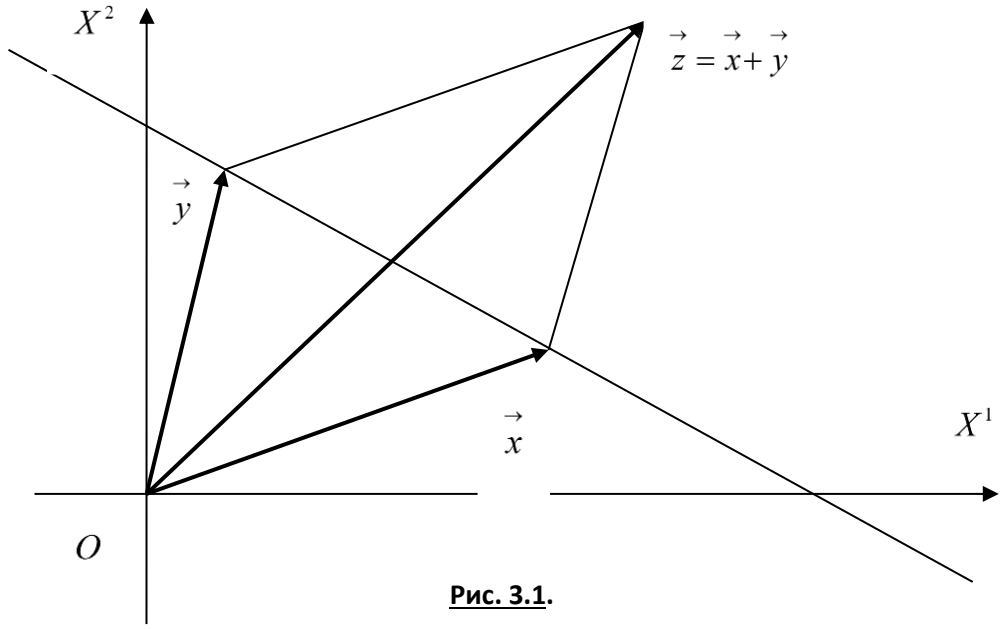


Рис. 3.1.

Очевидно, что сумма двух произвольных ведущих векторов точек прямой линии не принадлежит множеству X, так как конечная точка радиус-вектора их суммы не лежит на данной прямой линии. Следовательно, операция сложения векторов в данном случае не является алгебраической. Множество X не является векторным подпространством пространства R^2.

2) Если прямая линия проходит через начало системы координат, то очевидно, что сумма двух произвольных ведущих векторов точек прямой линии принадлежит множеству X и, следовательно, операция сложения векторов в данном случае является алгебраической. Множество X является векторным подпространством пространства R^2. $\otimes$

Пример 2.3.11. Дана система функций

$\{\cos t, \sin t, \sin 2t\}$.

Показать, что множество функций вида

$$f(t) = \alpha \cos t + \beta \sin t + \lambda \sin 2t,$$

где $\alpha, \beta, \lambda \in R^1$, является подпространством векторного пространства функций, непрерывных на промежутке $(-\pi, \pi)$.

Р е ш е н и е. Покажем сначала, что система функций

$$\{\cos t, \sin t, \sin 2t\}$$

является линейно независимой на промежутке $(-\pi, \pi)$.

В соответствие с определением линейной независимости потребуем выполнения условия

$$\alpha_1 \cos t + \alpha_2 \sin t + \alpha_3 \sin 2t = 0.$$

При различных значениях $t \in (-\pi, \pi)$ получаем бесконечное множество систем линейных алгебраических уравнений. Положим, например,

$$t = 0,\ t = \frac{\pi}{6},\ t = \frac{\pi}{4}.$$

Тогда имеем систему уравнений

$$\begin{cases} \alpha_1 = 0, \\ \frac{\sqrt{3}}{2}\alpha_1 + \frac{1}{2}\alpha_2 + \frac{\sqrt{3}}{2}\alpha_3 = 0, \\ \frac{\sqrt{2}}{2}\alpha_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\alpha_2 + \alpha_3 = 0. \end{cases}$$

Это однородная система уравнений. Решая СЛАУ методом Гаусса, получаем

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0.$$

Поэтому система функций $\{\cos t, \sin t, \sin 2t\}$ линейно независима на промежутке $(-\pi, \pi)$

.

Легко видеть, что любая функция вида

$$f(t) = \alpha \cos t + \beta \sin t + \lambda \sin 2t$$

является линейной комбинацией функций системы $\{\cos t, \sin t, \sin 2t\}$, что и доказывает требуемой. $\otimes$

Пример 2.3.12. Показать, что система векторов

$$\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\} \subset E^4,$$

заданных в некотором ортонормированном базисе евклидова пространства E^4

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\} \subset E^4$$

разложениями

$$\begin{aligned} \vec{a}_1 &= a_1^1 \vec{e}_1 + a_1^2 \vec{e}_2 + a_1^3 \vec{e}_3 + a_1^4 \vec{e}_4 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4, \\ \vec{a}_2 &= a_2^1 \vec{e}_1 + a_2^2 \vec{e}_2 + a_2^3 \vec{e}_3 + a_2^4 \vec{e}_4 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4, \end{aligned} \tag{1}$$

линейно независима. Дополнить систему до ортонормированного базиса всего пространства E^4.

Р е ш е н и е. Находим значение скалярного произведения:

$$\left(\vec{a}_1, \vec{a}_2\right) = \left(\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4, \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4\right) = 0.$$

Следовательно, система векторов $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\}$ ортогональна.

Для того чтобы дополнить эту систему до ортогонального базиса пространства евклидова E^4, найдём векторы

$$\vec{x} = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3 + x^4 \vec{e}_4$$

такие, чтобы выполнялись условия

$$\begin{cases} \left(\vec{x}, \vec{a}_1\right) = 0, \\ \left(\vec{x}, \vec{a}_2\right) = 0. \end{cases} \tag{2}$$

Из условий (2) получаем СЛАУ:

$$\begin{cases} x^1 - x^2 + x^3 - x^4 = 0, \\ x^1 + x^2 + x^3 + x^4 = 0. \end{cases} \tag{3}$$

Решаем СЛАУ (3) методом Гаусса, принимая x^3 и x^4 за свободные неизвестные, то есть, например, полагая $x^3 = a$ и $x^4 = b$. Полученное решение СЛАУ (3) записывается в виде

$$|x\rangle = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a \\ -b \\ a \\ b \end{pmatrix} = a\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad (4)$$

или

$$\vec{x} = a\vec{a}_3 + b\vec{a}_4,$$

где векторы фундаментальной системы решений

$$\vec{a}_3 = -\vec{e}_1 + 0\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 0\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_4 = 0\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + 0\vec{e}_3 + \vec{e}_4.$$

Легко проверяется, что фундаментальная система $\left\{\vec{a}_3, \vec{a}_4\right\}$ ортогональна и в совокупности с векторами $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\}$ также образует ортогональную систему $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4\right\}$. Для получения ортонормированного базиса пространства E^4 нормируем векторы этой системы:

$$\vec{h}_1 = \frac{\vec{a}_1}{\left\|\vec{a}_1\right\|} = \frac{1}{2}\left(\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4\right);$$

$$\vec{h}_2 = \frac{\vec{a}_2}{\left\|\vec{a}_2\right\|} = \frac{1}{2}\left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4\right);$$

$$\vec{h}_3 = \frac{\vec{a}_3}{\left\|\vec{a}_3\right\|} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(-\vec{e}_1 + \vec{e}_3\right);$$

$$\vec{h}_4 = \frac{\vec{a}_4}{\left\|\vec{a}_4\right\|} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(-\vec{e}_2 + \vec{e}_4\right).$$

Прямой проверкой убеждаемся, что система векторов $\left\{\vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3, \vec{h}_4\right\}$ ортонормирована. $\otimes$

Пример 2.3.13. В евклидовом пространстве E^4 в некотором ортонормированном базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\} \subset E^4$ задана система векторов:

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 + \vec{e}_4,\ \vec{a}_2 = -3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 - 5\vec{e}_4.$$

1) Выяснить, можно ли на векторах этой системы как на направляющих векторах построить подпространство H^2 пространства E^4. Если это возможно, то написать параметрические уравнения подпространства H^2.

2) Найти базис $\left\{\vec{a}_3, \vec{a}_4\right\}$ и построить ортогональное дополнение $H^{2\perp}$ к подпространству H^2, записать параметрические уравнения ортогонального дополнения $H^{2\perp}$.

Р е ш е н и е. 1) Координаты векторов системы $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\}$ непропорциональны – векторы неколлинеарны. Следовательно, система векторов $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\}$ линейно независимая. Векторы системы могут служить одним из базисов (быть направляющими векторами) линейного двумерного

многообразия. Векторное параметрическое уравнение такого многообразия в общем случае имеет вид

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + t_1 \vec{a}_1 + t_2 \vec{a}_2,$$

где $\vec{x}_0$ – вектор сдвига многообразия. Если $\vec{x}_0 = \vec{0}$, то многообразие превращается в подпространство. В последнем случае ведущий вектор точек этого многообразия превращается в текущий вектор подпространства и представляется в виде:

$$\vec{x} = t_1 \vec{a}_1 + t_2 \vec{a}_2.$$

Откуда имеем параметрические уравнения подпространства:

$$\begin{cases} x^1 = t_1 - 3t_2, \\ x^2 = 2t_1 + 4t_2, \\ x^3 = -3t_1 + 3t_2, \\ x^4 = t_1 - 5t_2. \end{cases}$$

Таким образом, подпространство является, очевидно, двумерной плоскостью, проходящей через начало системы координат.

2) Пусть

$$\vec{x} = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3 + x^4 \vec{e}_4$$

– произвольный вектор из ортогонального дополнения $H^{\perp}$. Так как система $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right\}$ – базис подпространства H, то должны выполняться условия

$$\begin{cases} \left(\vec{a}_1, \vec{x} \right) = 0, \\ \left(\vec{a}_2, \vec{x} \right) = 0. \end{cases}$$

Эти условия приводят к СЛАУ

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 3x^3 + x^4 = 0, \\ -3x^1 + 4x^2 + 3x^3 - 5x^4 = 0. \end{cases}$$

Применение метода Гаусса приводит к следующему результату: СЛАУ совместна и неопределённа, а множество её решений выражается следующей формулой

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{9}{5}a - \frac{7}{5}b \\ \frac{3}{5}a + \frac{1}{5}b \\ a \\ b \end{pmatrix} = a\begin{pmatrix} \frac{9}{5} \\ \frac{3}{5} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} -\frac{7}{5} \\ \frac{1}{5} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

где a и b – свободные неизвестные. Следовательно, имеем векторное подпространство с направляющими векторами

$$\vec{a}_3 = \frac{9}{5}\vec{e}_1 + \frac{3}{5}\vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{a}_4 = -\frac{7}{5}\vec{e}_1 + \frac{1}{5}\vec{e}_2 + \vec{e}_4.$$

Нетрудно проверить, что полученные векторы $\left\{\vec{a}_3, \vec{a}_4\right\}$ образуют линейно независимую систему, а любая их линейная комбинация ортогональна любой линейной комбинации векторов $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\}$.

Следовательно, на этих векторах можно построить ортогональное дополнение $H^{2\perp}$, параметрические уравнения которого имеют вид, аналогичный параметрическим уравнениям подпространства H^2:

$$\begin{cases} x^1 = \frac{9}{5}\tau_1 - \frac{7}{5}\tau_2, \\ x^2 = \frac{3}{5}\tau_1 + \frac{1}{5}\tau_2, \otimes \\ x^3 = \tau_1, \\ x^4 = \tau_2. \end{cases}$$

Пример 2.3.14. В аффинном пространстве A^4 координатами относительно репера $\left\{O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\}$ заданы четыре точки:

$$A_1(1;\ 4;\ 2;\ 0),\ A_2(3;\ 7;\ 3;\ 2),\ A_3(2;\ 6;\ 3;\ -1),\ A_4(1;\ 4;\ 5;\ 2).$$

Получить уравнения гиперплоскости, проходящей через заданные точки.

Р е ш е н и е. Обозначим точку A_1 через $O^* \equiv A_1$ и примем её за начало репера на гиперплоскости $H^3 \subset A^4$.

Рассмотрим векторы:

$$\begin{aligned}
\vec{a}_1 &= \vec{O^*A_2} = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 2\vec{e}_4, \\
\vec{a}_2 &= \vec{O^*A_3} = \quad \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \quad \vec{e}_4, \\
\vec{a}_3 &= \vec{O^*A_4} = \qquad\qquad 3\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4.
\end{aligned} \qquad (1)$$

Требуя, чтобы для линейной комбинации этих векторов выполнялось условие

$$\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \alpha_3 \vec{a}_3 = \vec{0},$$

решая вытекающую из этого условия СЛАУ для неопределённых коэффициентов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ методом Гаусса, выясняем, что данное условие выполняется только при $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$. Из этого результата заключаем, что система векторов $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\}$ линейно независима и её можно выбрать в качестве базиса репера

$$\left\{O^*, \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\}$$

на гиперплоскости $H^3 \subset A^4$.

Пусть $M\left(x^1; x^2; x^3; x^4\right)$ – текущая точка гиперплоскости, координаты которой определены относительно репера $\left\{O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\}$ вмещающего пространства A^4. Тогда её радиус-векторы $\vec{OM}$ относительно репера $\left\{O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\}$ пространства A^4 и

$\vec{O^*M}$ относительно репера $\left\{O^*, \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\}$ гиперплоскости $H^3 \subset A^4$ могут быть, соответственно, представлены в виде разложений:

$$\begin{aligned} &\vec{x} \equiv \vec{OM} = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3 + x^4 \vec{e}_4, \\ &\vec{O^*M} = t_1 \vec{a}_1 + t_1 \vec{a}_2 + t_1 \vec{a}_3. \end{aligned} \tag{2}$$

Векторное уравнение гиперплоскости имеет вид:

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{O^*M}, \tag{3}$$

где

$$\vec{x}_0 \equiv \vec{OO^*} = \vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3. \tag{4}$$

Подставляя (1), (2) и (4) в (3), получаем ***параметрические уравнения***

$$\begin{cases} x^1 = 1 + 2t_1 + t_2, \\ x^2 = 4 + 3t_1 + 2_2, \\ x^3 = 2 + t_1 + t_2 + 3t_3, \\ x^4 = 2t_1 - t_2 + 2t_3, \end{cases} \tag{5}$$

гиперплоскости $H^3 \subset A^4$. Для получения неявного уравнения гиперплоскости выразим три параметра t_1, t_2, t_3 из первых трёх уравнений (5), решая СЛАУ

$$\begin{cases} 2t_1 + t_2 = x^1 - 1, \\ 3t_1 + 2t_2 = x^2 - 4, \\ t_1 + t_2 + 3t_3 = x^3 - 2 \end{cases} \tag{6}$$

методом Гаусса, и подставим их в четвёртое уравнение. В процессе решения устанавливаем, что СЛАУ совместна и имеет единственное решение:

$$t_1 = 2x^1 - x^2 + 2;$$

$$t_2 = -3x^1 + 2x^2 - 5;$$

$$t_3 = \frac{1}{3}x^1 - \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}.$$

Подстановка в четвёртое из уравнений (5) приводит к неявному уравнению гиперплоскости $H^3 \subset A^4$, проходящей через заданные четыре точки:

$$23x^1 - 14x^2 + 2x^3 - 3x^4 + 29 = 0. \otimes$$

Практическое занятие 4. Линейные операторы, матрицы, определители и СЛАУ

Предварительные сведения

Оператор – это отображение $\hat{A}: X^m \to Y^n$. Оператор называется линейным, если

$$\left(\forall \alpha, \beta \in R^1\right) \wedge \left(\forall \vec{x}, \vec{y} \in X^m\right): \hat{A}\left(\alpha \vec{x} + \beta \vec{y}\right) = \alpha \hat{A}\vec{x} + \beta \hat{A}\vec{y}.$$

При фиксированных базисах в

$$\left\{\vec{e}, \vec{e}_2, \ldots, \vec{e}_m\right\} \subset X^m \text{ и } \left\{\vec{g}_1, \vec{g}_2, \ldots, \vec{g}_n\right\} \subset Y^n$$

линейный оператор имеет своим представителем **матрицу**:

$$\begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 & \ldots & a_m^1 \\ a_1^2 & a_2^2 & \ldots & a_m^2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_1^n & a_2^n & \ldots & a_m^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ \ldots \\ x^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \\ \ldots \\ y^n \end{pmatrix}.$$

Элементы матрицы по столбцам находятся как коэффициенты разложения образов $\vec{y} \in Y^n$ векторов $\vec{x} \in X^m$ по базису пространства Y^n.

Действия с линейными операторами определяются следующим образом. Если

$$\hat{A}: X^m \to Y^n, \ \hat{B}: X^m \to Y^n,$$

то

$$\hat{C} \overset{def}{=} \hat{A} + \hat{B} \Leftrightarrow \left(\forall \vec{x} \in X^m\right) \hat{C}\vec{x} = \hat{A}\vec{x} + \hat{B}\vec{x}.$$

Матричные элементы матрицы суммы операторов вычисляются по формуле $c_j^i = a_j^i + b_j^i$.

Произведение оператора на число

$$\hat{T} = \alpha \hat{A} \Leftrightarrow \left(\forall \vec{x} \in X^m \right) \hat{C}\vec{x} = \alpha \left(\hat{A}\vec{x} \right).$$

Матричные элементы матрицы произведения на число вычисляются по формуле $c_j^i = \alpha a_j^i$.

Если $\hat{A}: X^m \to Y^n$ и $\hat{B}: X^m \to Y^n$, то композиция операторов $\hat{C} = \hat{B} \circ \hat{A}$:

$$\hat{C}\vec{x} \overset{def}{=} \left(\hat{B}\hat{A} \right)\vec{x} = \hat{B}\left(\hat{A}\vec{x} \right).$$

Элементы матрицы композиции линейных операторов находятся по формуле

$$c_k^i = \sum_{j=1}^{n} b_j^i a_k^j .$$

Формула разложения определителя матрицы оператора $\hat{A}: X^n \to X^n$ по элементам любой строки или любого столбца определителя, например для столбца с номером k, имеет вид:

$$\det A = \sum_{i=1}^{n} (-1)^{i+k} a_k^i M_k^i =$$

$$= (-1)^{1+k} a_k^1 M_k^1 + (-1)^{2+k} a_k^2 M_k^2 + \ldots + (-1)^{n+k} a_k^n M_k^n .$$

Примеры с решением

Пример 2.4.1. В пространстве R^3 оператор $\hat{P}$ действует по правилу

$$\left(\forall \vec{x} \in R^3 \right) \hat{P}\vec{x} = x^1 \vec{e}_1,$$

то есть ставит в соответствие произвольному вектору $\vec{x}$ его координатную проекцию на ось OX^1. Показать, что оператор линейный и найти его матрицу.

Р е ш е н и е. покажем, что оператор линейный. По определению для линейного оператора справедливо равенство:

$$\hat{P}\left(\alpha_1 \vec{x}_1 + \alpha_2 \vec{x}_2 \right) = \alpha_1 \hat{P}\vec{x}_1 + \alpha_2 \hat{P}\vec{x}_2 .$$

Проверим его выполнение для заданного оператора:

$$\hat{P}\left(\alpha_1 \vec{x}_1+\alpha_2 \vec{x}_2\right)=$$

$$=\hat{P}\left[\alpha_1\left(x_1^1 \vec{e}_1+x_1^2 \vec{e}_2+x_1^3 \vec{e}_3\right)+\alpha_2\left(x_2^1 \vec{e}_1+x_2^2 \vec{e}_2+x_2^3 \vec{e}_3\right)\right]=$$

$$=\hat{P}\left[\left(\alpha_1 x_1^1+\alpha_2 x_2^1\right)\vec{e}_1+\left(\alpha_1 x_1^2+\alpha_2 x_2^2\right)\vec{e}_2+\left(\alpha_1 x_1^3+\alpha_2 x_2^3\right)\vec{e}_3\right]=$$

$$=\left(\alpha_1 x_1^1+\alpha_2 x_2^1\right)\vec{e}_1=\alpha_1 x_1^1 \vec{e}_1+\alpha_2 x_2^1 \vec{e}_1=\alpha_1 \hat{P} \vec{x}_1+\alpha_2 \hat{P} \vec{x}_2.$$

Определение выполняется и оператор $\hat{P}$ линейный.

Действуя оператором $\hat{P}$ последовательно на базисные векторы, получаем:

$$\hat{P} \vec{e}_1=1 \cdot \vec{e}_1=\vec{e}_1+0 \cdot \vec{e}_2+0 \cdot \vec{e}_3,$$

$$\hat{P} \vec{e}_2=0 \cdot \vec{e}_1=0 \cdot \vec{e}_1+0 \cdot \vec{e}_2+0 \cdot \vec{e}_3,$$

$$\hat{P} \vec{e}_3=0 \cdot \vec{e}_1=0 \cdot \vec{e}_1+0 \cdot \vec{e}_2+0 \cdot \vec{e}_3.$$

Теперь матрица оператора принимает следующий вид:

$$P=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Оператор $\hat{P}$ называется ***оператором ортогонального проектирования на ось*** OX^1. $\otimes$

Пример 2.4.2. Показать, что оператор $\hat{A}: R^3 \to R^3$, действующий по правилу

$$\left(\forall \vec{x} \in R^3\right) \hat{A} \vec{x}=\left[\vec{a},\left[\vec{x}, \vec{b}\right]\right],$$

где фиксированные векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ заданы своими разложениями

$$\vec{a}=2 \vec{e}_1+4 \vec{e}_2-\vec{e}_3,\ \vec{b}=\vec{e}_1-\vec{e}_2+\vec{e}_3$$

по каноническому базису, является линейным, и найти его матрицу.

Р е ш е н и е. Из свойств векторного произведения следует, что:

$$\hat{A}\left(\alpha\vec{x}+\beta\vec{y}\right)=\left[\vec{a},\left[\alpha\vec{x}+\beta\vec{y},\vec{b}\right]\right]=\left[\vec{a},\alpha\left[\vec{x},\vec{b}\right]+\beta\left[\vec{y},\vec{b}\right]\right]=$$

$$=\alpha\left[\vec{a},\left[\vec{x},\vec{b}\right]\right]+\beta\left[\vec{a},\left[\vec{y},\vec{b}\right]\right]=\alpha\hat{A}\vec{x}+\beta\hat{A}\vec{y}.$$

Матрицу оператора определяем, находя образы базисных векторов. При этом возможны три варианта решения:

1) использовать свойства векторного произведения;

2) использовать формулу для вычисления векторного произведения;

3) использовать для двойного векторного произведения формулу

$$\left[\vec{A},\left[\vec{B},\vec{C}\right]\right]=\vec{B}\left(\vec{A},\vec{C}\right)-\vec{C}\left(\vec{A},\vec{B}\right).$$

Используем второй вариант решения, находя векторное произведение

$$\hat{A}\vec{e}_k=\left[\vec{a},\left[\vec{e}_k,\vec{b}\right]\right]$$

по формуле

$$\left[\vec{x},\vec{y}\right]=\left(x^2y^3-x^3y^2\right)\vec{e}_1+\left(x^3y^1-x^1y^3\right)\vec{e}_2+\left(x^1y^2-x^2y^1\right)\vec{e}_3.$$

Пусть $k=1$, тогда получаем:

$$\left[\vec{e}_1,\vec{b}\right]=\left(0\cdot1-0\cdot(-1)\right)\vec{e}_1+\left(0\cdot1-1\cdot1\right)\vec{e}_2+\left(1\cdot(-1)-0\cdot1\right)\vec{e}_3=-\vec{e}_2-\vec{e}_3.$$

Далее имеем:

$$\hat{A}\vec{e}_1=\left[\vec{a},\left[\vec{e}_1,\vec{b}\right]\right]=-5\vec{e}_1+2\vec{e}_2-2\vec{e}_3.$$

Аналогично находим:

$$\hat{A}\vec{e}_2=\left[\vec{a},\left[\vec{e}_2,\vec{b}\right]\right]=-4\vec{e}_1+\vec{e}_2-4\vec{e}_3,$$

$$\hat{A}\vec{e}_3 = \left[\vec{a}, \left[\vec{e}_3, \vec{b}\right]\right] = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Матрица оператора имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} -5 & -4 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -2 & -4 & -2 \end{pmatrix}. \otimes$$

Пример 2.4.3. Показать, что если $\left\{\vec{x}_1, \vec{x}_2 \ldots, \vec{x}_m\right\} \subset X^n$ – линейно зависимая система векторов, то и система образов $\left\{\hat{A}\vec{x}_1, \hat{A}\vec{x}_2 \ldots, \hat{A}\vec{x}_m\right\} \subset X^n$ при действии линейного оператора $\hat{A}: X^n \to X^n$ также линейно зависимая.

Р е ш е н и е. Составим справедливое в силу линейной зависимости системы векторов равенство

$$\alpha_1 \vec{x}_1 + \alpha_2 \vec{x}_2 + \ldots + \alpha_m \vec{x}_m = \vec{0},$$

где не все коэффициенты $\{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m\}$ равны нулю одновременно. Действуя на обе части последнего равенства оператором $\hat{A}$, в силу его линейности получаем:

$$\alpha_1 \hat{A}\vec{x}_1 + \alpha_2 \hat{A}\vec{x}_2 + \ldots + \alpha_m \hat{A}\vec{x}_m = \vec{0},$$

Так как среди коэффициентов $\{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m\}$ есть ненулевые, то система образов

$$\left\{\hat{A}\vec{x}_1, \hat{A}\vec{x}_2 \ldots, \hat{A}\vec{x}_m\right\}$$

линейно зависима. $\otimes$

Пример 2.4.4. Показать, что если система

$$\left\{\hat{A}\vec{x}_1, \hat{A}\vec{x}_2 \ldots, \hat{A}\vec{x}_m\right\} \subset X^n$$

образов векторов системы

$$\left\{\vec{x}_1, \vec{x}_2 \ldots, \vec{x}_m\right\} \subset X^n$$

при действии оператора $\hat{A}: X^n \to X^n$ линейно независимая, то и сама система $\left\{\vec{x}_1, \vec{x}_2 \ldots, \vec{x}_m\right\} \subset X^n$ также линейно независимая.

Р е ш е н и е. Для системы векторов $\left\{\vec{x}_1, \vec{x}_2 \ldots, \vec{x}_m\right\}$ потребуем выполнения равенства нуль вектору линейной комбинации, предполагая, что не все коэффициенты её равны нулю одновременно

$$\alpha_1 \vec{x}_1 + \alpha_2 \vec{x}_2 + \ldots + \alpha_m \vec{x}_m = \vec{0},$$

то есть предположим, что система $\left\{\vec{x}_1, \vec{x}_2 \ldots, \vec{x}_m\right\}$ линейно зависимая.

Действуя на обе части равенства оператором $\hat{A}$, получим

$$\alpha_1 \hat{A}\vec{x}_1 + \alpha_2 \hat{A}\vec{x}_2 + \ldots + \alpha_m \hat{A}\vec{x}_m = \vec{0},$$

где в силу линейной независимости системы образов векторов

$$\left\{\hat{A}\vec{x}_1, \hat{A}\vec{x}_2 \ldots, \hat{A}\vec{x}_m\right\}$$

выполняется условие

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_m = 0.$$

Следовательно, предположение о линейной зависимости системы векторов

$$\left\{\vec{x}_1, \vec{x}_2 \ldots, \vec{x}_m\right\}$$

неверное. Система линейно независимая. $\otimes$

Пример 2.4.5. Пусть $\vec{x} \in R^3$ – произвольный вектор. Вычислить коммутатор

$$\left[\hat{A},\hat{B}\right]\vec{x}\equiv\left(\hat{A}\hat{B}-\hat{B}\hat{A}\right)\vec{x}$$

операторов $\hat{A}:R^3\to R^3$ и $\hat{B}:R^3\to R^3$, представленных в каноническом базисе пространства R^3 своими матрицами

$$A=\begin{pmatrix}1&4&6\\5&2&1\\1&0&3\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}0&2&4\\2&2&3\\4&2&0\end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. Коммутатор операторов – коммутатор их матриц, равен:

$$AB-BA=\begin{pmatrix}1&4&6\\5&2&1\\1&0&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&2&4\\2&2&3\\4&2&0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0&2&4\\2&2&3\\4&2&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&4&6\\5&2&1\\1&0&3\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}32&22&16\\8&16&26\\12&8&4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}14&4&14\\15&12&23\\14&20&26\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}18&18&2\\-7&4&3\\-2&-12&-22\end{pmatrix}$$

Находим коммутатор операторов – результат воздействия оператора $\hat{A}\hat{B}-\hat{B}\hat{A}$ на произвольный вектор $\vec{x}\in R^3$, для чего находим координаты образа вектора:

$$\left(AB-BA\right)\left|x\right\rangle=\begin{pmatrix}18&18&2\\-7&4&3\\-2&-12&-22\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x^1\\x^2\\x^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}18x^1+18x^2+2x^3\\-7x^1+4x^2+3x^3\\-2x^1-12x^2-22x^3\end{pmatrix}.$$

Теперь образ вектора равен:

$$\left[\hat{A},\hat{B}\right]\vec{x}=\left(\hat{A}\hat{B}-\hat{B}\hat{A}\right)\vec{x}=\left(18x^1+18x^2+2x^3\right)\vec{e}_1+$$

$$+\left(-7x^1+4x^2+3x^3\right)\vec{e}_1+\left(-2x^1-12x^2-22x^3\right)\vec{e}_1.\otimes$$

Пример 2.4.6. В каноническом базисе трёхмерного пространства R^3 действия операторов $\hat{A}: R^3 \to R^3$ и $\hat{B}: R^3 \to R^3$ на произвольный вектор $\vec{x} \in R^3$ заданы соотношениями:

$$A\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 \\ x_2 + 3x_3 \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 \end{pmatrix}; \; B\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 - x_3 \\ x_2 + x_3 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

Найти координаты вектора $\left(2\hat{A} + \hat{A}\hat{B}\right)\vec{x}$.

Р е ш е н и е. Находим матрицы операторов, исходя из координатной формы записи действия оператора в фиксированном базисе:

$$A|x\rangle = \begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 & a_3^1 \\ a_1^2 & a_2^2 & a_3^2 \\ a_1^3 & a_2^3 & a_3^3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1^1 x^1 + a_2^1 x^2 + a_3^1 x^3 \\ a_1^2 x^1 + a_2^2 x^2 + a_3^2 x^3 \\ a_1^3 x^1 + a_2^3 x^2 + a_3^3 x^3 \end{pmatrix}.$$

Сравнивая данные условия задачи с координатной формулой действия оператора, находим их матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & -3 \end{pmatrix}; \; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Производим указанные в условии задачи действия с матрицами:

$$2A + AB = 2\begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & -10 & -6 \\ 0 & 2 & 6 \\ 4 & -10 & -6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -3 & -10 \\ 0 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -13 & -16 \\ 0 & 3 & 10 \\ 6 & -13 & -16 \end{pmatrix}.$$

Находим координаты образа вектора $\vec{X}$, используя координатную форму записи:

$$(2A+AB)\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6&-13&-16\\0&3&10\\6&-13&-16\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6x_1-13x_2-16x_3\\3x_2+10x_3\\6x_1-13x_2-16x_3\end{pmatrix}.$$

Окончательно получаем:

$$\vec{x}=(6x_1-13x_2-16x_3)\vec{e}_1+(3x_2+10x_3)\vec{e}_2+(6x_1-13x_2-16x_3)\vec{e}_3.\otimes$$

Пример 2.4.7. Найти $\left(\hat{A}\vec{x}+\vec{y},\ \vec{x}+\hat{B}\vec{y}\right)$, если

$$\vec{x}=\vec{e}_1+3\vec{e}_2+6\vec{e}_3;\ \vec{y}=-3\vec{e}_1-\vec{e}_2-5\vec{e}_3;$$

$$A=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&3&1\\3&1&2\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}3&1&2\\1&2&3\\2&3&1\end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. 1) Находим вектор $\hat{A}\vec{x}+\vec{y}$ в координтаном представлении:

$$A|x\rangle+|y\rangle=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&3&1\\3&1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\3\\6\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-3\\-1\\-5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}25\\17\\18\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-3\\-1\\-5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}22\\16\\13\end{pmatrix};$$

$$\hat{A}\vec{x}+\vec{y}=22\vec{e}_1+16\vec{e}_2+13\vec{e}_3.$$

2) Находим вектор $\vec{x}+\hat{B}\vec{y}$ в координтаном представлении:

$$|x\rangle+B|y\rangle=\begin{pmatrix}1\\3\\6\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3&1&2\\1&2&3\\2&3&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3\\-1\\-5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\3\\6\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-20\\-20\\-14\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-19\\-17\\-8\end{pmatrix};$$

$$\vec{x}+\hat{B}\vec{y}=-19\vec{e}_1-17\vec{e}_2-8\vec{e}_3.$$

3) Находим указанное в условии скалярное произведение:

$$\left(\hat{A}\vec{x}+\vec{y},\ \vec{x}+\hat{B}\vec{y}\right)=22\cdot(-19)+16\cdot(-17)+13\cdot(-8)=-794.\ \otimes$$

Пример 2.4.8. Решить методом Гаусса СЛАУ

$$\begin{cases} 2x^1-x^2+x^3-x^4=5, \\ x^1+2x^2-2x^3+3x^4=-6, \\ 3x^1+x^2-x^3+2x^4=-1. \end{cases} \quad (1)$$

Р е ш е н и е. 1) Удобно поменять местами первое и второе уравнения системы (1), так как у второго уравнения коэффициент при первом неизвестном равен 1:

$$\begin{cases} x^1+2x^2-2x^3+3x^4=-6, \\ 2x^1-x^2+x^3-x^4=5, \\ 3x^1+x^2-x^3+2x^4=-1. \end{cases} \quad (2)$$

Выражаем из первого уравнения СЛАУ (2) неизвестное x^1 и подставляем результат в оставшиеся уравнения:

$$\begin{cases} x^1+2x^2-2x^3+3x^4=-6, \\ -5x^2+5x^3-7x^4=17, \\ -5x^2+5x^3-7x^4=17. \end{cases} \quad (3)$$

Два последних уравнения в (3) одинаковы, поэтому одно уравнение можно отбросить:

$$\begin{cases} x^1+2x^2-2x^3+3x^4=-6, \\ -5x^2+5x^3-7x^4=17. \end{cases} \quad (4)$$

Принимаем в (4) неизвестные x^3, x^4 за свободные неизвестные и, полагая $x^3=a$ и $x^4=b$, выражаем через них x^2, x^1, имеем общее решение СЛАУ:

$$x^2=-\frac{17}{5}+a-\frac{7}{5}x^4,\ x^1=\frac{4}{5}-\frac{1}{5}b,\ x^3=a,\ x^4=b.$$

2) Приведём матричную реализацию метода Гаусса. Перепишем систему уравнений в виде расширенной матрицы и поменяем местами первую и вторую строки матрицы:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 & 5 \\ 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 3 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 2 & -1 & 1 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Умножая мысленно первую строку матрицы первый раз на 2, а второй раз на 3 и вычитая в реальности последовательно из второй и третьей строки (как вектор-строку), получаем:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 2 & -1 & 1 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \end{pmatrix}.$$

Вторая и третья строки матрицы идентичны, то есть второе и третье уравнения системы одинаковы. Отбрасывая третью строку, получаем:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \end{pmatrix}.$$

Эквивалентная система уравнений имеет вид (4):

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 2x^3 + 3x^4 = -6, \\ -5x^2 + 5x^3 - 7x^4 = 17. \end{cases}$$

Дальше решение повторяет выполненные в первом пункте операции.

Дадим интерпретацию полученного общего решения СЛАУ, для чего запишем вектор-столбец решения так

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} - \frac{1}{5}b \\ -\frac{17}{5} + a - \frac{7}{5}b \\ a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4/5 \\ -17/5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + a\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} -1/5 \\ -7/5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Если теперь переписать полученный результат в символическом виде

$$|x\rangle = |x_0\rangle + a|a\rangle + b|b\rangle,$$

где

$$|x\rangle = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix}, |x_0\rangle = \begin{pmatrix} 4/5 \\ -17/5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, |a\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |b\rangle = \begin{pmatrix} -1/5 \\ -7/5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

То становится очевидным, что общее решение системы уравнений с геометрической точки зрения представляет собой двумерное линейное многообразие проходящее через “точку” $|x_0\rangle$ и имеющее направляющие векторы $|a\rangle$ и $|b\rangle$. $\otimes$

Пример 2.4.9. Вычислить определитель

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & -5 \end{vmatrix}.$$

Р е ш е н и е. 1) Вычтем элементы первого столбца из соответствующих элементов второго и третьего столбцов, получим:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -5 & -1 \\ 4 & -5 & -9 \end{vmatrix}.$$

2) В полученном определителе в первой строке отличен от нуля только один первый элемент. Применяя формулу разложения определителя по элементам первой строки, получаем:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -5 & -1 \\ 4 & -5 & -9 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -5 & -1 \\ -5 & -9 \end{vmatrix} + 0 \cdot (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -9 \end{vmatrix} +$$

$$+ 0 \cdot (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 4 & -5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -5 & -1 \\ -5 & -9 \end{vmatrix} = 45 - 5 = 40. \otimes$$

Пример 2.4.10. Найти матрицу, обратную матрице

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. Определитель матрицы $\det A = 5 \neq 0$. Матрица A невырожденная, следовательно, обратная матрица A^{-1} существует.

Находим алгебраические дополнения элементов матрицы A:

$$A_1^1 = 1;\ A_2^1 = -3;\ A_3^1 = 1$$

$$A_1^2 = 3;\ A_2^2 = 1;\ A_3^2 = -2;$$

$$A_1^3 = -2;\ A_2^3 = 1;\ A_3^3 = 3.$$

Находим присоединённую матрицу:

$$adjA = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Находим обратную матрицу:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot adjA = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Проверка по формулам $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$ подтверждает правильность расчёта. $\otimes$

Пример 2.4.11. Матричным методом решить СЛАУ

$$\begin{cases} x^1 + 3x^2 = 0, \\ 2x^1 + 4x^2 = 6. \end{cases}$$

Р е ш е н и е. 1) Проверяем условие невырожденности основной матрицы системы уравнений, для чего вычисляем определитель основной матрицы системы:

$$\det A = -2 \neq 0.$$

Обратная матрица существует.

2) Перепишем СЛАУ в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

3) Находим алгебраические дополнения элементов основной матрицы системы: $A_1^1 = 4, A_2^1 = -2, A_1^2 = -3, A_2^2 = 1.$

4) Составляем матрицу алгебраических дополнений и, транспонируя её, находим присоединённую матрицу:

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow adjA = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

5) Находим обратную матрицу:

$$A^{-1} = \frac{adjA}{\det A} = -\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & \frac{3}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

6) Находим значения неизвестных:

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & \frac{3}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix} \Rightarrow x^1 = 9,\ x^2 = -3. \otimes$$

Пример 2.4.12. Найти неизвестную матрицу X из уравнения

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. Имеем матричное уравнение вида $AX = B$, где

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Чтобы его решить, нужно найти матрицу A^{-1} и умножить уравнение на неё слева. Тогда решение запишется в виде $X = A^{-1}B.$

1) Проверяем условие невырожденности. Определитель матрицы A равен:

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 6 - 5 = 1 \neq 0.$$

Матрица невырождена, следовательно, обратная матрица существует.

2) Вычисляем алгебраические дополнения элементов матрицы A:

$$A_1^1 = 3,\ A_2^1 = -1,\ A_1^2 = -5,\ A_2^2 = 2.$$

Составляем союзную матрицу и находим обратную матрицу:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A}\begin{pmatrix} A_1^1 & A_2^1 \\ A_1^2 & A_2^2 \end{pmatrix}^T = \frac{1}{\det A}\begin{pmatrix} A_1^1 & A_1^2 \\ A_2^1 & A_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

3) Умножаем данное матричное уравнение на матрицу A^{-1} слева:

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}X = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 2 & -23 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

Проверка правильности вычислений осуществляется путём подстановки в исходное уравнение. $\otimes$

Пример 2.4.13. Решить СЛАУ, используя формулы Крамера:

$$\begin{cases} 3x^1 + 2x^2 + x^3 = 5, \\ 2x^1 + 3x^2 + x^3 = 1, \\ 2x^1 + x^2 + 3x^3 = 11. \end{cases}$$

Р е ш е н и е. 1) Вычисляем определитель матрицы СЛАУ:

$$\det A = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 3\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 12.$$

Так как $\det A \neq 0$, то система уравнений совместна и определённа.

2) Для нахождения её решения используем формулы Крамера:

$$x^1 = \frac{1}{12}\begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 11 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \frac{5}{12}\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - \frac{1}{12}\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + \frac{11}{12}\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{40}{12} - \frac{5}{12} - \frac{11}{12} = \frac{24}{12} = 2.$$

Аналогично находим x^2 и x^3:

$$x^2 = \frac{1}{12}\begin{vmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 11 & 3 \end{vmatrix} = -2;\ x^3 = \frac{1}{12}\begin{vmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 11 \end{vmatrix} = 3. \otimes$$

Пример 2.4.14. Пусть $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4\right\} \subset X^4$ – некоторый (старый) базис пространства X^4 и

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

– матрица линейного оператора $\hat{T} : X^4 \to X^4$ в этом базисе. Найти матрицу линейного оператора $\hat{T}$ в новом базисе

$$\left\{\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3, \vec{g}_4\right\} \subset X^4,$$

если известно, что векторы нового базиса выражаются через векторы старого базиса разложениями:

$$\vec{g}_1 = \vec{a}_1,\ \vec{g}_2 = \vec{a}_1 + \vec{a}_2,\ \vec{g}_3 = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3,\ \vec{g}_4 = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \vec{a}_4.$$

Р е ш е н и е. Матрица перехода от старого базиса к новому имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Матрица невырождена, так как $\det A = 1$. Следовательно, существует обратная матрица. Для нахождения обратной матрицы найдём сначала алгебраические дополнения элементов матрицы A :

$$A_1^1=1;\quad A_2^1=-1;\quad A_3^1=0;\quad A_4^1=0;$$
$$A_1^2=0;\quad A_2^2=1;\quad A_3^2=-1;\quad A_4^2=0;$$
$$A_1^3=0;\quad A_2^3=0;\quad A_3^3=1;\quad A_4^3=-1;$$
$$A_1^4=0;\quad A_2^4=0;\quad A_3^4=0;\quad A_4^4=1.$$

Теперь обратная матрица находится по формуле $\hat{A}=\frac{1}{\det A}adjA$ и имеет вид:

$$A^{-1}=\begin{pmatrix}1&-1&0&0\\0&1&-1&0\\0&0&1&-1\\0&0&0&1\end{pmatrix}^T=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\-1&1&0&0\\0&-1&1&0\\0&0&-1&1\end{pmatrix}.$$

При переходе от старого базиса к новому базису матрица оператора T преобразуется по формуле $T'=\left(A^{-1}\right)^T TA^T$. Проводя вычисления, получаем матрицу T':

$$T'=\begin{pmatrix}1&-1&0&0\\0&1&-1&0\\0&0&1&-1\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2&0&1\\3&0&-1&2\\2&5&3&1\\1&2&1&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&1&1&1\\0&0&1&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}-2&0&1&0\\1&-4&-8&-7\\1&4&6&4\\1&3&4&7\end{pmatrix}.\otimes$$

Практическое занятие 5. Общие свойства линейных операторов

Предварительные сведения

Ядро оператора $\hat{A}: X^m\to Y^n$ – это множество векторов в X^m, удовлетворяющих условию

$$\hat{A}\vec{x}=\vec{0}.$$

Размерность ядра – **дефект** оператора. Множество значений оператора – это множество образов $\vec{y} \in Y^n$ векторов $\vec{x} \in X^m$. Размерность множества значений оператора – **ранг** оператора.

Примеры с решением

Пример 2.5.1. Найти ядро $K\left(\hat{A}\right)$ линейного оператора $\hat{A}: X^4 \to X^3$, заданного в некоторых базисах

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\} \subset X^4, \left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\} \subset X^3$$

этих пространств матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. По определению ядро

$$K\left(\hat{A}\right) = \left\{\vec{x} \in X^4 : \hat{A}\vec{x} = \vec{0}\right\},$$

поэтому

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

откуда имеем СЛАУ вида

$$\begin{cases} x^1 + 2 \cdot x^3 + 4 \cdot x^4 = 0, \\ 3 \cdot x^2 + x^3 + 2 \cdot x^4 = 0, \\ -x^2 - 2 \cdot x^3 = 0. \end{cases}$$

Решая эту СЛАУ, например, метом Гаусса, получаем:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 0 & 0 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 2 & 0 \end{array}\right).$$

Принимая неизвестное x^4 за свободное неизвестное и, полагая $x^4 = t$, где t может принимать произвольные значения из R, получаем:

$$x^3 = \frac{2}{5}t,\ x^2 = -\frac{4}{5}t,\ x^1 = -\frac{24}{5}t.$$

Откуда для ядра оператора имеем

$$K\left(\hat{A}\right) = \left\{\vec{x} \in X^4 : \vec{x} = t\,\vec{a};\ t \in R\right\},$$

где

$$\vec{a} = -\frac{24}{5}\vec{e}_1 - \frac{4}{5}\vec{e}_2 + \frac{2}{5}\vec{e}_3 + \vec{e}_4.$$

Таким образом, ядро оператора является одномерным линейным многообразием $L\left\{\vec{a}\right\}$ с направляющим вектором $\vec{a}$. $\otimes$

Пример 2.5.2. Пусть Y – множество симметричных матриц 2-го порядка с обычными матричными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число. Показать, что это множество является векторным подпространством векторного пространства всех квадратных матриц второго порядка.

Р е ш е н и е. Сначала покажем, что множество X квадратных матриц 2-го порядка вида

$$A = \begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 \\ a_1^2 & a_2^2 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} b_1^1 & b_2^1 \\ b_1^2 & b_2^2 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} c_1^1 & c_2^1 \\ c_1^2 & c_2^2 \end{pmatrix}$$

является векторным пространством. Для этого надо показать, что операция сложения, являясь алгебраической, удовлетворяет четырём аксиомам для операции сложения векторного пространства.

То, что операция сложения во множестве X алгебраическая, очевидно. Легко видеть, что операция сложения ассоциативна и коммутативна, то есть

$$A + B = B + A;\ (A + B) + C = A + (B + C).$$

Во множестве X имеется нейтральный элемент

$$O=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$$

и противоположный элемент

$$-A=\begin{pmatrix}-a_1^1 & -a_2^1\\ -a_1^2 & -a_2^2\end{pmatrix}.$$

Нетрудно проверить и выполнение аксиом для операции умножения на число.

Легко видеть, что во множестве X каноническим базисом является система матриц вида

$$\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}.$$

Действительно, произвольная матрица может быть записана в виде разложения по матрицам этой системы:

$$\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}=a\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}+d\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}.$$

Множество симметричных матриц Y вида

$$A=\begin{pmatrix}a_1^1 & a_2^1\\ a_2^1 & a_2^2\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}b_1^1 & b_2^1\\ b_2^1 & b_2^2\end{pmatrix}$$

является подпространством векторного пространства X. Действительно, симметрические матрицы образуют подмножество пространства X. Операции сложения и умножения на число не нарушают свойства симметричности матрицы. Действительно, результат выполнения этих операций является, очевидно, снова симметричной матрицей:

$$A+B=\begin{pmatrix}a_1^1 & a_2^1\\ a_2^1 & a_2^2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}b_1^1 & b_2^1\\ b_2^1 & b_2^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_1^1+b_1^1 & a_2^1+b_2^1\\ a_2^1+b_2^1 & a_2^2+b_2^1\end{pmatrix},$$

$$\alpha A=\alpha\cdot\begin{pmatrix}a_1^1 & a_2^1\\ a_2^1 & a_2^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\alpha\cdot a_1^1 & \alpha\cdot a_2^1\\ \alpha\cdot a_2^1 & \alpha\cdot a_2^2\end{pmatrix}.\ \otimes$$

Пример 2.5.3. Найти ранг матрицы

$$A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 1 & 3\\ 1 & 3 & -1 & 1\\ 3 & -1 & 1 & 7\end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. 1. ***Первый метод*** (элементарные преобразования матрицы). Ранг матрицы подчинён неравенству $r(A)\le \min(m,n)=3$ ($n-$число строк, $m-$число столбцов). Для нахождения ранга применим элементарные преобразования матрицы.

Вычтем первую строку матрицы из второй строки и, умножив её мысленно на 3, из третьей:

$$A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 1 & 3\\ 1 & 3 & -1 & 1\\ 3 & -1 & 1 & 7\end{pmatrix}\cong\begin{pmatrix}1 & -2 & 1 & 3\\ 0 & 5 & -2 & -2\\ 0 & 5 & -2 & -2\end{pmatrix}.$$

Вычёркивая из матрицы третью строку, совпадающую со второй строкой, получаем

$$A\cong\begin{pmatrix}1 & -2 & 1 & 3\\ 0 & 5 & -2 & -2\end{pmatrix}.$$

Здесь символ $\cong$ использован для обозначения эквивалентности матриц по рангу в процессе преобразований.

Видим, что наивысший порядок отличного от нуля минора равен 2 (левый угловой минор является треугольным). Таким образом, ранг матрицы $r=2$.

2. ***Второй метод*** (окаймляющих миноров). Минор

$$\begin{pmatrix}1 & -2\\ 1 & 3\end{pmatrix}=5\ne 0.\ A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 1 & 3\\ 1 & 3 & -1 & 1\\ 3 & -1 & 1 & 7\end{pmatrix}$$

Минор, окаймляющий первый минор

$$\begin{pmatrix}1 & -2 & 1\\ 1 & 3 & -1\\ 3 & -1 & 1\end{pmatrix}=\begin{vmatrix}1 & -2 & 1\\ 2 & 1 & 0\\ 2 & 1 & 0\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}2 & 1\\ 2 & 1\end{vmatrix}=2-2=0.$$

Следующий окаймляющий минор

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 5 & -2 \\ 0 & 5 & -2 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} = 2-2=0.$$

Все окаймляющие миноры равны нулю, следовательно, ранг матрицы $r(A)=2.\otimes$

Пример 2.5.4. Найти ранг $r\left(\hat{A}\right)$, множество значений $\hat{A}\left(X^5\right)$ и дефект $d\left(\hat{A}\right)$ линейного оператора $\hat{A}: X^5 \to X^3$, если этот оператор в некоторых базисах пространств X^5 и X^3 имеет матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. Пусть отмечены базисы

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4, \vec{e}_5\right\} \subset X^5, \left\{\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3\right\} \subset X^3,$$

в которых матрица оператора имеет указанный вид.

1) Находим ранг матрицы оператора:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 10 & -13 & -19 \\ 0 & 1 & 1 & -5 & -7 \end{pmatrix} \to$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 10 & -13 & -19 \\ 0 & 0 & -9 & 8 & 12 \end{pmatrix}.$$

Угловой минор третьего порядка преобразованной матрицы

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & -9 \end{vmatrix} = -9 \neq 0,$$

следовательно, ранг матрицы $r(A)=3.$

2) Вектор-столбцы преобразованной матрицы, образующие её базисный минор, составлены из координат базисных векторов множества значений оператора, то есть базис множества значений имеет вид

$$|a\rangle_1=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix},\ |a\rangle_2=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix},\ |a\rangle_3=\begin{pmatrix}-2\\10\\-9\end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$\vec{a}_1=\vec{g}_1,$$

$$\vec{a}_2=\vec{g}_2,$$

$$\vec{a}_3=-2\vec{g}_1+10\vec{g}_2-9\vec{g}_3.$$

Множеством значений оператора является линейная оболочка системы векторов $\left\{\vec{a}_1,\vec{a}_2,\vec{a}_3\right\}$:

$$\hat{A}\left(X^5\right)=\left\{\vec{y}\in X^3:\left(\forall\alpha,\beta,\eta\in R^1\right)\vec{y}=\alpha\cdot\vec{a}_1+\beta\cdot\vec{a}_2+\eta\cdot\vec{a}_3\right\},$$

3) По теореме о связи ранга и дефекта линейного оператора имеем

$$r\left(\hat{A}\right)+d\left(\hat{A}\right)=5,$$

откуда получаем $d\left(\hat{A}\right)=2$. Итак, $r\left(\hat{A}\right)=3,\ d\left(\hat{A}\right)=2.\otimes$

Пример 2.5.5. Найти базисы суммы и пересечения подпространств

$$L_1\left\{\vec{a}_1,\vec{a}_2,\vec{a}_3\right\}=\left\{\alpha_1\vec{a}_1+\alpha_2\vec{a}_2+\alpha_3\vec{a}_3\right\},$$

$$L_2\left\{\vec{b}_1,\vec{b}_2,\vec{b}_3\right\}=\left\{\beta_1\vec{b}_1+\beta_2\vec{b}_2+\beta_3\vec{b}_3\right\},$$

если $\alpha_k,\beta_k\in R^1$ и

$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3,\ \vec{a}_3 = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3;$

$\vec{b}_1 = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3,\ \vec{b}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3,\ \vec{b}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3.$

Р е ш е н и е. Находим базисы подпространств:

$$\dim L_1 = r\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix} = 2,$$ базисный минор $\Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$;

$$\dim L_2 = r\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix} = 2,$$ базисный минор $\Delta_1 = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$.

Базисом L_1 является подсистема

$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3,$

$\vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3,$

а базисом L_2 подсистема

$\vec{b}_1 = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3,$

$\vec{b}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3.$

Чтобы найти базис подпространства $L_1 + L_2$, вычислим ранг матрицы, столбцами которой являются векторы $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{b}_1, \vec{b}_2$:

$$r\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} = 3,$$ базисный минор $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$.

Таким образом, имеем

$$\dim(L_1 + L_2) = 3$$

и базис подпространства $L_1 + L_2$ есть система $\left\{\vec{a}_1,\ \vec{a}_2,\ \vec{b}_1\right\}$.

Теперь базис пересечения подпространств

$$\dim(L_1 \cap L_2) = \dim L_1 + \dim L_2 - \dim(L_1 + L_2) = 4 - 3 = 1.$$

Таким образом, базис $L_1 \cap L_2$ состоит из одного вектора.

Вектор $\vec{b}_2$ разложим по базису $\left\{\vec{a}_1,\ \vec{a}_2,\ \vec{b}_1\right\}$ подпространства $L_1 + L_2$:

$$\vec{b}_2 = \alpha_2^1 \vec{a}_1 + \alpha_2^2 \vec{a}_2 + \beta_2^1 \vec{b}_1.$$

Составляем систему уравнений, используя разложения векторов

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3,$$

$$\vec{b}_1 = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3,\ \vec{b}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3.$$

Решение этой СЛАУ даёт:

$$\alpha_2^1 = 2,\ \alpha_2^2 = 1,\ \beta_2^1 = -1,$$

Таким образом,

$$\vec{b}_2 = 2\vec{a}_1 + \vec{a}_2 - \vec{b}_1,$$

Следовательно, вектор

$$\vec{c} = 2\vec{a}_1 + \vec{a}_2 = \vec{b}_1 + \vec{b}_2 = 3\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + \vec{e}_3$$

является базисом подпространства $L_1 \cap L_2$. $\otimes$

Пример 2.5.6. Выяснить вопрос о совместности СЛАУ

$$\begin{cases} x^1 - 2x^2 + x^3 = 3, \\ x^1 + 3x^2 - x^3 = 1, \\ 3x^1 - x^2 + x^3 = 7. \end{cases}$$

Р е ш е н и е. Выписываем основную и расширенную матрицы СЛАУ:

$$A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 1\\ 1 & 3 & -1\\ 3 & -1 & 1\end{pmatrix};\ B=\left(\begin{array}{ccc|c}1 & -2 & 1 & 3\\ 1 & 3 & -1 & 1\\ 3 & -1 & 1 & 7\end{array}\right).$$

Минор второго порядка в левом верхнем углу (см. предыдущий пример) равен $5\neq 0$. Все миноры третьего порядка, как у матрицы A, так и у матрицы B, равны нулю: ранги основной и расширенной матриц $r(A)=r(B)=2$. Следовательно, СЛАУ совместна. $\otimes$

Пример 2.5.7. Выяснить, при каких значениях параметра a СЛАУ с основной матрицей

$$A=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1 & 1\\ -1 & 2 & 1 & -1\\ 1 & -3 & -1 & 1\end{pmatrix}$$

и столбцом правых частей $|b\rangle=\begin{pmatrix}2 & 1 & a\end{pmatrix}^T$ является совместной.

Р е ш е н и е. Нетрудно видеть, что ранг матрицы A СЛАУ $r(A)=2$. Расширенная матрица имеет вид

$$B=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1 & 1 & 2\\ -1 & 2 & 1 & -1 & 1\\ 1 & -3 & -1 & 1 & a\end{pmatrix}.$$

Вычеркнем в расширенной матрице третий и четвёртый столбцы. Так как ранг матрицы не изменится, то имеем

$$\det B=\det\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ -1 & 2 & 1\\ 1 & -3 & a\end{pmatrix}=3a+6.$$

Если $a\neq -2$, то $\det B\neq 0$ и $r(B)=3\neq r(A)$ – СЛАУ несовместна. Если $a=-2$, то $\det B=0$. Так как у матрицы B имеются отличные от нуля миноры, то $r(B)=2=r(A)$. Поэтому при $a=-2$ СЛАУ совместна. $\otimes$

Задания для самостоятельной работы

1. Даны векторы $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$. Найти линейную комбинацию (вектор)

$$\vec{u} = \alpha\vec{x} + \beta\vec{y} + \gamma\vec{z}$$

и норму (длину) вектора $\vec{u}$:

1) $\vec{x} = -2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{y} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$, $\vec{z} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$,
$\alpha = 4$, $\beta = -3$, $\gamma = 1$;

2) $\vec{x} = -3\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$, $\vec{y} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{z} = -\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3$,
$\alpha = -4$, $\beta = 3$, $\gamma = -2$;

3) $\vec{x} = \vec{e}_1 - 6\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3$, $\vec{y} = -3\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3$, $\vec{z} = 2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$,
$\alpha = 7$, $\beta = -5$, $\gamma = -1$.

2. Найти косинус угла между векторами $\vec{AB}$ и $\vec{AC}$, если:

1) $A(2; -2; 3)$, $B(1; -1; 2)$, $C(4; -4; 5)$;

2) $A(0; -2; 6)$, $B(-12; -2; -3)$, $C(-9; -2; -6)$;

3) $A(2; 3; -1)$, $B(4; 5; -2)$, $C(3; 1; 1)$.

3. На плоскости R^2 заданы своими координатами три вершины A, B и C параллелограмма. Найти:

1) координаты четвёртой вершины D;

2) косинус угла между сторонами AB и AC;

3) длины диагоналей и косинус угла между ними.

1) $A(-1; 2; -2)$, $B(3; 4; -5)$, $C(1; 1; 0)$;

2) $A(-2; -2; 0)$, $B(-1; -2; 4)$, $C(5; -2; 1)$;

3) $A(3; 3; -1)$, $B(3; 2; 0)$, $C(4; 4; -1)$.

4. В каноническом базисе декартовой системы координат пространства R^3 своими координатами заданы векторы $\vec{x}$ и $\vec{y}$. Найти $\left(\alpha\vec{x}+\beta\vec{y},\ \gamma\vec{x}+\lambda\vec{y}\right)$, если дано:

1) $\vec{x}=\vec{e}_1+5\vec{e}_2+\vec{e}_3,\ \vec{y}=\vec{e}_1+7\vec{e}_2+\vec{e}_3,$

$\alpha=4,\ \beta=-3,\ \gamma=1,\ \lambda=2;$

2) $\vec{x}=2\vec{e}_1+5\vec{e}_2+8\vec{e}_3,\ \vec{y}=\vec{e}_1-3\vec{e}_2-7\vec{e}_3,$

$\alpha=-2,\ \beta=-5,\ \gamma=-1,\ \lambda=-2;$

3) $\vec{x}=-2\vec{e}_1+4\vec{e}_2-8\vec{e}_3,\ \vec{y}=5\vec{e}_1+3\vec{e}_2+7\vec{e}_3,$

$\alpha=11,\ \beta=6,\ \gamma=2,\ \lambda=-7.$

5. Найти $\left(\vec{x}-4\vec{y},\ 6\vec{x}+\vec{y}\right)$, если дано:

1) $\left\|\vec{x}\right\|=4,\ \left\|\vec{y}\right\|=5,\ \left\{\widehat{\vec{x},\ \vec{y}}\right\}=\frac{\pi}{4};$

2) $\left\|\vec{x}\right\|=6,\ \left\|\vec{y}\right\|=1,\ \left\{\widehat{\vec{x},\ \vec{y}}\right\}=\frac{\pi}{3};$

3) $\left\|\vec{x}\right\|=2{,}5,\ \left\|\vec{y}\right\|=1{,}5,\ \left\{\widehat{\vec{x},\ \vec{y}}\right\}=\frac{\pi}{6}.$

6. В каноническом базисе декартовой системы координат пространства R^3 своими координатами задан вектор $\vec{x}$. Найти направляющие косинусы и орт данного вектора, если дано:

1) $\vec{x}=\vec{e}_1-2\vec{e}_2+4\vec{e}_3;$

2) $\vec{x}=-\vec{e}_1-3\vec{e}_2+5\vec{e}_3;$

3) $\vec{x} = 5\vec{e}_1 - \vec{e}_2 - 6\vec{e}_3$.

7. Вычислить объём параллелепипеда, построенного на векторах:

1) $\vec{x} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$, $\vec{y} = -\vec{e}_1 - \vec{e}_3$, $\vec{z} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$;

2) $\vec{x} = 3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{y} = 5\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3$, $\vec{z} = -\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$;

3) $\vec{x} = 6\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{y} = 2\vec{e}_2$, $\vec{z} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3$.

8. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{x}$ и $\vec{y}$, если дано:

1) $\vec{x} = \vec{a} + 3\vec{b}$, $\vec{y} = 2\vec{a} - \vec{b}$, $\left\|\vec{a}\right\| = 2$, $\left\|\vec{b}\right\| = 1$, $\left\{\vec{a}, \vec{b}\right\} = \frac{\pi}{6}$;

2) $\vec{x} = 2\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{y} = \vec{a} - 3\vec{b}$, $\left\|\vec{a}\right\| = 2$, $\left\|\vec{b}\right\| = 2$, $\left\{\vec{a}, \vec{b}\right\} = \frac{\pi}{4}$;

3) $\vec{x} = \vec{a} - 2\vec{b}$, $\vec{y} = \vec{a} + 3\vec{b}$, $\left\|\vec{a}\right\| = 1$, $\left\|\vec{b}\right\| = 2$, $\left\{\vec{a}, \vec{b}\right\} = \frac{\pi}{2}$.

9. В пространстве R^3 получить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1; 2; 3)$, $B(2; 3; 1)$, $C(3, 1, 2)$ и найти косинусы углов, образованных её нормальным вектором с осями координат. Построить эту плоскость.

10. Написать канонические уравнения прямой линии, заданной пересечением двух плоскостей, проходящих через точки $A_1(0; 0; 0)$; $B_1(3; 3; 0)$; $C_1(0; 3; 3)$ и $A_2(4; 5; 0)$; $B_2(1; 6; 3)$; $C_2(2; 0; 7)$ соответственно.

11. В пространстве R^3 получить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(1; 7; 3)$ и имеющей нормальный вектор, заданный точками $M_1(-2; -1; -8)$ и $M_2(2; 1; 8)$. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{ON}_1$, $\vec{ON}_2$ и $\vec{ON}_3$, где N_1, N_2 и N_3– точки пересечения данной плоскости и осей координат.

12. В пространстве R^3 найти угол между плоскостями, проходящими через точки M_1, M_2, M_3 и N_1, N_2, N_3:

1) $M_1(0; 7; -4)$; $M_2(4; 8; -1)$; $M_3(-2; 1; 3)$;
$N_1(2; 3; 1)$; $N_2(2; 0; 3)$; $N_3(1; 2; 0)$;

2) $M_1(1; -2; 2)$; $M_2(-3; 2; 3)$; $M_3(3; 0; 6)$;
$N_1(0; 3; 5)$; $N_2(0; -1; 3)$; $N_3(4; 0; 0)$.

13. Найти точку пересечения прямой линии и плоскости:

1) $\dfrac{x^1-2}{1}=\dfrac{x^2-3}{1}=\dfrac{x^3+1}{-4}$, $x^1+x^2+3x^3-10=0$;

2) $\dfrac{x^1+1}{2}=\dfrac{x^2-3}{-4}=\dfrac{x^3+1}{5}$, $x^1+2x^2-x^3+5=0$.

14. Найти координаты проекции точки M_0 на плоскость:

1) $M_0(0; -3; -2)$; $2x^1+10x^2+10x^3-1=0$;

2) $M_0(1; 0; -1)$; $2x^2+4x^3-1=0$.

15. В пространстве R^3 найти расстояние от точки M_0 до плоскости, проходящей через точки M_1, M_2 и M_3:

1) $M_1(0; 7; -4)$, $M_2(4; 8; -1)$, $M_3(-2; 1; 3)$, $M_0(-10; 11; 13)$;

2) $M_1(5; 8; 3)$, $M_2(10; 5; 6)$, $M_3(8; 7; 4)$, $M_0(7; 17; 14)$;

3) $M_1(1; 3; 5)$, $M_2(-5; 5; 2)$, $M_3(7; -1; 8)$, $M_0(0; 0; 0)$.

16. Пусть $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \ldots, \vec{e}_n\right\} \subset X^n$ – некоторый базис в векторном пространстве X^n, и $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m\right\}$ – некоторая система векторов в этом пространстве. Используя метод Гаусса, найти базу и размерность этой системы векторов.

1) $\dim X^n = 4$:

$$\vec{a}_1 = 3\vec{e}_1 + 11\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3 + 4\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_2 = 4\vec{e}_1 + 12\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3 + 10\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_3 = \vec{e}_1 + 13\vec{e}_2 + 6\vec{e}_3 + 4\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_4 = 3\vec{e}_1 + 11\vec{e}_2 + 9\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4.$$

2) $\dim X^n = 5$:

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_2 + 6\vec{e}_3 + 3\vec{e}_4 + 2\vec{e}_5,$$

$$\vec{a}_2 = 5\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_3 = 4\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4 + \vec{e}_5,$$

$$\vec{a}_4 = 6\vec{e}_1 - 5\vec{e}_2 + 6\vec{e}_3 - 3\vec{e}_4 - \vec{e}_5,$$

$$\vec{a}_5 = -5\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3 - 3\vec{e}_4 - \vec{e}_5.$$

17. Пусть $L\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\}$ и $L\left\{\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3\right\}$ – некоторые подпространства векторного пространства X^4, и пусть $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\} \subset X^4$ – некоторый его базис. Найти базис суммы и пересечения этих подпространств.

1)
$$\begin{cases} \vec{a}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2, \\ \vec{a}_2 = \vec{e}_1 - \vec{e}_4, \\ \vec{a}_3 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4, \end{cases} \quad \begin{cases} \vec{b}_1 = 3\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3 + \vec{e}_4, \\ \vec{b}_2 = 5\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4, \\ \vec{b}_3 = 3\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4; \end{cases}$$

2) $\begin{cases} \vec{a}_1 = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_4, \\ \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_4, \\ \vec{a}_3 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4, \end{cases}$ $\begin{cases} \vec{b}_1 = \vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - \vec{e}_3 - \vec{e}_4, \\ \vec{b}_2 = \vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3 + 8\vec{e}_4, \\ \vec{b}_3 = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4. \end{cases}$

18. Пусть $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\} \subset E^4$ – некоторый базис в евклидовом пространстве E^4, и $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\}$ – некоторая система векторов в этом пространстве. Показать, что эта система ортогональна и представить пространство в виде ортогональной суммы

$$E^4 = L_1^2 \oplus L_2^2,$$

где $L_1^2 = L\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\}$, а $L_2^2 = L_1^{2\perp}$.

1) $\begin{cases} \vec{a}_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4, \\ \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \vec{a}_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 - \vec{e}_3 + 3\vec{e}_4, \\ \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 - \vec{e}_4; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \vec{a}_1 = 4\vec{e}_1 + 10\vec{e}_2 - \vec{e}_3 + 4\vec{e}_4, \\ \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3 - 2\vec{e}_4, \\ \vec{a}_2 = 2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + \vec{e}_3; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \vec{a}_1 = 5\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 2\vec{e}_4, \\ \vec{a}_2 = 9\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 6_3 - 4\vec{e}_4, \\ \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + = -6\vec{e}_3. \end{cases}$

19. Пусть $\vec{a} \neq \vec{0}$ – некоторый фиксированный вектор из R^3, а операторы $\hat{A}: R^3 \to R^3$ и $\hat{B}: R^3 \to R^3$, действуют по правилам $\left(\forall \vec{x} \in R^3\right)$

1) $\hat{A}\vec{x} = \left(\vec{a}, \vec{x}\right)\vec{a}$, 2) $\hat{A}\vec{x} = \left[\vec{a}, \vec{x}\right]$.

Показать, что эти операторы линейные и найти их матрицы.

20. Показать, что операторы

$\hat{A}: R^3 \to R^3$, $\hat{B}: R^3 \to R^3$, $\hat{C}: R^3 \to R^3$,

действие которых задано координатными соотношениями

1) $\hat{A}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 \\ 2x_1 - 3x_3 \\ 2x_2 - 3x_3 \end{pmatrix}$,

2) $\hat{B}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 \\ 2x_2 - 3 \end{pmatrix}$,

3) $\hat{C}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 - 2x_2 - x_3 \\ 3x_1 - 2x_2 \\ 3x_2 + x_3 \end{pmatrix}$,

являются линейными и записать их матрицы.

21. В каноническом базисе трёхмерного пространства R^3 действия операторов $\hat{A}: R^3 \to R^3$ и $\hat{B}: R^3 \to R^3$ на произвольный вектор $\vec{x} \in R^3$ заданы соотношениями:

$$\hat{A}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 \\ 2x_1 - 3x_3 \\ 2x_2 - 3x_3 \end{pmatrix}; \quad \hat{B}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x_1 - x_2 - x_3 \\ 2x_1 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

Найти координаты вектора:

1) $\left(\hat{A}^2 + 2\hat{B}\right)\vec{x}$; 2) $\left(2\hat{A}^2 + 3\hat{B}^2\right)\vec{x}$; 3) $\left(\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}\right)\vec{x}$.

22. Найти матрицы, обратные данным матрицам:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

23. Решить СЛАУ матричным методом и по формулам Крамера:

$$1)\begin{cases} x_1+3x_2- \quad x_3=2, \\ 2x_1-3x_2+2x_3=0, \\ 3x_1-2x_2- \quad x_3=4; \end{cases} \quad 2)\begin{cases} x_1+3x_2+ \quad x_3=-5, \\ 3x_1-4x_2+3x_3=11, \\ 2x_1+4x_2- \quad x_3=-9. \end{cases}$$

24. Найти решение СЛАУ по формулам Крамера:

$$1)\begin{cases} x_1+2x_2+x_3=8, \\ -2x_1+3x_2-3x_3=-5, \\ 3x_1-4x_2+5x_3=10; \end{cases} \quad 2)\begin{cases} 3x_1+2x_2+x_3=5, \\ 2x_1+3x_2+x_3=1, \\ 2x_1+x_2+3x_3=11; \end{cases}$$

$$3)\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3-2x_4=6, \\ 2x_1-x_2-2x_3-3x_4=8, \\ 3x_1+2x_2-x_3+2x_4=4, \\ 2x_1-3x_2+2x_3+x_4=-8. \end{cases}$$

25. Разложить вектор $\vec{x}$ по системе векторов $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\}$:

1) $\vec{a}_1=-\vec{e}_2+2\vec{e}_3$, $\vec{a}_2=\vec{e}_1+\vec{e}_3$, $\vec{a}_3=-\vec{e}_1+2\vec{e}_2+4\vec{e}_3$,

$\vec{x}=-2\vec{e}_1+9\vec{e}_3$.

2) $\vec{a}_1=\vec{e}_1-3\vec{e}_2$, $\vec{a}_2=\vec{e}_1-\vec{e}_2+\vec{e}_3$, $\vec{a}_3=-\vec{e}_2+2\vec{e}_3$,

$\vec{x}=5\vec{e}_1-12\vec{e}_2-\vec{e}_3$.

3) $\vec{a}_1=3\vec{e}_1+\vec{e}_2-\vec{e}_3$, $\vec{a}_2=-3\vec{e}_2+\vec{e}_3$, $\vec{a}_3=\vec{e}_1+\vec{e}_2+\vec{e}_3$,

$\vec{x}=2\vec{e}_2+4\vec{e}_3$.

26. В каноническом базисе пространства R^3 дана линейно независимая система векторов

$\vec{x}_1=2\vec{e}_1+2\vec{e}_2$,

$\vec{x}_2=2\vec{e}_2+2\vec{e}_3$,

$$\vec{x}_3 = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_3$$

и матрица

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Будет ли линейно независимой система векторов $\hat{A}\vec{x}_1,\ 2\hat{A}\vec{x}_2,\ 3\hat{A}\vec{x}_3$?

27. Проверить, что $(AB)C = A(BC)$, если

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 8 & -4 \\ 6 & 9 & -5 \\ 4 & 7 & -3 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 3 \\ 9 & 6 & 5 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

28. Вычислить многочлен

$$P(X) = X^3 - 3X + 2$$

от матрицы

$$X = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

29. Найти матрицу X, удовлетворяющую условию:

а) $5A + 2X = 0$, если $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 \\ 8 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & -2 \end{pmatrix}$;

и) $(-1)A + 3X = 2B$, если $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 7 & 9 \end{pmatrix}$.

30. Вычислить определители:

ф) $\begin{vmatrix} a & -a & a \\ a & a & -a \\ a & -a & -a \end{vmatrix}$;

б) $\begin{vmatrix} x^2 & x & 1 \\ y^2 & y & 1 \\ z^2 & z & 1 \end{vmatrix}$.

31. Решить уравнения:

а) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & x \\ 4 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 0$; б) $\begin{vmatrix} 3 & x & -4 \\ 2 & -1 & 3 \\ x+10 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$.

32. Решить неравенства:

а) $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & x & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{vmatrix} < 1$; б) $\begin{vmatrix} 2 & x+2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & x \end{vmatrix} > 0$.

33. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 246 & 427 & 327 \\ 1014 & 543 & 443 \\ -342 & 721 & 621 \end{vmatrix}.$$

34. Решить матричные уравнения:

а) $X\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$.

35. Решить методом Гаусса СЛАУ:

а) $\begin{cases} 2x^1 - x^2 - x^3 = 4, \\ 3x^1 + 4x^2 - 2x^3 = 11, \\ 3x^1 - 2x^2 + 4x^3 = 11; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x^1 + x^2 - 4x^3 = 0, \\ 3x^1 + 5x^2 - 7x^3 = 0, \\ 4x^1 - 5x^2 - 6x^3 = 0; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x^1 + 2x^2 + 3x^3 - 2x^4 = 6, \\ 2x^1 - x^2 - 2x^3 - 3x^4 = 8, \\ 3x^1 + 2x^2 - x^3 + 2x^4 = 4, \\ 2x^1 - 3x^2 + 2x^3 + x^4 = -8. \end{cases}$

36. Пространство R^3 подвергается деформации под действием линейного оператора $\hat{A}$, заданного в каноническом базисе матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Найти объём треугольной пирамиды с вершинами

$$A(0;\,0;\,0);\ B(3;\,3;\,0);\ C(0;\,3;\,3);\ D(3;\,0;\,3)$$

до и после деформации пространства.

37. Пусть $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4 \right\} \subset X^4$ – некоторый базис, а

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

– матрица линейного оператора $\hat{T} : X^4 \to X^4$. Найти матрицу оператора в базисе $\left\{ \vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3, \vec{g}_4 \right\} \subset X^4$, если:

а) $\vec{g}_1 = 2\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \vec{a}_4,\ \vec{g}_2 = 3\vec{a}_1 + 2\vec{a}_2 + 3\vec{a}_3 + \vec{a}_4,$

$\vec{g}_3 = 4\vec{a}_1 + 3\vec{a}_2 + 2\vec{a}_3 + \vec{a}_4, \vec{g}_4 = 5\vec{a}_1 + 4\vec{a}_2 + 3\vec{a}_3 + 2\vec{a}_4;$

б) $\vec{g}_1 = 2\vec{a}_1 - \vec{a}_2 - 2\vec{a}_3 + 3\vec{a}_4, \vec{g}_2 = 3\vec{a}_1 - \vec{a}_2 - 2\vec{a}_3 + 2\vec{a}_4,$

$\vec{g}_3 = 2\vec{a}_1 - 2\vec{a}_3 + 2\vec{a}_4, \vec{g}_4 = 2\vec{a}_1 - \vec{a}_2 - \vec{a}_3 + 2\vec{a}_4.$

38. Используя понятие ранга матрицы и теоремы о совместности, выяснить вопрос о совместности следующих СЛАУ:

а) $\begin{cases} 2x^1 + x^2 - 4x^3 = 0, \\ 3x^1 + 5x^2 - 7x^3 = 0, \\ 4x^1 - 5x^2 - 6x^3 = 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^1 + x^2 + x^3 + x^4 = 0, \\ x^1 + 2x^2 + 3x^3 - x^4 = 0, \\ x^1 + 4x^2 + 5x^3 + 2x^4 = 0, \\ x^1 - x^3 + 3x^4 = 0. \end{cases}$

39. При каких значениях параметра a СЛАУ является совместной:

а) $\begin{cases} x^1 - 2x^2 + x^3 + x^4 = a, \\ x^1 - 2x^2 + x^3 - x^4 = -1, \\ x^1 - 2x^2 + x^3 + 5x^4 = 5; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x^1 - 5x^2 + 2x^3 + 4x^4 = 2, \\ 7x^1 - 4x^2 + x^3 + 3x^4 = a, \\ 5x^1 + ax^2 - 4x^3 - 6x^4 = 3. \end{cases}$

40. Найти ядро оператора, заданного в пространстве R^3 своей матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Дать геометрическую интерпретацию и получить параметрические уравнения ядра.

41. Найти ядро, дефект, ранг и множество значений линейного оператора $\hat{A}: R^m \to R^n$, заданного в некоторых базисах

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \ldots, \vec{e}_m, \right\} \subset R^m, \left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_n, \right\} \subset R^n$$

своей матрицей:

а) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$; д) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & -5 & 11 \end{pmatrix}$; е) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

Часть 2. ОПЕРАТОРЫ В ЕВКЛИДОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ.

ГЕОМЕТРИЯ ПРОСТРАНСТВА E^n

Практическое занятие 1. Подпространства. Специальные типы линейных операторов в евклидовом пространстве

Предварительные сведения

Пусть $\hat{T}: X^n \to \hat{T}\left(X^n\right)$ – линейный оператор. Тогда, если для вектора $\vec{x} \in X^n \left(\vec{x} \neq \vec{0}\right)$ и некоторого числа μ выполняется соотношение

$$\hat{T}\vec{x} = \mu\vec{x},$$

то вектор $\vec{x}$ называется **собственным вектором** оператора $\hat{T}$, соответствующим **собственному значению** μ. Если в пространстве X^n зафиксирован базис, то последнее равенство сводится к однородной СЛАУ

$$\begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & \dots & t_n^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & \dots & t_n^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ t_1^n & t_2^n & \dots & t_n^n \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ \dots \\ x^n \end{pmatrix} = \mu\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ \dots \\ x^n \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \left(t_1^1-\mu\right)x^1 + t_2^1x^2 + \dots + t_n^1x^n = 0, \\ t_1^2x^1 + \left(t_2^2-\mu\right)x^2 + \dots + t_n^2x^n = 0, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots, \\ t_1^nx^1 + t_2^nx^2 + \dots + \left(t_n^n-\mu\right)x^n = 0. \end{cases}$$

Система $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_m \right\}$ собственных векторов линейного оператора $\hat{T} : X^n \to \hat{T}\left(X^n\right)$, соответствующих попарно различным собственным значениям $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_m$, линейно независима.

Линейный оператор $\hat{T}$, действующий в n-мерном пространстве X^n и имеющий n попарно различных собственных значений, называется **оператором простой структуры**. Матрица оператора простой структуры имеет диагональный вид.

Из критерия нетривиальной совместности однородной СЛАУ следует, что

$$T(\mu) \overset{def}{=} \det\left(t_j^i - \mu\delta_j^i\right) = \begin{vmatrix} t_1^1 - \mu & t_2^1 & \ldots & t_n^1 \\ t_1^2 & t_2^2 - \mu & \ldots & t_n^2 \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ t_1^n & t_2^n & \ldots & t_n^n - \mu \end{vmatrix} = 0.$$

Это равенство есть **характеристическое уравнение**, а многочлен в левой части – **характеристический многочлен**. Из характеристического уравнения определяются собственные значения линейного оператора, а из однородной СЛАУ его собственные векторы.

Подпространство $X_{inv} \subset X^n$ называется **инвариантным подпространством оператора** $\hat{T} : X^n \to \hat{T}\left(X^n\right)$, если

$$\left(\forall \vec{x} \in X_{inv}\right) \vec{y} = \hat{T}\vec{x} \in X_{inv}.$$

Пусть $\hat{T} : E^m \to E^n$ – некоторый линейный оператор. Оператор $\hat{T}^* : E^n \to E^m$ называется **сопряжённым по отношению к оператору** $\hat{T}$, если $\left(\forall \vec{x} \in E^m, \forall \vec{y} \in E^n\right)$ выполняется условие

$$\left(\hat{T}\vec{x}, \vec{y}\right) = \left(\vec{x}, \hat{T}^*\vec{y}\right).$$

Матрица оператора, сопряжённого с оператором $\hat{T}^* : E^n \to E^m$ связана следующим соотношением:

$$t_j^{k*} = \overline{t_k^j}\ .$$

В случае вещественных пространств комплексное сопряжение отсутствует.

Если $\hat{T}: E^m \to E^n$, $\hat{R}: E^m \to E^n$ – некоторые операторы и $\beta \in C$ – произвольное число, то справедливы следующие пять свойств сопряжённого оператора:

1) $\left(\hat{T}^*\right)^* = \hat{T}$; 2) $\left(\hat{T}^*\right)^{-1} = \left(\hat{T}^{-1}\right)^*$; 3) $\left(\beta\hat{T}\right)^* = \overline{\beta}\hat{T}^*$;

4) $\left(\hat{T}+\hat{R}\right)^* = \hat{T}^* + \hat{R}^*$; 5) $\left(\hat{T}\hat{R}\right)^* = \hat{R}^*\hat{T}^*$.

Линейный оператор $\hat{T}: E^n \to E^n$ называется **самосопряжённым (эрмитовым)**, если $\hat{T}^* = \hat{T}$. Матрица самосопряжённого оператора является симметрической, то есть связана с матрицей самого оператора соотношением

$$t_j^i = t_i^j.$$

Оператор $\hat{T}$, действующий в вещественном евклидовом пространстве E^n, называется **ортогональным**, если он сохраняет скалярное произведение, то есть

$$\left(\forall \vec{x}, \vec{y} \in E^n\right)\left(\hat{T}\vec{x}, \hat{T}\vec{y}\right) = \left(\vec{x}, \vec{y}\right).$$

Ортогональные операторы $\hat{T}: E^n \to E^n$ в вещественном евклидовом пространстве E^n обладают следующими свойствами:

1) единичный оператор является ортогональным;

2) композиция ортогональных операторов также является ортогональным оператором;

3) оператор, обратный ортогональному оператору, также является ортогональным;

4) если $\hat{T}: E^n \to E^n$ – ортогональный оператор, то оператор $\alpha \cdot \hat{T}$ является ортогональным в том и только в том случае, если $\alpha = \pm 1$.

Оператор $\hat{T}: E^n \to E^n$ является ортогональным в том и только в том случае, если он переводит хотя бы один ортонормированный базис снова в ортонормированный базис.

Пусть $\hat{T}: X^n \to \hat{T}\left(X^n\right)$ и

$$F_m(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_m x^m \in C[x]$$

– некоторый многочлен. Тогда оператор

$$F_m\left(\hat{T}\right) = a_0\hat{I} + a_1\hat{T} + a_2\hat{T}^2 + \ldots + a_m\hat{T}^m$$

называется многочленом от оператора $\hat{T}$ или ***операторным многочленом***.

Примеры с решением

Пример 2.1.1. В каноническом базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\} \subset R^2$ оператор $\hat{T}$ задан матрицей

$$T = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Найти собственные значения и собственные подпространства оператора $\hat{T}$.

Р е ш е н и е. 1. Составляем характеристическое уравнение:

$$\det(T - \mu \cdot I) = 0;\ \mu^2 - 7 \cdot \mu + 10 = 0.$$

Откуда получаем собственные значения оператора $\mu_1 = 2,\ \mu_2 = 5.$

2. Находим собственный вектор, соответствующий собственному значению $\mu_1 = 2$, для чего решаем СЛАУ

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1^1 \\ x_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Получаем решение в виде

$$x_1^1 = -1,\ x_1^2 = 1 \Rightarrow |x_1\rangle = c|a_1\rangle,\ c \in R^1 \Rightarrow |a_1\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Решением является бесконечное множество векторов

$$\vec{x} = c\,\vec{a}_1$$

– одномерное линейное многообразие с базисным вектором

$$\vec{a}_1 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2.$$

3. Аналогично находим собственный вектор, соответствующий собственному значению $\mu_2 = 5$, решая СЛАУ

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1^1 \\ x_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Получаем решение в виде

$$x_2^1 = c/2,\ x_2^2 = c,\ c \in R^1 \Rightarrow |x_2\rangle = c|a_2\rangle \Rightarrow |a_2\rangle = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Решением является бесконечное множество векторов

$$\vec{x} = c\,\vec{a}_2$$

– одномерное линейное многообразие с базисным вектором

$$\vec{a}_1 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2.$$

Оператор имеет два одномерных собственных подпространства

$$L\left\{\vec{a}_1\right\} = \left\{\bar{x} : \bar{x} = t\vec{a}_1;\ t \in R^1\right\}$$

и

$$L\left\{\vec{a}_2\right\} = \left\{\bar{x} : \bar{x} = t\bar{a}_2;\ t \in R^1\right\},$$

с образующими векторами

$$\vec{a}_1 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2,\ \vec{a}_2 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2.\ \otimes$$

Пример 2.1.2. Найти матрицу, собственные значения и собственные подпространства оператора (аффинора) зеркального отражения относительно координатной плоскости X^1OX^2 в пространства R^3.

Р е ш е н и е. Оператор зеркального отражения в пространстве R^3 относительно координатной плоскости X^1OX^2, очевидно, действует по правилу (рисунок 2.2.1)

$$\left(\forall \vec{x} \in R^3\right)\ \vec{y} = \hat{R}\vec{x} = x^1\vec{e}_1 + x^2\vec{e}_2 - x^3\vec{e}_3.$$

Подействуем на базисные векторы оператором отражения:

$$\hat{R}\vec{e}_1 = \vec{e}_1;\ \hat{R}\vec{e}_2 = \vec{e}_2;\ \hat{R}\vec{e}_3 = -\vec{e}_3.$$

Следовательно, для матрицы оператора отражения относительно координатной плоскости X^1OX^2 получаем:

$$R=\begin{pmatrix} r_1^1 & r_2^1 & r_3^1 \\ r_1^2 & r_2^2 & r_3^2 \\ r_1^3 & r_2^3 & r_3^3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Характеристический многочлен оператора $\hat{R}$ имеет вид:

$$R(\mu)=\det\begin{pmatrix} 1-\mu & 0 & 0 \\ 0 & 1-\mu & 0 \\ 0 & 0 & -1-\mu \end{pmatrix}=(1-\mu)\cdot(1-\mu)\cdot(-1-\mu).$$

Откуда видно, что многочлен имеет простой корень $\mu_1=-1$ и двукратный корень $\mu_2=1$.

1) Для собственного значения $\mu_2=-1$ имеем

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

откуда

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ c \end{pmatrix},\ c\in R^1$$

– любое действительное число. Собственное подпространство, соответствующее собственному значению $\mu_1=-1$, есть линейная оболочка вида

$$c\cdot\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\Rightarrow L\left\{\vec{e}_3\right\}=\left\{\vec{x}\in R^3:\vec{x}=c\cdot\vec{e}_3;\ c\in R^1\right\},$$

то есть ось OX^3.

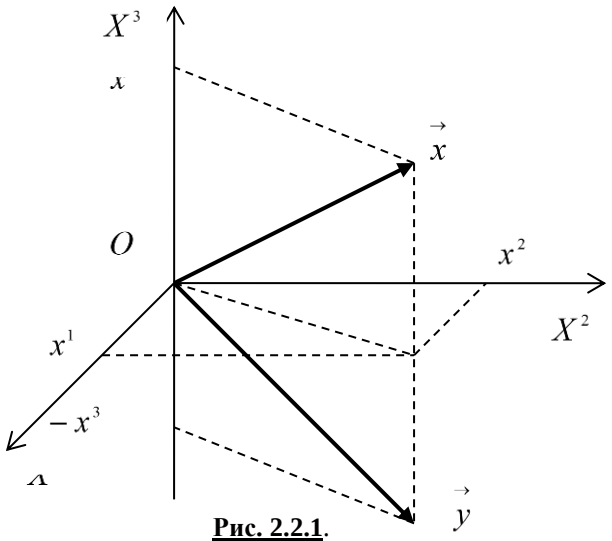


Рис. 2.2.1.

2) Для собственного значения $\mu_2 = 1$ имеем

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

откуда

$$|x\rangle \equiv \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ 0 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

где $a, b \in R^1$ – любые действительные числа. Получаем собственное подпространство, соответствующее собственному значению $\mu_1 = 1$, являющееся линейной оболочкой вида

$$L\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\} = \left\{\vec{x} \in R^3 : \vec{x} = a \cdot \vec{e}_1 + b \cdot \vec{e}_2; a, b \in R^1\right\},$$

то есть координатной плоскостью X^1OX^2. Это подпространство является прямой суммой двух собственных подпространств $OX^1 \oplus OX^2$. $\otimes$

Пример 2.1.3. В евклидовом пространстве E^3 в ортонормированном (каноническом) базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\}$ оператор $\hat{T}: E^3 \to E^3$ задан матрицей

$$T = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Найти собственные значения и собственные подпространства оператора.

Р е ш е н и е. Составим характеристическое уравнение:

$$T = \begin{pmatrix} 3-\mu & 0 & 0 \\ 1 & 2-\mu & -1 \\ 1 & -1 & 2-\mu \end{pmatrix} \Rightarrow (3-\mu)\left(\mu^2 - 4\mu + 3\right) = 0.$$

Собственные значения $\mu_1 = 1,\ \mu_{2,3} = 3.$

Собственный вектор, соответствующий $\mu_1 = 1$ находится как решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2x^1 + 0x^2 + 0x^3 = 0, \\ x^1 + x^2 - x^3 = 0, \\ x^1 - x^2 + x^3 = 0. \end{cases}$$

Решение имеет вид:

$$\left|a_1\right\rangle = \begin{pmatrix} a_1^1 \\ a_1^2 \\ a_1^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Собственный вектор, соответствующий $\mu_{2,3} = 3$ находится как решение системы уравнений

$$\begin{cases} 0x^1 + 0^2 + 0x^3 = 0, \\ x^1 - x^2 - x^3 = 0, \\ x^1 - x^2 - x^3 = 0. \end{cases}$$

Решение имеет вид:

$$|a_2\rangle = \begin{pmatrix} a_2^1 \\ a_2^2 \\ a_2^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \; |x_3\rangle = \begin{pmatrix} a_3^1 \\ a_3^2 \\ a_3^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Получаем два собственных подпространства:

$$X_1 = \left\{ \vec{x} : \bar{x} = t\bar{a}_1; t \in R^1 \right\}; \; X_2 = \left\{ \vec{x} : \bar{x} = t\bar{a}_2 + \tau\bar{a}_3; t, \tau \in R^1 \right\}. \otimes$$

Пример 2.1.4. Линейный оператор $\hat{T} : E^3 \to E^3$ в некотором ортонормированном базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$ задан матрицей

$$T_e = \begin{pmatrix} 11 & 2 & -8 \\ 2 & 2 & 10 \\ -8 & 10 & 5 \end{pmatrix}.$$

Построить в пространстве E^3 ортонормированный базис собственных векторов оператора $\hat{T}$ и записать матрицу оператора $\hat{T}$ в этом базисе.

Р е ш е н и е. Составим характеристический многочлен оператора $\hat{T}$:

$$T(\mu) = \begin{vmatrix} 11-\mu & 2 & -8 \\ 2 & 2-\mu & 10 \\ -8 & 10 & 5-\mu \end{vmatrix} = -\mu^3 + 18\mu^2 + 81\mu - 1458.$$

Откуда характеристическое уравнение

$$\mu^3 - 18\mu^2 - 81\mu + 1458 = 0 \Rightarrow (\mu - 18)(\mu^2 - 81) = 0,$$

или

$$(\mu - 18)(\mu - 9)(\mu + 9) = 0.$$

Откуда собственные значения оператора

$$\mu_1 = -9, \; \mu_2 = 9, \; \mu_3 = 18.$$

Оператор является симметрическим, то есть самосопряжённым. Поэтому все собственные значения оператора различны, а собственные векторы ортогональны. Найдём собственные векторы оператора $\hat{T}$ в базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\}$.

1) Для собственного значения $\mu_1 = -9$ имеем однородную СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} 20 & 2 & -8 \\ 2 & 11 & 10 \\ -8 & 10 & 14 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Определитель

$$\begin{vmatrix} 20 & 2 & -8 \\ 2 & 11 & 10 \\ -8 & 10 & 14 \end{vmatrix} = 0$$

– СЛАУ нетривиально совместна. Базисный минор – угловой. Принимая третью координату за свободное неизвестное, решаем СЛАУ из первых двух уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} 10x^1 + x^2 = 4a, \\ 2x^1 + 11x^2 = -10a; \end{cases} \det A = 108 \neq 0; \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}a \\ -a \\ a \end{pmatrix} = a\begin{pmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Итак, первое собственное подпространство оператора есть линейная оболочка вида

$$E^1 = L\left\{\vec{a}_1\right\},$$

где базисный вектор

$$\vec{a}_1 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

2) Для собственного значения $\mu_2 = 9$ имеем однородную СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -8 \\ 2 & -7 & 10 \\ -8 & 10 & -4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -8 \\ 2 & -7 & 10 \\ -8 & 10 & -4 \end{vmatrix} = 0$$

– СЛАУ нетривиально совместна. Базисный минор матрицы СЛАУ – угловой минор. Принимая третью координату за свободное неизвестное, решаем СЛАУ из первых двух уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} 2x^1 + 2x^2 = 8a, \\ 2x^1 - 7x^2 = -10a; \end{cases} \det A = -18 \neq 0; \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a \\ 2a \\ a \end{pmatrix} = a\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Итак, второе собственное подпространство оператора есть линейная оболочка вида

$$E^2 = L\left\{\vec{a}_2\right\},$$

где базисный вектор

$$\vec{a}_2 = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

3) Для собственного значения $\mu_3 = 18$ имеем однородную СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} -7 & 2 & -8 \\ 2 & -16 & 10 \\ -8 & 10 & -13 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Для решения этой СЛАУ применим критерий нетривиальной совместности однородной СЛАУ.

Определитель СЛАУ

$$\begin{vmatrix} -7 & 2 & -8 \\ 2 & -16 & 10 \\ -8 & 10 & -13 \end{vmatrix} = 0,$$

следовательно, СЛАУ нетривиально совместна. Базисный минор матрицы СЛАУ – угловой минор

$$\begin{vmatrix} -7 & 2 \\ 2 & -16 \end{vmatrix} = 108.$$

Поэтому первые два уравнения СЛАУ линейно независимы. Принимая третью координату вектора за свободное неизвестное, то есть, полагая $x^3 = a$, где a – произвольное действительное число, решаем СЛАУ из первых двух уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} -7x^1 + 1x^2 = -5a, \\ 2x^1 - 16x^2 = -10a; \end{cases} \det A = -54 \neq 0; \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a \\ \frac{1}{2}a \\ a \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} -1 \\ 1/2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Итак, третье собственное подпространство оператора есть линейная оболочка вида

$$E^3 = L\left\{\vec{a}_3\right\},$$

где базисный вектор

$$\vec{a}_3 = -\vec{e}_1 + \frac{1}{2}\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

4) Найденные собственные векторы ортогональны. Нормируем их:

$$\vec{h}_1 = \frac{\vec{a}_1}{\left\|\vec{x}_1\right\|} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{4} + 1}}\vec{a}_1 = -\frac{2}{3}\vec{e}_1 + \frac{1}{3}\vec{e}_2 + \frac{2}{3}\vec{e}_3;$$

$$\vec{h}_2 = \frac{\vec{a}_2}{\left\|\vec{x}_2\right\|} = \frac{1}{\sqrt{4 + 4 + 1}}\vec{a}_2 = \frac{2}{3}\vec{e}_1 + \frac{2}{3}\vec{e}_2 + \frac{1}{3}\vec{e}_3;$$

$$\vec{h}_3 = \frac{\vec{a}_3}{\left\| \vec{x}_3 \right\|} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}+1+1}} \vec{a}_3 = \frac{1}{3}\vec{e}_1 - \frac{2}{3}\vec{e}_2 + \frac{2}{3}\vec{e}_3.$$

5) Матрица перехода от старого базиса к новому базису

$$A: \left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\} \to \left\{ \vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3 \right\}$$

имеет вид:

$$A = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}; \det A = -1 \neq 0; \; A^T = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Обратная матрица к матрице перехода от старого базиса к новому базису и транспонированная к ней имеют вид:

$$A^{-1} = -\frac{1}{2} adg A = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \left(A^{-1}\right)^T = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Находим матрицу оператора в новом базисе $\left\{ \vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3 \right\}$:

$$T_a = \left(A^{-1}\right)^T T_e A^T = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 11 & 2 & -8 \\ 2 & 2 & 10 \\ -8 & 10 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 18 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & -9 \end{pmatrix}. \otimes$$

Пример 2.1.5. В евклидовом пространстве E^3 в ортонормированном (каноническом) базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$ оператор $\hat{T}: E^3 \to E^3$ задан матрицей

$$\begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти матрицу оператора $\hat{T}^*$ в базисе

$$\vec{g}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{g}_2 = \vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{g}_3 = \vec{e}_2 - \vec{e}_3.$$

Р е ш е н и е. Находим матрицу сопряжённого оператора в старом (ортонормированном) базисе:

$$T_e^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Записываем матрицу перехода от старого базиса к новому базису и транспонируем её:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix};\ A^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Находим матрицу, обратную к матрице перехода от старого базиса к новому базису. Определитель матрицы

$$\det A = -2.$$

Алгебраические дополнения

$$A_1^1 = -2,\ A_2^1 = 0,\ A_3^1 = 0,$$

$$A_1^2 = 2,\ A_2^2 = -1,\ A_3^2 = -1,$$

$$A_1^3 = 0,\ A_2^3 = -1,\ A_3^3 = 1;$$

$$adgA = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix};\ A^{-1} = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Находим матрицу оператора $\hat{T}^*$ в новом базисе:

$$T_g^* = \left(A^{-1}\right)^T T_e^* A^T = -\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} =$$

$$= -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -2 & -2 & -2 \\ -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}. \otimes$$

Пример 2.1.6. Ранее показано, что линейная оболочка $L\left\{\vec{g}_1, \vec{g}_2\right\}$, где элементы L вычисляются по формулам

$$\vec{g}_1 = \alpha_1 \cdot \sin x + \beta_1 \cdot \cos x,\ \vec{g}_2 = \alpha_2 \cdot \sin x + \beta_2 \cdot \cos x,$$

а скалярное произведение определено формулой

$$\left(\vec{g}_1, \vec{g}_2\right) = \alpha_1 \cdot \alpha_2 + \beta_1 \cdot \beta_2 + \frac{1}{2}\cdot\left(\alpha_1 \cdot \beta_2 + \alpha_2 \cdot \beta_1\right),$$

является двумерным линейным многообразием с ортонормированным базисом

$$\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot \sin x + \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot \cos x,\ \vec{e}_2 = \sin x - \cos x.$$

1) Найти матрицу оператора дифференцирования $\hat{D}$ в базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$ и матрицу сопряжённого оператора $\hat{D}^*$.

2) Выяснить, является ли оператор $\hat{D}$ симметрическим.

Р е ш е н и е. Находим матрицу оператора дифференцирования в базисе

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\} \subset R^2.$$

Для чего находим образы базисных векторов $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$:

$$\hat{D}\vec{e}_1 = \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{3}\cdot\sin x + \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\cos x\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}(\cos x - \sin x) =$$

$$= 0\cdot\vec{e}_1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\vec{e}_2;$$

$$\hat{D}\vec{e}_2 = \frac{d}{dx}(\sin x - \cos x) = \cos x + \sin x = \sqrt{3}\cdot\vec{e}_1 + 0\cdot\vec{e}_2.$$

Следовательно, матрица оператора $\hat{D}$ в базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$ имеет вид:

$$D = \begin{pmatrix} d_1^1 & d_2^1 \\ d_1^2 & d_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{3} \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \end{pmatrix}.$$

Данное многообразие является вещественным пространством, поэтому матрица сопряжённого оператора $\hat{D}^*$ равна транспонированной матрице оператора $\hat{D}$, то есть

$$D^* = \begin{pmatrix} d_1^1 & d_1^2 \\ d_2^1 & d_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \sqrt{3} & 0 \end{pmatrix}.$$

Так как в базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$ для матрицы оператора $\hat{D}$ имеем $d_2^1 \neq d_1^2$, оператор не является симметрическим. $\otimes$

Пример 2.1.7. В евклидовом пространстве E^3 линейный оператор $\hat{T}$ переводит систему векторов $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\}$ в систему векторов $\left\{\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3\right\}$. Является ли этот оператор самосопряжённым, если:

$$|a_1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}; |a_2\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; |a_3\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$|g_1\rangle = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}; |g_2\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}; |g_3\rangle = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. По условию задачи имеем

$$\hat{T}\vec{a}_1 = \vec{g}_1, \hat{T}\vec{a}_2 = \vec{g}_2, \hat{T}\vec{a}_3 = \vec{g}_3,$$

откуда для векторов-столбцов из координат получаем:

$$\begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{r} t_2^1 + t_3^1 = 2, \\ t_2^2 + t_3^2 = 3, \\ t_2^3 + t_3^3 = 1; \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{r} t_1^1 + t_3^1 = -1, \\ t_1^2 + t_3^2 = 0, \\ t_1^3 + t_3^3 = 3; \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{r} t_1^1 + t_2^1 = -5, \\ t_1^2 + t_2^2 = 1, \\ t_1^3 + t_2^3 = 4. \end{array}$$

Из последних равенств получаем три СЛАУ для элементов матрицы оператора:

для элементов первой строки

$$\begin{cases} t_2^1 + t_3^1 = 2, \\ t_1^1 + t_3^1 = -1, \\ t_1^1 + t_2^1 = -5; \end{cases}$$

для элементов второй строки

$$\begin{cases} t_2^2 + t_3^2 = 3, \\ t_1^2 + t_3^2 = 0, \\ t_1^2 + t_2^2 = 1; \end{cases}$$

для элементов третьей строки

$$\begin{cases} t_2^3 + t_3^3 = 1, \\ t_1^3 + t_3^3 = 3, \\ t_1^3 + t_2^3 = 4. \end{cases}$$

Решая эти СЛАУ по формулам Крамера, получаем матрицу оператора:

$$T = \begin{pmatrix} -4 & -1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Видим, что $(\forall i \neq j = 1, 2, 3)\ t_i^j = t_j^i$. Следовательно, оператор $\hat{T}$ является самосопряжённым. $\otimes$

Пример 2.1.8. Матрица линейного оператора $\hat{T} : E^3 \to E^3$ в базисе векторов $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\} \subset E^3$ имеет вид:

$$T' = \begin{pmatrix} 2/3 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2/3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Выяснить, является ли оператор $\hat{T}$ ортогональным, если в ортонормированном базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\}$ имеют место разложения

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_3,\ \vec{a}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2.$$

Р е ш е н и е. 1) *Первый способ.* Проверим выполнение определения ортогональности, то есть выполнение условия

$$\left(\forall \vec{x}, \vec{y} \in E^n\right)\left(\hat{T}\vec{x}, \hat{T}\vec{y}\right) = \left(\vec{x}, \vec{y}\right).$$

Найдём скалярное произведение векторов $\vec{x}, \vec{y} \in E^3$ в произвольном базисе $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\} \subset E^3$ по формуле

$$\left(\vec{x}, \vec{y}\right) = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} g_{ij} x^i y^j ,$$

где

$$\vec{x} = x^1 \vec{a}_1 + x^2 \vec{a}_2 + x^3 \vec{a}_3, \; \vec{y} = y^1 \vec{a}_1 + y^2 \vec{a}_2 + y^3 \vec{a}_3,$$

а матрица метрических коэффициентов имеет вид

$$G = \left(g_{ij}\right) = \begin{pmatrix} \left(\vec{a}_1, \vec{a}_1\right) & \left(\vec{a}_1, \vec{a}_2\right) & \left(\vec{a}_1, \vec{a}_3\right) \\ \left(\vec{a}_2, \vec{a}_1\right) & \left(\vec{a}_2, \vec{a}_2\right) & \left(\vec{a}_2, \vec{a}_3\right) \\ \left(\vec{a}_3, \vec{a}_1\right) & \left(\vec{a}_3, \vec{a}_2\right) & \left(\vec{a}_3, \vec{a}_3\right) \end{pmatrix}.$$

Несложные вычисления показывают, что

$$G = \left(g_{ij}\right) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Теперь получаем для скалярного произведения произвольных векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$ следующий результат:

$$\left(\vec{x}, \vec{y}\right) = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} g_{ij} x^i y^j = 2x^1y^1 + x^1y^2 + x^1y^3 +$$

$$+ x^2y^1 + 2x^2y^2 + x^2y^3 + x^3y^1 + x^3y^2 + 2x^3y^3.$$

Находим координаты образов векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$ при действии оператора $\hat{T}$:

$$\hat{T}\vec{x}=\vec{u}\Rightarrow T|x\rangle=\begin{pmatrix}u^1\\u^2\\u^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{2}{3}&1&0\\-1&0&0\\\frac{2}{3}&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x^1\\x^2\\x^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{2}{3}x^1+x^2\\-x^1\\\frac{2}{3}x^1+x^3\end{pmatrix};$$

$$\hat{T}\vec{y}=\vec{v}\Rightarrow T|y\rangle=\begin{pmatrix}v^1\\v^2\\v^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{2}{3}&1&0\\-1&0&0\\\frac{2}{3}&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}y^1\\y^2\\y^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{2}{3}y^1+y^2\\-y^1\\\frac{2}{3}y^1+y^3\end{pmatrix}.$$

После подстановки найденных координат образов векторов $\vec{x}$, $\vec{y}$ и метрических коэффициентов g_{ij} в формулу для скалярного произведения

$$\left(\hat{T}\vec{x},\hat{T}\vec{y}\right)=\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}g_{ij}u^iv^j$$

и сравнения с формулой для скалярного произведения прообразов, убеждаемся в справедливости равенства

$$\left(\hat{T}\vec{x},\hat{T}\vec{y}\right)=\left(\vec{x},\vec{y}\right).$$

2) *Второй способ.* Матрица перехода от старого (ортонормированного) базиса $\left\{\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3\right\}$ к новому базису $\left\{\vec{a}_1,\vec{a}_2,\vec{a}_3\right\}$ и обратная к ней матрица имеют, соответственно, вид:

$$A=\begin{pmatrix}0&1&1\\1&0&1\\1&1&0\end{pmatrix};\ A^{-1}=\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}&-\frac{1}{2}&\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&-\frac{1}{2}\end{pmatrix}.$$

Так как формула преобразования матрицы оператора при переходе от старого базиса к новому базису имеет вид

$$T' = \left(A^{-1}\right)^T T A^T,$$

то для матрицы оператора в старом базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\}$ получаем:

$$T = A^T T' \left(A^{-1}\right)^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2/3 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2/3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & -1/2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & -2/3 \\ 1/3 & 2/3 & 2/3 \\ 2/3 & -2/3 & 1/3 \end{pmatrix}.$$

Убедиться в том, что полученная матрица является ортогональной, можно с помощью свойств ортогональных матриц. Например, умножая матрицу T на транспонированную матрицу T^T, получим

$$TT^T = T^T T = I.$$

Таким образом, выполняется свойство $T^T = T^{-1}$. Следовательно, оператор $\hat{T}$ и, соответственно, его матрица являются ортогональными. $\otimes$

Пример 2.1.9. Пусть $\hat{T} : X \to X$. Показать, что если $X_{inv}^{(1)}$, $X_{inv}^{(2)}$ – инвариантные подпространства оператора $\hat{T}$, то $X_{inv}^{(1)} \bigcap X_{inv}^{(2)}$ и $X_{inv}^{(1)} + X_{inv}^{(2)}$ также являются инвариантными подпространствами оператора $\hat{T}$.

Р е ш е н и е. Пусть $X_{inv}^{(1)}$, $X_{inv}^{(2)}$ – инвариантные подпространства оператора $\hat{T}$. Предположим, что вектор $\vec{x} \in X_{inv}^{(1)} \bigcap X_{inv}^{(2)}$. Но тогда вектор $\vec{x} \in X_{inv}^{(1)}$ и $\vec{x} \in X_{inv}^{(2)}$, следовательно, и его образ

$$\hat{T}\vec{x} \in X_{inv}^{(1)} \wedge \hat{T}\vec{x} \in X_{inv}^{(2)}.$$

Теперь очевидно, что образ вектора $\vec{x}$ принадлежит пересечению этих подпространств, то есть

$$\hat{T}\vec{x} \in X_{inv}^{(1)} \bigcap X_{inv}^{(2)}.$$

Пусть теперь $\vec{x} \in X_{inv}^{(1)} + X_{inv}^{(2)}$. Тогда, по определению суммы подпространств

$$\vec{x} = \vec{x}_1 + \vec{x}_2,\ \vec{x}_1 \in X_{inv}^{(1)},\ \vec{x}_2 \in X_{inv}^{(2)},$$

откуда в силу того, что снова $\hat{T}\vec{x} \in X_{inv}^{(1)} \wedge \hat{T}\vec{x} \in X_{inv}^{(2)}$, получаем

$$\hat{T}\vec{x} = \hat{T}\vec{x}_1 + \hat{T}\vec{x}_2 \in X_{ivn}^{(1)} + X_{inv}^{(2)}. \otimes$$

Пример 2.1.10. Пусть $\hat{T} : X \to X$. Показать, что если оператор $\hat{T}$ биективный, то его инвариантное подпространство X_{inv} является инвариантным подпространством и для обратного оператора $\hat{T}^{-1}$.

Р е ш е н и е. Известно, что линейный оператор $\hat{T} : X \to X$ взаимно однозначен (биективен) в том и только в том случае, если он невырожденный.

Пусть

$$\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m\right\} \subset X_{inv}^{m}$$

– базис в X_{inv}^{m}, тогда система образов векторов исходной системы

$$\left\{\hat{T}\vec{a}_1, \hat{T}\vec{a}_2, \ldots, \hat{T}\vec{a}_m\right\}$$

принадлежат тому же инвариантному подпространству и образуют в нём другой базис.

Покажем сначала, что система образов линейно независима. Для этого составим линейную комбинацию образов векторов

$$\left\{\hat{T}\vec{a}_1, \hat{T}\vec{a}_2, \ldots, \hat{T}\vec{a}_m\right\}$$

и потребуем, чтобы

$$\alpha_1 \hat{T}\vec{a}_1+\alpha_2 \hat{T}\vec{a}_2+\ldots+\alpha_m \hat{T}\vec{a}_m=\vec{0}.$$

Далее получаем в силу линейности оператора $\hat{T}$

$$\hat{T}\left(\alpha_1 \vec{a}_1+\alpha_2 \vec{a}_2+\ldots+\alpha_m \vec{a}_m\right)=\vec{0}.$$

Так как оператор невырожденный, то

$$\alpha_1 \vec{a}_1+\alpha_2 \vec{a}_2+\ldots+\alpha_m \vec{a}_m=\vec{0}.$$

Последнее равенство, в силу линейной независимости системы

$$\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m\right\},$$

возможно только в случае одновременного обращения в нуль всех коэффициентов линейной комбинации. Что и доказывает линейную независимость системы образов.

Пусть теперь $\left(\forall \vec{x} \in X_{inv}^{m}\right)$. Разложим вектор $\vec{x}$ по базису из образов векторов исход-

ного базиса подпространства X_{inv}^{m}, то есть представим вектор $\vec{x}$ в виде

$$\vec{x}=x^1 \hat{T}\vec{a}_1+x^2 \hat{T}\vec{a}_2+\ldots+x^m \hat{T}\vec{a}_m.$$

Так как для невырожденного линейного оператора обратный оператор снова линейный, то, действуя

на обе части оператором $\hat{T}^{-1}$, получаем

$$\hat{T}^{-1}\vec{x}=x^1 \hat{T}^{-1}\hat{T}\vec{a}_1+x^2 \hat{T}^{-1}\hat{T}\vec{a}_2+\ldots+x^m \hat{T}^{-1}\hat{T}\vec{a}_m=$$

$$=x^1 \vec{a}_1+x^2 \vec{a}_2+\ldots+x^m \vec{a}_m,$$

причём

$$x^1 \vec{a}_1+x^2 \vec{a}_2+\ldots+x^m \vec{a}_m \in X_{inv}^{m},$$

так как он разложен по базису X_{inv}.

Итак, получили, что если $\vec{x} \in X^m_{inv}$, то $\hat{T}^{-1}\vec{x} \in X^m_{inv}$. $\otimes$

Пример 2.1.11. Показать, что любое инвариантное подпространство оператора $\hat{T}: X^n \to X^n$ является инвариантным и для операторного многочлена

$$F_p\left(\hat{T}\right) = a_0\hat{I} + a_1\hat{T} + a_2\hat{T}^2 + \ldots + a_p\hat{T}^p.$$

Р е ш е н и е. Пусть операторы $\hat{A}: X^n \to X^n$ и $\hat{B}: X^n \to X^n$ имеют одно и тоже инвариантное подпространство $Y^m \subset X^n$. Тогда

$$\left(\forall \vec{x} \in Y^m\right) \vec{y}_1 = \hat{A}\vec{x} \in Y^m \wedge \vec{y}_2 = \hat{B}\vec{x} \in Y^m.$$

Так как любые линейные комбинации векторов подпространства Y^m снова являются векторами этого же подпространства, то имеем

$$\alpha \cdot \vec{y}_1 + \beta \cdot \vec{y}_2 = \alpha \cdot \hat{A}\vec{x} + \beta \cdot \hat{B}\vec{x} = \left(\alpha \cdot \hat{A} + \beta \cdot \hat{B}\right)\vec{x} \in Y^m.$$

То есть подпространство $Y^m \subset X^n$, инвариантное относительно операторов $\hat{A}: X^n \to X^n$ и $\hat{B}: X^n \to X^n$, инвариантно и относительно оператора $\alpha \cdot \hat{A} + \beta \cdot \hat{B}$. Далее, из того, что подпространство $Y^m \subset X^n$ является инвариантным относительно оператора $\hat{A}: X^n \to X^n$, следует, что оно инвариантно и относительно степеней этого оператора $\hat{A}^k \ (k = 0, 1, \ldots, p)$.

Теперь очевидно, что любое инвариантное подпространство оператора $\hat{T}$ является инвариантным и относительно операторного многочлена

$$F_p\left(\hat{T}\right) = a_0\hat{I} + a_1\hat{T} + a_2\hat{T}^2 + \ldots + a_p\hat{T}^p. \otimes$$

Практическое занятие 2. Некоторые задачи геометрии евклидова пространства

Предварительные сведения

Система векторов $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_m \right\} \subset E^n$ линейно зависима в том и только в том случае, если определитель Грама системы

$$G\left(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_m \right) \overset{def}{=} \begin{vmatrix} \left(\vec{x}_1, \vec{x}_1 \right) & \left(\vec{x}_1, \vec{x}_2 \right) & \ldots & \left(\vec{x}_1, \vec{x}_m \right) \\ \left(\vec{x}_2, \vec{x}_1 \right) & \left(\vec{x}_2, \vec{x}_2 \right) & \ldots & \left(\vec{x}_2, \vec{x}_m \right) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \left(\vec{x}_m, \vec{x}_1 \right) & \left(\vec{x}_m, \vec{x}_2 \right) & \ldots & \left(\vec{x}_m, \vec{x}_m \right) \end{vmatrix}$$

равен нулю.

Рассмотрим в n-мерном евклидовом пространстве E^n некоторое подпространство L^m размерности $m < n$. Пусть дан некоторый вектор $\vec{x} \in E^n$, причём $\vec{x} \notin L^m$. Можно показать, что справедливо представление вектора $\vec{x}$ в виде следующего разложения

$$\vec{x} = \vec{g}_L + \vec{h}^{\perp},$$

где вектор $\vec{g}_L$ принадлежит подпространству L^m, а вектор $\vec{h}^{\perp}$ ортогонален к этому подпространству. векторы $\vec{x}$ и $\vec{g}_L$ называются, соответственно, **наклонной** к подпространству L^m и **проекцией** наклонной $\vec{x}$ на подпространство L^m. Вектор $\vec{h}^{\perp}$ называется **перпендикуляром**, опущенным из конца наклонной $\vec{x}$ на подпространство L^m.

Пусть в евклидовом пространстве E^n зафиксирована система векторов

$$\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_m \right\} \left(m < n \right).$$

Обозначим $\vec{h}_m^{\perp}$ перпендикуляр, опущенный из конца вектора $\vec{x}_{m+1}$ на подпространство

$$L\left\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_m\right\} \ (m = 1, 2, \ldots, n-1).$$

Формула для вычисления объёма m-мерного параллелепипеда в пространстве E^n имеет вид:

$$V^2 = G\left(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_m\right) \equiv \begin{vmatrix} \left(\vec{x}_1, \vec{x}_1\right) & \left(\vec{x}_1, \vec{x}_2\right) & \ldots & \left(\vec{x}_1, \vec{x}_m\right) \\ \left(\vec{x}_2, \vec{x}_1\right) & \left(\vec{x}_2, \vec{x}_2\right) & \ldots & \left(\vec{x}_2, \vec{x}_m\right) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \left(\vec{x}_m, \vec{x}_1\right) & \left(\vec{x}_m, \vec{x}_2\right) & \ldots & \left(\vec{x}_m, \vec{x}_m\right) \end{vmatrix}.$$

Примеры с решением

Пример 2.2.1. Используя критерий Грама линейной зависимости системы векторов в евклидовом пространстве, выяснить вопрос о линейной зависимости системы векторов $\left\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3\right\} \subset R^3$, если имеют место разложения

$$\vec{x}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3, \ \vec{x}_2 = 2\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 7\vec{e}_3, \ \vec{x}_3 = 3\vec{e}_1 + 7\vec{e}_2 + 10\vec{e}_3.$$

Р е ш е н и е. Находим попарные скалярные произведения векторов системы:

$$\left(\vec{x}_1, \vec{x}_1\right) = 14, \left(\vec{x}_1, \vec{x}_2\right) = 33, \left(\vec{x}_1, \vec{x}_3\right) = 47.$$

$$\left(\vec{x}_2, \vec{x}_1\right) = 33, \left(\vec{x}_2, \vec{x}_2\right) = 78, \left(\vec{x}_2, \vec{x}_3\right) = 111,$$

$$\left(\vec{x}_3, \vec{x}_1\right) = 47, \left(\vec{x}_3, \vec{x}_2\right) = 111, \left(\vec{x}_3, \vec{x}_3\right) = 158.$$

Составляем определитель Грама и вычисляем его значение:

$$\begin{vmatrix} 14 & 33 & 47 \\ 33 & 78 & 111 \\ 47 & 111 & 158 \end{vmatrix} = 14 \cdot \begin{vmatrix} 78 & 111 \\ 111 & 158 \end{vmatrix} - 33 \cdot \begin{vmatrix} 33 & 111 \\ 47 & 158 \end{vmatrix} + 47 \cdot \begin{vmatrix} 33 & 78 \\ 47 & 111 \end{vmatrix} = 0.$$

В соответствие с критерием Грама система векторов $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3 \right\}$ является линейно зависимой. $\otimes$

Пример 2.2.2. Радиус-вектор $\vec{x}$ в пространстве R^3 имеет разложение по стандартному базису (рисунок 1)

$$\vec{x} = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3.$$

Обозначим координатную плоскость X^1OX^2 как L^2.

Представить вектор $\vec{x}$ в виде разложения

$$\vec{x} = \vec{g}_L + \vec{h}^{\perp},$$

где $\vec{g}_L \in L^2$, $\vec{h}^{\perp} \in L^{2^{\perp}}$.

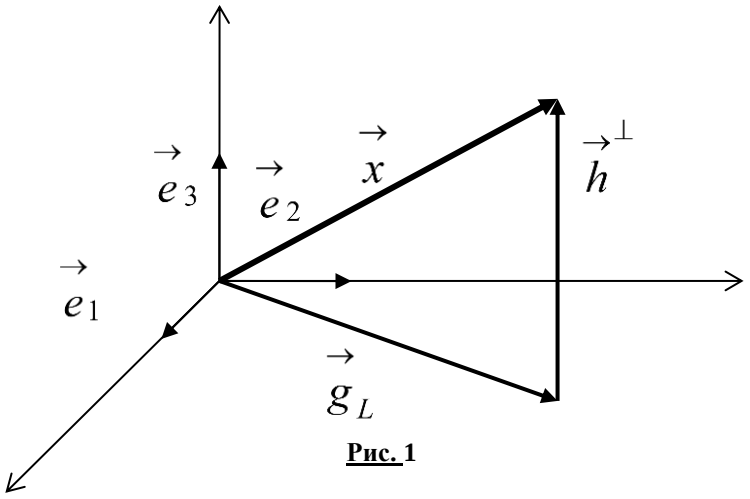


Рис. 1

Р е ш е н и е. Разложим вектор $\vec{g}_L$ по базису подпространства L^2:

$$\vec{g}_L = g^1\vec{e}_1 + g^2\vec{e}_2.$$

Вектор

$$\vec{h}^{\perp} = \vec{x} - \vec{g}_L \in L^{2^{\perp}}.$$

Следовательно, он ортогонален базису подпространства L^2. Запишем условия ортогональности вектора $\vec{h}^{\perp}$ подпространству L^2, состоящие в том, что вектор $\vec{h}^{\perp}$ должен быть ортогонален всем векторам базиса $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$:

$$\left(\vec{h}^{\perp}, \vec{e}_1\right) = 0,$$

$$\left(\vec{h}^{\perp}, \vec{e}_2\right) = 0.$$

Получаем СЛАУ

$$\begin{cases}\left(\vec{x} - \vec{g}_L, \vec{e}_1\right) = 0, \\ \left(\vec{x} - \vec{g}_L, \vec{e}_2\right) = 0,\end{cases}$$

которую перепишем в виде

$$\begin{cases}\left(g^1\vec{e}_1 + g^2\vec{e}_2, \vec{e}_1\right) = \left(3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3, \vec{e}_1\right), \\ \left(g^1\vec{e}_1 + g^2\vec{e}_2, \vec{e}_2\right) = \left(3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3, \vec{e}_2\right).\end{cases}$$

После простых преобразований имеем

$$\begin{cases}g^1 = 3, \\ g^2 = 4.\end{cases}$$

Таким образом, получаем

$$\vec{g}_L = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2.$$

Далее имеем:

$$\vec{h}^{\perp} = \vec{x} - \vec{g}_L = \left(3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3\right) - \left(3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2\right) = 5\vec{e}_3.$$

Окончательно получаем

$$\vec{x} = \vec{g}_L + \vec{h}^{\perp} = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3. \otimes$$

Пример 2.2.3. В пространстве R^4 опустить перпендикуляр из точки $P(-1; 5; 3; 2)$ на гиперплоскость H^3, проходящую через заданные точки

$$A_1(1; 4; 2; 0),\ A_2(3; 7; 3; 2),\ A_3(2; 6; 3; -1),\ A_4(1; 4; 5; 2).$$

Р е ш е н и е. В пространстве R^4 все координаты точек заданы в ортонормированном базисе, который обозначим $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\}$. Неявное уравнение гиперплоскости получено выше в примере 3.14 и имеет вид

$$23x^1 - 14x^2 + 2x^3 - 3x^4 + 29 = 0.$$

Там же записаны направляющие векторы гиперплоскости:

$$\vec{a}_1 = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 2\vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_3 = 3\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4.$$

Проверим, что точка $P(-1; 5; 3; 2)$ не лежит в плоскости, для чего подставим координаты точки в неявное уравнение плоскости:

$$23\cdot(-1) - 14\cdot 5 + 2\cdot 3 - 3\cdot 2 + 29 = -64 \neq 0.$$

Точка плоскости не принадлежит.

Поставим в соответствие точке $P(-1; 5; 3; 2)$ её радиус-вектор

$$\vec{x} = -\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4$$

– наклонную к плоскости. Представим наклонную в виде

$$\vec{x} = \vec{g}_L + \vec{h}^{\perp},$$

где вектор $\vec{g}_L \in H^3$, а вектор $\vec{h}^{\perp} \in H^{3\perp}$.

Вектор

$$\vec{h}^{\perp} = \vec{x} - \vec{g}_L \in H^{3\perp}.$$

Следовательно, он ортогонален локальному базису подпространства H^3. Запишем условия ортогональности вектора $\vec{h}^{\perp}$ подпространству H^3 (плоскость проходит через начало системы координат), состоящие в том, что вектор $\vec{h}^{\perp}$ должен быть ортогонален всем векторам базиса $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\}$:

$$\left(\vec{h}^{\perp},\vec{a}_1\right)=0,\left(\vec{h}^{\perp},\vec{a}_2\right)=0,\left(\vec{h}^{\perp},\vec{a}_3\right)=0.$$

Получаем СЛАУ

$$\left(\vec{x}-\vec{g}_L,\vec{a}_1\right)=0,$$

$$\left(\vec{x}-\vec{g}_L,\vec{a}_2\right)=0,$$

$$\left(\vec{x}-\vec{g}_L,\vec{a}_3\right)=0.$$

Представляя наклонную $\vec{g}_L$ разложением по направляющим векторам плоскости (по локальному базису), перепишем СЛАУ в виде

$$\left(g^1\vec{a}_1+g^2\vec{a}_2+g^3\vec{a}_3,\vec{a}_1\right)=\left(\vec{x},\vec{a}_1\right),$$

$$\left(g^1\vec{a}_1+g^2\vec{a}_2+g^3\vec{a}_3,\vec{a}_2\right)=\left(\vec{x},\vec{a}_2\right),$$

$$\left(g^1\vec{a}_1+g^2\vec{a}_2+g^3\vec{a}_3,\vec{a}_3\right)=\left(\vec{x},\vec{a}_3\right),$$

или в виде

$$\left(\vec{a}_1,\vec{a}_1\right)g^1+\left(\vec{a}_2,\vec{a}_1\right)g^2+\left(\vec{a}_3,\vec{a}_1\right)g^3=\left(\vec{x},\vec{a}_1\right),$$

$$\left(\vec{a}_1,\vec{a}_2\right)g^1+\left(\vec{a}_2,\vec{a}_2\right)g^2+\left(\vec{a}_3,\vec{a}_2\right)g^3=\left(\vec{x},\vec{a}_2\right),$$

$$\left(\vec{a}_1,\vec{a}_3\right)g^1+\left(\vec{a}_2,\vec{a}_3\right)g^2+\left(\vec{a}_3,\vec{a}_3\right)g^3=\left(\vec{x},\vec{a}_3\right).$$

Далее, находим значения попарных скалярных произведений векторов локального базиса на плоскости

$$G^T = \begin{pmatrix} (\vec{a}_1, \vec{a}_1) & (\vec{a}_2, \vec{a}_1) & (\vec{a}_3, \vec{a}_1) \\ (\vec{a}_1, \vec{a}_2) & (\vec{a}_2, \vec{a}_2) & (\vec{a}_3, \vec{a}_2) \\ (\vec{a}_1, \vec{a}_3) & (\vec{a}_2, \vec{a}_3) & (\vec{a}_3, \vec{a}_3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 1 \\ 7 & 1 & 13 \end{pmatrix}$$

и записываем СЛАУ в окончательном виде:

$$\begin{cases} 18g^1 + 7g^2 + 7g^3 = 20, \\ 7g^1 + 7g^2 + g^3 = 10, \\ 7g^1 + g^2 + 13g^3 = 13. \end{cases}$$

Решение Слау ищем по формулам Крамера.

1) Находим определитель основной матрицы:

$$\det \begin{pmatrix} 18 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 1 \\ 7 & 1 & 13 \end{pmatrix} = 738.$$

СЛАУ совместна и определённа.

2) Находим определители, соответствующие каждому неизвестному:

$$\Delta_1 = \det \begin{pmatrix} 20 & 7 & 7 \\ 10 & 7 & 1 \\ 13 & 1 & 13 \end{pmatrix} = -6306,$$

$$\Delta_2 = \det \begin{pmatrix} 18 & 20 & 7 \\ 7 & 10 & 1 \\ 7 & 13 & 13 \end{pmatrix} = 573,$$

$$\Delta_3 = \det \begin{pmatrix} 18 & 7 & 20 \\ 7 & 7 & 10 \\ 7 & 1 & 13 \end{pmatrix} = 471.$$

Записываем решение СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} g^1 \\ g^2 \\ g^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6306/738 \\ 573/738 \\ 471/738 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1051/123 \\ 191/123 \\ 157/123 \end{pmatrix}.$$

Записываем разложение проекции $\vec{g}_L$ на плоскость по локальному базису:

$$\vec{g}_L = -\frac{1051}{123}\vec{a}_1 + \frac{191}{123}\vec{a}_2 + \frac{157}{123}\vec{a}_3.$$

Теперь находим перпендикуляр:

$$\vec{h}^{\perp} = \vec{x} - \vec{g}_L = -\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4 - \left(-\frac{1051}{123}\vec{a}_1 + \frac{191}{123}\vec{a}_2 + \frac{157}{123}\vec{a}_3 \right).$$

Если теперь подставить в последнее равенство разложения векторов $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ по векторам ортонормированного базиса $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\}$, то получим вектор $\vec{h}$ – перпендикуляр, опущенный из конца наклонной $\vec{g}_L$ на плоскость H^3. $\otimes$

Пример 2.2.4.[*)] Записать матрицу оператора $\hat{P}^{\perp}_{x^1 o x^2}$ ортогонального проектирования на координатную плоскость X^1OX^2 в пространстве R^3.

Р е ш е н и е. Этот оператор любому вектору пространства R^3 ставит в соответствие его проекцию на координатную плоскость X^1OX^2 параллельно координатной оси OX^3. Согласно изложенной выше теории, оператор $\hat{P}^{\perp}_{x^1 o x^2}$ является прямой суммой единичного оператора

$$\hat{I}_{x^1 o x^2} : R^2_{x^1 o x^2} \to R^2_{x^1 o x^2}$$

и нулевого оператора

$$\hat{O}_{o x^3} : R^1_{o x^3} \to R^1_{o x^3}.$$

На главной диагонали его матрицы расположены 2×2 клетка вида

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

и 1×1 клетка вида (0). Остальные элементы равны нулю:

$$P^{\perp}_{x^1ox^2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Легко видеть, что оператор $\hat{P}^{\perp}_{x^1ox^2}$ является самосопряжённым.

Найдём, например, проекцию вектора $\vec{x}$ из предыдущей задачи на координатную плоскость X^1OX^2. Запишем для этого образ вектора

$$\vec{x} = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3$$

при действии оператора $\hat{P}^{\perp}_{x^1ox^2}$ в координатной форме

$$P^{\perp}_{x^1ox^2}\left|x\right\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Результат, очевидно, совпадает с результатом предыдущей задачи. $\otimes$

Практическое занятие 3. Поверхности второго порядка

Предварительные сведения

Квадратичной формой $\varphi\left(\vec{x}, \vec{x}\right)$ от n переменных называется формальное выражение

$$\varphi\left(\vec{x}, \vec{x}\right) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\varphi_{ij}x^i x^j \ ,$$

где $\varphi_{ij} = \varphi_{ji}$ $\left(i, j = 1, 2, \ldots, n\right)$ – симметрические вещественные коэффициенты.

При изменении базиса в пространстве в пространстве R^n матрица квадратичной формы преобразуется по закону

$$\Phi' = A^T \Phi A.$$

Квадратичная форма, определённая на векторах пространства R^n, является положительно определённой в том и только в том случае, если в каком-либо базисе $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_n\right\} \subset R^n$ все угловые миноры её матрицы $\phi_{ij}\left(\vec{a}_i, \vec{a}_j\right)$ положительны, то есть

$$M_1 = \varphi_{11} > 0,\ M_2 = \begin{vmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} \end{vmatrix} > 0,\ \ldots,$$

$$\ldots,\ M_n = \begin{vmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \ldots & \varphi_{1n} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \ldots & \varphi_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \varphi_{n1} & \varphi_{n2} & \ldots & \varphi_{nn} \end{vmatrix} > 0.$$

Поверхностью второго порядка в пространстве R^3 называется множество точек $\vec{x} \in R^3$, координаты которых удовлетворяют уравнению

$$\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} \phi_{ij} x^i x^j + 2\sum_{k=1}^{3} b_k x^k + c = 0.$$

В пространстве R^2 существуют две **кривые второго порядка**, называемые **центральными**. Эти кривые описываются каноническими уравнениями вида

$$\frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{x_2^2}{a_2^2} = 1,$$

$$\frac{x_1^2}{a_1^2} - \frac{x_2^2}{a_2^2} = 1$$

и называются, соответственно, **эллипсом** и **гиперболой**.

В пространстве R^3 существует три типа **невырожденные**, центральные поверхности второго порядка, определяемых каноническими уравнениями

$$\frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{x_2^2}{a_2^2} + \frac{x_3^2}{a_3^2} = 1,$$

$$\frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{x_2^2}{a_2^2} - \frac{x_3^2}{a_3^2} = 1,$$

$$\frac{x_1^2}{a_1^2} - \frac{x_2^2}{a_2^2} - \frac{x_3^2}{a_3^2} = 1.$$

Поверхности, задаваемые в пространстве R^3 этими уравнениями, называются соответственно, **эллипсоидом**, **однополостным гиперболоидом** и **двуполостным гиперболоидом**.

В трёхмерном пространстве R^3 существует **коническая поверхность** с каноническим уравнением

$$\frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{x_2^2}{a_2^2} - \frac{x_3^2}{a_3^2} = 0.$$

В пространстве R^3 существуют две невырожденные нецентральные поверхности с каноническими уравнениями:

$$\frac{x_1^2}{a_1^2}+\frac{x_2^2}{a_2^2}=2x_3$$

– **эллиптический параболоид**;

$$\frac{x_1^2}{a_1^2}-\frac{x_2^2}{a_2^2}=2x_3$$

– **гиперболический параболоид**.

В пространстве R^3 общий вид **вырожденной поверхности** получается параллельным переносом вдоль оси OX_3 какой-либо кривой второго порядка на плоскости X_1OX_2. При этом для эллипса, гиперболы и параболы получаются поверхности, носящие соответственно названия **эллиптический**, **гиперболический** и **параболический цилиндры**. Пара параллельных, пересекающихся или слившихся прямых приводит, соответственно, к **паре параллельных**, **пересекающихся** или **слившихся плоскостей**

Примеры с решением

Пример 2.3.1. Привести квадратичную форму, имеющую в пространстве R^3 вид

$$\varphi\left(\vec{x},\vec{x}\right)=3\left(x^2\right)^2+3\left(x^3\right)^2+4x^1x^2+4x^1x^3-2x^2x^3,$$

к каноническому виду ортогональным преобразованием.

Р е ш е н и е. Вид квадратичной формы задан в базисе

$$\left\{\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3\right\}\subset R^3.$$

Запишем симметричную матрицу квадратичной формы, для чего слагаемые с перекрёстными произведениями представим в виде суммы двух равных слагаемых:

$$\varphi\left(\vec{x},\vec{x}\right)=$$

$$=3\left(x^2\right)^2+3\left(x^3\right)^2+\left(2x^1x^2+2x^2x^1\right)+\left(2x^1x^3+2x^3x^1\right)-\left(x^2x^3+x^3x^2\right)=$$

$$=2x^1x^2+2x^1x^3+2x^2x^1+3\left(x^2\right)^2-x^2x^3+2x^3x^1-x^3x^2+3\left(x^3\right)^2.$$

Теперь матрица квадратичной формы принимает вид:

$$\Phi\left(\vec{x},\vec{x}\right)=\begin{pmatrix}0 & 2 & 2\\ 2 & 3 & -1\\ 2 & -1 & 3\end{pmatrix}.$$

Запишем характеристическое уравнение:

$$\begin{vmatrix} -\mu & 2 & 2 \\ 2 & 3-\mu & -1 \\ 2 & -1 & 3-\mu \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \mu^3 - 6\mu^2 + 32 = 0.$$

Корни характеристического уравнения $\mu_1 = -2,\ \mu_{2,3} = 4$.

Чтобы построить матрицу ортогонального преобразования найдём собственные векторы этого оператора. Для этого решим следующие системы линейных алгебраических уравнений.

1) Случай $\mu_1 = -2$. Система уравнений записывается в виде:

$$\begin{cases} 2x^1 + 2x^2 + 2x^3 = 0, \\ 2x^1 + 5x^2 - x^3 = 0, \\ 2x^1 - x^2 + 5x^3 = 0. \end{cases}$$

Решением этой системы уравнений является вектор-столбец

$$|x\rangle = \begin{pmatrix} -2a \\ a \\ a \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, первый собственный вектор

$$\vec{x}_1 = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

2) Случай $\mu_{2,3} = 4$. Система уравнений записывается в виде:

$$\begin{cases} -4x^1 + 2x^2 + 2x^3 = 0, \\ 2x^1 - x^2 - x^3 = 0, \\ 2x^1 - x^2 - x^3 = 0. \end{cases}$$

Решением этой системы уравнений является вектор-столбец

$$|x\rangle = \begin{pmatrix} \frac{a+b}{2} \\ a \\ b \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 1/2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, второй и третий собственные векторы

$$\vec{x}_2 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2,\ \vec{x}_3 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_3.$$

Векторы $\vec{x}_2$ и $\vec{x}_3$ ортогональны вектору $\vec{x}_1$, но не ортогональны между собой. Для ортогонализации системы собственных векторов применим алгоритм ортогонализации Шмидта. Положим

$$\vec{g}_1 = \vec{x}_1,\ \vec{g}_2 = \vec{x}_2,\ \vec{g}_3 = \vec{x}_3 + \alpha \vec{x}_2.$$

Так как должно быть $\left(\vec{g}_2, \vec{g}_3\right) = 0$, то

$$\left(\vec{x}_2, \vec{x}_3 + \alpha \vec{x}_2\right) = 0,\ \left(\vec{x}_2, \vec{x}_3\right) + \alpha\left(\vec{x}_2, \vec{x}_2\right) = 0.$$

Откуда

$$\frac{1}{4} + \frac{5}{4}\alpha = 0,\ \alpha = -\frac{1}{5}.$$

Приходим к ортогональной системе собственных векторов ассоциированного оператора:

$$\vec{g}_1 = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{g}_2 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2,\ \vec{g}_3 = \frac{2}{5}\vec{e}_1 - \frac{1}{5}\vec{e}_2 + \vec{e}_3,$$

$$\left\|\vec{g}_1\right\| = \sqrt{6},\ \left\|\vec{g}_2\right\| = \frac{\sqrt{5}}{2},\ \left\|\vec{g}_3\right\| = \frac{\sqrt{30}}{5}.$$

Нормируя эту систему, получаем:

$$\vec{h}_1 = -\frac{2}{\sqrt{6}}\vec{e}_1 + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{e}_2 + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{e}_3,$$

$$\vec{h}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\vec{e}_1 + \frac{2}{\sqrt{5}}\vec{e}_2,$$

$$\vec{h}_3 = \frac{2}{\sqrt{30}}\vec{e}_1 - \frac{1}{\sqrt{30}}\vec{e}_2 + \frac{5}{\sqrt{30}}\vec{e}_3.$$

Матрица ортогонального преобразования

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{30}} & -\frac{1}{\sqrt{30}} & \frac{5}{\sqrt{30}} \end{pmatrix}$$

осуществляет переход между ортонормированными базисами

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\} \Rightarrow \left\{\vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3\right\}$$

и, следовательно, является ортогональной. Учитывая, что для ортогональной матрицы выполняется условие

$$A^{-1} = A^T,$$

Запишем формулу преобразования матрицы квадратичной формы при переходе от старого базиса к новому базису:

$$\Phi' = \begin{pmatrix} -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{30}} & -\frac{1}{\sqrt{30}} & \frac{5}{\sqrt{30}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{30}} & -\frac{1}{\sqrt{30}} & \frac{5}{\sqrt{30}} \end{pmatrix}^T.$$

Проводя вычисления, получаем

$$\Phi' = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Обозначая координаты в базисе $\left\{\vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3\right\}$ как $\left\{y^1, y^2, y^3\right\}$, запишем канонический вид квадратичной формы

$$\phi\left(\vec{x}, \vec{x}\right) = -2\left(y^1\right)^2 + 4\left(y^2\right)^2 + 4\left(y^3\right)^2. \otimes$$

Пример 2.3.2. Найти значения параметра λ, при которых является положительно определённой квадратичная форма

$$\varphi\left(\vec{x}, \vec{x}\right) = 4\left(x^1\right)^2 + 2x^1x^2 + \left(x^2\right)^2 + 4x^1x^3 - 6x^2x^3 + \lambda\left(x^3\right)^2.$$

Р е ш е н и е. Выпишем матрицу квадратичной формы:

$$\Phi = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -3 \\ 2 & -3 & \lambda \end{pmatrix}.$$

Находя её главные миноры и применяя критерий Сильвестра, имеем:

$$M_1 = \varphi_{11} = 4 > 0;$$

$$M_2 = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 3 > 0;$$

$$M_3 = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -3 \\ 2 & -3 & \lambda \end{vmatrix} = 3\lambda - 52 > 0.$$

Следовательно, $\lambda > \frac{52}{3}$. $\otimes$

Пример 2.3.3. Выяснить, какую линию на плоскости описывает уравнение

$$x_1^2 + 2x_1 + x_2^2 - 4x_2 = 0.$$

Р е ш е н и е. Уравнение перепишем в виде

$$(x_1 + 1)^2 + (x_2 - 2)^2 = 5.$$

Вводим новые координаты по формулам

$$x_{1'} = x_1 + 1,\ x_{2'} = x_2 - 1.$$

Эти формулы описывают параллельный перенос начала системы координат в точку $O'(-1; 2)$, в которой уравнение принимает вида

$$x_{1'}^2 + x_{2'}^2 = 5.$$

Это уравнение, очевидно, описывает окружность с центром в точке $O'(-1; 2)$ радиуса $R = \sqrt{5}$. $\otimes$

Пример 2.3.4. Какую линию описывает уравнение

$$x_2 = 1 - \sqrt{11 - 4x_1 - x_1^2}\ .$$

Р е ш е н и е. Уравнение переписываем в виде

$$x_2 - 1 = -\sqrt{11 - 4x_1 - x_1^2}$$

и возводим обе части в квадрат (приобретаем новые корни)

$$(x_2 - 1)^2 = 11 - 4x_1 - x_1^2.$$

Преобразуем уравнение, выделяя полный квадрат:

$$x_1^2 + 4x_1 + 4 + (x_2 - 1)^2 = 15,$$

$$(x_1 + 2)^2 + (x_2 - 1)^2 = 15.$$

Это уравнение описывает часть окружности с центром в точке $O'(-2; 1)$ радиуса $R = \sqrt{15}$, лежащую ниже новой горизонтальной оси с уравнением $x_2 = 1$. $\otimes$

Пример 2.3.5. Какую линию на плоскости описывает уравнение

$$x_1^2 - 4x_1 + x_2^2 - 2x_2 + 5 = 0.$$

Р е ш е н и е. Уравнение запишем в виде

$$(x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2 = 0.$$

Это уравнение описывает точку $M(2;1)$. $\otimes$

Пример 2.3.6. Какую линию на плоскости описывает уравнение

$$100x_1^2 + 25x_2^2 + 200x_1 - 100x_2 - 200 = 0.$$

Р е ш е н и е. Уравнение переписываем в виде

$$100(x_1 + 1)^2 + 25(x_2 - 2)^2 = 400$$

и делим обе части на 400:

$$\frac{(x_1 + 1)^2}{4} + \frac{(x_2 - 2)^2}{16} = 1.$$

Это каноническое уравнение эллипса с центром в точке $O'(-1; 2)$ и полуосями $a = 2$ и $b = 4$. $\otimes$

Пример 2.3.7. Какую линию на плоскости описывает уравнение

$$x_1 = -2\sqrt{-5 - 6x_2 - x_2^2}\,.$$

Р е ш е н и е. Уравнение преобразуем к виду

$$x_1^2 + 4(x_2 + 3)^2 = 16,$$

возводя обе части в квадрат. Делим обе части на 16:

$$\frac{x_1^2}{16} + \frac{(x_2 + 3)^2}{4} = 1.$$

Уравнение описывает часть эллипса с центром в точке $O'(0; -3)$ и полуосями $a = 4$ и $b = 2$, лежащую слева относительно оси OX_2. $\otimes$

Пример 2.3.8. Линия второго порядка задана в каноническом (ортонормированном) базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\} \subset R^2$ уравнением

$$11(x^1)^2 - 20x^1x^2 - 4(x^2)^2 - 20x^1 - 8x^2 + 1 = 0.$$

Привести уравнение линии к каноническому виду и определить её тип.

Р е ш е н и е. Рассмотрим квадратичную форму

$$\varphi\left(\vec{x}, \vec{x}\right) = 11(x^1)^2 - 20x^1x^2 - 4(x^2)^2 =$$

$$= 11(x^1)^2 - 10x^1x^2 - 10x^2x^1 - 4(x^2)^2$$

Матрица квадратичной формы имеет вид

$$\Phi = \begin{pmatrix} 11 & -10 \\ -10 & -4 \end{pmatrix}.$$

Квадратичной форме $\varphi\left(\vec{x}, \vec{x}\right)$ ставим в соответствие симметрический оператор $\hat{T}$ с матрицей $T = \Phi$ и записываем характеристическое уравнение:

$$\det\begin{pmatrix} t_1^1 - \mu & t_2^1 \\ t_1^2 & t_2^2 - \mu \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 11-\mu & -10 \\ -10 & -4-\mu \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$\mu^2 - 7 \cdot \mu - 144 = 0.$$

Корни характеристического уравнения $\mu_1 = -9$ и $\mu_2 = 16$. Находим собственные векторы оператора $\hat{T}$, соответствующие собственным значениям $\mu_1 = -9$ и $\mu_2 = 16$, для чего решаем две однородные СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} 20 & -10 \\ -10 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 20x^1 - 10x^2 = 0, \\ -10x^1 + 5x^2 = 0, \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} -5 & -10 \\ -10 & -20 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -5x^1 - 10x^2 = 0, \\ -10x^1 - 20x^2 = 0. \end{cases}$$

Фундаментальная система решений первой СЛАУ приводит к первому собственному вектору

$$\vec{x}_1 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2,$$

а фундаментальная система решений второй – ко второму собственному вектору

$$\vec{x}_2 = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2.$$

Эти векторы ортогональны, но не нормированы. Нормируем их:

$$\vec{a}_1 = \frac{1}{\left\|\vec{x}_1\right\|}\vec{x}_1 = \frac{2}{\sqrt{5}}\left(\frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2\right) = \frac{1}{\sqrt{5}}\vec{e}_1 + \frac{2}{\sqrt{5}}\vec{e}_2;$$

$$\vec{a}_2 = \frac{1}{\left\|\vec{x}_2\right\|}\vec{x}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(-2\vec{e}_1 + \vec{e}_2\right) = -\frac{2}{\sqrt{5}}\vec{e}_1 + \frac{1}{\sqrt{5}}\vec{e}_2.$$

Матрица перехода от старого базиса к новому базису имеет вид:

$$A=\begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} \\ -2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix}.$$

Преобразование от нового базиса к старому осуществляется при помощи обратной матрицы, которая в силу ортогональности матрицы A равна транспонированной к ней, то есть

$$A^{-1}=\begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & -2/\sqrt{5} \\ 2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix}.$$

Координаты в новом базисе выражаются через координаты в старом базисе при помощи матрицы

$$\left(A^{-1}\right)^T=\left(A^T\right)^T=A,$$

обратный переход от новых координат к старым производится при помощи матрицы A^{-1}. Имеем:

$$\begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} \\ -2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & -2/\sqrt{5} \\ 2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix}.$$

В базисе $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\}$ квадратичная форма приводится к каноническому виду

$$\mu_1\left(y^1\right)^2+\mu_2\left(y^2\right)^2=-9\left(y^1\right)^2+16\left(y^2\right)^2.$$

Линейные слагаемые преобразуются так:

$$-20x^1=-\frac{20}{\sqrt{5}}y^1+\frac{40}{\sqrt{5}}y^2;$$

$$-8x^2=-\frac{16}{\sqrt{5}}y^1-\frac{8}{\sqrt{5}}y^2.$$

Подстановка в уравнение приводит его к виду:

$$-9\left(y^1\right)^2+16\left(y^2\right)^2-\frac{36}{\sqrt{5}}y^1+\frac{32}{\sqrt{5}}y^2+1=0.$$

Выделяя полный квадрат по y^1, y^2 и приводя подобные члены, получаем каноническое уравнение линии в виде

$$-9\left(y^1+\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2+16\left(y^2+\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2+5=0,$$

Откуда совершая параллельный перенос, то есть полагая

$$z^1 = y^1 + \frac{2}{\sqrt{5}},\ z^2 = y^2 + \frac{1}{\sqrt{5}},$$

окончательно имеем:

$$\frac{\left(z^1\right)^2}{5/9} - \frac{\left(z^2\right)^2}{5/16} = 1.$$

Получили каноническое уравнение линии второго порядка – гиперболы. Отметим, что матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} \\ -2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix}$$

перехода от старого базиса к новому базису является матрицей оператора (аффинора) поворота системы координат на такой угол φ, что $\cos\varphi = 1/\sqrt{5}$ и $\sin\varphi = 2/\sqrt{5}$. Далее, в соответствии с формулами

$$z^1 = y^1 + \frac{2}{\sqrt{5}},\ z^2 = y^2 + \frac{1}{\sqrt{5}},$$

осуществляется параллельный перенос начала системы координат в новое положение – точку с координатами $O'\left(-\frac{2}{\sqrt{5}}, -\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$. $\otimes$

Пример 2.3.9. Поверхность второго порядка задана в каноническом (ортонормированном) базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\} \subset R^3$ уравнением

$$3x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3 - 12\sqrt{30}x_1 -$$
$$-14\sqrt{30}x_2 + 2\sqrt{30}x_3 + 506 = 0.$$

Привести уравнение поверхности к каноническому виду и определить её тип.

Р е ш е н и е. Рассмотрим квадратичную форму

$$\varphi\left(\vec{x}, \vec{x}\right) = 3x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3.$$

Матрица квадратичной формы

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Собственные значения ассоциированного оператора $\mu_1 = -2,\ \mu_{2,3} = 4$. Собственные векторы

$$\vec{x}_1 = -\frac{2}{\sqrt{6}}\vec{e}_1 + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{e}_2 + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{e}_3,$$
$$\vec{x}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\vec{e}_1 + \frac{2}{\sqrt{5}}\vec{e}_2 + 0\,\vec{e}_3,$$
$$\vec{x}_3 = \frac{2}{\sqrt{30}}\vec{e}_1 - \frac{1}{\sqrt{30}}\vec{e}_2 + \frac{5}{\sqrt{30}}\vec{e}_3.$$

Это ортонормированная система. Матрица перехода от старого базиса к новому базису получается непосредственно из приведённых разложений:

$$A = \begin{pmatrix} -2/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} & 0 \\ 2/\sqrt{30} & -1/\sqrt{30} & 5/\sqrt{30} \end{pmatrix}$$

и является ортогональной ($A^{-1} = A^T$).

Преобразование координат осуществляется с помощью матрицы A

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} & 0 \\ 2/\sqrt{30} & -1/\sqrt{30} & 5/\sqrt{30} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1'} \\ x_{2'} \\ x_{3'} \end{pmatrix}$$

и приводит квадратичную форму к виду

$$\varphi\left(\vec{x}, \vec{x}\right) = 4x_{1'}^2 - 2x_{2'}^2 + 4x_{3'}^2.$$

Линейные члены преобразуются так:

$$-12\sqrt{30}x_1 - 14\sqrt{30}x_2 + 2\sqrt{30}x_3 = -40\sqrt{6}x_{1'} + 12\sqrt{5}x_{2'}.$$

В новой системе координат уравнение поверхности принимает вид:

$$4x_{1'}^2 - 2x_{2'}^2 + 4x_{3'}^2 - 40\sqrt{6}x_{1'} + 12\sqrt{5}x_{2'} + 506 = 0.$$

Выделяя полные квадраты, приводим уравнение к виду

$$4\left(x_{1'} - 5\sqrt{6}\right)^2 - 2\left(x_{2'} - 3\sqrt{5}\right)^2 + 4x_{3'}^2 - 4 = 0.$$

Вводя обозначения $y_1 = x_{1'} - 5\sqrt{6}$, $y_2 = x_{2'} - 3\sqrt{5}$, $y_3 = x_{3'}$, получаем следующий вид уравнения:

$$y_1^2 - \frac{y_2^2}{2} + y_3^2 = 1.$$

Получили уравнение однополостного гиперболоида. $\otimes$

Задания для самостоятельной работы

1. Найти собственные значения и собственные подпространства линейного оператора

$$\hat{A}: R^3 \to R^3,$$

имеющего в каноническом базисе пространства $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\} \subset R^3$ матрицу:

1) $A = \begin{pmatrix} -1 & -5 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \\ 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$; 2) $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Найти собственные значения и собственные подпространства линейного оператора $\hat{A}: R^3 \to R^3$, действие которого задано приведёнными ниже координатные равенства: $\left(\forall \vec{x} \in R^3\right)$

1) $A\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ 2x^2 \\ 3x^3 \end{pmatrix}$; 2) $A\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^1 + x^2 \\ x^1 + x^2 + x^3 \end{pmatrix}$;

3) $A\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 - x^2 \\ 0 \\ x^1 + x^2 \end{pmatrix}$; 4) $A\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$;

5) $A\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix}$; 6) $A\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ 0 \\ x^3 \end{pmatrix}$.

3. Линейный оператор $\hat{T}: E^3 \to E^3$ в некотором ортонормированном базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\}$ задан матрицей:

1) $T=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$; 2) $T=\begin{pmatrix} 17 & -8 & 4 \\ -8 & 17 & -4 \\ 4 & -4 & 11 \end{pmatrix}$;

3) $T=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 2 & -2 & -2 \\ -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$; 4) $T=\begin{pmatrix} 5 & -2 & 4 \\ -2 & 8 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

Построить в пространстве E^3 ортонормированный базис собственных векторов оператора $\hat{T}$ и записать матрицу оператора $\hat{T}$ в этом базисе.

4. Пусть в пространстве зафиксирован канонический базис

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\} \subset R^3$$

и пусть дан некоторый линейный оператор $\hat{A}: R^3 \to R^3$. Показать, что линейные оболочки следующего вида

$$L\left\{\vec{e}_1\right\}, L\left\{\vec{e}_2\right\}, L\left\{\vec{e}_3\right\}, L\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}, L\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_3\right\}, L\left\{\vec{e}_2, \vec{e}_3\right\}$$

являются инвариантными подпространствами относительно оператора $\hat{A}$.

5. Пусть подпространства $L_1 \subset X^n$ и $L_2 \subset X^n$ инвариантны относительно оператора

$$\hat{A}: X^n \to X^n.$$

Показать, что подпространства $L_1 + L_2$ и $L_1 \bigcap L_2$ также инвариантны относительно оператора $\hat{A}$.

6. Показать, что если $L \subset X^n$ – инвариантное подпространство оператора

$$\hat{A}: X^n \to X^n,$$

то L является инвариантным подпространством и относительно операторного многочлена

$$\hat{F}\left(\hat{A}\right) = a_0 \hat{I} + a_1 \hat{A} + a_2 \hat{A}^2 + \ldots + a_m \hat{A}^m .$$

7. Пусть $\hat{A}: X^n \to X^n$ – некоторый линейный оператор. Доказать, что если оператор $\hat{A}$ биективный, то его инвариантные подпространства являются инвариантными и относительно оператора $\hat{A}^{-1}$.

8. Пусть $\hat{T}: R^2 \to R^2$ имеет матрицу

$$T = \begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 \\ t_1^2 & t_2^2 \end{pmatrix}.$$

Найти все инвариантные подпространства оператора $\hat{T}$, если

$$T = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

9. Пусть $\hat{T}: R^3 \to R^3$ имеет матрицу

$$T = \begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix}.$$

Найти все инвариантные подпространства оператора $\hat{T}$, если

1) $T = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$; 2) $T = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

10. Пусть $\hat{T}: R^4 \to R^4$ имеет матрицу

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Найти все собственные значения и собственные подпространства оператора $\hat{T}$.

Показать, что линейная оболочка

$$L\left\{\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2,\ \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 2\vec{e}_4\right\}$$

является инвариантным подпространством оператора $\hat{T}$.

11. Получить параметрические и неявные уравнения плоскости $H^m \subset R^n$, проходящей через заданные точки

$A_1(0; 6; 3; 5; 1)$, $A_2(-3; 2; 4; 1; 0)$,
$A_3(5; 1; 4; 3; 2)$, $A_4(-1; 3; -4; 2; -1)$.

12. Используя критерий Грама линейной зависимости системы векторов в евклидовом пространстве, выяснить вопрос о линейной зависимости системы векторов $\left\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3\right\} \subset R^3$:

1) $\vec{x}_1 = -3\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 5\vec{e}_3$,
$\vec{x}_2 = 6\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3$\$
2) $\vec{x}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3$,
$\vec{x}_2 = 4\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 6\vec{e}_3$,
$\vec{x}_3 = 7\vec{e}_1 + 8\vec{e}_2 + 9\vec{e}_3$.

13. Используя критерий Грама линейной зависимости системы векторов в евклидовом пространстве, выяснить вопрос о линейной зависимости системы векторов $\left\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3, \vec{x}_4\right\} \subset R^4$:

$\vec{x}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4$,
$\vec{x}_2 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 - \vec{e}_3 + \vec{e}_4$,
$\vec{x}_3 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4$,
$\vec{x}_4 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3 - \vec{e}_4$.

14. Пусть $L^3\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\}$ – линейное многообразие в E^4, а $\vec{x}$ – наклонная к многообразию L^3. Найти наименьший угол между вектором $\vec{x}$ и многообразием L^3, если:

$\vec{x} = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3 + 4\vec{e}_4$,
$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4$,
$\vec{a}_2 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 + \vec{e}_4$,
$\vec{a}_3 = \vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 3\vec{e}_4$.

15. В ортонормированном базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\}$ пространства E^4 задана система векторов

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3 + 4\vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_3 = 3\vec{e}_1 - 6\vec{e}_3 - 13\vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_4 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3 + 9\vec{e}_4.$$

1) Выяснить, является ли эта система векторов линейно независимой.

2) Найти объём параллелепипеда, построенного на тройке векторов $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\}$.

3) Используя процесс ортогонализации Шмидта, построить на их основе новый ортонормированный базис пространства R^4.

16. В пространстве R^5 найти ортонормированный базис ортогонального дополнения линейной оболочки системы векторов:

1) $\vec{a}_1 = 5\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 2\vec{e}_4 + 2\vec{e}_5,$
$\vec{a}_2 = 9\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 6\vec{e}_3 - 4\vec{e}_4,$
$\vec{a}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 6\vec{e}_3 - \vec{e}_5;$

2) $\vec{a}_1 = 4\vec{e}_1 + 10\vec{e}_2 - \vec{e}_3 + 4\vec{e}_4 - 2\vec{e}_5,$
$\vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3 - 2\vec{e}_4,$
$\vec{a}_3 = 2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - \vec{e}_3 + \vec{e}_5.$

17. Систему строк матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

дополнить двумя строками так, чтобы вся система стала ортогональной.

18. В пространстве R^4 даны две плоскости H_1 и H_2 с направляющими векторами

$$\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\} \subset H_1, \left\{\vec{b}_1, \vec{b}_2\right\} \subset H_2,$$

соответственно. Найти наименьший угол, образованный векторами первой плоскости с векторами второй плоскости, если:

1) $\vec{a}_1 = \vec{e}_1, \vec{a}_2 = \vec{e}_2,$
$\vec{b}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4, \vec{b}_2 = 2\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4;$

2) $\vec{a}_1 = \vec{e}_1, \vec{a}_2 = \vec{e}_2,$
$\vec{b}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4, \vec{b}_2 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4$

19. Выяснить, какую линию на плоскости описывает уравнение:

1) $x_2 = -1 - \frac{3}{5}\sqrt{26 - 2x_1 + x_1^2}$;

2) $x_1 = -4x_2^2 + 8x_2 - 1;$

3) $x_1 = 2 - \sqrt{3 - x_2}$.

20. Привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка:

1) $17x_1^2 + 12x_1x_2 + 8x_2^2 - 80 = 0;$

2) $4x_1x_2 + 3x_2^2 + 16 = 0.$

21. Привести к каноническому виду уравнение поверхности второго порядка:

1) $2x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 - 4x_2x_3 + \frac{4}{3}x_1 - \frac{16}{3}x_2 + \frac{32}{3}x_3 + 10 = 0;$

2) $\alpha x_1 - 3\sqrt{2}x_2 + 2\sqrt{3}x_3 - 7 = 0,$

где $\alpha = 5$ или $\alpha = 0.$

ЧАСТЬ 3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ И ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОГО ПЕРЕМЕННОГО

Практическое занятие 1. Понятие предела числовой последовательности

Предварительные сведения

Если каждому натуральному числу n по некоторому закону ставится в соответствие вполне определённое действительное число, то говорят, что задана **бесконечная числовая последовательность**

$$\left(a_n\right)=a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{n-1}, a_n, a_{n+1}, \ldots.$$

Числа a_n $\left(n=1, 2, 3, \ldots\right)$ называются **элементами** (**членами**) последовательности $\left(a_n\right)$.

Числовая последовательность $\left(a_n\right)$ называется **монотонно возрастающей** (**монотонно убывающей**), если

$$\left(\forall n \in N\right):\ a_n \le a_{n+1}\ \left(a_n \ge a_{n+1}\right),$$

и **строго монотонно возрастающей** (**строго монотонно убывающей**), если

$$\left(\forall n \in N\right):\ a_n < a_{n+1}\ \left(a_n > a_{n+1}\right).$$

Пусть $\varepsilon \in R^1\ \left(\varepsilon > 0\right)$ и $x_0 \in R^1$. Тогда множество

$$U_\varepsilon\left(x_0\right) \overset{def}{=} \left\{x \in R^1 : \left|x - x_0\right| < \varepsilon\right\}$$

называется ε**-окрестностью** числа (точки) x_0.

Последовательность $\left(x_n\right)$ действительных чисел **сходится к действительному числу** x_0, если для каждого (сколь угодно малого) положительного числа ε найдётся номер n_0, такой, что начиная с этого номера, то есть, для всех номеров $n \ge n_0$, выполняется неравенство

$$\left|x_n - x_0\right| < \varepsilon.$$

Пусть $\left(x_n\right)$ и $\left(y_n\right)$ – числовые последовательности, сходящиеся, соответственно, к пределам x_0 и y_0:

$$\lim_{n\to\infty} x_n = x_0,\ \lim_{n\to\infty} y_n = y_0.$$

Тогда справедливы следующие утверждения:

1) если $x_n \equiv c$, где c – некоторая постоянная величина (число), то

$$\lim_{n\to\infty} x_n = c;$$

2) существует предел $\lim\limits_{n\to\infty}\left(x_n + y_n\right)$, причём

$$\lim_{n\to\infty}\left(x_n + y_n\right) = \lim_{n\to\infty} x_n + \lim_{n\to\infty} y_n = x_0 + y_0;$$

3) существует предел $\lim\limits_{n\to\infty}\left(x_n \cdot y_n\right)$, причём

$$\lim_{n\to\infty}\left(x_n \cdot y_n\right) = \lim_{n\to\infty} x_n \cdot \lim_{n\to\infty} y_n = x_0 y_0;$$

4) если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n \ne 0$, то существует предел $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{x_n}$, причём

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{x_n} = \frac{1}{\lim\limits_{n\to\infty} x_n} = \frac{1}{x_0}.$$

Примеры с решением

Пример 3.1.1. Показать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n+1}{n}=1.$

Р е ш е н и е. Действительно, для произвольного $\varepsilon>0$ имеем:

$$\left|\frac{n+1}{n}-1\right|<\varepsilon \Rightarrow \left|\frac{n+1}{n}-1\right|=\left|\frac{n+1-n}{n}\right|=\frac{1}{n}<\varepsilon\Rightarrow n>\frac{1}{\varepsilon}.$$

Таким образом, для любого наперёд заданного $\varepsilon>0$ мы нашли номер $n_0=\left[\dfrac{1}{\varepsilon}\right]+1$, такой, что $\left(\forall\, n\ge n_0\right)\left|\dfrac{n+1}{n}-1\right|<\varepsilon$, следовательно, 1 является пределом данной последовательности. $\otimes$

Пример 3.3.1.2. Доказать существование предела последовательности с общим членом

$$x_n=\frac{1}{2+1}+\frac{1}{2^2+1}+\frac{1}{2^3+1}+\ldots+\frac{1}{2^n+1}.$$

Р е ш е н и е. Покажем, что данная последовательность монотонна и ограничена. Из формулы общего члена последовательности имеем:

$$x_{n+1}=x_n+\frac{1}{2^{n+1}+1}\Rightarrow x_{n+1}>x_n,$$

то есть последовательность монотонно возрастает и ограничена снизу, например, первым элементом x_1. При любом n, очевидно, $\dfrac{1}{2^n+1}<\dfrac{1}{2^n}$. Последовательность ограничена сверху:

$$x_n=\frac{1}{2+1}+\frac{1}{2^2+1}+\frac{1}{2^3+1}+\ldots+\frac{1}{2^n+1}<\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\ldots+\frac{1}{2^n}=$$

$$=\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{2^{n+1}}}{1-\frac{1}{2}}=1-\frac{1}{2^n}<1.$$

Последовательность монотонна и ограничена, следовательно, по критерию сходимости имеет предел. $\otimes$

Пример 3.3.1.3. Доказать, что последовательность $\left(x_n\right)$ есть бесконечно малая последовательность, если

1) $x_n=\dfrac{(-1)^{n+1}}{n}$; 2) $x_n=\dfrac{2n}{n^3+1}$; 3) $x_n=\dfrac{1}{n!}$; 4) $x_n=(-1)^n\cdot 0{,}999^n$.

Составить для каждого случая таблицу следующего вида:

ε	0,1	0,001	0,0001	…
n_0				

Р е ш е н и е. 1) По определению

$$(\forall \varepsilon > 0)\ (\exists n_0 \in N)\colon (\forall n \ge n_0)\ \left|\frac{(-1)^{n+1}}{n} - 0\right| < \varepsilon.$$

Решаем неравенство:

$$\left|\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right| < \varepsilon \Rightarrow \frac{1}{n} < \varepsilon \Rightarrow n > \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow n > \left[\frac{1}{\varepsilon}\right] \Rightarrow n_0 = \left[\frac{1}{\varepsilon}\right] + 1.$$

Таким образом, по произвольному положительному числу ε мы нашли номер $n_0 = n_0(\varepsilon)$ такой, что начиная с этого номера, выполнено определение предела последовательности. Следовательно, последовательность имеет предел, который равен

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 0.$$

Таким образом, последовательность является бесконечно малой последовательностью.

Пусть, например, $\varepsilon = 0{,}1$. Тогда

$$n_0 = \left[\frac{1}{1/10}\right] + 1 = 11.$$

И так далее, для указанных в таблице значений ε. Искомая таблица принимает вид:

ε	0,1	0,001	0,0001	…
n_0	11	1001	10001	…

2) По определению

$$(\forall \varepsilon > 0)\ (\exists n_0 \in N)\colon (\forall n \ge n_0)\ \left|\frac{2n}{n^3+1} - 0\right| < \varepsilon.$$

Решаем неравенство:

$$\left|\frac{2n}{n^3+1}\right| < \varepsilon \Rightarrow \frac{2n}{n^3} < \varepsilon \Rightarrow \frac{2}{n^2} < \varepsilon \Rightarrow \frac{n^2}{2} > \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow n > \sqrt{\frac{2}{\varepsilon}} \Rightarrow$$

$$n > \left[\sqrt{\frac{2}{\varepsilon}}\right] \Rightarrow n_0 = \left[\sqrt{\frac{2}{\varepsilon}}\right] + 1.$$

Таким образом, по произвольному положительному числу ε мы нашли номер $n_0 = n_0(\varepsilon)$ такой, что начиная с этого номера, выполнено определение предела последовательности. Следовательно, последовательность имеет предел, который равен

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty} \frac{2n}{n^3+1} = 0.$$

Таким образом, последовательность является бесконечно малой последовательностью.

Пусть, например, $\varepsilon = 0{,}1$. Тогда

$$n_0 = \left[\sqrt{\frac{2}{1/10}}\right] + 1 \approx [4{,}472] + 1 = 5.$$

И так далее, для указанных в таблице значений ε. Искомая таблица принимает вид:

ε	0,1	0,001	0,0001	…
n_0	5	46	142	…

Остальные примеры решаются аналогично и предлагаются для самостоятельного решения. $\otimes$

Пример 3.3.1.4. Найти предел последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{2n^2}{n^2-1}.$$

Р е ш е н и е. Преобразуем общий член последовательности:

$$x_n = \frac{2n^2}{n^2-1} = 2\cdot\frac{n}{n-1}\cdot\frac{n}{n+1} = 2\cdot\frac{1}{1-\frac{1}{n}}\cdot\frac{1}{1+\frac{1}{n}}.$$

Используя правила действий с пределами последовательностей, имеем:

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty}\frac{2n^2}{n^2-1} = 2\cdot\frac{1}{1-\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}}\cdot\frac{1}{1+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}} = 2. \otimes$$

Пример 3.3.1.5. Вычислить предел последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{(2n+1)\cdot(3n+1)}{n^2}.$$

Р е ш е н и е. Преобразуем общий член последовательности:

$$x_n = \frac{(2n+1)\cdot(3n+1)}{n^2} = \frac{2n+1}{n}\cdot\frac{3n+1}{n} = \left(2+\frac{1}{n}\right)\cdot\left(3+\frac{1}{n}\right).$$

Используя правила действий с пределами, имеем:

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty} \frac{(2n+1)\cdot(3n+1)}{n^2} = \lim_{n\to\infty}\left(2+\frac{1}{n}\right)\cdot\lim_{n\to\infty}\left(3+\frac{1}{n}\right) = 2\cdot 3 = 6. \otimes$$

Пример 3.3.1.6. Найти предел последовательности с общим членом

$$x_n = \sqrt{n^2+n} - n.$$

Р е ш е н и е. Имеем неопределённость вида $[\infty - \infty]$. Преобразуем формулу для общего члена:

$$\sqrt{n^2+n} - n = \frac{\left(\sqrt{n^2+n} - n\right)\left(\sqrt{n^2+n} + n\right)}{\sqrt{n^2+n} + n} = \frac{n}{\sqrt{n^2+n} + n} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{n}} + 1}.$$

Вычисляем предел последовательности:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{n}} + 1} = \frac{1}{\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{1+\frac{1}{n}} + 1} = \frac{1}{2}. \otimes$$

Пример 3.3.1.7. Вычислить предел последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \ldots + \frac{1}{n\cdot(n+1)}.$$

Р е ш е н и е. Преобразуем формулу для общего члена последовательности:

$$x_n = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \ldots + \frac{1}{n\cdot(n+1)} = \left(1-\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right) =$$

$$= 1 - \frac{1}{n+1}.$$

Теперь

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \ldots + \frac{1}{n\cdot(n+1)}\right) = \lim_{n\to\infty}\left(1 - \frac{1}{n+1}\right) = 1. \otimes$$

Пример 3.3.1.8 (неперово число e). Показать, что последовательность с общим членом

$$x_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$$

сходится, то есть, существует предел

$$\lim_{n\to\infty} x_n \equiv \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e.$$

Р е ш е н и е. Приведём значение этого числа, применяемое в обычных расчётах, не требующих слишком большой точности: $e = 2{,}71828\ldots$

Приступим к строгому исследованию данного предела. Докажем сходимость последовательность $x_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$.

Покажем, что

$$(\forall b > -1) \wedge (\forall n \in N)\ (1+b)^n \geq 1+nb.$$

Для этого применим индукцию по n:

1) при $n=1$ имеем $1+b \geq 1+b$, что всегда выполняется;

2) предположим, что $(\forall n = k)\ (1+b)^k \geq 1+kb$;

3) покажем, что $(\forall b > -1) \wedge (n = k+1)\ (1+b)^{k+1} \geq 1+(k+1)b$.

Справедливость заключения следует из цепочки выкладок:

$$(1+b)^{k+1} = (1+b)^k (1+b) \geq (1+b)(1+kb) = 1+kb+b+kb^2 \geq 1+(k+1)b,$$

так как $kb^2 > 0$.

Так как неравенство справедливо при $n=1$, оно справедливо и при любом $n \in N$. Итак, $(\forall b > -1)$ и $(\forall n \in N)$

$$(1+b)^n \geq 1+nb. \qquad (1)$$

Рассмотрим последовательность с общим членом

$$y_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}.$$

Для этой последовательности

$$\frac{y_{n-1}}{y_n} = \frac{\left(1+\frac{1}{n-1}\right)^n}{\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}} = \frac{n^{2n+1}\cdot(n-1)}{(n-1)^n\cdot(n+1)^{n+1}\cdot(n-1)} =$$

$$= \frac{\left(n^2\right)^{n+1}\cdot(n-1)}{\left(n^2-1\right)^{n+1}\cdot n} = \frac{\left(n^2-1+1\right)^{n+1}}{\left(n^2-1\right)^{n+1}}\cdot\frac{n-1}{n} =$$

$$= \left(\frac{n^2-1+1}{n^2-1}\right)^{n+1}\cdot\frac{n-1}{n} = \left(1+\frac{1}{n^2-1}\right)^{n+1}\cdot\frac{n-1}{n} \geq \{используем(1)\} \geq$$

$$\geq \left(1+(n+1)\cdot\frac{1}{n^2-1}\right)\cdot\frac{n-1}{n} = \left(1+\frac{1}{n-1}\right)\cdot\frac{n-1}{n} = 1.$$

Таким образом,

$$(\forall n \in N)\ \frac{y_{n-1}}{y_n} \geq 1$$

а, следовательно, $y_n \le y_{n-1}$, то есть, последовательность с общим членом

$$y_n = \left(1+1/n\right)^{n+1}$$

монотонно убывает. Так как

$$\left(1+1/n\right)^{n+1} > 1,$$

эта последовательность ограничена снизу. Но тогда по критерию сходимости ограниченной последовательности данная последовательность сходится.

Далее имеем:

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n} = \lim_{n\to\infty}\frac{\left(1+1/n\right)^{n+1}}{\left(1+1/n\right)} = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1},$$

где использовано, что

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right) = 1.$$

Так как предел в правой части равенства существует

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1} = e,$$

то существует и предел левой части. Итак, предел существует и обозначается

$$e = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}. \otimes$$

Пример 3.3.1.9. Доказать неравенство Бернулли:

$$(1+x_1)(1+x_2)\ldots(1+x_n) \ge 1+x_1+x_2+\ldots+x_n.$$

Р е ш е н и е. Неравенство справедливо при $n = 1, 2$, что легко проверяется.

Например, для $n = 2$ имеем:

$$(1+x_1)(1+x_2) = 1+x_1+x_2+x_1x_2 \ge 1+x_1+x_2.$$

Предположим, что неравенство справедливо при $n = k$, то есть

$$(1+x_1)(1+x_2)\ldots(1+x_k) \ge 1+x_1+x_2+\ldots+x_k$$

и покажем, что оно справедливо и при $n = k+1$. Имеем:

$$(1+x_1)(1+x_2)\ldots(1+x_k)(1+x_{k+1}) \ge (1+x_1+x_2+\ldots+x_k)(1+x_{k+1}) =$$
$$= 1+x_1+x_2+\ldots+x_k+x_{k+1}+(1+x_1+x_2+\ldots+x_k+x_k)x_{k+1} \ge$$
$$\ge 1+x_1+x_2+\ldots+x_k+x_{k+1}.$$

По заключению индукции неравенство справедливо при любом $k = n$. $\otimes$

Пример 3.3.1.10. Показать, что если $x > -1$, то

$$(1+x)^n \geq 1+nx \ (n>1),$$

причём знак равенства имеет место только при $x=0$.

Р е ш е н и е. Полагая в неравенстве предыдущего примера

$$x_1 = x_2 = \ldots = x_n = x,$$

получаем требуемое неравенство. $\otimes$

Пример 3.3.1.11. Вычислить предел последовательности с общим членом

$$x_n = n\left[\ln(n+3) - \ln n\right].$$

Р е ш е н и е. Преобразуем формулу для общего члена:

$$x_n = n\left[\ln(n+3) - \ln n\right] = \ln\left(\frac{n+3}{n}\right)^n = 3\cdot\ln\left(1+\frac{1}{n/3}\right)^{n/3}.$$

Переходя к пределу, имеем:

$$\lim_{n\to\infty} x_n = 3\cdot\lim_{n\to\infty}\ln\left(1+\frac{1}{n/3}\right)^{n/3} = 3\cdot\ln e = 3. \otimes$$

Пример 3.3.1.12. Доказать, что последовательность $\left(a^n\right)$ является:

1) бесконечно большой последовательностью при $|a|>1$;

2) бесконечно малой последовательностью при $|a|<1$.

Р е ш е н и е. 1) Пусть $|a|>1$. Покажем, что последовательность $\left(a^n\right)$ удовлетворяет определению бесконечно большой последовательности, то есть $(\forall A>0)\,(\exists n_0 \in N)\colon (\forall n \geq n_0)$

$$|a|^n > A. \qquad (1)$$

Зададимся произвольным числом $A>0$. Для нахождения номера n_0 решим неравенство (1) относительно номера. Получим

$$\log_{|a|}|a|^n > \log_{|a|} A \Rightarrow n > \log_{|a|} A \Rightarrow n > \lfloor \log_{|a|} A \rfloor.$$

Следовательно, выполнение неравенства (1) начинается с номера

$$n_0 = \lfloor \log_{|a|} A \rfloor + 1.$$

Что и требовалось доказать.

2) Пусть $|a|<1$. Если $a=0$, то $(\forall n \in N)\ a^n = 0$ и, следовательно, последовательность $\left(a^n\right)$ бесконечно малая. Пусть $a \neq 0$. Тогда

$$a^n = \left(\left(\frac{1}{a}\right)^n\right)^{-1}. \qquad (2)$$

Так в этом случае $\frac{1}{|a|} > 1$, то последовательность $\left(\frac{1}{a^n}\right)$ является бесконечно большой последовательностью, последовательность

$$a^n = \left(\left(\frac{1}{a}\right)^n\right)^{-1}$$

– бесконечно малой последовательностью. Поэтому в силу (2) при $|a| < 1$ последовательность $\left(a^n\right)$ – бесконечно малая последовательность. $\otimes$

Пример 3.3.1.13. Показать, что если $\left(x_n\right)$ – сходящаяся последовательность, а $\left(y_n\right)$ – бесконечно большая последовательность, то последовательность

$$\left(z_n\right) = \left(x_n + y_n\right)$$

– бесконечно большая последовательность.

Р е ш е н и е. Покажем, что

$$\left(\forall A > 0\right)\left(\exists n_0 \in N\right): \left(\forall n \geq n_0\right)\left|x_n + y_n\right| > A.$$

В силу критерия сходимости последовательности сходящаяся последовательность $\left(x_n\right)$ ограничена, то есть

$$\left(\exists M > 0\right): \left(\forall n \in N\right)\left|x_n\right| < M. \qquad (1)$$

Пусть задано произвольное $A > 0$. Так как последовательность $\left(y_n\right)$ бесконечно большая, то для числа $A + M$

$$\left(\exists n_0 \in N\right): \left(\forall n \geq n_0\right)\left|y_n\right| > A + M. \qquad (2)$$

Из неравенств (1) и (2) получаем: $\left|x_n + y_n\right| \geq \left|y_n\right| - \left|x_n\right| > A + M - M = A.$

Что и требовалось доказать. $\otimes$

Пример 3.3.1.14. Вычислить предел последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{\sqrt{n}}{n+1}\cos n. \qquad (1)$$

Р е ш е н и е. Так как $\left(\forall x \in R^1\right)\left|\cos x\right| < 1$, то последовательность $\left(\cos n\right)$ ограничена.

Покажем, что последовательность $\left(\frac{\sqrt{n}}{n+1}\right)$ – бесконечно малая последовательность. Действительно,

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n}}{n+1}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{1+\frac{1}{n}}=\frac{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{n}}}{\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)}=0.$$

По свойствам бесконечно малых последовательностей произведение ограниченной последовательности на бесконечно малую последовательность, то есть последовательность с общим членом (1), является бесконечно малой последовательностью и, следовательно,

$$\lim_{n\to\infty}x_n=\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n}}{n+1}\cos n=0.\otimes$$

Практическое занятие 2. Непрерывность и предел функции

Предварительные сведения

Функция $f:M\to f\left(M\right)$ называется **непрерывной в точке** $x_0\in M$, если для каждой последовательности $\left(x_n\right)$ точек множества M, сходящейся к точке x_0, последовательность $\left(f\left(x_n\right)\right)$ соответствующих значений функции f сходится к значению $f\left(x_0\right)$ функции в этой точке (определение непрерывности по Гейне).

Функция $f:M\to f\left(M\right)$ называется **непрерывной в точке** $x_0\in M$, если

$$\left(\forall\varepsilon>0\right)\ \left(\exists\delta>0\right):\ \left|x-x_0\right|<\delta\ \Rightarrow\left|f\left(x\right)-f\left(x_0\right)\right|<\varepsilon$$

(определение непрерывности по Коши).

Говорят, что функция f, определённая на множестве M, имеет **предел** C при $x\to x_0$, и пишут

$$\lim_{x\to x_0}f\left(x\right)=C,$$

если для каждой последовательности точек

$$x_n\in M-\left\{x_0\right\}:\ \lim_{n\to\infty}x_n=x_0,$$

последовательность $\left(f\left(x_n\right)\right)$ соответствующих значений функции сходится к точке (числу) C, то есть

$$\lim_{n\to\infty}f\left(x_n\right)=C.$$

Говорят, что функция f, определённая на множестве M, имеет предел C при $x\to x_0$, и при этом пишут

$$\lim_{x\to x_0}f\left(x\right)=C,$$

если для произвольного числа $\varepsilon > 0$ найдётся такое число $\delta > 0$, что для всех точек x удовлетворяющих условию $|x - x_0| < \delta$, выполняется неравенство

$$|f(x) - C| < \varepsilon.$$

Пусть x_0 – предельная точка множества M. Функция $\alpha : M \to \alpha(M)$ называется **бесконечно малой функцией при условии** $x \to x_0$, если

$$(\forall \varepsilon > 0)(\exists \delta > 0) : |x - x_0| < \delta \Rightarrow |\alpha(x)| < \varepsilon.$$

Пусть f *и* g *– две действительные функции, имеющие одно и то же множество определения* $M \subset R^1$, $\alpha \in R^1$ *– некоторое действительное число, а* x_0 *– предельная точка множества* M. *Тогда если пределы этих функций в точке* x_0 *существуют и соответственно равны*

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = a, \ \lim_{x \to x_0} g(x) = b,$$

где $a, b \in R^1$, *то справедливы следующие правила выполнения рациональных операций с пределами функций:*

1) $\lim_{x \to x_0} (\alpha f)(x) = \alpha \lim_{x \to x_0} f(x) = \alpha a$;

2) $\lim_{x \to x_0} (f \pm g)(x) = \lim_{x \to x_0} f(x) \pm \lim_{x \to x_0} g(x) = a \pm b$;

3) $\lim_{x \to x_0} (fg)(x) = \lim_{x \to x_0} f(x) \lim_{x \to x_0} g(x) = ab$;

4) $\lim_{x \to x_0} \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{\lim_{x \to x_0} f(x)}{\lim_{x \to x_0} g(x)} = \frac{a}{b}$, *если* $\lim_{x \to x_0} g(x) \neq 0$.

Примеры с решением

Пример 3.3.1.15. Вычислить предел функции в точке: $\lim_{x \to 1} (3x^2 + x + 5)$.

Р е ш е н и е. Выбираем произвольную последовательность значений аргумента (x_n), сходящуюся к 1, то есть такую, что $\lim_{n \to \infty} x_n = 1$. Используем определение по Гейне:

$$\lim_{x\to 1}\left(3x^2+x+5\right)=\lim_{n\to\infty}\left(3x_n^2+x_n+5\right)=$$

$$=3\lim_{n\to\infty}x_n^2+\lim_{n\to\infty}x_n+\lim_{n\to\infty}5=3+1+5=9.\otimes$$

Пример 3.3.1.16. Показать, что $\lim\limits_{x\to 6}\left(2x-5\right)=7.$

Р е ш е н и е. Выбираем произвольное $\varepsilon>0$. Найдём для него такое $\delta>0$, что из неравенства

$$\left|x-6\right|<\delta \;\Rightarrow\; 6-\delta<x<6+\delta. \qquad (1)$$

будет следовать неравенство

$$\left|\left(2x-5\right)-7\right|<\varepsilon.$$

Производя тождественные преобразования, получаем:

$$\left|\left(2x-5\right)-7\right|<\varepsilon \Rightarrow \left|2x-12\right|<\varepsilon \Rightarrow 2\left|x-6\right|<\varepsilon \Rightarrow \left|x-6\right|<\frac{\varepsilon}{2}$$

$$\Rightarrow 6-\frac{\varepsilon}{2}<x<6+\frac{\varepsilon}{2}. \qquad (2)$$

Сравнивая (1) и (2), получаем, что

$$\delta=\frac{\varepsilon}{2}.$$

Последнее и доказывает, что $\lim\limits_{x\to 6}\left(2x-5\right)=7.\otimes$

Пример 3.3.1.17. Показать, что

$$\lim_{x\to 1/3}\frac{15x^2-2x-1}{x-\frac{1}{3}}=8.$$

Р е ш е н и е. По определению предела нужно чтобы выполнялось условие:

$$\left(\forall\varepsilon>0\right)\left(\exists\delta>0\right):\ \left|x-\frac{1}{3}\right|<\delta \Rightarrow \left|\frac{15x^2-2x-1}{x-\frac{1}{3}}-8\right|<\varepsilon.$$

Решаем неравенство

$$\left|\frac{15x^2-2x-1}{x-\frac{1}{3}}-8\right|<\varepsilon \Leftrightarrow \left|\frac{15\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{1}{5}\right)}{x-\frac{1}{3}}-8\right|<\varepsilon \Leftrightarrow$$

$$|15x-5|<\varepsilon \Leftrightarrow \frac{1}{3}-\frac{\varepsilon}{15}<x<\frac{1}{3}+\frac{\varepsilon}{15}.$$

Таким образом, как только

$$x\in\left(\frac{1}{3}-\frac{\varepsilon}{15},\frac{1}{3}\right)\bigcup\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3}+\frac{\varepsilon}{15}\right),$$

так сразу

$$\left|\frac{15x^2-2x-1}{x-\frac{1}{3}}-8\right|<\varepsilon.$$

Из этого следует, что $\delta=\frac{\varepsilon}{15}$. Итак,

$$\left(\forall\varepsilon>0\right)\left|x-\frac{1}{3}\right|<\frac{\varepsilon}{15}\Rightarrow\left|\frac{15x^2-2x-1}{x-\frac{1}{3}}-8\right|<\varepsilon,$$

а значит $\lim\limits_{x\to 1/3}\dfrac{15x^2-2x-1}{x-\frac{1}{3}}=8.\otimes$

Пример 3.3.1.18. Найти предел функции в точке: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-3x+2}{3x^2+x-4}$.

Р е ш е н и е. Непосредственно перейти к пределу в числителе и знаменателе нельзя, так как $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-3x+2}{3x^2+x-4}=\left[\dfrac{0}{0}\right]$, то есть получаем так называемую ***неопределённость вида*** $\dfrac{0}{0}$. Для «раскрытия» этой неопределённости разложим числитель и знаменатель на множители, предварительно приравняв их к нулю $\left(x^2-3x+2=0,\ 3x^2+x-4=0\right)$ и решив соответствующие квадратные уравнения. В результате получаем:

$$\frac{x^2-3x+2}{3x^2+x-4}=\frac{(x-2)(x-1)}{3(x-1)\left(x+\dfrac{4}{3}\right)}.$$

Так как $x\to 1$, но $x\neq 1$, то на множитель $(x-1)$, дающий в пределе $x\to 1$ нуль, можно сократить. В результате получаем:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-3x+2}{3x^2+x-4}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-2)}{3\left(x+\dfrac{4}{3}\right)}=\frac{1}{3}\cdot\frac{\lim\limits_{x\to 1}(x-2)}{\lim\limits_{x\to 1}\left(x+\dfrac{4}{3}\right)}=-\frac{1}{7}.\ \otimes$$

Пример 3.3.1.19. Пользуясь определением непрерывности по Коши, показать, что функция $f(x)=5x^2+5$ непрерывна в точке $x_0=8$.

