Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по молодежной политике и
развитию образования
_____А. В. Легостев
_____ 14 ноября _____ 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ВОСПИТАНИЯ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

для всех направлений подготовки и специальностей

СОГЛАСОВАНО
Председатель Объединенного совета
обучающихся ФГБОУ ВО «УГГУ»
(протокол № 25 от 15.11.2023)
_____ А. А. Кухарева

Председатель Первичной профсоюзной
организации ФГБОУ ВО «УГГУ»
(протокол № 5 от 24.10.2023)
_____ П. А.Коновалов

Председатель Совета родителей
ФГБОУ ВО «УГГУ»
(протокол № 3/1 от 04.10.2023
_____ В. А. Пивова

Составитель: начальник управления по внеучебной
и социальной работе Шехтман Д.А.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 00DF5CE2604EDF2CC0CED755A1EAD9AF7B
Владелец: Зубов Владимир Владимирович
Действителен: с 13.04.2023 до 06.07.2024

Екатеринбург

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Наименование программы

Рабочая программа воспитания ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет» (далее – УГГУ, университет).

Рабочая программа воспитания ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет» представляет собой ценностно-нормативную, методологическую, методическую и технологическую основы организации воспитательной деятельности.

Рабочая программа воспитания (далее – Программа) ориентирована на организацию воспитательной деятельности субъектов образовательного и воспитательного процессов.

Воспитательная работа в университете направлена на создание благоприятных условий для личностного и профессионального развития студенческой молодёжи, формирование профессиональных и общекультурных/универсальных компетенций, таких как гражданственность, трудолюбие, ответственность, организованность, самостоятельность, инициативность, дисциплинированность.

Разработчик и координатор программы

Управление по внеучебной и социальной работе.

Нормативно-правовые основания программы

- Конституция Российской Федерации;
- Федеральный закон от 29.12.2012 №273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»;
- Федеральный закон от 05.02.2018 № 15-ФЗ «О внесении изменений в отдельные законодательные акты Российской Федерации по вопросам добровольчества (волонтерства)»;
- Указ Президента Российской Федерации от 19.12. 2012 г. № 1666 «Стратегия государственной национальной политики Российской Федерации на период до 2025 года»;
- Указ Президента Российской Федерации от 24.12.2014 № 808 «Основы государственной культурной политики»;
- Указ Президента Российской Федерации от 09.05.2017 № 203 «Стратегия развития информационного общества в Российской Федерации на 2017-2030 годы»;
- Указ Президента Российской Федерации от 07.05.2018 № 204 «О национальных целях и стратегических задачах развития Российской Федерации на период до 2024 года»;
- Указ Президента Российской Федерации от 21.07.2020 № 474 «О национальных целях развития Российской Федерации на период до 2030 года»;
- Указ Президента Российской Федерации от 02.07.2021 № 400 «Стратегия национальной безопасности Российской Федерации»;
- Указ Президента Российской Федерации от 09.11.2022 № 809 «Об утверждении основ государственной политики по сохранению и укреплению традиционных российских духовно-нравственных ценностей;
- Постановление Правительства Российской Федерации от 26.12.2017 № 1642 «Об утверждении государственной программы Российской Федерации «Развитие образования»;
- Распоряжение Правительства Российской Федерации от 29.11.2014 № 2403-р «Основы государственной молодежной политики Российской Федерации на период до 2025 года»;
- Распоряжение Правительства Российской Федерации от 29.05.2015 № 996-р «Стратегия развития воспитания в Российской Федерации на период до 2025 года»;
- Распоряжение Правительства Российской Федерации от 27.12.2018 № 2950-р «Концепция развития добровольчества (волонтерства) в Российской Федерации до 2025 года»;
- Распоряжение Правительства Российской Федерации от 12.11.2020 № 2945-р «Об утверждении Плана мероприятий по реализации в 2021-2025 годах Стратегии развития воспитания в Российской Федерации на период до 2025 года»;
- Устав ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет».

Сроки реализации программы - период реализации образовательной программы.

Ожидаемые результаты:

- исполнение положений Федерального закона «Об образовании в Российской Федерации» по вопросам воспитания обучающихся;
- реализация приоритетных направлений государственной молодежной политики по созданию условий для успешной социализации и эффективной самореализации обучающихся;
- привлечение к воспитательной работе в университете заинтересованных субъектов университетского сообщества;
- формирование у обучающихся духовных, социальных и профессиональных ценностей;
- обогащение личностного и социального опыта обучающихся;
- совершенствование форм и методов воспитательной работы;
- повышение степени вовлеченности обучающихся в организацию и проведение мероприятий воспитательного характера;
- совершенствование системы контроля и оценки воспитательной работы;
- расширение взаимодействия субъектов воспитательной работы с органами государственной власти и местного самоуправления, международными, всероссийскими, межрегиональными, региональными общественными объединениями, ключевыми стейкхолдерами;
- развитие традиций корпоративной культуры университета;
- повышение эффективности и качества реализуемых мероприятий;
- выпуск конкурентоспособных специалистов, обладающих высоким уровнем социально-личностных и профессиональных компетенций.

РАЗДЕЛ 1. ЦЕЛЕВОЙ

Воспитательная деятельность в университете, реализующем программы высшего и среднего профессионального образования, является одной из основных частей образовательного процесса, планируется и осуществляется в соответствии с приоритетами государственной политики в сфере воспитания.

Участниками образовательных отношений в части воспитания в университете являются:

- ректор;
- проректор по молодежной политике и развитию образования;
- начальник управления по внеучебной и социальной работе;
- заместители начальника управления по внеучебной и социальной работе;
- специалисты по социальной работе с молодежью;
- деканы факультетов;
- заведующие кафедрами;
- педагогические работники;
- академические кураторы;
- педагоги-психологи;
- члены Объединенного совета обучающихся;
- представители Совета родителей.

1.1 Цель и задачи воспитания обучающихся

Цель воспитания обучающихся ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет» - развитие личности, создание условий для самоопределения и социализации на основе социокультурных, духовно-нравственных ценностей и принятых в российском обществе правил и норм поведения в интересах человека, семьи, общества и государства,

формирование у обучающихся чувства патриотизма, гражданственности, уважения к памяти защитников Отечества и подвигам Героев Отечества, закону и правопорядку, человеку труда и старшему поколению, взаимного уважения, бережного отношения к культурному наследию и традициям многонационального народа Российской Федерации, природе и окружающей среде.

Задачи воспитания:

– усвоение обучающимися знаний о нормах, духовно-нравственных ценностях, которые выработало российское общество (социально значимых знаний);

– формирование и развитие осознанного позитивного отношения к ценностям, нормам и правилам поведения, принятым в российском обществе (их освоение, принятие), современного научного мировоззрения, мотивации к труду, непрерывному личностному и профессиональному росту;

– приобретение социокультурного опыта поведения, общения, межличностных и социальных отношений, в том числе в профессионально ориентированной деятельности;

– подготовка к самостоятельной профессиональной деятельности с учетом получаемой квалификации (социально-значимый опыт) во благо своей семьи, народа, Родины и государства;

– подготовка к созданию семьи и рождению детей.

1.2 Направления воспитания

Рабочая программа воспитания УГГУ реализуется в единстве учебной и воспитательной деятельности с учётом направлений воспитания:

гражданское воспитание — формирование российской идентичности, чувства принадлежности к своей Родине, ее историческому и культурному наследию, многонациональному народу России, уважения к правам и свободам гражданина России; формирование активной гражданской позиции, правовых знаний и правовой культуры;

патриотическое воспитание — формирование чувства глубокой

привязанности к своей малой родине, родному краю, России, своему народу и многонациональному народу России, его традициям; чувства гордости за достижения России и ее культуру, желания защищать интересы своей Родины и своего народа;

духовно-нравственное воспитание — формирование устойчивых ценностно-смысловых установок, обучающихся по отношению к духовно-нравственным ценностям российского общества, к культуре народов России, готовности к сохранению, преумножению и трансляции культурных традиций и ценностей многонационального российского государства;

эстетическое воспитание — формирование эстетической культуры, эстетического отношения к миру, приобщение к лучшим образцам отечественного и мирового искусства;

физическое воспитание, формирование культуры здорового

образа жизни и эмоционального благополучия — формирование осознанного отношения к здоровому и безопасному образу жизни, потребности физического самосовершенствования, неприятия вредных привычек;

профессионально-трудовое воспитание — формирование позитивного и добросовестного отношения к труду, культуры труда и трудовых отношений, трудолюбия, профессионально значимых качеств личности, умений и навыков; мотивации к творчеству и инновационной деятельности; осознанного отношения к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной деятельности, к профессиональной деятельности как средству реализации собственных жизненных планов;

экологическое воспитание — формирование потребности экологически целесообразного поведения в природе, понимания влияния социально-экономических процессов на состояние окружающей среды, важности рационального природопользования; приобретение опыта эколого-направленной деятельности;

ценности научного познания — воспитание стремления к познанию себя и других людей, природы и общества, к получению знаний, качественного образования с учётом личностных интересов

и общественных потребностей.

1.3 Целевые ориентиры воспитания

1.3.1 Инвариантные целевые ориентиры

Согласно «Основам государственной политики по сохранению и укреплению духовно-нравственных ценностей» (Указ Президента Российской Федерации от 09.11.2022 № 809) ключевым инструментом государственной политики в области образования, необходимым для формирования гармонично развитой личности, является воспитание в духе уважения к традиционным ценностям, таким как патриотизм, гражданственность, служение Отечеству и ответственность за его судьбу, высокие нравственные идеалы, крепкая семья, созидательный труд, приоритет духовного над материальным, гуманизм, милосердие, справедливость, коллективизм, взаимопомощь и взаимоуважение, историческая память и преемственность поколений, единство народов России.

В соответствии с Федеральным законом от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» воспитательная деятельность направлена на формирование у обучающихся чувства патриотизма, гражданственности, уважения к памяти защитников Отечества и подвигам Героев Отечества, закону и правопорядку, человеку труда и старшему поколению, взаимного уважения, бережного отношения к культурному наследию и традициям многонационального народа Российской Федерации, природе и окружающей среде».

Эти законодательно закрепленные требования в части формирования у обучающихся системы нравственных ценностей отражены в инвариантных целевых ориентирах воспитания выпускников университета и соотносятся с общими/универсальными компетенциями, формирование которых является результатом освоения образовательных программ в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов.

Инвариантные целевые ориентиры воспитания выпускников университета

Гражданское воспитание
– Осознанно выражающий свою российскую гражданскую принадлежность (идентичность) в поликультурном, многонациональном и многоконфессиональном российском обществе, в мировом сообществе. – Сознающий своё единство с народом России как источником власти и субъектом тысячелетней российской государственности, с российским государством, ответственность за его развитие в настоящем и будущем на основе исторического просвещения, российского национального исторического сознания. – Проявляющий гражданско-патриотическую позицию, готовность к защите Родины, способный аргументированно отстаивать суверенитет и достоинство народа России и российского государства, сохранять и защищать историческую правду. – Ориентированный на активное гражданское участие в социально-политических процессах на основе уважения закона и правопорядка, прав и свобод сограждан. – Осознанно и деятельно выражающий неприятие любой дискриминации по социальным, национальным, расовым, религиозным признакам, проявлений экстремизма, терроризма, коррупции, антигосударственной деятельности. – Обладающий опытом гражданской социально значимой деятельности (в студенческом самоуправлении, добровольческом движении, предпринимательской деятельности, экологических, военно-патриотических и др. объединениях, акциях, программах.
Патриотическое воспитание
– Осознающий свою национальную, этническую принадлежность, демонстрирующий приверженность к родной культуре, любовь к своему народу.

– Сознающий причастность к многонациональному народу Российской Федерации, Отечеству, общероссийскую идентичность. – Проявляющий деятельное ценностное отношение к историческому и культурному наследию своего и других народов России, их традициям, праздникам. – Проявляющий уважение к соотечественникам, проживающим за рубежом, поддерживающий их права, защиту их интересов в сохранении общероссийской идентичности.
Духовно-нравственное воспитание
– Проявляющий приверженность традиционным духовно-нравственным ценностям, культуре народов России с учётом мировоззренческого, национального, конфессионального самоопределения. – Проявляющий уважение к жизни и достоинству каждого человека, свободе мировоззренческого выбора и самоопределения, к представителям различных этнических групп, традиционных религий народов России, их национальному достоинству и религиозным чувствам с учётом соблюдения конституционных прав и свобод всех граждан. – Понимающий и деятельно выражающий понимание ценности межнационального, межрелигиозного согласия, способный вести диалог с людьми разных национальностей и вероисповеданий, находить общие цели и сотрудничать для их достижения. – Ориентированный на создание устойчивой семьи на основе российских традиционных семейных ценностей, рождение и воспитание детей и принятие родительской ответственности. – Обладающий сформированными представлениями о ценности и значении в отечественной и мировой культуре языков и литературы народов России.
Эстетическое воспитание
– Выражающий понимание ценности отечественного и мирового искусства, российского и мирового художественного наследия. – Проявляющий восприимчивость к разным видам искусства, понимание эмоционального воздействия искусства, его влияния на душевное состояние и поведение людей, умеющий критически оценивать это влияние. – Проявляющий понимание художественной культуры как средства коммуникации и самовыражения в современном обществе, значение нравственных норм, ценностей, традиций в искусстве. – Ориентированный на осознанное творческое самовыражение, реализацию творческих способностей, на эстетическое обустройство собственного быта, профессиональной среды.
Физическое воспитание, формирование культуры здоровья и эмоционального благополучия
– Понимающий и выражающий в практической деятельности понимание ценности жизни, здоровья и безопасности, значение личных усилий в сохранении и укреплении своего здоровья и здоровья других людей. – Соблюдающий правила личной и общественной безопасности, в том числе безопасного поведения в информационной среде. – Выражающий на практике установку на здоровый образ жизни (здоровое питание, соблюдение гигиены, режим занятий и отдыха, регулярную физическую активность), стремление к физическому совершенствованию. – Проявляющий сознательное и обоснованное неприятие вредных привычек (курения, употребления алкоголя, наркотиков, любых форм зависимостей), деструктивного поведения в обществе и цифровой среде, понимание их вреда для физического и психического здоровья. – Демонстрирующий навыки рефлексии своего состояния (физического, эмоционального, психологического), понимания состояния других людей. – Демонстрирующий и развивающий свою физическую подготовку, необходимую для избранной профессиональной деятельности, способности адаптироваться к стрессовым ситуациям в общении, в изменяющихся условиях (профессиональных, социальных, информационных, природных), эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях. – Использующий средства физической культуры для сохранения и укрепления здоровья в процессе профессиональной деятельности и поддержания необходимого уровня физической подготовленности.
Профессионально-трудовое воспитание

– Понимающий профессиональные идеалы и ценности, уважающий труд, результаты труда, трудовые достижения российского народа, трудовые и профессиональные достижения своих земляков, их вклад в развитие своего поселения, края, страны. – Участвующий в социально значимой трудовой и профессиональной деятельности разного вида в семье, образовательной организации, на базе производственной практики, в своей местности. – Выражающий осознанную готовность к непрерывному образованию и самообразованию в выбранной сфере профессиональной деятельности. – Понимающий специфику профессионально-трудовой деятельности, регулирования трудовых отношений, готовый учиться и трудиться в современном высокотехнологичном мире на благо государства и общества. – Ориентированный на осознанное освоение выбранной сферы профессиональной деятельности с учётом личных жизненных планов, потребностей своей семьи, государства и общества. – Обладающий сформированными представлениями о значении и ценности выбранной профессии, проявляющий уважение к своей профессии и своему профессиональному сообществу, поддерживающий позитивный образ и престиж своей профессии в обществе.
Экологическое воспитание
– Демонстрирующий в поведении сформированность экологической культуры на основе понимания влияния социально-экономических процессов на природу, в том числе на глобальном уровне, ответственность за действия в природной среде. – Выражающий деятельное неприятие действий, приносящих вред природе, содействующий сохранению и защите окружающей среды. – Применяющий знания из общеобразовательных и профессиональных дисциплин для разумного, бережливого производства и природопользования, ресурсосбережения в быту, в профессиональной среде, общественном пространстве. – Имеющий и развивающий опыт экологически направленной, природоохранной, ресурсосберегающей деятельности, в том числе в рамках выбранной специальности, способствующий его приобретению другими людьми.
Ценности научного познания
– Деятельно выражающий познавательные интересы в разных предметных областях с учётом своих интересов, способностей, достижений, выбранного направления профессионального образования и подготовки. – Обладающий представлением о современной научной картине мира, достижениях науки и техники, аргументированно выражающий понимание значения науки и технологий для развития российского общества и обеспечения его безопасности. – Демонстрирующий навыки критического мышления, определения достоверности научной информации, в том числе в сфере профессиональной деятельности. – Умеющий выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам. – Использующий современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности. – Развивающий и применяющий навыки наблюдения, накопления и систематизации фактов, осмысления опыта в естественнонаучной и гуманитарной областях познания, исследовательской и профессиональной деятельности.

1.3.2 Вариативные целевые ориентиры

Вариативные целевые ориентиры воспитания обучающихся университета сформулированы с учётом этнокультурных и региональных особенностей и не противоречат инвариантным целевым ориентирам.

Вариативные целевые ориентиры воспитания

Гражданское воспитание
– Осознающий себя членом общества на региональном и локальном уровнях, имеющим представление о родном крае как субъекте Российской Федерации.

– Демонстрирующий понимание значимости выбранной профессии для развития страны, проявляющий уважение к своей профессии и профессиональному сообществу. – Знающий и соблюдающий нормы профессиональной этики работника, поддерживающий благоприятный образ профессии в обществе. – Разделяющий традиционные российские ценности, проявляющий активную гражданскую позицию, готовый к защите Родины. – Знающий государственные устои и символику России, родного края, города, района и муниципальных образований. – Проявляющий нетерпимость к коррупционному поведению, умеющий принимать решения и нести за них ответственность. – Обладающий культурой межнационального общения в студенческой среде и обществе в целом. – Проявляющий уважительное отношение к национальному достоинству людей, их чувствам, религиозным убеждениям.
Патриотическое воспитание
– Понимающий свою сопричастность к прошлому, настоящему и будущему родного края, своей Родины — России, Российского государства. – Понимающий значение гражданских символов (государственная символика России, своего региона), праздников, мест почитания героев и защитников Отечества, проявляющий к ним уважение. – Изучающий и владеющий знаниями по истории родного края и своей малой родины.
Духовно-нравственное воспитание
– Уважающий духовно-нравственную культуру своей семьи, своего народа, семейные ценности с учётом национальной, религиозной принадлежности. – Сознающий ценность каждой человеческой жизни, признающий индивидуальность и достоинство каждого человека. – Умеющий оценивать поступки с позиции их соответствия нравственным нормам, осознающий ответственность за свои поступки.
Эстетическое воспитание
– Проявляющий ценностное отношение к культуре и искусству, к культуре речи и культуре поведения, к красоте и гармонии. – Обладающий знаниями о культурном наследии родного края. – Способный воспринимать и чувствовать прекрасное в быту, природе, искусстве, творчестве людей, профессиональном мастерстве. – Проявляющий стремление к самовыражению в разных видах художественной деятельности, искусстве, профессиональной деятельности.
Физическое воспитание, формирование культуры здоровья и эмоционального благополучия
– Владеющий знаниями о физической культуре и спорте, их истории, современном развитии в родном крае. – Ведущий и пропагандирующий здоровый образ жизни. – Проявляющий интерес к самообучению умениям и навыкам физкультурно-оздоровительной и спортивно-оздоровительной деятельности. – Бережно относящийся к физическому здоровью, соблюдающий основные правила здорового и безопасного для себя и других людей образа жизни, в том числе в информационной среде. – Владеющий основными навыками личной и общественной гигиены, безопасного поведения в быту, природе, обществе. – Ориентированный на физическое развитие с учётом возможностей здоровья, занятия физкультурой и спортом
Профессионально-трудовое воспитание
– Проявляющий уважение к труду, людям труда, бережное отношение к результатам труда, ответственное потребление. – Проявляющий интерес к разным профессиям. – Участвующий в различных видах трудовой деятельности.

– Владеющий комплексом знаний, умений и навыков, качеств личности, обеспечивающих возможность профессионального роста. – Обладающий основами экономической культуры и финансовой грамотности.
Экологическое воспитание
– Понимающий ценность природы, зависимость жизни людей от природы, влияние людей на природу, окружающую среду. – Выражающий готовность в своей профессиональной деятельности придерживаться экологических норм. – Содействующий сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, эффективно действующий в чрезвычайных ситуациях. – Демонстрирующий экологическую культуру. – Проявляющий интерес к экологической обстановке в родном крае, вносящий свой вклад в ее улучшение.
Ценности научного познания
– Ориентированный на ценности непрерывного образования, в том числе и на самообразование. – Проявляющий интерес к участию в поисковой и исследовательской деятельности, техническому творчеству.

РАЗДЕЛ 2. СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЙ

2.1 Уклад университета

Уральский государственный горный университет был учрежден 3 (16) июля 1914 года законом, утвержденным российским Императором Николаем II, как Екатеринбургский горный институт, который стал первым высшим учебным заведением на Урале.

Собранием Узаконений и Распоряжений Правительства, издаваемым при Правительствующем Сенате, от 27 января 1917 г. № 28 горный институт в городе Екатеринбурге был переименован в Уральский горный институт Императора Николая II, который приказом Главного управления учебными заведениями Народного Комиссариата тяжелой промышленности СССР от 18 декабря 1934 г. № 26/644 переименован в Свердловский горный институт, которому постановлением Совета Министров СССР от 13 января 1947 г, № 52 присвоено имя В.В. Вахрушева.

Указом Президиума Верховного Совета СССР от 12 мая 1969 года Свердловский горный институт им. В.В. Вахрушева был переименован в Свердловский ордена Трудового Красного Знамени горный институт им. В.В. Вахрушева, который распоряжением Совета Министров РСФСР от 10 июля 1991 г. № 736-р и приказом Государственного Комитета СССР по народному образованию от 22 июля 1991 г. № 346 был переименован в Уральский ордена Трудового Красного Знамени горный институт имени В.В. Вахрушева, переименованный приказом Государственного Комитета Российской Федерации по высшему образованию от 28 октября 1993 г. № 298 в Уральскую государственную горно-геологическую академию.

11 февраля 2003 года Уральская государственная горно-геологическая академия была внесена в Единый государственный реестр юридических лиц как государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования Уральская государственная горно-геологическая академия, которое приказом Федерального агентства по образованию от 5 октября 2004 г. № 156 было переименовано в государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Уральский государственный горный университет».

Приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 23 мая 2011 г. № 1724 государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Уральский государственный горный университет» переименовано в федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального

образования «Уральский государственный горный университет», которое приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 29 октября 2015 г. №1261 переименовано в федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Уральский государственный горный университет».

За 106 лет своей деятельности вуз подготовил для работы на горнодобывающих и геологоразведочных предприятиях, в научно-исследовательских и проектно-конструкторских институтах отрасли более 110 000 горных инженеров, талантом и трудом которых создавался Уральский горнопромышленный комплекс.

В 2024 году УГГУ - первый вуз Урала празднует 110 лет со дня учреждения.

Университет реализует программы высшего, среднего профессионального, дополнительного и послевузовского профессионального образования в области геологии, геофизики, горного дела, экологии, экономики, информатики, автоматизации, горного машиностроения, художественного проектирования и обработки материалов.

В университете представлены все уровни высшего образования: бакалавриат, специалитет, магистратура и аспирантура.

В университете обучаются около 10 000 студентов.

Отличительной особенностью университета являются сильные связи с производством. Вуз сотрудничает более чем с 300 предприятиями – партнерами со всей России, в их числе — крупнейшие компании горнодобывающей отрасли. Подписаны договоры о совместной работе в рамках подготовки кадров с крупнейшими отраслевыми предприятиями страны и региона: Русской медной компанией, Уральской горно-металлургической компанией, Уралмашзаводом, ЕВРАЗ-холдингом и др. Ведется системная подготовка специалистов для предприятий зарубежных стран: Китая, Гвинеи, Македонии, Узбекистана, Таджикистана, Туркменистана, Монголии, Казахстана и др.

Университет славится своим сильным профессорско-преподавательским составом. На 38 кафедрах работают более 350 педагогических работников, из них более 250 кандидатов наук, порядка 60 докторов наук.

Вековая история позволила университету создать не только мощные образовательные традиции, но и научные школы. Их коллективы регулярно участвуют в масштабных государственных программах. С 1976 г. в диссертационных советах вуза защищено свыше 750 диссертаций.

В университете выпускается два журнала, внесенных Высшей аттестационной комиссией в Перечень научных журналов, публикация в которых является обязательной для защиты диссертаций.

Студенты вуза регулярно побеждают на Всероссийских олимпиадах и инженерных соревнованиях. Горняки трижды становились триумфаторами Международного чемпионата по решению инженерных кейсов «Case-In». Свыше сорока студентов УГГУ каждый год удостаиваются стипендий Президента РФ, Правительства РФ и Губернатора Свердловской области. Одним из знаковых научных мероприятий УГГУ является Уральская горнопромышленная декада. Сотни специалистов из России и зарубежных стран ежегодно приезжают в Горный университет, чтобы обсудить актуальные вопросы отрасли и найти партнеров для решения производственных задач.

В университете есть свои корпоративные знаки отличия – это герб, гимн, флаг и форменная одежда, которые используются при проведении мероприятий в масштабах университета, городского, регионального и всероссийского уровней с целью формирования корпоративного сознания у обучающихся.

Наиболее значимыми традиционными мероприятиями, событиями, составляющими основу воспитательной системы, являются День знаний, День солидарности в борьбе с терроризмом, День первокурсника, День Героев Отечества, День матери, День студента, День защитников Отечества, конкурс красоты «Мисс и Мистер Горный университет» и многие другие.

2.2 Воспитательные модули: виды, формы, содержание воспитательной деятельности

Модуль «Образовательная деятельность»

Реализация воспитательного потенциала образовательной деятельности предусматривает:

– использование воспитательных возможностей содержания учебных дисциплин и профессиональных модулей для формирования у обучающихся позитивного отношения к российским традиционным духовно-нравственным и социокультурным ценностям, подбор соответствующего тематического содержания, текстов для чтения, задач для решения, проблемных ситуаций для обсуждений и т. п., отвечающих содержанию и задачам воспитания;

– привлечение внимания обучающихся к ценностному аспекту изучаемых на аудиторных занятиях объектов, явлений, событий и т. д., инициирование обсуждений, высказываний обучающимися своего мнения, выработки личностного отношения к изучаемым событиям, явлениям;

– использование учебных материалов (образовательного контента, художественных фильмов, литературных произведений и проч.), способствующих повышению статуса и престижа рабочих профессий, прославляющих трудовые достижения, повествующих о семейных трудовых династиях;

– инициирование и поддержка исследовательской деятельности при изучении учебных дисциплин и профессиональных модулей в форме индивидуальных и групповых проектов, исследовательских работ воспитательной направленности;

– реализация курсов, дополнительных факультативных занятий исторического просвещения, патриотической, гражданской, экологической, научно-познавательной, краеведческой, историко-культурной, туристско-краеведческой, спортивно-оздоровительной, художественно-эстетической, духовно-нравственной направленности, а также курсов, направленных на формирование готовности обучающихся к вступлению в брак и осознанному родительству;

– организация и проведение экскурсий (в музеи, картинные галереи, технопарки, на предприятия и др.), экспедиций, походов.

Модуль «Кураторство»

Реализация воспитательного потенциала кураторства как особого вида педагогической деятельности, направленной в первую очередь на решение задач воспитания и социализации обучающихся, предусматривает:

– организацию социально-значимых совместных проектов, отвечающих потребностям обучающихся, дающих возможности для их самореализации, установления и укрепления доверительных отношений внутри учебной группы и между группой и куратором;

– сплочение коллектива группы через игры и тренинги на командообразование, походы, экскурсии, празднования дней рождения, тематические вечера и т. п.;

– организацию и проведение регулярных родительских собраний, информирование родителей об академических успехах и проблемах обучающихся, их положении в студенческой группе, о жизни группы в целом; помощь родителям и иным членам семьи во взаимодействии с педагогическим коллективом и администрацией;

– работа со студентами, вступившими в ранние семейные отношения, проведение консультаций по вопросам этики и психологии семейной жизни, семейного права;

– планирование, подготовку и проведение праздников, фестивалей, конкурсов, соревнований и т. д. с обучающимися.

Модуль «Наставничество»

Реализация воспитательного потенциала наставничества как универсальной технологии передачи опыта и знаний предусматривает:

– разработку программы наставничества;

– содействие осознанному выбору оптимальной образовательной траектории, в том числе для обучающихся с особыми потребностями (детей с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья, одаренных, обучающихся, находящихся в трудной жизненной ситуации);

– оказание психологической и профессиональной поддержки наставляемому в реализации им индивидуального маршрута и в жизненном самоопределении;

– определение инструментов оценки эффективности мероприятий по адаптации и стажировке наставляемого;

– привлечение к наставнической деятельности признанных авторитетных специалистов, имеющих большой профессиональный и жизненный опыт (работников предприятий и организаций-партнеров).

Модуль «Основные воспитательные мероприятия»

Реализация воспитательного потенциала основных воспитательных мероприятий предусматривает:

– проведение общих для всей образовательной организации праздников, ежегодных творческих (театрализованных, музыкальных, литературных и т. п.) мероприятий, связанных с общероссийскими, региональными, местными праздниками, памятными датами;

– проведение торжественных мероприятий, связанных с завершением образования, переходом на следующий курс, а также совместных мероприятий с организациями-партнерами, направленных на знакомство и приобщение к корпоративной культуре предприятия, организации;

– разработку и реализацию обучающимися социальных, социально-профессиональных проектов, в том числе с участием социальных партнёров университета;

– организацию тематических мероприятий, нацеленных на формирование уважительного отношения к противоположному полу, понимания любви как основы таких отношений и готовности к вступлению в брак (День матери, День семьи, любви и верности и т. д.);

Модуль «Организация предметно-пространственной среды»

Реализация воспитательного потенциала предметно-пространственной среды предусматривает совместную деятельность педагогов, обучающихся, других участников образовательных отношений по её созданию, поддержанию, использованию в воспитании:

– организация в доступных для обучающихся и посетителей местах музейно-выставочного пространства, содержащего экспозиции об истории и развитии университета с использованием исторических символов государства, региона, местности в разные периоды, о значимых исторических, культурных, природных, производственных объектах России, региона, местности;

– размещение карт России, регионов, муниципальных образований (современных и исторических, точных и стилизованных, географических, природных, культурологических, художественно оформленных, в том числе материалами, подготовленными обучающимися) с изображениями значимых культурных объектов своей местности, региона, России; портретов выдающихся государственных деятелей России, деятелей культуры, науки, производства, искусства, военных деятелей, героев и защитников Отечества;

– размещение, обновление художественных изображений (символических, живописных, фотографических, интерактивных) объектов природного и культурного наследия региона, местности, предметов традиционной культуры и быта;

– организацию и поддержание в университете звукового пространства позитивной духовно-нравственной, гражданско-патриотической воспитательной направленности (звонки-мелодии, музыка, информационные сообщения), исполнение гимна Российской Федерации (в начале учебной недели);

– оформление и обновление «мест новостей», стендов в помещениях общего пользования (холл первого этажа, рекреации и др.), содержащих в доступной, привлекательной форме новостную информацию позитивного профессионального, гражданско-патриотического, духовно-нравственного содержания;

– размещение материалов, отражающих ценность труда как важнейшей нравственной категории, представляющих трудовые достижения в профессиональной области, прославляющих героев и ветеранов труда, выдающихся деятелей производственной сферы, имеющей отношение к УГГУ, предметов-символов профессиональной сферы, размещение информационных справочных материалов о предприятиях профессиональной сферы, имеющих отношение к профилю университета;

– размещение, поддержание, обновление на территории университета выставочных объектов, ассоциирующихся с профессиональными направлениями обучения;

– создание и обновление книжных выставок профессиональной литературы, пространства свободного книгообмена;

– оборудование, оформление, поддержание и использование спортивных и игровых пространств, площадок, зон активного и спокойного отдыха;

– совместная с обучающимися популяризация символики УГГУ (флаг, гимн, эмблема, логотип и т. п.), используемой как повседневно, так и в торжественных ситуациях;

– разработка и обновление материалов (стендов, плакатов, инсталляций и др.), акцентирующих внимание обучающихся на важных для воспитания правилах, традициях, укладе образовательной организации, актуальных вопросах профилактики и безопасности.

Модуль «Взаимодействие с родителями (законными представителями)»

Реализация воспитательного потенциала взаимодействия с родителями (законными представителями) обучающихся предусматривает:

– организацию взаимодействия между родителями обучающихся и преподавателями, администрацией в области воспитания и профессиональной реализации студентов;

– проведение родительских собраний по вопросам воспитания, взаимоотношений обучающихся и педагогов, условий обучения и воспитания;

– привлечение родителей к подготовке и проведению мероприятий воспитательной направленности.

Модуль «Самоуправление»

Реализация воспитательного потенциала самоуправления обучающихся в университете, реализующем образовательные программы высшего и среднего профессионального образования, предусматривает:

– организацию и деятельность в университете органов самоуправления обучающихся (совет обучающихся и др.);

– представление органами самоуправления интересов обучающихся в процессе управления образовательной организацией, защита законных интересов, прав обучающихся;

– участие представителей органов самоуправления обучающихся в разработке, обсуждении и реализации рабочей программы воспитания, в анализе воспитательной деятельности;

– привлечение к деятельности студенческого самоуправления выпускников, работающих по специальности, добившихся успехов в профессиональной деятельности и личной жизни.

Модуль «Профилактика и безопасность»

Реализация воспитательного потенциала профилактической деятельности в целях формирования и поддержки безопасной и комфортной среды предусматривает:

– организацию деятельности педагогического коллектива по созданию в университете безопасной среды как условия успешной воспитательной деятельности;

– вовлечение обучающихся в проекты, программы профилактической направленности, реализуемые в УГГУ и в социокультурном окружении (антинаркотические, антиалкогольные, против курения, вовлечения в деструктивные детские и молодёжные объединения, культы, субкультуры, группы в социальных сетях; по безопасности в цифровой среде, на транспорте, на воде, безопасности дорожного движения, противопожарной безопасности, антитеррористической и антиэкстремистской безопасности, гражданской обороне и т. д.);

– сбор информации и регулярный мониторинг семей обучающихся, находящихся в сложной жизненной ситуации, профилактическая работа с неблагополучными семьями;

– организация психолого-педагогической поддержки обучающихся групп риска;

– организацию работы по развитию у обучающихся навыков саморефлексии, самоконтроля, устойчивости к негативному воздействию, групповому давлению;

– поддержку инициатив обучающихся, педагогов в сфере укрепления безопасности жизнедеятельности.

Модуль «Социальное партнёрство и участие работодателей»

Реализация воспитательного потенциала социального партнёрства университетом, реализующем образовательные программы высшего и среднего профессионального образования, в том числе во взаимодействии с предприятиями рынка труда, предусматривает:

– участие представителей организаций-партнёров, предприятий (организаций) и работодателей, в том числе в соответствии с договорами о сотрудничестве, в проведении отдельных производственных практик и мероприятий в рамках рабочей программы воспитания и календарного плана воспитательной работы (дни открытых дверей, ярмарки вакансий, государственные, региональные праздники, торжественные мероприятия и т. п.);

– участие представителей организаций-партнёров в проведении мастер-классов, аудиторных и внеаудиторных занятий, мероприятий профессиональной направленности;

– проведение на базе организаций-партнёров отдельных аудиторных и внеаудиторных занятий, презентаций, лекций, акций воспитательной направленности;

– проведение открытых дискуссионных площадок (студенческих, педагогических, родительских, совместных), куда приглашаются представители организаций-партнёров, на которых обсуждаются актуальные проблемы, касающиеся профессиональной сферы и рынка труда, жизни университета, муниципального образования, региона, страны;

– реализация социальных проектов, разрабатываемых и реализуемых обучающимися и педагогами совместно с организациями-партнёрами (профессионально-трудовой, благотворительной, экологической, патриотической, духовно-нравственной и т. д. направленности), ориентированных на воспитание обучающихся, преобразование окружающего социума, позитивное воздействие на социальное окружение.

Модуль «Профессиональное развитие, адаптация и трудоустройство»

Реализация воспитательного потенциала работы по профессиональному развитию, адаптации и трудоустройству в университете предусматривает:

– участие в конкурсах, фестивалях, олимпиадах профессионального мастерства (в т. ч. международных), работе над профессиональными проектами различного уровня (регионального, всероссийского, международного) и др.;

– циклы мероприятий, направленных на подготовку обучающихся к осознанному планированию своей карьеры, профессионального будущего (посещения центра содействия профессиональному трудоустройству выпускников, профессиональных выставок, ярмарок вакансий, дней открытых дверей на предприятиях и др.);

– экскурсии (на предприятия, в организации), дающие углублённые представления о выбранной специальности и условиях работы;

– организацию мероприятий, посвященных истории организаций/предприятий-партнёров; встреч с представителями коллективов, с работниками-стажистами, представителями трудовых династий, авторитетными специалистами, героями и ветеранами труда, представителями профессиональных династий;

– использование обучающимися интернет-ресурсов, способствующих более глубокому изучению отраслевых технологий, способов и приёмов профессиональной деятельности, профессионального инструментария, актуального состояния профессиональной области; онлайн курсов по интересующим темам и направлениям профессионального образования;

– консультирование обучающихся по вопросам построения ими профессиональной карьеры и планов на будущую жизнь с учётом индивидуальных особенностей, интересов, потребностей;

– проведение тренингов, нацеленных на формирование рефлексивной культуры, совершенствование умений в области анализа и оценки результатов деятельности.

Дополнительные модули

Модуль «Воспитание здорового образа жизни»

Реализация воспитательного потенциала работы по созданию условий для сохранения, укрепления и развития духовного, эмоционального, интеллектуального, личностного и физического здоровья обучающихся предусматривает:

– воспитание здоровой личности, формирование способности ставить цели и строить жизненные планы;

– формирование у обучающихся ответственного отношения к своему здоровью и потребности в здоровом образе жизни, физическом самосовершенствовании, занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью, развитие культуры безопасной жизнедеятельности, профилактику наркотической и алкогольной зависимости, табакокурения и других вредных привычек;

– формирование бережного, ответственного и компетентного отношения к физическому и психологическому здоровью – как собственному, так и других людей, развитие культуры здорового питания.

Модуль «Художественно-эстетическое воспитание»

Реализация воспитательного потенциала работы по формированию культурно-эстетических взглядов, нравственных принципов обучающихся, повышению общего уровня культуры, формированию способности воспринимать и понимать произведения искусства во взаимосвязи с окружающим миром предусматривает:

– воспитание эстетического отношения к миру, включая эстетику быта, научного и технического творчества, спорта, общественных отношений;

– формирование способности к общему развитию, реализации творческого потенциала в учебной, профессиональной деятельности, самовоспитания и универсальной духовно-нравственной компетенции – «становиться лучше»;

– формирование чувства любви к Родине на основе изучения культурного наследия многонационального народа России;

– формирование художественно-эстетического мировоззрения, основанного на диалоге культур.

Модуль «Экологическое воспитание»

Реализация воспитательного потенциала работы по формированию экологической культуры, содействию сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, воспитанию и развитию у обучающихся любви к окружающей природе предусматривает:

– развитие у обучающихся экологической культуры, бережного отношения к родной земле, природным богатствам России и мира, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды;

– воспитание чувства ответственности за состояние природных ресурсов, формирование умений и навыков разумного природопользования, нетерпимого отношения к действиям, приносящим вред экологии; приобретение опыта эколого-направленной деятельности.

Модуль «Волонтерское движение»

Реализация воспитательного потенциала работы по формированию готовности к добровольчеству (волонтёрству) предусматривает:

– развитие навыков волонтерской деятельности через участие в подготовке и проведении социально-значимых мероприятий;

– развитие мотивации к активному и ответственному участию в общественной жизни страны, региона, университета, государственному управлению через организацию добровольческой деятельности;

– развитие способностей к сопереживанию и формированию позитивного отношения к людям, в том числе к лицам с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья;

– развитие компетенций сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности.

РАЗДЕЛ 3. ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ

3.1 Кадровое обеспечение

Реализация рабочей программы воспитания осуществляется квалифицированными специалистами университета, в частности Управления по внеучебной и социальной работе, которое несёт ответственность за организацию воспитательной работы в университете; Студенческого культурного центра, Студенческого спортивного клуба «Горная машина», Студенческого центра патриотического воспитания «Святогор», Волонтерского центра УГГУ, которые проводят с обучающимися мероприятия воспитательного характера; психолого-педагогической службы, кураторами, педагогом-психологом, преподавателями, функционал которых регламентируется требованиями профессиональных стандартов, должностными инструкциями и иными нормативными документами.

3.2 Нормативно-методическое обеспечение

Нормативно-методическое обеспечение воспитательной деятельности осуществляется следующим образом: воспитательная деятельность ведется в соответствии с нормативно-правовыми документами федеральных органов исполнительной власти в сфере образования, требованиями федеральных государственных образовательных стандартов, Уставом университета и локальными актами университета с учетом сложившегося опыта воспитательной деятельности, и имеющимися ресурсами в университете.

3.3 Требования к условиям работы с обучающимися с особыми образовательными потребностями

В воспитательной работе с категориями обучающихся, имеющих особые образовательные потребности: обучающиеся с инвалидностью, ограниченными возможностями здоровья, из социально уязвимых групп (воспитанники детских домов, обучающиеся из семей мигрантов, билингвы и др.), одарённые, с отклоняющимся поведением, создаются особые условия.

В системе организации воспитательной деятельности с категориями обучающихся, имеющих особые образовательные потребности, устанавливаются сотрудничество препо-

давателей, кураторов, педагогов-психологов, родителей (законных представителей) обучающихся с целью устранения нарушенных функций, развития функциональных систем обучающихся, коррекции поведения, формирования социально-значимых качеств.

При организации воспитательного пространства создаются благоприятные условия для развития социально значимых отношений обучающихся, и, прежде всего, ценностных отношений к семье, труду, своему отечеству, своей малой и большой Родине, природе, миру, знаниям, культуре, здоровью, окружающим людям, к самим.

Формирование доброжелательного отношения к обучающимся, имеющим особые образовательные потребности и их семьям со стороны всех участников образовательных отношений, а также индивидуальный подход позволяет получить им необходимые социальные навыки, знания и умения необходимые для дальнейшей профессиональной деятельности.

При организации воспитания обучающихся с особыми образовательными потребностями осуществляется ориентация на:

– налаживание эмоционально-положительного взаимодействия с окружающими для их успешной социальной адаптации и интеграции как в университете, так и в профессиональной деятельности;

– формирование доброжелательного отношения к обучающимся и их семьям со стороны всех участников образовательных отношений;

– построение воспитательной деятельности с учётом индивидуальных особенностей и возможностей каждого обучающегося;

– обеспечение психолого-педагогической поддержки семей обучающихся, содействие повышению уровня их педагогической, психологической, социальной компетентности;

– формирование личности обучающегося с особыми образовательными потребностями с использованием адекватных физическому и психическому состоянию методов воспитания;

– создание оптимальных условий совместного воспитания и обучения обучающихся с особыми образовательными потребностями и их сверстников, с использованием адекватных вспомогательных средств и педагогических приёмов, организацией совместных форм работы с педагогом-психологом и другими специалистами университета;

– личностно-ориентированный подход в организации всех видов деятельности обучающихся с особыми образовательными потребностями.

3.4 Система поощрения профессиональной успешности и проявлений активной жизненной позиции обучающихся

Поощрение профессиональной успешности и проявлений активной жизненной позиции обучающихся осуществляется следующим образом:

– выплачивается повышенная государственная академическая стипендия;

– предоставляются путевки на летний отдых и оздоровление;

– представляются кандидатуры обучающихся на стипендию Правительства Российской Федерации;

– представляются кандидатуры обучающихся на стипендию Губернатора Свердловской области;

– вручаются благодарственные письма, письма участников.

Основания для поощрения обучающихся:

– успехи в учебной деятельности;

– успехи научной деятельности;

– успехи в культурно-творческой деятельности;

– успехи в общественной деятельности;

– успехи в физкультурной деятельности;

– победы в конкурсах, олимпиадах, фестивалях, соревнованиях различного уровня;

– активное участие в культурно-массовых мероприятиях на уровне университета, округа, региона, Российской Федерации, на международном уровне;

– спортивные достижения на различных уровнях.

3.5 Анализ воспитательного процесса

Основные направления анализа воспитательного процесса:

3.5.1 Анализ условий воспитательной деятельности

Анализ воспитательной деятельности проводится по следующим позициям:

– кадровое обеспечение воспитательной деятельности (наличие специалистов, прохождение курсов повышения квалификации);

– наличие и количество студенческих объединений, клубов, предметных кружков, кружков технического творчества, спортивных секций и кружков;

– количество социальных партнеров, вовлечённых в воспитательную деятельность (предприятия, учреждения культуры, здравоохранения, правоохранительные органы, образовательные организации др.);

– участие педагогических работников университета в конкурсах, семинарах, конференциях, вебинарах по направлениям воспитательной деятельности;

– оформление предметно-пространственной среды университета.

3.5.2 Анализ состояния воспитательной деятельности

Анализ состояния воспитательной деятельности проводится по следующим позициям:

– проводимые в университете дела и реализованные проекты;

– уровень вовлеченности обучающихся в проекты и мероприятия на уровне университета, районном, городском, региональном и федеральном уровнях;

– включенность обучающихся и преподавателей в деятельность различных объединений;

– участие обучающихся в конкурсах различного уровня и направленности;

– профессионально-личностное развитие обучающихся (анализ портфолио);

– снижение негативных факторов (уменьшение числа обучающихся, состоящих на различных видах профилактического учета/контроля, снижение/отсутствие совершенных правонарушений и преступлений).

Основным способом получения информации являются: педагогическое наблюдение, анкетирование, тестирование, беседы с обучающимися и их родителями (законными представителями), педагогическими работниками, представителями студенческого совета.

Анализ проводится проректором по молодежной политике и развитию образования, начальником управления по внеучебной и социальной работе, педагогом-психологом, кураторами академических групп.

Итогом самоанализа является перечень выявленных проблем, над решением которых предстоит работать коллективу университета.

Приложение к рабочей программе воспитания

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по молодежной политике и развитию образования
_____А. В. Легостев

14.11.2024

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН ВОСПИТАТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ
на 2024-2025 учебный год

В ходе планирования воспитательной деятельности университет учитывает воспитательный потенциал участия обучающихся в мероприятиях, проектах, конкурсах, акциях, проводимых на уровне:

Российской Федерации, в том числе:

«
Р «Большая перемена» https://bolshayaperemena.online/;
о «Лидеры России» https://лидерыроссии.рф/;
с «Мы Вместе» (волонтерство) https://onf.ru;
с отраслевые конкурсы профессионального мастерства;
и движения «Ворлдскиллс Россия»;
я движения «Абилимпикс»;

субъектов Российской Федерации, а также **отраслевые профессионально значимые события и праздники.**

№	Модуль	Курсы, группы	Сроки	Ответственные
	1. Образовательная деятельность			
1	Дисциплина «Основы российской государственности	I,II,III	01.09.2024-31.05.2025	Зубов В. В.
	2. Кураторство			
1	Воспитательное мероприятие «Час куратора»	I	01.09.2024-31.05.2025	Шехтман Д. А.
	3. Наставничество			
1	Подготовка и проведение адаптационного мероприятия «Неделя первокурсника 2024»	I	30.08.2024 - 04.09.2024	Шехтман Д. А.
	4. Основные воспитательные мероприятия			
1	Презентация студенческих общественных, спортивных, научных, творческих объединений	I	30.08.2024-04.09.2024	Шехтман Д. А.
2	Профориентационные мероприятия для студентов I курса	I	12.08.2024-17.08.2024	Коновалов П. А.
3	Спортивно-массовое мероприятие «Неделя футбола» и межнациональный футбольный турнир к Дню народного единства	I-V	01.11.2024-05.11.2024	Сухомлин С. Д.
4	Культурно-массовое мероприятие «Новогодний ректорский прием»	I-V	23.12.2024	Нижников Е. В.
5	Празднование дня Российского студенчества, Молебен святой мученице Татьяне	I-V	25.01.2025	Бачинин И. В.
6	Организация игры «Патриот»	I-V	19.02.2025-23.02.2025	Комаров А. А.
7	Праздничный концерт «День защитника отечества»	I-V	22.02.2025	Нижников Е. В.
8	Праздничный концерт «Международный женский день»	I-V	07.03.2025	Нижников Е. В.

9	Участие в первомайской демонстрации	I-V	01.05.2025	Коновалов П. А.
10	Патриотическая акция «Бессмертный полк Горного»	I-V	08.05.2025	Комаров А. А.
11	Праздничные мероприятия, посвященные 80 годовщине Победы в ВОВ	I-V	09.05.2025	Нижников Е. В.
12	Легкоатлетическая эстафета «Горняк»	I-V	17.05.2025	Сидоров С. Г.
	5. Организация предметно-пространственной среды			
13	Оформление и обновление новостных стендов	I-V	01.09.2024-30.05.2025	Пономарева Т. В.
14	Популяризация символики образовательной организации	I-V	01.09.2024-10.11.2024	Пономарева Т. В.
15	Подготовка и обновление тематических экспозиций в библиотеке университета	I-V	01.09.2024-30.05.2025	Справцева Е. А.
16	Разработка и реализация коворкинг зон для студентов	I-V	01.09.2024-30.05.2025	Коновалов П. А.
17	Оформление зданий университета, холлов, с использованием государственной символики России	I-V	10.09.2024	Комаров А. А.
	6. Взаимодействие с родителями (законными представителями)			
18	Деятельность Службы примирения университета и работа с конфликтными ситуациями	I-V	01.09.2024 – 30.05.2025	Первушина А. А.
	7. Самоуправление			
19	Обучающие мероприятия для студенческого актива УГГУ	I-V	01.09.2024-20.11.2024	Шехтман Д. А.
20	Обучающие мероприятия для активистов организационно-массовой комиссии ПСО УГГУ	I-V	14.09.2024-16.09.2024	Коновалов П. А.
21	Отчетно – выборные конференции профбюро факультетов	I-V	10.10.2024-25.10.2024	Коновалов П. А.
22	Проведение мероприятия среди студенческой молодёжи, направленного на повышение уровня медиа грамотности "Медиадиктант"	I-V	18.10.2024	Пономарева Т. В.
23	Обучающее мероприятие «ПРОФшкола Горно-механического факультета»	I-V	08.11.2024-12.11.2024	Коновалов П. А.
24	Обучающие мероприятия для активистов ФГХ	I-V	08.11.2024-12.11.2024	Коновалов П. А.
25	Интеллектуальная игра для обучающихся УГГУ «Интуиция»	I-V	10.11.2024	Коновалов П. А.

26	Интеллектуальная игра для обучающихся УГГУ «Квиз-турнир»	I-V	16.12.2024	Коновалов П. А.
27	Новогодняя студенческая елка «Елка желаний»	I-V	24.12.2024	Коновалов П. А.
28	Традиционная новогодняя лотерея среди членов профсоюза	I-V	25.12.2024	Коновалов П. А.
29	Культурно-массовое мероприятие для обучающихся УГГУ «Турнир по киберспорту»	I-V	25.12.2024	Коновалов П. А.
30	Образовательный проект «MediaLife»	I-V	10.01.2025–28.03.2025	Сухомлин С. Д.
31	Интеллектуальная онлайн игра «Что? Где? Когда?», посвященная Всероссийскому дню студента	I-V	25.01.2025	Коновалов П. А.
32	Встреча ректора университета со студенческим активом	I-V	25.01.2025	Шехтман Д. А.
33	Традиционное исполнение студенческих желаний ректором УГГУ А.В. Душиным	I-V	25.01.2025	Шехтман Д. А.
34	Образовательный проект АССК.про	I-V	15.02.2025-01.04.2025	Сухомлин С. Д.
35	Образовательный проект «GM School» для студентов и активистов УГГУ	I-V	04.04.2025-08.04.2025	Сухомлин С. Д.
36	Очный этап образовательного проекта АССК.про	I-V	01.05.2025-30.05.2025	Сухомлин С. Д.
	8. Профилактика и безопасность			
37	Подготовка к социально-психологическому тестированию (сбор сведений, проверка технических возможностей)	I-V	01.08.2024-31.08.2024	Первушина А. А.
38	Размещение информационных материалов по вопросам антитеррористической защищённости	I-V	01.09.2024-25.12.2024	Волков С. А., Пономарева Т. В.
39	Профилактика деструктивных явлений в студенческой среде (подготовка и размещение публикаций на сайте ФГХ, в сообществе «Педагог-психолог УГГУ» и подготовка информационных листов-вкладышей)	I-V	01.09.2024-25.12.2024	Первушина А.А.
40	Подготовка к социально-психологическому тестированию	I-V	01.09.2024-30.09.2024	Первушина А .А.

	(подготовка списков, генерация паролей, информационная кампания)			
41	Размещение информационных материалов об антикоррупционных мероприятиях и нормативной базе в сфере противодействия коррупции	I-V	01.09.2024-25.12.2024	Волков С. А., Пономарева Т. В.
42	Патриотическая акция, посвященная Дню солидарности в борьбе с терроризмом	I-V	03.09.2024	Старостин А. Н. Суслонов П. Е
43	Проведение социально-психологического тестирования	I-V	01.10.2024-30.10.2024	Первушина А. А.
44	Основы безопасного общения и способы защиты от негативного влияния со стороны лиц и групп деструктивной и экстремистской направленности (беседа-тренинг с обучающимися)	I-V	01.10.2024-30.10.2024	Старостин А. Н. Суслонов П. Е
45	Подготовка документации по итогам социально-психологического тестирования	I-V	01.11.2024-30.11.2024	Первушина А. А.
46	Разговор на равных (Тема: профилактика межнациональных и межконфессиональных конфликтов)	I-V	12.11.2024	Старостин А. Н.
47	Организация процедуры получения результатов социально-психологического тестирования и подготовка плана работы с лицами «группы риска»	I-V	01.12.2024-30.12.2024	Первушина А. А.
48	Профилактика деструктивных явлений в период сессии: публикация «От сессии до сессии… Продолжение»	I-V	10.01.2025	Первушина А. А.
49	Профилактика деструктивных явлений в студенческой среде: публикации информационно-просветительского, профилактического характера на психологическую тематику: «Моя свобода и/или свобода другого?» (профилактика буллинга/кибербуллинга)	I-V	01.03.2025-31.03.2025	Первушина А. А.

50	Профилактика деструктивных явлений в студенческой среде: публикации информационно-просветительского, профилактического характера на психологическую тематику: «Кому выгодно кормить наше ЭГО?» (профилактика правонарушений и экстремистских проявлений)	I-V	01.04.2025-30.04.2025	Первушина А. А.
	9. Социальное партнёрство и участие работодателей			
51	Уральский горнопромышленный форум	I-V	01.10.2024-31.10.2024	Костюк П. А.
52	Экскурсионные мероприятия (Альфа-банк)	I-V	04.12.2024	Коновалов П. А.
53	VIII Международный инженерный чемпионат Case-in	I-V	01.03.2025-31.03.2025	Костюк П. А.
54	Экскурсионные мероприятия (Екатеринбургский метрополитен)	I-V	29.03.2025	Коновалов П. А., Коренькова М. А.
55	Всероссийский фестиваль по робототехнике	I-V	01.04.2025-30.04.2025	Кухарева А. А.
56	Ярмарка студентов	I-V	20.04.2025	Коренькова М. А.
57	Уральская горнопромышленная декада	I-V	01.05.2025-30.05.2025	Валиев Н. Г. Лебзин М. С.
	10. Профессиональное развитие, адаптация и трудоустройство			
58	Профориентационные презентации для абитуриентов	I-V	01.09.2024-25.12.2024	Кухарева А. А.
59	Экскурсии по УГГУ для абитуриентов	I-V	01.09.2024-25.12.2024	Кухарева А. А.
60	Культурно-массовое мероприятие «Межвузовский Since-Slame»	I-V	02.11.2024-03.11.2024	Шехтман Д. А.
61	День памяти погибших при исполнении служебных обязанностей сотрудников органов внутренних дел	I-V	08.11.2024	Мальцев Н. В.
62	Культурно-массовое мероприятие «Экскурсия в Уральский геологический музей»	I-V	17.11.2024	Иванова Н. С.
63	Отборочный этап студенческих проектов «Проектный конвейер»	I-V	19.11.2024	Шехтман Д. А.
64	Лекция от приглашенного спикера для обучающихся о развитии личностных качеств	I-V	24.11.2024	Коновалов П. А.
65	День юриста	I-V	03.12.2024	Мальцев Н. В.