Р е ш е н и е. Значение функции в точке $x_0=8$ равно $f(8)=325$. По определению функция будет в точке $x_0=8$ непрерывной, если

$$(\forall\varepsilon>0)\ (\exists\delta>0):\ |x-8|<\delta\Rightarrow\left|5x^2+5-325\right|<\varepsilon.$$

Решаем последнее неравенство, чтобы найти промежуток числовой оси M такой, что как только $x\in M$, так сразу $\left|5x^2+5-325\right|<\varepsilon$. Имеем:

$$\left|5x^2+5-325\right|<\varepsilon\Rightarrow\left|5x^2-320\right|<\varepsilon\Rightarrow 64-\frac{\varepsilon}{5}<x^2<64+\frac{\varepsilon}{5}\Rightarrow$$

$$\sqrt{64-\frac{\varepsilon}{5}}<x<\sqrt{64+\frac{\varepsilon}{5}}.$$

Таким образом,

$$x \in \left(\sqrt{64-\frac{\varepsilon}{5}}, \sqrt{64+\frac{\varepsilon}{5}} \right) \Rightarrow \left| \left(5x^2+5\right) - 325 \right| < \varepsilon,$$

а это и означает, что функция в точке $x_0 = 8$ непрерывна. $\otimes$

Пример 3.3.1.20. Найти и классифицировать точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} 2-x, & x \le 0; \\ \cos x, & 0 < x < \dfrac{\pi}{2}; \\ 0, & x \ge \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Р е ш е н и е. Функция непрерывна в промежутках

$$(-\infty, 0], \left(0, \frac{\pi}{2}\right), \left[\frac{\pi}{2}, +\infty\right).$$

Исследуем функцию в точках 0 и $\dfrac{\pi}{2}$.

Так как

$$\lim_{x \to 0-0} f(x) = \lim_{x \to 0-0} (2-x) = 2, \ \lim_{x \to 0+0} f(x) = \lim_{x \to 0+0} \cos x = 1,$$

то $x = 0$ является точкой разрыва первого рода, в ней функция испытывает скачок

$$\lim_{x \to 0-0} f(x) - \lim_{x \to 0+0} f(x) = 2.$$

Далее имеем:

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}-0} f(x) = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}-0} \cos x = 0, \ \lim_{x \to \frac{\pi}{2}+0} f(x) = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}+0} 0 = 0.$$

Так как $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0$, то

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}-0} f(x) = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}+0} f(x) = f\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

и функция в точке $x = \dfrac{\pi}{2}$ непрерывна. Таким образом, функция непрерывна на всей числовой оси R, кроме точки $x = 0$, которая является точкой разрыва первого рода. $\otimes$

Пример 3.3.1.21. Найти точки разрыва функции, определённой формулой

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{3x^2-9}, & x\neq 3,\\ 1, & x=3.\end{cases}$$

Если точки разрыва существуют, то дать их классификацию.

Р е ш е н и е. Вычислим односторонние пределы при $x\to 3$:

$$\lim_{x\to 3-0} f(x)=\lim_{x\to 3-0}\frac{1}{3x^2-9}=\frac{1}{18};$$

$$\lim_{x\to 3+0} f(x)=\lim_{x\to 3+0}\frac{1}{3x^2-9}=\frac{1}{18}.$$

Итак, пределы слева и справа существуют, равны, но не равны значению функции в точке $x=3$:

$$\lim_{x\to 3-0} f(x)=\lim_{x\to 3+0} f(x)=\frac{1}{18}\neq 1.$$

Имеем точку разрыва первого рода, а именно, точку устранимого разрыва. $\otimes$

Пример 3.3.1.22. Вычислить предел

$$\lim_{x\to 0}\frac{2x\cdot\sin x}{1-\cos x}.$$

Р е ш е н и е. Непосредственно вычислить предел нельзя. Поэтому заметим, что

$$\lim_{x\to 0}(2x\cdot\sin x)=0,\ \lim_{x\to 0}(1-\cos x)=0.$$

Таким образом, функции в числителе и знаменателе при $x\to 0$ являются бесконечно малыми функциями.

Для нахождения предела их отношения заменим эти функции эквивалентными бесконечно малыми при $x\to 0$ функциями. Вспомним, что

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1,$$

то есть, $\sin x\approx x$ при $x\to 0$.

Далее, вспоминая, что $1-\cos x=2\sin^2\dfrac{x}{2}$ и заменяя $\sin\dfrac{x}{2}\approx\dfrac{x}{2}$, получим, что

$$1-\cos x=2\sin^2\frac{x}{2}\approx 2\frac{x^2}{4}=\frac{x^2}{2}.$$

Теперь предел легко находится как предел отношения эквивалентных бесконечно малых функций:

$$\lim_{x\to 0}\frac{2x\cdot\sin x}{1-\cos x}=\lim_{x\to 0}\frac{2x\cdot x}{x^2/2}=4.\ \otimes$$

Практическое занятие 3. Дифференцируемость функции одного переменного

Предварительные сведения

Пусть $M \subset R^1$ – допустимое множество. Действительная функция $f : M \to f(M)$ называется **дифференцируемой в точке** $x_0 \in M$, если выполняется условие:

$$\left(\exists U(x_0) \subset M\right): \left(\forall x \in U(x_0)\right)$$

$$f(x) = f(x_0) + D(x_0) \cdot (x - x_0) + o(x - x_0),$$

где $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{o(x - x_0)}{x - x_0} = 0.$

Пусть f – функция, определённая на множестве $M \subset R^1$ и дифференцируемая в точке $x_0 \in M$. Тогда величина $D(x_0)$, определённая предельным соотношением

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = D(x_0),$$

называется **первой производной функции** f **в точке** x_0 и обозначается

$$\frac{df}{dx}(x_0) \equiv f'(x_0) \equiv f^{(1)}(x_0).$$

Линейная по смещению $x - x_0$ часть

$$df(x_0) \overset{def}{=} \frac{df}{dx}(x_0)(x - x_0) \equiv f'(x_0)(x - x_0)$$

приращения функции

$$\Delta f(x_0) = f(x) - f(x_0)$$

дифференцируемой в точке x_0 функции f, называется **первым дифференциалом** этой функции в точке x_0.

Пусть функции f, f_1, f_2 определены на одном и том же множестве M и дифференцируемы в точке $x_0 \in M$. Тогда справедливы следующие утверждения:

1) сумма $f_1 + f_2$ дифференцируема в точке x_0 и имеет место формула

$$\frac{d\left(f_1+f_2\right)}{dx}\left(x_0\right)=\frac{df_1}{dx}\left(x_0\right)+\frac{df_2}{dx}\left(x_0\right);$$

2) если $c\in R^1$, то функция cf дифференцируема в точке x_0 и имеет место формула

$$\frac{d\left(cf\right)}{dx}\left(x_0\right)=c\frac{df}{dx}\left(x_0\right);$$

3) произведение $f_1 f_2$ дифференцируемо в точке x_0 и имеет место формула

$$\frac{d\left(f_1 f_2\right)}{dx}\left(x_0\right)=\frac{df_1}{dx}\left(x_0\right)f_2\left(x_0\right)+f_1\left(x_0\right)\frac{df_2}{dx}\left(x_0\right);$$

4) если $f\left(x_0\right)\neq 0$, то функция $1/f$ дифференцируема в точке x_0 и имеет место формула

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{f}\right)\left(x_0\right)=-\frac{1}{\left[f\left(x_0\right)\right]^2}\frac{df}{dx}\left(x_0\right);$$

5) если $f_2\left(x_0\right)\neq 0$, то частное f_1/f_2 дифференцируемо в точке x_0 и имеет место формула

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{f_1}{f_2}\right)\left(x_0\right)=\frac{1}{\left[f_2\left(x_0\right)\right]^2}\left[\frac{df_1}{dx}\left(x_0\right)f_2\left(x_0\right)-f_1\left(x_0\right)\frac{df_2}{dx}\left(x_0\right)\right].$$

Примеры с решением

Пример 3. 2.1. Найти производную функцию и дифференциал для функции, определённой формулой

$$f\left(x\right)=4x^5-25x^{1/5}-2\sqrt{x^3}+7\sqrt[4]{x^{17}}\,.$$

Р е ш е н и е. Для решения задачи используем правило вычисления производной суммы (дифференцируемых) функций, правило вычисления производной функции на число, а также табличную производную $\left(x^\alpha\right)'=\alpha\cdot x^{\alpha-1}$:

$$f'\left(x\right)=\left(4x^5-25x^{1/5}-2\sqrt{x^3}+7\sqrt[4]{x^{16}}\right)'=$$

$$=\left(4x^5-25x^{1/5}-2x^{3/2}+7x^4\right)'=20x^4-5x^{-4/5}-3x^{1/2}+\frac{119}{4}x^{\frac{13}{4}}=$$

$$= 20x^4 - \frac{5}{\sqrt[5]{x^4}} - 3\sqrt{x} + \frac{119}{4}\sqrt[4]{x^{13}}.$$

Так как дифференциал функции (в произвольной точке x) $df(x) = f'(x)dx$, то имеем:

$$df(x) = \left(20x^4 + 9x^2 - \frac{5}{\sqrt[5]{x^4}} - 3\sqrt{x} + \frac{119}{4}\sqrt[4]{x^{13}}\right)dx. \otimes$$

Пример 3. 2.2. Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x) = \frac{g_1(x)}{g_2(x)} = \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 2x + 5}.$$

Р е ш е н и е. В этом примере следует воспользоваться правилом дифференцирования частного двух (дифференцируемых) функций

$$f'(x) = \left(\frac{g_1}{g_2}\right)'(x) = \frac{g_1'(x)\cdot g_2(x) - g_1(x)\cdot g_2'(x)}{[g_2(x)]^2},$$

для чего вычислим сначала производные числителя и знаменателя:

$$f'(x) = \left(x^2 - 2x + 3\right)' = 2x - 2,\ g'(x) = \left(x^2 + 2x + 5\right)' = 2x + 2$$

(здесь мы воспользовались тем, что согласно таблице производных производная постоянной равна нулю, а производная степенной функции вычисляется по формуле $\left(x^\alpha\right)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$).

Теперь используем правило дифференцирования частного:

$$f'(x) = \left[\frac{g_1(x)}{g_2(x)}\right]' = \frac{g_1'(x)\cdot g_2(x) - g_1(x)\cdot g_2'(x)}{[g_2(x)]^2} = \left[\frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 2x + 5}\right]' =$$

$$= \frac{(2x-2)\left(x^2 + 2x + 5\right) - \left(x^2 - 2x + 3\right)(2x+2)}{\left(x^2 + 2x + 5\right)^2} =$$

$$= \frac{4x^2 + 4x - 16}{\left(x^2 + 2x + 5\right)^2} = 4\frac{x^2 + x - 4}{\left(x^2 + 2x + 5\right)^2}. \otimes$$

Пример 3. 2.3. Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x) = a^2 \cdot (x - a)\cdot\left(x^2 + ax + a^2\right) + x^2 - 2bx + b^2,$$

и вычислить $f'(5)$ при $a = 3,\ b = 10.$

Р е ш е н и е. Имеем:

$$f'(x)=\left[a^2\cdot(x-a)\cdot\left(x^2+ax+a^2\right)+x^2-2bx+b^2\right]'=$$

$$=a^2\left(x^3-a^3\right)'+\left(x^2-2bx+b^2\right)'=3a^2x^2+2(x-b).$$

Далее получаем при $a=3,\ b=10$:

$$f'(5)=3\cdot3^2\cdot5^2+2\cdot(5-10)=675-10=665.\ \otimes$$

Пример 3. 2.4. Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x)=\frac{x^2+2\cos x}{\sin x}.$$

Р е ш е н и е. Используя правило дифференцирования частного двух функций и табличные производные для синуса и косинуса, имеем:

$$f'(x)=\frac{d}{dx}\left[\frac{x^2+2\cos x}{\sin x}\right]=\frac{(2x-2\sin x)\cdot\sin x-\left(x^2+2\cos x\right)\cdot\cos x}{\sin^2 x}=$$

$$=\frac{2x\sin x-x^2\cos x-2\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)}{\sin^2 x}=\frac{2x\sin x-x^2\cos x-2}{\sin^2 x}=$$

$$=\frac{2x}{\sin x}-x^2\frac{ctgx}{\sin x}-\frac{2}{\sin^2 x}.\ \otimes$$

Пример 3. 2.5. Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x)=\frac{2x-1}{\sqrt{x^2+1}}.$$

Р е ш е н и е. Используя правило дифференцирования частного двух функций и формулу дифференцирования композиции функций

$$(g\circ f)'(x)=g'(f(x))\cdot f'(x),$$

имеем:

$$f'(x)=\frac{(2x-1)'\sqrt{x^2+1}-\left(\sqrt{x^2+1}\right)'(2x-1)}{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2}=$$

$$= \frac{2\sqrt{x^2+1} - \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\left(x^2+1\right)'(2x-1)}{x^2+1} =$$

$$= \frac{2\sqrt{x^2+1} - \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}2x(2x-1)}{x^2+1} = \frac{2x^2+2-2x^2+x}{\left(x^2+1\right)\sqrt{x^2+1}} =$$

$$= \frac{x+2}{\left(x^2+1\right)\sqrt{x^2+1}} = \frac{x+2}{\left(x^2+1\right)^{3/2}}. \otimes$$

Пример 3. 2.6. Найти производную функцию для функции, действие которой определённо формулой

$$f(x) = \ln\left(x+1+\sqrt{x^2+2x+3}\right).$$

Р е ш е н и е. Используя правила рациональных операций с производными функций и табличную производную от логарифма, получаем:

$$f'(x) = \left[\ln\left(x+1+\sqrt{x^2+2x+3}\right)\right]' =$$

$$= \frac{1}{x+1+\sqrt{x^2+2x+3}} \cdot \left(x+1+\sqrt{x^2+2x+3}\right)' =$$

$$= \frac{1+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{x^2+2x+3}}\cdot 2\cdot(x+1)}{x+1+\sqrt{x^2+2x+3}} =$$

$$= \frac{x+1+\sqrt{x^2+2x+3}}{\left(x+1+\sqrt{x^2+2x+3}\right)\cdot\left(\sqrt{x^2+2x+3}\right)} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+3}}. \otimes$$

Пример 3. 2.7. Найти производную функцию для функции, определённой формулой $f(x) = \frac{\ln x}{x}$, и вычислить производные $f'(e),\ f'\left(\frac{1}{e}\right),\ f'\left(e^2\right).$

Р е ш е н и е. Сначала находим производную функцию:

$$f'(x)=\frac{d}{dx}\left(\frac{\ln x}{x}\right)'=\frac{\frac{1}{x}\cdot x-\ln x}{x^2}=\frac{1-\ln x}{x^2}.$$

Вычисляем производные в указанных точках:

$$f'(e)=\frac{1-\ln e}{e^2}=0;\ f'\left(\frac{1}{e}\right)=\frac{1-\ln\left(\frac{1}{e}\right)}{\left(\frac{1}{e}\right)^2}=\frac{1+1}{\frac{1}{e^2}}=2e^2;$$

$$f'\left(e^2\right)=\frac{1-2\ln e}{\left(e^2\right)^2}=\frac{1-2}{e^4}=-e^{-4}.\otimes$$

Пример 3. 2.8. Найти производную функцию $f''(x)$ для функции f, если $f(x)=e^{-x^2}$.

Р е ш е н и е. Используя формулу для нахождения производной сложной функции, имеем:

$$f'(x)=\left(e^{-x^2}\right)'=e^{-x^2}\cdot(-1)\cdot 2x=-2x\cdot e^{-x^2},$$

$$f''(x)=\left(-2x\cdot e^{-x^2}\right)'=-2\cdot e^{-x^2}-2x\cdot\left(-2x\cdot e^{-x^2}\right)=\left(4x^2-2\right)\cdot e^{-x^2}=$$

$$=2\cdot\left(2x^2-1\right)\cdot e^{-x^2}.\otimes$$

Пример 3. 2.9[*)]**.** Найти производную функцию $f'''(x)$ для функции f, если $f(x)=x^2\cdot\sin x.$

Р е ш е н и е. Используя формулу для нахождения производной сложной функции, имеем:

$$f'(x)=\left(x^2\cdot\sin x\right)=2x\sin x+x^2\cos x;$$

$$f''(x)=2\sin x+4x\cos x-x^2\sin x;$$

$$f'''(x)=6\cos x-6x\sin x-x^2\cos x.\otimes$$

Рассмотрим случай мультипликативных функций, которые могут быть записаны в виде $(\forall x\in M)$

$$f(x)=g_1^{\alpha_1}(x)g_2^{\alpha_2}(x)\ldots g_m^{\alpha_m}(x),$$

где $M \subset R^1$ – общее множество определения для функций $g_k^{\alpha_k}(x)$, а числа α_k $(k = 1, 2, \ldots, m)$ – показатели степени. Предположим, что функция f удовлетворяет условию

$$(\forall x \in M)\ f(x) = g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \ldots g_m^{\alpha_m}(x) > 0.$$

Найти производную функции $f(x)$, очевидно, затруднительно даже для малых $(k = 1, 2, \ldots)$. Поступим следующим образом.

Введём новую функцию:

$$u(x) = \ln f(x) = \ln\left[g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \ldots g_m^{\alpha_m}(x)\right].$$

Нетрудно видеть, что эта функция имеет вид

$$u(x) = \ln f(x) = \ln\left[g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \ldots g_m^{\alpha_m}(x)\right] =$$
$$= \alpha_1 \ln g_1(x) + \alpha_2 \ln g_2(x) + \ldots + \alpha_m \ln g_m(x).$$

Дифференцируя функцию

$$u(x) = \ln f(x)$$

с учётом последнего равенства, получаем:

$$u'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)} \Rightarrow f'(x) = f(x) \cdot u'(x);$$

$$u'(x) = \alpha_1 \frac{g_1'(x)}{g_1(x)} + \alpha_2 \frac{g_2'(x)}{g_2(x)} + \ldots + \alpha_m \frac{g_m'(x)}{g_m(x)}.$$

Из последних двух равенств следует, что

$$f'(x) = f(x) \cdot u'(x) =$$
$$= g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \ldots g_m^{\alpha_m}(x) \left[\alpha_1 \frac{g_1'(x)}{g_1(x)} + \alpha_2 \frac{g_2'(x)}{g_2(x)} + \ldots + \alpha_m \frac{g_m'(x)}{g_m(x)}\right].$$

Выражение

$$u' = (\ln(f(x)))' = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

называется ***логарифмической производной функции*** $f(x)$.

Пример 3. 2.10. Найти производную функцию для функции

$$f(x)=\frac{x}{(x+1)\cdot(x+2)}.$$

Р е ш е н и е. Имеем:

$$u=\ln f=\ln x-\ln(x+1)-\ln(x+2).$$

Далее получаем:

$$u'=\frac{f'(x)}{f(x)}=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}=\frac{-(x^2-2)}{x\cdot(x+1)\cdot(x+2)}.$$

Используя формулу для логарифмической производной, имеем

$$f'(x)=f(x)\cdot u'(x)=$$

$$=\frac{x}{(x+1)\cdot(x+2)}\cdot\frac{-(x^2-2)}{x\cdot(x+1)\cdot(x+2)}=\frac{-(x^2-2)}{(x+1)^2\cdot(x+2)^2}.\otimes$$

Пример 3. 2.11[*)]**.** Найти производную функцию для функции

$$f(x)=x^2\cdot\sqrt{\frac{2x-1}{x+1}}.$$

Р е ш е н и е. Логарифмируя, имеем:

$$u(x)=\ln f(x)=2\ln x+\frac{1}{2}\ln(2x-1)-\frac{1}{2}\ln(x+1).$$

Откуда получаем

$$u'(x)=\frac{f'(x)}{f(x)}=\frac{2}{x}+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{2x-1}-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x+1}=\frac{8x^2+7x-4}{2\cdot x\cdot(x+1)\cdot(2x-1)},$$

$$f'(x)=x^2\sqrt{\frac{2x-1}{x+1}}\cdot\frac{8x^2+7x-4}{2\cdot x\cdot(x+1)\cdot(2x-1)}=\frac{x\cdot(8x^2+7x-4)}{2\cdot(x+1)\cdot(2x-1)}\cdot\sqrt{\frac{2x-1}{x+1}}.\otimes$$

Если функция, определённая формулой $y=f(x)$, задана неявно, то есть посредством уравнения $F(x,\,y)=0$, то для нахождения производной функции нужно продифференцировать это уравнение (то есть, обе его части) по x, помня, что $y=f(x)$, и разрешить уравнение относительно y'.

Пример 3. 2.12. Найти первую производную функцию для функции $y = f(x)$, заданной неявно уравнением

$$y = \cos(x + y).$$

Р е ш е н и е. Дифференцируем обе части уравнения

$$y = \cos(x + y),$$

помня, что $y = f(x)$, получаем:

$$y' = (\cos(x + y))' = -\sin(x + y) \cdot (1 + y'),$$

откуда имеем $y' = \dfrac{-\sin(x + y)}{1 + \sin(x + y)}$. $\otimes$

Пример 3. 2.13. Найти вторую производную функцию для функции $y = f(x)$, заданной неявно уравнением

$$y^3 - 3y + 3x = 1.$$

Р е ш е н и е. Дифференцируя по x обе части уравнения, имеем

$$3y^2 y' - 3y' + 3 = 0 \Rightarrow y^2 y' - y' + 1 = 0,$$

откуда

$$y' = \frac{1}{1 - y^2}.$$

Дифференцируя ещё раз, получаем

$$2yy' y' + y^2 y'' - y'' = 0,$$

откуда имеем

$$y'' = \frac{2y(y')^2}{1 - y^2}.$$

Заменяя y' полученным выше выражением, получаем окончательно:

$$y'' = \frac{2y(y')^2}{1 - y^2} = \frac{2y}{(1 - y^2)^3}. \otimes$$

Пусть функция $y = f(x)$ задана параметрически, то есть

$$\begin{cases} y = \psi(t), \\ x = \varphi(t). \end{cases}$$

Тогда

$$dy = \psi'(t)dt,\ dx = \varphi'(t)dt,$$

откуда имеем:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)},\ \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{dy}{dx}\right)}{\dfrac{dx}{dt}} = \frac{\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\psi'(t)}{dx}\right)}{\varphi'(t)}.$$

Пример 3. 2.14. Найти первую и вторую производную функцию для функции y, заданной параметрически

$$\begin{cases} y = t^2 - 1, \\ x = t^3 + 5. \end{cases}$$

Р е ш е н и е. Непосредственно находим:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y'(t)}{x'(t)} = \frac{2}{3t^2};\ \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{dy}{dx}\right)}{\dfrac{dx}{dt}} = \frac{\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{2}{3t^2}\right)}{2t} = -\frac{2}{3t^2}.$$

Так как из второго уравнения для x имеем $t = \sqrt[3]{x-5}$, отсюда получаем:

$$y_x'' = \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{2}{3\cdot\sqrt[3]{(x-5)^2}}. \otimes$$

Пример 3. 2.15[*)]**.** Найти первую производную функцию для функции y, заданной параметрически

$$\begin{cases} y = 3\sin t, \\ x = 3\cos t. \end{cases}$$

Р е ш е н и е. Имеем: $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y'(t)}{x'(t)} = -\dfrac{3\cos t}{3\sin t} = -ctgt. \otimes$

Пример 3. 2.16. Найти дифференциал функции, определённой формулой

$$y(x)=\frac{3\cdot\cos x}{2x+1}.$$

Р е ш е н и е. Находим дифференциал функции y, используя определение:

$$dy=y'(x)dx=-3\frac{2x\sin x+\sin x+2\cos x}{(2x+1)^2}dx.\otimes$$

Пример 3. 2.17. Найти дифференциал функции, определённой формулой

$$y(x)=e^{x^3}.$$

Р е ш е н и е. Путём непосредственного дифференцирования получаем:

$$dy=y'(x)dx=\left(e^{x^3}\right)'=3x^2e^{x^3}dx.\otimes$$

Пример 3. 2.18. Найти дифференциалы первого, второго и третьего порядков функции, определённой формулой

$$y=f(x)=\left(2x^2-3\right)^5.$$

Р е ш е н и е. Для первого дифференциала имеем:

$$df(x)=5\cdot\left(2x^2-3\right)^4\cdot 4x\cdot dx=20x\left(2x^2-3\right)^4dx.$$

Аналогично, для второго и третьего дифференциалов получаем:

$$d^2df(x)=\left|20x\left(2x^2-3\right)^4\right|(dx)^2=60\cdot\left(2x^2-3\right)^3\left(6\cdot x^2-1\right)\cdot(dx)^2;$$

$$d^3df(x)=\left|12\cdot x\cdot\left(2x^2-3\right)^2\cdot\left(6x^2-1\right)+12\cdot x\cdot\left(2x^2-3\right)^3\right|\cdot(dx)^3=$$

$$=720x\cdot\left(2x^2-3\right)^2\cdot\left(8x^2-4\right)\cdot(dx)^3=$$

$$=2880\cdot x\cdot\left(2x^2-3\right)^2\cdot\left(2x^2-1\right)\cdot(dx)^3.\otimes$$

Пример 3. 2.19. Вычислить приближённо $\sin 32^0$.

Р е ш е н и е. Используя приближённую формулу

$$f(x)\approx f(x_0)+f'(x_0)\cdot(x-x_0),$$

получаем:

$$f(x)\approx f(x_0)+\frac{df}{dx}(x_0)\cdot(x-x_0)=f(x_0)+df(x_0).$$

Определяя функцию f формулой $f(x)=\sin x$, видим, что нам нужно вычислить значение $f(x)$ в точке $x=32^0$ при $x_0=30^0$, или в радианах $x=\frac{\pi}{180}\cdot 32,\ x_0=\frac{\pi}{6}$. Учитывая, что $\frac{d\sin(x)}{dx}=\cos x$, имеем:

$$\sin x \approx \sin x_0 + \cos x_0 \cdot (x - x_0),$$

или

$$\sin 32^0 \approx \sin\frac{\pi}{6} + \cos\frac{\pi}{6}\cdot\left(\frac{32}{180}\cdot\pi - \frac{\pi}{6}\right) =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\pi}{90} \approx 0{,}5 + \frac{1{,}73\cdot 3{,}14}{90} \approx 0{,}5 + 0{,}03 = 0{,}53.$$

Для сравнения табличное значение с точностью до четырёх знаков $\sin 32^0 = 0{,}5299$. $\otimes$

Пример 3. 2.20[*)]**.** Вывести приближённую формулу

$$\sqrt{a^2+h} \approx a + \frac{h}{2a}.$$

Найти приближённо значения $\sqrt{101}$, $\sqrt{1{,}04}$.

Р е ш е н и е. Рассмотрим функцию f, определив её формулой $f(x)=\sqrt{x}$. По приближённой формуле

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\cdot(x - x_0)$$

имеем:

$$\sqrt{x_0+\Delta x} \approx \sqrt{x_0} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{x_0}}\cdot\Delta x.$$

Полагая здесь $x_0 = a^2$, $\Delta x = h$, получаем требуемую формулу:

$$\sqrt{a^2+h} \approx \sqrt{a^2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{a^2}}\cdot h = a + \frac{h}{2a}.$$

Вычислим $\sqrt{101}$ и $\sqrt{1{,}04}$:

$$\sqrt{101}=\sqrt{100+1}=\sqrt{10^2+1}\approx 10+\frac{1}{20}=10{,}05;$$

$$\sqrt{1{,}04}=\sqrt{1+0{,}04}\approx 1+\frac{0{,}04}{2}=1{,}02.\ \otimes$$

Пример 3. 2.21[*)]**.** Найти приближённо приращение

$$\Delta f(x)=f(x)-f(x_0)$$

функции, определённой формулой $y=x^2$ при $x_0=2,\ \Delta x=x-x_0=0{,}01.$

Р е ш е н и е. Из приближённой формулы

$$f(x)\approx f(x_0)+f'(x_0)\cdot(x-x_0)$$

имеем

$$f(x)-f(x_0)\approx \frac{df}{dx}(x_0)\cdot(x-x_0)=df(x_0).$$

Подставляя в формулу $x_0=2,\ \Delta x=x-x_0=0{,}01$, получаем:

$$\Delta f(x)=f(x)-f(x_0)=(2+0{,}01)^2-2^2\approx 2\cdot 2\cdot 0{,}01=0{,}04.\ \otimes$$

Практическое занятие 4. Основные теоремы дифференциального исчисления

Предварительные сведения

Говорят, что функция $f: M\to f(M)$ имеет в точке $x_0\in M$ **локальный максимум** (**локальный минимум**), если существует такая окрестность $U(x_0)$ точки x_0, что

$$f(x_0)=\max_{U\cap M} f\ \left(f(x_0)=\min_{U\cap M} f\right).$$

Теорема Ферма. Если функция f определена и дифференцируема на открытом множестве $J=(a,b)$ и имеет в точке $x_0\in J$ локальный экстремум (всё равно, максимум или минимум), то $\frac{df}{dx}(x_0)=0$.

Теорема Ролля. Если функция f определена и непрерывна на замкнутом и ограниченном промежутке $\overline{J}=[a,b]$ и дифференцируема на соответствующем открытом промежутке $J=(a,b)$, причём $f(a)=f(b)=c$, то

$$(\exists x_0 \in J):\ \frac{df}{dx}(x_0) = 0.$$

Теорема Лагранжа. Если функция f определена и непрерывна на замкнутом и ограниченном промежутке $\overline{J} = [a, b]$ и дифференцируема на соответствующем открытом промежутке $J = (a, b)$, то

$$(\exists x_0 \in (a, b)):\ f'(x_0) \equiv \frac{df}{dx}(x_0) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

Теорема Коши. Если функции f и g непрерывны на замкнутом и ограниченном промежутке $\overline{J} = [a, b]$ и дифференцируемы на открытом промежутке $J = (a, b)$, причём

$$(\forall x \in J)\ \frac{dg}{dx}(x) \neq 0,$$

то $g(b) \neq g(a)$ и

$$(\exists x_0 \in J):\ \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}.$$

Теорема Тейлора. Если функция $f : J \to f(J)$ непрерывна на замкнутом и ограниченном промежутке $[x_0, x] \subset J$ и $n+1$ раз дифференцируема на соответствующем открытом промежутке (x_0, x), а её производные до порядка n включительно имеют предельные значения $f^{(k)}(x_0)$, $(k = 0, 1, 2, \ldots, N)$, то существует точка $\xi \in (x_0, x)$ такая, что для функции f справедливо представление

$$f(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{d^k f}{dx^k}(x_0)\frac{(x - x_0)^k}{k!} + \frac{d^{n+1} f}{dx^{n+1}}(\xi)\frac{(x - x_0)^{n+1}}{(n+1)!}.$$

Примеры с решением

Пример 3.3.1. Выяснить, удовлетворяет ли функция, заданная формулой

$$f(x) = 3 - x^2$$

условиям теоремы Ферма на промежутке $(1, 4)$.

Р е ш е н и е. Данная функция на промежутке $(1,4)$ монотонно убывает и, следовательно, достигает своего максимума в точке 1, а минимума в точке 4. Следовательно, в промежутке $(1, 4)$ не существует точки x_0 локального экстремума, в которой $f'(x_0) = 0$. Поэтому данная функция условиям теоремы Ферма на данном промежутке не удовлетворяет. $\otimes$

Пример 3.3.2. Выяснить, удовлетворяет ли функция, определённая формулой

$$f(x)=3+2x-x^2,$$

на промежутке $[0,4]$ условиям теоремы Ферма. Если функция условиям теоремы Ферма удовлетворяет, найти точку $x_0 \in (0,4)$, в которой $f'(x_0)=0$.

Р е ш е н и е. На промежутке $(0,4)$ функция дифференцируема, следовательно $(\exists x_0 \in (0,4))f'(x_0)=0$. Находим эту точку:

$$f'(x)=2-2x \Rightarrow 2-2x_0=0 \Rightarrow x_0=1. \otimes$$

Пример 3.3.3. Выяснить, удовлетворяет ли функция, определённая формулой

$$f(x)=x^2+6x-35,$$

на промежутке $[-5,-1]$ условиям теоремы Ролля. Если функция условиям теоремы Ролля удовлетворяет, найти точку $x_0 \in (-5,-1)$, в которой $f'(x_0)=0$.

Р е ш е н и е. Функция представляет собой многочлен, который непрерывен и дифференцируем на всей числовой оси. Кроме этого, имеем

$$f(-5)=f(-1)=-40.$$

Поэтому условия теоремы Ролля для данной функции выполнены, следовательно точка $x_0 \in (-5,-1)$, в которой $f'(x_0)=0$, существует. Найдём её:

$$f'(x_0)=0 \Rightarrow 2x_0+6=0 \Rightarrow x_0=-3. \otimes$$

Пример 3.3.4. На дуге кривой, определяемой уравнением

$$y=x^3-3x$$

найти точку, в которой касательная параллельна хорде, проходящей через точки $A(-1;2)$ и $B(3;18)$.

Р е ш е н и е. Функция определена на промежутке $[-1,3]$, непрерывна на этом промежутке и дифференцируема на открытом промежутке $(-1,3)$. Условия теоремы Лагранжа выполнены. Следовательно, по теореме Лагранжа найдётся такая точка $x_0 \in (-1,3)$, что

$$f'(x_0)=\frac{f(3)-f(-1)}{3-(-1)}=4.$$

Так как $f'(x)=\left(x^3-3x\right)'=3x^2-3$, то имеем $3x^2-3=4$. Из этого уравнения находим $x_{01}=+\sqrt{\frac{7}{3}}$, $x_{02}=-\sqrt{\frac{7}{3}}$. Так как из этих двух точек $x_{01}\in[-1,3]$ а $x_{02}\notin[-1,3]$, то $x_0=x_{01}=\sqrt{\frac{7}{3}}$. $\otimes$

Пример 3.3.5. В какой точке касательная к кривой, определённой уравнением

$$y=f(x)=x^2-8x,$$

параллельна хорде, стягивающей точки $A(-1;9)$, $B(5;-15)$.

Р е ш е н и е. На промежутке $[-1,5]$ функция удовлетворяет условиям теоремы Лагранжа. Поэтому имеем:

$$\frac{f(5)-f(-1)}{5-(-1)}=\frac{-24}{6}=-4\Rightarrow f'(x_0)\equiv 2x_0-8=-4\Rightarrow x_0=2.$$

Подставляя это значение x в формулу для функции, получаем

$$y=f(2)=-12.$$

Таким образом, искомой является точка $C(2;-12)$. $\otimes$

Пример 3.3.6. Проверить справедливость теоремы Коши для функций, заданных формулами

$$f(x)=x^3,\ g(x)=x^2$$

на промежутке $[1,2]$. Если теорема Коши справедлива, найти точку x_0, в которой выполняется равенство

$$\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}=\frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}.$$

Р е ш е н и е. Обе функции непрерывны на промежутке $[1,2]$ и дифференцируемы на промежутке $(a,b)=(1,2)$, причём $(\forall x\in(a,b))g(x)\neq 0$. Поэтому условия теоремы Коши выполнены. Так как

$$f'(x)=3x^2,\ g'(x)=2x,$$

то из условия

$$\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}=\frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}=\frac{7}{3}$$

находим

$$\frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}=\frac{3x_0^2}{2x_0}=\frac{3}{2}x_0=\frac{7}{3}\Rightarrow x_0=\frac{14}{9}.\ \otimes$$

Пример 3.3.7. Проверить справедливость теоремы Коши для функций, заданных формулами

$$f(x)=x^2-2x+3,\ g(x)=x^3-7x^2+20x-5$$

на промежутке $[1,\ 4]$. Если теорема Коши справедлива, найти точку x_0, в которой выполняется равенство

$$\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}=\frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}.$$

Р е ш е н и е. Обе функции на данном промежутке непрерывны и дифференцируемы. Производные функций, соответственно равны

$$f'(x)=2x-2,\ g'(x)=3x^2-14x+20.$$

Кроме этого, производная функции g в точках промежутка $(1,\ 4)$ не обращается в нуль, так как для дискриминанта уравнения $3x^2-14x+20=0$ имеем $D=b^2-4ac=-44<0$ (график функции g не имеет точек пересечения с осью OX). Следовательно, теорема Коши для данных функций справедлива. Поэтому имеем:

$$\frac{f(4)-f(1)}{g(4)-g(1)}=\frac{11-2}{27-9}=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{2x_0-2}{3x_0^2-14x_0+20}=\frac{1}{2}.$$

Откуда получаем

$$x_0^2-6x_0+8=0\Rightarrow\ x_{01}=4,\ x_{02}=2$$

Так как из этих двух точек промежутку $(1,\ 4)$ принадлежит только точка $x_{02}=2$, то она и является искомой точкой. $\otimes$

Пример 3.3.8. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{-x}}{\ln(1+x)}$.

Р е ш е н и е. Имеем неопределённость

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-e^{-x}}{\ln(1+x)}=\left[\frac{0}{0}\right].$$

Применяя правило Лопиталя, получаем:

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-e^{-x}}{\ln(1+x)}=\lim_{x\to 0}\frac{e^x+x^{-x}}{\frac{1}{1+x}}=\lim_{x\to 0}\left(\left(e^x+x^{-x}\right)\cdot(1+x)\right)=2.\otimes$$

Пример 3.3.9. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+2x^2+x-1}{3x^3-x^2-x+3}$.

Р е ш е н и е. Имеем неопределённость

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^3+2x^2+x-1}{3x^3-x^2-x+3}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right].$$

Применяя правило Лопиталя, получаем:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^3+2x^2+x-1}{3x^3-x^2-x+3}=\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2+4x+1}{9x^2-2x-1}=\lim_{x\to\infty}\frac{6x+4}{18x-2}=\lim_{x\to\infty}\frac{6}{18}=\frac{1}{3}.\otimes$$

Пример 3.3.10. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x^3\cdot e^x\right)$.

Р е ш е н и е. Имеем неопределённость вида $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x^3\cdot e^x\right)=\left[-\infty\cdot 0\right]$. Для раскрытия неопределённости заменим переменную:

$$\lim_{x\to-\infty}\left(x^3\cdot e^x\right)=\{x=-t\}=\lim_{t\to\infty}\left(-t^3\cdot e^{-t}\right)=-\lim_{t\to\infty}\frac{t^3}{e^t}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right].$$

Применяя правило Лопиталя, получаем:

$$\lim_{x\to-\infty}\left(x^3\cdot e^x\right)=-\lim_{t\to\infty}\frac{t^3}{e^t}=-\lim_{t\to\infty}\frac{3t^2}{e^t}=-\lim_{t\to\infty}\frac{6t}{e^t}=-6\cdot\lim_{t\to\infty}\frac{1}{e^t}=0.\otimes$$

Пример 3.3.11. Найти предел $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{\ln x}-\dfrac{1}{x-1}\right)$.

Р е ш е н и е. Имеем неопределённость вида $\left[\infty-\infty\right]$. Для раскрытия неопределённости приводим выражения, стоящие в скобках, к общему знаменателю:

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{\ln x}-\frac{1}{x-1}\right)=\lim_{x\to 1}\left(\frac{x-1-\ln x}{x\cdot\ln x-\ln x}\right).$$

Получаем неопределённость вида $\left[\frac{0}{0}\right]$. Применяя правило Лопиталя два раза, имеем:

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{\ln x}-\frac{1}{x-1}\right)=\lim_{x\to 1}\left(\frac{x-1-\ln x}{x\cdot\ln x-\ln x}\right)=\lim_{x\to 1}\left(\frac{1-\frac{1}{x}}{\ln x+1-\frac{1}{x}}\right)=$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{x\cdot\ln x+1-1}=\lim_{x\to 1}\frac{1}{\ln x+2}=\frac{1}{2}.\otimes$$

Пример 3.3.12. Разложить многочлен

$$P(x)=x^5-2x^4+x^3-x^2+2x-1$$

по степеням $x-1$ по формуле Тейлора.

Р е ш е н и е. В нашем случае формула Тейлора имеет вид:

$$f(x)=\sum_{k=0}^{n}\frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}\cdot(x-x_0)^k=f(x_0)+\frac{f^{(1)}(x_0)}{1!}\cdot(x-x_0)+$$

$$+\frac{f^{(2)}(x_0)}{2!}\cdot(x-x_0)^2+\ldots\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}\cdot(x-x_0)^n,$$

где $x_0=1$. Находим значение многочлена и его производных в точке $x_0=1$:

$$P(x)=x^5-2x^4+x^3-x^2+2x-1,\quad P(1)=0;$$
$$P^{(1)}(x)=5x^4-8x^3+3x^2-2x+2,\quad P^{(1)}(1)=0;$$
$$P^{(2)}(x)=20x^3-24x^2+6x-2,\quad P^{(2)}(1)=0;$$
$$P^{(3)}(x)=60x^2-48x+6,\quad P^{(3)}(1)=18;$$
$$P^{(4)}(x)=120x-48,\quad P^{(4)}(1)=72;$$
$$P^{(5)}(x)=120,\quad P^{(5)}(1)=120.$$

Подставляя найденные производные в формулу Тейлора, получаем:

$$P(x)=3\cdot(x-1)^3+3\cdot(x-1)^4+(x-1)^5.\otimes$$

Пример 3.3.13. Разложить многочлен

$$P(x) = x^4 + 2x^3 - 8x^2 + 4x + 4$$

по степеням $x+1$ по формуле Тейлора.

Р е ш е н и е. Вычисляя значение многочлена и его производных в точке $x_0 = -1$, получаем:

$$P(x) = x^4 + 2x^3 - 8x^2 + 4x + 4, \qquad P(-1) = -9;$$
$$P^{(1)}(x) = 4x^3 + 6x^2 - 16x + 4, \qquad P^{(1)}(-1) = 22;$$
$$P^{(2)}(x) = 12x^2 + 12x - 16, \qquad P^{(2)}(-1) = -16;$$
$$P^{(3)}(x) = 24x + 12, \qquad P^{(3)}(-1) = -12;$$
$$P^{(4)}(x) = 24, \qquad P^4(-1) = 24.$$

Подставляя найденные производные в формулу Тейлора, получаем:

$$P(x) = -9 + \frac{22}{1!}\cdot(x+1) + \frac{-16}{2!}\cdot(x+1)^2 + \frac{-12}{3!}\cdot(x+1)^3 +$$
$$+ \frac{24}{4!}\cdot(x+1)^4 = -9 + 22\cdot(x+1) - 8\cdot(x+1)^2 -$$
$$- 2\cdot(x+1)^3 + (x+1)^4. \quad \otimes$$

Пример 3.3.14. Представить функцию $f(x) = e^x$ в виде разложения по формуле Маклорена.

Р е ш е н и е. Формула Маклорена имеет вид:

$$f(x) = f(0) + \sum_{k=1}^{n} \frac{d^k f}{dx^k}(0)\frac{x^k}{k!} + \frac{d^{n+1} f}{dx^{n+1}}(\xi)\frac{x^{n+1}}{(n+1)!}.$$

Очевидно выполнение равенств: $(\forall n \in N)$

$$f(0) = \frac{df}{dx}(0) = \frac{d^2 f}{d^2 x}(0) = \ldots = \frac{d^n f}{d^n x}(0) = e^0 = 1.$$

Кроме этого, очевидно, что $\frac{d^{n+1} f}{d^{n+1} x}(x) = e^x$.

Тогда формула Маклорена с остаточным членом в форме Лагранжа принимает вид:

$$e^x = 1 + \sum_{k=1}^{n} \frac{x^k}{k!} + e^{\xi} \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}.$$

В этой формуле можно положить $\xi = \theta \cdot x$, где $0 < \theta < 1$. $\otimes$

Приведём вид формулы Тейлора с **остаточным членом в форме Пеано**:

$$f(x) = f(x_0) + \frac{df}{dx}(x_0) \cdot \frac{x - x_0}{1!} + \frac{d^2 f}{dx^2}(x_0) \cdot \frac{(x - x_0)^2}{2!} + \ldots +$$

$$+ \frac{d^n f}{dx^n}(x_0) \cdot \frac{(x - x_0)^n}{n!} + \frac{d^{n+1} f}{dx^{n+1}}(x_0) \cdot \frac{(x - x_0)^{n+1}}{(n+1)!}.$$

Здесь многочлен Тейлора

$$T_n(x_0, x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{d^k f}{dx^k}(x_0) \frac{(x - x_0)^k}{k!} = f(x_0) + \frac{df}{dx}(x_0) \frac{(x - x_0)^1}{1!} +$$

$$+ \frac{d^2 f}{dx^k}(x_0) \frac{(x - x_0)^2}{2!} + \ldots + \frac{d^n f}{dx^n}(x_0) \frac{(x - x_0)^n}{n!},$$

а остаточный член в форме Лагранжа

$$R_n(x, n) = f(x) - T_n(x_0, x) = f(x) - \sum_{k=0}^{n} \frac{d^k f}{dx^k}(x_0) \cdot \frac{(x - x_0)^k}{k!}.$$

При условии $\Delta x \to 0$ выполняется

$$R_n(x, n) = f(x) - T_n(x_0, x) = o\left((x - x_0)^n\right) = o\left((\Delta x)^n\right).$$

Теперь формулу Тейлора можно записать в виде

$$f(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{d^k f}{dx^k}(x_0) \frac{(x - x_0)^k}{k!} + o\left((\Delta x)^n\right).$$

Последняя форма записи называется ***формулой Тейлора с остаточным членом в форме Пеано***.

Пример 3.3.15. Разложить функцию $f(x) = \sin x$ по формуле Маклорена.

Р е ш е н и е. Рассмотрим производные функции $f(x) = \sin x$ в точке x:

$$\frac{d}{dx} \sin x = \cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\sin x = \frac{d}{dx}\cos(x) = -\sin x = \sin(x+\pi) = \sin\left(x + 2\frac{\pi}{2}\right);$$

……;

$$\frac{d^k}{dx^k}\sin x = \sin\left(x + k\frac{\pi}{2}\right).$$

Кроме этого, имеем

$$\frac{d^{2n+1}}{dx^{2n+1}}\sin(\theta x) = \sin\left(\theta x + (2n+1)\frac{\pi}{2}\right) = (-1)^n \cos\theta x.$$

Действительно, видим, что

$$\sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2} + \theta x\right) = \sin\left(\pi n + \frac{\pi}{2} + \theta x\right) = (-1)^n \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta x\right) = (-1)^n \cos\theta x.$$

Здесь мы положили $\xi = \theta x$, где $0 < \theta < 1$, $x \in (a, b)$.

Формула Маклорена принимает вид

$$\sin x = \sin 0 + \frac{1}{1!}x + 0 - \frac{x^3}{3!} + 0 + \frac{x^5}{5!} + 0 - \frac{x^7}{7!} + \ldots +$$

$$+ (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \alpha^{(2n+1)}(x) =$$

$$= x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}\cos\theta x.$$

В виде разложения по формуле Маклорена с остаточным членом в форме Пеано это разложение записывается так:

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + o\left(x^{2n}\right). \otimes$$

Аналогично можно получить и разложение по формуле Маклорена функции $f(x) = \cos x$:

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \ldots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o\left(x^{2n+1}\right)$$

Пример 3.3.16. Найти предел: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x - x}{x^3}$.

Р е ш е н и е. Записываем для $\sin x$ разложение по формуле Маклорена

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + o\left(x^4\right).$$

Подставляя это разложение, имеем:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x - x}{x^3} = \lim_{x\to 0}\frac{x - \frac{x^3}{3!} - x + o\left(x^4\right)}{x^3} = -\frac{1}{3!} - \lim_{x\to 0}\frac{o\left(x^4\right)}{x^3} = -\frac{1}{6}. \otimes$$

Пример 3.3.17. Найти предел: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{-\frac{x^2}{2}} - \cos x}{x^3 \cdot \sin x}$.

Р е ш е н и е. Используем разложение для e^x, $\sin x$ и $\cos x$. Получаем:

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{-\frac{x^2}{2}} - \cos x}{x^3 \cdot \sin x} = \lim_{x\to 0}\frac{1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{8} + o\left(x^4\right) - 1 + \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{24}}{x^3 \cdot \left(x + \alpha_{(2)}(x)\right)} =$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{\frac{x^4}{8} - \frac{x^4}{24} + o\left(x^4\right)}{x^4 + o\left(x^5\right)} = \lim_{x\to 0}\frac{\frac{1}{8} - \frac{1}{24} + \frac{o\left(x^4\right)}{x^4}}{1 + \frac{o\left(x^5\right)}{x^4}} = \frac{1}{12}. \otimes$$

Практическое занятие 5. Исследование функций одного переменного

Предварительные сведения

Пусть функция $f: J \to f(J)$ дифференцируема на множестве $J = (a, b)$ и монотонно возрастает (монотонно убывает) на нём. Тогда на этом множестве её производная неотрицательна (неположительна), то есть

$$(\forall x \in (a, b))\ f'(x) \geq 0\ (f'(x) \leq 0).$$

Пусть функция $f: J \to f(J)$ дифференцируема на $J = (a, b)$ и существует точка $x_0 \in (a, b)$ такая, что $f'(x_0) = 0$. Тогда если при переходе через точку x_0 в направлении

роста аргумента x производная f' функции f меняет знак с «плюса» на «минус» (с «минуса» на «плюс»), то в точке x_0 функция имеет локальный максимум (локальный минимум). Если же знак производной f' при переходе через точку x_0 не меняется, то функция в точке x_0 экстремума не имеет.

График G_f функции $f: J \to f(J)$, дифференцируемой на $J = (a, b)$, называется **выпуклым в окрестности** $U(x_0)$ **точки** $x_0 \in J$, если точки $(x;\ f(x))$, где $x \in U(x_0)$, графика лежат ниже касательной к графику в точке x_0. Если же все точки $(x;\ f(x))$, где $x \in U(x_0)$, графика G_f функции лежат выше касательной к нему в точке x_0, то график называется **вогнутым в окрестности** $U(x_0)$ **точки** x_0. ●

Пусть функция $f: J \to f(J)$ определена и дифференцируема на множестве $J = (a, b)$ и $x_0 \in (a, b)$. Тогда если при переходе через точку x_0 (в направлении роста аргумента x) график функции G_f меняет выпуклость на вогнутость (или наоборот), то точка $(x_0;\ f(x_0))$ называется **точкой перегиба** графика функции.

Пусть $f: J \to f(J)$, где $J = (a, b)$. Тогда, если вторая производная функция f'' для функции f во всех точках множества J положительна (отрицательна), то график функции G_f является вогнутым (выпуклым) на этом множестве.

Пусть дана функция $f: M \to f(M)$ и G_f – её график. Прямая линия, с уравнением $x = a$, где $a \in M$, называется **вертикальной асимптотой графика функции** f, если хотя бы один из односторонних пределов

$$\lim_{x \to a+0} f(x),\ \lim_{x \to a-0} f(x)$$

не существует.

Прямая линия с уравнением

$$y = kx + b$$

называется **наклонной асимптотой графика** G_f **функции** $f: M \to f(M)$ (**правой** при $x \to +\infty$ и **левой** при $x \to -\infty$), если

$$\lim_{x \to \pm\infty} [f(x) - (kx + b)] = 0.$$

Справедливо представление

$$f(x) = (kx + b) + \alpha(x),$$

где $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \alpha(x) = 0$. Нетрудно видеть также, что справедливы формулы:

$$k = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x},\ b = \lim_{x \to \pm\infty} [f(x) - kx].$$

Примеры с решением

Пример 3.4.1. Найти промежутки монотонности функции, определённой формулой $f(x)=x^3+3x^2-9x-2.$

Р е ш е н и е. Множеством определения функции является вся числовая ось. Находим первую производную функции

$$f'=3x^2+6x-9=3\left(x^2+2x-3\right)=3(x+1)^2-12.$$

Поэтому имеем:

$$f'>0\Rightarrow x^2+2x-3>0\Rightarrow 3\cdot(x+1)^2-12>0;$$

$$f'<0\Rightarrow x^2+2x-3<0\Rightarrow 3\cdot(x+1)^2-12<0.$$

Корни уравнения

$$x^2+2x-3=0$$

есть

$$x_1=-3,\ x_2=1.$$

График функции – парабола, ветви которой направлены вверх, а вершина находится в точке с координатами $x_0=-1,\ y_0=-12$. Следовательно, неравенство $f'(x)>0$ выполняется при $x<-3$ и $x>1$, а неравенство $f'(x)<0$ при $-3<x<1.$

На множестве $(-\infty,-3)\cup(1,+\infty)$ функция строго монотонно возрастает, а на множестве $(-3,1)$ строго монотонно убывает. $\otimes$

Пример 3.4.2. Предприятие производит x единиц продукции в месяц. Зависимость финансовых накоплений предприятия от объёма выпуска выражается формулой

$$\Phi=-0{,}01\cdot x^3+300\cdot x-500.$$

Определить количество единиц продукции, начиная с которого финансовые накопления предприятия начинают убывать.

Р е ш е н и е. Производная от Φ равна:

$$\Phi'=-0{,}03\cdot x^2+300.$$

Финансовые накопления убывают, если

$$\Phi'=-0{,}03\cdot x^2+300<0,$$

откуда имеем $x^2 - 10000 > 0$. Из последнего неравенства получаем: $x_1 > 100$, $x_2 < -100$. Имеет экономический смысл только неравенство $x_1 > 100$. Следовательно, при $x > 100$ финансовые накопления предприятия начинают убывать, то есть повышать выпуск продукции свыше 100 единиц становится экономически не выгодно. $\otimes$

Пример 3.4.3. Исследовать на наличие локальных экстремумов функцию, заданную формулой $f(x) = x^3 - 5x + 2$.

Р е ш е н и е. 1) Производная функция для функции f есть

$$f'(x) = 3x^2 - 5.$$

2) Находим критические точки функции, решая уравнение

$$3x^2 - 5 = 0.$$

Корни уравнения (критические точки) есть $x_1 = -\sqrt{\frac{5}{3}}, x_2 = +\sqrt{\frac{5}{3}}$.

3) Выясняем вопрос о наличии локальных экстремумов функции согласно теореме, для чего определяем знаки производной $f'(x)$ справа и слева от каждой критической точки, результаты заносим в таблицу:

x	$x < -\sqrt{\frac{5}{3}}$	$x_1 = -\sqrt{\frac{5}{3}}$	$-\sqrt{\frac{5}{3}} < x < \sqrt{\frac{5}{3}}$	$x_2 = \sqrt{\frac{5}{3}}$	$x > \sqrt{\frac{5}{3}}$
$f'(x)$	+	0	–	0	+
f		Максимум $f(x_1) = 6{,}3$		Минимум $f(x_2) = -2{,}3$	

4. Вычисляем значения функции в точках x_1, x_2 и результаты вычислений тоже заносим в таблицу.

Получаем следующий результат: функция имеет в точке

$$x_1 = -\sqrt{\frac{5}{3}}$$

локальный максимум $f(x_1) = 6{,}3$, а в точке

$$x_2 = +\sqrt{\frac{5}{3}}$$

– локальный минимуму $f(x_2) = -2{,}3.$ ⊗

Пример 3.4.4. Найти экстремумы функции, определённой формулой

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + 4x + 3.$$

Р е ш е н и е. Множеством определения функции является вся числовая ось R.

1) Находим производную функции:

$$f'(x) = x^2 + 5x + 4.$$

2) Находим критические точки функции, для чего решаем уравнение

$$x^2 + 5x + 4 = 0.$$

В результате решения имеем корни: $x_1 = -1,\ x_2 = -4$. Критические точки разбивают R^1 на промежутки

$$-\infty < x < -4,\ -4 < x < -1,\ -1 < x < \infty.$$

3) Исследуем поведение первой производной функции в полученных промежутках:

в промежутке $(-\infty, -4)$ имеем $y' > 0$;

в промежутке $(-4, -1)$ имеем $y' < 0$;

в промежутке $(-1, \infty)$ имеем $y' > 0$.

Следовательно, в точке -4 имеем **максимум**; в точке -1 имеем **минимум**.

4) Вычисляем экстремальные значения функции:

$$\max f(x) = f(-4) \approx 5{,}67;\ \min f(x) = f(-1) = 1{,}17.$$ ⊗

Пример 3.4.5. Найти экстремумы функции, определённой формулой

$$f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 10.$$

Р е ш е н и е. 1) Находим производную функции:

$$f'(x) = 15x^4 - 15x^2.$$

2) Находим критические точки функции, для чего решаем уравнение

$$15x^4 - 15x^2 = 0,\ x^4 - x^2 = 0,\ x^2 \cdot (x-1) \cdot (x+1) = 0.$$

Имеем три корня: $x_1 = 0,\ x_2 = 1,\ x_3 = -1.$

3) Находим вторую производную функцию:

$$f''(x) = 60 \cdot x^3 - 30 \cdot x.$$

4) Находим вторую производную в критических точках:

$$f''(0) = 0;\ f''(1) = 30;\ f''(-1) = -30.$$

В точке $x_2 = 1$ функция имеет **минимум**, а в точке $x_3 = -1$ - **максимум**. В точке $x_1 = 0$ функция экстремума не имеет, так как первая производная при переходе через эту точку не меняет своего знака. $\otimes$

Промежутки выпуклости и вогнутости и асимптоты графика функции

Пример 3.4.6. Найти промежутки выпуклости и вогнутости и точки перегиба графика функции, заданной формулой:

$$f(x) = (x^2 + 7x) \cdot \sqrt[3]{x} - 5x - 8.$$

Р е ш е н и е. Множество определения функции $M = R$. Преобразованная формула

$$f(x) = x^{\frac{7}{3}} + 7 \cdot x^{\frac{4}{3}} - 5x - 8.$$

1) Находим нули и точки разрыва второй производной функции, для чего находим $f''(x)$:

$$f'(x) = \frac{7}{3} \cdot x^{\frac{4}{3}} + \frac{28}{3} \cdot x^{\frac{1}{3}} - 5;$$

$$f''(x) = \frac{28}{9} \cdot x^{\frac{1}{3}} + \frac{28}{9} \cdot x^{-\frac{2}{3}} = \frac{28}{9} \cdot \frac{x+1}{\sqrt[3]{x^2}}.$$

Очевидно, что точка $x = -1$ является нулём второй производной $f''(x)$, а точка $x = 0$ является точкой разрыва второго рода второй производной $f''(x)$. Эти точки делят множество определения функции $f(x)$ на промежутки

$$(-\infty, -1), (-1, 0), (0, +\infty).$$

2) Определяем знак второй производной в полученных промежутках:

$$(\forall x \in (-\infty, -1))\ f''(x) < 0;$$

$$(\forall x \in (-1, 0))\ f''(x) > 0;$$

$$(\forall x \in (0, +\infty))\ f''(x) > 0.$$

Следовательно: на $(-\infty, -1)$ график функции ***выпуклый***; на $(-1, 0) \cup (0, +\infty)$ график функции ***вогнутый***.

3) Так как функция в точке $x_0 = -1$ определена, а $f''(-1) = 0$, то в точке $x_0 = -1$ график функции испытывает перегиб, а точка

$$(x_0;\ f(x_0)) = (-1; 3)$$

является точкой перегиба графика функции. $\otimes$

Пример 3.4.7. Найти асимптоты графика функции, заданной формулой:

$$f(x) = \frac{-x^2 + 7x}{x - 3}.$$

Р е ш е н и е. 1) Точка $x = 3$ является точкой разрыва второго рода, следовательно, график функции имеет вертикальную асимптоту с уравнением $x = 3.$

2) По определению асимптоты, функция может быть представлена в виде

$$f(x) = (kx + b) + \alpha(x),$$

где $\alpha(x)$ – бесконечно малая функция при неограниченном удалении точки графика от начала системы координат более высокого порядка, чем x, то есть

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{\alpha(x)}{x} = 0.$$

Чтобы записать функцию в указанном виде, разделим числитель на знаменатель с остатком:

$$\frac{-x^2 + 7x}{x - 3} = -x + 4 + \frac{12}{x - 3}.$$

Так как

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{12}{x - 3} = 0,$$

график функции имеет наклонную асимптоту с уравнением $y=-x+4$. $\otimes$

Пример 3.4.8. Найти асимптоты графика функции, заданной формулой:

$$f(x)=\sqrt{1+x^2}-2x.$$

Р е ш е н и е. $1)$ Так как функция определена на всей числовой оси, вертикальных асимптот нет.

$2)$ Из представления функции в виде

$$f(x)=(kx+b)+\alpha(x)$$

Следует, что для нахождения наклонных асимптот нужно найти правый и левый пределы, которые равны соответственно

$$k_+=\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x},\ b_+=\lim_{x\to+\infty}[f(x)-kx],$$

$$k_-=\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x},\ b_-=\lim_{x\to-\infty}[f(x)-kx].$$

Правый предел:

$$k_1=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{1+x^2}-2x}{x}=\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{\frac{1}{x^2}+1}-2\right)=-1;$$

$$b_1=\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{1+x^2}-2x+x\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{1+x^2}-x\right)=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{1+x^2}+x}=0.$$

Правая наклонная асимптота графика функции имеет уравнение

$$y=-x.$$

Левый предел:

$$k_2=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{1+x^2}-2x}{x}=\{x=-z\}=\lim_{z\to+\infty}\frac{\sqrt{1+z^2}+2z}{-z}=$$

$$=-\lim_{z\to+\infty}\left(\sqrt{\frac{1}{z^2}+1}+2\right)=-3;$$

$$b_2 = \lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{1+x^2}-2x+3x\right)= \lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{1+x^2}+x\right)=$$

$$= \lim_{x\to-\infty}\frac{1}{\sqrt{1+x^2}-x}=0.$$

Левая наклонная асимптота графика функции имеет уравнение

$$y=-3x.\otimes$$

Пример 3.4.9. Исследовать функцию, заданную формулой $y(x)=x\cdot e^{-x}$.

Р е ш е н и е. 1) Множеством определения функции служит всё множество действительных чисел R.

2) Нуль функции – точка $x=0$, причём $\lim\limits_{x\to0}y(x)=0$. Следовательно, функция в точке $x=0$ асимптот не имеет.

3) Находим критические точки функции:

$$y'(x)=e^{-x}-x\cdot e^{-x}=e^{-x}\cdot(1-x)\Rightarrow x=1.$$

4) Имеем два промежутка $(-\infty,1)$ и $(1,\infty)$. На этих промежутках

$$(\forall x\in(-\infty,1))\ y'(x)>0,$$

$$(\forall x\in(1,\infty))\ y'(x)<0,$$

соответственно. Следовательно, при $x\in(-\infty,1)$ функция строго монотонно возрастает, а при $x\in(1,\infty)$ функция строго убывает.

5) Вторая производная функции равна

$$y''(x)=-e^{-x}\cdot(1-x)-e^{-x}=e^{-x}\cdot(x-2).$$

Так как в точке $x=1$ вторая производная равна

$$y''(1)=\frac{1-2}{e}=-\frac{1}{e}<0,$$

то функция в этой точке имеет локальный максимум, равный $\frac{1}{e}$.

6) Вторая производная функции в точке $x=2$ обращается в нуль, а при переходе через это точку меняет знак с минуса на плюс. Следовательно, график функции при $x=2$ имеет перегиб,

причём при $x<2$ график функции выпуклый, а при $x>2$ – вогнутый. Значение функции в точке перегиба равно

$$y(2)=2\cdot e^{-2}=\frac{2}{e^2}.\otimes$$

Практическое занятие 6. Интегрируемость функции одного переменного

Предварительные сведения

Определённым интегралом от определённой на промежутке $[a,b]$ функции f называется предел последовательности интегральных сумм Римана

$$\int_a^b f(x)dx \overset{def}{=} \lim_{d\to 0}\sum_{k=1}^{n} f(\xi_k)\cdot(x_k-x_{k-1}),$$

если он существует. Можно показать, что этот предел существует для непрерывной на $[a,b]$ функции.

Свойства определённого интеграла:

1) $\int_a^a f(x)dx=0$;

2) $\int_a^b f(x)dx=-\int_b^a f(x)dx$;

3) $\int_a^b\big(f(x)+g(x)\big)dx=\int_a^b f(x)dx+\int_a^b g(x)dx$;

4) $\int_a^b c\cdot f(x)dx=c\cdot\int_a^b f(x)dx$;

5) $\int_a^b f(x)dx=\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx$ при $a<c<b$;

6) $\int_a^b f(x)dx>0$, если $(\forall x\in[a,b])\ f(x)>0$.

Пусть f и F – две функции, определённые на открытом промежутке $M=(a,b)\subset R^1$. Функция F называется **первообразной (примитивной) функцией** для функции f на промежутке M, если она дифференцируема на этом промежутке и выполняется следующее условие:

$$(\forall x\in(a,b))\ \frac{d}{dx}F(x)=f(x).$$

Неопределённым интегралом от функции f на промежутке (a,b) действительной числовой оси называется бесконечное множество $H(x)$ всех её первообразных. Неопределённый интеграл обозначается так:

$$H(x)=\int f(x)dx=F(x)+C.$$

Если F – первообразная функция для функции f на промежутке $\overline{J}=[a,b]$, то определённый интеграл от функции f по заданному промежутку равен разности значений первообразной на концах промежутка (формула Ньютона-Лейбница):

$$\int_a^b f(x)dx = F(b)-F(a).$$

Примеры с решением

Пример 3.5.1. Найти неопределённый интеграл

$$I=\int \sqrt[3]{x^2}\,dx.$$

Р е ш е н и е. Непосредственно имеем:

$$\int \sqrt[3]{x^2}\,dx=\int x^{2/3}dx=\frac{x^{5/3}}{5/3}+C=\frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5}+C.\otimes$$

Пример 3.5.2. Найти неопределённый интеграл

$$I=\int\left(6x^2-3\sqrt{x}+5\right)dx.$$

Р е ш е н и е. Используя свойства неопределённого интеграла и таблицу первообразных, получаем:

$$\int\left(6x^2-3\sqrt{x}+5\right)dx=6\int x^2dx-3\int x^{\frac{1}{2}}dx+5\int dx=$$

$$=2x^3-2x^{3/2}+5x+C=2x^3-2\sqrt{x^3}+5x+C,$$

где все постоянные интегрирования объедены в одну постоянную C. $\otimes$

Пример 3.5.3. Найти неопределённый интеграл

$$I=\int\left(5x^2+11-3\sin x+\frac{2}{x}-\frac{1}{\sin^2 x}\right)dx.$$

Р е ш е н и е. Используя свойства неопределённого интеграла и табличные первообразные, имеем:

$$\int\left(5x^2+11-3\sin x+\frac{2}{x}-\frac{1}{\sin^2 x}\right)dx=$$

$$=5\int x^2dx+11\int dx-3\int \sin x dx+2\int\frac{dx}{x}-\int\frac{dx}{\sin^2 x}=$$

$$= \frac{5}{3}x^3 + 11x + 3\cos x + 2\ln|x| + ctgx + C. \otimes$$

По определению логарифмической производной имеем:

$$y(x) = \ln(f(x)) \Rightarrow \frac{dy}{dx}(x) = \frac{d}{dx}(\ln(f(x))) = \frac{1}{f(x)} \cdot \frac{df}{dx}(x) \equiv \frac{f'(x)}{f(x)}.$$

Тогда по определению неопределённого интеграла имеем:

$$\int (\ln f(x))' dx = \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int \frac{f'(x)dx}{f(x)} = \int \frac{df(x)}{f(x)} = \ln(f(x)) + C.$$

Этот метод нахождения неопределённого интеграла называется ***методом подведения под дифференциал***.

Пример 3.5.4. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{dx}{x+1}.$$

Р е ш е н и е. Замечая, что $dx = d(x+1)$ и, используя табличную первообразную для функции $\frac{1}{x}$, в соответствии с формулой подведения под дифференциал получаем:

$$\int \frac{dx}{x+1} = \int \frac{d(x+1)}{x+1} = \ln|x+1| + C. \otimes$$

Пример 3.5.5. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{dx}{ax+b}.$$

Р е ш е н и е. Замечая, что $dx = \frac{1}{a}d(ax+b)$, имеем:

$$\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a}\int \frac{d(ax+b)}{ax+b} = \frac{1}{a}\ln|ax+b| + C. \otimes$$

Пример 3.5.6. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{xdx}{1+x^2}.$$

Р е ш е н и е. Так как $xdx = \frac{1}{2}d\left(1+x^2\right)$, получаем:

$$\int \frac{xdx}{1+x^2} = \frac{1}{2}\int \frac{d\left(1+x^2\right)}{1+x^2} = \frac{1}{2}\ln\left(1+x^2\right)+C. \otimes$$

Пример 3.5.7. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{3x+2}{x+5}dx.$$

Р е ш е н и е. Преобразуем подынтегральную функцию:

$$\frac{3x+2}{x+5} \equiv \frac{3x+15-13}{x+5} = \frac{3\left(x+5\right)}{x+5} - \frac{13}{x+5} = 3 - \frac{13}{x+5}.$$

Используя свойства неопределённого интеграла и табличные первообразные, получаем:

$$\int \frac{3x+2}{x+5}dx = \int\left(3-\frac{13}{x+5}\right)dx = 3\int dx - 13\int \frac{1}{x+5}dx =$$

$$= 3x - 13\ln\left|x+5\right| + C. \otimes$$

Пусть функция $x = \varphi(t)$ определена на промежутке $\overline{J} \in \left[\alpha, \beta\right]$, имеет непрерывную производную на $\left(\alpha, \beta\right)$ и принимает значения в промежутке $\overline{M} \in \left[a, b\right]$, а функция $f : \overline{M} \to f\left(\overline{M}\right)$ – непрерывная функция, определённая при всех $x \in \overline{M}$. Тогда в неопределённом интеграле

$$I = \int f(x)dx + C$$

можно заменить переменную x функцией $\varphi\left(t\right)$ от переменной t, причём dx заменяется на $\frac{d\phi}{dt}(t)dt$, то есть, справедлива формула **замены переменной**

$$\int f(x)dx = \int f\left(\phi(t)\right)\frac{d\phi}{dt}(t)dt + C.$$

Если функции u и v имеют непрерывные производные $\frac{du}{dx}$ и $\frac{dv}{dx}$, то

$$\int u\left(x\right)dv\left(x\right) = u\left(x\right)v\left(x\right) - \int v\left(x\right)du\left(x\right)$$

(**формула интегрирования по частям**).

Пример 3.5.8. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \sqrt{x+3}dx.$$

Р е ш е н и е. Заменяя переменную по формуле $t = x+3 \Rightarrow dx = dt$, получаем:

$$\int \sqrt{x+3}dx = \int \sqrt{t}dt = \int t^{1/2}dt = \frac{2}{3}t^{3/2} + C = \frac{2}{3}\sqrt{(x+3)^3} + C. \otimes$$

Пример 3.5.9. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{x^2+1}{(x^3+3x+1)^4}dx.$$

Р е ш е н и е. Заменяя переменную

$$t = x^3+3x+1 \Rightarrow dx = \frac{1}{3}\frac{dt}{x^2+1},$$

получаем:

$$\int \frac{x^2+1}{(x^3+3x+1)^4}dx = \frac{1}{3}\int \frac{dt}{t^4} = -\frac{1}{9t^3} + C = -\frac{1}{9(x^3+3x+1)^3} + C. \otimes$$

Пример 3.5.10. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int x \cdot \cos x dx.$$

Р е ш е н и е. Замечая, что $\cos x dx = d(\sin x)$ и используя формулу интегрирования по частям, получаем:

$$\int x \cdot \cos x dx = \left\{ \begin{matrix} u = x, & du = dx, \\ dv = \cos x dx \equiv d(\sin x), & v = \sin x \end{matrix} \right\} =$$

$$= x \cdot \sin x - \int \sin x dx + C = x \cdot \sin x + \cos x + C. \otimes$$

Пример 3.5.11. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int x \cdot \ln x dx.$$

Р е ш е н и е. Интегрируя по частям, получаем:

$$\int x \cdot \ln x dx = \left\{ \begin{matrix} u = \ln x, & du = \dfrac{dx}{x}, \\ dv = x dx, & v = \dfrac{x^2}{2} \end{matrix} \right\} = \frac{x^2}{2} \cdot \ln x - \frac{1}{2}\int x dx + C =$$

$$= \frac{x^2}{2} \cdot \ln x - \frac{x^2}{4} + C. \otimes$$

Пример 3.5.12. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_0^1 x^2 dx$$

по формуле Ньютона-Лейбница, дать геометрическую интерпретацию.

Р е ш е н и е. Проводя непосредственное интегрирование и применяя формулу Ньютона-Лейбница, получаем: $\int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3}\Big|_0^1 = \frac{1}{3}$. Полученное число $\frac{1}{3}$ имеет смысл площади криволинейного треугольника с вершинами в точках

$$O(0,0),\ A(1,1),\ B(1,0).\ \otimes$$

Пример 3.5.13. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{dx}{\cos^2 x}.$$

Р е ш е н и е. Используя таблицу первообразных и формулу Ньютона-Лейбница, получаем:

$$\int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx\Big|_{\pi/6}^{\pi/4} = tg\frac{\pi}{4} - tg\frac{\pi}{6} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}.\ \otimes$$

Пример 3.5.14. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_1^2 2^{3x-4} dx.$$

Р е ш е н и е. Используем методом “подведения под дифференциал”:

$$\int_1^2 2^{3x-4} dx = \left\{ dx = \frac{1}{3} d(3x-4) \right\} = \frac{1}{3}\int_1^2 2^{3x-4} d(3x-4) =$$

$$= \left\{ \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \right\} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2^{3x-4}}{\ln 2}\Big|_1^2 = \frac{1}{3\ln 2}\left(4 - \frac{1}{2}\right) = \frac{7}{6\ln 2}.\ \otimes$$

Пример 3.5.15. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_0^1 x \cdot \left(2 - x^2\right)^5 dx.$$

Р е ш е н и е. Для решения воспользуемся методом замены переменной. Введём новую переменную $t = 2 - x^2$. Дифференциал новой переменной равен

$$dt = d\left(2 - x^2\right) = -2xdx \Rightarrow xdx = -\frac{1}{2}dt.$$

Пределы изменения новой переменной определяются так:

$$x = 0 \Rightarrow t = 2;\ x = 1 \Rightarrow t = 1.$$

Учитывая эти формулы, получаем:

$$\int_0^1 x \cdot \left(2 - x^2\right)^5 dx = \left\{ \begin{array}{l} dt = d\left(2 - x^2\right) = -2xdx;\ xdx = -\frac{1}{2}dt; \\ x = 0 \Rightarrow t = 2;\ x = 1 \Rightarrow t = 1. \end{array} \right\} =$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot \int_2^1 t^5 dt = \frac{1}{2}\int_1^2 t^5 dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} \cdot t^6 \Big|_1^2 = \frac{1}{12} \cdot \left(64 - 1\right) = \frac{63}{12} = \frac{21}{4}. \otimes$$

Пример 3.5.16. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx.$$

Р е ш е н и е. Используя замену переменной интегрирования $t = \ln x$, имеем:

$$\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx = \left\{ \begin{array}{l|l} t = \ln x, & x = 1 \Rightarrow t = 0, \\ dt = \frac{dx}{x}, & x = e \Rightarrow t = 1. \end{array} \right\} = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3}\Big|_0^1 = \frac{1}{3}. \otimes$$

Пример 3.5.17. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_0^1 x \cdot e^{-x} dx.$$

Р е ш е н и е. Данный интеграл вычисляется методом «интегрирования по частям»:

$$\int_0^1 x \cdot e^{-x} dx = \left\{ \begin{array}{ll} u = x, & du = dx, \\ dv = e^{-x}dx, & v = \int e^{-x}dx = -e^{-x}. \end{array} \right\} =$$

$$= x \cdot e^{-x}\Big|_0^1 - \int_0^1 e^{-x} d\left(-x\right) = -x \cdot e^{-x}\Big|_0^1 - e^{-x}\Big|_0^1 =$$

$$= -e^{-1} - e^{-1} + 1 = 1 - 2 \cdot e^{-1} = 1 - 2/e = e - 2/e. \otimes$$

Задания для самостоятельной работы

1. Выяснить тип монотонности последовательностей:

1) $\left(\frac{n}{2n+1}\right)$; 2) $\left(\frac{n}{5^n}\right)$; 3) $\left(\frac{n}{4n-3}\right)$; 4) $\left(\frac{n}{n+1}\right)$; 5) $\left(1+\frac{1}{2^n}\right)$.

2. Используя определение, показать, что $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = x_0$, если:

1) $x_n = \frac{3n+1}{5n+2}$, $x_0 = \frac{3}{5}$; 2) $x_n = \frac{2n-2}{3n-1}$, $x_0 = \frac{2}{3}$;

3) $x_n = \frac{4n-2}{2n+3}$, $x_0 = 2$; 4) $x_n = \frac{4n^2+1}{n^2+2}$, $x_0 = 4$;

5) $x_n = \frac{3-n^3}{1+n^3}$, $x_0 = -1$; 6) $x_n = \frac{6n-2}{2n+1}$, $x_0 = 3$;

7) $x_n = \frac{3+8n^2}{1+4n^2}$, $x_0 = 2$; 8) $x_n = \frac{5n+2}{3n+1}$, $x_0 = \frac{5}{3}$.

3. Вычислить предел последовательности:

1) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1-n}{n}$; 2) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{3n-2}{2n+5}$;

3) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(5-n)^2+(5+n)^2}{(5-n)^2-(5+n)^2}$; 4) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(4-n)^3-(2-n)^3}{(1-n)^2-(2+n)^4}$;

5) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(3+n)^2-(2+n)^2}{(2+n)^2-(1-n)^2}$; 6) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(2+n)^3}{(n+2)^2-(n+1)^3}$;

7) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(n+2)^2-(n+5)^3}{(3-n)^3}$; 8) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^2+\frac{n}{2^n}}{n^2-1}$;

9) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^3}{n^2+1}-\dfrac{3n^2}{3n-1}\right)$; 10) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{a^2n^2+bn}-an\right)$;

11) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n\sqrt[3]{3n^2}+\sqrt[4]{4n^8+1}}{\left(n+\sqrt{n}\right)\sqrt{7-n+n^2}}$; 12) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n-1}-\sqrt{2n^2+3}}{\sqrt[3]{n^3+3}+\sqrt[4]{n^5+2}}$;

13) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{10n^3-\sqrt{n^3+2}}{\sqrt{4n^6+3}-n}$; 14) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n+2}-\sqrt[3]{8n^3+3}}{\sqrt[4]{n+5}+n}$;

15) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^{n+1}+5^{n+1}}{2^n+5^n}$; 16) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(2^{-n}\sin x\right)$;

17) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+2}{n-1}\right)^n$; 18) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2+1}{n^2}\right)^{n^2}$;

19) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2+n+3}{n^2+n-1}\right)^{-n^2}$; 20) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n^2+n+5}{2n^2+n+1}\right)^{3n^2}$;

21) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$; 22) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{3n}\right)^n$.

23. Найти множество определения M и множество значений $f(M)$ функции $f(x)=\lg x$.

24. Найти множество определения M следующих функций:

1) $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}$; 2) $f(x)=\dfrac{2x}{x^2-5x+4}$; 3) $f(x)=(x-2)\cdot\sqrt{\dfrac{x+1}{1-x}}$;

4) $f(x)=\lg(x-2)-\sqrt{\dfrac{x+2}{1-x}}$; 5) $f(x)=\dfrac{3x^2-5x+2}{2x^3-3x^2+x}$.

25. Выяснить, какие из данных функций являются чётными, а какие нечётными:

1) $f(x)=1-x$; 2) $f(x)=x^3+x$; 3) $f(x)=\sqrt{2x-x^2}$;

4) $f(x)=x^5-x^3+x$; 5) $f(x)=x^2+x-1$.

26. Выяснить, является ли данная функция периодической и если функция является периодической, то найти её период:

1) $f(x)=5$; 2) $f(x)=\sin(5x+3)$; 3) $f(x)=\cos x^2$;

4) $f(x)=2[x]+1$, где $[x]$ – целая часть x.

27. Используя определение непрерывности функции по Гейне, доказать, что функция $f(x)=x^2+3x+3$ непрерывна в любой точке действительной числовой оси $(-\infty, +\infty)$.

28. Используя определение непрерывности по Коши показать, что следующие функции непрерывны в заданных точках x_0:

1) $f(x)=3x-5,\ x_0=2$; 2) $f(x)=4x^2-1,\ x_0=2$;

3) $f(x)=-3x^2+8,\ x_0=4$; 4) $f(x)=4x^2+1,\ x_0=8$;

5) $f(x)=\sin x-\cos 2x,\ x_0=\dfrac{\pi}{2}$.

29. Решить неравенство $\dfrac{x^2-5x+6}{x^3-1}<0$.

30. Найти предел данной функции при $x\to x_0$:

1) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x^2-5x+2}{2x^3-3x^2+x}$; 2) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3+3x^2+7x+5}{x^2-x-2}$;

3) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3+x^2-x-1}{x^3-3x-2}$; 4) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4-1}{x^4-x^3+x-1}$;

5) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3-x^2-x-2}{x^3-2x^2+x-2}$ 6) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x^4-a^4}{x^3-a^3}$; 7) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{1+\sin x}{1-\cos 2x}$;

8) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+\sin 2x)}{\sin 3x}$; 9) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x}{\cos 5x-\cos 3x}$; 10) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1+x3^x}{1+x2^x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$;

12) $\lim\limits_{x\to 0}(1-\ln\cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$.

31. Используя свойства бесконечно малых и бесконечно больших функций, найти следующие пределы:

1) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{3x+5}{x-5}$; 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin x}{x}$; 3) $\lim\limits_{x\to 0}\left(x\cdot\cos\dfrac{1}{x}\right)$;

4) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2-x-1}{(x-1)^2}$; 5) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{6-x}}{x^2-4}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+2}{4x^5+x+1}$; 7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2^{x+1}+3^{x+1}}{2^x+3^x}$;

8) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}\right)$; 9) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 6x}{4x}$; 10) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{5}{x}\right)^{3x}$.

32. Используя таблицу производных, найти первую производную функцию для заданной функции и, если требуется, её значение в заданных точках:

1) $f(x)=\ln\dfrac{5-4x^2}{3+7x^2}$, $x_0=3$; 2) $f(x)=\ln\dfrac{(1+x^2)\cdot(1-2x)^3}{(x^2-5)^2}$;

3) $f(x)=x\cdot\ln x$, $x=1$, $x=1x=e$, $x=\dfrac{1}{e}$, $x=\dfrac{1}{e^2}$;

4) $f(x)=\sqrt[8]{x^3}-4x^6+5\ln x-7\cos x+tg(3x^2+2)+ctg6x$;

5) $f(x)=\ln^2(1-\cos x)$; 6) $f(x)=\dfrac{3^x(\sin x+\cos x\cdot\ln 3)}{1+\ln^2 3}$;

7) $f(x)=\ln\sin 3-\dfrac{\cos^2 x}{\sin x}$; 8) $f(x)=\ln(1+\sqrt{thx})$.

33. Найти первую производную и дифференциал функции

$$f(x)=\frac{\ln x}{\sin x}+(1+x^2)\cdot ctgx.$$

34. Найти $f'(0)$ и $df(0)$, если $f(x)=\dfrac{1-10^x}{1+10^x}$.

35. Найти $f'(x)$ и $df(x)$, если $f(x)=\ln(5e^x+7)$.

36. Пусть функции f и g, определённые на одном и том же множестве $M \subset R$, n-раз дифференцируемы на этом множестве. Показать, что сумма и произведение этих функций также n-раз дифференцируемы на M.

37. Найти производные указанных порядков для данных функций:

1) $f(x)=\ln(2x-3),\ f''(x)=?;$

2) $f(x)=\sin 2x+\cos 3x,\ f'''(x)=?;$

3) $f(x)=\dfrac{x+1}{2x+3},\ f'''(x)=?;$

4) $f(x)=\ln(3x+1),\ f'''(x)=?;$

5) $f(x)=3^{2x+1},\ f'''(x)=?;$

6) $f(x)=x^2\cdot\sin x,\ f^{(3)}=?.$

38. Найти производные и дифференциалы указанных порядков:

1) $f(x)=\cos^2 x,\ f''(x)=?, d^2 f(x)=?;$

2) $f(x)=e^x\cos x,\ f^{(3)}(x)=?, d^{(3)} f(x)=?.$

30. Проверить справедливость теоремы Ферма для функции $f(x)=3x^2-1$ на промежутке $[1,2]$.

40. Проверить справедливость теоремы Ролля для функции $f(x)=x$ на промежутке $[0,1]$.

41. Проверить справедливость первой теоремы о среднем для функции $f(x)=2x-x^2$ на промежутке $[1,3]$. Найти точку ξ, удовлетворяющую условию $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(\xi)$.

42. Раскрыть неопределённости по правилам Лопиталя:

1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=\left[\dfrac{0}{0}\right]$; 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+2x^2+x-1}{3x^3-x^2-x+3}=\left[\dfrac{\infty}{\infty}\right]$;

3) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{\ln x}-\dfrac{1}{x-1}\right)=[\infty-\infty]$; 4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{x^2}=\left[\dfrac{0}{0}\right]$;

5) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-3x^2+2}{x^3-4x^2+3}=\left[\dfrac{0}{0}\right]$; 6) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x^2}=\left[\dfrac{\infty}{\infty}\right]$.

43. Найти неопределённые интегралы непосредственным интегрированием, используя свойства неопределённого интеграла и таблицу первообразных:

1) $\int\left(x^6-6x^5+40x^3-24x^2\right)dx$; 2) $\int\sqrt[3]{x^2}\left(8\sqrt[3]{x}-1\right)dx$;

3) $\int\dfrac{\left(4-3\sqrt{x}\right)^2}{x^2}dx$; 4) $\int\dfrac{x+2}{x+3}dx$; 5) $\int\left(\sum\limits_{k=0}^{n}a_k x^k\right)dx$;

6) $\int\left(2x^2+1\right)^3dx$; 7) $\int\left(1+\sqrt{x}\right)^4dx$; 8) $\int\dfrac{(x+1)\cdot\left(x^2-3\right)}{3x^2}dx$;

9) $\int\dfrac{\left(x-\sqrt{x}\right)\cdot\left(1+\sqrt{x}\right)}{\sqrt[3]{x}}dx$; 10) $\int\left(5^x-1\right)\left(5^{-x}+1\right)dx$;

11) $\int\dfrac{x^2+3}{x^2+1}dx$; 12) $\int\dfrac{\cos 2x}{\cos^2 x}dx$; 13) $\int\dfrac{\sin 3x-\sin 5x}{\cos 4x}dx$;

14) $\int\dfrac{2^{x+1}-5^{x-1}}{10^x}dx$; 15) $\int\dfrac{dx}{2+3x^2}dx$.

44. Найти неопределённые интегралы методом подведения под дифференциал:

1) $\int\dfrac{dx}{ax+b}$, где a,b – постоянные;

2) $I=\int\dfrac{xdx}{1+x^2}$;

3) $\int\sqrt{x+3}dx$ (***Указание:*** использовать подстановку $t=x+3$);

4) $I=\int\dfrac{dx}{e^x+e^{-x}}$ (***Указание:*** использовать подстановку $t=e^x$);

5) $\int\dfrac{x^2+1}{\left(x^3+3x+1\right)^4}dx$; 6) $\int\dfrac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$;

7) $\int \frac{3\sqrt{x}+1}{2x\sqrt{x}+x}dx$; 8) $\int \frac{xdx}{\sqrt{1-x^4}}$;

9) $\int \frac{x\cos x+\sin x}{(x\sin x)^3}dx$; 10) $\int \frac{\sin 2x-\cos x}{(\cos^2 x+\sin x)^2}dx$.

45. Найти неопределённые интегралы методом подстановки:

1) $\int x\cdot e^{x^2}dx$ (***Указание:*** использовать подстановку $t=x^2$);

2) $\int \frac{\ln^3 x}{x}dx$; 3) $\int (12x-5)^7 dx$; 4) $\int e^{4-3x}dx$;

5) $\int 6^{5x+2}dx$; 6) $\int \frac{6x-5}{\sqrt{3x^2-5x+4}}dx$; 7) $\int \frac{e^x dx}{2e^x+7}$; 8) $\int \frac{dx}{x\ln x}$;

9) $\int \frac{\sqrt[6]{\ln^5 x}}{x}dx$; 10) $\int \frac{e^{5x}}{4-e^{10x}}dx$; 11) $\int \sin x\cos^2 xdx$;

12) $\int \frac{\cos x}{\sqrt[3]{\sin x}}dx$; 13) $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x\sqrt{\cos x}}dx$;

14) $\int \frac{\sqrt{5tgx}}{\cos^2 x}dx$; 15) $\int e^{4\cos x-1}\sin xdx$.

46. Найти неопределённый интеграл методом интегрирования по частям:

1) $\int x^2\cdot\cos xdx$; 2) $\int x^2\cdot\sin xdx$; 3) $\int x\cdot e^x dx$;

4) $\int (x^2+2x+3)\cdot\cos xdx$; 5) $\int \frac{x}{\sin^2 x}dx$; 6) $\int e^{2x}\cos xdx$;

7) $\int x^2 e^x dx$; 8) $\int x\ln xdx$.

47. Найти определённый интеграл:

1) $\int_0^1 x\cdot e^{-x}dx$; 2) $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x}dx$; 3) $\int_0^r \sqrt{r^2-x^2}dx$;

4) $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x-\cos x}{(\cos x+\sin x)^3}dx$; 5) $\int_1^e \frac{1+\ln^3 x}{x}dx$; 6) $\int_{-2}^5 \sqrt[3]{5x+2}dx$;

7) $\int\limits_{0,5}^{0,5} \frac{3^x}{1+9^x}dx$; 8) $\int\limits_{0}^{0,5} e^{\sin \pi x}\cos \pi x dx$; 9) $\int\limits_{0}^{1} xe^{-x}dx$;

10) $\int\limits_{0}^{\pi} e^x \cos^2 x dx$; 11) $\int\limits_{0}^{\pi} (\pi - x)\sin x dx$; 12) $\int\limits_{-1}^{0} (2x+3)e^{-x}dx$;

13) $\int\limits_{\pi/6}^{\pi/2} \frac{xdx}{\sin^2 x}$; 14) $\int\limits_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{\cos x}{3+\cos x}dx$; 15) $\int\limits_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\cos^2 x}{\sin^4 x}dx$; 16) $\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1+tgx}{\sin 2x}dx$.

ЧАСТЬ 4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

РЯДЫ

Практическое занятие 1. Дифференцируемость функций нескольких переменных

Предварительные сведения

Функция $f: R^n \to R^1$ называется дифференцируемой в области $\Omega \subset R^n$, если выполняется следующее условие:

$$\left(\forall \vec{x}_0 \in \Omega\right)\left(\exists U\left(\vec{x}_0\right) \subset \Omega\right): \left(\forall \vec{x} \in U\left(\vec{x}_0\right)\right)$$

$$f\left(\vec{x}\right) = f\left(\vec{x}_0\right) + \sum_{k=1}^{m} \frac{\partial f}{\partial x^k}\left(\vec{x}_0\right) \cdot \Delta x^k + o\left(\left\|\Delta \vec{x}\right\|\right).$$

Здесь

$$\Delta \vec{x} = \sum_{k=1}^{m} \left(x^k - x_0^k\right)\vec{e}_k \equiv \sum_{k=1}^{m} \Delta x^k \vec{e}_k,$$

$$\lim_{\left\|\Delta \vec{x}\right\| \to 0} \frac{o\left(\left\|\Delta \vec{x}\right\|\right)}{\left\|\Delta \vec{x}\right\|} = 0,$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_k}\left(\vec{x}_0\right) \equiv$$

$$\equiv \lim_{\Delta x^k \to 0} \frac{f\left(x_0^1, \ldots, x_0^{k-1}\, x^k, x_0^{k+1}, \ldots, x_0^m\right) - f\left(x_0^1, \ldots, x_0^{k-1}\, x_0^k, x_0^{k+1}, \ldots, x_0^m\right)}{\Delta x^k} -$$

частная производная по переменной x^k первого порядка.

Частные производные функции нескольких переменных высших порядков находятся посредством рекуррентной формулы:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_p^2}\left(\vec{x}\right) \equiv \frac{\partial}{\partial x_p}\left(\frac{\partial f}{\partial x_p}\right); \frac{\partial}{\partial x_p}\left(\frac{\partial f}{\partial x_k}\right) \equiv \frac{\partial^2 f}{\partial x_p \partial x_k}\left(\vec{x}\right).$$

Вторая формула даёт выражение для смешанной частной производной второго порядка.

Справедлива следующая теорема.

Пусть $f : M \to f(M)$ ($M \subset R^n$ и $f(M) \subset R^1$) – некоторая дифференцируемая в окрестности $U\left(\vec{x}_0\right) \subset M$ точки $\vec{x}_0 \in M$ функция. Тогда, если в окрестности $U\left(\vec{x}_0\right)$ существуют (смешанные) частные производные второго порядка

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_p \partial x_k}\left(\vec{x}\right), \frac{\partial^2 f}{\partial x_k \partial x_p}\left(\vec{x}\right),$$

непрерывные в точке $\vec{x}_0$, то

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_p \partial x_k}\left(\vec{x}_0\right) = \frac{\partial^2 f}{\partial x_k \partial x_p}\left(\vec{x}_0\right).$$

Теорема обобщается и на смешанные производные любого порядка, вычисленные одинаковое число раз по одним и тем же переменным, даже в разном порядке.

Высшие дифференциалы определяются аналогично высшим производным посредством рекуррентной формулы следующего вида

$$d^n f\left(\vec{x}\right) \overset{def}{=} d\left(d^{n-1} f\left(\vec{x}\right)\right).$$

Так, например, второй дифференциал функции $f : M \to f(M)$ в точке $\vec{x} \in M \subset R^n$ вычисляется по формуле:

$$d^2 f\left(\vec{x}\right) = d\left(df\left(\vec{x}\right)\right) = d\left(\sum_{k=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_k}\left(\vec{x}\right) dx_k\right) = \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\sum_{k=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_k}\left(\vec{x}\right) dx_k\right) dx_j.$$

Примеры с решением

Пример 4.1.1. Используя определение, найти первые частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$z(x, y)=x^2y+4x-2y+5,$$

в точке $M_0(5;1)$.

Р е ш е н и е. Для частной производной по переменной x имеем по определению:

$$\frac{\partial z}{\partial x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{z(x_0+\Delta x, y_0)-z(x_0, y_0)}{\Delta x}.$$

Фиксируя значение $y=y_0$, находим сужение функции $z(x, y)$ на прямую линию $y=y_0$, параллельную оси Ox. На этой прямой сужение

$$z(x, y_0)=y_0x^2+4x-2y_0+5$$

функции $z(x, y)$ является функцией одной переменной x. Используем схему нахождения производной функции одного переменного для сужения $z(x, y_0)$.

1) Придавая переменной x приращение Δx в точке $(x_0; y_0)$, получим:

$$z(x_0+\Delta x, y_0)=x_0^2y_0+2x_0y_0\cdot\Delta x+y_0(\Delta x)^2+$$
$$+4x_0+4\cdot\Delta x-2y_0+5.$$

2) Находим приращение функции $z(x, y_0)$ в точке $(x_0; y_0)$, придавая переменной x приращение Δx:

$$z(x_0+\Delta x, y_0)-z(x_0, y_0)=2x_0y_0\cdot\Delta x+y_0(\Delta x)^2+4\cdot\Delta x.$$

3) Находим предел конечно-разностного отношения:

$$\frac{\partial z}{\partial x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{z(x_0+\Delta x, y_0)-z(x_0, y_0)}{\Delta x}=$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{2x_0y_0\cdot\Delta x+y_0(\Delta x)^2+4\Delta x}{\Delta x}=2x_0y_0+4.$$

4) Подставляя координаты точки $(x_0; y_0)=(5;1)$, получаем:

$$\frac{\partial z}{\partial x}(5,1)=\left(2x_0y_0+4\right)\Big|_{\substack{x_0=5\\y_0=1}}=14.$$

Аналогично находим частную производную в точке $(x_0;\,y_0)=(5;1)$ по второй переменной y:

$$\frac{\partial z}{\partial y}(5,1)=\left(x_0^2-2\right)\Big|_{\substack{x_0=5\\y_0=1}}=23.\ \otimes$$

Пример 4.1.2. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x,\,y)=x^3+3x^2y-y^3.$$

Р е ш е н и е. Фиксируя переменные и используя формулу вычисления производной степенной функции, получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x,\,y)=3x^2+6xy;\ \frac{\partial u}{\partial y}(x,\,y)=3x^2-3y^2.\ \otimes$$

Пример 4.1.3. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x,\,y)=\frac{xy}{x+y}.$$

Р е ш е н и е. Фиксируя переменные и используя формулы вычисления производной частного и произведения двух функций, получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x,\,y)=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{xy}{x+y}\right)=\frac{y^2}{(x+y)^2};$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x,\,y)=\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{xy}{x+y}\right)=\frac{x^2}{(x+y)^2}.\ \otimes$$

Пример 4.1.4. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x,\,y)=(1-x)^{y^2}.$$

Р е ш е н и е. Для вычисления частной производной по переменной x фиксируем переменную y и используем формулу для производной степенной функции:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = -y^2(1-x)^{y^2-1}.$$

Для вычисления частной производной по переменной y фиксируем переменную x и используем формулу $\left(a^u\right)' = a^u \ln a \cdot u'$, получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = 2y \cdot (1-x)^{y^2} \cdot \ln(1-x). \otimes$$

Пример 4.1.5. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = x^3y^2 + 2x\ln y + x^y.$$

Р е ш е н и е. Используя таблицу производных, получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = 3x^2y^2 + 2\ln y + yx^{y-1},$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = 2x^3y + \frac{2x}{y} + x^y \ln x. \otimes$$

Пример 4.1.6. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = (1+xy)^y.$$

Р е ш е н и е. Фиксируя переменную y и используя формулу дифференцирования степенной функции, для частной производной по переменной x получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = y(1+xy)^{y-1} \cdot y = y^2(1+xy)^{y-1}.$$

Для вычисления частной производной по переменной y фиксируем переменную x и используем понятие логарифмической производной:

$$z = \ln u(x, y) = y\ln(1+xy) \to z'_y = \ln(1+xy) + \frac{xy}{1+xy} \to$$

$$z' = \frac{u'}{u} \to \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = (1+xy)^y \cdot \ln(1+xy) + (1+xy)^y \frac{xy}{1+xy} =$$

$$= (1+xy)^y \left[\ln(1+xy) + \frac{x \cdot y}{(1+xy)} \right]. \otimes$$

Пример 4.1.7. Найти частные производные первого порядка функции трёх переменных, заданной формулой

$$u(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}}$$

в точке $M_0(1; -1; -2)$.

Р е ш е н и е. Для нахождения частных производных используем таблицу производных и правила дифференцирования функций:

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = -\frac{1}{2} \frac{2x_1}{\left(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2\right)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x_1}{\sqrt{\left(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2\right)^3}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2} = -\frac{1}{2} \frac{2x_2}{\left(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2\right)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x_2}{\sqrt{\left(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2\right)^3}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_3} = -\frac{1}{2} \frac{2x_3}{\left(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2\right)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x_3}{\sqrt{\left(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2\right)^3}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_1}(1; -1; -2) = -\frac{1}{\sqrt{216}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2}(1; -1; -2) = \frac{1}{\sqrt{216}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_3}(1; -1; -2) = -\frac{2}{\sqrt{216}}. \otimes$$

Пример 4.1.8. Найти частные производные первого порядка функции трёх переменных

$$u(x_1, x_2, x_3) = \exp\left(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2\right) \equiv e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$$

в точке $M(0; 1; 2)$.

Р е ш е н и е. Для нахождения частных производных, используя таблицу производных и правила дифференцирования функций, дифференцируем сужения функции на отрезки прямых, параллельных осям системы координат:

$$1)\ \frac{\partial u}{\partial x_1}(x_1,\, x_2,\, x_3) = \frac{\partial}{\partial x_1} e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2} = e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2}\ \frac{\partial}{\partial x_1}\left(x_1^2+x_2^2+x_3^2\right) =$$

$$= 2x_1 e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2},$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_1}(M) = 0;$$

$$2)\ \frac{\partial u}{\partial x_2}(x_1,\, x_2,\, x_3) = \frac{\partial}{\partial x_2} e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2} = e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2}\ \frac{\partial}{\partial x_2}\left(x_1^2+x_2^2+x_3^2\right) =$$

$$= 2x_2 e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2},$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2}(M) = 2e^5;$$

$$3)\ \frac{\partial u}{\partial x_3}(x_1,\, x_2,\, x_3) = \frac{\partial}{\partial x_3} e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2} = e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2}\ \frac{\partial}{\partial x_3}\left(x_1^2+x_2^2+x_3^2\right) =$$

$$= 2x_3 e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2},$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_3}(M) = 4e^5. \otimes$$

Пример 4.1.9. Показать, что функция, заданная формулой

$$z = \ln\left(x^2+y^2\right)$$

удовлетворяет уравнению

$$y\frac{\partial z}{\partial x} - x\frac{\partial z}{\partial y} = 0.$$

Р е ш е н и е. Находим частные производные функции в произвольной точке $(x,\, y)$:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{2x}{x^2+y^2};\ \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2y}{x^2+y^2}.$$

Подставляя в правую часть уравнения, получаем

$$y\frac{\partial z}{\partial x}-x\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{2xy}{x^2+y^2}-\frac{2xy}{x^2+y^2}=0.\otimes$$

Пример 4.1.10. Показать, что функция

$$u(x_1,\,x_2)=x_2\ln\left(x_1^2-x_2^2\right)$$

удовлетворяет уравнению

$$\frac{1}{x_1}\frac{\partial u}{\partial x_1}+\frac{1}{x_2}\frac{\partial u}{\partial x_2}=\frac{u}{x_2^2}.$$

Р е ш е н и е. Находим частные производные данной функции:

$$\frac{\partial u}{\partial x_1}(x_1,\,x_2)=x_2\frac{\partial}{\partial x_1}\ln\left(x_1^2-x_2^2\right)=x_2\frac{1}{x_1^2-x_2^2}\frac{\partial}{\partial x_1}\left(x_1^2-x_2^2\right)=\frac{2x_1x_2}{x_1^2-x_2^2};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2}(x_1,\,x_2)=\ln\left(x_1^2-x_2^2\right)+x_2\frac{\partial}{\partial x_2}\ln\left(x_1^2-x_2^2\right)=$$

$$=\ln\left(x_1^2-x_2^2\right)+x_2\frac{1}{x_1^2-x_2^2}\frac{\partial}{\partial x_2}\left(x_1^2-x_2^2\right)=\ln\left(x_1^2-x_2^2\right)-\frac{2x_2^2}{x_1^2-x_2^2}.$$

Полученные выражения подставим в левую часть уравнения:

$$\frac{1}{x_1}\frac{2x_1x_2}{x_1^2-x_2^2}+\frac{1}{x_2}\left[\ln\left(x_1^2-x_2^2\right)-\frac{2x_2^2}{x_1^2-x_2^2}\right]=$$

$$=\frac{2x_2}{x_1^2-x_2^2}-\frac{2x_2}{x_1^2-x_2^2}+\frac{\ln\left(x_1^2-x_2^2\right)}{x_2}=\frac{u(x_1,\,x_2)}{x_2^2}.$$

Таким образом, приходим к тождеству:

$$\frac{u(x_1,\,x_2)}{x_2^2}=\frac{u(x_1,\,x_2)}{x_2^2}.$$

То есть функция $u(x_1,\,x_2)=x_2\ln\left(x_1^2-x_2^2\right)$ удовлетворяет данному уравнению

$$\frac{1}{x_1}\frac{\partial u}{\partial x_1}+\frac{1}{x_2}\frac{\partial u}{\partial x_2}=\frac{u}{x_2^2}.\otimes$$

Пример 4.1.11. Найти частные производные до второго порядка включительно функции двух переменных, заданной формулой:

$$u(x, y) = x^4 + 5x^2y^2 + 6xy + 5.$$

Р е ш е н и е. Имеем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = 4x^3 + 10xy^2 + 6y; \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = 10x^2y + 6x;$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) = 12x^2 + 10y^2; \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y) = 10x^2;$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}(x, y) = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}(x, y) = 20xy + 6. \otimes$$

Пример 4.1.12. Найти частные производные до второго порядка включительно функции двух переменных

$$u(x, y) = e^x \ln y.$$

Р е ш е н и е. Имеем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = e^x \ln y; \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = \frac{e^x}{y};$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) = e^x \ln y; \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y) = -\frac{e^x}{y^2};$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}(x, y) = \frac{e^x}{y}. \otimes$$

Пример 4.1.13. Найти частные производные до второго порядка включительно функции двух переменных $u(x, y) = \sin(x + y)$.

Р е ш е н и е. Имеем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = \cos(x + y); \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = \cos(x + y);$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) = -\sin(x + y); \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y) = -\sin(x + y);$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}(x, y) = -\sin(x+y). \otimes$$

Пример 4.1.14. Найти частные производные до второго порядка включительно функции двух переменных

$$u(x_1, x_2) = x_1^{x_2}.$$

Р е ш е н и е. 1) Находим частные производные первого порядка:

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = x_2 x_1^{x_2-1}, \frac{\partial u}{\partial x_2} = x_1^{x_2} \ln x_1.$$

2) Находим частные производные второго порядка, дифференцируя частные производные первого порядка:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} = x_2(x_2-1)x_1^{x_2-2},$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_2 \partial x_1} = x_1^{x_2-1} + x_2 x_1^{x_2-1} \ln x_1 = x_1^{x_2-1}(1 + x_2 \ln x_1),$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} = x_2 x_1^{x_2-1} \ln x_1 + x_1^{x_2} \frac{1}{x_1} = x_1^{x_2-1}(1 + x_2 \ln x_1),$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} = x_1^{x_2} (\ln x_1)^2. \otimes$$

Пример 4.1.15. Вычислить полный дифференциал функции двух переменных, заданной формулой

$$z = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

в точке $M_0(1; -1)$.

Р е ш е н и е. Находим частные производные функции:

1) $$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{1}{2} \frac{2x}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x}{\sqrt{(x^2+y^2)^3}},$$

$$\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=1\\y=-1}} = -\frac{1}{2^{\frac{3}{2}}} = -\frac{\sqrt{2}}{4};$$

2) $$\frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{1}{2}\frac{2y}{\left(x^2+y^2\right)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{y}{\left(x^2+y^2\right)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{y}{\sqrt{\left(x^2+y^2\right)^3}},$$

$$\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{\substack{x=1\\y=-1}} = \frac{1}{2^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{4};$$

3) $dz(1,-1) = -\frac{\sqrt{2}}{4}dx + \frac{\sqrt{2}}{4}dy$. $\otimes$

Пример 4.1.16. Вычислить приближённо $(0{,}98)^{2{,}01}$.

Р е ш е н и е. Рассмотрим функцию $z = x^y$. В точке $(1;\ 2)$ значение функции $z(1;\ 2) = 1$. Вычислим значение функции в точке $(0{,}98;\ 2{,}01)$. Имеем $\Delta x = -0{,}02$, $\Delta y = 0{,}01$. Находим частные производные функции $z = x^y$ в точке $(1;\ 2)$:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = yx^{y-1} \Rightarrow \left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=1\\y=2}} = 2;$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = x^y \ln x \Rightarrow \left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=1\\y=2}} = 0.$$

Получаем:

$$(0{,}98)^{2{,}01} = z(1;\ 2) + \left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=1\\y=2}} \cdot \Delta x + \left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{\substack{x=1\\y=2}} \cdot \Delta y = 1 - 0{,}04 = 0{,}96. \otimes$$

Пример 4.1.17. Найти дифференциал функции

$$f = f\left(x+y^2,\ y+x^2\right)$$

в точке $M(-1;1)$.

Р е ш е н и е. Обозначим, например,

$$u = x+y^2,\ v = y+x^2.$$

Для нахождения дифференциала используем формулу дифференциала и правило нахождения производной композиции функций:

$$df(u, v) = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy = \left(\frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial x}\right)dx + \left(\frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial y}\right)dy;$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u}\cdot 1 + \frac{\partial f}{\partial v}\cdot 2x;$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial u}\cdot 2y + \frac{\partial f}{\partial v}\cdot 1;$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(M) = \frac{\partial f}{\partial u}(0; 2) - \frac{\partial f}{\partial v}(0; 2);$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(M) = \frac{\partial f}{\partial u}(0; 2) + \frac{\partial f}{\partial v}(0; 2).$$

Подставляя в выражение для полного дифференциала, получаем:

$$df(M) = \frac{\partial f}{\partial x}(M)dx + \frac{\partial f}{\partial y}(M)dy =$$

$$= \left[\frac{\partial f}{\partial u}(0; 2) - 2\frac{\partial f}{\partial v}(0; 2)\right]dx + \left[2\frac{\partial f}{\partial u}(0; 2) + \frac{\partial f}{\partial v}(0; 2)\right]dy. \otimes$$

Пример 4.1.18. Найти дифференциал второго порядка функции

$$f = f(x + y, xy).$$

Р е ш е н и е. Обозначим $u = x + y$, $v = xy$. Теперь находим:

$$\frac{\partial f}{\partial x} =$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial u}(x + y, xy) + \frac{\partial f}{\partial v}(x + y, xy)\cdot y;$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial f}{\partial u}(x + y, xy) + \frac{\partial f}{\partial v}(x + y, xy)\cdot x;$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial v \partial u}\cdot x + \frac{\partial^{f\,2}}{\partial u \partial v}\cdot y + \frac{\partial^2 f}{\partial v^2}\cdot xy + \frac{\partial f}{\partial v} =$$

$$= \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + (x+y)\frac{\partial^{f\,2}}{\partial u \partial v} + xy\frac{\partial^2 f}{\partial v^2} + \frac{\partial f}{\partial v};$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial v \partial u}\cdot x + \frac{\partial^{f\,2}}{\partial u \partial v}\cdot x + \frac{\partial^2 f}{\partial v^2}\cdot x^2 =$$

$$= \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + 2x\frac{\partial^{f\,2}}{\partial u \partial v} + x^2\frac{\partial^2 f}{\partial v^2}. \otimes$$

Пусть функция $u = f(x, y)$ задана ***параметрическим способом***, то есть, с помощью формул

$$x = \varphi(t),\ y = \psi(t).$$

Тогда функция u является функцией одного переменного t:

$$u = f(\varphi(t), \psi(t)).$$

Пусть функции $x = \varphi(t)$ и $y = \psi(t)$ дифференцируемы в некоторой точке t, то есть, существуют производные

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\varphi(t+\Delta t) - \varphi(t)}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}(t),$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\psi(t+\Delta t) - \psi(t)}{\Delta t} = \frac{d\psi}{dt}(t).$$

Если функция $u = f(x, y)$ дифференцируема, то придавая переменной t приращение Δt, видим, что все функции получат соответствующие приращения Δx, Δy и Δu, причём по определению дифференцируемости

$$\Delta u = f(x+\Delta x, y+\Delta y) - f(x, y) =$$

$$= \frac{\partial f}{\partial x}(x, y)\cdot \Delta x + \frac{\partial f}{\partial y}(x, y)\cdot \Delta y + \alpha \cdot \Delta x + \beta \cdot \Delta y$$

где $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \alpha = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \beta = 0$. Из последнего равенства вытекает, что

$$\frac{du}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \left\{ \frac{\partial f}{\partial x}(x, y)\cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{\partial f}{\partial y}(x, y)\cdot \frac{\Delta y}{\Delta t} + \alpha \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} + \beta \cdot \frac{\Delta y}{\Delta t} \right\} =$$

$$= \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) \cdot \frac{dy}{dt}.$$

Итак, имеем формулу:

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) \cdot \frac{dy}{dt}.$$

Если $x = \varphi(t, s)$ и $y = \psi(t, s)$, то имеем две формулы:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t},$$

$$\frac{\partial u}{\partial s} = \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}.$$

Пример 4.1.19. Найти $\frac{dz}{dt}$, если

$$z = x^3 - x^2 y,\ x = 1 - t^2,\ y = t^4.$$

Р е ш е н и е. Находим непосредственно:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{dy}{dt} = \left(3x^2 - 2xy\right)2t + \left(-x^2\right)4t^3 =$$

$$= 4t^7 + 2t^6 + 8t^5 + 4t^4 - 4t^3 - 12t^2 + 2t. \otimes$$

Пример 4.1.20. Найти $\frac{du}{dt}$, если

$$u = \ln\frac{x_1 - x_2 + x_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} + \sin\left(x_1 + x_2 + x_3\right),$$

$$x_1 = a\sin t,\ x_2 = b\cos t,\ x_3 = ce^{-kt},$$

где a, b, c, k – некоторые постоянные.

Пример 4.1.21. Найти $\frac{\partial z}{\partial t}$ и $\frac{\partial z}{\partial s}$ для функции $z = x^3 e^y$, если

$$x = ts,\ y = t^2 - s^2.$$

Р е ш е н и е.

$$1)\ \frac{\partial z}{\partial t}=\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t}+\frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t}=e^{t^2-s^2}t^2s^3\left(3+2t^2\right).$$

$$2)\ \frac{\partial z}{\partial s}=\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s}+\frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}=e^{t^2-s^2}t^3s^2\left(3-2s^2\right).\otimes$$

Пусть функция $y=f(x)$ ***задана неявно посредством уравнения***

$$F(x,\ y)=0,$$

тогда её производная находится с использованием правила дифференцирования сложной функции путём прямого дифференцирования уравнения, определяющего функцию:

$$\frac{\partial F}{\partial x}(x,\ y)+\frac{\partial F}{\partial y}(x,\ y)\frac{dy}{dx}=0,$$

где учтено, что $\frac{dx}{dx}=1$. Если $\frac{\partial F}{\partial y}(x,\ y)\neq 0$, то получаем

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{\frac{\partial F}{\partial x}(x,\ y)}{\frac{\partial F}{\partial y}(x,\ y)}.$$

Пусть теперь уравнение

$$F(x,\ y,\ u)=0$$

задаёт функцию двух переменных $u=\varphi(x,\ y)$. Тогда

$$\frac{\partial u}{\partial x}=-\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial u}},\ \frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{\frac{\partial F}{\partial y}}{\frac{\partial F}{\partial u}}.$$

Пример 4.1.22. Найти частные производные функции $z=z(x,\ y)$, заданной неявно уравнением

$$x^2+y^2+z^2+2xy-4y-1=0.$$

Р е ш е н и е. Здесь

$$F\left(x,\ y,\ z\right)=x^2+y^2+z^2+2xy-4y-1,$$

следовательно, имеем:

$$\frac{\partial F}{\partial x}=2x+2y;\frac{\partial F}{\partial y}=2x+2y-4;\ \frac{\partial F}{\partial z}=2z.$$

Используя формулы дифференцирования неявно заданной функции, получаем:

$$\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{F'_x}{F'_z}=-\frac{x+y}{z};\ \frac{\partial z}{\partial y}=-\frac{F'_y}{F'_z}=\frac{2-x-y}{z}.\otimes$$

Практическое занятие 2. Исследование функции нескольких переменных

Предварительные сведения

Пусть $f:M\to f(M)$ – некоторая функция n переменных, дифференцируемая в области $M\subset R^n$, а N_0 и N – точки множества её определения. Тогда **производной по направлению** вектора $\vec{N_0N}=t\vec{h}$, где $t\in R^+\bigcup\{0\}$, в точке N_0 (с радиус-вектором $\vec{x}_0$) функции f называется правый предел

$$\frac{\partial f}{\partial h}\left(\vec{x}_0\right)\overset{def}{=}\lim_{t\to 0+0}\frac{f\left(\vec{x}_0+t\vec{h}\right)-f\left(\vec{x}_0\right)}{t}.$$

Градиентом функции $f:M\to f(M)$ **в точке** $\vec{x}_0\in M$ называется вектор, имеющий в каноническом базисе пространства R^n координаты $\frac{\partial f}{\partial x_k}\left(\vec{x}_0\right)\ (k=1,2,\ldots,n)$, то есть вектор

$$\vec{\operatorname{grad}}\,f\left(\vec{x}_0\right)\equiv\vec{\nabla}f\left(\vec{x}_0\right)\overset{def}{=}\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial f}{\partial x_k}\left(\vec{x}_0\right)\vec{e}_k.$$

Связь производной по направлению и градиента даётся формулой:

$$\frac{\partial f}{\partial h}\left(\vec{x}_0\right)=\left(\vec{\nabla}f\left(\vec{x}_0\right),\vec{h}\right)=\left\|\vec{\nabla}f\left(\vec{x}_0\right)\right\|\cdot\left\|\vec{h}\right\|\cdot\cos\left\{\vec{\nabla}f\left(\vec{x}_0\right),\vec{N_0N}\right\}=$$

$$=\left\|\vec{\nabla}f\left(\vec{x}_0\right)\right\|\cdot\cos\left\{\vec{\nabla}f\left(\vec{x}_0\right),\vec{N_0N}\right\}.$$

Внутренняя точка $\vec{x}_0 \in M$ называется **точкой локального минимума** (**точкой локального максимума**) функции f, если существует окрестность $U\left(\vec{x}_0\right)$ такая, что $\left(\forall \vec{x} \in U\left(\vec{x}_0\right)\right)$ выполняется неравенство

$$f\left(\vec{x}_0\right) \le f\left(\vec{x}\right) \left(f\left(\vec{x}_0\right) \ge f\left(\vec{x}\right)\right).$$

Справедлива теорема, позволяющая исследовать на экстремум функцию двух переменных.

Пусть функция $f : M \to f(M),\ M \subset R^2,\ f(M) \subset R^1$ непрерывна вместе со своими частными производными первого и второго порядка в некоторой окрестности точки $\vec{x}_0 \in M$ и удовлетворяет условию

$$\vec{\nabla} f\left(\vec{x}_0\right) = \vec{0}.$$

Составим определитель следующего вида

$$D\left(\vec{x}_0\right) = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}\left(\vec{x}_0\right) & \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2}\left(\vec{x}_0\right) \\ \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2}\left(\vec{x}_0\right) & \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_2^2}\left(\vec{x}_0\right) \end{vmatrix}.$$

Тогда в точке $\vec{x}_0$ функция f:

1) имеет локальный минимум, если $D\left(\vec{x}_0\right) > 0$ и $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}\left(\vec{x}_0\right) > 0$;

2) имеет локальный максимум, если $D\left(\vec{x}_0\right) > 0$ и $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}\left(\vec{x}_0\right) < 0$;

3) не имеет экстремума, если $D\left(\vec{x}_0\right) < 0$.

Примеры с решением

Пример 4.2.1. Найти $\vec{grad}\, f$ и $\left\| \vec{grad}\, f \right\|$ для функции, определённой формулой

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2$$

в точке $M_0(1; -1; 2)$.

Р е ш е н и е. Находим частные производные и их значение в указанной точке:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y, z) = 2x,\ \frac{\partial f}{\partial y}(x, y, z) = 2y,\ \frac{\partial f}{\partial z}(x, y, z) = -2z;$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(1, -1, 2) = 2,\ \frac{\partial f}{\partial y}(1, -1, 2) = -2,\ \frac{\partial f}{\partial z}(1, -1, 2) = -4.$$

Теперь имеем:

$$\vec{grad}\ f(M_0) = 2\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3,$$

$$\left\| \vec{grad}\ f \right\| = \sqrt{4+4+16} = 2\sqrt{6}. \otimes$$

Пример 4.2.2. Найти производную функции, заданной формулой

$$u(x, y, z) = x^2 - 2xz + y^2$$

в точке $M_0(1; 2; -1)$ по направлению вектора $\vec{M_0M}$, где $M(2; 4; -3)$.

Р е ш е н и е. Находим вектор

$$\vec{M_0M} : \vec{M_0M} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Далее, находим градиент функции в произвольной точке и в точке $M_0(1; 2; -1)$:

$$\vec{grad}\, u = \frac{\partial u}{\partial x}\vec{e}_1 + \frac{\partial u}{\partial y}\vec{e}_2 + \frac{\partial u}{\partial z}\vec{e}_3 = (2x - 2z)\vec{e}_1 + 2y\,\vec{e}_2 - 2x\,\vec{e}_3,$$

$$\vec{grad}\, u(M_0) = 4\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Находим производную по направлению вектора $\vec{M_0M}$:

$$\frac{\partial u}{\partial \vec{M_0M}}(M_0)=\frac{\left(\vec{grad}\,u\Big|_M,\vec{M_0M}\right)}{\left\|\vec{M_0M}\right\|}=\frac{4\cdot1+4\cdot2+(-2)\cdot(-2)}{\sqrt{1+4+4}}$$

$$=\frac{4+8+4}{\sqrt{9}}=\frac{16}{3}.\otimes$$

Пример 4.2.3. Исследовать на экстремум функцию, заданную формулой: $z(x,y)=x^2+xy+y^2-2x-3y$.

Р е ш е н и е. 1) Находим критические точки:

$$\begin{cases}z'_x=0,\\ z'_y=0,\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2x+y=2,\\ x+2y=3.\end{cases}$$

Решение СЛАУ:

$$\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1/3\\ 4/3\end{pmatrix}.$$

Имеем одну критическую точку $M_0\left(\frac{1}{3};\frac{4}{3}\right)$.

2) Вычисляем определитель:

$$D=\begin{vmatrix}\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}(M_0) & \frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}(M_0)\\ \frac{\partial^2}{\partial x\partial y}(M_0) & \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}(M_0)\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}2 & 1\\ 1 & 2\end{vmatrix}=3>0.$$

Точка $M\left(\frac{1}{3};\frac{4}{3}\right)$ является точкой экстремума. Так как

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}(M_0)>0,$$

то точка $M_0\left(\frac{1}{3};\frac{4}{3}\right)$ является точкой локального **минимума**.

3) Находим значение функции в точке локального минимума:

$$z(M_0)=\left(\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{3}+\left(\frac{4}{3}\right)^2-\frac{2}{3}-\frac{12}{3}=-\frac{7}{3}.\ \otimes$$

Пример 4.2.4. Исследовать на экстремуму функцию, заданную формулой:

$$z(x,\,y)=x^2+y^2+\frac{(x+2y-16)^2}{2}.$$

Р е ш е н и е. 1) Находим критические точки:

$$\begin{cases} z_x^{'}=0, \\ z_y^{'}=0, \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} 3x+2y=16, \\ x+3y=16. \end{cases}$$

Эта СЛАУ имеет решение:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 16/7 \\ 32/7 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, имеем одну критическую точку $M_0\left(\frac{16}{7};\frac{32}{7}\right)$.

2) Вычисляем определитель:

$$D=\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}(M_0) & \frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}(M_0) \\ \frac{\partial^2}{\partial x\partial y}(M_0) & \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}(M_0) \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 6 \end{vmatrix}=14>0.$$

Точка $M_0\left(\frac{16}{7};\frac{32}{7}\right)$ является точкой локального экстремума. Так как

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}(M_0)>0,$$

то точка $M_0\left(\frac{16}{7};\frac{32}{7}\right)$ является точкой локального **минимума**.

3) Находим значение функции в точке локального минимума:

$z(M_0)\approx 36{,}6$. $\otimes$

Практическое занятие 3. Числовые ряды

Предварительные сведения

Пусть $(a_k)=a_1, a_2, a_3, \ldots, a_k, \ldots$ – некоторая последовательность действительных чисел $(a_k \in R,\ k=1, 2, 3, \ldots)$. Сопоставим из элементов этой последовательности новую последовательность, определив её члены так:

$s_1 = a_1,$

$s_2 = a_1 + a_2,$

$s_3 = a_1 + a_2 + a_3,$

……,

$s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n,$

……

Формула для общего члена получившейся последовательности имеет, очевидно, вид

$$s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k \ \ (n = 1, 2, 3, \ldots).$$

Последовательность $\left(s_n\right)$ определяет **числовой ряд**

$$a_1 + a_2 + a_3 + \ldots a_n + a_{n+1} + \ldots \overset{def}{=} \sum_{k=1}^{\infty} a_k$$

и называется последовательностью частичных сумм числового ряда.

Бесконечный ряд $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ называется **сходящимся** (**расходящимся**), если сходится (расходится) последовательность его частичных сумм. Если ряд сходится, то его **суммой** называется число

$$S \overset{def}{=} \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} a_k \ .$$

Необходимое условие сходимости числового ряда даётся следующей теоремой.

Последовательность (a_k) членов сходящегося числового ряда сходится к нулю.

Геометрическая прогрессия $\sum_{k=1}^{\infty} q^{k-1}$ при $|q|<1$ сходится к

$$S=\frac{1}{1-q},$$

а при $|q|\geq 1$ расходится.

Гармонический ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$ расходится.

Пусть $\sum_{k=1}^{\infty}a_k$ и $\sum_{k=1}^{\infty}b_k$ – два ряда с положительными членами.

Если для почти всех k выполняется неравенство $a_k\leq b_k$, то ряд $\sum_{k=1}^{\infty}a_k$ называется **минорантой** ряда $\sum_{k=1}^{\infty}b_k$, а ряд $\sum_{k=1}^{\infty}b_k$ – **мажорантой** ряда $\sum_{k=1}^{\infty}a_k$.

Признак сравнения. Каждая миноранта сходящегося ряда сходится, а каждая мажоранта расходящегося ряда расходится.

Признак Даламбера. Пусть $\sum_{k=1}^{\infty}a_k$ – ряд с положительными членами. Если существует такое число $q\in(0,1)$, что для почти всех номеров k выполняется неравенство $\frac{a_{k+1}}{a_k}\leq q$, то ряд сходится. Если же для почти всех k выполняется неравенство $\frac{a_{k+1}}{a_k}>1$, то ряд расходится.

Ряд вида

$$\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k+1}a_k,$$

где (a_k) – последовательность положительных чисел, называется **знакочередующимся рядом**.

Знакочередующийся ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k+1}a_k$$

сходится в том и только в том случае, если последовательность из абсолютных величин его членов монотонно убывает и сходится к нулю.

Примеры с решением

Пример 4.3.1. Найти сумму ряда

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{n\cdot(n+1)}+\ldots.$$

Р е ш е н и е. Общий член ряда равен

$$a_n = \frac{1}{n\cdot(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}.$$

Следовательно, для последовательности частичных сумм ряда имеем

$$s_n = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)\ldots = 1 - \frac{1}{n+1}.$$

Сумма ряда находится путём непосредственного предельного перехода:

$$\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty}\left(1 - \frac{1}{n+1}\right) = 1. \otimes$$

Пример 4.3.2. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}$.

Р е ш е н и е. Общий член ряда можно представить в виде:

$$a_n = \frac{1}{4n^2 - 1} = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}\right).$$

Записывая общий член последовательности частичных сумм ряда в виде

$$s_n = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \ldots + \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2(2n+1)}$$

и переходя непосредственно к пределу, получаем:

$$\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty}\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2(2n+1)}\right] = \frac{1}{2}. \otimes$$

Пример 4.3.3. Найти сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{n-1}} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{2^{n-1}} + \ldots.$$

Р е ш е н и е. Имеем геометрическую прогрессию, которая в силу неравенства $q = \frac{1}{2} < 1$ сходится и имеет сумму

$$S = \frac{1}{1-q} = 2. \otimes$$

Пример 4.3.4. Проверить выполнение необходимого признака сходимости для ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2n-1}$.

Р е ш е н и е. Вычисляя предел последовательности членов ряда, имеем

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{2n-1}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n}}{2-\frac{1}{n}}=\frac{0}{2}=0.$$

Необходимый признак сходимости выполняется. ⊗

Пример 4.3.5. Проверить выполнение необходимого признака сходимости для ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^2+1}$.

Р е ш е н и е. Вычисляя предел последовательности членов ряда, имеем

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2+1}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n^2}}{1+\frac{1}{n^2}}=\frac{0}{1}=0.$$

Необходимый признак сходимости выполняется. ⊗

Пример 4.3.6. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{1+2^{2n}}$.

Р е ш е н и е. Для почти всех n выполняется неравенство

$$\frac{2^n}{1+2^{2n}}<\frac{2^n}{2^{2n}}=\frac{1}{2^n}.$$

Следовательно, ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{1+2^{2n}}$ является минорантой ряда геометрической прогрессии $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}$, который сходится, так как $q=\frac{1}{2}<1$.

Следовательно, ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{1+2^{2n}}$ по признаку сравнения сходится. ⊗

Пример 4.3.7. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2(2+\sin n)}$.

Р е ш е н и е. Проверяем выполнение необходимого признака сходимости:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2(2+\sin n)}=0.$$

Необходимый признак сходимости выполняется.

Общий член ряда удовлетворяет следующим условиям: $(\forall n\in N)$

$$-1\le\sin n\le 1;\ 1<2+\sin n<3;\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2(2+\sin n)}>0.$$

Имеем ряд с положительными членами, для которого можно применить признак сравнения.

Предположим, что ряд сходится, и попробуем подтвердить это предположение. Для этого заметим, что

$$\sqrt{n^3+1}<2n^{3/2}.$$

Поэтому имеем:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2(2+\sin n)}<\frac{2n^{3/2}}{n^2}=\frac{2}{n^{1/2}}.$$

Ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{n^{1/2}}$ является так называемым обобщённым гармоническим рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a}{n^{\alpha}}$, который при $0<\alpha<1$ расходится. Поэтому предположение о сходимости исходного ряда подтвердить не удалось.

Предположим, что ряд расходится, и попробуем подтвердить это предположение. Для этого заметим, что

$$\sqrt{n^3+1}>\sqrt{n^3}.$$

Поэтому имеем:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2(2+\sin n)}\ge\frac{n^{3/2}}{3n^2}=\frac{1}{3n^{1/2}}.$$

Так как обобщённый гармонический ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3n^{1/2}}$ расходится, то и исходный ряд также расходится.

$\otimes$

Пример 4.3.8. Выяснить вопрос о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Р е ш е н и е. Находя отношение $\frac{a_{n+1}}{a_n}$, получаем:

$$a_n=\frac{\sqrt{n}}{2^n},a_{n+1}=\frac{\sqrt{n+1}}{2^{n+1}};$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{\sqrt{n+1}\cdot 2^n}{2^n\cdot 2\cdot\sqrt{n}}=\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{\frac{n+1}{n}}=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{1+\frac{1}{n}}.$$

Очевидно, что для всех n выполняется неравенство $\frac{a_{n+1}}{a_n}<1$. Поэтому ряд сходится по признаку Даламбера. $\otimes$

Пример 4.3.9. Выяснить вопрос о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{n!}$.

Р е ш е н и е. Находя отношение $\frac{a_{n+1}}{a_n}$, получаем:

$$a_n=\frac{n^n}{n!},\ a_{n+1}=\frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!};$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{(n+1)^{n+1}\cdot n!}{(n+1)!\cdot n^n}=\frac{(n+1)^n}{n^n}=\left(1+\frac{1}{n}\right)^n.$$

Очевидно, что для всех n выполняется неравенство

$$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\left(1+\frac{1}{n}\right)^n>1.$$

Поэтому ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{n!}$ по признаку Даламбера расходится. $\otimes$

Пример 4.3.10. Выяснить вопрос о сходимости знакочередующегося ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n}.$$

Р е ш е н и е. Члены ряда по абсолютной величине монотонно убывают:

$$1>\frac{1}{2}>\frac{1}{3}>\frac{1}{4}>\ldots$$

Последовательность абсолютных величин членов ряда сходится к нулю:

$$\lim_{n\to\infty}|a_n|=\lim_{n\to\infty}\left|(-1)^{n-1}\frac{1}{n}\right|=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}=0.$$

Поэтому ряд $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n}$ по признаку Лейбница сходится. ⊗

Пример 4.3.11. Оценить ошибку, допускаемую при замене суммы ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n}$$

суммой четырёх его первых членов.

Р е ш е н и е. Ряд сходится (см. предыдущую задачу). Ошибка, получающаяся при замене суммы ряда суммой четырёх его первых членов, меньше абсолютной величины пятого члена: $\Delta<0{,}2$. ⊗

Пример 4.3.12. Выяснить вопрос о типе сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n!}$.

Р е ш е н и е. Ряд сходится (см. задачу 8.11). Рассмотрим ряд, составленный из абсолютных величин членов данного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n!}$. Вычисляем отношение

$$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{n!}{(n+1)!}=\frac{1}{n+1}.$$

Для всех n, очевидно, имеет место неравенство

$$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{1}{n+1}<1.$$

Поэтому ряд сходится абсолютно. ⊗

Пример 4.3.13. Выяснить вопрос о типе сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{\sqrt[3]{n}}$.

Р е ш е н и е. Ряд знакочередующийся, последовательность его членов монотонно убывает и сходится к нулю. Поэтому ряд сходится по признаку Лейбница.

Рассмотрим ряд, составленный из абсолютных величин его членов, то есть ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n}}$. Сравнивая его с гармоническим рядом, замечаем, что для почти всех n (начиная с $n=2$) каждый член этого ряда больше соответствующего члена гармонического ряда:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{n}} > \frac{1}{n}.$$

Так как гармонический ряд расходится, то по признаку сравнения расходится и ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n}}$.

Поэтому ряд $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{\sqrt[3]{n}}$ не является абсолютно сходящимся, то есть сходится условно. ⊗

Практическое занятие 4. Функциональные и степенные ряды

Предварительные сведения

Последовательность функций (f_n) называется сходящейся на множестве M **поточечно** (или **в обычном смысле**), если для **каждой точки** $x_0 \in M$ сходится числовая последовательность $(f_n(x_0))$.

Предельной функцией, или **пределом** $f = \lim\limits_{n\to\infty} f_n$ сходящейся поточечно последовательности функций (f_n), называется функция f, определённая на множестве M условием: $(\forall x_0 \in M)\ f(x_0) = \lim\limits_{n\to\infty} f_n(x_0)$.

Таким образом, для поточечно сходящейся функциональной последовательности неравенство $|f_n(x) - f(x)| < \varepsilon$ выполняется для каждой точки $(\forall x_0 \in M)$ и для своего ε, то есть $n_0 = n_0(\varepsilon, x_0)$.

Функциональная последовательность (f_n) называется **равномерно сходящейся на множестве** M **к предельной функции** f, если для произвольного положительного числа ε и **для**

любой точки $x \in M$ найдётся такой номер n_0, что для всех $n \geq n_0$ выполняется условие $\left| f_n(x) - f(x) \right| < \varepsilon$.

Таким образом, для равномерно сходящейся на множестве M функциональной последовательности неравенство

$$\left| f_n(x) - f(x) \right| < \varepsilon$$

выполняется одновременно для всех $x \in M$ и, следовательно, $n_0 = n_0(\varepsilon)$.

Функциональный ряд $\sum_{k=1}^{\infty} f_k$, $f_k : M \to f_k(M)$ называется **сходящимся на множестве** M **поточечно или в обычном смысле**, если на этом множестве поточечно сходится последовательность его частичных сумм

$$(s_n) = \left(\sum_{k=1}^{n} f_k \right).$$

Функция $f = \lim_{n \to \infty} s_n$ называется **суммой ряда** $\sum_{k=1}^{\infty} f_k$, и при этом пишут

$$f = \sum_{k=1}^{\infty} f_k .$$

Функциональный ряд $\sum_{k=1}^{\infty} f_k$ называется **равномерно сходящимся на множестве** $M \subset R^1$, если на M равномерно сходится последовательность его частичных сумм

$$(s_n) = \left(\sum_{k=1}^{n} f_k \right).$$

Пусть $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ – сходящийся числовой ряд с неотрицательными членами, и пусть $\sum_{k=1}^{\infty} f_k$, где $f_k : M \to f_k(M)$ – функциональный ряд. Тогда если $\left| f_k(x) \right| \leq a_k$ для всех точек $x \in M$ и для почти всех номеров $k \in N$, то ряд $\sum_{k=1}^{\infty} f_k$ сходится на множестве M абсолютно и равномерно.

Функциональный ряд вида $\sum_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$ называется **степенным рядом с центром в точке** x_0. Числа a_k называются **коэффициентами** степенного ряда.

Первая теорема Абеля. Если степенной ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k = a_0 + a_1 (x - x_0) + a_2 (x - x_0)^2 + \ldots$$

сходится в некоторой точке x_1, то он сходится абсолютно и равномерно во всякой точке x, удовлетворяющей условию $|x-x_0|<|x_1-x_0|$.

Кроме этого, для каждой такой точки x существуют такие числа $S>0$, $0<q<1$, что для всех номеров k справедливо неравенство

$$|a_k|\cdot|x-x_0|^k \le Sq^k.$$

Причём, если $x\neq x_0$, $x_1\neq x_0$ то $q=\dfrac{|x-x_0|}{|x_1-x_0|}$, а число S от x не зависит.

Вторая теорема Абеля. Если степенной ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty}a_k(x-x_0)^k = a_0+a_1(x-x_0)+a_2(x-x_0)^2+\ldots$$

в точке x_1 не сходится абсолютно (например, расходится), то он расходится в каждой точке x, удовлетворяющей условию

$$|x-x_0|>|x_1-x_0|.$$

Число

$$r=\lim_{k\to\infty}\left|\frac{a_k}{a_{k+1}}\right|$$

называется **радиусом сходимости**, а открытое множество $M_r=\{x:|x-x_0|<r\}$ – **множеством (интервалом) сходимости степенного ряда** $\sum_{k=0}^{\infty}a_k(x-x_0)^k$.

Примеры с решением

Пример 4.4.1. Исследовать сходимость функционального ряда

$$\frac{4-x}{7x+2}+\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{4-x}{7x+2}\right)^2+\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{4-x}{7x+2}\right)^3+\ldots+\frac{1}{2n-1}\cdot\left(\frac{4-x}{7x+2}\right)^n+\ldots$$

в точках $x_1=0$ и $x_2=1$.

Р е ш е н и е. 1) В точке $x_1=0$ имеем

$$2+\frac{1}{3}\cdot2^2+\frac{1}{5}\cdot2^3+\ldots+\frac{1}{2n-1}\cdot2^n+\ldots.$$

Это ряд с положительными членами. Применим признак Даламбера:

$$u_n=\frac{2^n}{2n-1};\ u_{n+1}=\frac{2^{n+1}}{2n+1};$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{2^{n+1}}{2n+1}\cdot\frac{2n-1}{2^n}=2\cdot\frac{2n-1}{2n+1}=2\cdot\frac{2n+1-2}{2n+1}=2\cdot\left(1-\frac{2}{2n+1}\right)>1.$$

Поэтому в точке $x_1=0$ ряд расходится.

2) В точке $x_2=1$ имеем

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3^2}+\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{3^3}+\ldots+\frac{1}{2n-1}\cdot\frac{1}{3^n}+\ldots.$$

Применяем признак Даламбера:

$$u_n=\frac{1}{3^n\cdot(2n-1)};\ u_{n+1}=\frac{1}{(2n+1)\cdot 3^{n+1}};$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{(2n-1)\cdot 3^n}{(2n+1)\cdot 3^{n+1}}=\frac{1}{3}\cdot\frac{2n-1}{2n+1}=\frac{1}{3}\cdot\frac{2n+1-2}{2n+1}=\frac{1}{3}\cdot\left(1-\frac{2}{2n+1}\right)<1.$$

Поэтому в точке $x_2=1$ ряд сходится. $\otimes$

Пример 4.4.2. Найти промежуток сходимости и сумму ряда

$$1+e^{-x}+e^{-2x}+\ldots+e^{-(n-1)x}+\ldots.$$

Р е ш е н и е. В точке $x=0$ не выполняется необходимый признак сходимости и ряд, очевидно, расходится. Рассмотрим промежутки $(-\infty,0)$ и $(0,\infty)$.

1) На промежутке $(-\infty,0)$ имеем:

$$\lim_{n\to\infty}u_n=\lim_{n\to\infty}e^{-(n-1)x}=\lim_{n\to\infty}e^{(n-1)\cdot(-x)}=\{-x=t\}=\lim_{n\to\infty}e^{(n-1)t},$$

где $t\in(0,\infty)$. Поэтому $\lim\limits_{n\to\infty}u_n=\lim\limits_{n\to\infty}e^{(n-1)t}\neq 0$. Снова не выполняется необходимый признак сходимости. Ряд на промежутке $(-\infty,0)$ расходится.

2) На промежутке $(0,\infty)$ выполняется необходимый признак сходимости. Далее имеем:

$$\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{e^{-nx}}{e^{-(n-1)x}}=\frac{e^{(n-1)x}}{e^{nx}}=e^{-x}=\frac{1}{e^x}.$$

На $(0,\infty)$ всегда $\dfrac{1}{e^x}<1$. Поэтому ряд сходится.

Перепишем ряд в виде:

$$1+\frac{1}{e^x}+\left(\frac{1}{e^x}\right)^2+\ldots+\left(\frac{1}{e^x}\right)^n+\ldots.$$

Имеем геометрическую прогрессию со знаменателем $q=\frac{1}{e^x}<1$. Поэтому сумма ряда равна

$$S=\frac{1}{1-q}=\frac{1}{1-\frac{1}{e^x}}=\frac{e^x}{e^x-1}.\otimes$$

Пример 4.4.3. Исследовать сходимость степенного ряда

$$x+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x^3+\ldots+\frac{1}{n}x^n+\ldots.$$

Р е ш е н и е. Здесь

$$a_n=\frac{1}{n},\ a_{n+1}=\frac{1}{n+1}.$$

Радиус сходимости

$$R=\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right|=\lim_{n\to\infty}\frac{n+1}{n}=1.$$

Ряд сходится в промежутке $-1<x<1.$

Если $x=1$, имеем гармонический ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$, который расходится.

Если $x=-1$, то получаем ряд

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\ldots.$$

Это ряд Лейбница и, следовательно, он сходится.

Таким образом, областью сходимости данного ряда является промежуток $x\in[-1,1)$, который можно задать двойным неравенством $-1\le x<1.\otimes$

Пример 4.4.4. Исследовать сходимость ряда

$$(x-2)+\frac{1}{2^2}(x-2)^2+\frac{1}{3^2}(x-2)^3+\ldots+\frac{1}{n^2}(x-2)^n+\ldots.$$

Р е ш е н и е. Коэффициенты ряда выражаются формулами:

$$a_n = \frac{1}{n^2};\ a_{n+1} = \frac{1}{(n+1)^2}.$$

Поэтому радиус сходимости

$$r = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^2}{n^2} = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^2 = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2}\right) = 1.$$

Таким образом, ряд сходится, если

$$-1 < x-2 < 1 \Rightarrow 1 < x < 3.$$

На левом конце промежутка сходимости $x = 1$ имеем ряд

$$-1+\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}-\ldots.$$

Это знакочередующийся ряд Лейбница, который сходится, так как сходится ряд из абсолютных величин его членов.

На правом конце промежутка сходимости $x = 3$ имеем ряд

$$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\ldots.$$

Этот ряд сходится, так как при $p > 1$ сходится ряд

$$1+\frac{1}{2^p}+\frac{1}{3^p}+\frac{1}{4^p}+\ldots,$$

что является табличным фактом.

Степенной ряд сходится для значений x, удовлетворяющих двойному неравенству $1 \le x \le 3$. $\otimes$

Пример 4.4.5. Исследовать сходимость ряда

$$1!(x-5)+2!(x-5)^2+3!(x-5)^3+\ldots+n!(x-5)^n+\ldots.$$

Р е ш е н и е. Коэффициенты ряда

$$a_n = n!;\ a_{n+1} = (n+1)!.$$

Поэтому радиус сходимости

$$r = \lim_{n\to\infty} \frac{n!}{(n+)!} = \lim_{n\to\infty} \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot n}{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot n\cdot(n+1)} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+1} = 0.$$

Ряд сходится только при $x-5=0$, то есть в точке $x = 5$. $\otimes$

Пример 4.4.6. Показать, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot n}{x^4+n^2}$ сходится равномерно на промежутке $(-\infty,\infty)$.

Р е ш е н и е. Выпишем несколько первых членов ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot n}{x^4+n^2}=-\frac{1}{x^4+1^2}+\frac{2}{x^4+2^2}-\frac{3}{x^4+3^2}+\ldots.$$

Имеем знакочередующийся ряд, причём

$$|u_1|=\frac{1}{x^4+1}>|u_2|=\frac{2}{x^4+4}>|u_3|=\frac{3}{x^4+9}>\ldots.$$

Применим признак Лейбница:

$$\lim_{n\to\infty}\left|\frac{(-1)^n\cdot n}{x^4+n^2}\right|=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n}}{\left(\frac{x^2}{n}\right)^2+1}=0.$$

Ряд сходится для любых $x\in(-\infty,\infty)$.

Для остатка ряда имеем

$$|r_n|=\left|\sum_{n=m+1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot n}{x^4+n^2}\right|<|u_{m+1}|=\left|\frac{(-1)^{(m+1)}\cdot(m+1)}{x^4+(m+1)^2}\right|<\frac{1}{m+1},$$

так как $x^4>0$. Рассмотрим неравенство $\frac{1}{m+1}<\varepsilon$. Из этого неравенства получаем $m>\frac{1}{\varepsilon}-1$. Если теперь мы выберем $m_0=\left[\frac{1}{\varepsilon}-1\right]+1$, то $(\forall m\ge m_0)$ получаем $|r_m|<\frac{1}{m+1}<\varepsilon$. Таким образом, ряд сходится на $(-\infty,\infty)$ независимо от x, то есть равномерно по $x\in(-\infty,\infty)$. $\otimes$

Ряд

$$f(x)=f(x_0)+\frac{1}{1!}\frac{df}{dx}(x_0)(x-x_0)+\frac{1}{2!}\frac{d^2f}{dx^2}(x_0)(x-x_0)^2+\ldots+$$

$$\ldots+\frac{1}{n!}\frac{d^n f}{dx^n}(x_0)(x-x_0)^n+\ldots=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{d^k f}{dx^k}(x_0)\frac{(x-x_0)^k}{k!}$$

для бесконечно дифференцируемой функции $f: M \to f(M)$, вне зависимости от его сходимости и суммы, называется **рядом Тейлора** для этой функции. При $x_0 = 0$ ряд называется **рядом Маклорена**.

Пример 4.4.7. Разложить функцию

$$f(x)=\frac{3}{2-x-x^2}$$

по степеням x $(x_0 = 0)$ в ряд Тейлора.

Р е ш е н и е. Данную функцию разложим на элементарные дроби:

$$f(x)=\frac{3}{2-x-x^2}=\frac{1}{1-x}+\frac{1}{x+2}.$$

Теперь можно использовать готовое табличное разложение

$$\frac{1}{1-t}=1+t+t^2+t^3+\ldots=\sum_{n=0}^{\infty}t^n,\ t\in(-1,1).$$

Применяя это разложение, получаем:

$$\frac{1}{1-x}=1+x+x^2+x^3+\ldots=\sum_{n=0}^{\infty}x^n;$$

$$\frac{1}{x+2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1+x/2}=\frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^n}{2^n}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^n}{2^{n+1}},\ x\in(-2,2).$$

Получаем разложение для исходной функции:

$$f(x)=\frac{3}{2-x-x^2}=\sum_{n=0}^{\infty}\left(1+\frac{(-1)^n}{2^{n+1}}\right)x^n.$$

Область сходимости данного ряда – пересечение указанных областей сходимости:

$$M=(-1,1)\cap(-2,2)=(-1,1).\otimes$$

Пример 4.4.8. Разложить в ряд Маклорена функцию, определённую формулой $f(x)=\sin^2 x.$

Р е ш е н и е. Вычисляем производные данной функции:

$$f^{(0)}(x)=\sin^2 x;$$

$$f^{(1)}(x)=2\cdot\sin x\cdot\cos x=\sin 2x;$$

$$f^{(2)}(x)=2\cdot\cos 2x=2\cdot\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right);$$

$$f^{(3)}(x)=-4\cdot\sin 2x=2^2\cdot\sin\left(2x+2\frac{\pi}{2}\right);$$

$$f^{(4)}(x)=-8\cdot\cos 2x=2^3\cdot\sin\left(2x+3\frac{\pi}{2}\right);$$

……;

$$f^{(n)}(x)=2^{n-1}\cdot\sin\left[2x+(n-1)\cdot\frac{\pi}{2}\right];$$

$$f^{(n+1)}(x)=2^n\cdot\sin\left[2x+n\cdot\frac{\pi}{2}\right];$$

……

Вычисляем производные в точке $x=0$:

$$f^{(0)}(0)=0;$$

$$f^{(1)}(0)=0;$$

$$f^{(2)}(0)=2;$$

$$f^{(3)}(0)=0;$$

$$f^{(4)}(0)=2^3;$$

$$f^{(5)}(0)=0;$$

$$f^{(6)}(0)=2^5;$$

……

Остаточный член в форме Лагранжа имеет вид

$$r_n = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}\cdot x^{n+1} = \frac{2^n \cdot \sin\left(2\cdot\xi + \frac{n\cdot\pi}{2}\right)}{(n+1)!}\cdot x^{n+1} =$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{(2\cdot x)^{n+1}}{(n+1)!}\cdot\sin\left(2\cdot\xi + \frac{n\cdot\pi}{2}\right).$$

Так как

$$\lim_{n\to\infty}\frac{(2\cdot x)^{n+1}}{(n+1)!} = 0,\ \left|\sin\left(2\cdot\xi + \frac{n\cdot\pi}{2}\right)\right| \le 1,$$

получаем $\lim\limits_{n\to\infty} r_n = 0$. Поэтому функция $f(x) = \sin^2 x$ может быть разложена в ряд Маклорена

$$\sin^2 x = \frac{2}{2!}\cdot x^2 - \frac{2^3}{4!}\cdot x^4 + \frac{2^5}{6!}\cdot x^6 - \frac{2^7}{8!}\cdot x^8 + \ldots$$

на любом промежутке $[-b, b]$. $\otimes$

Задания для самостоятельной работы

1. Найти частные производные первого порядка функций, заданных формулами:

1) $u(x, y) = x^3 \sin y + y^4$; 2) $u(x, y) = x^2\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}$.

2. Найти частные производные в заданных точках:

1) $u(x, y) = \frac{1-xy}{1+xy}$, $A(0;1)$;

2) $u(x, y) = x\sqrt{y} + \frac{y}{\sqrt[3]{x}}$, $A(1;1)$;

3) $u(x, y) = \ln\sqrt{x^2+y^2}$, $A(\sqrt{2};1)$.

3. Найти полные дифференциалы следующих функций:

1) $u = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$; 2) $u = \ln\left(x_1 + \sqrt{x_1^2 + x_2^2}\right)$;

3) $u = \ln\sin(x_1 - 2x_2)$; 4) $u = x^2 yz^4$; 5) $u = \ln(x^3 - y^3 + 2z^3)$.

4. Пусть функция задана формулой $f(x, y) = x^2 \sin^2 y$. Вычислить $df(x_0, y_0)$ в точке $(x_0, y_0) = \left(-1; \frac{\pi}{4}\right)$.

5. Вычислить значения полных дифференциалов функций, заданных формулами:

1) $u = \frac{x_2}{x_2 - x_1}$, $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $dx_1 = \frac{1}{2}$, $dx_2 = -\frac{1}{3}$;

2) $u = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$,

$x = 3$, $y = 4$, $z = 5$, $dx = -0{,}1$, $dy = 0{,}3$, $dz = 0{,}2$.

6. Вычислить приближённое значение выражения $(1{,}02)^3 \cdot (0{,}97)^2$.

7. Найти $\frac{du}{dt}$, если $u = e^{x-3y}$, $x = \sin t$, $y = t^2$.

8. Найти $\frac{\partial f}{\partial u}, \frac{\partial f}{\partial v}$, если $f = \ln(x^2 + y^2)$, $x = uv$, $y = \frac{u}{v}$.

9. Функция задана уравнением $e^u = \cos x \cos y$. Найти $\frac{\partial u}{\partial x}$ и $\frac{\partial u}{\partial y}$.

28. Найти производную функции

$$u = x^2 + y^2 - 3x + 2y$$

по направлению радиус-вектора точки $M(3; 4)$ в начале координат.

29. Найти производную функции, определённой формулой

$$u = \frac{x_1 x_2 x_3}{3},$$

в точке $M_0(1; 2; 3)$ по направлению вектора $\vec{M_0 M}$, если $M(4; 1; 6)$.

30. Исследовать на экстремум функцию, заданную формулой:

$$f(x, y) = 3x_1 + 6x_2 - x_1^2 - x_1 x_2 - x_2^2.$$

31. Исследовать на экстремум функцию, заданную формулой:

$$f(x, y) = e^{\frac{x}{2}}\left(x + y^2\right).$$

32*). Исследовать на экстремум функцию, заданную формулой

$$z = x^2 + y^2$$

при условии, что $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1.$

33*). Найти наибольшее и наименьшее значения функции, заданной формулой

$$f(x, y) = xy$$

в круге $x^2 + y^2 \le 1.$

34. Выяснить вопрос о сходимости и найти суммы рядов:

1) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \ldots$; 2) $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \ldots$;

3) $1 + \frac{1}{\sqrt[3]{2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{4}} + \frac{1}{\sqrt[3]{8}} + \ldots$; 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{n^2 + 5n + 6}$;

5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n^2 - 5n + 6}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{30}{25n^2 + 5n - 6}$;

7) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{90}{4n^2 + 8n - 5}$; 8) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{18}{n^2 + 3n}$; 9) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{9n^2 - 3n - 2}$;

10) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{4n^2 - 1}$; 11) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{16}{16n^2 - 8n - 3}$; 12) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{60}{(2n+1)(2n+3)(2n+5)}$.

35. Проверить, выполнение необходимого признака сходимости для рядов:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n - 1}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1}$;

3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 1}$; 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3 + 1}}{n^2(2 + \sin n)}$;

5) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(4-n)^3-(2-n)^3}{(1-n)^2-(2+n)^4}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3-n)^3-(2-n)^3}{(1-n)^3-(1+n)^3}$.

36. Исследовать сходимость ряда, используя признак сравнения:

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{1+2^{2n}}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n\cdot\left(1+2^n\right)}$;

3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4-2\sin n}{n-\ln n}$; 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2+\cos n}{n^2+3}$;

5) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2\ln n}{n^3-2}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln n}{\sqrt[4]{n^9}}$;

7) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln n}{\sqrt[3]{n+3}}$; 8) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos^2 n}{n^2+1}$;

9) $\sum_{n=1}^{\infty}\ln\frac{n^3+6}{n^3+5}$; 10) $\sum_{n=1}^{\infty}n\ln\frac{n^4+3}{n^4+2}$;

11) $\sum_{n=1}^{\infty}n\ln\frac{3^n+n}{7^n+2n}$; 12) $\sum_{n=1}^{\infty}n^2\left(e^{\frac{1}{2n^3}}-1\right)$.

37. Исследовать сходимость ряда, используя признак Даламбера:

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n!}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{n^5}$; 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{(n!)^3}$;

4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3n+2)!}{2^n(2n+5)!}$; 5) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n\left(n^5-1\right)}{n!}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n n!}{(2n)!}$;

7) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n n!}{(2n)!}$; 8) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n n!}{n^n}$.

38. Исследовать сходимость ряда, используя радикальный признак Коши:

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n^2+1}{2n^2+1}\right)^{n^2}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n^3+n}{3n^3-1}\right)^{n^2}$;

3) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{5n-3}{7n+1}\right)^{n^3}$; 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n+1}{5n+3}\right)^{n}$;

5) $\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{n}\left(\frac{n}{2n+1}\right)^{2n}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2 3^n}{5^{n+1}}$.

39. Исследовать сходимость знакопеременного ряда и выяснить тип сходимости (абсолютная или условная):

1) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{3n-2}{3n-1}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\left(1+\frac{n}{10^n}\right)$;

3) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n+1}{n^2+n+1}$.

40. Исследовать сходимость функциональных рядов в указанных точках:

1) $\frac{3x+1}{x^2+x+1}+\left(\frac{3x+1}{x^2+x+1}\right)^2+\ldots+\left(\frac{3x+1}{x^2+x+1}\right)^n+\ldots,$

$x=1,\ x=2,\ x=3;$

2) $\frac{1!}{1}\left(x^2-4x+6\right)+\frac{2!}{2^2}\left(x^2-4x+6\right)^2+\ldots+\frac{n!}{n^2}\left(x^2-4x+6\right)^n+\ldots,$

$x=1,\ x=2,\ x=3.$

41. Найти область сходимости функционального ряда

1) $\frac{1}{1+x^2}+\frac{1}{2^2\left(1+x^2\right)^2}+\ldots+\frac{1}{n^2\left(1+x^2\right)^n}+\ldots;$

2) $1+\frac{1}{2^x}+\frac{1}{3^x}+\ldots+\frac{1}{n^x}+\ldots$; 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n\left(x^2-6x+10\right)^n}$;

4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n\left(x^2-5x+9\right)^n}$; 5) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^n}{n^2\left(x^2+3\right)^n}$;

6) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{n\left(x^2-4x+8\right)^n}$; 7) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{6^n}{n^2\left(x^2-2x+6\right)^n}$;

8) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{\left(n+\sqrt{n}\right)^x}$.

42. Найти радиус и промежуток сходимости степенного ряда:

1) $\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\ldots+\frac{x^n}{n!}+\ldots$;

2) $1+\frac{x^3}{10}+\frac{x^6}{10^2}+\ldots+\frac{x^{3(n-1)}}{10^{n-1}}+\ldots$;

3) $2x^5+\frac{4x^{10}}{3}+\frac{8x^{15}}{5}+\ldots+\frac{2^n x^{5n}}{2n-1}+\ldots$;

4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{n(n-1)/2}}{n!}$; 5) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^n}{n\cdot 9^n}$;

6) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+5)^{2n}}{4^n}$; 7) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+1)^n}{(n+1)2^n}$;

8) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}(x+3)^n}{n^2+1}$; 9) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-3)^{2n-1}}{\left(2n^3+3n\right)4^n}$;

10) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n(x+2)^n}{(n+1)^2 3^n}$.

43. Разложить данную функцию в ряд Тейлора в окрестности данной точки, или в ряд Маклорена в окрестности нуля;

1) $f(x)=\frac{x}{\sqrt{9+x^2}}$; 2) $f(x)=\frac{x}{3+2x}$;

3) $f(x)=\sqrt[4]{16+x}$; 4) $f(x)=2^x$;

5) $f(x)=\cos^2 x$; 6) $f(x)=e^{-x^2}$;

7) $f(x)=\dfrac{1}{x}$ по степеням $x-2$; 8) $f(x)=3^x$;

9) $f(x)=e^{-2x}$; 10) $f(x)=\sqrt{x+2}$.

ЧАСТЬ 5. ТЕОРИЯ ПОЛЯ. ВЕКТОРНЫЙ АНАЛИЗ.

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Практическое занятие 1. Базисные векторные поля

Предварительные сведения

Регулярной системой координат в области $D\subset E^n$ называется система гладких функций

$$\begin{cases} q^1=q^1\left(x^1,x^2,\ldots,x^n\right),\\ q^2=q^2\left(x^1,x^2,\ldots,x^n\right),\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,\\ q^n=q^n\left(x^1,x^2,\ldots,x^n\right), \end{cases},$$

задающих взаимно однозначное (биективное) отображение области $G\subset R^n$ на область $D\subset E^n$, и удовлетворяющих условию

$$\begin{vmatrix} \dfrac{\partial q^1}{\partial x^1} & \cdots & \dfrac{\partial q^1}{\partial x^n}\\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots\\ \dfrac{\partial q^n}{\partial x^1} & \cdots & \dfrac{\partial q^n}{\partial x^n} \end{vmatrix}\neq 0,\quad \begin{vmatrix} \dfrac{\partial x^1}{\partial q^1} & \cdots & \dfrac{\partial x^1}{\partial q^n}\\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots\\ \dfrac{\partial x^n}{\partial q^1} & \cdots & \dfrac{\partial x^n}{\partial q^n} \end{vmatrix}\neq 0$$

во всех точках области D.

Если радиус-вектор является функцией декартовых координат, то есть

$$\vec{x} = \vec{x}\left(x^1, x^2, x^3\right) = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3,$$

то для дифференциала радиус-вектора имеем

$$d\vec{x} = \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial \vec{x}}{\partial x^j} dx^j = \frac{\partial \vec{x}}{\partial x^1} dx^1 + \frac{\partial \vec{x}}{\partial x^2} dx^2 + \frac{\partial \vec{x}}{\partial x^3} dx^3 \equiv dx^j \vec{e}_j .$$

Если радиус-вектор является функцией криволинейных координат, то есть

$$\vec{x} = \vec{x}\left(q^1, q^2, q^3\right) =$$

$$= x^1\left(q^1, q^2, q^3\right)\vec{e}_1 + x^2\left(q^1, q^2, q^3\right)\vec{e}_2 + x^3\left(q^1, q^2, q^3\right)\vec{e}_3,$$

или в скалярной форме

$$\begin{cases} x^1 = x^1\left(q^1, q^2, q^3\right), \\ x^2 = x^2\left(q^1, q^2, q^3\right), \\ x^3 = x^3\left(q^1, q^2, q^3\right), \end{cases}$$

то для дифференциала радиус-вектора имеем

$$d\vec{x} = \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial \vec{x}}{\partial q^j} dq^j = \frac{\partial \vec{x}}{\partial q^1} dq^1 + \frac{\partial \vec{x}}{\partial q^2} dq^2 + \frac{\partial \vec{x}}{\partial q^3} dq^3 \equiv dq^j \vec{g}_j ,$$

где по определению введены новые векторы

$$\vec{g}_j \overset{def}{=} \frac{\partial \vec{x}}{\partial q^j},$$

которые зависят от криволинейных координат и являются, следовательно, не векторами, а **векторными полями**.

Можно показать, что векторные поля $\vec{g}_k$ при выполнении приведённого выше условия регулярности отображения, образуют базис пространства E^3. Эти поля называются **натуральными базисными векторными полями**.

Взаимные базисные векторные поля определяются по формуле

$$\vec{g}^{\,i} \overset{def}{=} \nabla q^i,$$

или формулами

$$\vec{g}^{\,i} \overset{def}{=} g^{ij} \vec{g}_j,$$

где g^{ij} – некоторая, пока произвольная невырожденная симметрическая матрица.

Полярные координаты $\left\{q^1; q^2\right\} \equiv \left\{r; \varphi\right\}$ **на плоскости** R^2 задаются отображением

$$\hat{F}^{-1} : R^2\{r;\varphi\} \to R^2\{x^1; x^2\},$$

которое в координатной форме записи имеет вид

$$\begin{cases} x^1 = r\cos\varphi, \\ x^2 = r\sin\varphi. \end{cases}$$

Координата r называется **полярным радиусом**, а координата φ – **полярным углом**. Якобиан этого преобразования равен:

$$\det\left(\frac{\partial(x^1, x^2)}{\partial(r, \varphi)}\right) = \begin{vmatrix} \frac{\partial x^1}{\partial r} & \frac{\partial x^1}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial x^2}{\partial r} & \frac{\partial x^2}{\partial \varphi} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos\varphi & -r\sin\varphi \\ \sin\varphi & r\cos\varphi \end{vmatrix} = r.$$

Цилиндрические координаты в пространстве R^3 задаются отображением

$$\hat{F}^{-1} : R^3\{r;\varphi;h\} \to R^3\{x^1; x^2; x^3\},$$

которое в координатной форме записи имеет вид

$$\begin{cases} x^1 = r\cos\varphi, \\ x^2 = r\sin\varphi, \\ x^3 = h. \end{cases}$$

Здесь

$$D = \left\{\{r;\varphi;h\} \in R_2^3 : 0 \le r < +\infty,\ 0 \le \varphi < 2\pi,\ -\infty < h < +\infty\right\}.$$

Якобиан преобразования

$$\det\left(\frac{\partial(x^1, x^2, x^3)}{\partial(r, \varphi, h)}\right) = \begin{vmatrix} \cos\varphi & -r\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & r\cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = r.$$

Сферические координаты в пространстве R^3 задаются отображением

$$\hat{F}^{-1} : R^3\{r, \varphi, \theta\} \to R^3\{x^1, x^2, x^3\},$$

которое в координатной форме записи имеет вид (рисунок 1.3)

$$\begin{cases} x^1 = r\sin\theta\cdot\cos\varphi, \\ x^2 = r\sin\theta\cdot\sin\varphi, \\ x^3 = r\cos\theta. \end{cases}$$

Здесь

$$D = \left\{ \{r, \varphi, \vartheta\} \in R_2^3 : 0 \le r < +\infty, 0 \le \varphi < 2\pi, 0 < \theta \le \pi \right\}.$$

Якобиан преобразования (1.35)

$$\det\left(\frac{\partial\left(x^1, x^2, x^3\right)}{\partial(r, \varphi, \theta)} \right) = \begin{vmatrix} \sin\theta\cos\varphi & -r\sin\theta\sin\varphi & r\cos\theta\cos\varphi \\ \sin\theta\sin\varphi & r\sin\theta\cos\varphi & r\cos\theta\sin\varphi \\ \cos\theta & 0 & -r\sin\theta \end{vmatrix} =$$

$$= -r^2 \sin\theta.$$

Примеры с решением

Пример 5.1.1. Показать, что орты полярной системы координат связаны с ортами декартовой системы координат соотношениями

$$\vec{g}_{\langle r \rangle} = \cos\varphi\, \vec{e}_1 + \sin\varphi\, \vec{e}_2,\ \vec{g}_{\langle \varphi \rangle} = -\sin\varphi\, \vec{e}_1 + \cos\varphi\, \vec{e}_2. \qquad (1)$$

Р е ш е н и е. В полярной системе координат связь между старыми (декартовыми) и новыми (полярными) координатами даётся обратным отображением

$$x^1 = r\cos\varphi,\ x^2 = r\sin\varphi. \qquad (2)$$

Следовательно, для радиус-вектора получаем

$$\vec{r} = r\cos\varphi \cdot \vec{e}_1 + r\sin\varphi \cdot \vec{e}_2. \qquad (3)$$

Воспользуемся формулами связи базисных векторных полей:

$$\vec{g}_j \overset{def}{=} \frac{\partial \vec{x}}{\partial q^j} = \frac{\partial \vec{x}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial q^j} = \frac{\partial x^i}{\partial q^j}\vec{e}_i = A_{\cdot j}^{i\cdot}\vec{e}_i. \qquad (4)$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_r$ имеем:

$$\vec{g}_r = \frac{\partial \vec{r}}{\partial r} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial r} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial r} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial r} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial r}\left(r\cos\varphi\right)\cdot \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial r}\left(r\sin\varphi\right)\cdot \vec{e}_2 = \cos\varphi\cdot \vec{e}_1 + \sin\varphi\cdot \vec{e}_2. \qquad (5)$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_\varphi$ имеем:

$$\vec{g}_{\varphi} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial \varphi} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial \varphi} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial \varphi} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial \varphi}(r\cos\varphi)\cdot \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial \varphi}(r\sin\varphi)\cdot \vec{e}_2 =$$

$$= -r\sin\varphi \cdot \vec{e}_1 + r\cos\varphi \cdot \vec{e}_2. \qquad (6)$$

Так как

$$\left\| \vec{g}_r \right\| = \sqrt{\left(\vec{g}_r, \vec{g}_r \right)} = \sqrt{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi} = 1,$$

то базисное векторное поля $\vec{g}_r$ нормировано и, следовательно, имеем

$$\vec{g}_{\langle r \rangle} \equiv \vec{g}_r = \cos\varphi \cdot \vec{e}_1 + \sin\varphi \cdot \vec{e}_2. \qquad (7)$$

Векторное поле $\vec{g}_{\varphi}$ не нормировано, а его норма

$$\left\| \vec{g}_{\varphi} \right\| = \sqrt{\left(\vec{g}_{\varphi}, \vec{g}_{\varphi} \right)} = \sqrt{\left(-r\sin\varphi\right)^2 + \left(r\cos\varphi\right)^2} = r. \qquad (8)$$

Орт векторного поля $\vec{g}_{\varphi}$ равен

$$\vec{g}_{\langle \varphi \rangle} = \frac{1}{\left\| \vec{g}_{\varphi} \right\|}\vec{g}_{\varphi} = \frac{1}{r}\left(-r\sin\varphi \cdot \vec{e}_1 + r\cos\varphi \cdot \vec{e}_2 \right) =$$

$$= -\sin\varphi \cdot \vec{e}_1 + \cos\varphi \cdot \vec{e}_2. \qquad (9)$$

Формулы (7) и (9) решают поставленную задачу. $\otimes$

Пример 5.1.2. В полярной системе координат закон движения точки задан уравнениями

$$x^1(t) = r(t)\cdot\cos\varphi(t),\ x^2(t) = r(t)\cdot\sin\varphi(t), \qquad (1)$$

где t – время. Найти скорость и ускорение точки в декартовых и полярных координатах.

Р е ш е н и е. Векторная параметризация движения имеет вид

$$\vec{r} = r\cos\varphi \cdot \vec{e}_1 + r\sin\varphi \cdot \vec{e}_2. \qquad (2)$$

Вектор скорости

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(r\cos\varphi)\cdot\vec{e}_1 + \frac{d}{dt}(r\sin\varphi)\cdot\vec{e}_2 =$$

$$= \left(\frac{dr}{dt}\cdot\cos\varphi + r\cdot\frac{d}{d\varphi}(\cos\varphi)\cdot\frac{d\varphi}{dt}\right)\cdot\vec{e}_1 +$$

$$+ \left(\frac{dr}{dt}\cdot\sin\varphi + r\cdot\frac{d}{d\varphi}(\sin\varphi)\cdot\frac{d\varphi}{dt}\right)\cdot\vec{e}_2 =$$

$$= \left(\frac{dr}{dt}\cdot\cos\varphi - r\cdot\sin\varphi\cdot\frac{d\varphi}{dt}\right)\cdot\vec{e}_1 + \left(\frac{dr}{dt}\cdot\sin\varphi + r\cdot\cos\varphi\cdot\frac{d\varphi}{dt}\right)\cdot\vec{e}_2. \qquad (3)$$

Найдём проекции вектора скорости на оси полярной системы координат. Для этого вычислим значения скалярных произведений вектора скорости и ортов полярной системы координат, найденных в предыдущей задаче (формулы (7) и (9)):

$$v_r \equiv \Pr_{\vec{e}_r}\vec{v} = \left(\vec{v}, \vec{g}_{\langle r\rangle}\right) =$$

$$= \left(\frac{dr}{dt}\cos\varphi - r\frac{d\varphi}{dt}\sin\varphi\right)\cos\varphi + \left(\frac{dr}{dt}\sin\varphi + r\frac{d\varphi}{dt}\cos\varphi\right)\sin\varphi = \frac{dr}{dt}, \qquad (4)$$

$$v_\varphi \equiv \Pr_{\vec{e}_\varphi}\vec{v} = \left(\vec{v}, \vec{g}_{\langle\varphi\rangle}\right) =$$

$$= \left(\frac{dr}{dt}\cos\varphi - r\frac{d\varphi}{dt}\sin\varphi\right)(-\sin\varphi) + \left(\frac{dr}{dt}\sin\varphi + r\frac{d\varphi}{dt}\cos\varphi\right)\cos\varphi =$$

$$= r\frac{d\varphi}{dt}. \qquad (5)$$

Таким образом, вектор скорости в полярной системе координат имеет вид

$$\vec{v} = \frac{dr}{dt}\vec{g}_{\langle r\rangle} + r\frac{d\varphi}{dt}\vec{g}_{\langle\varphi\rangle}. \qquad (6)$$

Найдём разложение вектора ускорения по ортам полярной системы координат. Для этого используем формулы (7) и (9) из предыдущей задачи и формулу (6) из этой задачи:

$$\vec{w} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2r}{dt^2}\vec{g}_{\langle r\rangle} + \frac{dr}{dt}\frac{d\vec{g}_{\langle r\rangle}}{dt} + \frac{dr}{dt}\frac{d\varphi}{dt}\vec{g}_{\langle\varphi\rangle} + r\frac{d^2\varphi}{dt^2}\vec{g}_{\langle\varphi\rangle} + r\frac{d\varphi}{dt}\frac{d\vec{g}_{\langle\varphi\rangle}}{dt};$$

$$\frac{d\vec{g}_{\langle r\rangle}}{dt} = -\sin\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_1 + \cos\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_2;$$

$$\frac{d\vec{g}_{\langle\varphi\rangle}}{dt} = -\cos\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_1 - \sin\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_2;$$

$$\vec{w} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2r}{dt^2}\vec{g}_{\langle r\rangle} + \frac{dr}{dt}\left(-\sin\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_1 + \cos\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_2\right) +$$

$$+\frac{dr}{dt}\frac{d\varphi}{dt}\vec{g}_{\langle\varphi\rangle} + r\frac{d^2\varphi}{dt^2}\vec{g}_{\langle\varphi\rangle} +$$

$$+r\frac{d\varphi}{dt}\left(-\cos\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_1 - \sin\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_2\right) =$$

$$= \left(\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right)\vec{g}_{\langle r\rangle} + \left(r\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\frac{dr}{dt}\frac{d\varphi}{dt}\right)\vec{g}_{\langle\varphi\rangle}.$$

Итак, в полярной системе координат для ускорения получаем следующее выражение:

$$\vec{w} = \left(\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right)\vec{g}_{\langle r\rangle} + \left(r\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\frac{dr}{dt}\frac{d\varphi}{dt}\right)\vec{g}_{\langle\varphi\rangle}. \otimes \qquad (7)$$

Пример 5.1.3. Закон движения точки в полярных координатах имеет вид:

$$\begin{cases} r = t\cdot\sin 3t, \\ \varphi = t^3. \end{cases} \qquad (1)$$

Найти скорость и ускорение точки в полярных и декартовых координатах в момент времени $t = 1\,c$. Радиус дан в метрах.

Р е ш е н и е. 1) Полярные координаты точки в заданный момент времени:

$$r(1) = \sin 3 = 0{,}141;\ \varphi(1) = 1.$$

2) Дифференцируя уравнения движения (1) по времени, получаем:

$$\begin{cases} \dot{r} = \sin 3t + 3t\cos 3t, \\ \dot{\varphi} = 3t^2. \end{cases} \qquad (2)$$

При $t = 1\,c$ имеем:

$$\dot{r}(1) = -2{,}829,\ \dot{\varphi}(1) = 3.$$

3) По формулам (4) и (5) предыдущей задачи находим компоненты скорости в полярных координатах:

$$v_r(1) = \dot{r}(1) = -2{,}829\,\frac{м}{c};\ v_\varphi(1) = r(1)\cdot\dot{\varphi}(1) = 0{,}423\,\frac{м}{c}.$$

4) Норма скорости:

$$v(1) = \sqrt{v_r^2(1) + v_\varphi^2(1)} = 2{,}860\,\frac{м}{c}.$$

5) Дифференцируя формулы связи полярных и декартовых координат по времени, находим компоненты скорости в декартовых координатах:

$$v^1 = \dot{x}^1 = \dot{r}\cos\varphi - r\,\dot{\varphi}\sin\varphi = v_r\cos\varphi - v_\varphi\sin\varphi;$$

$$v^2 = \dot{x}^2 = \dot{r}\sin\varphi + r\,\dot{\varphi}\cos\varphi = v_r\sin\varphi + v_\varphi\cos\varphi.$$

В заданный момент времени имеем:

$$v^1(1) = -1{,}883\,\frac{м}{c};\ v^2(1) = -2{,}148\,\frac{м}{c}.$$

Проверка правильности вычислений (норма вектора скорости в декартовых и полярных координатах должна быть одинаковой):

$$v = \sqrt{\left(v^1\right)^2 + \left(v^2\right)^2} = 2{,}85\,\frac{м}{c}.$$

6) Находим вторые производные, дифференцируя (2):

$$\ddot{r} = 6\cos 3t - 9t\sin 3t;\ \ddot{\varphi} = 6t.$$

При $t = 1$ имеем:

$$\ddot{r}(1) = -9{,}74;\ \ddot{\varphi}(1) = 6.$$

7) Находим компоненты ускорения в полярных координатах:

$$w_r(1) = \ddot{r}(1) - r(1)\dot{\varphi}^2(1) = -11{,}01\,\frac{м}{c^2};$$

$$w_\varphi(1) = r(1)\ddot{\varphi}(1) + 2\dot{r}(1)\dot{\varphi}(1) = -16{,}128\,\frac{м}{c^2}.$$

8) Норма ускорения

$$w = \sqrt{w_r^2 + w_\varphi^2} = 19{,}52\,\frac{м}{c^2}.$$

9) Компоненты ускорения в декартовых координатах находим двукратным дифференцированием формулы (2) по времени:

$$w^1 = \left(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2\right)\cos\varphi - \left(r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi}\right)\sin\varphi \equiv w_r\cos\varphi - w_\varphi\sin\varphi;$$

$$w^2 = \left(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2\right)\sin\varphi + \left(r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi}\right)\cos\varphi = w_r\sin\varphi + w_\varphi\cos\varphi.$$

При $t = 1$ имеем:

$$w^1(1) = 7{,}602;\ w^2(1) = -17{,}95.$$

Проверка:

$$w = \sqrt{\left(w^1\right)^2 + \left(w^2\right)^2} = 19{,}49.\ \otimes$$

Пример 5.1.4. Закон движения точки в полярных координатах имеет вид:

$$r = 22\cdot\frac{1 - \dfrac{t^2}{121}}{t};\ \ \varphi = \arccos\left(\frac{t}{11}\right).$$

Найти скорость и ускорение точки в полярных и декартовых координатах в момент времени $t = 9\,c$. Радиус дан в метрах.

Ответ:

r	$\dot{r}$	φ	$\dot{\varphi}$	v_r	v_φ	v	v^1	v^2
м	м/с	рад	рад/сек			м/с		
0,81	-0,45	0,61	-0,16	-0,45	-0,13	0,47	-0,3	-0,37

Пример 5.1.5. Выразить базисные векторные поля цилиндрической системы координат в виде разложения по ортам декартовой системы координат.

Р е ш е н и е. Связь декартовых и цилиндрических координат имеет вид

$$\begin{cases} x^1 = r\cos\varphi, \\ x^2 = r\sin\varphi, \\ x^3 = h, \end{cases} \det\left(\frac{\partial(x^1, x^2, x^3)}{\partial(r, \varphi, h)}\right) = \begin{vmatrix} \cos\varphi & -r\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & r\cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = r,$$

где для цилиндрических координат принимаются следующие пределы изменения:

$$D = \left\{\{r;\, \varphi;\, h\} \in R_2^3 : 0 \le r < +\infty,\, 0 \le \varphi < 2\pi,\, -\infty < h < +\infty\right\}.$$

Для радиус-вектора имеем

$$\vec{r} = r\cos\varphi\,\vec{e}_1 + r\sin\varphi\,\vec{e}_2 + h\,\vec{e}_3.$$

Дифференцируем разложение радиус-вектора последовательно по цилиндрическим координатам и используем формулу разложения базисных векторных полей по ортам декартовой системы координат

$$\vec{g}_j \overset{def}{=} \frac{\partial \vec{x}}{\partial q^j} = \frac{\partial \vec{x}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial q^j} = \frac{\partial x^i}{\partial q^j}\vec{e}_i = \frac{\partial x^1}{\partial q^j}\vec{e}_1 + \frac{\partial x^2}{\partial q^j}\vec{e}_2 + \frac{\partial x^3}{\partial q^j}\vec{e}_3.$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_r$ имеем:

$$\vec{g}_r = \frac{\partial \vec{r}}{\partial r} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial r} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial r} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial r} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3}\frac{\partial x^3}{\partial r} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial r}(r\cos\varphi)\cdot\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial r}(r\sin\varphi)\cdot\vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial r}h\cdot\vec{e}_3 = \cos\varphi\cdot\vec{e}_1 + \sin\varphi\cdot\vec{e}_2.$$

Так как для векторного поля $\vec{g}_r$

$$\left\|\vec{g}_r\right\| = \sqrt{\left(\vec{g}_r, \vec{g}_r\right)} = \sqrt{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi} = 1,$$

то базисное векторное поле $\vec{g}_r$ нормированное, то есть

$$\vec{g}_{\langle r\rangle} \equiv \vec{g}_r.$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_\varphi$ имеем:

$$\vec{g}_\varphi = \frac{\partial\vec{r}}{\partial\varphi} = \frac{\partial\vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial\varphi} \equiv \frac{\partial\vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial\varphi} + \frac{\partial\vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial\varphi} + \frac{\partial\vec{r}}{\partial x^3}\frac{\partial x^3}{\partial\varphi} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial\varphi}(r\cos\varphi)\cdot\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial\varphi}(r\sin\varphi)\cdot\vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial\varphi}h\cdot\vec{e}_3 =$$

$$= -r\sin\varphi\cdot\vec{e}_1 + r\cos\varphi\cdot\vec{e}_2.$$

Так как для векторного поля $\vec{g}_\varphi$

$$\left\|\vec{g}_\varphi\right\| = \sqrt{\left(\vec{g}_\varphi, \vec{g}_\varphi\right)} = \sqrt{(-r\sin\varphi)^2 + (r\cos\varphi)^2} = r,$$

то поле $\vec{g}_\varphi$ ненормированное. Находим орт поля:

$$\vec{g}_{\langle\varphi\rangle} = \frac{1}{\left\|\vec{g}_\varphi\right\|}\vec{g}_\varphi = \frac{1}{r}\left(-r\sin\varphi\cdot\vec{e}_1 + r\cos\varphi\cdot\vec{e}_2\right) =$$

$$= -\sin\varphi\cdot\vec{e}_1 + \cos\varphi\cdot\vec{e}_2.$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_h$ имеем:

$$\vec{g}_h = \frac{\partial \vec{r}}{\partial h} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial h} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial h} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial h} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3}\frac{\partial x^3}{\partial h} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial h}(r\cos\varphi)\cdot\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial h}(r\sin\varphi)\cdot\vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial h}h\cdot\vec{e}_3 = \vec{e}_3.$$

Таким образом, базисное векторное поле $\vec{g}_h$ нормированное, то есть

$$\vec{g}_{\langle h\rangle} = \vec{e}_3. \otimes$$

Пример 5.1.6. Выразить базисные векторные поля сферической системы координат в виде разложения по ортам декартовой системы координат.

Р е ш е н и е. Связь декартовых и сферических координат имеет вид

$$\begin{cases} x^1 = r\sin\theta\cdot\cos\varphi, \\ x^2 = r\sin\theta\cdot\sin\varphi, \\ x^3 = r\cos\theta, \end{cases}$$

$$\det\left(\frac{\partial\left(x^1, x^2, x^3\right)}{\partial(r, \varphi, \theta)}\right) = \begin{vmatrix} \sin\theta\cos\varphi & -r\sin\theta\sin\varphi & r\cos\theta\cos\varphi \\ \sin\theta\sin\varphi & r\sin\theta\cos\varphi & r\cos\theta\sin\varphi \\ \cos\theta & 0 & -r\sin\theta \end{vmatrix} =$$

$$= -r^2\sin\theta,$$

где для сферических координат принимаются следующие пределы изменения:

$$D = \left\{\{r, \varphi, \vartheta\} \in R_2^3 : 0 \le r < +\infty, 0 \le \varphi < 2\pi, 0 < \theta \le \pi\right\}.$$

Радиус-вектор имеет вид:

$$\vec{r} = r\sin\theta\cdot\cos\varphi\,\vec{e}_1 + r\sin\theta\cdot\sin\varphi\,\vec{e}_2 + r\cos\theta\,\vec{e}_3.$$

Дифференцируем разложение радиус-вектора последовательно по сферическим координатам и снова используем формулу разложения базисных векторных полей по ортам декартовой системы координат.

Для базисного векторного поля $\vec{g}_r$ имеем:

$$\vec{g}_r = \frac{\partial \vec{r}}{\partial r} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial r} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial r} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial r} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3}\frac{\partial x^3}{\partial r} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial r}(r\sin\theta\cos\varphi)\cdot\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial r}(r\sin\theta\sin\varphi)\cdot\vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial r}(r\cos\theta)\cdot\vec{e}_3 =$$

$$= \sin\theta\cos\varphi\cdot\vec{e}_1 + \sin\theta\sin\varphi\cdot\vec{e}_2 + \cos\theta\cdot\vec{e}_3.$$

Норма поля

$$\left\|\vec{g}_r\right\| = \sqrt{(\sin\theta\cos\varphi)^2 + (\sin\theta\sin\varphi)^2 + \cos^2\theta} = 1.$$

Поле нормированное. Следовательно, имеем:

$$\vec{g}_{\langle r\rangle} \equiv \vec{g}_r = \sin\theta\cos\varphi\cdot\vec{e}_1 + \sin\theta\sin\varphi\cdot\vec{e}_2 + \cos\theta\cdot\vec{e}_3.$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_\varphi$ имеем:

$$\vec{g}_\varphi = \frac{\partial \vec{r}}{\partial \varphi} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial \varphi} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3}\frac{\partial x^3}{\partial \varphi} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial \varphi}(r\sin\theta\cos\varphi)\cdot\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial \varphi}(r\sin\theta\sin\varphi)\cdot\vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial \varphi}(r\cos\theta)\cdot\vec{e}_3 =$$

$$= -r\sin\theta\sin\varphi\cdot\vec{e}_1 + r\sin\theta\cos\varphi\cdot\vec{e}_2.$$

Норма поля

$$\left\|\vec{g}_\varphi\right\| = \sqrt{(-r\sin\theta\sin\varphi)^2 + (r\sin\theta\cos\varphi)^2} = \sqrt{r^2\sin^2\theta} = r\sin\theta.$$

Поле ненормированное. Находим орт поля:

$$\vec{g}_{\langle\varphi\rangle} = \frac{1}{\left\|\vec{g}_\varphi\right\|}\vec{g}_\varphi = \frac{1}{r\sin\theta}\left(-r\sin\theta\sin\varphi\cdot\vec{e}_1 + r\sin\theta\cos\varphi\cdot\vec{e}_2\right) =$$

$$= -\sin\varphi \cdot \vec{e}_1 + \cos\varphi \cdot \vec{e}_2.$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_\theta$ имеем:

$$\vec{g}_\theta = \frac{\partial \vec{r}}{\partial \theta} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial \theta} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial \theta} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial \theta} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3}\frac{\partial x^3}{\partial \theta} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial \theta}\left(r\sin\theta\cos\varphi\right)\cdot \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial \theta}\left(r\sin\theta\sin\varphi\right)\cdot \vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial \theta}\left(r\cos\theta\right)\cdot \vec{e}_3 =$$

$$= r\cos\theta\cos\varphi \cdot \vec{e}_1 + r\cos\theta\sin\varphi \cdot \vec{e}_2 - r\sin\theta \cdot \vec{e}_3.$$

Норма поля

$$\left\|\vec{g}_\theta\right\| = \sqrt{\left(r\cos\theta\cos\varphi\right)^2 + \left(r\cos\theta\sin\varphi\right)^2 + \left(-r\sin\theta\right)^2} = r.$$

Поле ненормированное. Находим орт поля:

$$\vec{g}_{\langle\theta\rangle} = \frac{1}{\left\|\vec{g}_\theta\right\|}\vec{g}_\theta = \frac{1}{r}\left(r\cos\theta\cos\varphi \cdot \vec{e}_1 + r\cos\theta\sin\varphi \cdot \vec{e}_2 - r\sin\theta \cdot \vec{e}_3\right) =$$

$$= \cos\theta\cos\varphi \cdot \vec{e}_1 + \cos\theta\sin\varphi \cdot \vec{e}_2 - \sin\theta \cdot \vec{e}_3. \otimes$$

Практическое занятие 2. Криволинейные интегралы

Предварительные сведения

Формула вычисления криволинейного интеграла первого рода по параметризованному замкнутому пути $\hat{W}\left(\overline{J}\right),\ \overline{J} = [\alpha, \beta]$

$$\vec{x}(t) = \sum_{k=1}^{3} w_k(t)\vec{e}_k$$

имеет вид:

$$\int\limits_{W_{\alpha,\beta}} f\left(\vec{x}(t)\right)dl \equiv \int\limits_{W_{\alpha,\beta}} f\left(x_1, x_2, x_3\right)dl = \int\limits_{W_{\alpha,\beta}} f\left(\vec{x}(t)\right)\left\|\frac{d\vec{x}}{dt}(t)\right\|dt =$$

$$= \int\limits_{\alpha}^{\beta} f\left(w_1(t), w_2(t), w_3(t)\right)\cdot\sqrt{\left[\frac{dw_1(t)}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dw_2(t)}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dw_3(t)}{dt}\right]^2}\,dt.$$

В случае естественной параметризации

$$y = y(x),\ z = z(x),\ x \in \overline{J}$$

формула принимает вид

$$\int\limits_{L_{a,b}} f(x, y, z)dl = \int\limits_{a}^{b} f(x, y(x), z(x))\cdot\sqrt{1 + \left[\frac{dy(x)}{dx}\right]^2 + \left[\frac{dz(x)}{dx}\right]^2}\,dx,$$

где $a = x(\alpha),\ b = x(\beta)$/

Формула вычисления криволинейного интеграла второго рода для общего случая параметризации имеет вид:

$$\int\limits_{W_{\alpha,\beta}} F_1\left(\vec{x}(t)\right)dx^1 + F_2\left(\vec{x}(t)\right)dx^2 + F_3\left(\vec{x}(t)\right)dx^3 =$$

$$= \int\limits_{\alpha}^{\beta}\Bigg[F_1\left(w_1(t), w_2(t), {}_3(t)\right)\frac{dw_1(t)}{dt} + F_2\left(w_1(t), w_2(t), {}_3(t)\right)\frac{dw_2(t)}{dt} +$$

$$+F_3\left(w_1(t), w_2(t), {}_3(t)\right)\frac{dw_3(t)}{dt}\Bigg]dt.$$

Если путь задан естественной параметризацией

$$y = y(x),\ z = z(x),$$

то есть параметром является переменная x, формула переписывается так:

$$I_{W_{a,b}} = \int\limits_{W_{a,b}} P(x, y, z)dx + Q(x, y, z)dy + R(x, y, z)dz =$$

$$= \int\limits_{a}^{b}\Bigg[P(x, y(x), z(x)) + Q(x, y(x), z(x))\frac{dy(x)}{dx} + R(x, y(x), z(x))\frac{dz(x)}{dx}\Bigg]dx,$$

где

$$a = x(\alpha),\ b = x(\beta)$$

– пределы изменения переменной x и учтено, что $\frac{dx}{dx} = 1$. Аналогичные формулы можно записать и в тех случаях, когда в качестве параметра рассматривается переменная y или z.

Примеры с решением

Пример 6.2.1. Вычислить криволинейный интеграл первого рода

$$I = \int_L (x + y)dl$$

по меньшей части окружности

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = R^2, \\ y = x, \end{cases}$$

ограниченной точками $A(0, 0, R)$, $B\left(\frac{R}{2}, \frac{R}{2}, \frac{R}{\sqrt{2}}\right)$.

Р е ш е н и е. Параметризация окружности:

$$x = t,\ y = t,\ z = \sqrt{R^2 - 2t^2},\ 0 \le t \le \frac{R}{2},$$

$$\sqrt{\left[\frac{dx(t)}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dy(t)}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dz(t)}{dt}\right]^2} = \frac{\sqrt{2}R}{\sqrt{R^2 - 2t^2}}.$$

Используем формулу

$$\int_L f(x, y, z)dl = \int_\alpha^\beta f(x(t), y(t), z(t)) \cdot \sqrt{\left[\frac{dx(t)}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dy(t)}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dz(t)}{dt}\right]^2}\, dt.$$

Получаем:

$$I = \int_L (x + y)dl = \int_0^{R/2} 2t \frac{\sqrt{2}Rdt}{\sqrt{R^2 - 2t^2}} = R^2\left(\sqrt{2} - 1\right). \otimes$$

Пример 6.2.2. Найти массу $1/4$ окружности

$$x_1^{\,2} + x_2^{\,2} = R^2,$$

если $\rho(x_1, x_2) = x_2$ и $x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0$.

Р е ш е н и е. Воспользуемся формулой для случая плоского пути, заданного непрерывно дифференцируемой параметризацией. Параметрические уравнения окружности

$$\begin{cases} x_1 = R\cos t, \\ x_2 = R\sin t. \end{cases}$$

Поэтому имеем:

$$M = \int\limits_W \rho(x_1, x_2)dl =$$

$$= \int\limits_0^{\pi/2} R\sin t\sqrt{(-R\sin t)^2 + (R\cos t)^2}dt = R^2\int\limits_0^{\pi/2}\sin t dt = R^2. \otimes$$

Пример 6.2.3. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$I = \int\limits_W (x+y)dx - xdy,$$

где путь W – отрезок прямой, соединяющий точки $M_0(0; 0)$ и $M_1(4; 2)$.

Р е ш е н и е. Используем формулу вычисления криволинейного интеграла второго рода для случая плоского пути:

$$I_{W_{a,b}} = \int\limits_{W_{a,b}} P(x, y, z)dx + Q(x, y, z)dy =$$

$$= \int\limits_a^b \left[P(x, y(x), z(x)) + Q(x, y(x), z(x))\frac{dy(x)}{dx} \right] dx.$$

Здесь

$$\vec{M_0M_1} = 4\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2,\ \vec{M_0M} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2,$$

$$\vec{M_0M} = t\cdot\vec{M_0M_1},\ \begin{cases} x = 4t, \\ y = 2t, \end{cases}\ y = \frac{1}{2}x,\ x \in [0, 4].$$

Имеем:

$$\int\limits_W (x+y)dx - xdy = \int\limits_0^4 \left(\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}x\right)dx = \int\limits_0^4 xdx = \left.\frac{x^2}{2}\right|_0^4 = 8. \otimes$$

Пример 6.2.4. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\int\limits_W x^2 ydx + y^2 xdy$$

по пути с параметризацией $x = t,\ y = t^3,\ t \in [0, 1]$.

Р е ш е н и е. Используем формулу с естественной параметризацией для случая плоского пути:

$$\int\limits_{W_{\alpha,\,\beta}} F_1\left(\vec{x}\right)dx_1 + F_2\left(\vec{x}\right)dx_2 =$$

$$= \int\limits_{\alpha}^{\beta}\left[F_1\left(x_1(t),\, x_2(t),\, x_3(t)\right)\frac{dx_1(t)}{dt} + F_2\left(x_1(t),\, x_2(t),\, x_3(t)\right)\frac{dx_2(t)}{dt}\right]dt$$

Получаем:

$$\int\limits_{W} x^2 y dx + y^2 x dy = \int\limits_{0}^{1}\left(t^5 + 3t^9\right)dt = \left(\frac{t^6}{6} + 3\frac{t^{10}}{10}\right)\Bigg|_0^1 = \frac{7}{15}. \otimes$$

Пример 6.2.5. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\int\limits_{\hat{W}}\left(x_2{}^2 - x_3{}^2\right)dx_1 + 2x_2x_3dx_2 - x_1{}^2dx_3$$

по замкнутому пути с параметризацией $x_1 = t$, $x_2 = t^2$, $x_3 = t^3$, начальной и конечными точками $M_0(0;\,0;\,0)$, $M_1(1;\,1;\,1)$ соответственно.

Р е ш е н и е. Для вычисления применим формулу:

$$I_{W_{a,\,b}} = \int\limits_{W_{a,\,b}} F_1\left(\vec{x}\right)dx_1 + F_2\left(\vec{x}\right)dx_2 + F_3\left(\vec{x}\right)dx_3 =$$

$$= \int\limits_{\alpha}^{\beta}\left[F_1\left(x_1(t),\, x_2(t),\, x_3(t)\right)\frac{dx_1(t)}{dt} + F_2\left(x_1(t),\, x_2(t),\, x_3(t)\right)\frac{dx_2(t)}{dt} + \right.$$

$$\left. + F_3\left(x_1(t),\, x_2(t),\, x_3(t)\right)\frac{dx_3}{dt}(t)\right]dt.$$

Пределы изменения параметра $t \in [0,\,1]$, то есть $\alpha = 0$, $\beta = 1$. Подстановка данных задачи даёт:

$$\int\limits_{\hat{W}}\left(x_2{}^2 - x_3{}^2\right)dx_1 + 2x_2x_3dx_2 - x_1{}^2dx_3 = \int\limits_{0}^{1}\left[\left(t^4 - t^6\right) + 4t^6 - 3t^4\right]dt =$$

$$= \int_0^1 \left(3t^6 - 2t^4\right)dt = \left(\frac{3}{7}t^7 - \frac{2}{5}t^5\right)\Big|_0^1 = \frac{1}{35}. \otimes$$

Пример 6.2.6. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\oint_W (x+y)dx + (x-y)dy,$$

где W – окружность с уравнением $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4.$

Р е ш е н и е. Запишем параметризацию окружности:

$$\vec{x}(t) = (1+2\cos t)\vec{e}_1 + (1+2\sin t)\vec{e}_2,$$

$$0 \le t \le 2\pi.$$

Интеграл вычисляем, пользуясь формулой

$$\int_W F_1\left(\vec{x}\right)dx + F_2\left(\vec{x}\right)dy = \int_\alpha^\beta \left[F_1\left(\vec{x}(t)\right)\frac{dx(t)}{dt} + F_2\left(\vec{x}(t)\right)\frac{dy(t)}{dt}\right]dt$$

и тем, что

$$\frac{dx(t)}{dt} = -2\sin t,\ \frac{dy(t)}{dt} = 2\cos t.$$

Имеем:

$$\oint_W (x+y)dx + (x-y)dy =$$

$$= \int_0^{2\pi} \left[(2+2\cos t+2\sin t)(-2\sin t) + (2\cos t - 2\sin t)2\cos t\right]dt =$$

$$= \int_0^{2\pi} \left(-4\sin t - 8\sin t \cdot \cos t + 4\cos 2t\right)dt = 0. \otimes$$

Практическое занятие 3. Кратные интегралы

Предварительные сведения

Формула вычисления двойного интеграла в декартовых координатах имеет вид:

Пусть

$$P = \left\{(x;\, y) \subset R^2 : a \le x \le b;\, c \le y \le d\right\}$$

– замкнутый прямоугольник, $f : P \to R^1$ – непрерывная функция двух переменных $x,\ y$ и

$$\iint\limits_P f(x,\ y)d\mu \equiv \iint\limits_P f(x,\ y)dxdy$$

– двойной интеграл от функции $f : P \to R^1$ по прямоугольнику P. Тогда, если для каждой точки $x \in [a,\ b]$ существует определённый интеграл

$$I(x) = \int\limits_c^d f(x,\ y)dy,$$

то существует и **повторный интеграл** от функции $f(x,\ y)$ вида

$$\int\limits_a^b I(x)dx = \int\limits_a^b dx\left(\int\limits_c^d f(x,\ y)dy\right),$$

причём справедливо равенство:

$$\iint\limits_P f(x,\ y)dxdy = \int\limits_a^b dx\left(\int\limits_c^d f(x,\ y)dy\right).$$

Таким образом, формула вычисления двойного интеграла в декартовых координатах имеет вид:

$$\int\limits_a^b I(x)dx = \iint\limits_P f(x,\ y)dxdy =$$

$$= \int\limits_a^b\left(\int\limits_c^d f(x,\ y)dy\right)dx \equiv \int\limits_a^b dx\left(\int\limits_c^d dyf(x,\ y)\right).$$

Формула вычисления тройного интеграла в декартовой системе координат через последовательное вычисление трёх (одномерных) определённых интегралов имеет вид:

$$\iiint\limits_V f(x,\ y,\ z)dxdydz = \int\limits_a^b dx \int\limits_{y=g_1(x)}^{y=g_2(x)} dy \int\limits_{z=u_1(x,\ y)}^{z=u_2(x,\ y)} f(x,\ y,\ z)dz.$$

Формула вычисления двойного интеграла в криволинейной системе координат имеет следующий вид

$$\iint\limits_{\Omega_1} f(x,\ y)dxdy = \iint\limits_{\Omega_2} f(\varphi(\xi,\ \eta),\ \psi(\xi,\ \eta))\left|\det\left(\frac{\partial(\varphi,\ \psi)}{\partial(\xi,\ \eta)}\right)\right|d\xi d\eta,$$

где положено

$$\begin{cases} x = \varphi(\xi,\ \eta), \\ y = \psi(\xi,\ \eta), \end{cases} \quad \left|\det\left(\frac{\partial(\varphi,\ \psi)}{\partial(\xi,\ \eta)}\right)\right| \equiv \left|\det\begin{pmatrix} \frac{\partial\varphi}{\partial\xi} & \frac{\partial\varphi}{\partial\eta} \\ \frac{\partial\psi}{\partial\xi} & \frac{\partial\psi}{\partial\eta} \end{pmatrix}\right|.$$

В частности, вычисление двойного интеграла в полярных координатах

$$x = r\cos\varphi,\ y = r\sin\varphi$$

производится по формуле

$$\iint\limits_{\Omega_1} f(x, y)dxdy = \iint\limits_{\Omega_2} f(r\cos\varphi, r\sin\varphi)rdrd\varphi,$$

где якобиан

$$\det\left(\frac{\partial(x, y)}{\partial(r, \varphi)}\right) = \begin{vmatrix}\cos\varphi & -r\sin\varphi \\ \sin\varphi & r\cos\varphi\end{vmatrix} = r.$$

Формула вычисления тройного интеграла в цилиндрических координатах

$$x = r\cdot\cos\varphi,\ y = r\cdot\sin\varphi,\ z = z,\ \begin{pmatrix}\xi \\ \eta \\ \theta\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}r \\ \varphi \\ z\end{pmatrix},$$

где

$$0 \le r < +\infty,\ 0 \le \varphi \le 2\pi,\ -\infty < z < +\infty,$$

имеет вид

$$\iiint\limits_V f(x, y, z)dxddz = \iiint\limits_{V'} f(r\cos\varphi, r\sin\varphi, z)rdrd\varphi dz =$$

$$= \int\limits_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi \int\limits_{r_1}^{r_2} rdr \int\limits_{z_1}^{z_2} f(r\cos\varphi, r\sin\varphi, z)dz,$$

где якобиан

$$J = \begin{vmatrix}\cos\varphi & -r\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & r\cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1\end{vmatrix} = r.$$

Аналогично, Формула вычисления тройного интеграла в сферических координатах

$$\begin{cases} x = r\sin\theta\cos\varphi, \\ y = r\sin\theta\sin\varphi, \\ z = r\cos\theta, \end{cases} \begin{pmatrix}\xi \\ \eta \\ \theta\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}r \\ \varphi \\ \theta\end{pmatrix},$$

где

$$0 \le r < +\infty,\ 0 \le \varphi \le 2\pi,\ 0 \le \theta \le \pi,$$

имеет вид

$$\iiint\limits_V f(x, y, z)dxdydz =$$

$$= \iiint\limits_{V'} f\left(r\sin\theta\cos\varphi,\, r\sin\theta\sin\varphi,\, r\cos\theta\right) r^2\sin\theta\, d\theta d\varphi dr =$$

$$= \int\limits_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi \int\limits_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta d\theta \int\limits_{r_1}^{r_2} r^2 f\left(r\sin\theta\cos\varphi,\, r\sin\theta\sin\varphi,\, r\cos\theta\right) dr.$$

Примеры с решением

Пример 6.3.1. Изменить порядок интегрирования в интеграле

$$\int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f\left(x,\, y\right) dy.$$

Р е ш е н и е. Область интегрирования D ограничена линиями

$$x = -1,\; x = 1,\; y = -\sqrt{1-x^2},\; y = 1-x^2.$$

Первые две линии – вертикальные прямые линии, третья линия – нижняя полуокружность радиуса 1, четвёртая линия – парабола с вершиной в точке $(0;\,1)$, ветви параболы направлены вниз. Область D представим объединением двух областей: области D_1, ограниченной ветвями параболы $x = \pm\sqrt{1-y}$ и прямыми линиями $y = 0$, $y = 1$; области D_2, ограниченной линиями $x = \pm\sqrt{1-y^2}$, $y = -1$, $y = 0$. Тогда имеем:

$$\int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f\left(x,\, y\right) dy = \int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{-\sqrt{1-y}}^{+\sqrt{1-y}} f\left(x,\, y\right) dx + \int\limits_{-1}^{0} dy \int\limits_{-\sqrt{1-y^2}}^{+\sqrt{1-y^2}} f\left(x,\, y\right) dx. \otimes$$

Пример 6.3.2. Вычислить двойной интеграл

$$\iint\limits_{D} x\ln y dx dy,$$

где $D = \left\{(x,\, y) : 0 \le x \le 4;\, 1 \le y \le e\right\}$.

Р е ш е н и е. Так как область D является прямоугольником, то интеграл вычисляется непосредственно по формуле

$$\iint\limits_{D} f\left(x,\, y\right) dx dy = \int\limits_{a}^{b} dx \int\limits_{c}^{d} f\left(x,\, y\right) dy.$$

Имеем:

$$\iint\limits_D x\ln y dxdy = \int\limits_0^4 xdx \int\limits_1^e \ln y dy = \left\{ \begin{matrix} u = \ln y, & du = \dfrac{dy}{y}, \\ dv = dy, & v = y. \end{matrix} \right\} =$$

$$= \int\limits_0^4 xdx \left\{ y\ln y \Big|_1^e - \int\limits_1^e dy \right\} = \frac{x^2}{2}\Big|_0^4 \cdot \left\{ y\ln y \Big|_1^e - y\Big|_1^e \right\} = 8\cdot(e - e + 1) = 8. \otimes$$

Пример 6.3.3. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_D (x + 2y)dxdy$ по области D, ограниченной линиями $y = x,\ y = 2x,\ x = 2,\ x = 3.$

Р е ш е н и е. Область D ограничена, соответственно, слева – вертикальной прямой линией $x = 2$, справа – вертикальной прямой линией $x = 3$, сверху – прямой линией $y = 2x$, снизу – прямой линией $y = x$. Область простая относительно оси OY, следовательно, вычисляем интеграл по формуле

$$\iint\limits_D f(x,\ y)dxdy = \int\limits_a^b dx \int\limits_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(x,\ y)dy.$$

Имеем:

$$\iint\limits_D (x + 2y)dxdy = \int\limits_2^3 dx \int\limits_x^{2x} (x + 2y)dy = \int\limits_2^3 dx\left(xy + y^2\right)\Big|_{y=x}^{y=2x} =$$

$$= \int\limits_2^3 \left(2x^2 + 4x^2 - x^2 - x^2\right)dx = 4\int\limits_2^3 x^2 dx = \frac{4}{3}x^3\Big|_2^3 = \frac{76}{3}. \otimes$$

Пример 6.3.4. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_D (2x - y)dxdy$ по области D, ограниченной линиями $x = 1,\ x = 2,\ y = x,\ y = x^2.$

Р е ш е н и е. Пользуясь формулой вычисления двойного интеграла по простой области, получаем:

$$\iint\limits_D (2x - y)dxdy = \int\limits_1^2 dx \int\limits_x^{x^2} (2x - y)dy = \int\limits_1^2 dx\left(2xy - \frac{y^2}{2}\right)\Big|_{y=x}^{y=x^2} =$$

$$= \int_1^2 \left(2x^3 - \frac{x^4}{2} - \frac{3}{2}x^2 \right) dx = \left(\frac{x^4}{2} - \frac{x^5}{10} - \frac{x^3}{2} \right) \Big|_1^2 = \frac{9}{10}. \otimes$$

Пример 6.3.5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$x = 4y - y^2,\ x + y = 6.$$

Р е ш е н и е. Решая систему уравнений

$$\begin{cases} y^2 - 4y + x = 0, \\ x + y = 6, \end{cases}$$

находим точки пересечения линий: $A(4;\ 2)$, $B(3;\ 3)$. Поэтому площадь фигуры равна

$$S \equiv \mu(D) = \iint_D dxdy = \int_2^3 dy \int_{6-y}^{4y-y^2} dx = \int_2^3 \left(x \Big|_{6-y}^{4y-y^2} \right) dy =$$

$$= \int_2^3 \left(-y^2 + 5y - 6 \right) dy = \left(-\frac{1}{3}y^3 + \frac{5}{2}y^2 - 6y \right) \Big|_2^3 = \frac{1}{6}. \otimes$$

Пример 6.3.6. Найти массу пластины D с поверхностной плотностью

$$\sigma(x,\ y) = 16x + \frac{9}{2}y^2$$

и ограниченной линиями с уравнениями

$$x = \frac{1}{4},\ y = 0,\ y^2 = 16x,\ y \geq 0.$$

Р е ш е н и е. Так как

$$x = \frac{1}{16}y^2,$$

то $x \geq 0$. Поэтому область D можно задать неравенствами

$$0 \leq x \leq \frac{1}{4},\ 0 \leq y \leq 4\sqrt{x}.$$

Вычисляя двойной интеграл в декартовых координатах, получаем:

$$m(D) = \iint_D \sigma(x,\ y) dxdy = \iint_D \left(16x + \frac{9}{2}y^2 \right) dxdy =$$

$$= \int_0^{1/4} dx \int_0^{4\sqrt{x}} \left(16x + \frac{9}{2}y^2\right)dy = \int_0^{1/4} \left(16xy + \frac{3}{2}y^3\right)\Big|_0^{4\sqrt{x}} dx = 160\int_0^{1/4} x^{3/2}dx = 2. \otimes$$

Пример 6.3.7. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D \sqrt{x^2 + y^2}\,dxdy,$$

переходя к полярным координатам, где область D – 1-я четверть круга

$$x^2 + y^2 \le a^2.$$

Р е ш е н и е. Так как $x = r\cos\varphi$, $y = r\sin\varphi$, то область в полярных координатах имеет вид

$$\Omega = \left\{(r;\varphi): 0 \le r \le a; 0 < \varphi\frac{\pi}{2}\right\}$$

и, применяя формулу перехода к полярной системе координат, получаем:

$$\iint_D \sqrt{x^2 + y^2}\,dxdy = \iint_\Omega \sqrt{r^2\cos^2\varphi + r^2\sin^2\varphi}\,rdrd\varphi = \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^a r^2 dr =$$

$$= \frac{1}{3}\int_0^{\pi/2} r^3\Big|_0^a d\varphi = \frac{a^3}{3}\int_0^{\pi/2} d\varphi = \frac{\pi a^3}{6}. \otimes$$

Пример 6.3.8. Вычислить двойной интеграл $\iint_D \ln\left(x^2 + y^2\right)dxdy$, переходя к полярным координатам, если область D – кольцо, заключённое между окружностями $x^2 + y^2 = e^2$ и $x^2 + y^2 = e^4$.

Р е ш е н и е. Переходя к полярным координатам, имеем:

$$\iint_D \ln\left(x^2 + y^2\right)dxdy = \iint_\Omega \ln r^2 rdrd\varphi = 2\iint_\Omega r\ln r drd\varphi =$$

$$= \left\{\Omega: 0 \le \varphi \le 2\pi; e \le r \le e^2\right\} =$$

$$= 2\int_0^{2\pi} d\varphi \int_e^{e^2} r\ln r dr = \left\{ \begin{array}{ll} u = \ln r, & du = \dfrac{dr}{r}, \\ dv = rdr, & v = \dfrac{r^2}{2}. \end{array} \right\} =$$

$$= 2\int_0^{2\pi} d\varphi \left\{ \frac{r^2}{2}\ln r \Big|_e^{e^2} - \frac{1}{2}\int_e^{e^2} r dr \right\} = 2\int_0^{2\pi} \left[\frac{1}{4}e^2\left(3e^2 - 1\right) \right] d\varphi = \pi e^2\left(3e^2 - 1\right). \otimes$$

Пример 6.3.9. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 = 8,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0,\ x + y + z = 4.$$

Р е ш е н и е. Тело ограничено кругом на плоскости XOY с центром в начале системы координат, координатными плоскостями и плоскостью

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{4} + \frac{z}{4} = 1.$$

Поэтому в полярных координатах имеем

$$V = \iint_D f(x, y) dxdy = \iint_\Omega f(r\cos\varphi, r\sin\varphi) r dr d\varphi =$$

$$= \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^{2\sqrt{2}} f(r\cos\varphi, r\sin\varphi) r dr =$$

$$= \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^{2\sqrt{2}} (4 - r\cos\varphi - r\sin\varphi) r dr = 16\int_0^{\pi/2} \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{3}(\cos\varphi + \sin\varphi) \right] d\varphi =$$

$$= 16\left[\varphi - \frac{\sqrt{2}}{3}(\sin\varphi - \cos\varphi) \right] \Big|_0^{\pi/2} = 8\pi - \frac{32\sqrt{2}}{3}. \otimes$$

Пример 6.3.10. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D x dxdy,$$

где область D ограничена линиями с уравнениями:

$$y^2 - 4y + x^2 = 0;\ y^2 - 8y + x^2 = 0;\ y = \frac{1}{\sqrt{3}}x;\ x = 0.$$

Р е ш е н и е. Задаём область D неравенствами в декартовой системе координат, для чего выделяем полные квадраты в уравнениях окружностей:

$$(y-2)^2+x^2=4;\ (y-4)^2+x^2=16,$$

Центры обеих окружностей имеют координаты $(0;\ 2)$ и $(0;\ 4)$, а сами окружности касаются начала системы координат. Первая окружность имеет радиус 2 и лежит, следовательно, внутри второй окружности с радиусом 4. Область D лежит между окружностями и координаты её точек удовлетворяют неравенствам

$$(y-2)^2+x^2\geq 4;\ (y-4)^2+x^2\leq 16.$$

Кроме этого, область D лежит между указанными прямыми линиями, проходящими через начало системы координат. Так как окружности лежат выше оси OX, то область D лежит над прямой линией $y=\frac{1}{\sqrt{3}}x$ и справа от прямой линии $x=0$. Поэтому координаты точек области D удовлетворяют неравенствам

$$y\geq\frac{x}{\sqrt{3}},\ x\geq 0.$$

Таким образом,

$$D=\begin{cases}(y-2)^2+x^2\geq 4,\\ (x;\ y):(y-4)^2+x^2\leq 16,\\ y\geq\frac{x}{\sqrt{3}},\ x\geq 0.\end{cases}$$

Для вычисления используем полярную систему координат:

$$x=r\cos\varphi,\ y=r\sin\varphi.$$

Формула вычисления двойного интеграла принимает вид

$$\iint\limits_D xdxdy=\iint\limits_\Omega r\cos\varphi rdrd\varphi.$$

В неравенствах, определяющих область интегрирования, производим замену $x=r\cos\varphi$, $y=r\sin\varphi$, получаем

$$\Omega = \begin{cases} (r\sin\varphi - 2)^2 + r^2\cos^2\varphi \geq 4, \\ (r;\varphi): (r\sin\varphi - 4)^2 + r^2\cos^2\varphi \leq 16, \\ r\sin\varphi \geq \dfrac{r\cos\varphi}{\sqrt{3}},\ r\cos\varphi \geq 0. \end{cases}$$

Решение этих неравенств относительно r и φ имеет вид

$$\Omega = \begin{cases} (r;\varphi): \quad \dfrac{\pi}{6} \leq \varphi \leq \dfrac{\pi}{2}, \\ 4\sin\varphi \leq r \leq 8\sin\varphi. \end{cases}$$

Переход от двойного интеграла к повторному интегралу даёт:

$$\iint\limits_D x dx dy = \iint\limits_\Omega r\cos\varphi r dr d\varphi = \int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\varphi d\varphi \int\limits_{4\sin\varphi}^{8\sin\varphi} r^2 dr,$$

Интегрируя последовательно, получаем:

$$\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\varphi d\varphi \int\limits_{4\sin\varphi}^{8\sin\varphi} r^2 dr = 35. \otimes$$

Пример 6.3.11. Вычислить тройной интеграл

$$I = \iiint\limits_V (x - 2y + z) dx dy dz,$$

где область V – параллелепипед, заданный неравенствами

$$-1 \leq x \leq 2,\ 1 \leq y \leq 3,\ 0 \leq z \leq 1.$$

Р е ш е н и е. Используя формулу (1.50)

$$\iiint\limits_V f(x, y, z) dx dy dz = \int\limits_a^b dx \int\limits_{y=g_1(x)}^{y=g_2(x)} dy \int\limits_{z=u_1(x,y)}^{z=u_2(x,y)} f(x, y, z) dz,$$

получаем:

$$I = \iiint\limits_V (x - 2y + z) dx dy dz = \int\limits_{-1}^{2} dx \int\limits_1^3 dy \int\limits_0^1 (x - 2y + z) dz = -18. \otimes$$

Пример 6.3.12. Вычислить тройной интеграл

$$I = \iiint\limits_V (x + y + z)dxdydz,$$

где область V – пирамида, ограниченная плоскостями

$$x = 0,\ y = 0,\ z = 0,\ x + y + z = 2.$$

Р е ш е н и е. Запишем уравнение плоскости

$$z = 2 - x - y,$$

«ограничивающей пирамиду» сверху, в отрезках

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1.$$

Теперь можем изобразить пирамиду (рисунок 3.1).

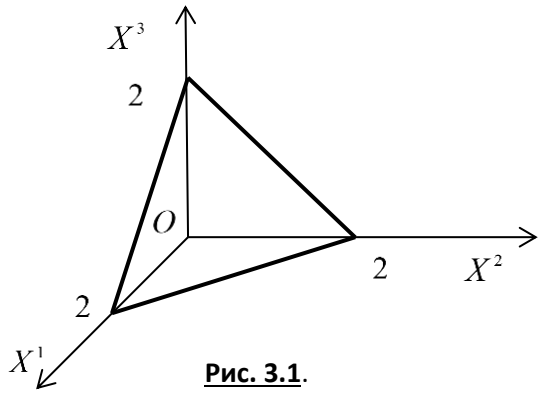


Рис. 3.1.

Применяем для решения формулу

$$\iiint\limits_V f(x, y, z)dxdydz = \int\limits_a^b dx \int\limits_{y=g_1(x)}^{y=g_2(x)} dy \int\limits_{z=u_1(x,y)}^{z=u_2(x,y)} f(x, y, z)dz,$$

расставляя пределы в соответствии с условиями задачи:

$$I = \iiint\limits_V (x + y + z)dxdydz = \int\limits_0^2 dx \int\limits_0^{2-x} dy \int\limits_0^{2-x-y} (x + y + z)dz =$$

$$= \int\limits_0^2 dx \int\limits_0^{2-x} \left[x \cdot z + y \cdot z + \frac{z^2}{2} \right]_0^{2-x-y} dy = \int\limits_0^2 \left[2y - x \cdot \frac{y^2}{2} - y \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{y^3}{6} \right]_0^{2-x} dx =$$

$$= \int\limits_0^2 \left(\frac{8}{3} - 2x + \frac{x^3}{6} \right) dx = \left[\frac{8}{3}x - x^2 + \frac{x^4}{24} \right]_0^2 = 2. \otimes$$

Пример 6.3.13. Найти объём кругового цилиндра высоты H с радиусом основания R.

Р е ш е н и е. Формула для вычисления тройного интеграла в цилиндрической системе координат имеет вид:

цилиндрических координатах:

$$V_V = \iiint\limits_V dxdydz = \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^R rdr \int\limits_0^H dz = \pi R^2 H \,. \otimes$$

Пример 6.3.14. Найти объём шара радиуса R.

Р е ш е н и е. Для вычисления объёма шара используем формулу вычисления тройного интеграла в сферических координатах. Учитывая, что

$$f(x,\, y,\, z) = f(r\sin\theta\cos\varphi,\, r\sin\theta\sin\varphi,\, r\cos\theta) \equiv 1,$$

получаем:

$$V_V = \iiint\limits_V dxdydz = \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^{\pi} \sin\theta d\theta \int\limits_0^R r^2 dr = \frac{4}{3}\pi R^3 \,. \otimes$$

Пример 6.3.15. Вычислить тройной интеграл

$$\iiint\limits_V \frac{x^2}{x^2+y^2}\, dxdydz,$$

где область V ограничена поверхностями

$z = \dfrac{9}{2}\sqrt{x^2+y^2}$ (конус),

$z = \dfrac{11}{2} - x^2 - y^2$ (эллиптический параболоид).

Р е ш е н и е. Область V – тело вращения вокруг оси OZ, поэтому переходим к цилиндрическим координатам:

$$\begin{cases} x = r\cos\varphi, \\ y = r\sin\varphi, \\ z = z. \end{cases}$$

Для искомого интеграла получаем:

$$\iiint\limits_V \frac{x^2}{x^2+y^2}\, dxdydz = \iiint\limits_\Omega \cos^2\varphi\, r\, dr d\varphi dz \,.$$

Задаём область Ω' неравенствами, заменяя в уравнениях поверхностей декартовы координаты цилиндрическими координатами:

$$x = r\cos\varphi,\ y = r\sin\varphi.$$

Получаем два двойных неравенства:

$$\frac{9}{2}r \le z \le \frac{11}{2} - r^2 \text{ и } \frac{11}{2} - r^2 \le z \le \frac{9}{2}r.$$

Для выбора верного неравенства решаем уравнение

$$\frac{9}{2}r = \frac{11}{2} - r^2.$$

Единственное положительное решение $r = 1$, следовательно, $0 \le r \le 1$. При этих значениях верное неравенство

$$\frac{9}{2}r \le z \le \frac{11}{2} - r^2.$$

Область

$$\Omega = \begin{cases} 0 \le r \le 1, \\ \frac{9}{2}r \le z \le \frac{11}{2} - r^2, \\ 0 \le \varphi \le 2\pi. \end{cases}$$

Переход к повторному интегралу даёт:

$$\iiint\limits_V \frac{x^2}{x^2 + y^2}\,dxdydz = \iiint\limits_\Omega \cos^2\varphi\, r\,dr\,d\varphi\,dz =$$

$$= \iiint\limits_{\Omega'} \frac{r^2\cos^2\varphi}{r^2\cos^2\varphi + r^2\sin^2\varphi}\,r\,dr\,d\varphi\,dz = \ldots = \pi. \otimes$$

Практическое занятие 4. Некоторые приложения криволинейных и кратных интегралов

Предварительные сведения

Электрическое поле линейного непрерывно-распределённого электрического заряда вычисляется по формуле

$$\vec{E}\left(\vec{x}_0\right) = \int_W \frac{\gamma\left(\vec{x}\right)\cdot\left(\vec{x}_0 - \vec{x}\right)}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0\left\|\vec{x}_0 - \vec{x}\right\|^3} dl, \qquad (1)$$

где $\vec{x}_0$ – точка наблюдения, а линейная плотность заряда равна

$$\gamma\left(\vec{x}\right) = \frac{dQ\left(\vec{x}\right)}{dl}.$$

Площадь плоской фигуры в полярной системе координат вычисляется по формуле

$$S = \iint_{D'} r^2\left(\varphi\right) dr d\varphi.$$

Формула Грина имеет вид

$$\iint_\Omega \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right)(x, y)dxdy = \oint_\Gamma P(x, y)dx + Q(x, y)dy$$

Примеры с решением

Пример 6.4.1. Найти напряжённость электрического поля однородно заряженной проволоки длиной L, имеющей форму дуги окружности радиуса r, в центре окружности, считая линейную плотность заряда постоянной.

Р е ш е н и е. Так как $\gamma\left(\vec{x}\right) = const$, то формула (1) принимает вид

$$\vec{E}\left(\vec{x}_0\right) = \frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\int_W \frac{\left(\vec{x}_0 - \vec{x}\right)}{\left\|\vec{x}_0 - \vec{x}\right\|^3} dl =$$

$$= \frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left[\left(\int\limits_W \frac{x_0 - x}{\left\|\vec{x}_0 - \vec{x}\right\|^3} dl\right)\vec{e}_1 + \left(\int\limits_W \frac{y_0 - y}{\left\|\vec{x}_0 - \vec{x}\right\|^3} dl\right)\vec{e}_2\right]. \qquad (2)$$

Вспомним параметрические уравнения окружности (рисунок 4.1):

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + r\cos t \cdot \vec{e}_1 + r\sin t \cdot \vec{e}_2 \qquad (3)$$

– векторная форма;

$$\begin{cases} x = x_0 + r\cos t, \\ y = y_0 + r\sin t \end{cases} \qquad (4)$$

– скалярная форма.

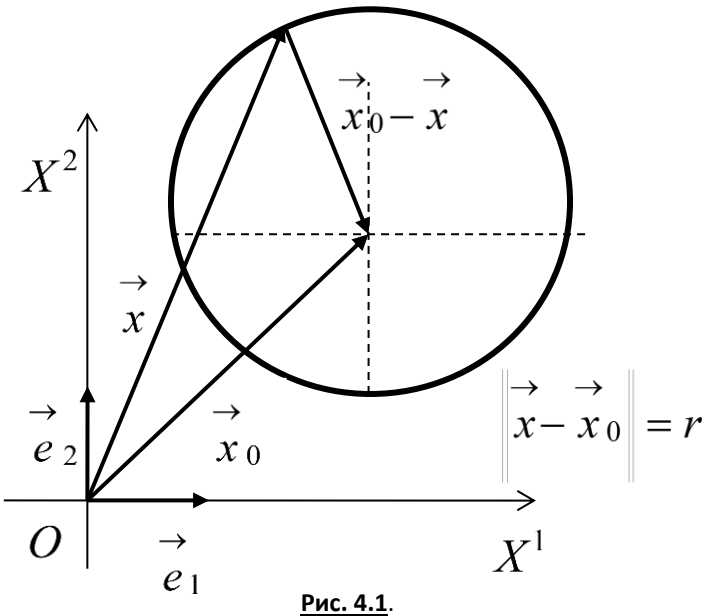


Рис. 4.1.

Чтобы воспользоваться для вычисления интеграла формулой

$$\int\limits_W f(x, y)dl = \int\limits_\alpha^\beta f(x(t), y(t))\sqrt{\left[\frac{dx}{dt}(t)\right]^2 + \left[\frac{dy}{dt}(t)\right]^2}\, dt,$$

нам нужен дифференциал длины дуги кривой $dl = \left\|\frac{d\vec{x}}{dt}\right\| dt$. По формуле (3) имеем:

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = -r\sin t \cdot \vec{e}_1 + r\cos t \cdot \vec{e}_2.$$

Отсюда для нормы вектора скорости получаем

$$\left\| \frac{d\vec{x}}{dt} \right\| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} = \sqrt{(-r\sin t)^2 + (r\cos t)^2} = r,$$

откуда имеем

$$dl = \left\| \frac{d\vec{x}}{dt} \right\| dt = r dt.$$

С учётом того, что в рассматриваемом случае точка наблюдения помещена в центр окружности, а точки источника поля находятся в точках самой окружности и очевидного равенства

$$\left\| \vec{x} - \vec{x}_0 \right\| = \left\| \vec{x}_0 - \vec{x} \right\|,$$

дальнейшие вычисления напряжённости электрического поля в центре окружности проводятся так:

$$\vec{E}\left(\vec{x}_0\right) = \frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left[\left(\int_W \frac{x_0 - x}{\left\| \vec{x} - \vec{x}_0 \right\|^3} dl\right)\vec{e}_1 + \left(\int_W \frac{y_0 - y}{\left\| \vec{x} - \vec{x}_0 \right\|^3} dl\right)\vec{e}_2\right] =$$

$$= -\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left[\left(\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \frac{r\cos t}{r^3} r dt\right)\vec{e}_1 + \left(\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \frac{r\sin t}{r^3} r dt\right)\vec{e}_2\right] =$$

$$= -\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left[\left(\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \frac{\cos t}{r} dt\right)\vec{e}_1 + \left(\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \frac{\sin t}{r} dt\right)\vec{e}_2\right] =$$

$$= -\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\left[\left(\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \cos t dt\right)\vec{e}_1 + \left(\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \sin t dt\right)\vec{e}_2\right] =$$

$$= -\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\left[\left(\sin t\Big|_{-\alpha/2}^{\alpha/2}\right)\vec{e}_1 + \left(-\cos t\Big|_{-\alpha/2}^{\alpha/2}\right)\vec{e}_2\right] =$$

$$= -\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\left[2\sin\frac{\alpha}{2}\vec{e}_1 - \underbrace{\left(\cos\frac{\alpha}{2} - \cos\left(-\frac{\alpha}{2}\right)\right)}_{=0}\vec{e}_2\right] = -\frac{\gamma}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\sin\frac{\alpha}{2}\vec{e}_1.$$

Получили следующую формулу для электрического поля, создаваемого в центре окружности линейным равномерным распределением заряда

$$\vec{E}\left(\vec{x}_0\right) = -\frac{\gamma}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\vec{e}_1. \qquad (6)$$

Из формулы (6) легко получаем формулу для нормы напряжённости электрического поля

$$E = \left\|\vec{E}\left(\vec{x}_0\right)\right\| = \frac{\gamma}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\sin\frac{\alpha}{2}, \qquad (7)$$

из которой следует:

1) $E = \dfrac{\gamma}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$ при $\alpha = \pi$;

2) $E = 0$ при $\alpha = 2\pi$. $\otimes$

Пример 6.4.2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями с уравнениями

$$y^2 - 4y + x^2 = 0,\ y^2 - 8y + x^2 = 0,\ y = \frac{x}{\sqrt{3}},\ x = 0.$$

Р е ш е н и е. Область ограничена окружностями и прямыми, поэтому решаем задачу в полярных координатах:

$$x = r\cos\varphi\ ,\ y = r\sin\varphi.$$

При переходе к полярным координатам область D перейдёт в область D', ограниченную линиями

$$r = 4\cos\varphi,\ r = 8\cos\varphi,\ \frac{\pi}{6} \le \varphi \le \frac{\pi}{2}.$$

Искомая площадь равна $S = \iint\limits_{D'} r^2 dr d\varphi$. В полярных координатах область D' задаётся неравенствами

$$D'=\begin{cases} \dfrac{\pi}{6}\le\varphi\le\dfrac{\pi}{2}, \\ 4\cos\varphi\le r\le 8\cos\varphi. \end{cases}$$

Переход от двойного интеграла к повторному интегралу даёт:

$$S=\iint\limits_{D'} r^2 dr d\varphi=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int\limits_{4\cos\varphi}^{8\cos\varphi} r dr.$$

Результат получается интегрированием:

$$S=\iint\limits_{D'} r^2 dr d\varphi=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int\limits_{4\cos\varphi}^{8\cos\varphi} r dr=24\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\cos^2\varphi=\left\{\cos^2\varphi=\frac{1+\cos 2\varphi}{2}\right\}=$$

$$=12\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi+6\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\cos 2\varphi d(2\varphi)=8\pi-\left(6+3\sqrt{3}\right).\otimes$$

Пример 6.4.3. Применяя формулу Грина, вычислить криволинейный интеграл

$$\oint\limits_{\Gamma} -x^2 y dx+xy^2 dy, \qquad (1)$$

где Γ – окружность с уравнением $x^2+y^2=R^2$, причём обход окружности осуществляется против часовой стрелки.

Р е ш е н и е. Формула Грина имеет вид:

$$\iint\limits_{\Omega}\left(\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y}\right)(x,\,y)dxdy=\oint\limits_{\Gamma} P(x,\,y)dx+Q(x,\,y)dy.$$

Сравнивая с (1), видим, что $P(x,\,y)=-x^2 y$, $Q(x,\,y)=xy^2$. Поэтому

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y}\right)(x,\,y)=x^2+y^2.$$

Следовательно, получаем

$$\oint\limits_{\Gamma} -x^2 y dx+xy^2 dy=\iint\limits_{\Omega}\left(x^2+y^2\right)dxdy.$$

Вычисления проводим в полярных координатах:

$$x = R\cos\varphi,\ y = R\sin\varphi,\ 0 \le \varphi \le 2\pi,$$

$$\oint_{\Gamma} -x^2 y dx + xy^2 dy = \iint_{\Omega} r^2 r dr d\varphi = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R r^3 dr = \frac{1}{4}R^4 \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{\pi R^4}{2}. \otimes$$

Пример 6.4.4. Применяя формулу Грина, вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми линиями с уравнениями

$$y = x^2,\ x = y^2,\ 8xy = 1,$$

примыкающей к началу системы координат.

Р е ш е н и е. Площадь плоской фигуры вычисляется по формуле:

$$S(\Omega) = \iint_{\Omega} dxdy = \frac{1}{2}\oint_{\Gamma} xdy - ydx.$$

Рассмотрим вид фигуры. Первая и вторая кривые линии – это стандартные параболы с осью OY и OX соответственно. Решая совместно уравнения кривых линий, найдём точки их пересечения:

$$A\left(\frac{1}{2};\frac{1}{4}\right),\ B\left(\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right).$$

Применим формулу для вычисления площади плоской фигуры:

$$S(\Omega) = \frac{1}{2}\oint_{\Gamma} xdy - ydx = \frac{1}{2}\int_{OA} xdy - ydx + \frac{1}{2}\int_{AB} xdy - ydx + \frac{1}{2}\int_{BO} xdy - ydx =$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^{1/2} x^2 dx - \frac{1}{8}\int_{1/2}^{1/4} \frac{dx}{x} - \frac{1}{4}\int_{1/4}^{0} \sqrt{x}dx = \frac{1+3\ln 2}{24} \approx 0{,}13. \otimes$$

Практическое занятие 5. Поверхностные интегралы

Предварительные сведения

Формула вычисления поверхностного интеграла первого рода имеет вид

$$\iint_F f\left(x^1, x^2, x^3\right)dS =$$

$$= \iint\limits_{G^{12}} f\left(x^1, x^2, \varphi\left(x^1, x^2\right)\right)\sqrt{1+\left[\frac{\partial\varphi}{\partial x^1}\left(x^1, x^2\right)\right]^2+\left[\frac{\partial\varphi}{\partial x^2}\left(x^1, x^2\right)\right]^2}\,dx^1dx^2,$$

где двойной интеграл в правой части формулы вычисляется по проекции G^{12} поверхности F, задаваемой уравнением $x^3=\varphi\left(x^1, x^2\right)$ на координатную плоскость X^1OX^2.

Если поверхность F однозначно проектируется на все три координатные плоскости, то **общий поверхностный интеграл второго рода** является суммой частных интегралов

$$\iint\limits_F H_1\left(x^1, x^2, x^3\right)dx^2dx^3+H_2\left(x^1, x^2, x^3\right)dx^3dx^1+H_3\left(x^1, x^2, x^3\right)dx^1dx^2 \overset{def}{=}$$

$$= \iint\limits_F H_1\left(x^1, x^2, x^3\right)dx^2dx^3+\iint\limits_F H_2\left(x^1, x^2, x^3\right)dx^3dx^1+$$

$$+\iint\limits_F H_3\left(x^1, x^2, x^3\right)dx^1dx^2,$$

где

$$\iint\limits_F H_3\left(x^1, x^2, x^3\right)dx^1dx^2 = \iint\limits_{G^{12}} H_3\left(x^1, x^2, \varphi^3\left(x^1, x^2\right)\right)dx^1dx^2,$$

$$\iint\limits_F H_1\left(x^1, x^2, x^3\right)dx^2dx^3 = \iint\limits_{G^{23}} H_1\left(\varphi^1\left(x^2, x^3\right), x^2, x^3\right)dx^2dx^3,$$

$$\iint\limits_F H_2\left(x^1, x^2, x^3\right)dx^3dx^1 = \iint\limits_{G^{13}} H_2\left(x^1, \varphi^2\left(x^1, x^3\right), x^3\right)dx^1dx^3$$

– двойные интегралы, вычисляемые по однозначным проекциям поверхности на координатные плоскости.

Примеры с решением

Пример 6.5.1. Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$\iint\limits_F\left(x^2+y^2\right)dS,$$

где F – часть конической поверхности, заключённой между плоскостями с уравнениями $z=0$ и $z=1$.

Р е ш е н и е. Поверхностный интеграл первого рода вычисляется по формуле

$$\iint\limits_F f(x, y, z)dS =$$

$$= \iint\limits_{G^{12}} f\left(x, y, \varphi(x, y)\right)\sqrt{1+\left[\frac{\partial\varphi}{\partial x}(x, y)\right]^2+\left[\frac{\partial\varphi}{\partial y}(x, y)\right]^2}\,dxdy. \qquad (1)$$

В силу условий задачи выбираем верхнюю часть конической поверхности с уравнением

$$z = \varphi(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}\,.$$

Поэтому

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, y) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}},\ \frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y) = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

$$dS = \sqrt{1 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, y)\right]^2 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y)\right]^2}\,dxdy =$$

$$= \sqrt{1 + \frac{x^2}{x^2 + y^2} + \frac{y^2}{x^2 + y^2}}\,dxdy = \sqrt{2}dxdy.$$

Искомый интеграл преобразуется в двойной интеграл по формуле (1):

$$\iint\limits_F \left(x^2 + y^2\right)dS = \iint\limits_{G^{12}} \sqrt{2} \cdot \left(x^2 + y^2\right)dxdy.$$

Так как область G^{12} – это круг, определённый неравенством $x^2 + y^2 \le 1$, то

$$\iint\limits_F \left(x^2 + y^2\right)dS = \iint\limits_{G^{12}} \sqrt{2} \cdot \left(x^2 + y^2\right)dxdy = 4\sqrt{2}\int\limits_0^{\pi/2} d\varphi \int\limits_0^1 r^3 dr = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \pi\,. \otimes$$

Пример 6.5.2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$\iint\limits_F \left(\sqrt{a^2 - x^2} + z\right)ydS,$$

где F – поверхность цилиндра

$$x^2 + z^2 = a^2,$$

заключённая между плоскостями $y = b$ и $y = c$.

Р е ш е н и е. Из уравнения

$$x^2 + z^2 = a^2$$

следует

$$z = \varphi^3(x, y) = \pm\sqrt{a^2 - x^2}\,.$$

Поверхность F разбилась на две части: $F_1\ (z \ge 0)$ и $F_2\ (z \le 0)$. Определим элемент поверхности dS в соответствии с формулой вычисления поверхностного интеграла первого рода:

$$\frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x} = -\frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}};\ \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial y} = 0;$$

$$dS = \sqrt{1 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, y)\right]^2 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y)\right]^2}\, dxdy = \frac{a dxdy}{\sqrt{a^2 - x^2}}.$$

Подставляя элемент поверхности в формулу для вычисления поверхностного интеграла первого рода

$$\iint\limits_F f(x, y, z)dS = \iint\limits_G f(x, y, \varphi(x, y))\sqrt{1 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, y)\right]^2 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y)\right]^2}\, dxdy,$$

получим:

$$\iint\limits_F \left(\sqrt{a^2 - x^2} + z\right) y dS =$$

$$= \iint\limits_{F_1} \left(\sqrt{a^2 - x^2} + \sqrt{a^2 - x^2}\right) y dS + \iint\limits_{F_2} \left(\sqrt{a^2 - x^2} - \sqrt{a^2 - x^2}\right) y dS =$$

$$= \iint\limits_{G_1} 2\sqrt{a^2 - x^2}\, y \frac{a dxdy}{\sqrt{a^2 - x^2}} = 2a \iint\limits_{G_1} y dxdy =$$

$$= 2a \int\limits_{-a}^{a} dx \int\limits_{b}^{c} y dy = 2a^2 \left(c^2 - b^2\right). \otimes$$

Пример 6.5.3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint\limits_F x^2 y^2 z dxdy$$

по верхней стороне верхней половины сферы с уравнением

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2.$$

Р е ш е н и е. Проекцией верхней полусферы на координатную плоскость XOY является круг, ограниченный окружностью

$$x^2 + y^2 = R^2.$$

Уравнение верхней полусферы

$$z = \varphi(x, y) = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}\,.$$

Следовательно, искомый интеграл преобразуется в двойной интеграл так:

$$\iint\limits_F x^2 y^2 z dx dy = \iint\limits_{G^{12}} x^2 y^2 \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}\, dx dy.$$

Вычисления проводим в полярных координатах:

$$\iint\limits_{G^{12}} x^2 y^2 \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}\, dx dy = \iint\limits_{G^{12}} r^5 \cos^2\varphi \cdot \sin^2\varphi \sqrt{R^2 - r^2}\, dr d\varphi =$$

$$= 4 \int\limits_0^{\pi/2} \cos^2\varphi \cdot \sin^2\varphi d\varphi \int\limits_0^R r^5 \sqrt{R^2 - r^2}\, dr =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{R^2 - r^2} = t;\ R^2 - r^2 = t^2; \\ r dr = -t dt;\ r^4 = \left(R^2 - t^2\right)^2. \end{array} \right\} == \int\limits_0^{\pi/2} \frac{1 - \cos 4\varphi}{2} d\varphi \int\limits_0^R \left(R^2 - t^2\right)^2 t^2 dt$$

$$= \frac{2}{105} \pi R^7 . \otimes$$

Пример 6.5.4. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint\limits_F x dy dz + y dz dx + z dx dy,$$

где F – верхняя сторона части плоскости с уравнением $x + z - 1 = 0$, отсечённая плоскостями с уравнениями $y = 0$, $y = 4$ и лежащая в первом октанте.

Р е ш е н и е. Заданная поверхность изображена на рисунке5.1. Для вычисления интеграла используем формулу вычисления общего поверхностного интеграла второго рода:

$$\iint\limits_F P(x, y, z) dy dz + Q(x, y, z) dz dx + R(x, y, z) dx dy =$$

$$= \iint\limits_{G_{23}} P(\varphi(y, z), y, z) dy dz + \iint\limits_{G_{13}} Q(x, \psi(x, z), z) dx dz +$$

$$+ \iint\limits_{G_{12}} R(x, y, \omega(x, y)) dx dy.$$

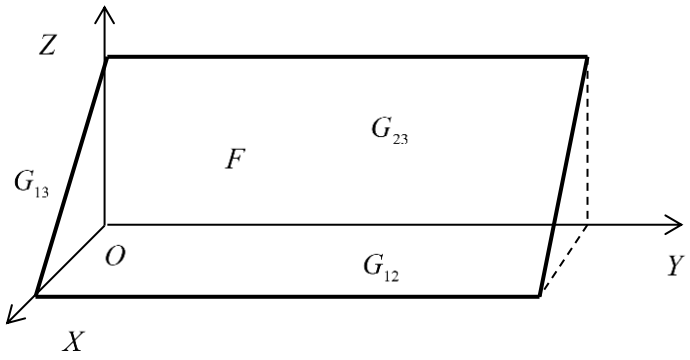


Рис. 5.1.

Так как плоскость параллельна оси OY, то

$$\iint_{G_{13}} Q(x, \psi(x, z), z)dxdz = 0.$$

Получаем:

$$\iint_F xdydz + ydzdx + zdxdy = \iint_{G_{23}} (1-z)dydz + \iint_{G_{12}} (1-x)dxdy = 4. \otimes$$

Практическое занятие 6. Векторный анализ

Предварительные сведения

В декартовой системе координат градиент скалярного поля $\varphi = \varphi(x_1, x_2, x_3)$ вычисляется по формуле

$$\vec{\nabla}\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x^i}\vec{e}_i = \frac{\partial\varphi}{\partial x^1}\vec{e}_1 + \frac{\partial\varphi}{\partial x^2}\vec{e}_2 + \frac{\partial\varphi}{\partial x^3}\vec{e}_3.$$

Производная скалярного поля $\varphi = \varphi(x_1, x_2, x_3)$ в точке N_0 по направлению, заданному вектором $\vec{N_0N}$, имеющим орт

$$\vec{h} = \frac{1}{\left\|\vec{N_0N}\right\|}\vec{N_0N}$$

по определению равна

$$\frac{\partial f}{\partial h}\left(\vec{x}_0\right) \overset{def}{=} \lim_{t\to 0+0} \frac{f\left(\vec{x}_0 + t\vec{h}\right) - f\left(\vec{x}_0\right)}{t}$$

и вычисляется по одной из следующих формул

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\vec{h}}\left(\vec{x}\right)=\left(\vec{\nabla}\varphi\left(\vec{x}\right),\vec{h}\right)=\frac{\left(\vec{\nabla}\varphi\left(\vec{x}\right),N_0N\right)}{\left\|\vec{N_0N}\right\|}=\Pr_{\vec{h}}\left\{\vec{\nabla}\varphi\left(\vec{x}\right)\right\}.$$

Дивергенция векторного поля $\vec{A}\left(\vec{x}\right)$ в некоторой точке $\vec{x}$ в декартовой системе координат вычисляется по формуле:

$$div\vec{A}\left(\vec{x}\right)=\left(\vec{\nabla},\vec{A}\left(\vec{x}\right)\right).$$

Формула для нахождения ротора векторного поля в декартовой системе координат имеет вид:

$$rot\,\vec{A}=\left[\vec{\nabla},\vec{A}\left(\vec{x}\right)\right]=\begin{vmatrix}\vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3\\ \dfrac{\partial}{\partial x_1} & \dfrac{\partial}{\partial x_2} & \dfrac{\partial}{\partial x_3}\\ A_1 & A_2 & A_3\end{vmatrix}.$$

Потоком Φ векторного поля $\vec{A}\left(\vec{x}\right)$ через поверхность F называется поверхностный интеграл второго рода

$$\Phi\overset{def}{=}\iint\limits_F\left(\vec{A},d\,\vec{s}\right)=\iint\limits_F\left(\vec{A}\left(\vec{x}\right),\vec{n}\right)dS=$$

$$=\iint\limits_F\left(A_1\left(\vec{x}\right)\cos\theta_1+A_2\left(\vec{x}\right)\cos\theta_2+A_3\left(\vec{x}\right)\cos\theta_3\right)dS=$$

$$=\iint\limits_F A_1\left(\vec{x}\right)\cos\theta_1dS+\iint\limits_F A_2\left(\vec{x}\right)\cos\theta_2dS+\iint\limits_F A_3\left(\vec{x}\right)\cos\theta_3dS=$$

$$=\iint\limits_{G^{23}}A_1\left(\omega\left(x^2,x^3\right),x^2,x^3\right)dx^2dx^3+\iint\limits_{G^{13}}A_2\left(x^1,\psi\left(x^1,x^3\right),x^3\right)dx^1dx^3+$$

$$+\iint\limits_{G^{12}}A_3\left(x^1,x^2,\varphi\left(x^1,x^2\right)\right)dx^1dx^2,$$

где

$$d\vec{s} = \left\| d\vec{s} \right\| \frac{d\vec{s}}{\left\| d\vec{s} \right\|} = ds\vec{n}\ .$$

Теорема Остроградского-Гаусса. Поток векторного поля через замкнутую поверхность (в направлении внешней нормали) равен тройному интегралу от дивергенции поля, взятому по области, ограниченной этой поверхностью:

$$\oiint_F \left(\vec{A}\left(\vec{x}\right), d\vec{s} \right) = \iiint_V \left(\vec{\nabla}, \vec{A}\left(\vec{x}\right) \right) dV.$$

Циркуляцией векторного поля $\vec{A}\left(\vec{x}\right)$ по замкнутому контуру Γ называется криволинейный интеграл второго рода

$$C_A \overset{def}{=} \oint_\Gamma \left(\vec{A}, \vec{dl} \right) = \oint_\Gamma A_l dl.$$

Теорема Стокса. *Циркуляция векторного поля* $\vec{A}\left(\vec{x}\right)$ *по замкнутому контуру* Γ *равна потоку векторного поля*

$$rot\vec{A}\left(\vec{x}\right) = \left[\vec{\nabla}, \vec{A}\left(\vec{x}\right) \right]$$

через поверхность, ограниченную контуром Γ:

$$\oint_\Gamma \left(\vec{A}\left(\vec{x}\right), \vec{dl} \right) = \iint_S \left(\left[\vec{\nabla}, \vec{A}\left(\vec{x}\right) \right], d\vec{s} \right) \equiv \iint_S \left(rot\vec{A}\left(\vec{x}\right), \vec{n} \right) ds.$$

Приведём краткую сводку наиболее часто используемых формул векторного анализа:

$$grad(\varphi\psi) = \varphi \cdot grad\psi + \psi \cdot grad\varphi;$$

$$div\left(\psi\vec{A} \right) = \psi \cdot div\vec{A} + \left(\vec{A}, grad\psi \right);$$

$$div\left[\vec{A}, \vec{B} \right] = \left(\vec{B}, rot\vec{A} \right) - \left(\vec{A}, rot\vec{B} \right);$$

$$rot\left(\psi\vec{A} \right) = \psi \cdot rot\vec{A} + \left[grad\psi, \vec{A} \right];$$

$$gradf(\xi) = f'(\xi) \cdot grad\xi;$$

$$rotrot\vec{A} = graddiv\vec{A} - \nabla^2\vec{A};$$

$$div grad\psi \equiv \left(\vec{\nabla}, \vec{\nabla}\psi\right) = \left(\vec{\nabla}, \vec{\nabla}\right)\psi = \vec{\nabla}^2\ \psi = \frac{\partial^2\psi}{\partial\left(x^1\right)^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial\left(x^2\right)^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial\left(x^3\right)^2}.$$

В декартовых координатах справедлива также формула

$$\vec{\nabla}^2 \vec{A} = \vec{e}_1 \vec{\nabla}^2\ A^1 + \vec{e}_2 \vec{\nabla}^2\ A^2 + \vec{e}_3 \vec{\nabla}^2\ A^3.$$

Примеры с решением

Пример 6.6.1. Найти градиент сферически-симметричного скалярного поля

$$u = \varphi(r),$$

где $r = \left\|\vec{r}\right\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Р е ш е н и е. По определению градиента имеем

$$\operatorname{grad}\varphi(r) = \frac{\partial}{\partial x}\varphi(r)\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial y}\varphi(r)\vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial z}\varphi(r)\vec{e}_3 =$$

$$= \frac{d\varphi}{dr}\frac{x}{r}\vec{e}_1 + \frac{d\varphi}{dr}\frac{y}{r}\vec{e}_2 + \frac{d\varphi}{dr}\frac{z}{r}\vec{e}_3 = \frac{d\varphi}{dr}\cdot\frac{\vec{r}}{r}. \otimes$$

Отметим, что векторное поле, определяемое соотношением $\vec{a} = \operatorname{grad}\varphi$, называется ***потенциальным полем***, а скалярная функция φ называется ***потенциалом*** векторного поля $\vec{a}$. Само векторное поле $\vec{a} = \frac{d\varphi}{dr}\cdot\frac{\vec{r}}{r}$ называется ***потенциальным*** полем. Иногда потенциальное поле определяют соотношением $\vec{a} = -\operatorname{grad}\varphi$.

Пример 6.6.2. Найти дивергенцию сферически-симметричного векторного поля $\vec{a} = \varphi(r)\vec{r}$.

Р е ш е н и е. По определению дивергенции имеем:

$$\operatorname{div}\vec{a} = \left(\vec{\nabla}, \varphi(r)\vec{r}\right) = \frac{\partial}{\partial x}[\varphi(r)x] + \frac{\partial}{\partial y}[\varphi(r)y] + \frac{\partial}{\partial z}[\varphi(r)z] =$$

$$= \frac{d\varphi}{dr}\frac{x^2}{r} + \varphi(r) + \frac{d\varphi}{dr}\frac{y^2}{r} + \varphi(r) + \frac{d\varphi}{dr}\frac{z^2}{r} + \varphi(r) = \frac{d\varphi}{dr}\cdot r + 3\varphi(r). \otimes$$

Векторное поле называется ***соленоидальным***, если выполнено условие $div\vec{a} = 0. \otimes$

Пример 6.6.3. Найти условие соленоидальности векторного поля из предыдущего примера.

Р е ш е н и е. Условие соленоидальности $\operatorname{div}\vec{a} = 0$ для поля $\vec{a} = \varphi(r)\vec{r}$ приводит к обыкновенному дифференциальному уравнению

$$\frac{d\varphi}{dr}\cdot r + 3\varphi(r) = 0$$

С разделяющимися переменными. Разделяя переменные и учитывая, что в случае функций одного переменного производная $\frac{d\varphi}{dr}$ – это отношение двух дифференциалов, получаем:

$$\frac{d\varphi}{\varphi} = -3\frac{dr}{r}. \qquad (1)$$

Интегрируя уравнение (1), получаем $\ln|\varphi| = -3\ln r + C_1$. Записывая произвольную постоянную в логарифмическом виде $C_1 = \ln C$, где C – произвольная положительная постоянная, получаем $\varphi = \frac{C}{r^3}$. Здесь C уже произвольная (не обязательно положительная) постоянная. $\otimes$

Пример 6.6.4. Найти ротор сферически-симметричного векторного поля

$$\vec{a} = \varphi(r)\vec{r},$$

где $r = \left\|\vec{r}\right\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Р е ш е н и е. Записывая векторное поле в разложении по декартовому базису

$$\vec{a} = \varphi(r)\vec{r} = \varphi(r)x\,\vec{e}_1 + \varphi(r)y\,\vec{e}_2 + \varphi(r)z\,\vec{e}_3,$$

и используя определение ротора, получаем:

$$\operatorname{rot}\vec{a}=\left[\vec{\nabla},\vec{a}\right]=\begin{vmatrix}\vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3\\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z}\\ \varphi(r)x & \varphi(r)y & \varphi(r)z\end{vmatrix}=$$

$$=\left\{\frac{\partial}{\partial y}[\varphi(r)z]-\frac{\partial}{\partial z}[\varphi(r)y]\right\}\vec{e}_1+\left\{\frac{\partial}{\partial z}[\varphi(r)x]-\frac{\partial}{\partial x}[\varphi(r)z]\right\}\vec{e}_2$$

$$+\left\{\frac{\partial}{\partial x}[\varphi(r)y]-\frac{\partial}{\partial y}[\varphi(r)x]\right\}\vec{e}_3=\frac{d\varphi(r)}{dr}\left(\frac{yz}{r}-\frac{zy}{r}\right)\vec{e}_1+$$

$$+\frac{d\varphi(r)}{dr}\left(\frac{zx}{r}-\frac{xz}{r}\right)\vec{e}_2+\frac{d\varphi(r)}{dr}\left(\frac{xy}{r}-\frac{yx}{r}\right)\vec{e}_3=\vec{0}\,.\otimes$$

Векторное поле, для которого выполнено соотношение $rot\,\vec{a}=\vec{0}$, называется ***безвихревым*** полем. Из предыдущей задачи следует, что сферически-симметричное векторное поле является безвихревым полем.

Пример 6.6.5. Доказать, что

$$\operatorname{div}\left[\vec{A},\vec{B}\right]=\left(\vec{B},\operatorname{rot}\vec{A}\right)-\left(\vec{A},\operatorname{rot}\vec{B}\right). \qquad (1)$$

Р е ш е н и е. Для решения применим правило действия оператора $\vec{\nabla}$ на произведение функций

$$\vec{\nabla}(\varphi\cdot\omega\cdot\ldots\cdot\psi)=$$

$$=\vec{\nabla}\left(\overset{\vee}{\varphi}\cdot\omega\cdot\ldots\cdot\psi\right)+\vec{\nabla}\left(\varphi\cdot\overset{\vee}{\omega}\cdot\ldots\cdot\psi\right)+\ldots+\vec{\nabla}\left(\varphi\cdot\omega\cdot\ldots\cdot\overset{\vee}{\psi}\right), \qquad (2)$$

где символ $\vee$ над функцией устанавливает порядок действия оператора $\vec{\nabla}$ на соответствующую функцию. Для скалярных полей имеется в виду просто произведение функций, для векторных полей произведение может быть как скалярным, так и векторным.

Учитывая, что

$$\operatorname{div}\left[\vec{A},\vec{B}\right]=\left(\vec{\nabla},\left[\vec{A},\vec{B}\right]\right),$$

в левой части (1) получаем:

$$\operatorname{div}\left[\vec{A},\vec{B}\right]=\left(\vec{\nabla},\left[\vec{A},\vec{B}\right]\right)=\left(\vec{\nabla},\left[\overset{\vee}{\vec{A}},\vec{B}\right]\right)+\left(\vec{\nabla},\left[\vec{A},\overset{\vee}{\vec{B}}\right]\right),$$

Первое смешанное произведение в правой части последнего равенства преобразуется к виду:

$$\left(\vec{\nabla},\left[\overset{\vee}{\vec{A}},\vec{B}\right]\right)=\left(\left[\vec{\nabla},\vec{A}\right],\vec{B}\right)=\left(\vec{B},\left[\vec{\nabla},\vec{A}\right]\right)=\left(\vec{B},\operatorname{rot}\vec{A}\right). \qquad (3)$$

Аналогично, второе смешанное произведение в правой части того же равенства преобразуется к виду

$$\left(\vec{\nabla},\left[\vec{A},\overset{\vee}{\vec{B}}\right]\right)=-\left(\vec{\nabla},\left[\overset{\vee}{\vec{B}},\vec{A}\right]\right)=-\left(\vec{A},\left[\vec{\nabla},\vec{B}\right]\right)=-\left(\vec{A},\operatorname{rot}\vec{B}\right). \qquad (4)$$

Складывая (3) и (4), получаем (1). $\otimes$

Пример 6.6.6. Доказать, что справедлива формула

$$\operatorname{rot}\left(u\cdot\vec{A}\right)=\left[\operatorname{grad}u,\vec{A}\right]+u\cdot\operatorname{rot}\vec{A},$$

где $u(M)$ – скалярное, а $\vec{A}(M)$ – векторное поля.

Р е ш е н и е. Преобразуем левую часть:

$$\operatorname{rot}\left(u\cdot\vec{A}\right)=\left[\vec{\nabla},u\cdot\vec{A}\right]=\left[\vec{\nabla},\overset{\vee}{u}\cdot\vec{A}\right]+\left[\vec{\nabla},u\cdot\overset{\vee}{\vec{A}}\right]=$$

$$=\left[\vec{\nabla}u,\vec{A}\right]+u\cdot\left[\vec{\nabla},\vec{A}\right]=\left[\operatorname{grad}u,\vec{A}\right]+u\cdot\operatorname{rot}\vec{A}.\otimes$$

Пример 6.6.7. Доказать, что справедлива формула

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot}\vec{A}=\operatorname{grad}\operatorname{div}\vec{A}-\Delta\vec{A},$$

где Δ – ***оператор Лапласа*** $\Delta=\left(\vec{\nabla},\vec{\nabla}\right)$.

Р е ш е н и е. Для доказательства используем формулу для двойного векторного произведения

$$\left[\vec{A},\left[\vec{B},\vec{C}\right]\right]=\vec{B}\left(\vec{A},\vec{C}\right)-\vec{C}\left(\vec{A},\vec{B}\right),$$

полагая $\vec{A}=\vec{B}=\nabla$, получим:

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot}\vec{A}=\left[\vec{\nabla},\left[\vec{\nabla},\vec{A}\right]\right]=\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla},\vec{A}\right)-\left(\vec{\nabla},\vec{\nabla}\right)\vec{A}=\operatorname{grad}\operatorname{div}\vec{A}-\Delta\vec{A}.\otimes$$

Пример 6.6.8. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{A}=x^3\vec{e}_1-y^2\vec{e}_2+y\vec{e}_3$$

по замкнутому контуру $\left(t\in[0,2\pi]\right)$, заданному уравнениями

$$x=\cos t,\ y=3\sin t,\ z=\cos t-\sin t.$$

Р е ш е н и е. По определению циркуляция равна криволинейному интегралу второго рода

$$C=\oint\limits_{\Gamma}\left(\vec{A},d\vec{x}\right)=\oint\limits_{\Gamma}x^3dx-y^2dy+ydz.$$

Криволинейный интеграл вычисляем, сводя его к определённому интегралу:

$$\oint\limits_{\Gamma}x^3dx-y^2dx^2+ydx^3=$$

$$=\int\limits_0^{2\pi}\left(-\cos^3t\sin t-27\sin^2t\cos t-3\sin^2t-3\sin t\cos t\right)dt=$$

$$=-\int\limits_0^{2\pi}\cos^3t\sin tdt-27\int\limits_0^{2\pi}\sin^2t\cos tdt-3\int\limits_0^{2\pi}\sin^2tdt-3\int\limits_0^{2\pi}\sin t\cos tdt=$$

$$=\int\limits_0^{2\pi}\cos^3td(\cos t)-27\int\limits_0^{2\pi}\sin^2td(\sin t)-$$

$$-\frac{3}{2}\int_0^{2\pi}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos 2t\right)d(2t)-3\int_0^{2\pi}\sin t\,d(\sin t)=-3\pi\,.\otimes$$

Пример 6.6.9. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{F}=-\omega x_2\,\vec{e}_1+\omega x_1\,\vec{e}_2$$

по простому замкнутому контуру, представляющему собой окружность с центром в начале системы координат и радиусом R, в положительном направлении.

Р е ш е н и е. Параметризация окружности

$$x_1=R\cos t,\ x_2=R\sin t,$$

где $t\in[0,\,2\pi]$. Поэтому по определению циркуляции получаем:

$$C=\oint_\Gamma\left(\vec{F},\,d\,\vec{x}\right)=\oint_\Gamma-\omega x_2dx_1+\omega x_1dx_2=$$

$$=\omega\int_0^{2\pi}\left(R^2\sin^2 t+R^2\cos^2 t\right)dt=2\pi R^2\omega.\otimes$$

Пример 6.6.10. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{F}=\left(x_1+3x_2+2x_3\right)\vec{e}_1+\left(2x_1+x_3\right)\vec{e}_2+\left(x_1-x_2\right)\vec{e}_3$$

по контуру треугольника ABC, если $A(2;\,0;\,0),\ B(0;\,3;\,0),\ C(0;\,0;\,1).$

Р е ш е н и е. Для решения применим формулу Стокса, согласно которой

$$C=\oint_\Gamma\left(\vec{F},\,d\,\vec{x}\right)=\iint_S\left(\vec{n},\,rot\,\vec{F}\right)ds.$$

Уравнение плоскости, в которой лежит треугольник, имеет вид

$$\frac{x_1}{2}+\frac{x_2}{3}+\frac{x_3}{1}=1,$$

или

$$3x_1+2x_2+6x_3=6.$$

Находим ротор векторного поля:

$$rot\vec{F}=\begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ \dfrac{\partial}{\partial x_1} & \dfrac{\partial}{\partial x_2} & \dfrac{\partial}{\partial x_3} \\ x_1+3x_2+2x_3 & 2x_1+x_3 & x_1-x_2 \end{vmatrix}=$$

$$=\left[\frac{\partial}{\partial x_2}(x_1-x_2)-\frac{\partial}{\partial x_3}(2x_1+x_3)\right]\vec{e}_1-$$

$$-\left[\frac{\partial}{\partial x_1}(x_1-x_2)-\frac{\partial}{\partial x_3}(x_1+3x_2+2x_3)\right]\vec{e}_2+$$

$$-\left[\frac{\partial}{\partial x_1}(2x_1+x_3)-\frac{\partial}{\partial x_2}(x_1+3x_2+2x_3)\right]\vec{e}_3=-2\vec{e}_1+\vec{e}_2-\vec{e}_3.$$

Теперь циркуляция

$$C=\oint\limits_{\Gamma}\left(\vec{F},d\vec{x}\right)=\iint\limits_{S}\left(\vec{n},rot\vec{F}\right)ds=$$

$$=-2\iint\limits_{G^{23}}dx_2dx_3+\iint\limits_{G^{13}}dx_3dx_1-\iint\limits_{G^{12}}dx_1dx_2=$$

$$=-2\int\limits_0^3 dx_2\int\limits_0^{1-x_2/3}dx_3+\int\limits_0^1 dx_3\int\limits_0^{2-x_3}dx_1-\int\limits_0^2 dx_1\int\limits_0^{3-3x_1/2}dx_2=$$

$$=-2\left[x_2-\frac{1}{6}x_2^2\right]_0^3+\left[2x_3-x_3^2\right]_0^1-\left[3x_1-\frac{3}{4}x_1^2\right]_0^2=-5.\otimes$$

Пример 6.6.11. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{F}=x_2\vec{e}_1-x_1\vec{e}_2+a\vec{e}_3\ (a=const)$$

вдоль окружности с уравнением

$$x_1^2+x_2^2=1,\ x_3=0$$

в положительном направлении двумя способами.

Р е ш е н и е. 1) Вычислим циркуляцию непосредственно, учитывая, что параметризация окружности имеет вид $(R=1)$:

$$x_1 = \cos t\,,\ x_2 = \sin t\,.$$

Теперь имеем:

$$C = \oint\limits_{\Gamma}\left(\vec{F},\, d\,\vec{x}\right) = \oint\limits_{\Gamma} F_1 dx_1 + F_2 dx_2 + F_3 dx_3 =$$

$$= \int\limits_0^{2\pi}\left[\sin t(-\sin t) - \cos t\cos t\right]dt = -\int\limits_0^{2\pi}\left(\sin^2 t + \cos^2 t\right)dt = -2\pi\,.$$

2) Вычислим циркуляцию по формуле Стокса. Сначала найдём ротор векторного поля:

$$rot\,\vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ \dfrac{\partial}{\partial x_1} & \dfrac{\partial}{\partial x_2} & \dfrac{\partial}{\partial x_3} \\ x_2 & -x_1 & a \end{vmatrix} = -2\,\vec{e}_3.$$

Нормаль плоскости треугольника $\vec{n} = \vec{e}_3$. Следовательно, имеем

$$C = \oint\limits_{\Gamma}\left(\vec{F},\, d\,\vec{x}\right) = \iint\limits_{S}\left(\vec{n},\, rot\,\vec{F}\right)ds = -2\iint\limits_{S}\left(\vec{n},\, \vec{e}_3\right)ds = -2\iint\limits_{S} dx_1 dx_2 =$$

$$= -2\int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^{2} r\,dr = -2\cdot 2\pi\cdot\frac{1}{2} = -2\pi\,. \otimes$$

Пример 6.6.12. Найти поток радиус-вектора

$$\vec{r} = x\,\vec{e}_1 + y\,\vec{e}_2 + z\,\vec{e}_3$$

через произвольную гладкую замкнутую поверхность F, ограничивающую область Ω, имеющую объём V.

Р е ш е н и е. Находим дивергенцию поля радиус-вектора:

$$\mathrm{div}\,\vec{r} = 1+1+1 = 3.$$

Воспользуемся формулой Остроградского-Гаусса (10.10.13):

$$\oiint\limits_{F}\left(\vec{r},\, d\,\vec{s}\right) = \iiint\limits_{V}\left(\vec{\nabla},\, \vec{r}\right)dV = 3\iiint\limits_{V} dV = 3V\,.$$

Из полученной формулы следует формула для вычисления объёма области Ω при помощи поверхностных интегралов

$$V=\frac{1}{3}\oiint\limits_F\left(\vec{r},\vec{n}\right)ds,$$

которая в декартовых координатах принимает вид

$$V=\frac{1}{3}\oiint\limits_F\left(xn_1+yn_2+zn_3\right)ds=\frac{1}{3}\oiint\limits_F\left(x\cos\alpha+y\cos\beta+z\cos\gamma\right)ds,$$

где $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ – координаты орта нормали $\vec{n}$. $\otimes$

Пример 6.6.13. Найти поток векторного поля радиус-вектора

$$\vec{r}=x\vec{e}_1+y\vec{e}_2+z\vec{e}_3$$

Через поверхность с уравнением

$$z=1-\sqrt{x^2+y^2}\,,\ z=0\ \left(0\le z\le 1\right).$$

Р е ш е н и е. Воспользуемся теоремой Остроградского-Гаусса:

$$\Phi=\oiint\limits_S\left(\vec{F},\vec{n}\right)ds=\iiint\limits_V div\vec{F}\,dv.$$

Так как

$$\operatorname{div}\vec{r}=1+1+1=3,$$

а поверхность – это конус с вершиной в точке $\left(0;\,0;\,1\right)$, ограниченный плоскостями с уравнениями $z=0$ и $z=1$, то переходя к цилиндрическим координатам, получаем:

$$\Phi=\oiint\limits_S\left(\vec{r},\vec{n}\right)ds=\iiint\limits_V div\vec{r}\,dv=3\iiint\limits_V dv=3\iiint\limits_\Omega r\,d\varphi\,dr\,dz=$$

$$=3\int\limits_0^{2\pi}d\varphi\int\limits_0^1 r\,dr\int\limits_0^{1-r}dz=3\int\limits_0^{2\pi}d\varphi\int\limits_0^1 r\left(1-r\right)dr=3\cdot 2\pi\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)=\pi\,.\ \otimes$$

Пример 6.6.14. Найти поток поля

$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$

точечного источника электрического поля через сферу с уравнением

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2.$$

Р е ш е н и е. Поток векторного поля через поверхность вычисляется по формуле

$$\Phi = \iint\limits_S \left(\vec{F}, d\vec{s} \right) = \iint\limits_S \left(\vec{F}, \vec{n} \right) ds = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \iint\limits_S \frac{1}{r^2} \left(\frac{\vec{r}}{r}, \vec{n} \right) ds.$$

Так как $r = R = const$ и скалярное произведение ортов

$$\left(\frac{\vec{r}}{r}, \vec{n} \right) = 1,$$

получаем:

$$\Phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \iint\limits_S \frac{1}{r^2} \left(\frac{\vec{r}}{r}, \vec{n} \right) ds = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R^2} \iint\limits_S ds = \frac{q 4\pi R^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R^2} = \frac{4\pi q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}. \otimes$$

Практическое занятие 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Предварительные сведения

Простейшее обыкновенное дифференциальное уравнение (ОДУ) первого порядка имеет вид

$$\frac{dy}{dx} = f(x).$$

Его общее решение находится по определению первообразной:

$$y(x) = \int f(x)\,dx + C,$$

где C – произвольная постоянная величина.

Уравнение с разделёнными переменными имеют вид

$$X(x)dx + Y(y)dy = 0.$$

Общее решение этого уравнения находится по формуле

$$\int X(x)dx + \int Y(y)dy = C.$$

Уравнение с разделяющимися переменными имеет вид

$$P(x)T(y)dx + Q(x)S(y)dy = 0.$$

После разделения переменных получаем уравнение с разделёнными переменными

$$\frac{P(x)}{Q(x)}dx + \frac{S(y)}{T(y)}dy = 0,$$

решая которое, получаем общее решение в виде

$$\int \frac{P(x)}{Q(x)}dx + \int \frac{S(y)}{T(y)}dy = C.$$

Линейное неоднородное ОДУ первого порядка в приведённой форме записи имеет вид

$$\frac{dy}{dx} + p(x)y = f(x).$$

Ему соответствует однородное уравнение

$$\frac{dy}{dx} + p(x)y = 0.$$

Однородное уравнение решается путём разделения переменных, а неоднородное методом вариации произвольной постоянной. Формула для общего решения неоднородного уравнения имеет вид

$$z(x) = \left(\int f(x)e^{\int p(x)dx}dx + A\right)\cdot e^{-\int p(x)dx}.$$

Простейшее ОДУ высшего порядка имеет вид:

$$\frac{d^n y}{dx^n} = f(x).$$

Его общее решение находится путём последовательного интегрирования и имеет вид:

$$y(x) = \int\int\ldots\int f(x)\underbrace{dxdx\ldots dx}_{n\ раз} + C_1\frac{x^{n-1}}{(n-1)!} + C_2\frac{x^{n-2}}{(n-2)!} + C_3 + \ldots$$

$$+ C_{n-2}\frac{x^2}{2!} + C_{n-1}x + C_n.$$

Линейное ОДУ высшего порядка, соответственно, неоднородное и однородно, имеет вид:

$$p_0(x)\frac{d^n y}{dx^n} + p_1(x)\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \ldots + p_{n-1}(x)\frac{dy}{dx} + p_n(x)y = g(x),$$

$$p_0(x)\frac{d^n y}{dx^n} + p_1(x)\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \ldots + p_{n-1}(x)\frac{dy}{dx} + p_n(x)y = 0.$$

Задача Коши для уравнения (неоднородного, или однородного) ставится так: **найти решение соответствующего уравнения, удовлетворяющее начальным условиям**

$$y\Big|_{x=x_0} = y_0,\ \frac{dy}{dx}\Big|_{x=x_0} = y_0^1,\ \ldots,\ \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}\Big|_{x=x_0} = y_0^{n-1}.$$

Линейное ОДУ второго порядка с постоянными коэффициентами имеет вид

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + p_1\frac{dy}{dx} + p_2 y = f(x).$$

Находя линейно независимую систему решений соответствующего однородного уравнения

$$\frac{d^2y}{dx^2} + p_1\frac{dy}{dx} + p_2 y = 0,$$

– **фундаментальную систему решений** (ФСР) $\{y_1, y_2\}$, можем составить общее решение однородного уравнения в виде линейной комбинации найденных частных решений.

При подстановке в однородное уравнение функции e^{kx} приходим к характеристическому уравнению

$$k^2 + p_1 k + p_2 = 0.$$

В зависимости от того, какие решения будут у характеристического уравнения, приходим к следующим трём случаям построения общего решения однородного дифференциального уравнения.

1) Корни характеристического уравнения простые и вещественные, то есть $k_1 \neq k_2 \in R^1$. Тогда ФСР есть $\{e^{k_1 x}, e^{k_2 x}\}$ и общее решение имеет вид

$$y(x) = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x) = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}.$$

2) Корень k вещественный, кратности 2. Тогда ФСР есть $\{e^{kx}, xe^{kx}\}$ и общее решение имеет вид

$$y(x) = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x) = e^{kx}(C_1 + xC_2).$$

3) Корни комплексно-сопряжённые $k_1 = \alpha + \beta i,\ k_2 = \alpha - \beta i$. Тогда ФСР есть $\{e^{\alpha x}\cos\beta x, e^{\alpha x}\sin\beta x\}$ и общее решение имеет вид

$$y(x) = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x) = e^{\alpha x}(C_1\cos\beta x + C_2\sin\beta x).$$

Для решения неоднородного уравнения применяется **метод Лагранжа**. Решение неоднородного уравнения ищется в виде

$$z(x) = C_1(x)y_1(x) + C_2(x)y_2(x)$$

Составляется СЛАУ следующего вида

$$\begin{cases} y_1(x)\dfrac{dC_1(x)}{dx} + y_2(x)\dfrac{dC_2(x)}{dx} = 0, \\ \dfrac{dy_1(x)}{dx}\dfrac{dC_1(x)}{dx} + \dfrac{dy_2(x)}{dx}\dfrac{dC_2(x)}{dx} = f(x). \end{cases}$$

Здесь $C_1(x)$ и $C_2(x)$ – новые функции, подлежащие определению, а $y_1(x)$ и $y_2(x)$ – элементы ФСР соответствующего однородного уравнения. Решение СЛАУ относительно производных новых функций ищется любым методом. В общем виде это решение записывается так

$$\begin{cases} \dfrac{dC_1(x)}{dx} = \varphi(x), \\ \dfrac{dC_1(x)}{dx} = \psi(x). \end{cases}$$

Интегрируя эти независимые простейшие ОДУ, и подставляя результаты в общий вид решения неоднородного уравнения, получаем общее решение в форме

$$z(x) = A_1 y_1(x) + A_2(x) y_2(x) + y_1(x)\int \varphi(x)dx + y_2(x)\int \psi(x)dx.$$

Примеры с решением

Пример 6.7.1. Найти интегральные кривые дифференциального уравнения

$$6xdx - 6ydy = 2x^2 ydy - 3xy^2 dx.$$

Р е ш е н и е. 1) Перепишем данное уравнение в виде

$$2y\left(x^2+3\right)dy = 3x\left(2+y^2\right)dx.$$

2) Замечаем, что $x^2+3>0,\ 2+y^2>0.$ Поэтому можно разделить переменные, деля обе части уравнения на $\left(x^2+3\right)\left(2+y^2\right)$:

$$\frac{2y}{2+y^2}dy = \frac{3x}{x^2+3}dx.$$

3) Используем формулу для нахождения решения:

$$\int \frac{2y}{2+y^2}dy + C_1 = \int \frac{3x}{x^2+3}dx + C_2;$$

$$\ln\left(2+y^2\right) = \frac{3}{2}\ln\left(x^2+3\right) + C;$$

$$C = C_2 - C_1.$$

4) Преобразуем полученный интеграл:

$$2\ln\left(2+y^2\right) - 3\ln\left(x^2+3\right) = C;$$

$$\ln\frac{\left(2+y^2\right)^2}{\left(x^2+3\right)^3} = C.$$

Ответ: Интегральные кривые определяются уравнением

$$\ln\frac{\left(2+y^2\right)^2}{\left(x^2+3\right)^3}=C$$

при всевозможных значениях параметра C. $\otimes$

Пример 6.7.2. Найти частное решение уравнения

$$\left(1+y^2\right)dx=xydy,$$

если $y=1$ при $x=2$.

Р е ш е н и е. 1) Разделяем переменные:

$$\frac{y}{1+y^2}dy=\frac{dx}{x}.$$

2) Интегрируем полученное уравнение:

$$\int\frac{y}{1+y^2}dy=\int\frac{dx}{x}+\ln C;$$

$$\frac{1}{2}\ln\left(1+y^2\right)=\ln|x|+\ln C;$$

$$\left(1+y^2\right)=Cx^2.$$

Так как C – произвольная постоянная, то имеем

$$y^2=Cx^2-1$$

3) Используем начальные условия:

$$4=2C;\ C=2;\ x^2=2\left(1+y^2\right).$$

4) Частный интеграл:

$$y=\sqrt{\frac{x^2}{2}-1}.$$

Ответ: $y=\sqrt{\frac{x^2}{2}-1}$. $\otimes$

Пример 6.7.3. Найти интегральные кривые дифференциального уравнения

$$\frac{dy}{dx}=\frac{x^2+2xy-5y^2}{2x^2-6xy}.$$

Р е ш е н и е. Это уравнение с однородной правой частью.

1) Разделим числитель и знаменатель на x^2:

$$\frac{dy}{dx}=\frac{1+2\frac{y}{x}-5\left(\frac{y}{x}\right)^2}{2-6\frac{y}{x}}.$$

2) Совершаем подстановку

$$u(x)=\frac{y}{x},$$

где $u(x)-$ новая искомая функция. Так как

$$y'=u+xu',$$

получаем новый вид уравнения:

$$u+x\frac{du}{dx}=\frac{1+2u-5u^2}{2-6u}.$$

После простых преобразований получаем

$$\frac{du}{dx}x=\frac{1+u^2}{2-6u}.$$

3) Разделяем переменные, предполагая, что $1+u^2\neq 0,\ x\neq 0$:

$$\frac{2-6u}{1+u^2}du=\frac{dx}{x}.$$

4) Интегрируем:

$$2arctgu-3\ln\left(1+u^2\right)=\ln|x|+C.$$

Заменяя $u(x)=\frac{y}{x}$, получаем:

$$2arctg\frac{y}{x}-3\ln\left(1+\frac{y}{x^2}\right)-\ln|x|=C.$$

Ответ: Интегральные кривые определяются уравнением

$$2arctg\frac{y}{x}-3\ln\left(1+\frac{y}{x^2}\right)-\ln|x|=C.\otimes$$

Пример 6.7.4. Найти общее решение уравнения

$$\frac{dy}{dx}+3y=e^{2x}.$$

Р е ш е н и е. Здесь $p(x)=3,\ f(x)=e^{2x}$.

1) Сначала решаем однородное уравнение

$$\frac{dy}{dx}=-3y,$$

соответствующее данному неоднородному уравнению:

$$\frac{dy}{dx}=-3y;$$

$$\frac{dy}{y}=-3dx;$$

$$\ln|y|=-3x+\ln C_1;$$

$$|y|=C_1e^{-3x};$$

$$y=C_2e^{-3x}.$$

2) Ищем решение исходного уравнения в виде $z=C_2(x)e^{-3x}$. Подстановка в исходное уравнение даёт:

$$\frac{dC_2(x)}{dx}=e^{5x};$$

$$C_2(x)=\int e^{5x}dx+C;$$

$$C_2(x)=\frac{1}{5}e^{5x}+C.$$

3) Подставляем в решение:

$$z=\frac{1}{5}e^{2x}+Ce^{-3x}.$$

Ответ: общее решение имеет вид

$$z=\frac{1}{5}e^{2x}+Ce^{-3x}.\otimes$$

Пример 6.7.5. Найти решение задачи Коши для уравнения

$$\frac{dy}{dx}-\frac{1}{x}y=-\frac{2}{x^2}$$

с начальным условием $y(1)=1.$

Р е ш е н и е. Воспользуемся формулой

$$y=e^{-\int p(x)dx}\left(\int q(x)e^{\int p(x)dx}+C\right),$$

следующей из метода вариации произвольной постоянной.

1) Находим общее решение:

$$z=e^{-\int p(x)dx}\left(\int q(x)e^{\int p(x)dx}+C\right)=e^{\int\frac{dx}{x}}\left(-2\int\frac{1}{x^2}e^{-\int\frac{1}{x}dx}\right)=\frac{1}{x}+Cx.$$

2) Используем начальное условие

$$\frac{1}{1^2}+C=1,$$

откуда $C=0$. Решение задачи Коши принимает вид:

$$z=\frac{1}{x}.$$

Ответ: $y=\frac{1}{x}.\otimes$

Пример 6.7.6. Найти частное решение ОДУ

$$\frac{d^2y}{dx^2} = xe^x,$$

удовлетворяющее начальным условиям $y\big|_{x=0} = 1,\ \frac{dy}{dx}\big|_{x=0} = 0.$

Р е ш е н и е. Интегрируем уравнение последовательно:

1) $\frac{dy}{dx} = \int xe^x dx + C_1 = \left\{ \begin{matrix} u = x, & du = dx, \\ dv = e^x dx, & v = e^x. \end{matrix} \right\} = xe^x - \int e^x dx + C_1 =$

$= (x-1)e^x + C_1;$

2) $y = \int (x-1)e^x dx + C_1 x + C_2 = \left\{ \begin{matrix} u = x-1, & du = dx, \\ dv = e^x dx, & v = e^x. \end{matrix} \right\} =$

$= (x-2)e^x + C_1 x + C_2.$

Так как в силу первого начального условия $\frac{dy}{dx}\big|_{x=0} = 0$, получаем:

$$(0-1)e^0 + C_1 = 0,\ C_1 = 1.$$

Так как в силу второго начального условия $y\big|_{x=0} = 1$, получаем:

$$(0-2)e^0 + C_1 \cdot 0 + C_2 = 1,\ C_2 = 3.$$

Теперь частное решение, удовлетворяющее заданным условиям, принимает вид

$$y = (x-2)e^x + x + 3. \otimes$$

Пример 6.7.7. Найти общее решение ОДУ

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 - 3\frac{d^2y}{dx^2} + 2 = 0.$$

Р е ш е н и е. Решаем уравнение относительно $z = \frac{d^2y}{dx^2}$:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 1,\ \frac{d^2y}{dx^2} = 2.$$

Интегрируем получившиеся ОДУ последовательно:

1) $\frac{d^2y}{dx^2}=1,\ \frac{dy}{dx}=x+C_1,\ y=\frac{1}{2}x^2+C_1x+C_2;$

2) $\frac{d^2y}{dx^2}=2,\ \frac{dy}{dx}=2x+C_3,\ y=x^2+C_3x+C_4.$

Совокупность этих решений образует общий интеграл ОДУ.

Так как квадратный трёхчлен имеет разложение

$$z^2-3z+2=(z-z_1)(z-z_2),$$

то общий интеграл ОДУ имеет вид:

$$\left(y-\frac{1}{2}x^2-C_1x-C_2\right)\cdot\left(y-x^2-C_3x-C_4\right)=0.\otimes$$

Пример 6.7.8. **Найти общее решение ОДУ**

$$\frac{d^3y}{dx^3}=-\frac{1}{2}\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3.$$

Р е ш е н и е. Положим $\frac{d^2y}{dx^2}=z$**, тогда из уравнения получаем**

$$\frac{dz}{dx}=-\frac{1}{2}z^3.$$

Интегрируя получившееся уравнение, получаем

$$\frac{dz}{dx}=-\frac{1}{2}z^3,\ \frac{dz}{z^3}=-\frac{1}{2}dx,\ \frac{1}{z^2}=x+C_1,\ z^2=\frac{1}{x+C_1}.$$

Заменяя $z=\frac{d^2y}{dx^2}$**, получаем уравнение**

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2=\frac{1}{x+C_1}.$$

Уравнение содержит только x и y. Разрешая его относительно $\frac{d^2y}{dx^2}$, получаем

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{\pm 1}{\sqrt{x+C_1}}.$$

Это уравнение интегрируем последовательно:

$$\frac{dy}{dx}=\pm\int\frac{dx}{\sqrt{x+C_1}}+C_2=\left\{dx=d\left(x+C_1\right)\right\}=$$

$$=\pm\int\left(x+C_1\right)^{-1/2}d\left(x+C_1\right)+C_2=\pm\left(x+C_1\right)^{1/2}+C_2$$

$$y_1=\int\left(x+C_1\right)^{1/2}dx+C_2x+C^3=\left(x+C_1\right)^{3/2}+C_2x+C^3,$$

$$y_2=-\int\left(x+C_1\right)^{1/2}dx+C_2x+C^3=-\left(x+C_1\right)^{3/2}+C_2x+C^3.\otimes$$

Пример 6.7.9. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{dy}{dx}-2y=0.$$

Р е ш е н и е. Характеристическое уравнение

$$k^2+k-2=0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1=-2,\ k_2=1.$$

Фундаментальная система решений

$$\left\{e^{-2x},\ e^x\right\}.$$

Общее решение имеет вид:

$$y(x)=C_1e^{-2x}+C_2e^x.\otimes$$

Пример 6.7.10. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2y}{dx^2}-2\frac{dy}{dx}+y=0.$$

Р е ш е н и е. Характеристическое уравнение

$$k^2-2k+1=0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1=k_2=1.$$

Фундаментальная система решений

$$\left\{e^x,\ xe^x\right\}.$$

Общее решение имеет вид:

$$y(x)=(C_1+C_2x)e^x.\ \otimes$$

Пример 6.7.11. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2y}{dx^2}-4\frac{dy}{dx}+13y=0.$$

Р е ш е н и е. Характеристическое уравнение

$$k^2-4k+13=0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1=2+3i,\ k_2=2-3i.$$

Фундаментальная система решений

$$\left\{e^{2x}\cos 3x,\ e^{2x}\sin 3x\right\}.$$

Общее решение имеет вид:

$$y(x)=e^{2x}(C_1\cos 3x+C_2\sin x).\ \otimes$$

Пример 6.7.12. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^3y}{dx^3}-2\frac{d^2y}{dx^2}-\frac{dy}{dx}+2y=0.$$

Р е ш е н и е. Характеристическое уравнение

$$k^3-2k^2-k+2=0.$$

Преобразуем характеристическое уравнение:

$$\left(k^2-1\right)\left(k-2\right)=0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1=-1,\ k_2=1,\ k_3=2.$$

Фундаментальная система решений

$$\left\{e^{-x},\ e^{x},\ e^{2x}\right\}.$$

Общее решение имеет вид:

$$y(x)=C_1e^{-x}+C_2e^{x}+C_3e^{2x}.\ \otimes$$

Пример 6.7.13. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^3y}{dx^3}-4\frac{d^2y}{dx^2}+6\frac{dy}{dx}-4y=0.$$

Р е ш е н и е. Характеристическое уравнение

$$k^3-4k^2+6k-4=0.$$

Корень ищем среди множителей свободного члена, это 2 и 4. Проверяем 2, для чего делим уголком:

$$k^3-4k^2+6k-4=\left(k-2\right)\left(k^2-2k+2\right).$$

Уравнение принимает вид:

$$\left(k-2\right)\left(k^2-2k+2\right)=0.$$

Находим оставшиеся корни характеристического уравнения

$$k_1=2,\ k_2=1+i,\ k_3=1-i.$$

Фундаментальная система решений

$$\left\{e^{2x},\ e^{x}\cos x,\ e^{x}\sin x\right\}.$$

Общее решение записывается в виде:

$$y(x)=C_1e^{2x}+e^{x}\left(C_2\cos x+C_3\sin x\right).\ \otimes$$

Пример 6.7.14. Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2y}{dx^2} - y = x^2 - x + 1.$$

Р е ш е н и е. 1) Однородное уравнение

$$\frac{d^2y}{dx^2} - y = 0.$$

Характеристическое уравнение

$$k^2 - 1 = 0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1 = -1,\ k_2 = 1.$$

Фундаментальная система решений

$$\left\{e^{-x},\ e^{x}\right\}.$$

Общее решение имеет вид:

$$y(x) = C_1 e^{-x} + C_2 e^{x}.$$

2) Решение неоднородного уравнения ищем в виде

$$z(x) = C_1(x) e^{-x} + C_2(x) e^{x}.$$

Система линейных алгебраических уравнений для производных новых функций в общем виде

$$\begin{cases} y_1 \dfrac{dC_1}{dx} + y_2 \dfrac{dC_2}{dx} = 0, \\ \dfrac{dy_1}{dx}\dfrac{dC_1}{dx} + \dfrac{dy_2}{dx}\dfrac{dC_2}{dx} = f(x). \end{cases}$$

В нашем случае

$$\begin{cases} e^{-x} \dfrac{dC_1}{dx} + e^{x} \dfrac{dC_2}{dx} = 0, \\ -e^{-x} \dfrac{dC_1}{dx} + e^{x} \dfrac{dC_2}{dx} = x^2 - x + 1. \end{cases}$$

Решаем систему, например, по формулам Крамера, в результате получаем:

$$\frac{dC_1}{dx} = -\frac{1}{2} e^{x}\left(x^2 - x + 1\right);\ \frac{dC_2}{dx} = \frac{1}{2} e^{-x}\left(x^2 - x + 1\right).$$

3) Решение первого из уравнений:

$$C_1 = -\frac{1}{2}\int e^x\left(x^2 - x + 1\right)dx + A_1 = \ldots = \left(-\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 2\right)e^x + A_1.$$

Решение второго уравнения:

$$C_2 = -\frac{1}{2}\int e^{-x}\left(x^2 - x + 1\right)dx + A_2 = \ldots = \left(-\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 12\right)e^{-x} + A_2.$$

Общее решение неоднородного уравнения

$$z(x) = A_1 e^{-x} + A_2 e^x - x^2 + x - 1. \otimes$$

Пример 6.7.15. С аэростата, падающего с высоты H со скоростью v_0, сбросили балласт, после чего его падение замедлилось и через некоторое время сменилось подъёмом, так что через время t_0 аэростат поднялся на высоту, с которой сбросили балласт. Считая, что масса аэростата без балласта равна m, а сила сопротивления воздуха R и подъёмная сила аэростата T постоянны, определить, сколько времени после сброса балласта аэростат опускался.

Р е ш е н и е. Начало системы координат поместим в нижнюю точку траектории аэростата, ось OZ направим вертикально вверх (рисунок 1). По условию задачи силы, действующие на аэростат в течение всего времени движения остаются постоянными.

Уравнение второго закона динамики для опускающегося аэростата имеет вид:

$$m\ddot{z} = T + R - G, \qquad (1)$$

где $G = mg$ – сила тяжести. В начальный момент времени аэростат находился на высоте H, поэтому начальные условия запишутся в виде

$$z(0) = H,\ \dot{z}(0) = -v_0. \qquad (2)$$

Уравнение (1) – это простейшее обыкновенное дифференциальное уравнение, не содержащее в правой части искомой функции и независимой переменной. Интегрируя два раза, получаем:

$$m\dot{z} = (T + R - G)t + C_1, \qquad (3)$$

$$mz = \frac{T + R - G}{2}t^2 + C_1 t + C_2. \qquad (4)$$

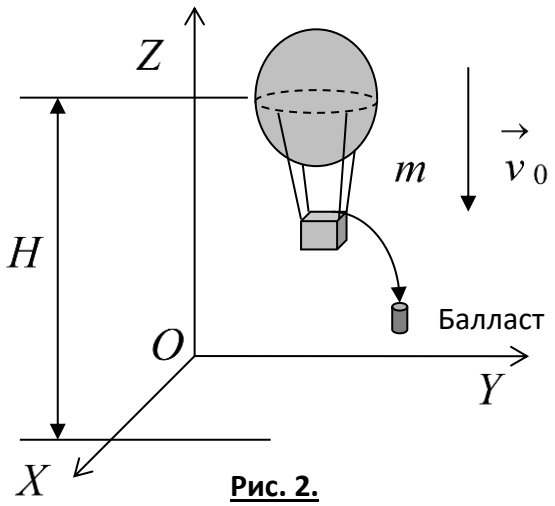


Рис. 2.

Используя начальные условия (2), получаем для постоянных: $C_1 = -mv_0$, $C_2 = mH$. Теперь уравнения движения принимают вид:

$$\dot{z} = \frac{T+R-G}{m}t - v_0, \tag{5}$$

$$z = \frac{T+R-G}{2m}t^2 - v_0 t + H. \tag{6}$$

Для поднимающегося аэростата уравнение второго закона динамики и начальные условия имеют вид:

$$m\ddot{z} = T - R - G, \tag{7}$$

$$z(0) = 0,\ \dot{z}(0) = 0. \tag{8}$$

Интегрируя (7), получаем:

$$m\dot{z} = (T-R-G)t + C_1, \tag{9}$$

$$mz = \frac{T-R-G}{2}t^2 + C_1 t + C_2. \tag{10}$$

Из начальных условий (8) для постоянных получаем $C_1 = 0$, $C_2 = 0$, откуда получаем уравнение движения:

$$z = \frac{T - R - G}{2m} t^2. \qquad (11)$$

Обозначим время падения аэростата t_1, а время подъёма t_2. Из условия задачи $t_0 = t_1 + t_2$. Подставляя $t = t_1,\ \dot{z}(t_1) = 0,\ z(t_1) = 0$ в (5) и (6) и $t = t_2,\ z(t_2) = H$ в (11), получаем систему уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{T + R - G}{m} t_1 - v_0 = 0, \\ \dfrac{T + R - G}{2m} t_1^2 - v_0 t_1 + H = 0, \\ \dfrac{T - R - G}{2m} t_2^2 = H. \end{cases} \qquad (12)$$

Исключая из уравнений системы (12) неизвестные H и v_0 с учётом того, что $t_2 = t_0 - t_1$, получаем:

$$t_1 = \frac{t_0}{1 + \dfrac{\sqrt{T + R - mg}}{T - R - mg}}. \otimes$$

Пример 6.7.16. Грузовик массой m имеет максимальную скорость $v_{\max}$ и разгоняется с места до скорости v_* за время t_*. Сила сопротивления пропорциональна скорости. Чему равняется средняя сила тяги двигателя грузовика?

Р е ш е н и е. Силы, действующие на грузовик, изображены на рисунке 2. При решении задачи предполагаем, что средняя сила тяги двигателя $\vec{F}$ постоянна.

После проектирования на оси системы координат дифференциальное уравнение движения имеет вид:

$$m\ddot{x} = F - R.$$

Здесь сила трения $\vec{R} = k\vec{v}$, где коэффициент динамического трения $k > 0$ неизвестен; $\vec{N}$ – сила реакции опоры (дороги); $\vec{G}$ – сила тяжести.

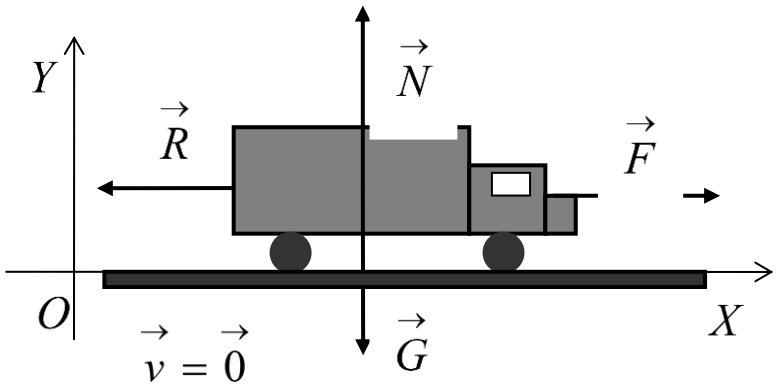


Рис. 2.

Обозначая $\dot{x} = v$, получаем:

$$m\dot{v} = F - kv \Rightarrow m\frac{dv}{dt} = F - kv \Rightarrow \frac{mdv}{F - kv} = dt \Rightarrow$$

$$-\frac{m}{k}\int\frac{d(F - kv)}{F - kv} = t + C \Rightarrow -\frac{m}{k}\ln(F - kv) = t + C.$$

Начальные условия $x(0) = 0$ и $\dot{x}(0) = v(0) = 0$. Из условия на скорость получаем, что $C = -\frac{m}{k}\ln F$. Подстановка даёт

$$t = -\frac{m}{k}\ln(F - kv) + \frac{m}{k}\ln F = -\frac{m}{k}\ln\frac{F - kv}{F} \Rightarrow t = -\frac{m}{k}\ln\left(1 - \frac{kv}{F}\right). \quad (1)$$

Так как задана максимальная скорость $v_{\max}$, то из необходимого условия экстремума получаем:

$$\frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow m\ddot{x} = F - kv_{\max} = 0 \Rightarrow k = \frac{F}{v_{\max}}. \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), при $t = t_*$ и $v = v_*$, получаем:

$$t_* = -\frac{m}{F/v_{\max}}\ln\left(1 - \frac{(F/v_{\max})v_*}{F}\right) \Rightarrow t_* = -\frac{mv_{\max}}{F}\ln\left(1 - \frac{v_*}{v_{\max}}\right) \Rightarrow$$

$$F = -\frac{mv_{\max}}{t_*}\ln\frac{v_{\max}-v_*}{v_{\max}} \Rightarrow F = \frac{mv_{\max}}{t_*}\ln\frac{v_{\max}}{v_{\max}-v_*}. \otimes$$

Практическое занятие 8. Системы ОДУ

Предварительные сведения

Системы ОДУ вида

$$\begin{cases} \dfrac{dy^1}{dt} = f^1\left(t, y^1, y^2, \ldots, y^n\right), \\ \dfrac{dy^2}{dt} = f^2\left(t, y^1, y^2, \ldots, y^n\right), \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ \dfrac{dy^n}{dt} = f^n\left(t, y^1, y^2, \ldots, y^n\right). \end{cases}$$

называются **системами ОДУ в нормальной форме**, или просто нормальными системами.

Если функции в правой части системы нормальной ОДУ зависят от искомых функций $\left\{y^1(t), y^2(t), \ldots, y^n(t)\right\}$ линейным образом, то есть

$$f^k\left(t, y^1, y^2, \ldots, y^n\right) = \sum_{j=1}^{n} p_j^k y^j + f^k(t),$$

то нормальную систему ОДУ можно переписать в виде

$$\begin{cases} \dfrac{dy^1}{dt} = \sum\limits_{j=1}^{n} p_j^1 y^j + f^1(t), \\ \dfrac{dy^2}{dt} = \sum\limits_{j=1}^{n} p_j^2 y^j + f^2(t), \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ \dfrac{dy^n}{dt} = \sum\limits_{j=1}^{n} p_j^n y^j + f^n(t). \end{cases}$$

Эквивалентная матрично-векторная форма имеет вид

$$I\frac{d}{dt}\left|y(t)\right\rangle + P(t)\left|y(t)\right\rangle = \left|f(t)\right\rangle,$$

где введены обозначения для матричного дифференциального оператора

$$L = I\frac{d}{dt} + P(t) \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \frac{d}{dt} + \begin{pmatrix} p_1^1(t) & p_2^1(t) & \dots & p_n^1(t) \\ p_1^2(t) & p_2^2(t) & \dots & p_n^2(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_1^n(t) & a_2^n(t) & \dots & p_n^n(t) \end{pmatrix},$$

и вектор-столбцов

$$|y(t)\rangle = \begin{pmatrix} y^1(t) \\ y^2(t) \\ \dots \\ y^n(t) \end{pmatrix}, \; |f(t)\rangle = \begin{pmatrix} f^1(t) \\ f^2(t) \\ \dots \\ f^n(t) \end{pmatrix}.$$

Линейная однородная система ОДУ в нормальной форме имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y^1(t) \\ y^2(t) \\ \dots \\ y^n(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p_1^1(t) & p_2^1(t) & \dots & p_n^1(t) \\ p_1^2(t) & p_2^2(t) & \dots & p_n^2(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_1^n(t) & a_2^n(t) & \dots & p_n^n(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y^1(t) \\ y^2(t) \\ \dots \\ y^n(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix},$$

или в матрично-векторной записи

$$I\frac{d}{dt}|y(t)\rangle + P(t)|y(t)\rangle = |0\rangle.$$

Система $\{|y_1(t)\rangle, |y_2(t)\rangle, \dots, |y_n(t)\rangle\}$ из n частных решений системы

$$|y_1\rangle = \begin{pmatrix} y_1^1(t) \\ y_1^2(t) \\ \dots \\ y_1^n(t) \end{pmatrix}, \; |y_2\rangle = \begin{pmatrix} y_2^1(t) \\ y_2^2(t) \\ \dots \\ y_2^n(t) \end{pmatrix}, \; \dots, \; |y_m\rangle = \begin{pmatrix} y_m^1(t) \\ y_m^2(t) \\ \dots \\ y_m^n(t) \end{pmatrix}$$

называется **линейно независимой на промежутке** (a, b), если $(\forall t \in (a, b))$

$$\alpha_1|y_1(t)\rangle + \alpha_2|y_2(t)\rangle + \dots + \alpha_n|y_n(t)\rangle = |0\rangle \Leftrightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_n = 0.$$

Линейно независимая система $\{|y_1(t)\rangle, |y_2(t)\rangle, \dots, |y_n(t)\rangle\}$ из n частных решений однородно системы ОДУ в нормальной форме называется **фундаментальной системой решений** (**ФСР**) этой системы. Векторы ФСР можно расположить в виде матрицы, составленной из их координат по столбцам:

$$Y(t)=\begin{pmatrix} y_1^1(t) & y_2^1(t) & \dots & y_n^1(t) \\ y_1^2(t) & y_2^2(t) & \dots & y_n^2(t) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ y_1^n(t) & y_2^n(t) & \dots & y_n^n(t) \end{pmatrix}.$$

Если $\{|y_1(t)\rangle, |y_2(t)\rangle, \dots, |y_n(t)\rangle\}$ – линейно независимая система частных решений системы уравнений (4.30), то любое её решение имеет вид

$$|y(t)\rangle = \sum_{k=1}^{n} C_k |y_k(t)\rangle.$$

Общее решение записывается через фундаментальную матрицу в виде:

$$\begin{pmatrix} y^1(t) \\ y^2(t) \\ \dots \\ y^n(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1^1(t) & y_2^1(t) & \dots & y_n^1(t) \\ y_1^2(t) & y_2^2(t) & \dots & y_n^2(t) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ y_1^n(t) & y_2^n(t) & \dots & y_n^n(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \dots \\ C_n \end{pmatrix},$$

или

$$|y(t)\rangle = Y(t)|C\rangle.$$

Решение задачи Коши

$$I\frac{d}{dt}|y\rangle + P(t)|y\rangle = |0\rangle,\ |y(t_0)\rangle = |y_0\rangle$$

получается из последней формулы за счёт выбора произвольного числового вектора $|C\rangle$. Действительно, имеем

$$|y_0\rangle = Y(t_0)|C\rangle \Rightarrow |C\rangle = Y^{-1}(t_0)|y_0\rangle,$$

причём обратная матрица $Y^{-1}(t_0)$ существует, так как матрица $Y(t_0)$ невырожденная. Подставляя найденный вектор $|C\rangle$ в формулу для общего решения, получаем решение задачи Коши в виде

$$|y(t)\rangle = Y(t)Y^{-1}(t_0)|y_0\rangle.$$

Матричная функция

$$G(t, t_0) = Y(t)Y^{-1}(t_0)$$

называется ***функцией Коши***.

Решение однородной системы ОДУ

$$\frac{dy^i(t)}{dt} + \sum_{j=1}^{n} a_j^i y^j(t) = 0$$

Ищется в виде

$$y^1(t) = x^1 e^{-\mu t},\ y^2(t) = x^2 e^{-\mu t},\ \dots,\ y^n(t) = x^n e^{-\mu t}.$$

Подстановка в систему ОДУ приводит к однородной СЛАУ

$$\begin{cases} \left(a_1^1-\mu\right)x^1+a_2^1x^2+\ldots+a_n^1x^n=0, \\ a_1^2x^1+\left(a_2^2-\mu\right)x^2+\ldots+a_n^2x^n=0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ a_1^nx^1+a_2^nx^2+\ldots+\left(a_n^n-\mu\right)x^n=0. \end{cases}$$

Условие разрешимости СЛАУ имеет вид уравнения

$$\begin{vmatrix} a_1^1-\mu & a_2^1 & \ldots & a_n^1 \\ a_1^2 & a_2^2-\mu & \ldots & a_n^2 \\ \ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots \\ a_1^n & a_2^n & \ldots & a_n^n-\mu \end{vmatrix}=0,$$

которое называется **характеристическим уравнением**.

В зависимости от структуры матрицы СЛАУ реализуются три случая существования решений характеристического уравнения и, соответственно, три случая построения фундаментальной матрицы для системы ОДУ в нормальной форме.

Случай 1. Пусть все корни $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n$ уравнения (4.69) различные и вещественные. Этот случай реализуется, если матрица A является матрицей простой структуры. Совершая последовательные подстановки $\mu_k \ \left(k=\overline{1,n}\right)$ в СЛАУ (4.68), получим n экземпляров СЛАУ для нахождения собственных векторов матрицы A:

$$\begin{cases} \left(a_1^1-\mu_k\right)x^1+a_2^1x^2+\ldots+a_n^1x^n=0, \\ a_1^2x^1+\left(a_2^2-\mu_k\right)x^2+\ldots+a_n^2x^n=0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ a_1^nx^1+a_2^nx^2+\ldots+\left(a_n^n-\mu_k\right)x^n=0. \end{cases} \qquad (4.70)$$

Решив n экземпляров СЛАУ (4.70), найдём линейно независимую систему собственных векторов матрицы A:

$$\left|x_1\right\rangle=\begin{pmatrix} x_1^1 \\ x_1^2 \\ \ldots \\ x_1^n \end{pmatrix}, \left|x_2\right\rangle=\begin{pmatrix} x_2^1 \\ x_2^2 \\ \ldots \\ x_2^n \end{pmatrix}, \ldots, \left|x_n\right\rangle=\begin{pmatrix} x_n^1 \\ x_n^2 \\ \ldots \\ x_n^n \end{pmatrix}.$$

Теперь общее решение системы однородной линейной ОДУ записывается в виде

$$\begin{pmatrix} y^1(t) \\ y^2(t) \\ \dots \\ y^n(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1^1 e^{-\mu_1 t} & x_2^1 e^{-\mu_2 t} & \dots & x_n^1 e^{-\mu_n t} \\ x_1^2 e^{-\mu_1 t} & x_2^2 e^{-\mu_2 t} & \dots & x_n^2 e^{-\mu_n t} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1^n e^{-\mu_1 t} & x_2^n e^{-\mu_2 t} & \dots & x_n^n e^{-\mu_n t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \dots \\ C_n \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} C_1 x_1^1 e^{-\mu_1 t} + C_2 x_2^1 e^{-\mu_2 t} + \dots + C_n x_n^1 e^{-\mu_n t} \\ C_1 x_1^2 e^{-\mu_1 t} + C_2 x_2^2 e^{-\mu_2 t} + \dots + C_n x_n^2 e^{-\mu_n t} \\ \dots \\ C_1 x_1^n e^{-\mu_1 t} + C_2 x_2^n e^{-\mu_2 t} + \dots + C_n x_n^n e^{-\mu_n t} \end{pmatrix}.$$

Случай 2. Пусть корни характеристического уравнения (4.69) различные, но среди них имеются комплексно-сопряжённые. Тогда частные решения (4.72) и, следовательно, общее решение (4.75) будут комплексными функциями. Выделим одну из пар комплексно-сопряжённых корней: $\mu_1 = \alpha + i\beta$, $\mu_2 = \alpha - i\beta$. Этой паре корней соответствуют вещественные частные решения. Исследуем их.

Построим частное решение, соответствующее корню $\mu_1 = \alpha + i\beta$. Это ***комплексное*** решение имеет вид

$$\begin{pmatrix} y_1^1 \\ y_1^2 \\ \dots \\ y_1^n \end{pmatrix} = e^{-(\alpha+i\beta)t} \begin{pmatrix} x_1^1 + iz_1^1 \\ x_1^2 + iz_1^2 \\ \dots \\ x_1^n + iz_1^n \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_2^1 \\ y_2^2 \\ \dots \\ y_2^n \end{pmatrix} = e^{-(\alpha+i\beta)t} \begin{pmatrix} x_2^1 + iz_2^1 \\ x_2^2 + iz_2^2 \\ \dots \\ x_2^n + iz_2^n \end{pmatrix},$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots, \begin{pmatrix} y_n^1 \\ y_n^2 \\ \dots \\ y_n^n \end{pmatrix} = e^{-(\alpha+i\beta)t} \begin{pmatrix} x_n^1 + iz_n^1 \\ x_n^2 + iz_n^2 \\ \dots \\ x_n^n + iz_n^n \end{pmatrix}.$$

Можно показать, что вещественная и мнимая части решения сами являются решениями однородной системы ОДУ. Эти решения в совокупности образуют линейно независимую систему, которую можно использовать для построения фундаментальной матрицы.

Случай 3. Пусть среди корней характеристического уравнения имеется корень μ_1 кратности k. Можно показать, что тогда ему соответствует решение системы ОДУ вида

$$y^1 = F_1(t)e^{-\mu_1 t},\ y^2 = F_2(t)e^{-\mu_1 t},\ \dots,\ y^n = F_n(t)e^{-\mu_1 t},$$

где $F_1(t),\ F_2(t),\ \dots,\ F_n(t)$ – многочлены от t степени не выше чем $k-1$, имеющие в совокупности k произвольных коэффициентов. Полагая последовательно в этом решении, что один из

произвольных коэффициентов многочленов равен единице, а остальные – нулю, получим линейно независимую систему k частных решений системы уравнений ОДУ.

Если μ_1 – вещественное характеристическое число, то полученные частные решения будут вещественными.

Если $\mu_1 = \alpha + i\beta$ – комплексное характеристическое число, то имеется комплексно-сопряжённое характеристическое число $\alpha - i\beta$ той же кратности.

Построив k линейно независимых комплексных частных решений, соответствующих характеристическому числу $\mu_1 = \alpha + i\beta$ и отделив в них вещественные и мнимые части, получим $2k$ линейно независимых частных решений. Таким образом, паре комплексно-сопряжённых характеристических чисел $\alpha \pm i\beta$ кратности k соответствует $2k$ линейно независимых вещественных частных решений.

В общем случае каждому простому вещественному корню характеристического уравнения соответствует одно частное решение, каждой паре простых комплексно-сопряжённых корней соответствуют два вещественных линейно независимых частных решения, вещественному корню характеристического уравнения кратности k соответствуют k линейно независимых частных решения, а каждой паре комплексно-сопряжённых корней кратности k характеристического уравнения соответствуют $2k$ линейно независимых частных решения. В совокупности получается n линейно независимых частных решений, из которых можно составить фундаментальную матрицу и, следовательно, записать общее решение системы ОДУ.

Описанная совокупность действий носит название «Метод Эйлера интегрирования линейной однородной системы ОДУ».

Примеры с решением

Пример 6.8.1. Дана система ОДУ

$$\begin{cases} \dfrac{dy^1}{dt} + y^1 + 2y^2 = 0, \\ \dfrac{dy^2}{dt} - 3y^1 - 4y^2 = 0. \end{cases}$$

Найти общее решение этой системы.

Р е ш е н и е. Систему можно записать в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Частное решение ищем в виде

$$y^1(t) = x^1 e^{-\mu t},\ y^2(t) = x^2 e^{-\mu t}.$$

Подставляя в систему уравнений частное решение и сокращая на неравный нулю множитель $e^{-\mu t}$, получаем

$$\begin{cases} (1-\mu)x^1 + 2x^2 = 0, \\ -3x^1 - (\mu+4)x^2 = 0. \end{cases}$$

Это однородная СЛАУ, характеристическое уравнение для неё имеет вид

$$\begin{vmatrix} 1-\mu & 2 \\ -3 & -\mu-4 \end{vmatrix} = 0,$$

или

$$\mu^2 + 3\mu + 2 = 0.$$

Характеристические числа (собственные значения)

$$\mu_1 = -2,\ \mu_2 = -1.$$

1) Для $\mu_1 = -2$ имеем СЛАУ

$$\begin{cases} 3x^1 + 2x^2 = 0, \\ -3x^1 - 2x^2 = 0, \end{cases}$$

которая сводится к уравнению

$$3x^1 + 2x^2 = 0.$$

Решение этого уравнения, полагая $x^2 = a \in R^1$, запишем в виде

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}a \\ a \end{pmatrix} = a\begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ 1 \end{pmatrix},$$

Таким образом, имеем первый собственный вектор

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Частное решение, соответствующее первому собственному значению, имеет вид

$$\begin{pmatrix} y_1^1 \\ y_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}e^{2t} \\ e^{2t} \end{pmatrix}.$$

2) Для $\mu_1 = -2$ имеем СЛАУ

$$\begin{cases} 2x^1 + 2x^2 = 0, \\ -3x^1 - 3x^2 = 0, \end{cases}$$

которая сводится к одному уравнению

$$x^1 + x^2 = 0.$$

Полагая $x^2 = b \in R^1$, получим

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -b \\ b \end{pmatrix} = b\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Второй собственный вектор имеет вид

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Частное решение, соответствующее второму собственному вектору, имеет вид

$$\begin{pmatrix} y_2^1 \\ y_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e^t \\ e^t \end{pmatrix}.$$

3) Составляем фундаментальную матрицу:

$$Y(t) = \begin{pmatrix} y_1^1 & y_2^1 \\ y_1^2 & y_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}e^{2t} & -e^t \\ e^{2t} & e^t \end{pmatrix}.$$

Теперь общее решение находится по формуле

$$|y(t)\rangle = Y(t)|C\rangle.$$

Подставляя в эту формулу выражение для фундаментальной матрицы, получаем:

$$\begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}e^{2t} & -e^t \\ e^{2t} & e^t \end{pmatrix}\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}C_1e^{2t} - C_2e^t \\ C_1e^{2t} + C_2e^t \end{pmatrix}. \otimes$$

Пример 6.8.2. Найти общее решение системы ОДУ

$$\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} - y_2 - y_3 = 0, \\ \dfrac{dy_2}{dt} - y_1 - y_3 = 0, \\ \dfrac{dy_3}{dt} - y_1 - y_2 = 0. \end{cases} \qquad (1)$$

Р е ш е н и е. Решение ищем в виде

$$y_1 = x_1e^{-\mu t},\ y_2 = x_2e^{-\mu t},\ y_3 = x_3e^{-\mu t}.$$

Подставляя в систему уравнений (1), получаем СЛАУ для определения собственных векторов

$$\begin{cases} -\mu x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 - \mu x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 - x_2 - \mu x_3 = 0. \end{cases} \qquad (2)$$

Эта система уравнений нетривиально совместна, если выполнено условие

$$\begin{vmatrix} -\mu & -1 & -1 \\ -1 & -\mu & -1 \\ -1 & -1 & -\mu \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \mu_1 = -2,\ \mu_2 = \mu_3 = 1.$$

Корню $\mu_1 = -2$ соответствует система уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$$

Если решать данную систему методом Гаусса, то получим

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Получаем одно решение исходной системы уравнений

$$|y_1\rangle = a|a_1\rangle = e^{2t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{2t} \\ e^{2t} \\ e^{2t} \end{pmatrix}.$$

Так как ранг матрицы СЛАУ (2) при $\mu_2 = \mu_3 = 1$ равен 1, то система уравнений сводится к одному уравнению

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0.$$

Полагая $x_2 = a$, $x_3 = b$, получаем решение в виде

$$|x\rangle = a|a_2\rangle + b|a_3\rangle \Rightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = b \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Каждому из базисных решений

$$|a_2\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} =, |a_3\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

соответствует одно частное решение

$$|y_2\rangle = e^{-t} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e^{-t} \\ e^{-t} \\ 0 \end{pmatrix}, |y_3\rangle = e^{-t} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e^{-t} \\ 0 \\ e^{-t} \end{pmatrix}.$$

Определитель, составленный из этих решений

$$\begin{vmatrix} e^{2t} & -e^{-t} & -e^{-t} \\ e^{2t} & e^{-t} & 0 \\ e^{2t} & 0 & e^{-t} \end{vmatrix} = 1 \neq 0,$$

следовательно, найденные решения образуют линейно независимую систему, то есть фундаментальную систему решений исходной системы ОДУ. Составим фундаментальную матрицу

$$Y(t)=\begin{pmatrix} e^{2t} & -e^{-t} & -e^{-t} \\ e^{2t} & e^{-t} & 0 \\ e^{2t} & 0 & e^{-t} \end{pmatrix}.$$

Теперь общее решение запишем в виде

$$|y(t)\rangle=\begin{pmatrix} e^{2t} & -e^{-t} & -e^{-t} \\ e^{2t} & e^{-t} & 0 \\ e^{2t} & 0 & e^{-t} \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} C_1e^{2t}-C_2e^{-t}-C_3e^{-t} \\ C_1e^{2t}+C_2e^{-t} \\ C_1e^{2t}+C_3e^{-t} \end{pmatrix}.\otimes$$

Для решения линейной неоднородной системы ОДУ в нормальной форме можно использовать метод Лагранжа. Продемонстрируем его на примере.

Пример 6.8.3. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt}-y_2=0, \\ \dfrac{dy_2}{dt}-y_1=\dfrac{1}{t^2}+\ln t. \end{cases} \qquad (1)$$

Р е ш е н и е. Решаем систему методом Лагранжа. Для этого сначала находим общее решение соответствующей однородной системы

$$\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt}-y_2=0, \\ \dfrac{dy_2}{dt}-y_1=0. \end{cases} \qquad (2)$$

Подставляя $y_1=x_1e^{-\mu t}$ и $y_2=x_2e^{-\mu t}$, записываем характеристическое уравнение:

$$\begin{vmatrix} \mu & 1 \\ 1 & \mu \end{vmatrix}=0 \Rightarrow \mu^2-1=0:\ \mu_1=-1;\ \mu_2=1.$$

Находим собственные векторы.

1) Для $\mu_1=-1$ система сводится к уравнению

$$\begin{cases} -x_1+x_2=0 \\ x_1-x_2=0 \end{cases} \Rightarrow x_1-x_2=0 \Rightarrow x_2=a \Rightarrow x_1=a.$$

Вектор решения принимает вид:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}=a\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Первый собственный вектор

$$|x_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

2) Для $\mu_2 = 1$ система сводится к уравнению

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow x_2 = b \Rightarrow x_1 = -b.$$

Второй собственный вектор

$$|x_2\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Теперь частные решения имеют вид:

$$\mu_1 = -1 \Rightarrow |y_1\rangle = e^t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^t \\ e^t \end{pmatrix};$$

$$\mu_2 = 1 \Rightarrow |y_2\rangle = e^{-t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-t} \\ e^{-t} \end{pmatrix}.$$

Общее решение системы (2) записывается так:

$$|y(t)\rangle = C_1|y_1\rangle + C_2|y_2\rangle = C_1 e^{-\mu_1 t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + C_2 e^{-\mu_2 t} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}?$$

откуда имеем

$$y_1(t) = C_1 e^t + C_2 e^{-t},\ y_2(t) = C_1 e^t - C_2 e^{-t}.$$

Общее решение неоднородной системы ищем в виде:

$$\begin{cases} z_1(t) = C_1(t) e^t + C_2(t) e^{-t}, \\ z_2(t) = C_1(t) e^t - C_2(t) e^{-t}. \end{cases} \qquad (3)$$

Подставляя в систему уравнений (1), получаем после дифференцирований и приведения подобных

$$\begin{cases} \dfrac{dC_1}{dt}(t) \cdot e^t + \dfrac{dC_2}{dt}(t) \cdot e^{-t} = 0, \\ \dfrac{dC_1}{dt}(t) \cdot e^t - \dfrac{dC_2}{dt}(t) \cdot e^{-t} = \dfrac{1}{t^2} + \ln t. \end{cases}$$

Определитель системы

$$\begin{vmatrix} e^t & e^{-t} \\ e^t & -e^{-t} \end{vmatrix} = -1 - 1 = -2.$$

Решение системы по формулам Крамера имеет вид:

$$\frac{dC_1}{dt}(t) = -\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & e^{-t} \\ \frac{1}{t^2}+\ln t & -e^{-t} \end{vmatrix} = \frac{1}{2}e^{-t}\left(\frac{1}{t^2}+\ln t\right),$$

$$\frac{dC_2}{dt}(t) = -\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & e^{-t} \\ \frac{1}{t^2}+\ln t & -e^{-t} \end{vmatrix} = \frac{1}{2}e^{t}\left(\frac{1}{t^2}+\ln t\right).$$

Откуда, после интегрирования получаем

$$C_1(t) = -\frac{1}{2}e^{-t}\left(\frac{1}{t}+\ln t\right)+A_1,\ C_2(t) = \frac{1}{2}e^{t}\left(\frac{1}{t}-\ln t\right)+A_2.$$

Подставляя в формулы (3), получаем общее решение неоднородной системы уравнений (1) в виде:

$$\begin{cases} z_1(t) = A_1e^{t} + A_2e^{-t} - \ln t, \\ z_2(t) = A_1e^{t} - A_2e^{-t} - \frac{1}{t}. \end{cases} \otimes$$

Задания для самостоятельной работы

1. Вычислить криволинейный интеграл первого рода

$$I = \int_W xydl,$$

где путь W – контур треугольника с вершинами: $A(-1;0),\ B(1;0),\ C(0;1).$

2. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$I = \int_W (x+y)dx - xdy,$$

где путь W – отрезок ломаной линии, соединяющий точки

$$A(0;0),\ B(2;0),\ C(4;2).$$

3. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$I = \int_W xdy - ydx,$$

где W – путь, заданный неявным уравнением $y = x^3$, соединяющий точки $A(0;0)$ и $B(2;8)$

.

4. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$I = \int_W x^2 dx + y^2 dy,$$

где $W -$ путь, заданный неявным уравнением $y = \sqrt{x}$, соединяющий точки $A(0; 0)$ и $B(1; 1)$

.

5. Вычислить двойной интеграл

$$I = \iint_D \left(5x^2 y - 2y^3\right) dxdy$$

по прямоугольнику $D = \{(x, y) \in R_2 : 2 \le x \le 5 \wedge 1 \le y \le 3\}$.

6. Вычислить двойной интеграл

$$I = \iint_D \left(x^2 + y\right) dxdy$$

по области, ограниченной параболами $y = x^2$ и $y^2 = x$.

7. Вычислить двойные интегралы, переходя к полярным координатам:

а) $\iint_D e^{x^2+y^2} dxdy$, где D – круг $x^2 + y^2 \le 1$;

б) $\iint_D \left(x^2 + y^2\right) dxdy$, где D – круг $x^2 + y^2 \le 4$;

в) $\iint_D \left(x^2 + y^2\right) dxdy$, где D – круг $x^2 + y^2 \le 2x$;

г) $\iint_D \sqrt{1 + x^2 + y^2}\, dxdy$, где D – первая четверть круга $x^2 + y^2 \le 1$.

8. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями с уравнениями:

а) $y = \ln x,\ x - y = 1,\ y = -1$;

б) $y = x^2,\ 4y = x^2,\ x = 2,\ x = -2$.

9. Вычислить тройные интегралы:

а) $\iiint_V \frac{dxdydz}{(1 + x + y + z)^3}$, где область V ограничена плоскостями с уравнениями

$x = 0,\ y = 0, z = 0,\ x + y + z = 1$;

б) $\iiint\limits_V (x+y)dxdydz$, где область V ограничена плоскостями с уравнениями

$x=0,\ y=0, z=0,\ x=1,\ y=1,\ z=1.$

10. Переходя к цилиндрическим координатам, вычислить тройные интегралы:

а) $\iiint\limits_V (x^2+y^2)dxdydz$, где область V ограничена поверхностями с уравнениями

$x^2+y^2=1,\ z=2;$

б) $\iiint\limits_V zdxdydz$, где область V ограничена поверхностями с уравнениями $x^2+y^2=1,$

$z=0,\ z=a\ (a>0).$

11. Переходя к сферическим координатам, вычислить тройные интегралы:

а) $\iiint\limits_V (x^2+y^2+z^2)dxdydz$, где область V – это шар $x^2+y^2+z^2\le R^2$;

б) $\iiint\limits_V (x^2+y^2)dxdydz$, где область V – это верхняя половина шара

$x^2+y^2+z^2\le R^2.$

12. Вычислить поверхностные интегралы первого рода:

а) $\iint\limits_F (x+18y+24z)ds$, где поверхность F задана неявным уравнением

$x+2y+3z=1,$

и неравенствами $x\ge 0,\ y\ge 0, z\ge 0;$

б) $\iint\limits_F (x^2+y^2)ds$, где поверхность F задана неявным уравнением

$x^2+y^2-z^2=0,$

и неравенствами $0\le z\le 1.$

13. Вычислить поверхностные интегралы второго рода:

а) $\iint\limits_F zdxdy$, где поверхность F – верхняя сторона верхней половины сферы

$$x^2+y^2+z^2=9;$$

б) $\iint\limits_F \left(x^2+y^2\right)dxdy$, где поверхность F – верхняя сторона части параболоида с уравнением

$$z=1-x^2-y^2,$$

отсечённая плоскостью $z=0$.

14. Найти производную скалярного поля $u=x^2+y^2-3x+2y$ по направлению радиуса-вектора точки $M(3;\,4)$ в начале координат.

15. Найти градиент плоского скалярного поля $u=\sqrt{4+x^2+y^2}$ в точке $M(2;1)$.

16. Найти производную функции, определённой формулой $u=\dfrac{xyz}{3}$, в точке $M_0(1;\,2;\,3)$ по направлению вектора $\overrightarrow{M_0M}$, если $M(4;1;6)$.

17. Доказать, что

а) $\operatorname{grad} r=\dfrac{\vec{r}}{r}$; б) $\operatorname{grad}\dfrac{1}{r}=-\dfrac{\vec{r}}{r^3}$.

18. Показать, что

$$\operatorname{grad} f(u,v)=\frac{\partial f}{\partial u}\operatorname{grad} u+\frac{\partial f}{\partial v}\operatorname{grad} v.$$

19. Найти

а) $\operatorname{div}\vec{r}$; б) $\operatorname{div}\left(r^4\,\vec{r}\right)$; в) $\operatorname{div}\left(\left(\vec{A},\,\vec{r}\right)\vec{B}\right)$.

20. Найти $\operatorname{div}\vec{A}$, если:

а) $\vec{A}=(x-y)(y-z)\vec{e}_1+(y-z)(z-x)\vec{e}_2+(z-x)(x-y)\vec{e}_3$;

б) $\vec{A}=\left(x^2+y^2\right)(y-z)\vec{e}_1+\left(y^2+z^2\right)(z-x)\vec{e}_2+\left(z^2+x^2\right)(x-y)\vec{e}_3$.

21. Найти ротор векторного поля $\vec{A}(M)$:

а) $\vec{A}=\frac{y}{x}\vec{e}_1+\frac{z}{y}\vec{e}_2+\frac{x}{z}\vec{e}_3$;

б) $\vec{A}=yz\,\vec{e}_1+z(x+2y)\vec{e}_2+y(x+y)\vec{e}_3$.

22. Доказать двумя способами (в декартовых координатах и с помощью оператора Гамильтона), что для произвольного скалярного поля $\varphi(M)$ и для произвольных векторных полей $\vec{A}(M)$ и $\vec{B}(M)$ справедливы следующие формулы:

а) $\left(\vec{A},\nabla\right)\varphi\vec{B}=\vec{B}\left(\vec{A},\nabla\varphi\right)+\varphi\left(\vec{A},\nabla\right)\vec{B}$;

б) $\vec{C}\cdot\nabla\left(\vec{A},\vec{B}\right)=\vec{A}\cdot\left(\left(\vec{C},\nabla\right),\vec{B}\right)+\vec{B}\cdot\left(\left(\vec{C},\nabla\right),\vec{A}\right)$;

в) $\left(\vec{C},\nabla\right)\left[\vec{A},\vec{B}\right]=\left[\vec{A},\left(\vec{C},\nabla\right)\vec{B}\right]-\left[\vec{B},\left(\vec{C},\nabla\right)\vec{A}\right]$.

23. Найти результат действия векторных дифференциальных операций:

а) $\operatorname{div}(\varphi\operatorname{grad}\varphi)$;

б) $\operatorname{rot}(\varphi\operatorname{grad}\psi)$;

в) $\operatorname{rot}\left[\vec{A},\operatorname{rot}\vec{B}\right]$.

24. Найти векторные линии векторных полей:

а) $\vec{A}\left(\vec{x}\right)=2y\,\vec{e}_1+6x\,\vec{e}_2$;

б) $\vec{A}\left(\vec{x}\right)=2x\,\vec{e}_1+3y\,\vec{e}_2$;

в) $\vec{A}\left(\vec{x}\right)=2y\,\vec{e}_2+6z\,\vec{e}_3$.

25. Найти циркуляцию векторного поля $\vec{A}\left(\vec{x}\right)$ вдоль заданного замкнутого контура с заданной параметризацией:

а) $\vec{A}\left(\vec{x}\right) = y\,\vec{e}_1 - z\,\vec{e}_2 + x^2 y\,\vec{e}_3,$

$x = 2\cos t,\ y = \sin t,\ z = 1,\ t \in [0,\ 2\pi];$

б) $\vec{A}\left(\vec{x}\right) = z\,\vec{e}_1 - x\,\vec{e}_2 + yz\,\vec{e}_3,$

$x = 2\cos t,\ y = 6\sin t,\ z = 3,\ t \in [0,\ 2\pi];$

в) $\vec{A}\left(\vec{x}\right) = 4y\,\vec{e}_1 + x\,\vec{e}_2 + y\,\vec{e}_3,$

$x = \cos t,\ y = \sin t,\ z = 2 - \cos t - \sin t,\ t \in [0,\ 2\pi].$

26. Найти общее решение обыкновенного дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.

1) Решить уравнение $(1+y)dx - (1-x)dy = 0.$

2) Решить уравнение $\left(1+e^x\right)yy' = e^x.$

3) Решить уравнение $x\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{1+x^2} = 0.$

27. Найти общее решение уравнения с однородной правой частью.

1) Найти интегральные кривые уравнения $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}.$

2) Найти интегральные кривые уравнения $y' = \frac{y}{x} - 1.$

3) Найти интегральные кривые уравнения

$\left(x^2 + 2xy\right)dx + xydy = 0.$

28. Найти общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка. Если указаны начальные условия, то найти частное решение, удовлетворяющее начальному условию.

1) $(2x+1)\dfrac{dy}{dx}=4x+2y.$

2) $\dfrac{dy}{dx}-\dfrac{y}{1-x^2}-1-x=0,\ y(0)=0.$

3) $x\dfrac{dy}{dx}+y-e^x=0,\ y(a)=b.$

4) $\dfrac{dy}{dx}\cos^2 x+y=\operatorname{tg}x,\ y(0)=0.$

5) $\dfrac{dy}{dx}-\dfrac{y}{x\ln x}=x\ln x,\ y(e)=\dfrac{e^2}{2}.$

6) $\dfrac{dy}{dx}-y\operatorname{tg}x=\cos x,\ y(0)=0.$

7) $\dfrac{dy}{dx}+y\cos x=e^{\sin x},\ y(0)=0.$

8) $x\dfrac{dy}{dx}+y=x^2.$

9) $x^2\dfrac{dy}{dx}-2xy=3.$

10) $x^2\dfrac{dy}{dx}-2xy=3y.$

11) $\dfrac{dy}{dx}-ay=e^{bx}.$

29. Найти общее решение линейного однородного обыкновенного дифференциального уравнения порядка выше второго.

1) $\dfrac{d^3y}{dx^3}-8y=0.$ 2) $\dfrac{d^4y}{dx^3}-y=0.$ 3) $\dfrac{d^4y}{dx^4}-5\dfrac{d^2y}{dx^2}+4y=0.$

4) $\dfrac{d^4y}{dx^4}+\dfrac{d^3y}{dx^3}+8\dfrac{d^2y}{dx^2}+8\dfrac{dy}{dx}+4y=0.$

5) $\dfrac{d^5y}{dx^5}-6\dfrac{d^4y}{dx^4}+9\dfrac{d^2y}{dx^2}=0.$

30. Найти общее решение линейного неоднородного обыкновенного дифференциального уравнения.

1) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-4y=-12x^2+6x-4.$

2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-2\dfrac{dy}{dx}+y=4e^x.$

3) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-2\dfrac{dy}{dx}-3y=-4e^x+3.$

4) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+\dfrac{dy}{dx}=6\sin 2x.$

5) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-\dfrac{dy}{dx}+y=-13\sin 2x.$

31. Найти общее решение однородных систем ОДУ методом Эйлера.

1) $\begin{cases}\dfrac{dy^1}{dt}-2y^1+3y^2=0,\\ \dfrac{dy^2}{dt}-3y^1-2y^2=0.\end{cases}$ 2) $\begin{cases}\dfrac{dy^1}{dt}-2y^1+3y^2=0,\\ \dfrac{dy^2}{dt}-3y^1-2y^2=0.\end{cases}$

3) $\begin{cases}\dfrac{dy_1}{dt}-4y_1+y_2=0,\\ \dfrac{dy_2}{dt}-3y_1-y_2+y_3=0,\\ \dfrac{dy_3}{dt}-y_1-y_3=0.\end{cases}$ 4) $\begin{cases}\dfrac{dy_1}{dt}+y_1-y_2-y_3=0,\\ \dfrac{dy_2}{dt}-y_1+y_2-y_3=0,\\ \dfrac{dy_3}{dt}-y_1-y_2+y_3=0.\end{cases}$

5) $\dfrac{d}{dt}|y\rangle=A|y\rangle,\ |y\rangle=\begin{pmatrix}y_1\\ y_2\\ y_3\end{pmatrix},\ A=\begin{pmatrix}1 & -1 & -1\\ 1 & 1 & 0\\ 3 & 0 & 1\end{pmatrix}.$

6) $\dfrac{d}{dt}|y\rangle = A|y\rangle,\ |y\rangle = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix},\ A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$

32. Решить неоднородные системы ОДУ методом Лагранжа.

1) $\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} - y_2 = \cos t, \\ \dfrac{dy_2}{dt} + y_1 = 1. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} - 2y_1 + 4y_2 = 4e^{-2t}, \\ \dfrac{dy_2}{dt} - 2y_1 + 2y_2 = 0. \end{cases}$

3) $\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} - 2y_1 - y_2 + 2y_3 = -t + 2, \\ \dfrac{dy_2}{dt} + y_1 = 1, \\ \dfrac{dy_3}{dt} - y_1 - y_2 + y_3 = -t + 1. \end{cases}$

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО

«Уральский государственный горный университет»

О. В. Садырева, И. Г. Коршунов

Ф И З И К А

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ВСЕХ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ

Екатеринбург

2020

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО
Учебно-методическим советом УГГУ

Председатель совета
_____Упоров С.А.

ФИЗИКА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ
СТУДЕНТОВ ВСЕХ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ

Екатеринбург, 2020

Методические указания рассмотрены на заседании кафедры физики 5 октября 2020 года (протокол № 117) и рекомендованы для издания в УГГУ

ФИЗИКА. Методические указания для самостоятельной работы студентов всех направлений подготовки/Садырева О.В., Коршунов И.Г.; Урал.гос. горный ун-т.–Екатеринбург, 2019.– 29 стр.

Методические указания составлены в соответствии с программами по курсу физики для студентов всех направлений подготовки в УГГУ. Они содержат условия задач для самостоятельной работы, при выполнении контрольных работ студентами по следующим темам курса физики: механика; молекулярная физика и термодинамика; электричество и магнетизм; механические и электромагнитные колебания и волны; волновая и квантовая оптика; квантовая физика и физика атома; элементы ядерной физики. Также в них содержатся методические указания к решению задач, их оформлению, список рекомендуемой литературы и справочные данные, необходимые для решения задач.

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ И ВЫПОЛНЕНИЮ ДОМАШНИХ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1. Номера задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, определяются преподавателем в начале соответствующего семестра.
2. Контрольные работы нужно выполнять чернилами в школьной тетради, на обложке указывается фамилия и инициалы студента, номер группы.
3. Условия задач в контрольной работе необходимо переписать полностью без сокращений. Для замечаний преподавателя на страницах тетради нужно оставлять поля.
4. Если контрольная работа при рецензировании не зачтена, студент обязан представить ее на повторную рецензию, включив в нее те задачи, при решении которых допущены ошибки.
5. При решении задач необходимо пользоваться следующей схемой:

- Внимательно прочитать условие задачи.
- Выписать столбиком все величины, входящие в условие, и выразить их в одних единицах (преимущественно в Международной системе единиц СИ).
- Если это возможно, представить условие задачи в виде четкого рисунка. Правильно сделанный рисунок – это наполовину решенная задача.
- Уяснить физическую сущность задачи, установить основные законы и формулы, на которых базируется условие задачи.
- Если при решении задачи применяется формула, полученная для частного случая, не выражающая какой-нибудь физический закон или не являющаяся определением какой-нибудь физической величины, то ее следует вывести.
- Если равенства векторные, то их необходимо спроектировать но оси координат и записать в скалярной форме.
- Решить задачу сначала в общем виде, то есть, в буквенных обозначениях, заданных в условии задачи. При таком способе решения не производятся вычисления промежуточных величин.
- После получения расчетной формулы для проверки ее правильности следует подставить в правую часть формулы вместо символов величин их размерности, произвести с ними необходимые действия и убедиться в том, что полученная при этом единица соответствует искомой величине. Если такого соответствия нет, то это означает, что задача решена неверно.

- Подставить в конечную формулу числовые значения, выраженные в единицах СИ. В виде исключения допускается выражать в любых, но одинаковых единицах числовые значения однородных величин, стоящих в числителе и знаменателе дроби и имеющих одинаковые степени.
- При подстановке в расчетную формулу, а также при записи ответа числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 3520 надо записать $3{,}52 \cdot 10^3$, вместо 0,00129 записать $1{,}29 \cdot 10^{-3}$ и т. п.
- Вычисления по расчетной формуле надо проводить с соблюдением правил приближенных вычислений. Как правило, окончательный ответ следует записывать с тремя значащими цифрами. Это относится и к случаю, когда результат получен с применением калькулятора.
- Решение задачи должно сопровождаться краткими, но исчерпывающими пояснениями и комментариями.

1. МЕХАНИКА

1. Расстояние между двумя станциями метрополитена 1,5 км. Первую половину этого расстояния поезд проходит равноускоренно, вторую - равнозамедленно с тем же по модулю ускорением. Максимальная скорость поезда 50 км/ч. Найти ускорение и время движения поезда между станциями.

2. Шахтная клеть поднимается со скоростью 12 м/с. После выключения двигателя, двигаясь с отрицательным ускорением 1,2 м/с2 , останавливается у верхней приемной площадки. На каком расстоянии от нее находилась клеть в момент выключения двигателя и сколько времени двигалась до остановки?

3. С башни высотой 30 м в горизонтальном направлении брошено тело с начальной скоростью 10 м/с. Определить уравнение траектории тела, скорость тела в момент падения.

4. Для добывания руды открытым способом произвели взрыв породы. Подъем кусков породы, выброшенных вертикально вверх, длился 5 с. Определить их начальную скорость и высоту подъема.

5. При взрыве серии скважин камень, находящийся на уступе высотой 45 м, получил скорость 100 м/с в горизонтальном направлении. Какова дальность полета камня, сколько времени он будет падать, с какой скоростью упадет на землю?

6. Рассчитать скорость движения и полное ускорение шахтного электровоза в момент времени 5 с, если он движется по криволинейному участку радиусом 15 м. Закон движения электровоза выражается формулой $S= 800 + 8t – 0,5 t^2$, м.

7. Во сколько раз тангенциальное ускорение точки, лежащей на ободе вращающегося колеса, больше ее нормального ускорения для того момента времени, когда вектор полного ускорения этой точки составляет угол 30° с вектором ее линейной скорости?

8. Под действием постоянной силы 118 Н вагонетка приобрела скорость 2 м/с, пройдя путь 10 м. Определить силу трения и коэффициент трения, если масса вагонетки 400 кг.

9. В шахте опускается равноускоренно лифт массой 280 кг, в первые 10 с он проходит 35 м. Найти натяжение каната, на котором висит лифт.

10. На горизонтальной платформе шахтной клети находится груз 60 кг. Определить силу давления груза на платформу: при равномерном подъеме и спуске, при подъеме и спуске с ускорением 3 м/^{2} , при спуске с ускорением 9,8 м/с^2.

11. Тело скользит по наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол 45° . Пройдя путь 36,4 см, тело приобретает скорость 2 м/с. Найти коэффициент трения тела о плоскость.

12. Найти закон движения (зависимость пройденного расстояния от времени) куска антрацита при скольжении его с нулевой начальной скоростью по стальному желобу с углом наклона 30° . Коэффициент трения 0,3.

13. Рудничный поезд массой 450 т движется со скоростью 30 км/ч, развивая мощность 150 л. с. (1 л. с. =736 Вт). Определить коэффициент трения.

14. Определить силу тяги, которую развивает лебедка при подъеме вагонетки массой 2 т с ускорением 0,5 м/^{2}, если коэффициент трения 0,03, а угол наклона железнодорожного полотна 30°.

15. Вагонетка скатывается по наклонной горке длиной 5 м. Определить путь, проходимый вагонеткой по горизонтали до остановки, и наибольшую скорость движения, если коэффициент сопротивления 0,0095. Угол наклона 5°.

16. Маховик, приведенный в равноускоренное вращение, сделав 40 полных оборотов, стал вращаться с частотой 480 мин$^{-1}$.Определить угловое ускорение маховика и продолжительность равноускоренного вращения.

17. Ротор шахтного электродвигателя совершает 960 об/мин. После выключения он останавливается через 10с. Считая вращение равнозамедленным, найти угловое ускорение ротора. Сколько оборотов сделал ротор до остановки?

18. Крутящий момент двигателя электрической лебедки 1,2 кН·м. Для остановки двигателя служат тормозные деревянные колодки, прижимающиеся с двух сторон к тормозному чугунному диску радиусом 0,6 м, жестко связанному с ротором двигателя. Найти силу давления, необходимую для остановки ротора, если коэффициент трения равен 0,5.

19. Двигатель мощностью 3 кВт за 12 с разогнал маховик до 10 об/с. Найти момент инерции маховика.

20. Была произведена работа в 1 кДж, чтобы из состояния покоя привести маховик во вращение с частотой 8с$^{-1}$.Какой момент импульса (количества движения) приобрел маховик?

21. Шар и цилиндр имеют одинаковую массу 5кг и катятся со скоростью 10 м/с по горизонтальной плоскости. Найти кинетическую энергию этих тел.

22. Какую работу надо произвести, чтобы раскрутить маховик массой 80 кг до 180об/мин? Массу маховика считать равномерно распределенной по ободу с диаметром 1м.

23. Ротор шахтного электродвигателя совершает 960 об/мин. После выключения он останавливается через 10с. Считая вращение равнозамедленным, найти угловое ускорение ротора. Сколько оборотов сделал ротор до остановки?

24. Шар и сплошной цилиндр катятся по горизонтальной плоскости. Какую часть энергия поступательного движения каждого тела составляет от общей кинетической энергии?

25. Маховик, выполненный в виде диска радиусом 0,4м и имеющий массу 100 кг, был раскручен до 480 оборотов в минуту и предоставлен самому себе. Под действием трения вала о подшипники маховик остановился через 80 с. Определить момент сил трения.

2.МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

26. Какой объем занимает 1 кг водорода при давлении 106 Па и температуре 20°С? Молярная масса водорода $2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

27. Для автогенной сварки привезли баллон кислорода вместимостью 100 л. Найти массу кислорода, если его давление 12 МПа и темпера-тура 16°С. Молярная масса кислорода $32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

28. Определить среднюю плотность сжатого воздуха в рудничной воздухопроводной сети, если давление воздуха в компрессоре составляет $7 \cdot 10^5$ Па, а давление у воздухоприемников $6 \cdot 10^5$ Па. Температура воздуха в начале и конце сети равна 27°С и 7°С. Молярная масса воздуха равна 0,029 кг/моль.

29. Стальной баллон емкостью 25 л наполнен ацетиленом C_2 H_2 при температуре 27° С до давления 20 МПа. Часть ацетилена использовали для автогенной сварки подкрановых путей в шахте. Какая масса ацетилена из-расходована, если давление в баллоне при температуре 23°С стало равным 14 МПа ? Молярная масса ацетилена 0,026 кг/моль.

30. Сжатый воздух в баллоне имеет температуру 15°С. Во время пожара температура воздуха в баллоне поднялась до 450° С. Взорвется ли баллон, если известно, что при этой температуре он может выдержать давление не более 9,8 МПа? Начальное давление в баллоне 4,8 МПа.

31. Температура взрыва гремучей смеси, то есть температура, до которой нагреты в первый момент газообразные продукты взрыва, достигает в среднем 2600° С, если взрыв происходит внутри замкнутого пространства. Во сколько раз давление при взрыве гремучего газа превосходит давление смеси до взрыва, если последнее равно 10^5 Па, а начальная температура 17° С?

32. Компрессор, обеспечивающий работу отбойных молотков в забое, засасывает из атмосферы 100 л воздуха в секунду при давлении 1 атм. Сколько отбойных молотков может работать от этого компрессора, если для каждого молотка необходимо 100 $см^3$ воздуха в секунду при давлении 50 атм ?

33. В двигателе Дизеля сжимается адиабатически воздух, в результате чего его температура поднимается, достигая температуры воспламенения нефти 800° С. До какого давления сжимается при этом воздух и во сколько раз уменьшается его объем, если начальное давление 1 атм, начальная температура 80°С, γ=1,4?

34. Современные вакуумные насосы позволяют понижать давление до 10^{-15} мм рт. ст. Сколько молекул газа содержится в объеме 1 $см^3$ при указанном давлении и температуре 27° С ?

35. Определить средние квадратичные скорости молекул метана CH_4 до взрыва и после него, если температура до взрыва равна 20° С, а после него 2600° С. Молярная масса 0,016 кг/моль.

36. Найти среднюю кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре 350 К, а также кинетическую энергию вращательного движения всех молекул, содержащихся в 4 г кислорода.

37. Вычислить удельные теплоемкости при постоянном объеме и при постоянном давлении окиси углерода CO, принимая этот газ за идеальный.

38. На сжатие азота при постоянном давлении была затрачена работа 12 кДж. Найти изменение внутренней энергии и затраченное количество теплоты.

39. Какое количество теплоты для нагревания от 50°С до 100° С надо сообщить азоту массой 28 г, который находится в цилиндре с подвижным поршнем? Чему равна при этом процессе работа расширения?

40. При адиабатическом процессе расширения внутренняя энергия кислорода уменьшилась на 8,38 кДж. Вычислить массу кислорода, если начальная температура его 47° С, а объем увеличился в 10 раз.

41. В двигателе внутреннего сгорания температура газообразных продуктов сгорания поднимается от 600° С до 2000° С. Найти количество теплоты, подведенное к 1 кг газа при постоянном давлении, изменение его внутренней энергии и совершенную работу, если удельные теплоемкости при постоянных давлении и объеме соответственно равны 1,25 кДж/(кг·К) и 0,96 кДж/(кг·К).

42. Определить мощность на валу компрессора производительностью 25 $м^3$ в минуту, работающего на подземную воздушную сеть, если первоначальное давление 1 атм, а давление, развиваемое компрессором в конце изотермического сжатия, составляет 7 атм.

43. Тепловая машина работает по обратимому циклу Карно. Температура нагревателя 227° С. Определить термический коэффициент полезного действия цикла и температуру охладителя, если за счет каждого килоджоуля теплоты, полученной от нагревателя, машина совершает работу 350 Дж.

44. От идеальной теплосиловой установки, работающей по циклу Карно, отводится ежечасно 270 МДж теплоты с помощью холодильника при 9° С. Определить полезную мощность установки, если количество подводимой в час теплоты равно 900 МДж. При какой температуре подводится теплота?

45. Газ совершает цикл Карно. Абсолютная температура нагревателя в три раза выше, чем температура холодильника. Нагреватель передал газу 42 кДж теплоты. Какую работу совершил газ?

46. При прямом цикле Карно тепловая машина совершает работу, равную 200 Дж. Температура нагревателя 375 К, холодильника 300 К. Найти количество теплоты, получаемое машиной от нагревателя.

3. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

47. Вследствие трения о шкив ремень заряжается, причем каждый квадратный метр ремня содержит 0,02Кл заряда. Ширина ремня 0,3м, скорость его движения 20 м/с. Какой заряд проходит ежесекундно через любую неподвижную плоскость, перпендикулярную ремню?

48. Определить заряд, емкость и потенциал Земли, считая ее шаром радиусом $6 \cdot 10^3$ км и зная, что напряженность поля около поверхности равна 100 В/м.

49. Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора 6 кВ, заряд каждой пластины 10 нКл. Найти энергию конденсатора и силу взаимного притяжения пластин, если расстояние между ними 2 см.

50. Какое количество теплоты выделится при разрядке плоского конденсатора, если разность потенциалов между пластинами 15 кВ, расстояние 1 мм, диэлектрик слюда ($\varepsilon = 6$), площадь каждой пластины 300 $см^2$?

51. Какую работу надо совершить , чтобы увеличить расстояние между пластинами воздушного конденсатора от 0,03 м до 0,1 м? Площадь пластин 100 $см^2$. Конденсатор подключен к источнику напряжения 220 В.

52. Камнедробилка должна работать под напряжением 100 В, потребляя ток в 40 А. Напряжение на электростанции 120 В, а расстояние до нее 1 км. Определить сечение медных соединительных проводов ($\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом м).

53. Какой длины надо взять нихромовый проводник диаметром 1,5 мм для изготовления спирали вулканизатора , применяемого при сращивании кабелей, если сопротивление спирали 5,5 Ом, а удельное сопротивление нихрома $1{,}1 \cdot 10^{-6}$ Ом м?

54. Цена деления прибора 1, 5 $\cdot 10^{-5}$ А /дел. Шкала прибора имеет 200 делений, его внутреннее сопротивление 100 Ом. Какие сопротивления нужно подключить к этому прибору и каким образом, чтобы можно было измерять напряжение до 200 В или ток до 4 А?

55. Определить сопротивление медных магистральных проводов при температуре 30^0 С. Расстояние от места расположения проводов до взрывной станции 400 м. Площадь сечения проводов 0,8 мм^2, $\rho = 0{,}017$(Ом$\cdot$ мм^2 /м), $\alpha = 0{,}0044$ град-1.

56. ЭДС батареи 12 В, ток короткого замыкания 5 А. Какую наибольшую мощность может дать батарея во внешней цепи?

57. Найти ток короткого замыкания для аккумуляторной батареи, если при токе 5 А она дает во внешнюю цепь мощность 9,5 Вт, а при токе 8 А мощность 14,4 Вт.

58. Ток в проводнике сопротивлением 100 Ом равномерно нарастает от 0 до 10 А в течение 30 с. Чему равно количество теплоты, выделившееся за это время в проводнике?

59. По прямому бесконечно длинному проводнику течет ток 50 А. Найти магнитную
индукцию в точке, удаленной на расстояние 5 см от проводника.

60. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам текут токи 50 А и 100 А в противоположных направлениях. Расстояние между проводами 20 см. Определить магнитную индукцию в точке, удаленной на 25 см от первого и на 40 см от второго провода.

61. Найти число витков в катушке диаметром 10 см, если магнитная стрелка, помещенная в ее центре, отклонилась от плоскости магнитного меридиана на 38° при токе 0,2 А. Горизонтальная составляющая земного магнитного поля 12,8 А /м . Плоскость катушки совпадает с плоскостью магнитного меридиана.

62. Определить горизонтальную составляющую напряженности магнитного поля Земли,
если обмотка тангенс–буссоли имеет 10 витков радиусом 25 см. При токе 0,64 А стрелка отклоняется на угол 45°.

63. Плоский контур площадью 20 см ² находится в однородном магнитном поле с индукцией 0,03 Тл. Найти магнитный поток, пронизывающий контур, если его плоскость составляет угол 60° с линиями индукции.

64. Электромагнит изготовлен в виде тороида со средним диаметром 51 см и вакуумным зазором 2 мм. Обмотка тороида равномерно распределена по всей его длине. Во сколько раз уменьшится напряженность магнитного поля в зазоре, если при неизменном токе в обмотке зазор увеличить в три раза? Магнитная проницаемость сердечника тороида 800.

65. Найти напряженность магнитного поля между полюсами электромагнита , если проводник массой 10 г и длиной 1м при токе в нем 19,6 А висит в поле , не падая.

66. В однородном магнитном поле с индукцией 0,1 Тл движется проводник длиной 10 см со скоростью 15 м /с, направленной перпендикулярно к магнитному полю. Найти ЭДС, индуцированную в проводнике.

67. Обмотка электромагнита содержит 800 витков. Площадь сечения сердечника 15 $см^2$, Индукция магнитного поля в сердечнике 1,4 Тл. Вычислить величину средней ЭДС , возникающей в обмотке при размыкании тока, если ток уменьшается до нуля в течение 0,001с.

68. На железное кольцо намотано в один слой 200 витков провода. Чему равна энергия Магнитного поля, если при токе 2,5 А магнитный поток в железе 0,5 мВб?

69. Замкнутый соленоид намотан на немагнитный каркас и содержит 20 витков на каждый сантиметр длины. Найти объемную плотность энергии поля при токе 1 А.

70. С какой скоростью должен нарастать ток в катушке с числом витков 800, площадью поперечного сечения 10 $см^2$, длиной 30 см, чтобы величина ЭДС самоиндукции, возникшей в ней, была равна 25 мВ?

4. МЕХАНИЧЕСКИЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

71. Маятник для гравиметрической съемки за сутки совершил 57600 колебаний. Найти ускорение свободного падения, если длина маятника 0,56м.

72. Днище вибролюка, применяемого для погрузки руды в бункер поезда из очистной камеры, совершает гармоническое колебательное движение с

амплитудой 5 мм и частотой 1500 мин$^{-1}$. Написать уравнение колебаний, если начальная фаза равна нулю.

73. Стол питателя, предназначенного для погрузки руды в вагонетки, колеблется с частотой 45 мин$^{-1}$. Определить максимальные скорость и ускорение стола, полную энергию колебаний, если масса питателя 1000 кг, амплитуда колебаний 72 мм.

74. Решето рудообогатительного грохота совершает вертикальное колебательное движение с амплитудой 5 см. Найти наименьшую частоту колебаний, при которой куски руды, лежащие на решете, будут отделяться от него и подбрасываться вверх.

75. Для погружения обсадных труб в глинистые отложения применяется вибровозбудитель ВО-10, амплитуда колебаний которого 0,13 см, частота вращения дебалансов 1200 мин$^{-1.}$ Определить максимальные скорость и ускорение, написать уравнение колебаний, если начальная фаза равна нулю.

76. Определить полную энергию колебаний и максимальную силу взаимодействия между подъемным сосудом массой 90 тонн и армировкой ствола шахты, если амплитуда горизонтальных колебаний сосуда 3 см, а циклическая частота 7 с$^{-1}$.

77. Точка одновременно совершает два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями: $x = 0{,}5\sin t$, $y = 2\cos t$. Найти уравнение траектории точки, построить график ее движения.

78. Два одинаково направленных гармонических колебания одного периода с амплитудами 10 см и 6 см складываются в одно колебание с амплитудой 14 см. Определить разность фаз складываемых колебаний.

79. Груз, подвешенный к пружине, гармонически колеблется по вертикали с периодом 0,5 с. Коэффициент упругости пружины 4 Н/м. Определить массу груза.

80. Амплитуда затухающих колебаний маятника за 5 мин уменьшилась в два раза. За какое время, считая от начального момента, амплитуда уменьшится в восемь раз?

81. Источник незатухающих гармонических колебаний подчиняется закону $x = 5\sin 3140t$ (м). Определить смещение, скорость и ускорение точки, находящейся на расстоянии 340м от источника, через 1 с от начала колебаний, если скорость волны 340 м/с.

82. Уравнение незатухающих колебаний у =0,1sin0,5πt (м). Скорость волны 300 м/с. Написать уравнение колебаний для точек волны в момент времени 4 с после начала колебаний. Найти разность фаз для источника и точки на расстоянии 200 м от него.

83. Звуковые колебания с частотой 500 Гц и амплитудой 0,25 мм, распространяются в воздухе. Длина волны 70 см. Определить скорость распространения волны и наибольшую скорость колебаний частиц воздуха.

84. Определить коэффициент сжатия горной породы - величину, обратную модулю Юнга, если скорость распространения звуковых волн в горной породе равна 4500 м/с, а плотность породы составляет $2{,}3 \cdot 10^3$ кг/м^3.

85. К одному из концов длинного стержня прикреплен вибратор, колеблющийся по закону $y = 10^{-6}\sin 10^4 \pi t$ (м). Найти скорость точек в сечении стержня, отстоящем от вибратора на расстоянии 25см, в момент времени 10^{-4} с. Скорость волны $5 \cdot 10^3$ м/с.

86. Колебательный контур состоит из катушки с индуктивностью 2 мГн и конденсатора емкостью 888 пФ. На какую длину волны настроен контур?

87. Найти частоту собственных колебаний в контуре, состоящем из катушки индуктивности и плоского конденсатора. Площадь каждой пластины конденсатора 30 см^2 и расстояние между ними 0,1 см. Число витков катушки 1000, длина ее 30 см, сечение 1 см^2.

88. Колебательный контур состоит из катушки с индуктивностью 1,02 Гн и конденсатора емкостью 0,025 мкФ. Заряд на конденсаторе равен $2{,}5 \cdot^{10\text{-}6}$ Кл. Какова зависимость разности потенциалов на конденсаторе от времени?

89. Катушка (без сердечника) длиной 50 см и площадью поперечного сечения 3 см^2 имеет 1000 витков и соединена параллельно с конденсатором. Он состоит из двух пластин площадью 75 см^2 каждая, рас-стояние между пластинами 5 мм, диэлектрик -воздух. Найти период колебаний контура и длину волны, на которую он настроен.

90. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью 1,02 Гн и конденсатора емкостью 25 нФ. На обкладках конденсатора сосредоточен заряд 2,5 мкКл. Написать уравнение изменения тока в цепи в зависимости от времени.

91. Разность потенциалов на конденсаторе в контуре за 1 мс уменьшается в три раза. Найти коэффициент затухания.

92. Электромагнитные волны распространяются в некоторой однородной среде со скоростью $2{,}5 \cdot 10^8$ м/с. Какую длину волны имеют электромагнитные колебания в данной среде, если частота колебаний 1 МГц?

93. Катушка с индуктивностью 30 мкГн присоединена к плоскому конденсатору с площадью пластин 0,01 $м^2$ и расстоянием между ними 0,1 мм. Найти диэлектрическую проницаемость среды, заполняющей пространство между пластинами, если контур настроен на длину волны 750 м.

94. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью 80 пФ и катушки индуктивностью 0,5 мГн. Найти максимальный ток в контуре, если максимальная разность потенциалов на обкладках конденсатора 300 В. На какую длину волны резонирует данный контур?

95. Закон изменения разности потенциалов на обкладках конденсатора в контуре задан уравнением $U = 50\cos 10^4 \pi t$(В). Емкость конденсатора равна 0,1 мкФ. Найти период колебаний, индуктивность, длину волны. Написать закон изменения тока в контуре.

96. Колебательный контур состоит из конденсатора переменной емкости от 12 пФ до 80пФ и катушки с индуктивностью 1,2 мГн. Найти диапазон длин электромагнитных волн, которые могут вызывать резонанс в этом контуре.

97. Индуктивность колебательного контура 0,5 мГн. Какова должна быть электроемкость контура, чтобы он резонировал на длину волны 300 м?

98. Катушка (без сердечника) длиной 50 см и площадью поперечного сечения 3 $см^2$
имеет 1000 витков и соединена параллельно с конденсатором. Он состоит из двух пластин площадью 75 $см^2$ каждая, расстояние между пластинами 5 мм, диэлектрик -воздух. Найти период колебаний контура и длину волны, на которую он настроен.

99. Какую индуктивность надо включить в колебательный контур, чтобы при емкости 2 мкФ получить частоту 1000 Гц?

100. Индуктивность катушки в колебательном контуре 20 мкГн. Требуется настроить этот контур на частоту 5 МГц. Какую емкость следует выбрать?

101. Колебательный контур, состоящий из воздушного конденсатора с двумя пластинами по 100 $см^2$ каждая и катушки с индуктивностью 1 мкГн резонирует на волну длиной 10м. Найти расстояние между пластинами конденсатора.

5. ВОЛНОВАЯ И КВАНТОВАЯ ОПТИКА

102. Расстояние между двумя щелями в опыте Юнга I мм, расстояние от щелей до экрана 3м, расстояние между соседними интерференционными максимумами на экране 1,5 мм. Найти длину волны источника монохроматического света.

103. Оранжевые лучи с длиной волны 650 нм от двух когерентных источников, расстояние между которыми 120 мкм, падают на экран. Расстояние от источников до экрана 3,6 м. Найти расстояние между центрами соседних темных полос на экране.

104. Какую наименьшую толщину должна иметь пластинка, сделанная из материала с показателем преломления 1,54, чтобы при освещении ее лучами с длиной волны 750 нм, перпендикулярными к пластинке, она в отраженном свете казалась красной?

105. Между двумя плоскопараллельными пластинками лежит проволочка, отчего образовался воздушный клин. Пластинки освещаются светом с длиной волны 500 нм. Угол падения лучей 0°, длина пластинки 10 см. Расстояние между интерференционными полосами в отраженном свете 1,8 мм. Найти толщину проволочки.

106. Плосковыпуклая линза (n=1,5) с оптической силой 0,5 диоптрий выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке. Найти радиус пятого темного кольца Ньютона в проходящем свете (λ =600 нм).

107. Радиус кривизны плосковыпуклой линзы 4 м. Чему равна длина волны падающего света, если радиус 5-го светлого кольца Нью-она в отраженном свете равен 3,6 мм?

108. На щель шириной 0,2 мм падает нормально монохроматический свет с длиной волны 640 нм. Определить угол отклонения лучей, соответствующих первой светлой дифракционной полосе.

109. На пластинку со щелью падает нормально монохроматический свет. Угол отклонения лучей, соответствующих второму дифракционному минимуму, равен 1°. Сколько длин волн падающего света составляет ширина щели?

110. На щель шириной 0,05 мм падает нормально монохроматический свет (λ=0,6 мкм). Найти угол между первоначальным направлением пучка света и направлением на четвертую темную дифракционную полосу.

111. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки, наполненной гелием. На какую линию в спектре третьего порядка накладывается красная линия гелия с длиной волны 670 нм спектра второго порядка?

112. При освещении дифракционной решетки белым светом спектры второго и третьего порядка накладываются друг на друга. На какую длину волны в спектре второго порядка накладывается фиолетовая граница (400 нм) спектра третьего порядка?

113. На дифракционную решетку, имеющую 800 штрихов на I мм, падает параллельный пучок белого света. Какова разность углов отклонения конца первого и начала второго спектров? Принять длину волны красного света 760 нм, фиолетового 400 нм.

114. На дифракционную решетку, содержащую 50 штрихов на миллиметр, падает в направлении нормали к ее поверхности белый свет. Спектр проектируется на экран с помощью линзы, помещенной вблизи решетки. Определить длину спектра первого порядка на экране, если расстояние от линзы до экрана 3 м. Границы видимого спектра 400 нм и 760 нм.

115. Угол преломления луча света в жидкости равен 35°. Определить показатель преломления этой жидкости, если отраженный луч максимально поляризован.
116. Под каким углом к горизонту должно находиться Солнце, чтобы его лучи, отраженные от поверхности озера, были бы наиболее полно поляризованы.

117. Предельный угол полного внутреннего отражения луча на границе жидкости с воздухом равен 43°. Каков должен быть угол падения луча из воздуха на поверхность жидкости, чтобы отраженный луч был максимально поляризован?

118. Угол максимальной поляризации при отражении света от кристалла каменной соли равен 57°. Определить скорость распространения света в этом кристалле.

119. Угол между плоскостями поляризации двух призм Николя равен 45°. Во сколько раз
уменьшится интенсивность света, прошедшего через николи, если этот угол увеличить до 60°?

120. Температура «голубой» звезды $3 \cdot 10^4$К. Определить интегральную интенсивность излучения и длину волны, соответствующую максимуму излучательной способности.

121. Приняв температуру поверхности Солнца равной 6000 К, определить энергию, излучаемую с одного квадратного метра за секунду и длину волны, соответствующую максимуму излучательной способности.

122. Поток энергии, излучаемой из смотрового окошка печи за секунду, равен 34 Вт.
Найти температуру печи, если площадь отверстия 6 $см^2$.

123. Средняя величина энергии, теряемой вследствие излучения с одного квадратного сантиметра поверхности Земли за минуту, равна 0,55 Дж. Какую температуру должно иметь абсолютно черное тело, излучающее такое же количество энергии?

124. Печь при температуре 1100 К посылает на измерительный прибор некоторое
тепловое излучение. Какова должна быть температура печи, чтобы получаемое прибором излучение увеличилось в два, четыре и шестнадцать раз?

125. Максимальная лучеиспускательная способность абсолютность черного тела приходится на длину волны 800 нм. Какая мощность должна быть подведена к этому телу, поверхность которого 100 $см^2$, чтобы поддерживать его при постоянной температуре.

126. Вследствие изменения температуры абсолютно черного тела, максимум испускательной способности сместился с 500 нм на 750 нм. Во сколько раз уменьшилась суммарная мощность излучения?

127. Какая доля энергии фотона израсходована на работу вырывания фотоэлектрона, если красная граница фотоэффекта равна 307 нм и кинетическая энергия фотоэлектрона I эВ?

128. Калий (работа выхода 2 эВ) освещается монохроматическим светом с длиной волны 509 нм. Определить максимально возможную кинетическую энергию фотоэлектронов.

129. Определить работу выхода электрона из цезия и серебра, если красная граница фотоэффекта у этих металлов составляет соответственно 660 нм и 260 нм.

130. Определить энергию, импульс и массу фотона, длина волны которого соответствует видимой части спектра с длиной волны 500 нм.

131. Определить давление света на стенки электрической стоваттной лампы. Колба лампы представляет собой сферический сосуд радиусом 5 см. Стенки лампы отражают 10 % падающего на них света. Считать, что вся потребляемая мощность идет на излучение.

132. На поверхность площадью 100 $см^2$ ежеминутно падает 63 Дж световой энергии. Найти величину светового давления, если поверхность полностью отражает все лучи и если полностью поглощает все лучи.

133. Давление света с длиной волны 600 нм на черную поверхность равно 2,2·10-7Н/$м^2$. Сколько фотонов падает на I $см^2$за одну секунду?

6. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА И ФИЗИКА АТОМА

134. Определить длину волны, соответствующую границе серии Бальмера для водорода. Выделить эту спектральную линию на схеме энергетических уровней атома водорода. Постоянная Ридберга равна 1,097·107$м^{-1}$.

135. Найти наибольшую и наименьшую длины волн в первой инфракрасной серии спектра водорода (серии Пашена). Начертить схему энергетических уровней атома водорода.

136. Атом водорода в основном состоянии поглотил квант света с длиной волны 121,5 нм. Определить радиус электронной орбиты возбужденного атома водорода.

137. Вычислить энергию фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на первый.

138. Определить длины волн де Бройля для электрона и протона, движущихся со скоростью 1000 км/с. Масса электрона 9,1·10^{-31}кг, масса протона 1,67·$10^{-27кг}$.

139. Какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы длина волны де Бройля была равна 0,10 нм ?

140. Определить длину волны де Бройля для электрона, движущегося по круговой орбите атома водорода, находящегося в основном состоянии.

141. Электрон, движущийся со скоростью 6·10^6м/с, попадает в продольное ускоряющее однородное электрическое поле напряженностью 5 В/см. Какое расстояние должен пройти электрон в таком поле, чтобы его длина волны стала равной 0,10 нм?

142. Рассчитать дебройлевскую длину волны для протона с кинетической энергией, равной энергии покоя электрона 0,51МэВ.

143. Найти коротковолновую границу непрерывного рентгеновского спектра, если известно, что уменьшение приложенного к рентгеновской трубке напряжения на 23 кВ увеличивает искомую длину волны в два раза.

144. Найти длину волны коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра, если скорость электронов, подлетающих к антикатоду трубки, составляет 0,85 скорости света.

145. Для определения постоянной Планка к рентгеновской трубке приложили напряжение 16 кВ и определили минимальную длину волны сплошного рентгеновского излучения (λмин =77,6 пм). Вычислить по этим данным постоянную Планка.

146. Частица в потенциальной яме шириной *l* находится в возбужденном состоянии (n=2).
Вычислить вероятность нахождения частицы в крайней четверти ямы.
46. Частица в потенциальной яме находится в основном состоянии. Какова вероятность обнаружить частицу в крайней трети ямы?
147. В одномерной потенциальной яме шириной *l* находится электрон. Найти вероятность нахождения электрона на первом энергетическом уровне в интервале *l*/4, равноудаленном от стенок ямы.

148. Вычислить величину момента импульса L орбитального движения электрона, находящегося в атоме водорода в s-состоянии и в p-состоянии.

149. Частица в потенциальной яме шириной *l* находится в низшем возбужденном состоянии. Определить вероятность нахождения частицы в интервале *l*/4, равноудаленном от стенок ямы.

150. Определить возможные значения проекции момента импульса L_Z орбитального движения электрона в атоме водорода на направление внешнего магнитного поля. Электрон находится в d-состоянии.

151. Электрон находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной *l*
с бесконечно высокими стенками. Определить вероятность обнаружения электрона в средней трети ямы, если электрон находится в возбужденном состоянии (n=3).

7. ЭЛЕМЕНТЫ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

152. Активность препарата пропорциональна числу ядер, распадающихся за секунду. Во сколько раз уменьшится активность препарата стронция $_{38}Sr^{90}$ через 100 лет? Период полураспада равен 28 лет.

153. Сколько β-частиц испускает в течение одного часа 1 мкг изотопа $_{11}Na^{24}$, период полураспада которого составляет 15 часов?

154. Препарат $_{92}U^{238}$ массой 1 г излучает $1{,}24 \cdot 10^4$ α -частиц в секунду. Найти период полураспада этого изотопа урана и активность препарата.

155. Найти число распадов за одну секунду в 1 г радия, период полураспада которого 1590 лет. Молярная масса радия 0,226 кг/моль.

156. Активность препарата пропорциональна числу ядер, распадающихся за одну секунду. Во сколько раз уменьшится активность иода $_{53}J^{124}$ спустя 12 суток? Период полураспада равен четырем суткам.

157. Сколько β-частиц испускается в течение суток при распаде изотопа фосфора $_{15}P^{32}$ массой 1 мкг? Период полураспада 14,3 суток.

158. Активность препарата уменьшилась в 256 раз. Сколько периодов полураспада составляет промежуток времени, за который произошло такое уменьшение активности?

159. За один год начальное количество радиоактивного вещества уменьшилось в три раза. Во сколько раз оно уменьшится за два года?

60. Какая доля начального количества радиоактивного вещества останется нераспавшейся через промежуток времени, равный двум периодам полураспада?

160. Дефект массы ядра $_{7}N^{15}$ равен 0,12396 а.е.м. Определить массу атома. (m $_{1}H^{1}$ = 1,00783 а.е.м.; m $_{0}n^{1}$ = 1,00867 а.е.м.).

161. Найти удельную энергию связи ядра $_{6}C^{12}$, если известно, что m $_{1}H^{1}$ = 1,00783 а.е.м.; m $_{0}$n1 = 1,00867 а.е.м.; m $_{12}C^{6}$ = 12,00000 а.е.м.

162. Рассчитать массу нейтрального атома, если ядро его состоит из трех протонов и двух нейтронов, а энергия связи ядра равна 26,3 Мэв. (m $_{1}H^{1}$ = 1,00783 а.е.м.; m $_{0}n^{1}$ = 1,00867 а.е.м.).

163. Определить энергию связи ядра изотопа кислорода $_{8}O^{16}$, если m $_{1}H^{1}$ = 1,00783 а.е.м.;
m $_{0}n^{1}$ = 1,00867 а.е.м.; m $_{8}O^{16}$ = 1 5,99491 а.е.м.

164. Определить энергию связи, приходящуюся на один нуклон ядра атома $_{11}Na^{23}$, если $m\ _{11}Na^{23} = 22,98977$а.е.м.; $m\ _1H^1 = 1,00783$ а.е.м.; $m\ _0n^1 = 1,00867$ а.е.м.

165. Найти дефект массы, энергию связи и удельную энергию связи ядра $_3Li^7$, если известно, что $m\ _3Li^7 = 7,01601$ а.е.м.; $m\ _1H^1 = 1,00783$ а.е.м.; $m\ _0n^1 = 1,00867$ а.е.м.

166. Энергия связи электрона с ядром невозбужденного атома водорода $_1H^1$ равна 13,6 эВ. Определить, насколько масса атома водорода меньше суммы масс свободных протона и электрона.

167. Вычислить дефект массы и энергию связи ядра $_5B^{11}$,если известны следующие массы: $m\ _5B^{11} = 11,00931$ а.е.м.; $m\ _1H^1 = 1,00783$ а.е.м.; $m\ _0n^1 = 1,00867$ а.е.м.

168. Найти энергию, которую нужно затратить для отрыва нейтрона от ядра $_{11}Na^{23}$, если известны следующие массы: $m\ _0n^1 = 1,00867$ а.е.м.; $m\ _{11}Na^{23} = 22,98977$ а.е.м.; $m\ _{11}Na^{22} = 21,99444$ а.е.м.

169. Найти энергию отрыва нейтрона от ядра $_2He^4$,если известны массы: $m\ _0n^1 = 1,00867$ а.е.м.; $m\ _2He^4 = 4,00260$ а.е.м.; $m\ _2He^3 = 3,01603$ а.е.м.

170. Найти энергию, необходимую для удаления одного протона из ядра $_8O^{16}$ ($_8O^{16} \rightarrow {}_7N^{15} + {}_1H^1$). $m\ _1H^1 = 1,00783$ а.е.м.; $m\ _8O^{16} = 15,99491$ а.е.м.; $m\ _7N^{15} = 15,00011$ а.е.м.

171. Найти изменение массы при следующей ядерной реакции:
$_{13}Al^{27} + {}_2He^4 \rightarrow {}_{15}P^{30} + {}_0n^1$, если $m\ _{13}Al^{27} = 26,98154$ а.е.м.; $m\ _2He^4 = 4,00260$ а.е.м.; $m\ _{15}P^{30} = 29,97263$ а.е.м.; $m\ _0n^1 = 1,00867$ а.е.м.

172.Вычислить энергетический эффект ядерной реакции: $_1H^2 + {}_1H3 \rightarrow {}_2He^4 + {}_0n^1$, если
$m\ _1H^2 = 2,01410$ а.е.м.; $m\ _1H^3 = 3,01605$ а.е.м.; $m\ _0n^1 = 1,00867$ а.е.м.; $m\ _2He^4 = 4,00260$ а.е.м.

173. В термоядерном реакторе с дейтериевым горючим может происходить вторичная термоядерная реакция $_2He^3 + {}_1H^2 \rightarrow {}_2He^4 + {}_1H^1$. Вычислить энергию этой реакции. ($m\ _2He^3 = 3,01603$ а.е.м.; $m\ _1H^2 = 2,01410$ а.е.м.; $m\ _2He^4 = 4,00260$ а.е.м.; $m\ _1H^1 = 1,00783$ а.е.м.).

174. Вычислить энергию ядерной реакции $_7N^{14} + {}_0n^1 \rightarrow {}_6C^{14} + {}_1H^1$. ($m\ _7N^{14} = 14,00307$а.е.м.; $m\ _0n^1 = 1,00867$ а.е.м ; $m\ _6C^{14} = 14,00324$ а.е.м.; $m\ _1H^1 = 1,00783$ а.е.м.).

175. Определить энергию ядерной реакции $_3Li6 + {}_1H^2 \rightarrow {}_2He^4 + {}_2He^4$. (m $_3Li^6$ = 6,01513 а.е.м.; m $_1H^2$= 2,01410 а.е.м.; m $_2He^4$ =4 ,00260 а.е.м.).

176. Какую минимальную энергию должен иметь квант для вырывания нейтрона из ядра $_6C^{14}$? Известны массы: m $_6C^{14}$ = 14,00324 а.е.м.; m $_0n^1$= 1,00867 а.е.м.; m $_6C^{13}6$ = 13,00335а.е.м.

177. Какую минимальную энергию необходимо затратить, чтобы разделить $_6C^{12}$ на три равные части.(m $_6C^{12}$= 12,00000 а.е.м.; m $_2He^4$= 4,00260 а.е.м.).

178. Определить энергию ядерной реакции $_{20}Ca^{14} + {}_1H^1 \rightarrow {}_{19}K^{41} + 2He^4$. (m $_{20}Ca^{4\ 4}$= 43,95549 а.е.м.; m $_1H^1$ = 1,00783 а.е.м.; m $_2He^4$ = 4,00260 а.е.м.; m $_{19}K^{41}$= 40,96184 а.е.м.)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература

8.1 Основная литература

.

1.	И.Г. Коршунов. Физика. – Екатеринбург: Ид-во УГГУ, 2014. – 341 с.
2.	В.И. Горбатов, В.Ф. Полев. Физика. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ (Ч.1, 2012.-105 с.; Ч.2, 2013.-115 с.; Ч.3.- 2014.-147 с.)
3.	Михайлов В.К. Физика: учебное пособие/ Михайлов В.К.— Электрон. текстовые данные.- М.: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2013.-120 с.-Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/23753.html - ЭБС «IPRbooks».
4.	Михайлов В.К. Волны. Оптика. Атомная физика. Молекулярная физика: учебное пособие/ Михайлов В.К., Панфилова М.И.-Электрон. текстовые данные.-М.: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2016.-144 с.-Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/62614.html -ЭБС «IPRbooks».
5.	Трофимова Т.М. Курс физики. Академия, 2010.- 560 с.

Дополнительная литература

1. И..Г. Коршунов. Основы физики.- Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2010. - 312 с.
2. Ветрова В.Т. Физика. Сборник задач: учебное пособие/ Ветрова В.Т.- Электрон. текстовые данные.- Минск: Вышэйшая школа, 2015.-446 с.- Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/48021.html -ЭБС «IPRbooks».
3. Чакак А.А. Физика. Краткий курс: учебное пособие для студентов очно-заочной формы обучения вузов, слушателей курсов повышения квалификации и профессиональной переподготовки специалистов, для студентов факультета дистанционных образовательных технологий/ Чакак А.А., Летута С.Н. Электрон. текстовые данные. Оренбург: Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2011.-541 с. - Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/30092.html - ЭБС «IPRbooks».
4. Сарина М.П. Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Часть 1. Механика: учебное пособие/ Сарина М.П.- Электрон. текстовые данные.- Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2014.- 187 с.- Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/45392.html - ЭБС «IPRbooks».

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Некоторые физические постоянные

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Скорость света в вакууме	c	$3.00 \cdot 10^{8}$ м/с
Гравитационная постоянная	G	$6.67 \cdot 10^{-11}$ м^3/(кг·с^2)
Число Авогадро	N_A	$6.02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Молярная газовая постоянная	R	8.31 Дж/(моль·К)
Постоянная Больцмана	k	$1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Атомная единица массы	*1а.е.м.*	$1.660 \cdot 10^{-27}$ кг
Элементарный заряд	e	$1.60 \cdot 10^{-19}$ Кл
Масса покоя электрона	m_e	$9.11 \cdot 10^{-31}$ кг
Масса покоя протона	m_p	$1.67 \cdot 10^{-27}$ кг
Электрическая постоянная	ε_0	$8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Постоянная Планка	h $\hbar$	$6.63 \cdot 10^{-34}$ Дж/с $1.05 \cdot 10^{-34}$ Дж/с

Приложение 2

Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименования

Приставка			Множитель	Приставка			Множитель
Наименование	Обозначение			Наименование	Обозначение		
	русское	международное			русское	международное	
экса	Э	E	10^{18}	деци	д	d	10^{-1}
пэта	П	P	10^{15}	санти	с	c	10^{-2}
тера	Т	T	10^{12}	милли	м	m	10^{-3}
гига	Г	G	10^{9}	микро	мк	μ	10^{-6}
мега	М	M	10^{6}	нано	н	n	10^{-9}
кило	к	k	10^{3}	пико	п	p	10^{-12}
Гекто	г	h	10^{2}	фемто	ф	f	10^{-15}
Дека	да	da	10^{1}	атто	а	a	10^{-18}
П р и м е ч а н и е: Приставки гекто, дека, деци и санти допускается применять только в наименованиях кратных и дольных единиц, уже получивших широкое распространение (гектар, декалитр, дециметр, сантиметр и др.)							

Приложение 3

Единицы физических величин, имеющие собственные наименования

Величина	Единица	
	Наименование	Обозначение
Длина	метр	м
Масса	килограмм	кг
Время	секунда	с
Плоский угол	радиан	рад
Телесный угол	стерадиан	ср
Сила, вес	ньютон	Н
Давление	паскаль	Па
Напряжение (механическое)	паскаль	Па
Модуль упругости	паскаль	Па
Работа, энергия	джоуль	Дж
Мощность	ватт	Вт
Частота колебаний	герц	Гц
Термодинамическая температура	кельвин	К
Разность температур	кельвин	К
Теплота, количество теплоты	джоуль	Дж
Количество вещества	моль	моль
Электрический заряд	кулон	Кл
Сила тока	ампер	А
Потенциал электрического поля, электрическое напряжение	вольт	В
Электрическая емкость	фарад	Ф
Электрическое сопротивление	ом	Ом
Электрическая проводимость	сименс	См
Магнитная индукция	тесла	Тл
Магнитный поток	вебер	Вб
Индуктивность	генри	Гн
Сила света	кандела	кд
Световой поток	люмен	лм
Освещенность	люкс	лк
Поток излучения	ватт	Вт
Поглощенная доза излучения (доза излучения)	грэй	Гр
Активность изотопа	беккерель	Бк

Приложение 4

Внесистемные единицы

Наименование величины	Единица		
	Наименование	Обозначение	Соотношение с единицей СИ
Масса	тонна атомная единица массы	т а.е.м.	10^3 кг $1.66 \cdot 10^{-27}$ кг
Время	минута час сутки	мин ч сут	60 с 3600 с 86400 с
Плоский угол	градус минута секунда град	…• …′ …″ град	$1.74 \cdot 10^{-2}$ рад $2.91 \cdot 10^{-4}$ рад $4.85 \cdot 10^{-6}$ рад (π/200) рад
Объем, вместимость	литр	Л	10^{-3} м^3
Длина	астрономическая единица световой год парсек	а.е. св. год пк	$1.50 \cdot 10^{11}$ м $9.46 \cdot 10^{15}$ м $3.08 \cdot 10^{16}$ м
Оптическая сила	диоптрия	Дптр	1 м$^{-1}$
Площадь	гектар	Га	10^4 м^2
Энергия	электрон-вольт	эВ	$1.60 \cdot 10^{-19}$ Дж
Полная мощность	вольт-ампер	В·А	
П р и м е ч а н и е: Единицы времени (минуту, час, сутки), плоского угла (градус, минуту, секунду), астрономическую единицу, световой год, диоптрию и атомную единицу массы не допускается применять с приставками.			