66	Тематическая выставка «Пожарное и спасательное дело в России»	I-V	09.01.2025-31.01.2025	Справцева Е. А.
67	Конкурс профессионального мастерства «Студенческий лидер УГГУ»	I-V	25.03.2025	Коновалов П. А.
68	День открытых дверей УГГУ	I-V	26.03.2025	Гензель О. В.
69	Организация и проведение мероприятия «Встреча выпускников всех поколений и День геолога»	I-V	01.04.2025-30.04.2025	Нижников Е. В.
70	Тематическая выставка «Нефтегазовая отрасль – поле для инноваций»	I-V	01.04.2025-15.04.2025	Справцева Е. А.
71	Поход студентов геологов «Тур де ФГиГ»	I-V	04.05.2025	Коновалов П. А.
72	Организация и проведение мероприятия «Торжественное вручение дипломов выпускникам УГГУ»	I-V	01.07.2025-10.07.2025	Нижников Е. В.
	11. Воспитание здорового образа жизни			
73	Проект «Уральская студенческая баскетбольная лига»	I-V	01.09.2024-25.12.2024	Сухомлин С. Д.
74	Психологическое консультирование	I-V	01.09.2024-25.06.2025	Первушина А. А.
75	Спортивно-массовое мероприятие «Турнир по Пейнтболу среди обучающихся УГГУ»	I-V	20.09.2024-24.09.2024	Сухомлин С. Д.
76	Осенний турслет	I-V	24.09.2024-26.09.2024	Комаров А. А.
77	Чемпионат УГГУ по стрельбе «Меткий стрелок»	I-V	25.10.2024-31.10.2024	Комаров А. А.
78	Спортивно-массовое мероприятие «День Рождение ССК УГГУ «Горная Машина»	I-V	07.11.2024	Сухомлин С. Д.
79	Профилактическое мероприятие «Экспресс-тестирование на ВИЧ»	I-V	18.11.2024-19.11.2024	Медянникова Н. Г.
80	Спортивно-массовое мероприятие для обучающихся УГГУ «Неделя баскетбола»	I-V	13.12.2024-20.12.2024	Сухомлин С. Д.
81	Студенческий спортивный баттл	I-V	17.12.2024	Сухомлин С. Д
82	Фестиваль зимних видов спорта, посвященный Всемирному дню снега	I-V	15.01.2025-16.01.2025	Сухомлин С. Д.
83	Внутривузовский отборочный этап чемпионата АССК России по 5-и видам спорта	I-V	15.02.2025–01.03.2025	Сухомлин С. Д.

84	Спортивно-массовое мероприятие Турнир по страйкболу среди факультетов УГГУ, посвященный 23 февраля	I-V	21.02.2025	Коновалов П. А.
85	Спортивный турнир среди женских команд факультетов УГГУ, посвященный «Международному женскому дню»	I-V	04.03.2025	Коновалов П. А.
86	Проект «От Студзачета к знаку отличия ГТО»	I-V	14.03.2025-21.03.2025	Сухомлин С. Д.
87	Ежегодная спартакиада общежитий УГГУ по баскетболу	I-V	15.03.2025	Коновалов П. А.
88	Профилактическое мероприятие для обучающихся УГГУ «Экспресс-тестирование на ВИЧ»	I-V	16.03.2025	Медянникова Н. Г.
89	Ежегодная спартакиада общежитий УГГУ по настольному теннису	I-V	16.03.2025	Коновалов П. А.
90	Ежегодная спартакиада общежитий УГГУ по стрельбе из пневматического ружья	I-V	17.03.2025	Коновалов П. А.
91	Спортивное мероприятие туристического клуба «Скалы Петра Гронского»	I-V	19.03.2025	Комаров А. А.
92	Ежегодная спартакиада общежитий УГГУ по минифутболу	I-V	22.03.2025	Коновалов П. А.
93	Ежегодная спартакиада общежитий УГГУ по волейболу	I-V	23.03.2025	Коновалов П. А.
94	Ежегодная спартакиада общежитий УГГУ по шахматам	I-V	24.03.2025	Коновалов П. А.
95	Оценка уровня информированности и отношение к проблеме эпидемии ВИЧ-инфекции среди студентов	I-V	01.04.2025-30.04.2025	Медянникова Н. Г.
96	Поход туристического клуба «Авантюрин» - «Покорение скал»	I-V	02.04.2025-03.04.2025	Комаров А. А.
97	Мероприятие, приуроченное к Всемирному дню здоровья	I-V	07.04.2025	Коновалов П. А.
98	Профилактическая акция для обучающихся УГГУ «Что выберешь ты?»	I-V	14.04.2025	Коновалов П. А.
99	Фестиваль летних уличных видов спорта «Горный X-games»	I-V	06.06.2025	Сухомлин С. Д.
	12. Художественно-эстетическое воспитание			

100	Культурно-массовое мероприятие «День знаний»	I-V	01.09.2024	Нижников Е. В
101	Участие университетской команды КВН в центральной/официальной лиге МС КВН (полуфинал)	I-V	01.09.2024 30.10.2024	Нижников Е. В
102	Участие коллектива УГГУ «ГрандMajor» в Международном фестивале по «Мажореткам»	I-V	01.10.2024-30.10.2024	Нижников Е. В.
103	Культурно-массовое мероприятие для обучающихся УГГУ «Литературный вечер»	I-V	07.10.2024	Коновалов П. А.
104	Культурно-массовое мероприятие «День культуры африканских стран»	I-V	12.10.2024	Иванова Н. С.
105	Культурно-массовое мероприятие для обучающихся УГГУ – Флешмоб, посвященный Дню первокурсника	I-V	14.10.2024-21.10.2024	Коновалов П. А.
106	Культурно-массовое мероприятие Смотр Художественной Самодеятельности для обучающихся первого курса	I-V	20.10.2024	Коновалов П. А.
107	Культурно-массовое мероприятие «День первокурсника»	I-V	21.10.2024	Нижников Е. В.
108	Международная просветительская акция «Большой этнографический диктант»	I-V	01.11.2024-30.11.2024	Старостин А. Н., Суслонов П. Е.
109	Участие университетской команды КВН в центральной/официальной лиге МС КВН (финал)	I-V	01.11.2024-30.11.2024	Нижников Е. В.
110	Фестиваль команд КВН «Уральские горы юмора»	I-V	25.11.2024	Нижников Е. В.
111	Культурно-массовое мероприятие для обучающихся УГГУ «Зимний бал 2024»	I-V	23.12.2024	Коновалов П. А.
112	Культурно-массовое мероприятие «Новый Год для детей работников УГГУ»	I-V	23.12.2024	Шехтман Д. А.
113	Культурно-массовое мероприятие «Новый год для иностранных студентов УГГУ». Конкурс рассказов о национальных новогодних традициях	I-V	24.12.2024	Иванова Н. С.
114	Конкурс красоты «Мисс и Мистер УГГУ-2025»	I-V	24.03.2025	Нижников Е. В.
115	Культурно-массовое мероприятие для обучающихся	I-V	21.04.2025	Коновалов П. А.

	УГГУ «Смотр художественной самодеятельности»			
116	Отчетный концерт студенческого культурного центра	I-V	26.05.2025	Нижников Е. В.
	13. Экологическое воспитание			
117	Экологическая акция по сбору отработанных батареек и пластиковых крышечек	I-V	01.09.2024-30.09.2024	Ершова А. А.
118	Реализация проекта «Экодворы» с Всероссийским экологическим движением «Делай!»	I-V	01.09.2024-30.12.2024	Ершова А. А.
119	Проведение субботников, совместно с Всероссийским экологическим движением «Делай!»	I-V	20.09.2024-20.10.2024	Ершова А. А.
120	Посадки саженцев деревьев с Всероссийским экологическим движением «Делай!»	I-V	20.09.2024-20.11.2024	Ершова А. А.
121	Экологические занятия в школах г. Екатеринбург	I-V	01.01.2025-30.04.2025	Ершова А. А.
122	Выезд эковолонтеров университета ИЭФ-TRIP “Источники”	I-V	17.02.2025	Коновалов П. А.
123	Проведение субботников, совместно с Всероссийским экологическим движением «Делай!»	I-V	01.04.2025-30.04.2025	Ершова А. А.
124	Выезд эковолонтеров университета ИЭФ-TRIP «Челябинская область»	I-V	11.05.2025	Коновалов П. А.
	14. Волонтерское движение			
125	Ежегодная благотворительная акция «Полезная макулатура»	I-V	01.11.2024-01.12.2024	Коновалов П. А., Ершова А. А.
126	День добровольца (волонтера) в России	I-V	05.12.2024	Ершова А. А.
127	Акция, приуроченная к национальному дню донора в России	I-V	26.04.2025	Коновалов П. А.
128	Посещение волонтерами ветеранов ВОВ и тружеников тыла, приуроченное ко «Дню Победы»	I-V	02.05.2025-11.05.2025	Ершова А. А.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ Д.А. Упоров

ПРОГРАММА ГОСУДАРСТВЕННОЙ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ

Направление подготовки
05.03.01 Геология

Направленность (профиль)
Гидрогеология, инженерная геология и геоэкология

год набора: 2024

Авторы: Абатурова И.В., д.г.-м.н., профессор, Королева И.А., к.г.-м.н., доцент

Одобрена на заседании кафедры

Гидрогеологии, инженерной геологии и геоэкологии
(название кафедры)

Зав. кафедрой _____
(подпись)

Тагильцев С.Н.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 35 от 29.09.2023
(Дата)

Рассмотрена методической комиссией факультета

Геологии и геофизики
(название факультета)

Председатель _____
(подпись)

Вандышева К.В.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 13.10.2023
(Дата)

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ
1 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ 4
1.1 Требования к выпускной квалификационной работе
1.2 Порядок выполнения выпускной квалификационной работы

2 КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫПОЛНЕНИЯ И ЗАЩИТЫ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ 4

3 ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ 6
3.1 Тематика выпускных квалификационных работ
3.2 Теоретические вопросы государственной итоговой аттестации, оценивающие сформированность универсальных компетенций
3.3 Теоретические вопросы государственной итоговой аттестации, оценивающие сформированность общепрофессиональных компетенций

ПРИЛОЖЕНИЯ 24

ВВЕДЕНИЕ

Программа государственной итоговой аттестации по основной профессиональной образовательной программе по направлению подготовки **05.03.01 Геология**, направленность – «***Гидрогеология, инженерная геология и геоэкология»*** составлена в соответствии с требованиями:

- Порядка проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 29 июня 2015 № 636;
- Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 05.03.01 Геология, утвержденного приказом Минобрнауки России от 07 августа 2020 г. № 896 с изменениями и дополнениями от 26 ноября 2020 г.;
- локальных нормативных актов ФГБОУ ВО «УГГУ», регламентирующих порядок проведения государственной итоговой аттестации.

Программа государственной итоговой аттестации включает:

I. Требования к выпускным квалификационным работам и порядку их выполнения (методические рекомендации по выполнению выпускных квалификационных работ);

II. Критерии оценки защиты выпускных квалификационных работ;

III. Оценочные материалы.

IV. Приложения

I МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ

1.1 ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЕ

1.1.1 Общие положения

Государственная итоговая аттестация представляет собой процесс итоговой проверки и оценки компетенций выпускника, полученных в результате обучения. Государственная итоговая аттестация выпускника высшего учебного заведения является обязательной и осуществляется после освоения образовательной программы в полном объеме. Цель итоговой государственной аттестации выпускников – установление уровня готовности выпускника к выполнению профессиональных задач.

Государственная итоговая аттестации выпускников, завершивших освоение основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки **05.03.01 Геология**, направленность – «***Гидрогеология, инженерная геология и геоэкология»*** осуществляется в форме подготовки к процедуре защиты и защиты выпускной квалификационной работы (ВКР).

Трудоемкость государственной итоговой аттестации – 9 з.е.:

- подготовка к процедуре защиты выпускной квалификационной работы – 6 з.е.;
- защита выпускной квалификационной работы – 3 з.е.

Трудоемкость государственной итоговой аттестации				
кол-во з.е.	часы			
	общая	контактная работа	СР	Наименование
6	216	23	193	Подготовка к процедуре защиты ВКР
3	108	2	106	Защита ВКР

1.1.2 Цели и задачи выпускной квалификационной работы

Цель выполнения выпускной квалификационной работы (далее – ВКР):

систематизация, закрепление и расширение теоретических и практических знаний по направлению подготовки **05.03.01 Геология**, и применение этих знаний при решении конкретных профессиональных задач;

развитие навыков ведения самостоятельной работы и применения методик исследования и экспериментирования при решении разрабатываемых в выпускной квалификационной работе проблем и вопросов;

выяснение подготовленности обучающихся для самостоятельной работы по задачам профессиональной деятельности, определенных федеральным государственным образовательным стандартом (далее - ФГОС) направления подготовки **05.03.01 Геология**.

Выпускная квалификационная работа выполняется, как правило, на материалах организаций (баз практики) с учетом проблем, требующих решения в данной организации.

Основными задачами, которые должен решить обучающийся при выполнении выпускной квалификационной работы являются:

– углубленное освоение материала дисциплин и практик;
– развитие комплексного видения научной (научно-практической) проблемы;
– освоение компетенций, предусмотренных соответствующей образовательной программой, в их комплексном сочетании и взаимозависимости;
– развитие навыков планирования и организации собственной деятельности;
– развитие навыков самостоятельной исследовательской работы;
– практическое освоение методов и норм научного исследования и решения прикладных задач;
– развитие навыков самостоятельного поиска информации;
– развитие навыков самостоятельного анализа информации;
– развитие навыков аргументации;
– развитие навыков публичного выступления и дискуссии.

Оформление ВКР выполняется в соответствии с нормативными требованиями.

В ходе государственной итоговой аттестации проверяется сформированность следущих компетенций:

универсальных

Код и наименование универсальной компетенции	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Выбирает информационные ресурсы для поиска информации в соответствии с поставленной задачей. УК-1.2. Оценивает соответствие выбранного информационного ресурса критериям полноты и аутентичности. УК-1.3. Систематизирует обнаруженную информацию, полученную из разных источников, в соответствии с требованиями и условиями задачи. УК-1.4. Использует системный подход для решения поставленных задач.
УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1. Формулирует цели, задачи, обосновывает актуальность, значимость проекта при разработке его концепции в рамках выявленной проблемы; оценивает ожидаемые результаты и области их применения. УК-2.2. Предлагает процедуры и механизмы внедрения стандартов, исходя из действующих правовых норм, организации информационного обеспечения в сфере проектного управления для повышения эффективности его осуществления.
УК-3. Способен осуществлять социальное взаимодействие и реализовывать свою роль в команде	УК-3.1. Взаимодействует с другими членами команды для достижения поставленной задачи. УК-3.2. Выбирает стратегии поведения в команде в зависимости от условий.

УК-4. Способен осуществлять деловую коммуникацию в устной и письменной формах на государственном языке Российской Федерации и иностранном(ых) языке(ах)	УК-4.1. Ведет обмен деловой информацией в устной и письменной формах на государственном языке. УК-4.2. Ведет обмен деловой информацией в устной и письменной формах не менее чем на одном иностранном языке. УК-4.3. Использует современные информационно-коммуникативные средства для коммуникации.
УК-5. Способен воспринимать межкультурное разнообразие общества в социально-историческом, этическом и философском контекстах	УК-5.1. Толерантно воспринимает социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия. УК-5.2. Анализирует современное состояние общества на основе знания истории. УК-5.3. Интерпретирует проблемы современности с позиций этики и философских знаний.
УК-6. Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	УК-6.1. Эффективно планирует собственное время. УК-6.2. Планирует траекторию своего профессионального развития и предпринимает шаги по ее реализации. УК-6.3. Адекватно определяет свою самооценку, осуществляет самопрезентацию, составляет резюме.
УК-7. Способен поддерживать должный уровень физической подготовленности для обеспечения полноценной социальной и профессиональной деятельности	УК-7.1. Использует основы физической культуры для осознанного выбора здоровьесберегающих технологий с учетом внутренних и внешних условий реализации конкретной профессиональной деятельности. УК-7.2. Выполняет индивидуально подобранные комплексы оздоровительной или адаптивной физической культуры. УК-7.3. Выбирает и применяет рациональные способы и приемы сохранения физического здоровья, профилактики заболеваний, психофизического и нервно-эмоционального утомления.
УК-8. Способен создавать и поддерживать в повседневной жизни и в профессиональной деятельности безопасные условия жизнедеятельности для сохранения природной среды, обеспечения устойчивого развития общества, в том числе при угрозе и возникновении чрезвычайных ситуаций и военных конфликтов	УК-8.1. Выявляет возможные угрозы для жизни и здоровья в повседневной и профессиональной деятельности. УК-8.2. Понимает, как создавать и поддерживать безопасные условия жизнедеятельности, том числе при возникновении чрезвычайных ситуаций и военных конфликтов. УК-8.3. Демонстрирует приемы оказания первой помощи.
УК-9. Способен использовать базовые дефектологические знания в социальной и профессиональной сферах	УК-9.1. Применяет базовые дефектологические знания в социальной и профессиональной сферах. УК-9.2. Применяет навыки взаимодействия в социальной и профессиональной сферах с лицами из числа инвалидов и лицами с ограниченными возможностями здоровья.
УК-10. Способен принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности	УК-10.1. Понимает основные проблемы, базовые принципы и законы функционирования экономики, роль государства в экономическом развитии. УК-10.2. Понимает поведение потребителей и производителей экономических благ, особенности рынков факторов производства. УК-10.3. Понимает цели, виды и инструменты государственной экономической политики и их влияние на субъекты экономики. УК-10.4. Применяет методы личного финансового планирования, использует финансовые инструменты для управления собственным бюджетом, контролирует личные финансовые риски.
УК-11. Способен формировать нетерпимое отношение к проявлениям экстре-	УК-11.1 Знает законодательство, направленное на борьбу с экстремизмом, терроризмом, коррупцией

мизма, терроризма, коррупционному поведению и противодействовать им в профессиональной деятельности	УК-11.2 Понимает правовые нормы, обеспечивающие борьбу с экстремизмом, терроризмом, коррупцией в различных областях жизнедеятельности

общепрофессиональных

Код и наименование общепрофессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения общепрофессиональной компетенции
ОПК-1. Способен применять знания фундаментальных разделов наук о Земле, базовые знания естественно-научного и математического циклов при решении стандартных профессиональных задач	ОПК-1.1. Изучает фундаментальные разделы наук о Земле в области профессиональной деятельности. ОПК-1.2. Применяет базовые знания естественно-научного и математического циклов при решении стандартных профессиональных задач.
ОПК-2. Способен применять теоретические основы фундаментальных геологических дисциплин при решении задач профессиональной деятельности	ОПК-2.1. Изучает основы фундаментальных геологических наук в области профессиональной деятельности. ОПК-2.2. Анализирует и критически оценивает информацию при решении стандартных профессиональных задач.
ОПК-3. Способен применять методы сбора, обработки и представления полевой информации для решения стандартных профессиональных задач	ОПК-3.1. Использует современные методы сбора, обработки и интерпретации при решении стандартных профессиональных задач. ОПК-3.2. Представляет результаты полевых исследований в соответствии требованиями нормативных документов.
ОПК-4. Способен понимать принципы работы информационных технологий и решать стандартные задачи профессиональной деятельности с использованием информационно-коммуникационных технологий, в том числе технологии геоинформационных систем	ОПК-4.1. Понимает принципы работы современных информационных технологий, необходимых для решения стандартных задач профессиональной деятельности. ОПК-4.2. Решает стандартные задачи профессиональной деятельности с использованием информационно-коммуникационных технологий, в том числе геоинформационных.

профессиональных

Код и наименование профессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции
ПК-1.1. Способен выполнять инженерные изыскания для подготовки проектной документации, строительства, реконструкции объектов капитального строительства	ПК-1.1.1. Осуществляет сбор, обработку и анализирует материалы изысканий прошлых лет для предварительной оценки сложности природных условий. ПК-1.1.2. Обосновывает виды и объемы работ в соответствии с требованиями нормативных документов. ПК-1.1.3. Определяет технологию производства инженерных изысканий, правила ведения полевой документации, отражающей результаты измерений, испытаний, исследований. ПК-1.1.4. Обеспечивает соответствие результатов изысканий требованиям нормативных документов.
ПК-1.2. Способен применять современные профессиональные теоретические знания и практические навыки для проведения научных и прикладных исследований.	ПК-1.2.1 Изучает специальные разделы инженерной геологии, гидрогеологии и геоэкологии. ПК-1.2.2. Анализирует, обобщает, систематизирует и оценивает информацию.
ПК-1.3. Способен к профессиональной эксплуатации современного полевого и лабораторного оборудования в соответствии с профилем подготовки.	ПК-1.3.1. Осваивает методики лабораторных и полевых исследований. ПК-1.3.2. Обрабатывает и анализирует лабораторные данные и результаты полевых испытаний. ПК-1.3.3. Составляет отчеты по результатам лабораторных испытаний и полевых исследований.

ПК-1.4. Способен использовать современные методы обработки и интерпретации комплексной информации для решения производственных задач.	ПК-1.4.1. Оперирует методами численного моделирования и программное обеспечение. ПК-1.4.2. Применяет методики и программы обработки результатов исследований. ПК-1.4.3. Составляет карты и разрезы с применением геоинформационных технологий.
ПК-1.5: способность проводить финансовый анализ, бюджетирование и управление денежными потоками	ПК-1.5.1: разрабатывает финансовую политику экономического субъекта, определяет и осуществляет меры по обеспечению ее финансовой устойчивости ПК-1.5.2: составляет финансовые планы, бюджеты и сметы экономического субъекта ПК-1.5.3: руководит работой по управлению финансами с учётом стратегических целей ПК-1.5.4: оценивает и анализирует финансовый потенциал, ликвидность и платежеспособность, финансовую устойчивость, прибыльность и рентабельность, инвестиционную привлекательность экономического субъекта
ПК-1.6: способность прогнозировать доходы и расходы инвестиционного проекта, оценивать его эффективность и устойчивость к изменяющимся параметрам внешней и внутренней среды	ПК-1.6.1: осуществляет подготовку производственного плана и прогнозирование доходов и расходов инвестиционного проекта ПК-1.6.2: определяет срок окупаемости и потребность в кредитных ресурсах на основе доли собственных средств акционеров проекта ПК-1.6.3: применяет методы оценки эффективности инвестиционного проекта ПК-1.6.4: оценивает устойчивость инвестиционного проекта к изменяющимся ключевым параметрам внешней и внутренней среды
ПК-1.7: способность выполнять типовые задачи тактического планирования с учётом имеющихся ресурсов, потребностей рынка и современных достижений науки и техники	ПК-1.7.1: организует работу по тактическому планированию деятельности структурных подразделений (отделов, цехов) производственной организации, направленному на определение пропорций развития производства, исходя из конкретных условий и потребностей рынка, выявление и использование резервов производства ПК-1.7.2: выполняет типовые расчеты, необходимые для составления проектов перспективных планов производственной деятельности организации, разработки технико-экономических нормативов материальных и трудовых затрат для определения себестоимости продукции, планово-расчетных цен на основные виды сырья, материалов, топлива, энергии, потребляемые в производстве ПК-1.7.3: разрабатывает с учетом требований рыночной конъюнктуры и современных достижений науки и техники мероприятия по модернизации систем управления производством в целях реализации стратегии организации, обеспечения эффективности производства и повышения качества выпускаемой продукции
ПК-1.8: способность разрабатывать стратегию хозяйствующего субъекта, управлять процессами организации производства и труда для обеспечения конкурентоспособности производимой и реализуемой продукции, работ (услуг) и получения прибыли	ПК-1.8.1: разрабатывает предложения по рационализации структуры управления производством в соответствии с целями и стратегией организации, действующих систем, форм и методов управления производством, по совершенствованию организационно-распорядительной документации и организации документооборота, по внедрению технических средств обработки информации,

	персональных компьютеров и сетей, автоматизированных рабочих мест ПК-1.8.2: организует на тактическом горизонте управление мониторингом производственных процессов; обеспечивает максимальное использование производственных мощностей, ритмичное и бесперебойное движение незавершенного производства, сдачу готовой продукции, выполнение работ (услуг), складских и погрузочно-разгрузочных операций по установленным графикам ПК-1.8.3: руководит проведением экономических исследований производственно-хозяйственной деятельности структурного подразделения (отдела, цеха) промышленной организации в целях обоснования внедрения новых технологий, смены ассортимента продукции с учетом конъюнктуры рынка; разрабатывает предложения по совершенствованию управления организацией и эффективному выявлению и использованию имеющихся ресурсов для обеспечения конкурентоспособности производимой продукции, работ (услуг) и получения прибыли ПК-1.8.4: разрабатывает стратегию организации с целью адаптации ее хозяйственной деятельности и системы управления к изменяющимся в условиях рынка внешним и внутренним экономическим условиям; подготавливает и согласовывает разделы тактических комплексных планов производственной, финансовой и коммерческой деятельности организации и ее структурных подразделений (отделов, цехов)

При выполнении выпускной квалификационной работы обучающиеся должны *показать*, опираясь на полученные знания, умения и полученные навыки:

сформированные универсальные, общепрофессиональные и профессиональные компетенции;

способность самостоятельно решать на современном уровне задачи своей профессиональной деятельности;

навыки постановки исследовательской проблемы, ее самостоятельного обсуждения, анализа возможных вариантов ее решения;

способность грамотно излагать специальную информацию, аргументировать и защищать свою точку зрения;

умение самостоятельного квалифицированного библиографического поиска, изучения и анализа научной литературы по теме;

навыки использования методологических, историко-философских и конкретных знаний, полученных в процессе обучения, для решения поставленной в работе проблемы;

умение написания профессионально грамотного текста и оформления его в соответствии с требованиями, предъявляемыми к научным публикациям;

использование в работе современных технологий.

1.1.3 Общие требования к выпускной квалификационной работе

Выпускная квалификационная работа должна отвечать следующим требованиям:

- быть актуальной (иметь теоретическое обоснование актуальности изучаемой проблемы в современных условиях хозяйственной деятельности);

- носить научно-исследовательский характер;

- представлять самостоятельное исследование, демонстрирующее способность выпускника решать профессиональные проблемы, делать на основе анализа материалов и литературы соответствующие выводы и вносить предложения;

- отражать добросовестность обучающегося в использовании опубликованных материалов других авторов.

Общие требования к выпускной квалификационной работе – целевая направленность; четкость построения; логическая последовательность изложения материала; глубина исследования и полнота освещения вопросов; убедительность аргументаций; доказательность выводов и обоснованность рекомендаций; грамотное оформление.

Текст выпускной квалификационной работы должен демонстрировать:

– знакомство автора с литературой вопроса;

– умение выделить проблему и определить методы ее решения;

– умение последовательно изложить существо рассматриваемых вопросов, грамотно цитировать ведущих исследователей, делать ссылки на использованные источники;

– умение собирать, обобщать, анализировать нормативные документы, практические материалы, полученные в результате собственного исследования в организации;

– достоверность и конкретность изложения фактических и экспериментальных данных о работе организации;

– обоснование выводов и предложений по результатам исследования, их конкретный характер, практическую ценность для решения исследуемых проблем;

– владение соответствующим понятийным и терминологическим аппаратом;

– четкость и логичность изложения мыслей, доказательность целесообразности и эффективности предлагаемых решений;

– приемлемый уровень языковой грамотности, включая владение функциональным стилем научного изложения.

1.1.4 Выбор, согласование и утверждение темы выпускной квалификационной работы

Выбор темы выпускной квалификационной работы осуществляется обучающимся по согласованию с руководителем ВКР и специалистами организации-базы практики, где будет проходить преддипломная практика. При выборе темы ВКР необходимо исходить из:

актуальности проблемы и значимости ее для научной и практической деятельности;

потребностей развития и совершенствования деятельности конкретной организации;

интересов, склонностей в научно-исследовательской работе обучающегося, а также перспектив его будущей профессиональной деятельности;

возможности получения информации для проведения анализа и обоснования предлагаемых решений.

Примерный перечень тем выпускных квалификационных работ разрабатывается выпускающей кафедрой и доводится до сведения обучающихся. Обучающийся может предложить свою тему, обосновав целесообразность ее разработки. Тема выпускной квалификационной работы может являться продолжением тем, ранее представленных обучающимся в рамках курсовых работ (проектов).

Для успешного выполнения выпускной квалификационной работы необходимо уже на первом этапе (выбор темы) четко сформулировать цель работы (отражающуюся в ее названии) и задачи.

После выбора темы, согласования ее с руководителем ВКР, обучающийся подает заявление на имя заведующего кафедрой об утверждении темы выпускной квалификационной работы (приложение 1).

Закрепление тем выпускных квалификационных работ за обучающимися оформляется приказом по университету. Следует иметь в виду, что **тема, утвержденная приказом ректора университета, изменению не подлежит**. Исключение могут составить лишь случаи возникно-

вения объективных непреодолимых препятствий к ее разработке. Изменение оформляется приказом по университету на основании письменного заявления обучающегося и представления заведующего кафедрой.

1.1.5 Структура и содержание выпускной квалификационной работы

Структурные элементы выпускной квалификационной работы **перечислены ниже в порядке их расположения и брошюровки.**

1. Титульный лист (приложение 2).
2. Сопроводительные документы к выпускной квалификационной работе:
2.1 Задание на выполнение выпускной квалификационной работы (приложение 3).
2.2 Отзыв руководителя ВКР (приложение 4).
2.3 Отзыв рецензента (приложение 5).
2.4 Если результаты исследования нашли практическое применение, то прилагается документ, подтверждающий внедрение результатов исследования в практическую деятельность (приложение 6).
2.5 Справка о проверке с системе «Антиплагиат. ВУЗ» (приложение 7).
3. Содержание (приложение 8).
4. Введение.
5. Основная часть работы.
6. Заключение.
7. Список использованных источников (приложение 9).
8. Приложения.

Титульный лист должен содержать все необходимые идентификационные признаки, в частности, название работы, указание автора работы, руководителя.

На титульном листе подписью руководителя, консультанта (при наличии) подтверждается допуск выпускной квалификационной работы к защите.

Титульный лист учитывается в общей нумерации страниц выпускной квалификационной работы, порядковый номер на титульном листе не ставится.

Сопроводительные документы подшиваются следом за титульным листом работы, но в общей нумерации страниц выпускной квалификационной работы они не учитываются и порядковые номера на них не ставятся.

Цель составления *задания на выполнение выпускной квалификационной работы* – уяснение замысла работы и поставленных в ней основных проблем. Оформление задания на работу предполагает составление под контролем руководителя ВКР плана будущей работы.

Наличие *содержания* (плана работы) позволяет уйти от освещения вопросов, не относящихся к теме работы, обеспечить четкость и последовательность изложения материала, избежать пробелов и повторений, рационально организовать самостоятельный труд, сэкономить время.

Содержание работы помещают после справки о внедрении (если она есть). Слово «СОДЕРЖАНИЕ» записывают в виде заголовка симметрично тексту прописными буквами. В содержании работы указывается перечень всех глав и параграфов выпускной квалификационной работы, а также номера страниц, с которых начинается каждый из них (точно по тексту). Главы в выпускной квалификационной работе должны иметь в пределах всей работы порядковые номера, обозначенные арабскими цифрами. Параграфы каждой главы должны иметь нумерацию в пределах каждой главы. Номер параграфа состоит из номера главы и непосредственно номера параграфа в данной главе, отделенного от номера главы точкой. Заголовки содержания должны точно повторять заголовки в тексте. Сокращать или давать их в другой формулировке, последовательности и соподчиненности по сравнению с заголовками в тексте нельзя.

При этом надо иметь в виду, что названия глав и параграфов не должны дублировать друг друга, а также наименование темы работы. Каждая глава должна раскрывать часть темы, каждый параграф главы – часть содержания главы.

Введение, заключение, список использованных источников включают в содержание, но не нумеруют.

Пример оформления содержания выпускной квалификационной работы приведен в приложении 8.

Страницы содержания учитываются в общей нумерации страниц выпускной квалификационной работы, порядковый номер на странице не ставится.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, трех–четырех глав основного текста, заключения, списка использованных источников, приложений. Содержание работы изложено на 60–80 страницах машинописного текста и включает таблицы, рисунки. Библиографический список состоит не менее чем из 35 источников.

Выполнение выпускной квалификационной работы рекомендуется начинать с написания «ВВЕДЕНИЯ». Естественно, в процессе исследования первичный текст введения будет меняться, иногда очень существенно. Но это не отрицает необходимости на начальном этапе поставить перед собой задачи исследования, отражаемые во введении.

Введение – это вступительная часть ВКР, в которой рассматриваются основные тенденции изучения и развития проблемы, анализируется ее существующее состояние, обосновывается теоретическая и практическая актуальность проблемы, формулируется цель и задачи проекта, дается краткая характеристика объекта и предмета исследования.

«Введение» в общем случае имеет следующую структуру:

актуальность темы исследований;

формулировка цели и определение конкретных задач исследования (они найдут отражение в содержании работы);

краткая характеристика объекта и предмета исследования;

методология исследования;

теоретическая и нормативная основа исследования;

информационная база исследования;

теоретическая и практическая значимость исследования;

структура выпускной квалификационной работы;

основные результаты исследования;

степень достоверности и апробация результатов исследования.

Во введении следует коротко сформулировать актуальность темы исследования, т.е. причину возникновения проблемы и ее суть. *Актуальность* определяется как значимость, важность и приоритетность выбранной темы исследования среди других тем. Она должна подтверждаться положениями и доводами, свидетельствующими в пользу научной и практической значимости решения проблем и вопросов, исследуемых в работе. Актуальность темы исследования отражает степень ее важности на современном этапе. В данной части работы обучающийся должен дать ответ на вопрос: «Почему или в связи с чем данная тема исследования является актуальной?». Обучающийся приводит 4-5 таких аргументов, причем каждый абзац в тексте должен, как правило, представлять одно доказательство актуальности. При приведении соответствующих аргументов допустима ссылка на примеры, статистические данные, мнения авторитетных лиц, государственных органов и т.д. Обоснование актуальности темы работы не должно быть многословным. Главное – показать, как автор оценивает своевременность и социальную значимость выбранной темы.

От доказательства актуальности следует перейти к формулировке цели исследования. *Цель исследования* – это образ желаемого конечного результата исследования, то, чего намерен автор достичь своим исследованием.

Цель выпускной квалификационной работы должна соответствовать названию темы. Цель работы формулируется кратко и точно, одним предложением. Целью работы должен являться не процесс (исследование, обоснование, разработка, развитие и пр.), а результат, который получается в результате обоснования, разработки и т.д.

Конкретизация цели осуществляется в задачах исследования. *Задачи исследования* – это краткое описание действий, которые необходимо выполнить для достижения намеченного в це-

ли результата. Задач должно быть не меньше числа параграфов в диссертации; по сути, наименование глав и, особенно, параграфов работы, выстроенные логически последовательно в соответствии с целью исследования, и есть формулировка исследовательских задач. Формулирование задач должно начинаться с глагола – активного действия (систематизировать, уточнить, предложить, дать оценку, выявить закономерности или тенденции, обосновать, составить модель, сформулировать, критически оценить, раскрыть, определить, обобщить и пр.) Не рекомендуется использовать глаголы «изучить» и «рассмотреть».

Объект исследования – это процесс или явление, порождающее проблемную ситуацию и избранное для исследования. Выделение объекта происходит на основе анализа проблемы исследования.

Предмет исследования – это та часть объекта, которая и будет исследована. Предмет должен характеризовать тему выпускной квалификационной работы и включать в себя свойства и стороны объекта, которые следует рассмотреть в заявленной теме, установив пределы рассмотрения данного вопроса. Объект и предмет исследования соотносятся как общее и часть общего.

Далее дается методология исследования, которая представляется собой описание совокупности использованных в работе методов исследовательской деятельности для разработки предмета исследования, достижения его цели и решения поставленных задач. *Методы исследования* – основные приемы и способы, которые использовались при проведении исследования (диалектический метод, исторический метод, статистический и др.). В процессе обработки полученных данных практически всегда используются такие взаимосвязанные научные методы исследования, как анализ и синтез. Анализ – логический прием разделения целого на отдельные элементы и изучение каждого в отдельности и во взаимосвязи с целым. Синтез – объединение результатов для формирования (проектирования) целого.

Теоретическая и нормативная основа исследования – раскрывается, какие теоретические положения являлись основой ВКР, какие источники данных подвергались исследованию (отечественная и переводная научная и учебно-методическая литература, зарубежные источники в оригинале, материалы научно-практических конференций и семинаров, законодательные и нормативные акты, методические и проектные материалы и др.).

После того, как сформулированы цель, задачи, объект и предмет, методы исследования, следует указать информационную базу и структуру ВКР:

Информационная база выпускной квалификационной работы включает: труды ведущих отечественных и зарубежных авторов, статьи, опубликованные в периодических изданиях, а также Интернет-ресурсы, статистические материалы.

Основные результаты исследования представляют собой основные научные выводы, которые были сделаны обучающимся в процессе своего исследования, обладающие элементами научной новизны. Рекомендуется, чтобы количество научных результатов соответствовало количеству поставленных перед исследованием задач.

Теоретическая и практическая значимость исследования. В нескольких предложениях необходимо привести сведения о значении сделанных научных выводов для рассматриваемой проблематики, а также о фактическом использовании и/или возможности и месте их использования. Практическое использование результатов исследований может быть оформлено актом внедрения, в котором указываются конкретные результаты ВКР, использованные в работах организации, в которой внедряются практические результаты. Также документами, подтверждающими практическое использование могут быть заключения, справки органов власти, хозяйствующих субъектов, а также утвержденные нормативные документы, рекомендации, методические указания, в которые включены результаты диссертационного исследования. Практическое использование результатов может быть подтверждено справками от научных и учебных заведений, если результаты диссертационной работы включены в учебно-методическую литературу (учебники, учебные, методические пособия и т.д.).

Степень достоверности и апробация результатов исследования – это сведения о практической проверке основных положений и результатов ВКР. В результате апробации результатов

диссертации автор приводит различные способы ознакомления научной общественности с результатами диссертационной работы (например, сведения о написанных автором статьях и докладах, сообщениях на научных конференциях по теме исследования). Программами научно-исследовательской работы может быть предусмотрено написание статей или выступление на научных конференциях по теме исследования. Объем введения: 3–5 страниц печатного текста.

Страницы введения учитываются в общей нумерации страниц работы, номер страницы проставляется.

Основная часть выпускной квалификационной работы.

Структура основной части ВКР определяется научным руководителем совместно с обучающимся. Основная часть должна быть разделена на главы и параграфы, которые нумеруются арабскими цифрами. Каждая глава должна включать в себя минимум два параграфа. Наименования глав и параграфов не должны повторять или быть шире наименования магистерской диссертации. В конце каждого параграфа обязательно подводятся итоги и делаются выводы. Рекомендуется равномерное распределение материала по главам и параграфам с учетом их соответствия друг другу по объему.

Выпускная квалификационная работа может содержать не более 3 глав, каждая из которых может делиться на 2-3 параграфа. В каждой главе, параграфе основной части необходимо стремиться раскрыть один крупный конкретный вопрос. Все главы исследования должны быть логически связаны между собой.

В основной части работы логически последовательно раскрываются поставленные вопросы. Причем любой вопрос, как и работа в целом, должен состоять из введения, основной части и заключения (выводов).

В основной части работы отражаются:

выбор направления исследования, включающий его обоснование, описание методов решения задач в выбранной области и их сравнительную оценку, описание выбранной общей методики исследования;

описание содержания теоретических и (или) практических исследований, а также нормативную базу исследования;

обобщение и оценку результатов исследований, включающих оценку полноты решения поставленной задачи, оценку достоверности полученных результатов и их сравнение с аналогичными результатами других работ.

Для подготовки ВКР могут быть привлечены материалы научно-исследовательских работ, докладов на научных конференциях, материалы, собранные во время прохождения учебной и производственной практик. Но такой материал должен быть переработан и не должен составлять существенной части ВКР (более половины).

В выпускной квалификационной работе должна быть выдержана логическая связь между главами, последовательное развитие темы и доказательность.

Первая глава, как правило, носит теоретический характер, в ней может приводится обзор отечественной и зарубежной литературы по разрабатываемой проблеме, могут раскрываться основные понятия и сущность изучаемого вопроса, может даваться характеристика исследуемого объекта, обосновываться цель и задачи работы. Глава должна заканчиваться кратким обобщением по исследуемому вопросу. Объем главы – примерно 20-25 страниц.

Вторая глава (аналитическая), как правило, содержит описание и результаты самостоятельного теоретического и экспериментального исследования. Анализ и оценка состояния исследования даются на основе собранных на практике данных литературных источников, статистических и справочных материалов, данных годовых и оперативных материалов организаций. Для удобства анализа фактический материал оформляется в виде таблиц и рисунков. Анализируются существующее состояние изучаемого явления, достигнутый уровень его развития, методика расчета важнейших показателей. В ходе работы над второй главой необходимо выявить факторы, которые влияют на состояние изучаемого объекта, дать оценку достигнутого уровня развития, определить имеющиеся недостатки. Глава должна заканчиваться кратким обобщением полученных результатов. Объем главы – 20-25 страниц.

Третья глава – рекомендательная, в ней рассматриваются конкретные мероприятия, методы и способы решения проблемы, выявленной в главе 2. В зависимости от избранной темы глава посвящается совершенствованию методики анализа, планирования, организации деятельности организации или разработке конкретных предложений и рекомендаций, позволяющих решить выявленные проблемы. Предложения и рекомендации выпускник должен обосновать расчетами экономической эффективности и дополнить возможными социальными последствиями, которые будут проявляться в результате реализации этих предложений, рекомендаций и мероприятий. Объем этой главы – 15-20 страниц.

Текст работы излагается самостоятельно (не допускается дословное переписывание использованной литературы), последовательно, грамотно и аккуратно, при написании работы необходимо употреблять профессиональные термины, избегать сложных грамматических оборотов. Обучающийся должен показать не только знание материала, но и умение разбираться в нем, творчески использовать основные положения источников. Материал, используемый из других источников, должен быть переработан, органически увязан с избранной обучающимся темой и изложен своими словами с приведением ссылок на источники информации.

Содержание выпускной квалификационной работы должно демонстрировать:

знакомство автора с учебной и научной литературой по теме выпускной квалификационной работы;

умение обобщать материал литературных источников, анализировать, выявлять особенности, являющиеся предметом исследования, выделить проблему и определить пути ее решения, последовательно изложить существо рассматриваемых вопросов, делать самостоятельные выводы;

владение понятийным и терминологическим аппаратом.

В тексте выпускной квалификационной работы следует избегать использования личных местоимений, заменяя их безличными формами (вместо «я считаю» - «автор считает», «мы полагаем»).

Рекомендуется использование вводных и соединительных слов – *таким образом, из этого следует, в связи и т.д.* – для подчеркивания причинно-следственных связей и выражения личного отношения к излагаемому материалу.

Все страницы основной части выпускной квалификационной работы участвуют в общей нумерации страниц, номера страниц проставляются.

«Заключение» содержит в себе итоги выполненного исследования, рекомендации, перспективы дальнейшей разработки темы. Заключение должно содержать краткий обзор основных аналитических выводов проведенного исследования и описание полученных в ходе него результатов. Особый акцент делается на наиболее существенных результатах, полученных в ходе написания ВКР лично обучающимся. В целом представленные в заключении выводы и результаты исследования должны последовательно отражать решение всех задач, поставленных автором в начале работы (во введении), что позволит оценить законченность и полноту проведенного исследования. Объем заключения может составлять 3-5 страниц печатного текста.

Нумерация страниц, на которых приводится текст заключения, должна продолжать общую нумерацию страниц основного текста.

Список использованных источников является составной частью работы и отражает степень изученности рассматриваемой проблемы. При этом в список использованных источников включаются, как правило, те источники, на которые в работе имеются библиографические ссылки. Использованные источники должны содержать их полное описание по требованиям стандартов. Конкретное количество использованных источников определяется научным руководителем обучающегося совместно с руководителем магистерской программы, исходя из темы ВКР и исследуемой проблематики. Подбор источников по теме ВКР осуществляется обучающимся самостоятельно. Научный руководитель лишь помогает ему определить основные направления работы, указывает наиболее важные научные источники, которые следует использовать при ее написании, разъясняет, где их можно найти. По решению выпускающей кафедры при написании ВКР может предусматриваться использование иностранной специальной лите-

ратуры. Список использованных источников оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ Р 7.0.5-2008. Порядок оформления списка использованных источников представлен в приложении 9.

Нумерация страниц, на которых приводится текст списка использованных источников, должна продолжать общую нумерацию страниц основного текста.

В *приложения* следует выносить вспомогательный материал, который при включении в основную часть работы загромождает текст.

К вспомогательному материалу относятся таблицы цифровых данных, инструкции, методики, иллюстрации вспомогательного характера, заполненные формы документов, выдержки из локальных нормативных актов и др.

Нумерация страниц, на которых даются приложения, должна продолжать общую нумерацию страниц основного текста.

Объем выпускной квалификационной работы должен составлять – 60 - 80 страниц компьютерного набора (без приложений).

При выполнении выпускной квалификационной работы обучающийся должен продемонстрировать навыки работы на персональном компьютере (например, статистическая обработка материалов, выполнение графических построений, проведения математических расчетов, использование программного обеспечения для решения конкретных задач, поставленных в работе).

1.1.6 Руководство выпускной квалификационной работой

Общее руководство и контроль за ходом выполнения ВКР осуществляет выпускающая кафедра в лице руководителя ВКР. Руководитель ВКР:

помогает обучающемуся с выбором темы и разработкой плана работы;

оформляет задание на выполнение выпускной квалификационной работы;

оказывает обучающемуся помощь в разработке календарного графика на весь период выполнения выпускной квалификационной работы;

рекомендует обучающемуся необходимую литературу;

систематически контролирует ход работы и информирует кафедру о состоянии дел;

дает подробный отзыв на законченную работу.

Проверяя работу, руководитель не должен превращаться в корректора или редактора, хотя замечания в этой части он тоже высказывает. Руководитель ВКР выявляет полноту, глубину и всесторонность рассмотрения поставленных в плане вопросов, последовательность изложения материала, достаточность использования литературы, аргументированность выводов, степень их обоснованности и самостоятельности. В случае обнаружения плагиата, ошибочных решений и научных положений по тем или иным вопросам, неполноты или поверхностности исследования, противоречивости, излишнего отклонения от темы и других недостатков руководитель предлагает выпускнику устранить их, рекомендует пути и сроки их устранения.

Руководитель ВКР помогает выпускнику на всех этапах его работы, но эта помощь не должна выливаться в соавторство. Отношения руководителя с обучающимся строятся на основе сотрудничества.

1.2 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ

1.2.1 Основные этапы выполнения выпускной квалификационной работы

Соблюдение установленных сроков и последовательности выполнения выпускной квалификационной работы направлено на оптимизацию процесса достижения поставленных целей.

Рекомендуется следующая последовательность этапов выполнения выпускной квалификационной работы:

выбор темы работы, её утверждение;

подбор литературы и ознакомление с ней, составление литературного обзора по проблеме исследования;

сбор и обобщение аналитических материалов, анализ;

написание работы и представление её руководителю, доработка по замечаниям руководителя;

написание введения и заключения, подготовка списка использованных источников, приложений, представление работы руководителю ВКР;

прохождение нормоконтроля, исправление замечаний по оформлению работы;

проверка в системе «Антиплагиат. ВУЗ»;

размещение работы в портфолио;

подготовка к защите выпускной квалификационной работы: подготовка презентационных материалов, оформление документов на выпускную квалификационную работу.

1.2.2 Подготовка к защите выпускной квалификационной работы

Законченная ВКР, подписанная обучающимся, передается руководителю ВКР для проверки соответствия оформления работы предъявляемым требованиям и составления письменного отзыва руководителя. Научный руководитель осуществляет проверку магистерской диссертации на предмет соблюдения требований, предъявляемых в ВКР. Научный руководитель в обязательном порядке проводит проверку текста ВКР на объем заимствований в системе «Антиплагиат. ВУЗ», отчет печатается. При отсутствии справки о проверке ВКР на объем заимствований работа к защите не допускается.

При несоблюдении требований, предъявляемых к ВКР, и в случае если выявленный в результате проверки процент доли оригинальности менее допустимого значения, научный руководитель должен вернуть работу обучающемуся и указать направления ее доработки для повторной проверки.

После завершения подготовки ВКР и ее проверки (повторной проверки), включая проверку в системе поиска текстовых заимствований, научный руководитель представляет на кафедру письменный отзыв о ВКР и о работе обучающегося в период ее подготовки.

В отзыве руководителя указываются сведения о фамилии и инициалах, номере группы, курсе, формы обучения, направлении подготовки обучающегося – автора ВКР; характеристика ВКР (сведения об актуальности темы работы, достоинства и недостатки работы, оценка полученных результатов с точки зрения достоверности, практическая ценность работы); оценка подготовленности обучающегося, инициативности и самостоятельности при решении задач выпускной квалификационной работы, умение обучающегося работать с литературными и нормативными источниками, способность ясно и четко излагать материал, соблюдение правил и качества оформления работы. Особое внимание уделяется оценке выпускника по личностным характеристикам (ответственность, дисциплинированность, самостоятельность, активность, творчество, инициативность и т.д.), проявленным способностям к исследовательской деятельности, достигнутым результатам в формировании компетенций выпускника данной программы, мотивируется возможность или невозможность представления выпускной квалификационной работы на защиту в государственной экзаменационной комиссии.

Решение руководителя ВКР является основанием для допуска ВКР к защите. ВКР, не сопровожденная отзывом научного руководителя, к защите не допускается.

ВКР и отзыв научного руководителя передаются заведующему выпускающей кафедрой для решения вопроса о допуске работы к защите и направлении ее на рецензирование или, при необходимости, на доработку.

После допуска ВКР к защите заведующий выпускающей кафедрой обеспечивает размещение ВКР в портфолио. Размещение ВКР – не позднее, чем за 3 дня до защиты.

Работа направляется на рецензирование одному или нескольким лицам, не являющимся сотрудниками выпускающей кафедры. ВКР должна быть представлена рецензентам не позднее чем за 7 дней до защиты.

Рецензенты проводят анализ ВКР и представляют на выпускающую кафедру письменную рецензию на указанную работу.

В рецензии должны быть отражены:

- сведения о фамилии и инициалах, номере группы, курсе, формы обучения, направлении подготовки обучающегося – автора ВКР;

- общая оценка ВКР, ее оригинальность и значимость, соответствие работы избранной теме, проявленная автором степень самостоятельности, умение пользоваться методами научного исследования, степень достоверности и обоснованности выводов, а также выявленные недостатки и замечания. Конкретные критерии, которые должны быть отражены в рецензиях, формулируются выпускающими кафедрами в зависимости от специфики магистерской программы.

Перед защитой обучающимся представляются в ГЭК следующие документы:

1) ВКР, подписанная на титульном листе выпускником, руководителем ВКР, консультантами (если есть);

2) задание на выполнение работы с отметками сроков окончательной подготовки работы, подписанное руководителем ВКР и заключением кафедры о допуске к защите;

3) отзыв научного руководителя ВКР;

4) отзыв рецензента (при наличии);

5) отчет о проверке в системе «Антиплагиат. ВУЗ»;

6) справки и иные документы о внедрении результатов исследования (при наличии).

Обучающиеся, не представившие ВКР в установленные сроки, к защите не допускаются и подлежат отчислению.

Выпускающие кафедры в рамках научно-исследовательской работы студентов проводят предварительную защиту ВКР с участием преподавателей и аспирантов с целью предварительной оценки исследования, указания на его элементы и аспекты, нуждающиеся в доработке. Также во время предварительной защиты могут быть даны рекомендации к речи студента для защиты. Результаты предварительной защиты не могут влиять на итоговую оценку за ВКР.

Готовясь к защите работы, обучающийся составляет тезисы выступления, содержащего наиболее важные и интересные результаты исследования. При этом следует помнить о том, что выпускнику для доклада отводится ограниченное время; оформляет наглядные пособия, раздаточный материал к докладу, продумывает ответы на замечания рецензента (при наличии).

Доклад на защите выпускной квалификационной работы, как правило, не должен превышать 10-15 мин. Следует помнить, что обучающийся не просто излагает, а защищает положения своей работы.

1.2.3 Защита выпускной квалификационной работы

Защита выпускной квалификационной работы проводится на открытом заседании ГЭК. Заседание комиссии считается правомочным, если в нем участвует не менее двух третей от числа лиц, входящих в состав комиссии.

На открытое заседание приглашаются научный руководитель обучающегося, рецензенты, преподаватели магистерской программы, иные заинтересованные лица.

Очередность защит определяется председателем ГЭК (в его отсутствие – заместителем председателя). При определении очередности могут быть учтены просьбы выпускников, а также пожелания научных руководителей, рецензентов.

Порядок защиты:

- председатель ГЭК приглашает обучающегося для защиты диссертации, объявляет его фамилию, имя и отчество, тему работы, научного руководителя, рецензента;

-студент докладывает об основных результатах работы (на выступление предоставляется 10-15 минут). Он должен отразить актуальность темы, цель и задачи работы, изложить основные положения и выводы (результаты), рекомендации, конкретные предложения, обосновать возможность их реализации, эффективность. При этом необходимо уточнить личный вклад в разработку проблемы.

Обучающийся может пользоваться заранее подготовленным тезисами доклада, но должен излагать основное содержание своей выпускной квалификационной работы свободно, не читая письменного текста. При чтении утрачивается эмоциональность изложения, монотонное чтение текста не привлекает внимания и утомляет слушателей. Свободный рассказ по теме свидетельствует об уровне подготовки и глубине специальных знаний по проблеме выпускной квалификационной работы. Все это существенно влияет на итоговую оценку работы.

Все принципиальные положения выпускной квалификационной работы для большей наглядности могут быть представлены на демонстрационном материале. К демонстрационным материалам относится информация из выпускной квалификационной работы (таблицы, диаграммы, схемы, иллюстрации и пр.), оформленная в виде презентаций или ксерокопий для каждого члена ГЭК. Во время доклада необходимо ссылаться на эти материалы.

-после выступления студент отвечает на вопросы комиссии, а также с согласия председателя иных присутствующих на защите лиц. Председатель вправе отвести вопрос, если он выходит за рамки темы ВКР;

- заслушивается отзыв научного руководителя студента. В случае отсутствия научного руководителя отзыв зачитывается председателем комиссии или иным назначенным лицом;

- заслушивается внешняя рецензия на выпускную квалификационную работу (при наличии). В случае отсутствия рецензента отзыв зачитывается председателем комиссии или иным назначенным лицом;

- заслушиваются ответы обучающегося на замечания и вопросы рецензента;

- председатель ГЭК предоставляет желающим слово для выступления, после чего объявляет об окончании защиты.

После окончания открытой защиты ВКР проводится закрытое заседание ГЭК (возможно с участием руководителей), на котором обсуждают результаты защиты. При расхождении мнений членов комиссии решение определяется путем голосования простым большинством голосов; при равном количестве голосов голос председателя (его заместителя) является решающим.

Результаты защиты определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка по ВКР объявляется в день защиты после оформления в установленном порядке протокола заседания ГЭК, куда вносятся все заданные вопросы, особые мнения, решение комиссии об оценке.

ВКР, выполненные на высоком уровне, могут по инициативе членов ГЭК быть рекомендованы к использованию в учебном процессе, к участию в научных конкурсах, конференциях, рекомендованы к публикации.

Электронная версия (вариант) ВКР (за исключением ВКР, содержащих сведения, составляющие государственную тайну) сдается в Научную библиотеку УГГУ для создания электронной базы данных.

ВКР подлежит хранению на выпускающих кафедрах в течение 5 лет.

II КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫПОЛНЕНИЯ И ЗАЩИТЫ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Оценка выпускной квалификационной работы производится по четырем группам критериев:

Система оценивания по оценочным средствам государственной итоговой аттестации

Оценочное средство	Максимальная стоимость в баллах	Критерии начисления баллов
Выпускная квалификационная работа	0-90 баллов	Качество выполненной работы, ее научно-теоретический уровень, степень самостоятельности и логичность изложения материала, правильность оформления и результат ее защиты
Отзыв руководителя ВКР	0-15 баллов	Ответственность, дисциплинированность, стремление к достижению высоких результатов самостоятельность, добросовестность в выполнении ВКР, контактность….
Отзыв рецензента ВКР	0-5 баллов	Общая оценка ВКР, ее оригинальность и значимость, соответствие работы избранной теме, проявленная автором степень самостоятельности, умение пользоваться методами научного исследования, степень достоверности и обоснованности выводов, а также выявленные недостатки и замечания
Ответы на вопросы (проверка компетенций)	0-5 баллов	Полнота и правильность ответа
Итого	115 баллов	

Оценка по итогам государственной итоговой аттестации определяется простым суммированием баллов:

Критерии оценки	*Количество баллов*
Критерии содержания ВКР	
обоснованность выбора и актуальность темы исследования	0-5
обоснование практической и теоретической значимости исследования	0-5
уровень теоретической проработки проблемы, осмысления теоретических вопросов и обобщения собранного материала	0-5
умение представить литературный обзор проблемы исследования	0-5
широта и качество использованных источников	0-5
объем и уровень анализа профессиональной, научной литературы, релевантность, полнота, корректность и содержание цитирования	0-5
умение правильно применить необходимые для решения проблемы нормативные правовые акты (документы) в объяснении конкретной ситуации деятельности организации	0-5
наличие в ВКР результатов, которые в совокупности решают конкретную научную и (или) практическую задачу, или - результатов (теоретических и (или) экспериментальных), которые имеют существенное значение для развития конкретных направлений в определенной отрасли науки (деятельности), или – научно-обоснованных разработок, использование которых в полном объёме обеспечивает решение прикладных задач	0-5
умение логические верно, аргументированно и ясно излагать материалы исследования в ВКР	0-5
обоснованность и четкость сформулированных выводов	0-5

адекватность использования методов исследования	0-1
умение использовать компьютерные технологии в режиме пользователя для решения профессиональных задач	0-5
Критерии оформления ВКР	
владение научным стилем изложения, орфографическая и пунктуационная грамотность	0-5
соответствие формы представления работы требованиям, предъявляемым к оформлению данных работ	0-5
Критерии процедуры защиты	
качество устного доклада: соответствие доклада содержанию работы, логичность, точность формулировок, обоснованность выводов, культура речи	0-5
владение профессиональной терминологией и навыками профессиональной аргументации	0-4
презентационные навыки: структура и последовательность изложения материала, соблюдение временных требований, использование презентационного оборудования и/или раздаточного материала, грамотность оформления иллюстрационных материалов, выразительность использования, контакт с аудиторией	0-5
поведение при защите (коммуникационные характеристики (культура) докладчика (речь, манера говорить, отстаивать свою точку зрения, привлекать внимание к важным моментам в докладе или ответах на вопросы)	0-5
качество ответов на вопросы членов ГЭК: логичность, глубина, правильность и полнота ответов	0-5
Отзыв рецензента ВКР	
теоретическая значимость исследования; анализ представленных методик исследования; практическая значимость исследования; степень полноты обзора состояния проблемы и корректность постановки задачи; уровень и корректность использования в работе методов исследования; степень комплексности работы, применение в ней знаний социально-гуманитарных дисциплин, естественно-математических, общепрофессиональных и специальных дисциплин; ясность, четкость, последовательность и обоснованность изложения.	0-5
Отзыв руководителя ВКР	
ответственное отношение к работе, дисциплинированность, стремление к достижению высоких результатов, самостоятельность, добросовестность в выполнении работы, соблюдение сроков представления материалов, контактность	0-5
владеет навыками самостоятельного получения новых знаний, использования современных технологий	0-5
умение систематизировать и обобщать информацию из разных источников	0-5
Теоретические вопросы	
качество ответов на вопросы членов ГЭК: правильность и полнота ответов	0-5
Итого баллов	115

Правила оценивания результатов защиты ВКР

104-115 баллов (90-100%) **–** оценка **«отлично»;**
81-103 балла (70-89%) **–** оценка **«хорошо»;**
58-80 баллов (50-69%) **–** оценка **«удовлетворительно;**
0-57 баллов (0-49%) **–** оценка **«неудовлетворительно».**

III ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Оценочными средствами результатов обучения на этапе государственной итоговой аттестации являются выпускная квалификационная работа и ее защита по установленной процедуре (доклад, презентация, ответы на вопросы государственной экзаменационной комиссии), позволяющей сделать вывод о сформированности компетенций, теоретические вопросы.

3.1 *Примерная тематика выпускных квалификационных работ*

1. Гидрогеологические, инженерно-геологические и геокриологические условия рудных месторождений.
2. Инженерно-геологическая и геокриологическая съемка урбанизированных территорий.
3. Техногенная трансформация инженерно-геологических условий и причины деформаций зданий и сооружений.
4. Диагностика и прогнозирование опасных геологических процессов.
5. Методы прогноза геологических и техногенных процессов.
6. Методы локализации и ликвидации опасных процессов.
7. Прогноз изменения инженерно-геологических условий в криогенной зоне.
8. Методы мелиорации мерзлых пород как оснований сооружений.
9. Методы прогноза геокриологических условий при освоении криолитозоны.
10. Инженерно-геокриологический мониторинг.
11. Принципы и приемы управления мерзлотным процессом.
12. Принципы использования многолетнемерзлых пород в качестве оснований инженерных сооружений.
13. Принципы расчета оснований и выбор конструкций фундаментов, сооружаемых на мерзлых грунтах.

3.2 *Теоретические вопросы государственной итоговой аттестации, оценивающие сформированность универсальных компетенций:*

1. Каково значение коммуникативных навыков для успешной деятельности производственного коллектива?
2. В чем вы видите основные причины необходимости овладения навыками общения на иностранном языке для успешного решения профессиональных задач в современных условиях?
3. В чем проявляется толерантность в восприятии социальных, этнических, конфессиональных и культурных различий?
4. Чем обусловлена необходимость овладения правовой культурой для достижения высоких экономических результатов в современных условиях?
5. Какая формулировка образовательных потребностей специалиста в современных условиях является более актуальной: «образование для всей жизни» или «образование в течение всей жизни»?
6. Возможна ли успешная профессиональная самореализация работника без формирования потребности и способности к самоорганизации и самообразованию?
7. В чем вы видите значение здорового образа жизни, овладения методами и средствами физической культуры для обеспечения полноценной социальной и профессиональной деятельности?
8. Чем обусловлена в настоящее время необходимость овладения приемами первой помощи, методами защиты в условиях чрезвычайных ситуаций?

3.3 *Теоретические вопросы государственной итоговой аттестации, оценивающие сформированность общепрофессиональных компетенций:*

1. В чем вы видите основные причины необходимости овладения навыками логически, верно, аргументированно и ясно строить устную и письменную речь?
2. Зачем необходимо повышать уровень своей профессиональной компетентности?
3. В чем вы видите основные причины необходимости овладения навыками профессионального общения на иностранном языке?

4. Информационные продукты и технологии, базы и банки данных. Информационные сети.

5. Раскройте принципы, на которых базируется идея рационального природопользования.

6. Дайте оценку природным ресурсам с позиции вовлечения их в производство.

7. Какие факторы необходимо учитывать при количественной и качественных характеристик природных ресурсов с целью изучения возможности их освоения?

8. Что составляет объективную основу взаимоотношений между природой и обществом в процессе общественного производства?

9. На каком принципе формируются территориально-производственные комплексы (ТПК)?

10. Раскройте основные принципы оценки воздействия на окружающую среду (ОВОС).

11. Из чего формируется первоначальная база информационной системы организации управления природопользованием?

3.4 Теоретические вопросы государственной итоговой аттестации, оценивающие сформированность профессиональных компетенций

1. В чем научная новизна и/или практическая значимость Вашей темы ВКР?

2. Какими источниками литературы Вы пользовались при подготовке ВКР?

3. Каковы цель и задачи Вашей ВКР?

4. Какие критерии использовались Вами при оценке воздействия на окружающую среду?

5. Каковы экологические ограничения при строительстве (эксплуатации) объекта, рассматриваемого Вами в рамках подготовки ВКР?

6. Перечислите основные преимущества и недостатки предлагаемых Вами природоохранных решений.

7. Перечислите основные экологические аспекты, возникающие при строительстве (эксплуатации) объекта, рассматриваемого Вами в рамках подготовки ВКР.

8. Какова эколого-экономическая эффективность внедрения ваших природоохранных решений, и какие факторы влияют на ее величину?

9. Каков размер природоохранных платежей для условий Вашего предприятия до и после внедрения природоохранных мероприятий?

10. Какое специализированное программное обеспечение Вы использовали при подготовке ВКР, и в каких целях?

11. Какие Вам известны методы оценки экологических рисков и суть этих методов?

12. Ведется ли мониторинг качества окружающей среды и/или производственный экологический контроль на рассматриваемом Вами объекте?

13. Уточните перечень загрязняющих веществ, подлежащих контролю, периодичность контроля, расположение контрольных точек, а также лабораторное оборудование и методики, применяемые для отбора проб и анализа.

14. Назовите основные составляющие системы экологического менеджмента на рассматриваемом Вами предприятии.

15. Какие надзорные органы осуществляют проверки и контроль деятельности в части охраны окружающей среды на рассматриваемом Вами предприятии и какие штрафные санкции они могут применять для обеспечения выполнения предприятием природоохранного законодательства?

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Форма заявления на утверждение темы выпускной квалификационной работы

Зав. кафедрой _____
_____
обучающегося группы _____
_____

Заявление
на утверждение темы выпускной квалификационной работы

Прошу утвердить тему выпускной квалификационной работы (из числа предложенных университетом):
_____
_____

Прошу утвердить самостоятельно определенную тему выпускной квалификационной работы
_____
_____

Место прохождения производственной (преддипломной) практики:
_____
_____

Руководитель ВКР_____
(Ф.И.О., ученая степень, ученое звание, должность)

Дата _____ Подпись обучающегося _____

Решение зав. кафедрой

«УТВЕРЖДАЮ»

_____

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Форма оформления титульного листа выпускной квалификационной работы

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
(БАКАЛАВРИАТ)

ТЕМА:_____
_____

Факультет: Геологии и геофизики

Направление:
05.03.01 Геология

Профиль:
Гидрогеология, инженерная геология и геоэкология

Квалификация:
бакалавр

Кафедра: ГИГГ

Обучающийся: _____(*подпись*)
Фамилия И.О.
Группа:

*Руководитель:*_____(*подпись*)
Фамилия И.О.

Консультант: _____(*подпись*)
Фамилия И.О.

_____
(подпись)
Допустить к защите:
Зав. кафедрой_____
(Фамилия И.О., ученая степень, ученое звание)

Екатеринбург
202_

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Пример оформления задания на выполнение выпускной квалификационной работы

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра гидрогеологии, инженерной геологии и геоэкологии

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой_____
_____
«___»_____20__ г.

ЗАДАНИЕ НА ВЫПОЛНЕНИЕ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ

для присвоения квалификации_____по направлению подготовки/ специальности_____направленности (профилю) /специализации_____

Обучающемуся_____
(фамилия, имя, отчество полностью)

Тема выпускной квалификационной работы_____
_____
_____

Руководитель работы_____
(фамилия, имя, отчество, ученая степень, ученое звание)

Консультанты по разделам:

Фамилия И.О. консультанта	Должность, ученая степень, ученое звание	Разделы работы

Дата выдачи задания «___»_____20____г.

Срок сдачи обучающимся законченной выпускной квалификационной работы «___»_____20__г.

Исходные данные для выполнения выпускной квалификационной работы:

Особые условия разработки месторождения:

Содержание расчетно-пояснительной записки:

Демонстрационный материал:

Руководитель ВКР _____
(подпись)

Обучающийся _____
(подпись)

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

Примерная форма отзыва руководителя выпускной квалификационной работы

ОТЗЫВ РУКОВОДИТЕЛЯ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Выпускная квалификационная работа выполнена
Обучающимся _____
Направление подготовки /специальность _____
Кафедра _____
Группа _____
Руководитель ВКР _____

Общая характеристика работы студента в период выполнения ВКР: _____
_____
_____

Актуальность темы _____
_____

Степень достижения целей ВКР_____
_____

Общая характеристика теоретической части (глубина разработки проблемы, логика изложения и проч.) _____
_____

Общая характеристика практической части работы (наличие элементов практической новизны, наличие и значимость практических предложений и рекомендаций) _____
_____

Степень владения профессиональными знаниями, умениями и навыками_____
_____

Замечания к ВКР_____
_____

Заключение: _____

Руководитель: _____ «___» _____ 20____ г.
подпись

Обучающийся: _____ «___» _____ 20____ г.
подпись

ПРИЛОЖЕНИЕ 5

Примерная форма отзыва рецензента о выпускной квалификационной работе

ОТЗЫВ
РЕЦЕНЗЕНТА О ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЕ

Фамилия И.О. выпускника _____
Направление подготовки/специальность- _____
выбрать нужное _____
Профиль/специализация _____

Тема рецензируемой работы _____
Рецензент место работы, должность (при _____
наличии) _____

Заключение о степени соответствия выпускной квалификационной работы заданию_____

Оценка теоретической части ВКР (теоретическая значимость исследования, анализ использованных источников)_____
_____

Оценка аналитической части ВКР (анализ представленных методик исследования)_____
_____

Оценка проектной части ВКР (практическая значимость исследования)_____
_____

Логичность, четкость, грамотность изложения материала_____
_____

Оценка сформированности компетенций, предусмотренных федеральным государственным образовательным стандартом:

ВКР демонстрирует (высокий, средний, низкий) уровень сформированности универсальных компетенций и (высокий, средний, низкий) уровень сформированности общепрофессиональных и профессиональных компетенций.

Замечания и рекомендации (к публикации, внедрению, представлению на конкурс) по ВКР_____
_____

Общая оценка ВКР_____

Рецензент: _____ Фамилия И.О. Обучающийся: _____ Фамилия И.О.
(подпись) (подпись)

«_____» _____ 20____г. «_____» _____ 20____г.

М.П

ПРИЛОЖЕНИЕ 6

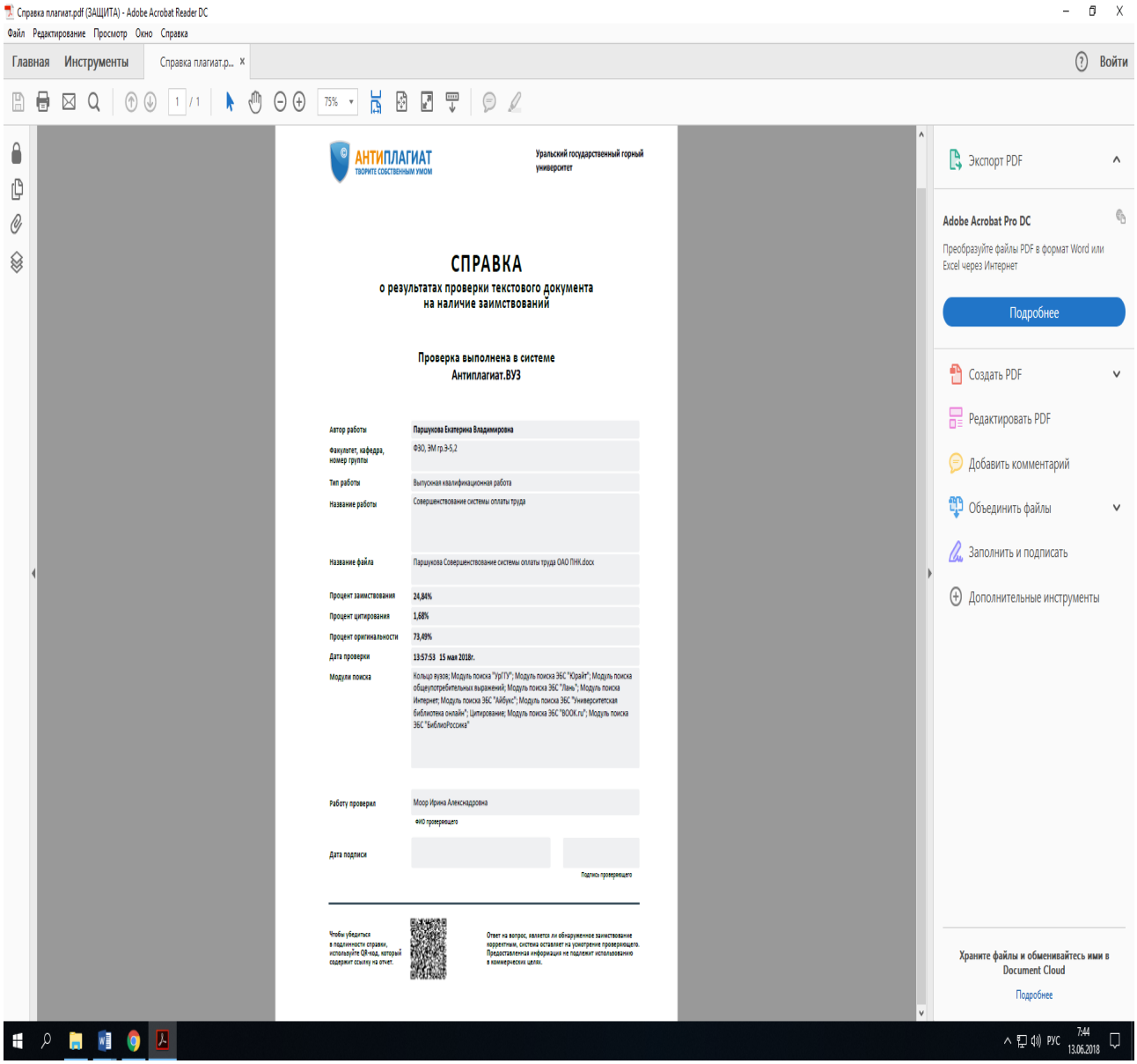
Пример оформления документа, подтверждающего использование результатов выпускной квалификационной работы

СПРАВКА
об использовании результатов выпускной квалификационной работы
на тему: «название»

Выводы и предложения, представленные в выпускной квалификационной работе Петрова И.С., нашли применение в практической деятельности общества с ограниченной ответственностью «Мир», в частности, при …… ……

Рекомендации автора по совершенствованию ……. деятельности организации взяты за основу при разработке перспективных направлений развития общества с ограниченной ответственностью «Мир».

Директор ООО «Мир» _____ И.О. Фамилия
(подпись)
М.П.



Справка плагиат.pdf (ЗАЩИТА) - Adobe Acrobat Reader DC

АНТИПЛАГИАТ
ТВОРИТЕ СОБСТВЕННЫМ УМОМ

Уральский государственный горный университет

СПРАВКА

о результатах проверки текстового документа на наличие заимствований

Проверка выполнена в системе Антиплагиат.ВУЗ

Автор работы	Паршукова Екатерина Владимировна
Факультет, кафедра, номер группы	ФЭО, ЭМ гр.Э-5,2
Тип работы	Выпускная квалификационная работа
Название работы	Совершенствование системы оплаты труда
Название файла	Паршукова Совершенствование системы оплаты труда ОАО ПНК.docx
Процент заимствования	24,84%
Процент цитирования	1,68%
Процент оригинальности	73,49%
Дата проверки	13:57:53 15 мая 2018г.
Модули поиска	Кольцо вузов; Модуль поиска "УрГГУ"; Модуль поиска ЭБС "Юрайт"; Модуль поиска общеупотребительных выражений; Модуль поиска ЭБС "Лань"; Модуль поиска Интернет; Модуль поиска ЭБС "Айбукс"; Модуль поиска ЭБС "Университетская библиотека онлайн"; Цитирование; Модуль поиска ЭБС "BOOK.ru"; Модуль поиска ЭБС "БиблиоРоссика"
Работу проверил	Моор Ирина Александровна
	ФИО проверяющего
Дата подписи	
	Подпись проверяющего

Чтобы убедиться в подлинности справки, используйте QR-код, который содержит ссылку на отчет.

Ответ на вопрос, является ли обнаруженное заимствование корректным, система оставляет на усмотрение проверяющего. Предоставленная информация не подлежит использованию в коммерческих целях.

ПРИЛОЖЕНИЕ 8

Пример структуры и оформления содержания выпускной квалификационной работы

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1 …….	6
1.1 ……	6
1.2 …….	..
1.3 ……	..
2 ……	
2.1 ……	
2.2 …..	
Заключение	
Список использованных источников	
Приложения	

ПРИЛОЖЕНИЕ 9

Примеры библиографических описаний, применяемых при оформлении списка использованных источников

1. Об основополагающих принципах и правах в сфере труда и механизм её реализации [Текст]: Декларация МОТ от 18.06.1998 // МБТ.1998.

2. Конституция Российской Федерации [Электронный ресурс]: Доступ из справочно-правовой системы «КонсультантПлюс». - Режим доступа: http://www.consultant.ru.

3. Трудовой кодекс Российской Федерации [Электронный ресурс]: Федеральный закон от 30.12.2001 г. № 197-ФЗ (в ред. от 05.10.2015) – Доступ из справочно-правовой системы «КонсультантПлюс». - Режим доступа: http://www.consultant.ru.

4. О безопасности [Электронный ресурс]: Федеральный закон от 28.12.2010 г. № 390-ФЗ – Доступ из справочно-правовой системы «КонсультантПлюс». - Режим доступа: http://www.consultant.ru.

5. Об общих принципах организации законодательных (представительных) и исполнительных органов власти субъектов Российской Федерации [Текст]: Федеральный закон от 06.10.1999 г. № 184-ФЗ // Собрание законодательства РФ. - 1999. - № 43.

6. О концепции национальной безопасности Российской Федерации [Текст]: Указ Президента Российской Федерации от 10 января 2000 г. № 24 // Собрание законодательства РФ. - 2000. - № 2.- Ст.170.

7. О порядке разработки и утверждения административных регламентов исполнения государственных функций (предоставления государственных услуг) [Электронный ресурс]: Постановление Правительства РФ от 11.11.2005 г. № 679. - Доступ из справочно-правовой системы «КонсультантПлюс». – Режим доступа: http://www.consultant.ru.

8. Булаевский, Б.А. Правовое положение несовершеннолетних по российскому гражданскому законодательству [Текст]: Автореф. дисс. … к.ю.н. М., 1998.

9. Гаврилов, Э. О наименовании юридического лица [Текст] / Э.О. Гаврилов // Хозяйство и право. - 2011. - № 12. - С. 3 – 11.

10. Мачульская, Е.Е. Право социального обеспечения [Текст]: учебник для бакалавров / Е.Е. Мачульская. – М.: Изд-во Юрайт, 2012. – 575 с.

11. Черткова, Е.Л. Утопия как способ постижения социальной действительности [Электронный ресурс] / Е.Л. Черткова // Социемы: журнал Уральского гос. ун-та. – 2002. - № 8. – Режим доступа: http://2www/usu.ru/philosoph/chertkova.

12. Цивилистические записки: [Текст]: Межвузовский сборник научных трудов. Выпуск 2. – М.: «Статут» - Екатеринбург: Институт частного права, 2002. – 511 с.

13. Юридический советник [Электронный ресурс]. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM): зв., цв.; 12 см. – Прил.: Справочник пользователя [Текст]/ сост. В.А. Быков. – 32 с.

14. Временные методические рекомендации по вопросам реструктуризации бюджетной сферы и повышения эффективности расходов региональных и местных бюджетов (Краткая концепция реструктуризации государственного и муниципального сектора и повышения эффективности бюджетных расходов на региональном и местном уровнях) [Текст]. - М.: ИЭПП, 2006. - 67 с.

15. Свердловская область в 1992-1996 годах [Текст]: Стат. сб./ Свердл. обл. комитет гос. статистики Госкомстата РФ. – Екатеринбург, 1997. – 115 с.

16. Социальное положение и уровень жизни населения России в 2010 г. [Текст]: Стат. сб. / Росстат. – М., 2011. – 320 с.

17. Социально-экономическое положение федеральных округов в 2010 г. [Электронный ресурс]. – Режим доступа http://www.gks. Ru.

18. An Interview with Douglass C. North [Text] // The Newsletter of The Cliometric Society. - 1993. - Vol. 8. - N 3. - P. 23–28.

19. Burkhead, J. The Budget and Democratic Government [Text] / Lyden F.J., Miller E.G. (Eds.) / Planning, Programming, Budgeting. Markham: Chicago, 1972. 218 p.

20. Miller, D. Strategy Making and Structure: Analysis and Implications for Performance [Text] // Academy of Management Journal. - 1987. - Vol. 30. - N 1. - P. 45–51.

21. Министерство финансов Российской Федерации: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.minfin.ru.

22. Российская книжная палата: [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://www.bookchamber.ru.

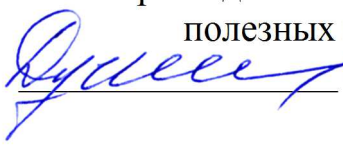
23. Инструкция по делопроизводству в ООО «СК-групп» [Текст]. - Екатеринбург, 2012. – 26 с.

24. Бухгалтерский отчет ЗАО «ФНК» за 2012 год [Текст]. - Екатеринбург, 2013. – 14 с.

25. Правила внутреннего трудового распорядка АО «Маяк» [Текст]. - Екатеринбург, 2010. – 22 с.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой геологии,
поисков и разведки месторождений
полезных ископаемых

В.А. Душин

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.В.05 Основы учения о полезных ископаемых

Для обучающихся направления подготовки
05.03.01 Геология

Направленность
Гидрогеология, инженерная геология и геоэкология

форма обучения: очная

Автор: Макаров А.Б., профессор, д.г.-м.н.,

Одобрены на заседании кафедры
Геологии, поисков и разведки МПИ
наименование кафедры
Протокол № 1 от 08.09.2022 г
Дата

Екатеринбург

Самостоятельная работа студентов в рамках учебного процесса играет важную роль в изучении дисциплины «Основы учения о полезных ископаемых», поскольку основными объектами труда горных инженеров-геологов – поисков, разведки являются месторождения полезных ископаемых. Поэтому в процессе обучения у студентов формируются представления о месторождения полезных ископаемых как геологических объектах, возникающих в процессах формирования и развития земной коры. Главные задачи профессиональной деятельности – разработка научно обоснованных направлений поисковых работ и выбор рациональной методики разведки месторождений полезных ископаемых могут быть успешно решены при условии овладения студентом современных представлений о геологических и физико-химических условиях их формирования. В процессе самостоятельной работы студент получает представление об особенностях строения каждого типа месторождений как модели месторождений, с которым он будет сталкиваться в процессе своей будущей практической деятельности, и сравнивать с ними конкретные объекты. Для этого в рамках самостоятельной работы в первую очередь следует обратить внимание на изучение имеющегося на кафедре каменного материала, характеризующего большую часть типов промышленных месторождений.

Основное содержание дисциплины и объемы самостоятельной работы по разделам дисциплины приведены в таблице

№№ тем	Содержание	Часы по СРС
1	Форма и условия залегания рудных тел	20
2	Структуры и текстуры руд	30
3	Изучение генетических типов месторождений полезных ископаемых	75
4	Подготовка к экзамену	27

Методические указания по организации самостоятельного изучения дисциплины

1. Освоение лекционного курса

Лекции по дисциплине «Основы учения о полезных ископаемых» дают главный материал, как по теории, так и по практике исследований генезиса и геолого-промышленных типов месторождений полезных ископаемых. Современные проблемы, рассматриваемые в данной дисциплине, обусловлены как появлением новых теоретических представлений о геологии месторождений, так и их новых промышленных типов. Это требует после

прослушивания лекций обращаться к рекомендуемой литературе для более глубокой проработки соответствующей темы, детального рассмотрения основных терминов, проблемных вопросов и подходов к их решению, а также изучения дополнительного материала по теме для последующего выполнения лабораторных заданий.

После прослушивания лекции необходимо:

- внимательно просмотреть конспект лекции и (используя поля) сделать необходимые пояснения к сокращениям, аббревиатурам, терминам и т.п.;
- используя рекомендованную литературу уяснить проблемные вопросы и подходы к их решению;
- в письменном виде сформулировать вопросы, которые следует задать преподавателю для окончательного усвоения темы лекции;
- следует взять за правило – выполнять работу с конспектом лекций в тот же день, когда лекция прослушана и в памяти еще осталась часть ее содержания.

2. Подготовка, выполнение и оформление лабораторных занятий

Лабораторные занятия расширяют область знаний в изучаемой дисциплине и показывают применение теоретической части в практике исследований, позволяют самостоятельно оперировать знаниями в решении практических задач.

Наиболее важным в этом плане является изучение и закрепление знаний о вещественном составе минерального сырья по методическим указаниям, имеющимся на кафедре ГПР МПИ. Последующим этапом закрепления теоретического материала является изучение новых разрабатываемых месторождений в рамках существующих геолого-промышленных типов и генетической классификации МПИ.

Особое внимание при изучении генетических типов месторождений следует обратить на работу с научной литературой по данной проблематике.

Чтобы лабораторные занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что упражнения в решении практических задач, подготовка к занятиям проводятся по прочитанному на лекциях материалу и связаны, как правило, с детальным разбором отдельных разделов лекционного курса. Они вырабатывают навыки самостоятельной творческой работы, развивают мыслительные способности.

В рамках программы изучения дисциплины «Основы учения о полезных ископаемых» предусматривается следующая тематика лабораторных работ.

Тема 1. Форма и условия залегания рудных тел.

Цель лабораторных работ – ознакомиться с принципами определения формы рудных тел, изучить геологические разрезы, определить формы рудных тел на реальных геологических разрезах и найти их место в квалификационной таблице; по геологической обстановке на разрезе определить главные факторы, обусловившие форму и место локализации полезного ископаемого.

Места локализации рудных тел и, соответственно, их форма определяется рядом геологических факторов, в частности, условиям образования (эндогенными, экзогенными, или метаморфогенными). Как следствие, при изучении геологических разрезов месторождений, после определения формы рудного тела следует внимательно ознакомиться с геологической обстановкой и попытаться определить, какой из геологических факторов является определяющим: сингенетичность или эпигенетичность руд: отложения или замещения и др.

При выполнении работы следует иметь в виду, что форма природных геологических тел в большинстве случаев далека от идеальной, и при определении названия подбирается наиболее близкий эталон – идеальное геологическое тело.

Тема 2. Структуры и текстуры руд

Цель занятий – ознакомиться с основными структурами и текстурами руд, описать особенности минералогического состава и текстур руд различного генезиса. При изучении образцов необходимо, прежде всего, определить рудные минералы, текстуры, определить тип месторождения по типоморфным текстурам. Для этого используются таблицы «Типы текстур руд» по С.А. Вахромееву (1979).

Тема 3. Изучение генетических типов месторождений полезных ископаемых

Цель лабораторных работ – изучение теоретического и имеющегося в учебных коллекциях каменного материала, изучить парагенетические ассоциации минералов руд, описать имеющиеся в коллекциях образцы руд и определить их место согласно генетической классификации месторождений полезных ископаемых (по В.Ф. Рудницкому, «Основы учения о полезных ископаемых», стр. 46).

Последовательность изучения генетических типов МПИ рекомендуется следующим образом:

1). Повторение теоретического материала по лекции, учебным пособиям, консультации с преподавателем, просмотр дополнительной литературы из рекомендованного списка.

2). Самостоятельная работа по дополнительному изучению образцов руд из учебных коллекций кафедры.

3). Изучение примеров месторождений данного класса по литературным данным.

4). Проверка усвоения материала по «Вопросам и заданиям для самопроверки» (В.Ф. Рудницкий, «Основы учения о полезных ископаемых», стр. 233-245).

3. Рекомендации по работе с литературой

Изучение учебной и научной литературы является основным видом самостоятельной работы, которая сопровождает весь процесс изучения любой дисциплины. Организацию этой работы следует строить, используя следующие рекомендации:

1. Составить перечень книг, с которыми следует познакомиться , ориентируяясь на источники, содержащие необходимый материал.

2. Систематизировать перечень источников (для экзамена, для написания исследовательских работ.

3. Зафиксировать выходные данные по каждой книге.

4. Установить для себя, какие книги (или какие главы книги) следует прочитать более внимательно, а какие – просмотреть. При этом целесообразно проконсультироваться с преподавателем.

5. Все прочитанные книги, учебники и статьи рекомендуется конспектировать с указанием основных идей автора, наиболее ярких цитат (с указанием страниц источника).

6. На собственных книгах допускается делать на полях краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные для Вас мысли и обязательно указываются страницы в тексте – это позволяет экономить время и быстро находить «избранные» места в разных книгах.

7. Рекомендуется широко использовать интернет-источники и базы геологической литературы.

4. Подготовка к экзамену

На экзамене будут оценены полученные в процессе обучения знания (примерный перечень рассматриваемых на экзамене вопросов приведен ниже).

1). Понятие о полезных ископаемых и их месторождениях

2).Вещественный состав руд. Вредные и полезные компоненты. Комплексное использование руд.

3). Минеральный состав руд. Массивные и вкрапленные руды.

4). Рудоконтролирующие структуры.

5). Морфологическая классификация рудных тел. Формы рудных тел.

6). Понятия текстуры и структуры руд. Классификация текстур.

7). Гидротермально-метасоматические изменения вмещающих пород.

8). Источники рудного вещества эндогенных месторождений.

9). Источники рудного вещества экзогенных месторождений.

100. Причины и способы рудоотложения.

11). Раннемагматические месторождения- условия образования полезных ископаемых.

12). Позднемагматические месторождения- условия образования полезных ископаемых.

13. Ликвационные месторождения – условия образования и примеры месторождений.

14). Пегматиты: условия формирования месторождений, их типы и примеры.

15). Карбонатиты. Условия формирования, примеры месторождений.

16). Грейзены: факторы их образования, примеры месторождений.

17). Скарновые месторождения: условия формирования и примеры.

18). Порфировые месторождения: условия формирования и примеры.

19).Субвулканические (гидротермально-метасоматические) вулканогенные месторождения

20).Гидротермально-осадочные вулканогенные месторождения, условия их формирования и примеры.

21). Гидротермальные амагматогенные месторождения, условия формирования и примеры.

22). Месторождения выветривания и факторы их формирования.

23). Инфильтрационные месторождения.

24). Остаточные месторождения.

25). Механические месторождения полезных ископаемых и условия их формирования. Россыпные месторождения и их примеры.

26). Химические месторождения и условия их формирования.

27). Биохимические месторождения и условия их формирования.

28). Метаморфогенные месторождения.

Подготовка к экзамену способствует закреплению, углублению и обобщению знаний, получаемых в процессе обучения, а также применению их к решению практических задач. В процессе подготовки к экзамену имеющиеся пробелы в знаниях, углубляются, систематизируются и упорядочиваются знания. На экзамене демонстрируются знания и навыки, приобретенные в процессе обучения по данной дисциплине.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ, РЕКОМЕНДУЕМОЙ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ

а) основная

Рудницкий В. Ф. Основы учения о полезных ископаемых. Учебное пособие.- 3-е издание, исправленное и дополненное - Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2015. -245 с.

б) дополнительная

Попова О.М. Полезные ископаемые: Лабораторный практикум с основами теории.-Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2007. – 97 с.

Рудные месторождения СССР В 3-х томах /под ред. Смирнова В.И., М.: Недра, 1978.

Смирнов В.И. Геология полезных ископаемых. М.: Недра, 1989

Рабочая программа дисциплины Б1.В.03-Основы учения о полезных ископаемых

Интернет ресурсы: Все о геологии http://www.geo.web.ru

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Председатель учебно-
методической комиссии
_____ С.Г. Кряжев

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОГО ПРОЕКТА

Б1.В.15 ЭКОНОМИКА И ОРГАНИЗАЦИЯ ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНЫХ РАБОТ

Направление
05.03.01 Прикладная геология

Профиль
Гидрогеология, инженерная геология и геоэкология

форма обучения: **очная**

год набора: **2023**

Автор: Жуков В.Г., доцент, к.э.н.

Одобрена на заседании кафедры	Рассмотрена методической комиссией
Экономики и менеджмента	Факультета геологии и геофизики
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____	Председатель _____
(подпись)	*(подпись)*
Мочалова Л.А.	Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 29.08.2022	Протокол № 1 от 13.09.2022
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ ... 4
1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ... 5
2. ИЗУЧЕННОСТЬ ПРИРОДНЫХ УСЛОВИЙ ... 6
3. ХАРАКТЕРИСТИКА ПРИРОДНЫХ УСЛОВИЙ РАЙОНА (УЧАСТКА) РАБОТ ... 6
4. ВИДЫ И ОБЪЕМЫ ПРОЕКТИРУЕМЫХ РАБОТ ... 7
5. ОХРАНА ТРУДА И ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ ... 9
6. ОРГАНИЗАЦИЯ ИЗЫСКАНИЙ ... 10
6.1. Организация основных видов изыскательских работ ... 10
6.1.1. Сбор, систематизация и обработка материалов изысканий прошлых лет ... 13
6.1.2. Топографо-геодезические работы ... 13
6.1.3. Буровые работы ... 14
6.1.4. Сооружение, монтаж - демонтаж и перевозки вышек и бурового оборудования ... 18
6.1.5. Режим работы бурового участка, производительность бурения и количество буровых станков ... 20
6.1.6. Горнопроходческие работы ... 23
6.1.7. Опытные инженерно-геологические работы и исследования ... 25
6.1.8. Полевые опытно-фильтрационные работы ... 26
6.1.9. Геофизические работы ... 27
6.1.10. Лабораторные работы ... 29
6.1.11. Камеральные работы ... 30
6.2. Организация вспомогательного производства ... 30
6.2.1. Обустройство базы партии (экспедиции) и строительство временных зданий и сооружений ... 31
6.2.2. Электроснабжение ... 31
6.2.3. Водоснабжение ... 31
6.3. Штат партии (экспедиции) отдела для выполнения запроектированного комплекса работ ... 32
7. СМЕТА И СМЕТНО-ФИНАНСОВЫЕ РАСЧЕТЫ ... 33
7.1. Общая часть ... 33
7.2. Пример составления сметы на инженерно-геологические изыскания. Основные экономические показатели ... 43
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ ... 47

ВВЕДЕНИЕ

Рост объемов капитального строительства обуславливает увеличение изыскательских работ, поскольку с них начинается любое строительство объектов. В связи с чем вопросы ценообразования, экономики и организации производства должны стоять в центре внимания изыскательских организаций, а сметно-финансовые расчеты - определять размер материальных, трудовых и денежных ресурсов на выполнение проектируемых объемов работ.

В данном руководстве излагаются основные положении, которыми следует руководствоваться при составлении курсовых и дипломных проектов.

Проект (программа) на проведение изыскательских работ составляется на основе технического задания заказчика. В зависимости от задания программа разрабатывается либо на комплекс изысканий (инженерно-геодезических, инженерно-геологических, инженерно-экологических, инженерно-геодезических и др.), либо на каждый вид изысканий отдельно.

В программе изысканий дается обоснование основных видов и объемов, условий и сроков производства намечаемых работ, а также категории сложности природных условий и условий производства работ, степени изученности территории и т. п. Виды и объемы изыскательских работ определяются на основе «Свода правил» по инженерно-геологическим изысканиям для строительства [1 - 5].

Стоимость изыскательской продукции (работ, услуг) - договорная цена устанавливается в договоре (контракте) на создание изыскательской продукции по соглашению сторон: заказчика и исполнителя работ.

Базисная цена (стоимость) определяется сметным расчетом в ценах на 01.01.1991 г. по справочникам базовых цен на различные виды изыскательских работ Госстроя России, а на работы, отсутствующие в справочниках - по сборнику цен на изыскательские работы для капитального строительства: М., 1982 (СУ и Р - 82) с применением к ним инфляционного индекса.

Порядок расчета инфляционного индекса рекомендован письмом Минстроя России от 17.12.1992 г. № БФ - 1060 / 9 и устанавливается «Временными рекомендациями по уточнению базовых цен, определяемых по Сборнику цен на изыскательские работы для капитального строительства», в соответствии с которыми инфляционный индекс рассчитывается организацией, выполняющей изыскания.»

Программа состоит из следующих разделов:

1. Общие сведения.
2. Изученность природных условий.
3. Характеристика природных условий района (участка) работ.
4. Виды и объемы проектируемых работ.
5. Охрана труда и окружающей среды.
6. Организация изысканий.
7. Выпуск технической документации.
8. Качество изысканий.

1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

В разделе «Общие сведения» приводятся следующие данные:

1. Наименование объекта изысканий.
2. Реквизиты заказчика.
3. Географическое и административное положения объекта, его положение относительно путей сообщения (железнодорожных, водных, шоссейных). Экономическая освоенность и обжитость района (основные промышленные и сельскохозяйственные предприятия); возможность набора рабочей силы; аренды зданий и помещений; топливно-энергетические ресурсы района. Местные строительные и лесные материалы. Водные ресурсы района и возможность их использования для питьевых и технических целей.
4. Стадия проектирования.

5. Техническая характеристика проектируемых зданий и сооружений.
6. Основные цели комплексных или отдельных видов изысканий.
7. Номер и дата получения разрешения на производство изысканий.

2. ИЗУЧЕННОСТЬ ПРИРОДНЫХ УСЛОВИЙ

Кратко, в объеме, необходимом для обоснования направления и методики проведения проектируемых изыскательских работ, освещаются следующие вопросы:

1. Обзор, анализ и оценка ранее проведенных работ в их хронологической последовательности; обеспеченность работ топографическими картами.

2. Приводятся сведения о местонахождении геологических материалов, степени их пригодности для повторного использования, даются указания по их использованию при производстве полевых работ и составлении технического отчета.

3. ХАРАКТЕРИСТИКА ПРИРОДНЫХ УСЛОВИЙ РАЙОНА (УЧАСТКА) РАБОТ

Приводится краткая характеристика природных условий района работ:

1. Рельеф, макро- и микрорельеф, генезис, физико-геологические процессы и явления; инженерно-геологические процессы; характер растительности; условия проходимости.

2. Гидрографическая сеть района, основные водотоки, водоемы, их гидрологический режим.

3. Климат, температурный, ветровой, поляризационный режимы. Количество осадков в различный период года; глубина промерзания грунтов.

4. Геологическое строение, инженерно-геологические, гидрогеологические условия. Здесь приводятся данные о стратиграфии, тектонике района,

условиях залегания, мощности, литологии, физико-механических свойствах грунтов; условиях залегания, питания, разгрузки водоносных горизонтов, водообильности водовмещающих пород, параметрах фильтрации, глубине залегания уровня грунтовых вод, химическом составе вод, взаимосвязи' поверхностных и подземных вод, взаимодействии подземных горизонтов, режиме подземных вод.

Природные условия района работ должны быть охарактеризованы с детальностью, обеспечивающей выделение основных факторов, определяющих состав, объемы и методику проектируемых видов изысканий, а также условия проведения полевых работ.

4. ВИДЫ И ОБЪЕМЫ ПРОЕКТИРУЕМЫХ РАБОТ

В этом разделе излагается краткая методика проведения работ по видам изысканий. Этот раздел состоит из отдельных подразделов.

В вводном подразделе указываются основные задачи комплекса или вида изысканий, вытекающие из особенностей природных условий, требований технического задания.

В подразделе «Инженерно-геодезические изыскания» обосновываются:

- методика и объемы геодезических работ (метод построения, плотность, геометрический вид сети, используемые инструменты, ожидаемая точность определения положения пунктов);
- методы и объемы планово-высотного обоснования;
- способы и объемы топографических съемок (масштаб и сечение рельефа горизонталями, составление планов и т. д.);
- виды и объемы специальных съемок (инженерных коммуникаций, транспортных сооружений и т. п.);
- объемы и виды линейных изысканий (методы и условия производства, выбор и обоснование трасс);

- типы и способы закрепления геодезических пунктов, точек съемочного обоснования, трасс и других точек;

- вспомогательные работы (рубка леса и кустарника, строительные работы и т, п.).

В подразделе «Инженерно-геологические изыскания» обосновываются:

- задачи, методика и объемы рекогносцировки и инженерно-геологической съемки;

- задачи, состав, методы, объемы, аппаратура и условия проведения геофизических работ;

- задачи, состав, технология, объемы буровых и горно-проходческих работ (число и место расположения выработок, их глубина, способ проходки, конструкция и т. п.);

- методика отбора проб грунтов и воды, наблюдений за уровнем грунтовых вод;

- задачи, методы и объемы полевых испытаний грунтов (состав, число опытов, глубина и технология испытаний);

- задачи, методика и объемы гидрогеологических работ (наливы, нагнетания, экспресс-откачки, одиночные и кустовые откачки, число опытных скважин и кустов, их местоположение, схема расположения наблюдательных скважин в кусте, оптимальное значение дебита, продолжительность откачек, конструкция опытных и наблюдательных скважин, методика производства наблюдений в процессе откачки, организация наблюдательной сети, цикличность и продолжительность стационарных наблюдений);

- методика и объемы лабораторных определений свойств грунтов;

- методика камеральной обработки материалов по видам работ.

В подразделе «Гидрологические изыскания» в соответствии с задачами проектирования обосновываются:

Состав, методика и объемы полевых гидрологических работ (исследование водотоков, водосборов, организация водопостов, виды наблюдений, их периодичность и продолжительность и т. д.).

Методика камеральных работ (определение основных гидрологических характеристик расчетным путем, по данным наблюдений, с использованием аналогов и т. д.)

Эффективность затрат на изыскательские работы в значительной степени зависит от принятой методики работ.

Поэтому в этом разделе необходимо выбрать такой вариант методики, который бы обеспечил решение задачи изысканий при минимальных затратах на их проведение.

В заключении раздела приводится сводная таблица видов и объемов работ по принятому варианту методики и сроки их выполнения по форме табл. 4.1.

Таблица 4.1

Виды и объемы работ

Наименование работ	Объемы работ	Сроки выполнения по месяцам года		Продолжительность неблагоприятного периода
		начало	окончание	

Сроки выполнения проектно-изыскательских работ определяются в соответствии с едиными нормами времени на изыскательские работы [6, 7].

По каждому виду изыскательских работ определяется продолжительность неблагоприятного периода года в соответствии с прил. 8 [6, 7].

5. ОХРАНА ТРУДА И ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ

Этот раздел в курсовом проекте опускается.

В выпускной квалификационной работе приводится в специальном разделе в соответствии с требованиями к ВКР.

6. ОРГАНИЗАЦИЯ ИЗЫСКАНИЙ

6.1. Организация основных видов изыскательских работ

Здесь необходимо рассчитать следующие показатели:

1. Затраты времени на выполнение каждого вида работ.
2. Проектную производительность при выполнении данного вида работ.
3. Количество производственных единиц (станков, бригад и т. п.).

Затраты времени на выполнение основных видов изыскательских работ приведены в ЕНВ и Р-И [6, 7]. Затраты времени на работы, не нормируемые ЕНВ и Р-И на изыскательские работы для строительства, могут быть определены по нормам, разработанным другими министерствами и ведомствами, или временным нормам, действующим в данной изыскательской организации.

Нормы времени ($Н_{вр}$) рассчитаны на нормальные условия проведения работ. При отклонении от нормальных условий должны вводиться поправочные коэффициенты.

$Н_{вр}$ рассчитаны на 7-часовой рабочий день на поверхностных и на 6—часовой рабочий - при работах в подземных выработках.

При производстве поверхностных работ в горных районах с абсолютной высотой более 2300 м, нормы времени рассчитываются на 6-часовой рабочий день умножением на коэффициент 1,14. Пересчет не производится в тех случаях, когда нормы времени даны для 6-часового рабочего дня, о чем имеется указание в соответствующих таблицах [6, 7].

$Н_{вр}$ рассчитаны на выполнение полевых изыскательских работ в благоприятный период года.

При выполнении полевых инженерно-геодезических и гидрографических работ (кроме промеров глубин со льда) в неблагоприятный период года к $H_{вр}$ следует применять сезонные коэффициенты (табл. 6.1).

При выполнении инженерно-геологических работ (буровых, горнопроходческих, опытных, инженерно-геологических, и торфоисследовательских (кроме геофизических работ) при температуре воздуха на рабочем месте ниже

0 °С к $H_{вр}$ применяются коэффициенты, приведенные в табл. 6.2.

При производстве вышкомонтажных работ на высоте более 3 м и геодезических наблюдений на знаках выше 6 м от поверхности земли на незащищенных от ветра рабочих местах к $H_{вр}$ применяют коэффициент при силе ветра 4 балла - 1,15.

При выполнении полевых геофизических работ в неблагоприятных климатических условиях к $H_{вр}$ применяются сезонные коэффициенты, приведенные в табл. 6.3.

Таблица 6.1.

Поправочные коэффициенты

Продолжительность неблагоприятного периода	Сентябрь	Октябрь	Ноябрь	Декабрь	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь
2			-	1,11	1,1 1	-	-	-		
3			-	1,11	1,11	1,11	-	-		
4			1,05	1.11	1,18	1,18	-			
5			1,11	1,18	1,26	1,25	1,18			
6			1,18	1,25	1.42	1,43	1,25	1,18		
7		1,11	1.25	1,43	1,67	1,67	1,43	1,25		
8		1,25	1.67	2,60	2,00	2,00	1,67	1,43	1,25	
9	1.18	1.43	1.67	2,00	2.00	2.00	1,67	1,43	1,25	1,11
9.5	1.25	1.43	1,67	2,00	2.00	2,00	1,67	1,43	1,25	1,11

Примечание'. Для промежуточной продолжительности неблагоприятного периода сезонный коэффициент определяется интерполяцией. Продолжительность неблагоприятного периода года для производства полевых изыскательских работ приведена в приложении 8 [6, 7].

Поправочные коэффициенты

Таблица 6.2

Средняя температура воздуха, ^{0}C	Коэффициент
от 0 до - 10	1,1
Ниже - 10 до-20	1,2
- 20 до - 30	1,25
- 30 до - 40	1,35
-40	1,5

Таблица 6.3

Поправочные коэффициенты

Температурная зона	Период полевых работ	Температура воздуха, °С	Коэффициент
I	Летний	От + 36 до + 4	1,3
I	Осенне-весенний	-	1,2
1	Зимний	-	1,2
II	Осенне-весенний	-	1,2
II	Зимний	От 0 до - 25	1,3
II	Зимний	Ниже - 25 до - 40	1,55

Районирование территории РФ по температурным зонам и продолжительность полевых геофизических работ по периодам приведены в прил. 9

При выполнении полевых изыскательских работ на отдельных объектах со сроками работ менее 10 нормативных рабочих дней (без учета времени на переезды от базы изыскательской организации на участок работ и обратно) к $Н_{вр}$ применяется коэффициент 1,1.

Затраты времени на камеральные инженерно-геодезические изыскания рассчитаны на выполнение их работниками специализированных камеральных групп. При выполнении камеральных инженерно-геодезических изысканий полевыми работниками в полевых условиях к $Н_{вр}$ применяется коэффициент 1,1.

Размеры коэффициентов, учитывающих отклонения от нормализованных условий по каждому виду изыскательских работ, приведены

в соответствующих разделах, в главах ЕНВ и Р-И (коэффициенты за технические условия) [6, 7].

При использовании нескольких коэффициентов за технические условия общий коэффициент определяется путем умножения отдельных частных коэффициентов.

6.1.1 Сбор, систематизация и обработка материалов изысканий прошлых лет

На основе методической части проекта определяются объемы работ, связанные со сбором, систематизацией и обработкой материалов изысканий прошлых лет.

Расчет затрат труда на выполнение данного вида работ производится по форме табл. 6.4.

Таблица 6.4

Расчет затрат труда ИТР

Наименование работ	Объем работ	Затраты труда ИТР в чел. - днях				
		начальник отдела	гидрогеолог	техник гидрогеолог	и т. д.	итого
Изучение фондовых материалов по изысканиям прошлых лет	500 и т. д.	10,0	15	-	-	25
ВСЕГО:						

6.1.2. Топографо-геодезические работы

Обосновываются виды и объемы топографо-геодезических работ с указанием их назначения, масштаба, условий проведения. Определяются сроки завершения камеральной обработки материалов.

В соответствии с нормами ЕНВ и Р-И [6] определяются затраты времени на выполнение всего комплекса работ. Обосновывается, кем будут выполняться камеральные работы (специализированной группой или полевыми работниками в

полевых условиях).

Расчеты сводятся в табл. 6.5.

Таблица 6.5

Расчет затрат времени на производство топографо-геодезических работ

Виды работ	Объем работ	Категории трудности	Норма времени			Номер нормы по ЕНВ и Р-И
			на единицу измерения	поправочный коэффициент	на весь объем	

Количество бригад, необходимое для выполнения запроектированного комплекса работ в установленные сроки, определяется по формуле

$$N = T/T_к \cdot 25{,}4 \cdot 7 \cdot К_{вн}$$

где ***N*** - количество бригад; Т – затраты времени на проведение всего комплекса топографо-геодезических работ, ч; $T_к$ – календарный срок выполнения работ, мес.; $К_{вн}$ – коэффициент выполнения норм выработки (1,1 - 1,2).

6.1.3. Буровые работы

На запроектированные буровые работы следует:

1. По нормам ЕНВ Р-И [7] определить время, необходимое: на бурение с учетом отклонений от нормализованных условий; на работу и исследования в скважинах, сопутствующих бурению, но не учтенных комплексной нормой на бурение, а также время на монтаж - демонтаж и перевозки вышек и бурового оборудования.

2. Запроектировать и обосновать режим работы бурового цеха (участка). Определить производительность бурения и количество буровых станков.

3. Принять и обосновать тип производственных бригад на бурении, режим их работы и привести график сменности.

Для решения перечисленных вопросов необходимо произвести группировку скважин по форме табл. 6.6. и табл. 6.7.

Таблица 6.6

Группировка скважин

Назначение скважин	Место заложения	Способ бурения	Группа скважин	Количество скважин	Общий метраж бурения	Конечная глубина скважины	Начальный диаметр бурения	Угол наклона скважины	Метраж бурения	
									с отбором керна	без отбора керна
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Примечания:

а) в гр. I указывается: инженерно-геологическое, гидрогеологическое ит. д.;

б) в гр. 2 - место заложения: поверхностные или подземные;

в) в гр. 3 указывается способ бурения - ударно-механический, шнековый, колонковый и т. д.;

г) для определения группы скважин (гр. 4) следует пользоваться табл. 6.6 [7];

д) в гр. 5 указывается количество скважин, относящихся к данной группе по глубине;

е) в гр. 6 указывается общий метраж бурения по данной группе скважин;

ж) в гр. 7 приводится конечная глубина бурения поданной группе;

з) в гр. 8 приводится начальный диаметр бурения по группе скважин.

За начальный диаметр скважины принимается диаметр первой рабочей колонны труб длиной 5 м - при глубине скважины до 20 м; 10 м - при глубине скважины более 20 м;

и) в гр. 9 приводится угол наклона скважины при ее бурении.

Таблица 6.7

Распределение скважин по группам

Группа скважин	Бурение до глубины, м				
	зондировочны.х скважин	ударноканатное	колонковое	шнековое	вибрационное
1	До 10	До 20	До 20	До 50	До 10
2	20	40	50	-	20
3	-	100	100	-	-
4	-	160	300	-	-

Затем необходимо распределить объемы бурения по категориям крепости пород и интервалам глубин скважин (табл. 6.8).

Таблица 6.8

Распределения объемов бурения

Скважины глубиной, до м.

Типичные представители горных пород	Категория горных пород	интервал глубины	количество		интервал глубины	количество	
			по одной скважине	по группе скважин		по одной скважине	по группе скважин

На типичную группу скважин приводится геолого-технический наряд, краткое описание режимов бурения (это только в выпускной квалификационной работе).

Нормы времени на бурение скважин рассчитаны для следующих нормализованных условий:

а) для механического вращательного бурения:

1) диаметр скважины - 160 мм, при бурении скважин диаметром более 160 мм к $H_{вр}$ следует применять поправочные коэффициенты [7];

2) при бескерновом бурении к $H_{вр}$ следует применять поправочные коэффициенты [7];

3) в $H_{вр}$ учтено бурение с промывкой скважин водой и глинистым раствором; при бурении скважин без промывки и с призабойной циркуляцией промывочной жидкости - коэффициенты [7];

4) к $H_{вр}$ на бурение с поверхности земли предусмотрено применение двигателя внутреннего сгорания, из подземных выработок - электродвигателя. При отклонении применяют поправочные коэффициенты [7];

5) при бурении скважин с уменьшенной углубкой за 1 рейс следует применять коэффициенты [7], нормализованная углубка за 1 рейс приведена в табл. 5 [7];

6) при бурении скважин стальной дробью следует применять к $Н_{ар}$ коэффициент 0,9;

7) угол наклона скважин к горизонту 71 - 90 ^{0} при бурении наклонных скважин - коэффициенты табл. 8 [7];

б) для механического ударно-канатного бурения с проектной глубиной до 150 м диаметр скважин изменяется; бурение ведется с двигателем внутреннего сгорания. При использовании электродвигателя к $Н_{вр}$ следует применять коэффициент 0,9.

Затраты времени на работы, не связанные с углубкой скважин (не включенные в комплексные нормы времени на бурение): специальные измерения и исследования в скважинах, отбор проб воды, крепление обсадными трубами, тампонами и т. д. определяются по таблицам ЕНВ и Р-И [7].

Расчет затрат времени на бурение скважин приводится в табл. 6.9.

Таблица 6.9

Расчет времени на бурение (с учетом отклонений от нормализованных условий) и на исследования в скважинах

Название работ и исследований в скважинах	Объемы работ	$Н_{вр}$ на единицу измерения, ч	Поправочные коэффициенты			$Н_{вр}$ на весь объем с учетом поправочного коэффициента	Номер табл, и норм ЕНВ
			к.	К,	общий		
1	2	3	4	5	6	7	8
	Скважины глубиной до….м						
А Бурение по категориям, м:							
1 П П УП, и т. д. ИТОГО на бурение, м							

Окончание табл. 6.9.

1	7	3	4	5	6	7	8
Б Работы и исследования, не учтенные комплексной $Н_{вр}$ на бурение а) отбор проб воды 1 проба б) отбор монолита породы из скважины 1 монолит в) крепление скважины и т. д.							
ИТОГО по разделу Б							
Всего,ч							

Примечания:

а) в гр. I приводится отдельно метраж бурения в нормализованных условиях и с отклонениями от нормализованных условий; б) в гр. 3 $Н_{вр}$ принимаются по ЕНВ и Р-И [7] по интервалу соответствующей глубины; в) в гр. 4, 5 принимаются соответствующие поправочные коэффициенты, учитывающие отклонения от нормализованных условий. В гр. 6 определяется общий поправочный коэффициент, равный произведению коэффициентов гр. 4 и 5; г) общие затраты времени на бурение и исследования, не учтенные комплексной $Н_{вр}$ на бурение, делятся на продолжительность смены, ч (нормальная продолжительность смены - 7 ч); д) в гр. Б следует включать только те работы, которые выполняются силами буровой бригады.

6.1.4. Сооружение, монтаж - демонтаж и перевозки вышек и бурового оборудования

Проектирование вышечно-монтажных работ выполняется в соответствии с нормами ЕНВ и Р - И [7] «Строительные, монтажные, транспортнотакелажные и прочие работы». $Н_{вр}$ приводятся отдельно на постройку, сборку и установку вышек; на сборку и установку при переброске на новое место; разборку в зависимости от типа бурового здания и типа вышки: монтаж и демонтаж буровых установок (агрегатов), буровых насосов; на подготовку и сопровождение грузов при переездах с точки точку и т. д.