Приложение 5

Плотность некоторых твердых тел

Твердое тело	Плотность, г/см^3	Твердое тело	Плотность, г/см^3
Алюминий	2.70	Цезий	1.90
Барий	3.50	Каменная соль	2,2
Ванадий	6.02	Латунь	8,55
Висмут	9.80	Марганец	7,40
Железо (чугун, сталь)	7.88	Платина	21,4
Литий	0.53	Золото	19,3
Медь	8.93	Висмут	9,8·
Никель	8.90	Уран	18,7
Свинец	11.3	Цинк	7.15
Серебро	10.5	Вольфрам	19,3

Приложение 6

Плотность некоторых жидкостей и газов

Жидкость (при 15° С)	Плотность, г·/см^3	Газ (при нормальных условиях	Плотность, кг/м^3
Вода (дистиллированная при 4°С)	1.00	Водород	0.09
Глицерин	1.26	Воздух	1.29
Керосин	0.8	Гелий	0.18
Ртуть	13.6	Аргон	1,78
Масло (оливковое, смазочное)	0.9	Азот	1,25
Масло касторовое	0.96	Кислород	1.43
Сероуглерод	1.26		
Эфир	0.7		
Спирт	0.80		

Приложение 7

Удельное сопротивление ρ некоторых материалов

Материал	Удельное сопротивление, Ом·м	Материал	Удельное сопротивление, Ом·м
Алюминий	$2{,}53\cdot10^{-8}$	Ртуть	$9{,}6\cdot10^{-7}$
Алюминий провод	$2{,}87\cdot10^{-8}$	Свинец	$2{,}08\cdot10^{-7}$
Бумага	10^{15}	Серебро	$1{,}6\cdot10^{-8}$
Вода дистиллированная	10^{4}	Сталь литая	$1{,}3\cdot10^{-7}$
Вода морская	0,3	Сталь чистая	$1{,}01\cdot10^{-7}$
Вольфрам	$5{,}5\cdot10^{-8}$	Стекло	10^{11}
Графит	$3{,}9\cdot10^{-6}$	Стекло кварцевое	10^{16}
Железо чистое	$9{,}8\cdot10^{-8}$	Угольные щётки	$4\cdot10^{-5}$
Железо	$8{,}7\cdot10^{-8}$	Цинк	$5{,}9\cdot10^{-8}$
Золото	$2{,}2\cdot10^{-8}$	Чугун серый	$1\cdot10^{-6}$
Константан	$5\cdot10^{-7}$	Никель	$8{,}7\cdot10^{-8}$
Масло парафиновое	10^{14}	Нихром	$1{,}12\cdot10^{-6}$
Магний	$4{,}4\cdot10^{-8}$	Олово	$1{,}2\cdot10^{-7}$
Манганин	$4{,}3\cdot10^{-7}$	Платина	$1{,}07\cdot10^{-7}$
Медь	$1{,}72\cdot10^{-8}$	Медь провод	$1{,}78\cdot10^{-8}$

Приложение 8

Диэлектрическая проницаемость некоторых веществ

Вещество	Проницаемость	Вещество	Проницаемость
Ацетон	21,4	Парафин	2,0
Вакуум	1,0	Парафинированная бумага	2,0
Воздух	1,000594	Полиэтилен	2,2
Вода	81	Слюда	7,0
Вода дистиллированная	31	Спирт этиловый	25,1
Воск	7,8	Спирт метиловый	33,5
Керосин	2,0	Стекло	7,0
Масло	5,0	Фарфор	5,0
Масло трансформаторное	2,2	Эбонит	2,6

Приложение 9

Греческий алфавит

Обозначения букв	Название букв	Обозначения букв	Название букв
A, α	Альфа	N, ν	ню
B, β	Бета	Ξ, ξ	кси
Γ, γ	Гамма	O, o	омикрон
Δ, δ	Дэльта	Π, π	пи
E, ε	Эпсилон	P, ρ	ро
Z, ς	Дзета	Σ, σ	сигма
H, η	Эта	T, τ	тау
Θ, θ	Тэта	Y, υ	ипсилон
J, i	Иота	Φ, φ	фи
K, κ	Каппа	X, χ	хи
Λ, λ	Ламбда	Ψ, ψ	пси
M, μ	Ми	Ω, ω	омега

СОДЕРЖАНИЕ

Общие методические указания к решению задач и выполнению домашних контрольных работ	3
1. Механика	4
2. Молекулярная физика и термодинамика	7
3. Электричество и магнетизм	9
4. Механические и электромагнитные колебания и волны	11
5. Волновая и квантовая оптика	15
6. Квантовая физика и физика атома	18
7. Элементы ядерной физики	20
Список литературы	23
Приложения	24

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому
комплексу _____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Б1.О.09 ОСНОВЫ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Специальность
21.05.04 Горное дело

Направление (профилизация)
Электрификация и автоматизация горного производства

форма обучения: очная, заочная

Автор: Стариков В. С. канд. техн. наук, доцент

Одобрена на заседании кафедры Электрификации горных предприятий	Рассмотрена методической комиссией Горно-механического факультета
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____	Председатель _____
(подпись)	*(подпись)*
Садовников М. Е.	Осипов П. А.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол №1 от 01.09.2023	Протокол №2 от 20.10.2023
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение…….2
2. Тематический план дисциплины…….....4
3. Методические указания к лекционному курсу……5
4. Вопросы по дисциплине…….6
5. Учебно-методическое обеспечение дисциплины……7
5.1. Основная литература…….7
5.2. Дополнительная литература…….7

1. ВВЕДЕНИЕ

Методические материалы по самостоятельной работе студентов (СРС) определяют виды, требования к выполнению и отчетности, рекомендации по выполнению СРС.

Целью методических рекомендаций является повышение эффективности процесса обучения по основной образовательной программе путем правильной организации и выполнения самостоятельной работы.

Самостоятельная работа есть планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская деятельность студентов, осуществляемая, в основном, во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. В настоящих методических указаниях предметом является самостоятельная учебная работа.

Основными видами самостоятельной учебной работы являются:

самовоспроизводящая – самостоятельное прочтение, просмотр, конспектирование учебной литературы и информации Интернет-ресурсов, прослушивание лекций, аудио- и видеоматериалов, заучивание, пересказ, запоминание, повторение учебного материала и др.;

поисковая – подготовка сообщений, докладов, выступлений на семинарских и практических занятиях, подбор литературы по дисциплинарным проблемам и литературы по теме рефератов, контрольных и курсовых работ и др.;

творческая – написание рефератов, выполнение курсового проекта, подготовка выпускной работы (проекта), выполнение специальных заданий и др.

Самостоятельная учебная работа включает в себя:

- подготовку к аудиторным занятиям (лекциям, практическим, семинарским, лабораторным работам и др.) и выполнение соответствующих заданий;
- самостоятельную работу над отдельными темами учебных дисциплин в соответствии с учебно-тематическими планами;
- написание рефератов, докладов, эссе;
- подготовку ко всем видам практики и выполнение предусмотренных ими заданий;
- выполнение письменных контрольных и курсовых работ;
- подготовку ко всем видам контрольных испытаний, в том числе к коллоквиумам, экзаменам и зачетам, тестированию и интернет-тестированию, государственным экзаменам;
- подготовку к итоговой государственной аттестации, в том числе выполнение выпускной квалификационной работы (проекта) или магистерской диссертации;
- другие виды учебной деятельности, организуемой и осуществляемой вузом, факультетом или кафедрой.

Виды заданий для выполнения самостоятельной работы: сообщение или доклад на семинарском занятии, реферат, расчетно-графическая работа, курсовая работа и курсовой проект, выпускная квалификационная работа, магистерская диссертация. Темы заданий для выполнения учебной самостоятельной работы студентов указывает преподаватель.

Методические рекомендации к планированию и выполнению самостоятельной учебной работы

Приступая к изучению учебной дисциплины, следует ознакомиться с рабочей учебной программой или тематическим планом дисциплины (табл. 1), перечнем обязательной и дополнительной учебной, научной и методической литературы (раздел 4.1), получить в библиотеке рекомендованные учебники и учебно-методические пособия, завести новую тетрадь для конспектирования лекций и работы с первоисточниками.

Вопросы для экзамена, указанные в настоящих методических указаниях (раздел 3), могут быть использованы студентом для углубленного изучения содержания дисциплины. Студент имеет право выбирать дополнительно интересующие его темы для самостоятельной работы.

Студентам должны самостоятельно выполнять индивидуальные письменные задания и упражнения, предлагаемые при подготовке к учебным занятиям.

Серьезная организованная работа по подготовке к семинарским занятиям, написанию письменных работ значительно облегчит подготовку к экзаменам и зачетам. При подготовке к зачету, экзамену студент должен повторить, как правило, ранее изученный материал. В этот период играют большую роль подготовленные заранее записи и конспекты.

Контрольная работа (КР) предназначена для выработки умения дать лаконичный аргументированный полный ответ на вопрос изучаемого курса, снабженный выводами. Как правило, она выполняется студентами, обучающимися по заочной форме обучения. Написание ее требует самостоятельности и ответственного отношения, способности работать с литературой по проблеме, знаний истории и теории вопроса, основных теоретических положений. Успешное выполнение контрольной работы учитывается при выставлении экзаменационной оценки. Объем работы не должен превышать 8-10 страниц печатного или рукописного текста, и содержать титульный лист, основную часть работы, список использованной литературы.

Расчетно-графическая работа (РГР) содержит задание на выполнение законченного инженерного расчета по выбору или проверке узлов, или составных частей электротехнических систем в составе электротехнического комплекса.

Термин *реферат* (Р) имеет два смысла, во-первых, это краткое изложение содержания документа или его части, научной работы, включающее основные фактические сведения и выводы, необходимые для первоначального ознакомления с источниками и определения целесообразности обращения к ним и, во-вторых, это вид самостоятельной работы студента, под которым понимается краткое изложение в письменном виде или в форме публичного доклада содержания книги, учения, научного исследования и т.п., другими словами, это доклад на определенную тему, освещающий её вопросы на основе обзора литературы и других источников.

Рефераты в как вид самостоятельной работы студента оцениваются по следующим основным критериями: актуальность содержания, теоретический уровень, глубина и полнота анализа фактов, явлений, проблем, относящихся к теме; информационная насыщенность, новизна, оригинальность изложения вопросов; простота и доходчивость изложения; структурная

организованность, логичность, грамматическая правильность и стилистическая выразительность; убедительность, аргументированность, практическая значимость и теоретическая обоснованность предложений и выводов.

Для выполнения самостоятельной работы других видов – курсовой работы и проекта, выпускной квалификационной работы, имеются соответствующие методические указания.

2.ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ

Для студентов очной формы обучения:

№	Тема, раздел	Контактная работа обучающихся с преподавателем			Практическая подготовка	Самостоятельная работа
		лекции	практич. занятия и др. формы	лаборат. занятия		
1.	Современный энергоресурсный потенциал мировой экономики	2	-	-	-	2
2.	Традиционная и альтернативная электроэнергетика	4	-	-	-	10
3.	Электроэнергетическая система России	2	-	-	-	4
4.	Электроснабжение горных предприятий	2	-	-	-	6
5.	Особенности электрооборудования горных предприятий	2	-	-	-	8
6.	Основы безопасной эксплуатации электротехнических комплексов горных предприятий	2	-	-	-	12
7.	Современное состояние и пути развития электрификации и автоматизации горных производств	2	-	-	-	3
8.	Квалификационная характеристика горного инженера-электрика	2	-	-	-	-
9.	Подготовка к зачету		-	-	-	9
	ИТОГО	**18**	**-**	**-**	**-**	**54**

Для студентов заочной формы обучения:

№	Тема, раздел	Контактная работа обучающихся с преподавателем			Практическая подготовка	Самостоятельная работа
		лекции	практич. занятия и др. формы	лаборат. занятия		
1.	Современный энергоресурсный потенциал мировой экономики	-	-	-	-	4

2.	Традиционная и альтернативная электроэнергетика	-	-	-	-	14
3.	Электроэнергетическая система России	-	-	-	-	6
4.	Электроснабжение горных предприятий	0,5	-	-	-	7,5
5.	Особенности электрооборудования горных предприятий	0,5	-	-	-	9,5
6.	Основы безопасной эксплуатации электротехнических комплексов горных предприятий	0,5	-	-	-	13,5
7.	Современное состояние и пути развития электрификации и автоматизации горных производств	-	-	-	-	5
8.	Квалификационная характеристика горного инженера-электрика	0,5	-	-	-	1,5
9.	Подготовка к зачету		-	-	-	9
	ИТОГО	**2**	**-**	**-**	**-**	**70**

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЛЕКЦИОННОМУ КУРСУ

Лекционный курс по дисциплине «Основы профессиональной деятельности» начинается с рассмотрения общих сведений **об энергетических ресурсах** и мировых запасах основных энергоресурсов. Рассматриваются невозобновляемые источники энергии: органическое, неорганическое и ядерное топливо. Приводятся сведения о возобновляемых источниках энергии, к которым относят гидроэнергетические ресурсы, геотермальные ресурсы, энергию ветра, солнечную энергию. Приводится состав и основные свойства органических твердых, жидких и газообразных топлив. Теплота сгорания топлива. Калориметрический и аналитический способы определения теплоты сгорания топлива. Дается понятие об условном топливе. Приводятся краткие сведения о неорганических топливах.

Производство тепловой и электрической энергии на тепловых электростанциях начинает рассматриваться с классификации типов тепловых электростанций. Технологические схемы конденсационных электростанций (КЭС). Энергетический баланс КЭС. Способы повышения эффективности КЭС. Особенности технологической схемы теплоэлектроцентралей (ТЭЦ). Энергетический баланс ТЭЦ. Современные экологические и технологические проблемы существующих тепловых электростанций. Газотурбинные (ГТУ) и парогазовые (ПГУ) энергетические установки. Технологические схемы и основные технические характеристики.

Производство электрической энергии на гидроэлектростанциях. Гидроэнергетические установки. Основы использования водной энергии, работа водного потока. Гидротехнические сооружения ГЭС. Схемы концентрации напора, водохранилища и характеристики бьефов ГЭС. Регулирование речного стока водохранилищами ГЭС.

Особенности технологического процесса на гидроаккумулирующих электростанциях (ГАЭС). Мировой опыт эксплуатации ГАЭС. Состояние и перспективы развития гидроаккумулирующей энергетики в России.

Приливная энергетика. Природа возникновения приливной волны. Технологическая схема приливных электростанций (ПЭС). Особенности функционирования приливных электростанций.

Современные экологические и технологические проблемы существующих гидроэлектростанций.

Производство тепловой и электрической энергии на атомных электростанциях. Типы атомных электростанций. Циклы АЭС и их эффективность. Энергетический баланс АЭС. Ядерные энергетические установки, типы ядерных реакторов. Особенности АЭС с реакторами на быстрых нейтронах. Современные экологические и технологические проблемы существующих АЭС.

Лекционный курс заканчивается рассмотрением структуры **электроэнергетической системы России.** Объединенные (ОЭС) и районные (РЭС) энергосистемы. Задачи и сущность реформы ЕЭС России. Номинальные напряжения источников и приемников электрической энергии.

Более подробная информация по вопросам рабочей программы дисциплины ««Основы профессиональной деятельности» может быть получена студентами при проработке основной и дополнительной литературы, указанной в рабочей программе дисциплины. Не исключается использование ресурсов Интернета и печатной литературы, изданной в последние годы.

4. ВОПРОСЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Энергетические ресурсы. Понятие, разновидности ресурсов, их использование.
2. Органические твердые, жидкие и газообразные топлива. Элементарный состав и основные свойства.
3. Теплота сгорания рабочего топлива. Условное топливо: понятие, использование.
4. Возобновляемые источники энергии. Основные характеристики.
5. Производство электроэнергии на КЭС. Технологическая схема, распределение тепловых потоков, основные показатели.
6. Производство электроэнергии на ТЭЦ. Технологическая схема, особенности, основные показатели.
7. Производство электроэнергии на приплотинных гидроэлектростанциях (ГЭС). Технологическая схема, основные показатели.
8. Производство электроэнергии на гидроаккумулирующих электростанциях (ГАЭС). Технологическая схема, основные показатели.
9. Производство электроэнергии на приливных электростанциях (ПЭС). Технологическая схема, основные показатели.
10. Производство электроэнергии на атомных электростанциях. Технологическая схема АЭС на тепловых нейтронах.
11. Производство электроэнергии на атомных электростанциях. Технологическая схема АЭС на быстрых нейтронах.
12. Единая энергетическая система России.
13. Уровни стандартных номинальных напряжений источников и электроприемников.
14. Основные требования к системам внешнего электроснабжения горных предприятий.
15. Классификация электроприемников по степени надежности их электроснабжения.
16. Радиальные и магистральные схемы внешнего электроснабжения предприятий. Их особенности, достоинства и недостатки.
17. Типовые схемы внешнего электроснабжения горных предприятий. Способы резервирования источников и электрических сетей.

18. Особенности использования электроэнергии на предприятиях с подземными горными работами.
19. Особенности использования электроэнергии на предприятиях с открытыми горными работами.
20. Особенности использования электроэнергии на обогатительных фабриках.
21. Классификация производственных помещений в отношении опасности поражения электрическим током.
22. Уровни взрывозащиты рудничного электрооборудования. Область применения, основные требования к рудничному электрооборудованию.
23. Виды взрывозащиты рудничного электрооборудования. Основные требования НТД к различным видам взрывозащиты рудничного электрооборудования.
24. Маркировка рудничного электрооборудования.
25. Воздействие электрического тока на человека. Ощутимый ток. Неотпускающий ток. Фибрилляционный ток.
26. Виды поражений электрическим током.
27. Факторы, определяющие опасность поражения электрическим током.
28. Общие требования ПУЭ к безопасному устройству электроустановок. Меры защиты от прямого прикосновения.
29. Общие требования ПУЭ к безопасному устройству электроустановок. Меры защиты при косвенном прикосновении.
30. Электрозащитные средства, применяемые в электроустановках напряжением до и выше 1000 В. Основные и дополнительные электрозащитные средства.
31. Общие правила пользования электрозащитными средствами, применяемыми в электроустановках напряжением до и выше 1000 В.
32. Освобождение пострадавшего от токоведущих частей электроустановок.
33. Первая доврачебная помощь пострадавшему от электрического тока.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1 Основная литература

№ п/п	Наименование	Кол-во экз.
1	Основы современной энергетики [Электронный ресурс]: Учебник для вузов: в 2 т. / Под общ.ред. Аметистова Е. В. – М.: Изд-во МЭИ, 2010. http://www.iprbookshop.ru/366.html	Эл. ресурс

5.2 Дополнительная литература

№ п/п	Наименование	Кол-во экз.
2	Быстрицкий Г. Ф., Гасангаджиев Г. Г., Кожиченков В. С. Общая энергетика (Производство тепловой и электрической энергии): учебник – М.: КНОРУС, 2013. – 408 с. – (Бакалавриат).	20
3	Электрификация горного производства: Учебник для вузов: В 2 т. / Под ред. Л. А. Пучкова и Г. Г. Пивняка. – М.: Издательство МГГУ, 2007.	41
4	Цапенко Е. Ф., Шкундин С. З. Электробезопасность на горных предприятиях: Учебное пособие – 2-е изд., стер. – М.: Издательство МГГУ, 2003. – 103 с.	13
5	Чеботаев Н. И. Электрификация горного производства. Часть 1. Безопасность при эксплуатации электротехнических устройств горного	14

№ п/п	Наименование	Кол-во экз.
	производства: Учебное пособие для вузов. – М.: Издательство МГГУ, 2006. – 138 с.	

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
С.А. Упоров

РУКОВОДСТВО ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ И САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

ОСНОВЫ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ САНИТАРИИ

Специальность
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль)
Электрификация и автоматизация горного производства

Одобрена на заседании кафедры	Рассмотрена методической комиссией факультета
Безопасность горного производства	Горно-механический
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____	Председатель _____
(подпись)	*(подпись)*
Елохин В.А.	Осипов П. А.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 20.09.2023	Протокол № 2 от 20.10.2023
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

Содержание

1 Методические указания для выполнения практических работ…… 3
2 Методические указания для выполнения самостоятельной работы…… 25
Список литературы……44

1 Методические указания для выполнения практических работ

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №1

«Выявление опасных и вредных производственных факторов»

Безопасность условий труда на рабочем месте определяется наличием опасных и вредных производственных факторов (ОВПФ), которые могут возникнуть при выполнении технологических операций или видов работ (ГОСТ 12.0.003 — 74 «ССБТ. Опасные и вредные производственные факторы»). При этом учитываются источники механических травм; источники шума, вибрации, ионизирующих излучений; определяются условия микроклимата в помещениях; оценивается освещенность в помещениях и на конкретном рабочем месте; определяется возможность получения электротравм; исследуется токсичность применяемых веществ; проводится оценка пожаро- и взрывоопасности объекта; определяется возможность использования грузоподъемных машин и механизмов, а также сосудов, находящихся под давлением.

Идентификация опасных и вредных производственных факторов - это распознавание опасностей, установление причин их возникновения, пространственных и временных характеристик опасностей, вероятности, величины и последствий их появления.

Опасным называется производственный фактор, воздействие которого на работающего в определенных условиях приводит к травме или другому внезапному резкому ухудшению здоровья.

Вредным называется производственный фактор, воздействие которого на работающего в определенных условиях приводит постепенному ухудшению здоровья, профессиональному заболеванию или снижению работоспособности.

ГОСТ 12.0.003-74 подразделяет опасные и вредные производственные факторы по природе действия на четыре группы:

Физические опасные и вредные производственные факторы:

движущиеся машины и механизмы, и их незащищенные подвижные части;

передвигающиеся изделия, материалы, заготовки;

разрушающиеся конструкции;

обрушивающиеся горные породы;

повышенная запыленность, загазованность воздуха рабочей зоны;

повышенная или пониженная температура поверхностей оборудования, материалов;

повышенная или пониженная температура рабочей зоны;

повышенные уровни шума, вибрации, ультразвука, инфразвуковых колебаний;

повышенное или пониженное барометрическое давление и его резкое изменение;

повышенные или пониженные влажность, подвижность, ионизация воздуха;

повышенный уровень ионизирующих излучений;

повышенные значения напряжения в электрической цепи;

повышенные уровни статического электричества, электромагнитных излучений;

повышенная напряженность электрического и магнитного полей;

отсутствие и недостаток естественного света;

недостаточная освещенность рабочей зоны;

повышенная яркость света;

пониженная контрастность;

прямая и отраженная блескость;

повышенная пульсация светового потока;

повышенные уровни ультрафиолетовой и инфракрасной радиации;

острые кромки, заусеницы и шероховатость на поверхности заготовок, инструментов и оборудования;

расположение рабочего места на значительной высоте относительно пола (земли).

Химические опасные и вредные производственные факторы:

химические вещества, которые по характеру воздействия на организм человека подразделяются на:

токсические (бензол, толуол, ксилол, нитробензол, ртуть, органические соединения, тетраэтилсвинец, дихлорэтан);

раздражающие (кислоты, щелочи, фосген, аммиак, оксиды серы и азота, сероводород);

сенсибилизирующие вещества (соединения ртути, платина, формальдегид);

канцерогенные вещества (ПАУ, 3,4 – бенз(а)пирен, мазут, гудрон, битум, масла, сажа, асбест, ароматические амины).

вещества, обладающие мутагенной активностью (органические перекиси, иприт, оксид этилена, формальдегид)

вещества, влияющие на репродуктивную функцию (бензол, сероуглерод, свинец, сурьма, марганец, марганец, ядохимикаты, никотин, соединение ртути).

Биологические опасные и вредные производственные факторы:

патогенные микроорганизмы (бактерии, вирусы, рилкетсин, спирохеты, грибы, простейшие)

продукты жизнедеятельности микроорганизмов;

растения;

животные.

Психофизиологические опасные и вредные производственные факторы:

статические перегрузки;

динамические перегрузки;

умственные перенапряжения;

перенапряжение анализаторов;

монотонность труда;

эмоциональные перегрузки.

Воздействие опасных и вредных производственных факторов на организм человека

В производственных условиях, как правило, действует комплекс вредностей и опасностей.

Движущиеся машины и механизмы, подвижные части оборудования, передвигающиеся изделия, разрушающиеся конструкции способствуют возникновению механических травм (ушибов, переломов, ран, увечий и т.д.), запыленности и загазованности воздуха рабочей зоны, повышенных уровней шума, статического электричества, напряжения зрительных анализаторов, статических перегрузок, монотонности труда и т.д. Все опасности в комплексе усиливают воздействие на организм человека в процессе труда.

Запыленность, загазованность воздуха рабочей зоны. Вредными являются вещества, которые при контакте с организмом человека могут вызвать производственные травмы, профессиональные заболевания или отклонения в состоянии здоровья, обнаруживаемые современными методами, как в процессе работы, так и отдалённые сроки жизни настоящего и последующих поколений (ГОСТ 12.1.007-76 «ССБТ. Вредные вещества, классификация и общие требования безопасности»). В санитарно-гигиенической практике принято разделять вредные вещества на химические вещества и производственную пыль.

Действие вредных химических веществ на организм человека обусловлено их физико-химическими свойствами. Согласно ГОСТ 12.0.003-2015 группа химически опасных и вредных производственных факторов по характеру воздействия на организм человека подразделяется на следующие подгруппы:

обще токсические; раздражающие; сенсибилизирующие; канцерогенные; мутагенные; влияющие на репродуктивную функцию.

По степени воздействия на организм человека все вредные вещества подразделяются на четыре класса (ГОСТ 12.1.007-76).

1 класс – вещества чрезвычайно опасные (ртуть, свинец).

2 класс – вещества высоко опасные (оксиды азота, бензол, йод, марганец, медь, сероводород).

3 класс – вещества умеренно опасные (ацетон, ксилол, сернистый ангидрид, метиловый спирт).

4 класс – вещества малоопасные (аммиак, бензин, скипидар).

Производственная пыль является очень распространённым опасным и вредным производственным фактором. Пыль может оказывать на организм человека фиброгенное, раздражающее и токсическое действие. Поражающие действия пыли во многом определены её дисперсностью (размером частиц пыли). Наибольшей фиброгенной активностью обладают аэрозоли с размером частиц до 5мкм.

Степень опасности пыли зависит также от формы частиц, их твердости, волокнистости, электрозаряженности. Вредность производственной пыли обуславливает её способность вызывать профессиональные заболевания легких (пневмокониозы), пылевые бронхиты, пневмонии, астматические риниты, бронхиальную астму. Аэрозоли металлов, пыль ядохимикатов может привести к хроническим и острым отравлениям.

Параметры микроклимата. Трудовая деятельность человека всегда протекает в определенных метеорологических условиях, которые определяются сочетаниями температуры воздуха, скорости его движения и относительной влажности, барометрическим давлением и тепловым излучениям от нагретых поверхностей. Эти показатели в совокупности (за исключением барометрического давления) принято называть микроклиматом производственного помещения. При благоприятных сочетаниях параметров микроклимата человек испытывает состояние теплового комфорта, что является важным условием производительности труда и предупреждением заболеваний.

Параметры микроклимата могут изменяться в очень широких пределах, в то время как необходимым условием жизнедеятельности человека является сохранения постоянства температуры тела. При отклонении метеорологических параметров от оптимальных в организме человека для поддержания постоянства температуры тела начинают происходить процессы, направленные на регулирование теплопродукции и теплоотдачи. Эта способность организма человека сохранять постоянство температуры тела получила название терморегуляции.

При температуре воздуха более чем 30^{O}С и значительном тепловом излучении от нагретых поверхностей наступает нарушение терморегуляции организма, что может привести к перегреву. При этом наблюдается нарастающая слабость, головная боль, шум в ушах, искажение восприятия (окраска всего в красный или зелёный цвет), тошнота, рвота, повышается температура тела. Дыхание и пульс учащаются,

артериальное давление вначале возрастает, затем падает. В тяжелых случаях наступает тепловой удар, возможна судорожная болезнь, характеризующаяся слабостью, головной болью, резкими судорогами, преимущественно в коленях.

Длительное и сильное воздействие низких температур может вызвать различные неблагоприятные изменения в организме человека. Местное и общее охлаждение организма является причиной таких заболеваний, как миозиты, невриты, радикулиты, простудные заболевания.

Физиологически оптимальной является влажность воздуха 40-60%. Повышенная относительная влажность воздуха (более 75-85%) в сочетании с низкими температурами оказывает значительное охлаждающее действие, а в сочетании с высокими – способствует перегреванию организма. Относительная влажность менее 25% приводит к высыханию слизистых оболочек и снижении защитной деятельности мерцательного эпителия верхних дыхательных путей.

Человек начинает ощущать движение воздуха при его скорости 0,1 м/с. Большая скорость воздуха в сочетании с низкими температурами ведет к охлаждению организма.

Тепловое воздействие облучения на организм человека зависит от длины волны, интенсивности потока излучения, величины облучаемого участка тела, длительности облучения, угла падения лучей, виды одежды человека. Наибольшей проникающей способностью обладают красные лучи, которые плохо задерживаются кожей и глубоко проникают в биологические ткани, вызывая повышение их температуры.

Ионизирующие излучения. Биологическое действие радиации на живой организм начинается на клеточном уровне. Ионизирующее излучение вызывает поломку хромосом, что приводит к изменению генного аппарата и образованию дочерних клеток, неодинаковых с исходными, что ведёт к мутациям, которые могут проявляться на последующих поколениях. При ионизирующих излучениях происходит локальное повреждение кожи (лучевой ожог), возникает катаракта глаз (потемнение хрусталика), повреждение половых органов (кратковременная или постоянная стерилизация). Воздействие ионизирующего излучения может привести к лучевой болезни, представляющей собой комплекс стойких изменений в центральной нервной системе, крови, кроветворных органах, кровеносных сосудах, железах внутренней секреции.

Электромагнитные поля. Электромагнитное поле (ЭМП) обладает определенной энергией и распространяется в виде электромагнитных волн. Основными параметрами электромагнитных колебаний являются: длина волны, частота колебаний и скорость распространения.

Основной характеристикой постоянного магнитного (магнитостатического) поля (ПМП) является напряженность магнитного поля, определяемая по силе, действующей в поле на проводник с током, единицей является ампер на метр (А/м).

Основной характеристикой постоянного электрического (электростатического) поля (ЭСП) является его напряженность, определяемая по силе, действующей в поле на электрический заряд, выражается в вольтах на метр (В/м).

Переменное электромагнитное поле представляет собой совокупность магнитного и электрического полей и распространяется в пространстве в виде электромагнитных волн. Область распространения электромагнитных волн от источника излучения условно разделяют на три зоны: ближнюю (зону индукции), промежуточную (зону интерференции) и дальнюю (волновую или зону излучения). Дальняя зона начинается с расстояния от излучателя, равного примерно 6 длинам волн. Между ними располагается промежуточная зона.

Степень воздействия электромагнитных излучений на организм человека зависит от диапазона частот. Интенсивности воздействия соответствующего фактора, продолжительности облучения, характера излучения (непрерывное или модулированное), режима облучения, размеров облучаемой поверхности тела и индивидуальных особенностей организма.

Длительное воздействие электрического поля (ЭП) низкой частоты вызывает функциональные нарушения центральной нервной и сердечно-сосудистой систем человека, а также некоторые изменения в составе крови, особенно выраженные при высокой напряженности ЭП.

Биологическое действие электромагнитных полей (ЭМП) более высоких частот связывают в основном с их тепловым и аритмическим эффектом. Тепловое действие может привести к повышению температуры тела и местному избирательному нагреву тканей, органов, клеток вследствие перехода электромагнитной энергии в тепловую. Биологическая активность ЭМП увеличивается с возрастанием частоты колебаний и является наибольшей в области СВЧ. Облучение ЭМП большой интенсивности может привести к разрушительным изменениям в тканях и органах. Тяжелые поражения возникают только в аварийных случаях и встречаются крайне редко. Длительное хроническое воздействие ЭМП небольшой интенсивности (не вызывающих теплового эффекта) приводит к различным нервным и сердечно-сосудистым расстройствам (головной боли, утомляемости, нарушению сна, боли в области сердца и т.п.). Возможны нарушения со стороны эндокринной системы и изменение состава крови. На ранних стадиях нарушения в состоянии здоровья носят обратимый характер.

В зависимости от диапазона частот в основу гигиенического нормирования электромагнитных излучений положены разные принципы. Критерием безопасности для человека, находящегося в электрическом поле промышленной частоты, принята напряженность этого поля.

Лазерное излучение. Основной особенностью лазерного излучения является его острая направленность (малая расходимость пучка излучения). Воздействие лазерного излучения на организм человека носит сложный характер:

термическое вызывает ожог, некроз тканей человека, нагрев, плазмо- и парообразование тканей, и, как следствие, их механическое разрушение.

нетермическое действие вызывает облучение организма электромагнитной энергии, облучение глаз человека, возможность поражения электрическим током, запыленность и загазованность воздуха рабочей зоны, повышение уровней шума и вибрации при работе лазера.

Ультрафиолетовое излучение. Длительное воздействие УФИ на человека может привести к серьезным положениям глаз и кожи. Острые поражения обычно проявляются в виде кератитов (воспаленная роговица) и помутнение хрусталика. Длительное воздействие УФИ на кожу человека может привести к раку кожи.

Производственный шум. Многочисленными исследованиями установлено, что шум является общебиологическим раздражителем и в определенных условиях может влиять на все органы и системы организма человека. Наиболее полно изучено влияние шума на слуховой орган человека. Интенсивный шум при ежедневном воздействии приводит к возникновению профессионального заболевания – тугоухости, основным симптомом которого является постепенная потеря слуха на оба уха, первоначально лежащая в области высоких частот (4000 Гц), с последующим распространением на более низкие частоты, определяющие способность воспринимать речь.

При очень большом звуком давлении может произойти разрыв барабанной перепонки. Наиболее неблагоприятными для органа слуха является высокочастотный шум (1000...4000 Гц).

Кроме непосредственного воздействия на орган слуха шум влияет на различные отделы головного мозга, изменяя нормальные процессы высшей нервной деятельности. Это так называемое неспецифическое воздействие шума может возникнуть даже раньше, чем изменения в органе слуха. характерными являются жалобы на повышенную утомляемость, общую слабость, раздражительность, апатию, ослабление памяти, потливость и т.п.

Многочисленными исследованиями установлено, что шум является биологическим раздражителем. Интенсивный шум при ежедневном воздействии приводит к возникновению профессионального заболевания – тугоухости, при очень большом звуковом давлении может произойти разрыв барабанной перепонки. Шум влияет на различные отделы головного мозга, изменяя нормальные процессы высшей нервной деятельности. Это воздействие может возникнуть раньше, чем изменение в органе слуха. Исследованиями последних лет установлено, что под влиянием шума наступают изменения в органе зрения человека и вестибулярном аппарате, нарушаются функции желудочно-кишечного тракта, повышается внутричерепное давление. Шум, особенно прерывистый, импульсный, ухудшает точность выполнения рабочих операций, затрудняет прием и восприятие информации.

Производственная вибрация. В производственных условиях длительное воздействие вибрации приводит к нарушениям деятельности нервной системы, сердечно-сосудистой системы, вестибулярного аппарата, нарушению обмена веществ и, в конечном счете, – к «вибрационной болезни».

При работе с ручными машинами, вибрация которых наиболее интенсивна в высокочастотной области спектра (выше 125 Гц), возникают сосудистые растройства, спазм периферических сосудов. Локальная вибрация, имеющая широкий частотный спектр, часто с наличием узоров (клепка, бурение, срубка) вызывает различную степень сосудистых, нервно-мышечных, костно-суставных и других нарушений.

Ультразвук. Наиболее опасным является контактное воздействие ультразвука, которое возникает при удержании инструмента во время пайки, лужения. Воздействие ультразвука может привести к поражению периферической нервной и сосудистой систем человека в местах контакта (вегетативные полиневриты, мышечная слабость пальцев, кистей и предплечья).

Инфразвук. Инфразвук оказывает неблагоприятное воздействие весь организм человека, в том числе и на орган слуха, понижая слуховую чувствительность на всех частотах. Инфразвуковые колебания воспринимаются как физическая нагрузка: возникает утомление, головная боль, головокружение, вестибулярные нарушения, снижается острота зрения и слуха, нарушается периферическое кровообращение, появляется чувство страха. Особенно неблагоприятные последствия вызывают инфразвуковые колебания с частотой 2…15 Гц в связи с возникновением резонансных явлений в организме человека, причем наиболее опасна частота 7 Гц, т.к. колебания с такой частотой совпадают с альфа-ритмом биотоков мозга.

Повышенные уровни напряжения в электрической цепи. Электрические установки, с которыми приходится иметь дело работающим на производстве, представляет для человека большую потенциальную опасность, которая усугубляется тем, что органы чувств человека не могут на расстоянии обнаружить наличие электрического напряжения на оборудовании. Проходя через тело человека, электрический ток оказывает сложное воздействие, являющееся совокупностью термического (нагрев тканей и биологических сред), электролитического (разложение крови и плазмы) и биологического (раздражение и возбуждение нервных волокон) воздействий. Наиболее сложным является биологическое действие, свойственное только живым организмам.

Алгоритм выполнения практического задания

1. Изучить теоретический материал и нормативно-правовую базу.
2. Согласно профилю специальности обучающегося выбрать произвольно три варианта наименования рабочих мест из предложенных.
3. В соответствии с ГОСТ 12.0.003 — 2015 провести идентификацию опасных и вредных производственных факторов, которые могут возникнуть при выполнении технологических операций (видов работ) на выбранных для анализа рабочих местах.
4. Выявить оборудование (материалы, инструменты и т.п.), которые являются непосредственными источниками идентифицированных факторов.
5. По результатам проведенного анализа на каждое рабочее место выбранных профессий заполняются столбцы таблицы с указанием идентифицированных производственных факторов и оборудования (материалов, изделий, инструментов), при работе с которыми они встречаются.
6. Оформить отчет о практической работе в соответствии с требованиями к оформлению практических работ и защитить ее у преподавателя.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №2
«Идентификация опасных и вредных производственных факторов»

Цель занятия: Получить практические навыки определения опасных и вредных производственных факторов на рабочем месте.

Безопасность условий труда на рабочем месте определяется наличием опасных и вредных производственных факторов (ОВПФ), которые могут возникнуть при выполнении технологических операций или видов работ (ГОСТ 12.0.003-2015 «ССБТ. Опасные и вредные производственные факторы. Классификация»). При этом учитываются источники механических травм; источники шума, вибрации, ионизирующих излучений; определяются условия микроклимата в помещениях; оценивается освещенность в помещениях и на конкретном рабочем месте; определяется возможность получения электротравм; исследуется токсичность применяемых веществ; проводится оценка пожаро- и взрывоопасности объекта; определяется возможность использования грузоподъемных машин и механизмов, а также сосудов, находящихся под давлением.

Идентификация опасных и вредных производственных факторов - это распознавание опасностей, установление причин их возникновения, пространственных и временных характеристик опасностей, вероятности, величины и последствий их появления.

Опасным называется производственный фактор, воздействие которого на работающего в определенных условиях приводит к травме или другому внезапному резкому ухудшению здоровья.

Вредным называется производственный фактор, воздействие которого на работающего в определенных условиях приводит постепенному ухудшению здоровья, профессиональному заболеванию или снижению работоспособности.

ГОСТ 12.0.003-2015 подразделяет опасные и вредные производственные факторы по характеру происхождения на следующие группы:

1) факторы, порождаемые физическими свойствами и характеристиками состояния материальных объектов производственной среды *(*движущиеся машины и механизмы, и их незащищенные подвижные части; передвигающиеся изделия, материалы, заготовки; разрушающиеся конструкции; обрушивающиеся горные породы; повышенная запыленность, загазованность воздуха рабочей зоны; повышенная или пониженная температура поверхностей оборудования, материалов; повышенная или пониженная температура рабочей зоны; повышенные уровни шума, вибрации, ультразвука, инфразвуковых колебаний; повышенное или пониженное барометрическое давление и его резкое изменение; повышенные или пониженные влажность, подвижность, ионизация воздуха; повышенный уровень ионизирующих излучений; повышенные значения напряжения в электрической цепи; повышенные уровни статического электричества, электромагнитных излучений; повышенная напряженность электрического и магнитного полей; отсутствие и недостаток освещения; расположение рабочего места на значительной высоте относительно пола (земли); невесомость и т.д.);

2) факторы, порождаемые химическими и физико-химическими свойствами используемых или находящихся в рабочей зоне веществ и материалов.

Опасные и вредные производственные факторы, обладающие свойствами химического воздействия на организм работающего человека, называемые для краткости химическими веществами, представляют из себя физические объекты (или их составные компоненты) живой и неживой природы, находящиеся в определенном физическом состоянии и обладающие такими химическими свойствами, которые при взаимодействии с организмом человека в рамках биохимических процессов его функционирования приводят к повреждению целостности тканей организма и (или) нарушению его нормального функционирования (кислоты, щелочи)

Химические вещества могут находиться в твердом, пастообразном, порошкообразном, жидком, парообразном, газообразном, аэрозольном состояниях, в том числе наноразмеров.

По составу химические вещества подразделяют на индивидуальные вещества и смеси.

3) факторы, порождаемые биологическими свойствами микроорганизмов, находящихся в биообъектах и (или) загрязняющих материальные объекты производственной среды (патогенные микроорганизмы (бактерии, вирусы), продукты жизнедеятельности микроорганизмов; растения; животные);

4) факторы, порождаемые психическими и физиологическими свойствами и особенностями человеческого организма и личности работающего (физические и нервно-психические перегрузки);

Физические перегрузки подразделяются на статические и динамические.

Нервно-психические перегрузки подразделяются на: умственное перенапряжение, перенапряжение анализаторов, монотонность труда, эмоциональные перегрузки.

5) факторы, порождаемые поведенческими реакциями и защитными механизмами живых существ (укусы, ужаливания, выброс ядовитых или иных защитных веществ и т.п.);

6) факторы, порождаемые социально-экономическими и организационно-управленческими условиями осуществления трудовой деятельности (плохая организация работ, низкая культура безопасности и т.п.).

В производственных условиях, как правило, действует комплекс вредностей и опасностей.

Движущиеся машины и механизмы, подвижные части оборудования, передвигающиеся изделия, разрушающиеся конструкции способствуют возникновению механических травм (ушибов, переломов, ран, увечий и т.д.), запыленности и загазованности воздуха рабочей зоны, повышенных уровней шума, статического электричества, напряжения зрительных анализаторов, статических перегрузок, монотонности труда и т.д. Все опасности в комплексе усиливают воздействие на организм человека в процессе труда.

Порядок выполнения практического задания

1 Изучить теоретический материал.

2 Из таблицы 1 выбрать вариант задания.

3 В соответствии с ГОСТ 12.0.003-2015 провести идентификацию опасных и вредных производственных факторов, которые могут возникнуть при выполнении технологических операций (видов работ) на рабочих местах.

4. Выявить оборудование (материалы, инструменты и т.п.), которые являются непосредственными источниками идентифицированных факторов

По результатам проведенного анализа на каждое рабочее место выбранных профессий заполняются столбцы таблицы 2 с указанием идентифицированных производственных факторов и оборудования (материалов, изделий, инструментов), при работе с которыми они встречаются.

Таблица 1. Варианты заданий

№	Профессии	Перечень оборудования
	1	2
1	Стекольщик	Стекла, зеркала, стеклорезы, зажимы, различные присоски, шаблоны для фигурной резки
2	Библиотекарь	ПЭВМ, книги
3	Плотник	Верстак, топор, молоток, гвоздодер, долото, отвертка, клещи, гаечный ключ, измерительный инструмент, ножовка, рубанок, стамеска, нож
4	Кухонный рабочий	Посудомоечная машина, посуда
5	Дворник	Хозяйственный инвентарь
6	Сборщик радиодеталей	Конденсаторы, плавкие предохранители, резисторы, сборочный и измерительный инструмент
7	Электромеханик по испытанию и ремонту электро-оборудования	Электроагрегаты и их узлы, электроизмерительные приборы, паяльный инструмент
8	Воспитатель	ПЭВМ, принтер
9	Кладовщик продуктового магазина	ряды стеллажей и холодильные установки, весы
10	Садовник (уборщик территории)	Ручной инструмент; Газонокосилка бензиновая; кусторез; бензопила; снегоуборочная машина
11	Дорожный рабочий	Щебень, гравий, маячные рейки, шаблоны, барьерное и тросовое ограждение, пистолет-распылитель
12	Сварщик	Электросварочные машины и аппараты для дуговой сварки, горелки для сварки
13	Грузчик	Гидравлическая тележка

14	Лифтер	Лифт
15	Сборщик ртути	Ртуть, шлаки, баллоны, вакуумные установки, щелочные и водородные холодильники
16	Сторож	ПЭВМ
17	Бурильщик эксплуатационного и разведочного бурения скважин на нефть и газ	Насосно-компрессорные трубы, буровые установки, бурильные и обсадные трубы, химические реагенты
18	Врач-стоматолог	Стоматологическая установка; лампа фотополимеризационная; облучатель; стерилизатор
19	Медицинская сестра	Стерилизатор; Установка ультразвуковая, облучатель
20	Машинист экскаватора	Одноковшовые экскаваторы, роторные экскаваторы, механическое, гидравлическое и электрическое оборудование

Таблица 2

Рабочее место	Группа ОПВФ по ГОСТ	Индентифицированные опвф	Источник ОПВФ (оборудование, материалы)
	физические		
	химические		
	биологические		
	психофизиологические		

Контрольные опросы:

1. Что такое опасный производственный фактор?
2. Что такое вредный производственный фактор?
3. Как происходит идентификация опасных и вредных производственных факторов?
4. Как подразделяются опасные и вредные производственные факторы по характеру происхождения?
5. Документ, в котором прописана классификация опасных и вредных производственных факторов.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №3

ТЕМА: Снижение уровня шума с помощью различных технических методов

Шумом называют любой нежелательный звук или сочетание звуков, вызывающих неприятные ощущения у человека.

С физической точки зрения звук представляет собой волнообразно распространяющееся колебательное движение частиц упругой среды.

Для защиты от акустических колебаний (шума, инфра- и ультразвука) можно использовать следующие методы:

- снижение звуковой мощности источника звука;
- размещение рабочих мест с учетом направленности излучения звуковой энергии*;*
- удаление рабочих мест от источника звука*;*
- акустическая обработка помещений*;*
- звукоизоляция*;*
- применение глушителей*;*
- применение средств индивидуальной защиты.

Снижение звуковой мощности источника звука. Снижения шума механизмов и машин достигается изменением технологического процесса (например, замена клепки сваркой).

Аэродинамический шум, вызываемый движением потоков воздуха и газа и обтеканием им элементов механизмов и машин, — наиболее мощный источник шума, снижение которого в источнике наиболее сложно. Для уменьшения интенсивности генерации шума улучшают аэродинамическую форму элементов машин, обтекаемых газовым потоком, и снижают скорость движения газа.

Изменение направленности излучения шума. При размещении установок с

направленным излучением необходима соответствующая ориентация этих установок по отношению к рабочим и населенным местам, поскольку величина направленности может достигать 10...15 дБ. Например, отверстие воздухозаборной шахты вентиляционной установки или устье трубы сброса сжатого газа необходимо располагать так, чтобы максимум излучаемого шума был направлен в противоположную сторону от рабочего места.

Удаление рабочих мест от источника звука. Увеличение расстояния от источника звука в 2 раза приводит к уменьшению уровня звука на 6 дБ.

Акустическая обработка помещения — это мероприятие, снижающее интенсивность отраженного от поверхностей помещения (стен, потолка, пола) звука. Для этого применяют звукопоглощающие облицовки поверхностей помещения (рисунок 1.1, *а)* и штучные (объемные) поглотители различных конструкций (рисунок 1.1, б), подвешиваемые к потолку помещения. Поглощение звука происходит путем перехода энергии колеблющихся частиц воздуха в теплоту за счет потерь на трение в пористом материале облицовки или поглотителя. Для большей эффективности звукопоглощения пористый материал должен иметь открытые со стороны падения звука незамкнутые поры.

Звукопоглощающие материалы характеризуются *коэффициентом звукопоглощения* α, равным отношению звуковой энергии, поглощенной материалом, и энергии, падающей на него. Звукопоглощающие материалы должны иметь коэффициент звукопоглощения не менее 0,3. Чем это значение выше, тем лучше звукопоглощающий материал. Звукопоглощающие свойства пористых материалов определяются толщиной слоя, частотой звука, наличием воздушной прослойки между материалом и поверхностью помещения.

Штучные звукопоглотители применяют при недостаточности свободных поверхностей помещения для закрепления звукопоглощающих облицовок. Поглотители различных конструкций, представляющие собой объемные тела, заполненные звукопоглощающим материалом (тонкими волокнами), подвешивают к потолку равномерно по площади.

Звукоизоляция. При недостаточности указанных выше мероприятий для снижения уровня шума до допустимых значений или невозможности их осуществления применяют звукоизоляцию. Снижение шума достигается за счет уменьшения интенсивности прямого звука путем установки ограждений, кабин, кожухов, экранов (рисунок 1.2). Сущность звукоизоляции состоит в том, что падающая на ограждение энергия звуковой волны отражается в значительно большей степени, чем проходит через него.

Перегородки выполняют из бетона, кирпича, дерева и т. п. Наиболее шумные механизмы и машины закрывают кожухами, изготовленными из конструкционных материалов — стали, сплавов алюминия, пластмасс и др., и облицовывают изнутри звукопоглощающим материалом.

Экранирование источников шума или рабочих мест. Защитные свойства экрана возникают из-за того, что при огибании прямой звуковой волной кромок экрана за ним образуется зона звуковой тени тем большей протяженности, чем меньше длина волны (выше частота звука). Так как экран защищает только от прямой звуковой волны, его применение эффективно только в области превалирования прямого шума над отраженным. Поэтому экраны надо устанавливать между источником шума и рабочим местом, если они расположены недалеко друг от друга.

Глушители применяют для снижения аэродинамического шума. Глушители шума принято делить на абсорбционные, использующие облицовку поверхностей воздуховодов звукопоглощающим материалом; реактивные - типа расширительных камер, резонаторов,

узких отростков, длина которых равна ¼ длины волны заглушаемого звука; комбинированные, в которых поверхности реактивных глушителей облицовывают звукопоглощающим материалом; экранные.

При наличии нескольких источников суммарный уровень шума определяется по следующим формулам.

Если источники звука одинаковы, т. е. каждый в отдельности создает на рабочем месте одинаковый уровень шума:

$$L_{\Sigma} = L_1 + 10\lg n, \qquad (1.1)$$

где L_1 — уровень шума, создаваемый одним источником, n — число одинаковых источников звука.

Если источники звука различны:

$$L_{\Sigma} = 10\lg\left(10^{0,1L_1} + 10^{0,1L_2} + ... + 10^{0,1L_n}\right), \qquad (1.2)$$

где L_1 L_2, ..., L_n — уровни шума, создаваемые каждым источником.

Значения $10 \lg n$ в зависимости от числа источников шума принимаются в соответствии с таблицей 1.1.

Таблица 1.1

Число источников шума n	1	2	3	4	5	6	8	10	20	30	40	100
Величина $10 \lg n$	0	3	5	6	7	8	9	10	13	15	16	20

Средства индивидуальной защиты. К СИЗ от шума относят ушные вкладыши, наушники и шлемы.

Вкладыши — мягкие тампоны из ультратонкого материала, вставляемые в слуховой канал. Их эффективность не очень высока и в зависимости от частоты шума может составлять 5...15дБ.

Наушники плотно облегают ушную раковину и удерживаются на голове дугообразной пружиной. Их эффективность изменяется от 7 дБ на частоте 125 Гц до 38 дБ на частоте 8000 Гц.

Шлемы применяют при воздействии шумов очень высоких уровней (более 120 дБ). Они закрывают всю голову человека, т. к. при таких уровнях шума он проникает в мозг не только через ухо, но и непосредственно через черепную коробку.

1. Практическая часть.

2.1 Определить уровень шума от источников, если учесть, что они одинаковы (использовать формулу 1.1).

Исходные данные для расчета приводятся в таблице 1.2.

Таблица 1.2

Вариант 1	*Вариант 2*	*Вариант 3*	*Вариант 4*	*Вариант 5*	*Вариант 6*	*Вариант 7*	*Вариант 8*	*Вариант 9*	*Вариант 10*
L_1=95; n=3	*L_1=80; n=4*	*L_1=90; n=5*	*L_1=70; n=6*	*L_1=75; n=10*	*L_1=80; n=3*	*L_1=75; n=20*	*L_1=70; n=30*	*L_1=65; n=40*	*L_1=60; n=100*

1.2. Снизить уровень шума с помощью средств звукоизоляции.

Для этого необходимо определить звукоизолирующую способность оградительной стены.

Звукоизолирующая способность ограждения определяется по формуле:

$$R = 20\lg \rho_S f - 9 \qquad (1.3)$$

где ρ_s – поверхностная плотность ограждения, кг/м^2;

f – частота колебаний звука, Гц.

Исходные данные для расчета приведены в таблице 1.3.

Таблица 1.3

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4	Вариант 5	Вариант 6	Вариант 7	Вариант 8	Вариант 9	Вариант 10
ρ_s=470 кг/м^2; f=500 Гц	ρ_s=175 кг/м^2; f=125 Гц	ρ_s=950 кг/м^2; f=250 Гц	ρ_s=500 кг/м^2; f=1000 Гц	ρ_s=750 кг/м^2; f=125 Гц	ρ_s=150 кг/м^2; f= 100 Гц	ρ_s=250 кг/м^2; f=500 Гц	ρ_s=100 кг/м^2; f=250 Гц	ρ_s=600 кг/м^2; f=125 Гц	ρ_s=650 кг/м^2; f=500 Гц

2.3 Определить достаточная ли звукоизолирующая способность у оградительной стены.

Звукоизолирующая способность ограждения считается достаточной, если R≥80 дБ.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ознакомится с теоретической частью практического занятия №1.
2. Выполнить расчет звукоизолирующей способности оградительной стены.

ЗАДАНИЕ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКОГО ЗАНЯТИЯ

1. Произвести анализ существующих методов защиты от шума.
2. Определить достаточная ли звукоизолирующая способность у оградительной стены.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что понимается под шумом?
2. Какие методы применяются для защиты от шума?
3. Что представляет собой каждый из этих методов?
4. Что называется коэффициентом звукопоглощения?
5. Как определяется суммарный уровень звукового давления?
6. Что относится к СИЗ от шума?

ЗАДАНИЕ НА СРС

1. Определить параметры, характеризующие шум.
2. Гигиеническое нормирование акустических колебаний.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №4

ТЕМА: Снижение вибрации с помощью различных технических методов и средств защиты

Теоретическая часть

Вибрация представляет собой процесс распространения механических колебаний в твердом теле. Принято различать общую и локальную вибрацию.

Методы и средства виброзащиты подразделяются на коллективные и индивидуальные.

Наиболее эффективными являются средства коллективной защиты. Виброзащита осуществляется следующими основными методами:

- ♦ снижением виброактивности источника вибрации;
- ♦ применением вибродемпфирующих (вибропоглощающих) покрытий, приводящих к

снижению интенсивности пространственной вибрации конструкции за счет рассеяния энергии механических колебаний;

- виброизоляцией, когда между источником и защищаемым объектом размещается дополнительное устройство, так называемый виброизолятор;
- динамическим гашением вибрации, при котором к защищаемому объекту присоединяется дополнительная механическая система, изменяющая характер его колебаний;
- активным гашением вибрации, когда для виброзащиты используется дополнительный источник вибрации, который в сравнении с основным источником генерирует колебания той же амплитуды, но противоположной фазы.

К средствам индивидуальной защиты относятся виброзащитные подставки, сиденья, рукоятки, рукавицы, обувь.

Снижение виброактивности конкретного источника вибрации зависит от особенностей его работы. Общим подходом к решению этой задачи является уменьшение энергии возмущающих сил за счет уменьшения частоты вращения или размеров вращающихся масс и соответственно линейных скоростей или перераспределение этой энергии во времени, сделав, например, более плавным процесс сгорания топлива в энергетической установке.

К эффективным средствам снижения виброактивности источника относится также замена металлических деталей на пластмассовые (из капрона, текстолита и т. п.), обладающие большим внутренним трением.

Важную роль в снижении виброактивности имеет балансировка вращающихся частей машин, которую осуществляют на специальных станках.

При *вибродемпфировании* снижение вибрации происходит за счет рассеяния энергии механических колебаний в результате преобразования ее в тепловую при возникающих в материале конструкции деформациях. В результате амплитуда упругих волн, распространяющихся по конструкциям, уменьшается по мере удаления от источника.

Применяются следующие методы демпфирования конструкций:

- изготовление деталей из материалов, обладающих большим коэффициентом потерь: чугун, сплавы меди и марганца, некоторые виды пластмасс (например, сплавы меди имеют коэффициент потерь, равный 0,2, а текстолит — 0,4);
- нанесение на детали конструкции вибродемпфирующих покрытий;
- использование вибродемпфирующих засыпок из сухого песка, чугунной дроби, а также жидкостных прослоек.

Виброгашение осуществляют путем установки агрегатов на массивный фундамент. Этот способ нашел широкое применение при установке тяжелого оборудования (молотов, прессов, вентиляторов, насосов и т. п.).

Одним из способов подавления вибраций является установка динамических виброгасителей, представляющих собой дополнительную колебательную систему.

Динамический виброгаситель крепится на вибрирующем агрегате, поэтому в нем в каждый момент времени возбуждаются колебания, находящиеся в противофазе с колебаниями агрегата. Недостатком динамического виброгасителя является то, что он подавляет колебания только определенной частоты, соответствующей его собственной.

Виброизоляция — это уменьшение передачи колебаний от источника возбуждения защищаемому объекту при помощи устройств, помещаемых между ними. В качестве таких устройств могут быть: виброизоляторы (пружинные, резиновые, комбинированные и др.); гибкие вставки в коммуникациях воздуховодов и в местах их прохождения через строительные конструкции; «плавающие» полы (настил пола отделяется от перекрытия упругими прокладками) и др.

Средства коллективной зашиты (СКЗ) располагаются между источником вибрации и

оператором. К СКЗ оператора относятся подставки, сидения, кабины, рукоятки.

К средствам индивидуальной защиты от вибраций относятся также СИЗ для рук и ног. В качестве СИЗ для рук применяются *рукавицы и перчатки, вкладыши и прокладки.*

Виброзащитные рукавицы отличаются от обычных рукавиц тем, что на их ладонной части или в накладке закреплен упругодемпфирующий элемент, который выполняется из поролона или губчатой резины.

Виброзащитная обувь изготавливается в виде сапог, полусапог и полуботинок с упругодемпфирующим низом обуви и применяется в условиях общей вибрации.

В целях профилактики вибрационной болезни для работающих с вибрирующим оборудованием рекомендуется специальный режим труда. Так, при работе с ручными машинами, удовлетворяющими требованиям санитарных норм, суммарное время работы в контакте с вибрацией не должно превышать 2/3 рабочей смены. При этом продолжительность одноразового непрерывного воздействия вибрации, включая микропаузы, входящие в данную операцию, не должна превышать для ручных машин 15—20 мин.

1. Практическая часть

Произведем расчет эффективности виброизоляции, согласно исходным данным в таблице 2.1.

Таблица 2.1

Вариант 1	n=83с$^{-1}$; материал прокладки – резина средней жескости; h=6 см	Вариант 6	n=78с$^{-1}$; материал прокладки – плита из пробковой крошки; h=4 см
Вариант 2	n=80с$^{-1}$; материал прокладки – губчатая резина; h=5 см	Вариант 7	n=87с$^{-1}$; материал прокладки – войлок мягкий; h=7 см
Вариант 3	n=90с$^{-1}$; материал прокладки – мягкая резина; h=7 см	Вариант 8	n=92с$^{-1}$; материал прокладки – войлок жесткий прессованый; h=6 см
Вариант 4	n=96с$^{-1}$; материал прокладки – ребристая резиновая плита с отверстиями; h=8 см	Вариант 9	n=105с$^{-1}$; материал прокладки – резина средней жескости; h=5 см
Вариант 5	n=100с$^{-1}$; материал прокладки – пробка натуральная; h=9 см	Вариант 10	n=96с$^{-1}$; материал прокладки – губчатая резина; h=7 см

Эффективность виброизоляции рассчитывается по формуле:

$$\Delta L = 20\lg\left[\left(\frac{f}{f_0}\right)^2 - 1\right], \quad дБ \qquad (2.1)$$

где f – частота вынужденных колебаний;

f_0 – собственная частота виброизолированной системы.

$$f_0 = \frac{0{,}5}{\sqrt{x_{CT}}}, \quad \text{Гц} \qquad (2.2)$$

где x_{CT} – статическая осадка виброизоляторов под действием силы тяжести машины.

Допустимая величина статической осадки x_{CT} амортизаторов из упругих прокладок зависит от их материала. Найдем ее из таблицы 2.1.

Таблица 2.1 - Допустимая величина статической осадки

Материалы	x_{CT}, см
Губчатая резина	0,01 h
Мягкая резина	0,016 h
Ребристая резиновая плита с отверстиями	0,02 h
Резина средней жесткости	0,015 h

Пробка натуральная	0,05 h
Плита из пробковой крошки	0,017 h
Войлок мягкий	0,015 h
Войлок жесткий прессованный	0,0155 h

Частота вынужденных колебаний определяется по формуле:

$$f=n, \qquad (2.3)$$

где n – частота вращения шкива машины, с$^{-1}$.

Если в результате расчета $\left(\frac{f}{f_0}\right)_{TP}$ получается более 4, расчет ведут для этой величины, но в этом случае не обеспечивается требуемое снижение уровня вибрации и необходимо применять другие мероприятия для ее снижения.

ЗАДАНИЕ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКОГО ЗАНЯТИЯ

1. Произвести анализ виброзащиты и выявить наиболее эффективные средства коллективной защиты от вибрации.

2. Произвести расчет эффективности виброизоляции.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ознакомится с теоретической частью практического занятия №2.
2. Выполнить расчет эффективности виброизоляции.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что понимается под вибрацией?
2. Какие существуют средства коллективной защиты от вибрации?
3. Как осуществляется снижение виброактивности конкретного источника вибрации?
4. Что представляют собой вибродемпфирование?
5. Что такое виброгашение?
6. Что такое виброизоляция?
7. Как определяется эффективность виброизоляции?
8. Что представляет собой схема расчета виброизоляторов?
9. Что относится к средствам коллективной и индивидуальной виброзащиты операторов и что каждый из них представляет собой?

ЗАДАНИЕ НА СРС

1. Определить параметры, характеризующие вибрацию
2. Классификация производственных вибраций

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №5

ТЕМА: Снижение электромагнитных излучений с помощью различных технических методов защиты

Цель работы: освоить методику расчета напряженности электрического поля от высоковольтных линий электропередач.

СОДЕРЖАНИЕ ЗАНЯТИЯ

1. Теоретическая часть

Электромагнитная волна – это колебательный процесс, связанный с изменяющимися в пространстве и во времени взаимосвязанными электрическими и магнитными полями. Область распространения электромагнитных волн называется *электромагнитным полем* (ЭМП.)

Методы и средства защиты от переменных электромагнитных полей и излучений:

Уменьшение мощности излучения обеспечивается правильным выбором генератора (мощность генератора целесообразно выбирать не более той, которая необходима для реализации технологического процесса и работы устройства). В тех случаях, когда необходимо уменьшить мощность излучения генератора, для излучений радиочастотного диапазона применяют поглотители мощности, которые ослабляют энергию излучения до необходимой степени на пути от генератора к излучающему устройству.

Поглотители мощности. Поглотителем энергии служат специальные вставки из графита или материалов углеродистого состава, а также специальные диэлектрики. При поглощении электромагнитной энергии выделяется теплота, поэтому для охлаждения поглотителей применяют охлаждающие ребра или проточную воду.

Увеличение расстояния от источника излучения. В дальней зоне излучения, т. е. на расстояниях примерно больших 1/6 длины волны излучения, плотность потока энергии (ППЭ) уменьшается обратно пропорционально квадрату расстояния, а напряженности электрического и магнитного полей — обратно пропорционально расстоянию. То есть при увеличении расстояния от источника излучения в 2 раза ППЭ уменьшается в 4 раза, а напряженности (Е и Н) в 2 раза.

Уменьшение времени пребывания в поле и под воздействием излучения.

Допустимое время пребывания в зоне излучения установок промышленной частоты (50 Гц):

$$T_{ДОП} = \frac{50}{E} - 2, \qquad (3.1)$$

где E – напряженность электромагнитного поля.

Однако, если это возможно, целесообразно сокращать время пребывания в зоне облучения до значения меньше допустимого, чтобы избежать необоснованного выполнением необходимой работы облучения.

Подъем излучателей и диаграмм направленности излучения, блокирование излучения. Излучающие антенны необходимо поднимать на максимально возможную высоту и не допускать направления луча на рабочие места и территорию предприятия.

Для защиты от электрических полей промышленной частоты необходимо увеличивать высоту подвеса фазных проводов линий электропередач (ЛЭП), уменьшать расстояние между ними и т. д. Путем правильного выбора геометрических параметров можно снизить напряженность электрического поля вблизи ЛЭП в 1,6...1,8 раза.

Экранирование излучений. Экранируют либо источники излучения, либо зоны, где может находиться человек. Экраны могут быть замкнутыми (полностью изолирующими излучающее устройство или защищаемый объект) или незамкнутыми, различной формы и размеров, выполненными из сплошных, перфорированных, сотовых или сетчатых материалов.

Экраны частично отражают и частично поглощают электромагнитную энергию. По степени отражения и поглощения их условно разделяют на отражающие и поглощающие экраны.

Для увеличения поглощающей способности экрана их делают многослойными и большой толщины, иногда со стороны падающей волны выполняют конусообразные выступы.

Наиболее часто в технике защиты от электромагнитных полей применяют металлические сетки. Они легки, прозрачны, поэтому обеспечивают возможность наблюдения за технологическим процессом и излучателем, пропускают воздух, обеспечивая охлаждение оборудования за счет естественной или искусственной вентиляции.

Средства индивидуальной защиты. К СИЗ, которые применяют для защиты от электромагнитных излучений, относят: радиозащитные костюмы, комбинезоны, фартуки, очки, маски и т.д. Данные СИЗ используют метод экранирования.

Радиозащитные костюмы, комбинезоны, фартуки в общем случае шьются из хлопчатобумажного материала, вытканного вместе с микропроводом, выполняющим роль сетчатого экрана. Шлем и бахилы костюма сделаны из такой же ткани, но в шлем спереди вшиты очки и специальная проволочная сетка для облегчения дыхания. Эффективность костюма может достигать 25...30 дБ. Для защиты глаз применяют очки специальных марок с металлизированными стеклами. Поверхность стекол покрыта пленкой диоксида олова. В оправе вшита металлическая сетка, и она плотно прилегает к лицу для исключения проникновения излучения сбоку. Эффективность очков оценивается в 25...35 дБ.

2. Практическая часть

Выполним расчет эффективности экранирования электромагнитного излучения.

Эффективность экранов принято оценивать в дБ по формулам:

$$\Delta L = 20\lg(E_0 / E); \qquad (3.2)$$

$$\Delta L = 20\lg(H_0 / H); \qquad (3.3)$$

$$\Delta L = 10\lg(ППЭ_0 / ППЭ), \qquad (3.4)$$

где E_0, H_0, $ППЭ_0$ — соответственно напряженность электрического, магнитного поля и плотность потока энергии перед экраном; E, H, $ППЭ$ — те же параметры после экрана.

Исходные данные для расчета приведены в таблице 3.1.

Таблица 3.1

Вариант 1	E=50 В/м, H=10 А/м, $ППЭ$=12 Вт/м^2; E_0=70 В/м, H_0=20А/м; $ППЭ_0$=34Вт/м^2.	Вариант 6	E=60 В/м, H=18 А/м, $ППЭ$=17 Вт/м^2; E_0=87 В/м, H_0=29А/м; $ППЭ_0$=41Вт/м^2.
Вариант 2	E=55 В/м, H=11 А/м, $ППЭ$=14 Вт/м^2; E_0=80 В/м, H_0=25А/м; $ППЭ_0$=40Вт/м^2.	Вариант 7	E=65 В/м, H=17 А/м, $ППЭ$=21 Вт/м^2; E_0=93 В/м, H_0=31А/м; $ППЭ_0$=43Вт/м^2.
Вариант 3	E=60 В/м, H=14 А/м, $ППЭ$=12 Вт/м^2; E_0=83 В/м, H_0=28А/м; $ППЭ_0$=34Вт/м^2.	Вариант 8	E=67 В/м, H=9 А/м, $ППЭ$=24 Вт/м^2; E_0=102 В/м, H_0=19А/м; $ППЭ_0$=50Вт/м^2.
Вариант 4	E=59 В/м, H=17 А/м, $ППЭ$=15 Вт/м^2; E_0=85 В/м, H_0=22А/м; $ППЭ_0$=45Вт/м^2.	Вариант 9	E=65 В/м, H=12 А/м, $ППЭ$=21 Вт/м^2; E_0=91 В/м, H_0=27А/м; $ППЭ_0$=55Вт/м^2.
Вариант 5	E=57 В/м, H=15 А/м, $ППЭ$=20 Вт/м^2; E_0=75 В/м, H_0=30А/м; $ППЭ_0$=37Вт/м^2.	Вариант 10	E=63 В/м, H=11 А/м, $ППЭ$=19 Вт/м^2; E_0=89 В/м, H_0=29А/м; $ППЭ_0$=52Вт/м^2.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ознакомится с теоретической частью практического занятия №3.
2. Выполнить расчет эффективности экранов.

ЗАДАНИЕ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКОГО ЗАНЯТИЯ

1. Выполнить расчет эффективности экранов.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что понимается под электромагнитным полем?
2. Какие существуют методы и средства защиты от переменных электромагнитных полей?
3. Как осуществляется каждый из этих методов и средств?
4. Как определяется допустимое время пребывания в зоне излучения установок промышленной частоты?
5. Из каких материалов выполняются отражающие и поглощающие экраны?
6. Что относится к СИЗ от электромагнитных излучений?

ЗАДАНИЕ НА СРС

1. Классификация электромагнитных полей.
2. Источники электромагнитных полей на производстве.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №6

ТЕМА: Защита от электромагнитных полей высокочастотных установок для нагрева материалов

Цель работы: освоить методику расчета напряженности магнитного поля от нагревательных печей и размеров защитных экранов.

СОДЕРЖАНИЕ ЗАНЯТИЯ

Промышленными источниками электромагнитных полей являются высокочастотные установки для нагрева материалов.

Электромагнитное поле обладает энергией и распространяется в виде электромагнитных волн. Скорость распространения колебаний в воздухе υ равна скорости света $3 \cdot 10^8$ м/с. Длина волны зависит от частоты: $\lambda = \frac{\upsilon}{f}$ (1)

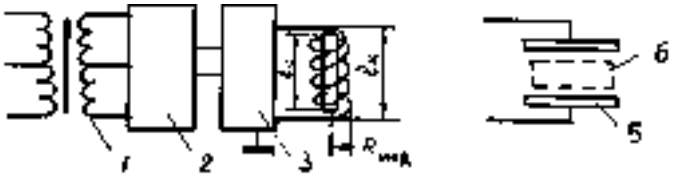
где λ - длина волны, м; υ - скорость распространения колебаний, м/с; f - частота колебаний, Гц.

Область распространения электромагнитных волн от источника излучения условно разделяют на три зоны: ближнюю (имеющую радиус менее 1/6 длины волны), промежуточную и дальнюю (расположенную на расстоянии более 1/6 длины волны от источника).

В ближней и промежуточной зонах электромагнитная волна еще не сформирована, поэтому интенсивность ЭМП в этих зонах оценивается раздельно напряженностью электрической Е (В/м) и магнитной Н (А/м) составляющих поля.

С увеличением напряженности электромагнитного поля, продолжительности облучения и частоты колебаний воздействие на человека возрастает. При воздействии ЭМП частотой выше 60 кГц наступает нагрев тканей. Облучение особенно вредно для глаз, мозга, половых органов. Облучение глаз вызывает помутнение хрусталика (катаракту).

При текущем санитарном контроле (не реже одного раза в год), а также в случае приемки источников ЭМП или изменения их конструкции и режимов работы, производится измерение параметров электромагнитного поля на рабочих местах. Измеренные значения сравниваются с нормативными по ГОСТ 12.1.006-84 и если они не соответствуют, то применяются меры защиты.



а) б)

Рис 4.1 Схема генератора для нагрева металла (а) и неметаллич. материалов (б)

Характеристика источников электромагнитного поля (индукторов и конденсаторов)

Источниками ЭМП высокой частоты (ВЧ) и ультравысокой частоты (УВЧ) на машиностроительных предприятиях являются плавильно- закалочные и сушильные установки. Для индукционного нагрева металла применяются установки (рисунок 4.1, а), состоящие из трансформатора, выпрямителя, генератора и индуктора. Для нагрева неметаллических материалов (например, древесины) вместо индукционной катушки используется конденсатор (рисунок 1, б). Источниками излучений является индуктор или конденсатор, а также генератор и линия передачи от генератора к индуктору или конденсатору.

Рабочие места по обслуживанию нагревательных установок обычно находятся в ближней зоне воздействия ЭМП, где соотношение напряженностей электрической Е и магнитной составляющей Н зависит от вида источника излучения (конденсатор или индуктор).

Нормирование воздействия ЭМП высокой и ультравысокой частот.

Предельно допустимое значение Е и Н в диапазоне частот 60кГц...300 МГц на рабочих местах персонала следует определять исходя из допустимой энергетической нагрузки и времени воздействия по формулам:
Рис 4.2 – Графики для определения β

$$E_{ПД} = \sqrt{\frac{Э_{E_{пд}}}{T}} \qquad H_{ПД} = \sqrt{\frac{Э_{H_{пд}}}{T}} \qquad (3)$$

где $E_{ПД}$ и $H_{ПД}$ –предельно допустимые значения напряженности электрического, В/м, и магнитного, А/м, полей

$Э_{Eпд}$ и $Э_{Hпд}$ - предельно допустимые значения энергетической нагрузки в течение рабочего дня $(В/м)^2$ ч и $(А/м)^2$ ч.

Защита от воздействия электромагнитных полей индуктора и конденсатора

Для защиты обслуживающего персонала от электромагнитных полей индукторов и конденсаторов их экранируют. Форма экрана должна удовлетворять конструктивным и эксплуатационным требованиям. Экраны применяются сплошные с вентиляционными и смотровыми окнами, а также в форме цилиндра или прямоугольного параллелепипеда.

Практическая часть

Методика расчета экрана индуктора высокочастотной установки для нагрева металла

Методика расчета экрана индуктора состоит в следующем. Вначале вычисляется напряженность магнитной составляющей поля Н от индуктора по формуле (2). β определяется по графику. Сравнивается полученное значение Н с допустимым значением $Н_Д$ (формула 3) по ГОСТ 12.1.006-84. ($Эн_{пд}$=200А/м). Определяется требуемая эффективность экранирования: $Э_{тр} = \frac{H}{H_Д}$ (4)

где $Э_{тр}$ - требуемая эффективность экранирования; Н - действующее значение напряженности магнитной составляющей поля, А/м; $Н_Д$ - допустимый уровень напряженности магнитной составляющей поля, А/м.

Проектирование экрана проводится с учетом обеспечения доступа к нагревательной установке, возможности механизации процесса загрузки и т.д., а также с учетом минимальной потери энергии в экране. Радиус цилиндрического замкнутого экрана $R_{экр}$ нагревательной установки для закалки металлов при условии, что потери в нем не превышают 1 % мощности генератора, определяются по формуле:

$$R_{экр} = 0{,}64 R_{инд} \sqrt[3]{\frac{\omega^2 \cdot I^2 \cdot \rho \cdot R_{инд}}{\delta \cdot P \cdot l_k}} \quad (5)$$

где $R_{инд}$ - радиус катушки индуктора, м; ω - число витков катушки: I - сила тока в катушке, А; □ - удельное сопротивление материала экрана (таблица 4.1), Ом · м; δ - глубина проникновения (расстояние, на котором напряженность поля уменьшается в e = 2,73 раза), м; P- мощность генератора, Вт; $l_к$ - длина катушки, м.

Глубина проникновения электрического поля $$\delta = 0{,}52\sqrt{\frac{\rho}{\mu \cdot f_m}} \quad (6)$$

где μ - относительная магнитная проницаемость материала экрана (таблица 4.1);
$f_м$ - частота колебаний электромагнитного излучения, МГц.

Таблица 4.1 – Характеристики материалов экранов

Материал	Удельное сопротивление ρ, Ом · м	Относительная магнитная проницаемость,μ
Алюминий	$0{,}28 \cdot 10^{-7}$	1
Медь	$0{,}17 \cdot 10^{-7}$	1
Сталь	$1{,}5 \cdot 10^{-7}$	150

Проверяется значение $R_{экр}$ по условию, что расстояние между витками индуктора и стенками цилиндра должна быть не менее радиуса индуктора, то есть

$$R_{экр} \geq 2R_{инд} , \quad (7)$$

где $R_{инд}$ - радиус витков индуктора (рисунок 4.3), м.

Если условие не выполняется, то принимаем $R_{экр} = 2R_{инд}$,

Высота экрана определяется из формулы эффективности экранирования:

$Э_{экр} = \exp(3{,}6 \cdot l_{экр}/D_{экр})$, (8)

только в место $Э_{экр}$ подставляется $Э_{тр}$

$$l_{экр} = (D_{экр}/3{,}6) \cdot \ln Э_{ТР} \quad (9)$$

где $Э_{экр}$ - эффективность экранирования, т.е. величина, показывающая во сколько раз напряженность поля в данном месте уменьшилась в результате экранирования;

$l_{экр}$ - расстояние по оси индуктора от его крайних витков до краев цилиндра экрана, м;

$D_{экр}$ - диаметр цилиндра экрана, м.

Общая длина экрана l определяется по формуле: $l = l_k + 2 \cdot l_{экр}$ (10)

Если в результате расчета стального экрана его габариты получаются большими, то целесообразно применить алюминий или медь.

На эффективность экрана не влияет его толщина, т.к. для экранирования достаточно очень тонкого слоя металла. Поэтому толщина экрана принимается из условия прочности равной 0,8...2 мм.

В результате расчета размеров экрана его эффективность должна быть больше требуемого значения, т.е. $Э_{экр} \geq Э_{тр}$. (11)

Задание. Рассчитать экран высокочастотной плавильной печи. Параметры индуктора и расстояние до рабочего места даны в таблице. В задаче приняты следующие обозначения:
Rинд - радиус катушки индуктора печи, м; lк - длина катушки индуктора, м;
P - мощность плавильной печи, кВт; ω - число витков катушки индуктора;
I - сила тока в катушке, А; f - частота тока, кГц; r - расстояние от оси катушки до рабочего места, м.

Таблица – Исходные данные для задачи.

Вари-ант	Параметры индуктора плавильной печи						Расстояние до рабочего места r, м
	$R_{инд}$, м	$l_к$, м	ω	I, A	f, кГц	P, кВт	
1	0,1	0,15	20	150	150	60	0,6
2	0,2	0,3	40	200	100	60	1,3
3	0,3	0,4	60	300	60	100	2,0
4	0,2	0,4	50	300	150	70	1,5
5	0,1	0,3	25	250	70	60	0,8
6	0,1	0,2	20	150	200	40	0,8
7	0,2	0,2	25	100	400	60	0,6
8	0,2	0,4	30	250	30	70	1,5
9	0,3	0,3	50	350	350	100	2,0
0	0,2	0,3	45	200	50	60	1,3

Порядок выполнения работы 1 Ознакомиться с методикой расчета напряженности магнитного поля H от катушки индуктора, нормированием H по ГОСТ 12.1.006-84.

2 Рассчитать экран высокочастотной плавильной печи.

Оформление отчета Отчет должен содержать: название, цель работы, расчет экрана высокочастотной плавильной печи (формулы должны быть написаны с наименованием всех параметров и единиц измерения); выводы.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какое вредное воздействие оказывает на организм человека электромагнитное поле от индукционных катушек и рабочих конденсаторов, применяемых для нагрева материалов? Какие применяются меры защиты от воздействия ЭМП?
2. Как определяются ближняя и дальняя зоны распространения электромагнитного поля? Как рассчитать длину волны электромагнитного излучения при известной частоте колебаний? Как оценивается воздействие в ближней и дальней зоне ЭМП?
3. В чем заключается методика расчета экранирующих устройств? Какой порядок расчета?
4. Объясните формулу расчета требуемой эффективности экранирования ЭМП высоких частот?
5. Что является источниками ЭМП высокой частоты (ВЧ) и ультравысокой частоты (УВЧ) на машиностроительных предприятиях?
6. Какие установки применяются для индукционного нагрева металла и неметаллических материалов, из чего они состоят?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 7

ТЕМА: Анализ средств защиты от опасности механического травмирования

Под механическим травмированием человека понимают повреждения кожных покровов, мышц, костей, сухожилий, позвоночника, глаз, головы и других частей тела. Причиной такого рода травм являются прежде всего шероховатость поверхности, острые кромки и грани инструмента и оборудования, движущиеся механизмы и машины, незащищенные элементы производственного оборудования, передвигающиеся изделия, материалы, заготовки, разрушающиеся конструкции. Механические травмы могут быть следствием падения с высоты. Возможны травмы глаз твердыми частицами, образующимися при обработке материалов.

Все источники механического травмирования можно разделить на *реально* и *потенциально опасные*.

К первым можно отнести: шероховатости поверхности, заусенцы, острые кромки и выступы на различных частях оборудования и подвижные заготовки при работах на металлообрабатывающих станках, движущиеся грузоподъемные машины и средства транспорта.

Ко вторым: сосуды, работающие под давлением, разрушение (взрыв) которых может произойти при нарушении Правил их эксплуатации, штабели материалов, заготовок, готовых изделий, которые при неправильной их укладке могут обрушаться, площадки обслуживания оборудования на высоте, лестницы при несоответствии их требованиям безопасности и т. д.

Защита от травмирования достигается применением технических средств, исключающих или уменьшающих воздействие на работающих травмоопасных производственных факторов. Они могут быть коллективными и индивидуальными. Первые обеспечивают защиту любого работника, обслуживающего травмоопасное оборудование с указанными средствами защиты. Вторые - только тех, кто их использует.

Средства коллективной защиты от механического травмирования стандартизованы ГОСТ 12.4.125-83 и включают целый ряд подвидов (рисунок 4.1).

Защитные устройства должны удовлетворять следующим общим требованиям:

- предотвращать контакт рук и других частей тела человека, его одежды и других предметов с опасными движущимися частями машины, не позволять человеку-оператору машины или другому рабочему приблизить руки и другие части тела к опасным движущимся частям;
- должны быть изготовлены из прочных материалов, выдерживающих условия нормальной эксплуатации, и надежно прикрепляться к машине;
- не создавать иных опасностей, не иметь режущую кромку, заусенец или шероховатости поверхности;
- не мешать выполнению работ.

Наибольшее применение для защиты от механического травмирования машин, механизмов, инструмента находят оградительные, предохранительные, тормозные устройства, устройства автоматического контроля и сигнализации, дистанционного управления.

Рисунок 4.1 – Средства коллективной защиты от механического травмирования

Оградительные средства защиты наиболее распространены в промышленности. Они препятствуют попаданию человека в опасную зону. Все открытые движущиеся и вращающиеся части оборудования, расположенные на высоте до 2500 мм от уровня пола, если они являются источниками опасности, должны быть закрыты сплошным или сетчатым ограждением. Ограждения могут быть полными, закрывающими травмоопасный агрегат в целом, и частичными, исключающими доступ к наиболее опасным частям оборудования. Полные ограждения изготавливаются обычно из металла и выполняют одновременно функции звукоизолирующего ограждения.

Чаще всего конструкция ограждения представляет собой кожух. В корпусах машин и механизмов, а также станков они могут выполняться в виде дверцы, перекрывающей доступ к редукторам, коробкам скоростей и другим элементам привода.

Ограждения в виде щитов (в том числе сетчатых) широко используются в роботизированном производстве.

Переносные щиты устанавливают при проведении ремонтных и наладочных работ для исключения попадания в зону их проведения посторонних лиц, например, при сварочных работах, работах в колодцах подземных коммуникаций, при ремонте электроустановок в цехах.

На металлорежущих станках ограждения, как правило, выполняются в виде защитных экранов, которые для удобства обслуживания могут выполняться откидными.

В качестве материала для изготовления экранов используются металлы и пластики. Экраны удобно выполнять также из прозрачных материалов (безосколочное стекло, пластмасса, триплекс). Защитные экраны не должны ограничивать технологические возможности станка и вызывать неудобства при работе, уборке, наладке, а также приводить к загрязнению пола смазочно-охлаждающей жидкостью. При необходимости защитные экраны следует снабжать рукоятками, скобами для удобства перемещения и установки.

Предохранительные устройства могут быть двух типов: ограничительные и блокировочные. Ограничительные срабатывают при превышении какого-либо параметра, характеризующего работу системы механизма или машин. Например, срезные штифты и шпонки срабатывают при превышении допустимого крутящего момента, предохранительные клапана — рабочего давления, упоры - при выходе элементов за допустимые пределы в пространстве. Таким образом, исключаются аварийные режимы работы оборудования, а следовательно, его возможные поломки и аварии; а в конечном итоге — травмы. Различают предохранительные оградительные устройства с автоматическим восстановлением кинематической цепи после того, как контролируемый параметр пришел в норму, и устройства, которые после срабатывания требуют остановки оборудования для их замены. Примером первых являются предохранительные клапаны, фрикционные муфты, регуляторы давления, вторых — предохранители электроустановок, разрывные мембраны систем, работающих под давлением.

Блокировочные устройства исключают возможность проникновения человека в опасную зону либо устраняют опасный фактор на время пребывания человека в этой зоне. Блокировка бывает механическая, электрическая и комбинированная.

Тормозные устройства подразделяют:

- по конструктивному исполнению — на колодочные, дисковые, конические и клиновые;
- по способу срабатывания — на ручные, автоматические и полуавтоматические;
- по принципу действия — на механические, электромагнитные, пневматические, гидравлические и комбинированные;
- по назначению - на рабочие, резервные, стояночные и экстренного торможения.

Тормоза играют важную роль в обеспечении безопасной эксплуатации, ремонта и обслуживания технологического оборудования, позволяя быстро останавливать валы и прочие элементы, являющиеся потенциальными источниками опасности. Кроме того, они служат для остановки либо торможения груза в подъемно-транспортных машинах.

Устройства автоматического контроля и сигнализации. Наличие контрольно-измерительных приборов — одно из условий безопасной и надежной работы оборудования. Это приборы для измерения давлений, температур, статических и динамических нагрузок, и других параметров, превышение допустимых значений которых может привести к аварии, а следовательно, и к травматизму. Эффективность использования этих приборов повышается при объединении их с системами сигнализации.

Устройства автоматического контроля и сигнализации подразделяют:

- по назначению — на информационные, предупреждающие, аварийные и ответные;
- по способу срабатывания — на автоматические и полуавтоматические;
- по характеру сигнала — на звуковые, световые, цветовые, знаковые и комбинированные;
- по характеру подачи сигналами — на постоянные и пульсирующие.

Информационная сигнализация применяется при проведении разнообразных технологических процессов, на испытательных стендах, а также для согласования действий работающих, в частности, крановщиков и стропальщиков. При монтажных операциях зеленые сигнальные лампы должны включаться на временно не работающем оборудовании. Подобная сигнализация применяется в шумных производствах,

где нарушена речевая связь. В поточных и автоматизированных линиях красные сигнальные лампы устанавливают на машинах и установках, которые не контролируются обслуживающим персоналом.

Устройства предупреждающей сигнализации предназначены для предупреждения о возникновении опасности. Чаше всего в них используют световые и звуковые сигналы, поступающие от различных приборов, регистрирующих ход технологического процесса, в том числе уровень опасных и вредных факторов. Для звуковой сигнализации применяют сирены или звонки.

К предупреждающей сигнализации относятся указатели и плакаты «Не включать — работают люди», «Не входить», «Не открывать — высокое напряжение» и др. Для дверей и световых табло, эвакуационных и запасных выходов следует применять зеленый сигнальный цвет (надпись белого цвета). Очень широко в промышленности используются сигнальные цвета (таблица 4.1).

Таблица 4.1 - Смысловое значение, область применения сигнальных цветов и соответствующие им контрастные цвета

Сигнальный	**Смысловое значение**	**Область применения**	**Контрастный цвет**
Красный	Непосредственная опасность. Аварийная или опасная ситуация. Пожарная техника,	Запрещение опасного поведения или действия. Обозначение непосредственной опасности. Сообщение об аварийном отключении или аварийном состоянии оборудования (технологического процесса).	Белый
Желтый	Возможная опасность	Обозначение возможной опасности, опасной ситуации. Предупреждение, предостережение о возможной	Черный
Зеленый	Безопасность, безопасные условия. Помощь, спасение	Сообщение о нормальной работе оборудования, нормальном состоянии технологического процесса. Обозначение пути эвакуации, аптечек, кабинетов,	Белый
Синий	Предписание во избежание опасности	Требование обязательных действий в целях обеспечения безопасности. Разрешение определенных действий	

Знаки безопасности стандартизированы ГОСТ Р 12.4.026—01. Они различаются между собой формой и цветом. Геометрическая форма, сигнальный цвет и смысловое значение основных знаков безопасности приведены в таблице 4.2.

Таблица 4.2 - Смысловое значение основных знаков безопасности

Группа	**Геометрическая форма**	**Сигнальный цвет**	**Смысловое значение**
Запрещающие знаки	Круг с поперечной полосой	Красный	Запрещение опасного поведения или действия
Предупреждающие знаки	Треугольник	Желтый	Предупреждение о возможной опасности.
Предписывающие знаки	Круг	Синий	Предписание обязательных действий во избежание опасности
Знаки пожарной безопасности*	Квадрат или прямоугольник	Красный	Обозначение и указание мест нахождения средств противопожарной защиты, их элементов
Эвакуационные знаки и знаки медицинского и санитарного назначения	Квадрат или прямоугольник	Зеленый	Обозначение направления движения при эвакуации. Спасение, первая помощь при авариях или пожарах. Надпись, информация
Указательные знаки	Квадрат или прямоугольник	Синий	Разрешение. Указание. Надпись или информация

* Знаки пожарной безопасности связаны с проблемой механического травмирования опосредовано (паника в условиях пожара, как правило, приводит к падениям и травмам).

Средства индивидуальной защиты от механического травмирования делятся на несколько групп. Специальная одежда, специальная обувь и средства защиты рук в свою очередь включают в себя большое число подвидов (подгрупп). Деление производится по назначению (от ударов, порезов, проколов и т. д.).

ЗАДАНИЕ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКОГО ЗАНЯТИЯ

1. Изучить средства защиты, принцип их действия.
2. Составить перечень средств защиты для различных работников исходя из варианта.
3. Данные занести в таблицу.

Группа защитных устройств	Принцип действия	Область применения

Таблица Исходные данные

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

	слесарь	машинист	электрик	Кранов щик	пожарный	сварщик	кузнец	шахтер	металлург	железнодорожник

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что понимается под механическим травмированием?
2. Какие источники механического травмирования относятся к реально опасным, а какие к потенциально опасным?
3. Как классифицируются средства коллективной защиты от механического травмирования?
4. Что представляют собой: оградительные средства защиты, предохранительные устройства, блокировочные, тормозные устройства, устройства автоматического контроля и сигнализации?
5. Какие существуют основные знаки безопасности?
6. На какие группы делятся средства индивидуальной защиты от механического травмирования?

2 Методические указания для выполнения самостоятельной работы студентов

Ознакомиться с теоретической частью и ответить на контрольные вопросы.

Вопросы и задания составлены в соответствии разделами и темами рабочей программы учебной дисциплины «Основы производственной санитарии» для удобства при самостоятельной подготовке студентов к учебным занятиям.

Теоретическая часть

1 Производственная санитария как наука.

Производственная санитария (от лат. sanitos – здоровье) – это система организационных, санитарно–гигиенических мероприятий, технических средств и методов, предотвращающих или уменьшающих воздействие на работающих вредных производственных факторов до значений, не превышающих допустимые (ГОСТ 12.0.002–14* «ССБТ. Термины и определения»).

Санитария - применение на практике (внедрение) мероприятий, разработанных гигиеной, которые направлены на улучшение здоровья населения, оздоровление окружающей среды и продление жизни человека.

Научной основой производственной санитарии является гигиена труда (от греч. hygyieinos – здоровый). Таким образом, санитария и гигиена происходят от одного и того же слова – здоровье. Здоровье – это состояние полного физического, духовного и социального благополучия, а не только отсутствие болезней или физических недостатков (определение ВОЗ).

роизводственная санитария тесно связана со специальными технологическими дисциплинами и организацией производства, а также с медицинскими основами охраны труда (охраной труда, физиологией, психологией труда, эргономикой, безопасностью жизнедеятельности и др.).

Охрана труда – это система обеспечения безопасности жизни и здоровья работников в процессе трудовой деятельности, включающая в себя правовые, социально-экономические, организационно-технические, санитарно-гигиенические, лечебно-профилактические, реабилитационные и иные мероприятия и средства.

Безопасность жизнедеятельности – это наука о комфортном и безопасном взаимодействии человека и окружающей среды.

Эргономика — научная дисциплина, комплексно изучающая закономерности взаимодействия человека с техническими средствами. Т.е. наука, изучающая функциональные возможности человека в трудовых процессах с точки зрения анатомии, антропологии, физиологии, психологии и гигиены в целях создания орудий и условий труда, а также технологических процессов и производственного оборудования, наиболее соответствующих требованиям человеческого организма.

Физиология труда – раздел медицины, изучающий функционирование человеческого организма во время трудовой деятельности (утомляемость, работоспособность, установление оптимальных режимов труда).

Гигиена труда, как самостоятельная научная дисциплина, сформировалась в начале XX столетия, хотя истоки её формирования относятся к периодам истории Древней Греции и Рима. Так, Гиппократ (460–377 гг. до н. э.) писал о болезнях рудокопов, Гален (ок. 200–130 гг. до н. э.) – о поражённых пылью свинца, Плиний Старший (I в. до н. э.) – об отравлениях ртутью и серой.

В XVI в. швейцарский врач и химик Парацельс (1493– 1541) и немецкий врач, геолог и металлург Георгий Агрикола (1494–1555) описали заболевания горняков под названием «Чахотка горняков, каменотёсов, литейщиков». В труде Парацельса «О чахотке и других заболеваниях горнорабочих» показана клиника заболевания, которое сопровождалось лихорадкой, одышкой, кашлем. Ему принадлежит изречение, которое можно рассматривать как идею принципа нормирования, а именно: «Всё есть яд, и всё есть

лекарство. Только одна доза делает вещество ядом или лекарством».
Период Средних веков (конец V—XIV вв.) характеризуется полным упадком личной и общественной гигиены. Постоянные войны и низкий культурный и материальный уровень населения служили благоприятной почвой для развития эпидемий.
Вспышки оспы, холеры, тифов, массовое распространение проказы, кожных, венерических и глазных болезней были характерным явлением для того времени. Пандемия чумы в XIV в., известная под названием «черной смерти», унесла около 25 млн. человек. Однако многие средневековые врачи высказывали ценные мысли в отношении гигиены.
Признанным основоположником профессиональной патологии является итальянский врач, профессор медицины, ректор Падуанского университета Бернардино Рамаццини (1633–1714). В 1700 г. им была издана книга «О болезнях ремесленников (рассуждения)», в которой были описаны болезни шахтёров, позолотчиков, химиков, кузнецов и других ремесленников (более 50 профессий) и представлены в систематизированном виде вопросы гигиены труда в разнообразных профессиях.
Тема охраны труда рабочих в России нашла своё отражение в трудах М.В. Ломоносова, А.Н. Никитина, Д.П. Никольского и др. В трактате «Первые основания металлургии, или рудных дел» (1763) М.В. Ломоносов указывал на необходимость создания безопасных условий труда «горных людей» путём укрепления горных выработок, вентиляции шахт, удаления подземных вод. В трактате были освещены также вопросы организации труда и отдыха «горных людей» и сформулированы принципы профилактики заболеваний.
Автор первой книги по гигиене труда «Болезни рабочих с указанием предохранительных мер» А.Н. Никитин (1793–1858), описавший условия труда 120 рабочих профессий, признается основоположником гигиены труда в России.
Важное место в развитии гигиены труда занимает один из основоположников отечественной гигиены А.П. Доброславин (1842–1889). Его рассуждения о необходимости изучения всех факторов трудового процесса, которые могут оказать влияние на здоровье и работоспособность человека, в полной мере соответствуют научным представлениям сегодняшнего дня. Он описал условия труда на табачных фабриках, в шахтах, кессонах, клинику пневмокониозов различной этиологии, отравлений свинцом и сероводородом.
Под руководством первого профессора гигиены Московского Императорского университета Ф.Ф. Эрисмана (1842–1915) в конце XIX столетия группа земских санитарных врачей (Дементьев Е.М., Погожев А.В. и др.) осуществляет санитарное обследование предприятий Московской губернии, в результате которого публикуется многотомный труд под его редакцией. Книга Ф.Ф. Эрисмана «Профессиональная гигиена, или гигиена умственного и физического труда» (1877) по праву считается первым в России оригинальным изданием по гигиене труда.
В развитие гигиены труда внес существенный вклад Г.В. Хлопин (1863–1929). Под его руководством выполнены крупные экспериментальные работы по действию промышленных ядов на организм, физиологии труда (энерготраты), гигиене труда и профессиональной патологии в химической и горнорудной промышленностях.
В послевоенной России вопросы гигиены труда получают своё дальнейшее развитие. Уже на 4–й день после взятия большевиками власти был принят декрет о восьмичасовом рабочем дне и ежегодных отпусках. В 1918 г. утверждается первый «Кодекс законов о труде». В 1919 г. формируется Государственная промышленно–санитарная инспекция. По инициативе крупнейших ученых и организаторов здравоохранения создаются научно–исследовательские учреждения по охране и гигиене труда: в 1923 г. в Москве – Институт по изучению профессиональных заболеваний (Обух В.А.), ныне НИИ медицины труда РАМН, в этом же году в Харькове – Украинский институт рабочей медицины, в 1924 г. в Петрограде – Институт по изучению профессиональных болезней, в 1925 г. – Государственный научный институт охраны труда (Левицкий В.А., Каплун С.И.).
В 1933 г. правительством и ЦИК было принято постановление «Об организации

государственной санитарной инспекции» с после – дующим развертыванием сети комплексных санитарно–эпидемиологических учреждений – санитарно–эпидемиологических станций (СЭС).
В развитии промышленной токсикологии важное место занимают работы Н.С. Правдина и Н.В. Лазарева.

2 Классификация трудовых процессов и факторов производственной среды.

Рабочая зона – пространство, ограниченное по высоте 2 м над уровнем пола или площадки, на которых находятся места постоянного или непостоянного (временного) пребывания работающих.

Рабочее место – место постоянного или временного пребывания работающих в процессе трудовой деятельности.

Постоянное рабочее место – место, на котором работающий находится большую часть своего рабочего времени (более 50 % или более 2ч непрерывно). Если при этом работа осуществляется в различных пунктах рабочей зоны, постоянным рабочим местом считается вся рабочая зона.

Условия труда - совокупность психофизиологических, санитарно-гигиенических и социально-психологических факторов трудовой деятельности, влияющих:- на здоровье и работоспособность человека, на его отношение к труду;- на эффективность производства, уровень жизни и развитие личности.
Под условиями труда понимают совокупность факторов трудового процесса и производственной среды, в которой осуществляется трудовая деятельность работника, оказывающих влияние на работоспособность и здоровье работника.
К условиям труда относятся
- условия трудового процесса, включая технологию и формы организации труда;
- уровень экономичности используемых технических средств и оборудования;
- условия производственной сферы, микроэкология труда, складывающаяся под воздействием технологических режимов и общего состояния окружающей атмосферы;- внешнее оформление и комфортность места работы;
- ориентация работников на самоохрану труда при повышении уровня культуры труда.
Под факторами трудового процесса (безотносительно окружающей среды) понимают основные его характеристики: тяжесть труда и напряженность труда.
Тяжесть труда – один из основных факторов трудового процесса, отражающий нагрузку преимущественно на опорно- двигательный аппарат и функциональные системы организма (сердечно-сосудистая, дыхательная и др.), которые обеспечивают его трудовую деятельность.
Тяжесть труда характеризуется физической 1динамической нагрузкой, 2массой поднимаемого и перемещаемого груза, 3общим числом стереотипных рабочих движений, 4величиной статической нагрузки, 5характером рабочей позы, 6глубиной и частотой наклона корпуса,7 перемещениями в пространстве.
Физическая динамическая нагрузка определяется в единицах внешней механической работы за смену (кг×м). Подсчитывается путем умножения массы груза (кг) на расстояние его перемещения (м). Данный показатель рассчитывают за смену. Для правильной оценки труда по показателю физической динамической нагрузки необходимо также учитывать пол работающего, характер мышечной нагрузки. Последний может быть общим, когда в трудовую деятельность вовлечено более 2/3 всей мышечной массы, региональным – вовлечено от 1/3 до 2/3 мышечной массы и локальным – вовлечено менее 1/3 мышечной массы.
Масса поднимаемого и перемещаемого вручную груза (кг) на протяжении смены определяется его взвешиванием на весах. При этом регистрируется максимальная величина. Названный показатель можно определить по документам (технологический

регламент).
Стереотипные рабочие движения подразделяются в зависимости от характера мышечной нагрузки на локальные и региональные. Понятие "рабочее движение" подразумевает однократное перемещение тела или его части из одного положения в другое. Локальные движения, как правило, выполняются в быстром темпе (60-250 движений в минуту), их количество за смену может достигать нескольких десятков тысяч. При локальных работах темп, т. е. количество движений в единицу времени, практически не меняется; подсчитав число движений за 10-15 мин рассчитывают число движений за 1 мин. Полученную величину умножают на количество минут, в течение которых выполняется эта работа. Региональные рабочие движения выполняются, как правило, в более медленном темпе, и их легко подсчитать за 10-15 мин или за 1-2 операции несколько раз за смену. Общее количество движений за смену определяется, как и при локальной работе.
Общая оценка труда по степени тяжести проводится на основе всех приведенных выше показателей. Окончательная оценка устанавливается по показателю, отнесенному к наибольшему классу. При наличии двух и более показателей классов 3.1 и 3.2 общая оценка повышается на одну ступень (соответственно 3.2 и 3.3 классов). Наивысшая оценка труда по степени тяжести – 3-й класс 3-я степень. Напряженность
Напряженность труда – один из основных факторов трудового процесса, отражающий нагрузку преимущественно на центральную нервную систему, органы чувств, эмоциональную сферу работника.

3 Правовые, нормативно-технические и организационные основы в области производственной санитарии.

Правовую основу производственной санитарии составляют законы, подзаконные и нормативно–правовые акты.
Наибольшей юридической силой обладают законы: Конституция РФ; Трудовой кодекс РФ; ФЗ «О санитарно–эпидемиологическом благополучии населения»; ФЗ «О обязательном социальном страховании от НС на производстве и профессиональных заболеваний»; «об охране здоровья граждан»

Права и обязанности работников и работодателей в области охраны и гигиены труда.

Права и обязанности работников. Как права, так и обязанности работников в отношении безопасности и гигиены труда исчерпывающе определены в ТК РФ (ст. 21, 214, 219, 220)

Важнейшими из этих прав являются: 1) получать достоверную информацию о состоянии условий на рабочем месте, о существующем риске повреждения здоровья и о принятых мерах по защите работника от производственных вредностей и опасностей. В случае отказа работодателя предоставить работнику информацию о состоянии охраны труда на рабочем месте работник вправе обратиться в органы государственного надзора с просьбой об инспектировании его рабочего места и принять личное участие в такой проверке; 2) отказаться от выполнения работ в случае возникновения непосредственных опасностей для жизни и здоровья, предупредив о прекращении работы непосредственного руководителя; 3) отказаться от выполнения вредных или опасных работ, если они не предусмотрены трудовым договором.

К обязанностям работников в области охраны труда относятся:

1) соблюдать требования охраны труда; 2) правильно применять средства индивидуальной и коллективной защиты, т.е. одежду и обувь, маски, очки, респираторы; 3) проходить обучение безопасным методам и приемам выполнения работы, проверку

знаний требований охраны труда; 4) немедленно сообщать своим непосредственным или вышестоящим руководителям о любом несчастном случае на производстве и признаках профессионального заболевания, а также о ситуации, которая создает угрозу жизни и здоровью людей. Эта обязанность зафиксирована в ст. 21 ТК РФ как одна из основных обязанностей работника; 5) проходить обязательные медицинские осмотры.

Обязанности и права работодателей. Во-первых, установлено общее требование ко всем работодателям. Они обязаны внедрять современные средства безопасности, предупреждающие производственный травматизм, и обеспечивать санитарно-гигиенические условия, предотвращающие возникновение профессиональных заболеваний. Во-вторых, в различных статьях ТК РФ (ст. 212 и др.) и в других нормативных актах содержится требование обеспечить работникам здоровые и безопасные условия труда. Это требование детализируется в виде конкретных обязанностей работодателей в различных сферах деятельности, в отношении различных аспектов трудовых отношений. Таких обязанностей зафиксировано около 20.

Тема охраны и гигиены труда изложена в конвенций МОТ, посвященных вопросам охраны труда, в 2010-2013 г.г.: Конвенции МОТ № 187 «Об основах, содействующих безопасности и гигиене труда», Конвенции МОТ № 174 «О предотвращении крупных производственных аварий», Конвенции МОТ № 176 «О безопасности и гигиене труда на шахтах».

Федеральным законодательством установлены права, обязанности и ответственность гражданина в отношении санитарно-эпидемиологического благополучия страны.

Федеральный закон «О санитарно-эпидемиологическом благополучии населения» от 30 марта 1999 г. № 52-ФЗ (редакция от 3 августа 2018 года N 342-ФЗ) направлен на обеспечение санитарно-эпидемиологического благополучия населения как одного из основных условия реализации конституционных прав граждан на охрану здоровья и благоприятную окружающую среду, в том числе и производственную среду. В статье 25 закона указывается, что «условия труда, рабочее место и трудовой процесс не должны оказывать вредное воздействие на человека».

Санитарно-эпидемиологическое благополучие населения – состояние здоровья населения, среды обитания человека, при котором отсутствует вредное воздействие факторов среды обитания на человека, и обеспечиваются благоприятные условия его жизнедеятельности (статья 1).

В соответствии с Федеральным законом о «Санитарно-эпидемиологическом благополучии населения» каждый гражданин, имея право на благоприятную среду обитания и возмещения вреда своему здоровью, правомочен получать от властных структур информацию о состоянии среды обитания, осуществлять общественный контроль за ее санитарным состоянием, вносить предложения по улучшению среды обитания. Такими же правами обладают индивидуальные предприниматели и юридические лица.

Каждый гражданин обязан заботиться о здоровье, гигиеническом воспитании и обучении своих детей, соблюдать требования санитарно-эпидемиологического законодательства и не осуществлять действия, его нарушающие. За данные нарушения установлена дисциплинарная, административная и уголовная ответственность.

Среда обитания человека - совокупность объектов, явлений и факторов окружающей (природной и искусственной) среды, определяющая условия жизнедеятельности человека;

- ФЗ «Об обязательном социальном страховании от несчастных случаев на производстве и профессиональных заболеваний» от 24 июля1998 г. № 125-ФЗ (с изменениями на 17.03.2018г) устанавливает в Российской Федерации правовые, экономические и организационные основы обязательного социального страхования от несчастных случаев на производстве и профессиональных заболеваний. Закон регулирует взаимоотношения пострадавших на производстве (застрахованных), работодателей (страхователей) и посредника между ними – страховщика (Фонда социального

страхования РФ) по вопросам возмещения вреда, причиненного жизни и здоровью работника при исполнении им трудовых обязанностей.

Федеральный закон «О промышленной безопасности опасных производственных объектах» от 21 июля 1997 г. №т116-ФЗ (новая редакция от 29.07.2018 г.) определяет правовые, экономические и социальные основы обеспечения безопасной эксплуатации опасных производственных объектов и направлен на предупреждение аварий и обеспечение готовности организаций, эксплуатирующих опасные производственные объекты, к локализации и ликвидации последствий указанных аварий.

Федеральный закон «О радиационной безопасности населения» от 9 января 1996 г. № 3-ФЗ определяет правовые основы обеспечения радиационной безопасности населения и работающих с источниками ионизирующих излучений в целях охраны здоровья

Важным звеном санитарного законодательства являются закон РФ «об охране здоровья граждан» от 22 июля 1993 г № 5487-1. Под нею подразумевается совокупность мер политического, экономического, правового, социального, культурного, научного, медицинского санитарно-гигиенического и противоэпидемиологического характера, направленных на сохранение и укрепление физического и психического здоровья каждого человека, поддержание его долголетней активной жизни, предоставление ему медицинской помощи в случае утраты здоровья.В целях охраны здоровья граждан, предупреждения инфекционных и профессиональных заболеваний работники отдельных профессий, перечень которых утверждается Правительством Российской Федерации, проходят обязательные при поступлении и периодические медицинские осмотры. Согласно статье 21 этого закона, работодатели несут ответственность за выделение средств на проведение обязательных и периодических медицинских осмотров.

Рассматривая санитарное законодательство, нельзя оставить без внимания Федеральный закон «О предупреждении распространения в Российской Федерации заболевания, вызываемого вирусом иммунодефицита человека (ВИЧ- инфекции)» от 30 марта 1995 г. № 38-ФЗ.

4 Производственный микроклимат, освещение.

Наибольшее количество информации (около 90%) об окружающем нас мире человек получает посредством зрения. Качество этой информации во многом зависит от освещения. В связи с этим обеспечение гигиенически рационального естественного и искусственного освещения имеет важное значение для нормальной жизнедеятельности и работоспособности человека. Уровень освещенности оказывает влияние на психические функции и физиологические процессы в организме человека.

Комплекс световых реакций человека, возникающий при воздействии лучистой энергии солнца в его оптическом спектре, т.е. в диапазоне ультрафиолетовых, видимых и инфракрасных излучений, представляет собой природную световую среду, или световой климат.

Из всего спектра электромагнитных колебаний только видимый спектр излучения воздействует на светочувствительные элементы глаза, создавая ощущение света. Наибольшая чувствительность глаза наблюдается к колебаниям с длиной волны 555 нм, которые воспринимаются как желто-зеленый цвет. Чувствительность глаза к желто-зеленому цвету принимается равной 1.

При недостаточной освещенности и плохом качестве освещения состояние зрительных функций человека находится на низком исходном функциональном уровне, повышается утомление зрения в процессе выполнения работы, возрастает опасность травматизма.

Освещенность на рабочих местах должна соответствовать характеру зрительной работы. Увеличение освещенности рабочих поверхностей от 100 до 1000 лк улучшает условия видения объектов, повышает производительность труда на 10–20 %, уменьшает брак на 20 %, снижает количество несчастных случаев на 30 %.

При 1000 лк утомление имеет минимальное значение. Однако существует предел, когда

дальнейшее увеличение освещенности почти не дает эффекта (Е более 1000 лк) и является экономически нецелесообразным.
2 Достаточно равномерное распределение яркости на рабочей поверхности. При неравномерной яркости в процессе работы глаз вынужден переадаптироваться, что ведет к утомлению зрения. Степень неравномерности освещенности определяется коэффициентом неравномерности, - отношением максимальной освещенности к минимальной. Чем выше точность работ, тем меньше должен быть коэффициент неравномерности. Равномерность освещенности достигается рациональной схемой размещения светильников, системой освещения.
3 Отсутствие резких теней на рабочих поверхностях. В поле зрения человека резкие тени искажают размеры и формы объектов различения, что повышает утомление зрения, а движущиеся тени могут привести к травмам.
4 Отсутствие блескости. Блескость вызывает нарушение зрительных функций – ослепленность, возникающую при наличии в поле зрения чрезмерно большой яркости и приводящей к быстрому утомлению и снижению работоспособности. Блеклость - это повышенная яркость светящихся поверхностей, вызывающая нарушение зрительных функций (ослепленность), т.е. ухудшение видимости объектов.

Различают блеклость прямую (создается источниками света и осветительными приборами - светильники, окна) и отраженную (от зеркальных поверхностей). Способом защиты от прямой блеклости является понижение яркости источника света с помощью отражателей и рассеивателей, правильный выбор защитного угла светильника и высоты его подвеса. Ослабление отраженной блеклости может быть достигнуто правильным выбором направления светового потока на рабочую поверхность, изменением угла наклона рабочей поверхности, устройством отраженного освещения, заменой блестящих поверхностей матовыми.
5 Постоянство освещенности во времени. Колебания освещенности вызывают переадаптацию глаза, приводят к значительному утомлению.
6 Правильная цветопередача. Спектральный состав света должен отвечать характеру работы.
7 Обеспечение электро-, взрыво- и пожаробезопасности. Неправильная эксплуатация, ошибки, допущенные при проектировании и устройстве осветительных установок в пожаро- и взрывоопасных цехах (неправильный выбор светильников, проводов), могут привести к взрыву, пожару и несчастным случаям.
8 Экономичность. Определяется, во-первых, экономическими и эксплуатационными характеристиками источника света (светоотдача и срок службы лампы) и, во-вторых, является основой выбора варианта проектного решения осветительной установки. Основные санитарно- гигиенические требования к производственному освещению сформулированы в СНиП 23-05–95, отраслевых нормах и др.

Виды производственного освещения. В зависимости от источника света освещение может быть естественным, искусственным и совмещенным. Искусственное освещение применяется в темное время суток и в помещениях, где нет естественного освещения. Источниками искусственного освещения являются лампы накаливания (ЛН) и газоразрядные лампы (ГРЛ).

Естественное освещение может быть верхним и боковым. Искусственное местным, общим и комбинированным. По функциональному назначению освещение подразделяется на: рабочее, аварийное, и специальное.

Рабочее освещение предназначено для обеспечения нормального выполнения производственного процесса, прохода людей, движения транспорта и является обязательным для всех производственных помещений

Аварийное освещение (в помещениях и на местах производства наружных работ) нужно предусматривать, если отключение рабочего освещения и связанное с этим нарушение

обслуживания оборудования может привести к взрыву, пожару, длительному нарушению технологического процесса, нарушению работы электростанций. Наименьшая освещенность, создаваемая аварийным освещением, должна составлять 5 % освещенности, нормируемой для рабочего освещения, но не менее 2 лк внутри зданий и не менее 1 лк для территории предприятий.

Специальное освещение может быть эвакуационным, охранным, ремонтным, сигнальным, бактерицидным и эритемным.

Гигиеническое нормирование

Нормирование освещения осуществляется на основании санитарных правил и норм СанПиН 2.2.1/2.1.1.1278 –03 «Гигиенические требования к естественному, искусственному и совмещенному освещению жилых и общественных зданий», строительных норм и правил СНиП 23-05–95 «Естественное и искусственное освещение», согласно которым принято раздельное нормирование естественного, искусственного и совмещенного освещения.

Нормы предусматривают наименьшую требуемую освещенность рабочих поверхностей производственных помещений, исходя из условий зрительной работы. Характеристика зрительной работы определяется наименьшим размером объекта различения. Объект различения - рассматриваемый предмет, отдельная его часть или дефект, который требуется воспринимать глазом в процессе работы.

В зависимости от размера объекта различения (от менее 0,15мм до более 5мм) все виды работ, связанные со зрительным напряжением, делятся на 8 разрядов (I-VIII), которые в свою очередь в зависимости от фона и контраста объекта с фоном делятся на 4 подразряда (а, б, в, г).

Уровни освещенности установлены для каждого подразряда работ. При этом освещенность тем выше, чем темнее фон, меньше размер детали и контраст ее с фоном.

Для работ высших разрядов (от I до V) значения освещенности устанавливаются в зависимости от системы общего или комбинированного освещения. Для остальных низших разрядов (Vв - VIIIв) работ малой точности или грубых нормируется освещенность только системы общего освещения. Местное освещение при таких работах нецелесообразно или невозможно. Для работ 1 разряда зрительных работ (например, обработка драгоценных камней - 1500 лк, в лекционных залах 500 лк, для грубых работ 100-200 лк)

Искусственное освещение нормируется количественными (минимальной освещенностью) и качественными показателями (показателями ослепленности и дискомфорта, коэффициентом пульсации освещенности).

Следует отметить, что в ряде случаев СниП предусматривают как повышение, так и понижение уровней освещенности в зависимости от характера работы.

Увеличение освещенности предусматривается при повышенной опасности травматизма или при выполнении напряженной зрительной работы в течение всего рабочего дня. Понижается освещенность при кратковременном пребывании людей в помещении и наличии оборудования, не требующего постоянного наблюдения.

Нормирование естественного освещения

Вследствие крайней изменчивости природного освещения не только в течение суток, но даже в течение коротких промежутков времени для нормирования и расчета естественного освещения помещений принята относительная величина, называемая коэффициентом естественной освещенности (КЕО), который равен отношению естественной освещенности, создаваемой в некоторой точке помещения светом неба (непосредственно или после отражений) $E_{вн}$, к одновременному значению наружной горизонтальной освещенности $E_н$, создаваемой светом полностью открытого небосвода, выраженному в процентах:

КЕО=Евн/Ен 100. Значение коэффициента естественной освещенности в соответствии со СНиП 23-05–95 находится в пределах 0,1–10 %.

5: Вредные вещества, излучения

В воздухе рабочей зоны могут находиться вредные вещества различного происхождения в виде газов, паров, аэрозолей, в том числе радиоактивные.

Состав чистого воздуха – это азот 78,08 %; кислород 20,94 %; аргон, неон, другие инертные газы и водяной пар 0,94 %; углекислый газ 0,03 %; прочие газы 0,01%.

Вредное вещество – это вещество, которое при контакте с организмом человека в случае нарушения требований пр санитарии могут вызывать профессиональные заболевания или отклонения в состоянии здоровья, обнаруживаемые современными методами исследований, как в процессе работы, так и в отдаленные сроки жизни настоящего и последующего поколений. Вредные вещества – это химический опасный и вредный производственный фактор.

Действие на организм

По характеру воздействия на организм человека вредные вещества подразделяются на следующие группы:

а) общетоксические – вызывают отравление всего организма или поражающие отдельные системы (ароматические углеводороды, ртуть, свинец, фосфор);

б) раздражающие – вызывают раздражение слизитых оболочек дыхательных путей, глаз, лёгких, кожи. Изменяют реактивную способность организма. Вызывают профзаболевания – дерматиты, бронхиальная астма (аммиак, хлор, сероводород, сильные щелочи, кислоты,);

в) сенсибилизирующие – вызывают аллергические реакции (формальдегид, растворители, лаки, некоторые антибиотики - эритромицин);

г) канцерогенные – вызывают злокачественные или доброкачественные новообразования (асбест, смола ароматичные углеводороды)

д) мутагенные – нарушают генетический код клеток, наследственной информации. (свинец, ртуть, формальдегид, радиоактивные и наркотические вещества);

е) влияющие на репродуктивную (детородную) функцию (бензол, сероуглерод, ртуть, свинец).

Проф заболевания от воздействия вв.

Под действием вредных веществ в организме человека происходят различные нарушения. Эти нарушения проявляются в виде острых, хронических отравлений.

В развитии острого профессионального отравления, как правило, имеются две фазы: первая – неспецифических проявлений (головная боль, слабость, тошнота и т.д.) вторая – специфических (например, отек легких при отравлении оксидами азота или паралич дыхания при отравлении сероводородом).

Хронические отравления возникают постепенно, при длительном поступлении вредных веществ в организм в относительно небольших количествах. Они развиваются в результате накопления массы вредного вещества в организме (материальная кумуляция) или вызываемых им нарушений (функциональная кумуляция). Поражаемые органы и системы в организме при хроническом и остром отравлениях одним и тем же веществом могут отличаться. Например, при остром отравлении бензолом в основном страдает нервная система и наблюдается наркотическое действие, при хроническом – система кроветворения.

Действие химических веществ на кожу

Профессиональные заболевания кожи в большинстве случаев развиваются вследствие контакта кожи с одни, двумя или комплексом вредных производственных факторов.

Все химические вещества по их действию на кожу делятся на три основные группы: 1) оказывающие преимущественно раздражающее действие; 2) обладающие фотостимулирующими и фотосенсибилизирующими свойствами; 3) вещества-сенсибилизаторы.

В первую группу входят облигатные раздражители, вызывающие ожоги и изъявления кожи (концентрированные неорганические кислоты и щелочи, некоторые соли тяжелых

металлов, вещества кожно-нарывного действия); факультативные первичные раздражители, вызывающие: а) контактные дерматиты (слабо концентрированные растворы кислот, щелочей, органические кислоты, большинство органических растворителей и др.); б) поражение фолликулярного аппарата (смазочные масла, деготь, пек, хлорированные нафталины и др.); в) токсическую меланодермию (нафтеновые углеводороды); г) ограниченные гиперкератозы и эпителиому (бензапрен, бенз-а-пирен, фенантрен и др.).

Во вторую группу включены химические вещества, вызывающие фотодерматиты (пек, гудрон, асфальт, толь).

Третью группу составляют вещества, вызывающие развитие аллергического дерматита, токсикодермии и экземы при контактном и неконтактном (пероральном, ингаляционном) введении аллергена.

Действие химических веществ на органы дыхания

В условиях промышленных производств ингаляционное поступление в организм работающих вредных веществ является наиболее частым. Однако путь вредных веществ всегда определяет место приложения их токсического действия: большая всасывающая поверхность легких способствует быстрому попаданию токсичных веществ в кровеносное русло, органы и ткани, что обуславливает общетоксическое резорбтивное действие ядов. Среди многообразия промышленных ядов значительное место занимают химические вещества раздражающего действия, токсический эффект которых проявляется путем прямого попадания в дыхательные пути, вызывая различные формы их поражения. Раздражающий эффект этих веществ может проявляться не только при воздействии на органы дыхания, но и при контакте с кожей, а также при попадании в глаза. Известны сочетанные формы интоксикаций, при которых одновременно наблюдается поражение органов дыхания, глаз и кожных покровов.

Комбинированное действие вредных веществ.

В связи со сложностью и многостадийностью химических производств в этих условиях на рабочих могут воздействовать одновременно несколько вредных химических веществ. Проявляется комбинированное действие ядов, то есть одновременное или последовательное действия на организм нескольких ядов при одном и том же пути поступления. Эти вещества могут использоваться в виде сырья, промежуточного и готового продуктов. Некоторые из них являются побочными продуктами технологического процесса. В других отраслях промышленности, таких как металлургической, машиностроительной, в сельском хозяйстве и химико-фармацевтической промышленности также возможно комбинированное действие веществ.

а. Гигиеническое нормирование

ПДК вредных веществ в воздухе рабочей зоны, мг/м^3 – концентрация, которая при ежедневной (кроме выходных дней) работе в течение 8 ч или при другой продолжительности, но не более 41 ч в неделю, в течение всего рабочего стажа не может вызвать заболеваний или отклонений в состоянии здоровья, обнаруживаемых современными методами исследований в процессе работы или в отдаленные сроки жизни настоящего и последующих поколений.

При установлении ПДК вредных веществ руководствуются следующими основными принципами:

– Принцип порогового действия всех типов вредных веществ (в том числе мутагенного и канцерогенного действия). Есть концентрации, при которых нет вредного воздействия на человека, при превышении порога происходит переход количества в качество и начинается вредное действие.

– Принцип приоритета медицинских и биологических показаний к установлению санитарных регламентов по сравнению с технической достижимостью и

экономическими требованиями сегодняшнего дня.
- Принцип опережения токсикологических исследований и установления гигиенических нормативов по сравнению с внедрением вещества в производство.
Методы защиты от воздействия вредных веществ делят на 3 группы:
1.Технические (основное направление – не допускать проникновения вредных веществ в воздух рабочей зоны):
- замена ядовитых веществ неядовитыми или менее ядовитыми. Например, ограничение или исключение применение таких растворителей, как бензол, дихлорэтан.
- гигиеническая стандартизация химического сырья и продукции. Примерами могут служить ограничение содержания ароматических углеводородов в бензинах, метилового спирта - в гидролизном спирте.
комплексная механизация и автоматизация технологических процессов;
герметизация технологического оборудования и коммуникаций;
своевременный ремонт оборудования;
промышленная вентиляция.
2.Медико–санитарные:
систематический контроль содержания вредных веществ в воздухе рабочей зоны;
организация рационального и лечебного питания,
использование антидотов для профилактики профессиональных заболеваний.
регистрация и расследование всех случаев отравления, периодические медосмотры;
3.Организационные:
проведение инструктажей; организация рабочего места;
применение СИЗОД – фильтрующие респираторы и противогазы, изолирующие защитные приспособления. К изолирующим СИЗОД относятся шланговые и кислородные дыхательные аппараты.

6 Производственный шум, вибрация

Сочетание звуков различной частоты и интенсивности называется шумом. Шумом являются всякого рода звуки, мешающие восприятию полезных звуков или нарушающие тишину, и также звуки, оказывающие вредное или раздражающее действие на организм человека.
Звук как физическое явление представляет собой волновое колебание упругой среды. Звуковые волны возникают в том случае, когда в упругой среде имеется колеблющееся тело или когда частицы упругой среды приходят в колебательное движение в продольном или поперечном направлении в результате воздействия на них какой-либо возмущающей силы.
Источниками звуков и шумов являются колеблющиеся твердые, жидкие или газообразные среды. Колебательные возмущения, распространяющиеся от источника звука в окружающей среде, называются звуковыми волнами, а пространство, в котором они наблюдаются, – звуковым полем.
В газообразной среде (воздухе) могут распространяться только продольные волны, в которых частицы среды колеблются вдоль направления распространения волн.
Направление распространения звуковой волны называется звуковым лучом. Фронт волны перпендикулярен звуковому лучу. В общем случае фронт волны имеет сложную форму, но в практических случаях ограничиваются рассмотрением трех видов волн: плоской, сферической и цилиндрической. В виде плоской волны звук распространяется, когда размеры источника звука больше, чем длина излучаемой звуковой волны. Плоская волна образуется на значительных расстояниях от источника любых размеров.
С физиологических позиций звук – это ощущение, возникающее в ухе человека в результате изменения давления.
Звуковое давление измеряется в Паскалях (1 Па=1 Н/м^2). Ухо человека ощущает звуковое давление от 2–10^{-5} до 2–10^2 Н/м^2.

Звуковые волны являются носителями энергии. Звуковая энергия, которая приходится на 1 $м^2$ площади поверхности, расположенной перпендикулярно к распространяющимся звуковым волнам, называется силой звука и выражается в $Вт/м^2$. Так как звуковая волна представляет собой колебательный процесс, то он характеризуется такими понятиями, как период колебания (Т) – время, в течение которого совершается одно полное колебание, и частота колебаний (Гц) – число полных колебаний за 1 с. Совокупность частот дает спектр шума.

Шумы содержат звуки разных частот и различаются между собой распределением уровней по отдельным частотам и характером изменения общего уровня во времени. Для гигиенической оценки шума используют звуковой диапазон частот от 45 до 11 000 Гц, включающий 9 октавных полос со среднегеометрическими частотами в 31,5; 63; 125; 250; 500; 1000; 2000; 4000 и 8000 Гц.

Орган слуха различает не разность, а кратность изменения звуковых давлений, поэтому интенсивность звука принято оценивать не абсолютной величиной звукового давления, а его уровнем, т.е. отношением создаваемого давления к давлению, принятому за единицу сравнения.

В диапазоне от порога слышимости до болевого порога отношение звуковых давлений изменяется в миллион раз, поэтому для уменьшения шкалы измерения звуковое давление выражают через его уровень в логарифмических единицах – децибелах (дБ).

Ноль децибел соответствует звуковому давлению $2–10^{-5}$ Па, что приблизительно соответствует порогу слышимости тона с частотой 1000 Гц.

В качестве интегральной (одним числом) характеристики шума на рабочих местах применяется оценка уровня звука в дБА (измеренных по так называемой шкале А шумомера), представляющих собой средневзвешенную величину частотных характеристик звукового давления с учётом биологического действия звуков разных частот на слуховой анализатор.

Источники шума

Шум является одним из наиболее распространённых неблагоприятных факторов производственной среды, воздействие которого на работающих, сопровождается развитием у них преждевременного утомления, снижением производительности труда, ростом общей и профессиональной заболеваемости, а также травматизма.

В настоящее время трудно назвать производство, на котором не встречаются повышенные уровни шума на рабочих местах. К наиболее шумным относятся горнорудная и угольная, машинно–строительная, металлургическая, нефтехимическая, лесная и целлюлозно–бумажная, радиотехническая, легкая и пищевая, мясомолочная промышленности и др.

На заводах железобетонных конструкций шум достигает 105–120 дБА. Шум является одной из ведущих профессиональных вредностей в деревообрабатывающей и лесозаготовительной промышленностях. Так, на рабочем месте рамщика и обрезчика уровень шума колеблется от 93 до 100 дБА с максимумом звуковой энергии в области средних и высоких частот. В этих же пределах колеблется шум в столярных цехах, а лесозаготови- тельные работы (валка, трелевка леса) сопровождаются уровнем шума от 85 до 108 дБА за счет работы трелевочных лебедок, тракторов и других механизмов.

Подавляющее большинство производственных процессов в прядильных и ткацких цехах также сопровождается образованием шума, источником которого является бойковый механизм ткацкого станка, удары погонялки челнока. Наиболее высокий уровень шума наблюдается в ткацких цехах – 94–110 дБА.

Наиболее шумными операциями в машиностроении, в том числе, авиастроении, автомобилестроении, вагоностроении и др. следует считать обрубные и клепальные работы с использованием пневматических инструментов, режимные испытания двигателей и их агрегатов различных систем, стендовые испытания на вибропрочность изделий, барабанную готовку, шлифовку и полировку деталей, штампопрессовую заготовку.

Для нефтехимической отрасли характерными являются высокочастотные шумы различных

уровней за счет сброса сжатого воздуха из замкнутого технологического цикла химических производств или от оборудования, работающего на сжатом воздухе, например, сборочных станков и вулканизационных линий шинных заводов.

Металлургическую промышленность в целом можно отнести к отрасли с выраженным шумовым фактором. Так, интенсивный шум характерен для плавильных, прокатных и трубопрокатных производств. Из производств, относящихся к этой отрасли, шумными условиями характеризуются метизные заводы, оснащенные холодновысадочными автоматами.

В лесной и целлюлозно–бумажной отраслях наиболее шумными являются деревообрабатывающие цеха.

В горнорудной и угольной промышленностях наиболее шумными являются операции механизированной добычи полезных ископаемых как с использованием ручных машин (пневмо- перфораторы, отбойные молотки), так и с помощью современных стационарных и самоходных машин (комбайны, буровые станки и пр.).

Пищевая промышленность – наименее шумная из всех. Характерные для нее шумы генерируют поточные агрегаты кондитерских и табачных фабрик. Однако отдельные машины этих производств создают значительный шум, например, мельницы зерен какао, некоторые сортировочные машины.

В каждой отрасли промышленности имеются цеха или от- дельные компрессорные станции, снабжающие производство сжатым воздухом или перекачивающие жидкости или газооб- разные продукты. Последние имеют большое распространение в газовой промышленности как большие самостоятельные хозяйства. Компрессорные установки создают интенсивный шум.

Шум является также наиболее характерным неблагоприятным фактором производственной среды на рабочих местах пассажирских, транспортных самолетов и вертолетов; подвижного состава железнодорожного транспорта; морских, речных, рыбопромысловых и других судов; автобусов, грузовых, легковых и специальных автомобилей; сельскохозяйственных машин и оборудования; строительнодорожных, мелиоративных и дру гих машин.

Уровни шума в кабинах современных самолетов колеблются в широком диапазоне – 69–85 дБА (магистральные самолеты для авиалиний со средней и большой дальностью полета). В кабинах автомобилей средней грузоподъемности при различных режимах и условиях эксплуатации уровни звука составляют 80–102 дБА, в кабинах большегрузных автомобилей – до 101 дБА, в легковых автомобилях – 75–85 дБА.

Таким образом, для гигиенической оценки шума важно знать не только его физические параметры, но и характер трудовой деятельности человека–оператора, и, прежде всего, степень его физической или нервной нагрузки.

Вибрация

Общие сведения

Под вибрацией понимают механические колебания упругих тел, характеризующиеся периодичностью изменения параметров. Вибрация возникает при неправильной балансировке валов, шкивов в машинах и станках, воздействии динамических нагрузок, при работе машин и механизмов ударного действия.

Основными параметрами характеризующими вибрацию являются: виброперемещение, виброскорость и виброускорение.

Виброперемещение (x) – величина отклонения колеблющейся точки от положения равновесия.

Виброскорость м/с (υ) и виброускорение м/с^2 (а) являются соответственно первой и второй производной по времени от виброперемещения.

Действие на организм

Вибрация может оказывать на человека как положительное, так и отрицательное действие.

Вибрация относится к факторам, обладающим значительной биологической активностью. Степень распространения колебаний по телу зависит от их частоты, амплитуды, площади участков тела, соприкасающихся с вибрирующим объектом, места приложения и направления оси вибрационного воздействия, демпфирующих свойств тканей, явления резонанса и других условий.

При изучении биологического действия вибрации принимается во внимание характер её распространения по телу человека, которое рассматривается как сочетание масс с упругими элементами. В одном случае это всё туловище с нижней частью позвоночника и тазом (стоящий человек), в другом случае – верхняя часть туловища в сочетании с верхней частью позвоночника, нагибающийся вперёд (сидящий человек). Независимо от места возбуждения колебания затухают при распространении по телу тем больше, чем выше их частота, причём величина затухания не зависит от уровня интенсивности колебаний в зоне возбуждения.

Благоприятное воздействие оказывает местная вибрация малой интенсивности: восстановление трофических изменений, быстрое заживление ран, притупление боли, улучшение функционального состояния центральной нервной системы и др.

Длительное воздействие общей вибрации может привести к развитию вибрационной болезни.

Гигиеническое нормирование

Основным законодательным документом гигиенического нормирования вибрации является СН 2.2.4/2.1.8.566–96 «Производственная вибрация, вибрация в помещениях жилых и общественных зданий».

Гигиеническая оценка постоянной и непостоянной вибрации, воздействующей на человека, должна производиться следующими методами:

- частотным (спектральным) анализом нормируемого параметра;
- интегральной оценкой по частоте нормируемого параметра;
- интегральной оценкой с учётом времени вибрационного воздействия по эквивалентному (по энергии) уровню нормируемого параметра.

Нормируемыми параметрами являются среднеквадратические значения виброскорости (v) и виброускорения (a), и их логарифмические уровни (L_V, L_a).

Нормируемый диапазон частот устанавливается:

- для локальной вибрации в виде октавных полос со среднегеометрическими частотами: 8; 16; 31,5; 63; 125; 250; 500;1000 Гц;
- для общей вибрации в виде октавных или 1/3 октавных полосах со среднегеометрическими частотами: 0,8; 1; 1,25; 1,6; 2,0; 2,5; 3,15; 4,0; 5,0; 6,3; 8,0; 10,0; 12,5; 16,0; 20,0; 25,0; 31,5;40,0; 50,0; 63,0; 80,0 Гц.

Предельно допустимый уровень (ПДУ) вибрации – это уровень фактора, который при ежедневной (кроме выходных дней) работе, но не более 40 часов в неделю в течение всего рабочего стажа, не должен вызывать заболеваний или отклонений в состоянии здоровья. Соблюдение ПДУ вибрации не исключает нарушение здоровья у сверхчувствительных лиц.

ПДУ нормируемых параметров производственной локальной вибрации и общей вибрации всех категорий при длительности вибрационного воздействия 480 мин (8 ч) приведены в таблицах СН 2.2.4/2.1.8.566–96. Санитарные нормы одночисловых показателей вибрационной нагрузки на человека для длительно-сти смены 8 часов в октавных полосах частот приведены в таблице 5.

Допустимое значение вибрации U_T при длительности её воздействия T менее 480 мин (8 ч) определяется по формуле $U_T=U_{480}\cdot(480/T)^{1/2}$, где U_{480}–норма вибрации при длительности воздействия 480 мин. Максимальный уровень вибрации не должен превышать значений, вычисленных для T=30 мин.

7 Основы физиологии труда.

Физиология труда - раздел таких медицинских дисциплин нормальная физиология и гигиена труда, изучающий измене функционального состояния организма человека под производственной деятельности и разрабатывающий чески обоснованные средства организации трудового процесса, способствующие предупреждению утомления и поддержанию высокого уровня работоспособности.
Исследования по физиологии труда проводятся в двух направлениях:
изучение общих физиологических закономерностей трудовых процессов;
изучение физиологических реакций организма при конкретных видах производственной деятельности.
Задачи физиологии труда охватывают широкий круг вопросов:
изучение физиологических закономерностей при физических, нервно-психических нагрузках и при воздействии других вредных производственных факторов (шума, вибрации, микроклимата и др.);
исследование физиологических механизмов, определяющих динамику работоспособности человека в современных производственных условиях;
разработку физиологических основ мероприятий в целях повышения работоспособности и снижения утомления.
Классификация основных видов (форм) организации трудовой деятельности. Автоматизированный труд подразделяется на комплексно-автоматизированный и собственно автоматизированный. Комплексная автоматизация труда - это такая высокая степень организации производства, при которой управление осуществляется с дистанционных щитов и пультов управления, располагающихся в изолированных помещениях или кабинах. Ее разновидностью является автономная комплексная автоматизация труда, представленная разнообразными транспортными средствами. Основной вред в данном случае наносят нервно-психические перегрузки.
Автоматизированное производство - более низкая ступень, так как в ее организации хотя и имеет место управление с пультов и щитов, но они располагаются в цехе рядом с оборудованием. Поэтому к такому вредному производственному фактору как нервно-психические перегрузки прибавляются факторы, присущие конкретному производству: химические вещества, пыль, шум и пр.
В целом же автоматизированный труд имеет несомненное гигиеническое преимущества прежде всего в том, что в несколько раз сокращается численность работников во вредных условиях труда.
Механизация труда - это более низкая, но самая частая ступень организации производства, при которой полностью или частично рабочие операции выполняют машины и механизмы. Механизация труда подразделяется на комплексно-механизированный, собственно механизированный и механизированно-ручной труд.
Комплексно-механизированный труд представляет такую организацию производственного процесса, когда основные и вспомогательные технологические процессы выполняются машинами, механизмами и другими видами оборудования. На первый план из вредных производственных факторов выходят те, которые генерирует данное производство- шум, пыль и пр.
Механизированный труд отличается от предыдущего тем, что в нем имеет место неполная механизация. Поэтому при этой распространенной форме организации производства наблюдаются физические перегрузки в сочетании с воздействием других вредных производственных факторов.
Механизированно-ручной труд (весьма распространенный) тоже относится к труду с неполной механизацией, так как при выполнении работ широко используются механизированно-ручные пневмо- и электроинструменты. Эти вредные производственные факторы аналогичны физическим перегрузкам, но выражены в боль- шей степени.
Ручной труд - это труд, который выполняется вручную с использованием исключительно мускульной силы человека и примитивных орудий труда (лопаты, лома и др.) без

применения инструментов с приводом. Главным вредным производственным фактором при ручном труде являются физические перегрузки. Другие вредные производственные факторы воздействуют на работника достаточно интенсивно, так как он находится в эпицентре их выделения (генерации) - на расстоянии вытянутой руки. Исключением надо считать ручной труд при работе на конвейерах, при котором у трудящихся возможны нервно-психические перегрузки. На производстве указанные виды труда далеко не всегда встречаются в чистом виде, а чаще в различных соотношениях.
Некоторые понятия в физиологии труда. Эффективность трудовой деятельности человека в значительной степени зависит от следующих факторов: предмет и орудия труда, организация рабочего места, условия труда, технико-организационные мероприятия. Эффективность согласования указанных факторов с возможностями человека во многом зависит от наличия определенной работоспособности.

8 Роль средств индивидуальной защиты в профилактике травматизма и заболеваний.

Под средствами индивидуальной защиты (СИЗ) понимается средства, используемые работниками для предотвращения или уменьшения воздействия вредных и опасных производственных факторов, а также для защиты от загрязнения.

Средства индивидуальной защиты применяют в тех случаях, когда безопасность труда не может быть обеспечена конструкцией оборудования, организацией производственного процесса, архитектурно-планировочными решениями и средствами коллективной защиты.

Требования к средствам индивидуальной защиты

Работодатель обязан обеспечить приобретение и выдачу прошедших в установленном порядке сертификацию или декларирование соответствия средств индивидуальной защиты. Сертификация СИЗ – это процедура подтверждения соответствия средств индивидуальной защиты установленным нормам.

Средства индивидуальной защиты должны обеспечивать предотвращение или уменьшение действия опасных и вредных производственных факторов. Выбор конкретного типа СИЗ работающих должен осуществляться с учетом требований безопасности для данного процесса или вида работ.

Средства индивидуальной защиты не должны изменять своих свойств при их стирке, химчистке и обеззараживании, должны подвергаться оценке по защитным, физиолого-гигиеническим и эксплуатационным показателям, иметь инструкцию с указанием назначения и срока службы изделия, правил его эксплуатации и хранения.

Обязанности работодателя по обеспечению работников средствами индивидуальной защиты

Работодатель обязан:

обеспечивать работников средствами индивидуальной защиты в соответствии с установленными сроками.

заменить пришедшие средства индивидуальной защиты в негодность до окончания срока пользования по причинам, не зависящим от работника (пропажа, порча).

соблюдать сроки периодических испытаний и проверки исправности технических средств индивидуальной защиты (респираторов, противогазов, предохранительных поясов).

осуществлять контроль за правильным использованием и обязательным применением выданных средств индивидуальной защиты.

Работники не должны допускаться к работе без положенных средств индивидуальной защиты, в неисправной, загрязненной специальной одежде или обуви, с неисправными

или не прошедшими очередное испытание или проверку техническими средствами индивидуальной защиты.

Ответственность за своевременную и в полном объеме выдачу работникам средств индивидуальной защиты, прошедших в установленном порядке сертификацию или декларирование соответствия в соответствии с типовыми нормами, организацию контроля за правильностью их применения работниками, а также за хранение и уход за средствами индивидуальной защиты возлагается на работодателя.

Если работник не обеспечен сертифицированными и исправными средствами индивидуальной защиты, которые положены ему в соответствии с нормами, работодатель не вправе требовать от него выполнения трудовых обязанностей и обязан оплатить возникший по этой причине простой (ст. 220 ТК РФ).

Обязанности работников по применению средств индивидуальной защиты

Работник обязан:

правильно применять средства индивидуальной защиты, выданные ему в установленном порядке. В случае необеспечения работника, занятого на работах с вредными и (или) опасными условиями труда, а также с особыми температурными условиями или связанных с загрязнением, СИЗ в соответствии с законодательством Российской Федерации он вправе отказаться от выполнения трудовых обязанностей, а работодатель не имеет права требовать от работника их исполнения и обязан оплатить возникший по этой причине простой.

ознакомиться при заключении трудового договора с «Межотраслевыми правилами обеспечения работников специальной одеждой, специальной обувью и другими средствами индивидуальной защиты», а также с соответствующими его профессии и должности типовыми нормами выдачи СИЗ.

своевременно с окончанием соответствующего периода года сдавать для хранения до следующего периода года средства индивидуальной защиты, предназначенные для использования в особых температурных условиях, обусловленных ежегодными сезонными изменениями температуры.

своевременно проходить инструктажи при применении средств индивидуальной защиты, применение которых требует от работников практических навыков (респираторы, противогазы, самоспасатели, предохранительные пояса, накомарники и др.), о правилах применения указанных СИЗ, простейших способах проверки их работоспособности и исправности, а также тренировку по их применению.

своевременно ставить в известность работодателя (или его представителя) о выходе из строя (неисправности) средств индивидуальной защиты.

своевременно сдавать средства индивидуальной защиты для стирки, обеспыливания и др.

не выносить средства индивидуальной защиты по окончании рабочего дня за пределы территории работодателя или территории выполнения работ работодателем – индивидуальным предпринимателем.

Контрольные вопросы

Тема 1 Производственная санитария как наука.

1. Предмет, цель и содержание дисциплины.
2. Основные задачи курса.
3. Истоки формирования науки.
4. Комплексный характер дисциплины, место в системе наук.
5. Основные термины и определения.

6. Основные понятия, термины и определения.
7. Перспективы развития производственной санитарии.
8. Основные составляющие производственной среды
9. Трудоспособность человека и её факторы
10. Личность как элемент системы «человек - среда»

Тема 2 Классификация трудовых процессов и факторов производственной среды.

1. Современные направления деятельности и задачи.
2. Идентификация источников физических, химических, биологических и психо-физиологических производственных факторов.
3. Характеристика вредных производственных факторов в отрасли.
4. Характер взаимодействия организма человека с факторами производственной среды.
5. Характеристика факторов трудовых процессов.

Тема 3. Правовые, нормативно-технические и организационные основы в области производственной санитарии.

1. Понятие санитарного законодательства как совокупности законов, регулирующих отношения в области охраны здоровья людей от неблагоприятного или опасного влияния многообразных факторов среды обитания человека.
2. Нормативно-правовые акты в области производственной санитарии.
3. Надзор и контроль за соблюдением санитарного законодательства.
4. Гигиена труда женщин и молодежи
5. Закон «О санитарно-эпидемиологическом благополучии населения»
6. Виды санитарного надзора.
7. Государственный надзор за соблюдением санитарного законодательства
8. Федеральная служба по надзору в сфере защиты прав потребителей и благополучия человека (Роспотребнадзор).

Тема 4: Производственный микроклимат, освещение.

1. Понятие о микроклимате производственного помещения.
2. Параметры микроклимата.
3. Влияние параметров микроклимата на здоровье и работоспособность человека.
4. Приборы, измеряющие микроклимат.
5. Гигиеническое нормирование характеристик микроклимата в производственных помещениях.
6. Влияние классов труда на нормирование микроклимата.
7. Виды освещения.
8. Типы осветительных приборов.
9. Требования к производственному освещению.
10. Производственное освещение, системы и виды.
11. Естественное и искусственное освещение: рабочее, аварийное, охранное, дежурное.
12. Системы освещения: общее, местное, комбинированное.
13. Гигиеническое нормирование естественного и искусственного освещения.
14. Совмещенное освещение помещений.

Тема 5: Вредные вещества, излучения

1. Группы химически опасных и вредных факторов.
2. Виды химических опасностей.
3. Классификация по характеру воздействия на человека.
4. Пути проникновения химических опасностей.
5. Специфические отдельные группы веществ.

6. Химические вещества искусственного происхождения.
7. Токсикология вредных веществ в воздухе рабочей зоны.
8. Отравление вредными веществами.
9. Острые отравления, хронические.
10. Сенсибилизация.
11. Толерантность организма.
12. Биологическое действие вредных веществ.
13. Первичное специфическое действие вредных веществ.
14. Мутагенное и канцерогенное действие вредных веществ.
15. Правила измерения содержания вредных веществ в жилых помещениях.
16. Комбинированное действие вредных веществ.
17. Аддитивное действие.
18. Потенцированное действие.
19. Антагонистическое действие.
20. Независимое действие.
21. Пути обезвреживания ядов.
22. Причины образования пыли и ее основные свойства.
23. Пыль как производственная вредность.
24. Химический состав пыли.
25. Воспламеняемость и взрывоопасность пыли.
26. Оценка вредности пыли.
27. Методы измерения концентрации пыли, и средства защиты от пыли.
28. Методы очистки воздуха от пыли.
29. Источники излучений.
30. Физико–гигиеническая характеристика излучений.
31. Гигиеническое нормирование излучений.
32. Методы и средства регистрации излучений.
33. Профилактические мероприятия и меры защиты при работе с источниками излучений.

Тема 6: Производственный шум, вибрация

1. Основные источники, физические параметры шума и вибрации.
2. Классификация производственных шумов и вибраций.
3. Общее действие на организм.
4. Принципы гигиенического нормирования.
5. Система мероприятий по профилактике на производстве.

Тема 7: Основы физиологии труда.

1. Физиологические особенности и классификация физического труда.
2. Особенности физиологических реакций организма при умственном труде и его классификация.
3. Физиологические сдвиги в организме при работе.
4. Утомление и переутомление.
5. Пути сохранения работоспособности и повышения производительности труда.
6. Хронометражные исследования на производстве

Тема 8: Роль средств индивидуальной защиты в профилактике травматизма и заболеваний.

1. Роль средств индивидуальной зашиты в профилактике травматизма и заболеваний.
2. Классификация средств индивидуальной защиты.
3. Защита глаз.
4. Защита головы
5. Защита органов слуха.

6. Защита органов дыхания.
7. Спецодежда.
8. Спецобувь.
9. Защитные перчатки, защитные дерматологические средства.

Список литературы

1 Глебова Е.В. Производственная санитария и гигиена труда: учебное пособие / Е. В. Глебова. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Высшая школа, 2007. - 382 с. : ил. –

2 Безопасность жизнедеятельности : учебное пособие / В. А. Подюков, В. В. Токмаков, В. М. Куликов ; под ред. В. В. Токмакова ; Уральский государственный горный университет. - 3-е изд., испр. и доп. - Екатеринбург : УГГУ, 2007. - 314 с.

3 Гигиена труда [Текст]: учебник/Под ред. Н.Ф. Измерова, В.Ф. Кириллова. – М.: ГЭОТАР–Медиа, 2010. – 592 с.

4 Трудовой кодекс РФ от 30.12.2001 г. № 197–ФЗ

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому
комплексу _____ А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

ПРИКЛАДНОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Автор: Дружинин А. В., доцент, канд. техн. наук

Екатеринбург

ВВЕДЕНИЕ

Данные методические рекомендации необходимы для студентов специалистиата по направлению подготовки 21.05.04 – «Горное дело» при организации самостоятельной работы по дисциплине «Прикладное программное обеспечение» в рамках подготовки и защиты контрольной работы.

В методических рекомендациях содержатся особенности организации подготовки контрольной работы в виде реферата, требования к его оформлению, а также порядок защиты и критерии оценки.

ОРГАНИЗАЦИЯ ПОДГОТОВКИ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РЕФЕРАТА)

Общая характеристика реферата

Написание реферата практикуется в учебном процессе в целях приобретения студентом необходимой профессиональной подготовки, развития умения и навыков самостоятельного научного поиска: изучения литературы по выбранной теме, анализа различных источников и точек зрения, обобщения материала, выделения главного, формулирования выводов и т. п. С помощью реферата студент может глубже постигать наиболее сложные проблемы дисциплины, учится лаконично излагать свои мысли, правильно оформлять работу, докладывать результаты своего труда.

В «Толковом словаре русского языка» дается следующее определение: «**реферат** – краткое изложение содержания книги, статьи, исследования, а также доклад с таким изложением».

Различают два вида реферата:

- *репродуктивный* – воспроизводит содержание первичного текста в форме реферата-конспекта или реферата-резюме. В реферате-конспекте содержится фактическая информация в обобщённом виде, иллюстрированный материал, различные сведения о методах исследования, результатах исследования и возможностях их применения. В реферате-резюме содержатся только основные положения данной темы;
- *продуктивный* – содержит творческое или критическое осмысление реферируемого источника и оформляются в форме реферата-доклада или реферата-обзора. В реферате-докладе, наряду с анализом информации первоисточника, дается объективная оценка проблемы, и он имеет развёрнутый характер. Реферат-обзор составляется на основе нескольких источников и в нем сопоставляются различные точки зрения по исследуемой проблеме.

Студент для изложения материала должен выбрать продуктивный вид реферата.

Выбор темы реферата

Студенту предоставляется право выбора темы реферата из рекомендованного преподавателем дисциплины списка. Выбор темы должен быть осознанным и обоснованным с точки зрения познавательных интересов автора, а также полноты освещения темы в имеющейся научной литературе.

Если интересующая тема отсутствует в рекомендованном списке, то по согласованию с преподавателем студенту предоставляется право самостоятельно предложить тему реферата, раскрывающую содержание изучаемой дисциплины. Тема не должна быть слишком общей и глобальной, так как небольшой объем работы (до 20-25 страниц без учёта приложений) не позволит раскрыть ее.

Начинать знакомство с избранной темой лучше всего с чтения обобщающих работ по данной проблеме, постепенно переходя к узкоспециальной литературе. При этом следует сразу же составлять библиографические выходные данные используемых источников (автор, название, место и год издания, издательство, страницы).

На основе анализа прочитанного и просмотренного материала по данной теме следует составить тезисы по основным смысловым блокам, с пометками, собственными суждениями и оценками. Предварительно подобранный в литературных источниках материал может превышать необходимый объем реферата.

Формулирование цели и составление плана реферата

Выбрав тему реферата и изучив литературу, необходимо сформулировать цель работы и составить план реферата.

Цель – это осознаваемый образ предвосхищаемого результата. Возможно, формулировка цели в ходе работы будет меняться, но изначально следует ее обозначить, чтобы ориентироваться на нее в ходе исследования. Формулирование цели реферата рекомендуется осуществлять при помощи глаголов: исследовать, изучить, проанализировать, систематизировать, осветить, изложить (представления, сведения), создать, рассмотреть, обобщить и т. д.

Определяясь с целью дальнейшей работы, параллельно необходимо думать над составлением плана, при этом четко соотносить цель и план работы. Правильно построенный план помогает систематизировать материал и обеспечить последовательность его изложения.

Наиболее традиционной является следующая **структура реферата**:

Титульный лист.

Оглавление (план, содержание).

Введение.

1. (полное наименование главы).
   1.1. (полное название параграфа, пункта);
   1.2. (полное название параграфа, пункта).
2. (полное наименование главы).
   2.1. (полное название параграфа, пункта);
   2.2. (полное название параграфа, пункта).

Заключение (выводы).

} Основная часть

Библиография (список использованной литературы).

Приложения (по усмотрению автора).

Титульный лист оформляется в соответствии с Приложением.

Оглавление (план, содержание) включает названия всех глав и параграфов (пунктов плана) реферата и номера страниц, указывающие их начало в тексте реферата.

Введение. В этой части реферата обосновывается актуальность выбранной темы, формулируются цель и задачи работы, указываются используемые материалы и дается их краткая характеристика с точки зрения полноты освещения избранной темы. Объем введения не должен превышать 1-1,5 страницы.

Основная часть реферата может быть представлена двумя или тремя главами, которые могут включать 2-3 параграфа (пункта).

Здесь достаточно полно и логично излагаются главные положения в используемых источниках, раскрываются все пункты плана с сохранением связи между ними и последовательности перехода от одного к другому.

Автор должен следить за тем, чтобы изложение материала точно соответствовало цели и названию главы (параграфа). Материал в реферате рекомендуется излагать своими словами, не допуская дословного переписывания из литературных источников. В тексте обязательны ссылки на первоисточники, т. е. на тех авторов, у которых взят данный материал в виде мысли, идеи, вывода, числовых данных, таблиц, графиков, иллюстраций и пр.

Работа должна быть написана грамотным литературным языком. Сокращение слов в тексте не допускается, кроме общеизвестных сокращений и аббревиатуры. Каждый раздел рекомендуется заканчивать кратким выводом.

Заключение (выводы). В этой части обобщается изложенный в основной части материал, формулируются общие выводы, указывается, что нового лично для себя вынес автор реферата из работы над ним. Выводы делаются с учетом опубликованных в литературе различных точек зрения по проблеме, рассматриваемой в реферате, сопоставления их и личного мнения автора реферата. Заключение по объему не должно превышать 1,5-2 страниц.

Библиография (список использованной литературы) – здесь указывается реально использованная для написания реферата литература, периодические издания и электронные источники информации. Список составляется согласно правилам библиографического описания.

Приложения могут включать графики, таблицы, расчеты.

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ РЕФЕРАТА

Общие требования к оформлению реферата

Рефераты, как правило, требуют изучения и анализа значительного объема статистического материала, формул, графиков и т. п. В силу этого особое значение приобретает правильное оформление результатов проделанной работы.

Текст реферата должен быть подготовлен в печатном виде. Исправления и помарки не допускаются. Текст работы оформляется на листах формата А4, на одной стороне листа, с полями: левое – 25 мм, верхнее – 20 мм, правое – 15 мм и нижнее – 25 мм. При компьютерном наборе шрифт должен быть таким: тип шрифта Times New Roman, кегль 14, междустрочный интервал 1,5.

Рекомендуемый объем реферата – не менее 20 страниц. Титульный лист реферата оформляется студентом по образцу, данному в приложении 1.

Текст реферата должен быть разбит на разделы: главы, параграфы и т. д. Очередной раздел нужно начинать с нового листа.

Все страницы реферата должны быть пронумерованы. Номер страницы ставится снизу страницы, по центру. Первой страницей является титульный лист, но на ней номер страницы не ставится.

Таблицы

Таблицы по содержанию делятся на аналитические и неаналитические. Аналитические таблицы являются результатом обработки и анализа цифровых показателей. Как правило, после таких таблиц делается обобщение, которое вводится в текст словами: «таблица позволяет сделать вывод о том, что…», «таблица позволяет заключить, что…» и т. п.

В неаналитических таблицах обычно помещаются необработанные статистические данные, необходимые лишь для информации и констатации фактов.

Таблицы размещают после первого упоминания о них в тексте таким образом, чтобы их можно было читать без поворота работы или с поворотом по часовой стрелке.

Каждая таблица должна иметь нумерационный и тематический заголовок. Тематический заголовок располагается по центру таблицы, после нумерационного, размещённого в правой стороне листа и включающего надпись «Таблица» с указанием арабскими цифрами номера таблицы. Нумерация таблиц сквозная в пределах каждой главы. Номер таблицы состоит из двух цифр: первая указывает на номер главы, вторая – на номер таблицы в главе по порядку (например, «Таблица 2.2» – это значит, что представленная таблица вторая во второй главе).

Цифры в графах таблиц должны проставляться так, чтобы разряды чисел во всей графе были расположены один под другим. В одной графе количество десятичных знаков должно быть одинаковым. Если данные отсутствуют, то в графах ставят знак тире. Округление числовых значений величин до первого, второго и т. д. десятичного знака для

различных значений одного и того же наименования показателя должно быть одинаковым.

Таблицу с большим количеством строк допускается переносить на другую страницу, при этом заголовок таблицы помещают только над ее первой частью, а над переносимой частью пишут «Продолжение таблицы» или «Окончание таблицы». Если в работе несколько таблиц, то после слов «Продолжение» или «Окончание» указывают номер таблицы, а само слово «таблица» пишут сокращенно, например, «Продолжение табл. 1.1», «Окончание табл. 1.1».

На все таблицы в тексте реферата должны быть даны ссылки с указанием их порядкового номера, например, «…в табл. 2.2».

Формулы

Формулы – это комбинации математических знаков, выражающие какие-либо предложения.

Формулы, приводимые в реферате, должны быть наглядными, а обозначения, применяемые в них, соответствовать стандартам.

Пояснения значений символов и числовых коэффициентов следует приводить непосредственно под формулой, в той последовательности, в какой они даны в формуле. Значение каждого символа и числового коэффициента дается с новой строки. Первую строку объяснения начинают со слова «где» без двоеточия после него.

Формулы и уравнения следует выделять из текста свободными строками. Если уравнение не умещается в одну строку, оно должно быть перенесено после знака равенства (=) или после знака (+), минус (–), умножения (х) и деления (:).

Формулы нумеруют арабскими цифрами в пределах всей реферата или главы. В пределах реферата используют нумерацию формул одинарную, в пределах главы – двойную. Номер указывают с правой стороны листа на уровне формулы в круглых скобках.

В тексте ссылки на формулы приводятся с указанием их порядковых номеров, например: «…в формуле (2.2)» (второй формуле второй главы).

Иллюстрации

Иллюстрации позволяют наглядно представить явление или предмет такими, какими мы их зрительно воспринимаем, но без лишних деталей и подробностей.

Основными видами иллюстраций являются схемы, диаграммы и графики.

Схема – это изображение, передающее обычно с помощью условных обозначений и без соблюдения масштаба основную идею какого-либо устройства, предмета, сооружения или процесса и показывающее взаимосвязь их главных элементов.

Диаграмма – один из способов изображения зависимости между величинами. Наибольшее распространение получили линейные, столбиковые и секторные диаграммы.

Для построения линейных диаграмм используется координатное поле. По горизонтальной оси в изображенном масштабе откладывается время или факториальные признаки, на вертикальной – показатели на определенный момент (период) времени или размеры результативного независимого признака. Вершины ординат соединяются отрезками – в результате получается ломаная линия.

На столбиковых диаграммах данные изображаются в виде прямоугольников (столбиков) одинаковой ширины, расположенных вертикально или горизонтально. Длина (высота) прямоугольников пропорциональна изображенным ими величинам.

Секторная диаграмма представляет собой круг, разделенный на секторы, величины которых пропорциональны величинам частей изображаемого явления.

График – это результат обработки числовых данных. Он представляет собой условные изображения величин и их соотношений через геометрические фигуры, точки и линии.

Количество иллюстраций в работе должно быть достаточным для пояснения излагаемого текста.

Иллюстрации обозначаются словом «Рис.» и располагаются после первой ссылки на них в тексте так, чтобы их было удобно рассматривать без поворота работы или с поворотом по часовой стрелке. Иллюстрации должны иметь номер и наименование, расположенные по центру, под ней. Иллюстрации нумеруются в пределах главы арабскими цифрами, например: «Рис. 1.1» (первый рисунок первой главы). Ссылки на иллюстрации в тексте реферата приводят с указанием их порядкового номера, например: «…на рис. 1.1».

При необходимости иллюстрации снабжаются поясняющими данными (подрисуночный текст).

Приложения

Приложение – это часть основного текста, которая имеет дополнительное (обычно справочное) значение, но, тем не менее, необходима для более полного освещения темы. По форме они могут представлять собой текст, таблицы, графики, карты. В приложении помещают вспомогательные материалы по рассматриваемой теме: инструкции, методики, положения, результаты промежуточных расчетов, типовые проекты, имеющие значительный объем, затрудняющий чтение и целостное восприятие текста. В этом случае в тексте приводятся основные выводы (результаты) и делается ссылка на приложение, содержащее соответствующую информацию. Каждое приложение должно начинаться с новой страницы. В правом верхнем углу листа пишут слово «Приложение» и указывают номер приложения. Если в реферате больше одного приложения, их нумеруют последовательно арабскими цифрами, например: «Приложение 1», «Приложение 2» и т. д.

Каждое приложение должно иметь заголовок, который помещают ниже слова «Приложение» над текстом приложения, по центру.

При ссылке на приложение в тексте реферата пишут сокращенно строчными буквами «прил.» и указывают номер приложения, например: «…в прил. 1».

Приложения оформляются как продолжение текстовой части реферата со сквозной нумерацией листов. Число страниц в приложении не лимитируется и не включается в общий объем страниц реферата.

Библиографический список

Библиографический список должен содержать перечень и описание только тех источников, которые были использованы при написании реферата.

В библиографическом списке должны быть представлены монографические издания отечественных и зарубежных авторов, материалы профессиональной периодической печати (экономических журналов, газет и еженедельников), законодательные и др. нормативно-правовые акты. При составлении списка необходимо обратить внимание на достижение оптимального соотношения между монографическими изданиями, характеризующими глубину теоретической подготовки автора, и периодикой, демонстрирующей владение современными экономическими данными.

Наиболее распространенным способом расположения наименований литературных источников является алфавитный. Работы одного автора перечисляются в алфавитном порядке их названий. Исследования на иностранных языках помещаются в порядке латинского алфавита после исследований на русском языке.

Ниже приводятся примеры библиографических описаний использованных источников.

Статья одного, двух или трех авторов из журнала

Зотова Л. А., Еременко О. В. Инновации как объект государственного регулирования // Экономист. 2010. № 7. С. 17–19.

Статья из журнала, написанная более чем тремя авторами

Валютный курс и экономический рост / С. Ф. Алексашенко, А. А. Клепач, О. Ю. Осипова [и др.] // Вопросы экономики. 2010. № 8. С. 18–22.

Книга, написанная одним, двумя или тремя авторами

Олейник А. Н. Институциональная Горное дело: учебное пособие. М.: ИНФРА-М, 2011. 416 с.

Книга, написанная более чем тремя авторами

Экономическая теория: учебник / В. Д. Камаев [и др.]. М.: ВЛАДОС, 2011. 143 с.

Сборники

Актуальные проблемы экономики и управления: сборник научных статей. Екатеринбург: УГГУ, 2010. Вып. 9. 146 с.

Статья из сборника

Данилов А. Г. Система ценообразования промышленного предприятия // Актуальные проблемы экономики и управления: сб. научных статей. Екатеринбург: УГГУ, 2010. Вып. 9. С. 107–113.

Статья из газеты

Крашаков А. С. Будет ли обвал рубля // Аргументы и факты. 2011. № 9. С. 3.

Библиографические ссылки

Библиографические ссылки требуется приводить при цитировании, заимствовании материалов из других источников, упоминании или анализе работ того или иного автора, а также при необходимости адресовать читателя к трудам, в которых рассматривался данный вопрос.

Ссылки должны быть затекстовыми, с указанием номера соответствующего источника (на который автор ссылается в работе) в соответствии с библиографическим списком и соответствующей страницы.

Пример оформления затекстовой ссылки

Ссылка в тексте: «Под трансакцией понимается обмен какими-либо благами, услугами или информацией между двумя агентами» [10, С. 176].

В списке использованных источников:

10. *Сухарев О. С.* Институциональная Горное дело: учебник и практикум для специалистиата и магистратуры /О.С. Сухарев. М.: Издательство Юрайт, 2016. 501 с.

ОРГАНИЗАЦИЯ ЗАЩИТЫ РЕФЕРАТА

Необходимо заранее подготовить тезисы выступления (план-конспект).

Порядок защиты реферата.

1.Краткое сообщение, характеризующее цель и задачи работы, ее актуальность, полученные результаты, вывод и предложения.

2.Ответы студента на вопросы преподавателя.

3.Отзыв руководителя-консультанта о ходе выполнения работы.

Советы студенту:

- Готовясь к защите реферата, вы должны вспомнить материал максимально подробно, и это должно найти отражение в схеме вашего ответа. Но тут же необходимо выделить главное, что наиболее важно для понимания материала в целом, иначе вы сможете проговорить все 15-20 минут и не раскрыть существа вопроса. Особенно строго следует отбирать примеры и иллюстрации.
- Вступление должно быть очень кратким – 1-2 фразы (если вы хотите подчеркнуть при этом важность и сложность данного вопроса, то не говорите, что он сложен и важен, а покажите его сложность и важность).

- Целесообразнее вначале показать свою схему раскрытия вопроса, а уж потом ее детализировать.
- Рассказывать будет легче, если вы представите себе, что объясняете материал очень способному и хорошо подготовленному человеку, который не знает именно этого раздела, и что при этом вам обязательно нужно доказать важность данного раздела и заинтересовать в его освоении.
- Строго следите за точностью своих выражений и правильностью употребления терминов.
- Не пытайтесь рассказать побольше за счет ускорения темпа, но и не мямлите.
- Не демонстрируйте излишнего волнения и не напрашивайтесь на сочувствие.
- Будьте особенно внимательны ко всем вопросам преподавателя, к малейшим его замечаниям. И уж ни в коем случае его не перебивайте!
- Не бойтесь дополнительных вопросов – чаще всего преподаватель использует их как один из способов помочь вам или сэкономить время. Если вас прервали, а при оценке ставят в вину пропуск важной части материала, не возмущайтесь, а покажите план своего ответа, где эта часть стоит несколько позже того, на чем вы были прерваны.
- Прежде чем отвечать на дополнительный вопрос, необходимо сначала правильно его понять. Для этого нужно хотя бы немного подумать, иногда переспросить, уточнить: правильно ли вы поняли поставленный вопрос. И при ответе следует соблюдать тот же принцип экономности мышления, а не высказывать без разбора все, что вы можете сказать.
- Будьте доброжелательны и тактичны, даже если к ответу вы не готовы (это вина не преподавателя, а ваша).

ТЕМЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РЕФЕРАТА)

1. 1. Хост-компьютеры.
2. Локальные сети и персональные компьютеры.
3. Каналы связи.
4. Хранение и предоставление доступа к информации.
5. Управление передачей сообщений.
6. Каналы связи, обеспечивающие взаимодействие между хост-компьютерами.
7. Обмен информацией между абонентами сети.
8. Использование баз данных сети.
9. Классификация прикладного программного обеспечения.
10. Пакеты прикладных программ.
11. Методо-ориентированные пакеты.
12. Системы реального времени.
13. Офисные приложения.
14. Инструменты электронных таблиц для решения экономических задач.
15. Классификация баз данных (БД).
16. Системы управления базами данных (СУБД). Классификация СУБД.
17. Локальные и глобальные сети. Intranet и Internet. Сетевые службы.
18. Поисковые системы: Яndex, Rambler, Google, ПОИСК@mail.ru.

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РЕФЕРАТА)

Проверяемые компетенции: ОПК-5

Знать:

- офисные приложения;
- основы создания баз данных;
- принципы работы в разных поисковых системах интернет и в системах коммуникации.

Уметь:

- использовать офисные приложения;
- создавать базы данных средствами офисных приложений;
- использовать электронную почту и другие средства коммуникаций с помощью Интернета.

Владеть:

- инструментарием офисных приложений;
- технологией разработки баз данных;
- навыками работы в разных поисковых системах интернет и в системах коммуникации.

Критерии оценивания:

достижение поставленной цели и задач исследования (новизна и актуальность поставленных в реферате проблем, правильность формулирования цели, определения задач исследования, правильность выбора методов решения задач и реализации цели; соответствие выводов решаемым задачам, поставленной цели, убедительность выводов);

уровень эрудированности автора по изученной теме (знание автором состояния изучаемой проблематики, цитирование источников, степень использования в работе результатов исследований);

личные заслуги автора реферата (новые знания, которые получены помимо основной образовательной программы, новизна материала и рассмотренной проблемы, научное значение исследуемого вопроса);

культура письменного изложения материала (логичность подачи материала, грамотность автора);

культура оформления материалов работы (соответствие реферата всем стандартным требованиям);

знания и умения на уровне требований стандарта данной дисциплины: знание фактического материала, усвоение общих понятий и идей;

степень обоснованности аргументов и обобщений (полнота, глубина, всестороннее раскрытие темы, корректность аргументации и системы доказательств, характер и достоверность примеров, иллюстративного материала, наличие знаний интегрированного характера, способность к обобщению);

качество и ценность полученных результатов (степень завершенности реферативного исследования, спорность или однозначность выводов);

использование профессиональной терминологии;

использование литературных источников.

Правила оценивания:

Каждый показатель оценивается в 1 балл

Критерии оценки:

9-10 баллов (90-100%) - оценка «отлично»;
7-8 баллов (70-89%) - оценка «хорошо»;
5-6 баллов (50-69%) - оценка «удовлетворительно»;
0-4 балла (0-49%) - оценка «неудовлетворительно».

Приложение

Образец оформления титульного листа контрольной работы (реферата)

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный горный университет»

Инженерно-экономический факультет

Кафедра информатики

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА (РЕФЕРАТ)

по дисциплине
«Прикладное программное обеспечение»

на тему:

УПРАВЛЕНИЕ ПЕРЕДАЧЕЙ СООБЩЕНИЙ

Руководитель:
Дружинин А.В.
Студент гр. Х-20
Артёмова Елена Юрьевна

Екатеринбург – 2020

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому
комплексу _____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ РАБОТАМ

ПРИКЛАДНОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Автор: Дружинин А. В., доцент, канд. техн. наук

Екатеринбург

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ ... 3
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1 ... 10
Создание таблиц базы данных «Реализация товаров» ... 10
Создание файла базы данных Access ... 10
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2 ... 19
Работа с простыми запросами ... 19
Конструирование запросов на выборку с условием отбора ... 19
Вычисляемые поля в запросах ... 22
Параметры в запросах ... 24
Групповые операции в запросах ... 26
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3 ... 30
Работа с многотабличными запросами ... 30
Запросы на изменение ... 34
Задание для самостоятельной работы ... 37
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4 ... 38
Работа с формами ... 38
Условное форматирование элементов управления ... 39
Создание разделенной формы ... 41
Многотабличные формы ... 42
Создание многотабличной формы с помощью мастера ... 43
Одиночная многотабличная форма ... 46
Задание для самостоятельной работы ... 50
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 5 ... 50
Работа с отчетами ... 50
Задание для самостоятельной работы ... 52
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 6 ... 53
Создание главной кнопочной формы ... 53
с использованием макросов ... 53
Создание управляющих кнопок на экране ... 56
ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ ... 61
Указания к выполнению работы ... 61
Варианты заданий ... 61
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ ... 73

ВВЕДЕНИЕ

Система управления базами данных

СУБД (система управления базами данных) является универсальным программным инструментом создания и обслуживания баз данных и приложений пользователя в самых разных предметных областях. СУБД обеспечивает создание, многоаспектный доступ к данным и использование одних и тех же данных различными задачами и приложениями пользователей.

СУБД поддерживаются различные модели данных. *Модель данных* – это метод (принцип) логической организации данных, используемый СУБД. Наиболее известными являются иерархическая, сетевая и реляционная модели.

В СУБД для персональных компьютеров (настольных СУБД) поддерживается преимущественно *реляционная модель*, которую отличает простота и единообразие представления данных простейшими *двумерными таблицами.*

Основной логической структурной единицей манипулирования данными является *строка* таблицы – *запись*. *Структура записи* определяется составом входящих в неё *полей*. Совокупность полей записи соответствует логически связанным реквизитам, характеризующим некоторую сущность предметной области.

Типовыми функциями СУБД по манипулированию данными являются выборка, добавление, удаление, изменение данных.

- *Выборка данных* – выборка записей из одной или нескольких взаимосвязанных таблиц в соответствии с заданными условиями.
- *Добавление* и *удаление* данных – добавление новых записей в таблицы и удаление существующих.
- *Изменение данных* – изменение значений данных в полях существующих записей.

Данные из одной или нескольких взаимосвязанных таблиц могут подвергаться обработке. К операциям *обработки* относятся, например, расчеты в пределах каждой записи, группировка записей в соответствии с *заданным* критерием группировки и обработка записей выделенных групп с помощью статистических функций, таких как суммирование, определение максимального, подсчет числа записей в группе и т. п.

СУБД Access включает разнообразные и многочисленные относительно автономные инструментальные средства, ориентированные на создание объектов базы данных и приложений пользователя.

- *Разнообразие мастера* в режиме ведения диалога с пользователем позволяют создавать объекты и выполнять разнообразные функции по реорганизации объектов базы данных и приложений пользователя.
- *Средства программирования* СУБД включают язык запросов *SQL*, язык макрокоманд и язык объектно-ориентированного программирования для приложений *Microsoft Visual Basic for Applications (VBA).*
- *Средства графического конструирования* позволяют создавать объекты базы данных и объекты приложения с помощью многочисленных графических элементов, не прибегая непосредственно к программированию. Среди многочисленных средств графического конструирования и диалоговых средств Access следует выделить средства для создания:
- таблиц и схем баз данных, отображающих их связи;
- запросов выборки, отбирающих и объединяющих данные нескольких таблиц в виртуальную таблицу, которая может использоваться во многих задачах приложения;
- запросов на изменение данных базы;
- экранных форм, предназначенных для ввода, просмотра и обработки данных в диалоговом режиме;
- отчетов, предназначенных для ввода, просмотра и вывода на печать данных из базы и результатов их обработки в удобном для пользователя виде.

Реляционная база данных

База данных является организованной на машинном носителе совокупностью взаимосвязанных данных и содержит сведения о различных сущностях одной предметной области: реальных объектах, процессах, событиях или явлениях.

Реляционная база данных представляет собой множество взаимосвязанных двумерных таблиц – *реляционных таблиц*, называемых также *отношениями*, в каждой из которых содержаться сведения об одной сущности автоматизируемой предметной области.

Логическую структуру реляционной базы данных образует совокупность реляционных таблиц, между которыми установлены логические связи.

В таблицах базы должны сохраняться все данные, необходимые для решения задач предметной области, причем каждый элемент данных должен храниться в базе только в одном экземпляре. Для создания таблиц,

соответствующих реляционной модели данных, используется процесс, называемый нормализацией данных. *Нормализация* – это удаление из таблиц повторяющихся данных путем их переноса в новые таблицы, записи которых не содержат повторяющихся значений.

Структура реляционной таблицы определяется составом полей. Каждое *поле* отражает определенную характеристику сущности. Для поля указывается *тип* и *размер* элементарного данного, размещаемого в нем, и ряд др. свойств. Содержимое поля отображается в столбце таблицы. Столбец таблицы содержит данные одного типа.

Содержание таблицы заключено в её строках, однотипных по структуре, каждая строка таблицы содержит данные о конкретном экземпляре сущности и называется *записью*.

Для однозначного определения (*идентификации)* каждой записи таблица должна иметь *уникальный (первичный) ключ.* По значению ключа таблицы отыскивается единственная запись в таблице. Ключ может состоять из одного или нескольких полей таблицы. Значение уникального ключа не может повторяться в нескольких записях.

Логические связи между таблицами дают возможность объединять данные из разных таблиц. Связь каждой пары таблиц задается одинаковыми полями в них – *ключом связи*. Таким образом, обеспечивается рациональное хранение недублированных данных и их объединение в соответствии с требованиями решаемых задач.

В нормализованной реляционной базе данных связь двух таблиц характеризуется отношениями записей типа «один-к-одному» (1:1) или «один-ко-многим» (1:M). Отношение 1:1 предполагает, что каждой записи одной таблицы соответствует одна запись другой таблицы. Отношение типа 1:M предполагает, что каждой записи первой таблицы соответствует много записей во второй, но каждой записи второй таблицы соответствует только одна запись в первой.

Для двух таблиц, находящихся в отношении типа 1:M, связь устанавливается по уникальному ключу таблицы, представляющей в отношении сторону «один», – *главной таблицы* в связи. Во второй таблице, представляющей в отношении сторону «многие» и называемой *подчиненной*, этот ключ связи может быть либо частью уникального ключа, либо не входить в состав ключа. В подчиненной таблице ключ связи называется ещё *внешним ключом*.

Схема данных

В СУБД Access процесс создания реляционной базы данных включает создание *схемы данных*. Схема данных наглядно отображает логическую структуру базы данных: таблицы и связи между ними, а также обеспечивает использование установленных в ней связей при обработке данных.

Для нормализованной базы данных, основанной на одно-многозначных и однозначных отношениях между таблицами, в схеме данных для связей таких таблиц по первичному ключу или уникальному индексу главной таблицы могут устанавливаться параметры *связной целостности*.

При поддержании целостности взаимосвязанных данных не допускается наличия записи в подчиненной таблице, если в главной таблице отсутствует связанная с ней запись. Соответственно при первоначальной загрузке базы данных, а также корректировке, добавлении и удалении записей система допускает выполнение операции только в том случае, если она не приводит к нарушению целостности. Связи, определенные в схеме данных, автоматически используются для объединения таблиц при разработке многотабличных форм, запросов, отчетов, существенно упрощая процесс их конструирования. В схеме связи могут устанавливаться для любой пары таблиц, имеющих одинаковое поле, позволяющее объединять эти таблицы. **Объекты Access**

База данных Access включает следующие сохраняемые в одном accdbфайле объекты:

- *таблицы, запросы, схемы данных,* непосредственно имеющие отношение к базе данных;
- *формы, отчеты, макросы* и *модули*, называемые *объектами приложения.*

Формы и отчеты предназначены для типовых процессов обработки данных: просмотра, обновления, поиска по заданным критериям, получения отчетов. Эти объекты приложений конструируются из графических элементов, называемых *элементами управления*. Основные элементы управления служат для отображения полей таблиц, являющихся источниками данных объекта.

Для автоматизации доступа к объектам и их взаимодействия используется программный код. Только с помощью программного кода получается полноценное приложение пользователя, функции которого доступны через меню, панели инструментов и формы. Для создания программного кода служат модули на языке *VBA* и макросы.

Каждый объект и элемент управления имеет свои свойства, определяя которые можно настраивать их. С каждым объектом и элементом управления связывается набор событий, которые могут обрабатываться макросами или

процедурами обработки событий на VBA, входящими в состав модулей форм, отчетов.

Объекты представлены в области навигации окна базы данных Access. Все операции по работе с объектами и приложениями начинаются в этом окне.

- *Таблицы* создаются пользователем для хранения данных об одной сущности – одном информационном объекте модели данных предметной области. Таблица состоит из полей (столбцов) и записей (строк). Каждое поле содержит одну характеристику информационного объекта предметной области. В записи собраны сведения об одном экземпляре информационного объекта. База данных Access может включать до 32768 объектов (в том числе формы, отчеты и т. д.). Одновременно может открываться до 2048 таблиц.
- *Запросы*. Запросы на выборку служат для выборки нужных данных из одной или нескольких связанных таблиц. Результатом выполнения запроса является виртуальная таблица. В запросе можно указать, какие поля исходных таблиц следует включить в запись таблицы запроса и как отобрать нужные записи. Таблица запроса может быть использована с другими таблицами базы при обработке данных. Запросы на изменение позволяют обновлять, удалять или добавлять данные в таблицы, а также создавать новые таблицы на основе уже существующих.
- *Схема данных* определяет, с помощью каких полей таблицы связываются между собой, как будет выполняться объединение данных этих таблиц, нужно ли проверять связную целостность при добавлении и удалении записей, изменение ключей таблиц. Схемы данных в области навигации в окне базы данных отображаются только в проектах Access, работающих с базами данных сервера. Для отображения схемы данных в базах данных Access используется команда **Схема данных**, размещенная на вкладке ленты **Работа с базами данных** в группе **Отношения**.
- *Формы* являются основным средством создания диалогового интерфейса приложения пользователя. Форма может создаваться для работы с электронными документами, сохраняемыми в таблицах базы данных. Вид таких документов может соответствовать привычному для пользователя бумажному документу. Форма используется для разработки интерфейса по управлению приложением. Включаемые в форму процедуры обработки событий позволяют управлять процессом обработки данных в приложении. Такие процедуры хранятся в модуле формы. В формы могут вставляться рисунки, диаграммы, звуковые фрагменты, видео. Возможна разработка форм с набором вкладок, с

каждой из которых связано выполнение той или иной функции приложения.

- *Отчеты* предназначены для формирования на основе данных базы выходных документов любых форматов, содержащих результаты решения задач пользователя, и вывода их на печать. Как и формы, отчеты могут включать процедуры обработки событий. Использование графических объектов позволяет дополнять данные отчета иллюстрациями. Отчеты обеспечивают возможность анализа данных при использовании фильтрации, агрегирования и представления данных источника в различных разрезах. *Макросы* являются программами, состоящими из последовательностей макрокоманд, которые выполняются по вызову или при наступлении некоторого события в объекте приложения или его элементе управления. Макросы данных выполняются при наступлении некоторого события в исходных таблицах. Макросы позволяют автоматизировать некоторые действия в приложении пользователя. Создание макросов осуществляется в диалоговом режиме путем выбора нужных макрокоманд и задания параметров, используемых ими при выполнении.
- *Модули* содержат процедуры на языке *Visual Basic for Applications*. Могут создаваться процедуры-программы, процедуры-функции, которые разрабатываются пользователем, и процедуры для обработки событий.

Интерфейс пользователя Access

Для Access 2013 разработан интерфейс пользователя, упрощающий доступ к многочисленным функциональным возможностям в процессе создания и работы с объектами базы данных и приложений пользователя.

Основу этого интерфейса составляют *ленты* и *область навигации.* Собранные на одной ленте команды четко соответствуют задачам, выполняемым в Access, что позволяет легко находить нужную команду.

Основные элементы интерфейса пользователя в Access 2013:

- *страницы*, предназначенные для управления файлами баз данных. Стартовая страница отображается при запуске Access и позволяет открыть существующие файлы баз данных или создать новые. В процессе работы доступны страницы, открываемые при щелчке на цветном значке **Файл**.

Они содержат команды для сохранения, сжатия и восстановления базы данных, определения параметров и ряд др.;

- *лента* – широкая полоса, расположенная в верхней части окна Access. Она содержит стандартные вкладки с группами наиболее часто используемых команд, контекстные вкладки, которые появляются только тогда, когда их использование допустимо, и *панель быстрого доступа* – небольшую панель инструментов, на которую можно добавить нужные команды. Лента является основой интерфейса пользователя и обеспечивает быстрый доступ к набору команд, применимых к выполняемым в базе данных в текущий момент работам;
- *коллекция (галерея)* – элемент интерфейса, который не просто отображает команды, а показывает набор результатов выполнения этих команд с отображением внешнего вида вариантов выбора;
- *диалоговые окна* могут выводиться при выполнении команд для уточнения операции и передачи параметров. В некоторых группах вкладок ленты имеются кнопки вызова диалоговых окон;
- *контекстное меню* вызывается щелчком правой кнопкой мыши на элементе объекта. Содержит команды, зависящие от контекста – элемента объекта, с которым работает пользователь, или выполняемой задачи; *панель быстрого доступа* – единственная панель инструментов, предусмотренная в интерфейсе. Она обеспечивает доступ одним нажатием кнопки к наиболее часто используемым командам. Это панель настраивается в соответствии с предпочтениями пользователя;
- *область навигации* расположена в левой части окна. В ней отображаются объединенные в группы объекты базы данных;
- *вкладки документов* – таблицы, запросы, формы, отчеты и макросы отображаются на вкладках в рабочем пространстве окна Access – окне документов;
- *строка состояния* – полоса в нижней части окна программы, в которой отображаются сведения о состоянии объекта и располагаются кнопки, позволяющие изменить режим его представления;
- *мини-панель инструментов* – прозрачный элемент, подключенный к объекту, который появляется над выбранным текстом и позволяет легко отформатировать его;
- *панель сообщений* – это единственное средство вывода всех предупреждений системы безопасности. Отображается, когда в открываемой базе данных имеется любое потенциально опасное выполняемое содержимое.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1
Создание таблиц базы данных «Реализация товаров»

Создать базу данных для учета реализации товаров со складов. Организовать хранение информации в создаваемой базе данных с помощью четырех таблиц: «Товары», «Фирмы», «Склады» и «Продажи».

Этапы проектирования базы данных:

1. Исследование предметной области и формулировка основных допущений (накладываемых условий). На этом этапе составляется список всех форм и отчетов, которые могут быть затребованы пользователями вашей БД.
2. Анализ данных. Составить перечень всех элементов данных, входящих в формы и отчеты, и сгруппировать их в таблицы БД.
3. Установить, какие взаимосвязи существуют между элементами данных. Определить первичные и вторичные (внешние) ключи отношений. Организовать поля данных в таблицах.

Создать базу данных «Реализация товаров», при условии, что на одном складе может храниться только один вид товара.

Создание файла базы данных Access

Для создания файла новой локальной базы данных щелкните в области создания базы данных стартового окна Access на элементе **Пустая база данных** (рис. 1.1). В открывшемся окне введите имя файла в поле **Имя файла** – например, ***Реализация товаров***.

Щелчком по кнопке **Создать,** завершите процесс создания пустого файла новой базы данных. В результате по умолчанию откроется окно созданной базы данных с пустой таблицей с именем **Таблица1** в режиме таблицы (рис. 1.2).

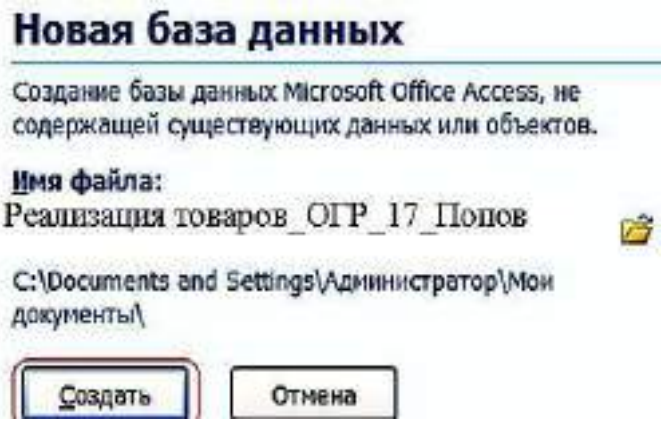


Рис. 1.1. Определение имени и местоположения файла новой базы данных

Так как создание таблиц будет происходить при помощи конструктора таблиц, поэтому закройте таблицу при помощи щелчка по значку «**Закрыть**».

Рис. 1.2. **Таблица1** в режиме таблицы

Задание 1. Создание таблицы базы данных «Реализация товаров»

Рассмотрим последовательность действий при создании таблиц. Для этого начнем создание таблицы «Товар» с определения её структуры в режиме конструктора таблиц. На вкладке ленты **Создание** в группе **Таблицы** выполним команду **Конструктор таблиц** (рис. 1.3).

Рис. 1.3. Лента с открытой вкладкой **Создание**

В окне конструктора **Таблица1** определим все поля таблицы «Товар». Для каждого поля таблицы «Товар» определим **Имя поля**, **Тип данных.**

Рис. 1.4. Таблица «Товары» в режиме «**Конструктор**»

Теперь определим первичный ключ таблицы. Выделим поле «**Код товара»**, щелкнув кнопкой мыши на области маркировки, слева от имени поля, и нажмем кнопку **Ключевое поле** на вкладке ленты **Конструктор** в группе **Сервис**. Признаком установки ключа является изображение ключа слева от имени поля .

Сохраним созданную структуру таблицы и присвоим имя новой таблице – «Товар». Для этого выполним команду **Сохранить** на Панели быстрого доступа или на вкладке **ФАЙЛ**. В окне **Сохранение** введем имя таблицы.

При сохранении таблицы происходит обновление файла базы данных, в которую помещается созданная таблица. Таблица «Товар» появиться в списке объектов **Таблицы** в области навигации открытой базы данных «Реализация товаров».

После сохранения структуры таблицы переходите ко второму этапу создания таблицы – созданию записей. Для этого переключитесь в режим таблицы нажатием кнопки **Режим** на ленте конструктора или выбором нужного режима при открытии списка данной кнопки (рис. 1.5).

Рис. 1.5. Выбор режима представления таблицы

Как и в режиме конструктора, в режиме таблицы можно удалить столбец. При этом следует помнить, что удаляются все данные столбца, и отменить удаление невозможно. Удаление поля первичного ключа в режиме таблицы невозможно. Для этого необходимо использовать режим конструктора.

Открыть таблицу для ввода исходных данных. Установить курсор в первую строку таблицы и ввести исходные данные. Ввод данных в каждое поле таблицы завершать нажатием клавиши **Enter.** По окончании ввода данных при необходимости увеличить ширину полей. Записать таблицу «Товар» на диск.

Товары

Код товара	Наименование	Марка	Номер склада	Количество	Цена
1	Тахеометр	SP FOKUS 6	1	5	319 463,00 ₽
2	Тахеометр	SP FOKUS 6W	1	7	357 487,00 ₽
3	Тахеометр	Soutn NTS-365 R	2	6	225 000,00 ₽
4	Тахеометр	Soutn NTS-362 R	2	5	240 000,00 ₽
5	Теодолит	3Т2КП	3	9	84 193,00 ₽
6	Теодолит	4Т15П	3	5	58 764,00 ₽
7	Теодолит	4Т30П	3	8	50 625,00 ₽
8	Теодолит	VEGA TEO 5	3	10	30 000,00 ₽
9	Нивелир	4Н -2КЛ	4	15	16 680,00 ₽
10	Нивелир	4Н-3КЛ	4	18	12 500,00 ₽
(№)					

Рис. 1.6. Таблица «Товары» в режиме таблицы

Задание 2. Создание таблицы «Фирмы»

Для поля Телефон следует задать маску ввода: **(# # #) # # # - # # - # #**

Рис. 1.7. Таблица «Фирмы» в режиме «**Конструктор**»

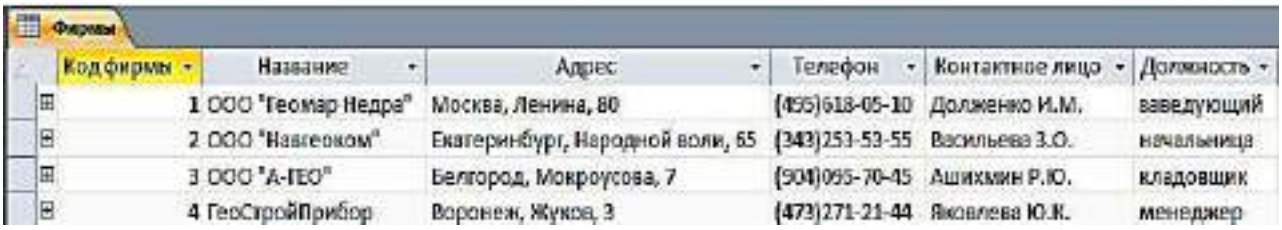
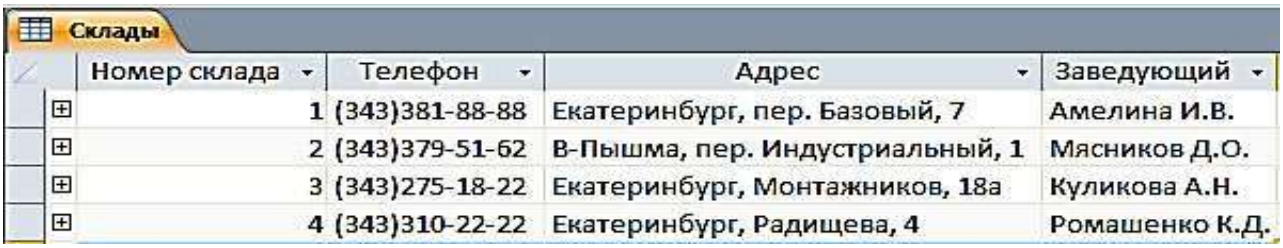


Рис. 1.8. Таблица «Фирмы» в режиме таблицы

Задание 3. Создание таблицы «Склады»

Рис. 1.9. Таблица «**Склады**» в режиме «**Конструктор**»



Склады

Номер склада	Телефон	Адрес	Заведующий
1	(343)381-88-88	Екатеринбург, пер. Базовый, 7	Амелина И.В.
2	(343)379-51-62	В-Пышма, пер. Индустриальный, 1	Мясников Д.О.
3	(343)275-18-22	Екатеринбург, Монтажников, 18а	Куликова А.Н.
4	(343)310-22-22	Екатеринбург, Радищева, 4	Ромашенко К.Д.

Рис. 1.10. Таблица «**Склады**» в режиме «**Таблицы**»

Задание 4. Создание таблицы «Продажи»

1. Ввести в первой строке имя поля: **Дата продажи** и выбрать для него тип Дата/время.
2. Сформировать поле **Код фирмы** и выбрать для него числовой тип.
3. Указать в качестве источника данных для поля **Код фирмы** список кодов фирмы, внесенных в поле с таким же названием в таблицу «Фирмы», рис. 1.11.
4. Не переводя курсор со строки **Код фирмы**, щелкнуть мышью по закладке **Подстановка.**
5. Щелкнуть мышью по слову **Поле** в строке **Тип элемента управления**, а затем – по появившейся при этом кнопке **Раскрыть список**.
6. Выбрать щелчком мыши из раскрывшегося списка строку **Поле со списком**.
7. Щелкнуть мышью по незаполненному полю в строке **Источник строк**, а затем – по появившейся при этом кнопке **Раскрыть список**.
8. Щелчком мыши выбрать строку с названием таблицы «Фирмы».

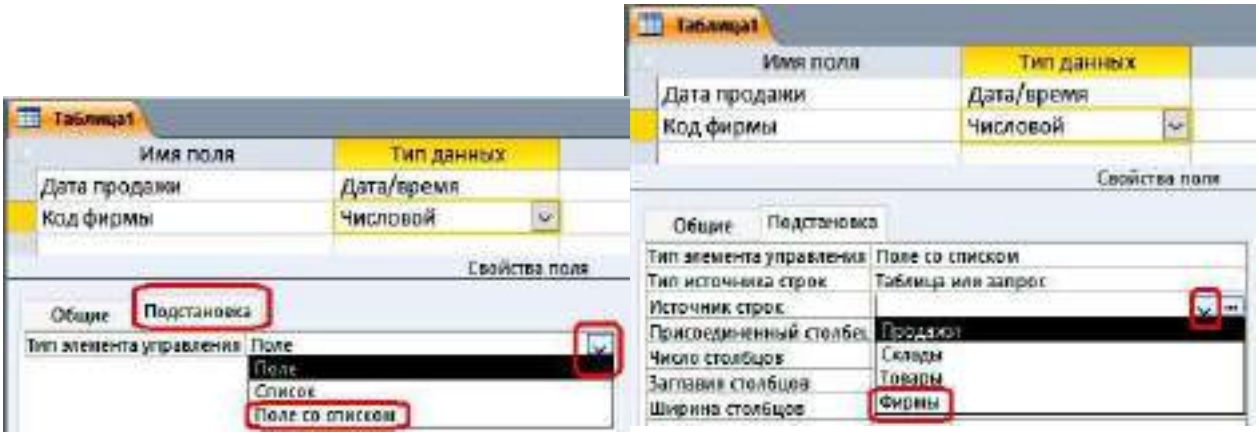


Рис. 1.11. Окно таблицы с подстановкой в режиме «**Конструктора**»

Рис. 1.12. Окно таблицы с выбором источника строк

Рис. 1.13. Окно таблицы «**Продажи**» в режиме «**Конструктора»**

Рис. 1.14. Таблица «**Продажи**» в режиме «**Таблицы**»

Задание 5. Создание схемы данных

Создание схемы данных начинается с выполнения команды **Схема данных** в группе **Отношения** на вкладке ленты **Работа с базами данных**. В результате выполнения этой команды открывается окно схемы данных и диалоговое окно **Добавление таблицы**, в котором осуществляется выбор таблиц, включаемых в схему (рис. 1.15).

Рис. 1.15. Вкладка ленты **Работа с базами данных**

В окне **Добавление таблицы** отображаются все таблицы и запросы, содержащиеся в базе данных. Выберем вкладку **Таблицы** и с помощью кнопки **Добавить** разместим в окне **Схема данных** все ранее созданные таблицы базы данных «Реализация товаров». При создании связей в схеме данных используется проект структуры реляционной базы данных, в котором показаны все одно-многозначные связи таблиц. Реализуются связи с помощью добавления в связанные таблицы общих полей, называемых *ключом связи.*

На рис. 1.16 в созданной схеме данных БД «Реализация товаров» все связи отмечены символами **1** или ∞. Это свидетельствует о том, что одно-многозначные связи установлены правильно (по простому и составному ключу).

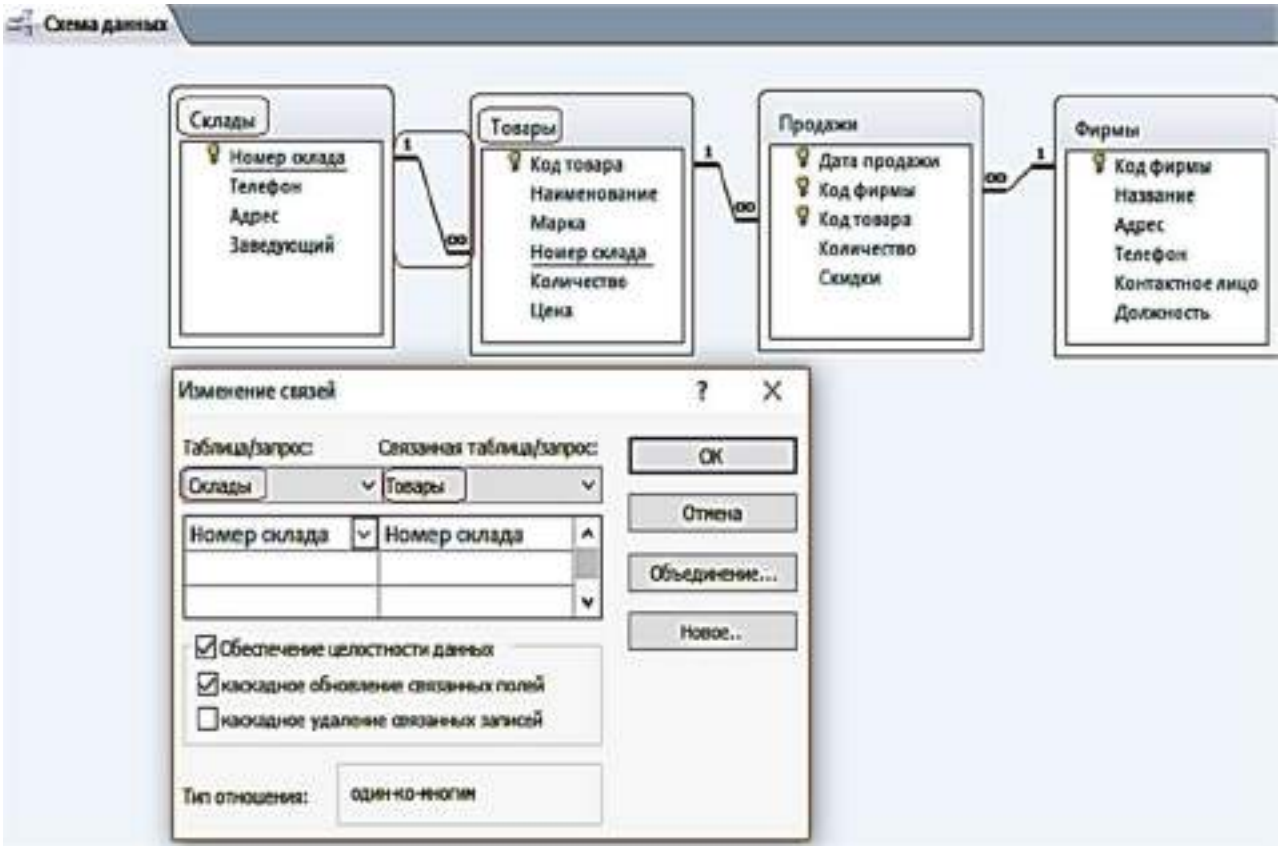


Рис. 1.16. Схема данных БД «**Реализация товаров**»

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2

Работа с простыми запросами

Конструирование запросов на выборку с условием отбора

Задание 1. Выбрать товар по его наименованию

1. Для создания запроса в окне базы данных выберите вкладку ленты – **Создание** и в группе **Запросы** нажмите кнопку **Конструктор запросов**.

2. В окне **Добавление таблицы** выберите таблицу «Товар» и нажмите кнопку добавить. Выбранная таблица будет отображена в области схемы данных запроса. Закройте окно **Добавление таблицы**, нажав кнопку **Закрыть.** На ленте появляется и автоматически активизируется новая вкладка **Работа с запросами / Конструктор**, на которой цветом выделен тип создаваемого запроса – **Выборка.**

3. В окне конструктора (рис. 2.1) последовательно перетащите из списка полей таблицы «Товар» поля **Наименование, Марка и Цена** в столбцы бланка запроса в строку **Поле**. Для этого необходимо щелкнуть двойным щелчком на имени поля таблицы в схеме данных запроса.

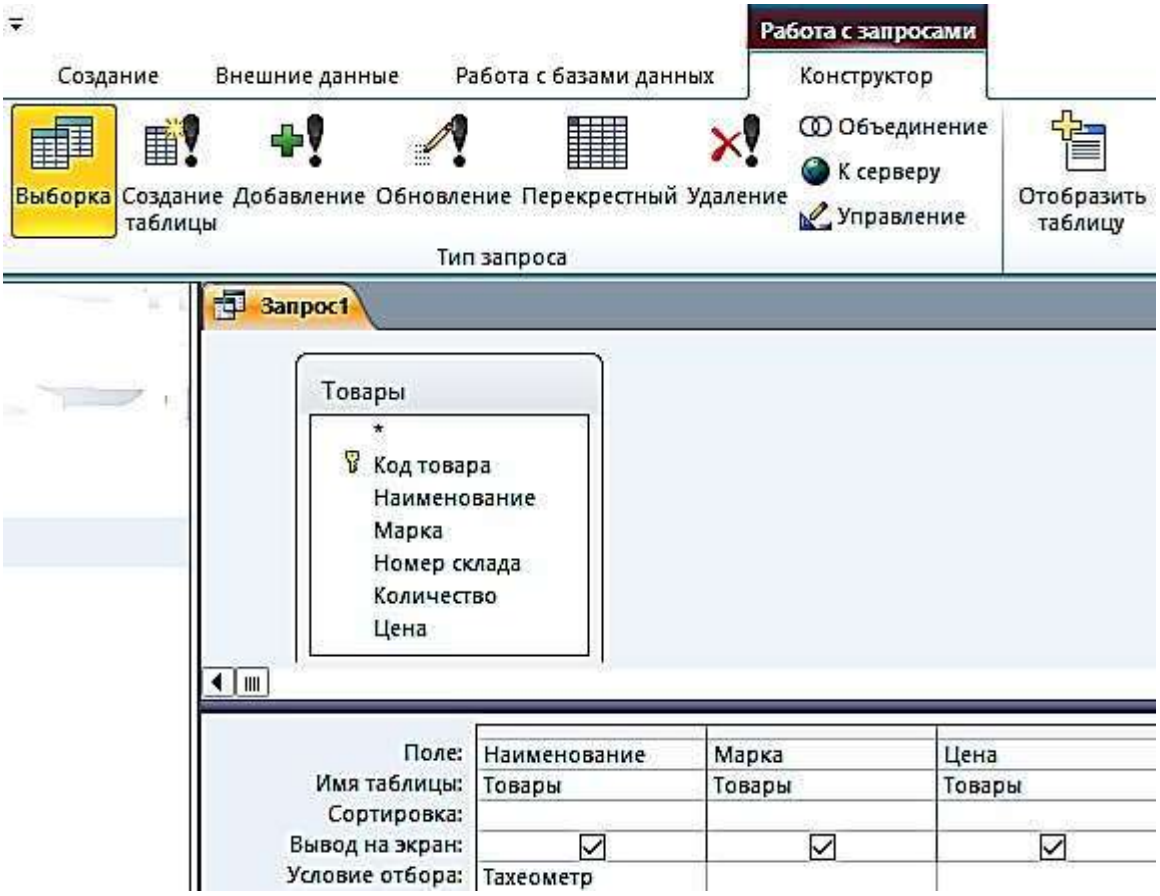


Рис. 2.1. Окно конструктора запроса на выборку

4. Запишите в строке **Условия отбора** наименование товара – Тахеометр. Используемое в выражении текстовое значение вводится в двойных кавычках, которые добавляются автоматически.

5. Выполните запрос, щелкнув по кнопке **Выполнить !** или на кнопке **Режим** в группе **Результаты**. На экране откроется окно запроса в режиме таблицы с записью из таблицы «Товар», отвечающий заданным условиям (рис. 2.2). Дайте ему имя **2_По наименованию Тахеометр**.

1_По наименованию Тахеометр

Наименование	Марка	Цена
Тахеометр	SP FOKUS 6	319 463,00 ₽
Тахеометр	SP FOKUS 6W	357 487,00 ₽
Тахеометр	Soutn NTS-365 R	225 000,00 ₽
Тахеометр	Soutn NTS-362 R	240 000,00 ₽

Рис. 2.2. Просмотр запроса в режиме «**Таблицы»**

Задание 2. Выбрать товары, цена которых менее 100 000 руб. и более 20 000 руб., и количество больше или равно 9

1. Создайте новый запрос в режиме конструктора, добавьте таблицу «Товар». В окне конструктора последовательно перетащите из списка полей таблицы «Товар» в бланк запроса поля (рис. 2.3).

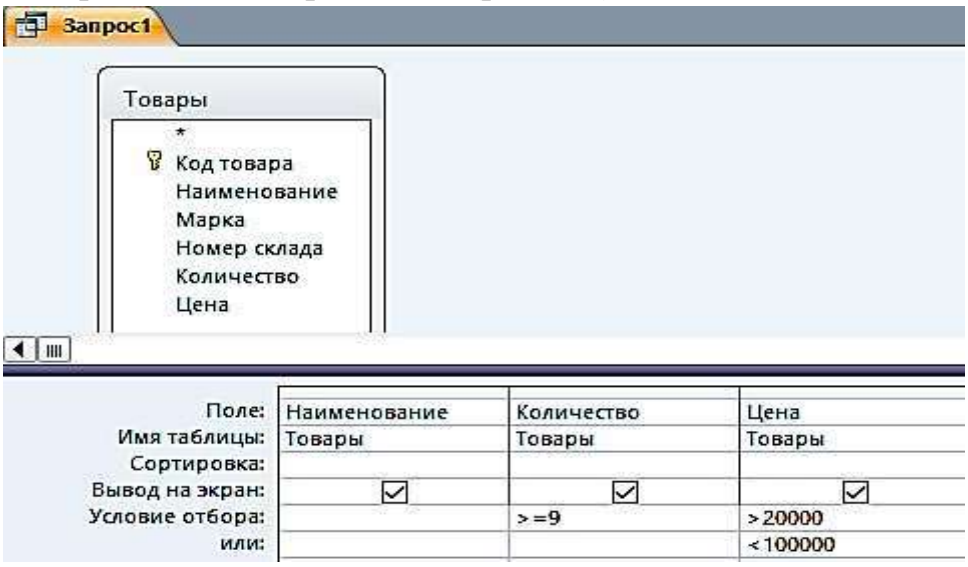


Рис. 2.3. Окно конструктора запроса на выборку с логическими операциями в условии отбора

2. Запишите **Условия отбора**, как показано в бланке запроса. Между условиями, записанными в одной строке, выполняется логическая операция AND. Между условиями, записанными в разных строках, выполняется логическая операция OR.

3. Выполните запрос. Дайте ему имя **2_Цена_количество** (рис. 2.4).

2_Цена_количество

Наименование	Количество	Цена
Теодолит	9	84 193,00 ₽
Теодолит	5	58 764,00 ₽
Теодолит	8	50 625,00 ₽
Теодолит	10	30 000,00 ₽
Нивелир	15	16 680,00 ₽
Нивелир	18	12 500,00 ₽

Рис. 2.4. Просмотр запроса в режиме «**Таблицы**»

Задание 3. Выбрать скидки, равные 10, за заданный период (после 25 января 2018 г.) (рис. 2.5, 2.6)

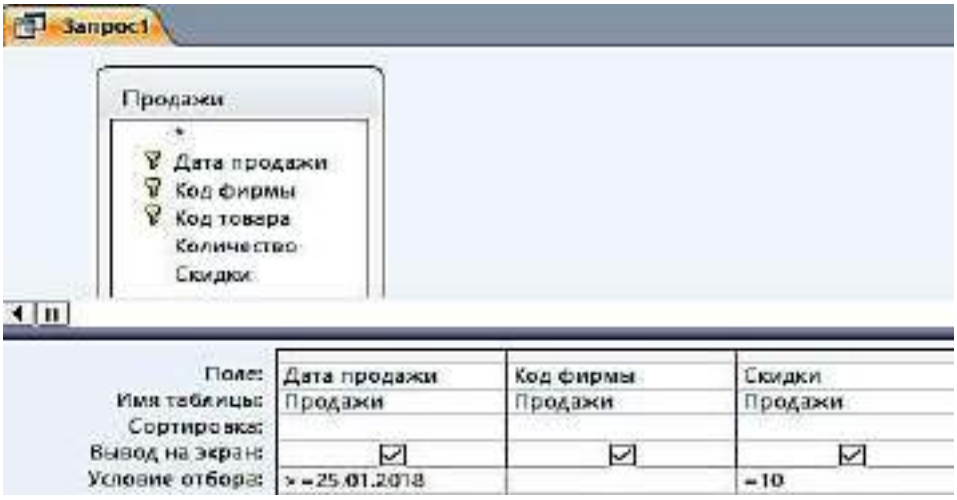


Рис. 2.5. Окно конструктора запроса на выборку
с логическими операциями в условии отбора

3_Дата_скидка

Дата прода	Код фирмы	Скидки
25.01.2018	2	10
30.01.2018	3	10
05.02.2018	4	10
10.02.2018	3	10
15.02.2018	3	10

Рис. 2.6. Просмотр запроса в режиме «**Таблицы**»

Вычисляемые поля в запросах

В запросе, как и в таблице, для каждой записи могут производиться вычисления с числовыми, строковыми значениями или со значениями дат с использованием данных из одного или нескольких полей. Результат вычисления образует в таблице запроса новое вычисляемое поле (рис. 2.7).

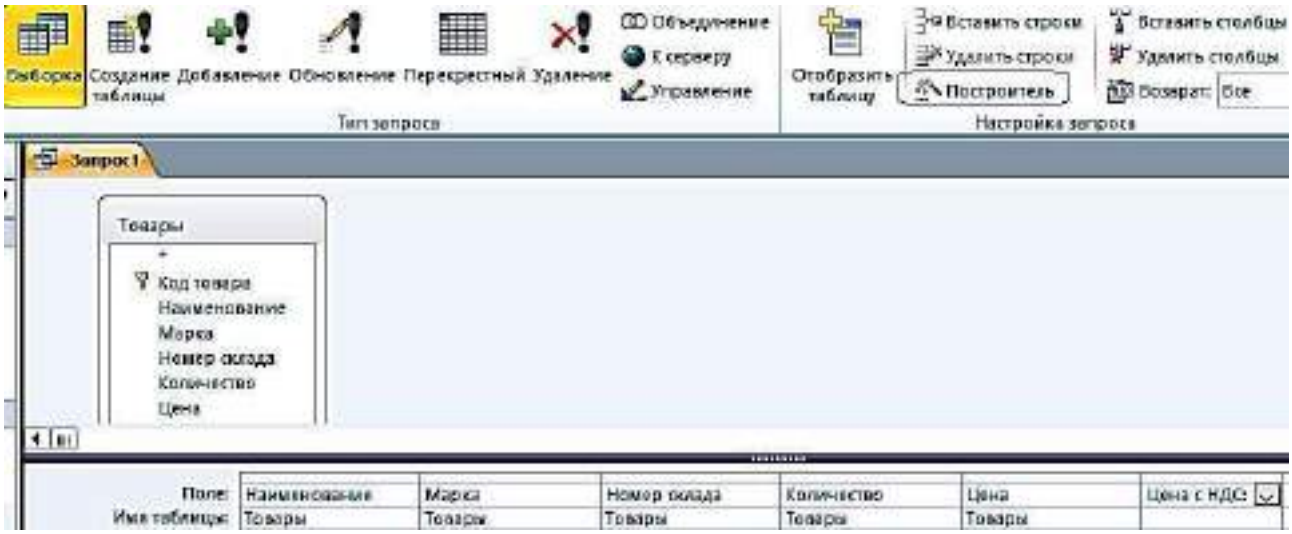


Рис. 2.7. Запрос с вычисляемым полем

Задание 4. В таблице «Товар» вычислить Цену с НДС, при ставке НДС 35 %

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку для таблицы «Товары». Перетащите в бланк запроса поля **Наименование, Марка, Номер склада, Количество, Цена** (рис. 2.8).

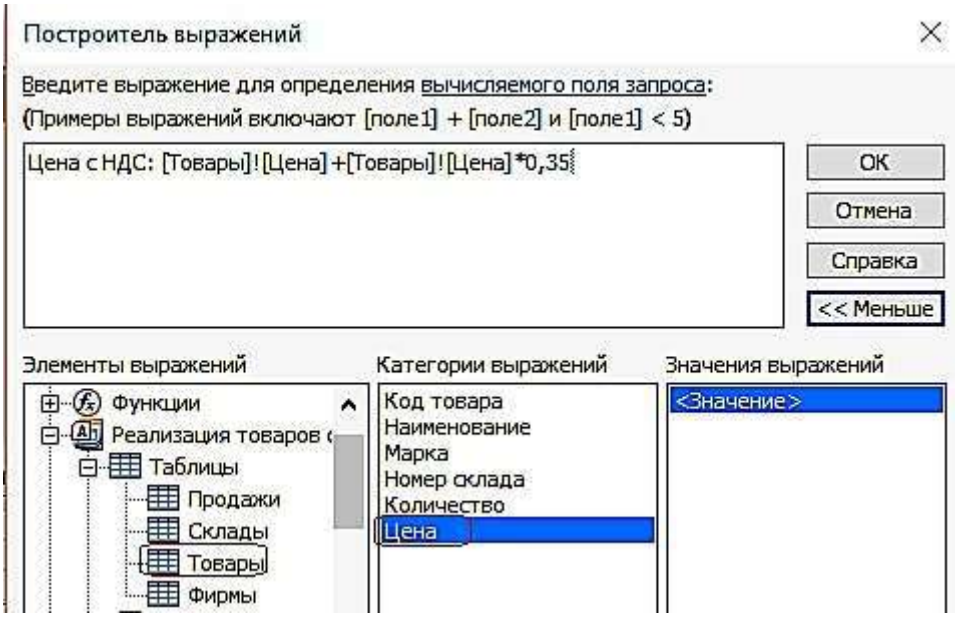


Рис. 2.8. Построитель выражений

2. Для подсчета цены с учетом НДС создайте после поля Цена вычисляемое поле **Цена с НДС** (с правой стороны) при помощи построителя.

3. Вызовите построитель выражений, нажав кнопку **Построитель** в группе **Настройка запроса** ленты «**Конструктор**». Курсор мыши должен быть установлен предварительно в ячейке ввода выражения.

4. В левой верхней части окна **Построитель выражений** (см. рис. 2.8) выберите свою базу данных «Реализация товаров со складов», далее выберите таблицу «**Товары**», на которой построен запрос. Справа отобразится список её полей. Последовательно выбирайте нужные поля и операторы, двойным щелчком вставляя в выражение. Выражение сформируется в верхней части окна. Обратите внимание – построитель перед именем поля указал имя таблицы, которой оно принадлежит, и отделил его от имени поля восклицательным знаком.

5. Слово «Выражение» удаляйте, иначе оно выдает, синтаксическую ошибку.

Полученный запрос «**4_Цена с НДС**» в режиме «**Таблицы»** изображен на рис. 2.9.

4_Цена с НДС

Наименование	Марка	Номер склада	Количество	Цена	Цена с НДС
Тахеометр	SP FOKUS 6	1	5	319 463,00 ₽	431 275,05 ₽
Тахеометр	SP FOKUS 6W	1	7	357 487,00 ₽	482 607,45 ₽
Тахеометр	Soutn NTS-365 R	2	6	225 000,00 ₽	303 750,00 ₽
Тахеометр	Soutn NTS-362 R	2	5	240 000,00 ₽	324 000,00 ₽
Теодолит	3Т2КП	3	9	84 193,00 ₽	113 660,55 ₽
Теодолит	4Т15П	3	5	58 764,00 ₽	79 331,40 ₽
Теодолит	4Т30П	3	8	50 625,00 ₽	68 343,75 ₽
Теодолит	VEGA TEO 5	3	10	30 000,00 ₽	40 500,00 ₽
Нивелир	4Н -2КЛ	4	15	16 680,00 ₽	22 518,00 ₽
Нивелир	4Н-3КЛ	4	18	12 500,00 ₽	16 875,00 ₽

Рис. 2.9. Просмотр запроса «**4_Цена с НДС**» в режиме «**Таблицы»**

Задание 5. В вычисляемых полях и условиях отбора можно использовать встроенные функции. Необходимо выбрать количество продаж, в заданном месяце

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку по таблице «Продажи».

2. Создайте вычисляемое поле **Заданный месяц** (в правой) пустой ячейке строки, записав туда одно из выражений: а Format([Продажи]![Дата продажи];"mmmm") – эта функция возвратит полное название месяца;

b или Format([Продажи]![Дата продажи];"mm") – эта функция возвратит номер месяца;

3. Для отбора продаж в заданном месяце, в вычисляемом поле в строку **Условие отбора** введите название месяца, например, – Январь, или номер месяца, например, 1, в соответствии с параметром в функции Format (рис. 2.10, 2.11).

Рис. 2.10. Запрос с функцией выделения из даты полного названия месяца в вычисляемом поле

5_Заданный месяц

Дата продажи	Код фирмы	Код товара	Количество	Заданный месяц
15.01.2018	4	10	10	Январь
19.01.2018	1	2	6	Январь
20.01.2018	3	5	8	Январь
25.01.2018	2	4	4	Январь
27.01.2018	1	1	4	Январь
30.01.2018	3	7	4	Январь

Рис. 2.11. Просмотр запроса «**5_Заданный месяц**» в режиме «**Таблицы**»

Параметры в запросах

При решении практических задач удобнее вводить выражение в условие отбора в процессе выполнения запроса в диалоге с пользователем, не переходя в режим конструктора. Обеспечить такой диалог можно с помощью *параметра запроса.* Имя параметра запроса задается в строке **Условие отбора** в квадратных скобках. При выполнении запроса это имя появиться в диалоговом окне **Введите значение параметра.**

Задание 6. Скопируйте запрос «5_Заданный месяц» и переименуйте его в «6_Параметрический запрос»

1. Замените в условии отбора рассмотренного запроса название месяца Январь на имя параметра – [Название месяца].

2. Выполните запрос. Открывшееся диалоговое окно (рис. 2.12) позволит ввести значение параметра запроса – **Название месяца**.

3. Введите Январь и получите результат.

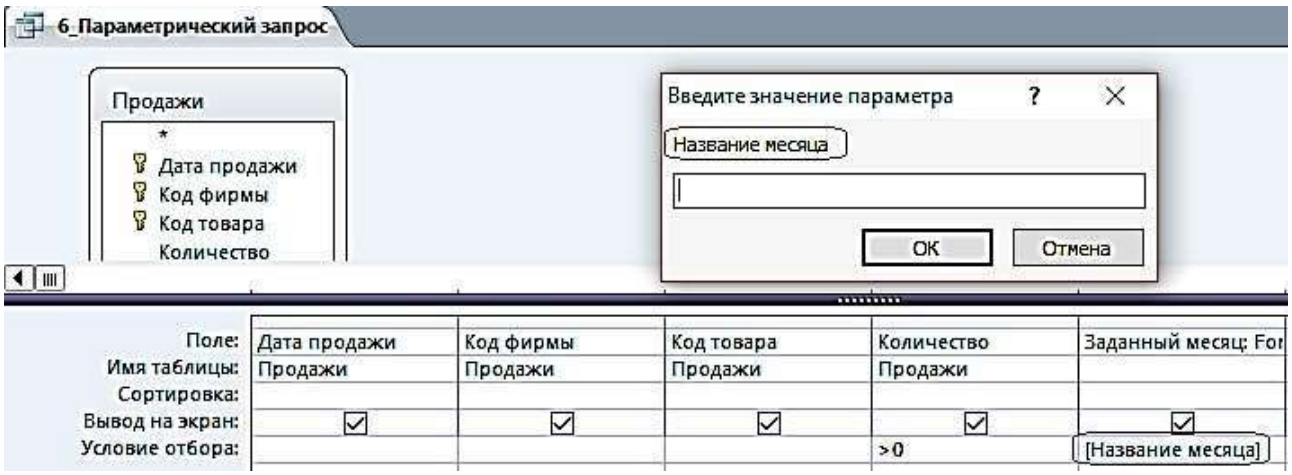


Рис. 2.12. Диалоговое окно ввода значения параметра

Параметры запроса могут быть использованы не только в выражениях условий отбора, но и для ввода значений операндов в вычисляемых полях.

Задание 7. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку для таблицы «Товар»

Перетащите в бланк запроса поля Наименование и Цена. Для увеличения цены на заданный процент в вычисляемое поле запишите выражение с параметром запроса [На сколько процентов увеличить?]/100 (рис. 2.13).

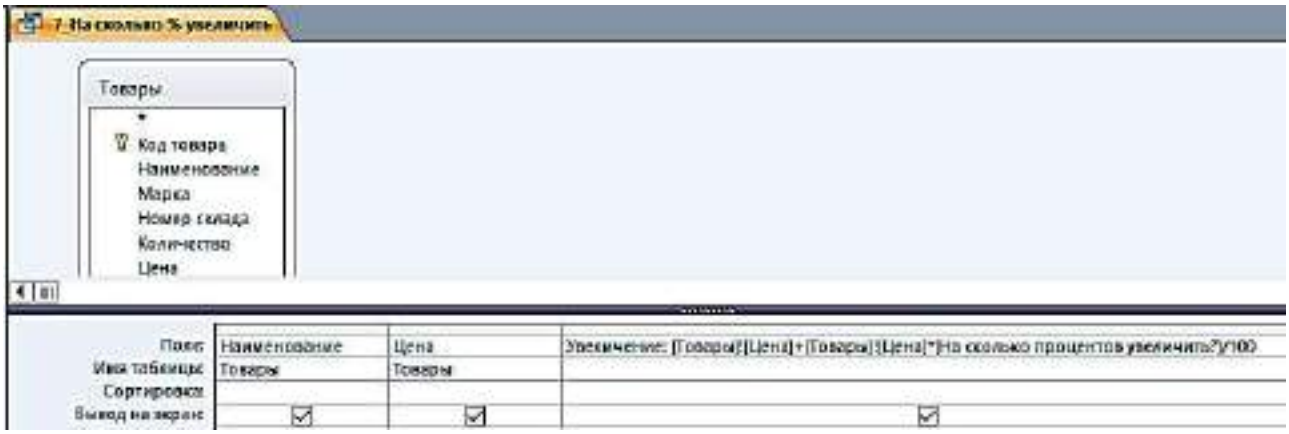


Рис. 2.13. Использование параметра в выражении вычисляемого поля

Задание 8. Скопируйте запрос «**7_На сколько % увеличить**» и переименуйте его в «**8_Проценты**» (рис. 2.14)

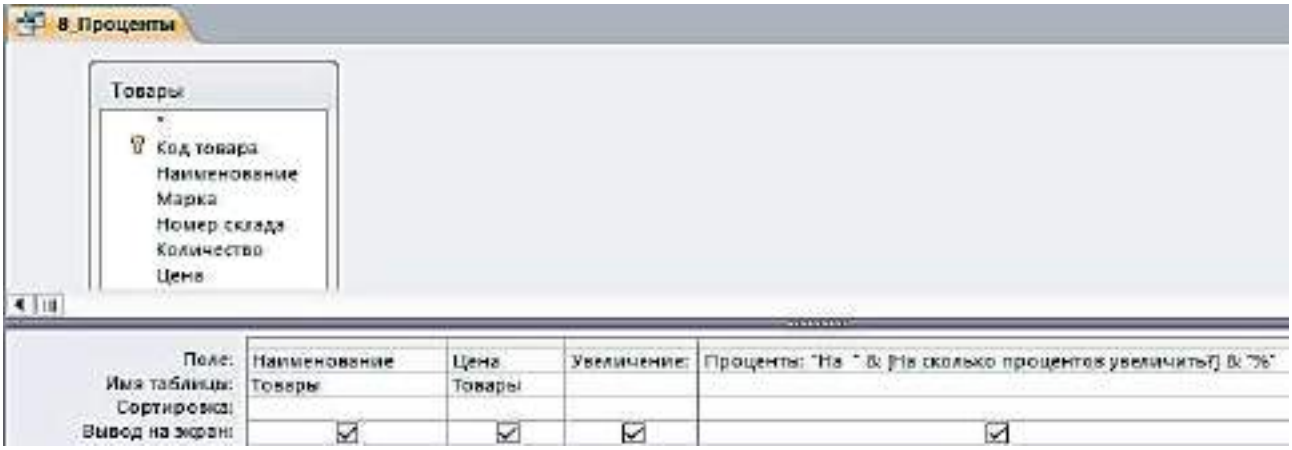


Рис. 2.14. Использование параметра в выражении вычисляемого поля «**Проценты**»

После выполнения предыдущего запроса в таблице отображается результат вычисления с использованием введенного значения параметра. Однако значение параметра при этом не выводится. Для отображения в таблице запроса введенного значения параметра дополните запрос ещё одним вычисляемым полем, в котором запишите выражение:

Проценты: "На " & [На сколько процентов увеличить?] & "%".

Теперь в таблице запроса появится поле «**Проценты»**, в котором будет записано, например, при вводе 35 – **На 35 %** (рис. 2.15).

8_Проценты

Наименование	Цена	Увеличение	Проценты
Тахеометр	319 463,00 ₽	431 275,05 ₽	На 35%
Тахеометр	357 487,00 ₽	482 607,45 ₽	На 35%
Тахеометр	225 000,00 ₽	303 750,00 ₽	На 35%
Тахеометр	240 000,00 ₽	324 000,00 ₽	На 35%
Теодолит	84 193,00 ₽	113 660,55 ₽	На 35%
Теодолит	58 764,00 ₽	79 331,40 ₽	На 35%
Теодолит	50 625,00 ₽	68 343,75 ₽	На 35%
Теодолит	30 000,00 ₽	40 500,00 ₽	На 35%
Нивелир	16 680,00 ₽	22 518,00 ₽	На 35%
Нивелир	12 500,00 ₽	16 875,00 ₽	На 35%

Рис. 2.15. Просмотр запроса «**8_Проценты**» в режиме «**Таблицы**»

Групповые операции в запросах

Групповые операции позволяют выделить группы записей с одинаковыми значениями в указанных полях и вычислить итоговые данные для каждой из групп по др. полям, используя одну из статистических функций. Статистические функции применимы к полям с типом данных **Числовой, Денежный, Дата и время**.

Задание 9. Запрос с функцией **Sum**

Определите суммарное количество и цену каждого из товаров.

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку из таблицы «**Товары**».

2. Из списка таблицы перетащите в бланк запроса поле «**Наименование**». По этому полю будет производиться группировка записей таблицы.

3. Перетащите в бланк запроса поля «**Количество**» и «**Цена**», по которым будет подсчитываться суммарное количество каждого из товаров.

4. Выполните команду **Итоги** из группы **Показать или Скрыть**. В бланке запроса появится новая строка **Групповая операция** со значением **Группировка** во всех полях запроса.

5. В столбцах «**Количество**» и «**Цена**» замените слово **Группировка** на функцию **Sum**. Для этого вызовите раскрывающийся список и выберите эту функцию (рис. 2.16).

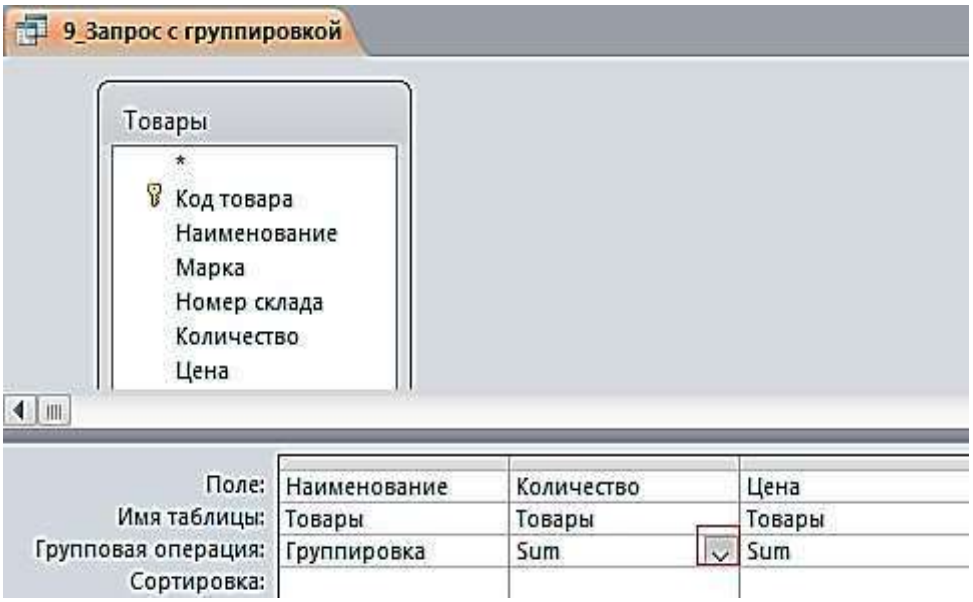


Рис. 2.16. Запрос с группировкой по коду товара и суммированием количества и цены в группе

6. Для отображения результата запроса (рис. 2.17) щелкните по кнопке **Выполнить** в группе **Результаты**.

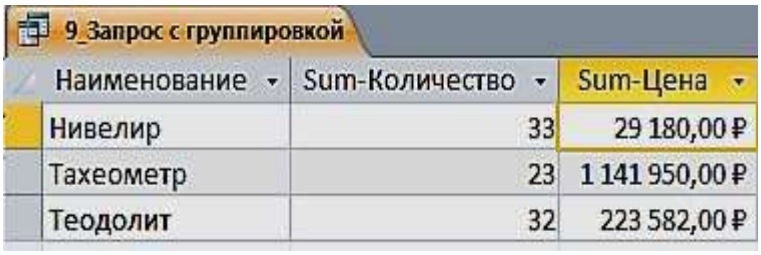


Рис. 2.17. Результат подсчета суммарного количества и цены

Задание 10. Запрос с функцией **Count**

Определите, сколько раз продавался товар по коду фирмы.

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку из таблицы «Продажи».

2. Из списка таблицы перетащите в бланк запроса поле «**Код фирмы**». По этому полю будет производиться группировка записей таблицы.

3. Перетащите в бланк запроса поле «**Количество**», по которому будет происходить подсчет числа товаров с одинаковыми номерами фирм.

4. Выполните команду **Итоги** из группы **Показать или Скрыть**. В бланке запроса появится новая строка **Групповая операция** со значением **Группировка** во всех полях запроса.

5. В столбце «**Количество**» замените слово **Группировка** на функцию Count. Для этого вызовите раскрывающийся список и выберите эту функцию
(рис. 2.18).

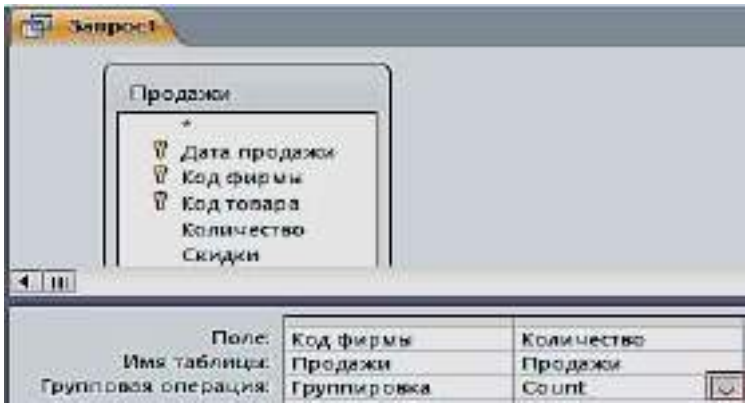


Рис. 2.18. Запрос для подсчета количества товара по коду фирмы

6. Сохраните запрос под именем «**10_Число продаж по коду фирмы**». Результат запроса показан на рис. 2.19.

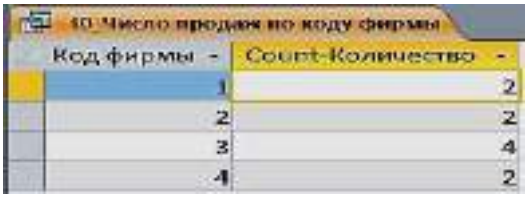


Рис. 2.19. Результат подсчета количества товара по коду фирмы

Задание 11. Запрос с отображением строки итогов по столбцу

Строка итогов используется для быстрого расчета и отображения в столбце таблицы или запроса в режиме таблицы таких значений, как итоговая сумма, среднее, минимальное и максимальное, количество значений.

1. Для добавления строки итогов в таблицу запроса откройте запрос «**1_По наименованию тахеометр»** в режиме таблицы. На вкладке ленты **Главная** в группе **Записи** выполните команду **Итоги**. В таблице отобразится строка **Итог**.

2. В строке **Итог** нажмите кнопку раскрывающегося списка в столбце «**Цена**», для которого требуется выполнить расчет, и выберите в списке **Сумма** (рис. 2.20).

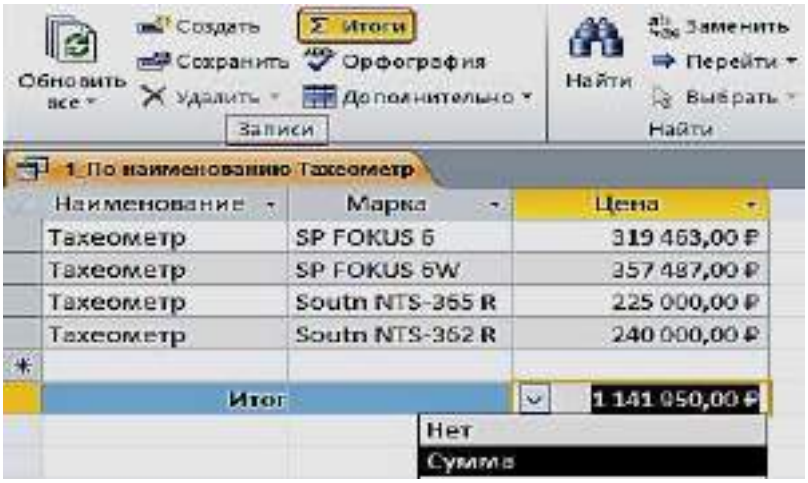


Рис. 2.20. Результат отображения строки итогов с расчетом суммы по столбцу

3. Для того, чтобы скрыть строку итогов, повторно выполните команду **Итоги**.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3
Работа с многотабличными запросами

Многотабличный запрос позволяет сформировать записи результата путем объединения взаимосвязанных записей из таблиц базы данных и выбора из них нужных полей и записей. Многотабличный запрос часто осуществляет объединение данных, которые на этапе проектирования были разделены на множество таблиц, отвечающих требованиям нормализации.

При конструировании многотабличного запроса важнейшим условием является правильное представление о том, как идет объединение записей таблиц при формировании результата.

Рассмотрим технологию конструирования многотабличного запроса на выборку для расчета разности количества товаров и количества проданных товаров.

Задание 1. Запрос с вычисляемым полем «**Остаток**»

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку для таблиц «**Товары**» и «**Продажи**». Перетащите в бланк запроса из таблицы «**Товары**» поля «**Наименование**», «**Марка**», «**Количество»**, и из таблицы «**Продажи**» поле «**Количество**».

2. Для подсчета разности количества товаров создайте после поля «**Количество**», вычисляемое поле «**Остаток**» (с правой стороны), при помощи построителя (рис. 3.1).

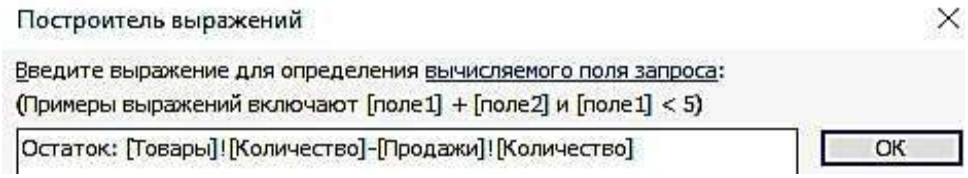


Рис. 3.1. Построитель выражений

3. Вызовите построитель выражений, нажав кнопку **Построитель** в группе **Настройка запроса** ленты «**Конструктор**». Курсор мыши должен быть установлен предварительно в ячейке ввода выражения (рис. 3.2).

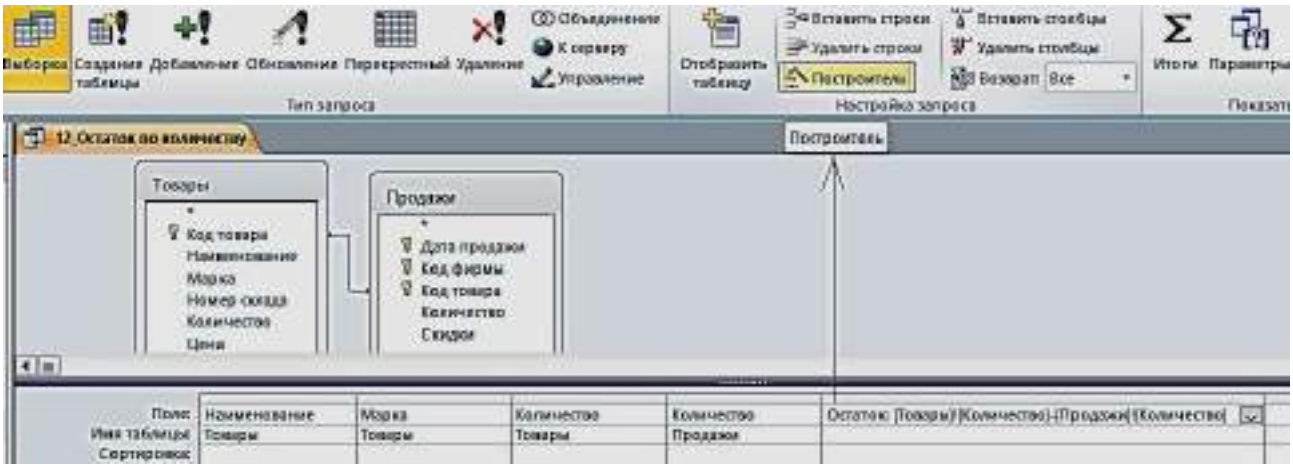


Рис. 3.2. Запрос с вычисляемым полем

4. В левой части окна **Построитель выражений** выберите свою базу данных «**Реализация товаров со складов**», далее выберите таблицу «**Товары**». Справа отобразится список её полей. Выберите поле «**Количество**» и знак минус, двойным щелчком вставляя в выражение. Снова выберите таблицу «**Продажи**» и поле «**Количество**» (рис. 3.3).

12_Остаток по количеству

Наименование	Марка	Товары.Количество	Продажи.Количество	Остаток
Тахеометр	SP FOKUS 6	5	4	1
Тахеометр	SP FOKUS 6W	7	6	1
Тахеометр	Soutn NTS-365 R	6	5	1
Тахеометр	Soutn NTS-362 R	5	4	1
Теодолит	3Т2КП	9	8	1
Теодолит	3Т2КП	9	8	1
Теодолит	4Т30П	8	4	4
Теодолит	VEGA TEO 5	10	9	1
Нивелир	4Н -2КЛ	15	10	5
Нивелир	4Н-3КЛ	18	10	8

Рис. 3.3 Результат запроса «**Остаток по количеству**»

5. Слово «Выражение» удаляйте, оно выдает, синтаксическую ошибку.

Задание 2. Формирование запроса об увеличении цены на 15 % в феврале месяце

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку для таблиц «**Товары**» и «**Продажи**». Перетащите в бланк запроса из таблицы «**Продажи**» поле «**Дата продажи**», а из таблицы «**Товары**» поля «**Наименование**», «**Марка**», «**Номер склада**», «**Количество**», «**Цена**».

2. Создайте новое поле «**Новая цена**». Для этого создайте после поля Цена, вычисляемое поле «**Новая Цена**» (с правой стороны) при помощи построителя.

3. Вызовите построитель выражений, нажав кнопку **Построитель** в группе **Настройка запроса** ленты «**Конструктор**». Курсор мыши должен быть установлен предварительно в ячейке ввода выражения. В окне «**Построитель выражений**» выбрать «**Элементы выражений**», в нем найти название своей базы данных, затем Таблицы «**Товары**» и в поле «**Категории выражений**» выбрать «**Цена**», а с клавиатуры набрать «*1,05».

4. В поле «**Дата продажи**» введите условие отбора >=01.02.2018 (рис. 3.4).

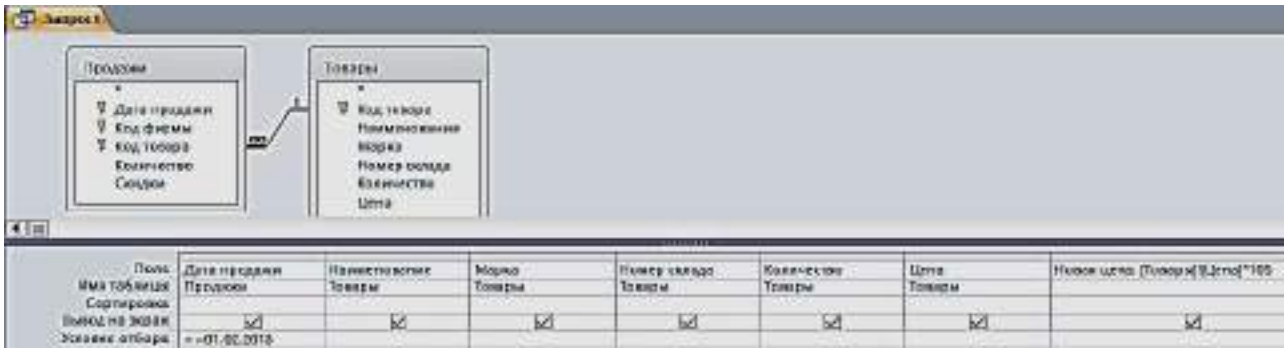
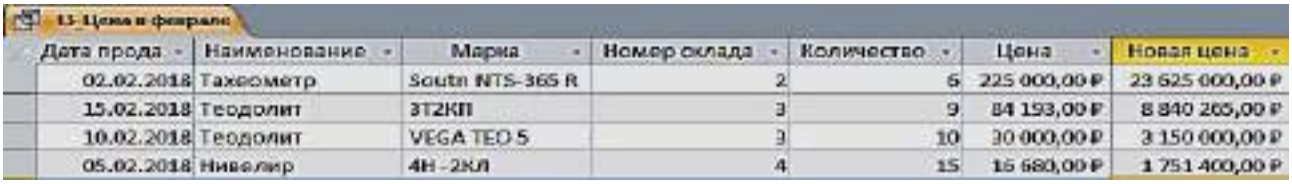


Рис. 3.4. Запрос «**Новая цена**» в режиме конструктора

5. Сохранить запрос с именем «**Новая цена**» (рис. 3.5).



Дата прода	Наименование	Марка	Номер склада	Количество	Цена	Новая цена
02.02.2018	Тахеометр	South NTS-365 R	2	6	225 000,00 ₽	23 625 000,00 ₽
15.02.2018	Теодолит	3Т2КП	3	9	84 193,00 ₽	8 840 265,00 ₽
10.02.2018	Теодолит	VEGA TEO 5	3	10	30 000,00 ₽	3 150 000,00 ₽
05.02.2018	Нивелир	4Н-2КЛ	4	15	16 680,00 ₽	1 751 400,00 ₽

Рис. 3.5. Результат запроса «**Новая цена**»

Задание 3. Создание запроса о товарах на складе в г. Екатеринбурге (рис. 3.6, 3.7)

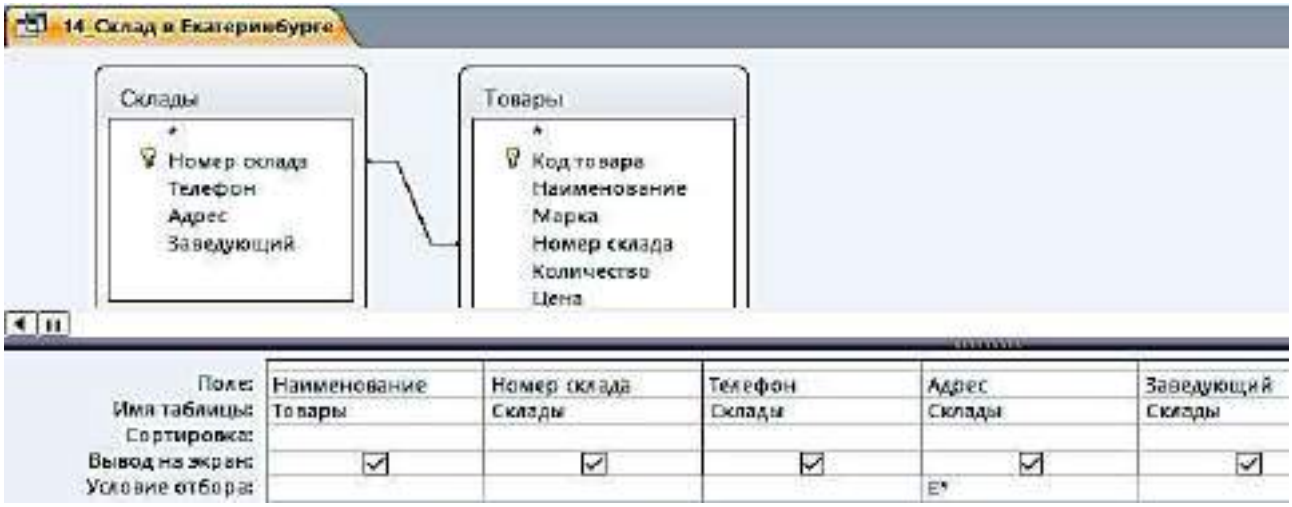


Рис. 3.6. Запрос «**Склад в Екатеринбурге**» в режиме Конструктора

14_Склад в Екатеринбурге

Наименование	Номер склада	Телефон	Адрес	Заведующий
Тахеометр	1	(343)381-88-88	Екатеринбург, пер. Базовый, 7	Амелина И.В.
Тахеометр	1	(343)381-88-88	Екатеринбург, пер. Базовый, 7	Амелина И.В.
Теодолит	3	(343)275-18-22	Екатеринбург, Монтажников, 18а	Куликова А.Н.
Теодолит	3	(343)275-18-22	Екатеринбург, Монтажников, 18а	Куликова А.Н.
Теодолит	3	(343)275-18-22	Екатеринбург, Монтажников, 18а	Куликова А.Н.
Теодолит	3	(343)275-18-22	Екатеринбург, Монтажников, 18а	Куликова А.Н.
Нивелир	4	(343)310-22-22	Екатеринбург, Радищева, 4	Ромашенко К.Д.
Нивелир	4	(343)310-22-22	Екатеринбург, Радищева, 4	Ромашенко К.Д.

Рис. 3.7. Результат запроса «**Склад в Екатеринбурге**»

Задание 4. Создание запроса о товарах в феврале, с вычисляемым полем «**Сумма**» и отображения строки итогов с расчетом суммы по этому столбцу (рис. 3.8, 3.9)

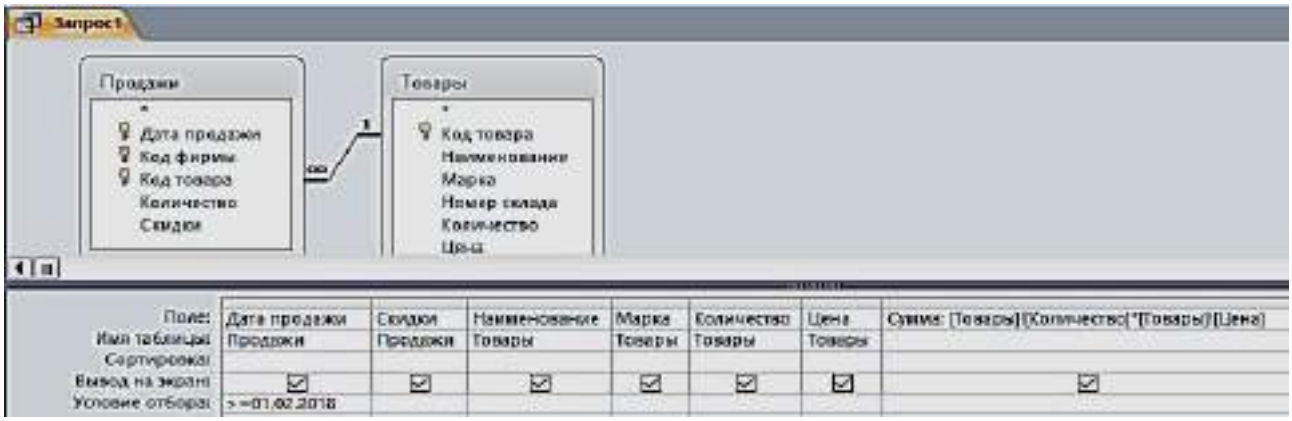


Рис. 3.8. Запрос «**Стоимость**» в режиме Конструктора

15_Стоимость

Дата прода	Скидки	Наименование	Марка	Количество	Цена	Сумма
02.02.2018	5	Тахеометр	South NTS-365 R	6	225 000,00 ₽	1 350 000,00 ₽
15.02.2018	10	Теодолит	3Т2КП	9	84 193,00 ₽	757 737,00 ₽
10.02.2018	10	Теодолит	VEGA TEO 5	10	30 000,00 ₽	300 000,00 ₽
05.02.2018	10	Нивелир	4Н-2КЛ	15	16 680,00 ₽	250 200,00 ₽
*						
Итог						2 657 937,00 ₽

Нет
Сумма

Рис. 3.9. Результат запроса «**Стоимость**» и итог с расчетом суммы по столбцу

Задание 5. Создание запроса из четырех таблиц (рис. 3.10, рис. 3.11)

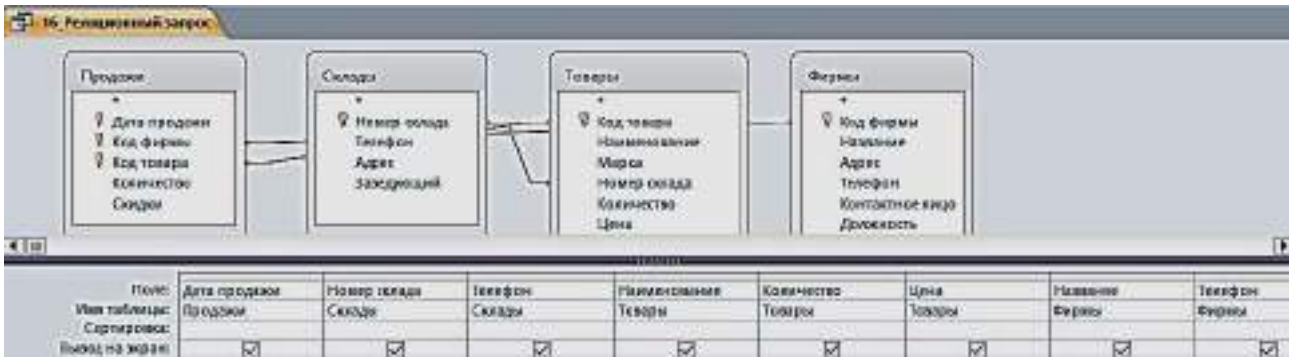


Рис. 3.10. Реляционный запрос в режиме Конструктора

16_Реляционный запрос

Дата продажи	Номер склада	Склады.Телефон	Наименование	Количество	Цена	Название	Фирмы.Телефон
15.01.2018	4	(343)310-22-22	Нивелир	18	32 500,00 ₽	ГеоСтройПрибор	(473)271-21-44
19.01.2018	1	(343)381-88-88	Тахеометр	7	357 487,00 ₽	ООО "Геомар Недра"	(495)618-05-10
20.01.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	9	84 193,00 ₽	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45
25.01.2018	2	(343)379-51-62	Тахеометр	5	240 000,00 ₽	ООО "Навгеоком"	(343)253-53-55
27.01.2018	1	(343)381-88-88	Тахеометр	5	319 463,00 ₽	ООО "Геомар Недра"	(495)618-05-10
30.01.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	8	50 625,00 ₽	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45
02.02.2018	2	(343)379-51-62	Тахеометр	6	225 000,00 ₽	ООО "Навгеоком"	(343)253-53-55
05.02.2018	4	(343)310-22-22	Нивелир	15	16 680,00 ₽	ГеоСтройПрибор	(473)271-21-44
10.02.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	10	30 000,00 ₽	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45
15.02.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	9	84 193,00 ₽	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45

Рис. 3.11. Результат сложного запроса

Запросы на изменение

К запросам на изменение относятся запросы на обновление данных в записях таблицы базы, на добавление и удаление записей из таблицы, а также запросы на создание таблицы из записей, сформированных в нем.

Задание 6. Создать запрос на обновление таблицы «Товары». Увеличьте цену товара на 20 %:

1. Создайте запрос на выборку, путем отбора соответствующих полей. Присвойте ему имя «**17_Обновление**».

2. Откройте этот запрос в режиме Конструктора. Выполните команду **Запрос – Обновление** – Введите в строке «**Обновление**» выражение для новых значений [Цена]*1,2 (рис. 3.12). Закройте запрос. У запроса изменится вид значка. Проверьте правильность его выполнения (рис. 3.13).

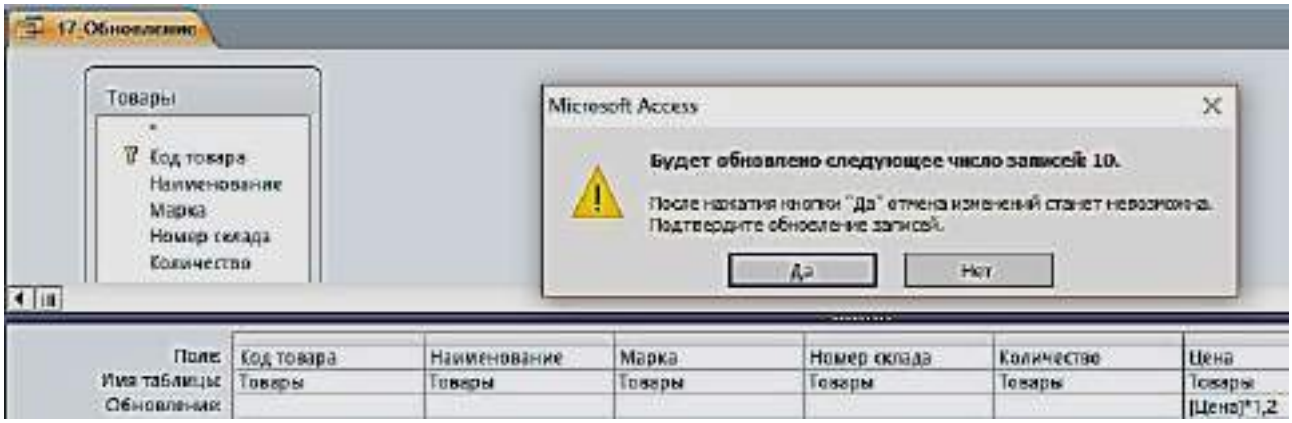


Рис. 3.12. Запрос на обновление в режиме Конструктора

Рис. 3.13. С правой стороны результат обновления таблицы

Цена
319 463,00 ₽
357 487,00 ₽
225 000,00 ₽
240 000,00 ₽
84 193,00 ₽
58 764,00 ₽
50 625,00 ₽
30 000,00 ₽
16 680,00 ₽
12 500,00 ₽

17_Обновление

Цена
383 355,60 ₽
428 984,40 ₽
270 000,00 ₽
288 000,00 ₽
101 031,60 ₽
70 516,80 ₽
60 750,00 ₽
36 000,00 ₽
20 016,00 ₽
15 000,00 ₽

Задание 6. Создать запрос на создание новой таблицы «18_Создание таблицы»:

1. Создайте запрос на выборку по всем таблицам путем отбора нужных полей. Присвойте ему имя и проверьте правильность его выполнения.

2. В области навигации выделите названный запрос и с помощью команды контекстного меню откройте его в режиме Конструктора.

3. Преобразуйте этот запрос на выборку в запрос на создание таблицы, выполнив команду **Создание таблицы** в группе **Тип запроса** на

вкладке Конструктора, или выбрав команду контекстного меню запроса **Тип запроса – Создание таблицы.**

4. В окне **Создание таблицы** введите имя создаваемой таблицы «Объединенная» (рис. 3.14).

5. Для того чтобы просмотреть, какие записи будут помещены в новую таблицу, щелкните по кнопке **Режим** на ленте Конструктора запросов в группе **Результаты**.

6. Выполните запрос. Откроется окно сообщений с запрашиваемым разрешением (рис. 3.15). Подтвердите согласие на создание новой таблицы. После этого таблицу можно увидеть в списке таблиц области навигации (рис. 3.16).

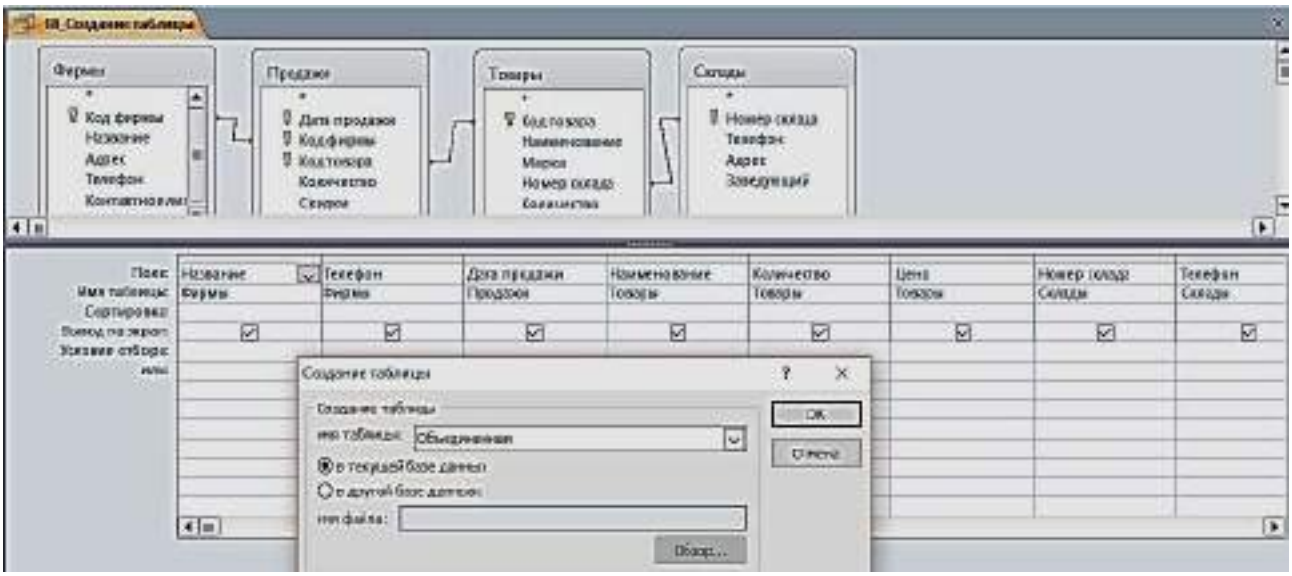


Рис. 3.14. Определение имени таблицы, создаваемой в запросе

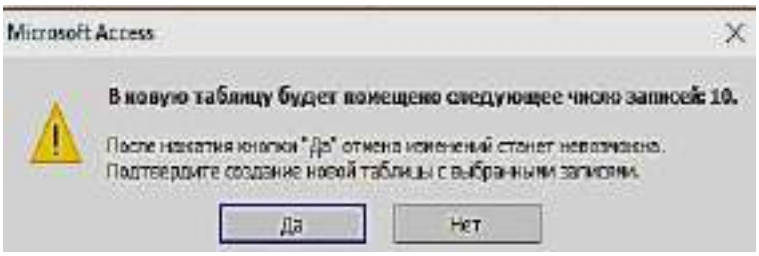


Рис. 3.15. Окно сообщений

Объединенная

Название	Фирмы_Телефон	Дата продажи	Наименование	Количество	Цена	Номер склада	Склады_Телефон
ООО "Геомар Недра"	4956180510	19.01.2018	Тахеометр	7	428 984,40 ₽	1	3433818888
ООО "Геомар Недра"	4956180510	27.01.2018	Тахеометр	5	383 355,60 ₽	1	3433818888
ООО "Навгеоком"	3432535355	25.01.2018	Тахеометр	5	288 000,00 ₽	2	3433795102
ООО "Навгеоком"	3432535355	02.02.2018	Тахеометр	6	270 000,00 ₽	2	3433795102
ООО "А-ГЕО"	9049957045	20.01.2018	Теодолит	9	101 031,60 ₽	3	3432751822
ООО "А-ГЕО"	9049957045	30.01.2018	Теодолит	8	90 750,00 ₽	3	3432751822
ООО "А-ГЕО"	9049957045	10.02.2018	Теодолит	10	36 000,00 ₽	3	3432751822
ООО "А-ГЕО"	9049957045	15.02.2018	Теодолит	9	101 031,60 ₽	3	3432751822
ГеоСтройПрибор	4732712144	15.01.2018	Нивелир	18	15 000,00 ₽	4	3433102221
ГеоСтройПрибор	4732712144	05.02.2018	Нивелир	15	20 016,00 ₽	4	3433102221

Рис. 3.16. Результат запроса на создание новой таблицы

Задание для самостоятельной работы

1. По таблице «Товары» сформировать запрос по наименованию товаров на букву Т.
2. По таблице «Товары» сформировать запрос на выборку товаров, цена которых более 100 000 рублей и количество больше или равно 5.
3. По таблице «Продажи» сформировать запрос на выборку товаров, скидки которых равны 5, за период меньше или равный 02 февраля 2018 г.
4. По таблице «**Товары**» сформировать запрос с вычисляемым полем, вычислить цену с НДС, при ставке 18 %.
5. Создать параметрический запрос, в котором выдавалось бы сообщение «**Введите наименование товара**».
6. По таблице «**Товары**» сформировать запрос с вычисляемым полем, об увеличении цены на 10 % в январе месяце.
7. По таблице «**Товары**» сформировать запрос с вычисляемым полем, вычислить сумму за январь.
8. По таблице «**Товары**» сформировать запрос с вычисляемым полем, найти увеличение количества нивелиров в 2 раза.
9. Создать новую таблицу, состоящую из таблиц «**Продажи**» и «**Фирмы**», с полями на ваш выбор (поле – количество обязательно).
10. По новой созданной таблице создать запрос на обновление количества товара в 3 раза.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4
Работа с формами

Формы являются основой разработки диалоговых приложений пользователя с базой данных. Работая с формой, пользователь может добавлять, удалять и изменять записи таблиц, получать расчетные данные. Форма состоит из элементов управления, которые отображают поля таблиц и графические элементы, не связанные с полями таблиц. Элементы управления предназначены для разработки макета формы: размещение полей таблиц и запросов, надписей, внедряемых объектов (рисунков, диаграмм), вычисляемых полей, кнопок, выполняющих печать и открывающих др. объекты или задачи.

Однотабличная форма предназначена для загрузки, просмотра и корректировки данных одной таблицы. Источником данных такой формы служит единственная таблица. Она может быть создана одним щелчком мыши с помощью команд автоматического создания формы: **Форма, Разделенная форма** или **Несколько элементов**, размещенных на вкладке **Создание** в группе **Формы** (рис. 4.1).

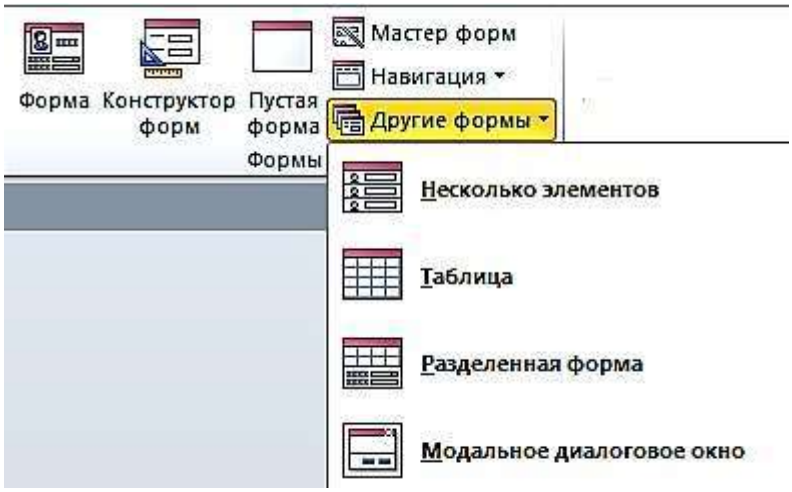


Рис. 4.1. Команды группы формы на вкладке ленты **Создание**

Задание 1. Создать однотабличную форму «**Товары для ввода, просмотра и корректировки данных»** таблицы «**Товары**». Чтобы источником записей формы стала таблица «**Товары»**, выберите её в области навигации и выполните команду форма на вкладке **Создание**. Эта команда обеспечит автоматическое создание формы на основе только выбранной таблицы (рис. 4.2).

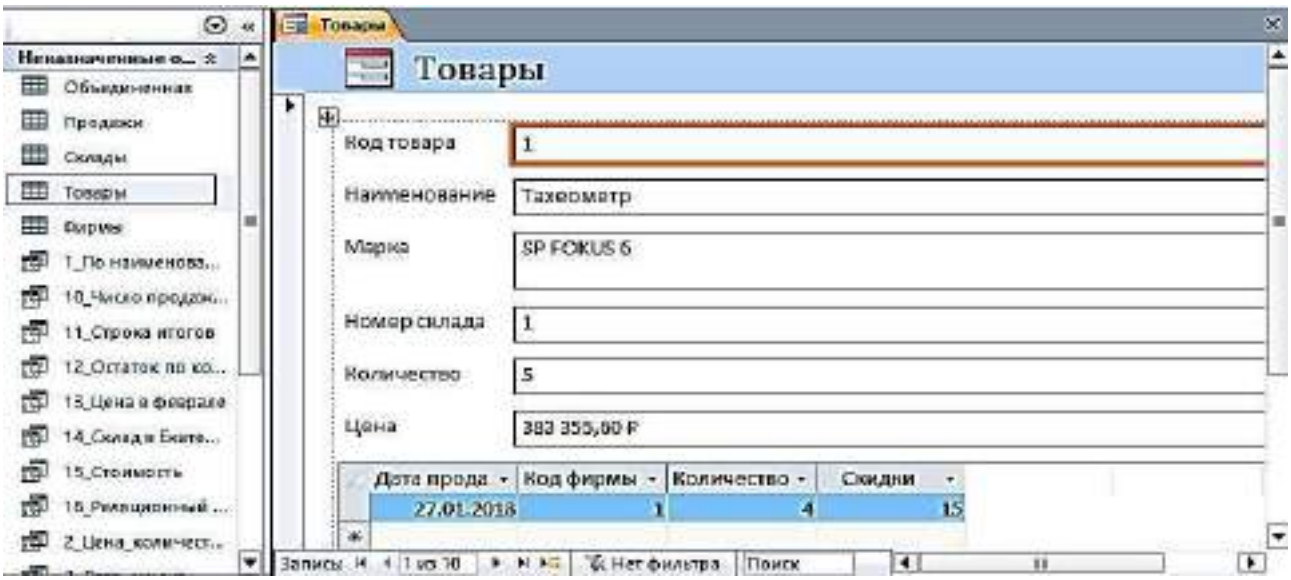


Рис. 4.2. Форма, полученная по команде **Форма**, для работы с таблицей «**Товары**»

Условное форматирование элементов управления

Для изменения внешнего вида элемента управления в форме**,** в зависимости от одного или нескольких условий используйте условное форматирование.

Задание 2. Изменить в форме «**Товары**» цвет денежных значений в поле «**Цена**» на красный, заливку на желтый, шрифт жирный, когда они оказываются выше заданной величины, например, 100 000 руб.

1. Выберите поле Цена, в котором нужно произвести изменения. На вкладке ленты **Формат** в группе **Форматирование элементов управления** выберите команду **Условное форматирование**. Откроется диалоговое окно **Диспетчер правил условного форматирования** (рис. 4.3).

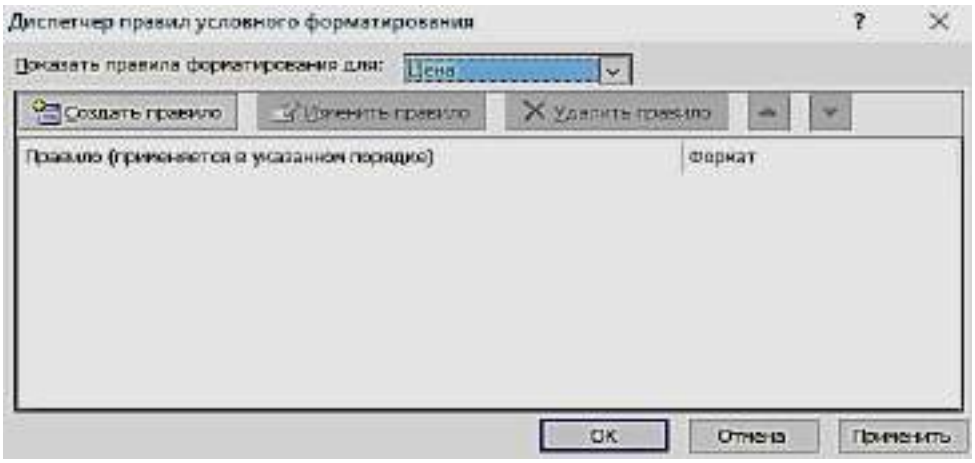


Рис. 4.3. Окно с пустым списком правил форматирования

2. Чтобы создать первое правило условного форматирования щелкните по кнопке **Создать правило**.

3. В окне **Новое правило форматирования** выберите тип правила и сформируйте описание правил, согласно которым будет производиться заданное форматирование поля.

4. В первом поле со списком выберите пункт **Значения поля**, во втором выберите тип сравнения – **больше** и введите постоянное значение в третье поле – 100000, не используя знака денежных единиц.

5. Выберите начертание шрифта, цвет и другие параметры форматирования. Нажмите кнопку ОК (рис. 4.4).

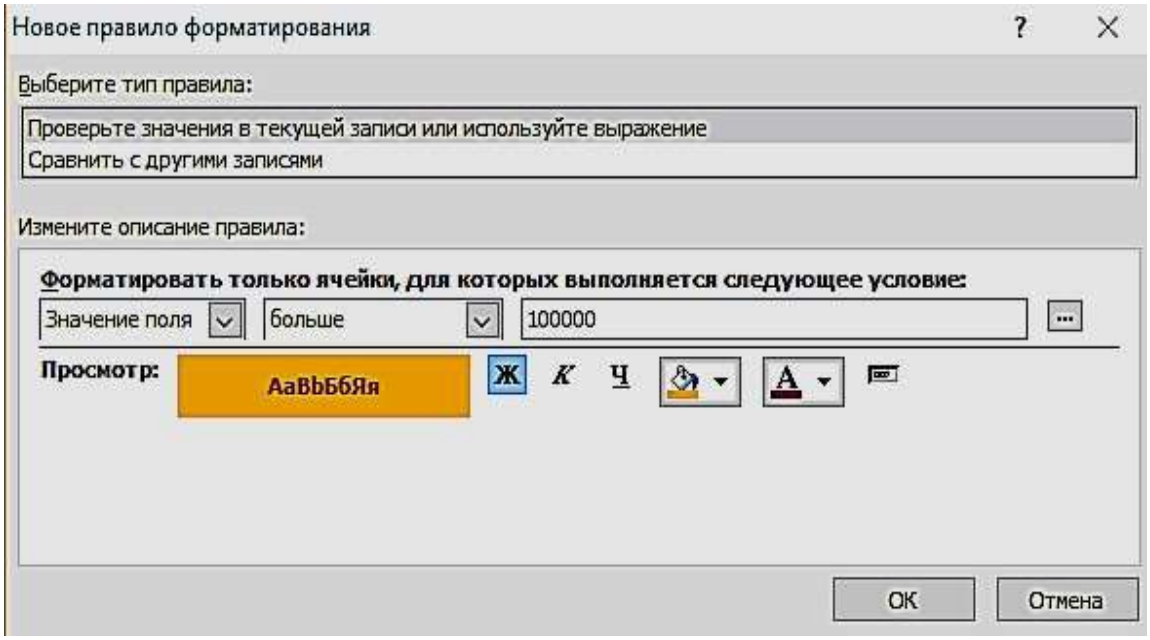


Рис. 4.4. Окно определения условий форматирования

Задание 3. Создать однотабличную форму «**Склады**». Для создания выбрать таблицу «**Склады**», использовать команду **Форма**, автоматически будет создана форма, содержащая встроенную подчиненную таблицу «**Товары**». Источником записей главной формы будет таблица «**Склады**». Такое поведение команды **Форма** вызвано тем, что таблица «**Склады**» имеет подчиненную таблицу «**Товары**», с которой она находиться в отношении 1**:**∞, и эта связь определена в схеме данных (рис. 4.5).

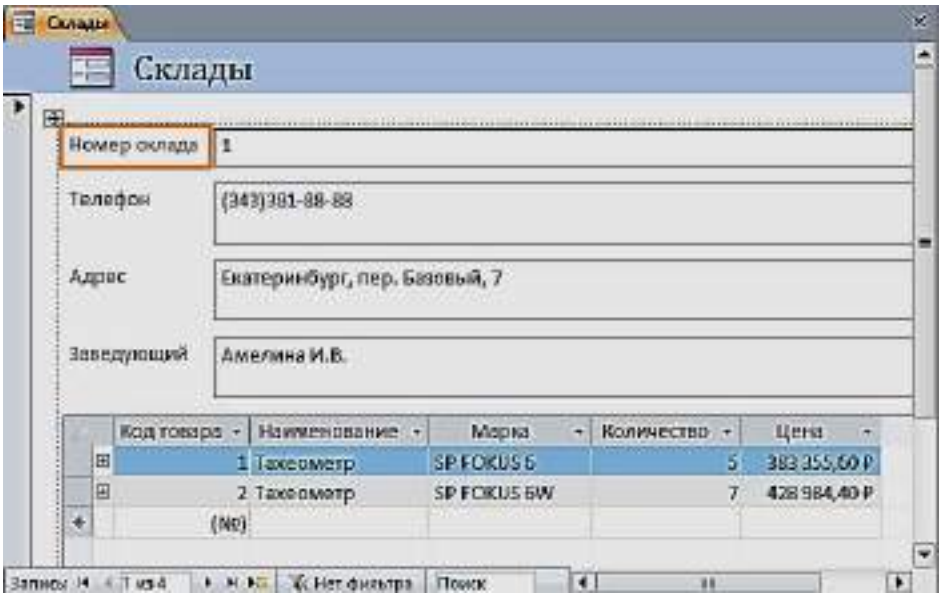


Рис. 4.5. Форма по таблице «**Склады**» с встроенной подчиненной «**Товары**»

Создание разделенной формы

Разделенная форма позволяет синхронно отображать данные одного источника в двух представлениях: в режиме формы и в режиме таблицы.

Задание 4. Создать однотабличную разделенную форму для работы с данными таблицы «**Продажи**». Выберите таблицу «**Продажи**» в области навигации и выполните команду **Разделенная форма** на вкладке ленты **Создание** в группе **Формы**. Эта команда обеспечит автоматическое создание формы на основе только одной выбранной таблицы. Созданная форма отобразится в режиме макета (рис. 4.6).

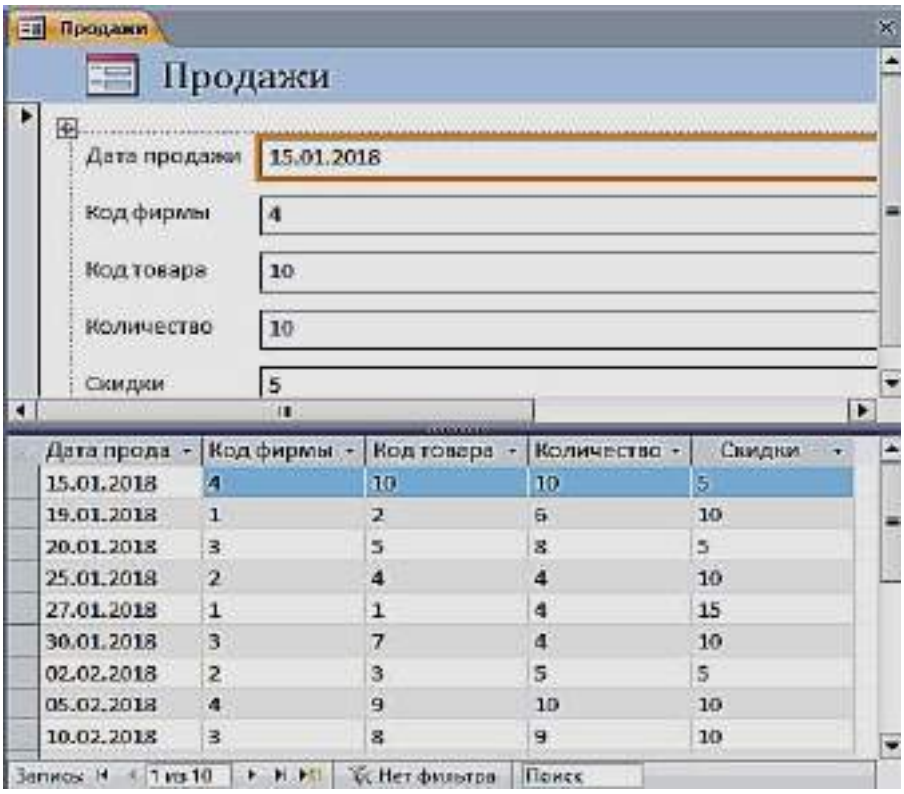


Рис. 4.6. Разделенная форма «**Продажи**»

Многотабличные формы

Многотабличная форма создается для работы с данными нескольких взаимосвязанных таблиц. Источником данных такой формы является многотабличный запрос. При этом форма может быть простой, отображающей одну запись в столбик, или ленточной, отображающей все записи в табличном виде с надписями в заголовке формы. Для такой формы могут быть использованы команды **Форма** или **Несколько элементов**.

Многотабличная форма может быть составной: состоять из главной формы и одной или нескольких подчиненных включаемых форм.

Задание 5. Создать составную форму воспользовавшись реляционным запросом. Выберите запрос «**16_реляционный запрос**» в области навигации и выполните команду **Форма** на вкладке **Создание**. Эта команда обеспечит автоматическое создание формы на основе выбранного запроса (рис. 4.7). В режиме Конструктора можно изменить заголовок.

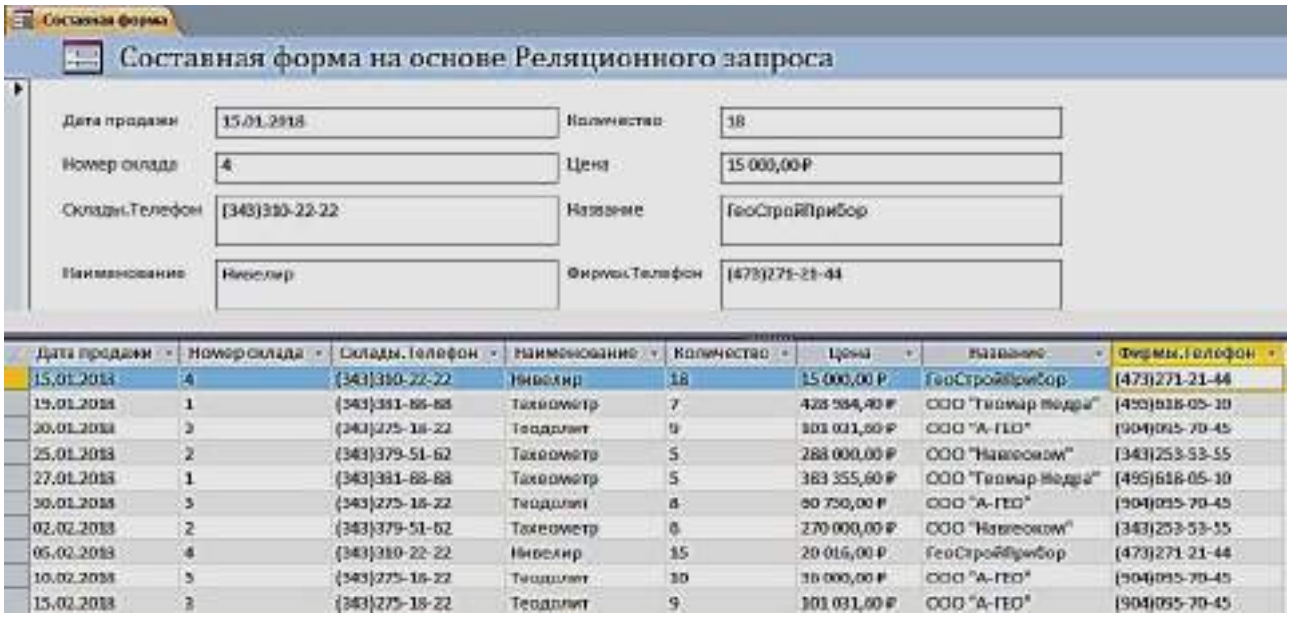


Рис. 4.7. Составная форма

Создание многотабличной формы с помощью мастера

Основным средством создания многотабличной формы можно считать мастер форм, который, запросив у пользователя сведения о включаемых в форму полях из нескольких взаимосвязанных таблиц и запросов, создает составную или одиночную форму.

Задание 6. С помощью мастера создайте форму для работы с данными о продажах товаров

Для вызова мастера форм выполните на вкладке ленты **Создание** в группе **Формы** команду **Мастер форм**. Отобразится окно мастера **Создания форм**, представленное на рис. 4.8.

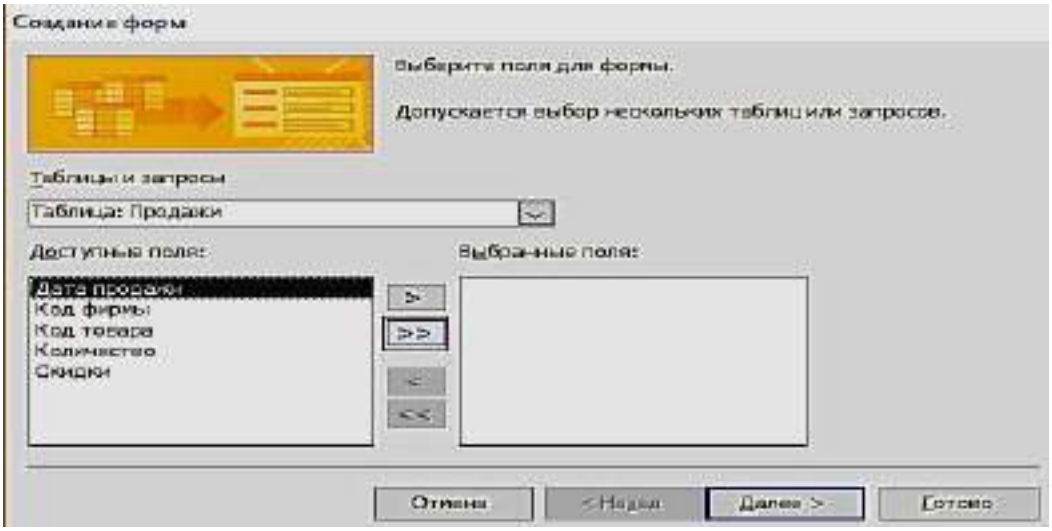


Рис. 4.8. Выбор таблиц и полей для создаваемой формы

Если предварительно в области навигации не была выбрана таблица «**Продажи**», выберите её в раскрывающемся списке **Таблицы и запросы** диалогового окна мастера. Затем отберите из списка **Доступные поля,** в нашем случае все, кроме поля «**Скидки**» (рис. 4.9).

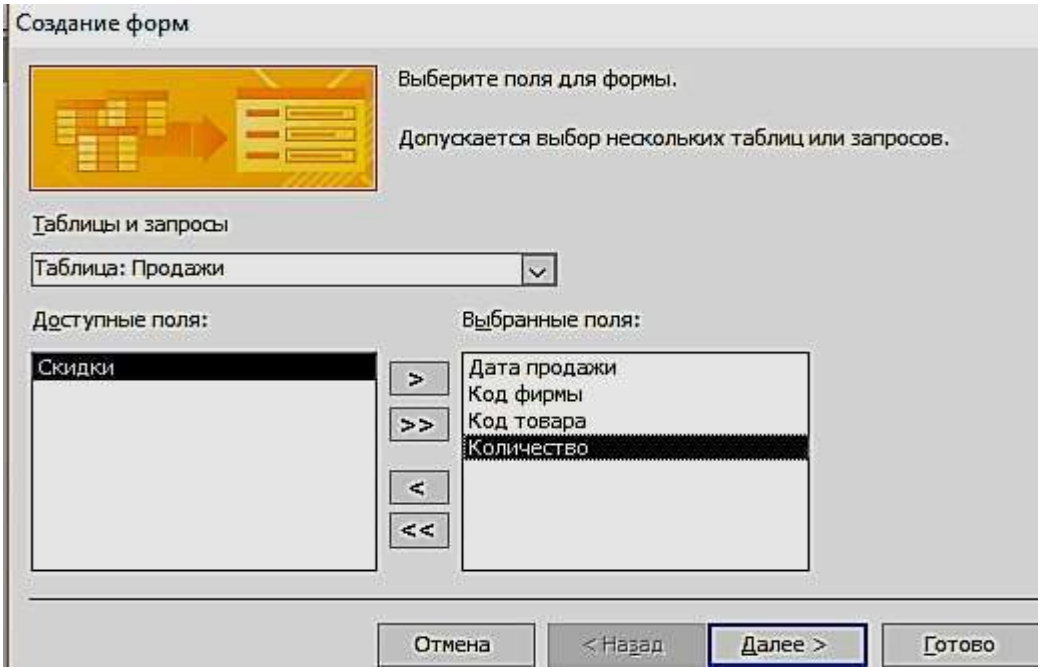


Рис. 4.9. Выбранные поля таблицы «**Продажи**» для создаваемой формы

Переходим к выбору полей из таблицы «**Товары**». Перетаскиваем все поля, кроме поля Код товара. После выбора полей для обеих таблиц и нажатия кнопки Далее в окне создание форм в списке **Выберите тип представления данных** надо выделить имя таблицы Продажи и щелкнуть по кнопке «**Далее**» (рис.
4.10).

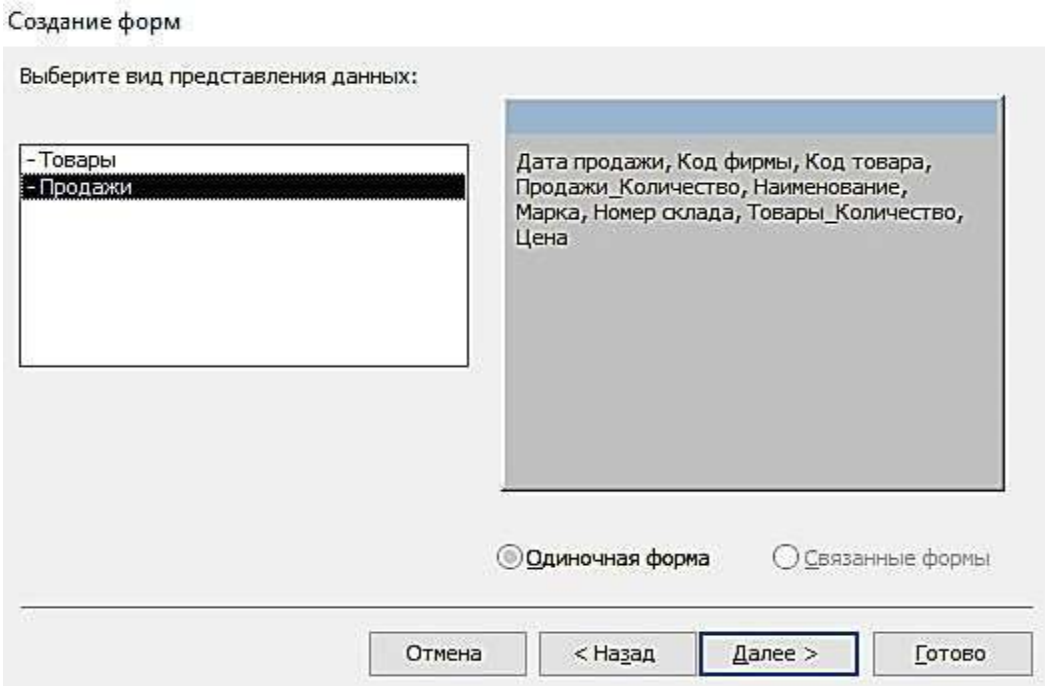


Рис. 4.10. Выбор вида представления данных

В следующем диалоговом окне предоставляется возможность выбрать внешний вид формы и нажать кнопку «**Готово**» (рис. 4.11).

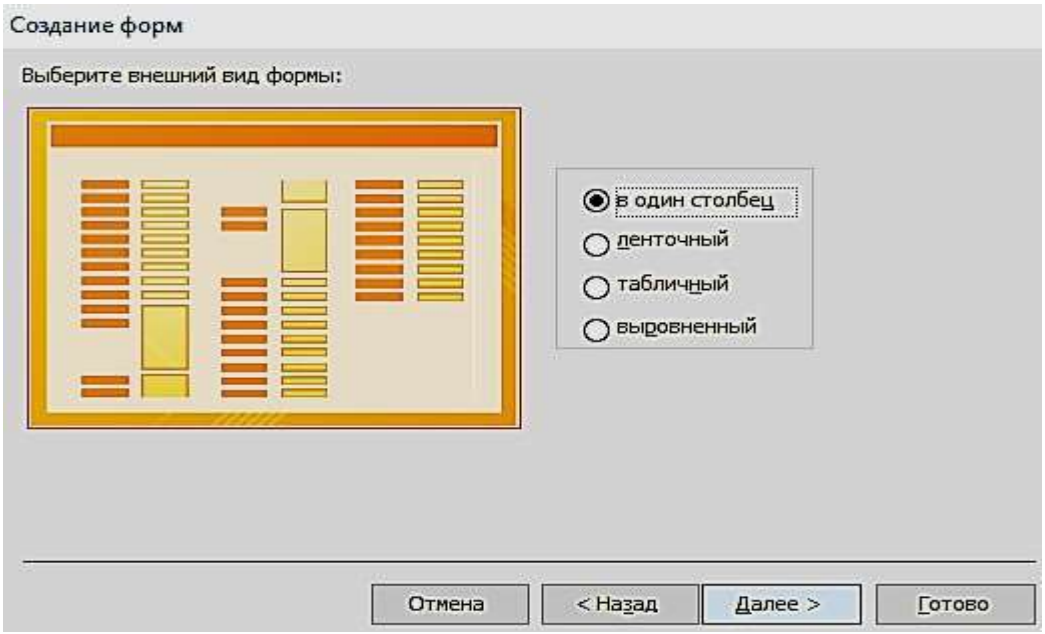


Рис. 4.11. Выбор вида формы в один столбец

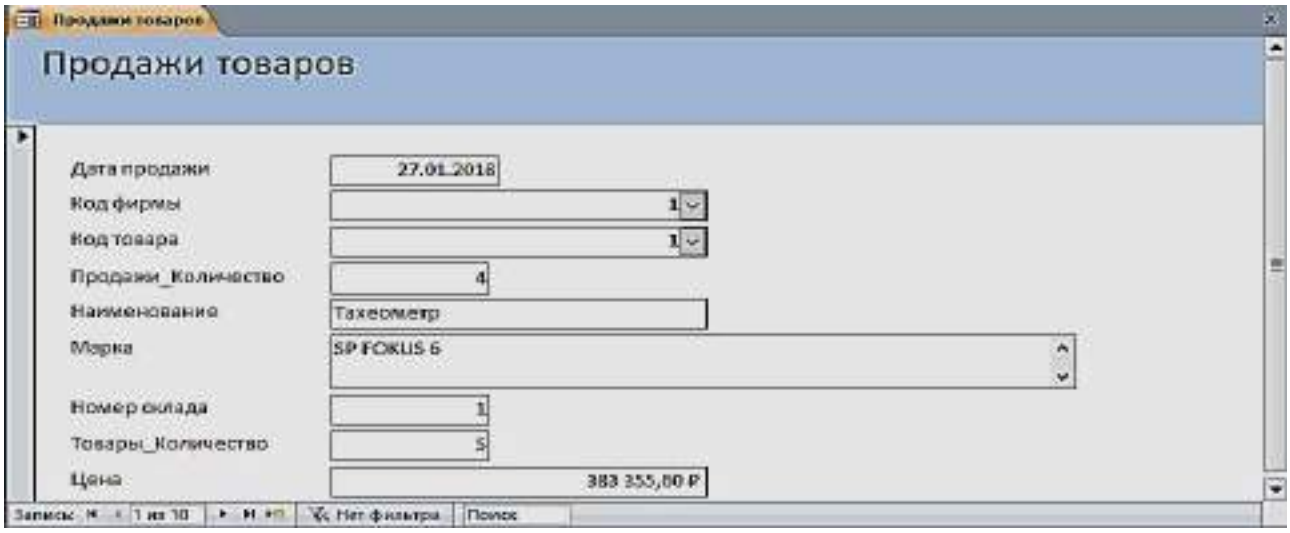


Рис. 4.12. Форма, открытая для просмотра, корректировки и ввода данных

Одиночная многотабличная форма

Одиночную форму, включающую поля из нескольких связанных таблиц, позволяет быстро построить инструмент **Пустая форма.** Выполните команду **Пустая форма** на вкладке ленты **Создать** в группе **Формы**. Откроется пустая форма в режиме макета и отобразится область **Список полей**. В списке перечислены все таблицы базы данных, и предоставляется возможность открыть список полей каждой из них (рис. 4.13). Чтобы добавить поле в форму, щелкните на нем двойным щелчком или перетащите его в форму. Для отображения каждого поля Access создает в форме соответствующий элемент управления и привязывает его к полю. Кроме того, для элемента управления создается присоединенная надпись.

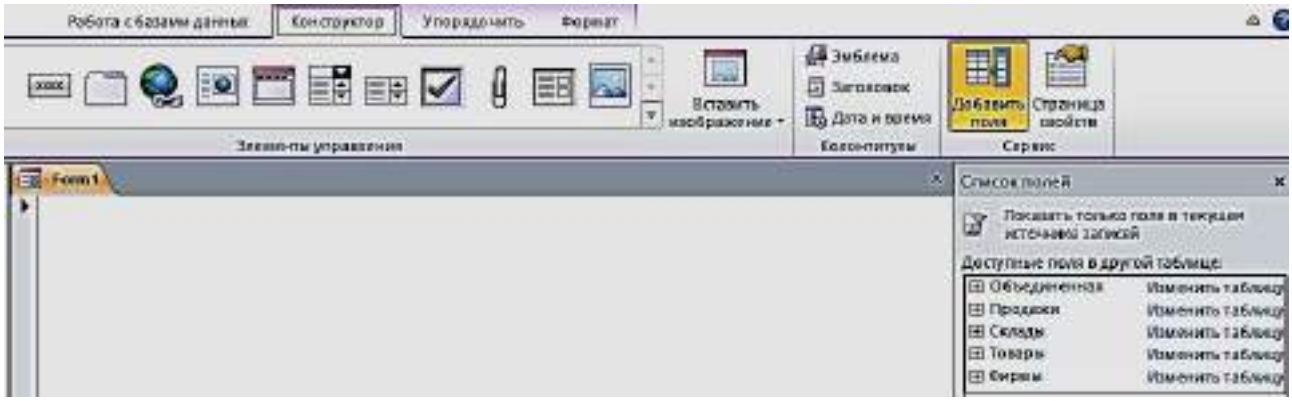


Рис. 4.13. Область **Список полей** при создании одиночной формы

Задание 7. Создать одиночную многотабличную форму для просмотра всех данных базы. Выполните команду **Пустая форма.** В области **Список полей** откройте список полей таблицы «**Продажи**», щелкнув знак «Плюс»

рядом с её именем. Добавьте в форму необходимые поля (Дата продажи, Код фирмы, Код товара, Количество, Скидки). Далее последовательно добавляйте поля из таблицы «**Товары**» (Наименование, Марка, Цена), затем из таблицы «**Склады**» (Номер склада, Телефон, Адрес, Заведующий) и из таблицы «**Фирмы поля**» – (Название, Адрес, Телефон, Контактное лицо, Должность). Сохранить форму под именем «Общие данные».

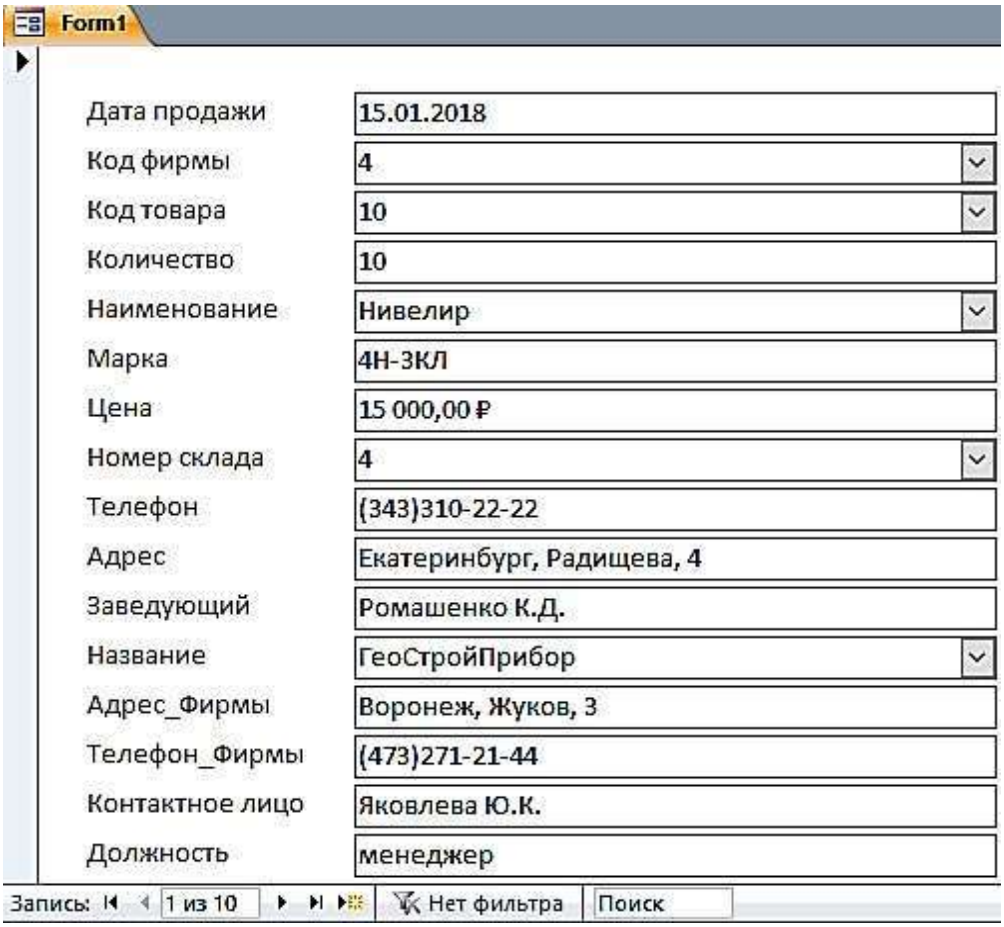
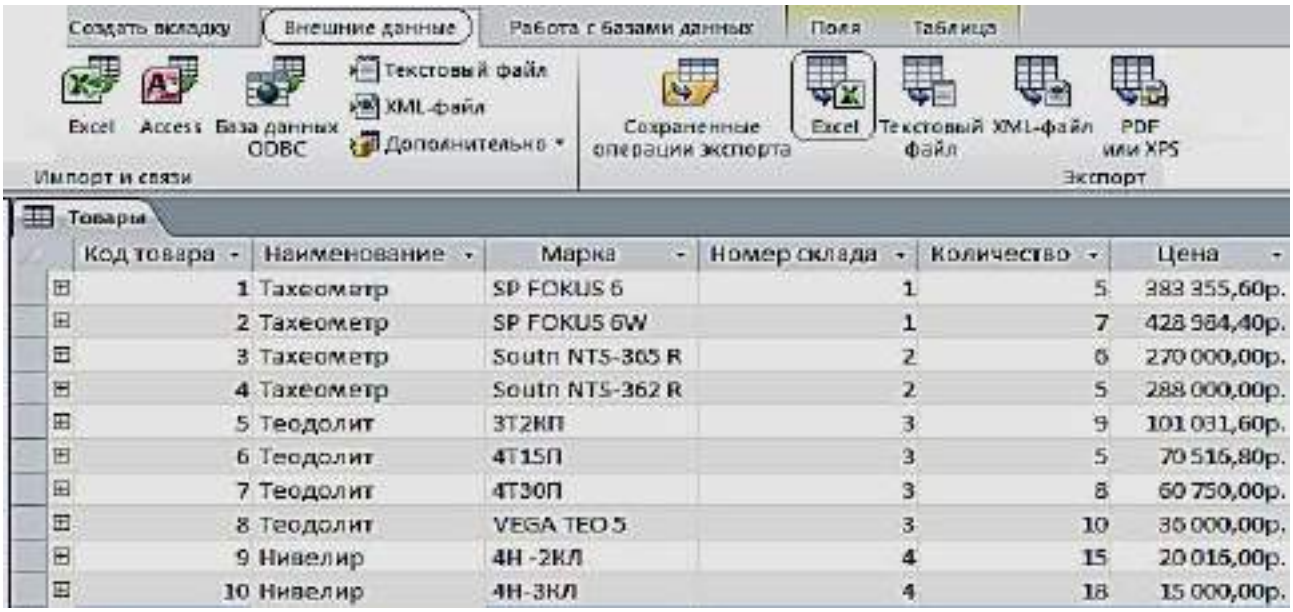


Рис. 4.14. Форма «**Общие данные**», созданная с помощью инструмента **Пустая форма**

Задание 8. Создать одиночную форму с помещенной в неё гистограммой

Для этого откройте таблицу «**Товары**». В группе **Импорт и связи** на вкладке **Внешние данные** выберите на ленте **Экспорт в таблицу Excel** (рис. 4.15).



Код товара	Наименование	Марка	Номер склада	Количество	Цена
1	Тахеометр	SP FOKUS 6	1	5	383 355,60р.
2	Тахеометр	SP FOKUS 6W	1	7	428 984,40р.
3	Тахеометр	Soutn NTS-365 R	2	6	270 000,00р.
4	Тахеометр	Soutn NTS-362 R	2	5	288 000,00р.
5	Теодолит	3Т2КП	3	9	101 031,60р.
6	Теодолит	4Т15П	3	5	70 516,80р.
7	Теодолит	4Т30П	3	8	60 750,00р.
8	Теодолит	VEGA TEO 5	3	10	36 000,00р.
9	Нивелир	4Н-2КЛ	4	15	20 016,00р.
10	Нивелир	4Н-3КЛ	4	18	15 000,00р.

Рис. 4.15. Окно экспорта таблицы «**Товары**» на лист Excel

Выберите место назначения для экспорта таблицы «**Товары**», для этого нажмите на кнопку **Обзор**, выберите соответствующую папку (рис. 4.16, 4.17).

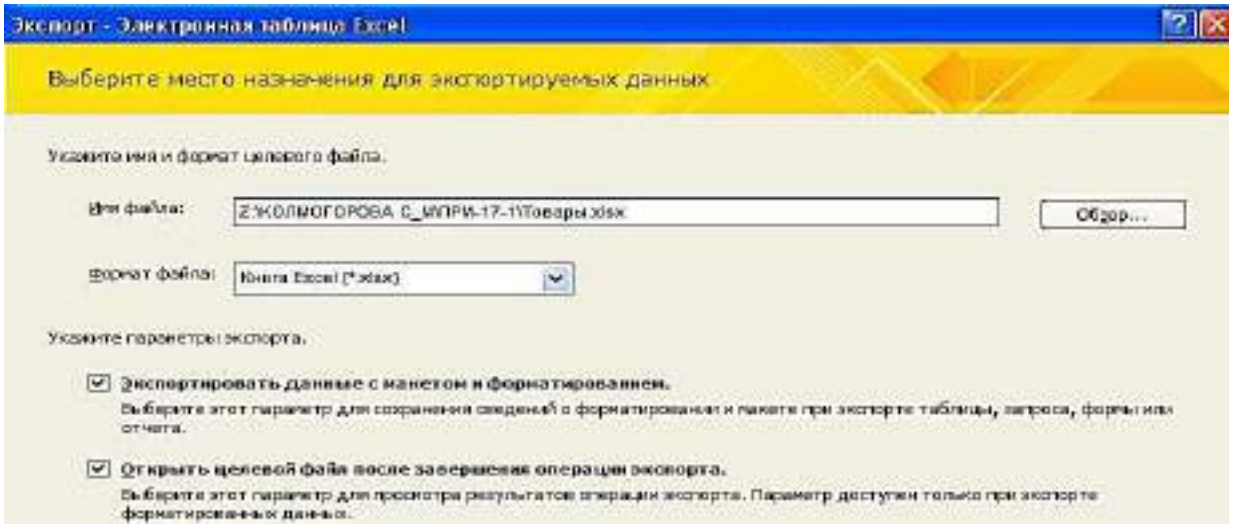


Рис. 4.16. Окно выбора места назначения для экспорта таблицы «**Товары**»

	A	B	C	D	E	F
1	Код товара	Наименование	Марка	Номер склада	Количество	Цена
2	1	Тахеометр	SP FOKUS 6	1	5	383 355,60р.
3	2	Тахеометр	SP FOKUS 6W	1	7	428 984,40р.
4	3	Тахеометр	Soutn NTS-365 R	2	6	270 000,00р.
5	4	Тахеометр	Soutn NTS-362 R	2	5	288 000,00р.
6	5	Теодолит	3Т2КП	3	9	101 031,60р.
7	6	Теодолит	4Т15П	3	5	70 516,80р.
8	7	Теодолит	4Т30П	3	8	60 750,00р.
9	8	Теодолит	VEGA TEO 5	3	10	36 000,00р.
10	9	Нивелир	4Н-2КЛ	4	15	20 016,00р.
11	10	Нивелир	4Н-3КЛ	4	18	15 000,00р.

Рис. 4.17. Таблица «**Товары**» в Excel, экспортируемая из Access

Построение гистограммы по колонкам «**Наименование**» и «**Цена**» (рис. 4.18).

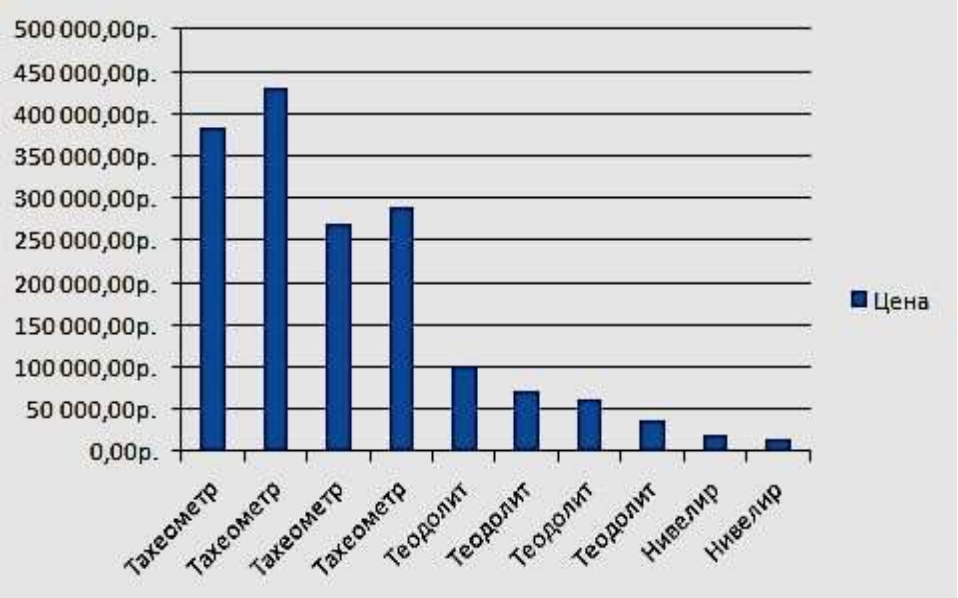


Рис. 4.18. Гистограмма, соответствующая таблице «**Товары**»

Скопируйте гистограмму в Excel. В Access выполните команду **Пустая форма** на вкладке ленты **Создать** в группе **Формы**. В режиме «**Конструктор**» произвести вставку гистограммы. Сохранить форму под названием **Гистограмма** (рис. 4.19).

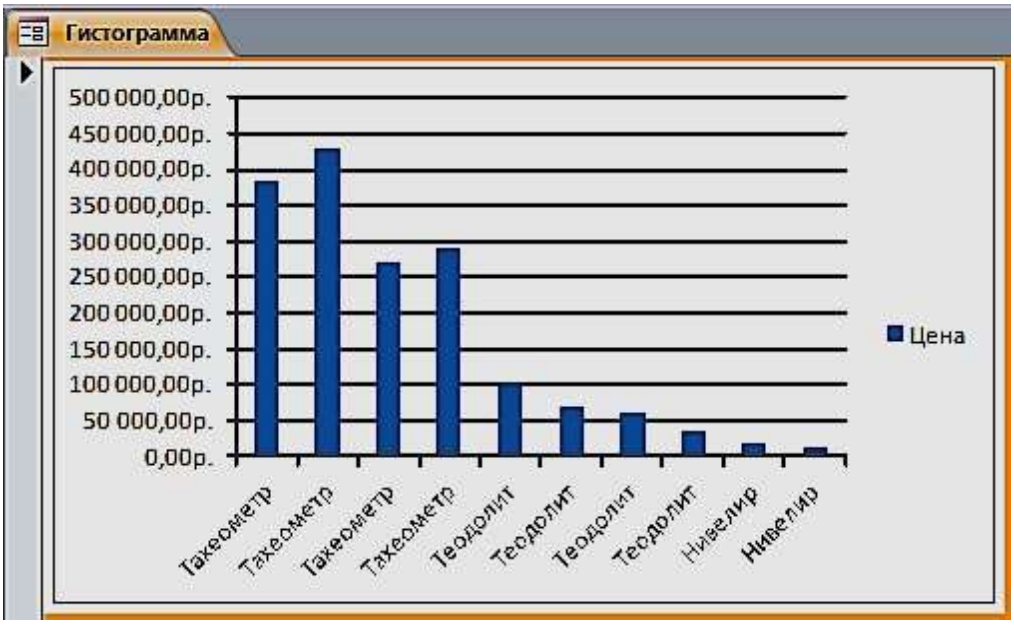


Рис. 4.19. Форма «Гистограмма»

Задание для самостоятельной работы

1. Изменить в форме «**Товары**» цвет денежных значений в поле «**Цена**» на зеленый, заливку на светло-зеленый, начертание шрифта – жирный курсив, когда они оказываются меньше или равны 80000 руб.
2. Создать форму «**Фирмы**» с подчиненной «**Продажи**».

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 5
Работа с отчетами

Средства Access по разработке отчетов предназначены для конструирования макета отчета, в соответствии с которым осуществляется вывод данных из определенного источника записей в виде выходного печатного документа.

Отчет может создаваться с помощью Мастера или в режиме Конструктора отчетов.

Задание 1. Выберем в области навигации таблицу «**Фирмы**», данные из которой будут источником записей отчета. На вкладке ленты **Создание** в группе **Отчеты** выполнить команду **Отчет**.

Access создаст отчет и отобразит его в режиме макета (рис. 5.1). В отчете будут представлены все записи таблицы «**Фирмы**». Размещение полей таблицы – источника записей отчета – в разделах отчета представлено на рис. 5.2.

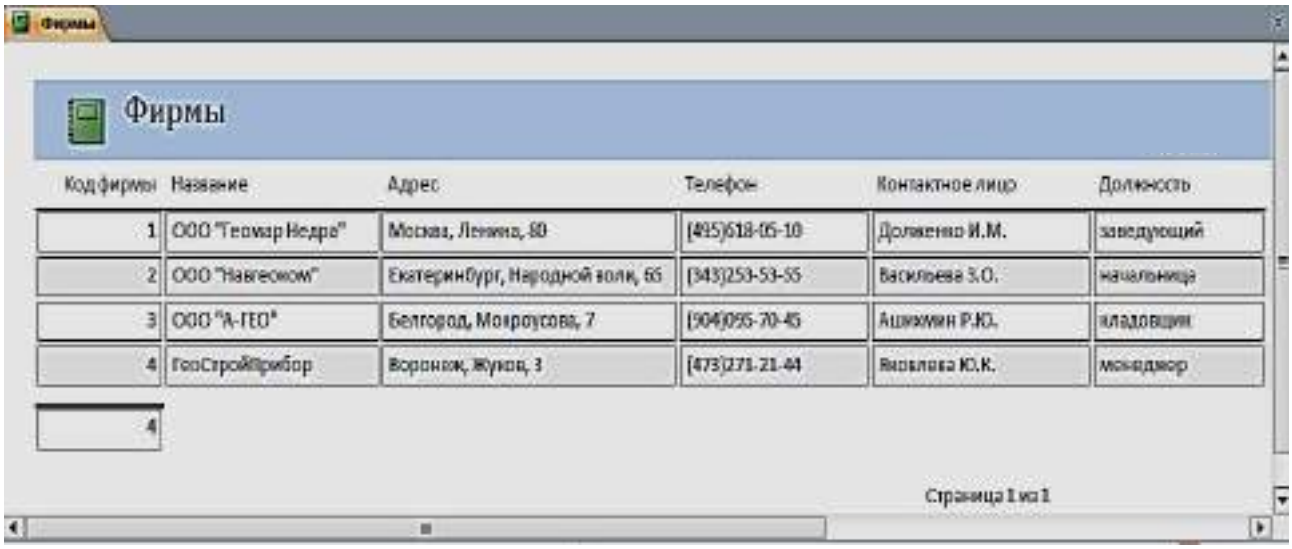


Рис. 5.1. Отчет в режиме «**Макета**»

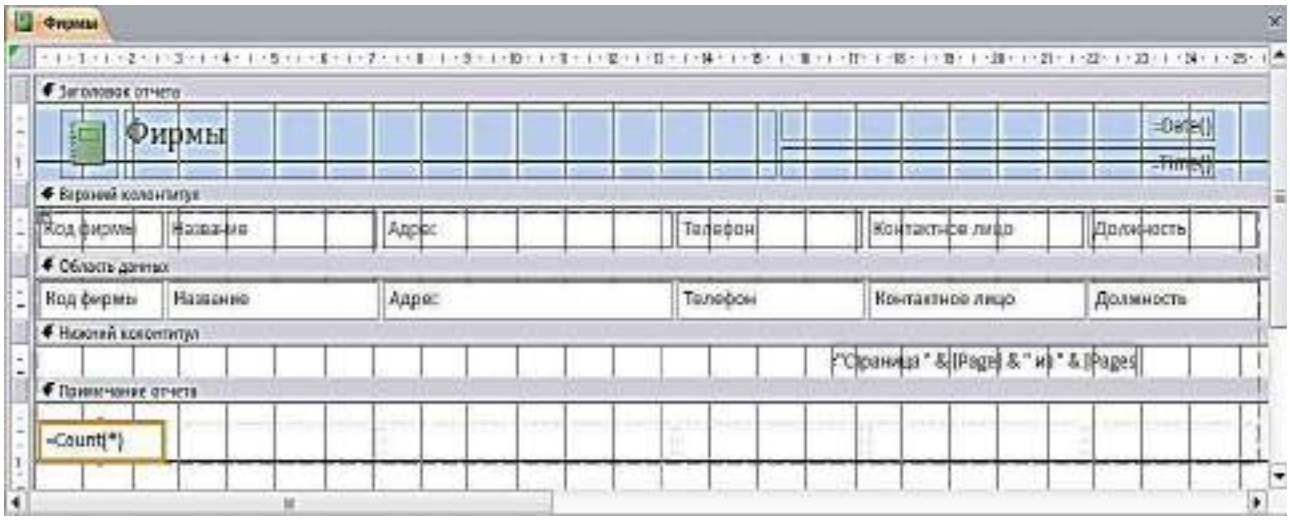


Рис. 5.2. Разделы однотабличного отчета в режиме Конструктора

В режиме макета легко привести созданный отчет в соответствие с заданными требованиями. Измените название отчета на «Контакты». Для этого выполните двойной щелчок на нем и введите новое название. Выделите макет отчета и измените заливку, размер шрифта, выбрав его на вкладке **Главная** в группе **Форматирование текста** или на вкладке **Формат** в группе **Шрифт.** Для изменения параметров страницы выполняйте команды соответствующей вкладки ленты. Пунктирной линией в отчете отмечена граница полей страницы. Отображение этой линии регулируется кнопкой **Показать поля** на вкладке ленты **Параметры страницы.** Для выбора размеров полей страницы может быть использована коллекция, отображаемая при нажатии кнопки **Поля.** На этой же вкладке можно выбрать размер бумаги, ориентацию страницы и ряд др. параметров (рис. 5.3).

Рис 5.3. Отформатированный отчет в режиме Макета

Задание 2. Выберем в области навигации форму **Продажи товаров**, данные из которой будут источником записей отчета. На вкладке ленты **Создание** в группе **Отчеты** выполнить команду **Отчет**. Для группировки данных по дате продажи выполним команду **Группировка, сортировка и итоги.** Выберем для предлагаемого уровня группировки поле «**Дата продажи**». Откроем список, щелкнув на параметре **по кварталам**, и выберем **по месяцам.** Для закрытия списка щелкните на любом месте за его пределами (рис. 5.4, 5.5).

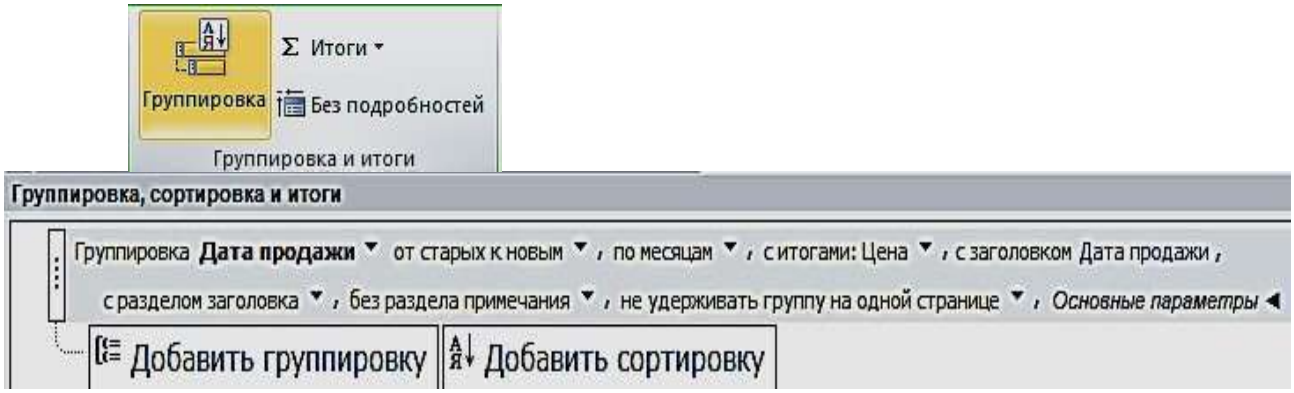


Рис. 5.4. Выбор для поля с датой группировки по месяцам

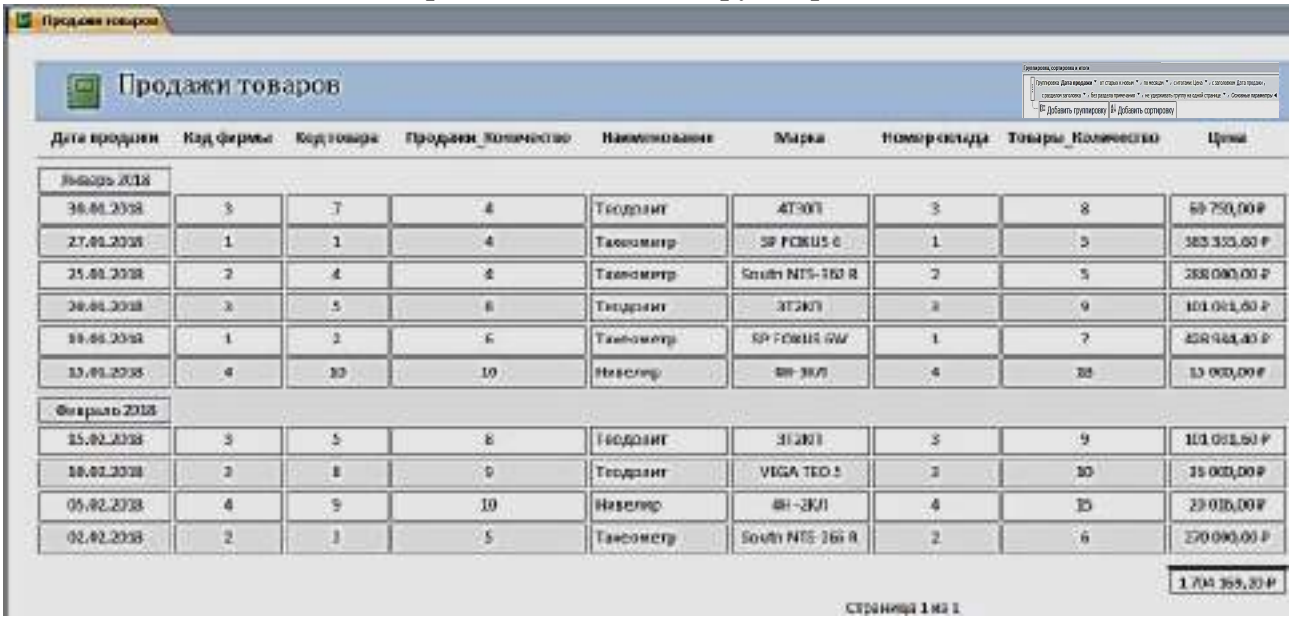


Рис 5.5. Форма с датой группировки по месяцам

Задание для самостоятельной работы

Создать отчет по таблице «**Объединенная**», изображенного на рис. 5.6.

ОТЧЕТ ПРОДАЖИ

Дата продажи - по месяцам	Название	Фирмы_Телефон	Дата продажи	Наименование	Количество	Цена	Номер склада	Склады_Телефон
Январь 2018								
	ГеоСтройПрибор	4732712344	15.01.2018	Нивелир	18	15 000,00 ₽	4	3433102222
	ООО "Геомир Недра"	4556180510	19.01.2018	Тахеометр	7	428 904,40 ₽	1	3433818888
	ООО "А-ГЕО"	9040967045	30.01.2018	Теодолит	4	181 016,60 ₽	3	3432751822
	ООО "Навигэкспо"	3432505355	25.01.2018	Тахеометр	5	288 000,00 ₽	2	3433795102
	ООО "Геомир Недра"	4556180510	27.01.2018	Тахеометр	5	382 355,00 ₽	1	3433818888
	ООО "А-ГЕО"	9040967045	30.01.2018	Теодолит	8	60 750,00 ₽	3	3432751822
Итоги для "Дата продажи" = 30.01.2018 (6 записей)								
Сумма					52	1 277 121,50 ₽		
Февраль 2018								
	ООО "Навигэкспо"	3432505355	02.02.2018	Тахеометр	6	270 000,00 ₽	2	3433795102
	ГеоСтройПрибор	4732712344	05.02.2018	Нивелир	15	30 016,00 ₽	4	3433102222
	ООО "А-ГЕО"	9040967045	10.02.2018	Теодолит	10	16 000,00 ₽	3	3432751822
	ООО "А-ГЕО"	9040967045	15.02.2018	Теодолит	9	101 018,00 ₽	3	3432751822
Итоги для "Дата продажи" = 15.02.2018 (4 записей)								
Сумма					40	417 047,50 ₽		
ИТОГО					92	1 708 169,20 ₽		

Рис. 5.6. Результат отчета

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 6

Создание главной кнопочной формы с использованием макросов

Использования макросов для автоматизации управления реакцией приложения на действия пользователя в формах или отчетах позволяет создавать полноценные интерактивные приложения без написания кода *VBA*.

Макрос (от слова «макрокоманда») – программа, состоящая из последовательности макрокоманд. *Макрокоманда* – это инструкция, ориентированная на выполнение определенного действия над объектами Access и их элементами.

Например, макрокомандой можно открыть форму, отчет, напечатать отчет, запустить на выполнение запрос, применить фильтр, присвоить значение и т. д.

Задание 1. Создать главную форму управления приложением, в которой будут представлены:

- элементы для кнопочных форм запросов и гистограмма;
- макросы для таблиц и отчетов;
- макрос, с помощью которого будет закрыта база данных.

1. Выполним команду **Пустая форма** на вкладке ленты **Создать** в группе **Формы**, режим «**Конструктор**» (рис. 6.1).

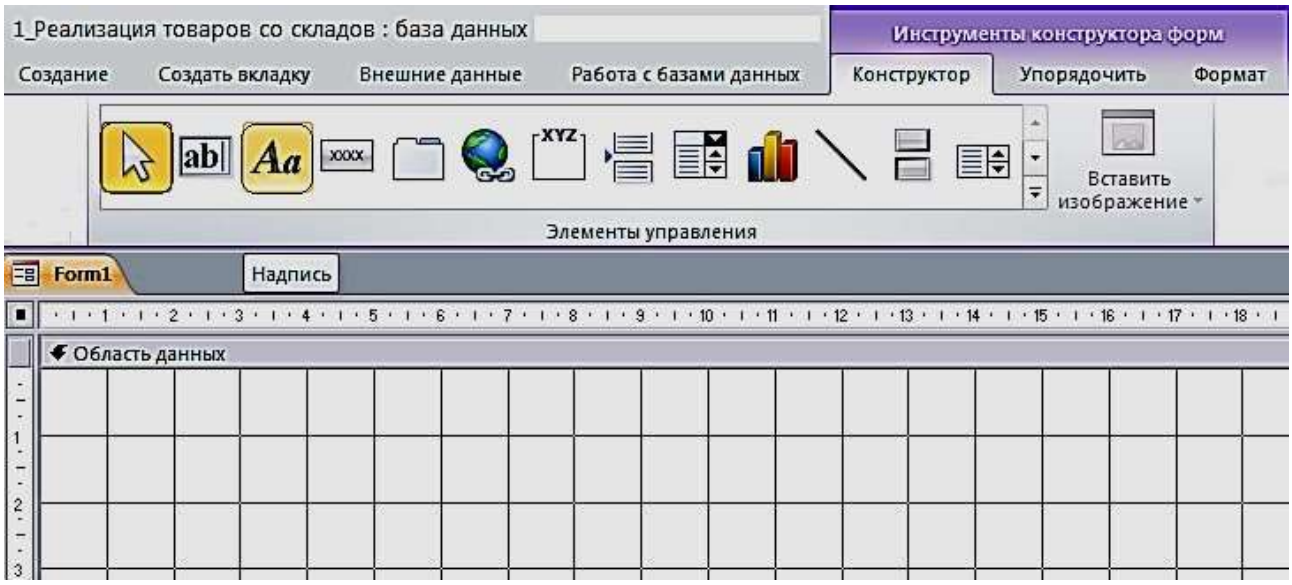


Рис. 6.1. Пустая форма в режиме «**Конструктор**» с элементами управления

2. Расположим в области **Формы** элемент **Надпись**, поместим в него название **Реализация товаров со складов** (рис. 6.2). Форматирование шрифта в надписях и кнопках осуществляется для выделенного объекта, при помощи **Инструмента конструктора форм**, в объекте **Формат**. Сохраним форму под именем «**Главная форма**».

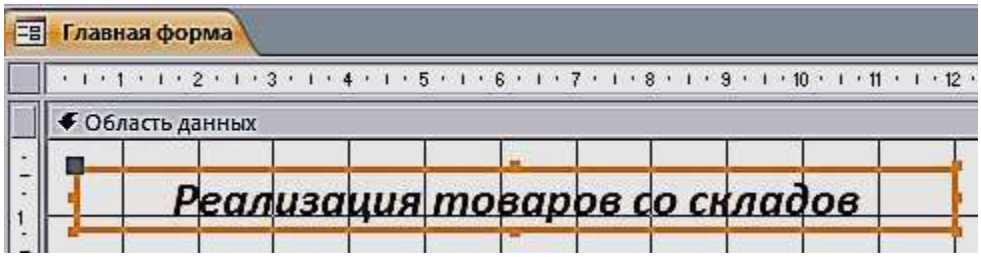


Рис. 6.2. Использование элемента управления **Надпись**

Создание макроса осуществляется в диалоговом режиме и сводится к записи в окне конструктора макроса последовательности макрокоманд, для которых задаются аргументы. Каждому макросу присваивается имя. При выполнении макроса макрокоманды выполняются последовательно в порядке их расположения. При этом используются объекты или данные, указанные в аргументах макрокоманд.

Создание макроса начинается с выполнением команды **Макрос** на вкладке ленты **Создание** в группе **Макросы и код**. В результате выполнения команды открывается окно макроса и каталог макрокоманд (рис. 6.3).

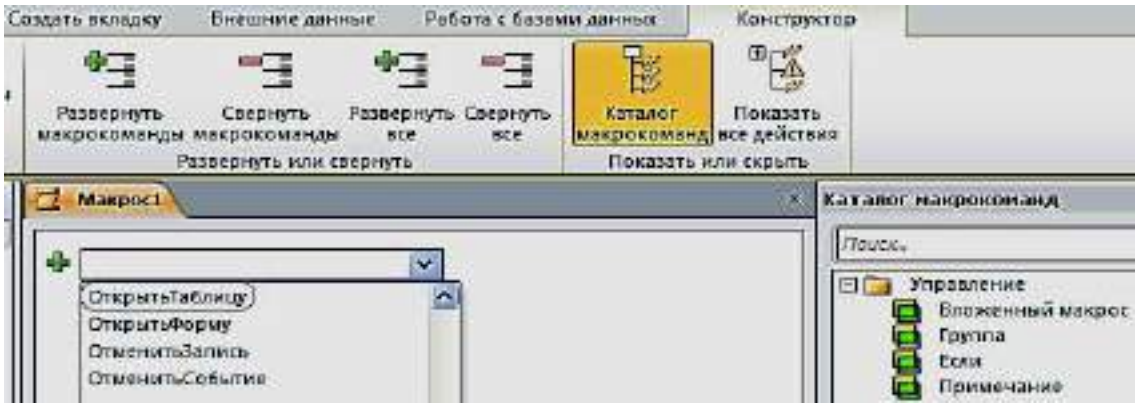


Рис. 6.3. Окно конструирования макроса с Каталогом макрокоманд

3. Создадим первый макрос **Таблицы**, при выполнении которого откроются четыре таблицы: «Продажи», «Склады», «Товары» и «Фирмы». Сохраним его под именем **Таблицы** (рис. 6.4).

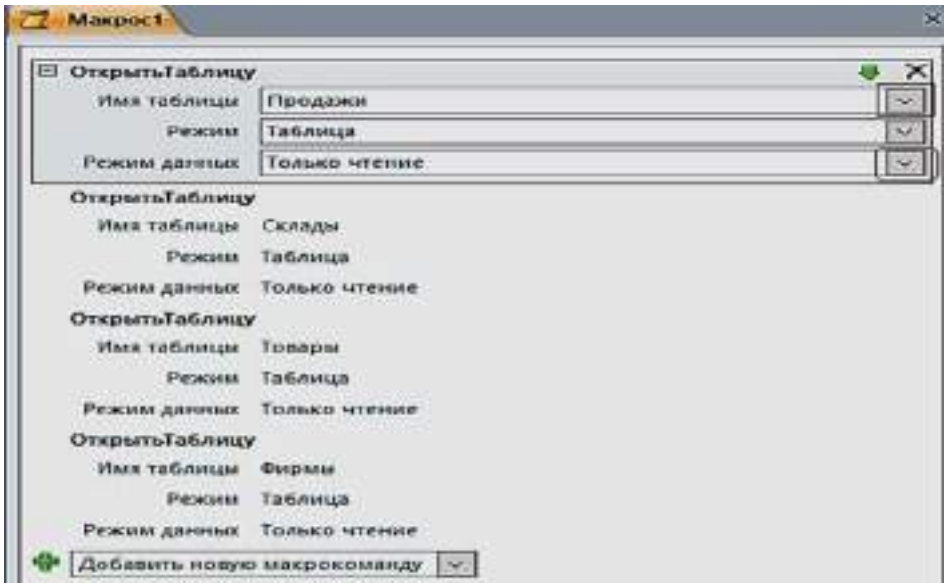


Рис. 6.4. Блок конструирования Макроса «**Таблицы**»

4. Создадим второй макрос, при выполнении которого откроется отчет «Продажи товаров» (рис. 6.5). Сохраним его под именем **Отчет**.

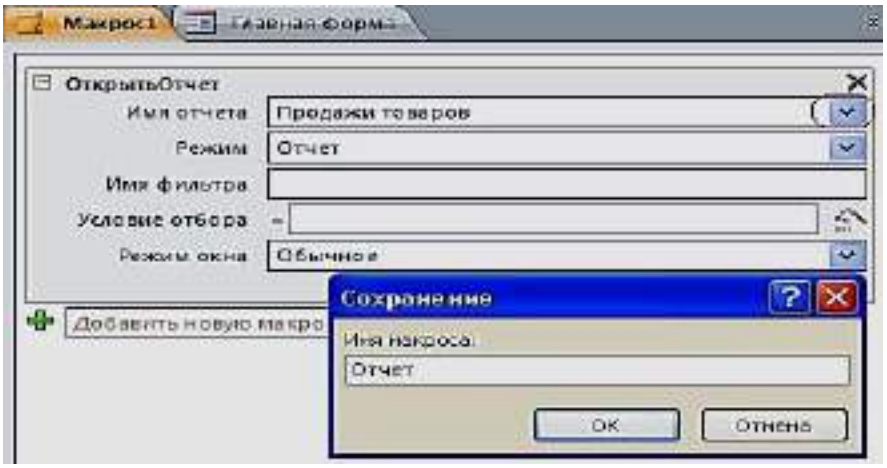


Рис. 6.5. Создание макроса **ОткрытьОтчет**

5. Создадим третий макрос, при выполнении которого откроется отчет «Продажи товаров» (рис. 6.6). Сохраним под именем **Выход**.

Рис. 6.6. Создание макроса **ЗакрытьБазуДанных**

Создание управляющих кнопок на экране

1. Создадим кнопки: **Таблицы**, **Отчет** и **Выход из БД.** Расположим в области **Главной формы** три кнопки с ранее созданными макросами. Для размещения кнопок предусмотрим, чтобы все действия осуществлялись при нажатой кнопке **«Использовать мастера»**. Переместим элемент управления **Кнопка** на форму, появится окно для создания кнопок. Выберем категорию: **Разное**, затем – действия: **Выполнить макрос,** нажмем кнопку **Далее** (рис. 6.7).

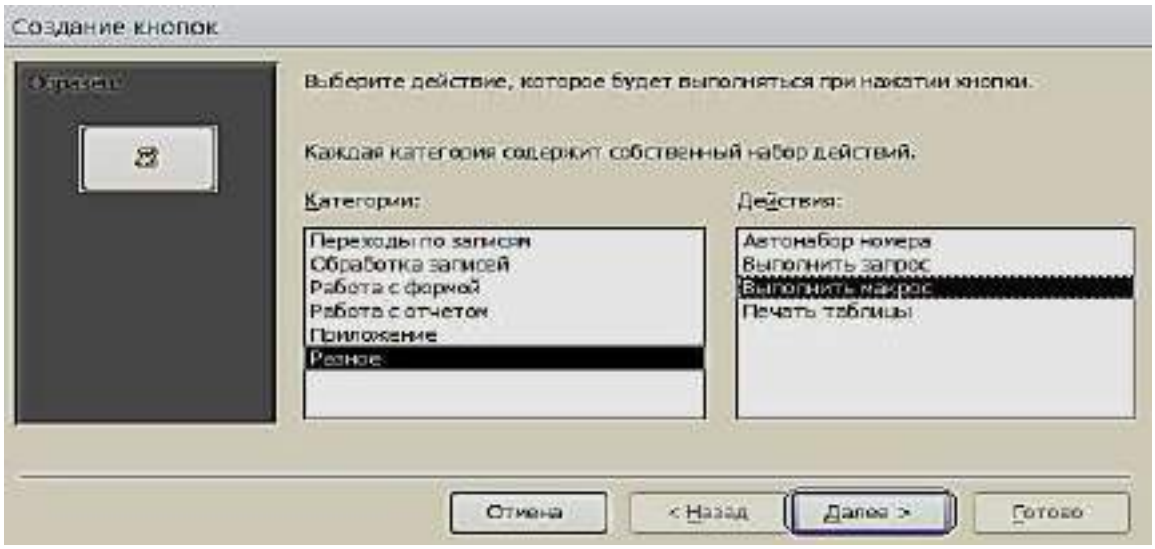


Рис. 6.7. Окно создания кнопок при работе с **Макросами**

2. Выберем соответствующий макрос (рис. 6.8). Разместим текст на кнопке.

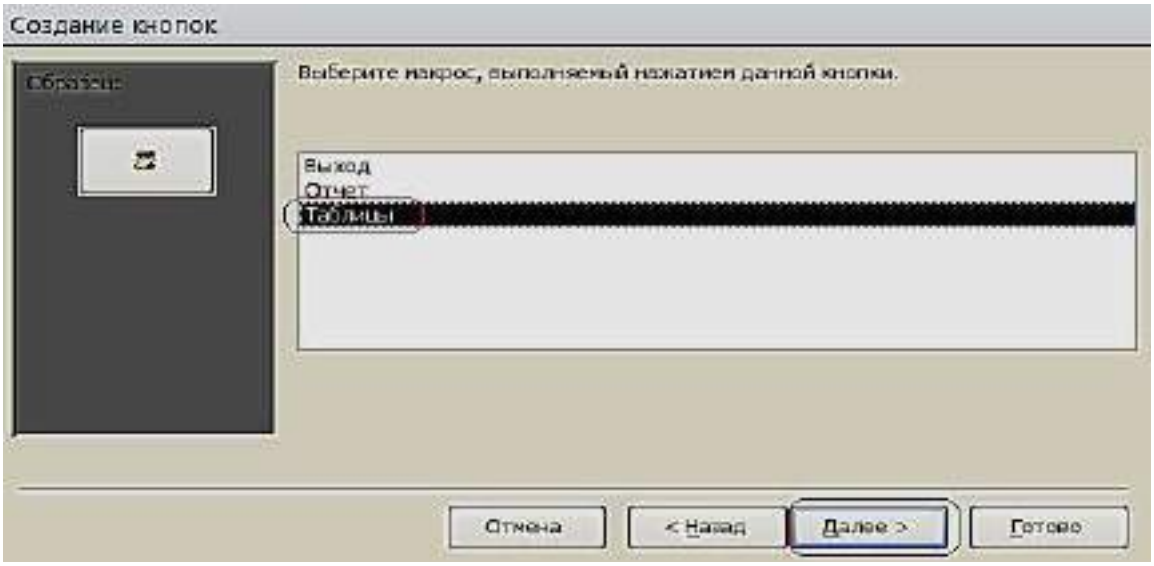


Рис. 6.8. Окно выбора макроса

3. В тексте напишем название **Таблицы** и выполним действия, указанные по кнопке **Далее** (рис. 6.9).

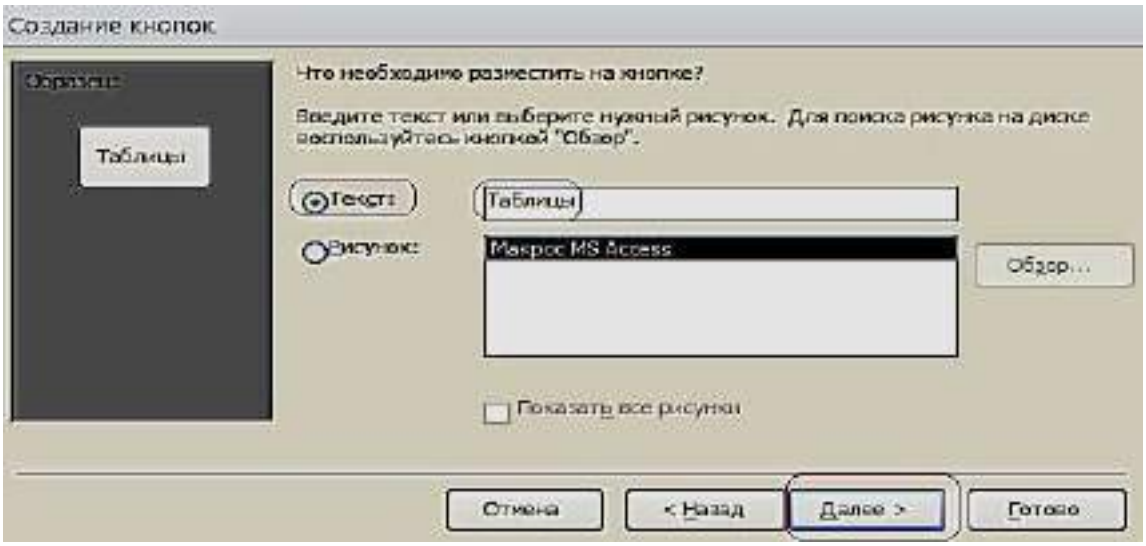


Рис. 6.9. Размещение текста на кнопке

4. Таким образом, создадим все кнопки, которые будут открываться с помощью макросов (рис. 6.10).

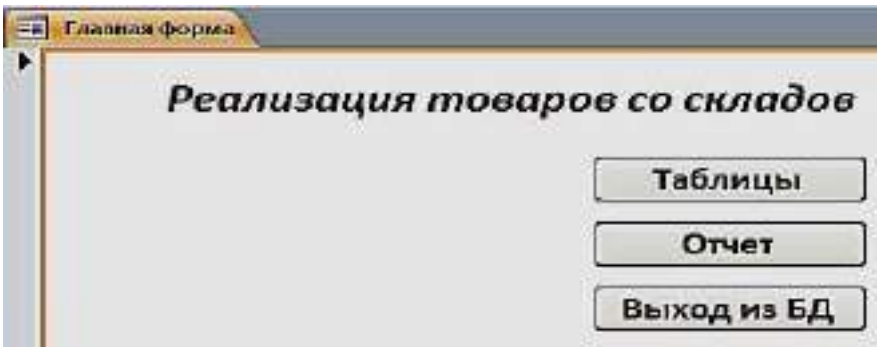


Рис. 6.10. Главная форма в режиме Макета

5. Расположим в области **Главной формы** три кнопки: **Составная форма**, **Общие данные** и **Гистограмма**. Переместим элемент управления **Кнопка** на форму, появится окно для создания кнопок. Выберем категорию: **Работа с формой**, действия: **Открыть форму,** нажмем кнопку **Далее** (рис. 6.11).

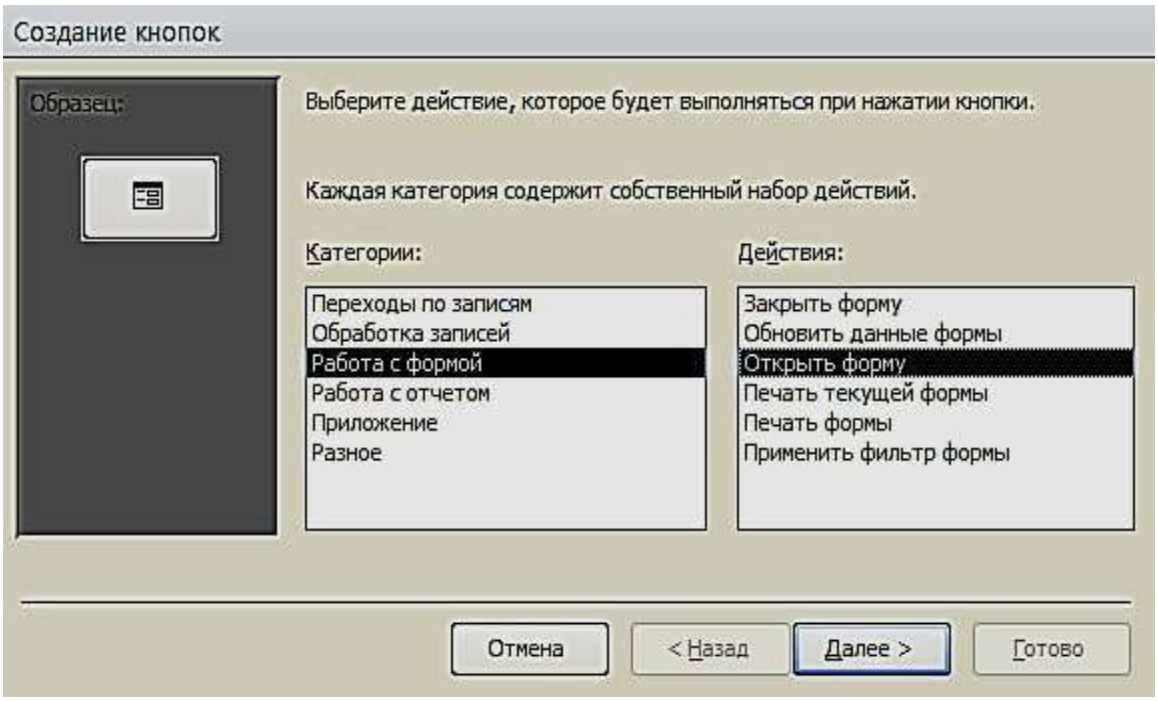


Рис. 6.11. Окно создания кнопок при работе с формами

6. Выберем соответствующую форму (рис. 6.12).

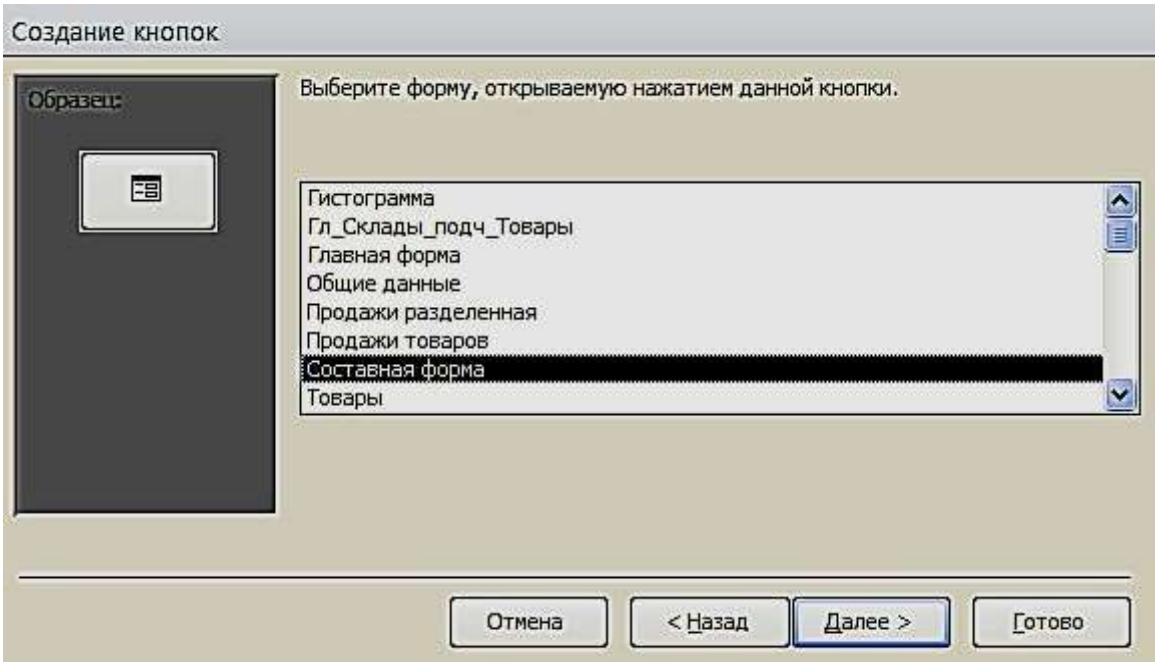


Рис. 6.12. Окно выбора формы

Поместим текст на кнопке (рис. 6.13). В тексте напишем название **Гистограмма** и выполним действия, указанные по кнопке **Далее**. Таким образом, создадим все кнопки, которые будут открываться с помощью Форм.

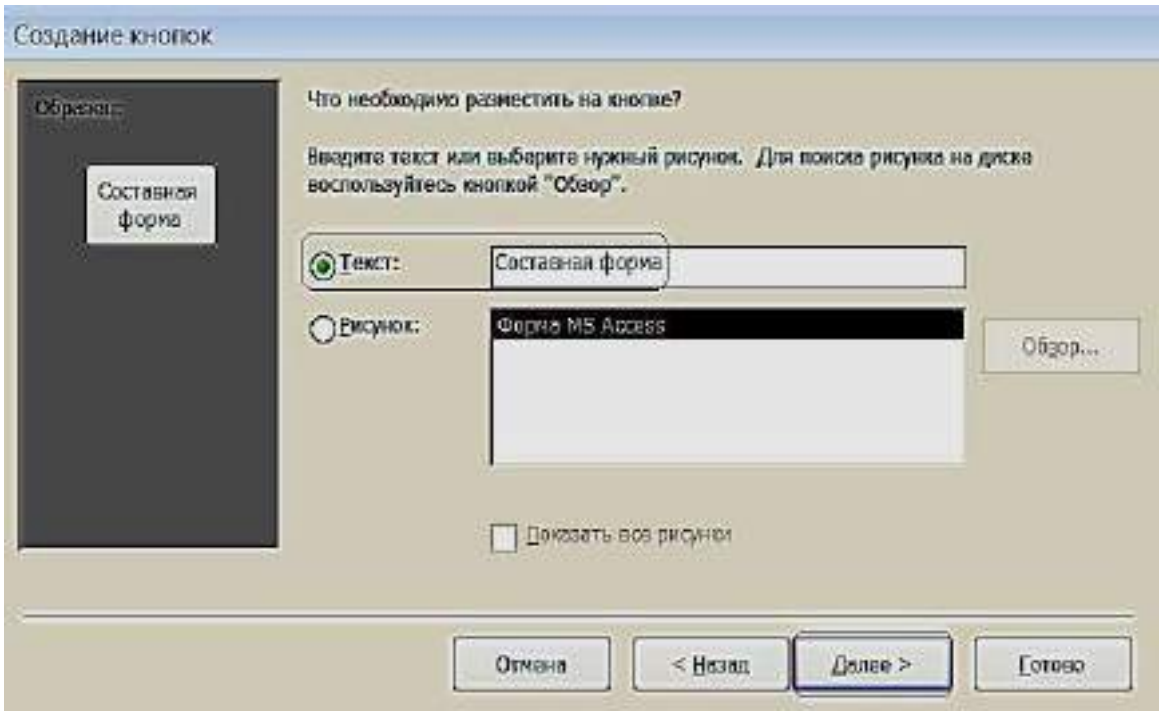


Рис. 6.13. Размещение текста на кнопке

7. Для создания картинки воспользуемся элементом управления «**Рисунок**».

8. По завершению разработки приложения, сохраним и закроем форму. Затем откроем и проверим работоспособность всех её элементов (рис. 6.14).

Рис. 6.14. Управляющая форма в режиме «**Формы**»

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Указания к выполнению работы

- Создать логическую модель базы данных: для заданной предметной области, представленной в виде перечня реквизитов, сформировать таблицы, определить в них ключевые поля, описать имена, типы и свойства полей и создать связи между таблицами.
- Создать формы для ввода данных в таблицы (простая и сложная формы). Заполнить таблицы. Каждая таблица должна содержать не менее 7 строк.
- Создать запросы по пунктам вариантов задания.
- Создать кнопочную форму для вызова созданных объектов.

Варианты заданий

Вариант № 1

Исходные данные:

- ***Рабочие***: табельный номер, фамилия, имя, отчество, дата рождения.
- ***Цеха:*** наименование цеха, категория производства (основное, управление, вспомогательное).
- ***Движение по службе***: должность, оклад, тип работы (штатный, совместитель, почасовик). ○ *Вычислить* общую сумму выплат за месяц по выбранному цеху, а

также среднемесячный заработок этого цеха.

- ○ *Создать* ведомость для начисления заработной платы рабочих этого цеха.

Вариант № 2

Исходные данные:

- ***Сотрудники:*** фамилия, имя, отчество, дата рождения, дата поступления на работу
- ***Оплата труда:*** должность, оклад
- ***Отделы:*** номер отдела, фамилия сотрудника *Определить:* ○ возраст сотрудников (количество полных лет) при поступлении

на работу и на текущее время; ○ количество сотрудников заданного отдела младше 30 лет; ○ минимальный размер оклада.

- ***Создать таблицу,*** которая содержит сведения о 5-и самых высокооплачиваемых сотрудниках фирмы**.**

Вариант № 3

Исходные данные:

Работники: фамилия, имя, отчество, цех.

- ***Изделия:*** наименование изделия, категория изделия (A, B, C), стоимость изготовления.
- ***Итоги:*** шифр сборщика, количество изготовленных изделий по категориям.

Рассчитать: ○ общее количество изделий каждой категории;

○ общее количество изделий, собранных всеми рабочими заданного цеха;

- *Создать ведомость* для начисления заработной платы рабочих заданного цеха. Определить средний размер заработной платы работников этого цеха.

Вариант № 4

Исходные данные:

- ***Абоненты:*** фамилия, имя, отчество, телефон, дата установки.
- ***Расценки:*** тип заказа (по городу, область, Украина, Европа, …), цена 1 мин. разговора.
- ***Заказ:*** телефон вызова, вызываемый пункт, время в минутах.

○ *Рассчитать* общее количество телефонов, установленных начиная с заданного года по сегодняшний день. Выдавать по вводимой фамилии абонента номер его телефона. ○ *Создать таблицу*, которая содержит фамилии задолжников и их телефоны.

Вариант № 5

Исходные данные:

- ***Поставка:*** поставщик, дата поставки, объем поставки.
- ***Игрушки:*** артикул, наименование, цена, нижняя и верхняя возрастные границы.
- ***Чеки: номер чека, дата продажи, сумма.***

- *Определить* стоимость наиболее дорогой игрушки и ее наименование. По введенному значению *A, B* и *X*, выводить названия игрушек, которые по стоимости не превышают *X* и подходят ребенку от *A* до *B* лет. ○ *Создать таблицу*, которая содержит следующую информацию: наименование игрушек, которые подходят детям от *1* до *3* лет и их цены.

Вариант № 6

Исходные данные:

- ***Студенты:*** фамилия, имя отчество студента; код группы, дата рождения.
- ***Предметы:*** наименование предмета, категория предмета (фундаментальный, профессионально-ориентированный, на выбор), тип аттестации (зачет, экзамен).

Журнал: оценки по 5 экзаменам, признак участия в общественной работе. ○ *Определить* общее число активистов в списке.

- *Создать таблицу*, которая содержит сведения о начислении стипендии студентам заданной группы. Рассчитать размер стипендии по следующему алгоритму: студенту, который получил все оценки «*5*» и активно принимает участие в общественной работе, назначается повышенная стипендия – доплата 50 %; студенту, который получил «*4*» и «*5*», назначается обычная стипендия – ее необходимо задать; студенту, который получил одну оценку «*3*», но активно занимается общественной работой, также назначается обычная стипендия; другим студентам стипендия не назначается.

Вариант № 7

Исходные данные:

- ***Авторы:*** фамилия, имя отчество, название книги.
- ***Книги:*** год издания, количество экземпляров.
- ***Местоположение:*** шифр книги, номер стеллажа, номер шкафа, номер полки. ○ *Определить* общее количество книг в коллекции, а также число книг заданного года издания. По заданному автору и названию книги выдать информацию о местонахождении книги. ○ *Создать таблицу*, которая содержит информацию о книгах за-

данного автора, которые находятся в коллекции.

Вариант № 8

Исходные данные:

- ***Группа:*** факультет, шифр группы, фамилия куратора, должность.
- *Студент*. Фамилия студента, шифр группы, номер зачетной книжки, дата рождения, дата поступления.
- ***Результаты сессии:*** оценки по *5*-и экзаменам и результаты сдачи 5 зачетов («З» – зачет, «Н» – незачет). ○ *Вычислить* средний балл, полученный каждым студентом за-

данной группы, и средний балл этой группы по каждому предмету. Определить общее количество задолженностей (по экзаменам и зачетам в сумме) каждого студента заданной группы и общее число студентов-должников той же группы.

- *Создать таблицу*, которая содержит сведения о неуспевающих студентах: группу, фамилия и количество задолженностей.

Вариант № 9

Исходные данные:

- ***Рейсы:*** номер рейса, пункт назначения, время вылета, время прибытия, стоимость билета.

Самолеты: шифр самолета, марка, количество посадочных мест, срок службы.

- ***Билеты:*** дата вылета, количество свободных мест в самолете.

Определить: ○ номера рейсов и время отправления самолетов в заданный го-

род; ○ по заданному городу и времени отправления наличие свободных мест на рейс; ○ общее количество рейсов через сутки в заданный город. □ *Создать таблицу,* которая содержит номера рейсов и время отправления самолетов в заданный город.

Вариант № 10

Исходные данные:

- ***Поставка:*** артикул обуви (артикул начинается с буквы *Ж* – для женской обуви, *М* – для мужской, *Д* – для детской обуви, например: *Д0321*), наименование, объем поставки.
- ***Обувь:*** цвет, стоимость.
- *Наличие*: размер, количество**.**

Определить:

- стоимость обуви заданного артикула, и какие размеры есть в

наличии; ○ общее количество пар детской обуви, имеющейся в магазине, и

ее суммарную стоимость.

- *Создать таблицу*, которая содержит информацию обо всех моделях женской обуви.

Вариант № 11

Исходные данные:

- ***Игроки:*** фамилия, имя, отчество, год рождения, название футбольного клуба.
- ***Футбольный клуб:*** название клуба, фамилия директора, фамилия главного тренера.
- ***Результаты:*** шифр игрока, число заброшенных им шайб, число сделанных им голевых передач, заработанное штрафное время. ○ *Вычислить* общее число шайб, забитых хоккеистами каждой ко-

манды, и суммарное штрафное время. ○ *Создать таблицу*, которая содержит фамилии шести лучших

игроков, и сумму очков каждого игрока (голы + передачи).

Вариант № 12

Исходные данные:

- ***Студенты:*** фамилия, имя, дата рождения дата поступления.

Выбор дисциплины: код студента, наименование пяти дисциплин (выбираемая дисциплина отмечается символом «*1*», иначе – *пробел*).

- ***Успеваемость:*** средний балл, наличие задолженности.

○ *Вычислить* количество слушателей каждой дисциплины. Определить число слушателей заданной дисциплины, у которых средний балл превышает заданный. ○ *Создать таблицу*, которая содержит фамилию, группу и сред-

ний балл всех слушателей заданной дисциплины. Если число их превысит заданное, то отобрать студентов, которые имеют более высокий средний балл успеваемости.

Вариант № 13

Исходные данные:

- ***Рейсы:*** номер поезда, станция назначения, время отправления, время прибытия, стоимость билета в вагоны каждого вида отдельно.

- ***Поезда:*** количество посадочных мест в купейных вагонах, плацкартных, количество мест в вагоны повышенной комфортности.
- ***Билеты:*** дата отправления, номер поезда, наличие билетов в вагоны каждого вида отдельно.

Определить:

- количество свободных мест в купейные вагоны поезда с заданным номером;
- количество поездов, которые отправляются к заданной станции назначения.

- *Создать таблицу,* содержащую информацию о поездах, которые отправляются к заданной станции в заданном интервале времени (временной интервал задать двумя значениями, например, *13:00* и *18:30*).

Вариант № 14

Исходные данные:

- ***Сотрудники:*** табельный номер фамилия, имя, отчество, дата рождения, дата поступления на работу.
- ***Отделы:*** номер отдела, количество сотрудников, фамилия начальника.
- ***Движение по службе***: должность, оклад, тип работы (штатный, совместитель, почасовик).
  - *Рассчитать* стаж работы всех сотрудников; средний стаж работы сотрудников заданного отдела; количество сотрудников с окладом ниже заданного.
  - *Создать таблицу*, которая содержит список сотрудников пенсионного возраста (на сегодняшний день) с указанием стажа работы.
  - *Определить разницу* в стаже работы женщин и мужнин пенсионного возраста.

Вариант № 15

Исходные данные:

- ***Пациенты:*** фамилия, имя, отчество, пол, дата рождения, местожительство (город).
- ***Палата:*** количество мест в палате.
- ***Учет:*** дата поступления, диагноз поступления, уточненный диагноз, дата выписки, если выписался).

Определить: ○ количество иногородних граждан, прибывших в клинику; ○ количество пациентов с заданным диагнозом; ○ количество пациентов пенсионного возраста.

- *Создать таблицу*, которая содержит список пациентов старше заданного возраста с заданным диагнозом.

Вариант № 16

Исходные данные:

- ***Пассажир:*** фамилия, шифр багажа.
- ***Багаж:*** количество вещей, вес.
- ***Учет:*** дата сдачи, время сдачи, номер секции, номер стойки.

Определить: ○ общий средний вес одной вещи;

○ багаж, у которого средний вес одной вещи отличается не больше чем на 0,3 кг от общего среднего веса одной вещи; ○ количество пассажиров, которые имеют больше 2 вещей. □ *Создать таблицу,* содержащую информацию о багаже, вес которого превышает заданный.

Вариант № 17

Исходные данные:

- ***Компания:*** наименование компании, дата создания компании, фамилия директора, номинал акции.
- ***Курс:*** дата, продажа, покупка.
- ***Учет:*** количество проданных акций, количество купленных акций.

Определить: ○ среднее количество проданных и купленных акций; ○ максимальное различие между курсом продажи и покупки акций; ○ суммарное количество акций, проданных всеми фирмами, и общую сумму, на которую они проданы.

- *Создать таблицу*, которая содержит наименование фирмы и стоимость проданных акций.

Вариант № 18

Исходные данные:

- ***Заказчик:*** фамилия, адрес, телефон.
- ***Ремонт:*** номер заказа, наименование оборудования, вид ремонта, стоимость.
- ***Учет:*** фамилия мастера, дата начала ремонта, дата окончания ремонта.

Определить: ○ суммарную стоимость всех заказов; ○ количество заказов на ремонт заданного вида; ○ минимальная стоимость ремонта.

- *Создать таблицу*, которая содержит сведения о продолжительности ремонта заказов, оформленных весной: номер заказа, фамилия заказчика, наименование оборудования, продолжительность заказа.

Вариант № 19

Исходные данные:

- ***Абоненты:*** фамилия, имя, отчество, телефон, дата установки.
- ***Расценки:*** код города, стоимость *1* минуты разговора.
- ***Заказ:*** дата разговора, телефон вызова, вызываемый пункт, продолжительность в минутах. *Определить:* ○ максимальную стоимость разговора; ○ суммарную стоимость всех разговоров; ○ общее количество разговоров в город с заданным кодом. □ *Создать таблицу*, которая содержит сведения о стоимости разговоров, которые состоялись в интервале между двумя заданными датами.

Вариант № 20

Исходные данные:

- ***Товары:*** шифр товара, наименование товара, категория (*A, B, C*), страна-производитель.
- ***Поставка:*** дата поставки, поставщик (наименование фирмы), объем, оптовая цена.
- ***Учет:*** дата продажи, розничная цена, количество проданного товара.

○ По заданному шифру товара выдавать информацию о нем.

Определить: ○ суммарную прибыль от продажи всех товаров;

- наименование товаров, продаваемых по наивысшей и наиболее низкой цене.

• *Создать таблицу*, которая содержит наименование товара и суммарную выручку.

Вариант № 21

Исходные данные:

• ***Продукция***: номер цеха изготовителя, наименование изделия

• ***Стоимость:*** код изделия, себестоимость

• ***Учет:*** дата изготовления, количество изготовленных изделий, цена.

Определить: ○ суммарное различие между себестоимостью и ценой всех изго-

товленных изделий; ○ общее количество изделий, изготовленных до заданной даты; ○ цену изделия по заданному наименованию.

• *Создать таблицу*, которая содержит сведения о товарах, изготовленных в заданном цехе.

Вариант № 22

Исходные данные:

• ***Рабочие:*** фамилия, имя, отчество, дата рождения, дата поступления на работу, номер цеха.

• ***Расценки:*** разряд, стоимость одного часа.

• ***Учет:*** дата, количество отработанных часов.

Определить: ○ среднее количество часов, отработанных за день; ○ максимальную стоимость одного часа; ○ по заданной дате количество отработанных часов.

• *Создать таблицу*, которая содержит следующие сведения о работниках заданного цеха: ○ фамилия работника; ○ суммарная стоимость отработанного им времени.

Вариант № 23

Исходные данные:

• ***Клиенты:*** фамилия, адрес, телефон**.**

• ***Заказ:*** номер заказа, наименование изделия, фамилия мастера.

• ***Учет:*** дата приема, дата выполнения заказа, стоимость заказа.

Определить: ○ количество заказов, выполненных мастером с заданной фа-

милией; ○ стоимость самого дорого

заказа; ○ среднюю стоимость

заказов.

- *Создать таблицу*, которая содержит фамилию клиента, номер заказа и продолжительность его выполнения.

Вариант № 24

Исходные данные:

- ***Импортеры:*** фирма-импортер, страна, наименование товара.
- ***Поставка:*** шифр товара, объем партии в штуках, стоимость *1* штуки в условных единицах.
- ***Учет:*** дата поставки, дата получения, подтверждение приема партии. *Определить:* ○ суммарный объем товаров, импортированных заданной страной;

○ суммарную стоимость партии товара по заданному шифру; ○ минимальную стоимость товара.

- *Создать таблицу,* которая содержит сведения о стоимости товаров, импортированных заданной страной. Таблица должна содержать наименование товара и суммарную стоимость партии.

Вариант № 25

Исходные данные:

- ***Рабочие:*** фамилия, имя, отчество, дата рождения, дата поступления на работу, номер цеха.
- ***Оплата:*** разряд, оплата за изготовление одной качественной детали.
- ***Учет:*** дата, количество изготовленных деталей, количество бракованных деталей. Определить: ○ общее количество бракованных деталей, изготовленных всеми

мастерами заданного цеха; ○ сумму штрафа за каждую бракованную деталь, которая состав-

ляет 20 % от оплаты за качественную работу; ○ фамилию мастера, который изготовил максимальное количе-

ство качественных деталей.

- *Создать таблицу*, которая содержит сведения об оплате труда рабочих. Таблица должна содержать фамилию рабочего, номер цеха и сумму к

выплате с учетом штрафа и налога (налог составляет 15 % от стоимости оплаты).

Вариант № 26

Исходные данные:

- ***Отделение:*** номер отделения, фамилию заведующего, номер корпуса, этаж.
- ***Лечение:*** шифр болезни, продолжительность.
- ***Оплата:*** диагностика, стоимость *1* дня лечения, затраты на лекарство.
- ***Суммарная стоимость:*** отработанного им времени.

Определить:
- по названию болезни затраты на лекарство;
- среднюю стоимость *1* дня лечения;
- рассчитать суммарную стоимость лечения каждой болезни, включая затраты на лекарство.

- *Создать таблицу*, которая содержит сведения о стоимости лечения в заданном отделении.

Вариант № 27

Исходные данные:

- ***Книги:*** наименование книги, фамилия автора, издательство, год издания, тираж.
- ***Магазины:*** шифр книги, номер магазина, цена.
- ***Учет продаж:*** код продажи, продано, остаток.

Определить:
- количество проданных книг в заданном магазине;
- суммарную стоимость всех непроданных книг;
- среднюю цену одной книги.

- *Создать таблицу,* которая содержит суммарную стоимость книг, проданных каждым магазином.

Вариант № 28

Исходные данные:

- ***Детали:*** наименование детали, цех-изготовитель
- ***Изготовление:*** шифр материала, шифр детали, затрата материала на *1* деталь.

- ***Учет:*** дата изготовления, количество изготовленных деталей, количество брака.

Определить: ○ для всех деталей суммарные затраты материала на брак; ○ количество качественных деталей; ○ деталь, на которую тратится более всего материала. □

Создать таблицу, которая содержит шифр детали и процент брака.

Вариант № 29

Исходные данные:

- ***Лекарство:*** название лекарства, категория (антибиотик, жаропонижающее, витамины, противовоспалительное, антидепрессант), дата изготовления, дата истечения срока.
- ***Стоимость:*** шифр лекарства, код аптеки, цена за *1* упаковку.
- ***Продажа:*** количество проданных упаковок, остаток.

Определить: ○ суммарное количество упаковок лекарства, проданных всеми аптеками и принадлежащее заданной категории.

○ стоимость всех непроданных упаковок;

○ среднюю стоимость лекарства.

- *Создать таблицу*, которая содержит информацию о просроченных лекарствах: номер аптеки, название, категория и дату истечения срока.

Вариант № 30

Исходные данные:

- ***Продавцы:*** табельный номер, фамилия, имя, отчество, дата рождения.
- ***Товары:*** шифр товара, тип товара, сложность продажи (средняя, высокая);
- ***Журнал регистрации:*** количество проданных товаров по дням недели (понедельник, вторник, ..., суббота); *Определить:* ○ общее количество товаров, проданных каждым продавцом; ○ фамилия продавца, который продал наибольшее число товаров, и определить день, когда он достиг наивысшей производительности труда.
- *Создать таблицу,* которая содержит следующую информацию: фамилия продавца и общее количество товаров, проданное им за неделю.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература:

1. *Бекаревич Ю. Б., Пушкина Н. В*. СПб.: БХВ - Петербург, 2016. 464 с. (Самоучитель Microsoft Access 2013).

2. *Гурвиц Г.* Microsoft Access 2013. Разработка приложений на реальном примере:
М., 2012. 258 с.

3. *Одиночкина С. В.* Разработка баз данных в Microsoft Access 2010, НИУ ИТМО, 2012. 81 с.

Дополнительная литература:

1. *Домострой А.* MS Access 2013. Создание базы данных. Урок 1. Режим доступа: https://www.youtube.com/watch?v=uCenTUX1QcQ

2. *Домострой А.* MS Access 2013. Таблицы. Урок 2. Режим доступа: https://www.youtube.com/watch?v=VDuyue8ra2Q

3. *Домострой А.* MS Access 2013. Запросы. Урок 3. Режим доступа: https://www.youtube.com/watch?v=nSIHUvfBy34

4. *Домострой А.* MS Access 2013. Формы. Урок 4. Режим доступа: https://www.youtube.com/watch?v=54ZZhSYrz8s

5. *Домострой А.* MS Access 2013. Многотабличные формы. Урок 5. Режим доступа: https://www.youtube.com/watch?v=ou-1q4Q6NjY

6. *Домострой А.* MS Access 2013. Создание отчетов. Урок 6. Режим доступа: https://www.youtube.com/watch?v=PrH-S8r0nlE

7. *Домострой А.* MS Access 2013. Главная Кнопочная форма Урок 7. Режим доступа: https://www.youtube.com/watch?v=Ou0HJtzypOU

8. *Макарова Н. В.* Информатика: учебник для вузов. Стандарт третьего поколения. СПб: Питер, 2011. 576 с.: ил.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

ПРИКЛАДНОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Автор: Дружинин А. В., доцент, канд. техн. наук

Екатеринбург

Оглавление

ЧАСТЬ I. ПОНЯТИЕ ППП.....3
Тема 1.1 Введение в предмет. Понятие ППП.....4
Тема 1.2 Структура и основные компоненты ППП.....10
Тема 1.3 Эволюция ППП. Примеры современных ППП.....13
ЧАСТЬ II. ППП MS OFFICE.....22
Тема 2.1 Структура и состав MS Office. Основные приложения 23
Тема 2.2 Введение в офисное программирование.....29
Тема 2.3 Макросы. Использование макрорекордера.....34
Тема 2.4 Среда разработки
VBA.....38

ЧАСТЬ I. ПОНЯТИЕ ППП
ТЕМА 1.1 ВВЕДЕНИЕ В ПРЕДМЕТ. ПОНЯТИЕ ППП

Цели и задачи дисциплины

- Изучение основных принципов, используемых в разработке интегрированных программных продуктов.
- Изучение структуры, состава и назначения компонентов интегрированного ПО, а также средств организации взаимодействия между компонентами и инструментальных средств расширения функциональности.
- Формирование навыков работы со средствами автоматизации решения прикладных задач.
- Формирование навыков использования встроенных средств разработки.
- Требования к уровню освоения дисциплины
- В результате изучения дисциплины студенты должны:
- знать принципы построения прикладных информационных систем
- уметь использовать современные программные средства для обработки разнородной информации;
- уметь автоматизировать процесс решения прикладных задач с помощью встроенных языков программирования;
- иметь представление о современном состоянии и тенденциях развития рынка прикладного ПО.

Основные понятия и определения

Информационная система (ИС) - организационно упорядоченная совокупность документов (массивов документов) и информационных технологий, в том числе с использованием средств вычислительной техники и связи, реализующих информационные процессы. Информационные системы предназначены для хранения, обработки, поиска, распространения, передачи и представления информации.

Автоматизированная (информационная) система (АС) - совокупность программных и аппаратных средств, предназначенных для хранения и/или управления данными и ин-

формацией и производства вычислений и управляемая человеком-оператором (в этом главное отличие автоматизированной системы от автоматической).

Многоуровневое представление ИС - модель представления информационной системы в виде совокупности взаимосвязанных уровней, разделенных по функциональному назначению (рис. 1).

Рис. 1. Многоуровневое представление информационных систем.

Аппаратное обеспечение ИС - комплекс электронных, электрических и механических устройств, входящих в состав информационной системы или сети.

Программное обеспечение (ПО) — совокупность программ и данных, предназначенных для решения определенного круга задач и хранящиеся на машинных носителях.

Программа — последовательность формализованных инструкций, представляющих алгоритм решения некоторой задачи и предназначенная для исполнения устройством управления вычислительной машины. Инструкции программы записываются при помощи машинного кода или специальных языков программирования. В зависимости от контекста термин «программа» может относится к исходным текстам, при помощи которых записывается алгоритм, или к исполняемому машинному коду.

Программист - специалист, занимающийся разработкой и проверкой программ. Различают системных и прикладных программистов.

Пользователь - человек, принимающий участие в управлении объектами и система ми некоторой предметной области и являющийся составным элементом автоматизированной системы.

Прикладное программное обеспечение - программное обеспечение, ориентированное на конечного пользователя и предназначенное для решения пользовательских задач.

Прикладное ПО состоит из:

- отдельных прикладных программ и пакетов прикладных программ, предназначенных для решения различных задач пользователей;
- автоматизированных систем, созданных на основе этих пакетов.

Пакет прикладных программ - комплект программ, предназначенных для решения задач из определенной проблемной области. Обычно применение пакета прикладных программ предполагает наличие специальной документации: лицензионного свидетельства, паспорта, инструкции пользователя и т.п.

Классификация программного обеспечения

Любая классификация подразумевает выбор некоторого группировочного признака (или нескольких), на основании которого и производится отнесение объектов к тому или иному классу. Так, при классификации программного обеспечения по способу распространения можно выделить следующие категории список не полный):

- Commercial Software - коммерческое (с ограниченными лицензией возможностями на использование), разрабатываемое для получения прибыли.
- Freeware - свободное ПО, распространяемое без ограничений на использование, модификацию и распространение.
- Shareware - условно-бесплатное ПО, с частичными ограничениями при работе в ознакомительном режиме (например, определенное количество запусков программы).
- Abandonware - «заброшенное» ПО, поддержка которого непосредственным разработчиком прекращена, но продолжается третьими лицами (например, партнерами или энтузиастами).
- Adware - ПО, в код которого включены рекламные материалы. Такое ПО распространяется бесплатно, но для отключения рекламных блоков необходима оплата.
- Careware - «благотворительное» ПО, оплату за которое разработчик (или распро странитель) просит переводить на благотворительные нужды.

При классификации программного обеспечения по назначению в качестве критерия используют уровень представления ИС, на который ориентирована та или иная программа.

Соответственно выделяют следующие классы ПО:

1. Системное ПО - решает задачи общего управления и поддержания работоспособности системы в целом. К этому классу относят операционные системы, менеджеры загрузки, драйверы устройств, программные кодеки, утилиты и программные средства защиты информации.
2. Инструментальное ПО включает средства разработки (трансляторы, отладчики, интегрированные среды, различные SDK и т.п.) и системы управления базами данных (СУБД).
3. Прикладное ПО - предназначено для решения прикладных задач конечными пользователями.

Прикладное ПО - самый обширный класс программ, в рамках которого возможна дальнейшая классификация, например, по предметным областям. В этом случае группировочным признаком является класс задач, решаемых программой. Приведем несколько примеров:

- Офисные приложения - предназначены для автоматизации офисной деятельности (текстовые редакторы и процессоры, электронные таблицы, редакторы презентаций и т.п.)
- Корпоративные информационные системы - бухгалтерские программы, системы корпоративного управления, системы управления проектами (Project Management), инструменты автоматизации документооборота (EDM-системы) и управления архивами документов (DWM-системы)
- Системы проектирования и производства - системы автоматизированного проектирования (САПР, CAD/CAM-системы), системы управления технологическими (SCADA) и производственными (MES) процессами
- Научное ПО - системы математического и статистического расчета, анализа и моделирования
- Геоинформационные системы (ГИС)
- Системы поддержки принятия решений (СППР)
- Клиенты доступа к сетевым сервисам (электронная почта, веб-браузеры, передача сообщений, чат-каналы, клиенты файлообменных сетей и т.п.)
- Мультимедийное ПО - компьютерные игры, средства просмотра и редактирования аудио- и видеоинформации, графические редакторы и вьюеры, анимационные редакторы и т.п.