Для расчета затрат времени необходимо определить:

1. По сооружению вышек:

а) тип буровой вышки и здания;

б) где (на базе, на участке работ), в какое время года и кем (специализированной бригадой или буровой) производится строительство вышек или откуда приобретаются готовые буровые вышки.

2. По монтажу - демонтажу и перевозкам вышек и бурового оборудования:

а) кем выполняются работы по монтажу - демонтажу и перевозке вышек.

Применение специализированных монтажно-демонтажных бригад экономически целесообразно при одновременной работе четырех и более буровых агрегатов, при бурении глубоких скважин и большом количестве перевозок.

Расчет затрат времени на строительство вышек и буровых зданий приводится по форме табл. 6.10; затраты времени на монтаж - демонтаж и перевозку - в табл. 6.11.

Таблица 6.10

Затраты времени на постройку, сборку, установку и разборку буровых вышек и зданий

Тип вышки	Тип бурового здания	Кол-во скважин	Норма оборачиваемости	Кол-во вновь сооружаемых вышек	Постройка, сборка и установка	Сборка и установка при переброске на новое место	Разборка	Итого
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Примечание: Количество вновь сооружаемых вышек (гр. 5 табл. 6.10) определяется путем деления количества скважин на норму оборачиваемости буровых вышек (табл. 6.12).

Таблица 6.11

Затраты времени на монтаж и демонтаж, перевозку оборудования

Виды работ	$H_{9()}$ на единицу	Объем работ	Затраты времени на весь объем	Номер норм ЕНВ
1	2	3	4	5

Количество перевозок равно количеству скважин.

В гр. 1 табл. 6.11 приводятся все виды работ, связанные с монтажом, демонтажом буровых вышек и оборудования, и перевозкой вышек и оборудования.

Таблица 6.12

Нормы оборачиваемости буровых вышек

Глубина скважины, м						Нормы для ручного бурения	
100		300		500 - 700			
с разборкой	без разборки	с разборкой	без разборки	с разборкой	без разборки	с разборкой	без разборки
14	40	12	35	7	14	70	140

6.1.5. Режим работы бурового участка, производительность бурения и количество буровых станков

В этом разделе обосновывается режим работы бурового участка (цеха): круглосуточный при непрерывной рабочей неделе, круглосуточный с общим выходным и праздничными днями; прерывный при работе 1—2 — 3 смены.

В зависимости от принятого режима работы календарный фонд времени работы производственного оборудования составляет (табл. 6.13).

Таблица 6.13

Режим работы организации

Режим работы	Число смен в месяц		Число смен в год	
	при 7-часовой смене	при 6-часовой смене	при 7-часовой смене	при 6-часовой смене
1. Круглосуточная работа а) при непрерывной рабочей неделе	102,9	120	1234,8	1440
б) с общим выходным днем	87,1	101,6	1045,2	1219,2
2. Прерывная неделя а) работа в 3 смены	Не прим.	76,2	-	914,4
б) работа в 2 смены	50,8	50,8	609,6	609,6
в) работа в I смену	25,4	25,4	305	305

Расчетная производительность бурения определяется по формуле:

$$П_р = (М / Т_р) \cdot \ Т_{реж},$$

где $П_р$ - расчетная производительность, м / станко-месяц; М - метраж бурения по группе скважин, м; $Т_р$ - расчетное число станко-смен на бурение, исследования в скважинах в процессе бурения, монтаж - демонтаж и перевозки вышек и оборудования (если последние выполняются силами буровой бригады, станко-сменах); $Т_{реж}$ - количество станко-смен в месяц по принятому режиму работы оборудования.

Проектная производительность будет равна:

$$П_{пр} = П_р \cdot К_{общ} \quad ,$$

где $К_{общ}$ - общий коэффициент повышения производительности труда на бурении.

$$К_{общ} = (П_ф / П_р) \cdot К_н,$$

где $П_ф$ - фактически достигнутая производительность на бурении в данной изыскательской организации, м/ст-мес.; $К_н$ - планируемое повышение

производительности труда на бурении, например (0,02; 0,03; 0,05 и т. д.) за счет оргтехмероприятий.

Если $П_ф \leq П_р$, то проектная производительность бурения принимается равной расчетной.

Количество одновременно работающих буровых станков определяется по формуле:

$$П_р = М / (П_р \cdot Т_к),$$

где $Т_к$ - календарный срок выполнения буровых работ в мес.

Списочное количество буровых станков равно:

$$n_{сп} = n_р \cdot К_{рез},$$

где, $К_{рез}$ - коэффициент, учитывающий величину резервного количества буровых станков (табл. 6.14).

Таблица 6.14

Коэффициенты на резерв бурового оборудования

Виды работ, тип агрегатов	Число агрегатов в работе		
	1	2-4	5 и более
Вращательное механическое бурение:			
агрегаты стационарные	1.30	1,20	1,10
самоходные установки (без тепляков)	1,40	1,20	1,15
ударно-механические станки	1,40	1,20	1,20
ударно-вращательное (ручное) бурение	1,20	1,20	1,20

На принятый режим работы сменных вахт приводится график сменности по форме табл. 6.15.

Таблица 6.13

График сменности буровых вахт

Номер вахт	Числа месяца					За месяц		Количество часов по календарю	Переработка (+) недоработка (-)
	1	2	3	... | 31		смен	часов		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 вахта									
2 вахта									
И т. д.									

Примечание: Количество рабочих часов по календарю рассчитывается по формуле:

$$T_р = (T_к - T_{в(п)}) \cdot 7 - T_с ,$$

где $T_р$ - количество рабочих часов по календарю в данном месяце; $T_{в(п)}$ - количество выходных (воскресенье) и праздничных дней; 7 - продолжительность смены, час (на поверхности) и 6 - в шахтах; $T_с$ - сокращенное количество часов в месяце (2 часа в субботу).

6.J.6. Горнопроходческие работы

Проектирование горнопроходческих работ выполняется в следующей последо вател ь ности:

1. Приводится характеристика проектируемых горно-разведочных выработок по форме табл. 6.16.

Таблица 6.16

Характеристика горных выработок

Наименование горных выработок	Сечение выработок	Категория пород	Объем работ
1	2	3	4

2. Расчет затрат времени на проходку горных выработок приводится по форме табл. 6.17.

Таблица 6.17

Расчет затрат времени на проходку горных выработок

Наименование и характеристика горных выработок	Наименование процессов	Категория пород	$Н_{вр}$ на единицу измерения	Объем работ	Поправочный коэффициент			Время на весь объем	Номер норм по ЕНВ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Нормы времени в ЕНВ и Р - И [7] на горнопроходческие работы приведены для нормализованных условий проходки. При отклонении от нормализованных условий применяются поправочные коэффициенты по табл. [7].

3. Производительность по каждому типу горных выработок рассчитывается по формуле:

$$П_р = (Q - К_{вн}) / Т_н,$$

где $П_р$ - расчетная производительность, м/бр-см.; Q - объем работы по проекту, м; $Т_н$ - общее количество бригадо-смен по нормам ЕНВ и Р - И [7] на проходку, уборку, откатку, крепление и т. п.; $К_{вн}$ - средний коэффициент выполнения норм выработки (1,1 - 1,2).

4. Количество одновременно проходимых забоев (бригад) определяется по формуле:

$$n_з = Т / (К_{см} \cdot Т_к),$$

где $К_{см}$ - число рабочих смен в сутки; $Т_к$ - сроки проведения горных работ по проекту (в календарных сутках).

5. Решаются вопросы организации труда: тип производственных бригад на проходке выработок, режим их работы.

6.1.7. Опытные инженерно — геологические работы и исследования

В ЕНВ Р - И [7] приведены $Н_{вр}$ на основные виды опытных инженерно-геологических работ и исследований.

При проектировании других видов опытных инженерно - геологических работ и исследований затраты времени рассчитываются отдельно на монтаж и демонтаж установок и на собственное исследование. В $Н_{вр}$ не учтены и подлежат отдельному расчету следующие сопутствующие работы: погрузка и разгрузка оборудования; перевозка оборудования и сопровождение установок при переездах к месту работы, с точки на точку, с участка на участок; планировка площадок для установки оборудования и агрегатов; подвозка воды, устройство мерной емкости и прокладка водопровода для замачивания грунтов; тарировка измерительных приборов и гидравлических домкратов.

При выполнении опытных инженерно-геологических работ и исследований силами буровых и горнопроходческих бригад затраты времени на их проведение определяются по табл. 6.9 и 6.17 как на работы, сопутствующие бурению и проходке горных выработок.

Если эти работы выполняются силами специализированных бригад, то затраты времени рассчитываются отдельно и сводятся в табл. 6.18.

Таблица 6.18

Расчет затрат времени па выполнение инженерно-геологических работ

Виды работ	Объем работ	На единицу *	Поправочный коэффициент	Затраты времени на весь объем	Номер норм ЕНВ и Р - И
1	2	3	4	5	6

Количество специализированных бригад рассчитывается делением итога гр. 5 табл. 6.18 на календарный фонд рабочего времени (с учетом выполнения норм выработок).

6.1.8. Полевые опытно-фильтрационные работы

Для определения затрат времени на откачки, нагнетания и наливы воды в скважины и шурфы; опытную цементацию трещиноватых горных пород необходимо:

1) обосновать способ откачки (механическим или ручным способом); метод проведения наливов воды в скважины и шурфы; способ цементации горных пород;

2) обосновать выбор технических средств (типы эрлифта) насоса; мерные сосуды и т. д.);

3) определить кем будут проводиться опытно-фильтрационные работы (специализированной или буровой бригадой);

4) определить затраты времени:

- на монтаж и подготовку опыта;
- демонтаж и ликвидацию опыта;
- собственно опыт (откачки, фильтрацию)
- вспомогательные работы при проведении опыта (извлечение и перестановку насоса; изготовление фильтров и др.).

Опытные откачки необходимо проводить механическим способом. В виде исключения допускается проводить ручным способом непродолжитель- t ные откачки с глубины не более 25 м.

При парных или групповых опытных откачках одновременно из нескольких скважин количество бригадо-смен на монтаж, демонтаж оборудования, подготовку и ликвидацию этих откачек определяют отдельно на каждую скважину, из которой проводят откачки.

Опытные наливы в скважины проводят без избыточного давления и без применения тампона. Если при наливе применяют тампон для опробования скважин по интервалам, то затраты времени следует определять в разделе «Опытное нагнетание».

$Н_{вр}$ в ЕНВ и Р - И [7] приводятся только на монтаж, демонтаж оборудования, подготовку и ликвидацию опыта. Затраты времени на собственно опыт (откачки, наливы, фильтрацию и т. д.) обосновываются проектом исходя из геологических условий. Затраты времени на вспомогательные работы приводятся в соответствующем разделе [7].

Затраты времени на разбуривание затвердевшего цемента в скважине при опытной цементации следует определять по нормам приведенным в гл.
«Буровые работы» [7].

При проведении опытно-фильтрационных работ силами буровой бригады необходимо при расчете производительности бурения учитывать затраты времени на проведение этих работ.

Если опытно-фильтрационные работы выполняются специализированной бригадой, то затраты времени рассчитываются по форме табл. 6.18.

6.1.9. Геофизические работы

Проектирование геофизических работ осуществляется в следующей последовательности:

1. Приводятся объемы геофизических работ по методам с распределением по категориям трудности. Дается описание технических условий проведения работ каждого метода и способа исследований.

2. По нормам ЕНВ и Р-И [7] определяются затраты времени на геофизические работы по каждому методу.

По сейсморазведке, электроразведке, магниторазведке и гравиразведке:

- затраты времени на полевые наблюдения, подготовительно-заключительные работы на базе и на переезды внутри района работ с точки на точку - Tu [7];

- учитываются отклонения от нормализованных условий

$$Tu = Tu \cdot К_{общ} ,$$

где $К_{общ}$ - общий коэффициент, учитывающий отклонения от нормализованных условий. Он равен произведению частных коэффициентов;

- затраты времени на профилактический ремонт аппаратуры, оборудования и снаряжения -$Т_{проф}$

$$Т_{проф} = (Тú \ / (7 \cdot 25,4)) \cdot {}_1 ,$$

где 25,4 - количество смен в месяц при односменной работе; $_1$ - количество смен на профилактический ремонт (1 - 2 - 3 смены) в зависимости от геофизического метода;

- общие затраты времени на геофизические работы равны:

$$Т_{общ} = Тú / 7 + Т_{пр}.$$

По геофизическим исследованиям в скважинах (каротажу)

- затраты времени на полевые наблюдения, подготовительно^ заключительные работы на базе и на переезды с точки наточку (Ти) по [7];

- учитываются отклонения от нормализованных условий по [7]:

$$Тú = Tu \cdot К_{общ}$$

- затраты времени на переезды с базы отряда на участок работ:

$$T_n = (2L \cdot m) / V,$$

где L - расстояние от базы отряда до участка работ, км; m - количество выездов за весь срок выполнения проекта; V- средняя скорость передвижения каротажной машины, км /ч;

$T_{проф}$ - затраты времени на профилактический ремонт;

$T_{общ}$ - общие затраты времени на геофизические исследования в скважинах

$$T_{общ} = Tu / 7 + T_n / 7 + T_{проф}$$

3. Определяется количество отрядов, необходимых для выполнения запроектированных объемов работ по методам:

$$n = T_{общ} / (t \cdot 25{,}4),$$

где t — количество месяцев работы.

6.1.10. Лабораторные работы

При проектировании необходимо определить объемы лабораторных исследований и химанализов. $Н_{вр}$ предусмотрены на лабораторные работы, вошедшие в практику проектно-изыскательских организаций. При проведении анализов на новых приборах или специальными методами, отличными от приведенных в ЕНВ [7], следует применять соответствующие $Н_{вр}$.

Расчет затрат времени на лабораторные исследования и химанализы приводится по форме табл. 6.19.

Таблица 6.19

Расчет затрат времени на лабораторные исследования

Виды анализов и исследований	Кол-во	Перечень определяемых показателей	$Н_{вр}$, ч	Поправочный коэффициент	Всего часов	Номер норм по ЕНВ
1	2	3	4	5	6	7

6.1.11. Камеральные работы

При проектировании необходимо определить виды и объемы камеральных работ на весь комплекс инженерно-геологических изысканий.

По $Н_{вр}$ [7] определить общие затраты времени на выполнение камеральных работ. Расчет затрат времени на камеральную обработку материалов приводится по форме табл. 6.20.

Таблица 6.20

Расчет затрат времени на камеральные работы

Наименование работы	Кол-во	Н.„ . ч.	Поправочный коэффициент	Всего, ч.	Номер норм по ЕНВ
1	2	3	4	5	6

6.2. *Организация вспомогательного производства*

В этом разделе освещаются вопросы организации следующих видов работ: ,

1. Обустройство базы партии и строительство временных зданий и сооружений.
2. Электроснабжение.
3. Водо- и глиноснабжение.
4. Транспортировка грузов и персонала партии.
5. Ремонты оборудования, приборов и транспортных средств.

6.2.1. Обустройство базы партии (экспедиции) и строительство временных зданий и сооружений

Строительство изыскательских баз и поселков допускается в необжитых районах и случаях, когда по местным условиям они не могут быть предоставлены заказчиком или арендованы.

В проекте обосновываются типы и объемы строительства временных зданий и сооружений: производственного назначения конторы экспедиций и партий, мехмастерские, кузницы, гаражи, кернохранилища, котельные и электростанции, склады и т. д.; жилые и культурно-бытовые здания и сооружения: жилые дома, столовые, бани, пекарни, клубы и т. д.; прочие здания и сооружения: разгрузочные площадки, причалы для катеров и т. д.

Определяются сроки строительства объектов, в т. ч. в зимнее время года.

6.2.2. Электроснабжение

Для выполнения запроектированных объемов работ необходимо обосновать источник электроэнергии. В зависимости от удаленности источников электроэнергии и общей потребности в ней источниками электроэнергии для данной партии (экспедиции) могут быть:

- сеть государственных (районных) энергосистем;
- собственные или принадлежащие другим предприятиям центральные электростанции;
- собственные передвижные электростанции.

6.2.3. Водоснабжение

При проектировании необходимо:

1. Определить общую потребность в воде для производственно-технических и для хозяйственно-бытовых целей.

2. Определить источник водоснабжения и способы доставки воды к потребителю.

3. Обосновать, в случае необходимости, строительство объектов водоснабжения.

6.3. Штат партии (экспедиции) отдела для выполнения запроектированного комплекса работ

Численность трудящихся для выполнения запроектированного комплекса работ определяется на основе сводного расчета затрат труда ИТР и рабочих, который составляется в соответствии с нормами затрат труда по ЕНВ и Р - И и штатным расписанием [6, 7].

Сводный расчет затрат труда составляется на комплекс работ, выполняемых собственными силами изыскательской организацией (табл. 6.21).

Таблица 6.21

Затраты труда на изыскательские работы, чел.-дн.

Виды работ / Затраты времени, дней	Численность партии, отряда, бригады, чел.	Затраты труда, чел.-дн. гр 2 ·гр.4
1 2	3	4
		∑ Т

Определяется фонд рабочего времени одного работающего за календарный период выполнения работ:

$$Т_ф = (Т_к - Т_{пр} - Т_{вых} - Т_{отп}) \cdot 0,96,$$

где $Т_ф$ - фонд рабочего времени одного работающего за рассматриваемый период, дн.; $Т_к$ - сроки выполнения запроектированного объема работ, дн.; $Т_{пр}$ - число праздничных дней за рассматриваемый период, дн.; $Т_{вых}$ - число

выходных дней, дн.; $T_{отп}$ - число дней отпуска, дн.; 0,96 - коэффициент, учитывающий невыходы на работу по уважительным причинам.

При делении суммарных затрат труда в чел.-дн. на фонд рабочего времени одного работающего получаем численность трудящихся на полевой период, добавляя численность инженерно-технических работников на проектирование, камеральную обработку материалов и др. виды работ (согласно штатного расписания), получаем общую численность трудящихся для выполнения всего комплекса изыскательских работ.

В заключении 6 раздела «Организация изысканий» приводится сводный календарный план - график выполнения всего комплекса изысканий (табл. 6.22).

Таблица 6.22

Календарный план - график производства изыскательских работ

Виды работ	Объем работ, %	Сроки выполнения работ: начало-оконч.	Месяцы			
			январь	февраль	март	май
Сбор, обработка материалов изысканий прошлых лет, %	100	01.01.2019-25.01.2019				
Полевые работы бурение, м и т. д.	800	25.01.2019-31.05.2019				

Примечание. Разделы 7 «Выпуск технической документации» и 8 «Качество изысканий» программы (проекта) на проведение изыскательских работ в курсовых и выпускных квалификационных работах отпускаются

7. СМЕТА И СМЕТНО-ФИНАНСОВЫЕ РАСЧЕТЫ

7.1. Общая часть

Смета составляется на весь комплекс и объемы изыскательских работ независимо от того, одним или несколькими отделами они проводятся.

При составлении сметы следует пользоваться Сборником базовых цен на инженерно-геологические и инженерно-экологические изыскания для строительства [8].

Справочник [8] предназначен для применения организациями различных организационно-правовых форм, выполняющими изыскательские работы и имеющими лицензию на их проведение.

Цены на полевые работы предусмотрены для выполнения работ в экспедиционных условиях, т. е. с выплатой работником командировочных или полевого довольствия.

Цены по камеральной обработке материалов изысканий и производству лабораторных работ предусмотрены для использования их в условиях стационара.

Цены даны в рублях и на отдельные виды работ приведены в виде дроби: над чертой - цена полевых работ, под чертой - цена камеральных работ. В остальных случаях цены предусмотрены отдельно для полевых и камеральных работ.

Первичная обработка материалов изысканий, выполняемая в экспедиционных условиях, учтена в ценах на полевые работы. В ценах также учтены расходы:

а) на получение технического задания на производство изысканий;

б) согласование с заказчиком программы (предписания) изысканий и подготовку договорной документации;

в) подготовку, поверку приборов, инструментов, оборудования и метрологическое обеспечение единства и точности средств измерений;

г) внутренние контроль и приемку изыскательских материалов;

д) сдачу отчетных материалов изысканий заказчику.

В ценах не учтены и определяются дополнительно по соответствующим таблицам (нормативам) настоящего Справочника [8] и предусматриваются в сметах следующие расходы:

а) по внутреннему транспорту;

б) внешнему транспорту;

в) организации и ликвидации работ на объекте;

г) отбору монолитов, валовых проб и проб для анализа на загрязненность по химическим и бактериологическим показателям;

д) составлению и согласованию с заказником программы (предписания) изысканий, а также составлению и выдаче заказчику технического отчета (заключения);

е) подготовке и выдаче заказчику промежуточных материалов инженерных изысканий;

ж) разным вспомогательным работам (геотехнический контроль, радиометрические работы, геодезические работы и др.);

з) оформлению разрешений (регистрации) на производство инженерных изысканий;.

и) рекультивации земель;

к) содержанию (аренде) изыскательских баз и радиостанций;

л) монтажу, демонтажу и содержанию (аренде) специального изыскательского оборудования.

Цены рассчитаны для условий производства изысканий в средней полосе европейской части Российской Федерации (по уровню заработной платы), благоприятного периода года и нормального режима проведения изыскательских работ.

При определении сметной стоимости изысканий, выполняемых в других районах Российской Федерации, а также в неблагоприятный период года, к ценам применяются соответствующие коэффициенты:

а) при выполнения изысканий в горных и высокогорных районах к ценам применяются коэффициенты, приведенные в табл. 7.1.

Таблица 7.1

Коэффициенты к ценам за выполнение работ в неблагоприятных условиях

Номер п/п	Наименование района	Коэффициент
	Горный и высокогорный с абсолютными высотами поверхности участка над уровнем моря, м:	
I	От 1500 до 1700	1,1
2	Св. 1700-»-2000	1,15
J	- » - 2000 - » - 3000	1,20
4	св. 3000	1,25

б) при выполнении изысканий в пустынных и безводных районах к ценам на эти изыскания применяются коэффициенты, приведенные в прил. | [8];

в) при выполнении изысканий на территориях со специальным режимом к ценам на полевые работы применяется коэффициент 1,25, а в районах с радиоактивностью более 1 $м^3$ в/год или 0,1 бэр/год - коэффициент от 1,25 до 1,5, в зависимости от уровня радиоактивности, оцениваемого в соответствии с Нормами радиационной безопасности НРБ-96 (ГН 2.6.1.054-96).

Примечание. К территориям со специальным режимом относятся районы и участки, где по обстановке или установленному режиму неизбежны перерывы или затруднения. связанные с потерями рабочего времени при изысканиях: пограничные районы, полигоны, аэродромы, строительные площадки, на которых производятся взрывные работы, участки с сильной запыленностью воздуха (стройплощадки, карьеры и т. п.), экологически вредные территории, внутренние территории взрывоопасных, вредных и горячих цехов предприятий оборонной, химической, металлургической, угольной и горнодобывающей промышленностей, действующие электрические станции и подстанции, открытые распределительные устройства электрических станций, полосы шириной до 200 м действующих линий электропередачи напряжением 500 кВ и выше. Полотно железных и автомобильных дорог, магистральных улиц (проспектов) городов, территории железнодорожных станций, портов и др., где неизбежны задержки и перерывы в работе, вызываемые интенсивным движением транспорта и т. п.

г) при выполнении полевых изыскательских работ в неблагоприятный

период года в соответствующих районах (согласно приложению 2) [8] к их стоимости применяются коэффициенты, приведенные в табл. 7.2;

Таблица 7.2.

Коэффициенты к ценам за выполнение работ в неблагоприятный сезон года

Номер п/п	Продолжительность неблагоприятного периода, мес.	Коэффициент
1	2-3,5	1,1
2	4-5,5	1,2
3	6-7,5	1,3
4	8-9,5	1,4

д) при выполнении изысканий в районах Российской Федерации, для которых в соответствии с действующим законодательством Российской Федерации (согласно прил. 3, 4) [8] или в соответствии с постановлением Совета Министров РСФСР от 04.02.91 г. № 76, республиканскими, краевыми, областными и др. правительственными или административными органами к заработной плате работников, занятых на изысканиях, установлены районные коэффициенты, к итогу сметной стоимости этих изысканий применяются коэффициенты, приведенные в табл. 7.3.

Таблица 7.3

Районные коэффициенты

Номер п/п	Районный коэффициент к заработной плате	Коэффициент к итогу сметной стоимости изысканий
1	2	3
1	1,10	1,05
2	1.15	1,08
3	1.20	1,10
4	1,25	1,13
5	1.30	1,15
6	1.40	1,20
7	1.50	1,25
8	1.60	1.30
9	1.70	1.35
10	1,80	1,40

Окончание табл. 7.3

1	2	3
и	1,90	1,45
12	2,00	1,50

Примечание. При введении после 01.07.98 г. в законодательном или директивном порядке новых районных коэффициентов к заработной плате коэффициенты к итогу сметной стоимости изысканий определяются в соответствии с табл. 7.3.

е) при выполнении изысканий организациями, производящими выплаты, связанные с предоставлением льгот лицам, работающим в районах Крайнего Севера и приравненных к ним местностях (согласно прил. 5) [8], а также в других районах, установленных действующим законодательством, к итогу сметной стоимости изысканий применяются соответствующие коэффициенты:

1,50 - при выполнении изысканий в районах Крайнего Севера;

1,25 - то же в местностях, приравненных к районам Крайнего Севера;

1,15 - в южных районах Иркутской области, Красноярского края и Дальнего Востока (Амурская область, Приморский и Хабаровский края), в Архангельской и Читинской областях, Республиках Бурятия, Карелия, Коми (за исключением районов Крайнего Севера и местностей, приравненных к районам Крайнего Севера).

Расходы по внутреннему транспорту определяются по табл. 7.4. в процентах от сметной стоимости полевых изыскательских работ (с учетом коэффициентов, приведенных в подпунктах а, б, в, г Общих указаний), включая расходы по содержанию баз, радиостанций, а также монтажу, демонтажу и содержанию изыскательского оборудования, определяемые по таблицам 100 и 101 [8].

Таблица 7.4

Расходы по внутреннему транспорту по изыскательским работам

Номер п/п	Расстояние от базы изыскательской организации, экспедиции, партии или отряда до участка изысканий, км	Расходы по внутреннему транспорту, %, при сметной стоимости полевых изыскательских работ, тыс. руб.				
		до 5	св. 5 ДО 10	св. 10 до 20	св. 20 до 50	св.'50
1	до 5	8,75	7,5	6,25	5,0	3,75
2	св. 5 до 10	11,25	10,0	8,75	7,5	6,25
3	-»- 10-» - 15	13,75	<12,5	11,25	10,0	8,75
4	- » - 15 - » - 20	16,25	15,0	13,75	12,5	11,25
5	- » - 20 - » - 25	18,75	17,5	16,25	15,0	13,75

Примечания: I. Расходы по внутреннему транспорту допускается определять по фактическим затратам а ценах текущего периода:

а) при сметной стоимости полевых изыскательских работ до 5 тыс. руб.;

б) при удалении участка изысканий от базы изыскательской организации, экспедиции, партии или отряда на расстояние свыше 25 км;

в) при выполнении полевых изыскательских работ в районах Крайнего Севера и приравненных к ним местностях, в малонаселенных (необжитых) районах (высокогорных, пустынных, таежных, тундровых), при удалении участка изысканий от базы изыскательской организации, экспедиции, партии или отряда на расстояние до 25 км;

г) связанные с арендой и содержанием специальных транспортных средств - самолетов, вертолетов, вездеходов, катеров, барж, баркасов, оленьих и собачьих упряжек, верблюдов, конных вьюков и др.

В случае определения расходов в ценах текущего периода нормативы таблицы 7.4. не применяются.

Расходы по внешнему транспорту, связанные с проездом работников и перевозкой изыскательского оборудования и грузов от постоянного местонахождения организации, выполняющей изыскания, до базы изыскательской экспедиции, партии или отряда (или до участка изысканий) и обратно, определяются по табл., 7.5. в процентах от сметной стоимости полевых изыскательских работ (с учетом коэффициентов, приведенных ранее в подпунктах а, б, в, г), включая расходы по внутреннему транспорту, определяемые по табл. 7.4. (за исключением расходов, предусмотренных примечанием 1 табл. 7.4.), а также расходы по содержанию баз и радиостанций, монтажу, демонтажу и

содержанию изыскательского оборудования, определяемые по табл. 100 и 101Г81.

Таблица 7.5

Расходы по внешнему транспорту по изыскательским работам

Номер п/п	Расстояние проезда и перевозки в одном направлении, км	Расходы по внешнему транспорту в обоих направлениях, % сметной стоимости изысканий, выполняемых в экспедиционных условиях, продолжительностью, мес.					
		до 1	2	3	6	9	12 и более
1	св. 25 до 100	14,0	11,5	9,1	4,5	3,5	2,8
2	- » - 100-»- 300	19,6	15,4	12.7	6,2,	4,8	3,6
3	- » - 300 - » - 500	25.2	21,0	16,8	8,1	6,3	4,8
4	- » - 500 - » - 1000	30.8	25,2	19.6	9,7	7,3	5,5
5	- » - 1000 - » - 2000	36.4	32,2	28,0	13,2	9,8	7,3
6	Св. 2000		39,2	36.4	20,0	16,0	12,0

Примечания:

1. Расходы по внешнему транспорту при расстояниях до 25 км в сметах не предусматриваются.
2. При выполнении отдельных видов изысканий стоимостью до 5 тыс. руб. или наличии неблагоприятных условий для проезда работников и перевозки грузов на труднодоступные участки изысканий и обратно расходы по внешнему транспорту допускается определять по фактическим затратам в ценах текущего периода.
3. Расходы по внешнему транспорту в исполнительных сметах допускается определять в ценах текущего периода.
4. В случае определения расходов в ценах текущего периода нормативы таблицы 7.5. не применяются.

При выполнении изысканий в особо сложных природных условиях (на полярных островах, в зоне ледников, в высокогорных, пустынных, таежных и тундровых районах) на проведение специальных мероприятий (привлечение альпинистов-инструкторов и проводников, организацию спасательной службы и др.) могут предусматриваться дополнительные расходы, которые определяются по фактическим затратам в ценах текущего периода.

Определяются по фактическим затратам (прейскурантам, тарифам, счетам и др.) в ценах текущего периода и дополнительно учитываются в стоимости изысканий расходы, связанные:

- с получением (приобретением) исходных данных и сведений о природных условиях, аэрофотосъемочных, картографических и других материалов изысканий прошлых лет;

- проведением необходимых согласований, связанных с производством отдельных видов полевых работ (местоположение горных выработок, буровых скважин, точек производства опытных работ и т. п.);

- производством специальных видов анализов и исследований проб почвогрунтов, донных отложений, поверхностных и подземных вод, снега и льда, выполняемых специализированными лабораториями, имеющими лицензию на проведение таких работ (бактериологический анализ, полные испытания заполнителей в бетоне, радиохимия изотопов и т. п.);

- оплатой стоимости обсадных труб, фильтровых колонн и других материалов, оставляемых в скважинах при бурении на воду и для проведения стационарных наблюдений;

- приобретением лесорубочного билета; возмещением материального ущерба, связанного с вырубкой леса при проведении изысканий;

- возмещением землепользователям материального ущерба, причиненного в связи с потравами *и* проведением изысканий на их земельных участках;

- оплатой услуг сторонних организаций, необходимых для производства изысканий.

Расходы по организации и ликвидации работ на объекте определяются н размере 6 % от сметной стоимости полевых изыскательских работ, с учетом коэффициентов на работы, проводимые в высокогорных районах и неблагоприятный период года (пункты а, б, в, г), включая расходы по внутреннему транспорту, определяемые по табл. 7.4 (за исключением расходов, предусмотренных примечанием I 1абд 7.4), а также расходы по содержанию баз и радиостанций, монтажу, демонтажу и содержанию изыскательского оборудования, определяемые по таблицам 100 и 101 [8].

Примечания:

1. К размерам расходов по организации и ликвидации работ, применяются следующие коэффициенты: 2,5 - для изысканий со сметной стоимостью до 2 тыс. руб. или при изысканиях (независимо от их стоимости), выполняемых в районах Крайнего Севера и приравненных к ним местностях, а также в малонаселенных (необжитых) районах (высокогорных. пустынных, таежных и тундровых); 2,0 - для изысканий со сметной стоимостью свыше 2 до 5 тыс. руб.; 1,5 - то же, свыше 5 до 10 тыс. руб.

2. При выполнении полевых изысканий на объекте непрерывно свыше одного года к размерам расходов по организации и ликвидации работ должны применяться коэффициенты, приведенные в табл. 7.6.

Таблица 7.6

Коэффициенты, применяемые в расчете расходов при выполнении работ свыше 1 года

Номер п/п	Продолжительность полевых изысканий, мес.	Коэффициент
1	Св. 12 до 16	0,8
2	- » - 16 - » - 20	0,7
3	- » - 20 - » - 24	0,6
4	Св. 24	0,5

При проведении полевых работ без выплаты работникам командировочных или полевого довольствия к ценам на эти работы должен применяться коэффициент 0,85.

При выполнении камеральной обработки материалов изысканий и производстве лабораторных работ в экспедиционных условиях (с выплатой полевого довольствия или командировочных расходов) к ценам на эти работы применяется коэффициент 1,15.

При применении к ценам (стоимости) нескольких установленных Справочником коэффициентов, последние перемножаются (за исключением коэффициентов подпунктов «д» и «е»).

В смете, прилагаемой к договору, предусматриваются дополнительные расходы на работы и услуги, определяемые по фактическим затратам (прейскурантам, тарифам, счетам и др.), а также непредвиденные расходы, связанные с

тампонированием скважин, строительством временных зданий и сооружений (основания для палаток, переезды через кюветы и канавы, устройство лестниц на крутых склонах, навесы, уборные дворовые, причалы для лодок и катеров и т. п.), в размере не менее 10 % от сметной стоимости изыскательских работ.

Цены настоящего Справочника, как отмечалось ранее приведены к среднему уровню затрат по состоянию на 01.01.91 г. Приведение базовой стоимости инженерных изысканий к уровню цен текущею периода осуществляется применением к этой стоимости инфляционного индекса, определяемого в установленном порядке.

К расходам, определяемым по фактическим затратам инфляционный индекс не применяется. Расходы, определяемые в ценах текущего периода, включаются в отдельную смету.

7.2. Пример составления сметы на инженерно-геологические изыскания. Основные экономические показатели

Расчет сметной стоимости на инженерно-геологические и инженерно-экологические изыскания выполняется на основе Справочника базовых цен на инженерно-геологические и инженерно-экологические изыскания для строительства [8] и др. нормативно-справочной документации.

Примеры сметы приведен на инженерно-геологические изыскания для строительства 19-этажного жилого дома в г. Екатеринбурге на стадии рабочего проекта в 2020 г (табл.7.7).

Таблица 7.7

Смета на проектируемые (изыскательские работы)

№ п/п	Виды работ	Объем работ	№ табл., § сборн. цен	Единич. сметная расценка	Поправ коэф.	Полная сметная стоимость ,руб
1	2	3	4	5	6	7
(Районный коэфф. г.Екатеринбург 1,15) – К=1,08 к итогу сметных изысканий - т.3§2; К= 50,07 инфляционный коэффициент (Письмо Минстроя России № 5414-ИФ/09 от 19.02.2020)						
Раздел 1. Буровые работы						
1	*Колонковое бурение скважин диаметром до 160мм*					*17 512,07*
	I	130	т.17 §1	36	0,55	2574
	II	7,8	т.17 §1	38,4	0,55	164,736
	III	195	т.17 §1	42,6	0,65	5399,55
	IV	161,2	т.17 §2	41	0,65	4295,98
	V	156	т.17 §2	43,4	0,75	5077,8
2	*Отбор монолитов и проб из скважин*					*1 087,50*
	Отбор монолитов связных грунтов	24	т.57 §1	22,9		549,60
	Отбор проб скальных грунтов	9	т.57 §2	30,6		275,40
	Отбор образцов нарушенной структуры	9	т.57 §1	22,9		206,10
	Отбор проб воды	3	т.60 §9	18,8		56,40
3	*Плановая и высотная привязка скв., I кат.сложности*	26	т.93 §1	6,2		*161,20*
Итого по разделу 1						**18 760,77**
Раздел 2. Полевые исследования грунтов						
4	Статическое зондирование	14	т . 45§ 5	128,3		1 796,20

№ п/п	Виды работ	Объем работ	№ табл., § сборн. цен	Единич. сметная расценка	Поправ коэф.	Полная сметная стоимость ,руб
1	2	3	4	5	6	7
5	Прессиометрические испытания	6	т . 50 §1	7,4		44,40
Итого по разделу 2						**1 840,60**
Итого по разделу полевых работ						**20 601,37**
Раздел 3. Лабораторные работы						
6	Полный комплекс исследований физико-механических свойств дисперсных грунтов	24	т . 63§ 25	193	-	4 632,00
7	Полный комплекс определений физических свойств и механической прочности скальных грунтов	9	т . 63§ 8	47,1	-	423,90
8	Определение влажности грунтов	33	т . 62§ 1	4	-	132,00
9	Гранулометрический анализ грунтов	6	т . 62§ 21	19,6	-	117,60
10	Коррозионная агрессивность грунта к свинцу и алюминию	3	т . 75§ 3	20,5	-	61,50
11	Коррозионная агрессивность грунта к стали	3	т . 75§ 4	18,2	-	54,60
12	Коррозионная агрессивность грунта к бетону	3	т . 75§ 5	25,4	-	76,20

№ п/п	Виды работ	Объем работ	№ табл., § сборн. цен	Единич. сметная расценка	Поправ коэф.	Полная сметная стоимость ,руб
1	2	3	4	5	6	7
13	Коррозионная агрессивность грунтовых вод к бетону	3	т . 71§ 5	25,4	-	76,20
14	Стандартный химический анализ воды	3	т . 73§ 1	96,2	-	288,60
Итого по разделу 3						**5 862,60**
Раздел 4. Камеральные работы						
15	Сбор и изучение материалов прошлых лет	150	т . 78§ 2	3,6	-	540,00
16	Камеральная обработка материалов буровых работ	650	т . 82§ 1	7,0	-	4 550,00
17	Камеральная обработка лабораторных работ	0,2	т . 86§ 1	5862,6	-	1 172,52
18	Обработка статического зондирования	14	т . 83§ 3	48,2	-	674,80
19	Обработка прессиометрических испытаний	6	т . 83§ 7	104,2	-	625,20
20	Составление отчета	0,21	т . 87§ 1	7562,52	1,25	1 985,16
21	Составление программы работ	1	т . 81§ 3	800	0,5	400,00
Итого по разделу 4						**9 947,68**
	Раздел 5. Прочие затраты					
22	Расходы на внутренний транспорт	0,0875	т. 4, §2	20 601,37		**1 802,62**
23	Расходы по организации и ликвидации работ	0,06	Общие указания, § 13	54 437,84		**2 472,16**

№ п/п	Виды работ	Объем работ	№ табл., § сборн. цен	Единич. сметная расценка	Поправ коэф.	Полная сметная стоимость ,руб
1	2	3	4	5	6	7
Итого по разделу 5						**4 274,78**
	ИТОГО ПО РАЗДЕЛАМ					**40 686,43**
24	С учетом районного коэффициента				1,08	43 941,35
25	С учетом К индексации				50,07	**2 200 143,17**
	НДС 20%					440 028,63
	Всего по смете с НДС					2 640 171,80

Следует отметить, что коэффициент, учитывающий инфляцию, изменяется каждый квартал (в 2020 г. его значение составляет более 50), а НДС в 2020 году равен – 20%.

Основные экономические показатели по объекту работ представлены в табл. 7.8.

Таблица 7.8.

Номер п/п	Наименование показателя	Значение показателя
1	2	3
1	Объем работ, выполняемый собственными силами (без НДС), руб.	
2	Численность трудящихся, чел	
3	Производительность труда, руб./чел	
4	Фонд оплаты труда (ФОТ), руб.	
5	Среднемесячная заработная плата, руб./мес.	
6	Прибыль от реализации продукции, руб.	
7	Рентабельность работ, %	

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Свод правил по инженерным изысканиям для строительства. Инженерно-геологические изыскания для строительства СП 11-105-97. Часть I. Общие правила производства работ.Издание официальное. Государственный комитет РФ по жилищной и строительной политике (Госстрой России) М., 1997.
2. Свод правил по инженерным изысканиям для строительства. Инженерно-геологические изыскания для строительства СП 11-105-97. Часть II. Правила производства работ в районах развития опасных геологических и инженерно-геологических процессов. Государственный комитет РФ по строительству и жилищно-коммунальному комплексу (Госстрой России) М.. 2000.
3. Свод правил по инженерным изысканиям для строительства. Изыскания для строительства. Часть III. Правила производства работ в районах распространения специфических грунтов. Государственный комитет РФ по строительству и жилищно-коммунальному комплексу. М.. 2000.
4. Свод правил по инженерным изысканиям для строительства. Инженерно-экологические изыскания для строительства СП 11-102-97. Издание официальное. Государственный комитет РФ по жилищной и строительной политике (Госстрой России) М., 1997.
5. Свод правил по инженерным изысканиям для строительства. Инженерно-геологические изыскания для строительства СП 11-105-97. Часть V. Правила производства работ в районах с особыми природно-технологичными условиями. Государственный комитет РФ по строительству и жилищно-коммунальному комплексу (Госстрой России) М., 2003.
6. Единые нормы времени и расценки на изыскательские работы. Часть I. Инженерно-геодезические изыскания М. Стройиздат, 1980.
7. Единые нормы времени и расценки на изыскательские работы. Часть II. Инженерно-геологические изыскания. М,, Стройиздат, 1983.
8. Справочник базовых цен на инженерно-геологические и инженерно-экологические изыскания для строительства. Государственный комитет РФ по жилищной и строительной политике (Госстрой России) М., 1999.
9. Сборник цен на проектные и изыскательские работы для строительства. Часть I Госстрой СССР. М.. 1982.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ К.А. Ушаров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

ЭКОНОМИКА И ОРГАНИЗАЦИЯ ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНЫХ РАБОТ

Направление подготовки
05.03.01 Прикладная геология

Направленность (профиль)
Гидрогеология, инженерная геология и геоэкология

квалификация выпускника: **бакалавр**

год набора: **2023**

Авторы: Жуков В.Г.

Одобрена на заседании кафедры	Рассмотрена методической комиссией
Экономики и менеджмента	Факультета геологии и геофизики
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____ *(подпись)*	Председатель _____ *(подпись)*
Мочалова Л.А.	Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 29.08.2022	Протокол № 1 от 13.09.2022
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ……3

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ……...……..…..6

ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ……..….12

САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ……...…17

ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ…….……..…22

ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ…….…....24

ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ…….…...30

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа в высшем учебном заведении - это часть учебного процесса, метод обучения, прием учебно-познавательной деятельности, комплексная целевая стандартизованная учебная деятельность с запланированными видом, типом, формами контроля.

Самостоятельная работа представляет собой плановую деятельность обучающихся по поручению и под методическим руководством преподавателя.

Целью самостоятельной работы студентов является закрепление тех знаний, которые они получили на аудиторных занятиях, а также способствование развитию у студентов творческих навыков, инициативы, умению организовать свое время.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- предполагает освоение курса дисциплины;

- помогает освоению навыков учебной и научной работы;

- способствует осознанию ответственности процесса познания;

- способствует углублению и пополнению знаний студентов, освоению ими навыков и умений;

- формирует интерес к познавательным действиям, освоению методов и приемов познавательного процесса,

- создает условия для творческой и научной деятельности обучающихся;

- способствует развитию у студентов таких личных качеств, как целеустремленность, заинтересованность, исследование нового.

Самостоятельная работа обучающегося выполняет следующие функции:

- развивающую (повышение культуры умственного труда, приобщение к творческим видам деятельности, обогащение интеллектуальных способностей студентов);

- информационно-обучающую (учебная деятельность студентов на аудиторных занятиях, неподкрепленная самостоятельной работой, становится мало результативной);

- ориентирующую и стимулирующую (процессу обучения придается ускорение и мотивация);

- воспитательную (формируются и развиваются профессиональные качества бакалавра и гражданина);

- исследовательскую (новый уровень профессионально-творческого мышления).

Организация самостоятельной работы студентов должна опираться на определенные требования, а, именно:

- сложность осваиваемых знаний должна соответствовать уровню развития студентов;

- стандартизация заданий в соответствии с логической системой курса дисциплины;

- объем задания должен соответствовать уровню студента;

- задания должны быть адаптированными к уровню студентов.

Содержание самостоятельной работы студентов представляет собой, с одной стороны, совокупность теоретических и практических учебных заданий, которые должен выполнить студент в процессе обучения, объект его деятельности; с другой стороны – это способ деятельности студента по выполнению соответствующего теоретического или практического учебного задания.

Свое внешнее выражение содержание самостоятельной работы студентов находит во всех организационных формах аудиторной и внеаудиторной деятельности, в ходе самостоятельного выполнения различных заданий.

Функциональное предназначение самостоятельной работы студентов в процессе лекций, практических занятий по овладению специальными знаниями заключается в самостоятельном прочтении, просмотре, прослушивании, наблюдении, конспектировании, осмыслении, запоминании и воспроизведении определенной информации. Цель и планирование самостоятельной работы студента определяет преподаватель. Вся информация осуществляется на основе ее воспроизведения.

Так как самостоятельная работа тесно связана с учебным процессом, ее необходимо рассматривать в двух аспектах:

1. аудиторная самостоятельная работа – лекционные, практические занятия;

2. внеаудиторная самостоятельная работа – дополнение лекционных материалов, подготовка к практическим занятиям, подготовка к участию в деловых играх и дискуссиях, выполнение письменных домашних заданий, Контрольных работ (рефератов и т.п.) и курсовых работ (проектов), докладов и др.

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;

- уровень образования и степень подготовленности студентов;

- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

Таким образом, самостоятельная работа студентов является важнейшей составной частью процесса обучения.

Методические указания по организации самостоятельной работы и задания для обучающихся по дисциплине «*Экономика и организация геологоразведочных работ*» обращают внимание студента на главное, существенное в изучаемой дисциплине, помогают выработать умение анализировать явления и факты, связывать теоретические положения с практикой, а также сдаче *экзамена*.

Настоящие методические указания позволят студентам самостоятельно овладеть фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю подготовки, опытом творческой и исследовательской деятельности, и направлены на формирование компетенций, предусмотренных учебным планом поданному профилю.

Видами самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «*Экономика и организация геологоразведочных работ»* являются:

- повторение материала лекций;

- самостоятельное изучение тем курса (в т. ч. рассмотрение основных категорий дисциплины, работа с литературой);

- ответы на вопросы для самопроверки (самоконтроля);

- подготовка к практическим (семинарским) занятиям (в т. ч. подготовка к выполнению практико-ориентированного задания);

- подготовка к экзамену в виде тестирования.

В методических указаниях представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

Тема 1. Геологоразведочное предприятие и его специфические особенности

1. Что такое природные ресурсы?
2. Что относится к минеральным ресурсам?
3. Назовите основные особенности рынка минерально-сырьевых ресурсов.
4. Перечислите основные тенденции развития рынка минерального сырья.
5. Какое место занимает геологоразведочная отрасль в системе отраслей экономики?
6. Назовите задачи государственного регулирования отношений недропользования.
7. Какова сущность, задачи и функции государственной системы лицензирования?
8. Кто может быть пользователем недр?
9. Назовите виды и способы предоставления лицензий.
10. Дайте определение предприятия и его основные характеристики.
11. Перечислите основные задачи предприятия.
12. Перечислите отличительные особенности геологоразведочных предприятий.
13. Назовите основные факторы внутренней среды предприятия.
14. Что понимается под внешней средой предприятия?
15. Назовите основные характеристики внешней среды?
16. Перечислите и дайте характеристику различным организационно-правовым формам предприятий в соответствии с Гражданским кодексом РФ.
17. Какие критерии лежат в основе выделения различных организационно-правовых форм предприятия?
18. Перечислите и охарактеризуйте виды хозяйственных товариществ.
19. Перечислите и охарактеризуйте виды акционерных обществ.
20. Приведите характеристику форм объединения предприятий.

Тема 2. Основные фонды геологоразведочных предприятий

1. Дайте определение основных фондов.
2. Назовите основные признаки основных средств.
3. Каковы виды стоимостной оценки основных средств?
4. Чем обусловлена необходимость переоценки основных средств?
5. Назовите виды воспроизводства основных средств.
6. Что понимается под амортизацией основных фондов?

7. Дайте определение «амортизация основных средств».
8. Какова взаимосвязь понятий «срок полезного использования» и «норма амортизации»?
9. Как рассчитывается норма амортизации?
10. Какие способы начисления амортизации вы знаете?
11. 9. Назовите показатели, характеризующие наличие, состояние и дви-жение основных средств.
12. Какие общие показатели характеризуют эффективность использования основных средств?
13. Перечислите частные показатели эффективности использования основных средств.
14. Какие показатели характеризуют движение основных средств?
15. Что собой представляет лизинг и в чем его отличие от традиционной аренды?
16. Какие виды лизинговой деятельности вы знаете?
17. Дайте определение нематериальных активов, их состав.
18. Какова экономическая сущность нематериальных активов?
19. Приведите принципы классификации нематериальных активов.
20. Как отражается использование нематериальных активов в хозяйственной деятельности предприятий?

Тема 3. Оборотные средства геологоразведочных предприятий

1. Каковы экономическая сущность оборотных активов?
2. По каким признакам и как оборотные фонды отличаются от основных?
3. Что входит в состав оборотных средств предприятия?
4. Как классифицируются оборотные фонды?
5. Что входит в состав производственных запасов?
6. Что такое расходы будущих периодов?
7. Понятие и как классифицируются фонды обращения?
8. В чем смысл нормирования оборотных средств?
9. Какие виды оборотных средств относятся к категории не нормируемых?
10. Что такое норма оборотных средств?
11. Что такое и как рассчитывается норматив оборотных средств?
12. Как определяется потребность предприятия в оборотных средствах?
13. Перечислите показатели эффективности использования оборотных средств.
14. В чем смысл и как рассчитывается коэффициент оборачиваемости?

15. Как определяется длительность одного оборота?
16. Какова схема кругооборота оборотных средств?
17. Назовите источники формирования и пополнения оборотных средств.
18. Перечислите собственные источники формирования и пополнения оборотных средств.
19. Каковы особенности оборотных средств геологоразведочных предприятий?
20. Перечислите пути сокращения потребности в оборотных средствах.

Тема 4. Трудовые ресурсы геологоразведочных организаций. Оплата труда работников

1. Приведите понятие персонала предприятия.
2. В чем отличие промышленно-производственного и непромышленного персонала?
3. Перечислите и охарактеризуйте категории трудящихся промыш-ленно-производственного персонала.
4. Назовите показатели, характеризующие наличие, состояние и движение персонала.
5. Назовите показатели эффективности использования персонала.
6. В чем особенности кадров геологического предприятия?
7. В чем смысл явочного и списочного состава предприятия?
8. Как определяется коэффициент списочного состава?
9. В чем заключается экономическая сущность производительности труда?
10. Что такое рабочее время и единицы его измерения?
11. Перечислите методы определения производительности труда. Их преимущества и недостатки.
12. Перечислите факторы, влияющие на производительность труда на геологоразведочных предприятиях.
13. В чем отличие номинальной и реальной заработной платы?
14. Перечислите основные элементы тарифной системы и дайте их характеристику.
15. Перечислите основные формы заработной платы, применяемые при геологоразведочном производстве, их преимущества и недостатки.
16. В чем сущность повременной формы оплаты труда и применяемые системы?
17. В чем сущность сдельной формы оплаты труда и применяемые системы?

18. Как осуществляется распределение коллективного заработка при сдельной форме оплаты труда?
19. Что такое и как определяется приработок?
20. Что включает в себя фонд оплаты труда предприятия? Назовите источники его образования.

Тема 5. Себестоимость производства геологоразведочных работ

1. Что такое себестоимость геологоразведочных работ?
2. В чем состоит отличие понятий «бухгалтерские издержки» и «налоговые издержки»?
3. По каким признакам группируются затраты предприятия?
4. Что такое прямые и косвенные затраты?
5. Дайте характеристику экономических элементов затрат?
6. Дайте характеристику затрат по отношению к объему производства, как они изменяются с изменением объема производства?
7. Что представляет собой смета затрат на производство и реализацию продукции?
8. Что такое калькуляция? Какие виды калькуляции вы знаете?
9. Понятие и состав основных расходов?
10. Понятие и состав накладных расходов?
11. Какие факторы влияют на снижение себестоимости?
12. Как определить экономию от снижения себестоимости продукции?

Тема 6. Ценообразование в геологической отрасли. Выручка, прибыль и рентабельность геологоразведочного производства

1. Дайте определение цены.
2. Назовите основные функции цены.
3. Перечислите внутренние и внешние ценообразующие факторы.
4. Какие виды цен существуют?
5. Что является ценой выполнения геологического задания?
6. Из каких элементов складывается цена геологического задания?
7. В чем заключается экономический смысл выручки (дохода) и как она определяется?
8. Что такое прибыль как экономическая категория?
9. В чем различия между валовой и чистой прибылью?

10. Что такое чистая прибыль?
11. В чем сущность понятия «точка безубыточности» и как она определяется?
12. В чем сущность показателя рентабельности?
13. Какие выделяют показатели рентабельности?
14. Каковы направления использования прибыли, остающейся в распоряжении предприятия?

Тема 7. Основы производственного менеджмента

1. В чем смысл понятия «менеджмент»?
2. Предприятие как операционная система.
3. Перечислите основные функции менеджмента.
4. В чем заключается функция планирования?
5. Какие виды деятельности включает функция организации?
6. В чем смысл функций координация, мотивация и контроль?
7. Из чего складывается организация основного производства на геологоразведочных работах?
8. Из чего складывается организация вспомогательного производства на геологоразведочных работах?
9. Что понимают под производственной и организационной структурой предприятия?
10. Из чего складывается типовая производственная структура геологического предприятия (экспедиции)?
11. Из чего складывается типовая производственная структура структурного подразделения геологического предприятия (партии)?
12. Организационная структура геологического предприятия?
13. Опишите типовую структуру управления геологического предприятия.
14. Понятие режима работы предприятия?
15. Виды режимов работы предприятия и его подразделений?
16. Виды графиков выходов на работу?

Тема 8. Проектирование геологоразведочных работ

1. Для чего нужен проект на проведение геологоразведочных работ?
2. Понятие объекта геологоразведочных работ?

3. Содержание геологического задания на проведение геологоразведочных работ?
4. Основные разделы проекта геологического изучения недр, их содержание?
5. Нормативно-справочная литература, используемая при проектировании?
6. Как рассчитываются затраты времени на различные виды геологоразведочных работ?
7. Как рассчитываются затраты труда на различные виды геологоразведочных работ?
8. Из каких разделов состоит и как составляется календарный план на объект геологоразведочных работ?
9. Методика обоснования количества оборудования и аппаратуры для выполнения различных видов работ в проекте?
10. Обоснование численности работников на выполнение геологоразведочных работ в проекте?
11. Из чего складывается сводный расчет стоимости работ по объекту?
12. Методика определения стоимости расчетной единицы работ?
13. Порядок составления сметно-финансового расчета?
14. Состав основных расходов в смете?
15. Порядок составления сметно-финансового расчета на проектирование?
16. Расчет затрат на организацию и ликвидацию полевых работ?
17. Порядок расчета затрат на отдельные виды полевых и камеральных работ?
18. Понятие косвенных затрат и порядок их расчета в смете?
19. Порядок расчета прибыли в смете?
20. Состав компенсируемых затрат и порядок их определения в смете?
21. Порядок расчета резерва в смете?
22. Индексирование сметных расчетов.

ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ

Тема 1. Геологоразведочное предприятие и его специфические особенности

- природные ресурсы
- минеральное сырье
- геологоразведочная отрасль
- отраслевая специализация предприятий
- субъекты и объекты хозяйствования
- геологоразведочное предприятие
- признаки коммерческих организаций
- организационно-правовые формы предприятий
- предпринимательская деятельность
- особенности и условия эффективности предпринимательства
- хозяйственное товарищество
- акционерное общество

Тема 2. Основные фонды геологоразведочных предприятий

- внеоборотные активы предприятия
- основные фонды
- признаки основных средств
- экономическая сущность, состав основных производственных фондов предприятия
- оценка основных средств
- износ основных фондов
- амортизация основных фондов
- способы амортизации
- показатели оценки эффективности использования основных фондов
- показатели движения основных фондов
- лизинг
- экономическая сущность нематериальных активов

Тема 3. Оборотные средства геологоразведочных предприятий

- оборотные фонды

- фонды обращения
- оборотные средства
- экономическая сущность оборотного капитала
- состав оборотных средств
- производственные запасы
- незавершенное производство
- расходы будущих периодов
- нормирования оборотных средств
- норма запаса оборотных средств
- норматив запаса оборотных средств
- показатели оборачиваемости оборотного капитала
- количество оборотов
- длительность одного оборота
- кругооборот оборотных средств
- источники формирования оборотных средств

Тема 4. Трудовые ресурсы геологоразведочных организаций. Оплата труда работников

- трудовые ресурсы
- кадры предприятия
- основные принципы классификации персонала предприятия
- явочный штат персонала
- списочный штат персонала
- производительность труда
- рабочее время
- трудоемкость
- выработка
- номинальная заработная плата
- реальная заработная плата
- тарифная система
- тарифно-квалификационный справочник
- тарифная сетка

- тарифная ставка
- повременная форма оплаты труда
- сдельная форма оплаты труда
- бестарифная система оплаты труда
- сдельный приработок
- фонд оплаты труда

Тема 5. Себестоимость производства геологоразведочных работ

- понятия «стоимость», «затраты», «издержки»
- себестоимость продукции
- принципы классификации затрат на производство и реализацию продукции
- экономические элементы затрат
- калькуляционные статьи затрат
- условно-постоянные затраты
- условно-переменные затраты
- основные затраты
- накладные расходы
- калькуляция себестоимости
- смета затрат и ее элементы
- пути снижения себестоимости

Тема 6. Ценообразование в геологической отрасли. Выручка, прибыль и рентабельность геологоразведочного производства

- цена как экономической категория
- виды цен
- ценообразующие факторы
- цена геологического задания
- доход
- выручка от реализации
- прибыль
- виды прибыли
- валовая прибыль
- чистая прибыль

- распределение прибыли
- фонд потребления
- фонд накопления
- точка безубыточности
- рентабельность
- показатели рентабельности
- рентабельность продукции
- рентабельность производства
- рентабельность продаж
- экономический эффект
- экономическая эффективность

Тема 7. Основы производственного менеджмента

- менеджмент
- операционная система
- функции менеджмента
- планирование
- организация производства
- регулирование (координация)
- мотивация (активизация)
- контроль
- основное производство
- вспомогательное производство
- обслуживающее производство
- производственная структура предприятия
- организационная структура
- структура аппарата управления
- режим работы предприятия и его подразделений
- графики выходов на работу

Тема 8. Проектирование геологоразведочных работ

- проект на производство геологоразведочных работ
- геологический объект

- геологическое задание
- нормативно-справочная литература
- разделы проекта
- расчет затрат времени
- расчет трудозатрат
- календарный план
- обоснование численности работников
- расчет необходимого количества оборудования и аппаратуры
- сметная стоимость геологического задания
- сметно-финансовый расчет
- косвенные (накладные) расходы
- прибыль (плановые накопления)
- организация полевых работ
- ликвидация полевых работ
- компенсируемые затраты
- резерв на непредвиденные и непредусмотренные работы
- индексация сметной стоимости

САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ

Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка рекомендуемой литературы к дисциплине. При работе с книгой необходимо научиться правильно ее читать, вести записи. Самостоятельная работа с учебными и научными изданиями профессиональной и общекультурной тематики – это важнейшее условие формирования научного способа познания.

Основные приемы работы с литературой можно свести к следующим:

• составить перечень книг, с которыми следует познакомиться;

• перечень должен быть систематизированным (что необходимо для семинаров, что для экзаменов, что пригодится для написания курсовых и выпускных квалификационных работ (ВКР), а что выходит за рамками официальной учебной деятельности, и расширяет общую культуру);

• обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и выпускных квалификационных работ это позволит экономить время);

• определить, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть;

• при составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями и руководителями ВКР, которые помогут сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время;

• все прочитанные монографии, учебники и научные статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц);

• если книга – собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора;

• следует выработать способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать). Таким образом, чтение текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации.

От того, насколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью

или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия. Грамотная работа с книгой, особенно если речь идет о научной литературе, предполагает соблюдение ряда правил, для овладения которыми необходимо настойчиво учиться. Это серьёзный, кропотливый труд. Прежде всего, при такой работе невозможен формальный, поверхностный подход. Не механическое заучивание, не простое накопление цитат, выдержек, а сознательное усвоение прочитанного, осмысление его, стремление дойти до сути – вот главное правило. Другое правило – соблюдение при работе над книгой определенной последовательности. Вначале следует ознакомиться с оглавлением, содержанием предисловия или введения. Это дает общую ориентировку, представление о структуре и вопросах, которые рассматриваются в книге.

Следующий этап – чтение. Первый раз целесообразно прочитать книгу с начала до конца, чтобы получить о ней цельное представление. При повторном чтении происходит постепенное глубокое осмысление каждой главы, критического материала и позитивного изложения; выделение основных идей, системы аргументов, наиболее ярких примеров и т.д. Непременным правилом чтения должно быть выяснение незнакомых слов, терминов, выражений, неизвестных имен, названий. Студентам с этой целью рекомендуется заводить специальные тетради или блокноты. Важная роль в связи с этим принадлежит библиографической подготовке студентов. Она включает в себя умение активно, быстро пользоваться научным аппаратом книги, справочными изданиями, каталогами, умение вести поиск необходимой информации, обрабатывать и систематизировать ее.

Выделяют четыре основные установки в чтении текста:

- информационно-поисковая (задача – найти, выделить искомую информацию);

- усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить, как сами сведения, излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений);

- аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему);

- творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к тексту связано существование и нескольких видов чтения:

- библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;

- просмотровое – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;

- ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц; цель – познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;

- изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;

- аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач.

Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым, или, в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной и научной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках образовательной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с текстом. Научная методика работы с литературой предусматривает также ведение записи прочитанного. Это позволяет привести в систему знания, полученные при чтении, сосредоточить внимание на главных положениях, зафиксировать, закрепить их в памяти, а при необходимости вновь обратиться к ним.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения.

Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала.

Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала.

Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора.

Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного. Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Как правильно составлять конспект? Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта. Выделите главное, составьте план, представляющий собой перечень заголовков, подзаголовков, вопросов, последовательно раскрываемых затем в конспекте. Это первый элемент конспекта. Вторым элементом конспекта являются тезисы. Тезис - это кратко сформулированное положение. Для лучшего усвоения и запоминания материала следует записывать тезисы своими словами. Тезисы, выдвигаемые в конспекте, нужно доказывать. Поэтому третий элемент конспекта - основные доводы, доказывающие истинность рассматриваемого тезиса. В конспекте могут быть положения и примеры. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Конспектирование - наиболее сложный этап работы. Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы. Конспект ускоряет повторение материала, экономит время при повторном, после определенного перерыва, обращении к уже знакомой работе. Учитывая индивидуальные особенности каждого студента, можно дать лишь некоторые, наиболее оправдавшие себя общие правила, с которыми преподаватель и обязан познакомить студентов:

1. Главное в конспекте не объем, а содержание. В нем должны быть отражены основные принципиальные положения источника, то новое, что внес его автор, основные методологические положения работы. Умение излагать мысли автора сжато, кратко и собственными словами приходит с опытом и знаниями. Но их накоплению помогает

соблюдение одного важного правила – не торопиться записывать при первом же чтении, вносить в конспект лишь то, что стало ясным.

2. Форма ведения конспекта может быть самой разнообразной, она может изменяться, совершенствоваться. Но начинаться конспект всегда должен с указания полного наименования работы, фамилии автора, года и места издания; цитаты берутся в кавычки с обязательной ссылкой на страницу книги.

3. Конспект не должен быть «слепым», безликим, состоящим из сплошного текста. Особо важные места, яркие примеры выделяются цветным подчеркиванием, взятием в рамочку, оттенением, пометками на полях специальными знаками, чтобы можно было быстро найти нужное положение. Дополнительные материалы из других источников можно давать на полях, где записываются свои суждения, мысли, появившиеся уже после составления конспекта.

ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ

Практико-ориентированные задания выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций. Это могут быть ситуации, требующие применения умений и навыков, специфичных для соответствующего профиля обучения (знания содержания предмета), ситуации, требующие организации деятельности, выбора её оптимальной структуры личностно-ориентированных ситуаций (нахождение нестандартного способа решения).

Кроме этого, они выступают средством формирования у студентов умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач. Они строятся на основе ситуаций, возникающих на различных уровнях осуществления практики и формулируются в виде производственных поручений (заданий).

Под практико-ориентированными задания понимают задачи из окружающей действительности, связанные с формированием практических навыков, необходимых в повседневной жизни, в том числе с использованием элементов производственных процессов.

Цель практико-ориентированных заданий – приобретение умений и навыков практической деятельности по изучаемой дисциплине.

Задачи практико-ориентированных заданий:

- закрепление, углубление, расширение и детализация знаний студентов при решении конкретных задач;

- развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;

- овладение новыми методами и методиками изучения конкретной учебной дисциплины;

- обучение приемам решения практических задач;

- выработка способности логического осмысления полученных знаний для выполнения заданий;

- обеспечение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм обучения.

Важными отличительными особенностями практико-ориентированных задания от стандартных задач (предметных, межпредметных, прикладных) являются:

- значимость (познавательная, профессиональная, общекультурная, социальная) получаемого результата, что обеспечивает познавательную мотивацию обучающегося;

- условие задания сформулировано как сюжет, ситуация или проблема, для разрешения которой необходимо использовать знания из разных разделов основного предмета, из другого предмета или из жизни, на которые нет явного указания в тексте задания;

- информация и данные в задании могут быть представлены в различной форме (рисунок, таблица, схема, диаграмма, график и т.д.), что потребует распознавания объектов;

- указание (явное или неявное) области применения результата, полученного при решении задания.

Кроме выделенных четырех характеристик, практико-ориентированные задания имеют следующие:

1. по структуре эти задания – нестандартные, т.е. в структуре задания не все его компоненты полностью определены;

2. наличие избыточных, недостающих или противоречивых данных в условии задания, что приводит к объемной формулировке условия;

3. наличие нескольких способов решения (различная степень рациональности), причем данные способы могут быть неизвестны учащимся, и их потребуется сконструировать.

При выполнении практико-ориентированных заданий следует руководствоваться следующими общими рекомендациями:

- для выполнения практико-ориентированного задания необходимо внимательно прочитать задание, повторить лекционный материал по соответствующей теме, изучить рекомендуемую литературу, в т.ч. дополнительную;

- выполнение практико-ориентированного задания включает постановку задачи, выбор способа решения задания, разработку алгоритма практических действий, программы, рекомендаций, сценария и т. п.;

- если практико-ориентированное задание выдается по вариантам, то получить номер варианта исходных данных у преподавателя; если нет вариантов, то нужно подобрать исходные данные самостоятельно, используя различные источники информации;

- для выполнения практико-ориентированного задания может использоваться метод малых групп. Работа в малых группах предполагает решение определенных образовательных задач в рамках небольших групп с последующим обсуждением полученных результатов. Этот метод развивает навыки сотрудничества, достижения компромиссного решения, аналитические способности.

ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ

Тема 2. Основные фонды геологоразведочных предприятий

Типовые задания

Задание 1

Геологоразведочное оборудование приготовлено к списанию. Определить его остаточную стоимость на момент списания (ноябрь 2018 г.), если нормативный срок его эксплуатации 6 лет, первоначальная балансовая стоимость – 18 млн. рублей. Ввод в эксплуатацию – июнь 2014 года. Применялся линейный метод начисления амортизации.

Задание 2

Геофизическое оборудование приготовлено к списанию. Определить его остаточную стоимость на момент списания (февраль 2019 г.), если нормативный срок его эксплуатации 5 лет, первоначальная балансовая стоимость – 58 млн. рублей. Ввод в эксплуатацию – май 2016 года. Применялся линейный метод начисления амортизации.

Задание 3

Буровое оборудование приготовлено к списанию. Определить его остаточную стоимость на момент списания (февраль 2019 г.), если нормативный срок его эксплуатации 6 лет, первоначальная балансовая стоимость – 84 млн. рублей. Ввод в эксплуатацию – май 2014 года. Применялся линейный метод начисления амортизации.

Задание 4

Оценить эффективность использования основных средств (фондоотдача, фондоемкость, фондовооруженность) и их движение (коэффициенты ввода, выбытия, прироста) в организации при следующих условиях:

Стоимость основных средств на начало года составляет 94 млн. рублей. Введено оборудования:

в феврале – на 5 млн. рублей;

в мае – на 4 млн. рублей;

в августе на 2 млн. рублей.

Выбыло (списано) оборудования:

в марте – на 2 млн. рублей;

в июне – на 1,5 млн. рублей;

в июле на - 2 млн. рублей;

в сентябре – на 3 млн. рублей

Организация выполнила за год геологоразведочных работ на 260 млн. рублей. Среднесписочная численность составила 160 человек.

Задание5

Предприятие купило оборудование за 300000 руб., период эксплуатации которого - 4 года. После эксплуатации оборудование можно будет продать на вторичном рынке по остаточной стоимости 40000 руб.

Определить: ежегодные начисления на износ и балансовую стоимость оборудования на конец каждого года эксплуатации методами:

1. Равномерного начисления износа;
2. Начисления износа с сокращающейся балансовой стоимости;
3. Суммы годичных чисел (с учетом нулевой остаточной стоимостью).

Тема 3. Оборотные средства геологоразведочных предприятий

Типовые задания

Задание 1

Определить норматив оборотных средств по топливу, если его суточное потребление составляет одну тонну, а договорная цена на него – 40000 рублей за тонну. Период между поставками составляет 1 месяц. Оплата – по факту поставки. Страховой запас принять на уровне 50 %.

Задание 2

Определить коэффициент оборачиваемости и длительность одного оборота оборотных средств при следующих условиях.

Остаток оборотных средств по состоянию на:

1 января – 2400 тысяч рублей;

1 апреля – 2320 тысяч рублей;

1 июля – 3280 тысяч рублей

1 октября – 3310 тысяч рублей;

1 января следующего года – 2360 тысяч рублей

Годовой объем выполненных и оплаченных геологоразведочных работ составил 80 млн. рублей.

Задание 3

Определить величину оборотных средств в текущем году и их относительное высвобождение, если в предыдущем году объем выполненных геологоразведочных работ составлял 80 млн. рублей при среднем остатке оборотных средств – 16,5 млн. рублей.

В текущем году планируется увеличить объем геологоразведочных работ до 100 млн. рублей, а за счет разработанных мероприятий сократить длительность одного оборота на 4 дня.

Задание 4

Выбрать и обосновать наиболее экономически целесообразный период между поставками материала (еженедельный, ежемесячный, ежеквартальный) если суточное потребление материала около 100 кг. Перевозка осуществляется автотранспортом грузоподъемностью 3 тонны. Затраты на один рейс составляют 10 тыс. рублей. Цена материала – 10 тыс. рублей за тонну. Страховой запас – 50 %. Транспортный запас – 3 дня.

Тема 4. Трудовые ресурсы геологоразведочных организаций. Оплата труда работников

Типовые задания

Задание 1

Рассчитать начисленный повременный заработок и сумму заработной платы к выдаче геолога 1 категории за ноябрь 2018 года, если фактически отработано 14 рабочих дней. Должностной оклад – 25 тысяч рублей. Районный коэффициент – 15 %.

Задание 2

При колонковом бурении скважин в состав буровой вахты входят бурильщик 5 разряда с часовой тарифной ставкой 112,1 рубля в час и помощник бурильщика 4 разряда с часовой тарифной ставкой 102,7 рубля в час. Норма времени на бурение составляет 1,54 часа за метр бурения. Определить сдельный заработок каждого работника, если за месяц было пройдено

160 погонных метров.

Задание 3

При бурении скважины норма времени составляет 2,1 часа за метр. Работы выполняют бурильщик 5 разряда с часовой тарифной ставкой 102,7 рубля за час и помощник бурильщика 4 разряда с часовой тарифной ставкой 102,7 рубля в час. При плане 80 погонных метров в месяц бригада пробурила – 100 погонных метров. Размер премии за выполнение плана составляет 20 %, а за каждый процент перевыполнения плана – 2 %. Определить сдельно-премиальный заработок каждого работника.

Задание 4

При проходке разведочной горной выработки работает комплексная бригада в составе 6 человек. За месяц бригадой пройдено 116 метров горной выработки. Расценка за один метр проходки составляет 1739 рублей. Рассчитать заработок членов бригады с учетом сдельного приработка при следующих условиях:

Состав бригады	Дневная тарифная ставка, руб./день	Отработано смен
1.Бурильщик	900	25
2. Бурильщик	900	22
3. Машинист	650	24
4. Машинист	650	23
5. Крепильщик	750	26
6. Крепильщик	750	21

Задание 5

Фонд оплаты труда геологического отряда за месяц составляет 160000 рублей. Распределить приработок между членами отряда по КТУ и рассчитать общий заработок каждого работника в месяц при следующих условиях:

Должность	Месячный оклад, руб./месяц	КТУ
1.Начальник отряда	24000	1,0
2. Геолог 1 категории	20000	1,2
3. Геолог 2 категории	18000	0,9
4. Техник-геолог 1 категории	16000	1,3
5.Техник-геолог без категории	14000	1,1

Задание 6

Фонд оплаты труда геологического отряда за месяц составляет 180000 рублей. Распределить приработок между членами отряда по КТУ и рассчитать общий заработок каждого работника в месяц (в месяце 20 рабочих дней) при следующих условиях:

Должность	Месячный оклад, руб./месяц	Отработано рабочих дней, дн.	КТУ
1.Начальник отряда	24000	20	1,0
2. Геолог 1 категории	22000	16	1,1
3. Геолог 2 категории	18000	20	1,2
4. Техник-геолог 1 категории	16000	13	0,9
5.Техник-геолог без категории	14000	20	1,3

Тема 6. Ценообразование в геологической отрасли. Выручка, прибыль и рентабельность геологоразведочного производства

Типовые задания

Задание 1

Руководству предприятия представлены на рассмотрение два проекта организации производства товара. Характеристика проектов дана в таблице

Характеристика организационных проектов

Показатели	Варианты проекта	
	A	B
Объем спроса, шт./год	1100	4500
Цена, ДЕ	11000	10000
Постоянные затраты, ДЕ:		
* затраты на НИОКР	2500000	4500000
* обслуживание и ремонт	500000	1000000
* общезаводские накладные расходы	1000000	2500000
*затраты на реализацию	1000000	2000000
Переменные затраты на единицу продукции, ДЕ:		
* сырье, основные материалы	2000	2500
* прочие материалы	1000	800
* заработная плата рабочих	3700	3000
* энергия на технологические нужды	500	400

Задание: Рассчитать точку безубыточности по каждому проекту. Построить график. Сравнить и выбрать наиболее эффективный вариант организационного проекта производства товара по критерию наибольшей прибыли.

Задание 2:

Торговая фирма закупает товар по цене 740 рублей и продает в среднем за день по 900 единиц этого товара по цене 890 руб. Если фирма согласится понизить на одну неделю цену на 10%, то сколько единиц изделия ей нужно продать, чтобы сохранить свою валовую прибыль.

Задание 3: Фирма продает товар, спрос на который характеризуется высокой ценовой эластичностью. Структура цены такова:

Переменные издержки на одно изделие	9,9	руб./ед.
Постоянные издержки на одно изделие -	3,3	руб./ед.
Всего -	13,2	руб./ед.
Цена продаж -	19,8	руб./ед.
Объем продаж -	30000	изделий/год

Фирма поставила себе задачу увеличить объем продаж на 1500 единиц и выделила для этих целей рекламный бюджет в размере 90000 рублей в год. Каково минимальное изменение цены, при котором прибыль останется неизменной.

ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

При подготовке к *экзамену* по дисциплине «*Экономика и организация геологоразведочных работ*» обучающемуся рекомендуется:

1. повторить пройденный материал и ответить на вопросы, используя конспект и материалы лекций. Если по каким-либо вопросам у студента недостаточно информации в лекционных материалах, то необходимо получить информацию из раздаточных материалов и/или учебников (литературы), рекомендованных для изучения дисциплины «*Экономика и организация геологоразведочных работ*».

Целесообразно также дополнить конспект лекций наиболее существенными и важными тезисами для рассматриваемого вопроса;

2. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий особое внимание необходимо уделять схемам, рисункам, графикам и другим иллюстрациям, так как подобные графические материалы, как правило, в наглядной форме отражают главное содержание изучаемого вопроса;

3. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *экзамене* (в случаях, когда отсутствует иллюстративный материал) особое внимание необходимо обращать на наличие в тексте словосочетаний вида «во-первых», «во-вторых» и т.д., а также дефисов и перечислений (цифровых или буквенных), так как эти признаки, как правило, позволяют структурировать ответ на предложенное задание.

Подобную текстовую структуризацию материала слушатель может трансформировать в рисунки, схемы и т. п. для более краткого, наглядного и удобного восприятия (иллюстрации целесообразно отразить в конспекте лекций – это позволит оперативно и быстро найти, в случае необходимости, соответствующую информацию);

1. следует также обращать внимание при изучении материала для подготовки к *экзамену* на словосочетания вида «таким образом», «подводя итог сказанному» и т.п., так как это признаки выражения главных мыслей и выводов по изучаемому вопросу (пункту, разделу). В отдельных случаях выводы по теме (разделу, главе) позволяют полностью построить (восстановить, воссоздать) ответ на поставленный вопрос (задание), так как содержат в себе основные мысли и тезисы для ответа.

При подготовке к тестированию в процессе экзамена необходимо учитывать следующее.

Тесты – это вопросы или задания, предусматривающие конкретный, краткий, четкий ответна имеющиеся эталоны ответов. При самостоятельной подготовке к тестированию студенту необходимо:

1. готовясь к тестированию, проработать информационный материал по дисциплине; проконсультироваться с преподавателем по вопросу выбора учебной литературы;

2. четко выяснить все условия тестирования заранее. Студент должен знать, сколько тестов ему будет предложено, сколько времени отводится на тестирование, какова система оценки результатов и т. д.;

3. приступая к работе с тестами, внимательно и до конца нужно прочитать вопрос и предлагаемые варианты ответов; выбрать правильные (их может быть несколько); на отдельном листке ответов вписать цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам;

- в процессе решения желательно применять несколько подходов в решении задания. Это позволяет максимально гибко оперировать методами решения, находя каждый раз оптимальный вариант;

- не нужно тратить слишком много времени на трудный вопрос, нужно переходить к другим тестовым заданиям; к трудному вопросу можно обратиться в конце;

- обязательно необходимо оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

Министерство науки и высшего образования РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А. Уточов

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

ФИЛОСОФИЯ

Направление подготовки
05.03.01 *Геология*

Профиль
Гидрогеология, инженерная геология и геоэкология

год набора: 2023

Авторы: Гладкова И. В., доцент, к.ф.н.

Одобрена на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией
Философии и культурологии	Факультета геологии и геофизики
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____	Председатель _____
(подпись)	*(подпись)*
Беляев В. П.	Бондарев В. И.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 07.09.2022	Протокол № 1 от 13.09.2022
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
1	Методические рекомендации по работе с текстом лекций	5
2	Методические рекомендации по подготовке к опросу	8
3	Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)	9
4	Методические рекомендации по написанию эссе	11
5	Методические рекомендации по подготовке к семинарским занятиям	14
6	Методические рекомендации по подготовке к дискуссии	15
7	Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	17
	Заключение	20
	Список использованных источников	21

ВВЕДЕНИЕ

Инициативная самостоятельная работа студента есть неотъемлемая составная часть учебы в вузе. В современном формате высшего образования значительно возрастает роль самостоятельной работы студента. Правильно спланированная и организованная самостоятельная работа обеспечивает достижение высоких результатов в учебе.

Самостоятельная работа студента (СРС) - это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия, при сохранении ведущей роли студентов.

Целью СРС является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками по профилю будущей специальности, опытом творческой, исследовательской деятельности, развитие самостоятельности. Ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровней. Самостоятельная работа студента – важнейшая составная часть учебного процесса, обязательная для каждого студента, объем которой определяется учебным планом. Методологическую основу СРС составляет деятельностный подход, при котором цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, т. е. на реальные ситуации, в которых студентам надо проявить знание конкретной дисциплины. Предметно и содержательно СРС определяется государственным образовательным стандартом, действующими учебными планами и образовательными программами различных форм обучения, рабочими программами учебных дисциплин, средствами обеспечения СРС: учебниками, учебными пособиями и методическими руководствами, учебно-программными комплексами и т.д.

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

Самостоятельная работа студента - это особым образом организованная деятельность, включающая в свою структуру такие компоненты, как:

- уяснение цели и поставленной учебной задачи;
- четкое и системное планирование самостоятельной работы;
- поиск необходимой учебной и научной информации;
- освоение информации и ее логическая переработка;

- использование методов исследовательской, научно-исследовательской работы для решения поставленных задач;
- выработка собственной позиции по поводу полученной задачи;
- представление, обоснование и защита полученного решения;
- проведение самоанализа и самоконтроля.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы: аудиторная и внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию: текущие консультации, коллоквиум, прием и разбор домашних заданий и другие.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия: подготовка презентаций, составление глоссария, подготовка к практическим занятиям, подготовка рецензий, аннотаций на статью, подготовка к дискуссиям, круглым столам.

СРС может включать следующие формы работ:

- изучение лекционного материала;
- работа с источниками литературы: поиск, подбор и обзор литературы и электронных источников информации по заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий, выдаваемых на практических занятиях: тестов, докладов, контрольных работ и других форм текущего контроля;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельное изучение; подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к контрольной работе или коллоквиуму;
- подготовка к зачету, экзамену, другим аттестациям;
- написание реферата, эссе по заданной проблем;
- выполнение расчетно-графической работы;
- выполнение выполнение курсовой работы или проекта;
- анализ научной публикации по определенной преподавателем теме, ее реферирование;
- исследовательская работа и участие в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения. Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

Подготовка к самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

.

1. Методические рекомендации по работе с текстом лекций

На лекционных занятиях необходимо конспектировать учебный материал. Обращать внимание на формулировки, определения, раскрывающие содержание тех или иных понятий, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском мастерстве. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента, и помогает усвоить учебный материал.

Желательно оставлять в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений, фиксировать вопросы, вызывающие личный интерес, варианты ответов на них, сомнения, проблемы, спорные положения. Рекомендуется вести записи на одной стороне листа, оставляя вторую сторону для размышлений, разборов, вопросов, ответов на них, для фиксирования деталей темы или связанных с ней фактов, которые припоминаются самим студентом в ходе слушания.

Слушание лекций - сложный вид интеллектуальной деятельности, успех которой обусловлен *умением слушать*, и стремлением воспринимать материал, нужное записывая в тетрадь. Запись лекции помогает сосредоточить внимание на главном, в ходе самой лекции продумать и осмыслить услышанное, осознать план и логику изложения материала преподавателем.

Такая работа нередко вызывает трудности у студентов: некоторые стремятся записывать все дословно, другие пишут отрывочно, хаотично. Чтобы избежать этих ошибок, целесообразно придерживаться ряда правил.

1. После записи ориентирующих и направляющих внимание данных (тема, цель, план лекции, рекомендованная литература) важно попытаться проследить, как они раскрываются в содержании, подкрепляются формулировками, доказательствами, а затем и выводами.

2. Записывать следует основные положения и доказывающие их аргументы, наиболее яркие примеры и факты, поставленные преподавателем вопросы для самостоятельной проработки.

3. Стремиться к четкости записи, ее последовательности, выделяя темы, подтемы, вопросы и подвопросы, используя цифровую и буквенную нумерацию (римские и арабские цифры, большие и малые буквы), красные строки, выделение абзацев, подчеркивание главного и т.д.

Форма записи материала может быть различной - в зависимости от специфики изучаемого предмета. Это может быть стиль учебной программы (назывные предложения), уместны и свои краткие пояснения к записям.

Студентам не следует подробно записывать на лекции «все подряд», но обязательно фиксировать то, что преподаватели диктуют – это базовый конспект, содержащий основные положения лекции: определения, выводы, параметры, критерии, аксиомы, постулаты, парадигмы, концепции, ситуации, а также мысли-маяки (ими часто являются афоризмы, цитаты, остроумные изречения). Запись лекции лучше вести в сжатой форме, короткими и четкими фразами. Каждому студенту полезно выработать свою систему сокращений, в которой он мог бы разобраться легко и безошибочно.

Даже отлично записанная лекция предполагает дальнейшую самостоятельную работу над ней (осмысление ее содержания, логической структуры, выводов). С целью доработки конспекта лекции необходимо в первую очередь прочитать записи, восстановить текст в памяти, а также исправить описки, расшифровать не принятые ранее сокращения, заполнить пропущенные места, понять текст, вникнуть в его смысл. Далее прочитать материал по рекомендуемой литературе, разрешая в ходе чтения возникшие ранее затруднения, вопросы, а также дополняя и исправляя свои записи. В ходе доработки конспекта углубляются, расширяются и закрепляются знания, а также дополняется, исправляется и совершенствуется конспект. Доработанный конспект и

рекомендуемая литература используется при подготовке к практическому занятию. Знание лекционного материала при подготовке к практическому занятию обязательно.

Особенно важно в процессе самостоятельной работы над лекцией выделить новый понятийный аппарат, уяснить суть новых понятий, при необходимости обратиться к словарям и другим источникам, заодно устранив неточности в записях. Главное - вести конспект аккуратно и регулярно, только в этом случае он сможет стать подспорьем в изучении дисциплины.

Работа над лекцией стимулирует самостоятельный поиск ответов на самые различные вопросы: над какими понятиями следует поработать, какие обобщения сделать, какой дополнительный материал привлечь.

Важным средством, направляющим самообразование, является выполнение различных заданий по тексту лекции, например, составление ее развернутого плана или тезисов; ответы на вопросы проблемного характера, (скажем, об основных тенденциях развития той или иной проблемы); составление проверочных тесты по проблеме, написание по ней реферата, составление графических схем.

По своим задачам лекции могут быть разных жанров: *установочная лекция* вводит в изучение курса, предмета, проблем (что и как изучать), а *обобщающая лекция* позволяет подвести итог (зачем изучать), выделить главное, усвоить законы развития знания, преемственности, новаторства, чтобы применить обобщенный позитивный опыт к решению современных практических задач. Обобщающая лекция ориентирует в истории и современном состоянии научной проблемы.

В процессе освоения материалов обобщающих лекций студенты могут выполнять задания разного уровня. Например: задания *репродуктивного* уровня (составить развернутый план обобщающей лекции, составить тезисы по материалам лекции); задания *продуктивного* уровня (ответить на вопросы проблемного характера, составить опорный конспект по схеме, выявить основные тенденции развития проблемы); задания *творческого* уровня (составить проверочные тесты по теме, защитить реферат и графические темы по данной проблеме). Обращение к ранее изученному материалу не только помогает восстановить в памяти известные положения, выводы, но и приводит разрозненные знания в систему, углубляет и расширяет их. Каждый возврат к старому материалу позволяет найти в нем что-то новое, переосмыслить его с иных позиций, определить для него наиболее подходящее место в уже имеющейся системе знаний.

.

2. Методические указания по подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

Письменный опрос

Письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента. При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

Устный опрос

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются для освещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии [1].

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).
8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)[2].

---

[1] Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

[2]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. Объем временина на подготовку к устному опросу зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

3.Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)

Доклад – публичное сообщение по заданной теме, представляющее собой развернутое изложение на определенную тему, вид самостоятельной работы, который используется в учебных и внеаудиторных занятиях и способствует формированию навыков исследовательской работы, освоению методов научного познания, приобретению навыков публичного выступления, расширяет познавательные интересы, приучает критически мыслить.

При подготовке доклада используется дополнительная литература, систематизируется материал. Работа над докладом не только позволяет учащемуся приобрести новые знания, но и способствует формированию важных научно-исследовательских навыков самостоятельной работы с научной литературой, что повышает познавательный интерес к научному познанию.

Приветствуется использование мультимедийных технологий, подготовка докладов-презентаций.

Доклад должен соответствовать следующим требованиям:

- тема доклада должна быть согласованна с преподавателем и соответствовать теме занятия;

- иллюстрации (слайды в презентации) должны быть достаточными, но не чрезмерными;

- материалы, которыми пользуется студент при подготовке доклада-презентации, должны тсоответствовать научно-методическим требованиям ВУЗа и быть указаны в докладе;

- необходимо соблюдать регламент: 7-10 минут выступления.

Преподаватель может дать тему сразу нескольким студентам одной группы, по принципу: докладчик и оппонент. Студенты могут подготовить два выступления с противоположными точками зрения и устроить дискуссию по проблемной теме. Докладчики и содокладчики во многом определяют содержание, стиль, активность данного занятия, для этого необходимо:

- использовать технические средства;
- знать и хорошо ориентироваться в теме всей презентации (семинара);
- уметь дискутировать и быстро отвечать на вопросы;
- четко выполнять установленный регламент: докладчик - 7-10 мин.; содокладчик - 5 мин.; дискуссия - 10 мин;
- иметь представление о композиционной структуре доклада.

После выступления докладчик и содокладчик, должны ответить на вопросы слушателей.

В подготовке доклада выделяют следующие этапы:

1. Определение цели доклада: информировать, объяснить, обсудить что-то (проблему, решение, ситуацию и т. п.)

2. Подбор литературы, иллюстративных примеров.

3. Составление плана доклада, систематизация материала, композиционное оформление доклада в виде печатного /рукописного текста и электронной презентации.

Общая структура доклада

Построение доклада включает три части: вступление, основную часть и заключение.

Вступление.

Вступление должно содержать:

- название презентации (доклада);
- сообщение основной идеи;
- обоснование актуальности обсуждаемого вопроса;

- современную оценку предмета изложения;
- краткое перечисление рассматриваемых вопросов;
- живую интересную форму изложения;
- акцентирование оригинальности подхода.

Основная часть.

Основная часть состоит из нескольких разделов, постепенно раскрывающих тему. Возможно использование иллюстрации (графики, диаграммы, фотографии, карты, рисунки) Если необходимо, для обоснования темы используется ссылка на источники с доказательствами, взятыми из литературы (цитирование авторов, указание цифр, фактов, определений). Изложение материала должно быть связным, последовательным, доказательным.

Задача основной части - представить достаточно данных для того, чтобы слушатели и заинтересовались темой и захотели ознакомиться с материалами. При этом логическая структура теоретического блока не должны даваться без наглядных пособий, аудио-визуальных и визуальных материалов.

Заключение.

Заключение - это ясное четкое обобщение, в котором подводятся итоги, формулируются главные выводы, подчеркивается значение рассмотренной проблемы, предлагаются самые важные практические рекомендации. Требования к оформлению доклада. Объем машинописного текста доклада должен быть рассчитан на произнесение доклада в течение 7 -10 минут (3-5 машинописных листа текста с докладом).

Доклад оценивается по следующим критериям:

Критерии оценки доклада, сообщения	*Количество баллов*
Содержательность, информационная насыщенность доклада	2
Наличие аргументов	2
Наличие выводов	2
Наличие презентации доклада	2
Владение профессиональной лексикой	2
Итого:	10

Электронные презентации выполняются в программе MS PowerPoint в виде слайдов в следующем порядке: • титульный лист с заголовком темы и автором исполнения презентации; • план презентации (5-6 пунктов - это максимум); • основная часть (не более 10 слайдов); • заключение (вывод). Общие требования к стилевому оформлению презентации: • дизайн должен быть простым и лаконичным; • основная цель - читаемость, а не субъективная красота; цветовая гамма должна состоять не более чем из двух-трех цветов; • всегда должно быть два типа слайдов: для титульных и для основного текста; • размер шрифта должен быть: 24–54 пункта (заголовок), 18–36 пунктов (обычный текст); • текст должен быть свернут до ключевых слов и фраз. Полные развернутые предложения на слайдах таких презентаций используются только при цитировании; каждый слайд должен иметь заголовок; • все слайды должны быть выдержаны в одном стиле; • на каждом слайде должно быть не более трех иллюстраций; • слайды должны быть пронумерованы с указанием общего количества слайдов

4. Методические рекомендации по написанию эссе

Эссе - это самостоятельная письменная работа на тему, предложенную преподавателем. Цель эссе состоит в развитии навыков самостоятельного творческого мышления и письменного изложения собственных мыслей. Писать эссе чрезвычайно полезно, поскольку это позволяет автору научиться четко и грамотно формулировать мысли, структурировать информацию, использовать основные категории анализа, выделять причинно-следственные связи, иллюстрировать понятия соответствующими примерами, аргументировать свои выводы; овладеть научным стилем речи.

Эссе должно содержать: четкое изложение сути поставленной проблемы, включать самостоятельно проведенный анализ этой проблемы с использованием концепций и аналитического инструментария, рассматриваемого в рамках дисциплины, выводы, обобщающие авторскую позицию по поставленной проблеме. В зависимости от специфики дисциплины формы эссе могут значительно дифференцироваться. В некоторых случаях это может быть анализ имеющихся статистических данных по изучаемой проблеме, анализ материалов из средств массовой информации и использованием изучаемых моделей, подробный разбор предложенной задачи с развернутыми мнениями, подбор и детальный анализ примеров, иллюстрирующих проблему и т.д.

Построение эссе - это ответ на вопрос или раскрытие темы, которое основано на классической системе доказательств.

Структура эссе

1. *Титульный лист* (заполняется по единой форме);

2. *Введение* - суть и обоснование выбора данной темы, состоит из ряда компонентов, связанных логически и стилистически.

На этом этапе очень важно правильно *сформулировать вопрос, на который вы собираетесь найти ответ в ходе своего исследования.*

3. *Основная часть* - теоретические основы выбранной проблемы и изложение основного вопроса.

Данная часть предполагает развитие аргументации и анализа, а также обоснование их, исходя из имеющихся данных, других аргументов и позиций по этому вопросу. В этом заключается основное содержание эссе и это представляет собой главную трудность. Поэтому важное значение имеют подзаголовки, на основе которых осуществляется структурирование аргументации; именно здесь необходимо обосновать (логически, используя данные или строгие рассуждения) предлагаемую аргументацию/анализ. Там, где это необходимо, в качестве аналитического инструмента можно использовать графики, диаграммы и таблицы.

В зависимости от поставленного вопроса анализ проводится на основе следующих категорий:

Причина - следствие, общее - особенное, форма - содержание, часть - целое, постоянство - изменчивость.

В процессе построения эссе необходимо помнить, что один параграф должен содержать только одно утверждение и соответствующее доказательство, подкрепленное графическим и иллюстративным материалом. Следовательно, наполняя содержанием разделы аргументацией (соответствующей подзаголовкам), необходимо в пределах параграфа ограничить себя рассмотрением одной главной мысли.

Хорошо проверенный (и для большинства — совершено необходимый) способ построения любого эссе - использование подзаголовков для обозначения ключевых моментов аргументированного изложения: это помогает посмотреть на то, что предполагается сделать (и ответить на вопрос, хорош ли замысел). Такой подход поможет следовать точно определенной цели в данном исследовании. Эффективное использование подзаголовков - не только обозначение основных пунктов, которые необходимо осветить.

Их последовательность может также свидетельствовать о наличии или отсутствии логичности в освещении темы.

4. *Заключение* - обобщения и аргументированные выводы по теме с указанием области ее применения и т.д. Подытоживает эссе или еще раз вносит пояснения, подкрепляет смысл и значение изложенного в основной части. Методы, рекомендуемые для составления заключения: повторение, иллюстрация, цитата, впечатляющее утверждение. Заключение может содержать такой очень важный, дополняющий эссе элемент, как указание на применение (импликацию) исследования, не исключая взаимосвязи с другими проблемами.

Структура аппарата доказательств, необходимых для написания эссе

Доказательство - это совокупность логических приемов обоснования истинности какого-либо суждения с помощью других истинных и связанных с ним суждений. Оно связано с убеждением, но не тождественно ему: аргументация или доказательство должны основываться на данных науки и общественно-исторической практики, убеждения же могут быть основаны на предрассудках, неосведомленности людей в вопросах экономики и политики, видимости доказательности. Другими словами, доказательство или аргументация - это рассуждение, использующее факты, истинные суждения, научные данные и убеждающее нас в истинности того, о чем идет речь.

Структура любого доказательства включает в себя три составляющие: тезис, аргументы и выводы или оценочные суждения.

Тезис - это положение (суждение), которое требуется доказать. *Аргументы* - это категории, которыми пользуются при доказательстве истинности тезиса. *Вывод* - это мнение, основанное на анализе фактов. *Оценочные суждения* - это мнения, основанные на наших убеждениях, верованиях или взглядах. *Аргументы* обычно делятся на следующие группы:

1. *Удостоверенные факты* — фактический материал (или статистические данные).
2. *Определения* в процессе аргументации используются как описание понятий, связанных с тезисом.
3. *Законы* науки и ранее доказанные теоремы тоже могут использоваться как аргументы доказательства.

Требования к фактическим данным и другим источникам

При написании эссе чрезвычайно важно то, как используются эмпирические данные и другие источники (особенно качество чтения). Все (фактические) данные соотносятся с конкретным временем и местом, поэтому прежде, чем их использовать, необходимо убедится в том, что они соответствуют необходимому для исследований времени и месту. Соответствующая спецификация данных по времени и месту — один из способов, который может предотвратить чрезмерное обобщение, результатом которого может, например, стать предположение о том, что все страны по некоторым важным аспектам одинаковы (если вы так полагаете, тогда это должно быть доказано, а не быть голословным утверждением).

Всегда можно избежать чрезмерного обобщения, если помнить, что в рамках эссе используемые данные являются иллюстративным материалом, а не заключительным актом, т.е. они подтверждают аргументы и рассуждения и свидетельствуют о том, что автор умеет использовать данные должным образом. Нельзя забывать также, что данные, касающиеся спорных вопросов, всегда подвергаются сомнению. От автора не ждут определенного или окончательного ответа. Необходимо понять сущность фактического материала, связанного с этим вопросом (соответствующие индикаторы? насколько надежны данные для построения таких индикаторов? к какому заключению можно прийти на основании имеющихся данных и индикаторов относительно причин и следствий? и т.д.), и продемонстрировать это в эссе. Нельзя ссылаться на работы, которые автор эссе не читал сам.

Как подготовить и написать эссе?

Качество любого эссе зависит от трех взаимосвязанных составляющих, таких как:

1. Исходный материал, который будет использован (конспекты прочитанной литературы, лекций, записи результатов дискуссий, собственные соображения и накопленный опыт по данной проблеме).

2. Качество обработки имеющегося исходного материала (его организация, аргументация и доводы).

3. Аргументация (насколько точно она соотносится с поднятыми в эссе проблемами).

Процесс написания эссе можно разбить на несколько стадий: обдумывание - планирование - написание - проверка - правка.

Планирование - определение цели, основных идей, источников информации, сроков окончания и представления работы.

Цель должна определять действия.

Идеи, как и цели, могут быть конкретными и общими, более абстрактными. Мысли, чувства, взгляды и представления могут быть выражены в форме аналогий, ассоциации, предположений, рассуждений, суждений, аргументов, доводов и т.д.

Аналогии - выявление идеи и создание представлений, связь элементов значений.

Ассоциации - отражение взаимосвязей предметов и явлений действительности в форме закономерной связи между нервно - психическими явлениями (в ответ на тот или иной словесный стимул выдать «первую пришедшую в голову» реакцию).

Предположения - утверждение, не подтвержденное никакими доказательствами.

Рассуждения - формулировка и доказательство мнений.

Аргументация - ряд связанных между собой суждений, которые высказываются для того, чтобы убедить читателя (слушателя) в верности (истинности) тезиса, точки зрения, позиции.

Суждение - фраза или предложение, для которого имеет смысл вопрос: истинно или ложно?

Доводы - обоснование того, что заключение верно абсолютно или с какой-либо долей вероятности. В качестве доводов используются факты, ссылки на авторитеты, заведомо истинные суждения (законы, аксиомы и т.п.), доказательства (прямые, косвенные, «от противного», «методом исключения») и т.д.

Перечень, который получится в результате перечисления идей, поможет определить, какие из них нуждаются в особенной аргументации.

*Источники***.** Тема эссе подскажет, где искать нужный материал. Обычно пользуются библиотекой, Интернет-ресурсами, словарями, справочниками. Пересмотр означает редактирование текста с ориентацией на качество и эффективность.

Качество текста складывается из четырех основных компонентов: ясности мысли, внятности, грамотности и корректности.

Мысль - это содержание написанного. Необходимо четко и ясно формулировать идеи, которые хотите выразить, в противном случае вам не удастся донести эти идеи и сведения до окружающих.

Внятность - это доступность текста для понимания. Легче всего ее можно достичь, пользуясь логично и последовательно тщательно выбранными словами, фразами и взаимосвязанными абзацами, раскрывающими тему.

Грамотность отражает соблюдение норм грамматики и правописания. Если в чем-то сомневаетесь, загляните в учебник, справьтесь в словаре или руководстве по стилистике или дайте прочитать написанное человеку, чья манера писать вам нравится.

Корректность — это стиль написанного. Стиль определятся жанром, структурой работы, целями, которые ставит перед собой пишущий, читателями, к которым он обращается.

5. Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой *дискуссию* в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие подведением итогоа обсуждения, заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия, демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Готовясь к конкретной теме занятия следует ознакомиться с новыми официальными документами, статьями в периодических журналах, вновь вышедшими монографиями.

6. Методические рекомендации по подготовке к дискуссии

Современная практика предлагает широкий круг типов семинарских занятий. Среди них особое место занимает *семинар-дискуссия,* где в диалоге хорошо усваивается новая информация, видны убеждения студента, обсуждаются противоречия (явные и скрытые) и недостатки. Для обсуждения берутся конкретные актуальные вопросы, с которыми студенты предварительно ознакомлены. Дискуссия является одной из наиболее эффективных технологий группового взаимодействия, обладающей особыми возможностями в обучении, развитии и воспитании будущего специалиста.

Дискуссия (от лат. discussio - рассмотрение, исследование) - способ организации совместной деятельности с целью интенсификации процесса принятия решений в группе посредством обсуждения какого-либо вопроса или проблемы.

Дискуссия обеспечивает активное включение студентов в поиск истины; создает условия для открытого выражения ими своих мыслей, позиций, отношений к обсуждаемой теме и обладает особой возможностью воздействия на установки ее участников в процессе группового взаимодействия. Дискуссию можно рассматривать как *метод интерактивного обучения* и как особую технологию, включающую в себя другие методы и приемы обучения: «мозговой штурм», «анализ ситуаций» и т.д.

Обучающий эффект дискуссии определяется предоставляемой участнику возможностью получить разнообразную информацию от собеседников, продемонстрировать и повысить свою компетентность, проверить и уточнить свои представления и взгляды на обсуждаемую проблему, применить имеющиеся знания в процессе совместного решения учебных и профессиональных задач.

Развивающая функция дискуссии связана со стимулированием творчества обучающихся, развитием их способности к анализу информации и аргументированному, логически выстроенному доказательству своих идей и взглядов, с повышением коммуникативной активности студентов, их эмоциональной включенности в учебный процесс.

Влияние дискуссии на личностное становление студента обусловливается ее целостно - ориентирующей направленностью, созданием благоприятных условий для проявления индивидуальности, самоопределения в существующих точках зрения на определенную проблему, выбора своей позиции; для формирования умения взаимодействовать с другими, слушать и слышать окружающих, уважать чужие убеждения, принимать оппонента, находить точки соприкосновения, соотносить и согласовывать свою позицию с позициями других участников обсуждения.

Безусловно, наличие оппонентов, противоположных точек зрения всегда обостряет дискуссию, повышает ее продуктивность, позволяет создавать с их помощью конструктивный конфликт для более эффективного решения обсуждаемых проблем.

Существует несколько видов дискуссий, использование того или иного типа дискуссии зависит от характера обсуждаемой проблемы и целей дискуссии.

Дискуссия- диалог чаще всего применяется для совместного обсуждения учебных и производственных проблем, решение которых может быть достигнуто путем взаимодополнения, группового взаимодействия по принципу «индивидуальных вкладов» или на основе согласования различных точек зрения, достижения консенсуса.

Дискуссия - спор используется для всестороннего рассмотрения сложных проблем, не имеющих однозначного решения даже в науке, социальной, политической жизни, производственной практике и т.д. Она построена на принципе «позиционного противостояния» и ее цель - не столько решить проблему, сколько побудить участников дискуссии задуматься над проблемой, уточнить и определить свою позицию; научить аргументировано отстаивать свою точку зрения и в то же время осознать право других иметь свой взгляд на эту проблему, быть индивидуальностью.

Условия эффективного проведения дискуссии:

- информированность и подготовленность студентов к дискуссии,

- свободное владение материалом, привлечение различных источников для аргументации отстаиваемых положений;

- правильное употребление понятий, используемых в дискуссии, их единообразное понимание;

- корректность поведения, недопустимость высказываний, задевающих личность оппонента; установление регламента выступления участников;

- полная включенность группы в дискуссию, участие каждого студента в ней.

Подготовка студентов к дискуссии: если тема объявлена заранее, то следует ознакомиться с указанной литературой, необходимыми справочными материалами, продумать свою позицию, четко сформулировать аргументацию, выписать цитаты, мнения специалистов.

В проведении дискуссии выделяется несколько этапов.

Этап 1-й, введение в дискуссию: формулирование проблемы и целей дискуссии;

определение значимости проблемы, совместная выработка правил дискуссии; выяснение однозначности понимания темы дискуссии, используемых в ней терминов, понятий.

Этап 2-й, обсуждение проблемы: обмен участниками мнениями по каждому вопросу. Цель этапа - собрать максимум мнений, идей, предложений, соотнося их друг с другом.

Этап 3-й, подведение итогов обсуждения: выработка студентами согласованного мнения и принятие группового решения.

Далее подводятся итоги дискуссии, заслушиваются и защищаются проектные задания. После этого проводится "мозговой штурм" по нерешенным проблемам дискуссии, а также выявляются прикладные аспекты, которые можно рекомендовать для включения в курсовые и дипломные работы или в апробацию на практике.

Семинары-дискуссии проводятся с целью выявления мнения студентов по актуальным и проблемным вопросам.

7. Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

Экзамен (зачет) - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неусвоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь

на то, что это не попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала. кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неутомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины. Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или и учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На

консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальный сон, иначе в день экзамена не будет чувства бодрости и уверенности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства.

Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

1) систематическая самостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;

2) добросовестное выполнение заданий;

3) выяснение и уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;

4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

5) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам философии.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально - ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

2. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

3. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности (на материале немецкого языка): Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А. Уноров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Б1.О.02.01 ВСЕОБЩАЯ ИСТОРИЯ

Направление подготовки
05.03.01 Геология

Направленность (профиль)
Гидрогеология, инженерная геология и геоэкология

Автор: Абрамов С.М.

Одобрена на заседании кафедры

Управления персоналом
(название кафедры)

Зав.кафедрой _____
(подпись)

Абрамов С.М.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 07.09.2022
(Дата)

Рассмотрена методической комиссией

Факультета геологии и геофизики
(название факультета)

Председатель _____
(подпись)

Бондарев В.И.
(Фамилия И. О.)

Протокол № 1 от 13.09.2022
(Дата)

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ……..……..3

САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ…….……7

ПОДГОТОВКА К ДОКЛАДУ…….11

ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ...14

ПОДГОТОВКА К ТЕСТИРОВАНИЮ……19

ПОДГОТОВКА К ОПРОСУ…….....20

ПОДГОТОВКА К РЕШЕНИЮ КЕЙСОВ……..22

ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ……25

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа в высшем учебном заведении – это часть учебного процесса, метод обучения, прием учебно-познавательной деятельности, комплексная целевая стандартизованная учебная деятельность с запланированными видом, типом, формами контроля.

Самостоятельная работа представляет собой плановую деятельность обучающихся по поручению и под методическим руководством преподавателя.

Целью самостоятельной работы студентов является закрепление тех знаний, которые они получили на аудиторных занятиях, а также способствование развитию у студентов творческих навыков, инициативы, умению организовать свое время.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- предполагает освоение курса дисциплины;
- помогает освоению навыков учебной и научной работы;
- способствует осознанию ответственности процесса познания;
- способствует углублению и пополнению знаний студентов, освоению ими навыков и умений;
- формирует интерес к познавательным действиям, освоению методов и приемов познавательного процесса,
- создает условия для творческой и научной деятельности обучающихся;
- способствует развитию у студентов таких личных качеств, как целеустремленность, заинтересованность, исследование нового.

Самостоятельная работа обучающегося выполняет следующие функции:

- развивающую (повышение культуры умственного труда, приобщение к творческим видам деятельности, обогащение интеллектуальных способностей студентов);
- информационно-обучающую (учебная деятельность студентов на аудиторных занятиях, неподкрепленная самостоятельной работой, становится мало результативной);
- ориентирующую и стимулирующую (процессу обучения придается ускорение и мотивация);
- воспитательную (формируются и развиваются профессиональные качества бакалавра и гражданина);
- исследовательскую (новый уровень профессионально-творческого мышления).

Организация самостоятельной работы студентов должна опираться на определенные требования, а, именно:

- сложность осваиваемых знаний должна соответствовать уровню развития студентов;
- стандартизация заданий в соответствии с логической системой курса дисциплины;
- объем задания должен соответствовать уровню студента;

- задания должны быть адаптированными к уровню студентов.

Содержание самостоятельной работы студентов представляет собой, с одной стороны, совокупность теоретических и практических учебных заданий, которые должен выполнить студент в процессе обучения, объект его деятельности; с другой стороны – это способ деятельности студента по выполнению соответствующего теоретического или практического учебного задания.

Свое внешнее выражение содержание самостоятельной работы студентов находит во всех организационных формах аудиторной и внеаудиторной деятельности, в ходе самостоятельного выполнения различных заданий.

Функциональное предназначение самостоятельной работы студентов в процессе практических занятий по овладению специальными знаниями заключается в самостоятельном прочтении, просмотре, прослушивании, наблюдении, конспектировании, осмыслении, запоминании и воспроизведении определенной информации. Цель и планирование самостоятельной работы студента определяет преподаватель. Вся информация осуществляется на основе ее воспроизведения.

Так как самостоятельная работа тесно связана с учебным процессом, ее необходимо рассматривать в двух аспектах:

1. аудиторная самостоятельная работа – практические занятия;

2. внеаудиторная самостоятельная работа – подготовка к практическим занятиям, подготовка к устному опросу, участию в дискуссиях, решению практико-ориентированных задач и др.

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;

- уровень образования и степень подготовленности студентов;

- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

Таким образом, самостоятельная работа студентов является важнейшей составной частью процесса обучения.

Методические указания по организации самостоятельной работы и задания для обучающихся по дисциплине «Всеобщая История» обращаю внимание студента на главное, существенное в изучаемой дисциплине, помогают выработать умение анализировать явления и факты, связывать теоретические положения с практикой, а также облегчают подготовку к сдаче *зачёта*.

Настоящие методические указания позволят студентам самостоятельно овладеть фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю подготовки, опытом творческой и исследовательской деятельности, и направлены на формирование компетенций, предусмотренных учебным планом поданному профилю.

Видами самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Всеобщая История » являются:

- повторение материала лекций;

- самостоятельное изучение тем курса (в т. ч. рассмотрение основных категорий дисциплины, работа с литературой);

- подготовка к практическим (семинарским) занятиям (в т. ч. подготовка доклада, подготовка к выполнению практико-ориентированного задания);

- подготовка к тестированию;

- решение кейс-задач;

- подготовка контрольной работы;

- подготовка к зачёту.

В методических указаниях представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ

Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка рекомендуемой литературы к дисциплине. При работе с книгой необходимо

научиться правильно ее читать, вести записи. Самостоятельная работа с учебными и научными изданиями профессиональной и общекультурной тематики – это важнейшее условие формирования научного способа познания.

Основные приемы работы с литературой можно свести к следующим:

• составить перечень книг, с которыми следует познакомиться;

• перечень должен быть систематизированным (что необходимо для семинаров, что для экзаменов, что пригодится для написания курсовых и выпускных квалификационных работ (ВКР), а что выходит за рамками официальной учебной деятельности, и расширяет общую культуру);

• обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и выпускных квалификационных работ это позволит экономить время);

• определить, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть;

• при составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями и руководителями ВКР, которые помогут сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время;

• все прочитанные монографии, учебники и научные статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц);

• если книга – собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора;

• следует выработать способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать). Таким образом, чтение текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации.

От того, насколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия. Грамотная работа с книгой, особенно если речь идет о научной литературе, предполагает соблюдение ряда правил, для овладения которыми необходимо настойчиво учиться. Это серьёзный, кропотливый труд. Прежде всего, при такой работе невозможен формальный, поверхностный подход. Не механическое заучивание, не простое накопление цитат, выдержек, а сознательное усвоение прочитанного, осмысление его, стремление дойти до сути – вот главное правило. Другое правило – соблюдение при работе над книгой определенной последовательности. Вначале следует ознакомиться с оглавлением, содержанием предисловия или

введения. Это дает общую ориентировку, представление о структуре и вопросах, которые рассматриваются в книге.

Следующий этап – чтение. Первый раз целесообразно прочитать книгу с начала до конца, чтобы получить о ней цельное представление. При повторном чтении происходит постепенное глубокое осмысление каждой главы, критического материала и позитивного изложения; выделение основных идей, системы аргументов, наиболее ярких примеров и т.д. Непременным правилом чтения должно быть выяснение незнакомых слов, терминов, выражений, неизвестных имен, названий. Студентам с этой целью рекомендуется заводить специальные тетради или блокноты. Важная роль в связи с этим принадлежит библиографической подготовке студентов. Она включает в себя умение активно, быстро пользоваться научным аппаратом книги, справочными изданиями, каталогами, умение вести поиск необходимой информации, обрабатывать и систематизировать ее.

Выделяют четыре основные установки в чтении текста:

- информационно-поисковая (задача – найти, выделить искомую информацию);
- усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить, как сами сведения, излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений);
- аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему);
- творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к тексту связано существование и нескольких видов чтения:

- библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;
- просмотровое – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;
- ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц; цель – познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;
- изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;

- аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач.

Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым, или, в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной и научной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках образовательной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с текстом. Научная методика работы с литературой предусматривает также ведение записи прочитанного. Это позволяет привести в систему знания, полученные при чтении, сосредоточить внимание на главных положениях, зафиксировать, закрепить их в памяти, а при необходимости вновь обратиться к ним.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения.

Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала.

Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала.

Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора.

Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного. Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Как правильно составлять конспект? Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта. Выделите главное, составьте план, представляющий собой перечень заголовков, подзаголовков, вопросов, последовательно раскрываемых затем в конспекте. Это первый элемент конспекта. Вторым элементом конспекта являются тезисы. Тезис - это кратко сформулированное положение. Для лучшего усвоения и запоминания материала следует записывать тезисы своими словами. Тезисы, выдвигаемые в конспекте, нужно доказывать. Поэтому третий элемент конспекта - основные доводы, доказывающие истинность рассматриваемого тезиса. В конспекте могут быть положения и примеры. Законспектируйте

материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Конспектирование - наиболее сложный этап работы. Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы. Конспект ускоряет повторение материала, экономит время при повторном, после определенного перерыва, обращении к уже знакомой работе. Учитывая индивидуальные особенности каждого студента, можно дать лишь некоторые, наиболее оправдавшие себя общие правила, с которыми преподаватель и обязан познакомить студентов:

1. Главное в конспекте не объем, а содержание. В нем должны быть отражены основные принципиальные положения источника, то новое, что внес его автор, основные методологические положения работы. Умение излагать мысли автора сжато, кратко и собственными словами приходит с опытом и знаниями. Но их накоплению помогает соблюдение одного важного правила – не торопиться записывать при первом же чтении, вносить в конспект лишь то, что стало ясным.

2. Форма ведения конспекта может быть самой разнообразной, она может изменяться, совершенствоваться. Но начинаться конспект всегда должен с указания полного наименования работы, фамилии автора, года и места издания; цитаты берутся в кавычки с обязательной ссылкой на страницу книги.

3. Конспект не должен быть «слепым», безликим, состоящим из сплошного текста. Особо важные места, яркие примеры выделяются цветным подчеркиванием, взятием в рамочку, оттенением, пометками на полях специальными знаками, чтобы можно было быстро найти нужное положение. Дополнительные материалы из других источников можно давать на полях, где записываются свои суждения, мысли, появившиеся уже после составления конспекта.

ПОДГОТОВКА ДОКЛАДА

Одной из форм текущего контроля является доклад, который представляет собой продукт самостоятельной работы студента.

Доклад - это публичное выступление по представлению полученных результатов решения определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной темы.

Как правило, в основу доклада ложится анализ литературы по проблеме. Он должен носить характер краткого, но в то же время глубоко аргументированного устного сообщения. В нем студент должен, по возможности, полно осветить различные точки зрения на проблему, выразить собственное мнение, сделать критический анализ теоретического и практического материала.

Подготовка доклада является обязательной для обучающихся, если доклад указан в перечне форм текущего контроля успеваемости в рабочей программе дисциплины.

Доклад должен быть рассчитан на 7-10 минут.

Обычно доклад сопровождается представлением презентации.

Презентация (от англ. «presentation» - представление) - это набор цветных слайдов на определенную тему, который хранится в файле специального формата с расширением PP.

Целью презентации - донести до целевой аудитории полноценную информацию об объекте презентации, изложенной в докладе, в удобной форме.

Перечень примерных тем докладов с презентацией представлен в рабочей программе дисциплины, он выдается обучающимся заблаговременно вместе с методическими указаниями по подготовке. Темы могут распределяться студентами самостоятельно (по желанию), а также закрепляться преподавателем дисциплины.

При подготовке доклада с презентацией обучающийся должен продемонстрировать умение самостоятельного изучения отдельных вопросов, структурирования основных положений рассматриваемых проблем, публичного выступления, позиционирования себя перед коллективом, навыки работы с библиографическими источниками и оформления научных текстов.

В ходе подготовки к докладу с презентацией обучающемуся необходимо:

- выбрать тему и определить цель выступления.

Для этого, остановитесь на теме, которая вызывает у Вас больший интерес; определите цель выступления; подумайте, достаточно ли вы знаете по выбранной теме или проблеме и сможете ли найти необходимый материал;

- осуществить сбор материала к выступлению.

Начинайте подготовку к докладу заранее; обращайтесь к справочникам, энциклопедиям, научной литературе по данной проблеме; записывайте необходимую информацию на отдельных листах или тетради;

- организовать работу с литературой.

При подборе литературы по интересующей теме определить конкретную цель поиска: что известно по данной теме? что хотелось бы узнать? для чего нужна эта информация? как ее можно использовать в практической работе?

- во время изучения литературы следует: записывать вопросы, которые возникают по мере ознакомления с источником, а также ключевые слова, мысли, суждения; представлять наглядные примеры из практики;

- обработать материал.

Учитывайте подготовку и интересы слушателей; излагайте правдивую информацию; все мысли должны быть взаимосвязаны между собой.

При подготовке доклада с презентацией особо необходимо обратить внимание на следующее:

- подготовка доклада начинается с изучения источников, рекомендованных к соответствующему разделу дисциплины, а также специальной литературы для докладчика, список которой можно получить у преподавателя;

- важно также ознакомиться с имеющимися по данной теме монографиями, учебными пособиями, научными информационными статьями, опубликованными в периодической печати.

Относительно небольшой объем текста доклада, лимит времени, отведенного для публичного выступления, обусловливает потребность в тщательном отборе материала, умелом выделении главных положений в содержании доклада, использовании наиболее доказательных фактов и убедительных примеров, исключении повторений и многословия.

Решить эти задачи помогает составление развернутого плана.

План доклада должен содержать следующие главные компоненты: краткое вступление, вопросы и их основные тезисы, заключение, список литературы.

После составления плана можно приступить к написанию текста. Во вступлении важно показать актуальность проблемы, ее практическую значимость. При изложении вопросов темы раскрываются ее основные положения. Материал содержания вопросов полезно располагать в таком порядке: тезис; доказательство тезиса; вывод и т. д.

Тезис - это главное основополагающее утверждение. Он обосновывается путем привлечения необходимых цитат, цифрового материала, ссылок на статьи. При изложении содержания вопросов особое внимание должно быть обращено на раскрытие причинно-следственных связей, логическую последовательность тезисов, а также на формулирование окончательных выводов. Выводы должны быть краткими, точными, достаточно аргументированными всем содержанием доклада.

В процессе подготовки доклада студент может получить консультацию у преподавателя, а в случае необходимости уточнить отдельные положения.

Выступление

При подготовке к докладу перед аудиторией необходимо выбрать способ выступления:

- устное изложение с опорой на конспект (опорой могут также служить заранее подготовленные слайды);
- чтение подготовленного текста.

Чтение заранее написанного текста значительно уменьшает влияние выступления на аудиторию. Запоминание написанного текста заметно сковывает выступающего и привязывает к заранее составленному плану, не давая возможности откликаться на реакцию аудитории.

Короткие фразы легче воспринимаются на слух, чем длинные.

Необходимо избегать сложных предложений, причастных и деепричастных оборотов. Излагая сложный вопрос, нужно постараться передать информацию по частям.

Слова в речи надо произносить четко и понятно, не надо говорить слишком быстро или, наоборот, растягивать слова. Надо произнести четко особенно ударную гласную, что оказывает наибольшее влияние на разборчивость речи.

Пауза в устной речи выполняет ту же роль, что знаки препинания в письменной. После сложных выводов или длинных предложений необходимо сделать паузу, чтобы слушатели могли вдуматься в сказанное или правильно понять сделанные выводы. Если выступающий хочет, чтобы его понимали, то не следует говорить без паузы дольше, чем пять с половиной секунд.

Особое место в выступлении занимает обращение к аудитории. Известно, что обращение к собеседнику по имени создает более доверительный контекст деловой беседы. При публичном выступлении также можно использовать подобные приемы. Так, косвенными обращениями могут служить такие выражения, как «Как Вам известно», «Уверен, что Вас это не оставит равнодушными». Выступающий показывает, что слушатели интересны ему, а это самый простой путь достижения взаимопонимания.

Во время выступления важно постоянно контролировать реакцию слушателей. Внимательность и наблюдательность в сочетании с опытом позволяют оратору уловить настроение публики. Возможно, рассмотрение некоторых вопросов придется сократить или вовсе отказаться от них.

После выступления нужно быть готовым к ответам на возникшие у аудитории вопросы.

Стоит обратить внимание на вербальные и невербальные составляющие общения. Небрежность в жестах недопустима. Жесты могут быть приглашающими, отрицающими, вопросительными, они могут подчеркнуть нюансы выступления.

Презентация

Презентация наглядно сопровождает выступление.

Этапы работы над презентацией могут быть следующими:

- осмыслите тему, выделите вопросы, которые должны быть освещены в рамках данной темы;

- составьте тезисы собранного материала. Подумайте, какая часть информации может быть подкреплена или полностью заменена изображениями, какую информацию можно представить в виде схем;
- подберите иллюстративный материал к презентации: фотографии, рисунки, фрагменты художественных и документальных фильмов, материалы кинохроники, разработайте необходимые схемы;
- подготовленный материал систематизируйте и «упакуйте» в отдельные блоки, которые будут состоять из собственно текста (небольшого по объему), схем, графиков, таблиц и т.д.;
- создайте слайды презентации в соответствии с необходимыми требованиями;
- просмотрите презентацию, оцените ее наглядность, доступность, соответствие языковым нормам.

Требования к оформлению презентации

Компьютерную презентацию, сопровождающую выступление докладчика, удобнее всего подготовить в программе MS Power Point.

Презентация как документ представляет собой последовательность сменяющих друг друга слайдов. Чаще всего демонстрация презентации проецируется на большом экране, реже – раздается собравшимся как печатный материал.

Количество слайдов должно быть пропорционально содержанию и продолжительности выступления (например, для 5-минутного выступления рекомендуется использовать не более 10 слайдов).

На первом слайде обязательно представляется тема выступления и сведения об авторах.

Следующие слайды можно подготовить, используя две различные стратегии их подготовки:

1-я стратегия: на слайды выносится опорный конспект выступления и ключевые слова с тем, чтобы пользоваться ими как планом для выступления. В этом случае к слайдам предъявляются следующие требования:

- объем текста на слайде – не больше 7 строк;
- маркированный/нумерованный список содержит не более 7 элементов;
- отсутствуют знаки пунктуации в конце строк в маркированных и нумерованных списках;
- значимая информация выделяется с помощью цвета, кегля, эффектов анимации.

Особо внимательно необходимо проверить текст на отсутствие ошибок и опечаток. Основная ошибка при выборе данной стратегии состоит в том, что выступающие заменяют свою речь чтением текста со слайдов.

2-я стратегия: на слайды помещается фактический материал (таблицы, графики, фотографии и пр.), который является уместным и достаточным средством наглядности, помогает в раскрытии стержневой идеи выступления. В этом случае к слайдам предъявляются следующие требования:

- выбранные средства визуализации информации (таблицы, схемы, графики и т. д.) соответствуют содержанию;
- использованы иллюстрации хорошего качества (высокого разрешения), с четким изображением (как правило, никто из присутствующих не заинтересован вчитываться в текст на ваших слайдах и всматриваться в мелкие иллюстрации).

Максимальное количество графической информации на одном слайде – 2 рисунка (фотографии, схемы и т.д.) с текстовыми комментариями (не более 2 строк к каждому). Наиболее важная информация должна располагаться в центре экрана.

Обычный слайд, без эффектов анимации, должен демонстрироваться на экране не менее 10 - 15 секунд. За меньшее время аудитория не успеет осознать содержание слайда.

Слайд с анимацией в среднем должен находиться на экране не меньше 40 – 60 секунд (без учета времени на случайно возникшее обсуждение). В связи с этим лучше настроить презентацию не на автоматический показ, а на смену слайдов самим докладчиком.

Особо тщательно необходимо отнестись к оформлению презентации. Для всех слайдов презентации по возможности необходимо использовать один и тот же шаблон оформления, кегль – для заголовков - не меньше 24 пунктов, для информации - не менее 18.

В презентациях не принято ставить переносы в словах.

Наилучшей цветовой гаммой для презентации являются контрастные цвета фона и текста (белый фон – черный текст; темно-синий фон – светло-желтый текст и т. д.).

Лучше не смешивать разные типы шрифтов в одной презентации.

Рекомендуется не злоупотреблять прописными буквами (они читаются хуже).

ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ

Практико-ориентированные задания выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций. Это могут быть ситуации, требующие применения умений и навыков, специфичных для соответствующего профиля обучения (знания содержания предмета), ситуации, требующие организации деятельности, выбора её оптимальной структуры личностно-ориентированных ситуаций (нахождение нестандартного способа решения).

Кроме этого, они выступают средством формирования у студентов умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач. Они строятся на основе ситуаций, возникающих на различных уровнях осуществления практики и формулируются в виде производственных поручений (заданий).

Под практико-ориентированными задания понимают задачи из окружающей действительности, связанные с формированием практических навыков, необходимых в повседневной жизни, в том числе с использованием элементов производственных процессов.

Цель практико-ориентированных заданий – приобретение умений и навыков практической деятельности по изучаемой дисциплине.

Задачи практико-ориентированных заданий:

- закрепление, углубление, расширение и детализация знаний студентов при решении конкретных задач;
- развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;
- овладение новыми методами и методиками изучения конкретной учебной дисциплины;
- обучение приемам решения практических задач;
- выработка способности логического осмысления полученных знаний для выполнения заданий;
- обеспечение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм обучения.

Важными отличительными особенностями практико-ориентированных задания от стандартных задач (предметных, межпредметных, прикладных) являются:

- значимость (познавательная, профессиональная, общекультурная, социальная) получаемого результата, что обеспечивает познавательную мотивацию обучающегося;
- условие задания сформулировано как сюжет, ситуация или проблема, для разрешения которой необходимо использовать знания из разных разделов основного предмета, из другого предмета или из жизни, на которые нет явного указания в тексте задания;
- информация и данные в задании могут быть представлены в различной форме (рисунок, таблица, схема, диаграмма, график и т.д.), что потребует распознавания объектов;
- указание (явное или неявное) области применения результата, полученного при решении задания.

Кроме выделенных четырех характеристик, практико-ориентированные задания имеют следующие:

1. по структуре эти задания – нестандартные, т.е. в структуре задания не все его компоненты полностью определены;

2. наличие избыточных, недостающих или противоречивых данных в условии задания, что приводит к объемной формулировке условия;

3. наличие нескольких способов решения (различная степень рациональности), причем данные способы могут быть неизвестны учащимся, и их потребуется сконструировать.

При выполнении практико-ориентированных заданий следует руководствоваться следующими общими рекомендациями:

- для выполнения практико-ориентированного задания необходимо внимательно прочитать задание, повторить лекционный материал по соответствующей теме, изучить рекомендуемую литературу, в т.ч. дополнительную;

- выполнение практико-ориентированного задания включает постановку задачи, выбор способа решения задания, разработку алгоритма практических действий, программы, рекомендаций, сценария и т. п.;

- если практико-ориентированное задание выдается по вариантам, то получить номер варианта исходных данных у преподавателя; если нет вариантов, то нужно подобрать исходные данные самостоятельно, используя различные источники информации;

- для выполнения практико-ориентированного задания может использоваться метод малых групп. Работа в малых группах предполагает решение определенных образовательных задач в рамках небольших групп с последующим обсуждением полученных результатов. Этот метод развивает навыки сотрудничества, достижения компромиссного решения, аналитические способности.

Примером практико-ориентированного задания по дисциплине «*Всеобщая история*» выступает **анализ исторического документа.**

Алгоритм анализа исторического документа:

1. Происхождение текста.

1.1. Кто написал этот текст?

1.2. Когда он был написан?

1.3. К какому виду источников он относится: письмо, дневник, официальный документ и т.п.?

2. Содержание текста.

Каково содержание текста? Сделайте обзор его структуры. Подчеркните наиболее важные слова, персоналии, события. Если вам не известны какие-то слова, поработайте со словарем.

3. Достоверна ли информация в тексте?

3.1. Свидетелем первой или второй очереди является автор текста? (Если автор присутствовал во время события, им описываемого, то он является первоочередным свидетелем).

3.2. Текст первичен или вторичен? (Первичный текст современен событию, вторичный текст берет информацию из различных

первичных источников. Первичный текст может быть написан автором второй очереди, то есть созданным много позже самого события).
4. Раскройте значение источника и содержащейся в ней информации.
5. Дайте обобщающую оценку данному источнику.
- Когда, где и почему появился закон (сборник законов)?
- Кто автор законов?
- Чьи интересы защищает закон?
- Охарактеризуйте основные положения закона (ссылки на текст, цитирование).
- Сравните с предыдущими законами.
- Что изменилось после введения закона?
- Ваше отношение к этому законодательному акту (справедливость, необходимость и т.д.).

ПОДГОТОВКА К ТЕСТИРОВАНИЮ

Тесты – это вопросы или задания, предусматривающие конкретный, краткий, четкий ответна имеющиеся эталоны ответов. При самостоятельной подготовке к тестированию студенту необходимо:

1. готовясь к тестированию, проработать информационный материал по дисциплине; проконсультироваться с преподавателем по вопросу выбора учебной литературы;

2. четко выяснить все условия тестирования заранее. Студент должен знать, сколько тестов ему будет предложено, сколько времени отводится на тестирование, какова система оценки результатов и т. д.;

3. приступая к работе с тестами, внимательно и до конца нужно прочитать вопрос и предлагаемые варианты ответов; выбрать правильные (их может быть несколько); на отдельном листке ответов вписать цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам;

- в процессе решения желательно применять несколько подходов в решении задания. Это позволяет максимально гибко оперировать методами решения, находя каждый раз оптимальный вариант;

- не нужно тратить слишком много времени на трудный вопрос, нужно переходить к другим тестовым заданиям; к трудному вопросу можно обратиться в конце;

- обязательно необходимо оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

ПОДГОТОВКА К ОПРОСУ

- ***Письменный опрос***

Письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента по данной дисциплине. При подготовке к письменному опросу студент должен внимательно изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе.

- ***Устный опрос***

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются для освещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии.

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала.
8. Рациональность использования времени, отведенного на задание.

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу. Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы.

ПОДГОТОВКА К РЕШЕНИЮ КЕЙСОВ

Целью такого вида самостоятельной работы, как решение кейсов, является формирование умения анализировать в короткие сроки большой

объем неупорядоченной информации, принятие решений в условиях недостаточной информации.

Кейс-задание (англ. case - случай, ситуация) - метод обучения, основанный на разборе практических проблемных ситуаций - кейсов, связанных с конкретным событием или последовательностью событий.

Различают следующие виды кейсов:

- иллюстративные,
- аналитические,
- кейсы, связанные с принятием решений.

Подготовка кейс-задания осуществляется в следующей последовательности:

1) подготовить основной текст с вопросами для обсуждения:

- титульный лист с кратким запоминающимся названием кейса;

- введение, где упоминается герой (герои) кейса, рассказывается об истории вопроса, указывается время начала действия;

- основная часть, где содержится главный массив информации, внутренняя интрига, проблема;

- заключение (в нем решение проблемы, рассматриваемой в кейсе, иногда может быть не завершено);

2) подобрать приложения с подборкой различной информации, передающей общий контекст кейса (документы, публикации, фото, видео и др.);

3) предложить возможное решение проблемы.

Планируемые результаты самостоятельной работы в ходе решения кейсов:

- способность студентов анализировать результаты научных исследований и применять их при решении конкретных исследовательских задач;

- готовность использовать индивидуальные креативные способности для оригинального решения исследовательских задач;

- способность решать нестандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий.

Алгоритм решения кейс-задачи студентом можно представить, как взаимосвязь последовательных действий:

1. Понимание задачи:

- усвоение какой учебной темы предлагает решение кейса;

- какого рода результат требуется;

- нужно ли дать оценку тому, что произошло, или рекомендации в отношении того, что должно произойти;

- если требуется прогноз, на какой период времени вы должны разработать подробный план действий;

- какая форма презентации требуется, каковы требования к ней;

- сколько времени вы должны работать с кейсом?

2. Просмотр кейса. После того как студенты узнали, каких действий от них ждут, они должны "почувствовать" ситуацию кейса:

- посмотреть его содержание, старясь понять основную идею и вид предоставленной информации;

- если на этой стадии возникают вопросы, или "выскакивают" важные мысли, или кажутся подходящими те или иные концепции курса, прочитав текст до конца, следует их выписать;

- после этого прочитать кейс медленнее, отмечая маркером или записывая пункты, которые кажутся существенными.

3. Составление описания как путь изучения ситуации и определения тем. При просмотре кейса вы неизбежно начнете:

- структурировать ситуацию, оценивая одни аспекты как важные, а другие как несущественные;

- определить и отобразить все моменты, которые могли иметь отношение к ситуации. Из них можно построить систему взаимосвязанных проблем, которые сделали ситуацию заслуживающей анализа;

- рассмотреть факторы, находящиеся вне прямого контекста проблемы, поскольку они могут быть чрезвычайно важны;

- выделить "темы" – связанные группы факторов, которые могут воздействовать на каждый аспект ситуации. Например, одна их часть может иметь дело с воспринимаемым низким качеством, другая – с изменениями в поведении конкурента;

- описать ситуацию.

4. Диагностика проблемы. Процесс определения проблемы включает в себя следующие действия:

- вспомнить изученные ранее темы и провести по ним мозговой штурм для выявления потенциально соответствующих кейсу теоретических знаний;

- вертикально структурируйте вопрос, начиная с тех, которые касаются отдельных работников, затем группы или подразделения, организации в целом и, наконец, окружающей среды;

- изучите обстоятельства возникновения ситуации;

- не забывать возвращаться к информации кейса и более внимательно рассматривать факторы, ставшие важными в ходе анализа.

5. Формулировка проблем. На этой стадии следует:

- письменно сформулировать восприятие основных проблем;

- при наличии нескольких проблем следует установить их приоритетность, используя следующие критерии:

- важность – что произойдет, если эта проблема не будет решена;

- срочность – как быстро нужно решить эту проблему;

- иерархическое положение — до какой степени эта проблема является причиной других проблем;

- разрешимость – можете ли вы сделать что-либо для ее решения.

6. Выбор критериев решения проблемы. Сразу после выяснения структуры проблемы следует подумать о критериях выбора решений.

7. Генерирование альтернатив. Важно разработать достаточно широкий круг вариантов решения проблемы, опираясь на известные или изучаемые концепции, чтобы предложить лучшие способы действий, опыт решения

других кейсов, креативные методы (мозговой штурм, аналогия, метафора и др.).

8. Оценка вариантов и выбор наиболее подходящего из них.

- необходимо определите критерии предпочтительности варианта;
- критерии выбора варианта должны быть основаны на том, в какой мере они способствуют решению проблемы в целом, а также по признакам выполнимости, быстроты, эффективности, экономичности;
- каждый из критериев необходимо проанализировать с позиций всех групп интересов;
- при оценке вариантов вы должны подумать о том, как они будут воздействовать не только на центральную проблему, но и на всю ситуацию в целом;
- определите вероятные последствия использования ваших вариантов.

9. Презентация выводов.

ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

При подготовке к *зачёту* по дисциплине «Всеобщая история» обучающемуся рекомендуется:

1. повторить пройденный материал и ответить на вопросы, используя конспект и материалы лекций. Если по каким-либо вопросам у студента недостаточно информации в лекционных материалах, то необходимо получить информацию из раздаточных материалов и/или учебников (литературы), рекомендованных для изучения дисциплины «Всеобщая История».

Целесообразно также дополнить конспект лекций наиболее существенными и важными тезисами для рассматриваемого вопроса;

2. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачете* особое внимание необходимо уделять схемам, рисункам, графикам и другим иллюстрациям, так как подобные графические материалы, как правило, в наглядной форме отражают главное содержание изучаемого вопроса;

3. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачете* (в случаях, когда отсутствует иллюстративный материал) особое внимание необходимо обращать на наличие в тексте словосочетаний вида «во-первых», «во-вторых» и т.д., а также дефисов и перечислений (цифровых или буквенных), так как эти признаки, как правило, позволяют структурировать ответ на предложенное задание.

Подобную текстовую структуризацию материала слушатель может трансформировать в рисунки, схемы и т. п. для более краткого, наглядного и удобного восприятия (иллюстрации целесообразно отразить в конспекте лекций – это позволит оперативно и быстро найти, в случае необходимости, соответствующую информацию);

4. следует также обращать внимание при изучении материала для подготовки к *зачётуу* на словосочетания вида «таким образом», «подводя итог сказанному» и т.п., так как это признаки выражения главных мыслей и выводов по изучаемому вопросу (пункту, разделу). В отдельных случаях выводы по теме (разделу, главе) позволяют полностью построить (восстановить, воссоздать) ответ на поставленный вопрос (задание), так как содержат в себе основные мысли и тезисы для ответа.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-
методическому комплексу
_____ С.Е. Конторов

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Б1.О.02.02 ИСТОРИЯ РОССИИ

Направление подготовки
05.03.01 Геология

Направленность (профиль)
Гидрогеология, инженерная геология и геоэкология

Автор Железникова А.В.

Одобрена на заседании кафедры	Рассмотрена методической комиссией
Управления персоналом	Факультета геологии и геофизики
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав.кафедрой _____ *(подпись)*	Председатель _____ *(подпись)*
Абрамов С.М.	Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И. О.)*
Протокол № 1 от 07.09.2022	Протокол № 1 от 13.09.2022
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ……..….3

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ…….……..…..…….6

ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ……10

САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ…….…..27

ПОДГОТОВКА К ДОКЛАДУ……32

ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ...38

ПОДГОТОВКА К ТЕСТИРОВАНИЮ……..41

ПОДГОТОВКА К НАПИСАНИЮ ЭССЕ…….42

ПОДГОТОВКА К ОПРОСУ……...45

ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ……..47

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа в высшем учебном заведении – это часть учебного процесса, метод обучения, прием учебно-познавательной деятельности, комплексная целевая стандартизованная учебная деятельность с запланированными видом, типом, формами контроля.

Самостоятельная работа представляет собой плановую деятельность обучающихся по поручению и под методическим руководством преподавателя.

Целью самостоятельной работы студентов является закрепление тех знаний, которые они получили на аудиторных занятиях, а также способствование развитию у студентов творческих навыков, инициативы, умению организовать свое время.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- предполагает освоение курса дисциплины;
- помогает освоению навыков учебной и научной работы;
- способствует осознанию ответственности процесса познания;
- способствует углублению и пополнению знаний студентов, освоению ими навыков и умений;
- формирует интерес к познавательным действиям, освоению методов и приемов познавательного процесса,
- создает условия для творческой и научной деятельности обучающихся;
- способствует развитию у студентов таких личных качеств, как целеустремленность, заинтересованность, исследование нового.

Самостоятельная работа обучающегося выполняет следующие функции:

- развивающую (повышение культуры умственного труда, приобщение к творческим видам деятельности, обогащение интеллектуальных способностей студентов);
- информационно-обучающую (учебная деятельность студентов на аудиторных занятиях, неподкрепленная самостоятельной работой, становится мало результативной);
- ориентирующую и стимулирующую (процессу обучения придается ускорение и мотивация);
- воспитательную (формируются и развиваются профессиональные качества бакалавра и гражданина);
- исследовательскую (новый уровень профессионально-творческого мышления).

Организация самостоятельной работы студентов должна опираться на определенные требования, а, именно:

- сложность осваиваемых знаний должна соответствовать уровню развития студентов;
- стандартизация заданий в соответствии с логической системой курса дисциплины;

- объем задания должен соответствовать уровню студента;
- задания должны быть адаптированными к уровню студентов.

Содержание самостоятельной работы студентов представляет собой, с одной стороны, совокупность теоретических и практических учебных заданий, которые должен выполнить студент в процессе обучения, объект его деятельности; с другой стороны – это способ деятельности студента по выполнению соответствующего теоретического или практического учебного задания.

Свое внешнее выражение содержание самостоятельной работы студентов находит во всех организационных формах аудиторной и внеаудиторной деятельности, в ходе самостоятельного выполнения различных заданий.

Функциональное предназначение самостоятельной работы студентов в процессе практических занятий по овладению специальными знаниями заключается в самостоятельном прочтении, просмотре, прослушивании, наблюдении, конспектировании, осмыслении, запоминании и воспроизведении определенной информации. Цель и планирование самостоятельной работы студента определяет преподаватель. Вся информация осуществляется на основе ее воспроизведения.

Так как самостоятельная работа тесно связана с учебным процессом, ее необходимо рассматривать в двух аспектах:

1. аудиторная самостоятельная работа – практические занятия;
2. внеаудиторная самостоятельная работа – подготовка к практическим занятиям, подготовка к устному опросу, участию в дискуссиях, решению практико-ориентированных задач и др.

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;
- уровень образования и степень подготовленности студентов;
- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

Таким образом, самостоятельная работа студентов является важнейшей составной частью процесса обучения.

Методические указания по организации самостоятельной работы и задания для обучающихся по дисциплине «*История России*» обращаю внимание студента на главное, существенное в изучаемой дисциплине, помогают выработать умение анализировать явления и факты, связывать теоретические положения с практикой, а также облегчают подготовку к выполнению *контрольной работы или эссе* и к сдаче *зачета*.

Настоящие методические указания позволят студентам самостоятельно овладеть фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и

навыками деятельности по профилю подготовки, опытом творческой и исследовательской деятельности, и направлены на формирование компетенций, предусмотренных учебным планом поданному профилю.

Видами самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «*История России*» являются:

- повторение материала лекций;
- самостоятельное изучение тем курса (в т. ч. рассмотрение основных категорий дисциплины, работа с литературой);
- подготовка к практическим (семинарским) занятиям (в т. ч. подготовка доклада, подготовка к выполнению практико-ориентированного задания);
- подготовка к тестированию;
- решение кейс-задач;
- подготовка контрольной работы;
- подготовка к зачету.

В методических указаниях представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

Тема 1. Объект, предмет, основные понятия и методы исследования истории

1.История как наука. Сущность, формы, функции исторического знания.

2.Методы и источники изучения истории. Понятие и классификация исторического источника.

3.Концепции исторического процесса.

4.История России - неотъемлемая часть всемирной истории.

5.Историография отечественной истории.

Тема 2. Славянский этногенез. Образование государства у восточных славян

1.Этногенез восточных славян.

2.Славяне: расселение, занятия, общественное устройство, верования.

3.Предпосылки образования государственности у восточных славян

4.Норманнская и антинорманнская теории.

5. Первые князья династии Рюриковичей.

6. Русь и Византия. Первые договоры.

Тема 3. Киевская Русь

1. Социально-экономический и общественно-политический строй Киевской Руси (конец X – первая треть XII вв.).

2.Формирование системы государственного управления. Князья Игорь, Ольга, Святослав.

3. Князь Владимир. Крещение Руси и его значение.

4. Ярослав Мудрый. «Русская правда» - первый свод законов Древнерусского государства. Владимир Мономах.

Тема 4. Русь в эпоху феодальной раздробленности

1.Предпосылки распада Киевской Руси и начала феодальной раздробленности.

2. Политическая раздробленность на Руси.

3. Новгородская боярская республика.

4.Владимиро-Суздальская Русь. Юрий Долгорукий, Андрей Боголюбский, Всеволод Большое Гнездо.

5. Галицко-Волынская земля. Ростислав Мстиславич, Даниил Романович.

6. Киевская земля в период феодальной раздробленности.

7. Последствия раздробленности.

Тема 5. Борьба русских земель с внешними вторжениями в XIII в.

1. Завоевательные походы монголов и нашествие Батыя на Русь.

2. Борьба с немецко-шведской агрессией.

3.Внешнеполитический выбор Александра Невского и его последствия.

4. Золотоордынское влияние на развитие средневековой Руси: оценки историков.

5. Борьба русских земель с внешними вторжениями в XIII в.

Тема 6. Складывание Московского государства в XIV - XVI вв. (XIV – начало XVI вв.)

1.Предпосылки и особенности процесса объединения русских земель.

2.Этапы политического объединения, их характеристика и содержание. Иван Калита, Дмитрий Донской.

3.Социально-экономическое развитие и формирование политических основ Российского государства при Иване III и Василии III.

4. Внутренняя и внешняя политика Ивана IV.

5. Культура Руси XIV – начала XVI вв.

Тема 7. Российское государство в XVII в.

1.Смутное время начала XVII в.

2.Развитие Российского государства при первых царях династии Романовых:

а) новые явления в социально-экономической жизни;

б) движение социального протеста;

в) государственно-общественное развитие;

г) реформы патриарха Никона и церковный раскол;

д) внешняя политика России в XVII в., присоединение новых территорий

Тема 8. Россия в XVIII в.

1. Реформы Петра I и начало российской модернизации

2. Внешняя политика Петра I. Рождение Российской империи.

3. «Эпоха дворцовых переворотов» (1725–1762 гг.).

4.Царствование Екатерины II:

а) социально-экономическое развитие России во 2-й половине XVIII в.;

б) «Просвещенный абсолютизм»: содержание, особенности, противоречия.

4.Российское государство в конце XVIII века. Павел I.

5.Внешняя политика России

6.Европеизация и секуляризация русской культуры: результаты и последствия.

Тема 9. Россия в первой половине XIX в.

1. Александр I и его преобразования. М.М. Сперанский.

2. Внешняя политика в первой четверти XIX в.

3. Внутренняя и внешняя политика императора Николая I.

4. Культура и общественная жизнь России в первой половине XIX в.

5. Зарождение оппозиционного движения

Тема 10. Россия во второй половине XIX в.

1.Кризис феодально-крепостнической системы к середине XIX века.

2. Александр II. Отмена крепостного права и ее влияние на социально-экономическое развитие страны.

3.Либерально-буржуазные реформы 60–70-х гг. XIX в. и их последствия.

4. «Контрреформы» Александра III: корректировка реформаторского курса.

5.Общественно-политические движения (консервативный, либеральный, революционный лагерь).

6.Внешняя политика России во второй половине XIX в.

Тема 11. Россия в начале XX века

1.Проблемы российской модернизации на рубеже XIX –XX вв. Программа индустриализации С. Ю. Витте. Реформы П. А. Столыпина.

2.Революция 1905–1907 гг. в России. Становление многопартийности и парламентаризма в России.

3. Внешняя политика. Первая мировая война.

4.Февральская революция 1917 года. Октябрь 1917 года: приход к власти большевиков.

5.Гражданская война в России и первое десятилетие Советской власти

Тема 12. Советское государство в 1920 -1930 гг.

1. Новая экономическая политика: цели, направления, результаты.

2.Социально-экономические преобразования в СССР:

а) индустриализация страны: необходимость, источники, методы, итоги;

б) коллективизация сельского хозяйства;

в) формирование и упрочение административно-бюрократической системы.

3. Политическая система СССР в 1930-е годы. Завершение «культурной революции».

4. Образование СССР. Внешняя политика СССР в 1930-е гг.

Тема 13. СССР во Второй мировой войне

2. Причины Второй Мировой войны.

3. СССР накануне Великой Отечественной войны.

4. СССР в годы Великой Отечественной войны 1941–1945 гг.:

а) подготовка страны к войне, этапы войны;

б) крупнейшие сражения, партизанское движение, работа тыла;

в) СССР и союзники во Второй мировой войне;

г) итоги войны, цена Великой победы.

Тема 14. СССР в послевоенный период

1. Социально-экономическое и общественно-политическое развитие СССР в 1946–1953 гг.

2. Перемены в жизни советского общества; XX съезд КПСС и начало десталинизации, «оттепель» в политической и культурной сферах.

3.Успехи и противоречия социально-экономического развития.

4.Внешняя политика руководства Н. С. Хрущева.

Тема 17.Советское общество в эпоху «застоя»

1.Общественно-политическое развитие советской страны в период руководства Л. И. Брежнева

2. Экономика СССР во второй половине 1960-х – начале 1980-х гг.: от реформ к стагнации.

3. Внешняя политика: от «разрядки» к новому витку напряженности.

4. СССР в период руководства Ю. В. Андропова и К. У. Черненко (ноябрь 1982 – март 1985 гг.).

Тема 16. СССР в середине 1980-1990 гг.

1. Экономические преобразования в стране. Политика «ускорения». «Перестройка» в СССР.

2. Концепция «Нового политического мышления» и ее претворение в жизнь.

3. Реформирование политической системы. Распад СССР.

4. Внешняя политика в годы «Перестройки».

Тема 17. Россия и мир в начале XXI в.

1. Геополитические последствия распада СССР. Провозглашение суверенитета Российской Федерации. 2.Формирование новой государственности. Конституция 1993 г.

3. Социально-экономические преобразования. Рыночная модернизация страны.

4. Внешнеполитическая деятельность в условиях новой геополитической ситуации. Россия и мир на рубеже XX– XXI.

ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ

Тема 1. Объект, предмет, основные понятия и методы исследования истории

История

Исторический факт

Исторический источник

Интерпретация

Этнос

Менталитет

Государство

Цивилизация

Формация

Классы

Прогресс

Регресс

Общественно-экономическая формация

Геополитика

Тема 2. Славянский этногенез. Образование государства у восточных славян

Великое переселение народов

Этногенез

Военная демократия

Язычество

Полюдье

Повоз

Погосты и уроки

Феодализм

Варяги

Вервь

Вече

Племенной союз

Государство

Князь

Русь

Волхвы

Анты и венеды

Отроки

Смерды

Закупы

Рядовичи

Холопы

Тема 3. Киевская Русь

«Русская правда»

Вотчина

Боярская дума

Децентрализация

Уделы

Централизация

Поместье

Воевода

Ремесло

Феодализм

Феодальные отношения

Усложнение социальной структуры

Культура народная, культура религиозная

Фольклор

Храм

Икона фреска

Летописание

Эволюция государственности

Хазары, половцы, печенеги

Тема 4. Русь в эпоху феодальной раздробленности

Великий князь

Княжеский двор

Дружина

Междоусобные войны

Феодальная раздробленность

Феодальные центры

Боярская республика

Посадник

Тысяцкий

Сепаратизм

Последствия раздробленности

Тема 5. Борьба русских земель с внешними вторжениями в XIII в.

Держава Чингисхана

Золотая Орда

Монголо-татарское нашествие

Баскак

Выход

Подушная подать

Монголо-татарское иго

Ярлык

Проблема взаимовлияния

Вторжения с северо-запада

Ливонский орден

Рыцари

Тема 6. Складывание Московского государства в XIV - XVI вв. (XIV – начало XVI вв.)

Централизация

Приказы

Поместье

Дворяне

Местничество

Кормление

Крепостное право

Боярская дума

Натуральное хозяйство

Судебник

Государев дворец

Государева казна

Государственные символы

«Москва – третий Рим»

Сословно-представительная монархия

Земский собор

Митрополит

Крепостное право

Венчание на царство

Избранная рада

Реформа

Приказы

Стрелецкое войско

Стоглав

Опричнина

Губные избы

Династический кризис

Тема 7. Российское государство в XVII в.

Смутное время

Интервенция

Крестьянская война

Семибоярщина

Самозванство

Народное ополчение

Сословно-представительная монархия

Патриарх

«Бунташный век»

Тягло

Урочные и заповедные лета

Мануфактуры

Юридическое закрепощение крестьян

Личная зависимость

Внеэкономическая эксплуатация

Стрельцы

Казаки

Полки нового строя

Раскол в Русской православной церкви

Старообрядчество

Ярмарка

Абсолютная монархия

Тема 8. Россия в XVIII в.

Абсолютизм

Империя

Регулярная армия

Синод

Сенат

Министерства

Коллегии

«Великое посольство»

Подушная подать

Табель о рангах

Рекруты

Ассамблеи

Кунсткамера

Протекционизм

Меркантилизм

Государственная монополия

Дворцовые перевороты

Гвардия

Верховный Тайный совет

Кондиции

«Бироновщина»

Просвещенный абсолютизм

Уложенная комиссия

Жалованная грамота

Приписные крестьяне

Обер-прокурор

Господствующее сословие

Податные сословия

Крестьянская война

Тема 9. Россия в первой половине XIX в.

Либеральные реформы

Конституционализм

Негласный комитет

Государственный Совет

Отечественная война

Конституция

Монархия

Крестьянский вопрос

Либерализм

Аракчеевщина

Реакция

Консерватизм

Общественное движение

Декабристы

Западники

Славянофилы

Теория «официальной народности»

Восточный вопрос

Бюрократизация

Кодификация

Финансовая реформа Е.Ф. Канкрина

Тема 10. Россия во второй половине XIX в.

Буржуазия

Капитализм

Рабочий класс

Промышленный переворот

Крестьянская реформа

Выкупные платежи

Временно-обязанные крестьяне

Уставные грамоты

Крестьянская община

Народничество, радикализм

Рабочее движение

Марксизм

Социал-демократия

Контрреформы

Легитимность

Выкупная сделка

Мировой суд

Земство

Всесословная воинская повинность

Буржуазия, пролетариат

Индустриализация и модернизация

Союз трех императоров

Тема 11. Россия в начале XX века.

Монополия

Промышленный подъем

Депрессия

Модернизация

Революция

Манифест

Конституционная монархия

Политическая партия

Государственная Дума

Прогрессивный блок

Революционные партии

Антанта

Тройственный союз

Аграрная реформа

Отруб, хутор

Советы

Большевики, меньшевики

Временное правительство

Республика

Двоевластие

Учредительное собрание

Первая Мировая война

Тема 12. Советское государство в 1920 -1930 гг.

Совет народных комиссаров

Красная Армия

Белое движение

Гражданская война

Государственный переворот

Сепаратный мирный договор

Конституция

Иностранная интервенция

Мировая революция

Декреты

Военный коммунизм

Продразверстка

Авторитаризм

Тоталитаризм

Коминтерн

Новая экономическая политика

Продналог

Индустриализация

Коллективизация

Культурная революция

Федерализм

Тема 13. СССР во Второй мировой войне

«Мюнхенский сговор»

Лига Наций

Коллективная безопасность

Вторая Мировая война

Пакт о ненападении

Государственный Комитет обороны, Ставка Верховного главнокомандования

Эвакуация

Антигитлеровская коалиция

Второй фронт

Коренной перелом

Партизанское движение, подпольное движение

Сопротивление

Фашизм, японский милитаризм

Ленд-лиз

Капитуляция

Тема 14. СССР в послевоенный период

ООН

НАТО, ОВД

Репрессии

Второй виток репрессий

Либерализация политического режима

Десталинизация

Денежная реформа

Мировая социалистическая система

«Оттепель»

ГУЛАГ

Реабилитация

Научно техническая революция

«Холодная война»

Совхоз

Целина

Мелиорация

Спутник

Освоение космоса

Тема 17.Советское общество в эпоху «застоя»

Промышленная реформа

Паритет

Правозащитное движение

Диссиденты

Развитой социализм

Герантократия

Разрядка

«Теневая экономика»

Концепция развитого социализма

Разрядка международной напряженности

Дефицит товаров

Стабильность кадров

Реформа хозяйственного механизма

Экстенсивный путь развития

Идея совершенствования социализма

Страны социалистической ориентации

Тема 16. СССР в середине 1980-1990 гг.

Перестройка

Гласность

«Новое политическое мышление»

Плюрализм

СНГ

Приватизация

Прибыль и рентабельность

Госприемка

«шоковая терапия»

Ваучер

Распад СССР

Новая Российская государственность

Многопартийность

Возрождение парламентаризма

Рыночная экономика

Прагматизм внешней политики

Борьба с экстремизмом и терроризмом

Дефолт

Стабилизация

Финансовый кризис

Содружество Независимых государств

Тема 17. Россия и мир в начале XXI в.

Правовое государство

Рыночная экономика

Дефолт

Вертикаль власти

Олигархи

Глобализация

Совет Федерация

Государственная Дума

ВТО

САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ

Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка рекомендуемой литературы к дисциплине. При работе с книгой необходимо научиться правильно ее читать, вести записи. Самостоятельная работа с учебными и научными изданиями профессиональной и общекультурной тематики – это важнейшее условие формирования научного способа познания.

Основные приемы работы с литературой можно свести к следующим:

• составить перечень книг, с которыми следует познакомиться;

• перечень должен быть систематизированным (что необходимо для семинаров, что для экзаменов, что пригодится для написания курсовых и выпускных квалификационных работ (ВКР), а что выходит за рамками официальной учебной деятельности, и расширяет общую культуру);

• обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и выпускных квалификационных работ это позволит экономить время);

• определить, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть;

• при составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями и руководителями ВКР, которые помогут сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время;

• все прочитанные монографии, учебники и научные статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц);

• если книга – собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора;

• следует выработать способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать). Таким образом, чтение текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации.

От того, насколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия. Грамотная работа с книгой, особенно если речь идет о научной литературе, предполагает соблюдение ряда правил, для овладения которыми необходимо настойчиво учиться. Это серьёзный, кропотливый труд. Прежде всего, при такой работе невозможен формальный, поверхностный подход. Не механическое заучивание, не простое накопление цитат, выдержек, а сознательное усвоение прочитанного, осмысление его, стремление дойти до сути – вот главное правило. Другое правило – соблюдение при работе над книгой определенной последовательности. Вначале следует ознакомиться с оглавлением, содержанием предисловия или введения. Это дает общую ориентировку, представление о структуре и вопросах, которые рассматриваются в книге.

Следующий этап – чтение. Первый раз целесообразно прочитать книгу с начала до конца, чтобы получить о ней цельное представление. При повторном чтении происходит постепенное глубокое осмысление каждой главы, критического материала и позитивного изложения; выделение основных идей, системы аргументов, наиболее ярких примеров и т.д. Непременным правилом чтения должно быть выяснение незнакомых слов, терминов, выражений, неизвестных имен, названий. Студентам с этой целью рекомендуется заводить специальные тетради или блокноты. Важная роль в связи с этим принадлежит библиографической подготовке студентов. Она включает в себя умение активно, быстро пользоваться научным аппаратом книги, справочными изданиями, каталогами, умение вести поиск необходимой информации, обрабатывать и систематизировать ее.

Выделяют четыре основные установки в чтении текста:

- информационно-поисковая (задача – найти, выделить искомую информацию);

- усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить, как сами сведения, излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений);

- аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему);

- творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии

и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к тексту связано существование и нескольких видов чтения:

- библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;

- просмотровое – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;

- ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц; цель – познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;

- изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;

- аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач.

Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым, или, в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной и научной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках образовательной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с текстом. Научная методика работы с литературой предусматривает также ведение записи прочитанного. Это позволяет привести в систему знания, полученные при чтении, сосредоточить внимание на главных положениях, зафиксировать, закрепить их в памяти, а при необходимости вновь обратиться к ним.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения.

Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала.

Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала.

Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора.

Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного. Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Как правильно составлять конспект? Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта. Выделите главное, составьте план, представляющий собой перечень заголовков, подзаголовков, вопросов, последовательно раскрываемых затем в конспекте. Это первый элемент конспекта. Вторым элементом конспекта являются тезисы. Тезис - это кратко сформулированное положение. Для лучшего усвоения и запоминания материала следует записывать тезисы своими словами. Тезисы, выдвигаемые в конспекте, нужно доказывать. Поэтому третий элемент конспекта - основные доводы, доказывающие истинность рассматриваемого тезиса. В конспекте могут быть положения и примеры. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Конспектирование - наиболее сложный этап работы. Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы. Конспект ускоряет повторение материала, экономит время при повторном, после определенного перерыва, обращении к уже знакомой работе. Учитывая индивидуальные особенности каждого студента, можно дать лишь некоторые, наиболее оправдавшие себя общие правила, с которыми преподаватель и обязан познакомить студентов:

1. Главное в конспекте не объем, а содержание. В нем должны быть отражены основные принципиальные положения источника, то новое, что внес его автор, основные методологические положения работы. Умение излагать мысли автора сжато, кратко и собственными словами приходит с опытом и знаниями. Но их накоплению помогает соблюдение одного важного правила – не торопиться записывать при первом же чтении, вносить в конспект лишь то, что стало ясным.

2. Форма ведения конспекта может быть самой разнообразной, она может изменяться, совершенствоваться. Но начинаться конспект всегда должен с указания полного наименования работы, фамилии автора, года и места издания; цитаты берутся в кавычки с обязательной ссылкой на страницу книги.

3. Конспект не должен быть «слепым», безликим, состоящим из сплошного текста. Особо важные места, яркие примеры выделяются цветным подчеркиванием, взятием в рамочку, оттенением, пометками на полях специальными знаками, чтобы можно было быстро найти нужное положение. Дополнительные материалы из других источников можно давать на полях, где записываются свои суждения, мысли, появившиеся уже после составления конспекта.

ПОДГОТОВКА ДОКЛАДА

Одной из форм текущего контроля является доклад, который представляет собой продукт самостоятельной работы студента.

Доклад - это публичное выступление по представлению полученных результатов решения определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной темы.

Как правило, в основу доклада ложится анализ литературы по проблеме. Он должен носить характер краткого, но в то же время глубоко аргументированного устного сообщения. В нем студент должен, по возможности, полно осветить различные точки зрения на проблему, выразить собственное мнение, сделать критический анализ теоретического и практического материала.

Подготовка доклада является обязательной для обучающихся, если доклад указан в перечне форм текущего контроля успеваемости в рабочей программе дисциплины.

Доклад должен быть рассчитан на 7-10 минут.

Обычно доклад сопровождается представлением презентации.

Презентация (от англ. «presentation» - представление) - это набор цветных слайдов на определенную тему, который хранится в файле специального формата с расширением PP.

Целью презентации - донести до целевой аудитории полноценную информацию об объекте презентации, изложенной в докладе, в удобной форме.

Перечень примерных тем докладов с презентацией представлен в рабочей программе дисциплины, он выдается обучающимся заблаговременно вместе с методическими указаниями по подготовке. Темы могут распределяться студентами самостоятельно (по желанию), а также закрепляться преподавателем дисциплины.

При подготовке доклада с презентацией обучающийся должен продемонстрировать умение самостоятельного изучения отдельных вопросов, структурирования основных положений рассматриваемых проблем, публичного выступления, позиционирования себя перед коллективом, навыки работы с библиографическими источниками и оформления научных текстов.

В ходе подготовки к докладу с презентацией обучающемуся необходимо:

- выбрать тему и определить цель выступления.

Для этого, остановитесь на теме, которая вызывает у Вас больший интерес; определите цель выступления; подумайте, достаточно ли вы знаете по выбранной теме или проблеме и сможете ли найти необходимый материал;

- осуществить сбор материала к выступлению.

Начинайте подготовку к докладу заранее; обращайтесь к справочникам, энциклопедиям, научной литературе по данной проблеме; записывайте необходимую информацию на отдельных листах или тетради;

- организовать работу с литературой.

При подборе литературы по интересующей теме определить конкретную цель поиска: что известно по данной теме? что хотелось бы узнать? для чего нужна эта информация? как ее можно использовать в практической работе?

- во время изучения литературы следует: записывать вопросы, которые возникают по мере ознакомления с источником, а также ключевые слова, мысли, суждения; представлять наглядные примеры из практики;

- обработать материал.

Учитывайте подготовку и интересы слушателей; излагайте правдивую информацию; все мысли должны быть взаимосвязаны между собой.

При подготовке доклада с презентацией особо необходимо обратить внимание на следующее:

- подготовка доклада начинается с изучения источников, рекомендованных к соответствующему разделу дисциплины, а также специальной литературы для докладчика, список которой можно получить у преподавателя;

- важно также ознакомиться с имеющимися по данной теме монографиями, учебными пособиями, научными информационными статьями, опубликованными в периодической печати.

Относительно небольшой объем текста доклада, лимит времени, отведенного для публичного выступления, обусловливает потребность в тщательном отборе материала, умелом выделении главных положений в

содержании доклада, использовании наиболее доказательных фактов и убедительных примеров, исключении повторений и многословия.

Решить эти задачи помогает составление развернутого плана.

План доклада должен содержать следующие главные компоненты: краткое вступление, вопросы и их основные тезисы, заключение, список литературы.

После составления плана можно приступить к написанию текста. Во вступлении важно показать актуальность проблемы, ее практическую значимость. При изложении вопросов темы раскрываются ее основные положения. Материал содержания вопросов полезно располагать в таком порядке: тезис; доказательство тезиса; вывод и т. д.

Тезис - это главное основополагающее утверждение. Он обосновывается путем привлечения необходимых цитат, цифрового материала, ссылок на статьи. При изложении содержания вопросов особое внимание должно быть обращено на раскрытие причинно-следственных связей, логическую последовательность тезисов, а также на формулирование окончательных выводов. Выводы должны быть краткими, точными, достаточно аргументированными всем содержанием доклада.

В процессе подготовки доклада студент может получить консультацию у преподавателя, а в случае необходимости уточнить отдельные положения.

Выступление

При подготовке к докладу перед аудиторией необходимо выбрать способ выступления:

- устное изложение с опорой на конспект (опорой могут также служить заранее подготовленные слайды);
- чтение подготовленного текста.

Чтение заранее написанного текста значительно уменьшает влияние выступления на аудиторию. Запоминание написанного текста заметно сковывает выступающего и привязывает к заранее составленному плану, не давая возможности откликаться на реакцию аудитории.

Короткие фразы легче воспринимаются на слух, чем длинные.

Необходимо избегать сложных предложений, причастных и деепричастных оборотов. Излагая сложный вопрос, нужно постараться передать информацию по частям.

Слова в речи надо произносить четко и понятно, не надо говорить слишком быстро или, наоборот, растягивать слова. Надо произнести четко особенно ударную гласную, что оказывает наибольшее влияние на разборчивость речи.

Пауза в устной речи выполняет ту же роль, что знаки препинания в письменной. После сложных выводов или длинных предложений необходимо сделать паузу, чтобы слушатели могли вдуматься в сказанное или правильно понять сделанные выводы. Если выступающий хочет, чтобы его понимали, то не следует говорить без паузы дольше, чем пять с половиной секунд.

Особое место в выступлении занимает обращение к аудитории. Известно, что обращение к собеседнику по имени создает более доверительный контекст деловой беседы. При публичном выступлении также можно использовать подобные приемы. Так, косвенными обращениями могут служить такие выражения, как «Как Вам известно», «Уверен, что Вас это не оставит равнодушными». Выступающий показывает, что слушатели интересны ему, а это самый простой путь достижения взаимопонимания.

Во время выступления важно постоянно контролировать реакцию слушателей. Внимательность и наблюдательность в сочетании с опытом позволяют оратору уловить настроение публики. Возможно, рассмотрение некоторых вопросов придется сократить или вовсе отказаться от них.

После выступления нужно быть готовым к ответам на возникшие у аудитории вопросы.

Стоит обратить внимание на вербальные и невербальные составляющие общения. Небрежность в жестах недопустима. Жесты могут быть приглашающими, отрицающими, вопросительными, они могут подчеркнуть нюансы выступления.

Презентация

Презентация наглядно сопровождает выступление.

Этапы работы над презентацией могут быть следующими:

- осмыслите тему, выделите вопросы, которые должны быть освещены в рамках данной темы;
- составьте тезисы собранного материала. Подумайте, какая часть информации может быть подкреплена или полностью заменена изображениями, какую информацию можно представить в виде схем;

- подберите иллюстративный материал к презентации: фотографии, рисунки, фрагменты художественных и документальных фильмов, материалы кинохроники, разработайте необходимые схемы;
- подготовленный материал систематизируйте и «упакуйте» в отдельные блоки, которые будут состоять из собственно текста (небольшого по объему), схем, графиков, таблиц и т.д.;
- создайте слайды презентации в соответствии с необходимыми требованиями;
- просмотрите презентацию, оцените ее наглядность, доступность, соответствие языковым нормам.

Требования к оформлению презентации

Компьютерную презентацию, сопровождающую выступление докладчика, удобнее всего подготовить в программе MS Power Point.

Презентация как документ представляет собой последовательность сменяющих друг друга слайдов. Чаще всего демонстрация презентации проецируется на большом экране, реже – раздается собравшимся как печатный материал.

Количество слайдов должно быть пропорционально содержанию и продолжительности выступления (например, для 5-минутного выступления рекомендуется использовать не более 10 слайдов).

На первом слайде обязательно представляется тема выступления и сведения об авторах.

Следующие слайды можно подготовить, используя две различные стратегии их подготовки:

1-я стратегия: на слайды выносится опорный конспект выступления и ключевые слова с тем, чтобы пользоваться ими как планом для выступления. В этом случае к слайдам предъявляются следующие требования:

- объем текста на слайде – не больше 7 строк;
- маркированный/нумерованный список содержит не более 7 элементов;
- отсутствуют знаки пунктуации в конце строк в маркированных и нумерованных списках;
- значимая информация выделяется с помощью цвета, кегля, эффектов анимации.

Особо внимательно необходимо проверить текст на отсутствие ошибок и опечаток. Основная ошибка при выборе данной стратегии состоит в том, что выступающие заменяют свою речь чтением текста со слайдов.

2-я стратегия: на слайды помещается фактический материал (таблицы, графики, фотографии и пр.), который является уместным и достаточным средством наглядности, помогает в раскрытии стержневой идеи выступления. В этом случае к слайдам предъявляются следующие требования:

- выбранные средства визуализации информации (таблицы, схемы, графики и т. д.) соответствуют содержанию;
- использованы иллюстрации хорошего качества (высокого разрешения), с четким изображением (как правило, никто из присутствующих не заинтересован вчитываться в текст на ваших слайдах и всматриваться в мелкие иллюстрации).