С точки зрения конечного пользователя такая классификация оправданна и наглядна, для разработчика же более значимым фактором является структура прикладной программы, в общем случае состоящей из нескольких компонентов. Назначение этих компонентов, связи между ними и способность к взаимодействию определяют интеграцию прикладного ПО. Чем теснее связаны программные компоненты, тем выше степень интеграции.

В зависимости от степени интеграции многочисленные прикладные программные средства можно классифицировать следующим образом[1]:

1. отдельные прикладные программы;
2. библиотеки прикладных программ;
3. пакеты прикладных программ;
4. интегрированные программные системы.

Отдельная прикладная программа пишется, как правило, на некотором высокоуровневом языке программирования (Pascal, Basic и т.п.) и предназначается для решения конкретной прикладной задачи. Такая программа может быть реализована в виде набора модулей, каждый из которых выполняет некоторую самостоятельную функцию (например, модуль пользовательского интерфейса, модуль обработки ошибок, модуль печати и т.п.).
При этом доступ к функциям модулей из внешних программ невозможен.

Библиотека представляет собой набор отдельных программ, каждая из которых решает некоторую прикладную задачу или выполняет определенные вспомогательные функции (управление памятью, обмен с внешними устройствами и т.п.). Библиотеки программ зарекомендовали себя эффективным средством решения вычислительных задач. Они интенсивно используются при решении научных и инженерных задач с помощью ЭВМ.
Условно их можно разделить на библиотеки общего назначения и специализированные библиотеки.

Пакет прикладных программ (ППП) - это комплекс взаимосвязанных программ, ориентированный на решение определенного класса задач. Формально такое определение не исключает из числа пакетов и библиотеки программ, однако у ППП, как отдельной категории, есть ряд особенностей, среди которых: ориентация на решение классов задач, унифицированный интерфейс, наличие языковых средств.

[1] Следует отметить отсутствие безусловных границ между перечисленными формами прикладного программного обеспечения

Интегрированная программная система - это комплекс программ, элементами которого являются различные пакеты и библиотеки программ. Примером служат системы автоматизированного проектирования, имеющие в своем составе несколько ППП различного назначения. Часто в подобной системе решаются задачи, относящиеся к различным классам или даже к различным предметным областям.

Понятие пакета прикладных программ

Итак, пакет прикладных программ (ППП) – это комплекс взаимосвязанных программ для решения определенного класса задач из конкретной предметной области. На текущем этапе развития информационных технологий именно ППП являются наиболее востребованным видом прикладного ПО. Это связано с упомянутыми ранее особенностями ППП. Рассмотрим их подробней:

- Ориентация на решение класса задач. Одной из главных особенностей является ориентация ППП не на отдельную задачу, а на некоторый класс задач, в том числе и специфичных, из определенной предметной области. Так, например, офисные пакеты ориентированы на офисную деятельность, одна из задач которой - подготовка документов (в общем случае включающих не только текстовую информацию, но и таблицы, диаграммы, изображения). Следовательно, офисный пакет должен реализовывать функции обработки текста, представлять средства обработки табличной информации, средства построения диаграмм разного вида и первичные средства редактирования растровой и векторной графики.
- Наличие языковых средств. Другой особенностью ППП является наличие в его составе специализированных языковых средств, позволяющих расширить число задач, решаемых пакетом или адаптировать пакет под конкретные нужды. Пакет может представлять поддержку нескольких входных языков, поддерживающих различные парадигмы. Поддерживаемые языки могут быть использованы для формализации исходной задачи, описания алгоритма решения и начальных данных, организации доступа к внешним источникам данных, разработки программных модулей, описания модели предметной области, управления процессом решения в диалоговом режиме и других целей. Примерами входных языков ППП являются VBA в пакете MS Office, AutoLISP/VisualLISP в Autodesk AutoCAD, StarBasic в OpenOffice.org

- Единообразие работы с компонентами пакета. Еще одна особенность ППП состоит в наличии специальных системных средств, обеспечивавших унифицированную работу с компонентами. К их числу относятся специализированные банки данных, средства информационного обеспечения, средства взаимодействия пакета с операционной системой, типовой пользовательский интерфейс и т.п.
-

ТЕМА 1.2 СТРУКТУРА И ОСНОВНЫЕ КОМПОНЕНТЫ ППП

Несмотря на разнообразие конкретных пакетных разработок, их обобщенную внутреннюю структуру можно представить в виде трех взаимосвязанных элементов1 (рис. 2):

1. входной язык (макроязык, язык управления) - представляет средство общения пользователя с пакетом;
2. предметное обеспечение (функциональное наполнение) - реализует особенности конкретной предметной области;
3. системное обеспечение (системное наполнение) - представляет низкоуровневые средства, например, доступ к функциям операционной системы.

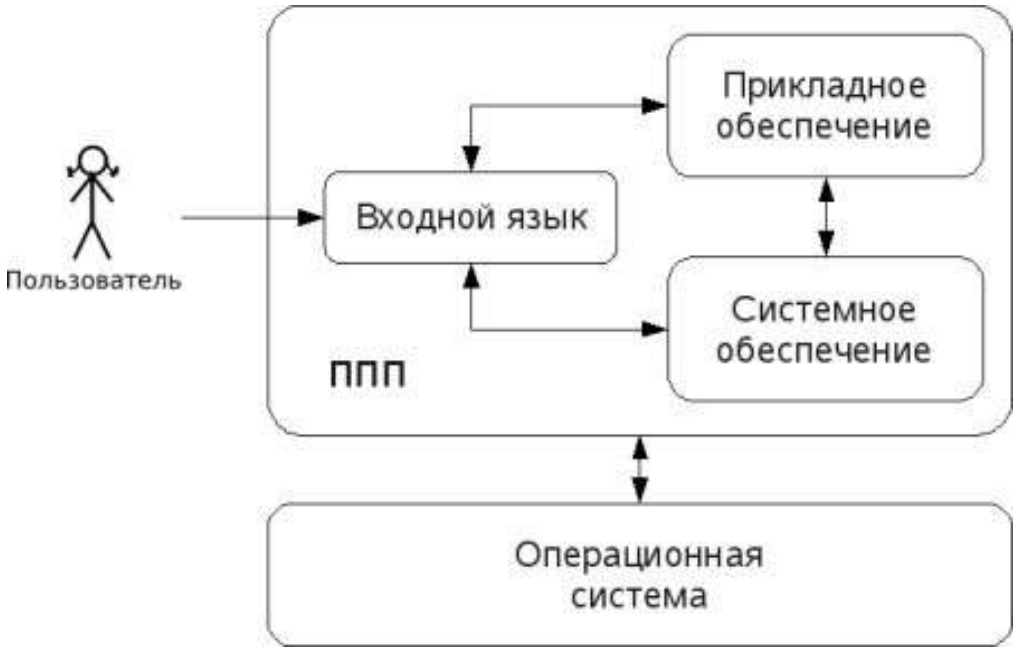


Рис. 2. Структура ППП.

Входной язык - основной инструмент при работе пользователя с пакетом прикладных программ. В качестве входного языка могут использоваться как универсальные (Pascal, Basic и

т.п.), так и специализированные, проблемно-ориентированные языки программирования (Cobol - для бизнес-приложений, Lisp - списочные структуры данных, Fortran и MathLAB - математические задачи и т.п.).

Развитый пакет может обладать несколькими входными языками, предназначенными для выполнения различных функций в рамках решаемого класса задач. Так, например, в пакете OpenOffice.org поддерживаются языки StarBasic, Python, JavaScript и Java. StarBasic является основным входным языком, предназначенным для автоматизации работы с пакетом, для этого языка имеется интегрированная среда разработки и встроенный отладчик. Скрипты на языках Python и JavaScript загружаются и исполняются из внешних файлов. На Java (через SDK и функции API OpenOffice) можно создавать модули расширения и полнофункциональные приложения-компоненты.

Входные языки отражают объем и качество предоставляемых пакетом возможностей, а также удобство их использования. Таким образом, именно входной язык является основным показателем возможностей ППП. Однако стоит отметить, что в современных пакетах обращение пользователя к языковым средствам обычно происходит косвенно, через графический интерфейс.

Предметное обеспечение отражает особенности решаемого класса задач из конкретной предметной области и включает:

- программные модули, реализующие алгоритмы (или их отдельные фрагменты) прикладных задач;
- средства сборки программ из отдельных модулей.

Наиболее распространено в настоящее время оформление программных модулей в виде библиотек, подключаемых статически или динамически. В зависимости от использованного разработчиками подхода к проектированию и реализации ППП такие библиотеки содержат встроенные классы и описания их интерфейсов (при использовании объектно-ориентированного программирования). При использовании парадигмы структурного программирования в библиотечных модулях содержатся процедуры и функции, предназначенные для решения некоторых самостоятельных задач. В обоих случаях библиотеки связаны с другими модулями пакета лишь входной и выходной информацией.

Системное обеспечение представляет собой совокупность низкоуровневых средств (программы, файлы, таблицы и т.д.), обеспечивающих определенную дисциплину работы

пользователя при решении прикладных задач и формирующих окружение пакета. К системному обеспечению ППП относят следующие компоненты:

- монитор - программа, управляющая взаимодействием всех компонентов ППП;
- транслятор(ы) с входных языков - для ППП характерно использование интерпретируемых языков;
- средства доступа к данным - драйверы баз данных и/или компоненты, представляющие доступ через унифицированные интерфейсы (ODBC, JDBC, ADO, BDE и т.п.);
- информационно-справочный модуль - предоставляет функции поддержки, среди которых информационные сообщения, встроенная справочная системы и т.п.

различные служебные программы, выполняющие низкоуровневые операции (автосохранение, синхронизация совместно используемых файлов и т.д.)

Приведенная логическая структура ППП достаточна условна и в конкретном ППП может отсутствовать четкое разделение программ на предметное и системное обеспечение. Например, программа планирования вычислений, относящаяся к прикладному обеспечению, может одновременно выполнять и ряд служебных функций (информационное обеспечение, связь с операционной системой и т.п.).

Кроме того, одни и те же программы в одном пакете могут относиться к предметному обеспечению, а в другом - к системному. Так, программы построения диаграмм в рамках специализированного пакета машинной графики естественно отнести к предметному обеспечению. Однако те же программы следует считать вспомогательными и относящимися к системному обеспечению, например, в пакете решения вычислительных задач.

ТЕМА 1.3 ЭВОЛЮЦИЯ ППП. ПРИМЕРЫ СОВРЕМЕННЫХ ППП

Этапы развития ППП

Первые ППП представляли собой простые тематические подборки программ для решения отдельных задач в той или иной прикладной области, обращение к ним выполнялось с помощью средств оболочки ОС или из других программ. Современный пакет является сложной программной системой, включающей специализированные системные и языковые средства. В относительно короткой истории развития вычислительных ППП можно выделить *4 основных поколения* (класса) пакетов. Каждый из этих: классов характеризуется определенными

особенностями входящих состав ППП компонентов - входных языков, предметного и системного обеспечения.

Первое поколение

В качестве входных языков ППП первого поколения использовались универсальные языки программирования (Фортран, Алгол-60 и т.п.) или языки управления заданиями соответствующих операционных систем. Проблемная ориентация входных языков достигалась за счет соответствующей мнемоники в идентификаторах. Составление заданий на таком языке практически не отличалось от написания программ на алгоритмическом языке.

Предметное обеспечение первых ППП, как правило, было организовано в форме библиотек программ, т.е. в виде наборов (пакетов) независимых программ на некотором базовом языке программирования (отсюда впервые возник и сам термин «пакет»). Такие ППП иногда называют *пакетами библиотечного типа*, или *пакетами простой структуры*.

В качестве системного обеспечения пакетов первого поколения обычно использовались штатные компоненты программного обеспечения ЭВМ: компиляторы с алгоритмических языков, редакторы текстов, средства организации библиотек программ, архивные системы и т.д. Эти пакеты не требовали сколько-нибудь развитой системной поддержки, и для их функционирования вполне хватало указанных системных средств общего назначения. В большинстве случаев разработчиками таких пакетов были прикладные программисты, которые пытались приспособить универсальные языки программирования к своим нуждам.

Второе поколение

Разработка ППП второго поколения осуществлялась уже с участием системных программистов. Это привело к появлению специализированных входных языков на базе универсальных языков программирования. Проблемная ориентация таких языков достигалась не только за счет использования определенной мнемоники, но также применением соответствующих языковых конструкций, которые упрощали формулировку задачи и делали ее более наглядной. Транслятор с такого языка представлял собой препроцессор (чаще всего макропроцессор) к транслятору соответствующего алгоритмического языка.

В качестве модулей в пакетах этого класса стали использоваться не только программные единицы (т.е. законченные программы на том или ином языке программирования), но и такие объекты, как последовательность операторов языка программирования, совокупность данных, схема счета и др.

Существенные изменения претерпели также принципы организации системного обеспечения ППП. В достаточно развитых пакетах второго поколения уже можно выделить элементы системного обеспечения, характерные для современных пакетов: монитор, трансляторы с входных языков, специализированные банки данных, средства описания модели предметной области и планирования вычислений и др.

Третье поколение

Третий этап развития ППП характеризуется появлением самостоятельных входных языков, ориентированных на пользователей-непрограммистов. Особое внимание в таких ППП уделяется системным компонентам, обеспечивающим простоту и удобство. Это достигается главным образом за счет специализации входных языков и включения в состав пакета средств автоматизированного планирования вычислений.

Четвертое поколение

Четвертый этап характеризуется созданием ППП, эксплуатируемых в интерактивном режиме работы. Основным преимуществом диалогового взаимодействия с ЭВМ является возможность активной обратной связи с пользователем в процессе постановки задачи, ее решения и анализа полученных результатов. Появление и интенсивное развитие различных форм диалогового общения обусловлено прежде всего прогрессом в области технических средств (графическая подсистема ЭВМ и средства мультимедиа, сетевые средства). Развитие аппаратного обеспечения повлекло за собой создание разнообразных программных средств поддержки диалогового режима работы (диалоговые операционные системы, диалоговые пакеты программ различного назначения и т. д.).

Прикладная система состоит из *диалогового монитора* - набора универсальных программ, обеспечивающих ведение диалога и обмен данными, и базы знаний об области. Информация о структуре, целях и форма диалога задает сценарий, в соответствии с который монитор управляет ходом диалога. Носителями процедурных знаний о предметной области являются прикладные модули, реализующие функции собственной системы. Таким образом, создание прикладной системы сводится к настройке диалогового монитора на конкретный диалог, путем заполнения базы знаний. При этом программировать в традиционном смысле этого слова приходится лишь прикладные модули, знания о диалоге вводятся в систему с помощью набора соответствующих средств - редактора сценариев. Логично требовать, чтобы редактор сценариев также представлял собой диалоговую программу, отвечавшую

рассмотренным выше требованиям. Благодаря готовому универсальному монитору программист может сосредоточиться на решении чисто прикладных задач, выделение же знаний о диалоге в сценарий обеспечивает в значительной степени необходимая гибкость программного продукта.

Большое внимание в настоящее время уделяется проблеме создания *«интеллектуальных ППП»*. Такой пакет позволяет конечному пользователю лишь сформулировать свою задачу в содержательных терминах, не указывая алгоритма ее решения. Синтез решения и сборка целевой программы производятся автоматически. При этом детали вычислений скрыты от пользователя, и компьютер становится интеллектуальным партнером человека, способным понимать его задачи. Предметное обеспечение подобного ППП представляет собой некоторую базу знаний, содержащую как процедурные, так и описательные знания. Такой способ решения иногда называют концептуальным программированием, характерными особенностями которого является программирование в терминах предметной области использование ЭВМ уже на этапе постановки задач, автоматический синтез программ решения задачи, накопление знаний о решаемых задачах в базе знаний.

Краткий обзор некоторых ППП

Для иллюстрации ранее рассмотренных материалов приведем несколько примеров современных пакетов прикладных программ из различных предметных областей. Учитывая, что постоянно появляются новые версии программных продуктов, здесь будут рассматриваться не возможности конкретных версий, а лишь основные структурные компоненты, входящие в состав того или иного пакета.

Autodesk AutoCAD

Основное назначение ППП AutoCAD - создание чертежей и проектной документации. Современные версии этого пакета представляют существенно большие возможности, среди которых построение трехмерных твердотельных моделей, инженерно-технические расчеты и многое другое.

Первые версии системы AutoCAD, разрабатываемой американской фирмой Autodesk, появились еще в начале 80-х годов двадцатого века, и сразу же привлекли к себе внимание своим оригинальным оформлением и удобством для пользователя. Постоянное развитие системы, учет замечаний, интеграция с новыми продуктами других ведущих фирм сделали

AutoCAD мировым лидером на рынке программного обеспечения для автоматизированного проектирования.

Языковые средства

В основе языковых средств ППП AutoCAD - технология Visual LISP, базирующаяся на языке AutoLISP (подмножество языка LISP) и используемая для создания приложений и управления в AutoCAD. Visual LISP представляет полное окружение, включающее:

- Интегрированную среду разработки, облегчающую написание, отладку и сопровождение приложений на AutoLISP
- Доступ к объектам ActiveX и обработчикам событий
- Защиту исходного кода
- Доступ к файловым функциям операционной системы
- Расширенные функции языка LISP для обработки списочных структур данных.

Для разработчиков совместимых приложений в AutoCAD включена поддержка ObjectARX. Это программное окружение представляет объектно-ориентированный интерфейс для приложений на языках C++, C# и VB.NET и обеспечивает прямой доступ к структурам БД, графической подсистеме и встроенным командам пакета.

Кроме того, в AutoCAD имеется поддержка языка Visual Basic for Applications (VBA), что позволяет использовать этот пакет совместно с другими приложениями, в частности, из семейства Microsoft Office.

Предметное обеспечение

К предметному обеспечению пакета в первую очередь относятся функции построения примитивов - различных элементов чертежа. Простые примитивы - это такие объекты как точка, отрезок, круг (окружность) и т.д. К сложным примитивам относятся: полилиния, мультилиния, мультитекст (многострочный текст), размер, выноска, допуск, штриховка, вхождение блока или внешней ссылки, атрибут, растровое изображение. Кроме того, есть пространственные примитивы, видовые экраны и пр. Операции построения *большей части* примитивов могут быть выполнены через пользовательский интерфейс, *все* - через команды языка.

Высокоуровневые средства представлены расширениями и приложениями AutoCAD для конкретных предметных областей. Например в машиностроении используется Autodesk

Mechanical Desktop - предназначенный для сложного трехмерного моделирования, в том числе валов и пружин. Для проектирования деталей из листовых материалов предназначена система Copra Sheet Metal Bender Desktop (разработчик - Data-M Software GmbH). Моделирование динамики работы механизмов может выполняться в системе Dynamic Designer (Mechanical Dynamics). В числе известных архитектурных и строительных приложений можно отметить системы АРКО (АПИО-Центр), СПДС GraphiCS (Consistent Software), ArchiCAD. Для проектирования промышленных объектов может использоваться система PLANT-4D (CEA Technology). Это лишь некоторые из областей использования AutoCAD.

Системное обеспечение

Среди системного обеспечения следует отметить основной формат файлов AutoCAD .dwg, который стал стандартом «де факто» для прочих САПР.

К системному же обеспечению относятся типовые и специализированные библиотеки деталей и шаблонов, использование которых позволяет существенно ускорить процесс проектирования. Здесь же упомянем требования отраслевых и государственных стандартов, которым должны соответствовать чертежи и спецификации.

Конфигурация и настройки различных режимов AutoCAD устанавливаются через т.н. системные переменные. Изменяя их значения можно задавать пути к файлам, точность вычислений, формат вывода и многое другое.

Adobe Flash

Adobe (ранее Macromedia) Flash - это технология и инструментарий разработки интерактивного содержания с большими функциональными возможностями для цифровых, веб- и мобильных платформ. Она позволяет создавать компактные, масштабируемые анимированные приложения (ролики), которые можно использовать как отдельно, так и встраивая в различное окружение (в частности, в веб-страницы). Эти возможности обеспечиваются следующими компонентами технологии: языком Action Script, векторным форматом .swf и видеоформатом .flv, всевозможными flash-плейерами для просмотра и редакторами для создания.

Рассмотрим интегрированную среду Adobe Flash как основное средство создания flash-приложений. При этом отметим, что языковые и системные средства относятся не только к этому пакету, а к технологии в целом.

Язык ActionScript

ActionScript — объектно-ориентированный язык программирования, который добавляет интерактивность, обработку данных и многое другое в содержимое Flash-приложений. Синтаксис ActionScript основан на спецификации ECMAScript (сюда же относятся языки JavaScript и JScript). Библиотека классов ActionScript, написанная на C++, представляет доступ к графическим примитивам, фильтрам, принтерам, геометрическим функциям и пр.

ActionScript как язык появился с выходом 5 версии Adobe (тогда еще Macromedia) Flash, которая стала первой программируемой на ActionScript средой. Первый релиз языка назывался ActionScript 1.0. Flash 6 (MX). В 2004 году Macromedia представила новую версию ActionScript 2.0 вместе с выходом Flash 7 (MX 2004), в которой было введено строгое определение типов, основанное на классах программирование: наследование, интерфейсы и т. д. Также Macromedia была выпущена модификация языка Flash Lite для программирования под мобильные телефоны. ActionScript 2.0 является не более чем надстройкой над ActionScript 1.0, то есть на этапе компиляции ActionScript 2.0 осуществляет некую проверку и превращает классы, методы ActionScript 2.0 в прежние прототипы и функции ActionScript 1.0.

В 2005 году вышел ActionScript 3.0 в среде программирования Adobe Flex, а позже в Adobe Flash 9.

ActionScript 3.0 (текущая версия на момент подготовки этого материала) представляет, по сравнению с ActionScript 2.0 качественное изменение, он использует новую виртуальную машину AVM 2.0 и дает взамен прежнего формального синтаксиса классов настоящее классовое (class-based) Объектно-ориентированное программирование. ActionScript 3.0 существенно производительней предыдущих версий и по скорости приблизился к таким языкам программирования, как Java и C++.

С помощью ActionScript можно создавать интерактивные мультимедиа-приложения, игры, веб-сайты и многое другое.

Системное обеспечение

ActionScript исполняется виртуальной машиной (ActionScript Virtual Machine), которая является составной частью Flash Player. ActionScript компилируется в байткод, который включается в SWF-файл.

SWF-файлы исполняются Flash Player-ом. Flash Player существует в виде плагина к веб-браузеру, а также как самостоятельное исполняемое приложение. Во втором случае возможно создание исполняемых exe-файлов, когда swf-файл включается во Flash Player.

Для создания и просмотра видеофайлов в формате flv используются программные кодеки, поддерживающие этот формат.

Прикладное обеспечение

К прикладному обеспечению в рамках технологии Flash относятся средства создания роликов в форматах .swf, .flv и .exe. Основным инструментом является среда среда Adode Flash, включающая различные средства для создания и редактирования мультимедийного содержания, в т.ч. видео- и аудиофайлов, интегрированную среду разработки на ActionScript и множество дополнительных функций упрощения процесса создания роликов.

Пакет MatLab

MatLab (сокращение от англ. «Matrix Laboratory») — пакет прикладных программ для решения задач технических вычислений, и язык программирования, используемый в этом пакете. По данным фирмы-разработчика, более 1000000 инженерных и научных работников используют этот пакет, который работает на большинстве современных операционных систем, включая GNU/Linux, Mac OS, Solaris и Microsoft Windows.

Язык MatLab

MATLAB как язык программирования был разработан Кливом Моулером (англ. Cleve Moler) в конце 1970-х годов. Целью разработки служила задача использования программных математических библиотек Linpack и EISPACK без необходимости изучения языка Фортран. Акцент был сделан на матричные алгоритмы.

Программы, написанные на MATLAB, бывают двух типов — функции и скрипты. Функции имеют входные и выходные аргументы, а также собственное рабочее пространство для хранения промежуточных результатов вычислений и переменных. Скрипты же используют общее рабочее пространство. Как скрипты, так и функции не компилируются в машинный код, а сохраняются в виде текстовых файлов. Существует также возможность сохранять так называемые pre-parsed программы — функции и скрипты, приведенные в вид, удобный для машинного исполнения и, как следствие, более быстрые по сравнению с обычными.

Системное обеспечение

Язык MATLAB является высокоуровневым интерпретируемым языком программирования, включающим основанные на матрицах структуры данных, широкий спектр функций, интегрированную среду разработки, объектно-ориентированные возможности и интерфейсы к программам, написанным на других языках программирования. Имеются интерфейсы для получения доступа к внешним данным, клиентам и серверам, общающимся через технологии Component Object Model (COM) или Dynamic Data Exchange (DDE), а также периферийным устройствам, которые взаимодействуют напрямую с MATLAB. Многие из этих возможностей известны под названием MATLAB API.

Встроенная среда разработки позволяет создавать графические интерфейсы пользователя с различными элементами управления, такими как кнопки, поля ввода и другими. С помощью компонента MATLAB Compiler эти графические интерфейсы могут быть преобразованы в самостоятельные приложения.

Для MATLAB имеется возможность создавать специальные наборы инструментов (англ. toolbox), расширяющие его функциональность. Наборы инструментов представляют собой коллекции функций, написанных на языке MATLAB для решения определенного класса задач.

Прикладное обеспечение

MATLAB предоставляет удобные средства для разработки алгоритмов, включая высокоуровневые с использованием концепций объектно-ориентированного программирования. В нем имеются все необходимые средства интегрированной среды разработки, включая отладчик и профайлер.

MATLAB предоставляет пользователю большое количество (несколько сотен) функций для анализа данных, покрывающие практически все области математики, в частности:

- Матрицы и линейная алгебра — алгебра матриц, линейные уравнения, собственные значения и вектора, сингулярности, факторизация матриц и другие.
- Многочлены и интерполяция — корни многочленов, операции над многочленами и их дифференцирование, интерполяция и экстраполяция кривых и другие.
- Математическая статистика и анализ данных — статистические функции, статистическая регрессия, цифровая фильтрация, быстрое преобразование Фурье и другие.

- Обработка данных — набор специальных функций, включая построение графиков, оптимизацию, поиск нулей, численное интегрирование (в квадратурах) и другие.
- Дифференциальные уравнения — решение дифференциальных и дифференциально-алгебраических уравнений, дифференциальных уравнений с запаздыванием, уравнений с ограничениями, уравнений в частных производных и другие.
- Разреженные матрицы — специальный класс данных пакета MATLAB, использующийся в специализированных приложениях.

В составе пакета имеется большое количество функций для построения графиков, в том числе трехмерных, визуального анализа данных и создания анимированных роликов, функции для создания алгоритмов для микроконтроллеров и других приложений.

ЧАСТЬ II. ППП MS OFFICE

ТЕМА 2.1 СТРУКТУРА И СОСТАВ MS OFFICE. ОСНОВНЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

Структура MS Office и назначение компонентов

ППП Microsoft Office - это совокупность программных средств автоматизации офисной деятельности. В состав пакета входит множество приложений, каждое из которых предназначено для выполнения определенных функций и может быть использовано автономно и независимо от остальных. Весь набор офисных приложений можно разделить на *основные* и *дополнительные*.

Основные компоненты Microsoft Office

Список и назначение основных компонентов, входящих в состав Microsoft Office приведен в таб. 1.

Таблица 1. Основные компоненты Microsoft Office

Название приложения	Функциональное назначение приложения
Microsoft Word	Текстовый процессор
Microsoft Excel	Табличный процессор
Microsoft PowerPoint	Система подготовки презентаций
Outlook	Система управления персональной информацией

Microsoft Access	Система управления базами данных
Microsoft Binder	Система управления подшивками
Microsoft FrontPage	Система управления Web-узлами
Microsoft PhotoDraw	Графический редактор
Microsoft Publisher	Настольная издательская система
Microsoft Project	Система управления проектами
Microsoft Team Manager	Система управления персоналом

Дополнительные компоненты MS Office

Кроме основных компонентов, в семейство Microsoft Office входит большое количество вспомогательных приложений, которые устанавливаются (или не устанавливаются) вместе с основными. Ими можно воспользоваться из основных приложений или вызвать независимо. В таб. 2 перечислены некоторые из вспомогательных приложений.

Таблица 2. Некоторые вспомогательные приложения Microsoft Office

Название приложения	**Функциональное назначение приложения**
Microsoft Query	Интерпретатор запросов к внешним базам данных
Microsoft Organization Chart	Программа рисования блок-схем
Microsoft WordArt	Программа создания фигурных текстов
Microsoft Equation	Редактор математических формул
Microsoft Map	Программа отображения данных на географических картах
Microsoft Graph	Программа построения диаграмм
Microsoft Photo Editor	Графический редактор
Microsoft Draw	Средство рисования
Microsoft Find Fast	Служба индексации документов
Microsoft Extended Finder	Средство поиска документов в папках файловой системы и электронной почты
Microsoft Script Editor	Редактор сценариев
Microsoft ClipArt	Коллекция картинок и клипов

Панель Microsoft Office	Средство быстрого доступа к приложениям Office

Кроме основных и вспомогательных приложений, могут быть установлены и использованы различные расширения (надстройки). Их можно условно разделить на три группы:

1. *Самостоятельные приложения*, разработанные фирмой Microsoft, которые являются компонентами семейства Microsoft Office, но формально не входят в состав пакета. Примерами являются приложения Microsoft Project и Microsoft Team Manager.
2. *Надстройки* над компонентами Microsoft Office, разработанные фирмой Microsoft и представляющие собой дополнительные функции. Как правило, надстройки оформляются не в виде готовых к выполнению программ, а в виде документов специального типа: шаблонов, рабочих книг, библиотек динамической компоновки (DLL) и т.п.
3. *Приложения третьих фирм*, разработанные для пользователей Microsoft Office. В этот класс попадают как продукты сторонних фирм, так и собственные разработки пользователей. Сюда можно отнести средства распознавания текстов (OCR), автоматического перевода текста, средства управления большими массивами документов (перечисленные задачи не реализованы или слабо развиты в самом пакете MS
   Office).

Приведенный перечень основных компонентов носит условный характер, поскольку состав пакета зависит от следующих факторов:

1. *Устанавливаемый комплект (или редакция) пакета*. Пакет выпускается в нескольких редакциях, и состав приложений в разных редакциях различен.
2. *Источник установки. Установка* может быть выполнена с компакт-диска или с сетевого сервера. Наборы файлов, которые устанавливаются на компьютер, существенно различаются.
3. *Операционная система*. Microsoft Office может работать под управлением различных ОС: MS Windows и Mac OS. Эти операционные системы могут иметь разные версии и модификации, что также влияет на состав устанавливаемых компонентов.

4. *Наличие на компьютере в момент установки предшествующих версий*. Некоторые компоненты старых версий автоматически включаются в состав обновляемой версии Microsoft Office (если они уже установлены на компьютере).
5. *Параметры, заданные при установке*. В случае так называемой выборочной (т.е. по выбору пользователя) установки, можно указать несколько десятков независимых параметров, влияющих на состав пакета.

Несмотря на большое число различных приложений в составе пакета, все они в совокупности образуют единое целое. Для каждого из приложений MS Office характерно наличие следующих отличительных признаков:

1. совместимость по данным;
2. унифицированный интерфейс;
3. единые средства программирования.

Документы Microsoft Office

Единица данных самого верхнего уровня структуризации в Microsoft Office называется **документом**.

Документы классифицируются по типам в зависимости от того, какого сорта информация в них хранится. Как правило, документы разных типов обрабатываются разными приложениями Microsoft Office. Основные типы документов, с которыми работают программы Microsoft Office, перечислены в таб. 3.

Таблица 3. Основные типы документов Microsoft Office

Название	Расширение	Приложение	Краткое описание
Документ	.doc	Word	Основной тип документов Word. Содержит форматированный текст, т.е. текст с дополнительной информацией о шрифтах, отступах, интервалах и т.п., а также рисунки, таблицы и другие элементы
Рабочая книга	.xls	Excel	Основной тип документов Excel. Содержит данные различных типов: формулы, диаграммы и макросы
База данных	.mdb	Access	Основной тип документов Access. Содержит как собственно базу данных, то есть совокупность таблиц, так и соответствующие запросы, макросы, модули, формы и отчеты

Презентация	.ppt	PowerPoint	Основной тип документов PowerPoint. Содержит презентацию, состоящую из набора слайдов, заметок выступающего, раздаточных материалов и другой информации
Публикация	.pub	Publisher	Основной тип документов Publisher. Как и Word, содержит форматированный текст, рисунки, таблицы и т.п.
План проекта	.mpp	Project	Основной тип документов Project. Содержит календарный план проекта, описание задач, ресурсов и их взаимосвязи

Исходя из вышесказанного, можно сделать следующий вывод: входящие в состав пакета MS Office приложения способны тесно взаимодействовать при решении прикладных задач; они создают единую информационную среду и позволяют обмениваться объектами. Документы Microsoft Office являются частными примерами объектов. Поэтому Microsoft Office является *документо-ориентированным пакетом* (средой).

Программная среда

Основным средством разработки приложений в MS Office является комплексное решение на основе языка Visual Basic, а именно - Visual Basic for Application (VBA). Эта технология включает макрорекордер, интерпретатор Visual Basic, интегрированную среду разработки с встроенным отладчиком, библиотеки времени выполнения (runtime library) и библиотеки типов, представляющие объекты пакета. Эти средства позволяют расширять функциональность пакета и адаптировать его к решению специализированных задач.

Интерфейс MS Office

Приложения Microsoft Office имеют унифицированный интерфейс, суть которого заключается в следующем: сходные функции имеют одинаковое обозначение (название команды или значок на кнопке), а несходные функции имеют различные обозначения.

В большей степени унификация коснулась интерфейсов таких приложений, как Microsoft Word, Microsoft Excel и Microsoft PowerPoint.

Одним из достоинств пакета Microsoft Office является последовательное использование графического интерфейса пользователя (Graphical User Interface, GUI), представляемого операционной системой и различных элементов управления. Как

правило, отдельные элементы группируются в более крупные конструкции, такие как окна, панели инструментов, меню. Рассмотрим характеристику каждой из этих групп.

Оконный интерфейс

Оконный интерфейс - такой способ организации пользовательского интерфейса программы, когда каждая интегральная часть располагается в *окне* — собственном субэкранном пространстве, находящемся в произвольном месте «над» основным экраном. Несколько окон одновременно располагающихся на экране могут перекрываться, находясь

«выше» или «ниже» друг относительно друг

В MS Office использует окна четырех типов:

- окно приложения;
- окно документа; • диалоговое окно;
- форма.

Панели инструментов

Панели инструментов - это элементы пользовательского интерфейса, на которых могут располагаются такие элементы управления, как кнопки быстрого вызова и раскрывающиеся списки. Панели инструментов разных приложений могут содержать кнопки, сходные по функциям и внешнему виду, что упрощает освоение интерфейса Microsoft Office.

Панели инструментов могут быть:

- пристыкованными вдоль границы окна приложения;
- плавающими, т.е. находится в любой части окна приложения;
- представленными в отдельных окнах; в этом случае форму и размеры панели инструментов можно менять произвольно.

Меню

Меню представляет доступ к иерархическим спискам доступных команд. Результатом выбора команды из меню может быть:

- непосредственное выполнение некоторого действия;
- раскрытие еще одного меню;

- раскрытие диалогового окна или формы.

Меню интерфейса Microsoft Office, кроме строки меню любого приложения, можно разделить (по способу перехода к ним) на раскрывающиеся и контекстные (или всплывающие).

Элементы управления

Элементы управления - это объекты оконного интерфейса, реализующие типовые операции с интерфейсом: щелчок мышью, выбор из списка, выбор вариантов, прокрутка и т.п. К элементам управления относятся следующие: кнопки, текстовые поля (или поля ввода), флажки, переключатели, списки и раскрывающиеся списки, полосы прокрутки, палитры, счетчики и прочие, специфичные для некоторых приложений или условий.

ТЕМА 2.2 ВВЕДЕНИЕ В ОФИСНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Офисное программирование — это процесс разработки приложений, предназначенных для автоматизации офисной деятельности с использованием специализированных пакетов (MS Office, OpenOffice.org или подобных).

Офисное программирование имеет ряд особенностей, отличающих его от программирования в общем смысле:

- цели разработки;
- область применения;
- макроязык;
- среда разработки;
- поддержка объектно-ориентированного программирования.

Рассмотрим эти особенности на примере MS Office.

Цели разработки

В офисной среде *программный проект неразрывно связан с документом*, хранится как часть документа и не может существовать независимо от него. *Документ, а не программа, является целью разработки.*

Стандартные возможности среды по работе с документами велики. Однако возможность изменить типовой документ, снабдив его дополнительными функциями – это одна из важнейших задач офисного программирования. Для ее решения офисная среда представляет совокупность библиотек классов, которые составляют каркас (Framework)

текстовых документов, электронных таблиц, презентаций, баз данных и приложений на основе этих документов. Всякий раз, когда создается новый документ, его каркас составляют объекты библиотек, заданные по умолчанию. Этот каркас можно существенно изменить, добавив в документ новые свойства. Расширение каркаса не требует от программиста значительных усилий – достаточно включить в него необходимые библиотеки классов.

Область применения

Область применения офисного программирования широка – от настройки отдельных документов до решения задач автоматизации офисной деятельности масштаба предприятия, в т.ч. ориентированных на совместную работу в глобальной сети.

Visual Basic for Application

Visual Basic для приложений (Visual Basic for Application, VBA) – это инструмент разработки приложений, который позволяет создавать программные продукты, решающие практически все задачи, встречающиеся в среде Windows. Эти продукты можно использовать, например, для оформления документов (подготовки текстов) или анализа данных таблиц (электронных таблиц). VBA – уникальное приложение, поскольку оно встраивается в другое приложение и расширяет его функциональные возможности.

Visual Basic for Application (VBA) - стандартный макроязык пакета Microsoft Office, предназначенный для расширения функциональных возможностей приложения в котором используется.

С помощью VBA можно:

- создать собственное диалоговое окно и придать ему требуемый внешний вид;
- создать макросы, расширяющие функциональные возможности приложения, в которое встроен VBA;
- изменить меню приложения Microsoft Office;
- управлять другим приложением Microsoft Office или принадлежащими ему данными;
- объединить данные из нескольких приложений Microsoft Office в одном документе;
- автоматически создавать или изменять страницы Web, совместно используя приложения Microsoft Office и VBA.

Для разработчика доступны следующие инструменты и средства, которые используются при создании проекта VBA:

- отладка приложений без предварительной компиляции;
- средства Win32 API;
- SQL и объекты доступа к данным для управления данными и извлечения их из внешних источников данных, таких как Microsoft SQL Server;
- построение и проверка элементов интерфейса непосредственно в среде разработки VBA (Integrated Development Environment, IDE);
- связывание программ и процедур с событиями, которые возникают в приложениях VBA.

Среда разработки

Среда приложений Office ориентирована в первую очередь на пользователей, а не на программистов и в ней можно создавать документы без всякого программирования. Поэтому программист обычно начинает работать с документами не на пустом месте, а с их заготовками, созданными пользователями, т.е. и сам программист может выступать в роли пользователя. Средства совместной работы над документами Office обеспечивают одновременную работу программистов и пользователей.

Среда MS Office предлагает два способа создания программ, отличающихся подходом к процессу: использование макрорекордера и ручное кодирование (на языке VBA). Эти подходы ориентированы на разные категории: непосредственно пользователей и программистов соответственно.

Макрорекордер (MacroRecorder) – это программный инструмент, записывающий действия пользователя при работе с документами и приложениями, с сохранением записи в виде макроса -исходного кода на языке VBA. При вызове сохраненного макроса воспроизводится вся сохраненная последовательность действий.

Макрорекордер представляет возможность создания программного проекта или, по крайней мере, его отдельных компонентов автоматически, без программирования. Для записи и воспроизведения макроса не требуется специальных знаний, поэтому пользователь может самостоятельно создавать программы (макросы), в общем случае даже не представляя себе, как они работают.

Для программиста макрорекордер полезен тем, что позволяет создавать фрагменты программы автоматически, тем самым увеличивая скорость разработки и уменьшая время отладки.

Интегрированная среда разработки на VBA (Visual Basic Environment, VBA) - встроенное в MS Office средство для написания, тестирования и отладки приложений на VBA. Среда VBA представляет все возможности для создания законченных офисных приложений, включая средства визуального проектирования пользовательского интерфейса. VBA ориентирована на использование программистами для разработки офисных приложений (это отнюдь не означает, что пользователи не могут применять VBA).

Поддержка ООП

Разработка приложений для MS Office тесно связана с парадигмой объектно-ориентированного программирования. Все документы (более того, сами компоненты пакета) в MS Office - суть объекты, наделенные собственными наборами свойств (характеристик объекта), методов (подпрограмм управления свойствами) и событий (подпрограмм, обрабатывающих изменения состояния объекта в результате некоторых действий). Соответственно, для обеспечения более полной интеграции с пакетом, входной язык (VBA) также поддерживает ООП.

Все объекты приложения MS Office образуют иерархическую структуру, которая определяет связь между ними и способ доступа. Такая структура называется объектной моделью (object model). За рамки объектной модели выходят, но также могут использоваться в офисных приложениях, внешние объекты, поддерживающие технологии DDE, OLE/ActiveX и ряд других.

В объектно-ориентированную концепцию удачно вписывается технология *визуального программирования*. Все отображаемые элементы графического интерфейса, такие как формы, элементы управления, меню и панели инструментов являются объектами, наделенными набором свойств и методов и способными реагировать на события (например, щелчки мыши, нажатия клавиш и т.п.). При визуальном подходе не требуется программного задания (хотя это и возможно) их основных свойств (например, ширина или высота, цвет фона и т.п.). Эти свойства можно задать при помощи мыши (например, ширину и высоту формы путем операции "перетаскивания" маркеров) или

установить их в окне свойств (название формы, цвет фона формы и т. д.). Таким образом, визуальное программирование делает проектирование интерфейса программы более наглядным и быстрым. При этом сохраняется возможность управлять всеми объектами и программно.

Преимущества офисного программирования

Преимущества, которые получает конечный пользователь, использующий программируемые офисные документы:

- Пользователь получает документы, обладающие новыми функциями и способные решать задачи, характерные для проблемной области пользователя.
- Пользователь находится в единой офисной среде независимо от того, с каким документом он работает в данный момент и какой программист разрабатывал этот документ.
- Большинство доступных при работе с документами функций являются общими для всех документов, поскольку их предоставляет сама офисная среда. Единый стиль интерфейса разных документов облегчает работу с ними.
- Пользователь сам, не будучи программистом, способен создавать простые виды программируемых офисных документов, постепенно совершенствуясь в этой деятельности.

Преимущества, которые получает программист, работающий в Office:

- В распоряжении программиста находится мощная интегрированная среда. Для него эта среда представлена в виде совокупности хорошо организованных объектов, доступных в языке программирования и по принципу работы ничем не отличающихся от встроенных объектов языка или объектов, создаваемых самим программистом.
- Большинство повседневных задач становятся для него простыми, – чтобы их решить, зачастую достаточно стандартных средств.
- Там, где стандартных средств не хватает, где у документа должны появиться новые функциональные возможности, где необходимо создать документ по заказу, вступает в силу язык программирования – VBA, существенная особенность которого – возможность работы с объектами любого из приложений Office.

- Офисное программирование позволяет применять на практике идеи компонентного программирования. Компонентный подход предполагает взаимодействие компонентов, создаваемых в разных программных средах, на разных языках, на разных платформах и находящихся на разных машинах. Работа с компонентами (DLL, ActiveX, AddIns, ComAddIns) является неотъемлемой частью офисного программирования.

ТЕМА 2.3 МАКРОСЫ. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАКРОРЕКОРДЕРА

Макросы

Независимо от используемых операционной системы и программных приложений MS Office пользователь часто выполняет одни и те же последовательности команд для многих рутинных задач. Вместо повторения последовательности команд каждый раз, когда необходимо выполнить какую-либо задачу, можно создать макрос (macro), который вместо пользователя будет выполнять эту последовательность. Термин macro произошел от греческого слова, означающего расширенный или растянутый.

Макрос – это программа (в контексте офисного программирования - созданная автоматически), состоящая из списка команд, которые должны быть выполнены приложением.

Основными преимуществами использования макросов являются:

- повышение точности и скорости работы, поскольку компьютеры лучше приспособлены для выполнения повторяющихся задач, чем человек;
- при выполнении макросов обычно нет необходимости в присутствии человека-оператора; в случае, если макрос очень длинный и выполняет операции, требующие значительного времени (например, поиск в базе данных и сортировка), пользователь может переключиться на другое приложение.

Макрос служит для объединения нескольких различных действий в одну процедуру, которую можно легко вызвать. Этот список команд состоит в основном из макрокоманд, которые тесно связаны с приложением, в котором создается макрос – т.е. с командами Word, Excel или других приложений Microsoft Office.

Можно выделить *три основные разновидности макросов*:

1. *Командные макросы* – это наиболее распространенные макросы, обычно состоящие из операторов, эквивалентным тем или иным командам меню или параметрам диалоговых окон. Основным предназначением такого макроса является выполнение действий, аналогичных командам меню – т.е. изменение окружения и основных объектов приложения.
2. *Пользовательские функции* – работают аналогично встроенным функциям приложения. Отличие этих функций от командных макросов состоит в том, что они используют значения передаваемых им аргументов, производят некоторые вычисления и возвращают результат в точку вызова, но не изменяют среды приложения.
3. *Макрофункции* – представляют сочетание командных макросов и пользовательских функций. Они могут использовать аргументы и возвращать результат, подобно пользовательским функциям, а также могут изменять среду приложения, как и командные макросы. Чаще всего эти макросы вызываются из других макросов, и активно используются для модульного программирования.

Поддержка макросов позволяет порой обойтись вообще безо всякого программирования: достаточно включить автоматическую запись выполняемых пользователем действий и в результате получить готовый макрос, а затем назначить ему кнопку на панели инструментов или новую команду меню, которые будут использоваться для вызова. Простые макросы удается создавать, не написав вручную ни одной строки программного кода.

Для разработки же серьезных приложений приходится программировать.

Таким образом, различают 2 способа разработки макроса:

- автоматическое создание, с использованием макрорекордера;
- написание макроса "с нуля", используя язык программирования VBA.

Отметим, что возможен и комбинированный подход: фрагменты будущей программы записываются автоматически, а затем они корректируются и дополняются "рукописным" кодом.

Для записи макросов из приложений Microsoft Office используется **макрорекордер**. Это встроенный инструмент, который фиксирует все действия пользователя, включая ошибки и неправильные запуски. При выполнении макроса интерпретируется каждая

записанная макрорекордером команда точно в такой последовательности, в которой пользователь выполнял их во время записи.

Для **записи макроса** в приложении Microsoft Office можно использовать меню "Сервис/Макрос/Начать запись" или выбрать кнопку "Записать макрос" на панели инструментов Visual Basic. До начала записи нужно указать имя макроса и определить, где он будет храниться и как будет доступен. Затем выполнить действия, которые требуется сохранить в макросе. Для завершения записи нужно на панели инструментов "Остановка записи" щелкнуть кнопку "Остановить запись".

Для **выполнения макроса** необходимо:

1. Установить курсор в место вставки выполнения макроса.
2. Выбрать пункт меню "Сервис/Макрос/Макросы".
3. В появившемся диалоговом окне "Макрос" выбрать имя нужного макроса и выбрать "Выполнить".

Чтобы **просмотреть код** записанного макроса, надо выбрать меню "Сервис/Макрос/Макросы". В появившемся диалоговом окне выбрать имя нужного макроса и щелкнуть кнопку "Изменить". Исходный код указанного макроса будет загружен в окно редактора Visual Basic.

Структура записанного макроса

Макросы, создаваемые макрорекордером MS Office, сохраняются в специальной части файла данных, называемой *модулем*. Модуль VBA содержит исходный код программы на языке VBA. Фактически макрос является подпрограммой (а точнее, процедурой) VBA. Записанный макрос имеет строго определенную структуру. Ниже представлен исходный код простого макроса, созданного в Microsoft Word.

Листинг 1. Пример макроса

```
Sub Hello()
' Макрос изменяет размер, начертание шрифта, выравнивание абзаца и
' выводит надпись в активный документ MS Word
'
    Selection.Font.Size = 24
    Selection.Font.Bold = wdToggle
    Selection.ParagraphFormat.Alignment = wdAlignParagraphCenter
```

```
    Selection.TypeText Text:="Hello, World!"
End Sub
```

В общем виде структуру кода макроса можно представить следующим образом[2]:

```
Sub имяМакроса ()
' текст комментария
    Оператор1
    Оператор2 ...
    ОператорN
End Sub
```

Каждый макрос VBA начинается с ключевого слова Sub, за которым следует имя макроса. Строку, содержащую ключевое слово Sub и имя макроса, называют *строкой объявления (declaration)* макроса. За именем макроса всегда следуют пустые круглые скобки (т.к. макрос является процедурой VBA без параметров).

За строкой объявления макроса следуют строки комментариев. *Комментарий (comment)* – это строка в макросе VBA, которая не содержит инструкций, являющихся частью этого макроса. Каждая строка комментария начинается с символа апострофа ('). Комментарии содержат имя макроса и текст, который был введен пользователем в текстовое поле "Описание" ("Description") диалогового окна "Запись макроса" ("Record Macro") в момент записи этого макроса.

Сразу за объявлением макроса следует *тело макроса (body)*. Каждая строка в теле макроса состоит из одного или более операторов VBA. *Оператор VBA (statement)* – это последовательность ключевых слов и других символов, которые вместе составляют одну полную инструкцию для VBA. Макрос VBA состоит из одного или нескольких операторов.

Конец макроса выделяется ключевой строкой End Sub, завершающей тело макроса.

ТЕМА 2.4 СРЕДА РАЗРАБОТКИ VBA

Visual Basic for Application (VBA) – это система программирования, которая используется как единое средство программирования во всех приложениях Microsoft

[2] Локализованные версии пакета MS Office позволяют использовать в макросах символы национальных алфавитов (например, в идентификаторах). Однако не следует пользоваться этой сомнительной возможностью во избежании сложностей с отладкой и портированием приложений на VBA.

Office. Всякая система программирования включает в себя, по меньшей мере, три составные части:

1. Язык (или языки) программирования.
2. Среду разработки, т.е. набор инструментов для написания программ, редактирования, отладки и т.п.
3. Библиотеку (или библиотеки) стандартных программ, т.е. набор готовых программ (процедур, функций, объектов и т.д.), которые можно использовать как готовые элементы при построении новых программ.

Для создания офисных приложений в MS Office имеется *интегрированная среда разработки* (Integrated Development Environment, *IDE*) с унифицированным интерфейсом. VBA IDE – это набор инструментов разработки программного обеспечения, таких как редактор Visual Basic (Visual Basic Editor, VBA), средства отладки, средства управления проектом и т.д.

Вызов VBA IDE из любого приложения выполняется через комбинацию клавиш Alt+F11 или меню "Сервис/Макрос/Редактор Visual Basic".

Структура VBA

VBA – это стандартное интерфейсное окно, содержащее меню, панели инструментов, другие окна и элементы, которые применяются при создании проектов VBA. Общий вид окна редактора Visual Basic представлен на рис. 3.

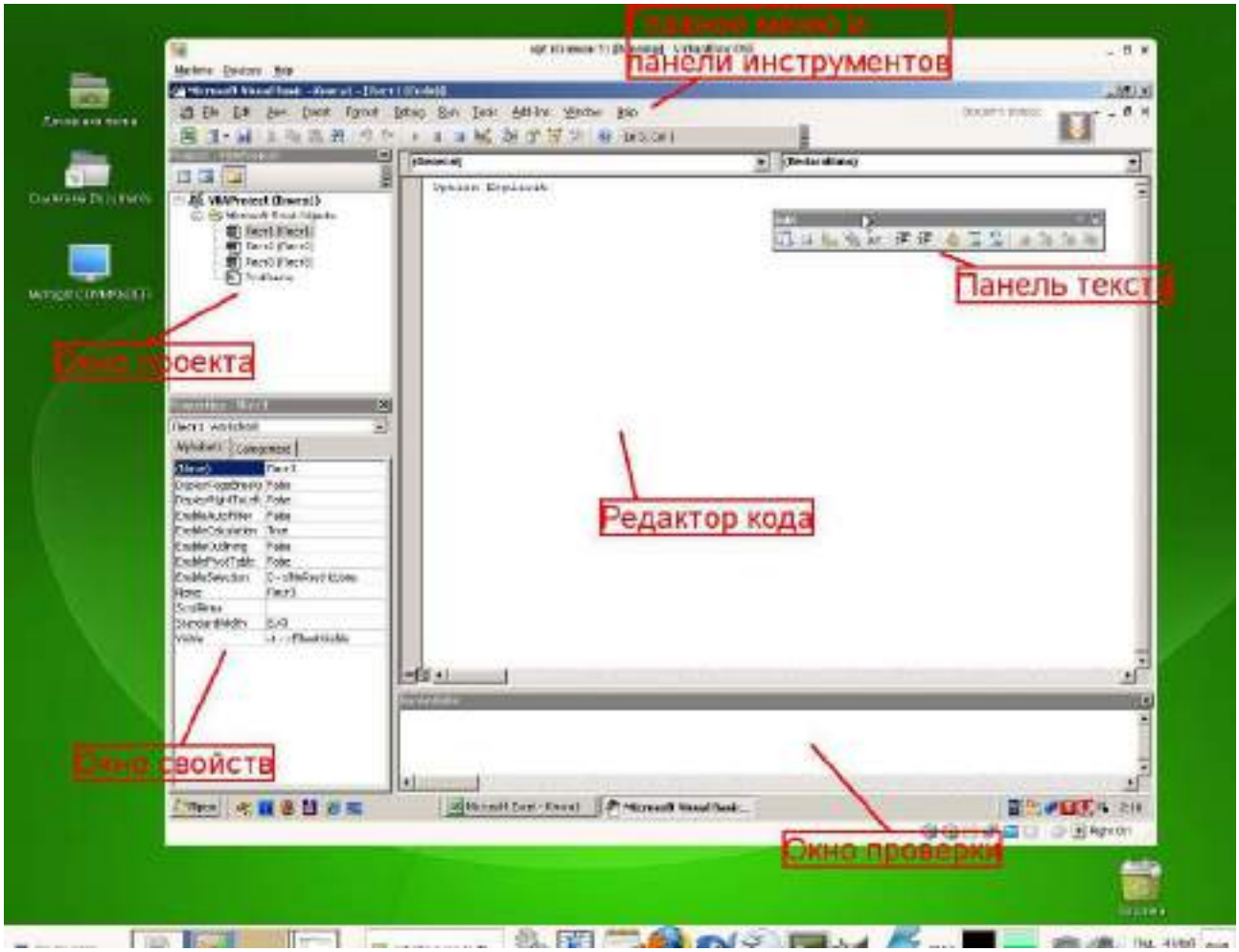


Рисунок 3. Окно редактора Visual Basic

Основными (открывающимися по умолчанию) являются три окна: окно проекта, окно свойств и окно редактирования кода. Краткое описание этих и некоторых других компонентов VBA приведено в таб. 4. Все они доступны через команды, представленные в меню "Вид".

Таблица 4. Назначение компонентов VBA

Наименование окна	**Описание**
Project (Проект)	Предназначено для отображения всех открытых проектов, а также их составляющих: модулей, форм и ссылок на другие проекты
Toolbox (Панель элементов)	Содержит элементы управления для конструирования форм
UserForm	Используется для создания форм путем размещения на них элементов

Наименование окна	Описание
	управления
Code (Программа)	Предназначено для просмотра, написания и редактирования программы на языке VBA. Поскольку среда разработки является многооконной, то для каждого модуля проекта можно открыть отдельное окно
Properties (Свойства)	Отображает свойства выделенных объектов. В этом окне можно задавать новые значения свойств формы и элементов управления
Object Browser (Просмотр объектов)	Отображает классы, свойства, методы, события и константы различных библиотек объектов. Используется для быстрого получения информации об объектах
Immediate (Проверка)	Предназначено для быстрого выполнения вводимых в него инструкций. В данном окне также выводятся результаты выполнения вводимых инструкций
Locals (Локальные переменные)	Автоматически показывает все переменные данной процедуры
Watches (Контрольные значения)	Применяется при отладке программ для просмотра значений выражений

Характеристики компонентов VBA

Окно проекта (Project)

Проект – это совокупность всех программных модулей, связанных с документом Microsoft Office. Окно *Project (Проект)* предназначено для быстрого получения информации о различных составляющих проекта.

Проект может содержать модули следующих видов:

- *Объекты основного приложения*. Проекты VBA выполняются совместно с другими приложениями. Приложение, в котором разрабатывается и выполняется проект VBA, называется основным.
- *Модули форм*. В VBA имеется возможность создавать пользовательские формы, предназначенные для ввода или вывода данных, а также процедуры обработки событий, возникающие в этих формах.

- *Модули кода*. Модульность - один из основных принципов парадигмы структурного программирования. Каждый модуль, как правило, содержит подпрограммы, сход-

  ные по назначению. Небольшие модули проще отлаживать и использовать повторно. В частности, в VBA имеются средства импорта/экспорта готового кода.
- *Модули классов*. VBA позволяет создавать и использовать собственные объекты. Описание объектов включается в модули класса. Каждый модуль класса содержит полную информацию об одном типе объекта.

С помощью окна проекта можно добавить или удалить какой-либо объект из проекта. Модули кода добавляются в проект командой "Вставить/Модуль". Формы создаются командой "Вставить/UserForm", а модули класса командой "Вставить/Модуль класса".

Окно проекта можно использовать также для быстрой навигации по формам проекта и программному коду. Для этого необходимо выбрать в контекстном меню соответственно команды "Объект" или "Программа".

Окно свойств (Properties)

Список свойств выделенного объекта выводится в окне Properties (Свойства). Для того чтобы выделить объект, необходимо с помощью окна проекта выбрать форму и перейти в режим конструктора, используя команду "View Object". Свойства объекта можно упорядочить в алфавитном порядке (Alphabetic (По алфавиту)) или по категориям (Categorized (По категориям)), выбрав соответствующую вкладку. Предусмотрена также возможность получения быстрой справки по какому-либо свойству объекта. Для этого достаточно установить курсор на нужное свойство и нажать клавишу F1.

Окно просмотра объектов(Object Browser)

Окно Object Browser (Просмотр объектов) предназначено для просмотра объектов, доступных при создании программы. Точнее, в этом окне отображаются не сами объекты, а структура соответствующего класса объектов. Окно просмотра объектов может использоваться для поиска метода или свойства объекта.

Окно Code (Окно редактирования кода)

Окно Code (Программа) представляет собой текстовый редактор, предназначенный для написания и редактирования кода процедур приложения. Это окно появляется на экране, например, при создании нового модуля. Код внутри модуля организован в виде отдельных разделов для каждого объекта, программируемого в модуле. Переключение между разделами выполняется путем выбора значений из списка "Object" ("Объект"), который находится в левом верхнем углу окна. Каждый раздел может содержать несколько процедур, которые можно выбрать из списка "Procedure" ("Процедура") в правом верхнем углу.

Интеллектуальные возможности редактора кода:

1. При написании кода пользователю предлагается список компонентов, логически завершающих вводимую пользователем инструкцию.
2. На экране автоматически отображаются сведения о процедурах, функциях, свойствах и методах после набора их имени.
3. Автоматически проверяется синтаксис набранной строки кода сразу после нажатия клавиши Enter. В результате проверки выполняется выделение определенных фрагментов текста:
   - красным цветом – синтаксические ошибки; • синим цветом – зарезервированные ключевые слова;
   - зеленым цветом – комментарии.
4. Если курсор расположить на ключевом слове VBA, имени процедуры, функции, свойства или метода и нажать клавишу F1, то на экране появится окно со справочной информацией об этой функции.

Окно редактирования форм (UserForm)

Для создания диалоговых окон, разрабатываемых приложений VBA, используются формы. Редактор форм является одним из основных средств визуального программирования. При добавлении формы в проект (команда "Insert" – "UserForm" ("Вставить" – "UserForm")) на экран выводится незаполненная форма с панелью инструментов Toolbox (Панель элементов).

Используя панель инструментов Toolbox (Панель элементов) из незаполненной формы конструируется требуемое для приложения диалоговое окно. Размеры формы и

размещаемых на ней элементов управления можно изменять. Также окно редактирования форм поддерживает операции буфера обмена. Кроме того, команды меню "Format" ("Формат") автоматизируют и облегчают процесс выравнивания элементов управления как по их взаимному местоположению, так и по размерам.

Окна отладочной информации

Окно Immediate (Проверка) позволяет ввести инструкцию и выполнить ее. При этом инструкция должна быть записана в одну строку, директивы которой будут выполнены после нажатия клавиши Enter. Данное окно можно использовать для быстрой проверки действий, выполняемой той или иной инструкцией. Это позволяет не запускать всю процедуру, что удобно при отладке программ.

Окно Locals (Локальные переменные) автоматически отображает все объявленные переменные текущей процедуры и их значения.

Окно Watches (Контрольные значения) применяется при отладке программ для просмотра значений выражений.

Федеральное агентство по образованию
ФБГОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

ПРИКЛАДНОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Методические указания
к лабораторным работам по дисциплине «Прикладное программное обеспечение»
для студентов технологических специальностей
очной и заочной форм обучения
Часть 1.

УДК
И57
Рецензент: Боровков В. А., доцент кафедры информатики

Прикладное программное обеспечение. Методические указания к лабораторным работам по дисциплине «Прикладное программное обеспечение» для студентов технологических специальностей очной и заочной форм обучения / В. В. Тимухина, А. В. Дружинин, Т. Г. Завражина, Р. А. Мезенцева, Т. А. Самакаева, С. М. Колмогорова. – Екатеринбург: Изд–во УГГУ.–2021 – с.118

В методическом руководстве студентам предложены задания и методические указания по их выполнению в Windows, Word, Excel.

© Уральский государственный горный университет, 2021
© Авторы, 2021

ВВЕДЕНИЕ

Методическое руководство для выполнения лабораторных и самостоятельных работ по дисциплине «Прикладное программное обеспечение» для студентов технологических специальностей очной и заочной форм обучения состоит из двух частей в соответствии с поточными лекциями по дисциплине Прикладное программное обеспечение, читаемыми большинству студентов технологических специальностей очной формы обучения.

Часть 1. Включает изучение следующих тем:

1. Встроенные приложения Windows.
2. Текстовый редактор Word.
3. Табличный процессор Excel.

Часть 2. Включает изучение следующих тем:

1. Система управления базами данных.
2. Система проектирования «AutoCAD».
3. Программирование на VBA.
4. Работа в Internet

Методическое руководство содержит лабораторные работы разной степени сложности, что соответствует разному уровню подготовки студентов 1 курса по дисциплине «Прикладное программное обеспечение». Количество предложенных работ превышает часовую нагрузку, соответствующую учебным планам.

Каждый преподаватель может на основе предложенных работ создать свой набор лабораторных работ в соответствии с уровнем знаний студентов или предложить отдельным студентам индивидуальную практическую программу работы.

Студенты менее подготовленные, при наличии компьютера дома, могут самостоятельно выполнить набор предложенных работ, повышая свои навыки работы в рассматриваемых приложениях.

Студенты заочной формы обучения могут выполнить указанные преподавателем работы до приезда на сессию, в течение семестра, что положительно скажется на их навыках работы за компьютером.

Результат каждой выполненной работы студент должен сохранить в папке с именем своей группы. Файлы именовать номером выполненной работы.

По всем выполненным лабораторным работам студент должен оформить электронный отчет. Результат каждой работы необхо-

димо дополнить кратким описанием команд, использованных при выполнении работы.

Правила оформления отчета описаны в работе 2.6.

1. Встроенные приложения Windows

1. ВСТРОЕННЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ WINDOWS

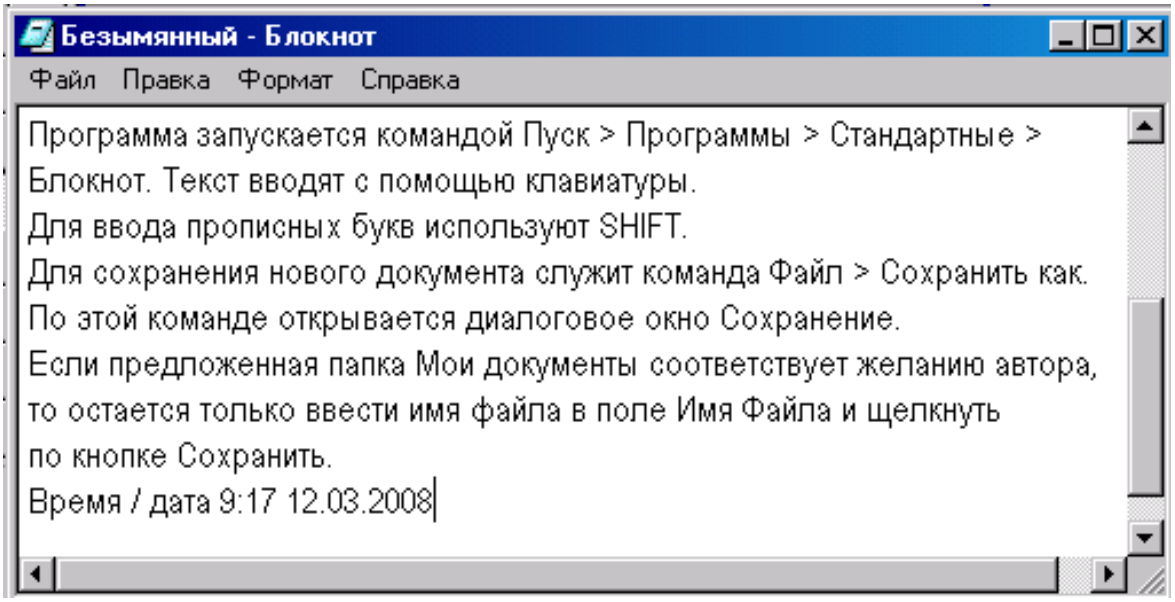
Работа 1.1. Стандартные приложения Windows

I. NOTEPAD (БЛОКНОТ) – это простейший текстовый редактор, который можно использовать в качестве удобного средства просмотра текстовых файлов (формат ***.txt***).

Для создания текстовых документов его применяют редко, обычно для создания системных файлов типа ***.bat*** (командных), так как редактор не имеет форматирования. Данную программу удобно использовать для отработки навыков работы с клавиатурой.

ЗАДАНИЕ 1

1. Запустите программу *Блокнот.*
2. Наберите текст.
3. Вставьте время / дату.



МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. Программа запускается командой *Пуск —> Программы —> Стандартные —> Блокнот.*
2. В этой программе есть единственное средство автоматизации и состоит оно в том, что при нажатии на клавишу *F5* в документ автоматически впечатывается текущее время и дата. Это удобно для ведения деловых записей и дневников.

II. PAINT — простейший графический редактор (основные форматы *.dib* или *.bmp*). Может работать и с форматами: *.jpeg, .gif, .png, .tiff.*

В состав его элементов управления, кроме строки меню, входят панель инструментов, палитра настройки инструмента и цветовая палитра. Кнопки панели инструментов служат для вызова чертежно–графических инструментов.

ЗАДАНИЕ 2

1. Запустите программу *Paint***.** Создайте 1 и 2 рисунки.
2. Задайте размер будущего рисунка (высота, ширина).
3. Наложите рис.1 на рис 2.
4. Подпишите рисунки.

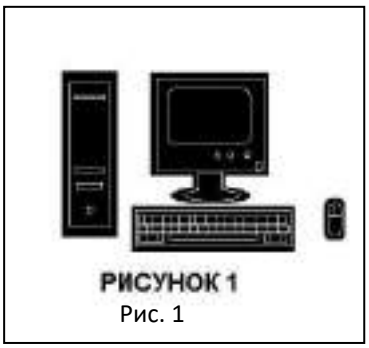


Рис. 1

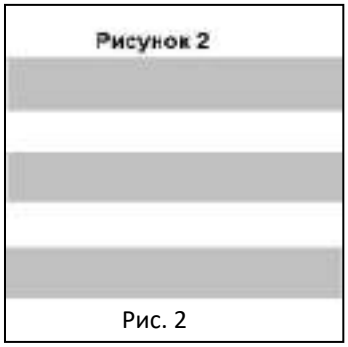


Рис. 2

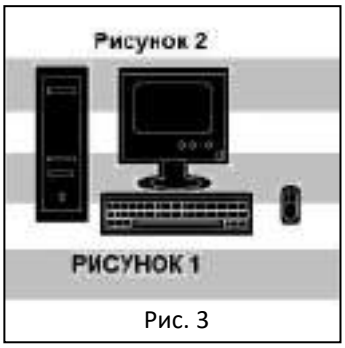


Рис. 3

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. Программа запускается командой *Пуск —> Программы —> Стандартные —> Paint.*

2. Размеры задают в полях «Ширина» и «Высота» диалогового окна «Атрибуты» *(Рисунок —> Атрибуты).*

3. Все инструменты: карандаш, кисть, распылитель, геометрические фигуры, кроме *Ластика* выполняют рисование основным цветом (выбирается щелчком левой кнопки мыши по палитре красок). *Ластик* стирает изображение, заменяя его фоновым цветом (выбирается щелчком правой кнопки мыши в палитре красок).

4. Для ввода текста используют инструмент «Надпись». Выбрав инструмент, щелкните на рисунке примерно там, где надпись должна начинаться, на рисунке откроется поле ввода.

5. Для сохранения рисунка в файле используется подменю «Файл». В нем есть две команды – «Сохранить» и «Сохранить

как». Команда «Сохранить» сохраняет рисунок в файле с ранее заданным названием. Команда “Сохранить как” сохраняет рисунок в файле под новым названием. Свои файлы сохраните под названием *ris1.jpg и ris2.jpg*.

6. В качестве цвета текста используют основной цвет. Чтобы сделать фон надписи прозрачным, щелкните значок . Чтобы сделать непрозрачным и выбрать цвет фона, щелкните значок .

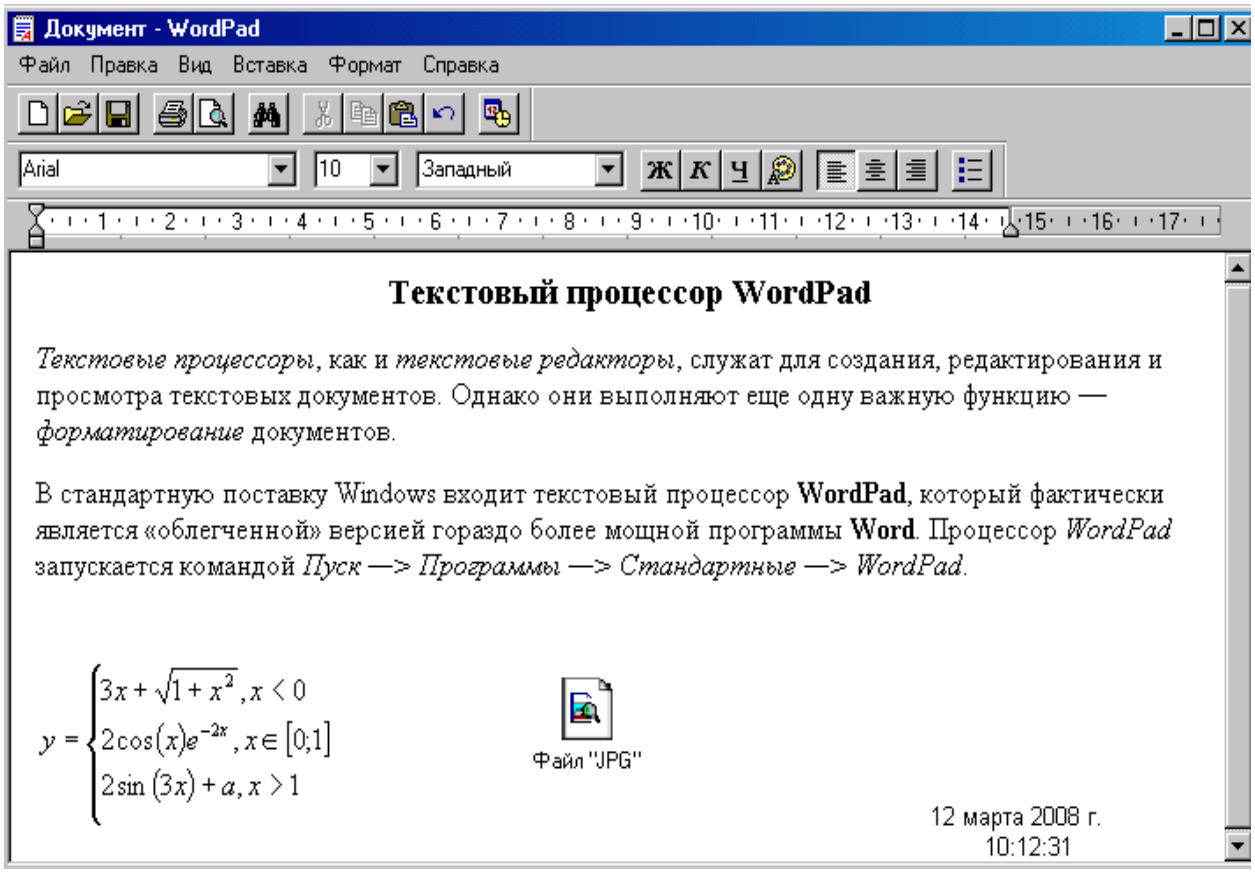
7. Чтобы открыть ранее созданный файл с рисунком, используют пункты меню *Файл —> Открыть*. Далее на экране появится диалоговое окно «Открытие файла».

8. Открыть файл *ris2.jpg* и наложить на него рис.1, для этого *Правка—>Вставить из файла ris1.jpg*, сделать прозрачным фон.

III. WORDPAD – текстовый редактор, служит для создания, редактирования и просмотра текстовых документов.

ЗАДАНИЕ 3

1. Запустите программу **WordPad**.
2. На странице WordPad наберите текст, дату, время.
3. Отформатируйте текст.
4. Вставьте формулу и рисунок.
5. Измените размер рисунка и формулы.

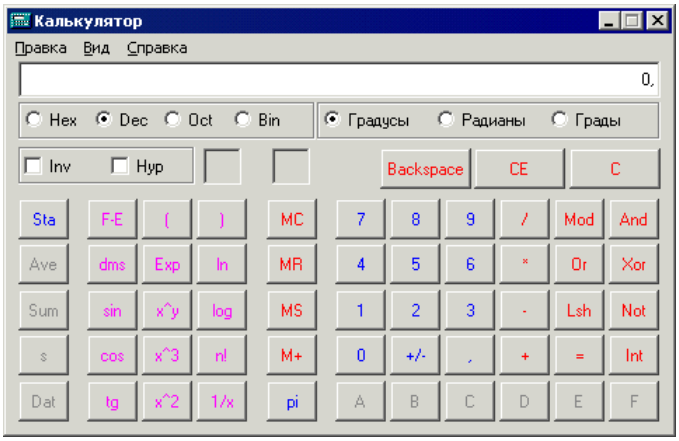


МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. Запустите программу командой *Пуск —> Программы —> Стандартные —> WordPad.*
2. Набрать в окне документа *WordPad* предлагаемый текст.
3. Вставить рисунок. *Вставка —> Объект —>Создание из файла —>Обзор.* Для внедрения объекта снять флажок. Чтобы связать объект, установить флажок.
4. Набрать предлагаемую формулу *Вставка—>Объект—>Microsoft Equation 3.0*

5. Вставить в документ время и дату: *Вставка —> Дата, время.*

IV. КАЛЬКУЛЯТОР может быть в двух вариантах: **стандартного** калькулятора, выполняющего основные арифметические операции, и **инженерного** калькулятора с дополнительными функциями.



ЗАДАНИЕ 4

Вычислите значение уравнения: $Y = x^3 + 2{,}28 \cdot x^2 - 1{,}9347 \cdot x - 3{,}907$ при $x = 5$ с помощью калькулятора, сравните ваш ответ с правильным ответом 168,4195

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Для выполнения расчета выполняется следующая последовательность действий: выберите *Вид – Инженерный*; выберите систему счисления; выберите требуемую разрядность результата и приступайте к расчету.

Клавиша Функция

( ) Открыть (закрыть) скобки

A–F Клавиши ввода для шестнадцатеричных чисел

cos Косинус (Inv: арккосинус)

dms Преобразование градусов в градусы–минуты–секунды (Inv: наоборот)

Exp Ввод показателя степени для экспоненциального представления числа

F–E Переключение на экспоненциальное представление чисел (только в десятичном режиме)

Int Целая часть числа (Inv: дробная часть числа)

In Натуральный логарифм (Inv: экспонента)

log Десятичный логарифм (Inv: показательная функция с основанием 10)

Mod Остаток от деления по модулю

n! Факториал

PI Число π (3,1415926)

Sin Синус введенного значения (Inv: арксинус)
Tan Тангенс введенного значения (Inv: арктангенс)
x^2 Квадрат введенного значения (Inv: корень квадратный)
x^3 Третья степень введенного значения (Inv: корень третьей степени)
x^y *Y*–я степень введенного значения (Inv: корень *y*–й степени)

Работа 1.2. Создание документа с использованием нескольких приложений

ЗАДАНИЕ 1

Создайте нижеприведенный текст с рисунком и результатами вычислений.

Для питания главного электропривода наиболее эффективно применение генераторов постоянного тока со смешанным возбуждением. Упрощенная схема магнитной цепи генератора для этого случая показана на рисунке, где приняты следующие обозначения: $r_н$ и $\omega_н$, $r_ш$ и $\omega_ш$ – сопротивление и число витков соответственно обмотки независимого возбуждения и шунтовой обмотки возбуждения; $r_д$ – добавочное сопротивление в цепи шунтовой обмотки возбуждения; $Ф$ – общий магнитный поток главных полюсов генератора; E_r – э. д. с. Источника независимого возбуждения.

Для данной схемы возбуждения справедлива система уравнений:

$$E_н = r_н i_н + 2\omega_н Ф \qquad (1)$$

$$E_r = r_ш i_ш + 2\omega_ш Ф \qquad (2)$$

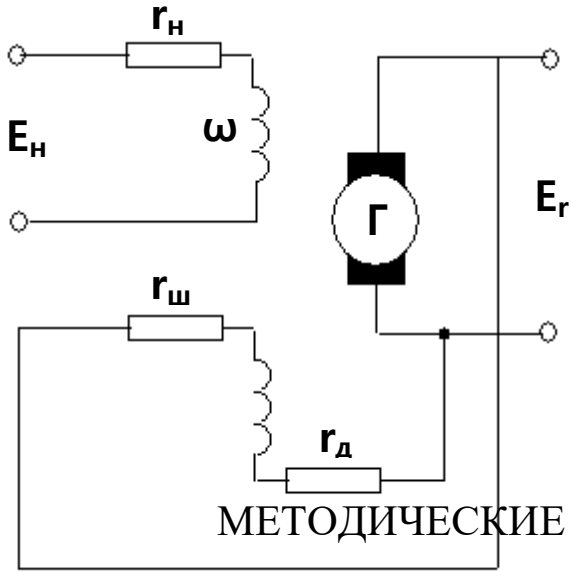
$$a\omega_\Sigma = i_н\omega_н + i_ш\omega_ш \qquad (3)$$

При заданных значениях

$\boldsymbol{i_н}$=1250; $\boldsymbol{r_н}$=12,2; $\boldsymbol{\omega_н}$=600, $\boldsymbol{r_ш}$=0,79; $\boldsymbol{\omega_ш}$=150**;** $\boldsymbol{i_ш}$=1250; $Ф$=5,81.

Вычислены:

$E_н$= _____; E_r= _____**;** $a\omega_\Sigma$= _____**;**



МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ.

1. Запустить MS Word: *Пуск – Все программы – MS Office – MS Word*. Набрать текст до системы уравнений.
2. Сохранить текст: *Файл – Сохранить как* – на диске D создать папку с названием вашей группы (Имя папки), в папке сохранить текст под названием ЛабРаб_1 (D:\Имя папки\ЛабРаб_2.doc). Закрыть документ и выйти из MS Word (команда *Файл – Выход*).
3. Открыть файл и продолжить набор текста с символами.
4. Символы ω, Σ, Φ вставить с помощью команды *Вставка – Символ – Symbol.*
5. Вставка подстрочных индексов: *Формат – Шрифт– Подстрочный.*
6. Для выполнения расчетов открыть калькулятор *Пуск – Все программы – Стандартные – Калькулятор*.
7. Вычислить значение $E_н$ и поместить его в буфер памяти путем – *Правка – Копировать*, поместить калькулятор на панель задач. Вставить вычисленное значение в текст: *Правка – Вставить.*
8. Аналогичным образом выполнить оставшиеся вычисления, открывая калькулятор на панели задач.
9. Запустить приложение *Paint*, вычертить рисунок упрощенной схемы возбуждения таким образом, чтобы все однотипные элементы были одного размера, сделать надписи у элементов схемы.
10. Скопировать рисунок в буфер памяти, предварительно выделив его.
11. Вставить рисунок в свой файл: *Правка – Вставить*

Задание 2

Создайте документ «Основные электротехнические закономерности».

Наберите приведенный ниже текст и формулы.

Общее сопротивление цепи при параллельном соединении:

$$R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}} \ .$$

Общая емкость конденсаторов при последовательном соединении:

$$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}}.$$

Закон Ома при переменном токе: $U = IZ$,

где Z — полное сопротивление, Ом.

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left[\omega L - \frac{1}{\omega C}\right]^2},$$

где $X_L = \omega L$ – индуктивное сопротивление, Ом; ω – угловая частота равная $\omega = 2\pi f$, где f – частота переменного тока, Гн, L– индуктивность, Гн, C– емкость, Гн.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Создание формул: *Вставка – Объект – Microsoft Equation 3.0* – панель инструментов.

2. ТЕКСТОВЫЙ РЕДАКТОР WORD

Общие принципы создания текстового документа

1. **Набор текста**.

Текст создается на основе шаблона. Обычно это шаблон Normal.dot, но может быть и другой шаблон. Набор текста осуществляется в точку вставки. Существуют два режима ввода текста.

ВСТАВКА – набранный текст раздвигается, и вновь набираемый символ помещается в точку вставки. Этот режим действует по умолчанию.

ЗАМЕНА – текст набирается поверх ранее набранного.

Переключение режимов ВСТАВКА/ЗАМЕНА – клавишей *Insert.*

Набор текста осуществляется абзацами. Только в конце абзаца нажимается клавиша *Enter*. Текст в абзаце переходит на другую строку в соответствии с параметром выравнивания абзаца.

2. **Проверка орфографии**, в том числе создание вспомогательных словарей.

Установить язык**:** *Сервис – Язык* – выбрать язык (по умолчанию настройка на русский).

Установить проверку орфографии**:** *Сервис – Параметры – вкладка Правописание – Автоматически проверять орфографию; Автоматически проверять грамматику. Установить соответствующие флажки.*

Создание вспомогательного словаря.

Если в набираемом тексте много специальных терминов (слов), они подчеркиваются красной линией (эти слова отсутствуют в словаре *Custom.dic*).

Создать новый словарь: *Сервис – Параметры – вкладка Правописание – Словари… – Создать* – введите имя словаря (например, geolog).

Добавить слова в словарь: *– Сервис – Параметры – вкладка Правописание – Словари…* – выберите имя словаря (например, geolog) *– Изменить* – введите слова в словарь.

3. **Вставка: объектов, полей, файлов, гиперссылок.**

Объекты – элементы документа, которые заключаются в прямоугольник, обрамленный маркерами, позволяющими изменять его размер: поля – элементы документа, принимающие вид – значение/код; файлы – внешние документы; гиперссылка – командная строка для загрузки, указанного в ней файла или сайта. Для вставки

объекта используется команда *Вставка – Объект* **–** указываете объект (др.).

4. **Редактирование** – это исправление ошибок, а также поиск неверного текста и замена его правильным и изменение структуры документа путем копирования, перемещения и удаления фрагментов текста.

Исправление ошибок: удаление символа – клавиши *Backspase* или *Delete*; отмена ошибочного ввода**:** *Правка – Отменить ввод;* найти ошибку и заменить: *Правка – Найти* – ввести ошибочный текст, *Правка – Заменить* – ввести правильный текст.

Изменение структуры документа: выделите фрагмент документа.

Копировать**:** *Правка – Копировать*, мышью показать куда, *Правка – Вставить*.

Переместить*: Правка – Вырезать*, мышью указать куда, *Правка – Вставить.*

Удалить**:** *Правка – Вырезать*

5. **Форматирование** – придание документу привлекательного вида. Команда меню *Формат* (*Шрифт, Абзац, Регистр, Список*, *Колонки, Границы и заливка, Буквица* и др.). При форматировании выделите фрагмент текста (или объект) либо перед набором текста установите нужные параметры форматирования.

Форматирование символа: Высота символа измеряется в пунктах. Пункт – 1/72 часть дюйма. Дюйм – 25 мм. Самая высокая буква равна 72 пунктам, т.е. 1 дюйму. Команда *Формат – Шрифт* – окно диалога *Шрифт* – вкладка *Шрифт.* Параметры – Начертание; Размер; Цвет; Интервал. Команда *Формат – Шрифт* – вкладка *Интервал.* Параметры – Масштаб, интервал, смещение. Команда *Формат – Шрифт* – вкладка *Анимация*.

Форматирование абзаца: абзац – фрагмент текста между двумя нажатиями на клавишу *Enter*. Команда *Формат – Абзац*. Параметры**:** *Отступ от поля; Отступ 1 строки; Выравнивание; Межстрочный интервал; Список и др.*

Обрамление: *Формат – Границы и заливка.* Параметры: тип границы; тип, цвет и ширину линий; стороны обрамления. Можно обрамить страницу, залить цветом фрагмент.

Форматирование объекта (рисунка; автофигуры; надписи; формулы и др.) *Формат – Объект*: вкладка *Цвета и линии* содержит параметры обрамления и заливки; вкладка *Размер* – установить

размеры; вкладка *Положение* – расположение объекта в тексте (обтекание объекта текстом); вкладка *Рисунок* – обрезать рисунок; вкладка *Надпись* – изменить внутренние поля надписи.

Форматирование раздела. Раздел – часть документа, ограниченная вставленными жесткими разрывами. Разделы могут быть по–разному отформатированы, например, иметь разные колонтитулы. Разрыв вставляется командой: *Вставка – Разрыв – новый раздел***.** Для каждого раздела можно установить свои колонтитулы. Колонтитулы размещаются в верхнем или нижнем поле страницы. Обычно содержат название раздела, параграфа. Создать колонтитул: *Вид – Колонтитул* – выберите из меню «Колонтитулы» верхний или нижний, введите текст, отформатируйте его, вставьте номер страницы.

Форматирование колонок. *Колонки* **–** это раздел текста с особым форматированием. Команда *Формат – Колонки***,** указать тип колонок, их количество и размер, если надо поставить разделитель.

Вид страницы: *Поля; Ориентация* и др. Команда *Файл – Параметры страницы***:** Вкладка *Поля – Размер полей; Переплет*; *Ориентация страницы*; Вкладка *Размер бумаги* и *Подача бумаги*; Вкладка *Источник бумаги – начать раздел, различать колонтитулы*.

Стиль форматирования – имеет имя и включает набор параметров форматирования, например стиль «Обычный». Стиль можно изменить, добавив или удалив параметры форматирования, или создать новый стиль на основе имеющегося, присвоив ему новое имя. *Формат – Стили и форматирование – Создать стиль.*

6. **Создание таблиц:** *Таблица – Вставить – Таблица* – Укажите число строк и столбцов. *Таблица – Нарисовать таблицу* – заполнить таблицу информацией.

Редактирование таблицы: *Таблица – Добавить – Строки – (Столбцы, Ячейки) – Удалить – Таблица – (Столбцы, Строки*, *Ячейки***) –** *Объединить ячейки – Разбить ячейки* – введите число строк, число столбцов.

Форматирование таблицы: *Таблица – Автоформат* – выберите один из предлагаемых форматов. *Автоподбор – Выровнять высоту строк; ширину столбцов; По содержимому; Фиксированная* ширина – *Свойства таблицы* – вкладка *Таблица* – Положение

таблицы на странице; Обтекание таблицы текстом; вкладка *Строка – Высота строки;* вкладка *Столбец – Ширина столбца.*

Работа с информацией внутри таблицы: *Сортировка; Преобразование в текст; Вычисления* – см. подробно в лабораторных работах 2.2 –2.4.

7. **Создание рисунков:** команда *Вставка – Объект – Рисунок MS Word.* Используя инструменты панели «Рисование» создайте рисунок. По завершению рисунка восстановите его границы и закройте. Созданный рисунок появится в документе в точке вставки.

8. **Создание оглавления:** *Вставка – Ссылка – Оглавления и указатели.*

9. **Просмотр и печать документа**: *Файл – Предварительный просмотр. Файл – Печать* – выберите параметры печати.

Приведенная последовательность создания текстового документа содержит команды основного меню, эти же команды могут быть выполнены с использованием кнопок Панелей инструментов.

Работа 2.1. Работа со списками. Объекты WordArt

Списки – это отформатированные (маркированные или нумерованные) абзацы.

ЗАДАНИЕ 1

1.Наберите в столбец приведенные фамилии, имена, отчества. Создайте копию. Отформатируйте одну копию в две колонки. Дополните первоначальный список новой информацией.
2. Создайте нумерованные и маркированные списки по приведенным образцам.

СПИСОК СТУДЕНТОВ 1 КУРСА ГРУППЫ ОПИ:

1. Иванова Екатерина Петровна;
2. Степанов Петр Иванович;
3. Балабан Анна Станиславовна;
4. Котов Евгений Семенович;
5. Ломакин Герман Александрович;
6. Сильвестова Инна Леонидовна

.

ОЦЕНКИ СТУДЕНТОВ 1 КУРСА ГРУППЫ ОПИ
ПО МАТЕМАТИКЕ, ФИЗИКЕ И РУССКОМУ ЯЗЫКУ:

1. Иванова Екатерина Петровна:
   1.1. Контр. работа: Матем. 4; Физика 4; Рус. 4.
   1.2. Экзамен: Матем. 5; Физика 4; Рус. 5
2. Степанов Петр Иванович:
   2.1. Контр. работа: Матем.3; Физика 3; Рус.3.
   2.2. Экзамен: Матем. 4; Физика 4; Рус.4
3. Балабан Анна Станиславовна:
   3.1. Контр. работа: Матем. 4; Физика 4; Рус. 4.
   3.2. Экзамен: Матем. 4; Физика 4; Рус. 4.
4. Котов Евгений Семенович:
   4.1. Контр. работа: Матем. 3; Физика 3; Рус. 3.
   4.2. Экзамен: Матем. 5; Физика 4; Рус.4.
5. Ломакин Герман Александрович:
   5.1. Контр. работа: Матем. 5; Физика 5; Рус. 5.
   5.2. Экзамен: Матем. 5; Физика 5; Рус. 5.
6. Сильвестова Инна Леонидовна:
   6.1. Контр. работа: Матем. 5; Физика 5; Рус.4.
   6.2. Экзамен: Матем. 4; Физика 5; Рус .5.

ОЦЕНКИ СТУДЕНТОВ 1 КУРСА ГРУППЫ ОПИ ПО ИНФОРМАТИКЕ:

- ❖ Иванова Екатерина Петровна
  - ➢ Курсовая 4
    - ▪ Контрольная 5
      - ▪ Экзамен 5
- ❖ Степанов Петр Иванович
  - ➢ Курсовая 4
    - ▪ Контрольная 3
      - ▪ Экзамен 5
- ❖ Балабан Анна Станиславовна
  - ➢ Курсовая 4
    - ▪ Контрольная 3
      - ▪ Экзамен 5
- ❖ Котов Евгений Семенович
  - ➢ Курсовая 4
    - ▪ Контрольная 5
      - ▪ Экзамен 5
- ❖ Ломакин Герман Александрович
  - ➢ Курсовая 4
    - ▪ Контрольная 3
      - ▪ Экзамен 5
- ❖ Сильвестова Инна Леонидовна
  - ➢ Курсовая 4
    - ▪ Контрольная 3
      - ▪ Экзамен 5

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Для создания простого нумерованного или маркированного списка следует:

- ➢ Выделить текст, который будет оформлен в виде списка.
- ➢ Выбрать команду *Формат – Список* – вкладка *Нумерованный* (либо *Маркированный*) – выбрать тип списка, затем вид списка. Кроме того, возможно отредактировать или создать свой вид списка с использованием кнопки *Изменить*.
- ➢ После выбора вида списка применить его к выделенному тексту.
- ➢ Для создания многоуровневого списка следует текст, который будет оформлен в виде списка, предварительно подготовить:
  - ✓ Создать отступы текста для вложенных уровней. Для этого предназначены кнопки Уменьшить отступ и Увеличить отступ на панели инструментов «*Форматирование*», либо можно воспользоваться сочетанием клавиш *Shift* + *Alt* + ← или *Shift* + *Alt* + →, либо использовать маркеры отступов на горизонтальной линейке.
  - ✓ Выделить текст, который будет оформлен в виде многоуровнего списка.
  - ✓ Воспользоваться командой *Формат – Список* – вкладка *Многоуровневый*.

- ✓ Выбрать вид списка из предложенных.

➢ Для разделения текста на две колонки: выделить текст, команда *Формат – Колонки* – установить параметры: количество колонок и их размер.

ЗАДАНИЕ 2

Создайте различные текстовые эффекты, используя объект WordArt

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. В меню *«Вставка»* вызовите подменю *«Объект»* и запустите приложение WordArt или воспользуйтесь кнопкой

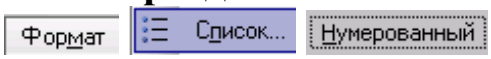
, расположенной на панели инструментов. Можно изменить текст и задать иную графическую форму.
2. Пользуйтесь коллекцией WordArt и Меню "Текст - Фигура".

Работа 2.2 Форматирование: создание списков, колонок, буквицы. Преобразование текста в таблицу

ЗАДАНИЕ 1
Создайте новый документ, набрав следующий текст:

Урал – обширный и богатый регион России. От других горнопромышленных районов страны Урал отличается, во – первых, тем, что промышленное использование полезных ископаемых началось более 300 лет назад; во – вторых, не только богатством, но и исключительным разнообразием полезных ископаемых; в – третьих, в решающие моменты российской истории Урал играл роль «опорного края державы»; в – четвертых, центральная власть до 1917 года и особенно в советское время уделяла Уралу, развитию горного дела в крае самое пристальное внимание.

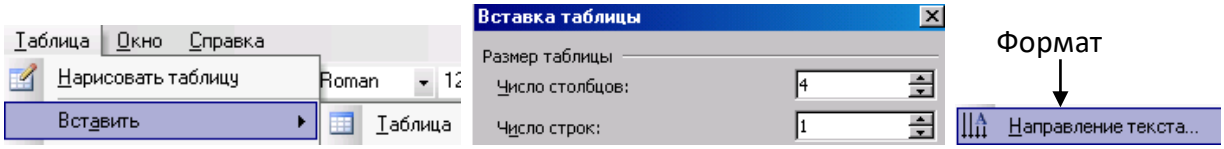
Для выполнения последующих заданий создавайте копии текста.

ЗАДАНИЕ 2
Текст разделить на абзацы. Пронумеровать абзацы текста. 

Урал – обширный и богатый регион России. От других горнопромышленных районов страны Урал отличается:
1. Промышленным использованием полезных ископаемых, которое началось более 300 лет назад.
2. Не только богатством, но и исключительным разнообразием полезных ископаемых.
3. В решающие моменты российской истории Урал играл роль «опорного края державы».
4. Центральная власть до 1917 года и особенно в советское время уделяла Уралу, развитию горного дела в крае самое пристальное внимание.

ЗАДАНИЕ 3

Преобразовать текст в таблицу с изменением направления текста в ячейках.



Урал – обширный и богатый регион России. От других горнопромышленных районов страны Урал отличается:

Промышленное использование полезных ископаемых началось более 300 лет назад.	Не только богатством, но и исключительным разнообразием полезных ископаемых.	В решающие моменты российской истории Урал играл роль «опорного края державы».	Центральная власть до 1917 года и особенно в советское время уделяла Уралу, развитию горного дела в крае самое пристальное внимание.

ЗАДАНИЕ 4

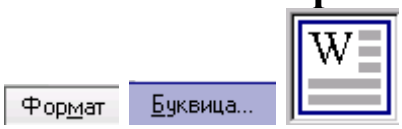
Разбить текст на две колонки с разделителем и промаркировать текст.

Урал – обширный и богатый регион России. От других горнопромышленных районов страны Урал отличается:

- Промышленным использованием полезных ископаемых, которое началось более 300 лет назад.
- Не только богатством, но и исключительным разнообразием полезных ископаемых.
- В решающие моменты российской истории Урал играл роль «опорного края державы».
- Центральная власть до 1917 года и особенно в советское время уделяла Уралу, развитию горного дела в крае самое пристальное внимание.

ЗАДАНИЕ 5

Разбить на четыре колонки и вставить буквицу.



Урал – обширный и богатый регион России. От других горнопромышленных районов страны Урал отличается:

Промышленным использованием полезных ископаемых, которое началось более 300 лет назад.

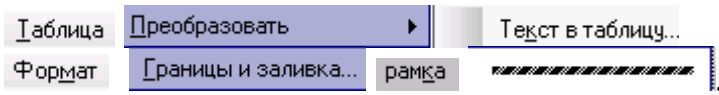
Не только богатством, но и исключительным разнообразием полезных ископаемых.

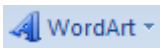
В решающие моменты российской истории Урал играл роль «опорного края державы».

Центральная власть до 1917 года и особенно в советское время уделяла Уралу, развитию горного дела в крае самое пристальное внимание.

ЗАДАНИЕ 6

Вставить текст в таблицу с одним столбцом, в рамке.



, ВСТАВКА – 

– для заголовка

Урал – обширный и богатый регион России.
От других горнопромышленных районов страны Урал отличается:

Промышленное использование полезных ископаемых началось более 300 лет назад.
Не только богатством, но и исключительным разнообразием полезных ископаемых.
В решающие моменты российской истории Урал играл роль «опорного края державы».
Центральная власть до 1917 года и особенно в советское время уделяла Уралу, развитию горного дела в крае самое пристальное внимание.

Работа 2.3. Создание и форматирование таблицы, вычисления в таблице с использованием функций

Текстовый процессор Word позволяет выполнять вычисления, записывая в отдельные ячейки таблицы формулы с помощью команды *Таблица – Формулы*.

Формула задаётся как выражение, в котором использованы:

- **абсолютные** ссылки на ячейки таблицы в виде списка, разделяемые точкой с запятой – A1; B5; E10 и т.д., или блока – начало и конец блока ячеек – A1:F1;
- **ключевые слова** для ссылки на блок ячеек:
  LEFT – ячейки, расположенные в строке левее ячейки с формулой;
  RIGHT– ячейки, расположенные в строке правее ячейки с формулой;
  ABOVE– ячейки, расположенные в столбце выше ячейки с формулой;
  BELOW– ячейки, расположенные в столбце ниже ячейки с формулой;
- **константы** – числа, текст в двойных кавычках;
- **встроенные функции** Word;
- **знаки операций** (+ , –, *, /, %, ^, =, <, <=, >=, < >,>)

Таблица 1

Виды встроенных функций

Категория	Функция	Назначение
Статистические	AVERAGE()	Вычисление среднего значения для диапазона ячеек, например: =AVERAGE(A1:C20)
	COUNT()	Подсчёт числа значений в указанном диапазоне ячеек, например: =COUNT(A1:C20; B25; A30)
	MAX()	Нахождение максимального значения в указанном блоке ячеек, например: =MAX(A1:C20; B25; A30)
	MIN()	Нахождение минимального значения в указанном блоке ячеек, например: =MIN (A1:C20; B25; A30)

Категория	Функция	Назначение
Статистические	SUM()	Нахождение суммы чисел в указанном блоке ячеек, например: =SUM (A1:C20; B25; A30)
Математические	ABS(x)	Абсолютное значение вычисляемого выражения, например: = ABS(A1*B12–C25+100)
	MOD(x, y)	Остаток от деления первого числа на второе, например: = MOD(A1,C12)
	INT(x)	Целая часть числа, например: = INT(234.45)
	PRODUCT()	Произведение чисел в указанном диапазоне ячеек, например: = PRODUCT(A1:C20; B25; A30)
	ROUND(x, y)	Округление значения до указанного числа знаков, например, округлить до сотен: = ROUND(2345.45.–2)
	SIGN(x)	Определение знака числа, например (–1 для отрицательных и 1 для положительных): = SIGN(–2345.45)
Логические	IF(x,y,z)	Проверка заданного условия и присвоение значения ячейке: если условие истинно – *значение 1*, иначе *значение 2:*= IF (E12>G12; *значение 1;значение 2)*
	AND(x,y)	Вычисляет значение 1, если заданы истинные значения логических аргументов, иначе – 0, например: = AND(A4>3; B3<3)
	OR(x,y)	Вычисляет значение 0, если заданы истинные значения любого логического аргумента, иначе – 1, например: = OR (A2>3; D3<=4)
	NOT(x)	Вычисляет значение 0, если задано истинное значение логического аргумента, иначе – 1, например: = NOT(D4>2)

Категория	Функция	Назначение

Логические	DEFINED(x)	Определяет значение в ячейке.
	FALSE	Логическая константа ***ложь***, которой соответствует число 0.
	TRUE	Логическая константа ***истина***, которой соответствует число 1.
	DEFINED(x)	Определяет значение в ячейке.

ЗАДАНИЯ

1. Создайте таблицу (табл. 2), вычислите средний и суммарный балл успеваемости.
2. Создайте две копии таблицы. Отсортируйте таблицы. Одну копию – по возрастанию значений столбца «Ф.И.О.». Вторую – по убыванию значений столбца «Суммарный балл успеваемости».

Таблица 2

Успеваемость студентов

Ф. И. О.	Оценки по предметам			Суммарный балл успеваемости
Иванов. П. А.	4	5	3	12
Арбузов И. И.	4	5	5	14
Сидоров П. П.	5	5	5	15
Николаев А. А.	3	5	3	11
Федоров И. А.	3	4	5	12
Лазарева Л. В.	4	4	3	11
Средний балл успеваемости	3,83	4,67	4	12,5

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ.

1. Создать таблицу с помощью команды *Таблица – Вставить*, ввести данные, приведенные в таблице.
   - При добавлении строк (столбцов) и объединении (разбивке) ячеек использовать соответствующие команды меню *Таблица.*

- Для столбца «Суммарный балл» и «Средний балл успеваемости» произвести вычисления, воспользоваться командой *Таблица – Формула* (использовать таблицу 1).

2. Для сортировки используйте команду *Таблица – Сортировка*

или значок «Сортировка» на панели инструментов, предварительно поставив курсор в любую ячейку таблицы со значением.

Работа 2.4. Вычисления в таблицах

ЗАДАНИЕ 1

Создайте таблицу сложной структуры (табл.1) используя команды объединения и разбивки ячеек, вычислите значения столбцов «Всего», «Итого» и строк «Итого», «Средний», «Максимальный», «Минимальный» объем продаж.

Таблица 1

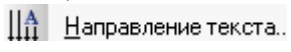
Объем продаж на внутреннем и внешнем рынках, тыс.руб.

№ П/П	НАИМЕНОВАНИЕ ТОВАРА	ВНУТРЕННИЙ РЫНОК			ВНЕШНИЙ РЫНОК			ИТОГО
		I пол.	II пол.	Всего	I пол.	II пол.	Всего	
1.	Печь СВЧ	150	200	350	300	300	600	950
2.	Телевизор	850	1020	1870	-	-	-	1870
3.	Пылесос	1350	1400	2750	720	850	1570	4320
4.	Кофемолка	345	344	689	769	32	801	1490
5.	Миксер	2345	463	2808	34	456	490	3298
Итого		5040	3427	8467	1823	1638	3461	11928
Средний				1693,4			692,2	2385,6
Максимальный				2808			1570	4320
Минимальный				350			490	950

ЗАДАНИЕ 2

Создайте таблицу 2, итоговые показатели вычислите по формулам.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. Для создания таблицы 1 и 2 с помощью команды *Таблица – Вставить* введите необходимые данные.
2. При добавлении строк (столбцов) и объединении (разбивке) ячеек использовать соответствующие команды меню *Таблица*.
3. Для выбора направления текста нажать ПКМ 

и выбрать соответствующее направление.

4. Для вычисления воспользоваться командой *Таблица – Формула*

Таблица 2

Успеваемость студентов инженерно–экономического факультета УГГУ

СВЕДЕНИЯ ОБ УСПЕВАЕМОСТИ СТУДЕНТОВ ИНЖЕНЕРНО–ЭКОНОМИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА УГГУ																	
№ п.п.	Группа	Учебная дисциплина	Средний балл	Всего сдавало	Отлично	Хорошо	Удовлетворительно	Неудовлетворительно	Неявки	Учебная дисциплина	Средний балл	Всего сдавало	Отлично	Хорошо	Удовлетворительно	Неудовлетворительно	Неявки
		I семестр								**II семестр**							
1	3	Прикладное программное обеспе-	3.8	32	12	10	6	3	1	Прикладное программное обеспе-	4.4	32	12	10	6	3	1
2	2		3.5	27	7	9	6	3	2		3.4	20	6		5	2	0
3	1		3.4	28	9	8	3	5	3		3.9	23	9	8	3	5	5
4	4		3.5	29	8	8	8	3	2		3.5	29	8	4	6		4
	Итого			116	36	35	23	14	8	Итого		104	35	12	20	10	10

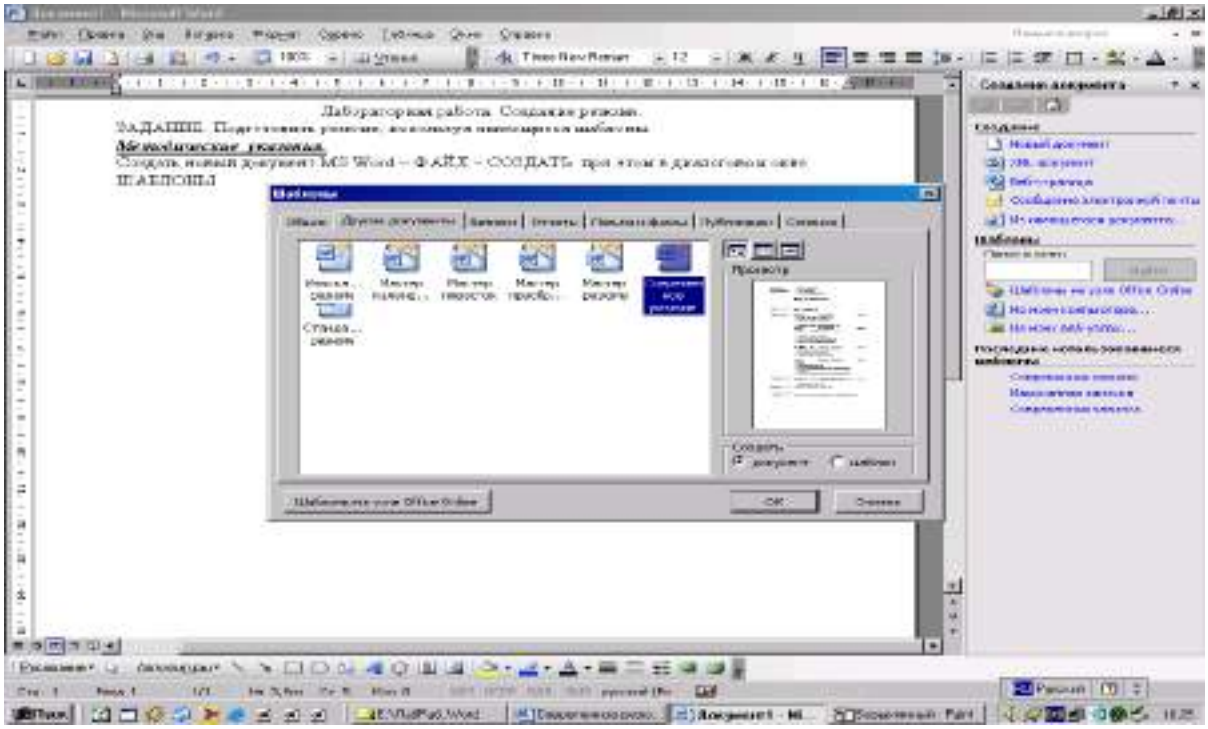
Работа 2.5. Создание резюме по шаблону

ЗАДАНИЕ

Подготовить резюме, используя специальный шаблон.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ.

Создать новый документ *MS Word – Файл – Создать.* Выбрать в *Области Задач* шаблоны на моем компьютере. В диалоговом окне *Шаблоны* открыть вкладку *Другие документы* – выбрать шаблон, например *Стандартное резюме*.



Введите в поля шаблона требуемую информацию о себе
Ниже приведен пример резюме.

Екатеринбург, ул. Строителей, д. 20, кв. 45
тел. 8 915 275–17–22, ivano@mail.ru

Алексей Сергеевич Иванов

Цель	Участие в конкурсе на получение стипендии академика Ферсмана
Краткая характеристика претендента	2002–2005 Уральский государственный горный университет г. Екатеринбург **Студент инженерно экономического факультета** • Первое место на Республиканской олимпиаде по программированию среди студентов ВУЗов(2008). • Первое место на Республиканской олимпиаде по математике среди студентов ВУЗов(2007). • Публикации трех научных статей в реферируемых журналах. • Выступление на пяти Международных математических конференциях 2001 Золотая медаль Москва • Международная олимпиада по математике. • Губернаторская стипендия лучшему студенту. 2000 Серебряная медаль Пекин • Международная олимпиада по математике. • Студент года.
Образование	1991–2002 Школа – лицей № 13 Екатеринбург • Школа – лицей окончена с золотой медалью. • Класс с углубленным изучением математики и информатики.
Увлечения	• Компьютеры, путешествия, чтение.

Работа 2.6 Создание отчета о проделанных лабораторных работах

Результат выполнения каждой лабораторной работы должен быть сохранен в файле с именем, отражающем номер лабораторной работы.

Текст файла по каждой лабораторной работе должен содержать: номер работы, название работы, задания, краткие методические указания и результат выполнения.

Отчет по оформлению должен быть близок к данным методическим указаниям.

ЗАДАНИЕ

1. Объединить последовательно файлы всех работ в один файл с именем «Отчет …(далее фамилии студентов)».
2. Вставить колонтитулы для каждой работы, содержащие номер работы, номер страницы.
3. В начало отчета вставить титульный лист и оглавление.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. **Объединение файлов**: открыть файл с 1–й лабораторной работой, поставить курсор в конец файла, выполнить команду *Вставка – Файл* **–** открыть папку с файлами по лабораторным работам, выбрать файл по 2–й работе – Вставить. Повторить эти действия, вставив все файлы. Выполнить команду *Файл – Сохранить как* **–** указать Вашу папку и новое имя объединенного файла « Отчет (Фамилии студентов)».
2. *Вставка колонтитулов***:** поставьте курсор в конец работы; вставьте разрыв: *Вставка – Разрыв – Новый раздел со следующей страницы;* перейдите на начало работы, скопируйте её название; выполните команду *Вид – Колонтитулы***;** вставьте название работы в область колонтитула и номера страниц; отожмите кнопку меню колонтитулов «Как в предыдущем»; закройте колонтитул. Повторите все действия для каждой работы.
3. **Вставка оглавления.** Убедитесь, что названия всех лабораторных работ имеют одинаковый стиль форматирования, например, «Заголовок 1». Поставьте курсор в начало документа и вы-

полните команду *Вставка – Ссылка – Оглавления и указатели*, выберите вид оглавления.

4. Наберите титульный лист.

Пример титульного листа.

Федеральное агентство по образованию

ГОУ ВПО « Уральский государственный горный университет»

Кафедра информатики

ОТЧЕТ

по лабораторным работам

по дисциплине « Прикладное программное обеспечение»

Выполнил: Иванов И.И.

Группа: ПРМ–16–1

Проверил: Тимухина В.В.

Екатеринбург – 2016

ТАБЛИЧНЫЙ ПРОЦЕССОР Excel

Общие принципы создания и оформления расчетной таблицы.

Создание расчетной таблицы

Основой таблицы Excel является ячейка. Адрес ячейки определяется именем столбца и номером строки, на пересечении которых находится ячейка, например, A1, B15. Интервал ячеек определяется адресом левой верхней ячейки и правой нижней B2:D4.

Таблица создается на рабочем листе. Контекстное меню ярлыка рабочего листа содержит команды работы с рабочим листом. Рабочие листы можно добавлять, копировать, перемещать, переименовывать, удалять. Удаленный лист восстановить нельзя.

1**.** Ввод данных в ячейки таблицы.

Два вида данных: константы и формулы.

Константы: числовые, текстовые, даты/время, логические, значения ошибок.

Ввод данных: выберите ячейку, введите информацию, нажмите Enter. Старое значение в ячейке сотрется, вводимая информация отражается в строке формул. Курсор (по умолчанию) переместится вниз.

ПРИ ВВОДЕ ЧИСЕЛ. Вид вводимого числа зависит от формата ячейки: обычный, числовой, дробный, процентный, денежный, экспоненциальный (по умолчанию – обычный). Число прижимается к правой стороне ячейки.

ПРИ ВВОДЕ ТЕКСТА. Если вводимый длинный текст не помещается в ячейке, то он перекрывает другие ячейки, но принадлежит той ячейке, в которую вводится. Для размещения текста в ячейке можно изменить ширину ячейки или набрать текст в ячейке в несколько строк *Формат – Ячейки*–вкладка *Выравнивание – переносить по словам*.

2. Автозаполнение ячеек.

Используется команда *Правка – Заполнить***.** Автозаполнением можно заполнить ряды дат, времени, прогрессия: арифметическая (например, номер по порядку) или геометрическая.

3. *Ввод формул.*

Формула вводится одновременно в строку формул и в ячейку. Формула начинается с символа = (равно), и может содержать константы, адреса ячеек, знаки арифметических действий и функции. Константы и знаки арифметических действий вводятся с клавиату-

ры, адреса ячеек указываются щелчком мыши, функции вводятся с использованием *Мастера функций*.
Функции – ранее определённые формулы, они имеют такой синтаксис: *Имя_Функции* (аргументы). Имя выбирается из списка функций, аргументами могут быть адреса ячеек, константы, либо выражения. Аргумент может отсутствовать, но скобки обязательны.
4**. Выделение фрагментов таблицы.**
Выделение строк – провести указателем мыши, при нажатой левой клавиши, по номерам соответствующих строк.
Выделение столбцов – провести указателем мыши по именам столбцов.
Выделение интервала ячеек – провести указателем мыши от верхнего левого угла интервала до правого нижнего угла.
5**. Редактирование: вырезать, копировать, вставить, удалить, удалить лист и т.д.**
Команды редактирования применимы к ячейке, интервалу ячеек или к рабочему листу. Для выполнения этих команд необходимо выделить фрагмент (интервал) ячеек и из меню *Правка* выбрать соответствующую команду.
6. **Добавление (удаление) строк, столбцов, ячеек.**
Добавление: команда *Вставка – Строки (Столбцы, Ячейки).*
Удаление: Выделить нужный интервал *Правка – Удалить.*
При добавлении и удалении ячеек таблица может деформироваться.
7. **Форматирование чисел, текста, шрифта, обрамление и заливка ячеек цветом.**
Используется команда *Формат – Ячейки* и соответствующая вкладка. Для форматирования чисел – вкладка *Число.* Например, для задания нужного количества знаков после запятой: команда *Формат– Ячейки* **–**вкладка *Число* **–** формат *Числовой* **–** число знаков после запятой. Для ввода текста в ячейку в несколько строк: *Формат – Ячейки* **–** вкладка *Выравнивание – переносить по словам.*
8. **Построение графиков и диаграмм.**
Выделить столбцы данных с названиями. Обратиться к *Мастеру диаграмм*, шаг 1 –выбрать *тип диаграммы*, шаг 2 – исходные данные уже выделены до вызова *мастера,* шаг 3– указать *параметры диаграммы*, шаг 4 – указать *место размещения диаграммы*: на рабочем листе или на отдельном листе.
9. **Работа с таблицей как с базой данных: сортировка, фильтрация, форма ввода данных, промежуточные итоги.**

Эти действия выполняются командами меню *Данные.* Для работы с этими командами необходимо:

1. «Шапка» таблицы должна находиться в одной строке.
2. Таблица должна быть отделена от строки названия и строки итогов пустой строкой.
3. Слева и справа от таблицы не должно быть никаких данных.
4. Курсор поставить в любую ячейку таблицы.

- Сортировка – перестановка строк таблицы по возрастанию или убыванию значений выбранного столбца.

Команда *Данные – Сортировка* – выбрать столбец – вид сортировки (по убыванию или по возрастанию).

- Фильтрация – выборка строк таблицы, удовлетворяющих условию.

Команда *Данные – Фильтр – Автофильтр* – задать условие.

- Добавление исходных данных:

Команда *Данные – Форма* – введите данные в поля формы.

- Промежуточные итоги можно получить на предварительно отсортированной таблице по тому параметру, по которому нужно подвести итоги.

Команда *Данные – Итоги* – указать имя столбца, по которому была проведена сортировка, выбрать операцию и отметить столбцы, по которым подводить итоги.

10. **Таблицы подстановки.**

Позволяет использовать формулу, введенную в одну ячейку, рассчитать данные целой таблицы. Существуют таблицы с одной (для функций с одной переменной) или двумя ячейками подстановки (для функций с двумя переменными). Таблицу нужно подготовить определенным образом. С одной ячейкой подстановки:

1. Ввести исходные данные в столбец (или строку);
2. Ввести формулу, которая будет содержать ссылку на ячейку подстановки над столбцом, где будет результат.
3. Затем выделить интервал ячеек, включающий исходные данные, ячейку с формулой и будущий результат и выполнить команду *Сервис – Таблица подстановок* – сослаться на адрес ячейки ввода.

11. **Сводные таблицы.**

Позволяют из большой таблицы сделать выборки. Используется *Мастер Сводных таблиц*. Команда: *Данные – Сводная таблица.* Указать источник данных, место расположения сводной таблицы, указать поля и данные, по которым нужно получить сводку.

12. **Специальные инструменты: подбор параметра, поиск решения.**

Позволяют найти оптимальное (наилучшее) решение. При подборе изменяется один параметр. Команда – *Сервис – Подбор параметра* – указать ячейку с искомым параметром и изменяющуюся ячейку. При поиске решения можно изменять много параметров. Для чего необходимо записать математическую постановку задачи, определив целевую функцию и ограничения, подготовить таблицу и выполнить команду *Сервис – Поиск решения* – задать все параметры. Если *Поиска решения* нет в меню, его нужно подключить *Сервис – Надстройки – Поиск решения.*

Работа 3.1. Основные приемы работы: ввод данных и формул, форматирование таблицы, построение графиков

ЗАДАНИЕ 1

Создать таблицу под названием «Анализ показателей производства» и построить графики.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

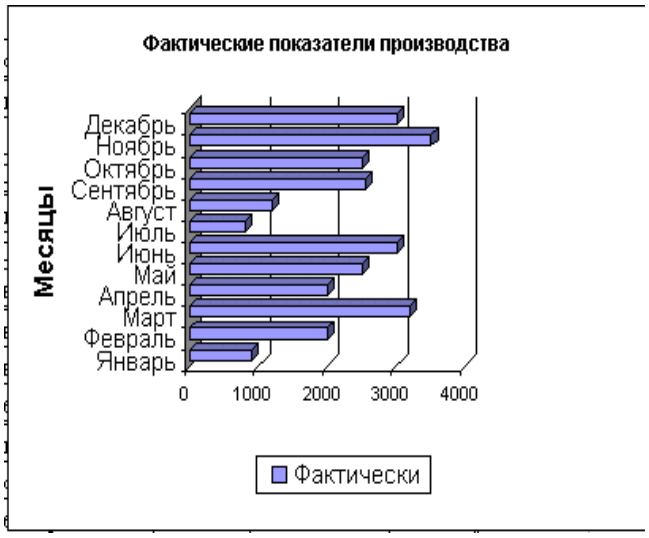
	A	B	C	D
1	**Анализ показателей производства**			
2	Показатели производства			
3	Пок. / месяцам	План	Фактически	%
4	Январь	**1000**	**900**	90%
5	Февраль	**2000**	**2000**	100%
6	Март	**3000**	**3200**	107%
7	Апрель	**1500**	**2000**	133%
8	Май	**3000**	**2500**	83%
9	Июнь	**2000**	**3000**	150%
10	Июль	**1000**	**800**	80%
11	Август	**1500**	**1200**	80%
12	Сентябрь	**2000**	**2550**	128%
13	Октябрь	**2000**	**2500**	125%
14	Ноябрь	**3000**	**3500**	117%
15	Декабрь	**4000**	**3000**	75%
16	Квартал I	6000	6100	
17	Квартал II	6500	7500	
18	Квартал III	4500	4550	
19	Квартал IV	9000	9000	

Поместите курсор в ячейку А1 и наберите «Анализ показателей производства», нажмите Enter, затем в ячейке А2 – «Показатели производства».

- Далее, перемещая курсор, заполните ячейки данными.
- Название месяца введите автозаполнением: в ячейке А4 наберите слово «Январь», установите курсор в правый нижний угол ячейки А4 на маркер заполнения, нажмите ЛКМ и протащите до ячейки А15.
- Для того чтобы вычислить проценты необходимо фактические показатели производства разделить на плановые. Формула начинается со знака = и мышкой указываются адреса ячеек.
- Для вычисления квартального показателя используем *Автосуммирование* Σ или функцию *=СУММ( )*. Не забудьте, что в квартал входит три месяца.
- Для построения диаграммы 1 выделите ячейки А3:А15, затем, нажав кнопку Ctrl, выделите ячейки С3:С15, вставка - нажмите значок *диаграмма – Линейчатая с группировкой.* На вкладке *Работа с диаграммой – макет – название диаграммы,* введите названия. Для построения диаграммы 2 выделите интервал ячеек

A16:B19, выберите вставка - *гистограмма с группировкой*, на вкладке *Работа с диаграммой – макет – Таблица данных - Дополнительные параметры таблицы данных*.

- Обрамите таблицу, используя команду *Формат – Ячейки – Граница.*

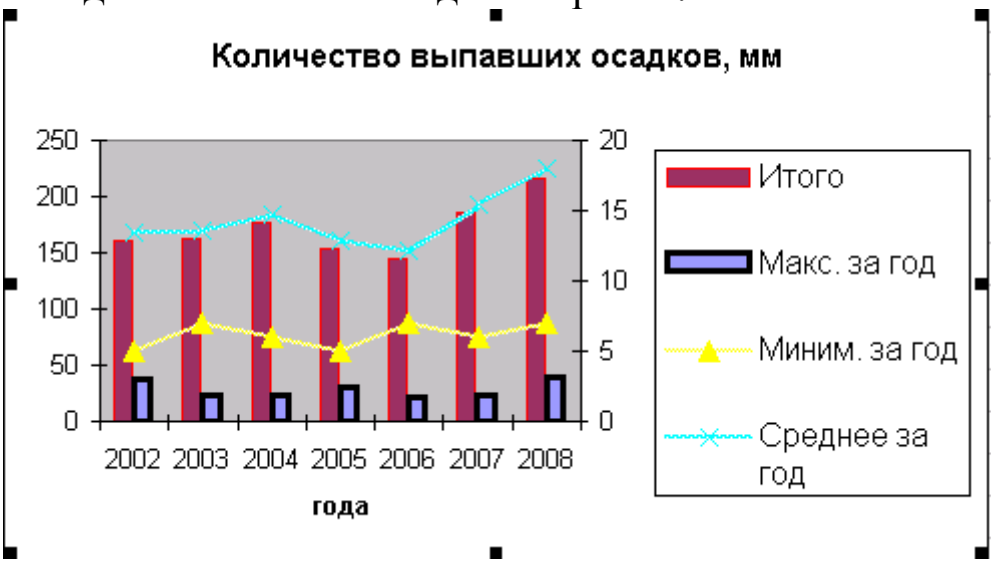


ЗАДАНИЕ 2

1. Составьте электронную таблицу, вычисляющую количество выпавших осадков.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Количество выпавших осадков, мм									
2		2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	Макс. кол. за месяц	Мин. кол. за месяц
3	Январь	25	17	23	25	17	23	35		
4	Февраль	37	12	13	20	21	23	40		
5	Март	8	16	6	7	9	20	16		
6	Апрель	10	7	11	12	8	16	7		
7	Май	12	8	16	5	9	9	8		
8	Июнь	7	9	20	8	16	12	9		
9	Июль	6	11	23	7	9	20	11		
10	Август	8	16	12	8	16	6	16		
11	Сентябрь	13	13	9	14	12	13	13		
12	Октябрь	5	9	9	7	9	20	10		
13	Ноябрь	10	24	12	10	7	11	24		
14	Декабрь	20	21	23	31	12	13	27		
15	Итого									
16	Макс. за год									
17	Миним. за год									
18	Среднее за год									

2. **Постройте гистограмму** «Количество выпавших осадков». Вставка - *гистограмма с группировкой*, в которой по годам отражено «Итого», «Макс. за год», «Миним. за год», «Среднее за год». «Среднее за год» и «Миним. За год» построить.



Работа 3.2. Мастер функций

Задание 1

Рассчитать комиссионную ставку для торговых агентов. Она зависит от объема продаж. Если объем продаж свыше 100 тыс.руб., то комиссионная ставка равна 6%, если не превышает 100 тыс.руб., то комиссионная ставка равна 5%.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ.

	A	B	C
1	***Комиссионные торговых агентов***		
2			
3	**Торговые агенты**	**Продажи за месяц**	**Комиссионные**
4	Романцев	130 658,00	
5	Бабий	41 209,00	
6	Сидоров	965 840,00	
7	Левченко	56 023,00	
8	Молчанов	69 845,00	
9	Колесников	185 926,00	
10	Арутюнянц	116 523,00	
11	Кудрявцева	33 565,00	
12	Лившиц	69 954,00	

Для решения данной задачи нужно воспользоваться функцией *Если*.

Синтаксис любой функции имеет имя и аргументы – *Имя функции* **(***аргументы***)**.

Все функции объединены в категории. Функция ЕСЛИ относится к категории логические и имеет следующий синтаксис: *Если*. (*проверяемое условие; величина, возвращаемая в случае, если данное условие выполняется;*

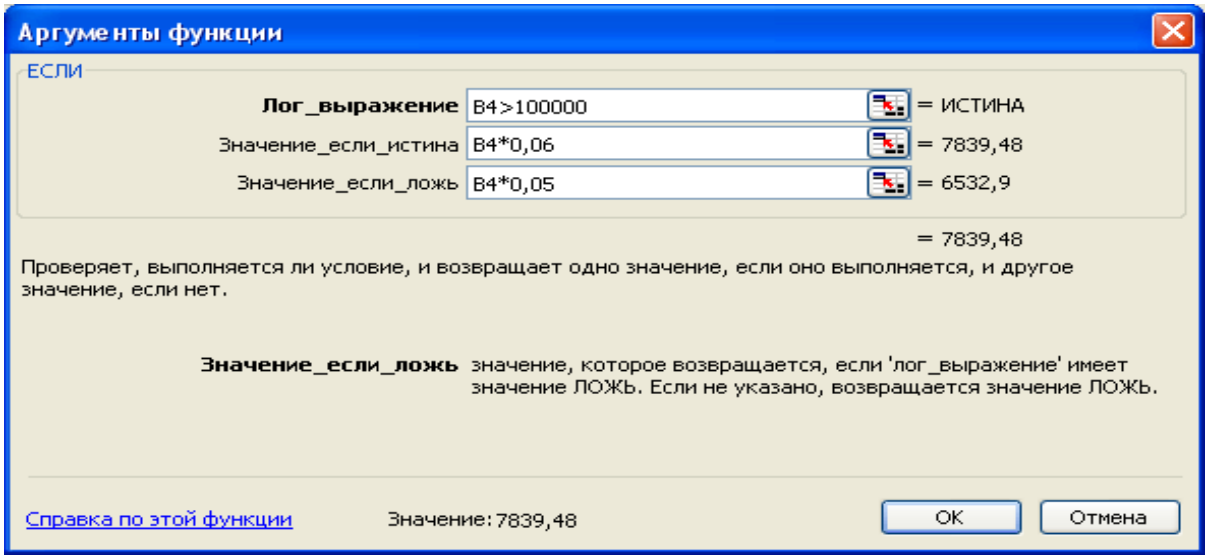
величина, возвращаемая при невыполнении данного условия).

Для работы с функциями используют *Мастер функций* . Он состоит из двух шагов: выбор *Имени функции* и задание *аргументов.*

Выделите ячейку, в которой вы собираетесь разместить результат выполнения функции *ЕСЛИ,* например С4.

1. Щелкните на кнопке *Мастер функций* из списка «Категория» выберите *«Логические»,* в следующем окне выберите функцию *ЕСЛИ.*

2. В диалоговом окне «Аргументы функции» в поле *Лог_выражение* введите проверяемое условие, например B4>100000, считая, что объем продаж содержится в ячейке B4.



3. В поле *Значение_если_истина* введите величину, которая будет возвращена, если окажется, что заданное условие выполняется. Например, если нужно задать 6 % комиссионных для тех, у кого объем продаж превышает 100 тыс.руб., в это поле нужно ввести B4*0,06.

4. В поле *Значение_если_ложь* введите величину, которая будет возвращена, если окажется, что заданное условие не выполняется. Например, если нужно задать 5 % комиссионных для тех, у кого объем продаж не превышает 100 тыс.руб., в это поле нужно ввести B4*0,05. Щелкните кнопку ОК. Excel внесет функцию в рабочую таблицу и будет помещать результаты ее выполнения в выделенную ячейку. (Примечание: Если оставить пустым поле *Значение_если_ложь*, то при невыполнении заданного условия Excel возвратит не число, а слово «Ложь».)

5. Вид функции в ячейке C4 приведен в строке формул: *=ЕСЛИ(B4>100000;B4*0,06;B4*0,05)*. Чтобы рассчитать комиссионные для всех других работников скопируйте данную формулу одним из известных методов. Например, протащив маркер заполнения с ячейки C4 до ячейки C12.

C4 fx =ЕСЛИ(B4>100000;B4*0,06;B4*0,05

	A	B	C	D
1	*Комиссионные торговых агентов*			
2				
3	**Торговые агенты**	**Продажи за месяц**	**Комиссионные**	
4	Романцев	130 658,00	7 839,48	
5	Бабий	41 209,00	2 060,45	
6	Сидоров	965 840,00	57 950,40	
7	Левченко	56 023,00	2 801,15	
8	Молчанов	69 845,00	3 492,25	
9	Колесников	185 926,00	11 155,56	
10	Арутюнянц	116 523,00	6 991,38	
11	Кудрявцева	33 565,00	1 678,25	
12	Лившиц	69 954,00	3 497,70	

ЗАДАНИЕ 2

Скопируйте рассчитанную таблицу и рассчитайте новые комиссионные ставки для торговых агентов.

Если объем продаж выше 130 тыс.руб. – задать 10 % комиссионных, для тех, у кого объем продаж превышает 100 тыс.руб., но меньше 130 тыс.руб. – 5 % комиссионных, для тех, у кого объем продаж не превышает 100 тыс.руб. – 3 % комиссионных.

Работа 3.3. Автозаполнение, абсолютные и относительные ссылки.

ЗАДАНИЕ

Создать электронную таблицу учета платы за квартиру согласно образцу.

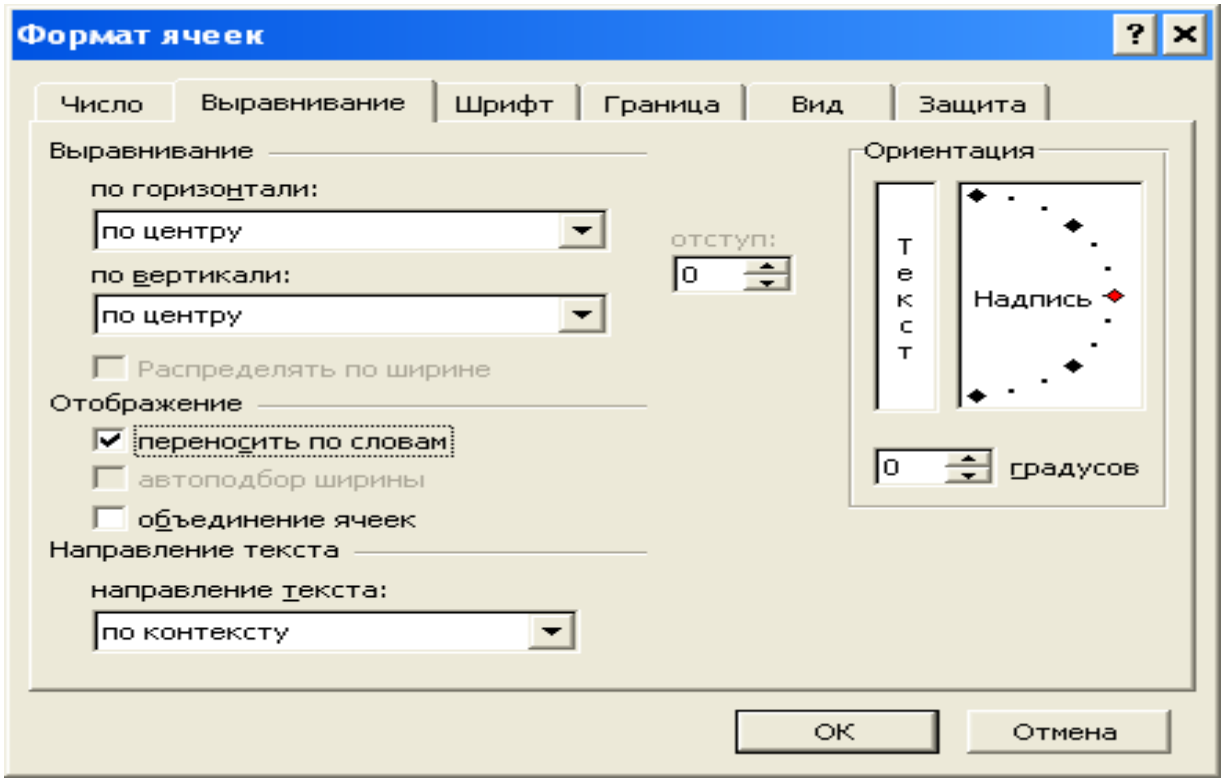
1. Все заголовки столбцов должны быть выровнены по центру, как по горизонтали, так и по вертикали, при определении формата ячейки, примите опцию переноса слов. Отформатируйте таблицу по образцу.
2. Столбец «№ квартиры» – автозаполнение с 10 (шаг 1). Форомат: курсив, по центру.
3. Столбец «Фамилия квартиросъемщика» формат: по левому краю.
4. Столбец «Площадь» – автозаполнение с 70 (шаг – 0,5), формат: курсив, по центру
5. Столбец «Сумма»: для каждой квартиры умножается значение из графы «Площадь» (с относительным адресом) на значение из ячейки «Тариф» (с абсолютным адресом).
6. Столбец «Дата оплаты» – автозаполнение с 10 марта (шаг 1), каждая последующая квартира произвела оплату на день позже предыдущей.
7. Столбец «Просрочка»: если оплата была произведена до срока оплаты включительно, то автоматически ставиться 0 (нуль); если позже срока, то должно подсчитываться количество дней просрочки («Дата оплаты» относительный адрес – «Срок оплаты» абсолютный адрес). Формат: курсив, по центру.
8. Столбец «Штраф»: для каждой квартиры умножается значение из графы «Пени за 1 день» (абсолютный адрес) на значение из графы «Просрочка». Формат « денежный», целый.
9. Столбец «Итого»: суммируется значение из граф «Сумма» и «Штраф», формат «денежный», целый.
10. В конце ведомости подсчитать: среднюю площадь, минимальную сумму, максимальную просрочку, максимальный штраф, итого, используя соответствующие функции.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Квартплата							
2	Тариф за 1 кв. м:		5р.					
3	Срок оплаты:		10 мар					
4	Пени за 1 день :		1,5р.					
5	№ квартиры	Фамилия квартирос.	Площадь кв. м	Сумма	Дата оплаты	Прос-рочка	Штраф	Итого
6	10	Ивашкина	70	350р.	10 мар	0	0р.	350р.
7	11	Баранова	69,5	348р.	11 мар	1	2р.	349р.
8	12	Корнилова	69	345р.	12 мар	2	3р.	348р.
9	13	Воробьев	68,5	343р.	13 мар	3	5р.	347р.
10	14	Скоркин	68	340р.	14 мар	4	6р.	346р.
11	15	Новиков	67,5	338р.	15 мар	5	8р.	345р.
12	16	Зубков	67	335р.	16 мар	6	9р.	344р.
13	17	Сырников	66,5	333р.	17 мар	7	11р.	343р.
14	18	Миронов	66	330р.	18 мар	8	12р.	342р.
15	19	Рублева	65,5	328р.	19 мар	9	14р.	341р.
16	20	Лобанова	65	325р.	20 мар	10	15р.	340р.
17		Средняя площадь	67,5					
18		Минимальная сумма		325р.				
19		Максимальная просрочка				10		
20		Максимальный штраф					15р.	
21		Итого						3 795р.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. Для форматирования столбцов использовать правую клавишу мыши (ПКМ): *Формат ячеек* – вкладка *Выравнивание*.
2. Автозаполнение ячеек: *Правка – Заполнить – Прогрессия– Арифметическая (ряды даты*), либо введите значение в первую и вторую ячейки, выделите их и протяните ЛКМ, зацепив маркер заполнения, либо введите значение в первую ячейку (для дат) и протяните маркер.
3. При вычислениях используйте в ссылках (адреса ячеек) относительные и абсолютные адреса. Относительный адрес при копировании формул изменяется: при копировании по столбцу в адресах ячеек изменяется номер строки; при копировании по строке в адресах ячеек изменяется имя столбца. *Абсолютные адреса при копировании не изменяются!* Абсолютный адрес устанавливают клавишей F4, например, для «Штрафа» = $C$4*F6.

Относительный адрес – C4, абсолютный адрес – $C$4, смешанные адреса – $C4 и C$4.



4. Для вычисления формул используйте *Мастер функций*. Для поля «Просрочки» используется функция *ЕСЛИ*. Синтаксис и правило использования функции см. в лабораторной работе 3.2. Например, = *ЕСЛИ(E6 <= $C$3;0;E6 – $C$3).*
5. Для вычисления параметров: «Средняя площадь», «Минимальная сумма», «Максимальная просрочка», «Максимальный штраф», «Итого» используйте функции: *(СРЗНАЧ(аргументы)*, *СУММ(аргументы), МИН(аргументы)*, *МАКС(аргументы).* Ввод функций в формулы осуществляйте *Мастером функций*.

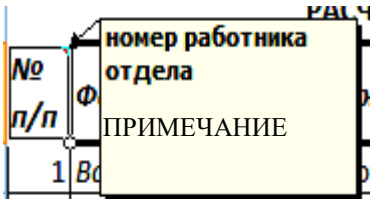
Работа 3.4. Создание примечаний, числовое форматирование

ЗАДАНИЕ

Сформировать на рабочем листе ведомость «Расчет заработной платы работников научно–проектного отдела «Альфа».

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2	РАСЧЕТ ЗАРАБОТНОЙ ПЛАТЫ РАБОТНИКОВ НАУЧНО-ПРОЕКТНОГО ОТДЕЛА "АЛЬФА"										
3	№ п/п	Фамилия И. О.	Должность	Тарифная ставка	Стаж	k	Надбавка за стаж	Итого	Процент налога	Удержать	Выплата
4	1	Вольская А. Д.	лаборант	5 670,00							
5	2	Ермакова Л. П.	инженер	8 000,00							
6	3	Заяц В. Д.	мл. н. сотрудник	7 700,00	11						
7	4	Иванова А. С.	лаборант	5 500,00							
8	5	Игнатович В. П.	ст. н. сотрудник	9 700,00	6						
9	6	Котов В. А.	инженер	8 000,00							
10	7	Михайлова Н. п.	инженер	8 000,00	8						
11	8	Мороз В. И.	ст. н. сотрудник	9 700,00							
12	9	Никонова Е. И.	мл. н. сотрудник	7 700,00							
13	10	Петрашевич Г. С.	зав.лаборатории	12 200,00	16						
14	11	Петров В. М.	лаборант	5 670,00							
15	12	Сергейчик П. П.	мл. н. сотрудник	7 700,00	11						
16	13	Степаненко А. В.	ст. н. сотрудник	9 700,00							
17	14	Уланович А. С.	лаборант	5 500,00	7						
18	15	Утина П. И.	ст. н. сотрудник	9 700,00	6						
19	Всего к выдаче:										

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ



1. В ячейку А2 поместить название ведомости
2. В ячейки А3:К3 ввести названия полей ведомости: *№ п/п…Выплата.*
3. К шапке ведомости – к каждому столбцу – создать скрытые примечания.

Примечания создаются командой *Вставка – Примечание* (также можно использовать панель инструментов *Рецензтрование*, которая добавляется командой *Вид – Панели Инструментов – Рецензирование).*

Тексты Примечаний по столбцам:

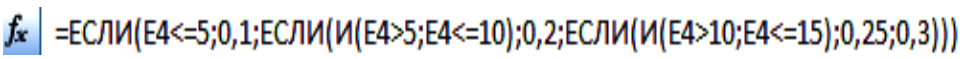
№ п/п – номер работника отдела;

Фамилия И. О. – заносятся все фамилии работающих в научно–проектном отделе;

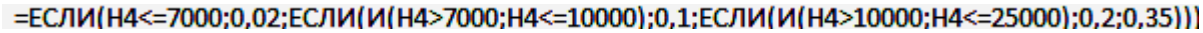
Должность – занимаемая должность на момент заполнения ведомости;
Тарифная ставка – денежный эквивалент занимаемой должности;
Стаж – вносится целое число отработанных лет на момент заполнения ведомости;
k – коэффициент за стаж работы;
Надбавка за стаж – денежный эквивалент за стаж работы;
Итого – начисление заработной платы с учетом тарифной ставки и стажа работы;
Процент налога – определяет процент отчислений в бюджет;
Удержать – денежный эквивалент отчислений в бюджет;
Выплата – сумма, предназначенная к выдаче.

4. При расчетах в ведомости учитывать следующее:

Коэффициент *k* присваивается из следующего расчета: 0,1 – отработано до 5 лет включительно, 0,2 – от 5 до 10 лет включительно, 0,25 – от 10 до 15 лет включительно, 0,3 – свыше 15 лет. Формула для ячейки F4:



Надбавка за стаж – произведение *тарифной ставки* на *k*,
G4 =D4*F4
Формат числа для ячейки G4: *Формат – Ячейки* –вкладка *Число*, из списка *Числовые форматы* выбрать *Все форматы* и в поле *Тип* ввести формат # ##0,00р.
Итого – сумма *Тарифной ставки* и *Надбавки за стаж* *(H4=D4 + G4).* Формат числа аналогичен предыдущему.
Процент налога – учитывает, что : 2 % – начисление (по *Итого*) составляет до 7000 р. включительно, 10 % – более 7000 р. до 10000 р. включительно, 20 % – более 10000 р. до 25000 р. включительно, 35 % – превышающие 25000 р. Пример формулы для I4:



Формат числа (I4) – *Процентный.*
Удержать – произведение *Итого* на *Процент налога.* Формат пользовательский, аналогичный ячейкам столбцов D, G,H**:** # ##0,00р.
Выплата – разность между *Итого* и *Удержать.*

5. Подсчитайте *Всего к выдаче,* используя *Автосуммирование.*
6. Объедините ячейки в соответствии с образцом *Формат – Ячейки* – вкладка *Выравнивание – Объединить ячейки.*
7. Обрамите таблицу *Формат – Ячейки* – вкладка *Граница.*

8. Отформатируйте текстовую информацию по образцу *Формат – Ячейки* – вкладка *Шрифт*.

Результат решения задачи

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2	РАСЧЕТ ЗАРАБОТНОЙ ПЛАТЫ РАБОТНИКОВ НАУЧНО-ПРОЕКТНОГО ОТДЕЛА "АЛЬФА"										
3	№ п/п	Фамилия И. О.	Должность	Тарифная ставка	Стаж	k	Надбавка за стаж	Итого	Процент налога	Удержать	Выплата
4	1	Вольская А. Д.	лаборант	5 670,00р.		0,1	567,00р.	6 237,00р.	2%	124,74р.	6 112,26р.
5	2	Ермакова Л. П.	инженер	8 000,00р.		0,1	800,00р.	8 800,00р.	10%	880,00р.	7 920,00р.
6	3	Заяц В. Д.	мл. н. сотрудник	7 700,00р.	11	0,25	1 925,00р.	9 625,00р.	10%	962,50р.	8 662,50р.
7	4	Иванова А. С.	лаборант	5 500,00р.		0,1	550,00р.	6 050,00р.	2%	121,00р.	5 929,00р.
8	5	Игнатович В. П.	ст. н. сотрудник	9 700,00р.	6	0,2	1 940,00р.	11 640,00р.	20%	2 328,00р.	9 312,00р.
9	6	Котов В. А.	инженер	8 000,00р.		0,1	800,00р.	8 800,00р.	10%	880,00р.	7 920,00р.
10	7	Михайлова Н. п.	инженер	8 000,00р.	8	0,2	1 600,00р.	9 600,00р.	10%	960,00р.	8 640,00р.
11	8	Мороз В. И.	ст. н. сотрудник	9 700,00р.		0,1	970,00р.	10 670,00р.	20%	2 134,00р.	8 536,00р.
12	9	Никонова Е. И.	мл. н. сотрудник	7 700,00р.		0,1	770,00р.	8 470,00р.	10%	847,00р.	7 623,00р.
13	10	Петрашевич Г. С.	зав.лаборатории	12 200,00р.	16	0,3	3 660,00р.	15 860,00р.	20%	3 172,00р.	12 688,00р.
14	11	Петров В. М.	лаборант	5 670,00р.		0,1	567,00р.	6 237,00р.	2%	124,74р.	6 112,26р.
15	12	Сергейчик П. П.	мл. н. сотрудник	7 700,00р.	11	0,25	1 925,00р.	9 625,00р.	10%	962,50р.	8 662,50р.
16	13	Степаненко А. В.	ст. н. сотрудник	9 700,00р.		0,1	970,00р.	10 670,00р.	20%	2 134,00р.	8 536,00р.
17	14	Уланович А. С.	лаборант	5 500,00р.	7	0,2	1 100,00р.	6 600,00р.	2%	132,00р.	6 468,00р.
18	15	Уткие П. И.	ст. н. сотрудник	9 700,00р.	6	0,2	1 940,00р.	11 640,00р.	20%	2 328,00р.	9 312,00р.
19	Всего к выдаче:							140524,00р.		18 090,48р.	122 433,52р.

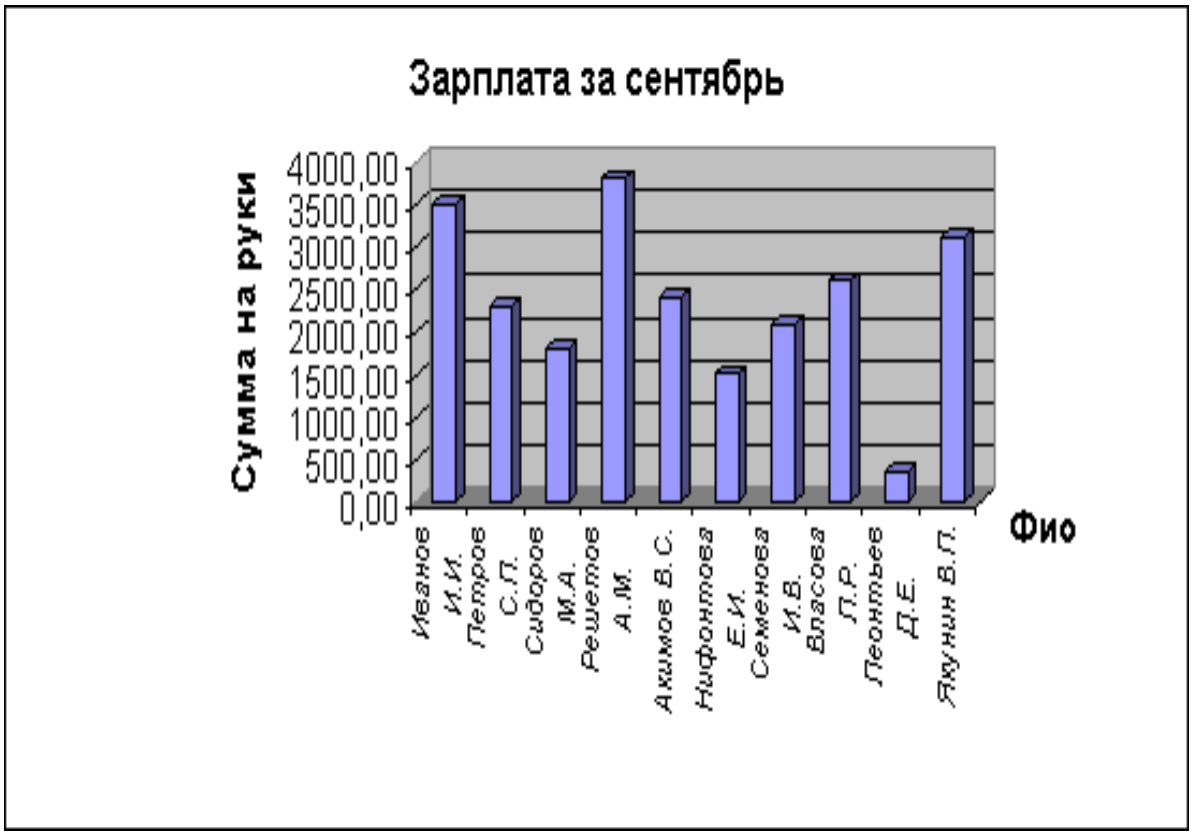
Работа 3.5. Вычисления с использованием функций, форматирование графиков

ЗАДАНИЕ

1. Дайте название рабочему листу «Зарплата».
2. Создайте таблицу, заполнив шапку и значения столбцов приведенными в таблице данными: «№ », «Фамилия И.О.», «Оклад», «Дети».
3. Вычислите по формулам значения в первых ячейках столбцов: «Уральский коэффициент», «З/плата с уральским коэф.», «С начала года», «Налоги», «Сумма на руки».
4. Скопируйте полученные формулы в остальные ячейки соответствующих столбцов.
5. Вычислите итоговые значения и скопируйте их в соседние ячейки этих строк.
6. Отформатируйте таблицу в соответствии с приведенным видом.
7. Постройте столбиковую диаграмму рассчитанной «Зарплаты за сентябрь».

	A	B	C	D	E	F		H	I
1	Сентябрь 2006 г.								
2	№	Фамилия И.О.	Оклад	Уральский коэф.	З/плата с урал. коэф.	С начала года	Дети	Налоги	Сумма на руки
3	1	Иванов И.И.	3500	525,00	4025,00	36225,00	2	523,25	3501,75
4	2	Петров С.П.	2300	345,00	2645,00	23805,00	2	343,85	2301,15
5	3	СидоровМ.А.	1800	270,00	2070,00	18630,00	1	269,10	1800,90
6	4	РешетовА.М.	3800	570,00	4370,00	39330,00	1	568,10	3801,90
7	5	Акимов В.С.	2400	360,00	2760,00	24840,00	2	358,80	2401,20
8	6	Нифонтова Е.И.	1500	225,00	1725,00	15525,00	0	224,25	1500,75
9	7	Семенова И.В.	2100	315,00	2415,00	21735,00	1	313,95	2101,05
10	8	Власова Л.Р.	2600	390,00	2990,00	26910,00	2	388,70	2601,30
11	9	Леонтьев Д.Е.	320	48,00	368,00	3312,00	0	0,00	368,00
12	10	Якунин В.П.	3100	465,00	3565,00	32085,00	2	463,45	3101,55
13		Всего	23420	3513,00	26933,00	242397,00	13	3453,45	23479,55
14		Среднее	2342	351,30	2693,30	24239,70	1	345,35	2347,96
15		Max	3800	570,00	4370,00	39330,00	2	568,10	3801,90
16		Min	320	48,00	368,00	3312,00	0	0,00	368,00

Налоговый вычет	400



МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. Ввод формул**.** Формула начинается со знака =. Адреса ячеек со значениями, участвующими в вычислениях, указываются щелчком мыши. Для выбора функций используется команда *Вставка – Функции* или *Мастер функций* f_x.
2. Формулы для вычислений:
   - «Уральский коэф.» составляет 15 % от оклада. «Уральский коэф.»=0,15* «Оклад».
   - «З/плата с уральским коэф.» = «Оклад» + «Уральский коэф.».
   - Начисления заработной платы накопительным итогом за девять месяцев с начала года. «С начала года» = З/плата с урал. коэф.* кол. месяцев. В данном примере количество месяцев равно 9.
   - «Налоги». *Если* «З/плата с уральским коэф.» *меньше, чем* налоговый вычет, в нашем случае это 400 рублей, то *налог будет равен 0. Если* начисления «С начала года», *меньше или равны 15000руб., то налог равен* – («З/плата с уральским коэф.» – «Налоговый вычет» – *300** «Дети»*)*0,13; в противном случае* «З/плата с уральским коэф.» **0,13.*

Адрес ячейки D18 – «Налоговые вычеты» необходимо задать в виде абсолютной ссылки – $D$18, которая задается функциональной клавишей F4.

- «Сумма на руки» = «З/плата с уральским коэф.» – «Налоги».
- Вычисления формул итоговых строк*: Мастер функций – Категории – Статистические* – найдите нужную функцию *(СУММ( ), СРЗНАЧ( ), MAX( ), MIN( )).* Введите диапазон ячеек с данными для вычисления значений функций.
- Скопируйте формулы в соответствующие строки.

3. Построение графика по данным, расположенным не в соседних столбцах: выделить диапазон ячеек, данные которых будут располагаться по оси *X* (столбец «Фамилия И.О.»), нажать клавишу.*Ctrl* и не отпуская ее, выделить диапазон ячеек, данные которых будут располагаться на оси *Y* **(**столбец «Сумма на руки»). Далее обычные действия: Вызвать *Мастер построения диаграмм,* выбрать *Тип диаграммы* и ее вид. Ввести *Параметры диаграммы***,** задать *Размещение диаграммы.*
4. Отформатировать график (изменение его оформления)**.** Выделить нужный фрагмент графика, вызвать контекстное меню (КМ), выбрать *Формат* – изменить значения параметров: шрифт, вид и толщину линий, вид стрелок и т.д.

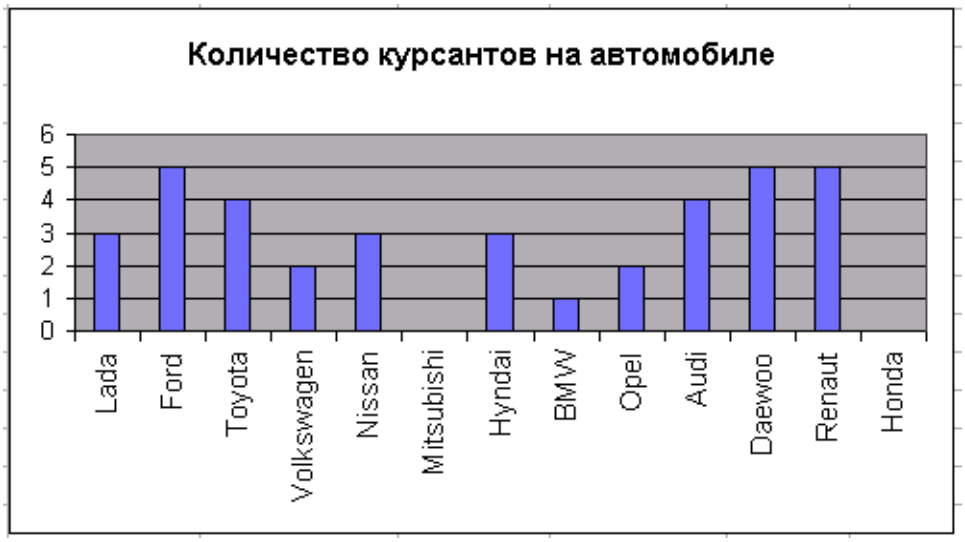
Работа 3.6. Использование сложных функций
ВАРИАНТ 1

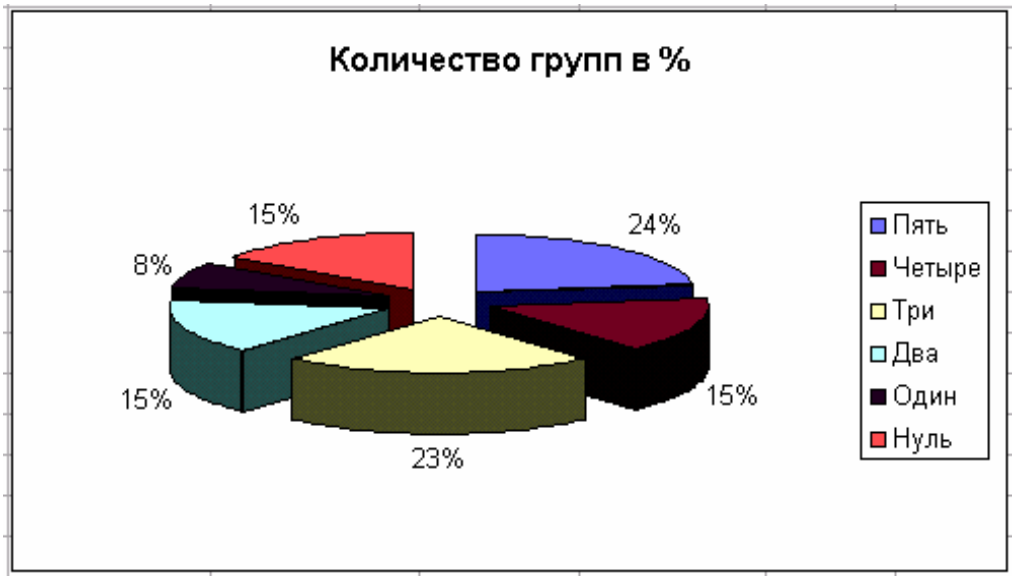
ЗАДАНИЕ

1. Введите название рабочего листа – «Автошкола «Автолайн».
2. Наберите «шапку» ведомости, заполните значение столбцов: «№» – автозаполнением; «Фамилия инструктора» – 13 – ю фамилиями, «Число курсантов» разбить на два столбца, в столбце «Цифрой» ввести числовое значение с клавиатуры.
3. В первую ячейку столбца «Прописью» введите формулу, используя, *Мастер формул*. Если число цифрой равно 0, то прописью «Нуль», если – 1, то «Один», если – 2, то прописью «Два», если – 3, то прописью «Три», если – 4, то «Четыре», если – 5, то «Пять».
4. Скопируйте формулу во все ячейки столбца.
5. В отдельной таблице подсчитайте количество оценок.
6. По результатам этой таблицы постройте две диаграммы – *Гистограмму* со значениями и *Круговую* (в процентном формате).

	A	B	C	D	E
1	Автошкола "АвтоЛайн"				
2	№	Фамилия инструктора	Автомобили	Число курсантов	
3				Цифрой	Прописью
4	1	Абакумов	Lada	3	Три
5	2	Воронцов	Ford	5	Пять
6	3	Дроздов	Toyota	4	Четыре
7	4	Зубкова	Volkswagen	2	Два
8	5	Колосов	Nissan	3	Три
9	6	Ладыгин	Mitsubishi	0	Нуль
10	7	Михайлов	Hyndai	3	Три
11	8	Никонов	BMW	1	Один
12	9	Плотников	Opel	2	Два
13	10	Важенина	Audi	4	Четыре
14	11	Дозморова	Daewoo	5	Пять
15	12	Иванова	Renaut	5	Пять
16	13	Сараева	Honda	0	Нуль

	A	B	C
18		Численность курсантов в группе	Количество групп
19		Пять	3
20		Четыре	2
21		Три	3
22		Два	2
23		Один	1
24		Нуль	2
25		Итого	13





МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. Ввод формулы с использованием функции *ЕСЛИ*. *Мастер функций* – функция *ЕСЛИ***.** Синтаксис функции: *ЕСЛИ (Условие; Действие «истина»; Действие «ложь»)*

В приведенном ниже примере формула анализирует содержимое ячейки D4 – цифровое число курсантов для инструктора Абакумова.

=ЕСЛИ(D4=5;"Пять";ЕСЛИ(D4=4;"Четыре";ЕСЛИ(D4=3;"Три";ЕСЛИ(D4=2;"Два";ЕСЛИ(D4=1;"Один";ЕСЛИ(D4=0;"Нуль";"Ошибка ввода")))))).

2. Для подсчета количества групп используется функция *СЧЁТЕСЛИ:*

СЧЁТЕСЛИ (Диапазон ячеек, в которых ведется подсчет; Условие). Например, для «Пять» формула = *СЧЁТЕСЛИ (D4:D16;"=5")*.

3. Круговая диаграмма строится для столбца «Количество групп», выбирается соответствующий вид диаграммы. Надписи задаются в окне «Параметры диаграммы» на вкладке «Подписи данных».

ВАРИАНТ 2

ЗАДАНИЕ

1. Измените название рабочего листа – «Экзаменационная ведомость».
2. Наберите «шапку» ведомости, заполните значение столбцов: «№» – автозаполнением; «Фамилия И. О.» – любыми 10 – ю фамилиями», «№ зачетной книжки» и числовое значение оценки введите с клавиатуры.
3. В первую ячейку столбца «Прописью» введите формулу, используя, *мастер формул*. Если числовая оценка равна 2, то прописью «Неудовлетворительно», если – 3, «Удовлетворительно», если – 4, то «Хорошо», если – 5, то «Отлично», если – «н/я», то «Неявка»
4. Скопируйте формулу во все ячейки столбца.
5. В отдельной табличке подсчитайте количество оценок.
6. По результатам этой таблицы постройте кольцевую диаграмму.

	A	B	C	D	E	F
1	Экзаменационная ведомость					
2						
3	Группа_____ Дисциплина_____					
4						
5				Оценка		
6	№	Фамилия И. О.	№ зачетной	Число	Прописью	Роспись
7	1	Иванов И. И.	275	3	Удовлетворительно	
8	2	Петров П. П.	265	5	Отлично	
9	3	Сидоров С. С.	232	н/я	Неявка	
10	4	Решетников Р. Р.	214	4	Хорошо	
11	5	Абрамов А. А.	193	5	Отлично	
12	6	Кац В. Ш.	171	н/я	Неявка	
13	7	Бильбао К. Ф.	150	2	Неудовлетворительно	
14	8	Нифонтов К. Р.	128	5	Отлично	
15	9	Русинов Р. Д.	107	4	Хорошо	
16	10	Якушин Я. Т.	85	3	Удовлетворительно	
17						

18	"Отлично"	3
19	"Хорошо"	2
20	"Удовлетворительно"	2
21	"Неудовлетворительно"	1
22	"Неявка"	2
23	Итого	10

Методические указания аналогичны варианту 1.

Работа 3.7. Команды сортировки и фильтрации

ЗАДАНИЕ

1. Наберите в MS Excel таблицу с выделенными значениями (кроме значений в колонках «% жилого фонда» и «Стоимость 1 кв. м.), оформите и отформатируйте по указанному образцу.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Квартирное агенство "МЕЧТА"								
2	№	Кол-во комнат	Район	Теле-фон	Общий метраж	Жилой метраж	Стоимость квар-тиры, тыс. руб	% жилого фонда	Стоимость 1 кв. м., тыс. руб
3	1	3	Ленинский	Есть	58,3	38,5	286	66,0	4,91
4	2	3	Чкаловский	Нет	48	40,6	89	84,6	1,85
5	3	2	Кировский	Есть	43	32	115	74,4	2,67
6	4	1	Октябрьский	Есть	35	25	75	71,4	2,14
7	5	1	Юго-Западный	Есть	32	21	126	65,6	3,94
8	6	1	Юго-Западный	Есть	26	16	64	61,5	2,46
9	7	1	Юго-Западный	Нет	50	32	95	64,0	1,90
10	8	2	Октябрьский	Нет	46	40	185	87,0	4,02
11	9	2	Кировский	Нет	62	45	246	72,6	3,97
12	10	2	Чкаловский	Нет	48	35	94	72,9	1,96
13	11	3	Чкаловский	Нет	96	75	192	78,1	2,00
14	12	2	Ленинский	Нет	29	21	126	72,4	4,34
15	13	3	Ленинский	Нет	56	49	164	87,5	2,93
16	14	3	Ленинский	Нет	108,5	80	580	73,7	5,35
17	15	4	Кировский	Есть	96	71	396	74,0	4,13
18	16	2	Кировский	Есть	48,2	40	180	83,0	3,73
19	17	2	Ленинский	Есть	38	32	195	84,2	5,13
20	18	1	Чкаловский	Есть	26	16	48	61,5	1,85
21	19	1	Октябрьский	Нет	28	18	85	64,3	3,04
22	20	1	Юго-Западный	Есть	36	22,3	45	61,9	1,25
23	21	2	Юго-Западный	Есть	51	40	97	78,4	1,90
24	22	2	Кировский	Нет	65	42	115	64,6	1,77
25	23	3	Кировский	Нет	86	50	200	58,1	2,33
26	24	3	Кировский	Нет	84,3	58	215	68,8	2,55
27	25	2	Ленинский	Есть	68,6	36	325	52,5	4,74
28	Итого				1364,9	975,4	4338		
29	Средние показатели				54,60	39,02	173,52	71,33	3,07

2. Вычислите «% жилого фонда» и «Стоимость 1 кв. м.».
3. Определите Итоговые и Средние показатели.
4. **Примените Автофильтр** и выполните следующие действия:
   - выделите все однокомнатные квартиры и перенесите их на лист 2;

- выделите все двухкомнатные квартиры и перенесите их на лист 3;
- выделите все трехкомнатные квартиры и перенесите их на лист 4;
- выделите все четырехкомнатные квартиры и перенесите их на лист 5;

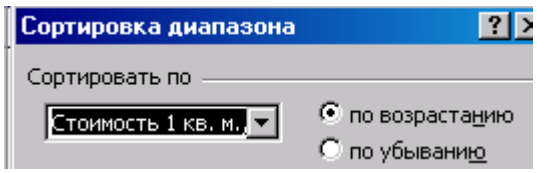
5. Переименуйте указанные в п.4 рабочие листы следующим образом: «1–комнатные», «2–комнатные» и т. д.
6. На листах 2 – 5 вычислите показатели, указанные в п.3.
7. **Отсортируйте**: 1–комнатные квартиры – по возрастанию стоимости 1 кв. м.; 2–комнатные квартиры – по возрастанию стоимости квартиры; 3–комнатные квартиры – по убыванию жилого метража.
8. На листе 1 отфильтруйте квартиры с жилым метражом более 30 м и стоимостью 1 кв. м менее 2 тыс.руб., результат скопируйте на лист 6.
9. На листе 1 найдите: самую дорогую квартиру; самую большую по общему метражу; имеющую самую низкую стоимость; с самым высоким процентом жилого фонда.
10. Найденные квартиры скопируйте на лист 7.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. Для определения итоговых и средних показателей воспользуйтесь функциями *СУММ(аргумент)* и *СРЗНАЧ(аргумент)*.

При фильтрации и сортировке данных в таблице поставьте курсор в любую ячейку таблицы и выполните соответствующую команду.

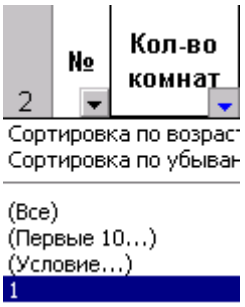
2. Сортировка выполняется командой *Данные – Сортировка*. Выберите столбец, по которому осуществляется сортировка и параметр



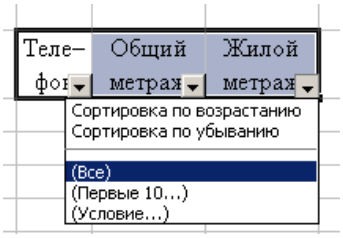
№	Кол-во комнат	Стоимость 1 кв. м., тыс. руб
20	1	1,25
18	1	1,85
7	1	1,90
4	1	2,14
6	1	2,46
19	1	3,04
5	1	3,94

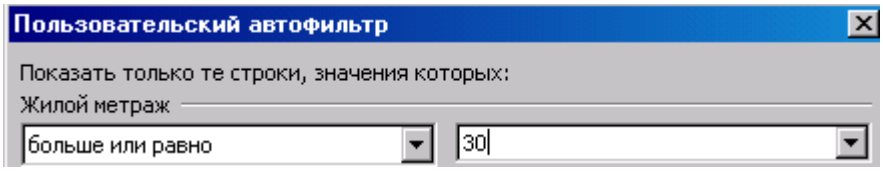
3. Фильтрация осуществляется командой *Данные – Фильтр – Автофильтр*. Выберите параметр фильтрации или задайте *Условие.*

1	Квартирное агенство "МЕЧТА"								
2	№	Кол-во комнат	Район	Теле-фон	Общий метраж	Жилой метраж	Стоимость квар-тиры, тыс. руб	% жилого фонда	Стоимость 1 кв. м., тыс. руб
6	4	1	Октябрьский	Есть	35	25	75	71,4	2,14
7	5	1	Юго-Западный	Есть	32	21	126	65,6	3,94
8	6	1	Юго-Западный	Есть	26	16	64	61,5	2,46
9	7	1	Юго-Западный	Нет	50	32	95	64,0	1,90
20	18	1	Чкаловский	Есть	26	16	48	61,5	1,85
21	19	1	Октябрьский	Нет	28	18	85	64,3	3,04
22	20	1	Юго-Западный	Есть	36	22,3	45	61,9	1,25



Задание условия фильтрации





Работа 3.8. Подбор параметра на примере решения уравнения

ЗАДАНИЕ

Решите уравнение своего варианта, используя команду *«Подбор параметра».*

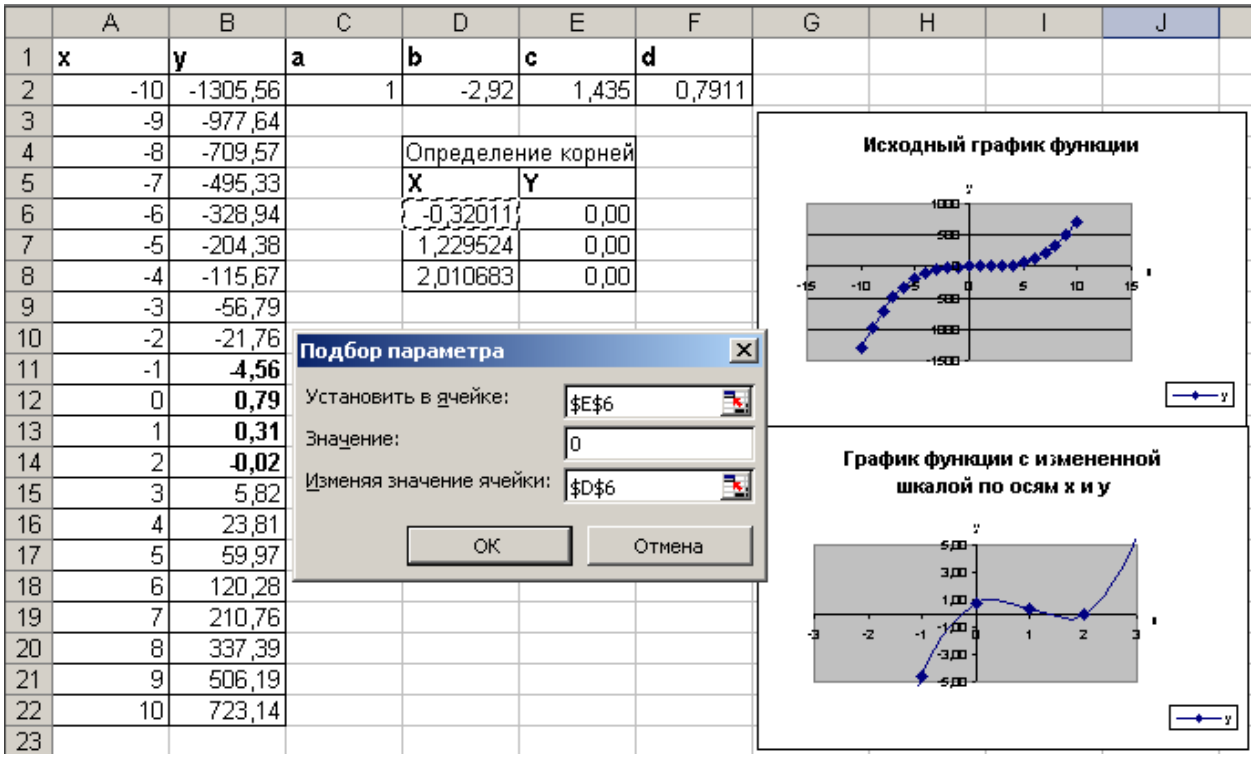
Решить уравнение, значит найти значение аргумента (*X*), при котором функция (*Y)* принимает значение равное нулю, т. е пересекает ось *X.*

№ вари–анта	Уравнение	№ вари–анта	Уравнение
1	X^3–2,92x^2+1,435x+0,7911=0	6	X^3–0,12x^2+1,4775x+0,191 =0
2	X^3–2,56 x^2+1,325 x+4,395 =0	7	X^3–0,77x^2+0,251x+0,016=0
3	X^3–2,84x^2+5,6064x+14,766=0	8	X^3–0,88x^2+0,399x+0,03 =0
4	X^3–1,41x^2+5,472x+7,380=0	9	X^3–0,78x^2+0,826x+0,1467=0
5	X^3–0,85x^2+0,4317x+0,0439=0	10	X^3–2,28x^2+1,9347x+3,907=0

Пример решения уравнения: $ax^3+bx^2+cx+d=0$ при $a = 1; b = – 2,92; c = 1,435; d = 0,7911$ на интервале изменения X [–10;10] с шагом изменения X равном 1.

1. Создайте таблицу изменения *X* в заданном интервале и вычислите *Y* по заданной формуле (=$C$2*A2^3+$D$2*A2^2+$E$2*A2+$F$2) . Коэффициенты *a, b, c, d* заданы абсолютным адресом.

2. Выделите интервал ячеек A1:B22 и постройте график функции (тип графика «Точечный»). Назовите его «Исходный график функции». Скопируйте график при нажатой клавише *Ctrl* и потяните его мышью. Переформатируйте копию графика, изменив диапазон для *X* [–3, 3] и *Y* [–5, 5]. Это позволит увидеть точки пересечения функции с осью аргумента.



МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. Найти интервалы, на которых существуют корни уравнения. Это интервалы изменения аргумента, на концах которых функция изменяет знак. Для наглядности определения интервалов нужно построить график функции. Для этого создайте таблицу, в которой выполните следующие действия.

- Протабулируйте аргумент: введите значения аргумента в некотором диапазоне, например, от –1 до 1 или от –10 до 10 с малым шагом изменения (ячейки A2:A22).
- Протабулируйте функцию. Вычислите значения функции для всех значений аргумента (ячейки B2:B22).
- Постройте график.
- Визуально определите интервалы аргумента, в которых функция меняет знак. На каждом из этих интервалов имеется свой корень.
- Если по первоначальному графику трудно определить точки пересечения графика с осью *X*, то график необходимо переформатировать. Команды выбирайте в контекстном меню соответствующего объекта. Указатель мыши поместите на ось графика, вызовите *КМ Формат оси* – вкладка *Шкала* установите для оси *X* максимум 3, минимум –3, для *Y* максимум 5, минимум –5. На графике

посмотрите точки пересечения функции с осью *X*. Это будут корни уравнения.

- Для определения точных корней выделите ячейки, например D6:D8, в них поместите примерные значения корней (взятые с графика или из таблицы). В диапазон ячеек E6:E8 поместите формулы для вычисления функций (скопируйте из соответствующих ячеек таблицы, принадлежащих этим же строкам).
- Выполните команду *Сервис – Подбор параметра – Установить в ячейке* E6 (введите ссылку на ячейку, содержащую функцию) – *Значение* 0 – *Изменяя значение ячейки* D6 (введите ссылку на ячейку, содержащую аргумент). Повторите эти действия. В ячейках E6:E8 установятся значения функции 0, в ячейках D6:D8 значения корней.

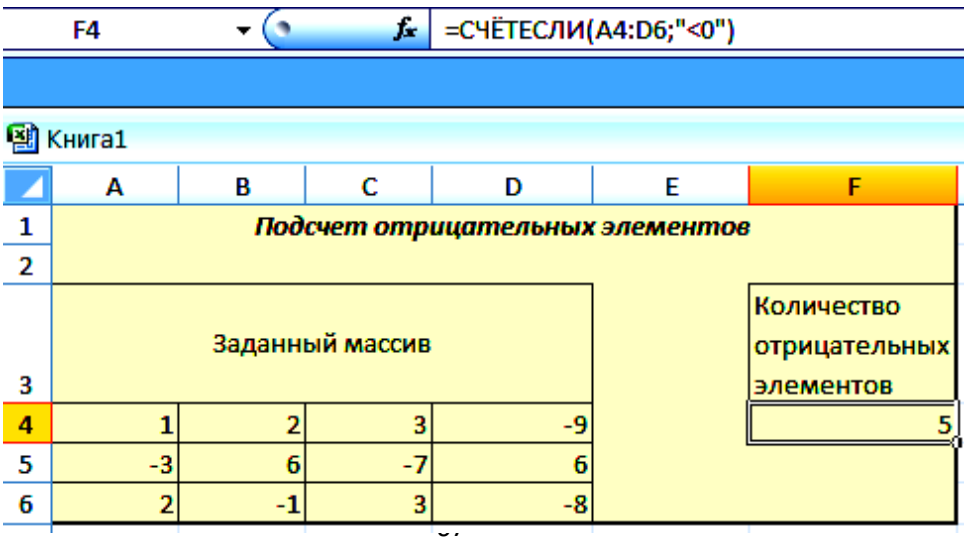
Работа 3.9. Работа с массивами и матрицами

При работе с матрицами используются специальные формулы: МУМНОЖ(аргументы) – умножение матриц; МОБР(аргументы) – вычисление обратной матрицы; МОПРЕД(аргументы) – вычисляется определитель матрицы; ТРАСП(аргументы) –транспонирование матрицы.

Для получения численных результатов с использованием данных функций следует: выделить диапазон ячеек для вывода результата, ввести формулу в строку формул и нажать одновременно клавиши <*Ctrl*>+<*Shift*>+<*Enter*>.

ЗАДАНИЕ 1

Подсчитать в заданном двумерном массиве количество отрицательных элементов.



МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. Заполните ячейки A4:D6 необходимыми значениями.
2. В ячейку F4 введите формулу; =СЧЁТЕСЛИ(A4:D6;"<0")

ЗАДАНИЕ 2

Решить систему линейных уравнений $A^2X = B$, где значения соответствующих матрицы и вектора–столбца имеют вид:

$A = \begin{bmatrix} 23 & 7 \\ 11 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$. Алгебраический вид системы: $\begin{matrix} a_{11}^2 \cdot x_1 + a_{12}^2 \cdot x_2 = b_1 \\ a_{21}^2 \cdot x_1 + a_{22}^2 \cdot x_2 = b_2 \end{matrix}$.

	A	B	C	D	E	F
7						
8	***Решение системы линейных уравнений***					
9						
10	Матрица А			Свободный столбец		Вектор решений
11	23	7		3		-0,44
12	11	4		2		1,426666667

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Можно перемножить только те матрицы, у которых количество строк матрицы 2 равняется количеству столбцов матрицы 1. Для решения системы уравнений нужно вычислить обратную матрицу коэффициентов А и умножить на столбец свободных элементов.
В ячейку F11 введите формулу, используя мастер функций:

=МУМНОЖ(МОБР(МУМНОЖ(A11:B12;A11:B12));D11:D12)

ЗАДАНИЕ 3

Решить систему уравнений $A\ X = B$, если $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 5 & 12 & -4 \\ 1 & 8 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}$.

Запишите систему в алгебраическом виде.

ЗАДАНИЕ 4

Заданы четыре матрицы *A, B, C* и *D* одинаковой размерности, содержащие по 3 строки и по 4 столбца. Вычислить результирующую матрицу $E = 5A - \cos(B) + C^2 - D$.

Вычислите результирующую матрицу $F= 3A+B+2C–D$, проверьте результат.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. На рабочий лист поместите данные соответствующих матриц *A, B, C* и *D*.
2. Используя команду *Вставка – Объект – Тип объекта* , поместите на лист формулу Microsoft Equation 3.0 $E = 5A - \cos(B) + C^2 - D$.
3. Выделите диапазон ячеек для результата, установите указатель мыши в строку формул, введите формулу: =5*I21:L23-COS(I26:L28)+I31:L33*I31:L33-I36:L38 и нажмите клавиши *Ctrl+Shift+Enter*.

	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
20	Матрица A								
21	1	67	0	4					
22	2	8	9	5		Результирующая матрица			
23	3	9	8	6		$5A-\cos(B)+C^2-D$			
24									
25	Матрица B								
26	4	0	-9	3		-67,3464	3283	-4,08887	45,98999
27	7	8	-11	0		10,2461	7586,146	118,9956	86
28	6	7	6	3		-5,96017	125,2461	2786,04	65,98999
29									
30	Матрица C								
31	5	55	0	4					
32	2	-87	9	-8					
33	-6	9	52	6					
34									
35	Матрица D								
36	98	76	5	-9					
37	3	23	7	2					
38	56	0	-43	1					

4. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФУНКЦИЙ EXCEL

Работа 4.1. Определение места числа в списке, функция *РАНГ*

ЗАДАНИЕ

Сформировать и заполнить отчетную ведомость работы сети компьютерных клубов по форме:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	*Ведомость работы сети компьютерных клубов*							
2								
3	*Клуб*	*Январь*	*Февраль*	*Март*	*Суммарная выручка*	*Место*	*Средняя выручка*	*Процент*
4	Альтаир	345	543,9	423,9				
5	Грувит	657,7	234	982,4				
6	Полигон	765,2	1007,5	873,1				
7	Гелакс	123,5	734	487,7				
8	Звезда	879	985,9	980,3				
9	Хексен	348	591,2	678				
10	Антей	987	634	1009,4				
11	Арсенал	1009,5	793,2	987,9				
12	Арена	434	934	567				
13	Блиндаж	835,8	879	934				
14	*Итого*							

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

- В ячейку А1 ввести название ведомости.
- В ячейки А3 : Н3 ввести название полей ведомости.
- В поле «Клуб» – строки «Альтаир»… «Блиндаж», «*Итого»*.
- Вычислить «Суммарную выручку» по каждому клубу используя функцию *Сумм(аргументы*). При вводе функций пользоваться *Мастером функций*
- Определить «Место», для этого используется функция *Ранг (аргументы).*

Данная функция возвращает ранг числа в списке чисел. Ранг числа – это его величина относительно других значений в списке. (Если список отсортировать, то ранг числа будет его позицией) .

Синтаксис**:** *Ранг(число;ссылка;порядок)*

Число – это число, для которого определяется ранг; *ссылка* – это массив или ссылка на список чисел (нечисловые значения в ссылке игнорируются); *порядок* – это число, определяющее способ упорядочения (0 – ранг 1 у максимального числа ; любое число – ранг 1 у минимального числа).

Например, в ячейке F4 формула =РАНГ(E4;$E$4:$E$13) определяет ранг числа в ячейке E4 среди чисел столбца E4:E13.

- Вычислить «Среднюю выручку» по каждому клубу, используя функцию =*Срзнач(аргументы)* .
- Вычислить общие итоги, используя функцию *Сумм(аргументы).*

Работа 4.2. Определение частоты попадания числа в заданный интервал. Функция *ЧАСТОТА*

ЗАДАНИЕ

Составить отчет торговой сети

Менеджер торговой сети магазинов имеет значения выручки за три летних месяца по шести магазинам. Необходимо составить отчетную ведомость по результатам деятельности за этот период с простейшей обработкой данных.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Выручка сети магазинов в млн.руб.									
2	Магазин	Июнь	Июль	Август	Суммарная выручка	Место	Средняя выручка	Процент	Диапа-зоны	Коли-чество
3	1	324	435	534	1293	6	431,00	12%	1000	0
4	2	435	645	354	1434	5	478,00	13%	1500	2
5	3	532	623	451	1606	4	535,33	15%	2000	1
6	4	723	634	751	2108	2	702,67	20%		3
7	5	536	734	876	2146	1	715,33	20%		
8	6	834	811	435	2080	3	693,33	19%		
9	Итого	3384	3882	3401	10667					

Создайте таблицу, в которой заполните исходной информацией столбцы: «Магазин», «Июнь», «Июль», «Август» (кроме итоговой строки), и вычислите:

1. Суммарную и среднюю выручку каждого из магазинов за отчетный период.
2. Итоговую выручку всех магазинов за каждый месяц отчетного периода.
3. Место, которое занимает каждый из магазинов в суммарном объеме выручки.
4. Процентную долю каждого из магазинов в суммарном объеме выручки.
5. Количество магазинов, имеющих суммарную выручку до 1000 млн. руб., от 1000 до 1500 млн. руб., от 1500 до 2000 млн. руб. и свыше 2000 млн. руб.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. «Суммарная выручка» по магазинам и «Итого» по месяцам определяется с использованием функции *СУММ(диапазон ячеек)*. Запишите формулу в ячейку E3 и скопируйте по

столбцу для всех магазинов. Запишите аналогичную формулу в ячейку B9 и скопируйте итог по строке для каждого месяца и суммарной выручке.

2. «Место» магазина среди остальных определяется функцией *РАНГ (адрес ячейки* для значения которой определяется место; *диапазон ячеек).* Для первого магазина в ячейке F3 записана формула =*РАНГ(E3;$E$3 :$E$8)*
3. «Средняя выручка» вычисляется с использованием функции = *СРЗНАЧ (диапазон ячеек).* Вид формулы в ячейке G3 = *СРЗНАЧ(B3:D3).*
4. Доля объема выручки магазина в общей выручки. «Процент» = «Суммарная выручка» магазина / Итоговая «Суммарная выручка». Вид формулы в ячейке H3 =E3/$E$9.
5. Скопируйте формулы из диапазона ячеек E3:H3 в соседние ячейки по указанным столбцам.
6. Определение количества магазинов, попавших в заданный интервал по значению «Суммарной выручки» основано на использовании массива формул с функцией *ЧАСТОТА (диапазон ячеек значений; диапазон ячеек граничных значений*). Для массива формула вводится не в одну ячейку, а в выделенный диапазон. Выделите диапазон J3:J6, введите в него формулу = *ЧАСТОТА(E3:E8;I3:I5).* Завершить ввод формулы нажатием комбинации клавиш Ctrl + Shift + Enter.

Работа 4.3. Текстовые функции и функции даты и времени

ЗАДАНИЕ

Разработать рабочую книгу «Список сотрудников». Она должна включать следующие рабочие листы: Лист 1– Список сотрудников, лист 2 – Возраст и стаж работы, лист 3– Анкетные данные.

1. Измените название 1 рабочего листа – «Список сотрудников».
2. Создайте таблицу 1 и заполните её данными.

Список сотрудников Таблица 1

№ п/п	Фамилия	Имя	Отчество	Место работы	Должность	Дата рождения	Город	Улица	Дом	Квар–тира	Оклад	Дата поступления
1	Вольская	Анна	Дмитриевна	ЦКТ	инженер	03.12.1979	Екатеринбург	Декабристов	12	3	13000,00	01.01.1998
2	Ермаков	Леонид	Викторович	ИНФ	ассистент	12.06.1980	Екатеринбург	Фрунзе	1	125	10000,00	28.10.1985
3	Заяц	Виктор	Сергеевич	АКТ	доцент	05.08.1960	Екатеринбург	Мельникова	4	67	20000,00	30.10.1984
4	Аванова	Алла	Борисовна	ЭГП	ассистент	09.09.1978	Екатеринбург	Щорса	7	89	15000,00	25.08.1990
5	Игнатович	Валерий	Иванович	ОПИ	профессор	10.05.1952	Екатеринбург	Декабристов	12	23	11000,00	11.03.1977
6	Котов	Сергей	Сергеевич	ИНФ	инженер	18.02.1980	Екатеринбург	Фурманова	34	46	10500,00	19.01.2002
7	Михайлова	Екатерина	Михайловна	ИНФ	лаборант	23.04.1980	Екатеринбург	Гоголя	2	135	5000,00	20.08.2000
8	Мороз	Александр	Петрович	АКТ	доцент	29.05.1960	Екатеринбург	Чапаева	78	12	20000,00	30.06.1985
9	Никонова	Светлана	Ивановна	ЭГП	ассистент	13.12.1984	Екатеринбург	Пушкина	36	67	12000,00	29.08.2005
10	Петрашевич	Елена	Юрьевна	ЦКТ	инженер	19.06.1975	Екатеринбург	Щербакова	29	89	13000,00	16.05.2000
11	Петров	Юрий	Алексеевич	ЦКТ	уч.мастер	17.07.1974	Екатеринбург	Белинского	30	20	10000,00	01.01.1999
12	Сергейчик	Иван	Матвеевич	ОПИ	доцент	07.07.1972	Екатеринбург	Крауля	40	50	20000,00	01.03.2002
13	Степаненко	Любовь	Михайловна	ЭГП	доцент	06.08.1960	Екатеринбург	Токарей	19	27	20000,00	16.08.1980
14	Уланович	Алексей	Владимирович	ЭГП	ассистент	01.01.1987	Екатеринбург	Заводская	25	15	14000,00	12.12.2005
15	Уткин	Петр	Ильич	АКТ	профессор	03.11.1949	Екатеринбург	Татищева	58	78	25000,00	08.12.1985

3. Перейдите на лист 2, назовите его «Возраст и стаж работы» и создайте таблицу 2, которая создается по таблице 1 (с листа «Список сотрудников») с использование формул.
4. Посчитайте средний, максимальный и минимальный возраст сотрудников.

Возраст и стаж работы Таблица 2

			Стаж работы	
№	Фамилия И.О.	Возраст	Годы	Месяцы
1	Вольская А.Д.	27	08	11
2	Ермаков Л.В.	26	21	2
3	Заяц В.С.	46	22	1
4	Аванова А.Б.	28	16	4
5	Игнатович В.И.	54	29	9
6	Котов С.С.	26	04	11
7	Михайлова Е.М.	26	06	4
8	Мороз А.П.	46	21	5
9	Никонова С.И.	22	01	3
10	Петрашевич Е.Ю.	31	06	7
11	Петров Ю.А.	32	07	11
12	Сергейчик И.М.	34	04	9
13	Степаненко Л.М.	46	26	4
14	Уланович А.В.	19	01	0
15	Уткин П.И.	57	21	0
	Среднее	35		
	Максимум	57		
	Минимум	19		

5. Перейдите на лист 3, назовите его «Анкетные данные» и создайте таблицу 3 по данным таблицы 1 (с листа «Список сотрудников») с использование формулы с последующим копированием ее во все ячейки столбца.

Анкетные данные Таблица 3

№	Анкетные данные
1	Вольская Анна Дмитриевна, 03.12.1979 г.р., Место проживания: г.Екатеринбург, ул.Декабристов, д.12, кв.3
2	Ермаков Леонид Викторович, 12.06.1980 г.р., Место проживания: г.Екатеринбург, ул.Фрунзе, д.1, кв.125
3	Заяц Виктор Сергеевич, 05.08.1960 г.р., Место проживания: г.Екатеринбург, ул.Мельникова, д.4, кв.67
4	Аванова Алла Борисовна, 09.09.1978 г.р., Место проживания: г.Екатеринбург, ул.Щорса, д.7, кв.89
5	Игнатович Валерий Иванович, 10.05.1952 г.р., Место проживания: г.Екатеринбург, ул.Декабристов, д.12, кв.23
6	Котов Сергей Сергеевич, 18.02.1980 г.р., Место проживания: г.Екатеринбург, ул.Фурманова, д.34, кв.46
7	Михайлова Екатерина Михайловна, 23.04.1980 г.р., Место проживания: г.Екатеринбург, ул.Гоголя, д.2, кв.135
8	Мороз Александр Петрович, 29.05.1960 г.р., Место проживания: г.Екатеринбург, ул.Чапаева, д.78, кв.12
9	Никонова Светлана Ивановна, 13.12.1984 г.р., Место проживания: г.Екатеринбург, ул.Пушкина, д.36, кв.67
10	Петрашевич Елена Юрьевна, 19.06.1975 г.р., Место проживания: г.Екатеринбург, ул.Щербакова, д.29, кв.89
11	Петров Юрий Алексеевич, 17.07.1974 г.р., Место проживания: г.Екатеринбург, ул.Белинского, д.30, кв.20
12	Сергейчик Иван Матвеевич, 07.07.1972 г.р., Место проживания: г.Екатеринбург, ул.Крауля, д.40, кв.50
13	Степаненко Любовь Михайловна, 06.08.1960 г.р., Место проживания: г.Екатеринбург, ул.Токарей, д.19, кв.27
14	Уланович Алексей Владимирович, 01.01.1987 г.р., Место проживания: г.Екатеринбург, ул.Заводская, д.25, кв.15
15	Уткин Петр Ильич, 03.11.1949 г.р., Место проживания: г.Екатеринбург, ул.Татищева, д.58, кв.78

4. Использование функций Excel

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. При создании таблицы 2 используются функции категории *Дата и время* и *Текстовые – Мастера функций* f_x.

✓ Столбец «Фамилия И.О.» может быть заполнен двумя способами:

а) с использованием текстовых функции *Сцепить() и Левсимв().* Сцепляются «Фамилия» и левые символы имени и отчества с точкой, например:

=Сцепить('Список сотрудников'!B3;
" ";Левсимв('Список сотрудников'!C3;1);
"."; Левсимв('Список сотрудников' !D3;1);".";)

б) С использованием символа сцепления – &, выполняя те же действия, что и в 1–м пункте дополнительно включая пробелы, например:

='Список сотрудников'!B3&" "&Левсимв('Список сотрудников'!C3;1)
&"."&Левсимв ('Список сотрудников'!D3;1)&"."

✓ Столбец «Возраст» *=Сегодня() – 'Список сотрудников'!G3)* формируется по столбцу «Дата рождения»

✓ Столбец «Годы» *=Сегодня()* – ('Список сотрудников'!M3) формируется по столбцу «Дата поступления»

} Формат ячеек установить ГГ

✓ Столбец «Месяцы»*=Месяц(D4–1)* } Формат ячеек – числовой

2. Все формулы копируются с помощью маркера заполнения.

3. Вычисление формул итоговых строк: – *Мастер функций* f_x – *Категории – Статистические – функции Срзнач(), Max(), Мин().*

4. При создании таблицы 3 применяется формула с использованием символа сцепления (&): «Фамилия», «Имя», «Отчество», переведённой в текст «Дата рождения», символов «г.р., Место проживания : г. », «Город», «ул.», «Улица», «д.», «Дом», «кв.», «Квартира», например:

='Список сотрудников'!B3&" "&'Список сотрудников'!C3&
" " &'Список сотрудников'!D3 &", "&
Текст('Список сотрудников'!G3;"ДД.ММ.ГГГГ")&
" г.р., Место проживания: г."& 'Список сотрудников'!H3&
", ул."&'Список сотрудников'!I3&", д."&'Список сотрудников'! J3&
", кв."&'Список сотрудников'!K3.

или используется функция *Сцепить* (), например:

=Сцепить('Список сотрудников'!B3;" ";'Список сотрудников'!C3;
" ";'Список сотрудников'!D3;",";
ТЕКСТ('Список сотрудников'!G3;"ДД.ММ.ГГГГ");

*" г.р., Место проживания : г.";'Список сотрудников'!H3;
", ул.";'Список сотрудников'!I3;",";" Д.";'Список сотрудников'!J3;",";
" кв.";'Список сотрудников'!K3)*

Работа 4.4. Экономические расчеты с использованием финансовых функций

ЗАДАНИЕ 1

Расчет амортизационных отчислений.

Приобретено оборудование стоимостью 100000 руб. Продолжительность эксплуатации оборудования – 8 лет. Остаточная стоимость – 12000 руб. Рассчитать величину амортизационных отчислений за каждый (любой) год эксплуатации.

B5 =АПЛ(B1;B2;B3)

	A	B	C
1	Стоимость оборудования при покупке	100 000,00р.	
2	Стоимость оборудования в конце срока эксплуатации	12 000,00р.	
3	Продолжительность эксплуатации (в годах)	8	
4			
5	Ежегодные амортизационные отчисления	**11 000,00р.**	
6			

Рис. 1. Расчет амортизационных отчислений с использованием функции *АПЛ*.

Определить величину ежегодной амортизации оборудования для условий своего варианта. Исходные данные и таблицу результатов представить на рабочем листе Excel.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Для расчета амортизационных отчислений необходимо знать три параметра: начальная стоимость имущества; остаточная стоимость по окончании эксплуатации; продолжительность эксплуатации.

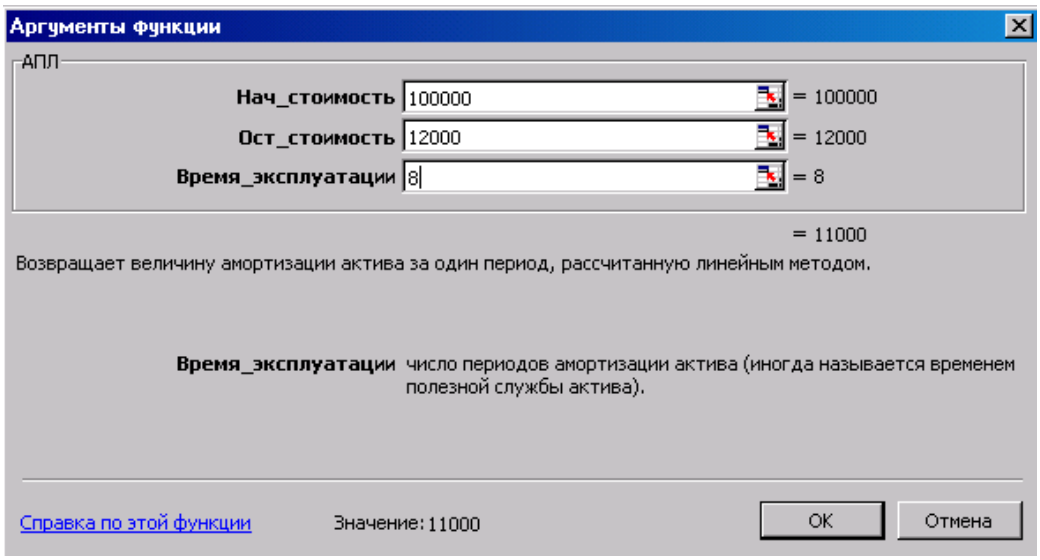
Расчет амортизационных отчислений может быть произведен с использованием различных методик. В зависимости от этого могут быть применены и различные функции Excel.

В простейшем случае амортизация разносится равномерно на каждый год эксплуатации имущества. При этом для расчета величины амортизационных отчислений используют функцию *АПЛ*.

Синтаксис функции: *АПЛ(Нач_стоим;Ост_стоим;Время),*

где *Нач_стоим* – начальная стоимость имущества; *Ост_стоим* – остаточная стоимость имущества; *Время* – продолжительность эксплуатации.

Функция *АПЛ* вводится в формулу с использованием *Мастера функций*. Ниже приведено окно задания аргументов данной функции.



Варианты заданий

№ варианта	Начальная стоимость оборудования, тыс. руб.	Остаточная стоимость оборудования, тыс. руб.	Срок эксплуатации, лет
1	5800	400	8
2	6000	350	5
3	2000	150	9
4	16400	4150	7
5	11700	2900	10
6	4300	190	9
7	8400	2100	4
8	3100	750	6
9	2210	450	3
10	5590	780	7
11	1500	200	5
12	14600	4300	8
13	10800	3260	7
14	6100	180	10
15	8200	240	9
16	3440	200	8
17	4580	580	4
18	2550	170	6
19	1900	700	3
20	7340	1600	5

ЗАДАНИЕ 2

Расчет суммы вклада (либо величины займа)

1. Рассчитать будущую сумму вклада в размере 1000 руб., внесенного на 10 лет с ежегодным начислением 10 % (рис. 2). Будущую сумму вклада при тех же условиях, но с ежегодным пополнением 1000 руб.(рис. 3).

B5 =БС(B2;B3;;B1)

	A	B	C
1	Начальный вклад	-1 000,00р.	
2	Годовая процентная ставка	10%	
3	Количество лет хранения вклада	10	
4			
5	Итоговая величина вклада	2 593,74р.	
6			
7			

Рис. 2. Расчет величины вклада без пополнений

B6 =БС(B2;B3;B4;B1)

	A	B	C
1	Начальный вклад	-1 000,00р.	
2	Годовая процентная ставка	10%	
3	Количество лет хранения вклада	10	
4	Объем ежегодных вложений	-1 000,00р.	
5			
6	Итоговая величина вклада	18 531,17р.	
7			

Рис. 3. Расчет величины вклада с пополнением

2. Рассчитать будущую сумму вклада при ежемесячном внесении 200 руб. в течение 8 лет с ежегодным начислением 6%. Начальный вклад равен 0 (рис. 4).

B5 =БС(B1/12;B2*12;B3)

	A	B	C
1	Годовая процентная ставка	6%	
2	Количество лет хранения вклада	8	
3	Объем ежемесячных платежей	-200,00р.	
4			
5		24 565,71р.	
6			

Рис. 4. Расчет величины вклада при регулярном пополнении с нулевой начальной суммой

3. Расчет величины возможного займа. Требуется рассчитать, какую сумму можно занять на 8 лет под 6 % годовых, если есть возможность выплачивать ежемесячно по 200 руб.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ.

Во всех примерах использована функция *БС (будущая стоимость)*.

- Эта функция вычисляет будущую величину вклада, который образуется в результате единовременного вложения и/или регулярных периодических вложений под определенный процент.
- Эту же функцию можно использовать для вычисления возможной величины займа под определенный процент, при определенных регулярных периодических выплатах по погашению займа.

Синтаксис функции: *БС(Ставка; Кпер; Плт; Пс; Тип)*,
где *Ставка* – процентная ставка за период; *Кпер* – период времени или количество платежей; *Плт* – выплата, производимая в каждый период; *Пс* – первоначальный размер вклада. Если аргумент опущен, он полагается равным 0 (будущая стоимость займа, например, равна 0); *Тип* – число 0 или 1, обозначающее, когда должна производиться выплата. 0 или опущен – в конце периода, 1 – в начале периода.

При создании формулы следует устанавливать одинаковую размерность периода для процентной ставки и числа платежей. Например, если платежи производятся один раз в год, то и процентная ставка должна быть дана в годовом исчислении, а если платежи производятся ежемесячно, то должна быть задана месячная процентная ставка.
Все аргументы, означающие денежные средства, которые должны быть выплачены, представляются отрицательными числами; денежные средства, которые должны быть получены, представляются положительными числами.
При создании формулы не обязательно указывать все аргументы функции. Вместо отсутствующего аргумента в строке формул должна быть точка с запятой.

Примеры использования функции *БС* приведен на рис. 2 – 4. Функцию вводить с помощью *Мастера функций*, она относится к категории финансовых функций.

ЗАДАНИЕ 3

Расчет стоимости инвестиции.

1. Рассчитать величину вложения под 10 % годовых, которое будет ежегодно в течение 10 лет приносить доход 1000 руб. (рис. 1.).

B5 =ПС(B2;B3;B1)

	A	B	C
1	Требуемый ежегодный доход	1 000,00р.	
2	Процентная ставка	10%	
3	Число лет выплат	10	
4			
5	Стоимость инвестиции	-6 144,57р.	
6			

Рис. 1. Расчет стоимости инвестиции по известному ежегодному доходу

Результат вычисления получается отрицательным (–6 144,57 руб.), поскольку эту сумму необходимо заплатить (инвестировать).

2. Рассчитать величину вложения под 10 % годовых, которое через 10 лет принесет доход 10000 руб. (рис. 2).

B5 =ПС(B1;B2;;B3)

	A	B	C
1	Процентная ставка	10%	
2	Число лет выплат	10	
3	Итоговый доход	10 000,00р.	
4			
5	Стоимость инвестиции	-3 855,43р.	
6			

Рис. 2. Расчет стоимости инвестиции по известному итоговому доходу

Результат вычисления получается отрицательным (–3855,43 руб.), поскольку эту сумму необходимо заплатить (инвестировать).

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

В данных расчетах можно использовать функцию *ПС*– (первоначальная стоимость**)**. Эта функция вычисляет для текущего момента времени необходимую величину вложения под определенный процент, для того чтобы в будущем единовременно получить и/или периодически получать заданную сумму (доход).

Синтаксис функции: *ПС(Ставка; Кпер; Плт; Бс; Тип)*,

где *Ставка* – процентная ставка за период; *Кпер* – общее число платежей или срок выплат; *Плт* – выплата, производимая в каждый период; *Бс* – значение будущей стоимости или остатка средств после последней выплаты. Если аргумент опущен, он полагается равным 0.

Тип – число 0 или 1, обозначающее, когда должна производиться выплата. 0 или опущен – в конце периода, 1 – в начале периода.

Примеры использования функции ПС приведены на рис. 1,2. Функцию вводить с помощью *Мастера функций,* она относится к категории финансовых функций.

ЗАДАНИЕ 4

Расчет размера платежей.

1. Рассчитать величину ежемесячного вложения под 6 % годовых, которое через 12 лет составит сумму вклада 50000 руб. (рис. 3). Или при тех же условиях, но с начальным вкладом 10000 руб. (рис.4).

B5 =ПЛТ(B2/12;B3*12;;B1)

	A	B	C
1	Требуемое величина сбережений	50 000,00р.	
2	Годовая процентная ставка	6%	
3	Число лет хранения	12	
4			
5	Необходимая сумма месячного платежа	**-237,93р.**	
6			
7			

Рис. 3**.** Расчет ежемесячных платежей без начального вклада.

B6 =ПЛТ(B2/12;B3*12;B4;B1)

	A	B	C
1	Требуемое величина сбережений	50 000,00р.	
2	Годовая процентная ставка	6%	
3	Число лет хранения	12	
4	Начальный вклад	-10 000,00р.	
5			
6	Необходимая сумма месячного платежа	**-140,34р.**	
7			

Рис. 4. Расчет ежемесячных платежей с начальным вкладом.

Результаты вычислений получаются отрицательными, поскольку эти суммы необходимо выплачивать.

2. Рассчитайте платежи по займу. Например, необходимо рассчитать величину ежемесячной выплаты по займу в 50000 руб. под 6 % годовых на 12 лет. Используйте ту же функцию.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Для данных расчетов используется функция *ПЛТ* – платёж.

Функция *ПЛТ* вычисляет размер периодических выплат, необходимых для погашения займа, полученного под определенный процент, за определенный срок. Эту же функцию можно использовать для вычисления величины регулярных вложений под определенный процент, необходимых для достижения определенной величины вклада за определенный срок.

Синтаксис функции: *ПЛТ(Ставка; Кпер; Пс; Бс; Тип)*, значения аргументов смотри задания 2,3.

Примеры использования функции *ПЛТ* приведены на рис. 3,4. Функцию вводить с помощью *Мастера функций*, она относится к категории финансовых функций.

ЗАДАНИЕ 5

Расчет продолжительности платежей.

Рассчитать количество ежемесячных платежей для погашения займа в 10000 руб., полученного под 10 % годовых, при условии ежемесячной выплаты 200 руб. (рис. 5).

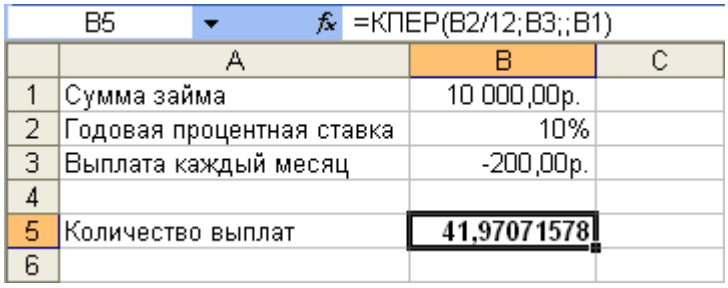


Рис. 5**.** Расчет количества платежей или длительности периода выплат.

Результат вычисления – 42 ежемесячные выплаты.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Для расчета используют функцию *КПЕР* – количество периодов.

Функция *КПЕР* вычисляет количество периодических выплат, необходимых для погашения займа, полученного под определенный процент. Эту же функцию можно использовать для вычисления количества периодических вложений под определенный процент, необходимых для достижения определенной величины вклада.

Синтаксис функции *КПЕР(Ставка; Плт; Пс; Бс; Тип***)**, значения аргументов смотри задания 2,3.

Пример использования функции *КПЕР* приведены на рис.9. Функцию вводить с помощью *Мастера функций*, она относится к категории финансовых функций

ЗАДАНИЕ 6

Расчет платежей по займу (кредиту). Платеж, вычисляемый функцией *ПЛТ,* состоит из двух частей: Основной платеж – это часть платежа (ПЛТ), идущая на погашение основного долга (кредита), вычисляется функцией *ОСПЛТ*. Другая часть платежа идет на погашение процентов по кредиту и вычисляется функцией *ПРПЛТ.*
Определить величину платежа по кредиту, долю основного платежа и долю погашения процентов за четвертый год, если выдана ссуда размером 1 000 000 000 сроком на 5 лет под 12 % годовых.

	A	B
1	РАСЧЕТ ПЛАТЕЖЕЙ ПО ЗАЙМУ	
2		
3	Размер выданной ссуды	1 000 000 000
4	Срок ссуды (срок выплат)	5
5	Годовая процентная ставка	12%
6	Период выплаты	4
7		
8	Выплата по погашению займа	-221 149 339,88р.
9	Выплата по погашению процентов	-56 260 392,06р.
10	Размер платежа	-277 409 731,94р.
11	Размер платежа (проверка)	-277 409 731,94р.

Рис. 6. Расчет размера платежа и доли, идущей на погашения долга и процентов

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Используются функции: *ПЛТ, ОСПЛТ ПРПЛТ*.

Напомним, функция *ПЛТ* рассчитывает ежегодный равный платеж по кредиту.

Синтаксис: *ПЛТ(Ставка; Кпер; Пс; Бс; Тип).*

Функция *ОСПЛТ* возвращает величину платежа в погашение основной суммы долга.

Синтаксис функции: *ОСПЛТ (Ставка; Период; Кпер; Пс; Бс).*

Функция *ПРПЛТ* возвращает величину платежа в погашение суммы процентов.

Синтаксис функции: *ПРПЛТ(Ставка; Период; Кпер; Пс; Бс).*

Период — период, для которого требуется найти платежи (должен находиться в интервале от 1 до *Кпер*); остальные аргументы см. задания 2, 3.

Выше приведен пример использования описанных функций. Функции вводить с помощью *Мастера функций,* они относятся к категории финансовых функций.

Работа 4.5. Использование функции ПЛТ (платеж) в финансовых расчетах

ЗАДАНИЕ 1

Рассчитать 20–летнюю ипотечную ссуду со ставкой 10 % годовых при начальном взносе 25 % и ежемесячной (ежегодной) выплате.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Для вычисления величины постоянной периодической выплаты ренты (например, регулярных платежей по займу) при постоянной процентной ставке используется функция *ПЛТ (Ставка; Кпер; Бс; Пс; Тип)*.

	A	B	C	D	E
1	РАСЧЕТ ИПОТЕЧНОЙ ССУДЫ				
2	**Исходные данные**				
3	Цена	350 000р.			
4	Первый взнос	25%			
5	Годовая процентная ставка	10%			
6	Размер ссуды				
7					
8	Срок погашения ссуды		мес.	20	лет
9	**Расчетные данные**	выплаты в месяц		выплаты в год	
10	Переодические выплаты				
11	Общая сумма выплат				
12	Общая сумма комиссионных				
13					

Расчетные формулы:

Цена=Цена(1–Первый взнос);

*Срок погашения ссуды(мес.)= Срок погашения ссуды(лет) *12;*

Периодические выплаты(мес.) =ПЛТ(% ставка/12; Срок погашения ссуды(мес.); – Размер ссуды);

Периодические выплаты(год) =ПЛТ(% ставка; Срок погашения ссуды(год); – Размер ссуды);

*Общая сумма выплат(мес.) = Срок погашения ссуды(мес.) **

** Периодические выплаты(мес.);*

*Общая сумма выплат(год) = Срок погашения ссуды(год) * *Периодические выплаты(год);*

Общая сумма комиссионных(мес.)=Общая сумма выплат(мес.) – – Размер ссуды;

Общая сумма комиссионных(год)=Общая сумма выплат(год)– –Размер ссуды.

Результат расчета

	A	B	C	D	E
1	РАСЧЕТ ИПОТЕЧНОЙ ССУДЫ				
2	**Исходные данные**				
3	Цена	350 000р.			
4	Первый взнос	25%			
5	Годовая процентная ставка	10%			
6	Размер ссуды	262 500р.			
7					
8	Срок погашения ссуды	240	мес.	20	лет
9	**Расчетные данные**	выплаты в месяц		выплаты в год	
10	Переодические выплаты	2 533,18р.		30 833,15р.	
11	Общая сумма выплат	607 963,64р.		616 663,03р.	
12	Общая сумма комиссионных	345 463,64р.		354 163,03р.	
13					

ЗАДАНИЕ 2

На приобретение автомобиля в банке взят кредит на сумму 50000 руб. на 4 года под 15 % годовых. По условиям кредитного договора выплаты будут производиться в начале каждого месяца. **Определить размер ежемесячной выплаты по кредиту.**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. Необходимо выбрать одну временную единицу измерения для аргументов — *Ставка* – % ставка и *Кпер* – срок кредита. Так как по условиям договора выплаты будут производиться ежемесячно, необходимо задать эти аргументы применительно к одному временному периоду — месяцу. Поэтому *Ставка* в пересчете на 1 месяц равна 15 % / 12 = 1,25 %. *Кпер* = 4*12=48.

	A	B	C	D	E	F
1	**Секреты депозита**					
2	Сумма вклада	Процентная ставка	Кол-во платежей	Размер платежа	Период выплаты	Накопленная сумма
3	**Пс**	**Ставка**	**Кпер**	**Плт**	**Тип**	**Бс**
4						
5	**50000**	**1,25%**	**48**	**-1 374,36р.**	**1**	**0**

2. Основная сумма кредита *Пс* = 50000 руб.

3. *Тип* = 1, так как ежемесячная выплата будет производиться в начале месяца.

4. Размер ежемесячного платежа по кредиту вычисляется по формуле с использованием функции = *ПЛТ((Ставка;Кпер;Пс;Бс;Тип).* В результате вычисления появится отрицательное значение: –1374,36 руб. (это означает, что деньги выплачиваются заемщиком).

В данном случае в формуле присутствует аргумент *Бс*, значение которого равно 0. Его нельзя опускать, так как значение следующего за ним аргумента *Тип* равно 1. Если бы они оба были равны 0, их можно было бы не вносить в формулу.

Интересный нюанс. Если бы вы погашали этот кредит не в начале, а в конце каждого месяца, рассчитанная сумма увеличилась на 17,18 руб. и составила 1391,54 руб. Это при условии, что значение аргумента *Тип*=0.

ЗАДАНИЕ 3

Решено открыть накопительный депозитный вклад сроком на 3 года. Предложенные банком условия депозита гарантируют получение 7,5 % годовых. При открытии депозита 1 июля 2008 года был внесен первый взнос в размере $1000. Все последующие пополнения депозита решено делать в начале каждого следующего месяца. **Рассчитать какой должна быть сумма ежемесячного взноса, чтобы через 3 года иметь сбережений на сумму $10000.**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. Используем для расчета *ПЛТ(Ставка;Кпер;Пс;Бс;Тип).* В данном случае в формуле будет использован еще и аргумент *Бс,* определяющий будущую сумму накоплений с учетом начисленных процентов к моменту окончания депозита.

2. *Ставка = Ставка/12.*

3. *Кпер=Кпер*12–1* – здесь вычтен первый месяц, в счет которого был внесен начальный вклад ($1000).

4. *Пс* (первоначальная сумма) имеет отрицательное значение (–1000). Это значит, что данная сумма была внесена вкладчиком, а не получена им.

5. *Бс* (будущая стоимость) имеет положительное значение (+10000), так как накопленная сумма будет получена вкладчиком по окончании действия депозита.

6. Размер платежа = *ПЛТ(Ставка; Кпер: Пс;Бс; Тип)*

D4 =ПЛТ(B4;C4;A4;F4;E4)

	A	B	C	D	E	F
1	Секреты депозита					
2	Сумма вклада	Процентная ставка	Кол-во платежей	Размер платежа	Период выплаты	Накопленная сумма
3	Пс	Ставка	Кпер	Плт	Тип	Бс
4	-1000,00	0,625%	35	-223,20р.	1	10000

Как видите, для накопления $10000 в течение 3–х лет нужно ежемесячно вносить на 7,5 % депозит по $223,20 при условии, что начальный взнос составил $1000.

7. Если бы вы решили первое пополнение сделать не 1 августа, а 31 августа, т. е. в конце месяца и все последующие пополнения делать в последний день месяца, то аргумент *Тип* имел бы значение 0.

Секреты депозита					
Сумма вклада	Процентная ставка	Кол-во платежей	Размер платежа	Период выплаты	Накопленная сумма
Пс	Ставка	Кпер	Плт	Тип	Бс
-1000,00	0,625%	35	-224,59р.	0	10000

В этом случае размер ежемесячного вклада по сравнению с первым вариантом увеличился на $1,39 и *Плт* составил –224,59$.

8. Пополнение без сдачи. Полученное значение ежемесячного взноса — $223,20 — неудобно для реальных расчетов в банке при пополнении депозитного вклада. Проще вносить $200 или $220 и пополнять депозит, что называется, «без сдачи». Но если вы хотите накопить такую же сумму ($10000) и на тех же условиях, то придется пересмотреть размер первичного взноса.

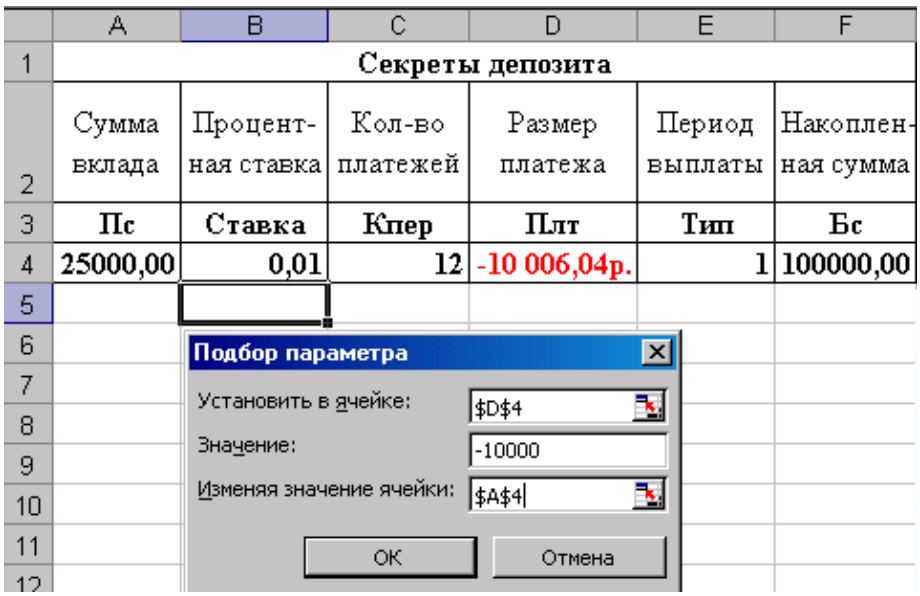
Воспользуемся для этого механизмом *Сервис – Подбор параметра*. В окне *Подбор параметра* введите адрес ячейки, в которой рассчитана функция *ПЛТ*, в поле *Значение* — число –220 (обязательно со знаком «минус»), в поле *Изменяя значение ячейки* — ссылку на ячейку, в которой внесена сумма первичного взноса (A4), и нажмите *ОК*. Новая сумма первичного взноса — $1100,85.

Внимание! В функцию *ПЛТ* должно быть введено значение аргументов *Ставка* и *Кпер* приведенные к месяцам.

Секреты депозита					
Сумма вклада	Процентная ставка	Кол-во платежей	Размер платежа	Период выплаты	Накопленная сумма
Пс	**Ставка**	**Кпер**	**Плт**	**Тип**	**Бс**
-1100,85	0,625%	35	-220,00р.	1	10000

ЗАДАНИЕ 4

Открыт накопительный депозитный вклад сроком на 1 год. Предложенные банком условия депозита гарантируют получение 12 % годовых. При открытии депозита 1 января 2008 года был внесен первый взнос в размере 25000 руб. Все последующие пополнения депозита решено делать в начале каждого следующего месяца. **Рассчитать какой должна быть сумма ежемесячного взноса, чтобы через 1 год иметь сбережения на сумму100000 руб.**



Сумма вклада	Процентная ставка	Кол-во платежей	Размер платежа	Период выплаты	Накопленная сумма
Пс	**Ставка**	**Кпер**	**Плт**	**Тип**	**Бс**
24931,36	0,01	12	-10 000,00р.	1	100000,00

ЗАДАНИЕ 5

Выполнить самостоятельно.

При открытии накопительного депозитного вклада сроком на 5 лет банк предложил условия депозита гарантирующие получение 15 % годовых. При открытии депозита 31 декабря 2008 года был внесен первый взнос в размере 5000 руб. Все последующие пополнения депозита решено делать в конце каждого следующего месяца. **Рассчитать какой должна быть сумма ежемесячного взноса, чтобы через 5 лет иметь сбережения на сумму 300000 руб.**

Работа 5.1. Построение графика функции на заданном диапазоне изменения аргумента.

ЗАДАНИЕ

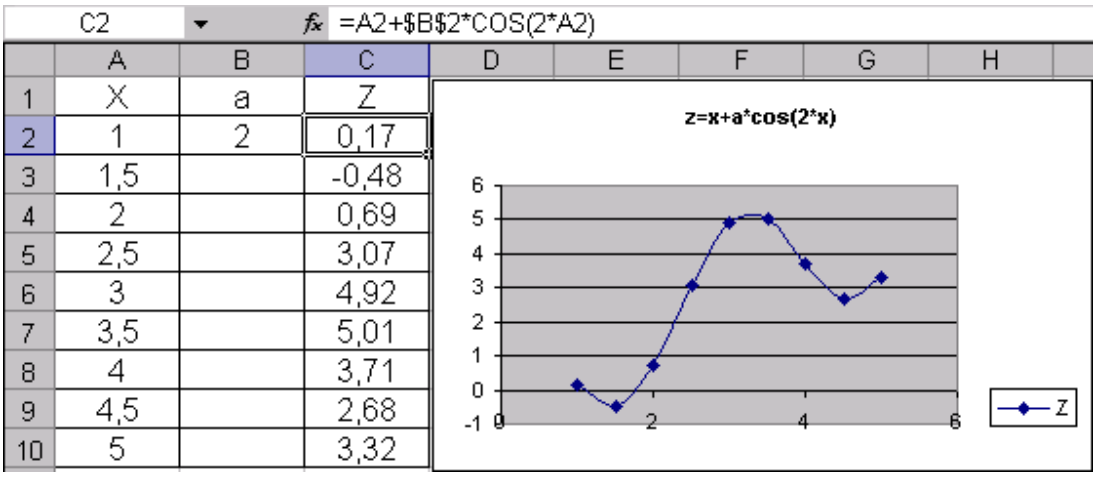
1. Постройте график функции $Z = x + a \cdot Cos(2x)$ интервал $x \in [1;5]$, $\Delta x = 0{,}5$

Создайте таблицу: X изменяйте в заданном интервале, a – любое число, например 2, вычислите Z по заданной формуле. Назовите график: $Z = x + a \cdot Cos(2x)$.

2. Постройте график функции соответствующий вашему варианту.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. Протабулируйте аргумент X: введите начальное значения аргумента 1, затем следующее значение аргумента 1,5, выделите эти две ячейки и протяните маркер заполнения до конечного значения X=5.
2. Вычислите значения функции для всех значений аргумента. Адрес коэффициента a – задайте абсолютным адресом.
3. Постройте график функции: выделите диапозон ячеек значений аргумента и функции с «шапкой» – **МАСТЕР ДИАГРАММ – Тип графика –Точечный.**
4. Задайте параметр: **Параметры диаграммы – Название и т.д.**



	A	B	C
1	X	a	Z
2	1	2	0,17
3	1,5		-0,48
4	2		0,69
5	2,5		3,07
6	3		4,92
7	3,5		5,01
8	4		3,71
9	4,5		2,68
10	5		3,32

5. Построение графиков

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

1	$Y = t^2 \cdot \frac{t+\sqrt{t+a}}{t-\sqrt{t-b}}$ интервал t∈[2;4], Δt=0,2	7	$Z = 2^{-x} arctg(x+a)$ интервал x∈[–1;1], Δx=0,2
2	$Y = \frac{bx^2 - a}{e^{ax}+1}$ интервал x∈[–1;1], Δx=0,2	8	$S = e^{-ax}\sqrt{ax + bSin(2x)}$ интервал x∈[1;2], Δx=0,1
3	$Z = x^a + a \cdot Cos(2x)$ интервал x∈[1;5], Δx=0,5	9	$Y = -Cos(x) + x^a$ интервал x∈[0,85;2,35], Δx=0,15
4	$Y = Sin\left(\frac{x}{a}\right) + e^x$ интервал x∈[–1;1], Δx=0,2	10	$S = b \cdot Sin(ax^2)$ интервал x∈[–1;1], Δx=0,2
5	$Z = x + \sqrt{a + b \cdot Sin(3x)}$ интервал x∈[1;2], Δx=0,1	11	$Z = b \cdot t \cdot e^{at^2}$ интервал t∈[–1;1], Δt=0,2
6	$Y = e^{-bx}\sqrt{x+1}$ интервал x∈[–1;1], Δx=0,2	12	$f = \frac{a}{x+2}x^2$ интервал x∈[–1;1], Δx=0,2

Работа 5.2. Построение графика сложной функции.

ЗАДАНИЕ

Построить график функции $y = \begin{cases} 3x + \sqrt{1+x^2}, при & x < 0 \\ 2\cos(x)e^{-2x}, при & 0 < x < 1 \\ 2\sin(3x), при & x > 1 \end{cases}$ при x∈[–2;1.5]

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. Создайте таблицу из столбцов X и У.
2. Столбец X заполните автозаполнением: введите начальное значение X = – 2, затем второе значение X= –1,5. Выделите эти ячейки и зацепив мышью за маркер заполнения протяните до получения конечного значения X=1,5.
3. Столбец У значениями вычисленной функции.

Если x<0, то функция вычисляется по формуле $y = 3x + \sqrt{1+x^2}$,

если x>1, то функция вычисляется по формуле $y = 2\sin(3x)$,

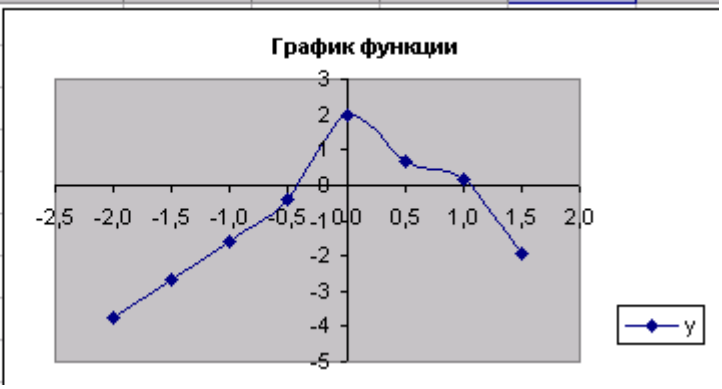
иначе (то есть при 0 < x < 1) функция вычисляется по формуле $y = 2\cos(x)e^{-2x}$.

4. То есть формула для вычисления функция формируется с использованием функции

ЕСЛИ. В ячейке B2 формула:

```
=ЕСЛИ(A2<0;3*A2+КОРЕНЬ(1+A2^2);ЕСЛИ(A2>1;2*SIN(3*A2);2*COS(A2)*EXP(A2)^-2))
```

	A	B
1	x	y
2	-2	-3,8
3	-1,5	-2,7
4	-1	-1,6
5	-0,5	-0,4
6	0	2,0
7	0,5	0,6
8	1	0,1
9	1,5	-2,0



5. Построение графиков

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

1	$y=\begin{cases}\dfrac{1+x+x^2}{1+x^2}, x<0\\ \sqrt{1+\dfrac{2x}{1+x^2}}, x\in[0;1]\\ 2\lvert 0{,}5+\sin(x), x\ge 1\rvert\end{cases}$ При x∈[–1,7;1,5]	6	$y=\begin{cases}\sqrt{1+\dfrac{x^2}{1+x^2}}, x<0\\ 2\cos^2(x), x\in[0;1]\\ \sqrt{1+\lvert 2\sin(3x)\rvert^{1/3}}, x>1\end{cases}$ При x∈[–1,5;1,5]
2	$y=\begin{cases}\dfrac{1+\lvert x\rvert}{1+x+x^2}, x\le -1\\ 2\ln(1+x^2)+\dfrac{1+\cos^4(x)}{2+x}, x\in[-1;0]\\ \left(1+x^{\frac{3}{5}}\right)+b, x\ge 0\end{cases}$ При x∈[–2;2], b=1,2	7	$y=\begin{cases}\left\lvert x^{1/3}\right\rvert, x<0\\ -2x+\dfrac{x}{1+x}, x\in[0;1]\\ \dfrac{\lvert 3-x\rvert}{1+x}, x\ge 1\end{cases}$ При x∈[–1,8;1,8]
3	$y=\begin{cases}\dfrac{a+1+\lvert x\rvert}{1+x+x^2}, x<-1\\ 2\ln(1+x^2)+\dfrac{1+\cos^4(x)}{2+x}, x\in[-1;0]\\ \left(1+x^{\frac{3}{5}}\right)+b, x>0\end{cases}$ При x∈[–2;2], a=1,5	8	$y=\begin{cases}\dfrac{1+x}{1+x^2}, x<0\\ \sqrt{1+\dfrac{x}{1+x}}, x\in[0;1]\\ 2\lvert\sin(3x)\rvert, x\ge 1\end{cases}$ При x∈[–2;1,8]
4	$y=\begin{cases}3x+\sqrt{1+x^2}, x<0\\ 2\cos(x)e^{-2x}, x\in[0;1]\\ 2\sin(3x), x>1\end{cases}$ При x∈[–2;1.5]	9	$y=\begin{cases}\dfrac{1+x+a}{1+x^2}, x<0\\ \sqrt{1+\dfrac{x}{1+x}}, x\in[0;1]\\ 2\lvert\sin(3x)\rvert, x\ge 1\end{cases}$ При x∈[–2;1,8], Δx=0,1; a=2
5	$y=\begin{cases}3x+\sqrt{1+x^2}, x<0\\ 2\cos(x)e^{-2x}, x\in[-2;-1]\\ 2\sin(3x)+a, x>1\end{cases}$ При x∈[–2;1,5], a=2	10	$y=\begin{cases}ax+\sqrt{1+x^2}, x<0\\ \sin(x)e^{-3x}, x\in[-2;0]\\ 3\cos(2x)+a, x>1\end{cases}$ При x∈[–2;1,5], a=2

Работа 5.3. Графическая интерпретация данных.

ЗАДАНИЕ

Часто по результатам экспериментальных работ или по результатам расчетов требуется построить графики для данных, которые графически несопоставимы (например: числа 1000 и 0,001). Для того, чтобы совместить несопоставимые данные на одном графике в Excel есть тип графика с двумя осями (т.е. для чисел порядка 1000 будет одна ось, а для чисел порядка 0,001 – другая)

Используя, мастер диаграмм постройте графики типа точечный. При построении графиков установите все возможные параметры в диалоговом окне 3 шага «Параметры диаграммы»: Заголовки; Оси; Линии сетки; Легенду; Подписи данных; таблицу данных.

1. Рассчитайте значение функции $У_1=X^2$, $У_2=X^3$, $У_3=X^4$, для изменения аргумента **X** от –1 до 1, с шагом 0,1.
2. Рассчитайте значение функции $У_4=X_2^2$, для изменения аргумента $\mathbf{X_2}$ от –5 до 5 с шаг. 1.
3. Рассчитайте значение функции $У_5=X_3^2$ для изменения аргумента $\mathbf{X_3}$ от 1 до 10, с шаг. 1.
4. Построить совмещенные графики $У_1$, $У_2$, $У_3 = F(x)$ на отдельном листе, добавьте на него графики $У_4$, $У_5 = F(x)$, используя две оси для значений Y и X.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. При расчете значений аргументов **X, $\mathbf{X_2}$,$\mathbf{X_3}$** используйте **автозаполнение**: введите в 1 ячейку начальное значение и во 2 ячейку следующее значения аргумента, выделите эти две ячейки и пртяните за маркер заполнения до конечного значения.

2. Для создания диаграммы: **МАСТЕР ДИАГРАММ** вкладка **Нестандартные** – **Графики** (**2 оси**).

3. Добавить на существующий график новый (по одному новому графику): выделить график, в меню **ДИАГРАММА (**или **Контекстное Меню) – Исходные данные –** вкладка **Ряд – Добавить – (**перейти на таблицу) и последовательно указать адреса ячеек: имя ряда; диапозон аргумента Х и диапозон функции У.

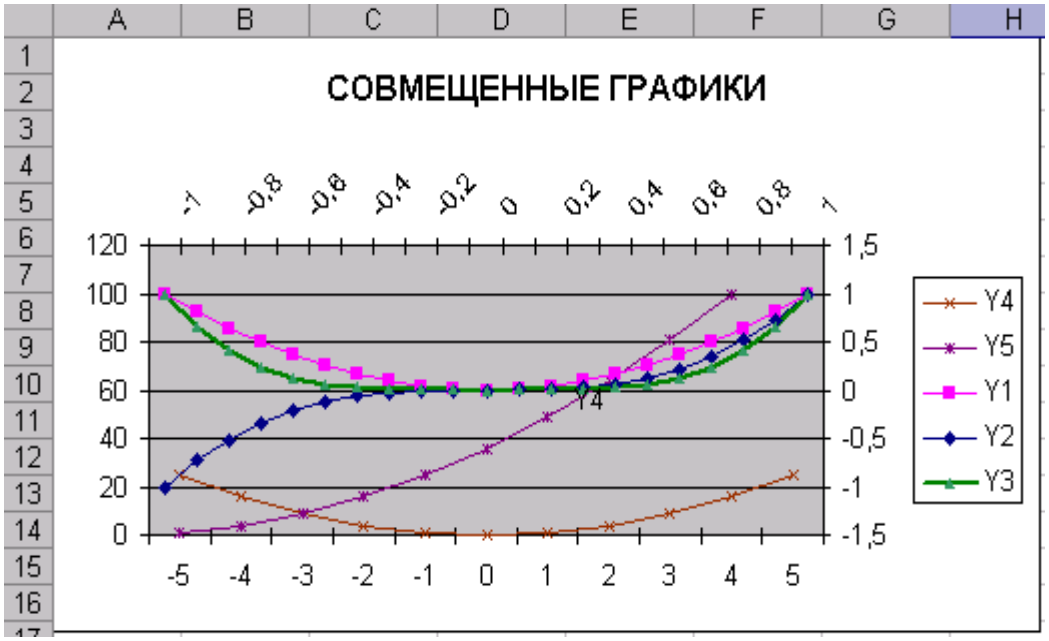
4. Для создания второй оси: в меню **ДИАГРАММА (**или **Контекстное Меню) –Параметры диаграммы** – вкладка **Оси** – **Вспомогательные оси** .

5. Подписи второй оси создаются: в меню **ДИАГРАММА (**или **Контекстное Меню) – Исходные данные –** вкладка **Ряд – Добавить –** указать адреса соответствующих ячеек.

Расчетная таблица

5. Построение графиков

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	**X**	**Y1**	**Y2**	**Y3**	**X2**	**Y4**	**X3**	**Y5**
2	-1	1	-1	1	-5	25	1	1
3	-0,9	0,81	-0,729	0,6561	-4	16	2	4
4	-0,8	0,64	-0,512	0,4096	-3	9	3	9
5	-0,7	0,49	-0,343	0,2401	-2	4	4	16
6	-0,6	0,36	-0,216	0,1296	-1	1	5	25
7	-0,5	0,25	-0,125	0,0625	0	0	6	36
8	-0,4	0,16	-0,064	0,0256	1	1	7	49
9	-0,3	0,09	-0,027	0,0081	2	4	8	64
10	-0,2	0,04	-0,008	0,0016	3	9	9	81
11	-0,1	0,01	-0,001	0,0001	4	16	10	100
12	0	0	0	0	5	25		
13	0,1	0,01	0,001	0,0001				
14	0,2	0,04	0,008	0,0016				
15	0,3	0,09	0,027	0,0081				
16	0,4	0,16	0,064	0,0256				
17	0,5	0,25	0,125	0,0625				
18	0,6	0,36	0,216	0,1296				
19	0,7	0,49	0,343	0,2401				
20	0,8	0,64	0,512	0,4096				
21	0,9	0,81	0,729	0,6561				
22	1	1	1	1				



Работа 5. 4. Построение функции заданной уравнением в полярных координатах. (Трехлепестковая роза).

ЗАДАНИЕ.

Построить график функции, заданный уравнением в полярных координатах: $\rho = a \sin(3\varphi)$.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ.

1. Рассчитать координаты точек графика в декартовых координатах.

Формулы для расчета:

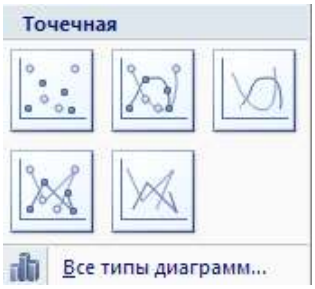
Дать пояснения к вычислению X и У

Координата	Ячейка	Значение
фи	**A2**	От 0 до 70 с шагом 0,05
ро	**B2**	=6*SIN(3*A2)
X	**D2**	=B2*COS(A2)
Y	**E2**	=B2*SIN(A2)

Рассчитанные значения:

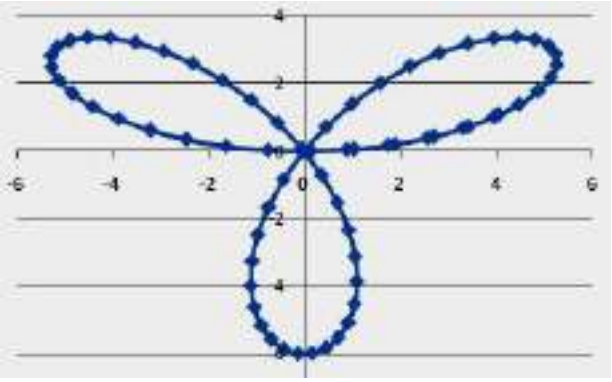
	A	B	C	D	E
1	фи	ро		X	Y
2	0	0		0	0
3	0,05	0,896629		0,895508	0,044813
4	0,1	1,773121		1,764263	0,177017
5	0,15	2,609793		2,580488	0,390003
6	0,2	3,387855		3,320323	0,673063
7	0,25	4,089833		3,96269	1,011841
8	0,3	4,699961		4,490045	1,388934
9	0,35	5,204539		4,889002	1,784625
10	0,4	5,592235		5,150789	2,177719
11	0,45	5,85434		5,271524	2,546436
12	0,5	5,98497		5,252305	2,869347
13	0,55	5,98119		5,099111	3,126292
14	0,6	5,843086		4,822507	3,299254
15	0,65	5,573758		4,437179	3,373163
16	0,7	5,179256		3,961314	3,336568
17	0,75	4,668439		3,415845	3,182189
18	0,8	4,052779		2,823598	2,907286
19	0,85	3,346102		2,208371	2,513861
20	0,9	2,564279		1,593982	2,008669

2 По значениям X и У построить график. Тип графика **точечный.**



5. Построение графиков

Построенный график:



Работа 5.5. Построение поверхности

Общие указания

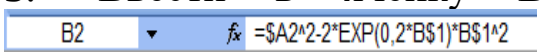
Работа по построению поверхности второго порядка предполагает использование следующей методики:

1. Подготовить диапазон изменения значений функции по двум координатам, расположив изменения одной координаты вдоль некоторого столбца вниз, а другой – вдоль прилегающей строки вправо.
2. Ввести на пересечении строки и столбца координат необходимую формулу для построения поверхности воспользоваться маркером автозаполнения для ее копирования на всю область построения поверхности.

ЗАДАНИЕ

Построить поверхность, заданную функцией Z=X2 – 2e0,2У У2 ,
при изменении X на интервале [–1;1] с шагом 0,1

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. Задать изменение аргумента X в столбце A от –1 с шагом 0,1 до значения 1 автозаполнением.
2. Задать изменение аргумента У в строке (в примере это строка 1) от 1 с шагом 0,1 до значения 1 автозаполнением.
3. Ввести в ячейку B2 (в примере) формулу функции 

На ячейки аргументов X и У задаются смешанные ссылки: для X ($A2) фиксируется столбец A(клавишей F4 добавляется знак $ к букве A), для У (B$1) фиксируется строка 1 (клавишей F4 добавляется знак $ к цифре 1).
4. Скопировать формулу на весь диапозон ячеек изменения X и У.

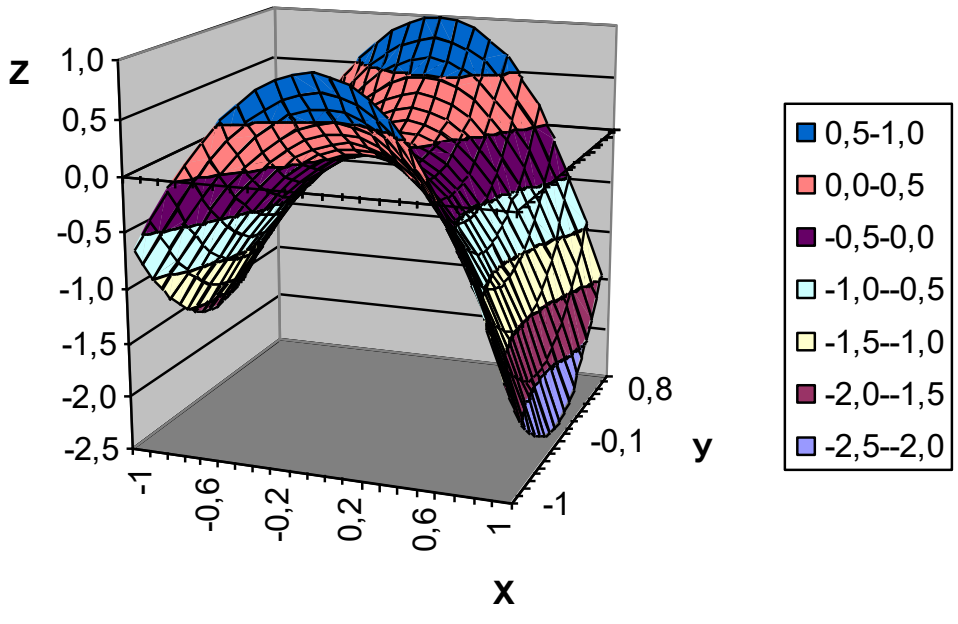
5. Построение графиков

B2 fx =$A2^2-2^EXP(0,2*B$1)*B$1^2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
1		-1	-0,9	-0,8	-0,7	-0,6	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
2	-1	-0,6	-0,4	-0,1	0,1	0,4	0,5	0,7	0,8	0,9	1,0	1,0	1,0	0,9	0,8	0,7	0,4	0,2	-0,1	-0,5	-0,9	-1,4
3	-0,9	-0,8	-0,5	-0,3	0	0,2	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,8	0,8	0,7	0,6	0,5	0,3	0,0	-0,3	-0,7	-1,1	-1,6
4	-0,8	-1,0	-0,7	-0,5	-0,2	0,0	0,2	0,3	0,5	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,4	0,3	0,1	-0,2	-0,5	-0,9	-1,3	-1,8
5	-0,7	-1,1	-0,9	-0,6	-0,4	-0,1	0,0	0,2	0,3	0,4	0,5	0,5	0,5	0,4	0,3	0,1	-0,1	-0,3	-0,6	-1,0	-1,4	-2,0
6	-0,6	-1,3	-1,0	-0,7	-0,5	-0,3	-0,1	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4	0,3	0,3	0,2	0,0	-0,2	-0,5	-0,8	-1,1	-1,6	-2,1
7	-0,5	-1,4	-1,1	-0,8	-0,6	-0,4	-0,2	0,0	0,1	0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,1	-0,1	-0,3	-0,6	-0,9	-1,3	-1,7	-2,2
8	-0,4	-1,5	-1,2	-0,9	-0,7	-0,5	-0,3	-0,1	0,0	0,1	0,1	0,2	0,1	0,1	0,0	-0,2	-0,4	-0,7	-1,0	-1,3	-1,8	-2,3
9	-0,3	-1,5	-1,3	-1,0	-0,8	-0,5	-0,4	-0,2	-0,1	0,0	0,1	0,1	0,1	0,0	-0,1	-0,3	-0,5	-0,7	-1,0	-1,4	-1,8	-2,4
10	-0,2	-1,6	-1,3	-1,1	-0,8	-0,6	-0,4	-0,3	-0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,2	-0,3	-0,5	-0,8	-1,1	-1,5	-1,9	-2,4
11	-0,1	-1,6	-1,3	-1,1	-0,8	-0,6	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0,0	0,0	0,0	-0,1	-0,2	-0,3	-0,5	-0,8	-1,1	-1,5	-1,9	-2,4
12	0	-1,6	-1,4	-1,1	-0,9	-0,6	-0,5	-0,3	-0,2	-0,1	0,0	0,0	0,0	-0,1	-0,2	-0,3	-0,6	-0,8	-1,1	-1,5	-1,9	-2,4
13	0,1	-1,6	-1,3	-1,1	-0,8	-0,6	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0,0	0,0	0,0	-0,1	-0,2	-0,3	-0,5	-0,8	-1,1	-1,5	-1,9	-2,4
14	0,2	-1,6	-1,3	-1,1	-0,8	-0,6	-0,4	-0,3	-0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,2	-0,3	-0,5	-0,8	-1,1	-1,5	-1,9	-2,4
15	0,3	-1,5	-1,3	-1,0	-0,8	-0,5	-0,4	-0,2	-0,1	0,0	0,1	0,1	0,1	0,0	-0,1	-0,3	-0,5	-0,7	-1,0	-1,4	-1,8	-2,4
16	0,4	-1,5	-1,2	-0,9	-0,7	-0,5	-0,3	-0,1	0,0	0,1	0,1	0,2	0,1	0,1	0,0	-0,2	-0,4	-0,7	-1,0	-1,3	-1,8	-2,3
17	0,5	-1,4	-1,1	-0,8	-0,6	-0,4	-0,2	0,0	0,1	0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,1	-0,1	-0,3	-0,6	-0,9	-1,3	-1,7	-2,2
18	0,6	-1,3	-1,0	-0,7	-0,5	-0,3	-0,1	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4	0,3	0,3	0,2	0,0	-0,2	-0,5	-0,8	-1,1	-1,6	-2,1
19	0,7	-1,1	-0,9	-0,6	-0,4	-0,1	0,0	0,2	0,3	0,4	0,5	0,5	0,5	0,4	0,3	0,1	-0,1	-0,3	-0,6	-1,0	-1,4	-2,0
20	0,8	-1,0	-0,7	-0,5	-0,2	0,0	0,2	0,3	0,5	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,4	0,3	0,1	-0,2	-0,5	-0,9	-1,3	-1,8
21	0,9	-0,8	-0,5	-0,3	0,0	0,2	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,8	0,8	0,7	0,6	0,5	0,3	0,0	-0,3	-0,7	-1,1	-1,6
22	1	-0,6	-0,4	-0,1	0,1	0,4	0,5	0,7	0,8	0,9	1,0	1,0	1,0	0,9	0,8	0,7	0,4	0,2	-0,1	-0,5	-0,9	-1,4
23																						

5. Построить график поверхности. Выделить подготовленные данные, обратится к **МАСТЕРУ ДИАГРАММ – Тип графика – Поверхность**.

6. Постройте поверхность, соответствующую Вашему варианту.



5. Построение графиков

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

№ вари–анта	Уравнение
1	$Z = X^2 – Y^2$ при X, Y є [–1;1]
2	$Z = 3X^2 – 2\sin^2(Y)\ Y^2$ при X, Y є [–1;1]
3	$Z = 5X^2\cos^2(Y) – 2Y^2\ e^Y$ при X, Y є [–1;1]
4	$Z = 2X^2\cos^2(X) – 2Y^2$ при X, Y є [–1;1]
5	$Z = 2e^{2X}X^2 – 2Y^4$ при X, Y є [–1;1]
6	$Z=X^2 – 2e^{0,2}\,У^2$ при X, Y є [–1;1]

Работа 5.6. Построение сферы.

Общие указания

Работа по построению поверхности второго порядка (случай, когда третья координата входит в уравнение поверхности в квадрате) предполагает использование следующей методики:

1. Подготовить диапазон изменения функции по двум координатам, расположив изменения одной координаты вдоль некоторого столбца вниз, а другой – вдоль прилегающей строки вправо.
2. Ввести на пересечении координат необходимую формулу для построения поверхности воспользоваться маркером автозаполнения для ее копирования на всю область построения поверхности.
3. В формуле следует учесть поправку на положительные и отрицательные значения квадратного корня на данной области определения.
4. Выделить подготовленные данные и воспользоваться МАСТЕРОМ ДИАГРАММ (тип диаграммы – **Поверхность**).
5. Отформатировать полученную поверхность.

ВНИМАНИЕ!

Требуется учесть следующую особенность – в диапазоне изменения функции необходимо дублировать значения координат.

ЗАДАНИЕ

1. Построить сферу: $X^2 + Y^2 + Z^2 = 1$

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. Преобразовать уравнение к виду: $Z = \pm\sqrt{1 - X^2 - Y^2}$
2. Подготовьте диапазон области определения функции в соответствии с таблицей. В диапазон B5:B46 вводятся значения X от –1 до 1 с шагом 0,1, причем каждое значение дублируется последовательно дважды. Аналогично вводятся значения У в диапазон ячеек C4:AR4 от –1 до 1 с шагом 0,1.
3. В диапазон A6:A47 добавить повторяющиеся числа 2 и 3 (для использования в формуле).
4. Формула для вычисления функции Z в ячейке C5:
5. =КОРЕНЬ(1–$B5*$B5–C$4*C$4)*ЕСЛИ(ОСТАТ($A5;2)=0;1;–1)

5. Построение графиков

(Пояснить вторую часть формулы)

6. Воспользоваться маркером автозаполнения для копирования формулы на всю область построения поверхности.

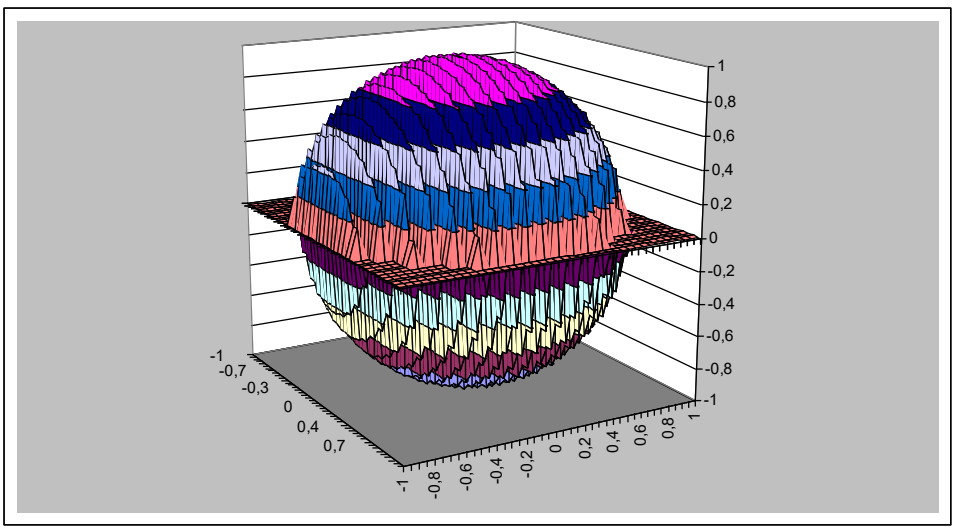
7. Выделить диапазон ячеек B4:AR46, обратится к **МАСТЕРУ ДИАГРАММ – Тип графика – Поверхность.**

8. Отформатировать полученную сферу.

Расчетная таблица.

ЕСЛИ | =КОРЕНЬ(1-$B5*$B5-C$4*C$4)*ЕСЛИ(ОСТАТ($A5;2)=0;1;-1)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
4			-1	-1	-0,9	-0,9	-0,8	-0,8	-0,7	-0,7	-0,6	-0,6
5	2	-1	=0;1;-1)	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!
6	3	-1	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!
7	2	-0,9	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!
8	3	-0,9	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!
9	2	-0,8	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!
10	3	-0,8	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!
11	2	-0,7	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	0,141421	0,141421	0,387298	0,387298
12	3	-0,7	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	-0,14142	-0,14142	-0,3873	-0,3873
13	2	-0,6	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	0,387298	0,387298	0,52915	0,52915
14	3	-0,6	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	-0,3873	-0,3873	-0,52915	-0,52915
15	2	-0,5	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	0,331662	0,331662	0,509902	0,509902	0,6245	0,6245
16	3	-0,5	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	-0,33166	-0,33166	-0,5099	-0,5099	-0,6245	-0,6245
17	2	-0,4	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	0,173205	0,173205	0,447214	0,447214	0,591608	0,591608	0,69282	0,69282
18	3	-0,4	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	-0,17321	-0,17321	-0,44721	-0,44721	-0,59161	-0,59161	-0,69282	-0,69282
19	2	-0,3	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	0,316228	0,316228	0,519615	0,519615	0,648074	0,648074	0,74162	0,74162
20	3	-0,3	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	-0,31623	-0,31623	-0,51962	-0,51962	-0,64807	-0,64807	-0,74162	-0,74162
21	2	-0,2	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	0,387298	0,387298	0,565685	0,565685	0,685565	0,685565	0,774597	0,774597
22	3	-0,2	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	-0,3873	-0,3873	-0,56569	-0,56569	-0,68557	-0,68557	-0,7746	-0,7746
23	2	-0,1	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	0,424264	0,424264	0,591608	0,591608	0,707107	0,707107	0,793725	0,793725
24	3	-0,1	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	-0,42426	-0,42426	-0,59161	-0,59161	-0,70711	-0,70711	-0,79373	-0,79373
25	2	0	0	0	0,43589	0,43589	0,6	0,6	0,714143	0,714143	0,8	0,8
26	3	0	0	0	-0,43589	-0,43589	-0,6	-0,6	-0,71414	-0,71414	-0,8	-0,8
27	2	0,1	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	0,424264	0,424264	0,591608	0,591608	0,707107	0,707107	0,793725	0,793725
28	3	0,1	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	-0,42426	-0,42426	-0,59161	-0,59161	-0,70711	-0,70711	-0,79373	-0,79373
29	2	0,2	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	0,387298	0,387298	0,565685	0,565685	0,685565	0,685565	0,774597	0,774597



5. Построение графиков

6. МАКРОСЫ В EXCEL

Работа 6.1. Создание макросов

Макросы – средства, позволяющие создавать код программ на VBA (Visual Basic for Application) без программирования, записывая в макрос любые действия, которые можно выполнить в EXCEL.

ЗАДАНИЕ.

1. Создайте семь макросов:

Макрос1 – Создайте новый рабочий лист, переименуйте его, присвоив имя «**Новый**»
Макрос2 – Создайте столбец значений **X** в диапазоне чисел от –3 до 3 с шагом 0,5
Макрос3 – Создайте столбец значений **Y**, вычислив по формуле $\mathbf{Y=5X^3+2}$
Макрос4 – Постройте **график** функции
Макрос5 – Найдите **корень** уравнения
Макрос6 – Удалите лист
Макрос7 – Закрыть

2. Создайте форму, расположив на ней семь кнопок.

3. Подключите к кнопкам ранее созданные макросы. Запустите программу на выполнение.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ.

1. Выполните первое задание без записи макросов.
2. Создание Макросов: **СЕРВИС–Макрос–Начать запись – введите имя макроса,** выполните нужные для построения макроса команды, **Остановите запись макроса.** Имена макросам назначаются произвольно, но лучше, если имя макроса будет отражать его действие, например для нашего задания: Новый, Х,У, График, Корни, Удалить.
3. Просмотреть коды Макросов: **СЕРВИС–Макрос–Макрос–** выберите имя макроса – **ВОЙТИ** просмотреть Макрос можно, перейдя в редактор VBA–Alt+F11 или **СЕРВИС–Макрос–Редактор VBA –** откройте папку Модулей, выберите нужный макрос.
4. Создание Формы: Перейдите в редактор VBA, выполните команду **INSERT–UserForm**

4.1. На панели инструментов «Элементы Управления» выберите «Кнопку», курсор переместите в область формы и отрисуйте мышью кнопку.

4.2. Введите для кнопки название, изменив её свойство Caption(надпись).

4.3. Аналогично создайте все семь кнопок. Кнопки можно скопировать: выделите кнопку, нажмите клавишу Ctrl, удерживая её перетащите кнопку столько раз сколько нужно копий.

4.4. Отредактируйте текст на каждой кнопке, изменив свойство Caption для каждой кнопки.

5. Подключение макроса к кнопке Формы: Дважды щелкните мышью по кнопке. Система переведет Вас в среду редактора кода, куда автоматически поместит две строки процедуры обработки данной кнопки.

```
Private Sub CommandButton1_Click()

End Sub
```

Поместите между этими строками имя вызываемого Макроса. Например.

```
Private Sub CommandButton1_Click()
X' Вызов Макроса X, который создает столбец X.
End Sub
```

Таким образом подключите все Макросы к кнопкам.

5. Макрос **Новый** при каждом выполнении добавляет рабочий лист с новым, следующем номером.

Sub Новый()
' Новый Макрос
' Макрос записан 27.07.2008
Sheets("Лист1").Select’ Лист1 выделить
Sheets.Add’ Добавить лист
Sheets("Лист4").Select’Этот лист выделить
Sheets("Лист4").Name = "Новый"’ Добавленному листу присвоить имя «Новый»
Range("A1").Select’Выделить ячейку А1, для дальнейших действий.
End Sub

В Макросе добавляется лист 4, но при повторном применении Макроса добавится лист с другим номером и это вызовет ошибку выполнения Макроса, поэтому его нужно отредактировать так, чтобы не указывать конкретный номер листа.

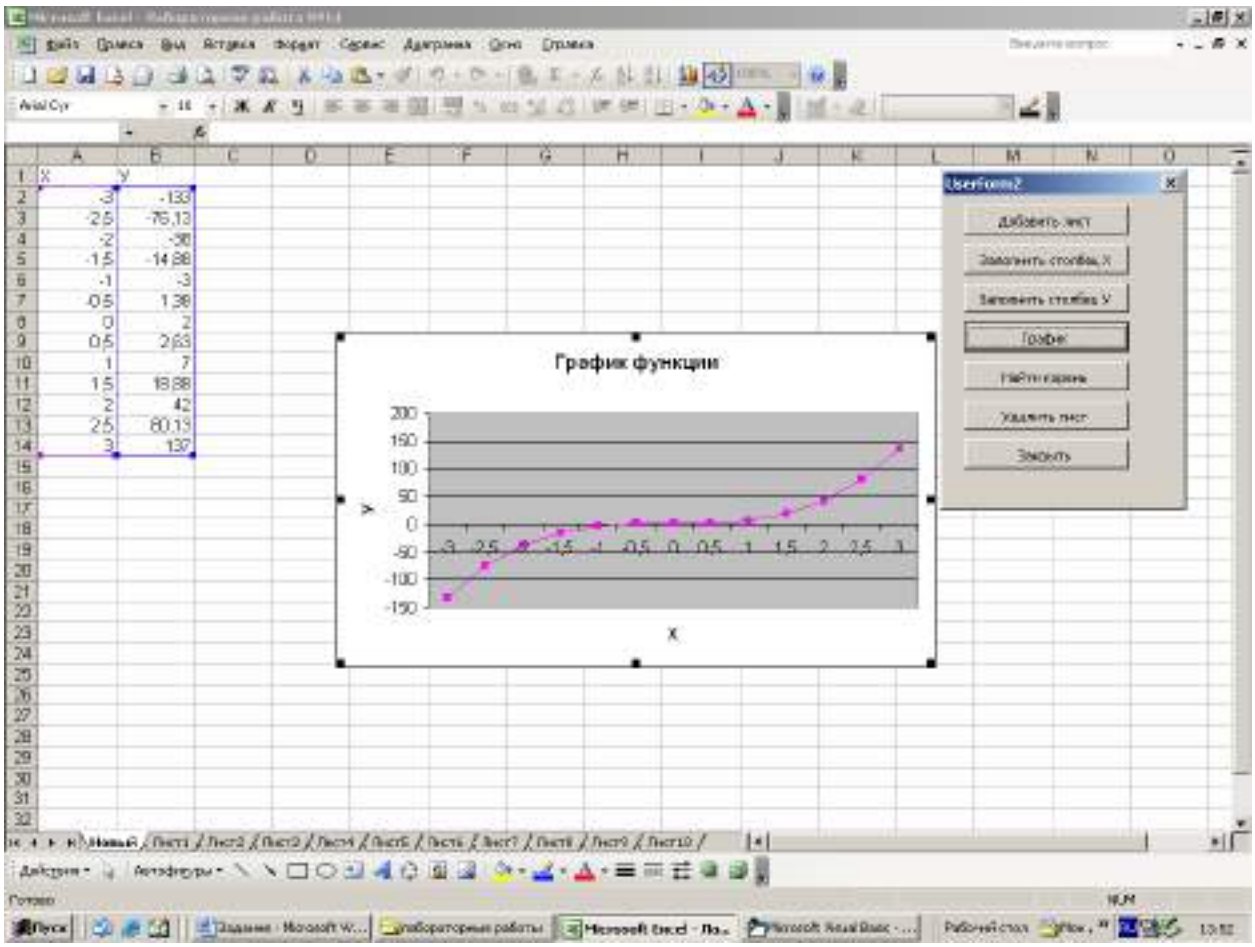
Sub Новый()
Sheets("Лист1").Select
Sheets.Add
ActiveSheet.Name = "Новый" Активному листу присвоить имя «Новый»
End Sub

6. Для закрытия Формы применить метод **UserForm1.Hide**
7. Для вызова формы на выполнение: выполните команду RUN–**Run Sub/User Form (F5).**

Нажимая последовательно на соответствующие кнопки, проверьте работу макросов.

Результат выполнения задания

6. Макросы в Excel



7. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ

Задача оптимизации состоит в выборе из некоторого множества допустимых решений, то, которое удовлетворяют целевой функции. Целевая функция это зависимость показателя эффективности от значений искомых параметров. В качестве показателя эффективности используются такие величины как прибыль, затраты и т.д. При этом на параметры допустимого решения накладываются ограничения, связанные с реальной технологией. Они выражаются в виде математических ограничений, чаще имеющих вид неравенства.

Решение задачи оптимизации состоит из нескольких этапов:

1.Формализация задачи – математическая постановка задачи.

- Целевая функция:

$Z=F(X1, X2,\ldots\ Xn)\rightarrow\min$ (max, заданной величине) – это минимум потерь или максимум прибыли.

X1, X2,…… Xn– искомые параметры влияющие на целевую функцию.

- Ограничения для X1, X2,…… Xn обычно условия неравенства

2. Для решения используются методы: линейного программирования; симплекс метод. Эти методы реализованы в Excel в виде инструмента – **Поиск решения**.

Работа 7.1. Задача о планировании производства

ЗАДАНИЕ

Фирма производит изделия, назовём их A, B, C. Для их производства используются три типа комплектующих изделий: компл.1, компл.2, компл.3.

Известно: Расход каждого типа комплектующего для каждого вида изделия, цена каждого вида изделия, запасы каждого типа комплектующих (приведены в таблице).

Комплектующие	Нормы расхода комплектующих на изделия, ед.			Запасы комплектующих, ед.
	A	B	C	
Компл.1	20	50	10	5000
Компл.2	20		40	4000
Компл.3	20	10	10	4000
Цена изделия, руб	500	700	550	

7. Решение задач оптимизации

Определить сколько нужно произвести изделий различного вида, чтобы получить максимальную прибыль, если использовать весь запас комплектующих

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. Математическая постановка задачи.

Пусть X1, X2, X3 количество выпускаемых изделий A, B, C.

- Целевая функция – доход от продажи изделий

$$Z=500\ X1+ 700\ X2+ 550\ X3 \rightarrow max$$

- Ограничения:

  По расходу комплектующих. Их расход должен быть меньше или равен запасам.

  $20\ X1+50\ X2+10\ X3 \leq 5000$ – ограничение по компл.1.

  $20\ X1+40\ X3 \leq 4000$ – ограничение по компл.2.

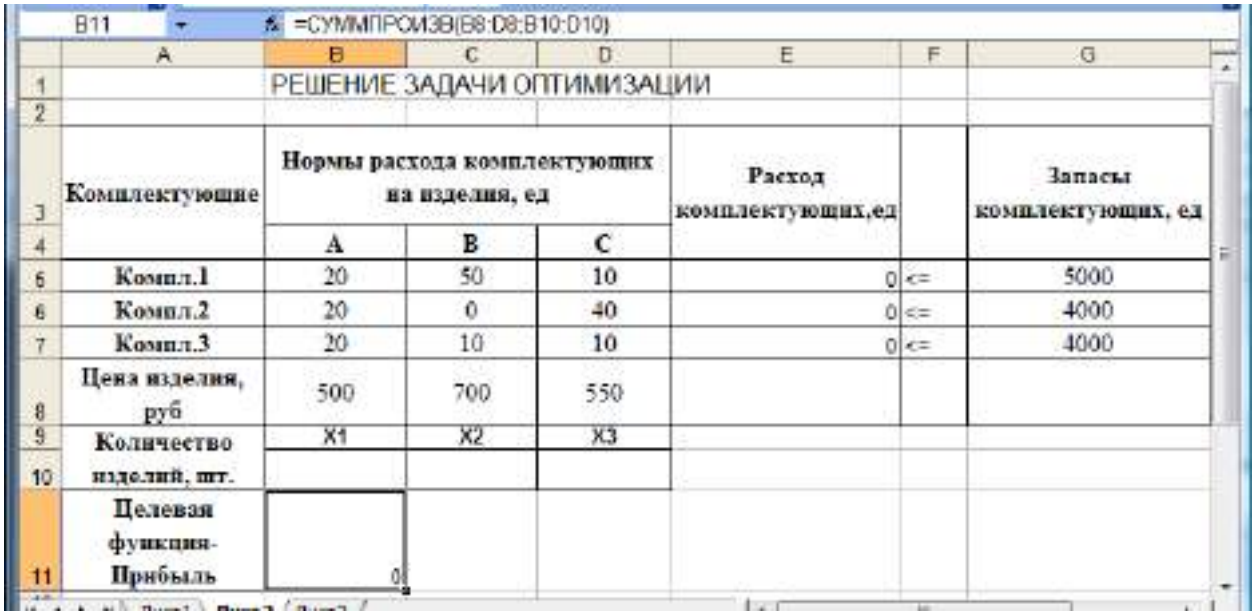
  $20\ X1+10\ X2+10\ X3 \leq 4000$ – ограничение по компл.3.

  По количеству выпускаемой продукции.

  $X1 \geq 0;\ X2 \geq 0;\ X3 \geq 0$ –количество выпускаемых изделий не может быть отрицательным.

  X1; X2; X3 – целое – выпускаемые изделия неделимые (целые).

2. По исходным данным и математической постановке задачи создается таблица для решения.



В ячейки B10:D10 Excel выведит найденные количества изделий A, B, C.

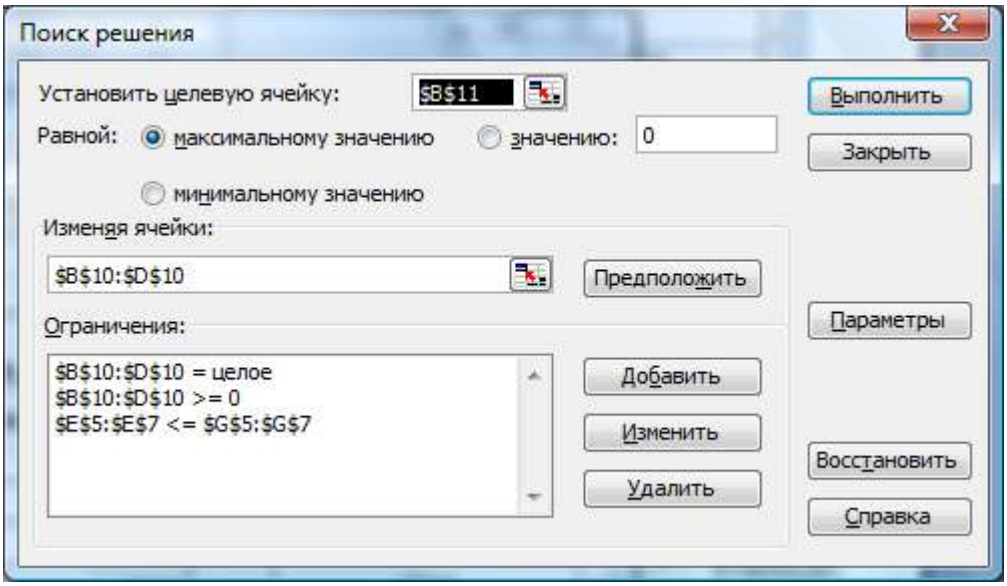
Целевая функция – это сумма произведений *Количества изделий и Цены изделий*, т.е. в ячейке B11 формула =СУММПРОИЗВ(B8:D8;B10:D10).

Правая часть ограничения по расходу комплектующих записана в ячейках E5:E7. Формула, например, в ячейке E5 имеет вид =СУММПРОИЗВ(B5:D5;$B$10:$D$10). Эту формулу скопировать в ячейки E6:E7.

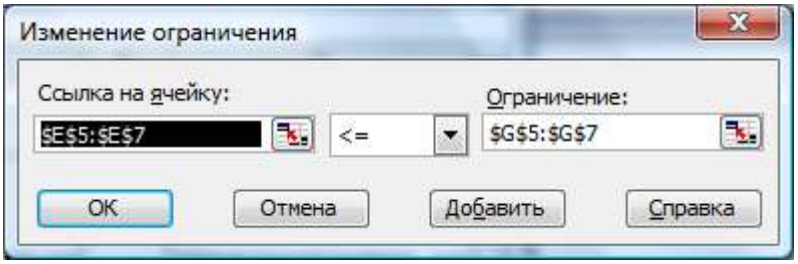
3. Решение задачи средствами Excel.

Установите курсор в ячейку B11 и выполните команду **СЕРВИС – Поиск решения**.

В диалоговом окне «Поиск решения»:



- В поле «Установить целевую ячейку» адрес ячейки B11.
- В поле «Равной» установить на максимальное значение.
- В поле «Изменяя ячейки» дать ссылку на ячейки с искомыми X1, X2, X3, то есть на ячейки B10:D10.
- В поле «Ограничения» добавим ограничения нажав на кнопку ДОБАВИТЬ. В появившемся диалоговом окне указать, например, для ограничения по комплектующим в левом поле адреса ячеек с расходами комплектующих, в правом поле адреса ячеек с запасами комплектующими, в средем поле из списка выбрать соответствующий знак логического отношения – ДОБАВИТЬ.



Таким образом задать все ограничения. Далее в окне «Поиск решения» нажать на кнопку ПАРАМЕТРЫ и установить флажок на опции Линейная модель. Затем **Выполнить.**

В итоге получим результат оптимизации.

	A	B	C	D	E	F	G
1	РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ						
2							
3	**Комплектующие**	**Нормы расхода комплектующих на изделия, ед**			**Расход комплектующих,ед**		**Запасы комплектующих, ед**
4		**A**	**B**	**C**			
5	**Компл.1**	20	50	10	5000	<=	5000
6	**Компл.2**	20	0	40	4000	<=	4000
7	**Компл.3**	20	10	10	3960	<=	4000
8	**Цена изделия, руб**	500	700	550			
9	**Количество**	X1	X2	X3			
10	**изделий, шт.**	180	26	10			
11	**Целевая функция-Доход**	113700					

Выводы: Из данного запаса комплектующих можно изготовить изделий вида А – 180 шт., изделий типа В – 26 шт., изделий типа С – 10 шт. Комплектующие 1 и 2 типов будут израсходованы полностью, 3 комплектующего останется 40 ед. При этом при реализации изделий будет получен максимально возможный доход 113700 рублей.

Работа 7.2. Задачи для самостоятельного решения

Решить ниже приведенные задачи, используя **Поиск решения.**

ЗАДАЧА 1

В одной из туристических фирм, на Черноморском побережье в каждом заезде запланирован пеший поход в горное селение, находящееся на высоте 2,5 км от моря. В селение ведут три тропы, две из которых имеют вторую категорию сложности, а третья – четвертую катего-

рию. Для четвертой категории сложности требуется специальное медицинское заключение и, таким образом, сужается круг участников похода. Для похода по второй категории сложности требуется 1 сопровождающий на 10 отдыхающих; для похода по четвертой категории сложности требуется 1 сопровождающий на 5 отдыхающих. Стоимость похода для каждого отдыхающего по второй категории сложности равен 200 руб. в день, а по четвертой – 350 руб. Для похода по первому маршруту требуется 6 дней, по второму – 5; а для похода по четвертой категории сложности – 2 дня. В одном из заездов в поход пожелало пойти 54 человека. После мед. проверки, в случае выхода похода по четвертой категории сложности остался 21 человек. Определите выбор маршрутов при условии максимальной финансовой выгоды для туристической фирмы, если фирма имеет пять туристических имнструкторов.

ЗАДАЧА 2

Озеро можно заселить двумя видами рыб: A и B. Средняя масса рыбы вида A равна 2 кг, а вида B – 1 кг. В озере имеется два вида пищи P1 и P2. Средние потребности одной рыбы вида A составляют 1 ед. корма P1 и 3 ед. корма P2 в день. Аналогичные потребности для рыбы вида B составляют 2 ед. и 1 ед. Ежедневный запас пищи поддерживается на уровне 500 ед. P1 и 900 ед. P2. Как следует заселить озеро рыбами, чтобы максимизировать общую массу рыб?

ЗАДАЧА 3

Имеется четыре типа железорудных концентратов с содержанием железа Fe_i (i = 1, 2, 3, 4) и содержанием серы S_i (i=1, 2, 3, 4). Необходимо составить шихту для окомкования так, чтобы содержание в ней серы было минимальным, а содержание железа $Fe_{min} \le Fe \le Fe_{max}$.

Исходные данные:

Плановое задание: Fe_{max} =63%; Fe_{min} =61%.

Содержание железа в концентратах Fe_1 = 62%; Fe_2 = 60%; Fe_3 = 63%; Fe_4 = 64%.

Содержание серы в концентратах S_1 =0,3%; S_2 =0,2%; S_3 =0,4%; S_4 =0,2%;

Дополнительные ограничения X1 = 0,1; X2 ≥ 0,2.

Указание: количество каждого типа концентрата в шихте определять в долях единицы.

7. Решение задач оптимизации

8. РЕШЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ СРЕДСТВАМИ OFFICE

Работа 8.1. Документ «Обогатительная задача».

ЗАДАНИЕ

1. Загрузите WORD. **Пуск – Программы – Microsoft Office – Microsoft Word**.
2. Выведите на экран Панели Инструментов (ПИ) «**Стандартная**», «**Форматирования**» (если их нет). Добавьте на ПИ «Форматирования» кнопки «**нижний и верхний индекс**».
3. Кнопками ПИ «Форматирования» установите: шрифт –

, выравнивание **по ширине**, межстрочный интервал 1,5.
4. Установите размеры полей: верхнее и нижнее – 2 см, левое 3 см, правое 1,5 см.
5. Наберите 1–4 абзацы приведенного текста «Обогатительная задача».
6. Вставьте **Надпись**, наберите внутри его текст, с параметрами форматирования: высота 16; жирный курсив, с выравниванием по центру, граница с тенью.
7. Наберите последующий текст с формулами. Однострочные формулы набирайте символами, остальные, используя редактор формул.
8. Поместите курсор в месте расположения рисунка и создайте рисунок схемы.

Обогатительная задача.

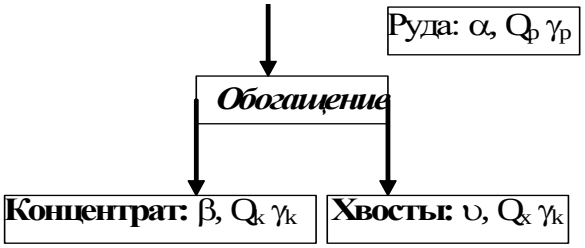
На обогатительную фабрику поступает руда, характеризуемая количеством Q_p и качеством – массовой долей полезного компонента в руде. В результате обогащения руда разделяется на два продукта концентрат и отходы (или на несколько продуктов в зависимости от типа руды, например полиметаллические руды, содержат несколько извлекаемых компонентов, поэтому в результате обогащения получается несколько концентратов).

Концентрат характеризуется количеством Q_K и качеством β– массовой долей полезного компонента в концентрате.

Отходы (на технологическом жаргоне отходы называются «хвосты») характеризуется количеством Q_x и качеством υ–массовой долей полезного компонента в отходах.

Процессы обогащения подчиняются законам *материального баланса*, суть которого заключается в следующем:

Сколько продукта вошло в операцию обогащения,
Столько же должно выйти из операции обогащения.



Закон материального баланса можно пояснить на примере простой схемы:

γ_p γ_k γ_x – выход соответственно руды (он всегда равен 100%), концентрата и хвостов.

Уравнения материального баланса:

$100 = \gamma_к + \gamma_x$; (1)

$$100\alpha = \gamma_к \beta + (100 - \gamma_к)\upsilon \quad (2)$$

Из уравнений материального баланса определяется выход хвостов $\gamma_x = 100 - \gamma_к$ выход концентрата $\gamma_к = \frac{\alpha - \upsilon}{\beta - \upsilon} * 100$ (3) и извлечение $\varepsilon = \gamma_к \frac{\beta}{\alpha}$ (4)

Количество концентрата $Q_k = Q_p \gamma_k$, количество отходов $Q_x = Q_p(100 - \gamma_k)$

Обычно результаты расчета технологического баланса сводятся в таблицу.

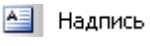
9. В этом же документе создайте таблицу, заполните её информацией и отформатируйте: установите соответствующие шрифты, обрамление и заливку. В «шапке» выравнивание по центру. Обрамление и заливку осуществите кнопками ПИ «Границы и заливка».

Результат технологического баланса

Наименование продукта	Выход	Количество продукта	Массовая доля полезного компонента
Концентрат	γ_k	Q_k	β
Отходы (хвосты)	$100-\gamma_k$	Q_x	υ
Руда	100	Q_p	α

10. Предъявите работу преподавателю и оформите отчет.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. Вывод на экран ПИ. Подключить панели инструментов – **ВИД – Панели Инструментов –**отметьте нужные панели, для добавления кнопок на ПИ выполните далее **Настройка –** вкладка **Команды –** категория **Формат** – найдите нужную кнопку и мышью перетащите на ПИ.
2. Установить размеры полей **ФАЙЛ – Параметры страницы –** вкладка **Поля –…**
3. Ввод символов, отсутствующих на клавиатуре **ВСТАВКА – Символ …**мышью выбираете символ, затем кнопка ЗАКРЫТЬ.
4. Ввод индексовь – «нажимаете» мышью кнопку «**индекс**» на ПИ и вводите нужный символ, затем кнопку «отжимаете».
5. Вставить **Надпись – ВСТАВКА – Надпись** или кнопка 

6. Обвести границу – выделить объект **– ФОРМАТ – Границы и заливка –** вкладка **Границы – Тень – Тип линии – Цвет** и др.
7. Ввод формул **ВСТАВКА – Объект – Microsoft Equation** и далее используя ПИ редактора формул, выбираете соответствующие кнопки со структурами формул или символов. Формула создается как единое целое. Выйти из редактора – (1ЩЛЧК) вне окна формулы, вернуться к набору или исправлению формулы (2ЩЛЧК) на формуле.
8. Создать рисунок **ВСТАВКА – Объект – Рисунок Microsoft** и затем, используйте инструменты ПИ Рисования: линия; толщина линий, вид стрелок; надпись; цвет и др. Текст набирается только в **Надпись**. Завершите рисунок командами **Восстановить границы рисунок, Обтекать текстом, Закрыть**.
9. Создание таблицы – кнопка «**Нарисовать таблицу**» или команду **ТАБЛИЦА – Добавить таблицу…,** укажите число строк и столбцов.

Заполнение таблицы – обычный ввод текста. Перемещение по таблице – (ЩЛЧК) мышью или клавиша **Tab**.

Работа 8.2. Расчет материального баланса при обогащении с использованием EXCEL.

ЗАДАНИЕ 1

1. Создайте таблицу «**1. Исходные данные**». В «шапке» таблицы ячейки «**№ секции**», «**Руда**», «**Концентрат**», «**Отходы**» объедините. Текст в них выровняйте по центру. Введите числовые данные в столбец «**№ смены**» Автозаполнением, в столбцы «**Мас.доля, %**» и «**Количество, т/час**» как приведено в таблице.
2. Обрамите таблицу и залейте по приведенному образцу.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2		*1. Исходные данные*									
3		Руда		Концентрат				Отходы			
4	№	Количество, т/ч	Мас. доля, %	Количество, т/ч	Мас. доля, %	Выход, %	Извлечение, %	Количество, т/ч	Мас. доля, %	Выход, %	Потери, %
5	1	100	16,5		60,5				5		
6	2	150	16,2		67,9				5,3		
7	3	170	15,9		54,9				4,4		
8	4	200	14,8		61,4				6,2		
9	5	180	16,8		54,9				7,9		
10	6	150	17,6		56,9				4,2		
11	7	140	18		60,3				5,1		
12	8	170	17,5		62,5				4,3		

3. Скопируйте таблицу «**1. Исходные данные**», назовите копию «**2. Результаты расчета**».
4. В ячейки D17, F17, G17, H17, J17, K17 введите формулы (по правилам Excel), начиная с ячейки F17 «Выход» концентрата $\gamma_к = \frac{\alpha - \upsilon}{\beta - \upsilon} * 100$, G17 «Извлечение» концентрата $\varepsilon = \gamma_к \frac{\beta}{\alpha}$, J17 «Выход» отходов $\gamma_x = 100 - \gamma_к$, K17 «Потери» с отходами $\varepsilon_x = 100 - \varepsilon_k$, D17 «Количество концентрата» $Q_k = Q_p \gamma_k$, H17 «Количество отходов» $Q_{отх} = Q_p - Q_k$, где

α– количество руды, т/ч; Q_p– масс. доля руды, %; Q_k– количество концентрата, т/ч; β– масс. доля концентрата, %; γ_k– выход концентрата, %; ε_k– извлечение концентрата, %; Q_k– количество отходов, т/ч; ν– масс. доля отходов руды, %; γ_x– выход отходов, %; ε_x– потери с отходами, %;

6. Скопируйте формулы из ячеек D17, F17:H17, J17:K17 в нижележащие до строки 24

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
14	*2. Результаты расчета*										
15		Руда		Концентрат				Отходы			
16	№	Коли-чество, т/ч	Мас. доля, %	Коли-чество, т/ч	Мас. доля, %	Вы-ход, %	Извлече-ние, %	Коли-чество, т/ч	Мас. доля, %	Вы-ход, %	Потери, %
17	1	100	16,5	21	60,5	20,72	75,98	79	5	79,28	24,02
18	2	150	16,2	26	67,9	17,41	72,98	124	5,3	82,59	27,02
19	3	170	15,9	39	54,9	22,77	78,63	131	4,4	77,23	21,37
20	4	200	14,8	31	61,4	15,58	64,63	169	6,2	84,42	35,37
21	5	180	16,8	34	54,9	18,94	61,88	146	7,9	81,06	38,12
22	6	150	17,6	38	56,9	25,43	82,20	112	4,2	74,57	17,80
23	7	140	18	33	60,3	23,37	78,29	107	5,1	76,63	21,71
24	8	170	17,5	39	62,5	22,68	81,00	131	4,3	77,32	19,00
25	**Итого**	1260	16,59	260	59,53	20,65	74,11	1000	5,41	79,35	25,89

9. Оформите строку **Итоги**. В ячейку B25 – введите формулу $Q_{cp} = \sum Q_i$, используя функцию СУММ(B17:B24), затем скопируйте её в ячейки D25, H25. В ячейку C25 введите формулу $\alpha_{cp} = \sum(Q_i \cdot \alpha_i) / \sum Q_i$, используя функцию СУММ-ПРОИЗВ(B17:B24;C17:C24) и СУММ(B17:B24), затем скопируйте формулу в ячейки E25, I25. В ячейки F25:G25, J25, K25 скопируйте формулы из вышестоящих ячеек.

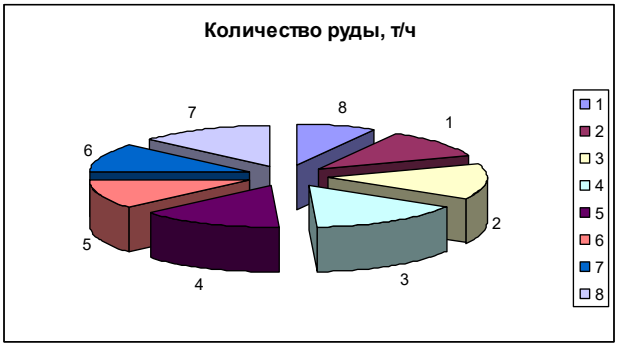
10. Постройте круговую диаграмму и график, с двумя осями ординат, оформите её соответствующими надписями.

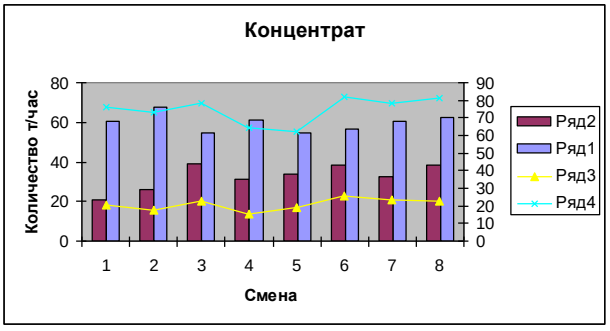
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

- Объединить ячейки: **ФОРМАТ – Ячейки** – вкладка **Выравнивание – Объединить ячейки – Выравнивание по центру**;
- Обрамление и заливка: **ФОРМАТ – Ячейки** – вкладка **Граница, вкл. Вид**;
- Копирование: **ПРАВКА – Копировать**, курсор в ячейку A15, **ПРАВКА – Вставить**;
- **Ввод формул**: наберите =, мышью указывайте адреса нужных ячеек, вводите знаки арифметических действий, скобки и функции, используя МАСТЕР ФУНКЦИЙ.
- **Копирование формул**: выделите фрагмент, мышью зацепите Маркер заполнения и переместите до нужной ячейки.
- **Построение графиков**. Выделите диапазон ячеек с исходными данными с шапкой таблицы, включите **Мастер Диаграмм** ,

на вкл. **Параметры** введите название диаграммы, выберите место размещения.

- Построение графика с двумя осями. Выделите диапазон ячеек с данными для построения первого графика (диаграммы) (D17:D24), – **МАСТЕР ДИАГРАММ – Тип Диаграмм – Гистограмма – Далее –** вкладка **Ряды – Добавить** (переключитесь на таблицу) –в поле **Имя** установите ссылку на ячейку E16 , в поле **Значения** – укажите диапазон ячеек E17:E24. Нажмите кнопку **НАЗАД –** вкладка **Нестандартные,** выберите **График Гистограмм 2**, вновь перейдите на вкладку ряды и добавьте аналогично данные для построения других графиков – **ДАЛЕЕ –** вкладка **Параметры –**введите название графика и Осей – **ДАЛЕЕ** –Выберите место расположения.
- Для редактирования и форматирования диаграммы или её фрагментов выделите её, а затем используйте команды меню **ДИАГРАММА** или команды **Контекстного меню (КМ).**





ЗАДАНИЕ 2

1. Загрузить файл с таблицы «обогатительная задача»
2. Изменить значение в таблице «массовая доля в руде», посмотрите как изменился результат
3. Переместите графики на отдельные листы; переименуйте рабочие листы с графиками.
4. Таблицу «Результаты расчета» скопировать на другой рабочий лист, присвоив имя этому рабочему листу «Сортированный»
5. Добавте в начало таблицы столбцы «Дата», «Смена».
6. Отделите заголовок от таблицы пустой строкой.
7. Добавьте перед Итоговой строкой 10 пустых строк.
8. Добавте 7 новых записей в таблицу используя встроенную Форму.
9. Скопируйте новую таблицу с листа «Сортированный» на новый рабочий лист, присвоив ему имя «Фильтрованный».
10. На листе «Сортированный» отсортируйте таблицу, выбрав первым параметром сортировки «количество руды» по возрастанию и вторым параметром «массовую долю в руде» по убыванию.
11. На листе «Фильтрованный» отфильтруйте таблицу, вводя только записи для тех смен, в которые «извлечение» больше 65% и меньше 80%; окрасте записи одним цветом; отмените автофильтр.
12. На листе «Сортированный» подведите промежуточные итоги для каждой смены: 1, 2 и 3, подсчитав суммы для полей: количество руды, концентрата и отходов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

- Для перемещения графика на отдельный лист, выделите график и используйте **Контекстное меню–Рамещение–Отдельный лист**
- Для переименования листа **Контекстное меню** ярлыка рабочего листа**–Переименовать**
- Для вставки строк/столбцов **ВСТАВИТЬ – Строки/Столбцы.**
- Для добавления новой записи. Поставьте курсор в любую заполненную ячейку таблицы и выполнить **ДАННЫЕ–Форма–Добавить –** ввести данные в соответствующие поля, аналогичные тем, что в таблице.

- Сортировка данных в таблице. Поставьте курсор в любую заполненную ячейку таблицы и выполните **ДАННЫЕ – Сортировать –** по возрастанию/по убыванию
- При фильтровании таблицы поставьте курсор в любую заполненную ячейку таблицы и выполнить **ДАННЫЕ –Фильтрация** – задать условие фильтрации.
- При подведение промежуточных итогов таблица должна быть отсортирована по соответствующему полю. Поставьте курсор в любую заполненную ячейку таблицы и выполнить **ДАННЫЕ– Итоги,** укажите поле при изменении которого нужно подводить итоги, расположение итоговой строки, математическое действие (сумма) и выбрать имена полей: «количество руды», «количество концентрата», «количество отходов».

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1				Руда		Концентрат				Отходы			
2	№	Дата	Смена	Коли-чество, т/ч	Мас. доля, %	Коли-чество, т/ч	Мас. доля, %	Вы-ход, %	Извлече ние, %	Коли-чество, т/ч	Мас. доля, %	Вы-ход, %	Поте-ри, %
3			**Общий итог**	2468		508				1960			
4			**1 Итог**	785		155				630			
5	1	01.09.2007	1	100	16,5	21	60,5	20,72	75,98	79	5	79,28	24,02
6	7	03.09.2007	1	140	18	33	60,3	23,37	78,29	107	5,1	76,63	21,71
7	10	04.09.2007	1	155	17,3	33	63,5	21,03	77,18	122	5	78,97	22,82
8	13	05.09.2007	1	190	15,8	38	59,6	19,78	74,61	152	5	80,22	25,39
9	4	02.09.2007	1	200	14,8	31	61,4	15,58	64,63	169	6,2	84,42	35,37
10			**2 Итог**	850		172				678			
11	2	01.09.2007	2	150	16,2	26	67,9	17,41	72,98	124	5,3	82,59	27,02
12	8	03.09.2007	2	170	17,5	39	62,5	22,68	81,00	131	4,3	77,32	19,00
13	11	04.09.2007	2	170	17,5	38	58	22,41	74,29	132	5,8	77,59	25,71
14	14	05.09.2007	2	180	17,0	35	63	19,30	71,52	145	6	80,70	28,48
15	5	02.09.2007	2	180	16,8	34	54,9	18,94	61,88	146	7,9	81,06	38,12
16			**3 Итог**	833		181				652			
17	6	02.09.2007	3	150	17,6	38	56,9	25,43	82,20	112	4,2	74,57	17,80
18	9	03.09.2007	3	160	16,0	34	60	21,43	80,36	126	4	78,57	19,64
19	12	04.09.2007	3	163	14,9	26	62,3	16,11	67,34	137	5,8	83,89	32,66
20	3	01.09.2007	3	170	15,9	39	54,9	22,77	78,63	131	4,4	77,23	21,37
21	15	05.09.2007	3	190	16,0	44	56	23,08	80,77	146	4	76,92	19,23
22													
23													
24													
25	**Итого**			4151	9,97	429	36,92	20,20	74,75	1696	3,16	79,80	25,25

Таблица рабочего листа «Сортированный» с промежуточными итогами.

Итоговая строка над данными.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1				Руда		Концентрат				Отходы			
2	№	Дата	Смена	Количес-тво, т/	Мас. доля,	Количес-тво, т/	Мас. доля,	Выход, %	Извлече-ние, %	Количес-тво, т/	Мас. доля,	Выход, %	Потери, %
3	1	01.09.2007	1	100	16,5	21	60,5	20,72	75,98	79	5	79,28	24,02
4	2	01.09.2007	2	150	16,2	26	67,9	17,41	72,98	124	5,3	82,59	27,02
5	3	01.09.2007	3	170	15,9	39	54,9	22,77	78,63	131	4,4	77,23	21,37
6	4	02.09.2007	1	200	14,8	31	61,4	15,58	64,63	169	6,2	84,42	35,37
7	5	02.09.2007	2	180	16,8	34	54,9	18,94	61,88	146	7,9	81,06	38,12
8	6	02.09.2007	3	150	17,6	38	56,9	25,43	82,20	112	4,2	74,57	17,80
9	7	03.09.2007	1	140	18	33	60,3	23,37	78,29	107	5,1	76,63	21,71
10	8	03.09.2007	2	170	17,5	39	62,5	22,68	81,00	131	4,3	77,32	19,00
11	9	03.09.2007	3	160	16,0	34	60	21,43	80,36	126	4	78,57	19,64
12	10	04.09.2007	1	155	17,3	33	63,5	21,03	77,18	122	5	78,97	22,82
13	11	04.09.2007	2	170	17,5	38	58	22,41	74,29	132	5,8	77,59	25,71
14	12	04.09.2007	3	163	14,9	26	62,3	16,11	67,34	137	5,8	83,89	32,66
15	13	05.09.2007	1	190	15,8	38	59,6	19,78	74,61	152	5	80,22	25,39
16	14	05.09.2007	2	180	17,0	35	63	19,30	71,52	145	6	80,70	28,48
17	15	05.09.2007	3	190	16,0	44	56	23,08	80,77	146	4	76,92	19,23
18													
19													
20													
21	Итого			2468	16,59	260	59,53	20,65	74,11	1000	5,41	79,35	25,89

Таблица рабочего листа «Фильтрованный».
Цветом выделены строки, удовлетворяющие условию.

Работа 8.3. Рабочая книга расчета заработной платы.

ЗАДАНИЕ

Разработать рабочую книгу расчета Заработной Платы.
Она должна включать следующие Рабочие листы:
Лист1 – **Общий**, Лист2 – **Январь**, Лист3 – **Февраль**, Лист4 –**Март**
Лист Общий содержит таблицы: «Исходные данные» и «Итоговые данные» – информацию об итоговых показателях за расчитанные месяцы.
Листы Январь, Февраль и Март содержат расчетную информацию о Заработной плате коллектива сотрудников.
Порядок выполнения работы:

1. Переименуйте лист1, присвоив ему имя Общий. Для этого щелкните ярлык Лист1 и в Контекстном меню (КМ) выберите команду **Переименовать**, введите новое имя «Общий».
2. Создайте табличку, приведенную ниже. Заполните столбец Месяц Автозаполнением: введитев ячейку Январь и потяните за маркер заполнения
3. Обрамите таблицу и залейте первые строку и столбец, используя кнопки ПИ или команды **ФОРМАТ – Ячейки…–Рамка (Вид)**. При редактировании таблицы используйте команды меню **Правка, Вставка**.
4. Перейдите на Рабочий Лист2, переименуйте его в Январь и выполните на нем расчеты в соответствии с последующими указаниями. Проверьте результаты расчетов по заданию.
5. Скопируйте рабочий лист Январь, переименуйте копию в Февраль и выполните на нем действия (редактирование) в соответствии с последующими указаниями. Проверьте результаты расчетов по заданию.
6. Скопируйте рабочий лист Февраль, переименуйте копию в Март и выполните на нем действия (редактирование) в соответствии с последующими указаниями. Проверьте результаты расчетов по заданию.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	**Исходные данные**				**Итоговые данные**			
2	год	2002						
3	Месяц	Кол.раб.дней в месяце	Мин.ЗП.		Месяц	Зар.пл. с РК	Зар.пл.итогом	Налог
4	Январь	21	100		Январь	3423	3423	445
5	Февраль	21	110		Февраль	4066	7489	529
6	Март	22	110		Март	3558	11047	463
7	Апрель	22			Апрель			
8	Май	21			Май			
9	Июнь	22			Июнь			
10	Июль	22			Июль			
11	Август	23			Август			
12	Сентябрь	22			Сентябрь			
13	Октябрь	23			Октябрь			
14	Ноябрь	22			Ноябрь			
15	Декабрь	23			Декабрь			

7. На листе «Общий» создайте таблицу «Итоговые данные». Заполните столбец Месяц автозаполнением. Названия 2,3,4 столбцов заполняйте как формулы, беря соответствующие значения из таблиц Листов Январь, Февраль, Март

8. Измените в листах Февраль, Март данные в столбце Кол.отработанных дней. Посмотрите результат в Итоговой таблице.
9. Измените размер Мин.зарплаты, посмотрите результат в Итоговой таблице.
10. Исследуйте различные ячейки с помощью инструментов панели **Зависимости:**

Влияющие ячейки, Зависимые ячейки, Окно информации, в котором выведите все сведения о ячейке.

Рабочий лист «Январь». Порядок выполнения работы.

1. Создайте таблицу. Приведенную ниже. Для этого:
   столбец «№» заполните автозаполнением как арифметическую прогрессию – через КМ или **Правка – Заполнить – Прогрессия** или используя маркер заполнения.
   столбец «ФИО» заполните автозаполнением, предварительно создав Список Пользователя **СЕРВИС – Параметры – Списки,** кнопка **Добавить**, в окно Элементы списка ввести Фамилии. Вставить список в таблицу – набрать первое ФИО и потянуть маркер вниз.

столбцы «Разряд», «Тариф.коэф», «Раб.дни» – данные относящиеся к конкретному работнику заполняются числами приведенными в таблице.

При заполнении столбца **«Тариф.коэф»** проверьте установку **СЕРВИС – Параметры – Првка – Фиксированный десятичный формат при вводе –** разрядов **–2**

Значение других столбцов и строки **«Итого»** вычисляются.

2. Вычислить значения полей для первой строки: «Зар.пл.»– заработанная плата; «Зар.пл. с РК» – Зарплата с районным коэффициентом; «Зар.пл. итогом» – это зарплат наращенным итогом с начала года; «Налог», «Начислено» – это «Зар.пл. с РК» минус «Налог».

   «Зар. пл.» = (Тариф.коэф. * Раб.дни * Мин.Зар.пл) / Кол.рабочих дней в месяце; например в ячейке F3 формула **=D3*E3*Общий!$C$4/Общий!$B$4.**

   «Зар. пл. с РК» = 1,15 * Зар.пл.; формула в G3 **=1,15*F3.**

   «Зар. пл. итогом» за Январь = Зар. пл. с РК; формула в H3 **=G3.**

   «**Налог**» **=** Если Зар. пл. итогом <12000, то Налог = 0,13 * Зар. пл. с РК, иначе Налог = 0,2 * Зар. пл. с РК; формула в I3 **=ЕСЛИ(H3<12000;0,13*G3;0,2*H3).**

   «Начислено» = Зар. пл. с РК – Налог; формула в J3 **=G3–I3.**

3. Скопировать формулы из интервала ячеек первой строки таблицы в интервалы второй – пятой строк таблицы используя Маркер заполнения.
4. Вычислить итоговые показатели, используя кнопку **Автосуммирования** Σ или **МАСТЕР ФУНКЦИЙ.**

Рабочий лист Январь

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	**Расчет заработной платы за январь 2002г.**									
2	№	ФИО	Разряд	Тариф.коэф.	Раб.дни	Зар.пл.	Зар.пл. с РК	Зар.пл.итогом	Налог	Начислено
3	1	Ивнов И.И.	10	5,84	21	584,00	671,60	671,60	87,31	584,29
4	2	Петров П.П.	12	6,25	21	625,00	718,75	718,75	93,44	625,31
5	3	Сидоров С.С.	15	7,36	15	525,71	604,57	604,57	78,59	525,98
6	4	Егоров Е.Е.	9	5,67	20	540,00	621,00	621,00	80,73	540,27
7	5	Афанасьеф А.А.	14	7,02	21	702,00	807,30	807,30	104,95	702,35
8		Итого				2976,71	3423,22	3423,22	445,02	2978,20

5. Подготовьте рабочий лист **Февраль**.

Рабочий лист «Февраль». Порядок выполнения работы.

1. Проверьте значения в поле «Раб. Дни» для каждого работника.
2. Скорректируйте формулы в столбцах: «**Зар. пл.**» и «**Зар. пл. итогом**» = Зар. пл. с РК за январь + Зар. пл. с РК за февраль;

Зар. пл. =D3*E3*Общий!$C$5/Общий!$B$5

Зар. пл. итогом =G3+Январь!G3

3. Скопируйте скорректированные формулы вниз по соответствующему столбцу.

В остальных столбцах формулы остаются неизменными. Проверьте это, активизируя различные ячейки и анализируя вид формулы.

4. Подготовьте рабочий лист **Март.**

Рабочий лист Февраль

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	**Расчет заработной платы за февраль 2002г.**									
2	№	ФИО	Разряд	Тариф.коэф.	Раб.дни	Зар.пл.	Зар.пл. с РК	Зар.пл.итогом	Налог	Начислено
3	1	Ивнов И.И.	10	5,84	21	642,40	738,76	1410,36	96,04	642,72
4	2	Петров П.П.	12	6,25	21	687,50	790,63	1509,38	102,78	687,84
5	3	Сидоров С.С.	15	7,36	21	809,60	931,04	1535,61	121,04	810,00
6	4	Егоров Е.Е.	9	5,67	21	623,70	717,26	1338,26	93,24	624,01
7	5	Афанасьеф А.А.	14	7,02	21	772,20	888,03	1695,33	115,44	772,59
8		Итого				3535,40	4065,71	7488,93	528,54	3537,17

Рабочий лист Март. Порядок выполнения работы.

1. Откорректируйте формулы в ячейках «**Зар. пл.**» и «**Зар. пл. итогом**». К последней прибавьте Зар. пл. с РК за январь и февраль;

Зар. пл. =D3*E3*Общий!$C$6/Общий!$B$6

Зар. пл. итогом =G3+Январь!G3+Февраль!G3

Рабочий лист Март

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	**Расчет заработной платы за март 2002г.**									
2	№	ФИО	Разряд	Тариф.коэф.	Раб.дни	Зар.пл.	Зар.пл. с РК	Зар.пл.итогом	Налог	Начислено
3	1	Ивнов И.И.	10	5,84	22	642,40	738,76	2149,12	96,04	642,72
4	2	Петров П.П.	12	6,25	22	687,50	790,63	2300,00	102,78	687,84
5	3	Сидоров С.С.	15	7,36	10	368,00	423,20	1958,81	55,02	368,18
6	4	Егоров Е.Е.	9	5,67	22	623,70	717,26	2055,51	93,24	624,01
7	5	Афанасьеф А.А.	14	7,02	22	772,20	888,03	2583,36	115,44	772,59
8		Итого				3093,80	3557,87	11046,80	462,52	3095,35

Вероника Всеволодовна Тимухина, доц, канд. техн. наук,
Алексей Владимирович Дружинин, доц, канд. техн. наук,
Тамара Григорьевна Завражина, доц, канд. техн. наук,
Раиса Александровна Мезенцева, инженер,
Тамара Александровна Самакаева, инженер,
Светлана Михайловна Колмогорова, инженер.

ПРИКЛАДНОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Методические указания
к лабораторным работам по дисциплине «Прикладное программное обеспечение»
для студентов технологических специальностей
очной и заочной форм обучения

Корректура кафедры информатики.
Подписано к печати
Формат бумаги 60 х 84 1/16
Печ. л. 7,18 Тираж 200 экз.

Издательство ГОУ ВПО УГГУ
Екатеринбург, ул. Куйбышева 30
Уральский государственный горный университет
лаборатория множительной техники

Министерство образования и науки РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный
горный университет»

В. А. Боровков, С. М. Колмогорова

ИНФОРМАТИКА
БАЗА ДАННЫХ. ACCESS 2013

Учебно-методическое пособие
по дисциплине «Информатика» для студентов
всех технологических специальностей
направления подготовки
21.05.04 –«Горное дело»
очного и заочного обучения

Екатеринбург – 2018

Министерство образования и науки РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный
горный университет»

ОДОБРЕНО
Методической комиссией
институт мировой
экономики

«___» _____ 2018 г.
Председатель комиссии
_____ проф., Л. А. Мочалова

В. А. Боровков, С. М. Колмогорова

ИНФОРМАТИКА
БАЗА ДАННЫХ. ACCESS 2013

Учебно-методическое пособие

по дисциплине «Информатика» для студентов всех технологических специальностей направления подготовки 21.05.04 –«Горное дело»
очного и заочного обучения

Издание УГГУ Екатеринбург, 2018

УДК 004.9 (072)
Б83

Рецензент: *Ю. С. Петров*, канд. техн. наук, доцент кафедры информатики УГГУ

Учебно-методическое пособие рассмотрено на заседании
кафедры информатики « 27 » декабря 2017 г.
(протокол № 4) и рекомендовано для издания в УГГУ

Боровков В. А., Колмогорова С. М.

Б83 ИНФОРМАТИКА. БАЗА ДАННЫХ. ACCESS 2013: учебно-методическое пособие по дисциплине «Информатика» для студентов всех технологических специальностей направления подготовки 21.05.04 – «Горное дело» очного и заочного обучения / В. А. Боровков, С. М. Колмогорова; Урал.гос. горный ун-т. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2018. – 66 с.

Учебно-методическое пособие является руководством для выполнения лабораторных работ по информатике с использованием приложения MICROSOFT ACCESS 2013 с учетом новой концепции интерфейса, а так же в нем приведены 30 заданий для самостоятельного освоения рассмотренного материала. В конце учебно-методического пособия приведен список рекомендуемой литературы. Объем пособия 66 с.

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов всех технологических специальностей направления подготовки 21.05.04 – «Горное дело» очного и заочного обучения, а так же будет полезно др. специалистам, осваивающим работу базу данных Access 2013.

© Боровков В. А., Колмогорова С. М., 2018
© Уральский государственный горный университет, 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 4
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1 10
Создание таблиц базы данных «Реализация товаров» 10
Создание файла базы данных Access 10
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2 18
Работа с простыми запросами 18
Конструирование запросов на выборку с условием отбора 18
Вычисляемые поля в запросах 20
Параметры в запросах 23
Групповые операции в запросах 25
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3 28
Работа с многотабличными запросами 28
Запросы на изменение 31
Задание для самостоятельной работы 33
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4 35
Работа с формами 35
Условное форматирование элементов управления 36
Создание разделенной формы 38
Многотабличные формы 38
Создание многотабличной формы с помощью мастера 39
Одиночная многотабличная форма 41
Задание для самостоятельной работы 44
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5 45
Работа с отчетами 45
Задание для самостоятельной работы 47
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6 48
Создание главной кнопочной формы 48
с использованием макросов 48
Создание управляющих кнопок на экране 50
ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ 54
Указания к выполнению работы 54
Варианты заданий 54
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ 65

ВВЕДЕНИЕ

Система управления базами данных

СУБД (система управления базами данных) является универсальным программным инструментом создания и обслуживания баз данных и приложений пользователя в самых разных предметных областях. СУБД обеспечивает создание, многоаспектный доступ к данным и использование одних и тех же данных различными задачами и приложениями пользователей.

СУБД поддерживаются различные модели данных. *Модель данных* – это метод (принцип) логической организации данных, используемый СУБД. Наиболее известными являются иерархическая, сетевая и реляционная модели.

В СУБД для персональных компьютеров (настольных СУБД) поддерживается преимущественно *реляционная модель*, которую отличает простота и единообразие представления данных простейшими *двумерными таблицами.*

Основной логической структурной единицей манипулирования данными является *строка* таблицы – *запись*. *Структура записи* определяется составом входящих в неё *полей*. Совокупность полей записи соответствует логически связанным реквизитам, характеризующим некоторую сущность предметной области.

Типовыми функциями СУБД по манипулированию данными являются выборка, добавление, удаление, изменение данных.

- *Выборка данных* – выборка записей из одной или нескольких взаимосвязанных таблиц в соответствии с заданными условиями.
- *Добавление* и *удаление* данных – добавление новых записей в таблицы и удаление существующих.
- *Изменение данных* – изменение значений данных в полях существующих записей.

Данные из одной или нескольких взаимосвязанных таблиц могут подвергаться обработке. К операциям *обработки* относятся, например, расчеты в пределах каждой записи, группировка записей в соответствии с *заданным* критерием группировки и обработка записей выделенных групп с помощью статистических функций, таких как суммирование, определение максимального, подсчет числа записей в группе и т. п.

СУБД Access включает разнообразные и многочисленные относительно автономные инструментальные средства, ориентированные на создание объектов базы данных и приложений пользователя.

- *Разнообразие мастера* в режиме ведения диалога с пользователем позволяют создавать объекты и выполнять разнообразные функции по реорганизации объектов базы данных и приложений пользователя.
- *Средства программирования* СУБД включают язык запросов *SQL*, язык макрокоманд и язык объектно-ориентированного программирования для приложений *Microsoft Visual Basic for Applications (VBA).*

- *Средства графического конструирования* позволяют создавать объекты базы данных и объекты приложения с помощью многочисленных графических элементов, не прибегая непосредственно к программированию. Среди многочисленных средств графического конструирования и диалоговых средств Access следует выделить средства для создания:
- таблиц и схем баз данных, отображающих их связи;
- запросов выборки, отбирающих и объединяющих данные нескольких таблиц в виртуальную таблицу, которая может использоваться во многих задачах приложения;
- запросов на изменение данных базы;
- экранных форм, предназначенных для ввода, просмотра и обработки данных в диалоговом режиме;
- отчетов, предназначенных для ввода, просмотра и вывода на печать данных из базы и результатов их обработки в удобном для пользователя виде.

Реляционная база данных

База данных является организованной на машинном носителе совокупностью взаимосвязанных данных и содержит сведения о различных сущностях одной предметной области: реальных объектах, процессах, событиях или явлениях.

Реляционная база данных представляет собой множество взаимосвязанных двумерных таблиц – *реляционных таблиц*, называемых также *отношениями*, в каждой из которых содержаться сведения об одной сущности автоматизируемой предметной области.

Логическую структуру реляционной базы данных образует совокупность реляционных таблиц, между которыми установлены логические связи.

В таблицах базы должны сохраняться все данные, необходимые для решения задач предметной области, причем каждый элемент данных должен храниться в базе только в одном экземпляре. Для создания таблиц, соответствующих реляционной модели данных, используется процесс, называемый нормализацией данных. *Нормализация* – это удаление из таблиц повторяющихся данных путем их переноса в новые таблицы, записи которых не содержат повторяющихся значений.

Структура реляционной таблицы определяется составом полей. Каждое *поле* отражает определенную характеристику сущности. Для поля указывается *тип* и *размер* элементарного данного, размещаемого в нем, и ряд др. свойств. Содержимое поля отображается в столбце таблицы. Столбец таблицы содержит данные одного типа.

Содержание таблицы заключено в её строках, однотипных по структуре, каждая строка таблицы содержит данные о конкретном экземпляре сущности и называется *записью*.

Для однозначного определения (*идентификации)* каждой записи таблица должна иметь *уникальный (первичный) ключ.* По значению ключа таблицы

отыскивается единственная запись в таблице. Ключ может состоять из одного или нескольких полей таблицы. Значение уникального ключа не может повторяться в нескольких записях.

Логические связи между таблицами дают возможность объединять данные из разных таблиц. Связь каждой пары таблиц задается одинаковыми полями в них – *ключом связи*. Таким образом, обеспечивается рациональное хранение недублированных данных и их объединение в соответствии с требованиями решаемых задач.

В нормализованной реляционной базе данных связь двух таблиц характеризуется отношениями записей типа «один-к-одному» (1:1) или «один-ко-многим» (1:M). Отношение 1:1 предполагает, что каждой записи одной таблицы соответствует одна запись другой таблицы. Отношение типа 1:M предполагает, что каждой записи первой таблицы соответствует много записей во второй, но каждой записи второй таблицы соответствует только одна запись в первой.

Для двух таблиц, находящихся в отношении типа 1:M, связь устанавливается по уникальному ключу таблицы, представляющей в отношении сторону «один», – *главной таблицы* в связи. Во второй таблице, представляющей в отношении сторону «многие» и называемой *подчиненной*, этот ключ связи может быть либо частью уникального ключа, либо не входить в состав ключа. В подчиненной таблице ключ связи называется ещё *внешним ключом*.

Схема данных

В СУБД Access процесс создания реляционной базы данных включает создание *схемы данных*. Схема данных наглядно отображает логическую структуру базы данных: таблицы и связи между ними, а также обеспечивает использование установленных в ней связей при обработке данных.

Для нормализованной базы данных, основанной на одно-многозначных и однозначных отношениях между таблицами, в схеме данных для связей таких таблиц по первичному ключу или уникальному индексу главной таблицы могут устанавливаться параметры *связной целостности*.

При поддержании целостности взаимосвязанных данных не допускается наличия записи в подчиненной таблице, если в главной таблице отсутствует связанная с ней запись. Соответственно при первоначальной загрузке базы данных, а также корректировке, добавлении и удалении записей система допускает выполнение операции только в том случае, если она не приводит к нарушению целостности. Связи, определенные в схеме данных, автоматически используются для объединения таблиц при разработке многотабличных форм, запросов, отчетов, существенно упрощая процесс их конструирования. В схеме связи могут устанавливаться для любой пары таблиц, имеющих одинаковое поле, позволяющее объединять эти таблицы.

Объекты Access

База данных Access включает следующие сохраняемые в одном accdb-файле объекты:

- *таблицы, запросы, схемы данных,* непосредственно имеющие отношение к базе данных;
- *формы, отчеты, макросы* и *модули*, называемые *объектами приложения.*

Формы и отчеты предназначены для типовых процессов обработки данных: просмотра, обновления, поиска по заданным критериям, получения отчетов. Эти объекты приложений конструируются из графических элементов, называемых *элементами управления*. Основные элементы управления служат для отображения полей таблиц, являющихся источниками данных объекта.

Для автоматизации доступа к объектам и их взаимодействия используется программный код. Только с помощью программного кода получается полноценное приложение пользователя, функции которого доступны через меню, панели инструментов и формы. Для создания программного кода служат модули на языке *VBA* и макросы.

Каждый объект и элемент управления имеет свои свойства, определяя которые можно настраивать их. С каждым объектом и элементом управления связывается набор событий, которые могут обрабатываться макросами или процедурами обработки событий на VBA, входящими в состав модулей форм, отчетов.

Объекты представлены в области навигации окна базы данных Access. Все операции по работе с объектами и приложениями начинаются в этом окне.

- *Таблицы* создаются пользователем для хранения данных об одной сущности – одном информационном объекте модели данных предметной области. Таблица состоит из полей (столбцов) и записей (строк). Каждое поле содержит одну характеристику информационного объекта предметной области. В записи собраны сведения об одном экземпляре информационного объекта. База данных Access может включать до 32768 объектов (в том числе формы, отчеты и т. д.). Одновременно может открываться до 2048 таблиц.
- *Запросы*. Запросы на выборку служат для выборки нужных данных из одной или нескольких связанных таблиц. Результатом выполнения запроса является виртуальная таблица. В запросе можно указать, какие поля исходных таблиц следует включить в запись таблицы запроса и как отобрать нужные записи. Таблица запроса может быть использована с другими таблицами базы при обработке данных. Запросы на изменение позволяют обновлять, удалять или добавлять данные в таблицы, а также создавать новые таблицы на основе уже существующих.
- *Схема данных* определяет, с помощью каких полей таблицы связываются между собой, как будет выполняться объединение данных этих таблиц, нужно ли проверять связную целостность при добавлении и удалении записей, изменение ключей таблиц. Схемы данных в области навигации в окне базы данных отображаются только в проектах Access, работа-

ющих с базами данных сервера. Для отображения схемы данных в базах данных Access используется команда **Схема данных**, размещенная на вкладке ленты **Работа с базами данных** в группе **Отношения**.

- *Формы* являются основным средством создания диалогового интерфейса приложения пользователя. Форма может создаваться для работы с электронными документами, сохраняемыми в таблицах базы данных. Вид таких документов может соответствовать привычному для пользователя бумажному документу. Форма используется для разработки интерфейса по управлению приложением. Включаемые в форму процедуры обработки событий позволяют управлять процессом обработки данных в приложении. Такие процедуры хранятся в модуле формы. В формы могут вставляться рисунки, диаграммы, звуковые фрагменты, видео. Возможна разработка форм с набором вкладок, с каждой из которых связано выполнение той или иной функции приложения.
- *Отчеты* предназначены для формирования на основе данных базы выходных документов любых форматов, содержащих результаты решения задач пользователя, и вывода их на печать. Как и формы, отчеты могут включать процедуры обработки событий. Использование графических объектов позволяет дополнять данные отчета иллюстрациями. Отчеты обеспечивают возможность анализа данных при использовании фильтрации, агрегирования и представления данных источника в различных разрезах.
- *Макросы* являются программами, состоящими из последовательностей макрокоманд, которые выполняются по вызову или при наступлении некоторого события в объекте приложения или его элементе управления. Макросы данных выполняются при наступлении некоторого события в исходных таблицах. Макросы позволяют автоматизировать некоторые действия в приложении пользователя. Создание макросов осуществляется в диалоговом режиме путем выбора нужных макрокоманд и задания параметров, используемых ими при выполнении.
- *Модули* содержат процедуры на языке *Visual Basic for Applications*. Могут создаваться процедуры-программы, процедуры-функции, которые разрабатываются пользователем, и процедуры для обработки событий.

Интерфейс пользователя Access

Для Access 2013 разработан интерфейс пользователя, упрощающий доступ к многочисленным функциональным возможностям в процессе создания и работы с объектами базы данных и приложений пользователя.

Основу этого интерфейса составляют *ленты* и *область навигации.* Собранные на одной ленте команды четко соответствуют задачам, выполняемым в Access, что позволяет легко находить нужную команду.

Основные элементы интерфейса пользователя в Access 2013:

- *страницы*, предназначенные для управления файлами баз данных. Стартовая страница отображается при запуске Access и позволяет от-

крыть существующие файлы баз данных или создать новые. В процессе работы доступны страницы, открываемые при щелчке на цветном значке **Файл**. Они содержат команды для сохранения, сжатия и восстановления базы данных, определения параметров и ряд др.;

- *лента* – широкая полоса, расположенная в верхней части окна Access. Она содержит стандартные вкладки с группами наиболее часто используемых команд, контекстные вкладки, которые появляются только тогда, когда их использование допустимо, и *панель быстрого доступа* – небольшую панель инструментов, на которую можно добавить нужные команды. Лента является основой интерфейса пользователя и обеспечивает быстрый доступ к набору команд, применимых к выполняемым в базе данных в текущий момент работам;
- *коллекция (галерея)* – элемент интерфейса, который не просто отображает команды, а показывает набор результатов выполнения этих команд с отображением внешнего вида вариантов выбора;
- *диалоговые окна* могут выводиться при выполнении команд для уточнения операции и передачи параметров. В некоторых группах вкладок ленты имеются кнопки вызова диалоговых окон;
- *контекстное меню* вызывается щелчком правой кнопкой мыши на элементе объекта. Содержит команды, зависящие от контекста – элемента объекта, с которым работает пользователь, или выполняемой задачи;
- *панель быстрого доступа* – единственная панель инструментов, предусмотренная в интерфейсе. Она обеспечивает доступ одним нажатием кнопки к наиболее часто используемым командам. Это панель настраивается в соответствии с предпочтениями пользователя;
- *область навигации* расположена в левой части окна. В ней отображаются объединенные в группы объекты базы данных;
- *вкладки документов* – таблицы, запросы, формы, отчеты и макросы отображаются на вкладках в рабочем пространстве окна Access – окне документов;
- *строка состояния* – полоса в нижней части окна программы, в которой отображаются сведения о состоянии объекта и располагаются кнопки, позволяющие изменить режим его представления;
- *мини-панель инструментов* – прозрачный элемент, подключенный к объекту, который появляется над выбранным текстом и позволяет легко отформатировать его;
- *панель сообщений* – это единственное средство вывода всех предупреждений системы безопасности. Отображается, когда в открываемой базе данных имеется любое потенциально опасное выполняемое содержимое.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

Создание таблиц базы данных «Реализация товаров»

Создать базу данных для учета реализации товаров со складов. Организовать хранение информации в создаваемой базе данных с помощью четырех таблиц: «Товары», «Фирмы», «Склады» и «Продажи».

Этапы проектирования базы данных:

1. Исследование предметной области и формулировка основных допущений (накладываемых условий). На этом этапе составляется список всех форм и отчетов, которые могут быть затребованы пользователями вашей БД.

2. Анализ данных. Составить перечень всех элементов данных, входящих в формы и отчеты, и сгруппировать их в таблицы БД.

3. Установить, какие взаимосвязи существуют между элементами данных. Определить первичные и вторичные (внешние) ключи отношений. Организовать поля данных в таблицах.

Создать базу данных «Реализация товаров», при условии, что на одном складе может храниться только один вид товара.

Создание файла базы данных Access

Для создания файла новой локальной базы данных щелкните в области создания базы данных стартового окна Access на элементе **Пустая база данных** (рис. 1.1). В открывшемся окне введите имя файла в поле **Имя файла** – например, ***Реализация товаров***.

Щелчком по кнопке **Создать,** завершите процесс создания пустого файла новой базы данных. В результате по умолчанию откроется окно созданной базы данных с пустой таблицей с именем **Таблица1** в режиме таблицы (рис. 1.2).

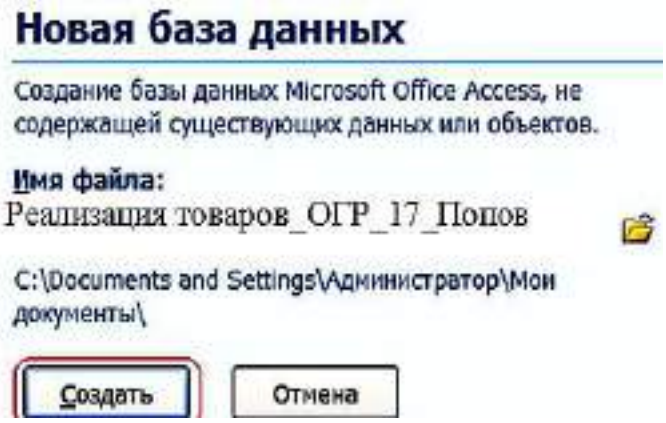


Рис. 1.1. Определение имени и местоположения файла новой базы данных

Так как создание таблиц будет происходить при помощи конструктора таблиц, поэтому закройте таблицу при помощи щелчка по значку «**Закрыть**».

Рис. 1.2. **Таблица1** в режиме таблицы

Задание 1. Создание таблицы базы данных «Реализация товаров»

Рассмотрим последовательность действий при создании таблиц. Для этого начнем создание таблицы «Товар» с определения её структуры в режиме конструктора таблиц. На вкладке ленты **Создание** в группе **Таблицы** выполним команду **Конструктор таблиц** (рис. 1.3).

Рис. 1.3. Лента с открытой вкладкой **Создание**

В окне конструктора **Таблица1** определим все поля таблицы «Товар».

Для каждого поля таблицы «Товар» определим **Имя поля**, **Тип данных.**

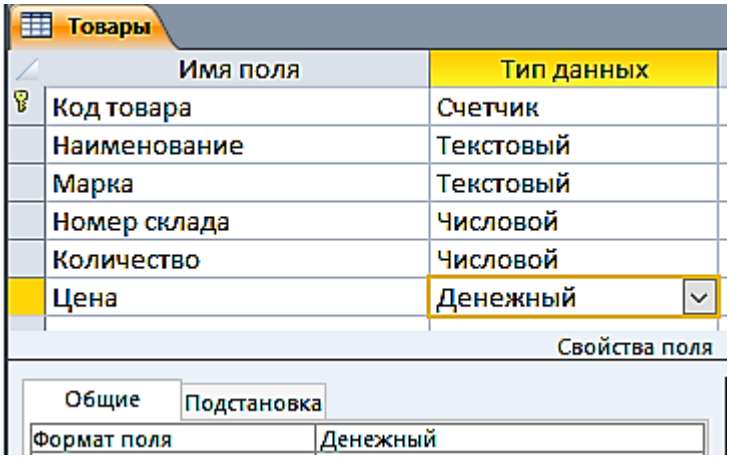


Рис. 1.4. Таблица «Товары» в режиме «**Конструктор**»

Теперь определим первичный ключ таблицы. Выделим поле «**Код товара»**, щелкнув кнопкой мыши на области маркировки, слева от имени поля, и нажмем кнопку **Ключевое поле** на вкладке ленты **Конструктор** в группе **Сервис**. Признаком установки ключа является изображение ключа слева от имени поля .

Сохраним созданную структуру таблицы и присвоим имя новой таблице – «Товар». Для этого выполним команду **Сохранить** на Панели быстрого доступа или на вкладке **ФАЙЛ**. В окне **Сохранение** введем имя таблицы.

При сохранении таблицы происходит обновление файла базы данных, в которую помещается созданная таблица. Таблица «Товар» появиться в списке объектов **Таблицы** в области навигации открытой базы данных «Реализация товаров».

После сохранения структуры таблицы переходите ко второму этапу создания таблицы – созданию записей. Для этого переключитесь в режим таблицы нажатием кнопки **Режим** на ленте конструктора или выбором нужного режима при открытии списка данной кнопки (рис. 1.5).

Рис. 1.5. Выбор режима представления таблицы

Как и в режиме конструктора, в режиме таблицы можно удалить столбец. При этом следует помнить, что удаляются все данные столбца, и отменить удаление невозможно. Удаление поля первичного ключа в режиме таблицы невозможно. Для этого необходимо использовать режим конструктора.

Открыть таблицу для ввода исходных данных. Установить курсор в первую строку таблицы и ввести исходные данные. Ввод данных в каждое поле таблицы завершать нажатием клавиши **Enter.** По окончании ввода данных при необходимости увеличить ширину полей. Записать таблицу «Товар» на диск.

Товары

Код товара	Наименование	Марка	Номер склада	Количество	Цена
1	Тахеометр	SP FOKUS 6	1	5	319 463,00 ₽
2	Тахеометр	SP FOKUS 6W	1	7	357 487,00 ₽
3	Тахеометр	Soutn NTS-365 R	2	6	225 000,00 ₽
4	Тахеометр	Soutn NTS-362 R	2	5	240 000,00 ₽
5	Теодолит	3Т2КП	3	9	84 193,00 ₽
6	Теодолит	4Т15П	3	5	58 764,00 ₽
7	Теодолит	4Т30П	3	8	50 625,00 ₽
8	Теодолит	VEGA TEO 5	3	10	30 000,00 ₽
9	Нивелир	4Н -2КЛ	4	15	16 680,00 ₽
10	Нивелир	4Н-3КЛ	4	18	12 500,00 ₽
(№)					

Рис. 1.6. Таблица «Товары» в режиме таблицы

Задание 2. Создание таблицы «Фирмы»

Для поля Телефон следует задать маску ввода: **(# # #) # # # - # # - # #**

Рис. 1.7. Таблица «Фирмы» в режиме «**Конструктор**»

Фирмы

Код фирмы	Название	Адрес	Телефон	Контактное лицо	Должность
1	ООО "Геомар Недра"	Москва, Ленина, 80	(495)618-05-10	Долженко И.М.	заведующий
2	ООО "Навгеоком"	Екатеринбург, Народной воли, 65	(343)253-53-55	Васильева З.О.	начальница
3	ООО "А-ГЕО"	Белгород, Мокроусова, 7	(904)095-70-45	Ашихмин Р.Ю.	кладовщик
4	ГеоСтройПрибор	Воронеж, Жукова, 3	(473)271-21-44	Яковлева Ю.К.	менеджер

Рис. 1.8. Таблица «Фирмы» в режиме таблицы

Задание 3. Создание таблицы «Склады»

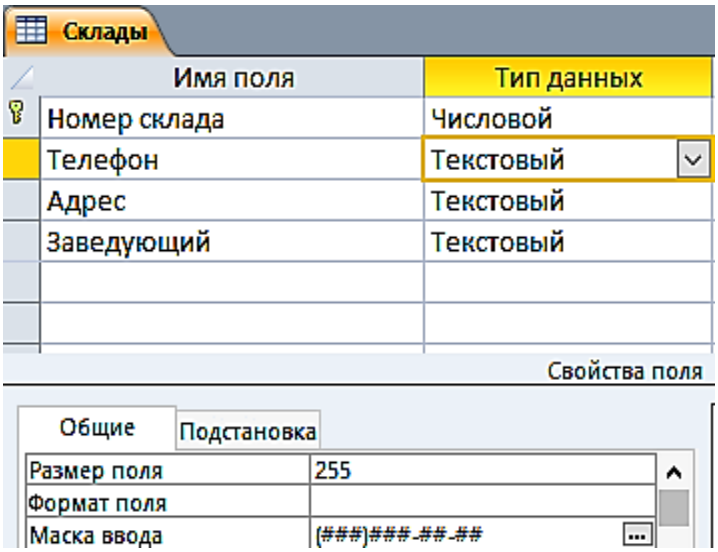


Рис. 1.9. Таблица «**Склады**» в режиме «**Конструктор**»

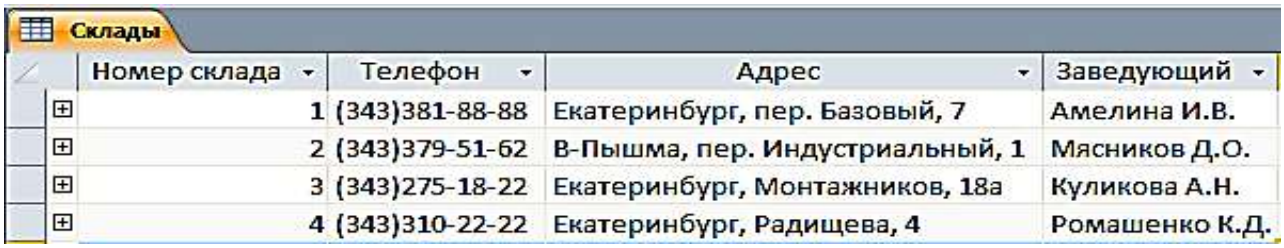


Рис. 1.10. Таблица «**Склады**» в режиме «**Таблицы**»

Задание 4. Создание таблицы «Продажи»

1. Ввести в первой строке имя поля: **Дата продажи** и выбрать для него тип Дата/время.
2. Сформировать поле **Код фирмы** и выбрать для него числовой тип.
3. Указать в качестве источника данных для поля **Код фирмы** список кодов фирмы, внесенных в поле с таким же названием в таблицу «Фирмы», рис. 1.11.
4. Не переводя курсор со строки **Код фирмы**, щелкнуть мышью по закладке **Подстановка.**
5. Щелкнуть мышью по слову **Поле** в строке **Тип элемента управления**, а затем – по появившейся при этом кнопке **Раскрыть список**.
6. Выбрать щелчком мыши из раскрывшегося списка строку **Поле со списком**.
7. Щелкнуть мышью по незаполненному полю в строке **Источник строк**, а затем – по появившейся при этом кнопке **Раскрыть список**.
8. Щелчком мыши выбрать строку с названием таблицы «Фирмы».

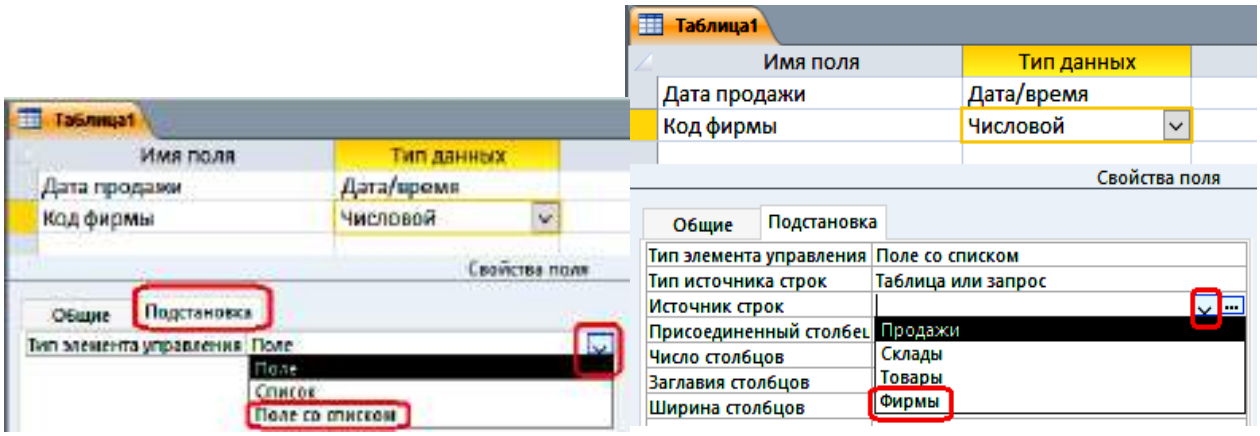


Рис. 1.11. Окно таблицы с подстановкой в режиме «**Конструктора**»

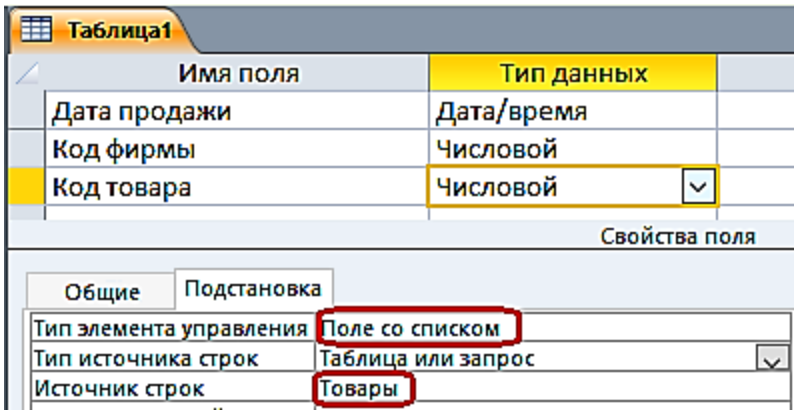


Рис. 1.12. Окно таблицы с выбором источника строк

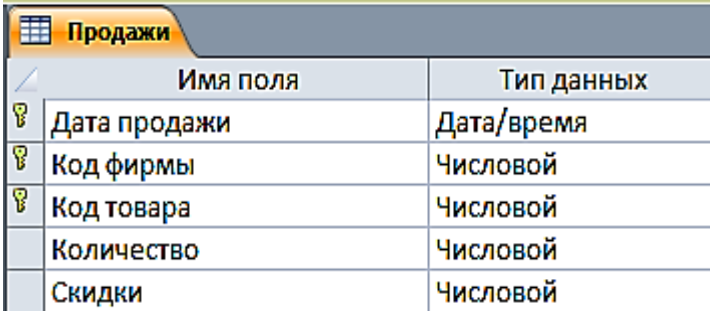


Рис. 1.13. Окно таблицы «**Продажи**» в режиме «**Конструктора**»

Рис. 1.14. Таблица «**Продажи**» в режиме «**Таблицы**»

Задание 5. Создание схемы данных

Создание схемы данных начинается с выполнения команды **Схема данных** в группе **Отношения** на вкладке ленты **Работа с базами данных**. В результате выполнения этой команды открывается окно схемы данных и диалоговое окно **Добавление таблицы**, в котором осуществляется выбор таблиц, включаемых в схему (рис. 1.15).

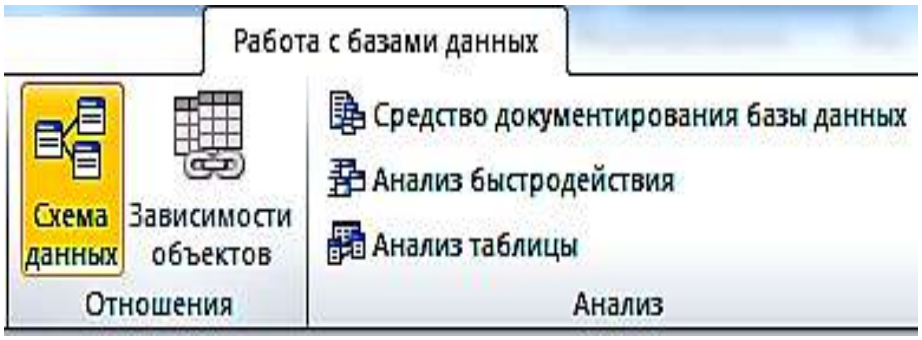


Рис. 1.15. Вкладка ленты **Работа с базами данных**

В окне **Добавление таблицы** отображаются все таблицы и запросы, содержащиеся в базе данных. Выберем вкладку **Таблицы** и с помощью кнопки **Добавить** разместим в окне **Схема данных** все ранее созданные таблицы базы данных «Реализация товаров». При создании связей в схеме данных используется проект структуры реляционной базы данных, в котором показаны все одно-многозначные связи таблиц. Реализуются связи с помощью добавления в связанные таблицы общих полей, называемых *ключом связи.*

На рис. 1.16 в созданной схеме данных БД «Реализация товаров» все связи отмечены символами **1** или ∞. Это свидетельствует о том, что одно-многозначные связи установлены правильно (по простому и составному ключу).

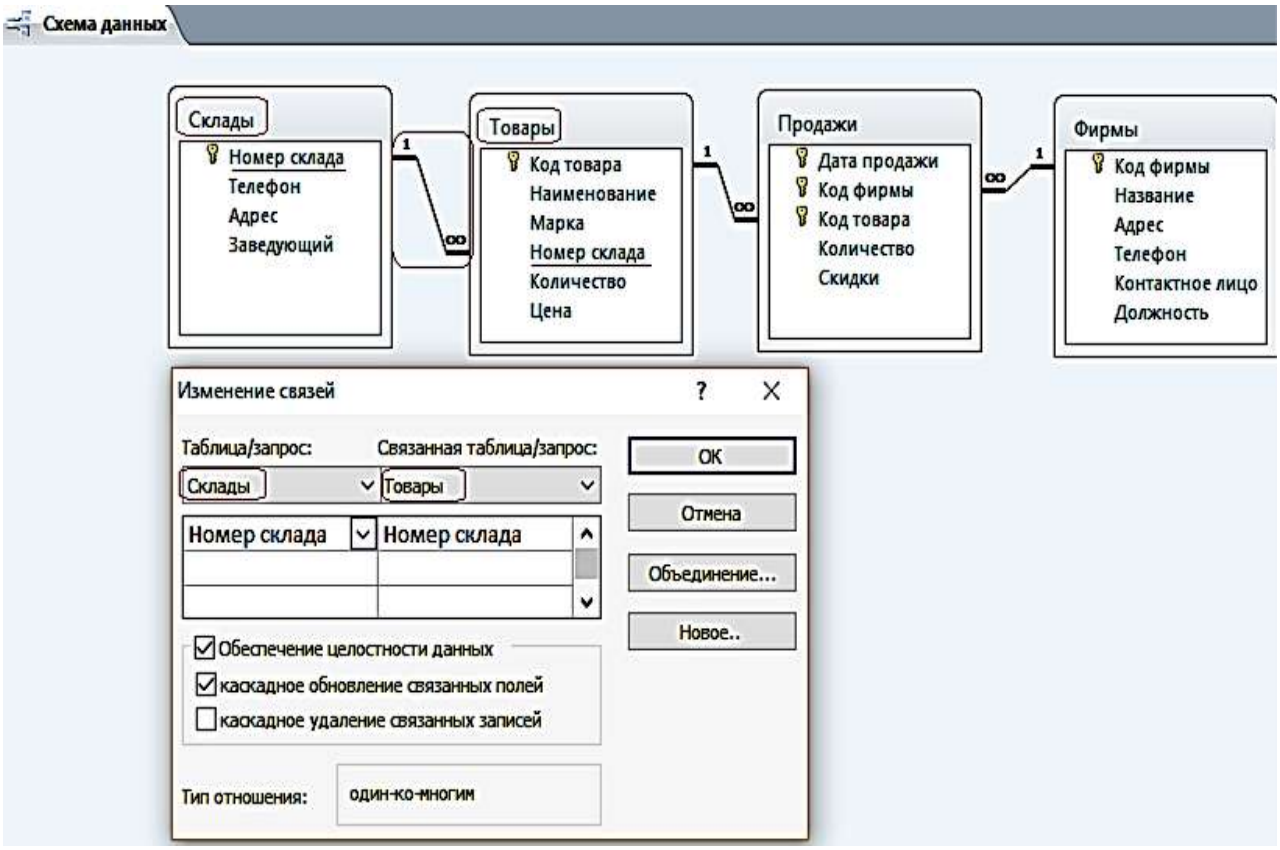


Рис. 1.16. Схема данных БД «**Реализация товаров**»

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

Работа с простыми запросами

Конструирование запросов на выборку с условием отбора

Задание 1. Выбрать товар по его наименованию

1. Для создания запроса в окне базы данных выберите вкладку ленты – **Создание** и в группе **Запросы** нажмите кнопку **Конструктор запросов**.

2. В окне **Добавление таблицы** выберите таблицу «Товар» и нажмите кнопку добавить. Выбранная таблица будет отображена в области схемы данных запроса. Закройте окно **Добавление таблицы**, нажав кнопку **Закрыть.** На ленте появляется и автоматически активизируется новая вкладка **Работа с запросами / Конструктор**, на которой цветом выделен тип создаваемого запроса – **Выборка.**

3. В окне конструктора (рис. 2.1) последовательно перетащите из списка полей таблицы «Товар» поля **Наименование, Марка и Цена** в столбцы бланка запроса в строку **Поле**. Для этого необходимо щелкнуть двойным щелчком на имени поля таблицы в схеме данных запроса.

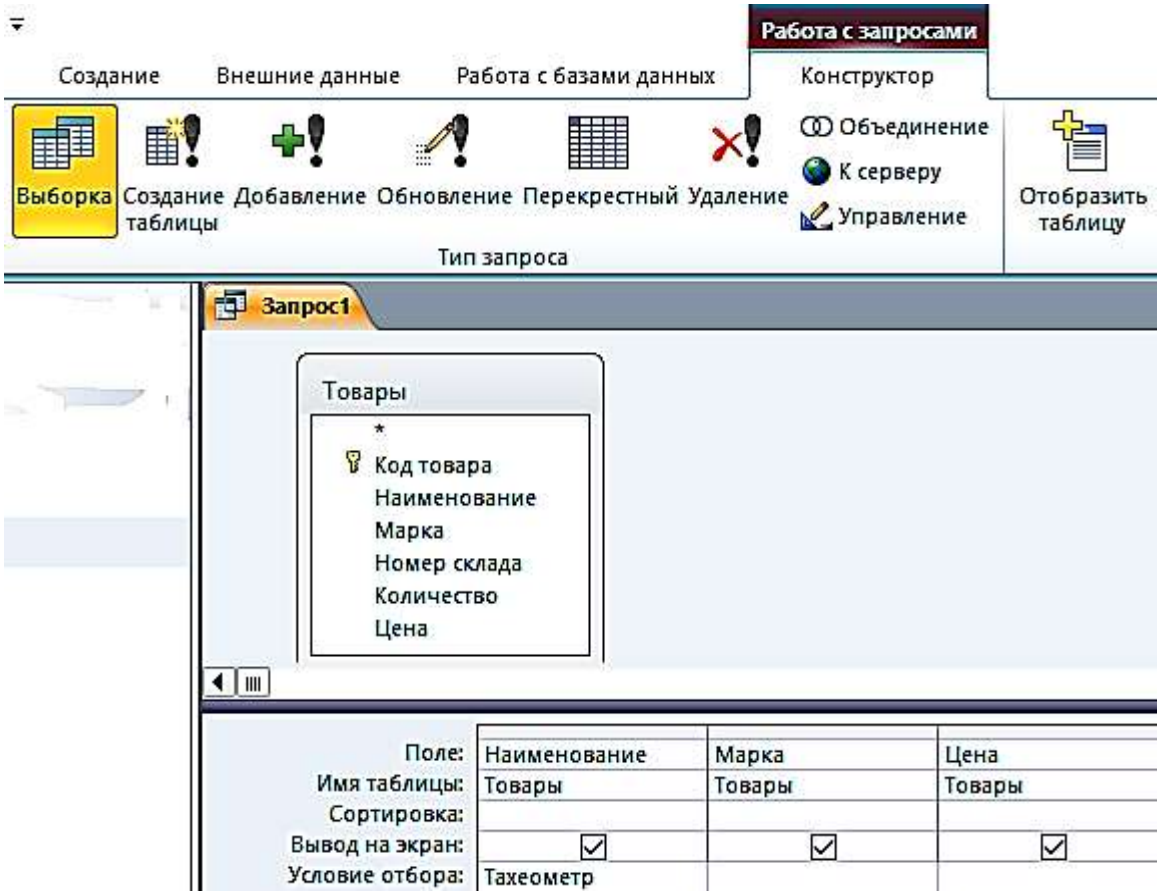


Рис. 2.1. Окно конструктора запроса на выборку

4. Запишите в строке **Условия отбора** наименование товара – Тахеометр. Используемое в выражении текстовое значение вводится в двойных кавычках, которые добавляются автоматически.

5. Выполните запрос, щелкнув по кнопке **Выполнить !** или на кнопке **Режим** в группе **Результаты**. На экране откроется окно запроса в режиме таблицы с записью из таблицы «Товар», отвечающий заданным условиям (рис. 2.2). Дайте ему имя **2_По наименованию Тахеометр**.

1_По наименованию Тахеометр

Наименование	Марка	Цена
Тахеометр	SP FOKUS 6	319 463,00 ₽
Тахеометр	SP FOKUS 6W	357 487,00 ₽
Тахеометр	Soutn NTS-365 R	225 000,00 ₽
Тахеометр	Soutn NTS-362 R	240 000,00 ₽

Рис. 2.2. Просмотр запроса в режиме «**Таблицы»**

Задание 2. Выбрать товары, цена которых менее 100 000 руб. и более 20 000 руб., и количество больше или равно 9

1. Создайте новый запрос в режиме конструктора, добавьте таблицу «Товар». В окне конструктора последовательно перетащите из списка полей таблицы «Товар» в бланк запроса поля (рис. 2.3).

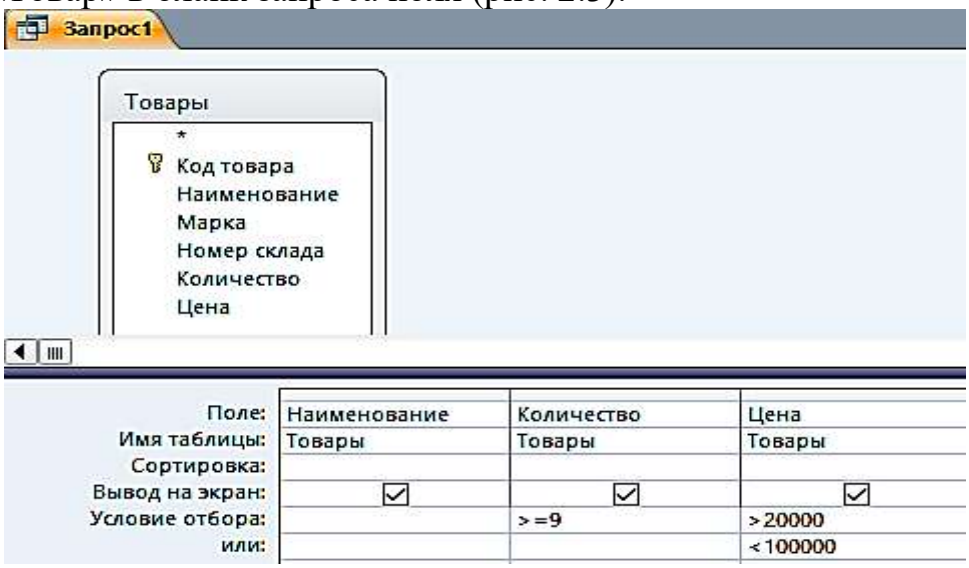


Рис. 2.3. Окно конструктора запроса на выборку с логическими операциями в условии отбора

2. Запишите **Условия отбора**, как показано в бланке запроса. Между условиями, записанными в одной строке, выполняется логическая операция AND. Между условиями, записанными в разных строках, выполняется логическая операция OR.

3. Выполните запрос. Дайте ему имя **2_Цена_количество** (рис. 2.4).

2_Цена_количество

Наименование	Количество	Цена
Теодолит	9	84 193,00 ₽
Теодолит	5	58 764,00 ₽
Теодолит	8	50 625,00 ₽
Теодолит	10	30 000,00 ₽
Нивелир	15	16 680,00 ₽
Нивелир	18	12 500,00 ₽

Рис. 2.4. Просмотр запроса в режиме «**Таблицы**»

Задание 3. Выбрать скидки, равные 10, за заданный период (после 25 января 2018 г.) (рис. 2.5, 2.6)

Рис. 2.5. Окно конструктора запроса на выборку
с логическими операциями в условии отбора

3_Дата_скидка

Дата прода	Код фирмы	Скидки
25.01.2018	2	10
30.01.2018	3	10
05.02.2018	4	10
10.02.2018	3	10
15.02.2018	3	10

Рис. 2.6. Просмотр запроса в режиме «**Таблицы»**

Вычисляемые поля в запросах

В запросе, как и в таблице, для каждой записи могут производиться вычисления с числовыми, строковыми значениями или со значениями дат с использованием данных из одного или нескольких полей. Результат вычисления образует в таблице запроса новое вычисляемое поле (рис. 2.7).

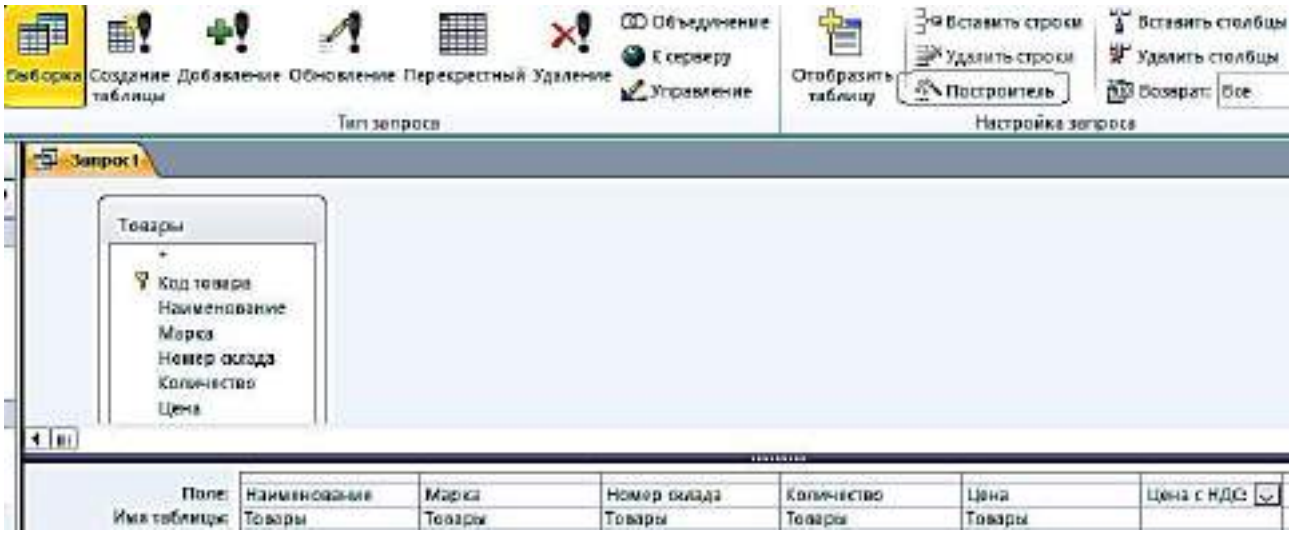


Рис. 2.7. Запрос с вычисляемым полем

Задание 4. В таблице «Товар» вычислить Цену с НДС, при ставке НДС 35 %

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку для таблицы «Товары». Перетащите в бланк запроса поля **Наименование, Марка, Номер склада, Количество, Цена** (рис. 2.8).

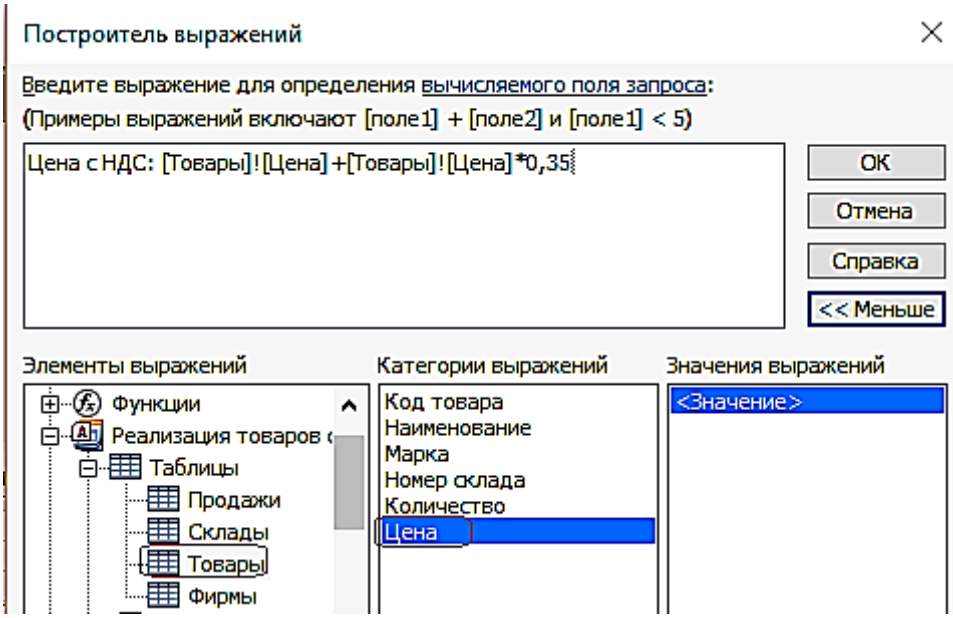


Рис. 2.8. Построитель выражений

2. Для подсчета цены с учетом НДС создайте после поля Цена вычисляемое поле **Цена с НДС** (с правой стороны) при помощи построителя.

3. Вызовите построитель выражений, нажав кнопку **Построитель** в группе **Настройка запроса** ленты «**Конструктор**». Курсор мыши должен быть установлен предварительно в ячейке ввода выражения.

4. В левой верхней части окна **Построитель выражений** (см. рис. 2.8) выберите свою базу данных «Реализация товаров со складов», далее выберите таблицу «**Товары**», на которой построен запрос. Справа отобразится список её полей. Последовательно выбирайте нужные поля и операторы, двойным щелч-

ком вставляя в выражение. Выражение сформируется в верхней части окна. Обратите внимание – построитель перед именем поля указал имя таблицы, которой оно принадлежит, и отделил его от имени поля восклицательным знаком.

5. Слово «Выражение» удаляйте, иначе оно выдает, синтаксическую ошибку.

Полученный запрос «**4_Цена с НДС**» в режиме «**Таблицы»** изображен на рис. 2.9.

4_Цена с НДС

Наименование	Марка	Номер склада	Количество	Цена	Цена с НДС
Тахеометр	SP FOKUS 6	1	5	319 463,00 ₽	431 275,05 ₽
Тахеометр	SP FOKUS 6W	1	7	357 487,00 ₽	482 607,45 ₽
Тахеометр	Soutn NTS-365 R	2	6	225 000,00 ₽	303 750,00 ₽
Тахеометр	Soutn NTS-362 R	2	5	240 000,00 ₽	324 000,00 ₽
Теодолит	3Т2КП	3	9	84 193,00 ₽	113 660,55 ₽
Теодолит	4Т15П	3	5	58 764,00 ₽	79 331,40 ₽
Теодолит	4Т30П	3	8	50 625,00 ₽	68 343,75 ₽
Теодолит	VEGA TEO 5	3	10	30 000,00 ₽	40 500,00 ₽
Нивелир	4Н -2КЛ	4	15	16 680,00 ₽	22 518,00 ₽
Нивелир	4Н-3КЛ	4	18	12 500,00 ₽	16 875,00 ₽

Рис. 2.9. Просмотр запроса «**4_Цена с НДС**» в режиме «**Таблицы»**

Задание 5. В вычисляемых полях и условиях отбора можно использовать встроенные функции. Необходимо выбрать количество продаж, в заданном месяце

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку по таблице «Продажи».
2. Создайте вычисляемое поле **Заданный месяц** (в правой) пустой ячейке строки, записав туда одно из выражений:
   a Format([Продажи]![Дата продажи];"mmmm") – эта функция возвратит полное название месяца;
   b или Format([Продажи]![Дата продажи];"mm") – эта функция возвратит номер месяца;
3. Для отбора продаж в заданном месяце, в вычисляемом поле в строку **Условие отбора** введите название месяца, например, – Январь, или номер месяца, например, 1, в соответствии с параметром в функции Format (рис. 2.10, 2.11).

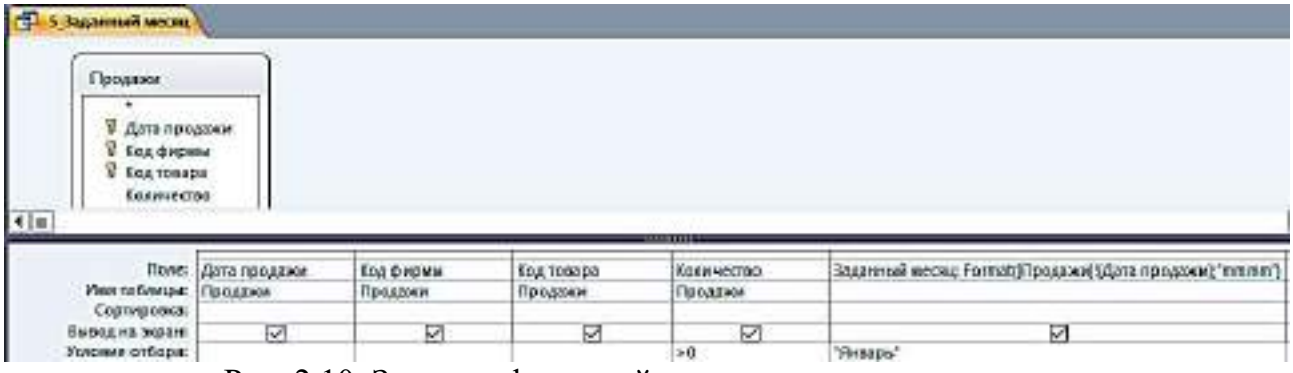


Рис. 2.10. Запрос с функцией выделения из даты полного названия месяца в вычисляемом поле

5_Заданный месяц

Дата продажи	Код фирмы	Код товара	Количество	Заданный месяц
15.01.2018	4	10	10	Январь
19.01.2018	1	2	6	Январь
20.01.2018	3	5	8	Январь
25.01.2018	2	4	4	Январь
27.01.2018	1	1	4	Январь
30.01.2018	3	7	4	Январь

Рис. 2.11. Просмотр запроса «**5_Заданный месяц**» в режиме «**Таблицы**»

Параметры в запросах

При решении практических задач удобнее вводить выражение в условие отбора в процессе выполнения запроса в диалоге с пользователем, не переходя в режим конструктора. Обеспечить такой диалог можно с помощью *параметра запроса.* Имя параметра запроса задается в строке **Условие отбора** в квадратных скобках. При выполнении запроса это имя появиться в диалоговом окне **Введите значение параметра.**

Задание 6. Скопируйте запрос «5_Заданный месяц» и переименуйте его в «6_Параметрический запрос»

1. Замените в условии отбора рассмотренного запроса название месяца Январь на имя параметра – [Название месяца].
2. Выполните запрос. Открывшееся диалоговое окно (рис. 2.12) позволит ввести значение параметра запроса – **Название месяца**.
3. Введите Январь и получите результат.

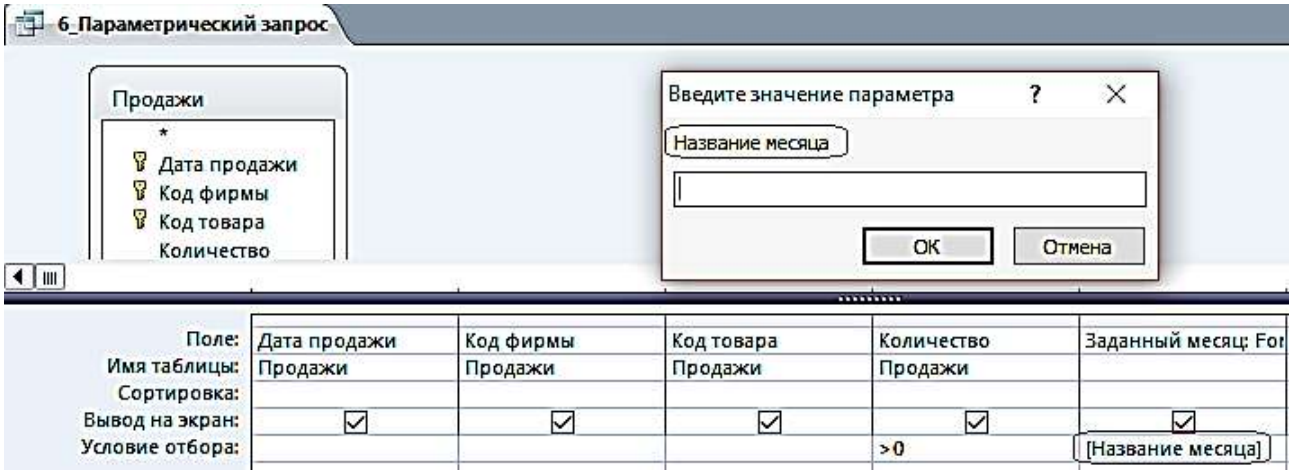


Рис. 2.12. Диалоговое окно ввода значения параметра

Параметры запроса могут быть использованы не только в выражениях условий отбора, но и для ввода значений операндов в вычисляемых полях.

Задание 7. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку для таблицы «Товар»

Перетащите в бланк запроса поля Наименование и Цена. Для увеличения цены на заданный процент в вычисляемое поле запишите выражение с параметром запроса [На сколько процентов увеличить?]/100 (рис. 2.13).

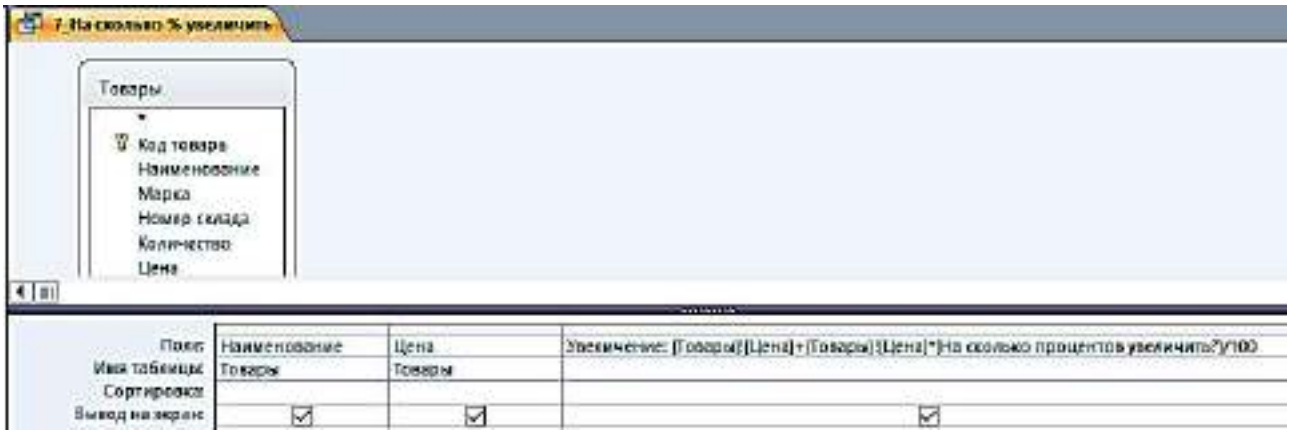


Рис. 2.13. Использование параметра в выражении вычисляемого поля

Задание 8. Скопируйте запрос «**7_На сколько % увеличить**» и переименуйте его в «**8_Проценты**» (рис. 2.14)

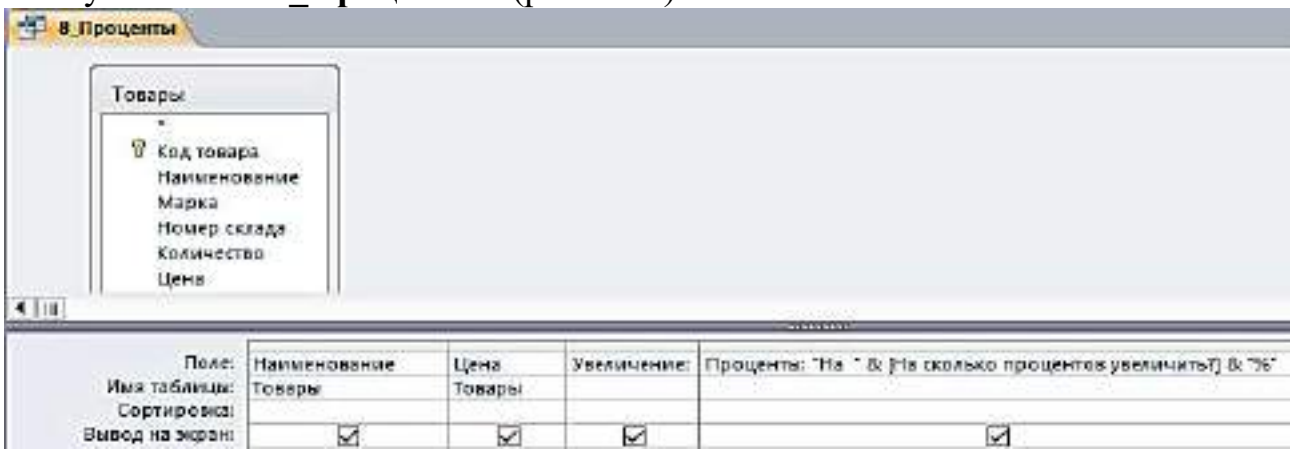


Рис. 2.14. Использование параметра в выражении вычисляемого поля «**Проценты**»

После выполнения предыдущего запроса в таблице отображается результат вычисления с использованием введенного значения параметра. Однако значение параметра при этом не выводится. Для отображения в таблице запроса введенного значения параметра дополните запрос ещё одним вычисляемым полем, в котором запишите выражение:

Проценты: "На " & [На сколько процентов увеличить?] & "%".

Теперь в таблице запроса появится поле «**Проценты»**, в котором будет записано, например, при вводе 35 – **На 35 %** (рис. 2.15).

8_Проценты

Наименование	Цена	Увеличение	Проценты
Тахеометр	319 463,00 ₽	431 275,05 ₽	На 35%
Тахеометр	357 487,00 ₽	482 607,45 ₽	На 35%
Тахеометр	225 000,00 ₽	303 750,00 ₽	На 35%
Тахеометр	240 000,00 ₽	324 000,00 ₽	На 35%
Теодолит	84 193,00 ₽	113 660,55 ₽	На 35%
Теодолит	58 764,00 ₽	79 331,40 ₽	На 35%
Теодолит	50 625,00 ₽	68 343,75 ₽	На 35%
Теодолит	30 000,00 ₽	40 500,00 ₽	На 35%
Нивелир	16 680,00 ₽	22 518,00 ₽	На 35%
Нивелир	12 500,00 ₽	16 875,00 ₽	На 35%

Рис. 2.15. Просмотр запроса «**8_Проценты**» в режиме «**Таблицы**»

Групповые операции в запросах

Групповые операции позволяют выделить группы записей с одинаковыми значениями в указанных полях и вычислить итоговые данные для каждой из групп по др. полям, используя одну из статистических функций. Статистические функции применимы к полям с типом данных **Числовой, Денежный, Дата и время**.

Задание 9. Запрос с функцией **Sum**

Определите суммарное количество и цену каждого из товаров.

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку из таблицы «**Товары**».
2. Из списка таблицы перетащите в бланк запроса поле «**Наименование**». По этому полю будет производиться группировка записей таблицы.
3. Перетащите в бланк запроса поля «**Количество**» и «**Цена**», по которым будет подсчитываться суммарное количество каждого из товаров.
4. Выполните команду **Итоги** из группы **Показать или Скрыть**. В бланке запроса появится новая строка **Групповая операция** со значением **Группировка** во всех полях запроса.
5. В столбцах «**Количество**» и «**Цена**» замените слово **Группировка** на функцию **Sum**. Для этого вызовите раскрывающийся список и выберите эту функцию (рис. 2.16).

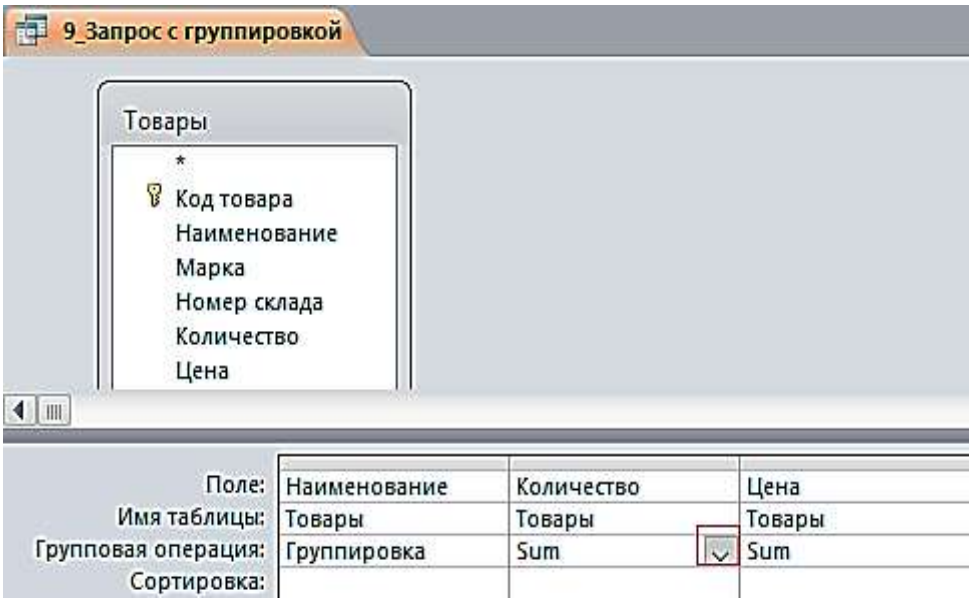
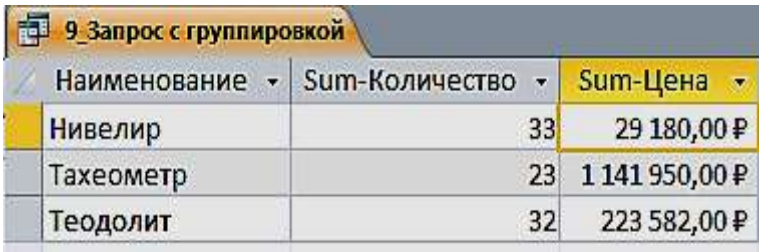


Рис. 2.16. Запрос с группировкой по коду товара и суммированием количества и цены в группе

6. Для отображения результата запроса (рис. 2.17) щелкните по кнопке **Выполнить** в группе **Результаты**.



Наименование	Sum-Количество	Sum-Цена
Нивелир	33	29 180,00 ₽
Тахеометр	23	1 141 950,00 ₽
Теодолит	32	223 582,00 ₽

Рис. 2.17. Результат подсчета суммарного количества и цены

Задание 10. Запрос с функцией **Count**

Определите, сколько раз продавался товар по коду фирмы.

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку из таблицы «Продажи».

2. Из списка таблицы перетащите в бланк запроса поле «**Код фирмы**». По этому полю будет производиться группировка записей таблицы.

3. Перетащите в бланк запроса поле «**Количество**», по которому будет происходить подсчет числа товаров с одинаковыми номерами фирм.

4. Выполните команду **Итоги** из группы **Показать или Скрыть**. В бланке запроса появится новая строка **Групповая операция** со значением **Группировка** во всех полях запроса.

5. В столбце «**Количество**» замените слово **Группировка** на функцию Count. Для этого вызовите раскрывающийся список и выберите эту функцию (рис. 2.18).

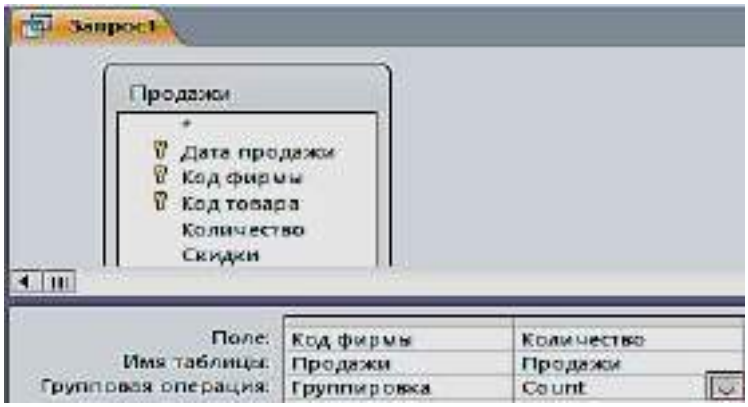


Рис. 2.18. Запрос для подсчета количества товара по коду фирмы

6. Сохраните запрос под именем «**10_Число продаж по коду фирмы**». Результат запроса показан на рис. 2.19.

Рис. 2.19. Результат подсчета количества товара по коду фирмы

Задание 11. Запрос с отображением строки итогов по столбцу

Строка итогов используется для быстрого расчета и отображения в столбце таблицы или запроса в режиме таблицы таких значений, как итоговая сумма, среднее, минимальное и максимальное, количество значений.

1. Для добавления строки итогов в таблицу запроса откройте запрос «**1_По наименованию тахеометр»** в режиме таблицы. На вкладке ленты **Главная** в группе **Записи** выполните команду **Итоги**. В таблице отобразится строка **Итог**.

2. В строке **Итог** нажмите кнопку раскрывающегося списка в столбце «**Цена**», для которого требуется выполнить расчет, и выберите в списке **Сумма** (рис. 2.20).

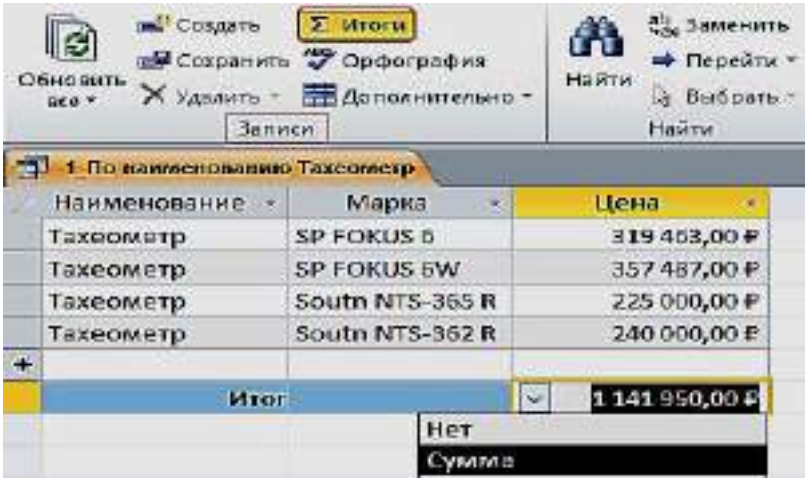


Рис. 2.20. Результат отображения строки итогов с расчетом суммы по столбцу

3. Для того, чтобы скрыть строку итогов, повторно выполните команду **Итоги**.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

Работа с многотабличными запросами

Многотабличный запрос позволяет сформировать записи результата путем объединения взаимосвязанных записей из таблиц базы данных и выбора из них нужных полей и записей. Многотабличный запрос часто осуществляет объединение данных, которые на этапе проектирования были разделены на множество таблиц, отвечающих требованиям нормализации.

При конструировании многотабличного запроса важнейшим условием является правильное представление о том, как идет объединение записей таблиц при формировании результата.

Рассмотрим технологию конструирования многотабличного запроса на выборку для расчета разности количества товаров и количества проданных товаров.

Задание 1. Запрос с вычисляемым полем «**Остаток**»

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку для таблиц «**Товары**» и «**Продажи**». Перетащите в бланк запроса из таблицы «**Товары**» поля «**Наименование**», «**Марка**», «**Количество»**, и из таблицы «**Продажи**» поле «**Количество**».

2. Для подсчета разности количества товаров создайте после поля «**Количество**», вычисляемое поле «**Остаток**» (с правой стороны), при помощи построителя (рис. 3.1).

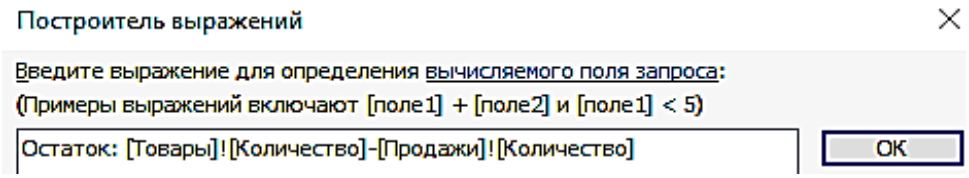


Рис. 3.1. Построитель выражений

3. Вызовите построитель выражений, нажав кнопку **Построитель** в группе **Настройка запроса** ленты «**Конструктор**». Курсор мыши должен быть установлен предварительно в ячейке ввода выражения (рис. 3.2).

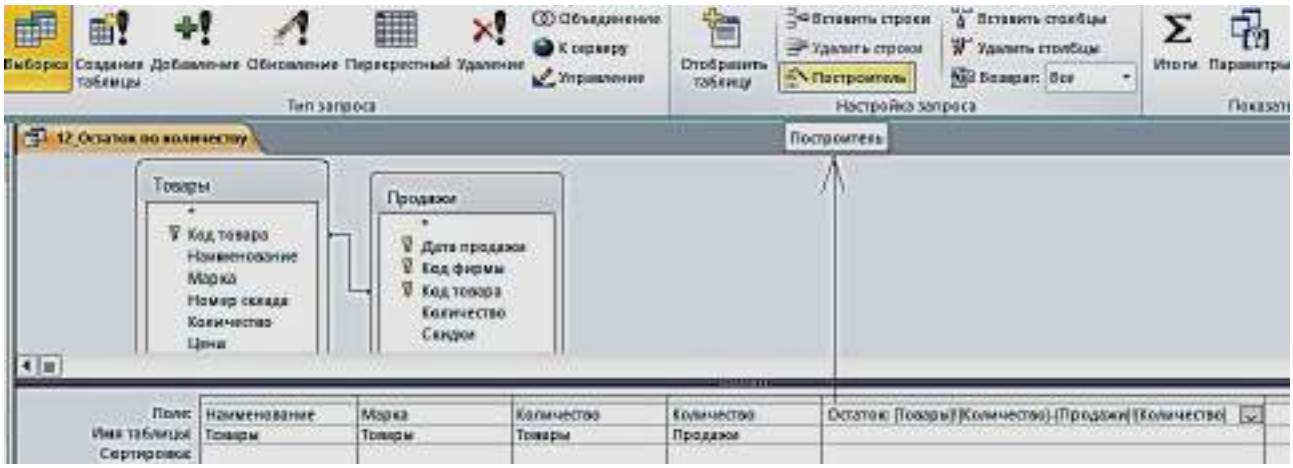


Рис. 3.2. Запрос с вычисляемым полем

4. В левой части окна **Построитель выражений** выберите свою базу данных «**Реализация товаров со складов**», далее выберите таблицу «**Товары**». Справа отобразится список её полей. Выберите поле «**Количество**» и знак минус, двойным щелчком вставляя в выражение. Снова выберите таблицу «**Продажи**» и поле «**Количество**» (рис. 3.3).