Максимальное количество графической информации на одном слайде – 2 рисунка (фотографии, схемы и т.д.) с текстовыми комментариями (не более 2 строк к каждому). Наиболее важная информация должна располагаться в центре экрана.

Обычный слайд, без эффектов анимации, должен демонстрироваться на экране не менее 10 - 15 секунд. За меньшее время аудитория не успеет осознать содержание слайда.

Слайд с анимацией в среднем должен находиться на экране не меньше 40 – 60 секунд (без учета времени на случайно возникшее обсуждение). В связи с этим лучше настроить презентацию не на автоматический показ, а на смену слайдов самим докладчиком.

Особо тщательно необходимо отнестись к оформлению презентации. Для всех слайдов презентации по возможности необходимо использовать один и тот же шаблон оформления, кегль – для заголовков - не меньше 24 пунктов, для информации - не менее 18.

В презентациях не принято ставить переносы в словах.

Наилучшей цветовой гаммой для презентации являются контрастные цвета фона и текста (белый фон – черный текст; темно-синий фон – светло-желтый текст и т. д.).

Лучше не смешивать разные типы шрифтов в одной презентации.

Рекомендуется не злоупотреблять прописными буквами (они читаются хуже).

ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ

Практико-ориентированные задания выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций. Это могут быть ситуации, требующие применения умений и навыков, специфичных для соответствующего профиля обучения (знания содержания предмета), ситуации, требующие организации деятельности, выбора её оптимальной структуры личностно-ориентированных ситуаций (нахождение нестандартного способа решения).

Кроме этого, они выступают средством формирования у студентов умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач. Они строятся на основе ситуаций, возникающих на различных уровнях осуществления практики и формулируются в виде производственных поручений (заданий).

Под практико-ориентированными задания понимают задачи из окружающей действительности, связанные с формированием практических навыков, необходимых в повседневной жизни, в том числе с использованием элементов производственных процессов.

Цель практико-ориентированных заданий – приобретение умений и навыков практической деятельности по изучаемой дисциплине.

Задачи практико-ориентированных заданий:

- закрепление, углубление, расширение и детализация знаний студентов при решении конкретных задач;
- развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;
- овладение новыми методами и методиками изучения конкретной учебной дисциплины;
- обучение приемам решения практических задач;
- выработка способности логического осмысления полученных знаний для выполнения заданий;
- обеспечение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм обучения.

Важными отличительными особенностями практико-ориентированных задания от стандартных задач (предметных, межпредметных, прикладных) являются:

- значимость (познавательная, профессиональная, общекультурная, социальная) получаемого результата, что обеспечивает познавательную мотивацию обучающегося;

- условие задания сформулировано как сюжет, ситуация или проблема, для разрешения которой необходимо использовать знания из разных разделов

основного предмета, из другого предмета или из жизни, на которые нет явного указания в тексте задания;

- информация и данные в задании могут быть представлены в различной форме (рисунок, таблица, схема, диаграмма, график и т.д.), что потребует распознавания объектов;

- указание (явное или неявное) области применения результата, полученного при решении задания.

Кроме выделенных четырех характеристик, практико-ориентированные задания имеют следующие:

1. по структуре эти задания – нестандартные, т.е. в структуре задания не все его компоненты полностью определены;
2. наличие избыточных, недостающих или противоречивых данных в условии задания, что приводит к объемной формулировке условия;
3. наличие нескольких способов решения (различная степень рациональности), причем данные способы могут быть неизвестны учащимся, и их потребуется сконструировать.

При выполнении практико-ориентированных заданий следует руководствоваться следующими общими рекомендациями:

- для выполнения практико-ориентированного задания необходимо внимательно прочитать задание, повторить лекционный материал по соответствующей теме, изучить рекомендуемую литературу, в т.ч. дополнительную;

- выполнение практико-ориентированного задания включает постановку задачи, выбор способа решения задания, разработку алгоритма практических действий, программы, рекомендаций, сценария и т. п.;
- если практико-ориентированное задание выдается по вариантам, то получить номер варианта исходных данных у преподавателя; если нет вариантов, то нужно подобрать исходные данные самостоятельно, используя различные источники информации;

- для выполнения практико-ориентированного задания может использоваться метод малых групп. Работа в малых группах предполагает решение определенных образовательных задач в рамках небольших групп с последующим обсуждением полученных результатов. Этот метод развивает навыки сотрудничества, достижения компромиссного решения, аналитические способности.

Примером практико-ориентированного задания по дисциплине «*История России*» выступает **анализ исторического документа.**

Алгоритм анализа исторического документа:

1. Происхождение текста.
1.1. Кто написал этот текст?
1.2. Когда он был написан?
1.3. К какому виду источников он относится: письмо, дневник, официальный документ и т.п.?
2. Содержание текста.
Каково содержание текста? Сделайте обзор его структуры. Подчеркните наиболее важные слова, персоналии, события. Если вам не известны какие-то слова, поработайте со словарем.
3. Достоверна ли информация в тексте?
3.1. Свидетелем первой или второй очереди является автор текста? (Если автор присутствовал во время события, им описываемого, то он является первоочередным свидетелем).
3.2. Текст первичен или вторичен? (Первичный текст современен событию, вторичный текст берет информацию из различных первичных источников. Первичный текст может быть написан автором второй очереди, то есть созданным много позже самого события).
4. Раскройте значение источника и содержащейся в ней информации.
5. Дайте обобщающую оценку данному источнику.
- Когда, где и почему появился закон (сборник законов)?
- Кто автор законов?
- Чьи интересы защищает закон?
- Охарактеризуйте основные положения закона (ссылки на текст, цитирование).
- Сравните с предыдущими законами.
- Что изменилось после введения закона?
- Ваше отношение к этому законодательному акту (справедливость, необходимость и т.д.).

ПОДГОТОВКА К ТЕСТИРОВАНИЮ

Тесты – это вопросы или задания, предусматривающие конкретный, краткий, четкий ответна имеющиеся эталоны ответов. При самостоятельной подготовке к тестированию студенту необходимо:

1. готовясь к тестированию, проработать информационный материал по дисциплине; проконсультироваться с преподавателем по вопросу выбора учебной литературы;

2. четко выяснить все условия тестирования заранее. Студент должен знать, сколько тестов ему будет предложено, сколько времени отводится на тестирование, какова система оценки результатов и т. д.;

3. приступая к работе с тестами, внимательно и до конца нужно прочитать вопрос и предлагаемые варианты ответов; выбрать правильные (их может быть несколько); на отдельном листке ответов вписать цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам;

- в процессе решения желательно применять несколько подходов в решении задания. Это позволяет максимально гибко оперировать методами решения, находя каждый раз оптимальный вариант;

- не нужно тратить слишком много времени на трудный вопрос, нужно переходить к другим тестовым заданиям; к трудному вопросу можно обратиться в конце;

- обязательно необходимо оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

ПОДГОТОВКА К НАПИСАНИЮ ЭССЕ

Эссе - это прозаическое сочинение небольшого объема и свободной композиции, выражающее индивидуальные впечатления и соображения по конкретному поводу или вопросу и заведомо не претендующее на определяющую или исчерпывающую трактовку предмета.

"Большой энциклопедический словарь" дает такое определение: "Эссе - это жанр философской, литературно-критической, историко-биографической, публицистической прозы, сочетающий подчеркнуто индивидуальную позицию автора с непринужденным, часто парадоксальным изложением, ориентированным на разговорную речь".

"Краткая литературная энциклопедия" уточняет: "Эссе - это прозаическое сочинение небольшого объема и свободной композиции, трактующее частную тему и представляющее попытку передать индивидуальные впечатления и соображения, так или иначе с нею связанные".

Некоторые признаки эссе:

- наличие конкретной темы или вопроса. Произведение, посвященное анализу широкого круга проблем, по определению не может быть выполнено в жанре эссе.
- эссе выражает индивидуальные впечатления и соображения по конкретному поводу или вопросу и заведомо не претендует на определяющую или исчерпывающую трактовку предмета.
- как правило, эссе предполагает новое, субъективно окрашенное слово о чем-либо, такое произведение может иметь философский, историко-биографический, публицистический, литературно-критический, научно-популярный или чисто беллетристический характер.
- в содержании эссе оцениваются в первую очередь личность автора - его мировоззрение, мысли и чувства.

То, как кандидат сумел себя подать, как описал свои достижения и промахи, позволяет работодателю определить, достаточно ли хорош этот человек для бизнеса, достаточен ли его опыт работы для того, чтобы оправдать надежды в будущем и принести пользу компании (организации, предприятию).

Цель эссе состоит в развитии таких навыков, как самостоятельное творческое мышление и письменное изложение собственных мыслей.

Написание эссе чрезвычайно полезно, поскольку это позволяет автору научиться четко и грамотно формулировать мысли, структурировать информацию, использовать основные понятия, выделять

причинно-следственные связи, иллюстрировать опыт соответствующими примерами, аргументировать свои выводы.

Алгоритм работы над историческим эссе

Для начала выбирают исторический временной промежуток, определяют его особенность. То есть, стоит охарактеризовать данный этап истории, его специфичность, а потом выбирать факты, соответствующие этому времени.

Исторические факты

События прошлого времени бывают двух видов: исторические (реально когда-то существовали, имеют объективную доказательную базу и временную/пространственную локализацию) и научно-исторические (события истории, подтверждающиеся исследованиями ученых, их выводами, основанными на исторических источниках).

Факты отбираются не для того, чтобы попросту перечислять события, которые происходили в соответствующее время, а для выделения главных более значимых эпизодов, полностью передающих особенности описываемого периода и влияние на развитие страны в дальнейшем.

Оценочные знания

Дальше необходимо показать оценочные предметные познания. Здесь нужно проявить свои знания относительно мнений представителей научного сообщества о ходе развития значимых событий в истории. Историческое сочинение оценивается в основном по глубине раскрытого вопроса и аргументированным рассуждениям.

Характеристика исторической личности

Большое значение имеет характеристика исторической персоны. Чтобы получить высшую оценку, потребуется не только подробно рассказать о деятельности личности, но и показать его роль в истории данного промежутка времени, основываясь на достоверных исторических данных. Эти сведения помогут получить высокую оценку за эссе.

Причинно-следственные связи

Еще один критерий исторического сочинения, претендующего на «отлично» – выявление связи между эпизодами истории, как одно событие оказало влияние на другое. Учащиеся обязаны научиться проводить анализ обнаруженных данных, определять источники и последствия, делать соответственное заключение с выводом. Это достаточно сложная интеллектуальная деятельность.

К тому же существенную роль играет полнота ваших знаний об описываемом временном промежутке и его хронологической последовательности. Нужно определить закономерность произошедших эпизодов в истории, которые последовательно взаимосвязаны между собой.

Как правило, событие происходит вследствие нескольких факторов. В таких случаях надо знать, как выделить более значительные события.

Чтобы знать, как писать историческое сочинение без классических ошибок, рассмотрим наиболее частые из них:

- неправильно определены первостепенные либо наименее важные причины;
- не раскрыта причина описываемого события, а просто заменена каким-то фактом;
- изложены исторические эпизоды, без понимания их взаимосвязи.

Нужно составить план эссе по истории. Он поможет сформировать качественное сочинение, не потеряв из виду значимую информацию.

1. Выбор периода.
2. Находим подтверждение тому, что выбор верный.
3. Называем период, учитывая его специфичность.
4. Устанавливаем факты, которые относятся ко времени выбранного периода. Определяем особо значимые эпизоды и менее важные.
5. Указываем исторических персон, живших в данном временном промежутке. Описываем род их деятельности и вклад в историю.
6. Обозначаются причины возникновения событий рассматриваемого периода.
7. Находим подходящие термины и нужные понятия.
8. Выбираем факты, которые раскрывают значимость данного временного промежутка, используя мнение специалистов.
9. Собранная информация систематизируется.
10. Создается план написания эссе по истории, пример:
    - Введение (кратко описать суть временного отрезка, который выбрали).
    - Основная часть (преимущественно характеристика событий, личностей, причины и следствия развития).
11. Заключение (оценивается важность данного промежутка времени, оценка эпохи российской истории ,влияние этого периода на дальнейшую историю страны, развитие экономики/культуры; внешняя политика).
12. Вывод (можно использовать мнение именитых историков).
13. Делаем проверку и необходимую доработку.

ПОДГОТОВКА К ОПРОСУ

- ***Письменный опрос***

Письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента по данной дисциплине. При подготовке к письменному опросу студент должен внимательно изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе.

- ***Устный опрос***

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются для освещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии.

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).

4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).

5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).

6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).

7. Использование дополнительного материала.

8. Рациональность использования времени, отведенного на задание.

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу. Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы.

ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

При подготовке к *зачету* по дисциплине «*История России*» обучающемуся рекомендуется:

1. повторить пройденный материал и ответить на вопросы, используя конспект и материалы лекций. Если по каким-либо вопросам у студента недостаточно информации в лекционных материалах, то необходимо получить информацию из раздаточных материалов и/или учебников (литературы), рекомендованных для изучения дисциплины «*История России*».

Целесообразно также дополнить конспект лекций наиболее существенными и важными тезисами для рассматриваемого вопроса;

2. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачете* особое внимание необходимо уделять схемам, рисункам, графикам и другим иллюстрациям, так как подобные графические материалы, как правило, в наглядной форме отражают главное содержание изучаемого вопроса;

3. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачете* (в случаях, когда отсутствует иллюстративный материал) особое внимание необходимо обращать на наличие в тексте словосочетаний вида «во-первых», «во-вторых» и т.д., а также дефисов и перечислений (цифровых или буквенных), так как эти признаки, как правило, позволяют структурировать ответ на предложенное задание.

Подобную текстовую структуризацию материала слушатель может трансформировать в рисунки, схемы и т. п. для более краткого, наглядного и удобного восприятия (иллюстрации целесообразно отразить в конспекте лекций – это позволит оперативно и быстро найти, в случае необходимости, соответствующую информацию);

4. следует также обращать внимание при изучении материала для подготовки к *зачету* на словосочетания вида «таким образом», «подводя итог сказанному» и т.п., так как это признаки выражения главных мыслей и выводов по изучаемому вопросу (пункту, разделу). В отдельных случаях выводы по теме (разделу, главе) позволяют полностью построить

(восстановить, воссоздать) ответ на поставленный вопрос (задание), так как содержат в себе основные мысли и тезисы для ответа.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А. Удоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Б1.О.03 ИНОСТРАННЫЙ ЯЗЫК

Направление подготовки
05.03.01 Геология

Профиль
Гидрогеология, инженерная геология и геоэкология

Автор: Безбородова С. А., к.п.н.

Одобрены на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией факультета
Иностранных языков и деловой коммуникации	Геологии и геофизики
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____	Председатель _____
(подпись)	*(подпись)*
Юсупова Л. Г.	Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 06.09.2022 г.	Протокол № 1 от 13.09.2022
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

Содержание

Цели и задачи дисциплины …….…….....3
Требования к оформлению контрольной работы ……..……..4
Содержание контрольной работы…….....4
Выполнение работы над ошибками……...…8
Критерии оценивания контрольной работы ……8
Образец титульного листа ……..…10

Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины: повышение исходного уровня владения иностранным языком, достигнутого на предыдущей ступени образования, и достижение уровня иноязычной коммуникативной компетенции достаточного для общения в социально-бытовой, культурной и профессиональной сферах, а также для дальнейшего самообразования.

Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины:

универсальные:

- способен осуществлять деловую коммуникацию в устной и письменной формах на государственном языке Российской Федерации и иностранном(ых) языке(ах) (УК-4).

Для достижения указанной цели необходимо (задачи курса):

- владение иностранным языком как средством коммуникации в социально-бытовой, культурной и профессиональной сферах;
- развитие когнитивных и исследовательских умений с использованием ресурсов на иностранном языке;
- развитие информационной культуры;
- расширение кругозора и повышение общей гуманитарной культуры студентов;
- воспитание толерантности и уважения к духовным ценностям разных стран и народов.

Методические указания по выполнению контрольной работы предназначены для студентов очной и заочной формы обучения, обучающихся по специальности *21.03.02 Землеустройство и кадастры.*

Письменная контрольная работа является обязательной формой *промежуточной аттестации.* Она отражает степень освоения студентом учебного материала по дисциплине Б1.О.03 Иностранный язык. А именно, в результате освоения дисциплины студент должен:

Знать:

- особенности фонетического строя иностранного языка;
- лексические единицы социально-бытовой и академической тематики, основы терминосистемы соответствующего направления подготовки;
- основные правила грамматической системы иностранного языка;
- особенности построения устных высказываний и письменных текстов разных стилей речи;
- правила речевого этикета в соответствии с ситуациями межличностного и межкультурного общения в социально-бытовой, академической и деловой сферах;
- основную страноведческую информацию о странах изучаемого языка;
- лексико-грамматические явления иностранного языка профессиональной сферы для решения задач профессиональной деятельности;

Уметь:

- вести диалог/полилог и строить монологическое высказывание в пределах изученных тем;
- понимать на слух иноязычные тексты монологического и диалогического характера с различной степенью понимания в зависимости от коммуникативной задачи;
- читать аутентичные тексты прагматического, публицистического, художественного и научного характера с целью получения значимой информации;
- передавать основное содержание прослушанного/прочитанного текста;
- записывать тезисы устного сообщения, писать эссе по изученной тематике, составлять аннотации текстов, вести личную и деловую переписку;
- использовать компенсаторные умения в процессе общения на иностранном языке;
- пользоваться иностранным языком в устной и письменной формах, как средством

профессионального общения;

Владеть:

- основными приёмами организации самостоятельной работы с языковым материалом с использованием учебной и справочной литературы, электронных ресурсов;
- навыками выполнения проектных заданий на иностранном языке в соответствии с уровнем языковой подготовки;
- умением применять полученные знания иностранного языка в своей будущей профессиональной деятельности.

Требования к оформлению контрольной работы

Контрольные задания выполняются на листах формата А4 в рукописном виде, кроме титульного листа. На титульном листе (см. образец оформления титульного листа в печатном виде) указывается фамилия студента, номер группы, номер контрольной работы и фамилия преподавателя, у которого занимается обучающийся.

В конце работы должна быть поставлена подпись студента и дата выполнения заданий.

Контрольные задания должны быть выполнены в той последовательности, в которой они даны в контрольной работе.

Выполненную контрольную работу необходимо сдать преподавателю для проверки в установленные сроки.

Если контрольная работа выполнена без соблюдения изложенных выше требований, она возвращается студенту для повторного выполнения.

По дисциплине «Иностранный язык (английский)» представлено три варианта контрольной работы.

Номер варианта контрольной работы определяется для студентов в соответствии с начальными буквами их фамилий в алфавитном порядке. Например, студенты, у которых фамилии начинаются с букв А, выполняют контрольную работу № 1 и т.д. (см. таблицу №1).

Таблица №1

начальная буква фамилии студента	***№ варианта контрольной работы***
А, Г, Ж, К, Н, Р, У, Ц, Щ	№1
Б, Д, З, Л, О, С, Ф, Ч, Э, Я	№2
В, Е, И, М, П, Т, Х, Ш, Ю	№3

Содержание контрольной работы №1

Контрольная работа проводится по теме *1. Бытовая сфера общения (Я и моя семья)* и *теме 2. Учебно-познавательная сфера общения (Я и мое образование)* и направлена на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.

Контрольная работа также направлена на проверку сформированности грамматического навыка в рамках тем: порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях, порядок слов в вопросительном предложении, безличные предложения, местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные), имя существительное, артикли (определенный, неопределенный, нулевой), функции и спряжение глаголов *to be* и *to have, о*борот *there+be,* имя прилагательное и наречие, степени сравнения, сравнительные конструкции, имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат), образование видовременных форм глагола в активном залоге.

Распределение выше указанных тем в учебнике:

- Агабекян И. П. Английский язык для бакалавров: учебное пособие для студентов вузов / И. П. Агабекян. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2017. - 384 с.: ил. - (Высшее образование) (200 экз. в библиотеке УГГУ) и учебнике:

- Журавлева Р.И. Английский язык: учебник: для студентов горно-геологических специальностей вузов / Р. И. Журавлева. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2013. - 508 с. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 502 (192 экз. в библиотеке УГГУ) представлено в таблице №2:

Таблица №2

Название темы	***Страницы учебников***	
	Агабекян И. П.	*Журавлева Р.И.*
Порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях	148	9
Порядок слов в вопросительном предложении	163-170	10, 24
Безличные предложения	149	440
Местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные)	41-55	101, 439
Имя существительное	66-78	435
Артикли (определенный, неопределенный, нулевой)	78-84	433
Функции и спряжение глаголов *to be* и *to have*	102-104	6-8
Оборот *there+be*	105-107	100
Имя прилагательное и наречие	115	83
Степени сравнения, сравнительные конструкции	115-121	143
Имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат)	261-271	-
Образование видовременных форм глагола в активном залоге	193-209	10, 36, 69

АНГЛИЙСКИЙ ЯЗЫК

Вариант №1

Задание 1. Заполните пропуски в предложениях, выбрав один ответ.

Пример: Michael _____ everyone he meets because he is very sociable and easygoing. He has five brothers and two sisters, so that probably helped him learn how to deal with people.

A. gets divorced; **B. gets along well with;** C. gets married;

Задание 1 направлено на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.

Задание 2. Заполните пропуски местоимениями some, any, no или их производными.

Пример: A: Is ***anything*** the matter with Dawn? She looks upset.

B: She had an argument with her friend today.

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «неопределённые местоимения».

Задание 3. Заполните пропуски личными местоимениями (I, we, you, he, she, it, they, me, us, him, her, them).

Пример: My teacher is very nice. I like … . – I like **him**.

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «личные и притяжательные местоимения».

Задание 4. Поставьте в правильную форму глагол, представленный в скобках, обращая при этом внимание на использованные в предложениях маркеры.

Пример: Every morning George **eats** (to eat) cereals, and his wife only **drinks** (to drink) a cup of coffee.

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «образование видовременных форм глагола в активном залоге».

Задание 5. Составьте вопросительные предложения и дайте краткие ответы на них.

Пример: Paul was tired when he got home. – ***Was Paul tired when he got home? Yes, he was.***

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «порядок слов в вопросительном предложении».

Контрольная работа
Вариант №2

Задание 1. Заполните пропуск, выбрав один вариант ответа.

Пример: A British university year is divided into three _____.

1) conferences; 2) sessions; **3) terms**; 4) periods;

Задание 1 направлено на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.

Задание 2. Выберите правильную форму глагола.

Пример: A: I have a Physics exam tomorrow.

B: Oh dear. Physics **is**/are a very difficult subject.

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «имя существительное, функции и спряжение глаголов to be и to have».

Задание 3. Раскройте скобки, употребив глагол в форме Present Continuous, Past Continuous или Future Continuous.

Пример: I **shall be studying** (study) Japanese online from 5 till 6 tomorrow evening.

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «образование видовременных форм глагола в активном залоге».

Задание 4. Составьте вопросы к словам, выделенным жирным шрифтом.

Пример: **The Petersons** have bought a dog. – *Who has bought a dog?*

The Petersons have bought **a dog. –** *What have the Petersons bought?*

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «порядок слов в вопросительном предложении».

Задание 5. Подчеркните правильный вариант ответа.

Пример: A: You haven't seen my bag anywhere, haven't you/**have you**?

B: No. You didn't leave it in the car, **did you**/didn't you?

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «порядок слов в вопросительном предложении».

Контрольная работа
Вариант № 3

Задание 1. Заполните пропуски, выбрав один вариант ответа.

Пример: The University accepts around 2000 new ____ every year.

1) students; 2) teachers; 3) pupils; 4) groups;

Задание 1 направлено на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.

Задание 2. Поставьте в предложения подходящие по смыслу фразы:

as red as a beet (свекла), as slow as a turtle, as sweet as honey, as busy as a bee, as clumsy as a bear (неуклюжий), as black as coal, as cold as ice, as slippery as an eel (изворотливый как угорь), as free as a bird, as smooth as silk (гладкий)

Пример: Your friend is so unemotional, he is **as cold as ice**.

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «имя прилагательное и наречие».

Задание 3. Переведите следующие предложения на английский язык.

Пример: Это самая ценная картина в Русском музее. **This is the most valuable picture in Russian Museum.**

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «степени сравнения имени прилагательного и наречий».

Задание 4. Раскройте скобки, употребив глагол в форме Present Perfect, Past Perfect или Future Perfect.

Пример: Sam **has lost** (lose) his keys. So he can't open the door.

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «образование видовременных форм глагола в активном залоге».

Задание 5. Задайте вопросы к предложениям.

Пример: There are two books. The one on the table is Sue's.

a) 'Which *book is Sue's*?' 'The one on the table.'

b) 'Whose *book is on the table*?' 'Sue's.'

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «порядок слов в вопросительном предложении».

НЕМЕЦКИЙ ЯЗЫК

Задание 1. Заполните пропуски в предложениях, выбрав один ответ.

Пример: Mein Bruder ... Arzt geworden

A. hat; **B. ist**; C. wird;

Задание 1 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Пассивный залог».

Задание 2. Вставьте подходящее вопросительное слово.

Пример: **Was** machen Sie am Wochenende?

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Вопросительные местоимения».

Задание 3. Заполните пропуски возвратными местоимениями в нужной форме.

Пример: Wo wohnen d**eine** Eltern?

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Притяжательные местоимения».

Задание 4. Поставьте в правильную форму глагол, представленный в скобках.

Пример: **Kannst** du mir bitte die Marmelade geben? (können)

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Модальные глаголы».

Задание 5. Составьте вопросительные предложения и дайте краткие ответы на них.

Пример: Sie wohnen in Berlin.

Ответ: Wo wohnen Sie? Wer wohnt in Berlin?

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по

теме «Вопросительные предложения».

Проблемные и сложные вопросы, возникающие в процессе изучения курса и выполнения контрольной работы, необходимо решать с преподавателем на консультациях.

Выполнению контрольной работы должно предшествовать самостоятельное изучение студентом рекомендованной литературы.

Студент получает проверенную контрольную работу с исправлениями в тексте и замечаниями. В конце работы выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно». Работа с оценкой «неудовлетворительно» должна быть доработана и представлена на повторную проверку.

Выполнение работы над ошибками

При получении проверенной контрольной работы необходимо проанализировать отмеченные ошибки. Все задания, в которых были сделаны ошибки или допущены неточности, следует еще раз выполнить в конце данной контрольной работы. Контрольные работы являются учебными документами, которые хранятся на кафедре до конца учебного года.

Критерии оценивания контрольной работы

Оценка за контрольную работу определяется простым суммированием баллов за правильные ответы на вопросы: 1 правильный ответ = 1 балл. Максимум 44 балла.

Результат контрольной работы

Контрольная работа оценивается на «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»:

35-44 балла (80-100%) - оценка «отлично»;

29-34 балла (65-79%) - оценка «хорошо»;

22-28 баллов (50-64%) - оценка «удовлетворительно»;

0-21 балла (0-49%) - оценка «неудовлетворительно».

Образец оформления титульного листа

Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

Кафедра иностранных языков и деловой коммуникации

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

по дисциплине
ИНОСТРАННЫЙ ЯЗЫК

Специальность
21.05.02 Прикладная геология

Специализация
Поиски и разведка подземных вод и инженерно-геологические изыскания

формы обучения: очная, заочная

Выполнил: Иванов Иван Иванович
Группа ГИГ-22

Преподаватель: Петров Петр Петрович,
к.т.н, доцент

Екатеринбург
2022

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-
методическому комплексу
_____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

Б1.О.03 ИНОСТРАННЫЙ ЯЗЫК

Направление подготовки
05.03.01 Геология

Профиль
Гидрогеология, инженерная геология и геоэкология

год набора: 2023

Автор: Безбородова С. А., к.п.н.

Одобрена на заседании кафедры
Иностранных языков и деловой коммуникации
(название кафедры)
Зав.кафедрой _____
(подпись)
к.п.н., доц. Юсупова Л. Г.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 06.09.2022 г.
(Дата)

Рассмотрена методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
д.г-м.н., проф. Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 13.09.2022 г.
(Дата)

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

ТЕМА 1. Бытовая сфера общения (Я и моя семья)……..... 3
1.1 Лексические единицы, необходимые для освоения темы ……..... 3
1.2 Устные темы для развития коммуникативной компетенции ……..... 5
1.3 Систематизация грамматического материала: теория и упражнения ……... 6

ТЕМА 2. Учебно-познавательная сфера общения (Я и мое образование) ……..... 35
2.1 Лексические единицы, необходимые для освоения темы ……..... 35
2.2 Устные темы для развития коммуникативной компетенции ……..... 36
2.3 Систематизация грамматического материала: теория и упражнения ……... 38

ТЕМА 3. Социально-культурная сфера общения (Я и моя страна. Я и мир) ……..... 53
3.1 Лексические единицы, необходимые для освоения темы ……..... 53
3.2 Устные темы для развития коммуникативной компетенции ……..... 54
3.3 Систематизация грамматического материала: теория и упражнения ……... 58

ТЕМА 4. Профессиональная сфера общения (Я и моя будущая специальность) ……..... 74
4.1 Лексические единицы, необходимые для освоения темы ……..... 74
4.2 Устные темы для развития коммуникативной компетенции ……..... 82
4.3 Систематизация грамматического материала: теория и упражнения ……... 82

ТЕМА 1. Бытовая сфера общения (Я и моя семья)

Тематика общения:

1. Я и моя семья.
2. Дом, жилищные условия.
3. Мой рабочий день.
4. Досуг и развлечения.

Проблематика общения:

1. Взаимоотношения в семье, семейные традиции.
2. Устройство квартиры/загородного дома.
3. Рабочий день студента.
4. Досуг в будние и выходные дни, активный и пассивный отдых.

1.1 Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

родственник relative, relation
родители parents
мать (мама) mother (mom, mum, mama, mamma, mummy, ma)
отец (папа) father (dad, daddy, papa, pa)
жена wife
муж husband
супруг(а) spouse
ребенок, дети child, children
дочь daughter
сын son
сестра sister
брат brother
единственный ребенок only child
близнец twin
близнецы, двойняшки twins
брат-близнец twin brother
сестра-близнец twin sister
однояйцевые близнецы identical twins
тройняшки triplets
бабушка и дедушка grandparents
бабушка grandmother (grandma, granny, grandmamma)
дедушка grandfather (grandpa, granddad, grandpapa, grandad)
внуки grandchildren
внучка granddaughter
внук grandson
прабабушка great-grandmother
прадедушка great-grandfather
прабабушка и прадедушка great-grandparents
правнуки great-grandchildren
тётя aunt
дядя uncle
крестный (отец) godfather
крестная (мать) godmother
отчим, приемный отец stepfather
мачеха, приемная мать stepmother
сводный брат stepbrother
сводная сестра stepsister
брат по одному из родителей half-brother
сестра по одному из родителей half-sister

приемный, усыновленный сын adopted son
приемная, удочеренная дочь adopted daughter
приемный ребенок adopted child
патронатная семья, приемная семья foster family
приемный отец foster father
приемная мать foster mother
приемные родители foster parents
приемный сын foster son
приемная дочь foster daughter
приемный ребенок foster child
неполная семья (с одним родителем) single-parent family
родня the kin, the folks
племянница niece
племянник nephew
двоюродный брат cousin (male)
двоюродная сестра cousin (female)
двоюродный брат (сестра), кузен (кузина) first cousin
троюродный брат (сестра) second cousin
четвероюродный брат (сестра) third cousin
родня со стороны мужа или жены in-laws
свекровь mother-in-law (husband's mother)
свёкор father-in-law (husband's father)
тёща mother-in-law (wife's mother)
тесть father-in-law (wife's father)
невестка, сноха daughter-in-law
зять son-in-law
шурин, свояк, зять, деверь brother-in-law
свояченица, золовка, невестка sister-in-law
семейное положение marital status
холостой, неженатый, незамужняя single
женатый, замужняя married
брак marriage
помолвка engagement
помолвленный, обрученный engaged
развод divorce
разведенный divorced
бывший муж ex-husband
бывшая жена ex-wife
расставшиеся, не разведенные, но не проживающие одной семьей separated
вдова widow
вдовец widower
подружка, невеста girlfriend
друг, парень, ухажер boyfriend
любовник, любовница lover
ухажер, жених, подружка, невеста, обрученный fiance
свадьба wedding
невеста на свадьбе bride
жених на свадьбе (bride)groom
медовый месяц honeymoon

1.2 Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

My family

My name is Vladimir Petrov. I am … years old. I was born in 19… in Nizhniy Tagil. I went to school when I was 7. In 20… I finished school number 10 in Ekaterinburg. This year I entered the Ural State Mining University. In five years I shall graduate from this University.

I live in the center of Ekaterinburg. I work at the Ministry of Foreign Trade. I'm an engineer & I am also a student. Many engineers in our Ministry learn foreign languages.

My family is not large. I have a wife & two children. My wife's name is Ann & children's names are Nick & Natalie.

My wife is an economist. My wife is a young woman. She is twenty – nine years old. She works at the Ministry of Foreign Trade, too. She goes to the office every day. My wife doesn't learn English. She already knows English very well. She reads many English books, magazines & newspapers. My wife is also a student. She learns German. She likes languages very much & is going to learn French next year.

My daughter is a girl of ten. She goes to school. She has a lot of subjects at school. She also learns English. She also helps her mother at home.

My son is a little boy. He was born five years ago. I take him to the kindergarten every morning.

My parents are not old. My father is 53. He is an engineer. He graduated from The Ural Polytechnical Institute. He works at a big plant. My mother is 51. She is a teacher. She teaches Russian at school. She graduated from the Leningrad Teachers' Training University.

My sister's name is Katya. She works at an office. Besides she studies at an Evening Department. She is married. Her husband is a doctor. He works at a hospital. They have a little son. He is only six months old.

My elder brother, Boris by name, does not stay with us. He lives in Gorky in a large two-roomed flat. He is a designer. He has also a family of his own. He has a wife & two children: a boy & a girl. Their son is already a pupil. My brother & his family often come to see us. We also visit them sometimes.

I also have a grandfather & a grandmother. They are pensioners. My grandmother looks after the house & does the cooking. We usually take our children to the country in summer to stay with their grandparents. They love their grandchildren very much.

My student's life

I'm a student of The Ural State Mining University. I have been a student only one month. I can't speak English very well yet. I am just a beginner. I live in a hostel. It is rather a long way from the University. In fact, it takes me about an hour to get to the University. But it gives me no trouble at all, as I like to get up early. I don't need an alarm-clock to wake me up. I am an early - riser.

Though the hostel is far from the University it is very comfortable & has all modern conveniences.

As a rule I get up at 6.30, do morning exercises & have shower. I don't have a bath in the morning; I have a bath before I go to bed.

For breakfast I have a boiled egg & a cup of coffee in order not to waste the time. At about 7.30 I am quite ready to go. It is about 5 minutes walk from the hostel to the stop. I usually take the 7.40. bus. I walk to the stop as I have plenty of time to catch my bus.

I come to the University 5 minutes before the lesson begins. So I can have a chat with my friends. The majority of my group mates are from Ekaterinburg the others either come from different towns of our country. We usually have a lot of things to talk about.

We don't go out to the lunch. There is a good canteen at the University. It is on the ground floor. But I should say that you have to stand in a queue to have lunch.

I come to the hostel from the University at about 3 o'clock. I live in a single room & have nobody to speak with. In the evening I sometimes go out with my friends. We go to the cinema if there is something new or to the club if there is a dancing party there. But often I stay in, watch TV

programs or listen to the music. Then I read a book for half an hour or so & go to sleep. That doesn't take me long, as a rule.

My flat

I live in Ekaterinburg in a sixteen-storied dwelling house in the center of the city.
Five years ago our old wooden house was pulled down & we moved here into three-room flat with all modern conveniences.

Now we have running water, gas, electricity, central heating & a refuse chute. We live on the top floor & from the balcony we have a good view of the park. Besides we needn't mount the staircase because there is a lift to take us up.

The entrance hall is rather small. There is a hallstand & a mirror-stand there.

The sitting-room is a spacious simply furnished room. The floor spacious is about 15 square meters. It is not overcrowded with furniture. Everything fits in well. Nothing is out of place here. Next to the window there is a sofa with a stand – lamp. The bookcase in the corner of the room is full of books. On the left there are two comfortable arm-chairs opposite the TV-set & leaf – table.

In the bedroom we have dark brown suite of furniture of the latest model & thick carpet. Near the wall there is a divan-bed. In the built-in-wardrobe we keep our clothes & bed linen.
The adjoining room is the children's room. The bright pattern of the curtains & of wall paper makes the room look gay. There is a writing desk with a desk lamp, a small sofa & a lot of toys there.

In the kitchen there is a fridge, a cupboard, a kitchen table & a gas-stove. Over the sink there is a plate-rack. All kitchen utensils are close at hand.

In the corridor there is a built-in-closet, where we keep our vacuum-cleaner, electric iron & other household objects.

In the bathroom there is a bath-tub & a shower, a towel-rack & a wash-basin with a shelf above it. There tooth-brushes, a cake of soap & some shaving articles on it. Near the bath-room there is a lavatory.

There is nothing special about our flat, no rich decorations but we are accustomed to it & cannot compare it to the old one.

1.3 Систематизация грамматического материала:

1. Порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях. Порядок слов в вопросительном предложении. Безличные предложения.
2. Местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные).
3. Имя существительное. Артикли (определенный, неопределенный, нулевой).
4. Функции и спряжение глаголов *to be* и *to have.* Оборот *there+be*.
5. Имя прилагательное и наречие. Степени сравнения. Сравнительные конструкции.
6. Имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат).

Порядок слов в английском предложении

В русском языке, благодаря наличию падёжных окончаний, мы можем переставлять члены предложения, не меняя основного смысла высказывания. Например, предложения Студенты изучают эти планы и Эти планы изучают студенты совпадают по своему основному смыслу. Подлежащее в обоих случаях - студенты, хотя в первом предложении это слово стоит на первом месте, а во втором предложении - на последнем.

По-английски такие перестановки невозможны. Возьмём предложение The students study these plans Студенты изучают эти планы. Если подлежащее и дополнение поменяются местами, то получится бессмыслица: These plans study the students Эти планы изучают студентов. Произошло это потому, что слово plans, попав на первое место, стало подлежащим.

Английское предложение имеет твёрдый порядок слов.

Порядок слов в английском предложении показан в этой таблице:

I	II	III Дополнение	IV

					Обстоятельство
Подлежащее	**Сказуемое**	**Косвенное без предлога**	**Прямое**	**Косвенное с предлогом**	
We Мы	study изучаем		math математику		
He Он	gives дает	us нам	lessons уроки		in this room. в этой комнате
She Она	reads читает		her notes свои заметки	to Peter Петру	every day. каждый день

Вопросительное предложение

Общее правило построения вопросов в английском языке таково: Все вопросы (кроме специальных вопросов к подлежащему предложения) строятся путем инверсии. Инверсией называется нарушение обычного порядка слов в английском предложении, когда сказуемое следует за подлежащим.

В тех случаях, когда сказуемое предложения образовано без вспомогательных глаголов (в Present и Past Indefinite) используется вспомогательный глагол to do в требуемой форме - do/does/did.

Общие вопросы

Общий вопрос задается с целью получить подтверждение или отрицание высказанной в вопросе мысли. На общий вопрос обычно дается краткий ответ: "да" или "нет".

Для построения общего вопроса вспомогательный или модальный глагол, входящий в состав сказуемого, ставится в начале предложения перед подлежащим.

а) Примеры сказуемого с одним вспомогательным глаголом: Is he speaking to the teacher? - Он говорит с учителем?

б) Примеры сказуемого с несколькими вспомогательными глаголами:

You will be writing letters to us. – Ты будешь писать нам письма.

Will you be writing letters to us? – Будешь ли ты писать нам письма?

Примеры с модальными глаголами:

She can drive a car. – Она умеет водить машину.

Can she drive a car? - Она умеет водить машину? (Yes, she can.; No, she cannot)

Когда в составе сказуемого нет вспомогательного глагола (т.е. когда сказуемое выражено глаголом в Present или Past Indefinite), то перед подлежащим ставятся соответственно формы do / does или did; смысловой же глагол ставится в форме инфинитива без to (словарная форма) после подлежащего.

С появлением вспомогательного глагола do на него переходит вся грамматическая нагрузка - время, лицо, число: в Present Indefinite в 3-м лице ед. числа окончание -s, -es смыслового глагола переходит на глагол do, превращая его в does; а в Past Indefinite окончание прошедшего времени -ed переходит на do, превращая его в did.

Do you go to school? – Ходишь ли ты в школу?

Do you speak English well? - Ты хорошо говоришь по-английски?

Ответы на общие вопросы

Общий вопрос требует краткого ответа "да" или "нет", которые в английском языке образуются следующим образом:

а) Положительный состоит из слова Yes за которым (после запятой) идет подлежащее, выраженное личным местоимением в им. падеже (никогда не используется существительное) и тот вспомогательный или модальный глагол, который использовался в вопросе (вспомогательный глагол согласуется с местоимением ответа);

б) Отрицательный ответ состоит из слова No, личного местоимения и вспомогательного (или модального) глагола с последующей частицей not

Например: Are you a student? - Ты студент?

Yes, I am. - Да.; No, I am not. - Нет.

Do you know him? – Ты знаешь его?
Yes, I do. – Да (знаю).; No, I don't. – Нет (не знаю).

Специальные вопросы

Специальный вопрос начинается с вопросительного слова и задается с целью получения более подробной уточняющей информации. Вопросительное слово в специальном вопросе заменяет член предложения, к которому ставится вопрос.

Специальные вопросы могут начинаться словами:

who? – кто? whom? – кого? whose? - чей? what? – что? какой? which? – который?

when? – когда? where? – где? куда? why? – почему? how? – как?

how much? – сколько? how many? – сколько? how long? – как долго? сколько времени?

how often? – как часто?

Построение специальных вопросов:

1) Специальные вопросы ко всем членам предложения, кроме подлежащего (и его определения) строятся так же, как и общие вопросы – посредством инверсии, когда вспомогательный или модальный глагол ставится перед подлежащим.

Специальный вопрос (кроме вопроса к подлежащему) начинается с вопросительного слова или группы слов за которым следуют вспомогательный или модальный глагол, подлежащее и смысловой глагол (сохраняется структура общего вопроса).

Вопрос к прямому дополнению:

What are you reading? Что ты читаешь?

What do you want to show us? Что вы хотите показать нам?

Вопрос к обстоятельству

Обстоятельства бывают разного типа: времени, места, причины, условия, образа действия и др.

He will come back tomorrow. – Он вернется завтра.

When will he come back? – Когда он вернется?

What did he do it for? Зачем он это сделал?

Where are you from?

Вопрос к определению

Вопрос к определению начинается с вопросительных слов what какой, which (of) который (из), whose чей, how much сколько (с неисчисляемыми существительными), how many сколько (с исчисляемыми существительными). Они ставятся непосредственно перед определяемым существительным (или перед другим определением к этому существительному), а затем уже идет вспомогательный или модальный глагол.

What books do you like to read? Какие книги вы любите читать?

Which books will you take? Какие книги (из имеющихся) вы возьмете?

Вопрос к сказуемому

Вопрос к сказуемому является типовым ко всем предложениям: "Что он (она, оно, они, это) делает (делал, будет делать)?", например:

What does he do? Что он делает?

Специальные вопросы к подлежащему

Вопрос к подлежащему (как и к определению подлежащего) не требует изменения прямого порядка слов, характерного для повествовательного предложения. Просто подлежащее (со всеми его определениями) заменяется вопросительным местоимением, которое исполняет в вопросе роль подлежащего. Вопросы к подлежащему начинаются с вопросительных местоимений:

who – кто (для одушевленных существительных)

what - что (для неодушевленных существительных)

The teacher read an interesting story to the students yesterday.

Who read an interesting story to the students yesterday?

Сказуемое в таких вопросах (после who, what в роли подлежащего) всегда выражается глаголом в 3-м лице единственного числа (не забудьте про окончание -s в 3-м лице ед. числа в Present Indefinite. Правила образования -s форм см. здесь.):
Who is reading this book? Кто читает эту книгу?
Who goes to school?

Альтернативные вопросы

Альтернативный вопрос задается тогда, когда предлагается сделать выбор, отдать чему-либо предпочтение.

Альтернативный вопрос может начинаться со вспомогательного или модального глагола (как общий вопрос) или с вопросительного слова (как специальный вопрос) и должен обязательно содержать союз or - или. Часть вопроса до союза or произносится с повышающейся интонацией, после союза or - с понижением голоса в конце предложения.

Например вопрос, представляющий собой два общих вопроса, соединенных союзом or:
Is he reading or is he writing?
Did he pass the exam or did he fail?

Вторая часть вопроса, как правило, имеет усеченную форму, в которой остается (называется) только та часть, которая обозначает выбор (альтернативу):
Is he reading or writing?

Разделительные вопросы

Основными функциями разделительных вопросов являются: проверка предположения, запрос о согласии собеседника с говорящим, поиски подтверждения своей мысли, выражение сомнения.

Разделительный (или расчлененный) вопрос состоит из двух частей: повествовательной и вопросительной.

Первая часть - повествовательное утвердительное или отрицательное предложение с прямым порядком слов.

Вторая часть, присоединяемая через запятую, представляет собой краткий общий вопрос, состоящий из местоимения, заменяющего подлежащее, и вспомогательного или модального глагола. Повторяется тот вспомогательный или модальный глагол, который входит в состав сказуемого первой части. А в Present и Past Indefinite, где нет вспомогательного глагола, употребляются соответствующие формы do/ does/ did.

В второй части употребляется обратный порядок слов, и она может переводится на русский язык: не правда ли?, не так ли?, верно ведь?

1. Если первая часть вопроса утвердительная, то глагол во второй части стоит в отрицательной форме, например:
You speak French, don’t you? You are looking for something, aren’t you? Pete works at a plant, doesn’t he?

2. Если первая часть отрицательная, то во второй части употребляется утвердительная форма, например:
It is not very warm today, is it? John doesn’t live in London, does he?

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Write questions and answers for the following statements, as in the example.

1 Paul was tired when he got home.
…Was Paul tired when he got home? Yes, he was…
2 They live in London.
3 She can't play the piano.
4 The film starts at nine o'clock.
5 You had an English lesson last night.
6 She has got blue eyes.
7 We didn't want to go to the beach.
8 He should follow the doctor's advice.

2. Write the short form of the following negative questions

1 Can they not decide where to go on holiday?

...Can't they decide where to go on holiday?...

2 Did Claire not invite you to her party?

3 Do you not enjoy watching horror films?

4 Have you not finished your homework yet?

5 Can she not go to town on her own?

6 Does he not know where we live?

7 Has Sue not done the shopping for you?

8 Did he not give you any details?

3. Fill in the gaps with the correct question word(s).

A: Now for the general knowledge part of the quiz.

1) ...*What*... is the capital of Egypt?

B: Cairo.

A: That's correct. 2) … can you see the Mona Lisa?

B: In the Louvre, in Paris.

A: Well done, that's right. 3) … wrote 'Romeo and Juliet'?

B: Charles Dickens.

A: No, that's incorrect. It was Shakespeare. 4) … are the Olympic Games held?

B: Every four years.

A: Correct. 5) … did the Second World War begin?

B: I think it was in 1939.

A: Yes, you're right. And the final question in this round is: 6) … players are there in a hockey team?

B: Eleven.

A: Correct. Well, at the end of that round, Contestant 2 has the most points, so he goes through to the final round to play for our star prize.

4. Fill in who, whose, what, which, where, when, how long, how often, what time, why, how much or how many.

is your jacket?' 'It's the red one.'

1. '...*Which*... is your jacket?' 'It's the red one.'
2. '…is your birthday?' 'It's next week.'
3. '… is Mary?' 'She's in her bedroom.'
4. '… have you been waiting?' Only five minutes.'
5. '… do you go shopping?' Once a week.'
6. '… are you doing at the moment?' I'm watching TV.'
7. ' … are you writing to?' 'Uncle Tom.'
8. '…do you start work?' At nine o'clock in the morning.'
9. '… pieces of toast do you want?' Two, please.'
10. '… isn't she at work today?' Because she's ill.'
11. '… did you spend last month?' About £500.'
12. ' … party are you going tonight?' 'Alison's'

5. Fill in the gaps with what, which or how.

1 A: ...*What*... do you want to do when you leave school?
B: I'm not really sure. I'd like to be a vet.

2 A: … bag do you prefer - the black one or the brown one?
B: I like the black one best.

3 A: … old are you?
B: It was my birthday last week. Now I'm fifteen.

4 A: … did you get my telephone number?
B: I looked in the staff address book.

5 A: … shall we do on Saturday?
B: Let's just stay at home and watch a video.

6 A: … house did you prefer — the one we saw first or second?
B: I didn't like either. We'll have to keep looking.
7 A: … many pairs of shoes did you buy last year?
B: Only two. One in the summer and one in the winter.
8 A: … is your favourite food?
B: Roast chicken.

6. Write questions to which the words in bold are the answers.

1 **The tiger** is the largest member of the cat family.
…Which is the largest member of the cat family?...
2 A mature male tiger weighs **between 160 and 230 kg**.
3 Tigers are usually **orange with black stripes**.
4 Tigers live **in Russia, China, India and South-East Asia.**
5 **The Javan tiger, the Bali tiger and the Caspian tiger** are extinct.
6 Tigers eat **a variety of smaller animals, including deer.**
7 Tigers can produce young **at any time of year.**
8 Tigers usually have **two or three** cubs at a time.
9 Tigers live **for an average of eleven years.**
10 Tigers are hunted **for sport or for their fur**.

7. Write questions to which the words in bold are the answers.

Claudette is **32 years old**. She lives **in Paris, France**, and has lived there **since she was 5 years old.** Claudette works as **a lawyer** for a successful law firm, and she travels to work **by car** every day. Claudette is married. Her husband's name is **Jean**. They have **two** dogs. She loves **to take the dogs for long walks** every evening **after work.** Claudette has several hobbies, such as **reading and playing the piano**, but her **favourite hobby is cooking**. Jean thinks this is good, too, **because he gets to eat the wonderful meals she makes.**

8. Write questions to which the words in bold are the answers.

1 **The Petersons** have bought a dog.
…Who has bought a dog?...
2 The Petersons have bought **a dog.**
…What have the Petersons bought?...
3 Rachel is writing **a letter**.
4 **Rachel** is writing a letter.
5 **Brian** likes this car.
6 Brian likes **this car**.
7 Dad broke **the window**.
8 **Dad** broke the window.
9 **Mother** will make a birthday cake.
10 Mother will make **a birthday cake**.
11 **Robin** is going to bake some biscuits.
12 Robin is going to bake **some biscuits**.

9. Write questions to which the words in bold are the answers.

1 Wendy doesn't agree with **her friend's decision**.
…What doesn't Wendy agree with?...
2 James is listening to **some old records**.
3 Sharon is waiting for **the bus**.
4 The boys were talking about **football**.
5 She has got a letter from **her pen-friend**.
6 Martin is thinking about **his holiday**.
7 This jacket belongs to **Stacey.**
8 Pauline was married to **Nigel.**

10. Complete the questions.

1 There are two books. The one on the table is Sue's.

a) 'Which …*book is Sue's*...?' 'The one on the table.'
b) 'Whose …*book is on the table*…?' 'Sue's.'
2 Steven wrote four letters.
a) 'Who … ?' 'Steven.'
b) 'How many … ?' 'Four.'
3 Teresa is going to wash the car.
a) 'Who … ?' Teresa.'
b) 'What … ?' 'The car.'
4 Kate visited John in hospital yesterday.
a) 'Who … ?' 'Kate.'
b) 'Who … ?' 'John.'
5 David has taken Frank's new CD.
a) 'Whose …?' 'Frank's.'
b) 'Who …?' 'David.'
6 Alice is going to the cinema tonight.
a) 'Who …?' 'Alice.'
b) 'Where …?'The cinema.'

Безличные предложения

Поскольку в английском языке подлежащее является обязательным элементом предложения, в безличных предложениях употребляется формальное подлежащее, выраженное местоимением it. Оно не имеет лексического значения и на русский язык не переводится.

Безличные предложения используются для выражения:

1. Явлений природы, состояния погоды: It is/(was) winter. (Была) Зима. It often rains in autumn. Осенью часто идет дождь. It was getting dark. Темнело. It is cold. Холодно. It snows. Идет снег.

2. Времени, расстояния, температуры: It is early morning. Ранее утро. It is five o'clock. Пять часов. It is two miles to the lake. До озера две мили. It is late. Поздно.

3. Оценки ситуации в предложениях с составным именным (иногда глагольным) сказуемым, за которым следует подлежащее предложения, выраженное инфинитивом, герундием или придаточным предложением: It was easy to do this. Было легко сделать это.
It was clear that he would not come. Было ясно, что он не придет.

4. С некоторыми глаголами в страдательном залоге в оборотах, соответствующих русским неопределенно-личным оборотам: It is said he will come. Говорят, он придет.

Местоимение. The Pronoun.
Классификации местоимений.

1	**personal**	личные
2	**possessive**	притяжательные
3	**demonstrative**	указательные
4	**indefinite and negative**	неопределенные и отрицательные
5	**quantifiers**	количественные
6	**reflexive**	возвратные
7	**reciprocal**	взаимные
8	**relative**	относительные
9	**defining**	определительные
10	**interrogative**	вопросительные

I. Личные (personal) местоимения

Общий падеж		**Объектный падеж**	
I	я	**me**	мне, меня
he	он	**him**	его, ему

she	она	**her**	ей, о ней
it	оно, это	**it**	ей, ему, этому
we	мы	**us**	нам, нас
they	они	**them**	им, их
you	ты, вы	**you**	тебе, вам

Внимание! He (он) и **she (она)** в английском языке можно говорить только про людей. Все остальные английские существительные (предметы, животные, явления природы, чувства и т. д.) - обозначаются – it (оно, это).

he	**she**	**it**
a boy – мальчик **a man –** мужчина **brother –** брат **father –** отец **Nick –** Николай **Mr Grey –** мистер Грей	**a girl –** девочка **a woman –** женщина **sister – с**естра **motherч–** мама **Kate –** Катя **Mrs Grey –** миссис Грей	**a cat –** кот **a wall –** стена **rain –** дождь **love –** любовь **a hand –** рука **an apple -** яблоко

Англичане говорят <u>It's me</u>, а не It's I (это я).

II. Притяжательные (possessive) местоимения

Притяжательные местоимения выражают принадлежность и имеют в английском языке **две формы** - **основную** (после этой формы обязательно требуется существительное).
Whose pen is it? - *Чья это ручка?* - **It's my pen**. - *Это моя ручка*.
И **абсолютную** (существует самостоятельно, без существительного) - **It's mine.** - *Это моя.*

Личное местоимение	**Основная форма**	**Абсолютная форма**
I – я **he –** он **she –** она **it – оно,** это **we –** мы **you –** ты, вы **they -** они	**my (toy) -** моя (игрушка) **his (toy) -** его (игрушка) **her (toy) -** ее (игрушка) **its (toy) -** его (не о человеке) **our (toy) -** наша (игрушка) **your (toy) -** ваша, твоя (игрушка) **their (toy) -** их (игрушка)	**his -** его **hers -** ее **its -** его (этого) **ours -** наша **yours -** ваша, твоя **theirs -** их

III. Указательные (demonstrative) местоимения

this (это, эта, этот) **– these** (эти) **that** (то, та, тот) **- those** (те)

IV. Неопределенные (indefinite) и отрицательные (negative) местоимения

Местоимения some, any, every, и их производные

• Если у вас есть, например, яблоки и вы знаете, сколько их, вы говорите:
I have/l have got three apples. *У меня есть 3 яблока,*
• Если вы не знаете точное количество, то используйте неопределенное местоимение **some: I have/1 have got apples.** *У меня есть несколько яблок (некоторое количество).*

Производные от неопределенных местоимений

Слово **"think"** обозначает **"вещь"** (не обязательно материальная).
Слово **"body"** обозначает **"тело".** Эти слова являются основой для целого ряда словообразований.