12_Остаток по количеству

Наименование	Марка	Товары.Количество	Продажи.Количество	Остаток
Тахеометр	SP FOKUS 6	5	4	1
Тахеометр	SP FOKUS 6W	7	6	1
Тахеометр	Soutn NTS-365 R	6	5	1
Тахеометр	Soutn NTS-362 R	5	4	1
Теодолит	3Т2КП	9	8	1
Теодолит	3Т2КП	9	8	1
Теодолит	4Т30П	8	4	4
Теодолит	VEGA TEO 5	10	9	1
Нивелир	4Н -2КЛ	15	10	5
Нивелир	4Н-3КЛ	18	10	8

Рис. 3.3 Результат запроса «**Остаток по количеству**»

5. Слово «Выражение» удаляйте, оно выдает, синтаксическую ошибку.

Задание 2. Формирование запроса об увеличении цены на 15 % в феврале месяце

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку для таблиц «**Товары**» и «**Продажи**». Перетащите в бланк запроса из таблицы «**Продажи**» поле «**Дата продажи**», а из таблицы «**Товары**» поля «**Наименование**», «**Марка**», «**Номер склада**», «**Количество**», «**Цена**».

2. Создайте новое поле «**Новая цена**». Для этого создайте после поля Цена, вычисляемое поле «**Новая Цена**» (с правой стороны) при помощи построителя.

3. Вызовите построитель выражений, нажав кнопку **Построитель** в группе **Настройка запроса** ленты «**Конструктор**». Курсор мыши должен быть установлен предварительно в ячейке ввода выражения. В окне «**Построитель выражений**» выбрать «**Элементы выражений**», в нем найти название своей базы данных, затем Таблицы «**Товары**» и в поле «**Категории выражений**» выбрать «**Цена**», а с клавиатуры набрать «*1,05».

4. В поле «**Дата продажи**» введите условие отбора >=01.02.2018 (рис. 3.4).

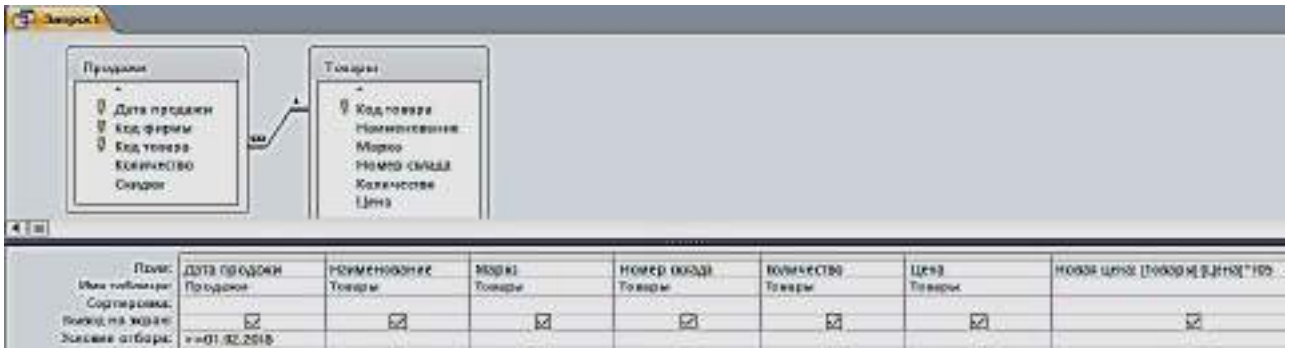


Рис. 3.4. Запрос «**Новая цена**» в режиме конструктора

5. Сохранить запрос с именем «**Новая цена**» (рис. 3.5).

13_Цена в феврале

Дата прода	Наименование	Марка	Номер склада	Количество	Цена	Новая цена
02.02.2018	Тахеометр	South NTS-365 R	2	6	225 000,00 ₽	23 625 000,00 ₽
15.02.2018	Теодолит	3Т2КП	3	9	84 193,00 ₽	8 840 265,00 ₽
10.02.2018	Теодолит	VEGA TEO 5	3	10	30 000,00 ₽	3 150 000,00 ₽
05.02.2018	Нивелир	4Н-2КЛ	4	15	16 680,00 ₽	1 751 400,00 ₽

Рис. 3.5. Результат запроса «**Новая цена**»

Задание 3. Создание запроса о товарах на складе в г. Екатеринбурге (рис. 3.6, 3.7)

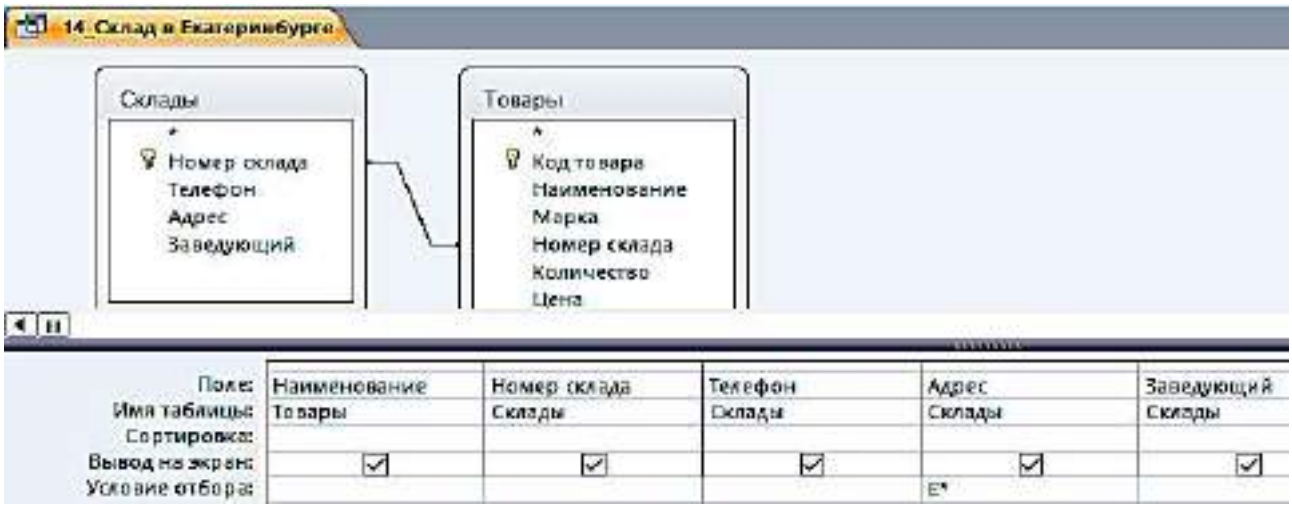


Рис. 3.6. Запрос «**Склад в Екатеринбурге**» в режиме Конструктора

14_Склад в Екатеринбурге

Наименование	Номер склада	Телефон	Адрес	Заведующий
Тахеометр	1	(343)381-88-88	Екатеринбург, пер. Базовый, 7	Амелина И.В.
Тахеометр	1	(343)381-88-88	Екатеринбург, пер. Базовый, 7	Амелина И.В.
Теодолит	3	(343)275-18-22	Екатеринбург, Монтажников, 18а	Куликова А.Н.
Теодолит	3	(343)275-18-22	Екатеринбург, Монтажников, 18а	Куликова А.Н.
Теодолит	3	(343)275-18-22	Екатеринбург, Монтажников, 18а	Куликова А.Н.
Теодолит	3	(343)275-18-22	Екатеринбург, Монтажников, 18а	Куликова А.Н.
Нивелир	4	(343)310-22-22	Екатеринбург, Радищева, 4	Ромашенко К.Д.
Нивелир	4	(343)310-22-22	Екатеринбург, Радищева, 4	Ромашенко К.Д.

Рис. 3.7. Результат запроса «**Склад в Екатеринбурге**»

Задание 4. Создание запроса о товарах в феврале, с вычисляемым полем «**Сумма**» и отображения строки итогов с расчетом суммы по этому столбцу (рис. 3.8, 3.9)

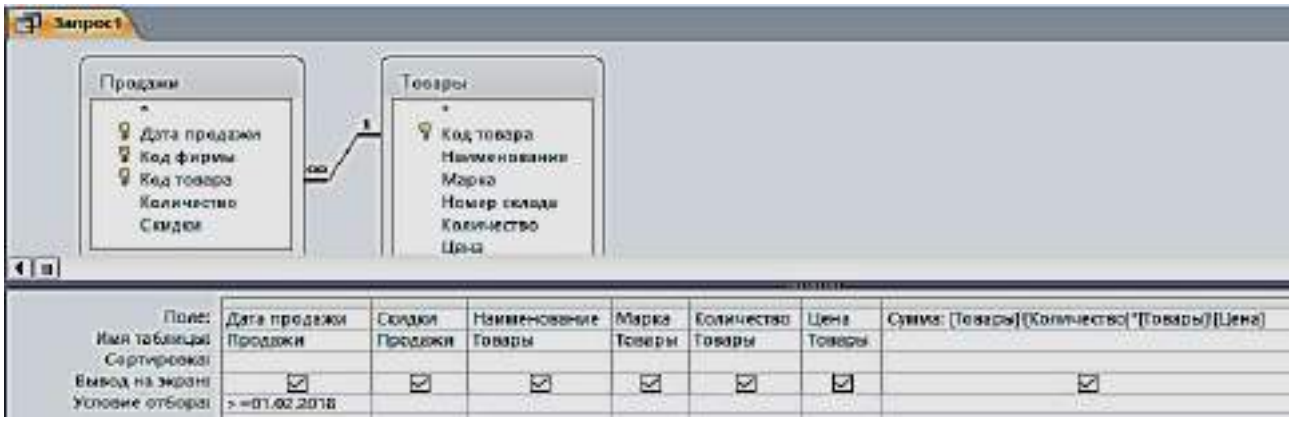


Рис. 3.8. Запрос «**Стоимость**» в режиме Конструктора

15_Стоимость

Дата прода	Скидки	Наименование	Марка	Количество	Цена	Сумма
02.02.2018	5	Тахеометр	Soutn NTS-365 R	6	225 000,00 ₽	1 350 000,00 ₽
15.02.2018	10	Теодолит	3Т2КП	9	84 193,00 ₽	757 737,00 ₽
10.02.2018	10	Теодолит	VEGA TEO 5	10	30 000,00 ₽	300 000,00 ₽
05.02.2018	10	Нивелир	4Н -2КЛ	15	16 680,00 ₽	250 200,00 ₽
Итог						2 657 937,00 ₽

Нет
Сумма

Рис. 3.9. Результат запроса «**Стоимость**» и итог с расчетом суммы по столбцу

Задание 5. Создание запроса из четырех таблиц (рис. 3.10, рис. 3.11)

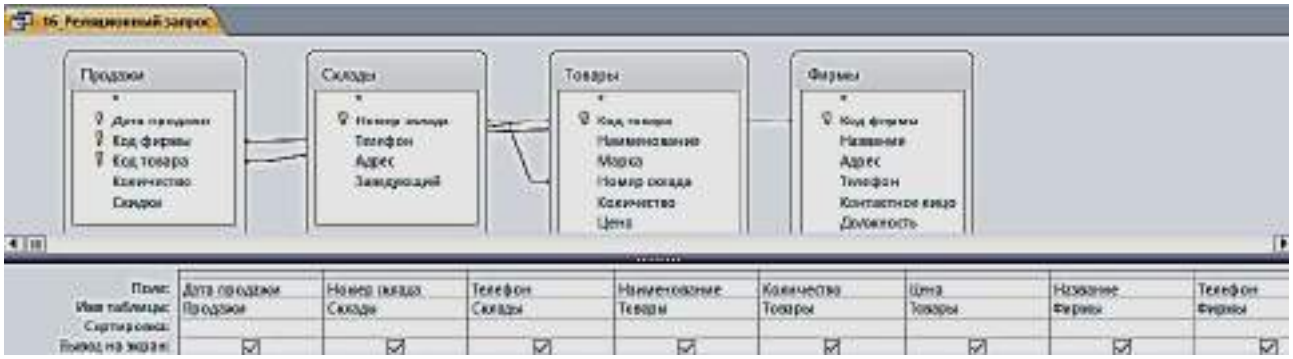


Рис. 3.10. Реляционный запрос в режиме Конструктора

16_Реляционный запрос

Дата продажи	Номер склада	Склады.Телефон	Наименование	Количество	Цена	Название	Фирмы.Телефон
15.01.2018	4	(343)310-22-22	Нивелир	18	12 500,00 ₽	ГеоСтройПрибор	(473)271-21-44
19.01.2018	1	(343)381-88-88	Тахеометр	7	357 487,00 ₽	ООО "Геомар Недра"	(495)618-05-10
20.01.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	9	84 193,00 ₽	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45
25.01.2018	2	(343)379-51-62	Тахеометр	5	240 000,00 ₽	ООО "Навгеоком"	(343)253-53-55
27.01.2018	1	(343)381-88-88	Тахеометр	5	333 463,00 ₽	ООО "Геомар Недра"	(495)618-05-10
30.01.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	8	50 625,00 ₽	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45
02.02.2018	2	(343)379-51-62	Тахеометр	6	225 000,00 ₽	ООО "Навгеоком"	(343)253-53-55
05.02.2018	4	(343)310-22-22	Нивелир	15	16 680,00 ₽	ГеоСтройПрибор	(473)271-21-44
10.02.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	10	30 000,00 ₽	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45
15.02.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	9	84 193,00 ₽	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45

Рис. 3.11. Результат сложного запроса

Запросы на изменение

К запросам на изменение относятся запросы на обновление данных в записях таблицы базы, на добавление и удаление записей из таблицы, а также запросы на создание таблицы из записей, сформированных в нем.

Задание 6. Создать запрос на обновление таблицы «Товары». Увеличьте цену товара на 20 %:

1. Создайте запрос на выборку, путем отбора соответствующих полей. Присвойте ему имя «**17_Обновление**».

2. Откройте этот запрос в режиме Конструктора. Выполните команду **Запрос – Обновление** – Введите в строке «**Обновление**» выражение для новых

значений [Цена]*1,2 (рис. 3.12). Закройте запрос. У запроса изменится вид значка. Проверьте правильность его выполнения (рис. 3.13).

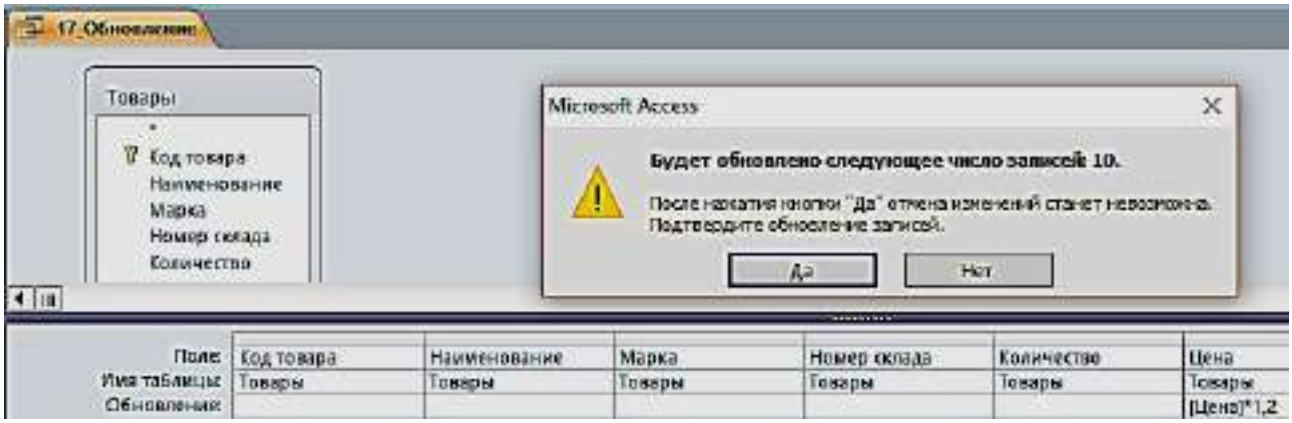


Рис. 3.12. Запрос на обновление в режиме Конструктора

Рис. 3.13. С правой стороны результат обновления таблицы

Цена
319 463,00 ₽
357 487,00 ₽
225 000,00 ₽
240 000,00 ₽
84 193,00 ₽
58 764,00 ₽
50 625,00 ₽
30 000,00 ₽
16 680,00 ₽
12 500,00 ₽

17_Обновление

Цена
383 355,60 ₽
428 984,40 ₽
270 000,00 ₽
288 000,00 ₽
101 031,60 ₽
70 516,80 ₽
60 750,00 ₽
36 000,00 ₽
20 016,00 ₽
15 000,00 ₽

Задание 6. Создать запрос на создание новой таблицы «18_Создание таблицы»:

1. Создайте запрос на выборку по всем таблицам путем отбора нужных полей. Присвойте ему имя и проверьте правильность его выполнения.
2. В области навигации выделите названный запрос и с помощью команды контекстного меню откройте его в режиме Конструктора.
3. Преобразуйте этот запрос на выборку в запрос на создание таблицы, выполнив команду **Создание таблицы** в группе **Тип запроса** на вкладке Конструктора, или выбрав команду контекстного меню запроса **Тип запроса – Создание таблицы.**
4. В окне **Создание таблицы** введите имя создаваемой таблицы «Объединенная» (рис. 3.14).
5. Для того чтобы просмотреть, какие записи будут помещены в новую таблицу, щелкните по кнопке **Режим** на ленте Конструктора запросов в группе **Результаты**.

6. Выполните запрос. Откроется окно сообщений с запрашиваемым разрешением (рис. 3.15). Подтвердите согласие на создание новой таблицы. После этого таблицу можно увидеть в списке таблиц области навигации (рис. 3.16).

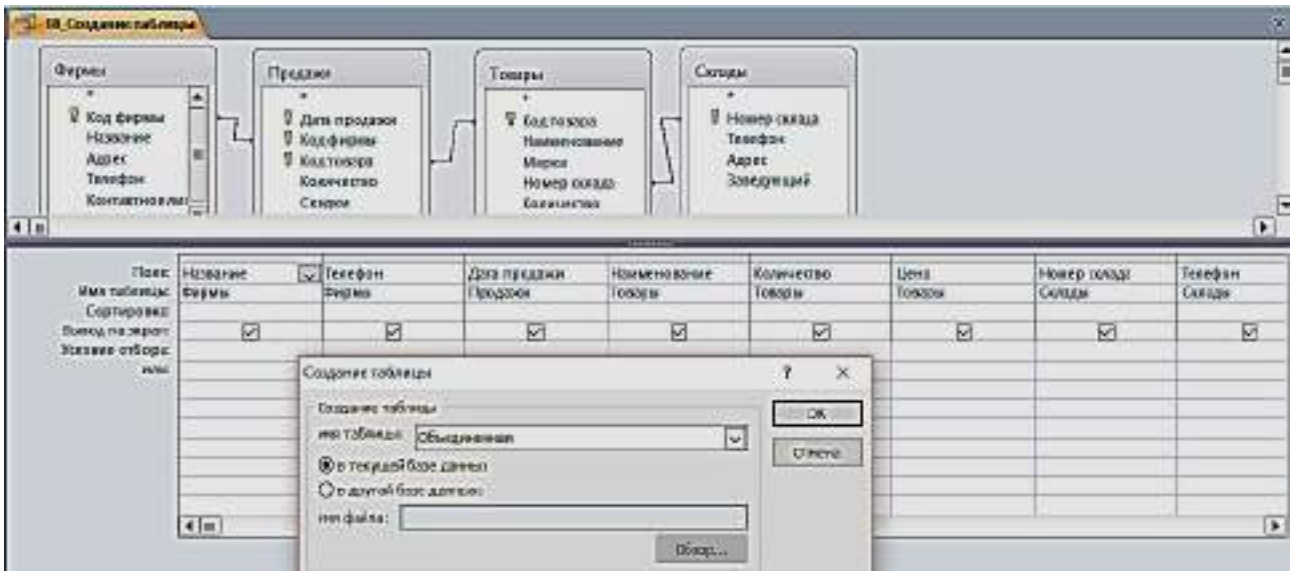


Рис. 3.14. Определение имени таблицы, создаваемой в запросе

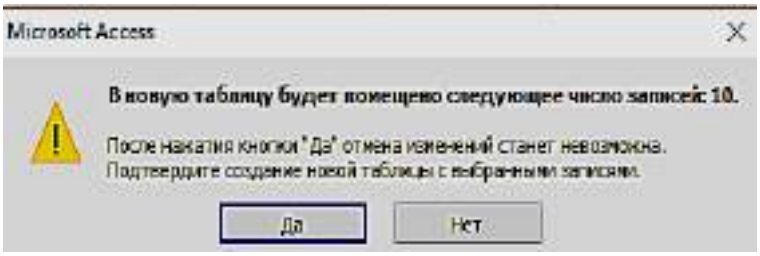


Рис. 3.15. Окно сообщений

Объединенная

Название	Фирмы_Телефон	Дата продажи	Наименование	Количество	Цена	Номер склада	Склады_Телефон
ООО "Геомар Недра"	4956180510	19.01.2018	Тахеометр	7	428 984,40 ₽	1	3433818888
ООО "Геомар Недра"	4956180510	27.01.2018	Тахеометр	5	383 355,60 ₽	1	3433818888
ООО "Навгеоком"	3432535355	25.01.2018	Тахеометр	5	288 000,00 ₽	2	3433795102
ООО "Навгеоком"	3432535355	02.02.2018	Тахеометр	6	270 000,00 ₽	2	3433795102
ООО "А-ГЕО"	9040957045	20.01.2018	Теодолит	9	101 031,60 ₽	3	3432751822
ООО "А-ГЕО"	9040957045	30.01.2018	Теодолит	8	90 750,00 ₽	3	3432751822
ООО "А-ГЕО"	9040957045	10.02.2018	Теодолит	10	30 000,00 ₽	3	3432751822
ООО "А-ГЕО"	9040957045	15.02.2018	Теодолит	9	101 031,60 ₽	3	3432751822
ГеоСтройПрибор	4732712144	15.01.2018	Нивелир	18	15 000,00 ₽	4	3433102222
ГеоСтройПрибор	4732712144	05.02.2018	Нивелир	15	20 016,00 ₽	4	3433102222

Рис. 3.16. Результат запроса на создание новой таблицы

Задание для самостоятельной работы

1. По таблице «Товары» сформировать запрос по наименованию товаров на букву Т.

2. По таблице «Товары» сформировать запрос на выборку товаров, цена которых более 100 000 рублей и количество больше или равно 5.

3. По таблице «Продажи» сформировать запрос на выборку товаров, скидки которых равны 5, за период меньше или равный 02 февраля 2018 г.

4. По таблице «**Товары**» сформировать запрос с вычисляемым полем, вычислить цену с НДС, при ставке 18 %.

5. Создать параметрический запрос, в котором выдавалось бы сообщение «**Введите наименование товара**».

6. По таблице «**Товары**» сформировать запрос с вычисляемым полем, об увеличении цены на 10 % в январе месяце.

7. По таблице «**Товары**» сформировать запрос с вычисляемым полем, вычислить сумму за январь.

8. По таблице «**Товары**» сформировать запрос с вычисляемым полем, найти увеличение количества нивелиров в 2 раза.

9. Создать новую таблицу, состоящую из таблиц «**Продажи**» и «**Фирмы**», с полями на ваш выбор (поле – количество обязательно).

10. По новой созданной таблице создать запрос на обновление количества товара в 3 раза.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

Работа с формами

Формы являются основой разработки диалоговых приложений пользователя с базой данных. Работая с формой, пользователь может добавлять, удалять и изменять записи таблиц, получать расчетные данные. Форма состоит из элементов управления, которые отображают поля таблиц и графические элементы, не связанные с полями таблиц. Элементы управления предназначены для разработки макета формы: размещение полей таблиц и запросов, надписей, внедряемых объектов (рисунков, диаграмм), вычисляемых полей, кнопок, выполняющих печать и открывающих др. объекты или задачи.

Однотабличная форма предназначена для загрузки, просмотра и корректировки данных одной таблицы. Источником данных такой формы служит единственная таблица. Она может быть создана одним щелчком мыши с помощью команд автоматического создания формы: **Форма, Разделенная форма** или **Несколько элементов**, размещенных на вкладке **Создание** в группе **Формы** (рис. 4.1).

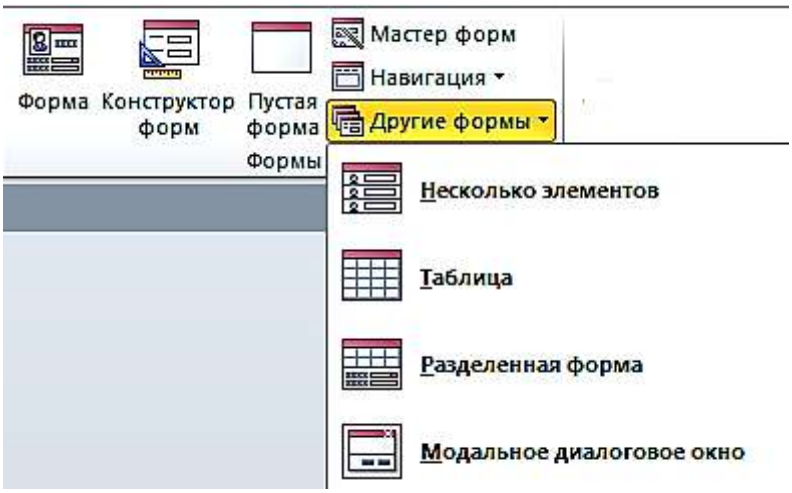


Рис. 4.1. Команды группы формы на вкладке ленты **Создание**

Задание 1. Создать однотабличную форму «**Товары для ввода, просмотра и корректировки данных»** таблицы «**Товары**». Чтобы источником записей формы стала таблица «**Товары»**, выберите её в области навигации и выполните команду форма на вкладке **Создание**. Эта команда обеспечит автоматическое создание формы на основе только выбранной таблицы (рис. 4.2).

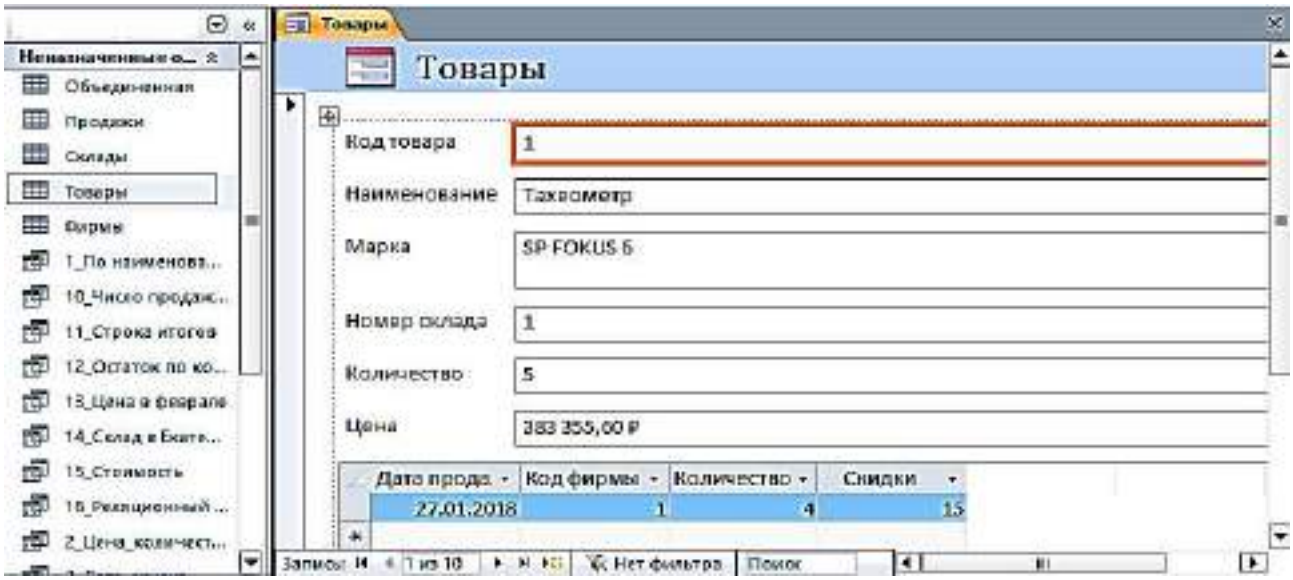


Рис. 4.2. Форма, полученная по команде **Форма**, для работы с таблицей «**Товары**»

Условное форматирование элементов управления

Для изменения внешнего вида элемента управления в форме**,** в зависимости от одного или нескольких условий используйте условное форматирование.

Задание 2. Изменить в форме «**Товары**» цвет денежных значений в поле «**Цена**» на красный, заливку на желтый, шрифт жирный, когда они оказываются выше заданной величины, например, 100 000 руб.

1. Выберите поле Цена, в котором нужно произвести изменения. На вкладке ленты **Формат** в группе **Форматирование элементов управления** выберите команду **Условное форматирование**. Откроется диалоговое окно **Диспетчер правил условного форматирования** (рис. 4.3).

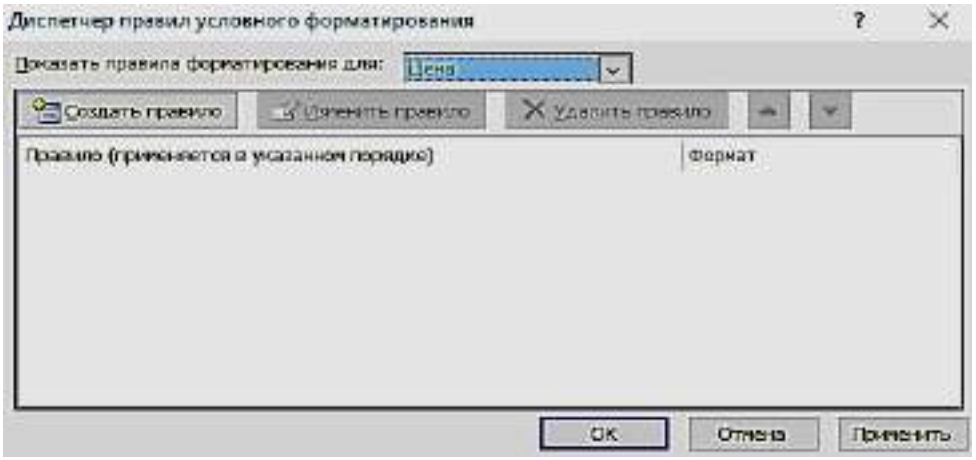


Рис. 4.3. Окно с пустым списком правил форматирования

2. Чтобы создать первое правило условного форматирования щелкните по кнопке **Создать правило**.

3. В окне **Новое правило форматирования** выберите тип правила и сформируйте описание правил, согласно которым будет производиться заданное форматирование поля.

4. В первом поле со списком выберите пункт **Значения поля**, во втором выберите тип сравнения – **больше** и введите постоянное значение в третье поле – 100000, не используя знака денежных единиц.

5. Выберите начертание шрифта, цвет и другие параметры форматирования. Нажмите кнопку ОК (рис. 4.4).

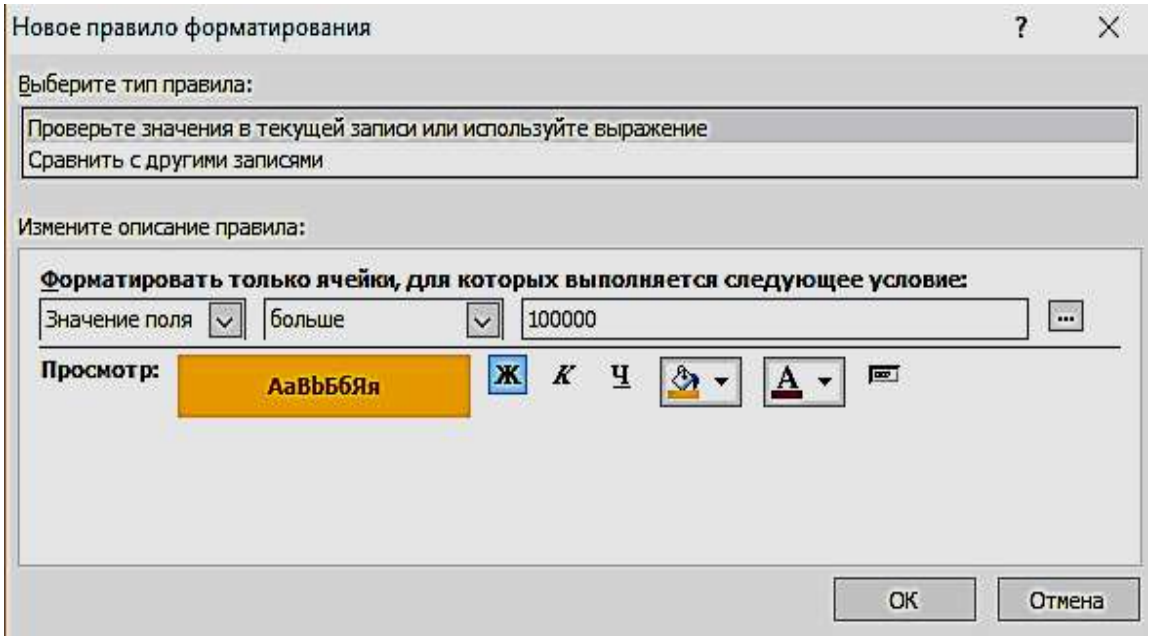


Рис. 4.4. Окно определения условий форматирования

Задание 3. Создать однотабличную форму «**Склады**». Для создания выбрать таблицу «**Склады**», использовать команду **Форма**, автоматически будет создана форма, содержащая встроенную подчиненную таблицу «**Товары**». Источником записей главной формы будет таблица «**Склады**». Такое поведение команды **Форма** вызвано тем, что таблица «**Склады**» имеет подчиненную таблицу «**Товары**», с которой она находиться в отношении 1:∞, и эта связь определена в схеме данных (рис. 4.5).

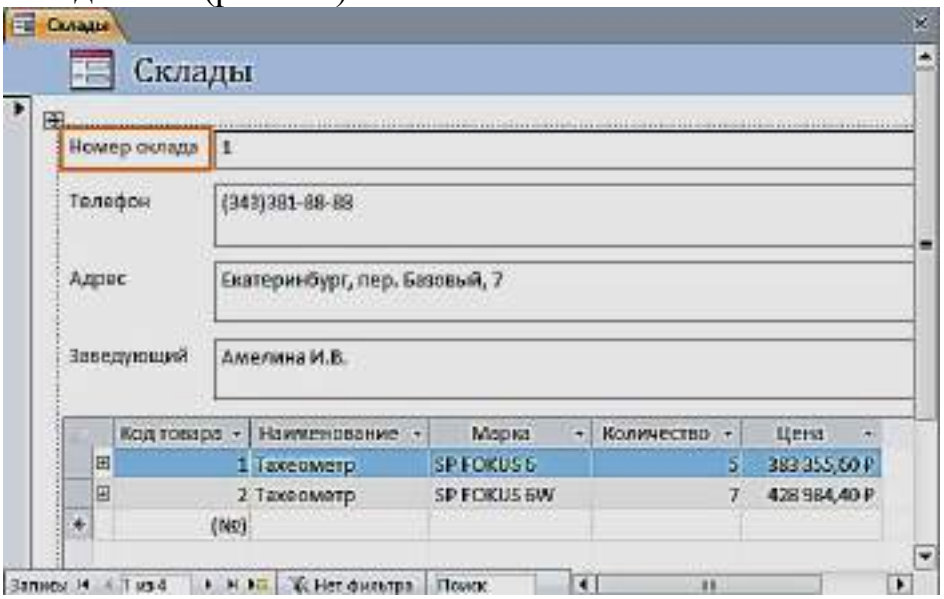


Рис. 4.5. Форма по таблице «**Склады**» с встроенной подчиненной «**Товары**»

Создание разделенной формы

Разделенная форма позволяет синхронно отображать данные одного источника в двух представлениях: в режиме формы и в режиме таблицы.

Задание 4. Создать однотабличную разделенную форму для работы с данными таблицы «**Продажи**». Выберите таблицу «**Продажи**» в области навигации и выполните команду **Разделенная форма** на вкладке ленты **Создание** в группе **Формы**. Эта команда обеспечит автоматическое создание формы на основе только одной выбранной таблицы. Созданная форма отобразится в режиме макета (рис. 4.6).

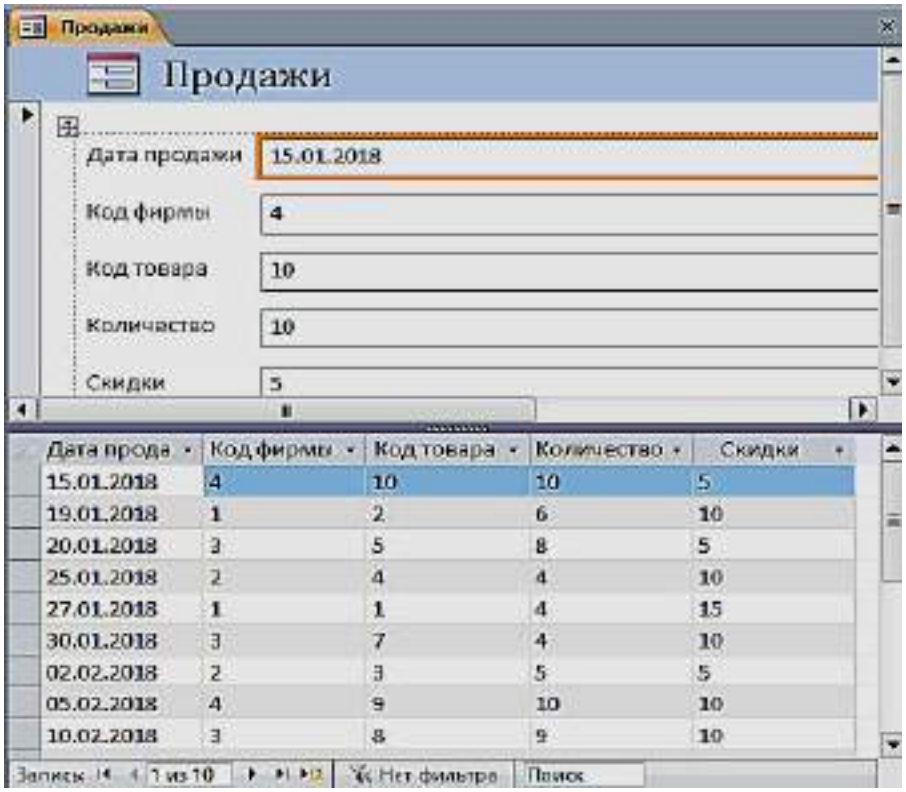


Рис. 4.6. Разделенная форма «**Продажи**»

Многотабличные формы

Многотабличная форма создается для работы с данными нескольких взаимосвязанных таблиц. Источником данных такой формы является многотабличный запрос. При этом форма может быть простой, отображающей одну запись в столбик, или ленточной, отображающей все записи в табличном виде с надписями в заголовке формы. Для такой формы могут быть использованы команды **Форма** или **Несколько элементов**.

Многотабличная форма может быть составной: состоять из главной формы и одной или нескольких подчиненных включаемых форм.

Задание 5. Создать составную форму воспользовавшись реляционным запросом. Выберите запрос «**16_реляционный запрос**» в области навигации и

выполните команду **Форма** на вкладке **Создание**. Эта команда обеспечит автоматическое создание формы на основе выбранного запроса (рис. 4.7). В режиме Конструктора можно изменить заголовок.

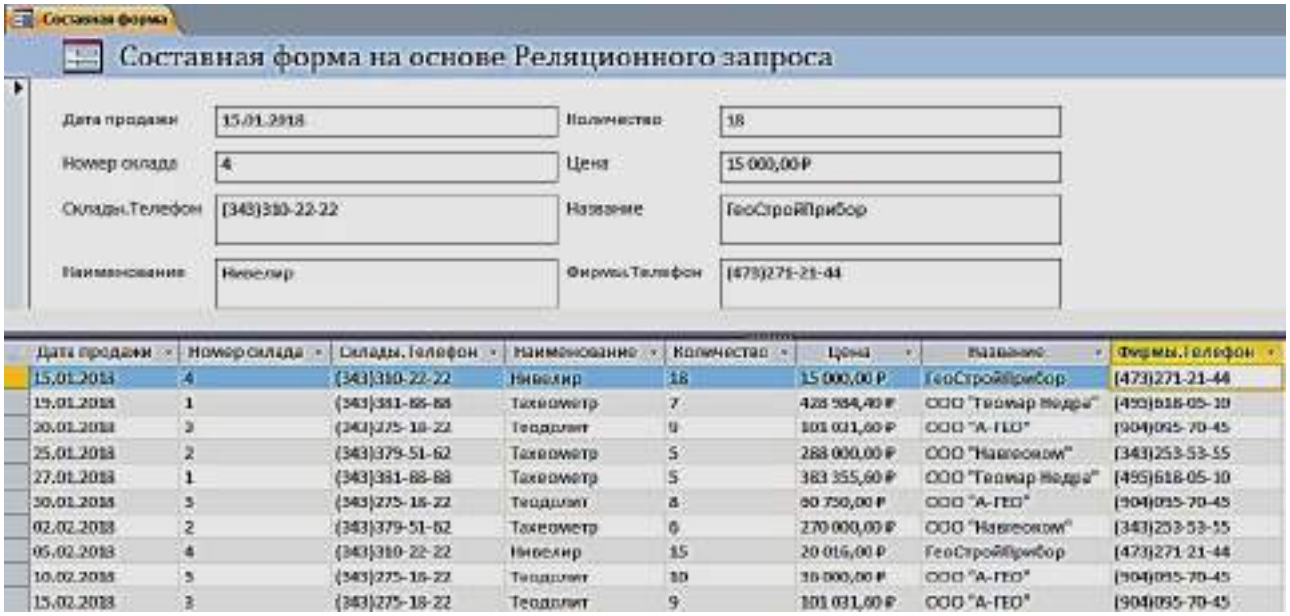


Рис. 4.7. Составная форма

Создание многотабличной формы с помощью мастера

Основным средством создания многотабличной формы можно считать мастер форм, который, запросив у пользователя сведения о включаемых в форму полях из нескольких взаимосвязанных таблиц и запросов, создает составную или одиночную форму.

Задание 6. С помощью мастера создайте форму для работы с данными о продажах товаров

Для вызова мастера форм выполните на вкладке ленты **Создание** в группе **Формы** команду **Мастер форм**. Отобразится окно мастера **Создания форм**, представленное на рис. 4.8.

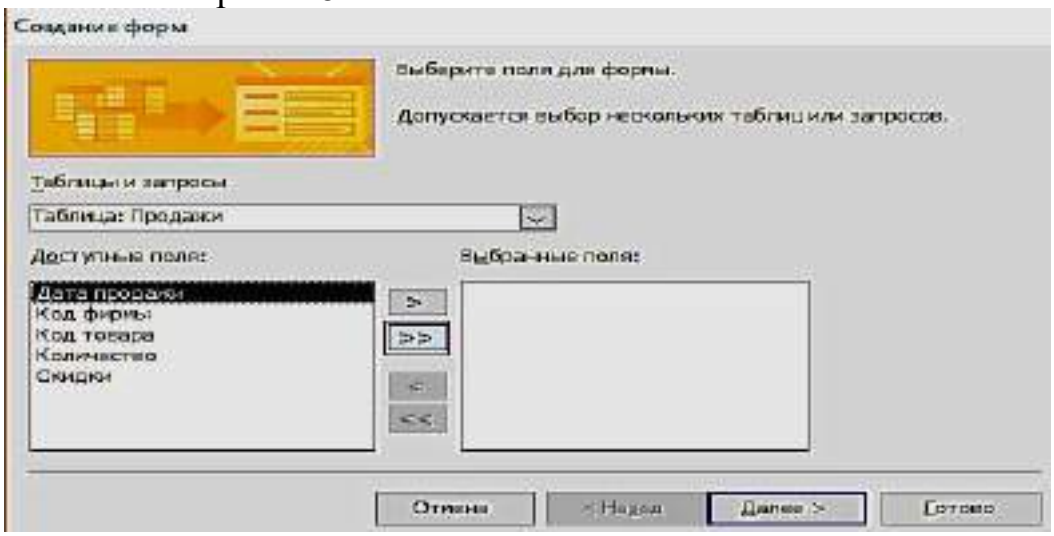


Рис. 4.8. Выбор таблиц и полей для создаваемой формы

Если предварительно в области навигации не была выбрана таблица «**Продажи**», выберите её в раскрывающемся списке **Таблицы и запросы** диалогового окна мастера. Затем отберите из списка **Доступные поля,** в нашем случае все, кроме поля «**Скидки**» (рис. 4.9).

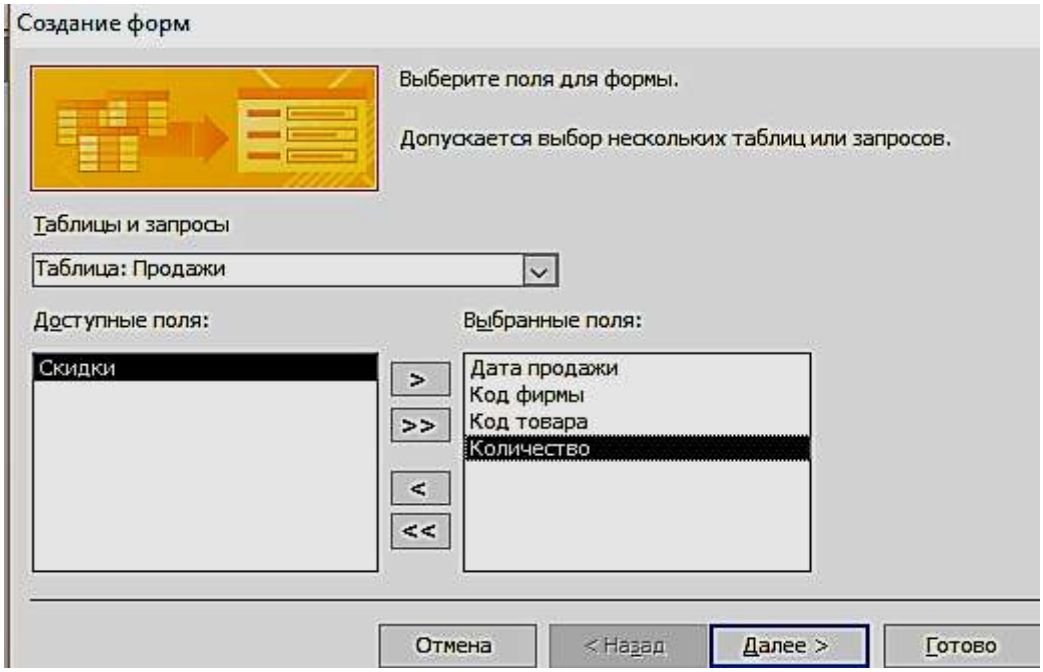


Рис. 4.9. Выбранные поля таблицы «**Продажи**» для создаваемой формы

Переходим к выбору полей из таблицы «**Товары**». Перетаскиваем все поля, кроме поля Код товара. После выбора полей для обеих таблиц и нажатия кнопки Далее в окне создание форм в списке **Выберите тип представления данных** надо выделить имя таблицы Продажи и щелкнуть по кнопке «**Далее**» (рис. 4.10).

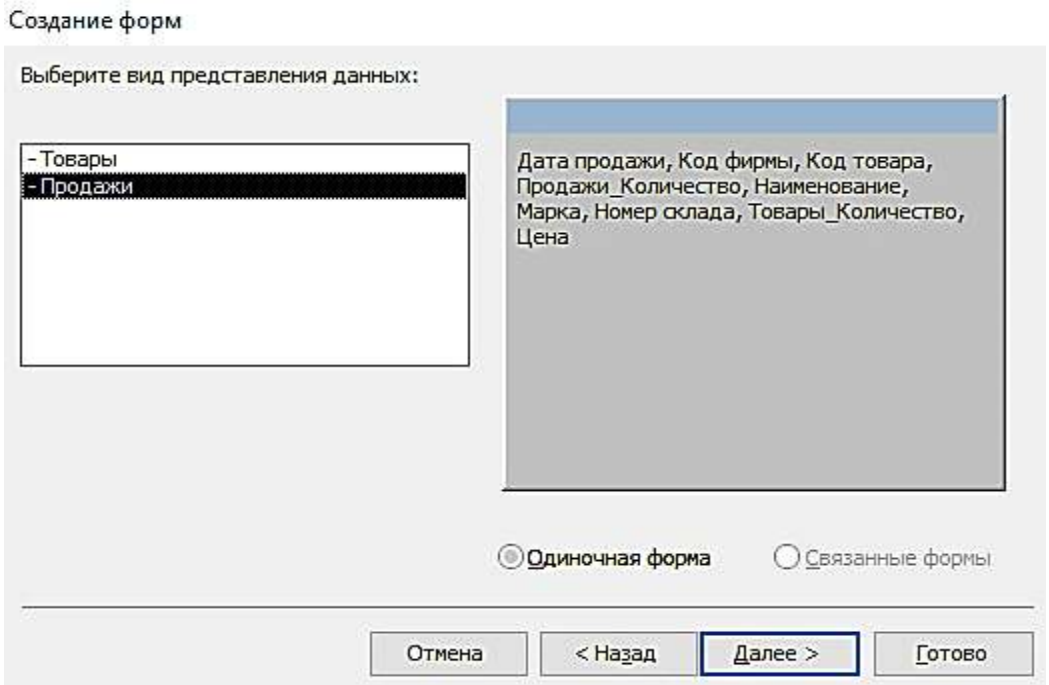


Рис. 4.10. Выбор вида представления данных

В следующем диалоговом окне предоставляется возможность выбрать внешний вид формы и нажать кнопку «**Готово**» (рис. 4.11).

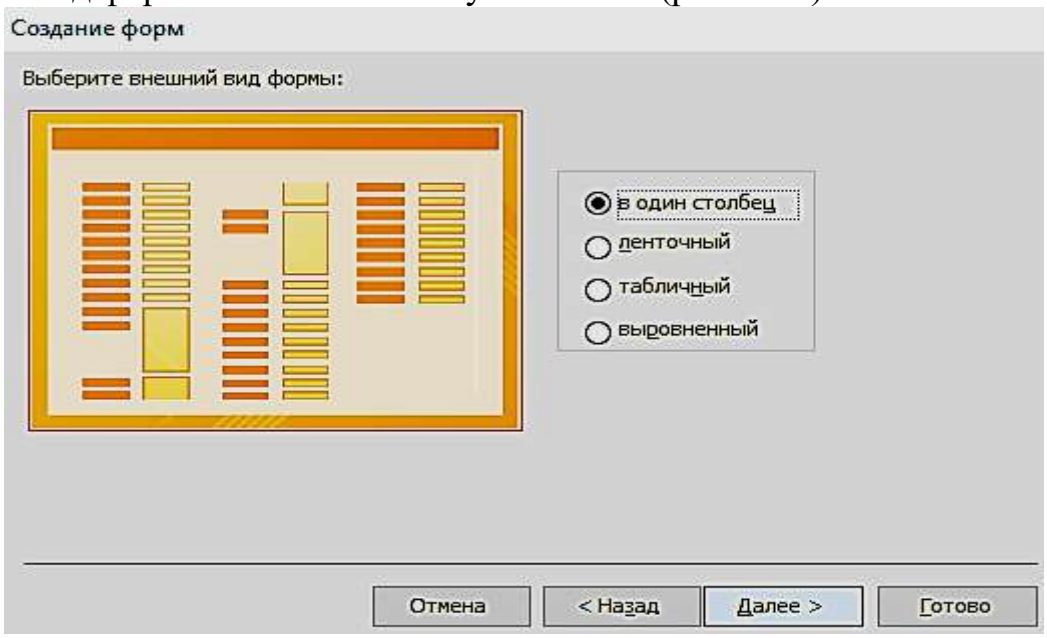


Рис. 4.11. Выбор вида формы в один столбец

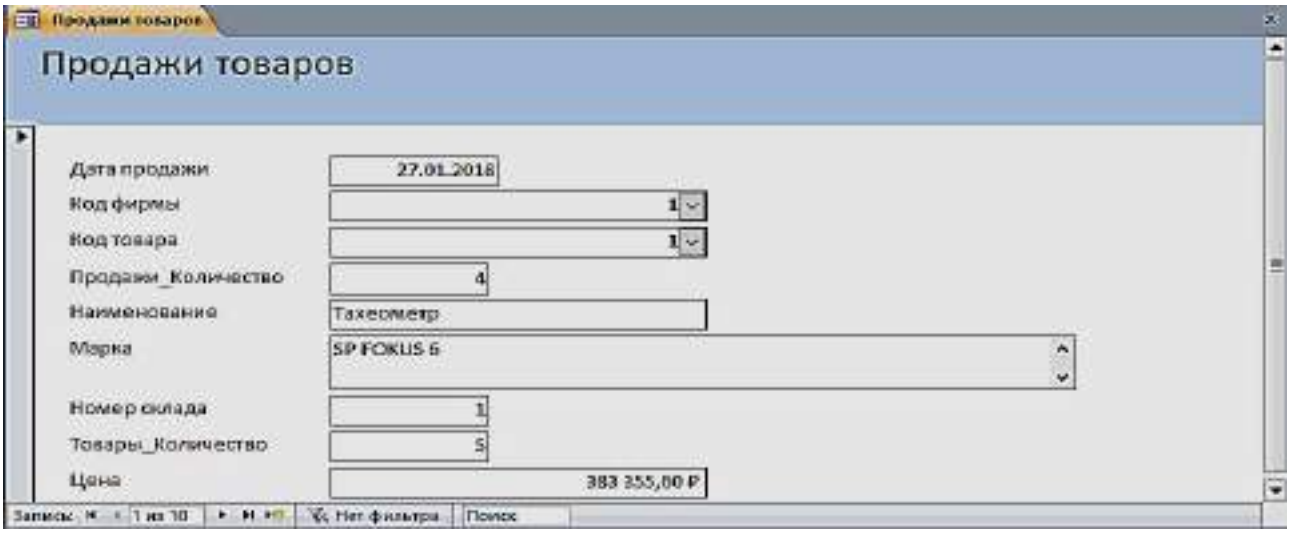


Рис. 4.12. Форма, открытая для просмотра, корректировки и ввода данных

Одиночная многотабличная форма

Одиночную форму, включающую поля из нескольких связанных таблиц, позволяет быстро построить инструмент **Пустая форма.** Выполните команду **Пустая форма** на вкладке ленты **Создать** в группе **Формы**. Откроется пустая форма в режиме макета и отобразится область **Список полей**. В списке перечислены все таблицы базы данных, и предоставляется возможность открыть список полей каждой из них (рис. 4.13). Чтобы добавить поле в форму, щелкните на нем двойным щелчком или перетащите его в форму. Для отображения каждого поля Access создает в форме соответствующий элемент управления и привязывает его к полю. Кроме того, для элемента управления создается присоединенная надпись.

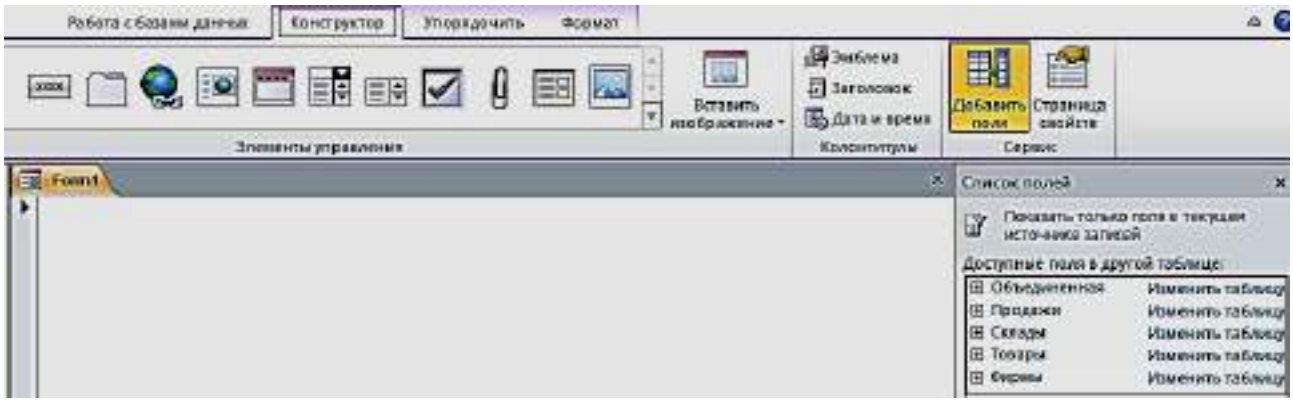


Рис. 4.13. Область **Список полей** при создании одиночной формы

Задание 7. Создать одиночную многотабличную форму для просмотра всех данных базы. Выполните команду **Пустая форма.** В области **Список полей** откройте список полей таблицы «**Продажи**», щелкнув знак «Плюс» рядом с её именем. Добавьте в форму необходимые поля (Дата продажи, Код фирмы, Код товара, Количество, Скидки). Далее последовательно добавляйте поля из таблицы «**Товары**» (Наименование, Марка, Цена), затем из таблицы «**Склады**» (Номер склада, Телефон, Адрес, Заведующий) и из таблицы «**Фирмы поля**» – (Название, Адрес, Телефон, Контактное лицо, Должность). Сохранить форму под именем «Общие данные».

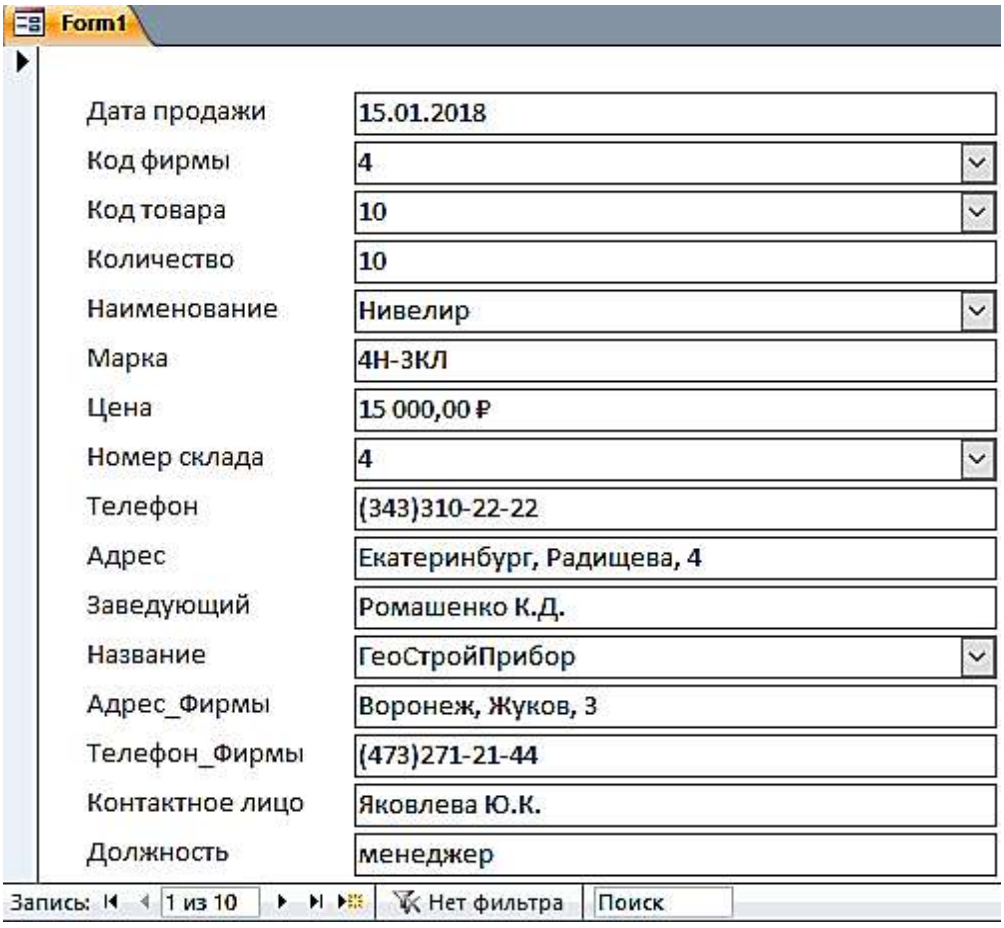
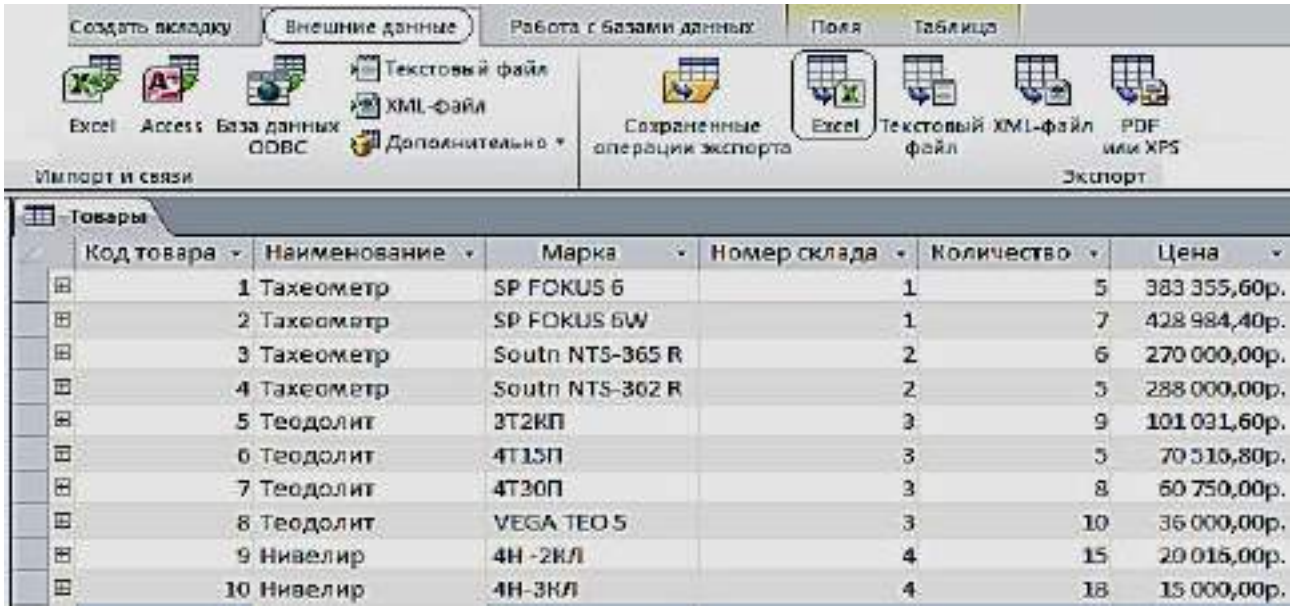


Рис. 4.14. Форма «**Общие данные**», созданная с помощью инструмента **Пустая форма**

Задание 8. Создать одиночную форму с помещенной в неё гистограммой

Для этого откройте таблицу «**Товары**». В группе **Импорт и связи** на вкладке **Внешние данные** выберите на ленте **Экспорт в таблицу Excel** (рис. 4.15).



Товары

Код товара	Наименование	Марка	Номер склада	Количество	Цена
1	Тахеометр	SP FOKUS 6	1	5	383 355,60р.
2	Тахеометр	SP FOKUS 6W	1	7	428 984,40р.
3	Тахеометр	Soutn NTS-365 R	2	6	270 000,00р.
4	Тахеометр	Soutn NTS-362 R	2	5	288 000,00р.
5	Теодолит	3Т2КП	3	9	101 031,60р.
6	Теодолит	4Т15П	3	5	70 516,80р.
7	Теодолит	4Т30П	3	8	60 750,00р.
8	Теодолит	VEGA TEO 5	3	10	36 000,00р.
9	Нивелир	4Н -2КЛ	4	15	20 016,00р.
10	Нивелир	4Н-3КЛ	4	18	15 000,00р.

Рис. 4.15. Окно экспорта таблицы «**Товары**» на лист Excel

Выберите место назначения для экспорта таблицы «**Товары**», для этого нажмите на кнопку **Обзор**, выберите соответствующую папку (рис. 4.16, 4.17).

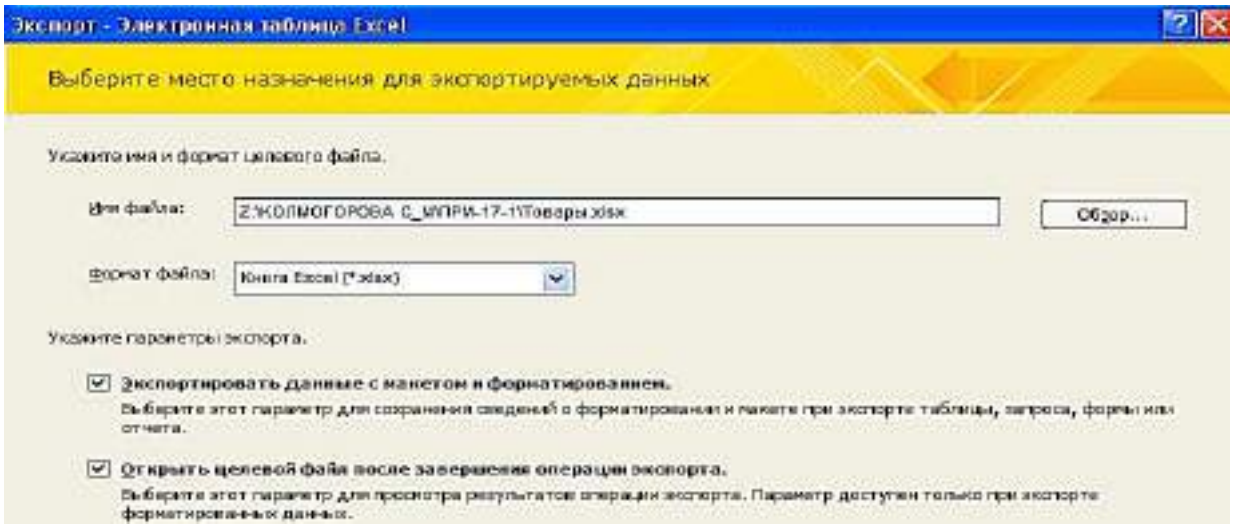


Рис. 4.16. Окно выбора места назначения для экспорта таблицы «**Товары**»

	A	B	C	D	E	F
1	Код товара	Наименование	Марка	Номер склада	Количество	Цена
2	1	Тахеометр	SP FOKUS 6	1	5	383 355,60р.
3	2	Тахеометр	SP FOKUS 6W	1	7	428 984,40р.
4	3	Тахеометр	Soutn NTS-365 R	2	6	270 000,00р.
5	4	Тахеометр	Soutn NTS-362 R	2	5	288 000,00р.
6	5	Теодолит	3Т2КП	3	9	101 031,60р.
7	6	Теодолит	4Т15П	3	5	70 516,80р.
8	7	Теодолит	4Т30П	3	8	60 750,00р.
9	8	Теодолит	VEGA TEO 5	3	10	36 000,00р.
10	9	Нивелир	4Н -2КЛ	4	15	20 016,00р.
11	10	Нивелир	4Н-3КЛ	4	18	15 000,00р.

Рис. 4.17. Таблица «**Товары**» в Excel, экспортируемая из Access

Построение гистограммы по колонкам «**Наименование**» и «**Цена**» (рис. 4.18).

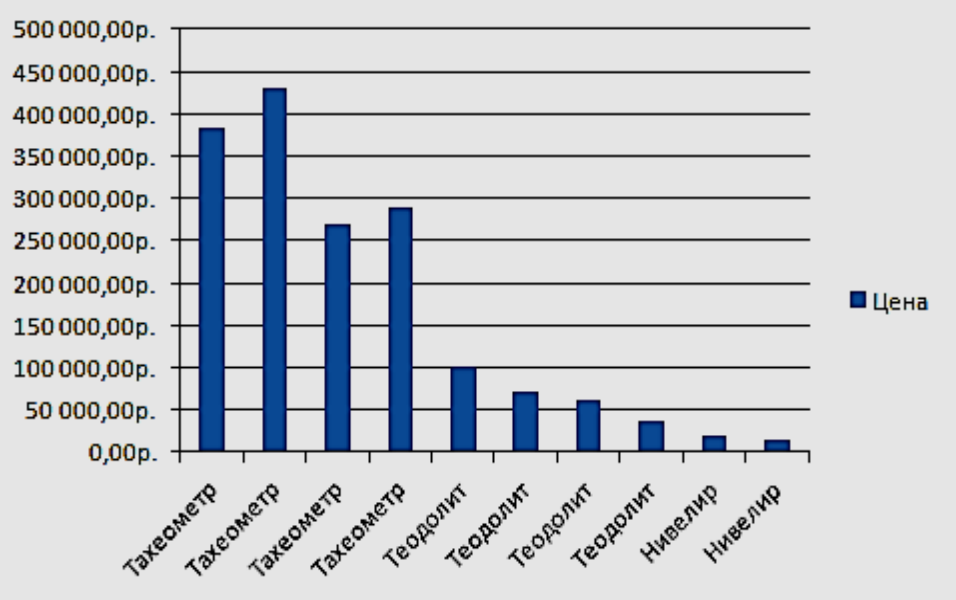


Рис. 4.18. Гистограмма, соответствующая таблице «**Товары**»

Скопируйте гистограмму в Excel. В Access выполните команду **Пустая форма** на вкладке ленты **Создать** в группе **Формы**. В режиме «**Конструктор**» произвести вставку гистограммы. Сохранить форму под названием **Гистограмма** (рис. 4.19).

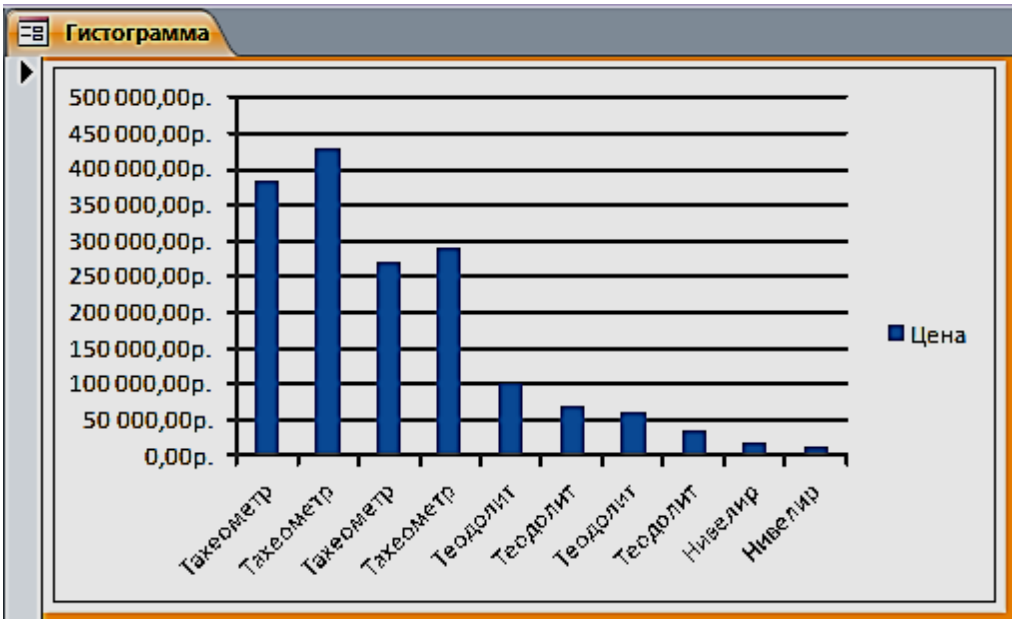


Рис. 4.19. Форма «Гистограмма»

Задание для самостоятельной работы

1. Изменить в форме «**Товары**» цвет денежных значений в поле «**Цена**» на зеленый, заливку на светло-зеленый, начертание шрифта – жирный курсив, когда они оказываются меньше или равны 80000 руб.
2. Создать форму «**Фирмы**» с подчиненной «**Продажи**».

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

Работа с отчетами

Средства Access по разработке отчетов предназначены для конструирования макета отчета, в соответствии с которым осуществляется вывод данных из определенного источника записей в виде выходного печатного документа.

Отчет может создаваться с помощью Мастера или в режиме Конструктора отчетов.

Задание 1. Выберем в области навигации таблицу «**Фирмы**», данные из которой будут источником записей отчета. На вкладке ленты **Создание** в группе **Отчеты** выполнить команду **Отчет**.

Access создаст отчет и отобразит его в режиме макета (рис. 5.1). В отчете будут представлены все записи таблицы «**Фирмы**». Размещение полей таблицы – источника записей отчета – в разделах отчета представлено на рис. 5.2.

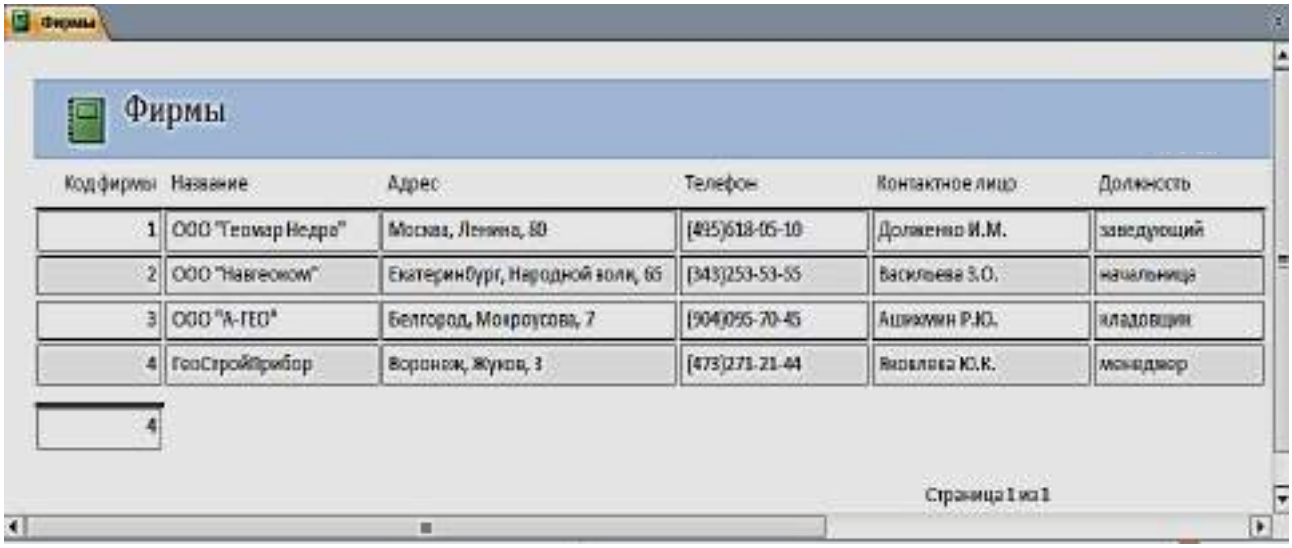


Рис. 5.1. Отчет в режиме «**Макета**»

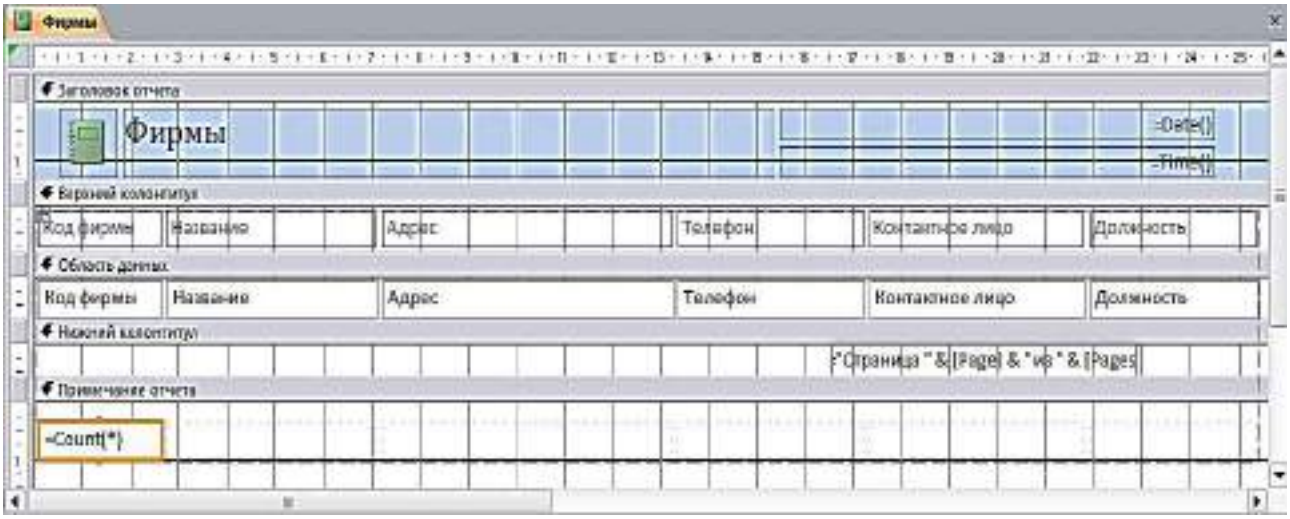


Рис. 5.2. Разделы однотабличного отчета в режиме Конструктора

В режиме макета легко привести созданный отчет в соответствие с заданными требованиями. Измените название отчета на «Контакты». Для этого выполните двойной щелчок на нем и введите новое название. Выделите макет отчета и измените заливку, размер шрифта, выбрав его на вкладке **Главная** в группе **Форматирование текста** или на вкладке **Формат** в группе **Шрифт.** Для изменения параметров страницы выполняйте команды соответствующей вкладки ленты. Пунктирной линией в отчете отмечена граница полей страницы. Отображение этой линии регулируется кнопкой **Показать поля** на вкладке ленты **Параметры страницы.** Для выбора размеров полей страницы может быть использована коллекция, отображаемая при нажатии кнопки **Поля.** На этой же вкладке можно выбрать размер бумаги, ориентацию страницы и ряд др. параметров (рис. 5.3).

Рис 5.3. Отформатированный отчет в режиме Макета

Задание 2. Выберем в области навигации форму **Продажи товаров**, данные из которой будут источником записей отчета. На вкладке ленты **Создание** в группе **Отчеты** выполнить команду **Отчет**. Для группировки данных по дате продажи выполним команду **Группировка, сортировка и итоги.** Выберем для предлагаемого уровня группировки поле «**Дата продажи**». Откроем список, щелкнув на параметре **по кварталам**, и выберем **по месяцам.** Для закрытия списка щелкните на любом месте за его пределами (рис. 5.4, 5.5).

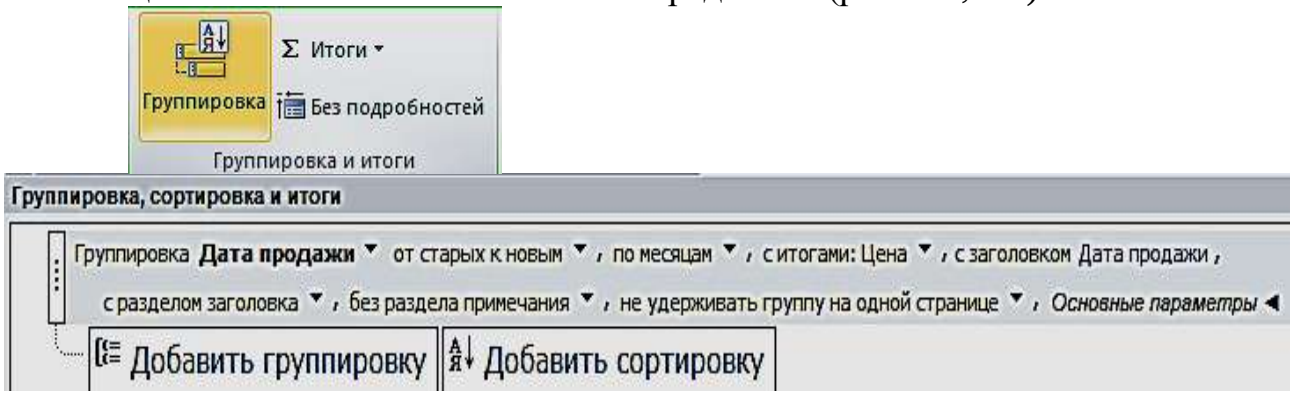
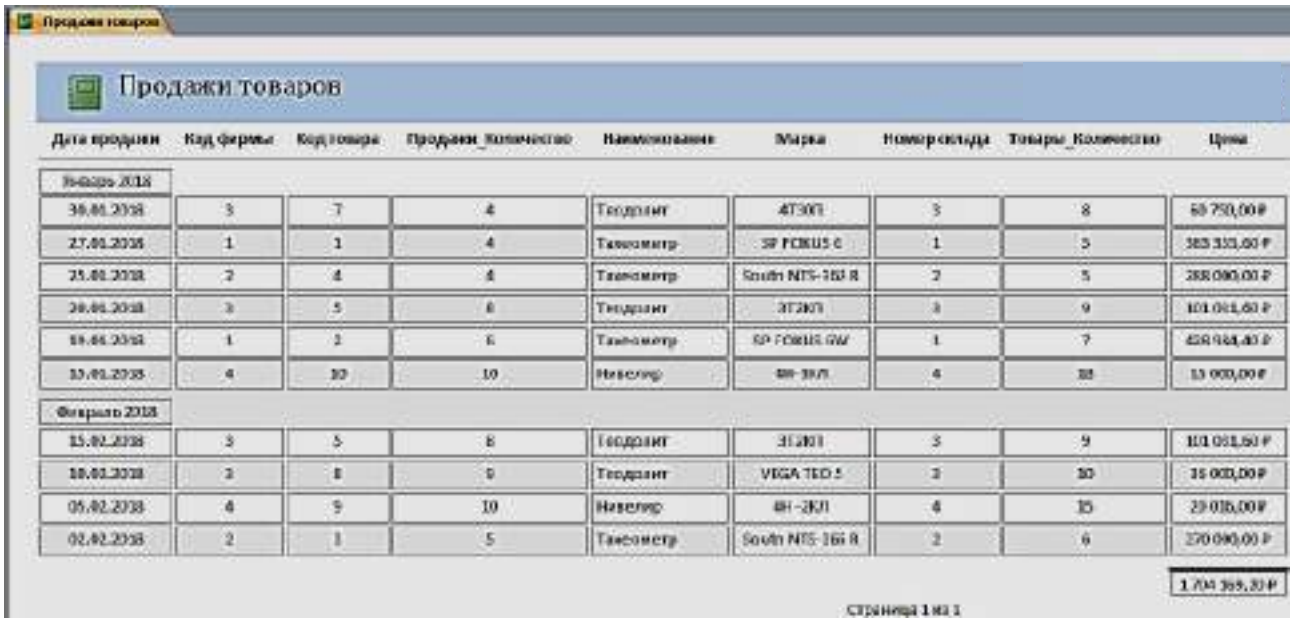


Рис. 5.4. Выбор для поля с датой группировки по месяцам



Продажи товаров

Дата продажи	Код фирмы	Код товара	Продажи_Количество	Наименование	Марка	Номер склада	Товары_Количество	Цена
Январь 2018								
30.01.2018	3	7	4	Теодолит	4T30П	3	8	60 750,00 ₽
27.01.2018	1	1	4	Тахеометр	SP FOCUS 6	1	5	383 835,60 ₽
25.01.2018	2	4	8	Тахеометр	South NTS-362 R	2	5	288 000,00 ₽
20.01.2018	3	5	8	Теодолит	3T30П	3	9	101 031,60 ₽
19.01.2018	1	1	6	Тахеометр	SP FOCUS 6W	1	7	428 984,40 ₽
15.01.2018	4	10	10	Нивелир	8H-2KП	4	15	15 000,00 ₽
Февраль 2018								
15.02.2018	3	5	8	Теодолит	3T30П	3	9	101 031,60 ₽
10.02.2018	3	8	9	Теодолит	VEGA TEO 5	3	10	15 000,00 ₽
05.02.2018	4	9	10	Нивелир	8H-2KП	4	15	23 010,00 ₽
02.02.2018	2	1	5	Тахеометр	South NTS-362 R	2	6	270 000,00 ₽
								1 704 369,20 ₽

Страница 1 из 1

Рис 5.5. Форма с датой группировки по месяцам

Задание для самостоятельной работы

Создать отчет по таблице «**Объединенная**», изображенного на рис. 5.6.

ОТЧЕТ ПРОДАЖИ

Дата продажи - по месяцам	Название	Фирмы_Телефон	Дата продажи	Наименование	Количество	Цена	Номер склада	Склады_Телефон
Январь 2018								
	ГеоСтройПрибор	4732712344	15.01.2018	Нивелир	18	15 000,00 ₽	4	3433102122
	ООО "Геомир Недра"	4556180510	19.01.2018	Тахеометр	7	428 984,40 ₽	1	3433818886
	ООО "А-ГЕО"	9040957045	20.01.2018	Теодолит	9	101 031,60 ₽	3	3432751822
	ООО "Навигация"	3432535355	25.01.2018	Тахеометр	5	288 000,00 ₽	2	3433795162
	ООО "Геомир Недра"	4556180510	27.01.2018	Тахеометр	5	383 835,60 ₽	1	3433818886
	ООО "А-ГЕО"	9040957045	30.01.2018	Теодолит	8	60 750,00 ₽	3	3432751822
Итоги для 'Дата продажи' = 30.01.2018 (6 записей)								
Сумма					51	1 277 121,60 ₽		
Февраль 2018								
	ООО "Навигация"	3432535355	02.02.2018	Тахеометр	6	270 000,00 ₽	2	3433795162
	ГеоСтройПрибор	4732712344	05.02.2018	Нивелир	15	30 016,00 ₽	4	3433102122
	ООО "А-ГЕО"	9040957045	10.02.2018	Теодолит	10	30 000,00 ₽	3	3432751822
	ООО "А-ГЕО"	9040957045	15.02.2018	Теодолит	9	101 031,60 ₽	3	3432751822
Итоги для 'Дата продажи' = 15.02.2018 (4 записей)								
Сумма					40	427 047,60 ₽		
ИТОГО					92	1 704 169,20 ₽		

Рис. 5.6. Результат отчета

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6

Создание главной кнопочной формы

с использованием макросов

Использования макросов для автоматизации управления реакцией приложения на действия пользователя в формах или отчетах позволяет создавать полноценные интерактивные приложения без написания кода *VBA*.

Макрос (от слова «макрокоманда») – программа, состоящая из последовательности макрокоманд. *Макрокоманда* – это инструкция, ориентированная на выполнение определенного действия над объектами Access и их элементами.

Например, макрокомандой можно открыть форму, отчет, напечатать отчет, запустить на выполнение запрос, применить фильтр, присвоить значение и т. д.

Задание 1. Создать главную форму управления приложением, в которой будут представлены:

- элементы для кнопочных форм запросов и гистограмма;
- макросы для таблиц и отчетов;
- макрос, с помощью которого будет закрыта база данных.

1. Выполним команду **Пустая форма** на вкладке ленты **Создать** в группе **Формы**, режим «**Конструктор**» (рис. 6.1).

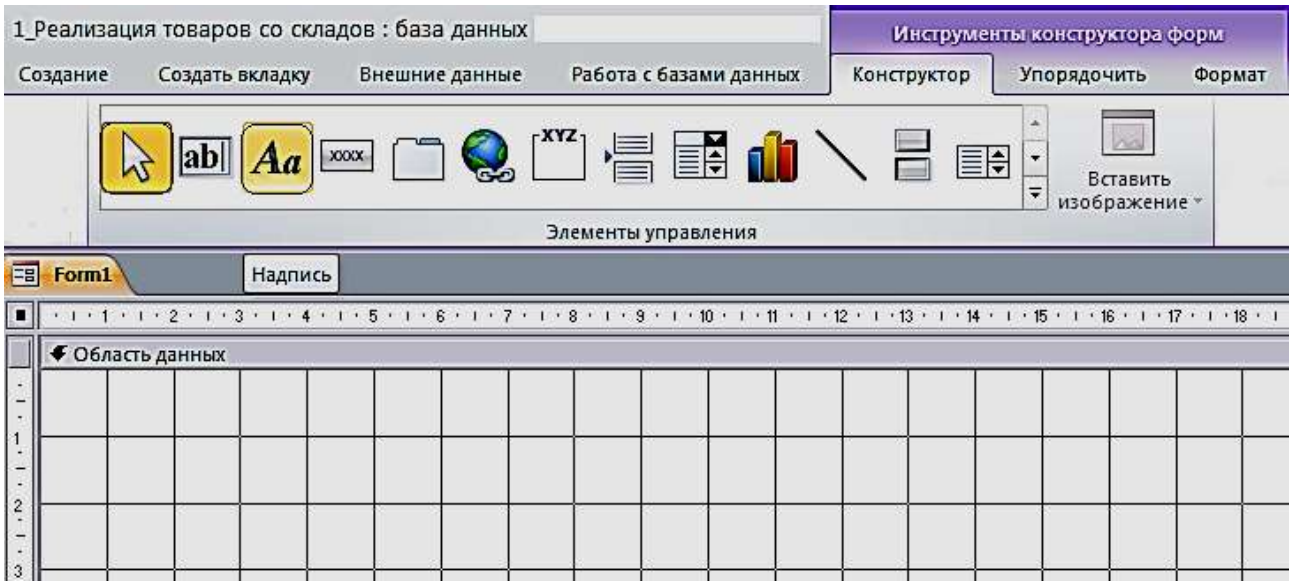


Рис. 6.1. Пустая форма в режиме «**Конструктор**» с элементами управления

2. Расположим в области **Формы** элемент **Надпись**, поместим в него название **Реализация товаров со складов** (рис. 6.2). Форматирование шрифта в надписях и кнопках осуществляется для выделенного объекта, при помощи **Инструмента конструктора форм**, в объекте **Формат**. Сохраним форму под именем «**Главная форма**».

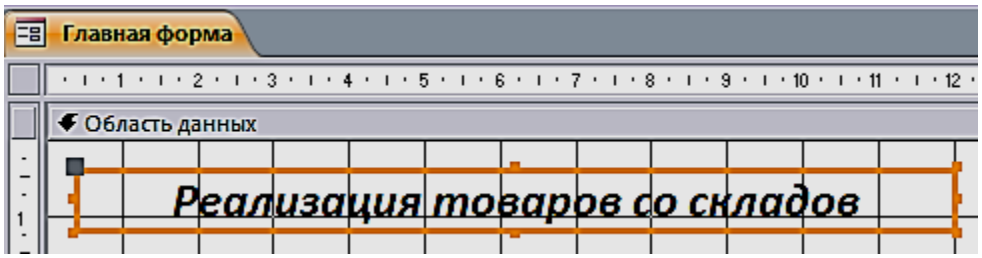


Рис. 6.2. Использование элемента управления **Надпись**

Создание макроса осуществляется в диалоговом режиме и сводится к записи в окне конструктора макроса последовательности макрокоманд, для которых задаются аргументы. Каждому макросу присваивается имя. При выполнении макроса макрокоманды выполняются последовательно в порядке их расположения. При этом используются объекты или данные, указанные в аргументах макрокоманд.

Создание макроса начинается с выполнением команды **Макрос** на вкладке ленты **Создание** в группе **Макросы и код**. В результате выполнения команды открывается окно макроса и каталог макрокоманд (рис. 6.3).

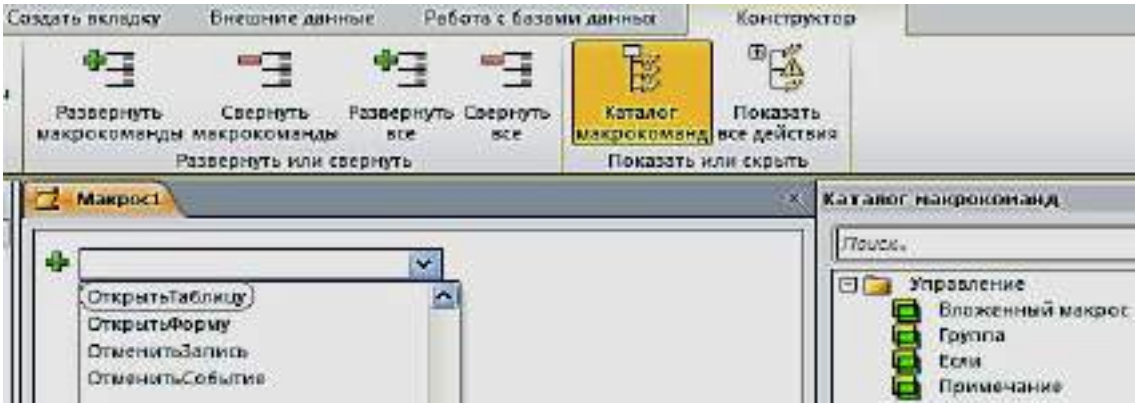


Рис. 6.3. Окно конструирования макроса с Каталогом макрокоманд

3. Создадим первый макрос **Таблицы**, при выполнении которого откроются четыре таблицы: «Продажи», «Склады», «Товары» и «Фирмы». Сохраним его под именем **Таблицы** (рис. 6.4).

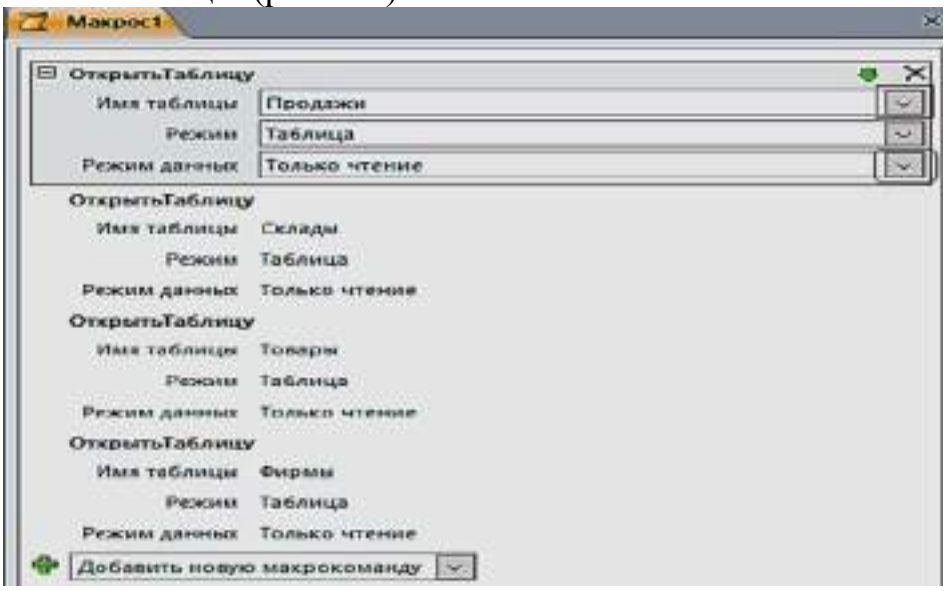


Рис. 6.4. Блок конструирования Макроса «**Таблицы**»

4. Создадим второй макрос, при выполнении которого откроется отчет «Продажи товаров» (рис. 6.5). Сохраним его под именем **Отчет**.

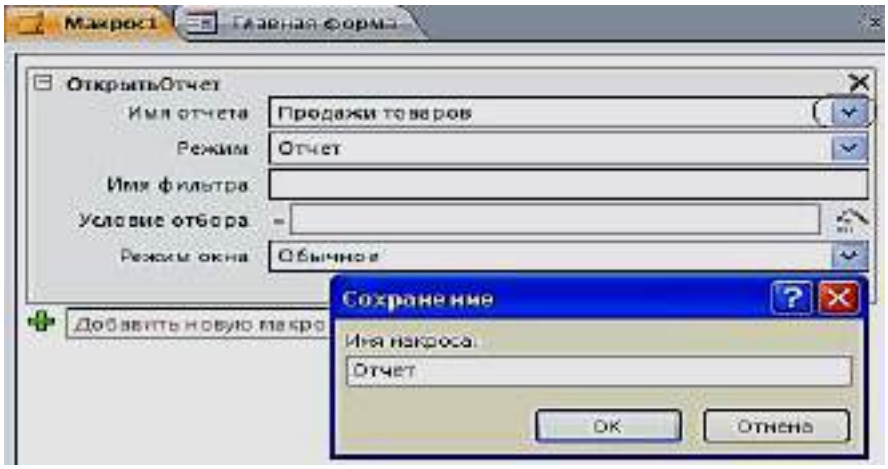


Рис. 6.5. Создание макроса **ОткрытьОтчет**

5. Создадим третий макрос, при выполнении которого откроется отчет «Продажи товаров» (рис. 6.6). Сохраним под именем **Выход.**

Рис. 6.6. Создание макроса **ЗакрытьБазуДанных**

Создание управляющих кнопок на экране

1. Создадим кнопки: **Таблицы**, **Отчет** и **Выход из БД.** Расположим в области **Главной формы** три кнопки с ранее созданными макросами. Для размещения кнопок предусмотрим, чтобы все действия осуществлялись при нажатой кнопке **«Использовать мастера»**. Переместим элемент управления **Кнопка** на форму, появится окно для создания кнопок. Выберем категорию: **Разное**, затем – действия: **Выполнить макрос,** нажмем кнопку **Далее** (рис. 6.7).

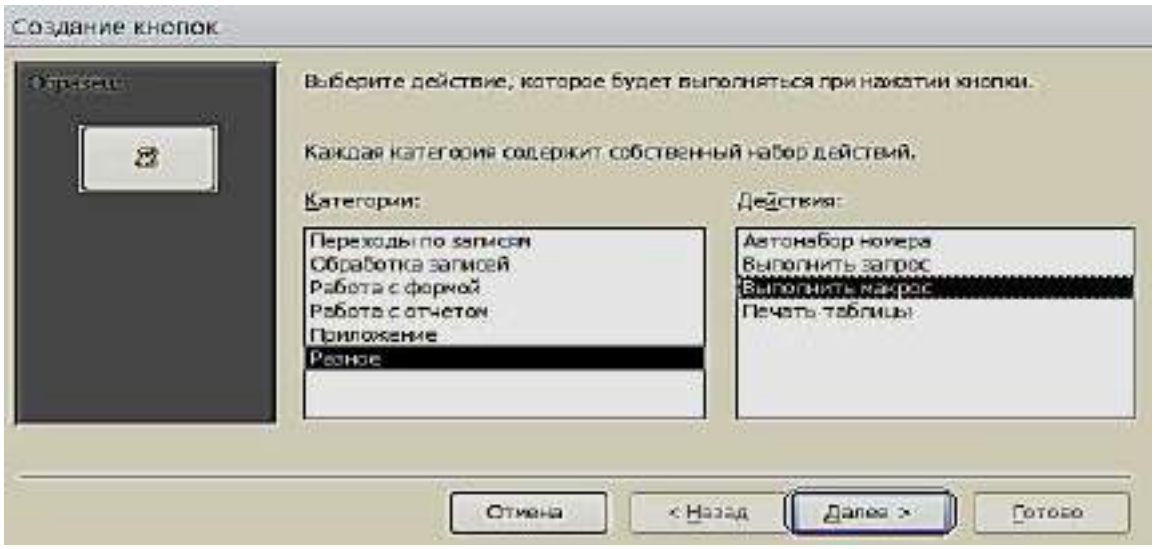


Рис. 6.7. Окно создания кнопок при работе с **Макросами**

2. Выберем соответствующий макрос (рис. 6.8). Разместим текст на кнопке.

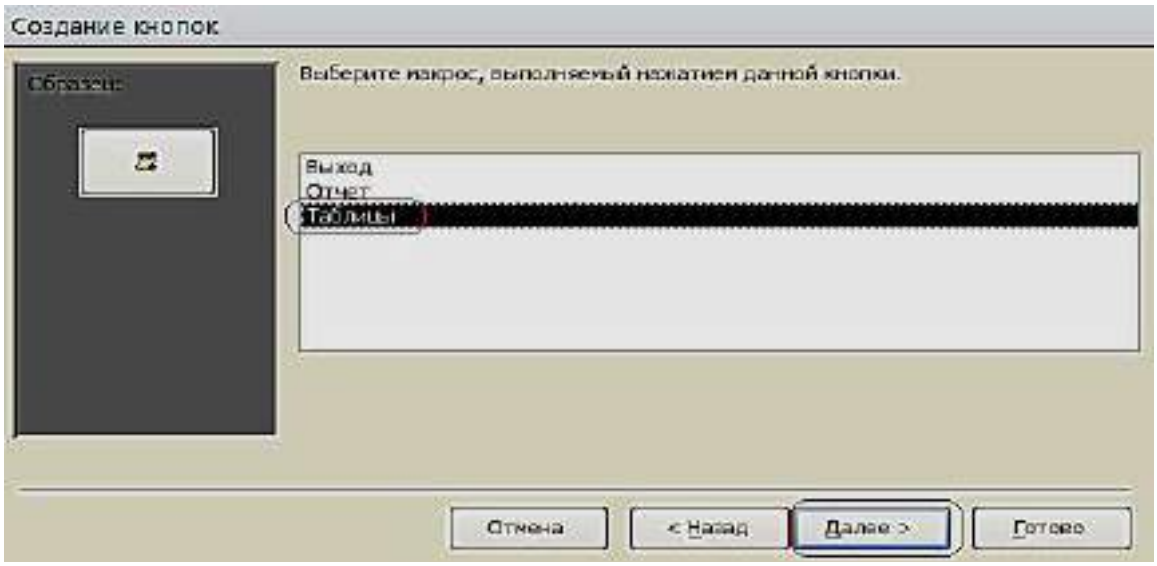


Рис. 6.8. Окно выбора макроса

3. В тексте напишем название **Таблицы** и выполним действия, указанные по кнопке **Далее** (рис. 6.9).

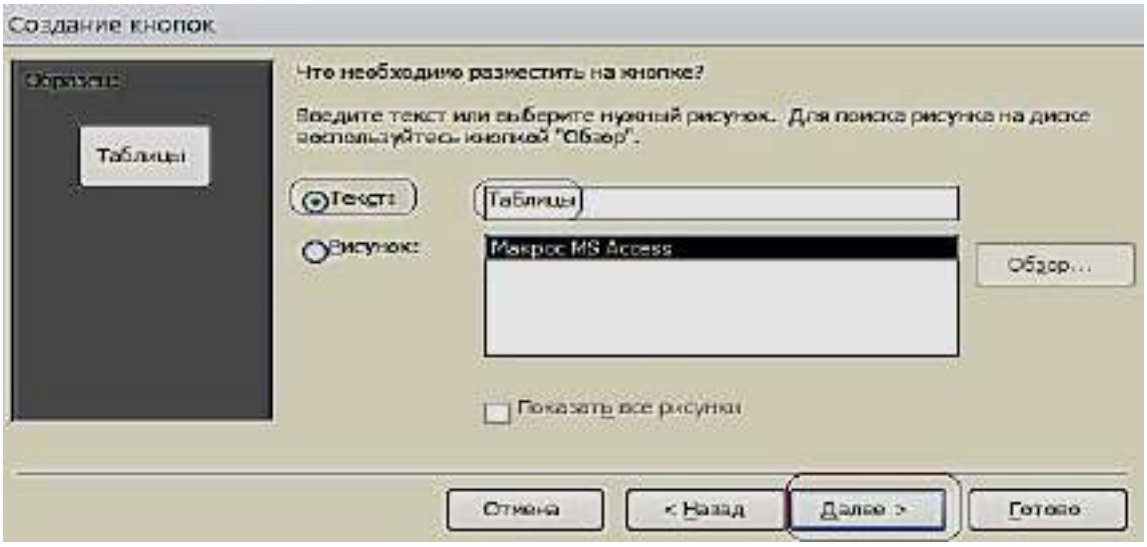


Рис. 6.9. Размещение текста на кнопке

4. Таким образом, создадим все кнопки, которые будут открываться с помощью макросов (рис. 6.10).

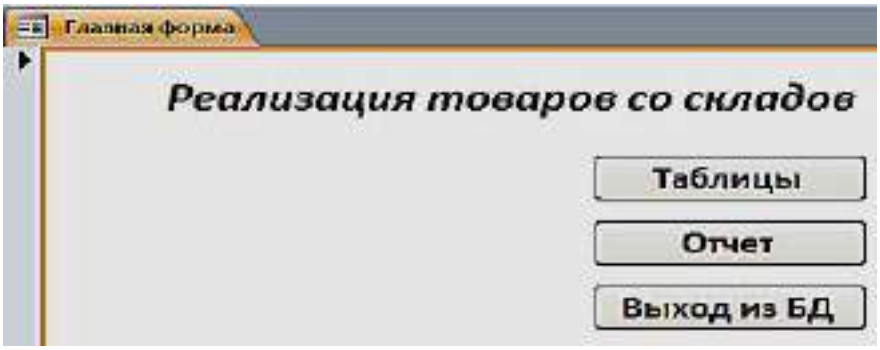


Рис. 6.10. Главная форма в режиме Макета

5. Расположим в области **Главной формы** три кнопки: **Составная форма**, **Общие данные** и **Гистограмма**. Переместим элемент управления **Кнопка** на форму, появится окно для создания кнопок. Выберем категорию: **Работа с формой**, действия: **Открыть форму,** нажмем кнопку **Далее** (рис. 6.11).

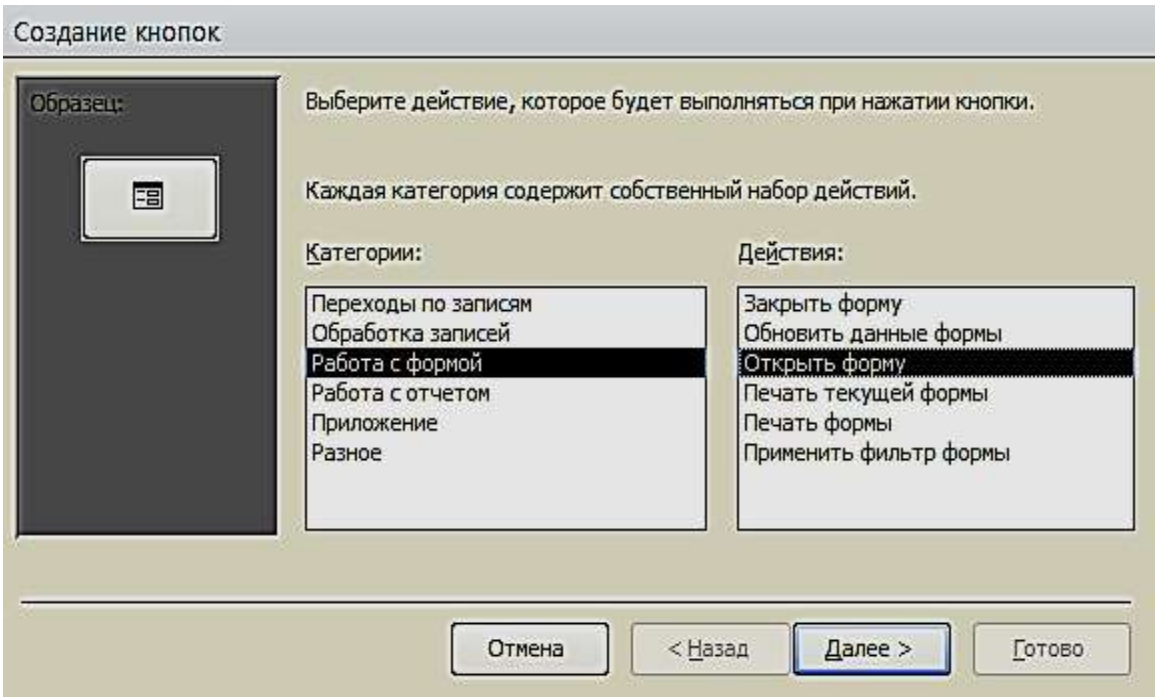


Рис. 6.11. Окно создания кнопок при работе с формами

6. Выберем соответствующую форму (рис. 6.12).

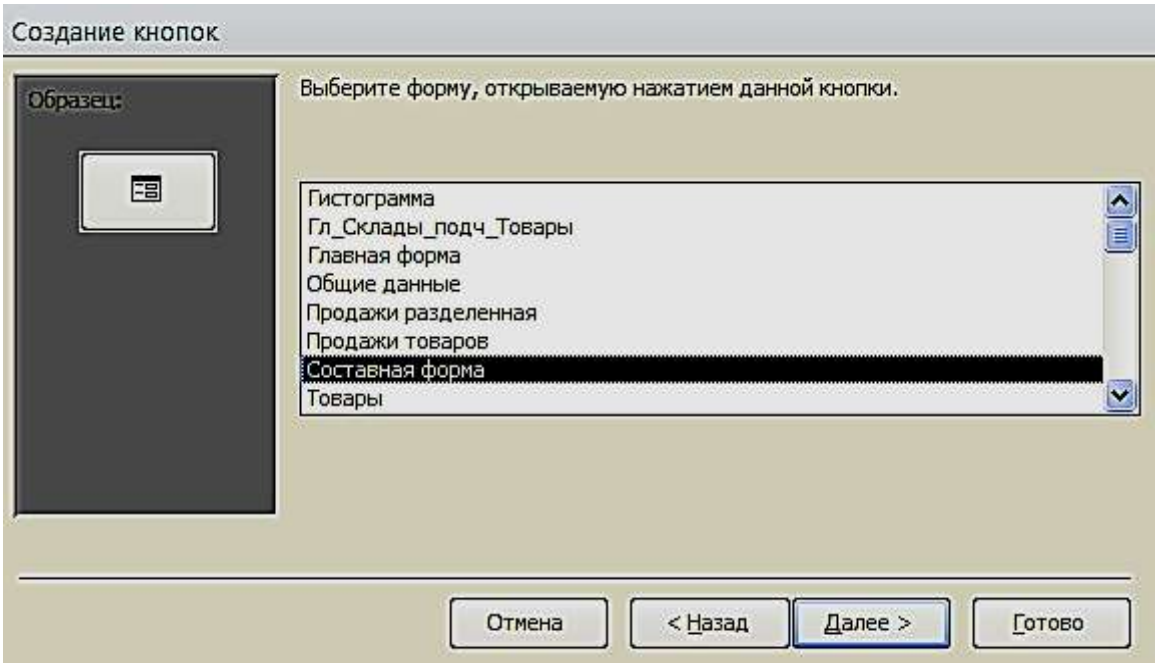


Рис. 6.12. Окно выбора формы

Поместим текст на кнопке (рис. 6.13). В тексте напишем название **Гистограмма** и выполним действия, указанные по кнопке **Далее**. Таким образом, создадим все кнопки, которые будут открываться с помощью Форм.

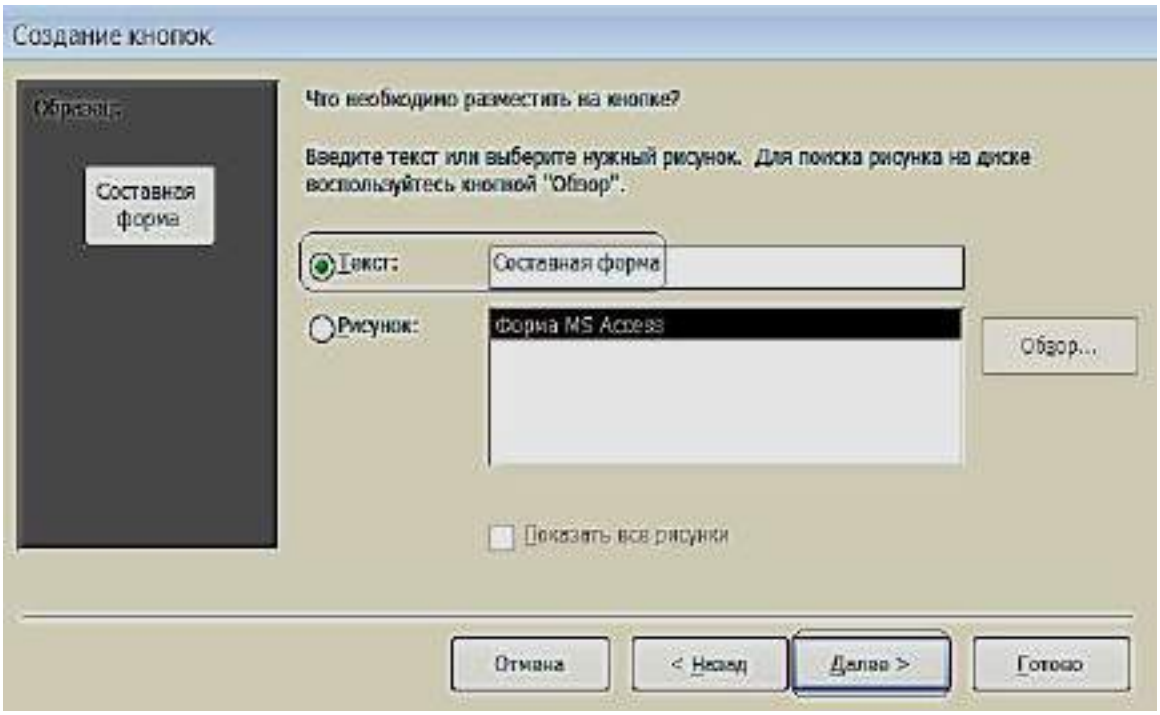


Рис. 6.13. Размещение текста на кнопке

7. Для создания картинки воспользуемся элементом управления «**Рисунок»**.
8. По завершению разработки приложения, сохраним и закроем форму. Затем откроем и проверим работоспособность всех её элементов (рис. 6.14).

Рис. 6.14. Управляющая форма в режиме «**Формы**»

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Указания к выполнению работы

- Создать логическую модель базы данных: для заданной предметной области, представленной в виде перечня реквизитов, сформировать таблицы, определить в них ключевые поля, описать имена, типы и свойства полей и создать связи между таблицами.
- Создать формы для ввода данных в таблицы (простая и сложная формы). Заполнить таблицы. Каждая таблица должна содержать не менее 7 строк.
- Создать запросы по пунктам вариантов задания.
- Создать кнопочную форму для вызова созданных объектов.

Варианты заданий

Вариант № 1

Исходные данные:

- ***Рабочие***: табельный номер, фамилия, имя, отчество, дата рождения.
- ***Цеха:*** наименование цеха, категория производства (основное, управление, вспомогательное).
- ***Движение по службе***: должность, оклад, тип работы (штатный, совместитель, почасовик).
    - *Вычислить* общую сумму выплат за месяц по выбранному цеху, а также среднемесячный заработок этого цеха.
    - *Создать* ведомость для начисления заработной платы рабочих этого цеха.

Вариант № 2

Исходные данные:

- ***Сотрудники:*** фамилия, имя, отчество, дата рождения, дата поступления на работу
- ***Оплата труда:*** должность, оклад
- ***Отделы:*** номер отдела, фамилия сотрудника

  Определить:
    - возраст сотрудников (количество полных лет) при поступлении на работу и на текущее время;
    - количество сотрудников заданного отдела младше 30 лет;
    - минимальный размер оклада.
- ***Создать таблицу,*** которая содержит сведения о 5-и самых высокооплачиваемых сотрудниках фирмы**.**

Вариант № 3

Исходные данные:

- ***Работники:*** фамилия, имя, отчество, цех.

- ***Изделия:*** наименование изделия, категория изделия (A, B, C), стоимость изготовления.
- ***Итоги:*** шифр сборщика, количество изготовленных изделий по категориям.

  Рассчитать:
  - общее количество изделий каждой категории;
  - общее количество изделий, собранных всеми рабочими заданного цеха;
- *Создать ведомость* для начисления заработной платы рабочих заданного цеха. Определить средний размер заработной платы работников этого цеха.

Вариант № 4

Исходные данные:

- ***Абоненты:*** фамилия, имя, отчество, телефон, дата установки.
- ***Расценки:*** тип заказа (по городу, область, Украина, Европа, …), цена 1 мин. разговора.
- ***Заказ:*** телефон вызова, вызываемый пункт, время в минутах.
  - *Рассчитать* общее количество телефонов, установленных начиная с заданного года по сегодняшний день. Выдавать по вводимой фамилии абонента номер его телефона.
  - *Создать таблицу*, которая содержит фамилии задолжников и их телефоны.

Вариант № 5

Исходные данные:

- ***Поставка:*** поставщик, дата поставки, объем поставки.
- ***Игрушки:*** артикул, наименование, цена, нижняя и верхняя возрастные границы.
- ***Чеки: номер чека, дата продажи, сумма.***
  - *Определить* стоимость наиболее дорогой игрушки и ее наименование. По введенному значению *A, B* и *X*, выводить названия игрушек, которые по стоимости не превышают *X* и подходят ребенку от *A* до *B* лет.
  - *Создать таблицу*, которая содержит следующую информацию: наименование игрушек, которые подходят детям от *1* до *3* лет и их цены.

Вариант № 6

Исходные данные:

- ***Студенты:*** фамилия, имя отчество студента; код группы, дата рождения.
- ***Предметы:*** наименование предмета, категория предмета (фундаментальный, профессионально-ориентированный, на выбор), тип аттестации (зачет, экзамен).

- ***Журнал:*** оценки по 5 экзаменам, признак участия в общественной работе.
    - *Определить* общее число активистов в списке.
    - *Создать таблицу*, которая содержит сведения о начислении стипендии студентам заданной группы. Рассчитать размер стипендии по следующему алгоритму: студенту, который получил все оценки «5» и активно принимает участие в общественной работе, назначается повышенная стипендия – доплата 50 %; студенту, который получил «4» и «5», назначается обычная стипендия – ее необходимо задать; студенту, который получил одну оценку «3», но активно занимается общественной работой, также назначается обычная стипендия; другим студентам стипендия не назначается.

Вариант № 7

Исходные данные:

- ***Авторы:*** фамилия, имя отчество, название книги.
- ***Книги:*** год издания, количество экземпляров.
- ***Местоположение:*** шифр книги, номер стеллажа, номер шкафа, номер полки.
    - *Определить* общее количество книг в коллекции, а также число книг заданного года издания. По заданному автору и названию книги выдать информацию о местонахождении книги.
    - *Создать таблицу*, которая содержит информацию о книгах заданного автора, которые находятся в коллекции.

Вариант № 8

Исходные данные:

- ***Группа:*** факультет, шифр группы, фамилия куратора, должность.
- *Студент*. Фамилия студента, шифр группы, номер зачетной книжки, дата рождения, дата поступления.
- ***Результаты сессии:*** оценки по 5-и экзаменам и результаты сдачи 5 зачетов («З» – зачет, «Н» – незачет).
    - *Вычислить* средний балл, полученный каждым студентом заданной группы, и средний балл этой группы по каждому предмету. Определить общее количество задолженностей (по экзаменам и зачетам в сумме) каждого студента заданной группы и общее число студентов-должников той же группы.
    - *Создать таблицу*, которая содержит сведения о неуспевающих студентах: группу, фамилия и количество задолженностей.

Вариант № 9

Исходные данные:

- ***Рейсы:*** номер рейса, пункт назначения, время вылета, время прибытия, стоимость билета.

- ***Самолеты:*** шифр самолета, марка, количество посадочных мест, срок службы.
- ***Билеты:*** дата вылета, количество свободных мест в самолете.

  Определить:
  - номера рейсов и время отправления самолетов в заданный город;
  - по заданному городу и времени отправления наличие свободных мест на рейс;
  - общее количество рейсов через сутки в заданный город.
- *Создать таблицу***,** которая содержит номера рейсов и время отправления самолетов в заданный город.

Вариант № 10

Исходные данные:

- ***Поставка:*** артикул обуви (артикул начинается с буквы *Ж* – для женской обуви, *М* – для мужской, *Д* – для детской обуви, например: *Д0321*), наименование, объем поставки.
- ***Обувь:*** цвет, стоимость.
- *Наличие*: размер, количество**.**

  Определить:
  - стоимость обуви заданного артикула, и какие размеры есть в наличии;
  - общее количество пар детской обуви, имеющейся в магазине, и ее суммарную стоимость.
- *Создать таблицу*, которая содержит информацию обо всех моделях женской обуви.

Вариант № 11

Исходные данные:

- ***Игроки:*** фамилия, имя, отчество, год рождения, название футбольного клуба.
- ***Футбольный клуб:*** название клуба, фамилия директора, фамилия главного тренера.
- ***Результаты:*** шифр игрока, число заброшенных им шайб, число сделанных им голевых передач, заработанное штрафное время.
  - *Вычислить* общее число шайб, забитых хоккеистами каждой команды, и суммарное штрафное время.
  - *Создать таблицу*, которая содержит фамилии шести лучших игроков, и сумму очков каждого игрока (голы + передачи).

Вариант № 12

Исходные данные:

- ***Студенты:*** фамилия, имя, дата рождения дата поступления.

- ***Выбор дисциплины:*** код студента, наименование пяти дисциплин (выбираемая дисциплина отмечается символом «*1*», иначе – *пробел*).
- ***Успеваемость:*** средний балл, наличие задолженности.
    - *Вычислить* количество слушателей каждой дисциплины. Определить число слушателей заданной дисциплины, у которых средний балл превышает заданный.
    - *Создать таблицу*, которая содержит фамилию, группу и средний балл всех слушателей заданной дисциплины. Если число их превысит заданное, то отобрать студентов, которые имеют более высокий средний балл успеваемости.

Вариант № 13

Исходные данные:

- ***Рейсы:*** номер поезда, станция назначения, время отправления, время прибытия, стоимость билета в вагоны каждого вида отдельно.
- ***Поезда:*** количество посадочных мест в купейных вагонах, плацкартных, количество мест в вагоны повышенной комфортности.
- ***Билеты:*** дата отправления, номер поезда, наличие билетов в вагоны каждого вида отдельно.

Определить:

- количество свободных мест в купейные вагоны поезда с заданным номером;
- количество поездов, которые отправляются к заданной станции назначения.

- *Создать таблицу****,*** содержащую информацию о поездах, которые отправляются к заданной станции в заданном интервале времени (временной интервал задать двумя значениями, например*, 13:00* и *18:30*).

Вариант № 14

Исходные данные:

- ***Сотрудники:*** табельный номер фамилия, имя, отчество, дата рождения, дата поступления на работу.
- ***Отделы:*** номер отдела, количество сотрудников, фамилия начальника.
- ***Движение по службе***: должность, оклад, тип работы (штатный, совместитель, почасовик).
    - *Рассчитать* стаж работы всех сотрудников; средний стаж работы сотрудников заданного отдела; количество сотрудников с окладом ниже заданного.
    - *Создать таблицу*, которая содержит список сотрудников пенсионного возраста (на сегодняшний день) с указанием стажа работы.
    - *Определить разницу* в стаже работы женщин и мужнин пенсионного возраста.

Вариант № 15

Исходные данные:

- ***Пациенты:*** фамилия, имя, отчество, пол, дата рождения, местожительство (город).
- ***Палата:*** количество мест в палате.
- ***Учет:*** дата поступления, диагноз поступления, уточненный диагноз, дата выписки, если выписался).

Определить:

- количество иногородних граждан, прибывших в клинику;
- количество пациентов с заданным диагнозом;
- количество пациентов пенсионного возраста.

- *Создать таблицу*, которая содержит список пациентов старше заданного возраста с заданным диагнозом.

Вариант № 16

Исходные данные:

- ***Пассажир:*** фамилия, шифр багажа.
- ***Багаж:*** количество вещей, вес.
- ***Учет:*** дата сдачи, время сдачи, номер секции, номер стойки.

Определить:

- общий средний вес одной вещи;
- багаж, у которого средний вес одной вещи отличается не больше чем на 0,3 кг от общего среднего веса одной вещи;
- количество пассажиров, которые имеют больше 2 вещей.

- *Создать таблицу,* содержащую информацию о багаже, вес которого превышает заданный.

Вариант № 17

Исходные данные:

- ***Компания:*** наименование компании, дата создания компании, фамилия директора, номинал акции.
- ***Курс:*** дата, продажа, покупка.
- ***Учет:*** количество проданных акций, количество купленных акций.

Определить:

- среднее количество проданных и купленных акций;
- максимальное различие между курсом продажи и покупки акций;
- суммарное количество акций, проданных всеми фирмами, и общую сумму, на которую они проданы.

- *Создать таблицу*, которая содержит наименование фирмы и стоимость проданных акций.

Вариант № 18

Исходные данные:

- ***Заказчик:*** фамилия, адрес, телефон.

- ***Ремонт:*** номер заказа, наименование оборудования, вид ремонта, стоимость.
- ***Учет:*** фамилия мастера, дата начала ремонта, дата окончания ремонта.

  Определить:
  - суммарную стоимость всех заказов;
  - количество заказов на ремонт заданного вида;
  - минимальная стоимость ремонта.
- *Создать таблицу*, которая содержит сведения о продолжительности ремонта заказов, оформленных весной: номер заказа, фамилия заказчика, наименование оборудования, продолжительность заказа.

Вариант № 19

Исходные данные:

- ***Абоненты:*** фамилия, имя, отчество, телефон, дата установки.
- ***Расценки:*** код города, стоимость *1* минуты разговора.
- ***Заказ:*** дата разговора, телефон вызова, вызываемый пункт, продолжительность в минутах.

  Определить:
  - максимальную стоимость разговора;
  - суммарную стоимость всех разговоров;
  - общее количество разговоров в город с заданным кодом.
- *Создать таблицу*, которая содержит сведения о стоимости разговоров, которые состоялись в интервале между двумя заданными датами.

Вариант № 20

Исходные данные:

- ***Товары:*** шифр товара, наименование товара, категория (*A, B, C*), страна-производитель.
- ***Поставка:*** дата поставки, поставщик (наименование фирмы), объем, оптовая цена.
- ***Учет:*** дата продажи, розничная цена, количество проданного товара.
  - По заданному шифру товара выдавать информацию о нем.

  Определить:
  - суммарную прибыль от продажи всех товаров;
  - наименование товаров, продаваемых по наивысшей и наиболее низкой цене.
- *Создать таблицу,* которая содержит наименование товара и суммарную выручку.

Вариант № 21

Исходные данные:

- ***Продукция***: номер цеха изготовителя, наименование изделия
- ***Стоимость:*** код изделия, себестоимость
- ***Учет:*** дата изготовления, количество изготовленных изделий, цена.

Определить:

- суммарное различие между себестоимостью и ценой всех изготовленных изделий;
- общее количество изделий, изготовленных до заданной даты;
- цену изделия по заданному наименованию.

- *Создать таблицу*, которая содержит сведения о товарах, изготовленных в заданном цехе.

Вариант № 22

Исходные данные:

- ***Рабочие:*** фамилия, имя, отчество, дата рождения, дата поступления на работу, номер цеха.
- ***Расценки:*** разряд, стоимость одного часа.
- ***Учет:*** дата, количество отработанных часов.

Определить:

- среднее количество часов, отработанных за день;
- максимальную стоимость одного часа;
- по заданной дате количество отработанных часов.

- *Создать таблицу*, которая содержит следующие сведения о работниках заданного цеха:
  - фамилия работника;
  - суммарная стоимость отработанного им времени.

Вариант № 23

Исходные данные:

- ***Клиенты:*** фамилия, адрес, телефон**.**
- ***Заказ:*** номер заказа, наименование изделия, фамилия мастера.
- ***Учет:*** дата приема, дата выполнения заказа, стоимость заказа.

Определить:

- количество заказов, выполненных мастером с заданной фамилией;
- стоимость самого дорого заказа;
- среднюю стоимость заказов.

- *Создать таблицу*, которая содержит фамилию клиента, номер заказа и продолжительность его выполнения.

Вариант № 24

Исходные данные:

- ***Импортеры:*** фирма-импортер, страна, наименование товара.
- ***Поставка:*** шифр товара, объем партии в штуках, стоимость *1* штуки в условных единицах.
- ***Учет:*** дата поставки, дата получения, подтверждение приема партии.

Определить:

- суммарный объем товаров, импортированных заданной страной;

- суммарную стоимость партии товара по заданному шифру;
- минимальную стоимость товара.

- *Создать таблицу,* которая содержит сведения о стоимости товаров, импортированных заданной страной. Таблица должна содержать наименование товара и суммарную стоимость партии.

Вариант № 25

Исходные данные:

- ***Рабочие:*** фамилия, имя, отчество, дата рождения, дата поступления на работу, номер цеха.
- ***Оплата:*** разряд, оплата за изготовление одной качественной детали.
- ***Учет:*** дата, количество изготовленных деталей, количество бракованных деталей.

Определить:

- общее количество бракованных деталей, изготовленных всеми мастерами заданного цеха;
- сумму штрафа за каждую бракованную деталь, которая составляет 20 % от оплаты за качественную работу;
- фамилию мастера, который изготовил максимальное количество качественных деталей.

- *Создать таблицу*, которая содержит сведения об оплате труда рабочих. Таблица должна содержать фамилию рабочего, номер цеха и сумму к выплате с учетом штрафа и налога (налог составляет 15 % от стоимости оплаты).

Вариант № 26

Исходные данные:

- ***Отделение:*** номер отделения, фамилию заведующего, номер корпуса, этаж.
- ***Лечение:*** шифр болезни, продолжительность.
- ***Оплата:*** диагностика, стоимость *1* дня лечения, затраты на лекарство.
- ***Суммарная стоимость:*** отработанного им времени.

Определить:

- по названию болезни затраты на лекарство;
- среднюю стоимость *1* дня лечения;
- рассчитать суммарную стоимость лечения каждой болезни, включая затраты на лекарство.

- *Создать таблицу*, которая содержит сведения о стоимости лечения в заданном отделении.

Вариант № 27

Исходные данные:

- ***Книги:*** наименование книги, фамилия автора, издательство, год издания, тираж.
- ***Магазины:*** шифр книги, номер магазина, цена.
- ***Учет продаж:*** код продажи, продано, остаток.

  Определить:
  - количество проданных книг в заданном магазине;
  - суммарную стоимость всех непроданных книг;
  - среднюю цену одной книги.
- *Создать таблицу,* которая содержит суммарную стоимость книг, проданных каждым магазином.

Вариант № 28

Исходные данные:

- ***Детали:*** наименование детали, цех-изготовитель
- ***Изготовление:*** шифр материала, шифр детали, затрата материала на *1* деталь.
- ***Учет:*** дата изготовления, количество изготовленных деталей, количество брака.

  Определить:
  - для всех деталей суммарные затраты материала на брак;
  - количество качественных деталей;
  - деталь, на которую тратится более всего материала.
- *Создать таблицу*, которая содержит шифр детали и процент брака.

Вариант № 29

Исходные данные:

- ***Лекарство:*** название лекарства, категория (антибиотик, жаропонижающее, витамины, противовоспалительное, антидепрессант), дата изготовления, дата истечения срока.
- ***Стоимость:*** шифр лекарства, код аптеки, цена за *1* упаковку.
- ***Продажа:*** количество проданных упаковок, остаток.

  Определить:
  - суммарное количество упаковок лекарства, проданных всеми аптеками и принадлежащее заданной категории.
  - стоимость всех непроданных упаковок;
  - среднюю стоимость лекарства.
- *Создать таблицу*, которая содержит информацию о просроченных лекарствах: номер аптеки, название, категория и дату истечения срока.

Вариант № 30

Исходные данные:

- ***Продавцы:*** табельный номер, фамилия, имя, отчество, дата рождения.
- ***Товары:*** шифр товара, тип товара, сложность продажи (средняя, высокая);
- ***Журнал регистрации:*** количество проданных товаров по дням недели (понедельник, вторник, ..., суббота);

Определить:

  - общее количество товаров, проданных каждым продавцом;
  - фамилия продавца, который продал наибольшее число товаров, и определить день, когда он достиг наивысшей производительности труда.

- *Создать таблицу,* которая содержит следующую информацию: фамилия продавца и общее количество товаров, проданное им за неделю.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература:

1. *Бекаревич Ю. Б., Пушкина Н. В*. СПб.: БХВ - Петербург, 2016. 464 с. (Самоучитель Microsoft Access 2013).

2. *Гурвиц Г.* Microsoft Access 2013. Разработка приложений на реальном примере: М., 2012. 258 с.

3. *Одиночкина С. В.* Разработка баз данных в Microsoft Access 2010, НИУ ИТМО, 2012. 81 с.

Дополнительная литература:

1. *Домострой А.* MS Access 2013. Создание базы данных. Урок 1. Режим доступа: https://www.youtube.com/watch?v=uCenTUX1QcQ

2. *Домострой А.* MS Access 2013. Таблицы. Урок 2. Режим доступа: https://www.youtube.com/watch?v=VDuyue8ra2Q

3. *Домострой А.* MS Access 2013. Запросы. Урок 3. Режим доступа: https://www.youtube.com/watch?v=nSIHUvfBy34

4. *Домострой А.* MS Access 2013. Формы. Урок 4. Режим доступа: https://www.youtube.com/watch?v=54ZZhSYrz8s

5. *Домострой А.* MS Access 2013. Многотабличные формы. Урок 5. Режим доступа: https://www.youtube.com/watch?v=ou-1q4Q6NjY

6. *Домострой А.* MS Access 2013. Создание отчетов. Урок 6. Режим доступа: https://www.youtube.com/watch?v=PrH-S8r0nlE

7. *Домострой А.* MS Access 2013. Главная Кнопочная форма Урок 7. Режим доступа: https://www.youtube.com/watch?v=Ou0HJtzypOU

8. *Макарова Н. В.* Информатика: учебник для вузов. Стандарт третьего поколения. СПб: Питер, 2011. 576 с.: ил.

Учебное издание

Валентин Александрович Боровков
Светлана Михайловна Колмогорова

ИНФОРМАТИКА
БАЗА ДАННЫХ. ACCESS 2013

Учебно-методическое пособие
по дисциплине «Информатика» для студентов
всех технологических специальностей
направления подготовки
21.05.04 – «Горное дело»
очного и заочного обучения

Редактор В. В. Баклаева
Компьютерная верстка В. А. Боровкова

Подписано в печать
Бумага офсетная. Формат 60 х 84 1/16.
Гарнитура Times New Roman. Печать на ризографе.
Печ. л. Уч.-изд. л. Тираж 100. Заказ

Издательство УГГУ
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30
Уральский государственный горный университет
Отпечатано с оригинал-макета
в лаборатории множительной техники УГГУ

Министерство образования и науки РФ

ФГБОУ ВО

«Уральский государственный

горный университет»

В. А. Боровков, С. М. Колмогорова

ИНФОРМАТИКА. ТАБЛИЧНЫЙ ПРОЦЕССОР EXCEL

Учебно-методическое пособие
по дисциплине «Информатика» ***для студентов***
всех технологических специальностей
очного и заочного обучения

Екатеринбург – 2020

Министерство образования и науки РФ

ФГБОУ ВО

«Уральский государственный

горный университет»

ОДОБРЕНО
Методической комиссией
Института мировой
экономики
«30» января 2020 г.
Председатель комиссии
_____ проф. Л. А. Мочалова

В. А. Боровков, С. М. Колмогорова

ИНФОРМАТИКА. ТАБЛИЧНЫЙ ПРОЦЕССОР EXCEL

Учебно-методическое пособие
по дисциплине «Информатика» для студентов
всех технологических специальностей
очного и заочного обучения

Издание УГГУ Екатеринбург, 2020

УДК 004.9 (072)

Б83

Рецензент: *С. Р. Маркс, канд. техн. наук, доцент* кафедры Информатики УГГУ

Учебно-методическое пособие рассмотрено на заседании
кафедры информатики «18 » января 2020 г.
(протокол № 4) и рекомендовано для издания в УГГУ

Боровков В. А., Колмогорова С. М.

Б83 ИНФОРМАТИКА. ТАБЛИЧНЫЙ ПРОЦЕССОР EXCEL: учебно-методическое пособие по дисциплине «Информатика» для студентов всех технологических специальностей очного и заочного обучения /
В. А. Боровков, С. М. Колмогорова; Урал.гос. горный ун-т. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2020. – 104 с.

В учебно-методическом пособии «ИНФОРМАТИКА. ТАБЛИЧНЫЙ ПРОЦЕССОР EXCEL» приведены лабораторные работы, а также предложены вопросы для самоконтроля изучаемого материала. В конце учебно-методического пособия приведен список рекомендуемой литературы. Объем учебно-методического пособия 104 с. текста.

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов всех технологических специальностей очного и заочного обучения, а также будет полезно др. специалистам, осваивающим работу с табличным процессором excel 2016.

© Боровков В. А., Колмогорова С. М., 2020

© Уральский государственный горный университет, 2020

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ ... 4
РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИЗУЧЕНИЮ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ПОСОБИЯ ... 5
ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ РАБОТЫ В ТАБЛИЧНОМ ПРОЦЕССОРЕ EXCEL ... 6
Интерфейс Excel 2016 ... 6
СОЗДАНИЕ РАБОЧЕЙ ТАБЛИЦЫ ... 11
ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ... 19
Лабораторная работа № 1. «Создание таблиц, автозаполнение, использование простых формул» ... 19
Лабораторная работа № 2. «Ввод данных и формул, форматирование, построение диаграмм» ... 22
Лабораторная работа № 3. «Знакомство с абсолютной ссылкой, сортировка, фильтрация» ... 27
Лабораторная работа № 4. «Функция ЕСЛИ, промежуточный итог, сводная таблица и абсолютная ссылка» ... 33
Лабораторная работа № 5. «Функции даты и времени» ... 43
Лабораторная работа № 6. «Использование функций СЧЕТЕСЛИ(), СУММЕСЛИ()» ... 51
Лабораторная работа № 7. «Использование встроенных функций» ... 56
Лабораторная работа № 8. «Знакомство с текстовыми функциями» ... 59
Лабораторная работа № 9. «Смешанные ссылки» ... 64
Лабораторная работа № 10. «Промежуточные итоги, сводная таблица и условное форматирование» ... 69
Самостоятельные задания ... 77
Контрольные вопросы и задания ... 94
Тест на знание Excel с ответами ... 95
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ ... 102

ВВЕДЕНИЕ

Изучение табличного процессора Excel, входящего в состав пакета программ Microsoft Office Office, является обязательным элементом при освоении курса информатики.

Табличный процессор Microsoft Excel предназначен для обработки данных, представленных преимущественно в виде таблиц. Использование электронных таблиц упрощает работу с данными и дает возможность работать без вычисления расчетов вручную или с использованием программирования.

Поэтому учебно-методическое пособие по изучению курса информатики с использованием табличного процессора Excel соответствует изучению курса информатики по Государственному образовательному стандарту (ГОС) и предназначено для студентов всех технологических специальностей очного и заочного обучения.

В учебно-методическом пособии материал представлен в виде 10 лабораторных работ, 10 самостоятельных работ и 60 контрольных вопросов, позволяющих усвоить работу табличного процессора Excel.

Лабораторные работы состоят из следующих заданий:

- Лабораторная работа № 1. «Создание таблиц, автозаполнение, использование простых формул».
- Лабораторная работа № 2. «Ввод данных и формул, форматирование, построение диаграмм».
- Лабораторная работа № 3. «Знакомство с абсолютной ссылкой, сортировка, фильтрация».
- Лабораторная работа № 4. «Функция ЕСЛИ, промежуточный итог, сводная таблица и абсолютная ссылка».
- Лабораторная работа № 5. «Функции даты и времени»;
- Лабораторная работа № 6. «Использование функций СЧЕТЕСЛИ(), СУММЕСЛИ».
- Лабораторная работа № 7. «Использование встроенных функций».
- Лабораторная работа № 8. «Знакомство с текстовыми функциями».
- Лабораторная работа № 9. «Смешанные ссылки».
- Лабораторная работа № 10. «Промежуточные итоги, сводная таблица и условное форматирование».

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИЗУЧЕНИЮ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ПОСОБИЯ

В соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования (ГОС) студентам очного и заочного обучения по всем технологическим специальностям необходимо уметь работать с использованием табличного процессора Excel и уметь им пользоваться при выполнении курсовых работ и дипломного проектирования.

«Информатика», как учебная дисциплина, дает комплекс знаний, умений и навыков в области информатики и базируется на знаниях, полученных студентами еще в школе при изучении учебной дисциплины «Информатика», и является фундаментом для успешного применения информационных технологий в процессе обучения и последующей профессиональной деятельности.

Базовые знания образуют основу дисциплины. С учетом того, что студенты имеют разный уровень подготовки, то для одних данный материал будет частично повторением школьного курса, поэтому изучение его необходимо ставить на более высокий уровень. Для других – это новый материал, и уже с самого начала необходима четкость в определении всех новых понятий дисциплины.

Технологическая часть дисциплины связана с практическим освоением ПК, приобретением умений и навыков работы в наиболее распространенных программных средах. Дисциплина ориентирована на изучение операционной системы Windows и пакета программ MS Office (в данном разделе это в основном табличный процессор Excel 2016).

В качестве основы для изучения курса следует взять приведенные примеры лабораторных работ и один из учебников. Не следует с первых шагов использовать несколько источников и пытаться ответить на все поставленные вопросы.

ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ РАБОТЫ В ТАБЛИЧНОМ ПРОЦЕССОРЕ EXCEL

Интерфейс Excel 2016

Загрузить Excel можно несколькими способами.

1. Если у Вас после установки программы на рабочем столе появился значок Excel, то на него ЛКМ (левой клавишей мыши) нажимаем 2 раза.

2. Заходим в меню *Пуск – Все программы – Microsoft Office – Microsoft Excel.* – ЛКМ нажимаем 1 раз.

3. На свободном месте рабочего стола кликнем ПКМ (правой клавишей мыши) 1 раз и в выпавшем диалоговом окне выбираем «Создать», затем из предлагаемого списка выберем «Лист Microsoft Excel» и 1 раз кликнем ЛКМ.

При запуске Excel появляется **Начальный экран**, при помощи которого можно создать новую рабочую книгу, выбрать шаблон или открыть одну из последних книг, рис. 1).

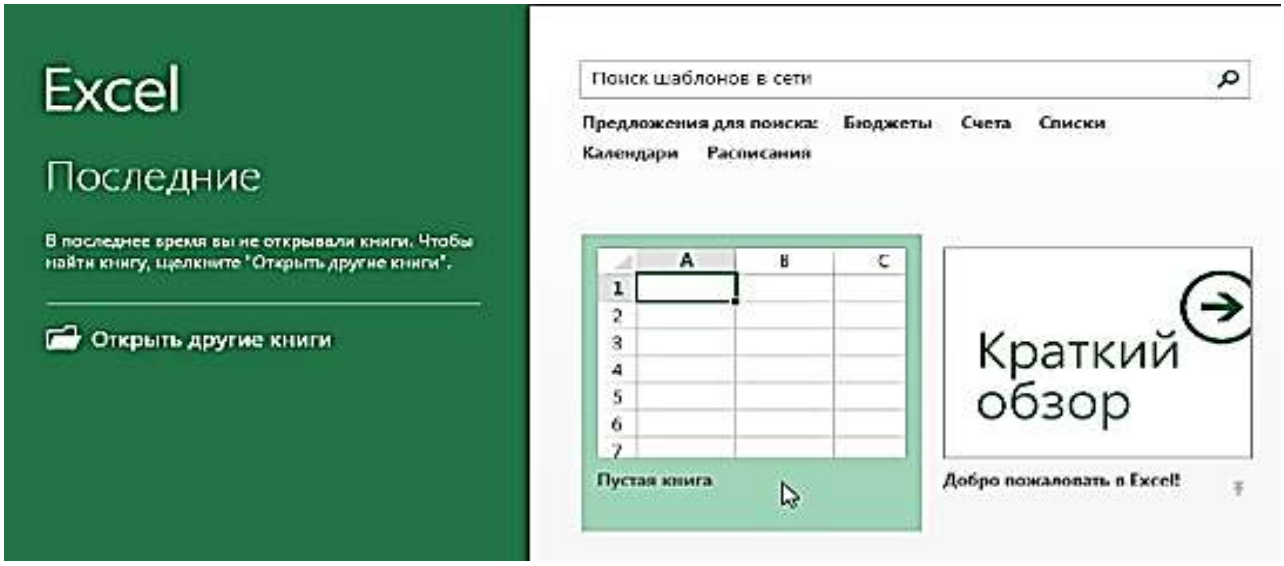


Рис. 1. Начальный экран

Интерфейс Excel 2016 включает в себя следующие элементы:

Заголовок документа – отображает название открытого файла. Если создан новый документ, в заголовке будет указано «**Книга1**», рис. 2.

Рис. 2. Заголовок документа

Лента (строка инструментов) – поле, на котором располагаются элементы управления, на ней собраны и логически структурированы все главные команды, которые будут использованы в работе, рис. 3.

Рис. 3. Поле с элементами управления

Группа команд – содержит блок различных команд. Для применения команды нажмите на необходимый ярлычок. Некоторые группы содержат стрелку в правом нижнем углу, нажав на которую можно увидеть еще большее число команд, рис. 4.

Рис. 4. Группы команд

Панель быстрого доступа, пользователь может сам формировать функции из предложенного списка, нажав на стрелку справа этой панели, рис. 5.

Настройка ленты. *Файл – Параметры – Настроить ленту* и в выпавшем окне вы можете сформировать отдельную вкладку или дополнить существующие дополнительными командами, выбрав нужную команду в левом столбце «часто используемые команды» и добавить в окно правого столбца «основные вкладки», рис. 6.

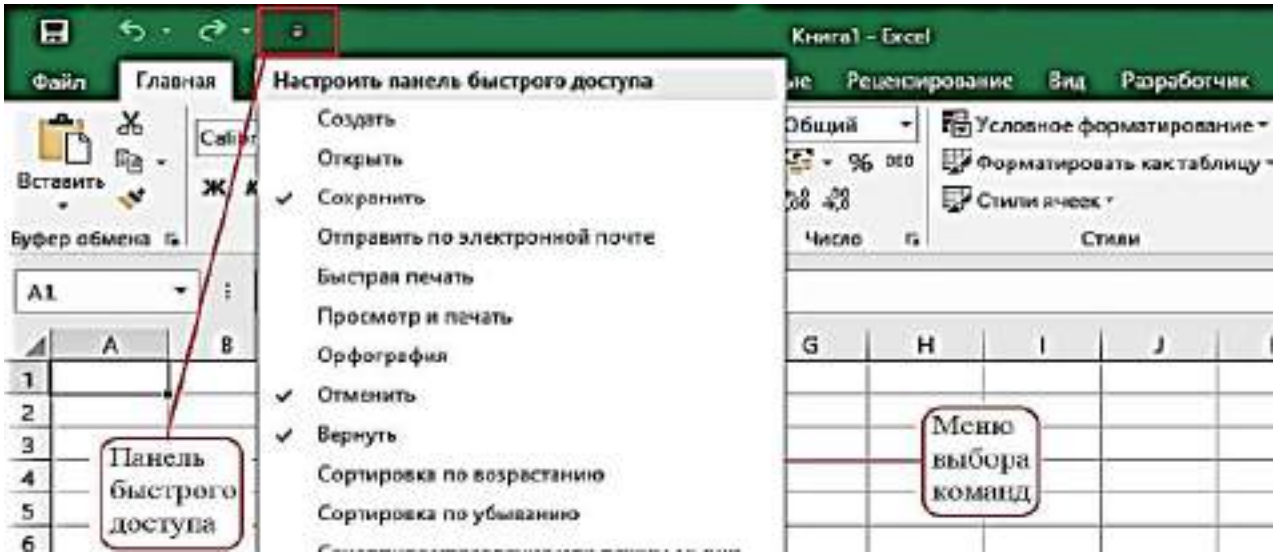


Рис. 5. Панель быстрого доступа

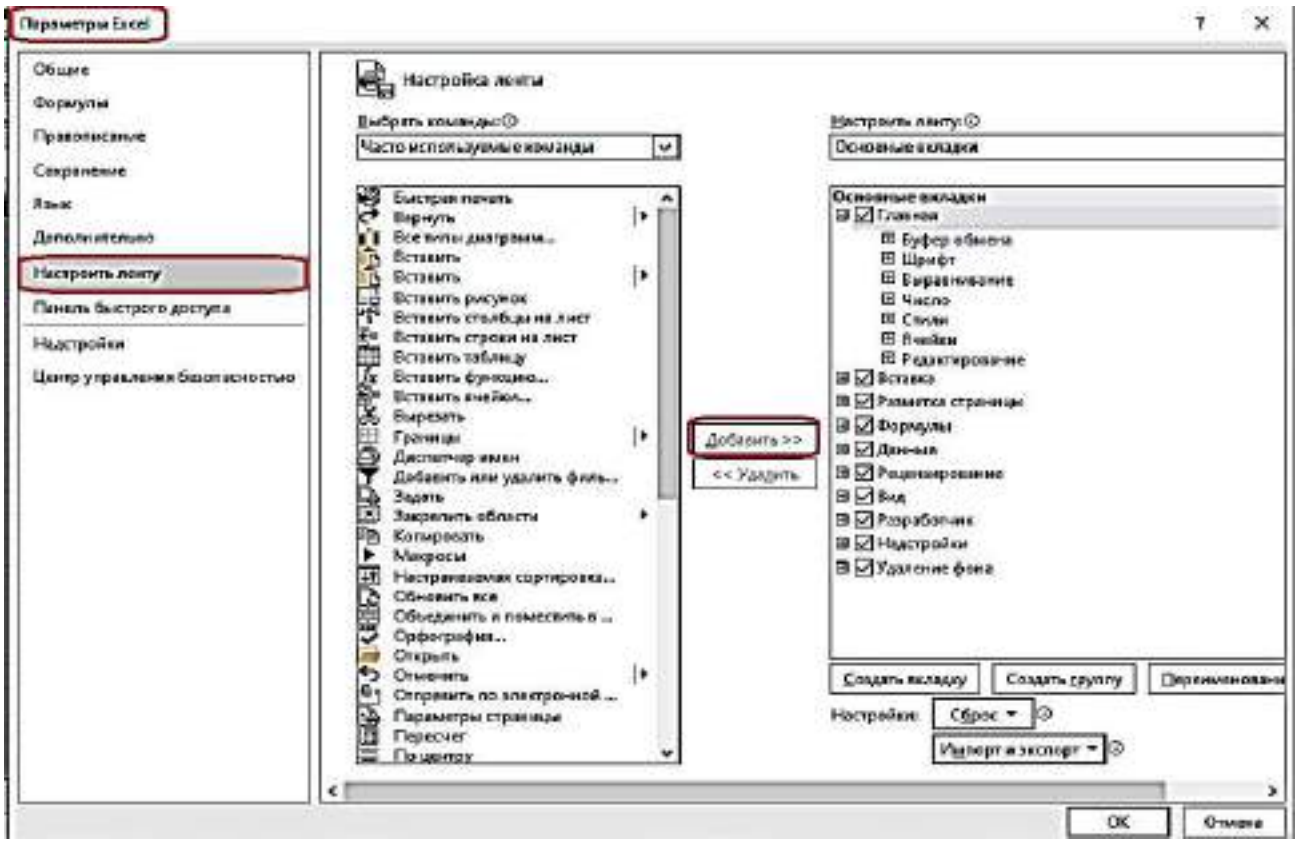


Рис. 6. Окно настройки ленты

Строка формул – отображение значений или формулы, расположена под лентой. Она состоит из трех частей, это адресное окно, окно управления формулами и окно содержания, в котором и отображается содержание активной ячейки, рис. 7.

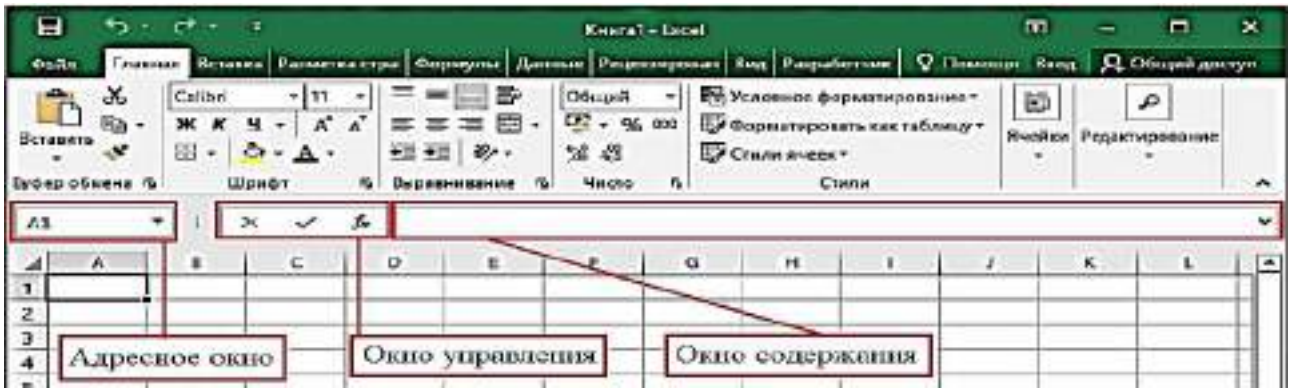


Рис. 7. Строка формул – Окно содержания

Рабочая область **окна** представляет собой совокупность ячеек большой таблицы и называется рабочим листом, рис. 8.

Рис. 8. Окно рабочей области

Панель закладок **рабочих листов**. Добавление листов возможно, нажатием на знак (+) справа, от уже созданного листа. Изменение названия листов, выполняется кликом ПКМ по закладке листа и в выпавшем окне выбираем «Переименовать», рис. 9.

Рис. 9. Окно закладок рабочих листов

Информационная строка состояния, на ней в реальном времени, можно получить информацию с выделенной области рабочего листа, рис. 10.

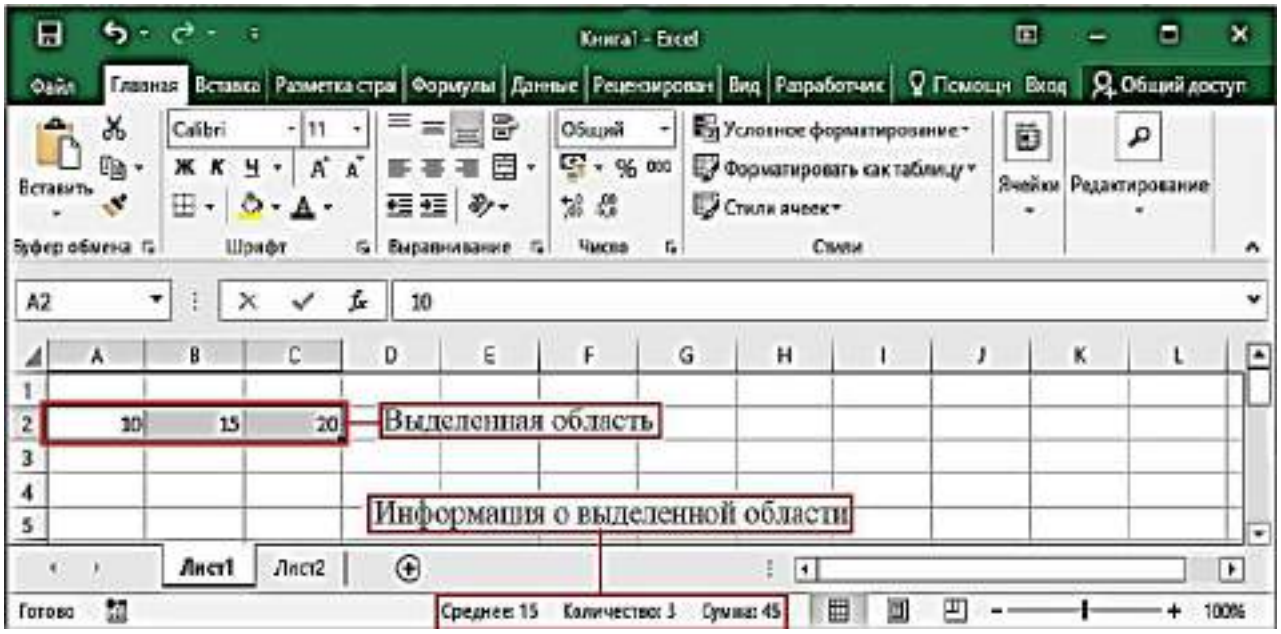


Рис. 10. Окно информационной строки состояния

Режим просмотра страниц. Кнопки вида страниц: «Обычный», «Разметка страницы» и «Страничный». Также в этой строке, имеется ползунок масштаба, достаточно передвинуть ползунок вправо или влево, чтобы изменить масштаб отображения рабочего листа в процентах, рис. 11.

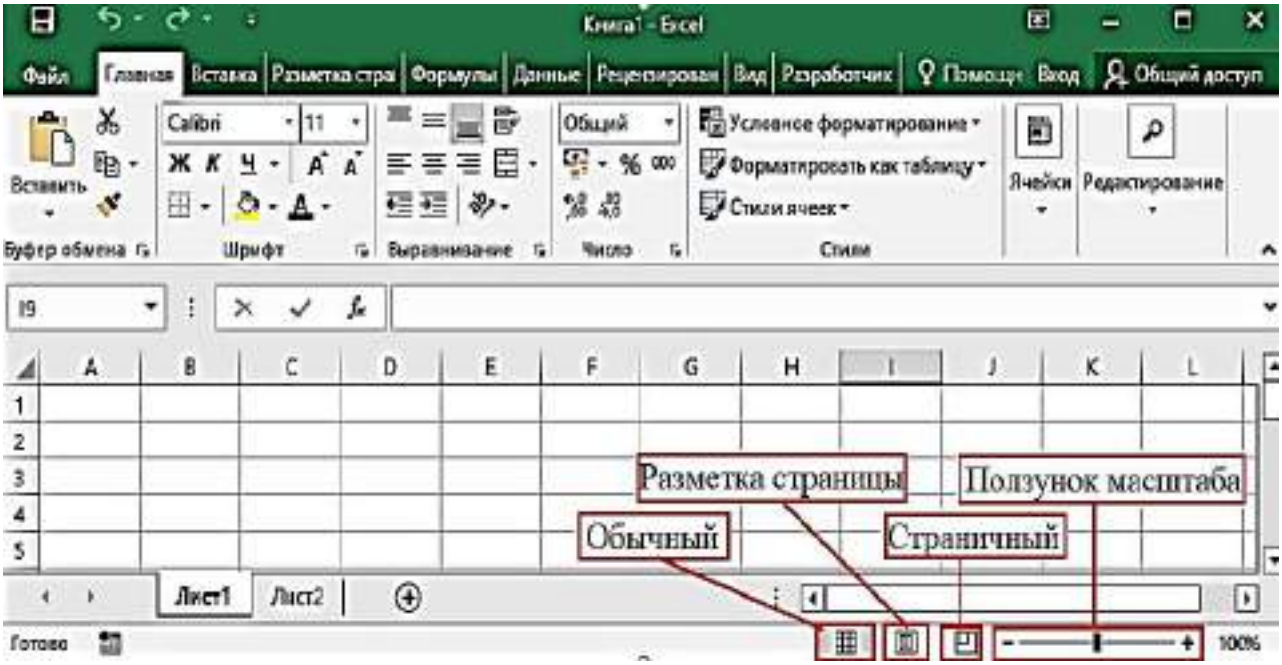


Рис. 11. Окно режима страницы

СОЗДАНИЕ РАБОЧЕЙ ТАБЛИЦЫ

Вид рабочего листа Excel имеет табличную структуру. Основой электронной таблицы является ячейка. Адрес ячейки определяется именем столбца и номером строки, на пересечении которых находится ячейка. Интервал ячеек (блок ячеек) определяется адресом левой верхней ячейки и адресом правой нижней ячейки, например, B1:D4, рис. 12.

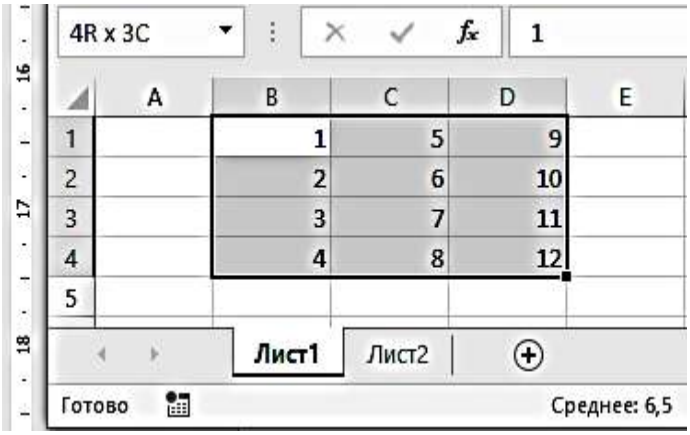


Рис. 12. Окно с выделенным диапазоном ячеек B1:D4

Столбец – это группа ячеек, расположенных в одну колонку. **Строка** – это группа ячеек, расположенная в одну линию слева направо. На листе Excel 2016 допустимое количество столбцов – 16384 шт., количество строк – 1048576 шт. В этом нетрудно убедиться, нажав указателем мыши (ЛКМ) на безадресную ячейку, которая находится выше адреса первой строки (цифра 1) и левее адреса колонки с адресом A. Выше этой ячейки, в адресном поле адреса ячейки, появится цифра 1048576R x 16384C, указывающая на количество ячеек на листе Excel-таблицы.

У ячейки, по умолчанию ширина – 64 пикселя, высота – 20 пикселей. Эти размеры могут регулироваться в зависимости от потребностей пользователя.

1. Ввод данных в ячейки таблицы

Имеются два вида данных: константы и формулы.

Константы: числовые, текстовые, даты/время, логические, значения ошибок, рис. 13.

	Числовые форматы:
1	Общий
2,00	Числовой
$3,00	Денежный
4,00 ₽	Финансовый
5 января 2020 г.	Дата
14:50:10	Время
0,15%	Процентный
21 1/4	Дробный
9,00E+00	Экспоненциальный
январь	Текстовый
00000-0011	Дополнительный

Рис. 13. Числовые форматы ячеек

Константы **ПРИ ВВОДЕ ЧИСЕЛ**. Вид вводимого числа зависит от формата ячейки: обычный, числовой, дробный, процентный, денежный, экспоненциальный (по умолчанию – обычный). При вводе числа в ячейку – ЧИСЛО оказывается прижатым к правой стороне ячейки, например, 2,2.

Константы **ПРИ ВВОДЕ ТЕКСТА**. При вводе текста в ячейку, ТЕКСТ располагается в левой части ячейки, например, Текст 1. Если вводимый текст длинный и не помещается по длине ячейки, то он перекрывает другие ячейки. Но принадлежит той ячейке, в которую он был первоначально введен. Для размещения текста в ячейке можно изменить ширину ячейки или набрать текст в ячейке в несколько строк: *Формат ячеек* – вкладка *Выравнивание* – *Переносить по словам*, рис. 14.

Ввод данных в ячейку осуществляется так: выбрать ячейку, ввести информацию, нажать клавишу **Enter** или стрелку на клавиатуре (**Влево, Вправо, Кверху, Книзу**). Старое значение в ячейке сотрется, а вводимая информация дублируется в строке формул. Курсор (по умолчанию) переместится вниз или вправо.

2. Автозаполнение ячеек

Операцией Автозаполнения можно заполнить ряды дат, времени или выполнить операцию прогрессии: арифметическая (например, номер по порядку) или геометрическая прогрессия, рис. 14.

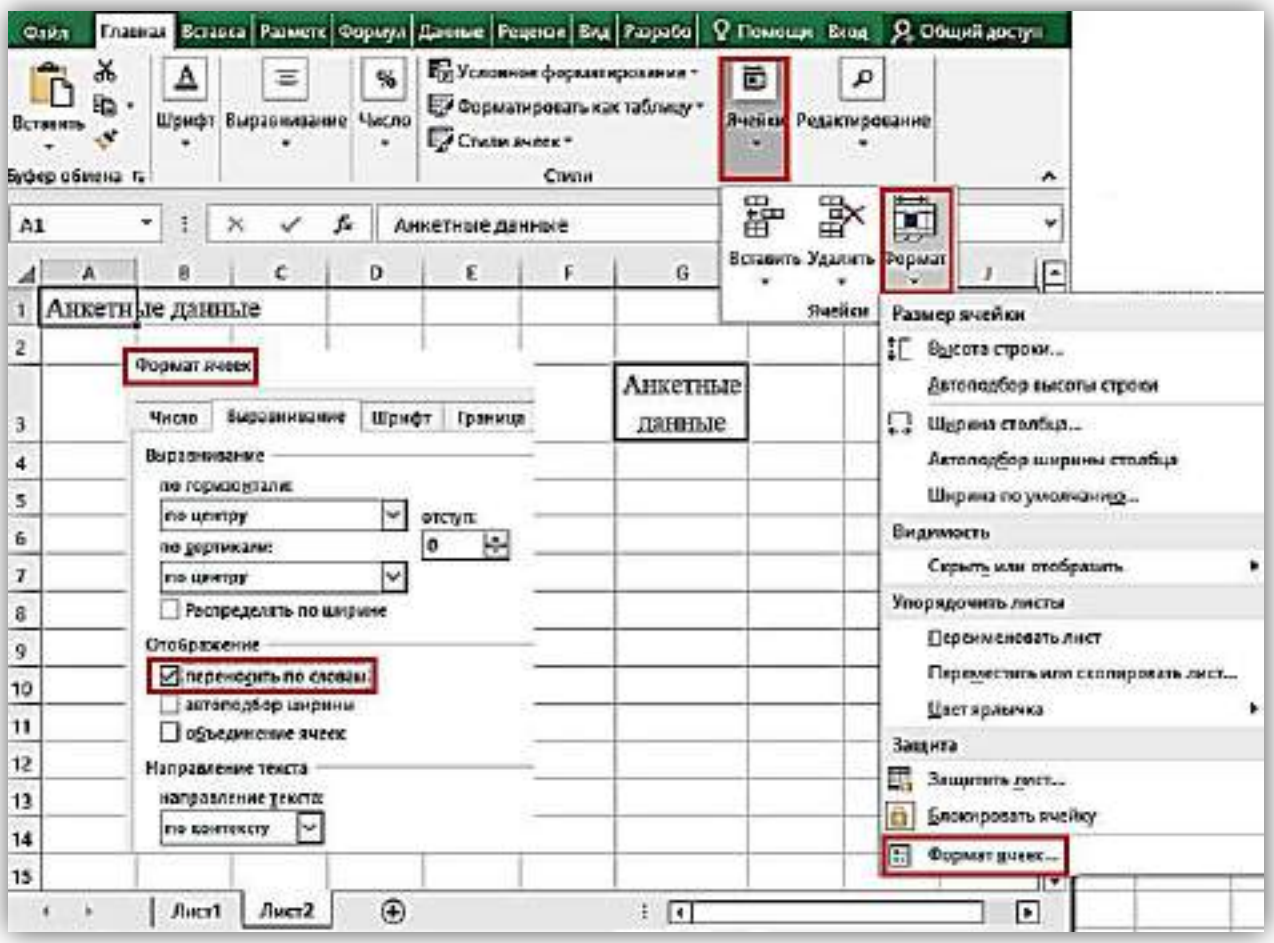


Рис. 13. Окно формата ячеек, вкладка выравнивание

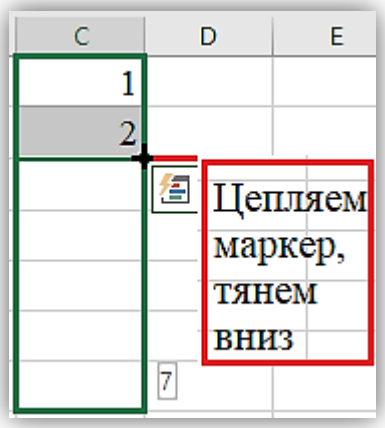


Рис. 14. Пример автозаполнения ряда чисел

3. Ввод формул

Формула вводится в ячейку и её ввод дублируется в строке формул. Формула начинается со ввода в ячейку символа = (равно), и

может содержать константы, адреса ячеек, знаки арифметических действий и функции.

Константы и знаки арифметических действий вводятся с клавиатуры, адреса ячеек указываются щелчком мыши, функции вводятся с использованием *Библиотеки функций*, рис. 15.

Функции – ранее определённые формулы, они имеют такой синтаксис: *Имя_Функции*(аргументы). Имя выбирается из списка функций, аргументами могут быть адреса ячеек, константы, или выражения. Аргумент может отсутствовать, но скобки обязательны.

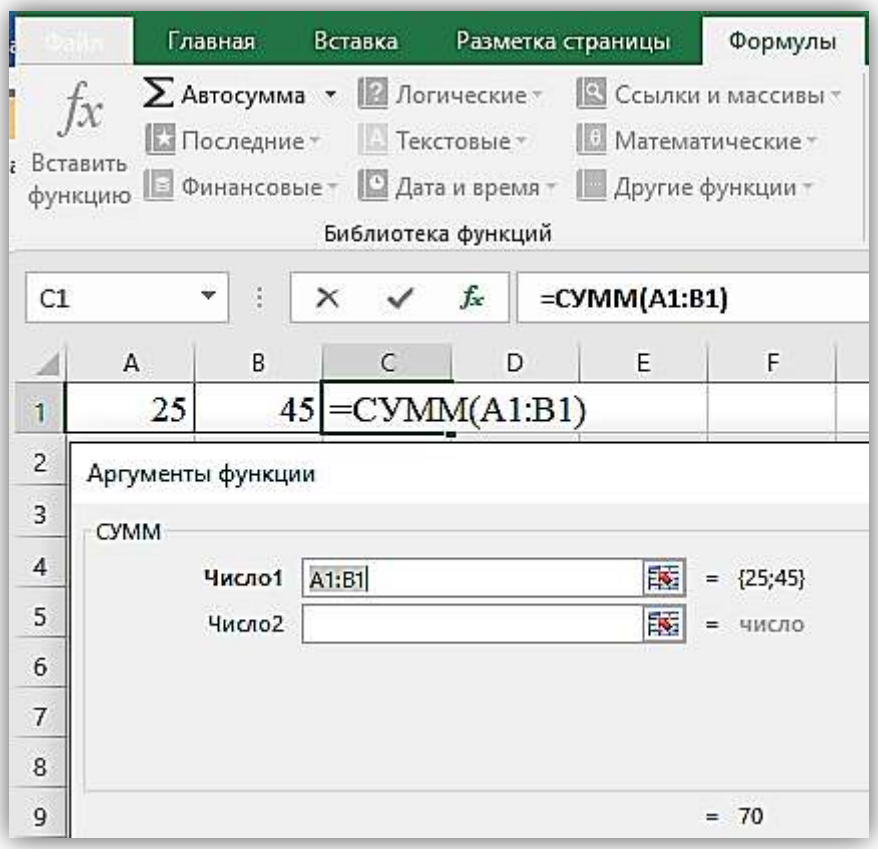


Рис. 14. Пример суммы двух чисел

4. Выделение фрагментов таблицы

Выделение строк – провести указателем мыши, при нажатой левой клавиши, по номерам соответствующих строк.

Выделение столбцов – провести указателем мыши по именам столбцов.

Выделение интервала ячеек – провести указателем мыши от верхнего левого угла интервала до правого нижнего угла.

5. Редактирование: добавление (удаление) строк, столбцов, ячеек, вставить, удалить, удалить лист и т. д.

Команды редактирования применимы к ячейке, интервалу ячеек или к рабочему листу. Для выполнения этих команд необходимо выделить фрагмент (интервал) ячеек и на ленте во вкладке *Главная*, группе *Ячейка* и выбрать соответствующую команду, рис. 15.

Рис. 15. Окно команды Главная, группы Ячейка

6. Форматирование чисел, текста, шрифта, обрамление и заливка ячеек цветом

Используется команда *Главная – Ячейки – Формат – Формат ячеек* и соответствующая вкладка. Для форматирования чисел – вкладка *Число.* Например, для задания нужного количества знаков после запятой: команда *Формат– Ячейки* – вкладка *Число* – формат *Числовой* – число знаков после запятой. Для ввода текста в ячейку в несколько строк: *Формат ячеек* – вкладка *Выравнивание* – *Переносить по словам.*

В окне «Формат ячеек» пробегая по вкладкам, выбираем нужные условия форматирования, рис. 16.

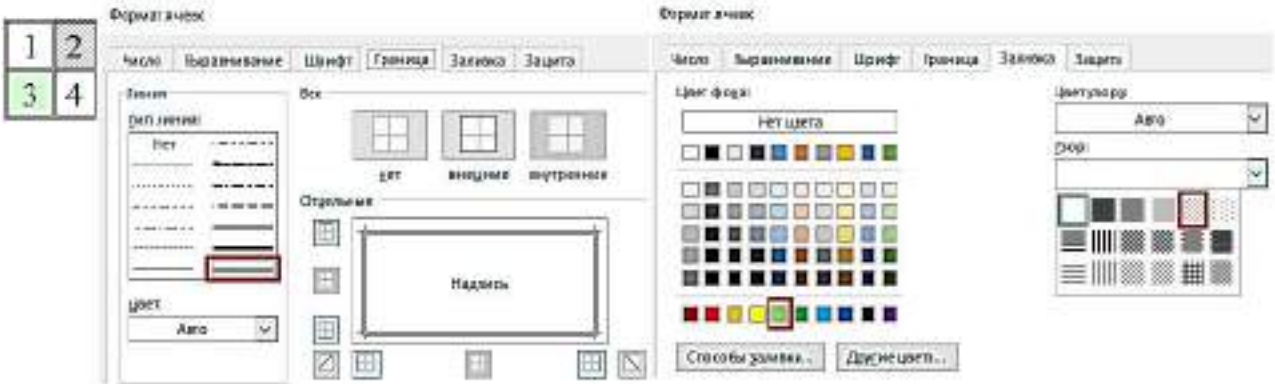


Рис. 16. Формат ячеек, вкладки Граница и Заливка

7. Построение графиков и диаграмм

Выделить столбцы данных с названиями. *Вставка – Диаграммы*. Затем: шаг 1 – выбрать *тип диаграммы*, шаг 2 – исходные данные уже выделены до вызова *мастера,* шаг 3 – указать *элементы диаграммы*, шаг 4 – указать *место размещения диаграммы*: на рабочем листе или на отдельном листе, рис. 17.

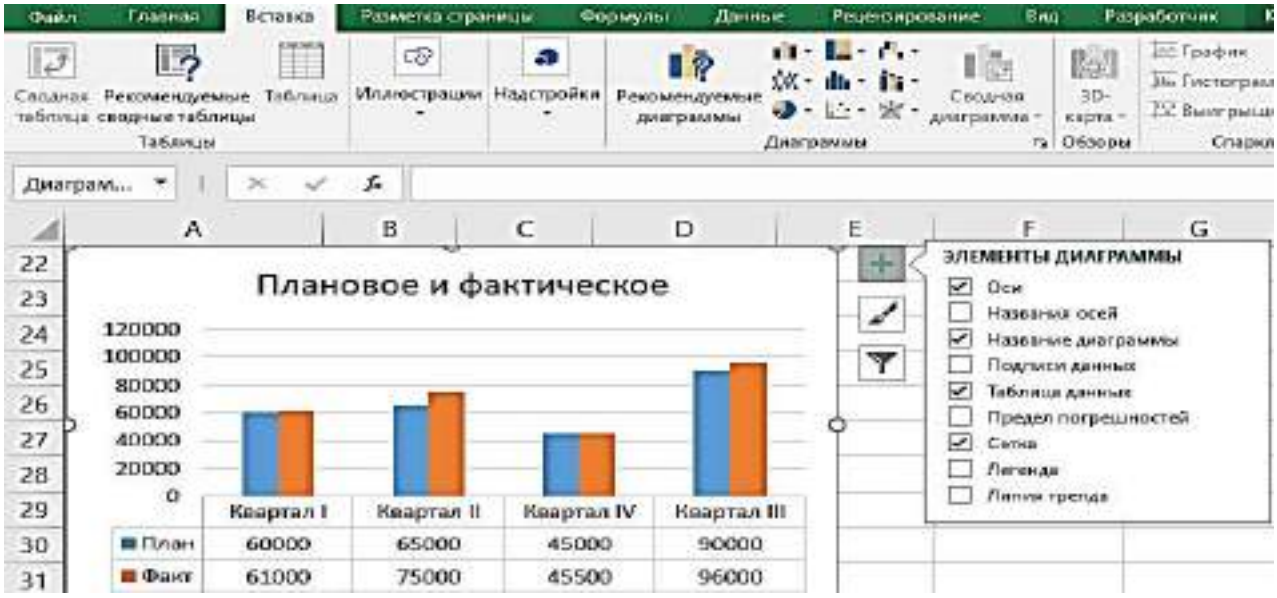


Рис. 17. Пример построения диаграммы

8. Работа с таблицей как с базой данных: сортировка, фильтрация, форма ввода данных, промежуточные итоги

Эти действия выполняются командой меню *Данные.* Для работы с этими командами необходимо:

1. «Шапка» таблицы должна находиться в одной строке.
2. Таблица должна быть отделена от строки названия и строки итогов пустой строкой.
3. Слева и справа от таблицы не должно быть никаких данных.
4. Курсор поставить в любую ячейку таблицы.

- Сортировка – перестановка строк таблицы по возрастанию или убыванию значений выбранного столбца.

Команда *Данные – Сортировка* – выбрать столбец – вид сортировки (по убыванию или по возрастанию), рис. 18.

- Фильтрация – выборка строк таблицы, удовлетворяющих условию.

Команда *Данные – Фильтр – Автофильтр* – задать условие.

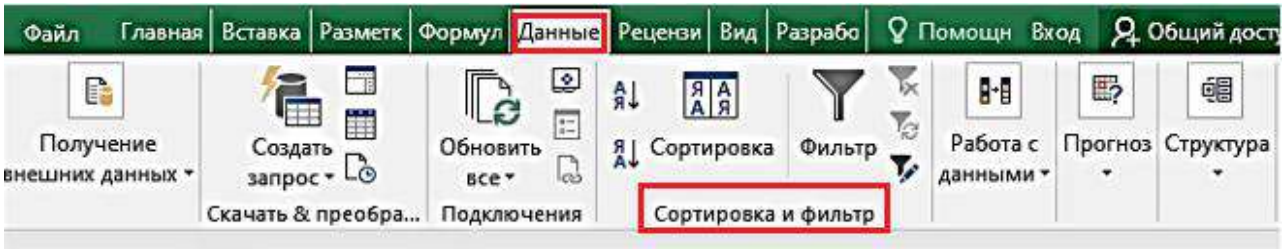


Рис. 18. Окно команды «Данные» группы «Сортировка и фильтр»

- Промежуточные итоги можно получить на предварительно отсортированной таблице по тому параметру, по которому требуется подвести итоги, рис. 19.

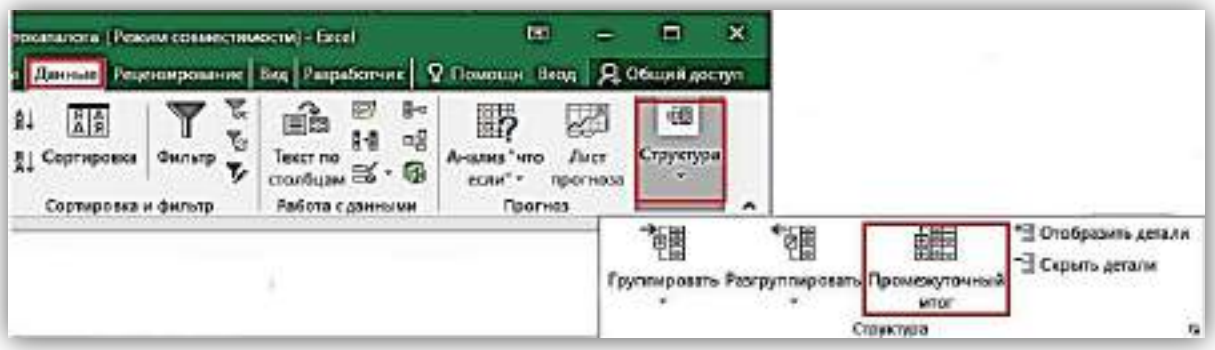


Рис. 19. Окно команды «Данные» группы «Структура»

	№	Модель	Год	Пробег, км	Двиг / КПП	Цвет
5	1	BMW X1 (E84)	2013	34 000	1995 A	коричневый
6	4	MINI PACEMAN COOPER S	2013	21 200	1598 A	белый
7	5	NISSAN JUKE	2013	37 000	1598 M	белый
8	6	NISSAN JUKE	2013	11 000	1598 A	красный
9	7	MERCEDES-BENZ GLK-KLASSE (X204)	2013	11 000	1991 A	серый
10	9	HYUNDAI SOLARIS SEDAN	2013	43 000	1591 A	синий
11	11	INFINITI QX80	2013	12 985	5552 A	белый
12	12	LAND ROVER RANGE ROVER SPORT	2013	40 107	2993 A	черный
13	13	JAGUAR XF	2013	24 162	1999 A	черный
14			**2013 Итог**			
15	2	ВАЗ LARGUS	2014	52 988	1596 M	бежевый
16	8	VOLKSWAGEN POLO V SEDAN	2014	1 500	1598 M	белый
17	16	MERCEDES-BENZ GLK-KLASSE (X204)	2014	8 821	2143 A	металлик
18			**2014 Итог**			
19	3	TOYOTA HIGHLANDER III	2015	1 555	3456 A	белый
20	10	NISSAN ALMERA IV	2015	2 060	1598 A	бежевый
21	14	TOYOTA LAND CRUISER PRADO 150	2015	1 086	2982 A	голубой
22			**2015 Итог**			
23			**Общий итог**			

Рис. 20. Фрагмент таблицы с использованием промежуточного итога

Команда *Вставка – Данные – Промежуточный итог* – указать имя столбца, по которому была проведена сортировка, выбрать операцию и отметить столбцы, по которым подводить итоги, рис. 20.

9. Сводные таблицы

Позволяют из большой таблицы сделать выборки. Команда *Вставка – Данные – Сводная таблица.* Указать источник данных, место расположения сводной таблицы, указать поля и данные, по которым нужно получить сводку, рис. 21, 22.

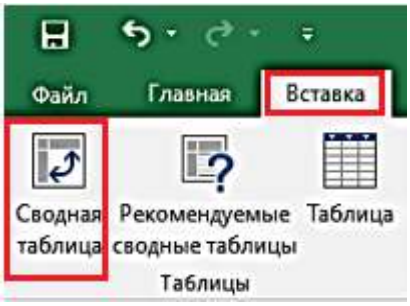


Рис. 21. Окно команды «Вставка», группа «Таблицы»

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Модель	(Все)									
2											
3	Сумма по полю Цена	Цвет									
4	Год	бежевый	белый	голубой	коричневый	красный	металлик	серый	синий	черный	Общий итог
5	2013		5455555		936555	869777		1675000	469000	4704000	14108887
6	2014	524000	580000				1975000				3079000
7	2015	519000	2680000	2465000							5664000
8	Общий итог	1043000	8715555	2465000	936555	869777	1975000	1675000	469000	4704000	22851887

Рис. 22. Фрагмент сводной таблицы

10. Специальные инструменты: подбор параметра, поиск решения

Позволяют найти оптимальное (наилучшее) решение. При подборе изменяется один параметр. Лента инструментов – *Данные – Анализ «что, если» – Подбор параметра* – указать ячейку с искомым параметром и изменяющуюся ячейку. При поиске решения можно изменять несколько параметров. Для этого необходимо записать математическую постановку задачи, определив целевую функцию и ограничения, подготовить таблицу и выполнить действия: Лента инструментов – *Сервис – Поиск решения* – задать все параметры. Если функции *Поиска решения* на Ленте инструментов нет, то эту функцию нужно подключить: *Файл – Параметры – Надстройки – Пакет анализа – Поиск решения.*

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

Лабораторная работа № 1. «Создание таблиц, автозаполнение, использование простых формул»

Задание № 1. Создайте таблицу для подсчета одной единицы товара и общей стоимости товаров. Постройте диаграммы.

Методические указания

1. Запустите редактор электронных таблиц Microsoft Excel и создайте новую электронную книгу. На **Листе1** создайте таблицу для первого задания.

2. Номер по порядку (№ п/п) заполните автозаполнением, для этого в ячейку А3 введите число 1, в ячейку, ниже, число 2, выделите обе ячейки и при помощи маркера автозаполнения (черный крестик в правом нижнем углу ячейки), потяните вниз до нужного значения. Таким же способом заполните столбец В.

	A	B	C	D	E
1	Стоимость товаров				
2	№ п/п	Наименование товара	Цена	Количество	Стоимость
3	1	Товар №1			
4	2	Товар №2			
5					
6					

3. Заполните ниже приведенную таблицу данными.

	A	B	C	D	E
1	Стоимость товаров				
2	№ п/п	Наименование товара	Цена	Количество	Стоимость
3	1	Товар №1	450	20	***9000***
4	2	Товар №2	780	15	
5	3	Товар №3	1200	10	
6	4	Товар №4	2100	40	
7	5	Товар №5	320	12	
8		Итог:	***4850***	***97***	***120540***

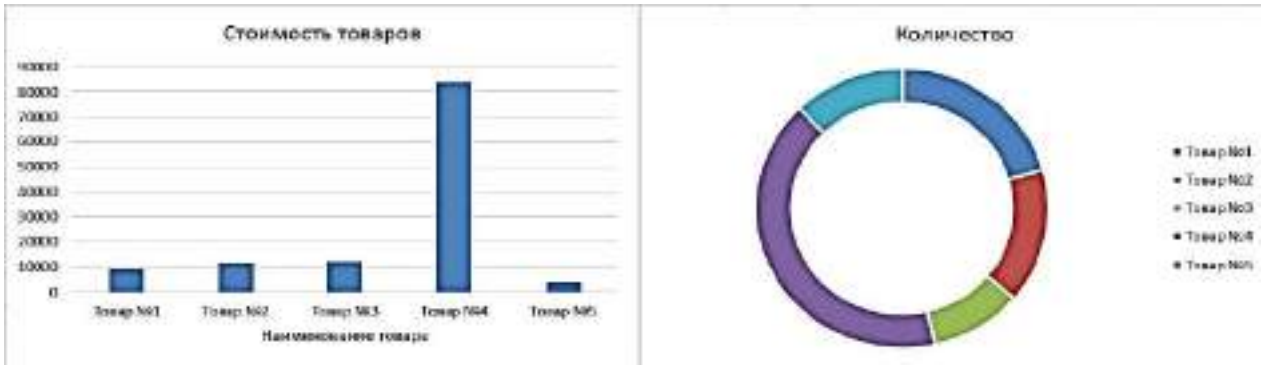
4. Вычислите «Стоимость» (колонка Е), – это произведение «Цены» и «Количества». «Стоимость» = «Цена» * «Количество», затем при помощи маркера автозаполнения, вертикально протянуть указатель мыши до ячейки Е7.

5. Вычислите «Итог» для «Цены», «Количества» и «Стоимости». Например, «Итог» по столбцу «Цена» =СУММ(С3:С7), затем при помощи маркера автозаполнения протянуть указатель мыши от ячейки С8 до ячейки Е8.

6. Для построения Диаграммы 1 выделите ячейки В3:В7, затем нажав кнопку **Ctrl** на клавиатуре, выделите ячейки Е3:Е7, затем выполнить на ленте инструментов следующее: вкладка *Вставка – Диаграммы – Гистограмма с группировкой.*

7. При помощи элементов диаграммы, подпишите название осей, диаграммы, легенды.

8. Для построения Диаграммы 2 выделите ячейки В3:В7, затем, нажав кнопку на клавиатуре **Ctrl**, выделите ячейки D3:D7, затем на ленте инструментов – вкладка *Вставка – Диаграммы – Круговая – Кольцевая*.



Задание № 2. Создайте таблицу «Анализ показателей производства». Вычислите «Итого», «Максимальное», «Минимальное», «Среднее за год», «Итог по месяцам». Найдите количество поставщиков по определенному наименованию. Самостоятельно постройте диаграммы.

Методические указания

1. На **Листе2** создайте таблицу для Задания № 2.

2. Вычислите «Итого». Это произведение «Цены» и «Количества». «Итого» = «Цена» * «Количество». Затем при

помощи маркера автозаполнения вертикально протянуть указателем мыши до строки F14.

3. Для того чтобы вычислить Среднее, Максимальное, Минимальное за год, использовать функции: =СУММ( ), =СРЗНАЧ( ), =МАКС( ), =МИН( ). Например, «Максимальное за год» =МАКС(F3:F14).

4. Для вычисления Количества поставщиков, используйте функцию =СЧЕТЕСЛИ( ). Необходимо выделить диапазон ячеек C3:C14 и выбрать соответствующий критерий, удовлетворяющий заданному условию. Например, для поставщика ООО «БурГорДроб», формула будет выглядеть так: =СЧЁТЕСЛИ(C3:C14;G3), для поставщика ООО «Бурстрой», =СЧЁТЕСЛИ(C3:C14;C4) и т. д.

G4 =СЧЁТЕСЛИ(C3:C14;G3)

	A	B	C	D	E	F	G
1	Анализ показателей производства						
2	Месяц	Наименование товара	Наименование поставщика	Коли-чество	Цена за шт.	Итого	Кол-во поставщиков
3	Январь	Эксцентрик	ООО «БурГорДроб»	7	250000	*1750000*	ООО «БурГорДроб»
4	Февраль	Чаша опорная	ООО «Бурстрой»	6	260400		4
5	Март	Корпус чаши	ООО «Бурстрой»	8	190500		
6	Апрель	Вал приводной	ООО «Техпромбур»	9	180200		ООО «Бурстрой»
7	Май	Вал конуса	ООО «БурСнаб»	5	210000		4
8	Июнь	Воротник	ООО «БурГорДроб»	10	75700		
9	Июль	Воротник	ООО «Техпромбур»	12	72000		ООО «Техпромбур»
10	Август	Кожух	ООО «Техпромбур»	9	93500		3
11	Сентябрь	Пружина	ООО «БурГорДроб»	20	5200		
12	Октябрь	Вал приводной	ООО «БурГорДроб»	10	74700		ООО «БурСнаб»
13	Ноябрь	Вал конуса	ООО «Бурстрой»	12	71000		1
14	Декабрь	Воротник	ООО «Бурстрой»	9	92500		
15				Макс. за год		*1750000*	
16				Мин. за год		*104000*	
17				Среднее. за год		*1042183*	
18				Итого		*12506200*	