Thing используется для неодушевленных (что-то):

some **something –** *что-то, что-нибудь*

any	**anything -** *что-то, что-нибудь*
thing	
no	**nothing -** *ничего, ничто*
every	**everything -** *все*
Body/one - для одушевленных (кто-то):	
some	**somebody/someone –** *кто-то, кто-нибудь*
any	**anybody/anyone -** *кто-то, кто-нибудь*
body/one	
no	**nobody / no one -** *никого, никто*
every	**everybody /everyone –** *все, каждый*

Местоимение **some** и основа **body** должны произноситься и писаться слитно, в противном случае вместо **somebody** – *кто-то*, получится **some body** - *какое-то тело*, **Something/somebody/someone** - в утвердительных предложениях, **anything/anybody/anyone** - в отрицательных и вопросительных предложениях**, nothing/nobody/no one** – в отрицательных. **Anything/anybody/anyone** - также используются в утвердительных предложениях, но в значении *что угодно/кто угодно*

somewhere - *где-нибудь, куда-нибудь*	**anywhere -** *где угодно*
nowhere - *нигде*	**everywhere -** *везде*

V. Количественные (quantifiers) местоимения

Many и much - оба слова обозначают **" много"**, С **исчисляемыми** существительными (теми, которые можно посчитать, можно образовать множественное число) используется слово **many**, а с **неисчисляемыми** - слово **much**.

many girls - *много девочек*	**much snow -** *много снега*
many boys - *много мальчиков*	**much money -** *много денег*
many books - *много книжек*	**much time -** *много времени*

How many? } **сколько?** **How many girls? -** *Сколько девочек?*
How much? } **сколько?** **How much sugar? -** *Сколько сахара?*
How much sugar? - *Сколько сахара?*

a lot of... - много - используется и с исчисляемыми, girls – много девочек
и с неисчисляемыми существительными **a lot of**
a lot без (of) используется и без существительного. sugar - много сахара

Сравните: He writes **a lot** of funny stories**.** *Он пишет много забавных рассказов.*
He writes **a lot.** *Он много пишет.*

В утвердительных предложениях используйте **a lot of.**
В отрицательных и в вопросительных **many/much,**

Сравните:

(+) My grandmother often cooks **a lot of** tasty things. *Моя бабушка часто готовит много вкусного*.
(-) But we don't eat **much.** *Но мы не едим много*. (?) Do you eat much? *Вы много едите?*
Иногда слова **much** и **a lot** являются синонимами слова **"часто":**
Do you ski **much**? *Вы много (часто) катаетесь на лыжах?* No, not much (= not often).Нет, не часто.

Few, little, a few, a little
С неисчисляемыми существительными используйте слово little (мало), а с исчисляемыми - few (мало).

few books - мало книг	**little time -** мало времени
few girls - мало девочек	**little money -** мало денег
few boys - мало мальчиков	**little snow -** мало снега
little } **мало (т.е. надо еще)**	**a little** } **немного (т.е. пока хватает)**

few	a few

VI. Возвратные (reflexive) местоимения

Возвратные местоимения образуются от личных местоимений в объектном падеже и притяжательных местоимений прибавлением **- self** в единственном числе и **- selves** во множественном числе. Возвратные местоимения используются для того, чтобы показать, что объект, названный подлежащим предложения сам совершает действие.

Личное местоимение	Возвратное местоимение	Пример	Перевод
I	myself	I did it myself.	Я сделал это сам
he	himself	He did it himself.	Он сделал это сам.
she	herself	She did it herself.	Она сделала это сама
you	yourself	You did it yourself.	Вы сделали это сами.
they	themselves	They did it themselves.	Они сделали это сами.
we	ourselves	We did it ourselves.	Мы сделали это сами.

VII. Взаимные (reciprocal) местоимения

Each other - друг друга (относится к двум лицам или предметам).
One another - друг друга (относится к большему количеству лиц или предметов).
They spoke to <u>each other</u> rather friendly. *Они разговаривали друг с другом довольно дружелюбно.*
They always help <u>one another</u>. *Они всегда помогают друг другу.*

VIII. Относительные (relative) местоимения

Who (whom), whose, which, that

who	**Именительный падеж <u>who</u> (подлежащее)** **The girl <u>who</u> is playing the piano is my sister.** *Девочка, которая играет на пианино, - моя сестра.*
	Объектный падеж <u>whom</u> (дополнение) **The man <u>whom</u> I love the best is your brother.** *Человек, которого я люблю больше всех, - твой брат.*
which	**Для неодушевленных предметов и животных** **The flowers <u>which</u> you brought me were pretty nice.** *Цветы, которые ты мне принес, очень милые.*
whose	**Для одушевленных существительных** **This is the man <u>whose</u> book we read yesterday.** *Это человек, книгу которого мы читали вчера.*
	Для неодушевленных существительных **We saw the tree <u>whose</u> leaves were absolutely yellow.** *Мы увидели дерево, листья которого были абсолютно желтыми.*
that	**Для одушевленных существительных** **This is the man <u>that</u> we saw yesterday.** *Это мужчина, которого мы видели вчера.*
	Для неодушевленных существительных **This is the film <u>that</u> we saw yesterday.** *Это фильм, который мы видели вчера.*

IX. Определительные (defining) местоимения

all

Употребление	Примеры	Перевод
определяет неисчисляемые существительные	He spent **all his** time fishing on the lake**.**	Он провел все свое время, ловя рыбу на озере.
определяет исчисляемые существительные	**All the** boys like football. **(the после all!)**	Все мальчишки любят футбол.
all = everything	I know **all/everything.**	Я знаю всё.
all = everybody	**All** were hungry. **Everybody** was hungry.	Все были голодны. Все были голодны.
we all = ail of us you all = all of you they all = ail of them	We **all** love you very much = **All** of us love you very much.	Мы все тебя очень любим

both

Употребление	Примеры	Перевод
определяет существительные	**Both (the/my) friends like football.**	Оба моих друга любят футбол
допускается использование артикля вместо указательных местоимений после both	**Both these/the men are Russian.**	Оба (эти) мужчины - русские.
употребляется вместо существительного	**He gave me two apples. Both were sweet.**	Он дал мне два яблока. Оба были сладкими.
they both = both of them you both = both of you we both = both of us	**They both (both of them) came to visit us.**	Они оба пришли навестить нас.
в устойчивой конструкции **both...and.**	**Both mother father were at home**	И мама, и папа были дома.
в отрицательных предложениях **вместо both** используется **neither**	**Both of them know English. Neither of them know English.**	Они оба знают английский. Ни один из них не знает английского.

either/neither

	Употребление	Примеры	Перевод
either	любой из двух (артикль не ставится)	**I've got 2 cakes. Take either cake.**	У меня 2 пирожных. Возьми любое.
	каждый, оба, и тот, и другой	**There are windows on either side of the house.**	С обеих сторон дома есть окна.
	заменяет существительное (глагол в ед. числе)	**Either of dogs is always hungry.**	Любая из собак вечно голодная.
neither	отрицательное местоимение-определение (ни тот, ни другой)	**Neither of examples is correct.**	Ни один из примеров не верен.
	в констр. neither.. .nor (ни.. .ни)	**I like neither tea, nor coffee.**	Я не люблю ни чай, ни кофе.

other, another, the other, the others (другой, другие)

	Употребление	Примеры	Перевод
the other	другой (второй), другой из двух	**You've got 2 balls: one and the other.**	У тебя 2 мяча: один и другой.
another	другой из многих, еще один	**Take another ball.**	Возьми другой мяч.

			(Любой, но не этот.)
other	другие (любые), не последние	**Take other 2 balls.**	Возьми другие 2 мяча. (Из многих.)
the others	другие (определенные)	**There are 4 balls: 2 balls are red and the others are blue.**	Есть 4 мяча: 2 красных, а другие 2 - синие.

X. Вопросительные (interrogative) местоимения

what	что	**What's this?**	Что это?
which	который	**Which of them?**	Который из них?
who	кто, кого	**Who was that?**	Кто это был?
whom	кого	**Whom did you meet?**	Кого ты встретил?
whose	чей	**Whose book is it?**	Чья это книга?

Имя существительное. The Noun

Категории	Существительное в русском языке	Существительное в английском языке
Число	**Изменяется**	**Изменяется**
Падеж	**Изменяется**	**Не изменяется**

Выполните упражнения на закрепление материала:

. Fill in the gaps with the correct subject or object pronoun.

1 A: Do your brothers play football?
B: Yes, ...*they*... play … all the time … think …'s a brilliant game.
2 A: Does Susan eat chocolate?
B: Yes … eats … all the time … says …'s her favourite food.
3 A: Do your parents know Mr. Jones?
B: Yes, … know … very well … lives next door to … .
4 A: Does Claire like David?
B: No, … doesn't like … very much. … says …'s too noisy.
5 A: Do you listen to rock music?
B: Yes, … listen to … all the time. … think …'s fantastic.
6 A: Does Tony enjoy fishing?
B: Oh, yes … enjoys … very much. .... says … relaxes him.

2. Fill in the gaps with there or it.

1 By the time I got home, ...*it*… was nearly ten o'clock.
2 'Is … your birthday today?" No, … was last week.'
3 Come here, Simon … is someone here to see you. I think … is your friend, Rod.
4 … wasn't warm enough to go to the beach, so we went to the cinema.
5 … wasn't very much money left after I had paid for the shopping.

3. Fill in the gaps with one or it.

1 A: I need a loaf of bread.
B: I'll buy ...*one*... this afternoon.
2 A: Is the phone ringing?
B: I can't hear … .
3 A: 'Titanic' is an amazing film.
B: I know. I've seen … twice.
4 A: When was the last time you read a book?
B: I haven't read … for months.

5 A: Have you got a car?
B: No. I can't afford … .
6 A: Do you like the new Rolling Stones CD?
B: I haven't heard … yet.
7 A: I need a dress for the party.
B: I'll lend you … .

4. Fill in the correct possessive adjective or pronoun.

1 A: Have you met ...*your*... new neighbours yet?
B: No. I've seen … children in the garden, though.
2 A: You took … coat home last night.
B: I know, I'm sorry. I thought it was … because they're both black.
3 A: What's wrong with Rosie?
B: Oh, she's been having problems with … back recently.
4 A: James is doing well at school.
B: I know … teacher says he's very advanced for his age.
5 A: Is this bag … ?
B: Oh, yes, thank you. I nearly forgot it.
6 A: Julie and Frank are so lucky … house is beautiful.
B: Yes, and it's so much bigger than … I envy them.
7 A: I like … shirt. It's like Sandra's.
B: Actually, it is … I borrowed it from her yesterday.
8 A: Why did you lend Tom … car?
B: Because … is being repaired at the moment.

5. Fill in its or it's.

1 The car is nice to drive, but I don't like ...its... colour.
2 This town is wonderful … got lots of shops!
3 I'm staying at home today because … cold outside.
4 Let's go in here … my favourite restaurant.
5 A bird has built … nest in our garden.
6 The company I work for has changed … name.

6. Fill in a possessive adjective or the.

1 A dog bit him on ...*the*... leg.
2 I banged … head on the cupboard door.
3 Karen put … arm around Jane's shoulder.
4 Don't put … feet on the tablel
5 You shouldn't have punched Tom in … stomach.
6 Paul patted Lisa on … shoulder.

7. Fill in the gaps with of where necessary, and my, your, etc. own.

1 John doesn't live with his parents any more. He's got a flat ...*of his own*...
2 She doesn't travel by bus any more because she's got … car.
3 I don't need to borrow your umbrella. I've got one … .
4 Haven't you got … pen? You're always borrowing mine.
5 My job includes doing research in … time.
6 Sam is tired of using his friend's computer, so he is going to buy one… .
7 The couple moved into … house after they got married.
8 Don't let the dog sleep on your bed. It's got a bed … .

8. Connect the nouns using -'s, -' or ...of…

1 car/Helen ...*Helen's car*…
2 the manager/the restaurant
3 shoes/women
4 the results/the test
5 bicycles/my daughters

6 secretary/the assistant manager
7 the corner/the room
8 house/their parents
9 the back/the classroom
10 shoes/William
11 walk/an hour
12 partner/Jim
13 Rome/the streets
14 UN/headquarters

9. Rewrite the sentences using the correct possessive form.

1 Nobody went to **the meeting last week**.

...Nobody went to last week's meeting....

2 The **drive** to the airport takes **two hours**.
3 They will get their exam results **six weeks from now**.
4 I look after **James - Karen — children**.
5 I received the letter in **the post - yesterday**.
6 It's autumn. **The tree - the leaves** are falling off.
7 Graham never listens to **his doctor - the advice.**
8 Are you going to **Jane - Paula - the party**?
9 He has never done a hard **day of work** in his life.
10 At the moment I'm staying with **a friend - my**.
11 I think I'll order **the special of today**.
12 The man knocked on **the house - the door**.
13 The ticket inspector looked at **the people – the tickets.**
14 **Mrs Jones - Miss Smith - cars** are being serviced.
15 **The sales target this month** is two million pounds.

10. Fill in the gaps with the correct reflexive pronoun.

1 The girl has hurt … *herself...* .
2 He put the fire out by …
3 She is looking at … in the mirror.
4 They are serving …
5 He cooked the food by …
6 They bought this house for …
7 They are enjoying …
8 He introduced …

The Plural Form of Nouns

Образование множественного числа у английских существительных

Способ образования	Примеры	Перевод
после глухих согласных	**a book - books** **a cup - cups**	**книга - книги** **чашка - чашки**
после звонких согласных и гласных -	a name - names a girl - girls	**имя - имена** **девочка - девочки**
после шипящих, свистящих звуков -ch, -sh, -x, -s, -z: -es	a palace - palaces a bush - bushes a box - boxes a church - churches	дворец - дворцы куст - кусты коробка - коробки церковь - церкви
слово заканчивается на -y: 1) гласная +y	**a toy - toys** **a boy - boys**	игрушка - игрушки мальчик - мальчики

2) согласная + y	**a family - families** **a story - stories**	**семья - семьи** **история - истории**
слово заканчивается на *-file*	**a leaf - leaves** **a shelf - shelves**	лист - листья полка - полки

Особые случаи образования множественного числа

Ед. число	**Мн. число**	**Перевод**
man	men	мужчина - мужчины
woman	women	женщина - женщины
foot	feet	нога (стопа) - ноги (стопы)
child	children	ребенок - дети
goose	geese	гусь - гуси
mouse	mice	мышь - мыши
ox	oxen	**бык - быки**
tooth	teeth	**зуб - зубы**

Слова - заместители существительных **Substitutions: one/ones**

При повторном использовании одного и того же существительного в одном предложении, вместо него следует использовать one (в единственном числе) и ones (во множественном числе):
This table is bigger that that one - Этот стол больше, чем тот (стол).
These table are bigger than those ones. - Эти столы больше, чем те (столы).

Со словами one/ones **может быть использован артикль, если перед ними стоит прилагательное.**	
What apple do you want? **Какое ты хочешь яблоко?** **The red one. Красное.**	**What apples do you want?** **Какие яблоки ты хочешь?** **The red ones. Красные.**

Английские существительные не имеют падежных окончаний традиционно выделяют два падежа -общий и притяжательный.

Общий падеж

И. п. Эта девочка хорошо говорит по-английски.	This girl speaks English well.
Р. п. Это собака той девочки.	It’s a dog of that girl.
Д. п. Я дал яблоко той девочке. .	I gave an apple to that girl.
В. п. Я вижу маленькую девочку. .	1 can see a little girl.
Т. п. Я люблю гулять с этой девочкой.	1 like to play with this girl.
П. п. Я часто думаю об этой девочке.	1 often think about this girl.

Притяжательный падеж. The Possessive Case
Образование притяжательного падежа

	Образование	**Примеры**	**Перевод**
существительные в единственном числе	**’s**	**bird’s house** **child’s ball**	домик птички мячик ребенка
существительные во множественном числе (группа исключений}	**’s**	**children’s bail** **women’s rights**	мячик детей права женщин
существительное во множественном числе	**’**	**girls’ toy** **birds’ house**	игрушка девочек домик птичек

Формула притяжательного падежа обычно имеют лишь одушевленные существительные, обозначающие живое существо, которому что-то принадлежит,

my mother’s book - мамина книга,

this girl’s bail - мячик девочки,

the bird’s house - домик птички

Для того, чтобы показать принадлежность объекта неодушевленному предмету, используется предлог of:

the handle of the door (ручка (от) двери), но чаще образуется составное существительное door-handle,

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Fill in the gaps with an appropriate noun + of to indicate quantity.

1 a ... carton/glass/jug of ... orange juice
2 a … cheese
3 a … bread
4 a … coffee
5 a … water
6 a … wine
7 a … chocolate
8 a … crisps
9 a … honey
10 a … meat
11 a … spaghetti
12 a … flour

2. Fill the gaps with a, an, or some where necessary.

1 a) We had ...some... delicious food last night,
b) We had ...a... delicious meal last night.
2 a) There is … beautiful furniture in that shop,
b) There is … beautiful table in that shop.
3 a) I'm thirsty. I need … drink.
b) I'm thirsty. I need … water.
4 a) She's just bought … expensive clothes.
b) She's just bought … expensive dress.
5 a) They booked … room in advance.
b) They booked … accommodation in advance
6 a) The band played … lovely song.
b) The band played … lovely music.
7 a) We had … heatwave last week.
b) We had … hot weather last week.
8 a) I can't do this job alone. I need … assistant
b) I can't do this job alone. I need … help.
9 a) He has got … heavy luggage to carry.
b) He has got … heavy suitcase to carry.
10 a) I need … cutlery to eat this food with.
b) I need … knife and fork to eat this food with.
11 a) She has got … important job to do.
b) She has got … important work to do.
12 a) He found … coin on the ground.
b) He found … money on the ground.

3. Complete the sentences using the noun in brackets in the singular or plural form and a/an where necessary.

1. He gave me a box' of my favourite ...chocolates.... (chocolate)
2. His favourite food is … . (chocolate)
3. She bought … on her way to work. (paper)
4. He placed all the important … in his briefcase. (paper)
5. I need some … to write this message on. (paper)
6. Hurry up! We don't have much …. (time)
7. She has visited us several … this month. (time)
8. He has no … but he is keen to learn. (experience)
9. She had a lot of exciting … during her travels. (experience)
10. We went far a walk in the … after lunch. (wood)
11. His desk is made of ……. . (wood)
12. Jane is in her… reading a book. (room)
13. We have got plenty of … for a party in here. (room)
14. I am going to have my … cut tomorrow. (hair)
15. There was …in my soup. (hair)
16. I'm thirsty. I need … of water. (glass)
17. Susan only wears her … when she reads. (glass)
18. This ornament is made of coloured …. . (glass)
19. Helen bought … in the sale at the electrical store. (iron)
20. The old gate was made of … .(iron)

4. Cross out the expressions which cannot be used with the nouns, as in the example.

1 There are **several, many, <u>much,</u> plenty of, <u>too little</u>** things you can do to help.
2 He has met **a couple of, a few, very little, plenty of, too much** interesting people.
3 She earns **few, hardly any, plenty of, several, a great deal** of money.
4 We have got **no, many, lots of, a great deal of, a few** work to do.
5 Don't worry, there's **a little, plenty of, a couple of, many, a lot of** time.
6 **Both, Several, A large quantity of, Plenty of, Too much** students applied for the course.
7 He's got **no, hardly any, a little, some, a small amount of** qualifications.
8 She's got **hardly any, several, a little, a few, a lot of** experience in dealing with customers.
9 There is **too much, a lot of, hardly any, few, several** salt in this soup.
10 There is **a little, many, too much, a great number of, some** traffic on the roads today.

5. Underline the correct word.

1 A: I have a Physics exam tomorrow.
B: Oh dear. Physics **<u>is</u>/are** a very difficult subject.
2 A: My office is three miles from my house.
B: Three miles **is/are** a long way to walk to work.
3 A: My little brother has got measles.
B: Oh dear. Measles **is/are** quite a serious illness.
4 A: Jane looked nice today, didn't she?
B: Yes. Her clothes **were/was** very smart.
5 A: I've got two pounds. I'm going to buy a CD.
B: Two pounds **is/are** not enough to buy a CD.
6 A: The classroom was empty when I walked past.
B: Yes. The class **was/were** all on a school outing.
7 A: Have you just cleaned the stairs?
B: Yes, so be careful. They **is/are** very slippery.
8 A: Did you ask John to fix your car?
B: Yes. His advice **was/were** that I take it to a garage.

9 A: Did you enjoy your holiday?
B: Yes, thank you. The weather **was/were** wonderful.
10 A: These trousers **is/are** very old.
B: You should buy a new pair.
11 A: How **is/are** the company doing lately?
B: Great. We opened up two more branches.
12 A:' I am going to travel for two years when I finish school.
B: Two years **is/are** a long time to be away from home.

6. Finish the sentences, as in the example.

1 You need a lot of experience to do this job. A lot of experience ...is needed to do this job...
2 They gave us some interesting information. The information …
3 She likes Maths more than any other subject. Maths …
4 We had mild weather this winter. The weather …
5 We called the police immediately. The police …
6 I told them some exciting news. The news …
7 He was irritated because of the bad traffic. He was irritated because the …
8 I stayed in very luxurious accommodation. The accommodation …
9 The driver took the luggage out of the car. The luggage …
10 She gave me very sensible advice. The advice she gave me …
11 These shorts are too big for me. This pair of shorts …
12 The hotel is in magnificent surroundings. The hotel surroundings …
13 She's got long blonde hair. Her hair …

Артикль. The Article

1. Неопределенный a/an (используется перед исчисляемыми существительными в единственном числе)

a cat –кот a dog –собака a boy – мальчик a girl -девочка
a teacher - учитель

2. Определенный the (может использоваться с любыми существительными)

the cat -кот the houses –дома the water -вода the weather –погода
the flowers - цветы

Если слово начинается с гласной буквы, к артиклю "a" добавляется буква "n", для того, чтобы две гласные не сливались: an apple (яблоко), an orange (апельсин), an author (автор) и т, д. Слово “an hour” (час) начинается с согласной буквы “h”, но в слове эта буква не читается, т.е. слово начинается с гласного звука, поэтому к артиклю “a” также добавляется n = an

Упоминая объект впервые, перед ним ставят неопределенный артикль a/an при вторичном с упоминании того же самого объекта, перед ним ставят определенный артикль the

I see a cat, Я вижу кота (одного). The cat is black. (этот) Кот – черный.

This is a kitten. Это - котенок. (Один из многих) The kitten is hungry. (этот) Котенок - голодный.

I have a book- У меня есть книга. The book is interesting. (эта) Книга - интересная.

Неопределенный артикль a/an опускается перед исчисляемыми существительными и существительными во множественном числе.

a pen - pens (ручка - ручки) a dog - dogs (собака - собаки) a book - books (книга -книги)
- water (вода) - snow (снег) - meat (мясо)

Использование неопределенного артикля a

один из множества (любой)	This is a cat.
первое упоминание в тексте	I see a bird.
при упоминании профессии	My brother is a pilot.
в восклицательных предложениях	What a good girl! What a surprise!

	Such a fine room!
вместо слова один	She is coming for a weak.
в определенных конструкциях there is a... I have a… he has a... I see a... this is a... that is a… It is a... Iama… he/she is a…	There is a book here. I have got a nice coat. He has a kind smile. I see a wolf. This is a dog. That is a doctor. It is a red pen. I am a good swimmer. He/she is a tourist
в ряде устойчивых словосочетаний at a quarter.., in a loud, (a low, an angry voice) to have a good time a lot of to go for a walk such a... after a while in a day (a month, a week, a year)	Come at a quarter to 8. Don't speak to him in an angry voice. We had a good time in the country. She has got a lot of presents. Let's go for a walk. He is such a clever boy. You'll see them after a while. We are living in a day.

Использование определенного артикля the

если речь идет о конкретном лице или предмете	The pen is on the table.
при повторном упоминании того же самого объекта	I see a cat. The cat is black.
если слово обозначает нечто, существующее в единственном лице, с частями света	the sun, the moon, the Earth
со словами: only (только), main (главный), central (центральный), left (левый), right (правый), wrong (неправильный), next (следующий), last (последний), final (заключительный)	The only man I love the main road to the left, to the right It was the right answer. the final test
с порядковыми числительными	the first, the tenth
с прилагательными в превосходной степени	the kindest, the most interesting the best
с музыкальными инструментами и танцами	to play the piano, to dance the tango
с обобщающими существительными (класс людей» животных, термины, жанры)	The Britons keep their traditions.
с названиями музеев, кинотеатров, кораблей, галерей, газет, журналов	the Hermitage the Tretyakov Gallery the Avrora the Seasame Street
с названиями океанов, рек, морей, каналов, пустынь, групп, островов, штатов, горных массивов, наименований с of	the Atlantic ocean the Neva river the Black sea Changing of the Guard

Использование определенного артикля в ряде устойчивых словосочетаний

in the middle, in the corner in the morning, In the evening, in the afternoon what's the use? to the cinema, to the theatre, to the shop, to the market	The table is in the middle of the room. I never drink coffee in the evening. What's the use of going there so late? Do you like going to the theatre? He works at the shop.

at the cinema, at the theatre, at the shop, at the market the fact is (was) that... where is the…? in the country, to the country	The fact is that I have no money at all. Where is the doctor? We always spend summer in the country.

Сколько бы прилагательных-определений ни стояло перед существительным, все эти определения ставятся между артиклем и существительным: A big, black, fat cat большой, черный, толстый кот.

Случаи, когда артикль не употребляется

если, перед существительным стоит притяжательное местоимение	a pen - my pen a dog - his dog the teacher - our teacher the apple - her apple
если перед существительным стоит указательное местоимение	the cats - those cats the books - these books a mouse - this mouse
если стоит другое существительное в притяжательном падеже	a car - father's car the horse - farmer's horse a bike - brother's bike the doll - sister's doll
если перед существительным стоит, количественное числительное	5 balls, 7 bananas, 2 cats
если перед существительным стоит отрицание “no”	She has no children. I see no birds.
перед именами	Mike, Kate, Jim, etc
с названиями дней недели	Sunday, Monday, etc.
с названиями месяцев	May, December, etc.
с названиями времен года	in spring, in winter
с названиями цветов	white, etc. I like green
с названиями спортивных игр	football, chess, etc.
с названиями блюд, напитков	tea, coffee, soup, etc,
с названиями праздников	Easter, Christmas, etc.
с названиями языков, если нет слова (язык). Если есть, нужен артикль the	English, etc. I learn English, the English language
с названиями стран	Russia, France, etc НО: the USA, the United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland, the Netheriands, the Ukraine, the Congo
с названиями городов	Moscow, Paris, etc.
с названиями улиц, площадей	Trafalgar Square
с названиями парков	St James’ Park, Hyde Park
с названиями мостов	Tower Bridge
с названиями одиночных гор	Kilimanjaro
с названиями озер	Loch Ness
с названиями континентов	Asia, Australia, etc.
с названиями одиночных островов	Cyprus
если перед существительными стоит вопросительное или отрицательное	what animals can swim? I know what thing you have lost!

местоимение	

ГЛАГОЛ (THE VERB)

Глаголом называется часть речи, обозначающая действие или состояние предмета или лица.

В английском языке признаком глагола в неопределенной форме (инфинитиве) является частица to.

По своей структуре глаголы делятся на:

1. Простые, состоящие только из одного корня:

to fire - стрелять; зажигать
to order - приказывать
to read - читать
to play - играть

2. Производные, состоящие из корня и префикса, из корня и суффикса или из корня, префикса и суффикса:

to unpack - распаковывать
to dismiss - увольнять, отпускать
to realize - представлять себе
to shorten - укорачивать (ся)
to encounter - встречать (ся), наталкивать (ся)
to regenerate - перерождаться, возрождаться

3. Сложные, состоящие из двух основ (чаще всего основы существительного или прилагательного и основы глагола):

to broadcast (broad + cast) - передавать по радио
to whitewash (white + wash) - белить

4. Составные, состоящие из глагольной основы и наречия или предлога:

to carry out - выполнять
to sit down - садиться

По значению глаголы делятся на смысловые и служебные.

1. Смысловые глаголы имеют самостоятельное значение, выражают действие или состояние: Lomonosov as a poet and scientist played a great role in the formation of the Russian literary language. Как поэт и ученый Ломоносов сыграл огромную роль в создании русского литературного языка.

2. Служебные глаголы не имеют самостоятельного значения и употребляются для образования сложных форм глагола или составного сказуемого. Они являются спрягаемым элементом сказуемого и в его формах выражается лицо, число и время. К ним относятся:

1. Глаголы-связки to be быть, to become становиться, to remain оставаться, to grow становиться, to get, to turn становиться, to look выглядеть, to keep сохраняться.

Every man is the maker of his own fortune. Каждый человек-творец своей судьбы.

2. Вспомогательные глаголы to be, to do, to have, to let, shall, will (should, would):

The kitchen was supplied with every convenience, and there was even a bath-room, a luxury the Gerhardts had never enjoyed before. На кухне имелись все удобства; была даже ванная комната- роскошь, какой Герхардты никогда до сих пор не обладали.

3. Модальные глаголы can, may, must, ought, need: He that would eat the fruit must climb the tree. Кто любит фрукты, должен влезть на дерево (чтобы сорвать). (Любишь кататься-люби и саночки возить.)

Все формы глагола в английском языке делятся на личные и неличные.

Личные формы глагола выражают время, лицо, число, наклонение. Они выполняют в предложении функцию сказуемого. К личным формам относятся все формы времен действительного и страдательного залога (изъявительного и сослагательного наклонения):

As you leave the Kremlin by Spassky Gate you come out on the Red Square. Если вы выходите из Кремля мимо Спасских Ворот, вы оказываетесь на Красной площади.

Неличные формы глагола не различаются по лицам и числам. Они не могут самостоятельно выполнять в предложении функцию сказуемого, но могут входить в его состав. К неличным формам относятся: инфинитив, причастие и герундий. Every step towards eliminating nuclear weapons is in the interests of every nation. Любой шаг в направлении уничтожения ядерного оружия служит интересам каждого государства.

Личные формы глагола в английском языке имеют три наклонения: изъявительное (the Indicative Mood), повелительное (the Imperative Mood) и сослагательное (the Subjunctive Mood).

Глаголы в изъявительном наклонении выражают реальное действие, передают факты: His son goes to school. Его сын учится в школе.
She has written an interesting article. Она написала интересную статью.
A new building of the theatre was built in this street. На этой улице построили новое здание театра.

Глаголы в повелительном наклонении выражают приказание, просьбу, совет, запрещение, команду:
"Don't buy them", warned our cautious driver. "Не покупайте их", - предупредил наш осторожный шофер.
Undertake not what you cannot perform but be careful to keep your promise. Не беритесь за то, что не сможете выполнить, но старайтесь сдержать обещание.

Глаголы в сослагательном наклонении выражают действие не реальное, а желательное или предполагаемое: If there were no bad people, there would be no good lawyers. Если бы не было плохих людей, не было бы хороших адвокатов.

Как личные, так и неличные формы глагола имеют **два залога**: действительный (the Active Voice) и страдательный (the Passive Voice).

Глаголы в действительном залоге выражают действие, которое производится подлежащим: I inform you that I have carried out the mission. Сообщаю, что я выполнил задание.

Глаголы в страдательном залоге выражают действие, которое испытывает на себе подлежащее: I was informed that the mission had been carried out. Мне сообщили, что задание было выполнено.

Формы глагола могут выражать отношение между действием и временем. В русском языке бывают глаголы **совершенного и несовершенного вида**. **Глаголы совершенного вида** обозначают действие, которое закончено, и есть его результат:
Он прочитал эту статью с интересом.

Глаголы несовершенного вида обозначают действие, указывая на его повторяемость, длительность, незаконченность: Вчера он читал эту статью с интересом. (Но он мог и не прочитать ее).

Вид глагола в русском языке выражается либо изменением его формы, либо с помощью суффиксов и приставок. Видовые значения глагола в английском языке выражаются сочетанием вспомогательного глагола с причастием настоящего или прошедшего времени смыслового глагола.

В английском языке четыре видо-временных группы глагола: неопределенные времена (Indefinite Tenses), продолженные времена (Continuous Tenses), совершенные времена (Perfect Tenses), и совершенные продолженные времена (Perfect Continuous Tenses). В каждой временной группе три времени: настоящее (Present), прошедшее (Past), будущее (Future).

Глагол “to be”

A: Are you from England?
B: No, we aren't. We're from China.
He's Tom and she's Helen. They are friends.

Утверждение		Отрицание		Вопрос
Полная форма	Краткая форма	Полная форма	Краткая форма	Am I?

I am	I'm	I am not	I'm not	Are you?
You are	You're	You are not	You aren't	Is he?
He is	He's	He is not	He isn't	Is she?
She is	She's	She is not	She isn't	Is it?
It is	It's	It is not	It isn't	Are we?
We are	We're	We are not	We aren't	Are you?
You are	You're	You are not	You aren't	Are they?
They are	They're	They are not	They aren't	

Краткими ответами называются ответы на вопросы, начинающиеся с глагольной формы is /are; в кратком ответе содержание вопроса не повторяется. Употребляется только Yes или No, далее личное местоимение в именительном падеже и глагольная форма is (isn't) / are (aren't). Например: Are you British? No, I'm not.
Yes, I am /we are. No, I'm not/we aren't.
Yes, he/she/it is. No, he/she/it isn't.
Yes, they are. No, they aren't.

WAS/WERE

Bob is eighty. He's old and weak.
Mary, his wife is seventy-nine. She's old too.
Fifty years ago they were young. Bob was strong. He wasn't weak. Mary was beautiful. She wasn't old.
В прошедшем простом времени (past simple) глагол "to be" с личными местоимениями в именительном падеже имеет следующие формы: was для I, he, she, it и –were для –we, you, they. В вопросахwas/were ставятся перед личным местоимением в именительном падеже (I, you, he и т.д.) или существительным. Например: She was ill yesterday. -> Was she ill yesterday? Отрицания образуются путем постановки not после was/were. Например: She was not ill yesterday. She wasn't ill yesterday.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
	Полная форма	Краткая форма	
I was	I was not	I wasn’t	Was I?
You were	You were not	You weren’t	Were you?
He was	He was not	He wasn’t	Was he?
She was	She was not	She wasn’t	Was she?
It was	It was not	It wasn’t	Was it?
We were	We were not	We weren’t	Were we?
You were	You were not	You weren’t	Were you?
They were	They were not	They weren’t	Were they?

ОБОРОТ THERE IS/THERE ARE

There is a sofa in the room. There are two pictures on the wall. There isn't a TV in the room. What else is there in the room?

Мы употребляем конструкцию there is/there are, чтобы сказать, что кто-то или что-то существует или находится в определенном месте. Краткая форма there is – there’s. There are не имеет краткой формы. Например: There is (There's) a sofa in the room. There are four children in the garden.

Вопросительная форма: Is there? Are there? Например: Is there a restaurant in the town? Are there any apples in the basket?

Отрицательная форма: There isn’t …/There aren’t … Например: There is not / isn't a man in the room. There are not/aren't any cars in the street.

Краткие ответы строятся с помощью Yes, there is/are или No, there isn't / aren't. Содержание вопроса не повторяется.

Yes, there is. No, there isn't.
Yes, there are. No, there aren't.

Мы употребляем there is / there are, чтобы сказать, что что-то существует или находится в определенном месте, it is / they are - когда уже упоминали об этом. Например: There is a house in the picture.
It is a big house. (Но не: It's a house in the picture.)
There are three books on the desk.
They are history books. (Но не: They are three books on the desk.)

Конструкция There was/There were

This is a modern town today.
There are a lot of tall buildings and shops. There are cars and there isn't much peace and quiet.
This is the same town fifty years ago.
There weren't any tall buildings. There were some old houses. There weren't many cars and there wasn't much noise.

Конструкция There was/There were - это There is / There are в форме past simple. There was употребляется с существительными в единственном числе. Например: There was a post office in the street thirty years ago. There were употребляется с существительными во множественном числе. Например: There were a few houses in the street thirty years ago.

В вопросах was/were ставятся перед there. Например: Was there a post office in the street thirty years ago? Were there any houses in the street thirty years ago?

Отрицания строятся путем постановки not после was / were. Например: There was not / wasn't a post office in the street thirty years ago. There were not / weren't any houses in the street thirty years ago.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
	Полная форма	Краткая форма	
There was	There was not	There wasn't	Was there?
There were	There were not	There weren't	Were there?

Краткие ответы строятся с помощью Yes или No и there was/there were. Содержание вопроса не повторяется.

Was there a book on the desk? Yes, there was. No, there wasn't.

Were there any people in the shop? Yes, there were. No, there weren't.

Глагол Have got

A bird has got a beak, a tail and wings.
Has she got long hair? No, she hasn't. She's got short hair.
What have they got? They've got roller blades. They haven't got skateboards.
She has got a headache.

Have (got) используется:

а) чтобы показать, что что-то принадлежит кому-то. Например: He's got a ball.

б) при описании людей, животных или предметов. Например: She's got blue eyes.

в) в следующих высказываниях: I've got a headache. I've got a temperature. I've got a cough, I've got a toothache, I've got a cold, I've got a problem.

Утверждение		Отрицание		Вопрос
Полная форма	Краткая форма	Полная форма	Краткая форма	Have I (got)?
I have (got)	I've (got)	I have not (got)	I haven't (got)	Have you (got)?
You have (got)	You've (got)	You have not (got)	You haven't (got)	Has he (got)?
He has (got)	He's (got)	He has not (got)	He hasn't (got)	Has she (got)?
She has (got)	She's (got)	She has not (got)	She hasn't (got)	Has it (got)?
It has (got)	It's (got)	It has not (got)	It hasn't (got)	Have we (got)?
We have (got)	We've (got)	We have not (got)	We haven't (got)	Have you (got)?

You have (got) They have (got)	You've (got) They've (got)	You have not (got) They have not (got)	You haven't (got) They haven't (got)	Have they (got)?

Had

Grandpa, did you have a TV when you were five?
No, I didn't. People didn't have TV's then. They had radios.

Have (had) в past simple имеет форму Had для всех лиц.

Вопросы строятся с помощью вспомогательного глагола did, личного местоимения в именительном падеже и глагола - have. Например: Did you have many toys when you were a child? Отрицания строятся с помощью did not и have. Например: I did not / didn't have many toys when I was a child.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
	Полная форма	Краткая форма	
I had	I did not have	I didn't have	Did I have?
You had	You did not have	You didn't have	Did you have?
He had	He did not have	He didn't have	Did he have?
She had	She did not have	She didn't have	Did she have?
It had	It did not have	It didn't have	Did it have?
We had	We did not have	We didn't have	Did we have?
You had	You did not have	You didn't have	Did you have?
They had	They did not have	They didn't have	Did they have?

Имя прилагательное. The Adjective

Категории	**Прилагательное в русском языке**	**Прилагательное в английском языке**
Число	изменяется	не изменяется
Род	изменяется	не изменяется
Падеж	изменяется	не изменяется

Образование имен прилагательных

Имена прилагательные бывают: **простые и производные**

К **простым** именам прилагательным относятся прилагательные, не имеющие в своем составе **ни приставок, ни суффиксов: small -** *маленький*, **long -** *длинный*, **white -** *белый*.

К **производным** именам прилагательным относятся прилагательные, имеющие в своем составе **суффиксы** или **приставки**, или одновременно и те, и другие.

Суффиксальное образование имен прилагательных

Суффикс	**Пример**	**Перевод**
- ful	use**ful** doubt**ful**	**полезный** **сомневающийся**
- less	help**less** use**less**	**беспомощный** **бесполезный**
- ous	fam**ous** danger**ous**	**известный** **опасный**
- al	form**al** centr**al**	**формальный** **центральный**
- able	eat**able** cap**able**	**съедобный** **способный**

Приставочный способ образования имен прилагательных

Приставка	Пример	Перевод
un -	**un**cooked **un**imaginable	**невареный** **невообразимый**
in -	**in**capable **in**human	**неспособный** **негуманный**
il -	**il**legal **il**liberal	**нелегальный** **необразованный**
im -	**im**possible **im**practical	**невозможный** **непрактичный**
dis -	**dis**honest **dis**agreeble	**бесчестный** **неприятный**
ir -	**ir**regular **ir**responsible	**неправильный** **безответственный**
Некоторые имена прилагательные являются составными и образуются из двух слов, составляющих одно понятие: **light-haired –** светловолосый, **snow-white –** белоснежный.		

Прилагательные, оканчивающиеся на – ed и на - ing

- ed	**- ing**
Описывают чувства и состояния	**Описывают предметы, вещи, занятия, вызывающие эти чувства**
interested – интересующийся, заинтересованный	**interesting -** интересный
bored - скучающий	**boring -** скучный
surprised - удивленный	**surprising -** удивительный

Степени сравнения прилагательных

Английские прилагательные не изменяются ни по числам, ни по родам, но у них есть **формы степеней сравнения.**

Имя прилагательное в английском языке имеет **три формы** степеней сравнения:

- положительная степень сравнения **(Positive Degree);**

- сравнительная степень сравнения **(Comparative Degree);**

- превосходная степень сравнения **(Superlative Degree).**

Основная форма прилагательного - положительная степень. Форма сравнительной и превосходной степеней обычно образуется от формы положительной степени одним из следующих способов:

1. -er. -est

Односложные прилагательные образуют **сравнительную степень** путем прибавления **к форме прилагательного в положительной степени** суффикса **- er.** Примерно, тоже самое мы делаем и в русском языке **-** добавляем “е” (большой - больше, холодный - холоднее).

Превосходная степень образуется путем прибавления суффикса **- est. Артикль the обязателен!!!**

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
cold - холодный	cold**er -** холоднее	the cold**est -** самый холодный
big - большой	bigg**er -** больше	the bigg**est -** самый большой
kind - добрый	kind**er -** добрее	the kind**est -** самый добрый

По этому же способу образуются степени сравнения двусложных прилагательных оканчивающихся на **-y, -er, -ow, -ble:**

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень

clever — умный **easy -** простой **able -** способный **busy -** занятой	clever**er - умнее** eas**ier - проще** abl**er - способнее** bus**ier - более занятой**	**the** clever**est - самый умный** **the** easi**est - самый простой** **the** abl**est - самый способный** **the** busi**est - самый занятой**

При образовании степеней сравнения посредством суффиксов **– er и – est** соблюдаются следующие **правила орфографии:**

Если прилагательное заканчивается на немое **“e” ,** то при прибавлении **– er и – est немое “e” опускается:**

larg**e – larg**er **- the** larg**est /** большой – больше – самый большой

brav**e – brav**er **– the** brav**est /** смелый – смелее – самый смелый

Если прилагательное заканчивается **на согласную с предшествующим кратким гласным звуком,** то в сравнительной и превосходной степени **конечная согласная буква удваивается:**

big – bigg**er –** bigg**est /** большой – больше – самый большой

hot – hott**er –** hott**est /** горячий – горячее – самый горячий

thin – thinn**er –** thinn**est /** тонкий – тоньше – самый тонкий

Если прилагательное **заканчивается на “y” с предшествующей согласной,** то в сравнительной и превосходной степени **“y” переходит в “i”:**

busy – bus**ier – bus**iest **/ занятой – более занятой – самый занятой**

easy – eas**ier –** eas**iest / простой – проще – самый простой**

2. more, the most

Большинство двусложных прилагательных и прилагательных, состоящих из трех и более слогов, образуют сравнительную степень при помощи слова **more**, а **превосходную** – при помощи слова **most**.

Эти слова ставятся перед именами прилагательными в положительной степени:

Положительная степень	**Сравнительная степень**	**Превосходная степень**
beautiful - красивый **interesting – интересный** **important - важный**	**more beautiful -** красивее **more interesting -** интереснее **more important -** важнее	**the most beautiful** - самый красивый **the most interesting** - самый интересный **the most important** - самый важный

Особые формы

Положительная степень	**Сравнительная степень**	**Превосходная степень**
good - хороший **bad -** плохой **little -** маленький **much/many -** много **far -** далекий/далеко **old -** старый	**better -** лучше **worse -** хуже **less -** меньше **more -** больше **farther/further -** дальше **older/elder -** старше	**the best -** самый лучший **the worst -** самый плохой **the least -** самый маленький, меньше всего **the most -** больше всего **the farthest/furthest -** самый дальний **the oldest/eldest -** самый старый

3. less. the least

Для выражения **меньшей** или **самой низкой степени** качества предмета по сравнению с другими предметами употребляются соответствующие слова **less** – менее и **the least** – наименее, которые ставятся перед прилагательными в форме положительной степени.

Положительная степень	**Сравнительная степень**	**Превосходная степень**
beautiful – красивый **interesting -** интересный	**less beautiful -** менее красивый	**the least beautiful –** самый некрасивый

important - важный	**less interesting –** менее интересный **less important -** менее важный	**the least interesting –** самый неинтересный **the least important –** самый неважный

Другие средства сравнения двух предметов или лиц

Конструкция	Комментарий	Примеры
As…as (такой же, так же)	**Для сравнения двух объектов одинакового качества**	He is **as** a strong **as** a lion Он такой же сильный, как лев. She is **as** clever **as** an owl**.** Она такая же умная, как сова.
Not so…as (не такой, как)	**в отрицательных предложениях**	He is **not so** strong **as** a lion. Он не такой сильный, как лев**.** She is **not so** clever **as** an owl. Она не такая умная, как сова.
The…the (с двумя сравнительными степенями)	**показывает зависимость одного действия от другого**	**The more** we are together **the happier** we are. Чем больше времени мы проводим вместе, тем счастливее мы становимся. **The more** I learn this rule **the less** I understand it. Чем больше я учу это правило, тем меньше я его понимаю.

Особые замечания об употреблении сравнительных и превосходных степеней имен прилагательных:

- Сравнительная степень может быть усилена употреблением перед ней слов со значением **«гораздо, значительно»:**

His new book is **much more** interesting than previous one. *Его новая книга гораздо более интересная, чем предыдущая.*

This table **is more** comfortable than **that one**. *Этот стол более удобный чем тот.*

- После союзов **than** и **as** используются либо личное местоимение в именительном падеже с глаголом, либо личное местоимение в объектном падеже:

I can run **as** fast **as** him **(as he can).** *Я могу бегать так же быстро, как он.*

Числительное. The numeral

Перед **сотнями, тысячами, миллионами** обязательно называть их количество, даже если всего одна сотня или одна тысяча:

126 – one hundred twenty six

1139 – one thousand one hundred and thirty nine

В составе числительных – сотни, тысячи и миллионы не имеют окончания множественного числа: **two hundred – 200, three thousand – 3000, и т.д.**

НО: окончание множественного числа добавляется hundred, thousand, million, когда они выражают неопределенное количество сотен, тысяч, миллионов. В этом случае после них употребляется существительное с предлогом **“of”:**

hundreds <u>of</u> children – сотни детей

thousands <u>of</u> birds- тысячи птиц

millions <u>of</u> insects – миллионы насекомых

Начиная с 21, числительные образуются так же как в русском языке:

20+1=21 (twenty + one = **twenty one**)

60+7=67 (sixty + seven = **sixty seven**) и т.д.

Как читать даты

1043	ten forty-three
1956	nineteen fifty-six
1601	sixteen o one
2003	two thousand three
В 2003 году	in two thousand three
1 сентября	the first of September
23 февраля	the twenty-third of February

ДРОБНЫЕ ЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ (FRACTIONAL NUMERALS)

В простых дробях (Common Fractions) числитель выражается количественным числительным, а знаменатель порядковым:

1/7- one seventh одна седьмая

При чтении простых дробей, если числитель их больше единицы, к знаменателю прибавляется окончание множественного числа -s:

2/4 - two fourths - две четвертых

2/3 -two thirds - две третьих

3 1/5 - three and one fifth - три целых и одна пятая

1/2 - one second, a second, one half, a half - одна вторая, половина

1/4 -one fourth, a fourth, one quarter, a quarter - одна четвертая, четверть

В десятичных дробях (Decimal Fractions) целое число отделяется точкой, и каждая цифра читается отдельно. Нуль читается nought [no:t] (в США - zero ['zierou]).

4.25 four point twenty-five; four point two five

0.43 nought point forty-three; nought point four three

Существительные, следующие за дробью, имеют форму единственного числа, и перед ними при чтении ставится предлог -of:

2/3 metre- two thirds of a metre

две третьих метра

0.05 ton - nought point nought five of a ton

ноль целых пять сотых тонны

Существительные, следующие за смешанным числом, имеют форму множественного числа и читаются без предлога of:

35 1 /9 tons -thirty-five and one ninth tons

14.65 metres -one four (или fourteen) point six five (или sixty-five) metres

В обозначениях номеров телефонов каждая цифра читается отдельно, нуль здесь читается [ou]:

224-58-06 ['tu:'tu:'fo:'faiv'eit'ou'siks]

ТЕМА 2. Учебно-познавательная сфера общения (Я и мое образование)

Тематика общения:

1. Высшее образование в России и за рубежом.
2. Мой вуз.
3. Студенческая жизнь.

Проблематика общения:

1. Уровни высшего образования.
2. Уральский государственный горный университет.
3. Учебная и научная работа студентов.
4. Культурная и спортивная жизнь студентов.

2.1 Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

The Ural State Mining University

Mining University – Горный университет; **higher educational institution** - высшее учебное заведение; **to provide** - зд. Предоставлять; **full-time education** - очное образование; **extramural education** - заочное образование; **to award** – награждать; **post-graduate courses** – аспирантура;	**scientific research centre** - центр научных исследований; **master of science** - кандидат наук; **capable** – способный; **to take part in** - принимать участие; **graduate** – выпускник; **to dedicate** – посвящать; **to carry out scientific work** - выполнять научную работу;

Faculty of Mining Technology - горно – технологический; **Faculty of Engineering and Economics** - инженерно-экономический; **Institute of World Economics** – Институт мировой экономики; **Faculty of Mining Mechanics** - горно-механический; **Faculty of Civil Protection** – гражданской защиты; **Faculty of City Economy** – городского хозяйства;	**Faculty of Geology & Geophysics** – геологии и геофизики; **Faculty of extramural education** – заочный; **department** – кафедра; **dean** – декан; **to train specialists in** - готовить специалистов; **to consist of** - состоять из; **preparatory** – подготовительный; **additional** – дополнительный; **to offer** – предлагать;

to house - размещать /ся/; **building** – здание; **Rector's office** – ректорат; **Dean's office** – деканат; **department** – кафедра; **library** – библиотека; **reading hall** - читальный зал; **assembly hall** - актовый зал; **layout** - расположение, план; **administrative offices** - административные отделы;	**computation centre** - вычислительный центр; **canteen** – столовая; **to have meals** – питаться; **hostel** – общежитие; **to go in for sports** - заниматься спортом; **wrestling** – борьба; **weight lifting** - тяжелая атлетика; **skiing** - катание на лыжах; **skating** - катание на коньках; **chess** – шахматы;

academic work - учебный процесс; **academic year** - учебный год; **to consist of** - состоять из; **bachelor's degree** - степень бакалавра;	**general geology** - общая геология; **foreign language** - иностранный язык; **to operate a computer** - работать на компьютере;

course of studies - курс обучения; **to last** - длиться; **term** - семестр; **to attend lectures and classes** - посещать лекции и занятия; **period** - пара, 2 – х часовое занятие; **break** - перерыв; **subject** - предмет; **descriptive geometry** - начертательная геометрия;	**to take a test (an exam)** - сдавать зачет, экзамен; **to pass a test (an exam)** - сдать зачет, экзамен; **to fail a test (an exam)** - не сдать зачет, экзамен; **to fail in chemistry** - не сдать химию; **holidays, vacations** - каникулы; **to present graduation paper** - представлять дипломные работы; **for approval** - к защите;

The Faculty of Mining Technology trains specialists in: mine surveying - маркшейдерская съемка; underground mining of mineral deposits - подземная разработка месторождений полезных ископаемых; mine and underground construction - шахтное и подземное строительство; surface mining (open-cut mining) - открытые горные работы; physical processes of mining, oil and gas production - физические процессы горного и нефтегазового производства; placer mining - разработка россыпных месторождений; town cadastre - городской кадастр.

The Institute of World Economics trains specialists in: land improvement, recultivation and soil protection - мелиорация, рекультивация и охрана земель; engineer protection of environment in mining - инженерная защита окружающей среды в горном деле; computer systems of information processing and control - автоматизированные системы обработки информации и управления; economics and management at mining enterprises - экономика и управление на предприятиях горной промышленности.

The Faculty of Mining Mechanics trains specialists in: electromechanical equipment of mining enterprises - электромеханическое оборудование горных предприятий; designing & production of mining, oil and gas machinery - конструирование и производство горных и нефтегазопромысловых машин; technological and service systems of exploitation and maintenance of machines and equipment - технологические и сервисные системы эксплуатации и ремонта машин и оборудования; motorcars and self-propelled mining equipment - автомобили и самоходное горное оборудование; electric drive and automation or industrial units and technological complexes - электопривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов; automation of technological processes and industries - автоматизация технологических процессов и производств; mineral dressing - обогащение полезных ископаемых.

The Faculty of Geology & Geophysics trains specialists in: geophysical methods of prospecting and exploring mineral deposits - геофизические мет оды поисков и разведки месторождений полезных ископаемых; according to some specializations: geoinformatics – геоинформатика; applied geophysics - прикладная геофизика; structural geophysics - структурная геофизика; geological surveying and exploration or mineral deposits - геологическая съемка и поиски МПИ; geology and mineral exploration - геология и разведка МПИ; prospecting and exploration or underground waters and engineering - geological prospecting - поиски и разведка подземных вод и инженерно-геологические изыскания; applied geochemistry, petrology and mineralogy - прикладная геохимия, петро логия и минералогия; drilling technology - технология и техника разведки МПИ.

2.2 Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

This text is dedicated to the history of the Ural State Mining University formerly called the Sverdlovsk Mining Institute. It was founded in 1917. It is the oldest higher technical educational institution in the Urals. In 1920 the Mining Institute became a faculty of the Ural State University and in 1925 of the Ural Polytechnical Institute. In 1930 this faculty was reorganized into the Mining Institute. The Institute was named after V.V. Vakhrushev the USSR Coal Industry Minister in 1947. It was awarded the Order of the Red Banner of Labour in 1967.

In 1993 the Sverdlovsk Mining Institute was reorganized into The Ural State Academy of Wining and Geology. In 2004 The Ural State Academy of Mining and Geology was reorganized into The Ural State Mining University. The University provides full-time and extramural education in many specialities. There are post graduate courses at the University as well.

The University is an important scientific research center. Many doctors and masters of Science teach and carry out scientific work at the University. Capable students take part in research projects. The graduates of the University work all over the country.

There are six faculties at the Ural State Mining University: Faculty of Mining Technology; Faculty of Mining Mechanics; Faculty of Geology & Geophysics; Faculty of Civil Protection; Faculty of City Economy; Faculty of Extramural Education; and The Institute of World Economics.

Besides there is a Preparatory faculty where young people get special training before taking entrance exams. The Faculty of Additional Education offers an opportunity to get the second higher education.

Each faculty trains mining engineers in different specialities.

There are many specialities at the Faculty of Extramural Education where students have to combine work with studies. Very often the Ural State Mining University organizes training specialists in new modern specialities.

Faculties consist of Departments. Each faculty is headed by the Dean. The head of the Academy is the Rector.

The University is housed in four buildings. Building, One houses - the Rector's office, the Deans' offices, number of administrative offices, Faculty of City Economy, the Faculty or Mining Mechanics with its numerous departments and laboratories (labs).

Building Two houses the Faculty of Mining Technology, Faculty of Civil Protection, the Deans' offices, many departments, labs and the computation centre.

Building Three houses the Faculty of Geology & of Geophysics, the Faculty of Extramural Education, the Dean's offices, many departments and labs. The Ural Geological Museum, the Museum of the History of the Ural State Mining University and some administrative offices are also housed in this building.

Building Four houses The Institute of World Economics, the Dean's office, departments and labs, the library, reading halls, the Assembly hail, the students cultural centre and a large canteen where students can have their meals.

The library and the reading halls provide students with all kinds of reading: textbooks, reference books / справочники/ dictionaries, magazines and fiction/ художественная литература/.

Besides not far from the University there are four five-storied buildings of the student hostel, where most students live. Near the hostels there is a House of Sports. There students can go in for- different kinds of sports: chess, badminton, table tennis, boxing, wrestling, weight lifting, basketball, volleyball, handball.

The Ural State Mining University offers students three different programs of higher education such as: Bachelors, Diplomate Engineers and Magisters.

The course of studies for a bachelor's degree lasts four years. The academic year begins in September and ends in June. It consists of two terms - September to January and February to June. Students attend lectures and practical classes. As a rule, there are three or four periods of lectures and Classes a day with 20 minutes break between them.

During their first two years students take the following subjects: higher mathematics, physics, chemistry, theoretical air-mechanics, descriptive geometry, general geology, mineralogy, geodesy, history, a foreign language (English, French or German). Besides all the students learn to operate a computer.

Students take their tests and exams at the end of each term. After exams students have their holidays or vacations. At the end of the academic year the students of the academy have practical work at mines, mineral dressing plants, geological & geophysical parties. At the end of the final year students present their graduation papers for approval. After getting the Bachelor's degree the graduates have a possibility to continue their education. They can enter a Diplomate Engineer's course or studies

which lasts one academic year or the graduates can take a two-year program of Magister's degree. After defending final papers these graduates can enter the post-graduate courses.

2.3 Систематизация грамматического материала:

1. Образование видовременных форм глагола в активном залоге.

Образование видовременных форм глагола в активном залоге

Present Simple употребляется для выражения:

1. постоянных состояний,

2. повторяющихся и повседневных действий (часто со следующими наречиями: always, never, usually и т.д.). Mr Gibson is a businessman. He lives in New York, (постоянное состояние) He usually starts work at 9 am. (повседневное действие) He often stays at the office until late in the evening, (повседневное действие)

3. непреложных истин и законов природы, The moon moves round the earth.

4. действий, происходящих по программе или по расписанию (движение поездов, автобусов и т.д.). The bus leaves in ten minutes.

Маркерами present simple являются: usually, always и т.п., every day / week / month / year и т.д., on Mondays I Tuesdays и т.д., in the morning / afternoon / evening, at night / the weekend и т.д.

Present Continuous употребляется для выражения:

1. действий, происходящих в момент речи He is reading a book right now.

2. временных действий, происходящих в настоящий период времени, но не обязательно в момент речи She is practising for a concert these days. (В данный момент она не играет. Она отдыхает.)

3. действий, происходящих слишком часто и по поводу которых мы хотим высказать раздражение или критику (обычно со словом "always") "You're always interrupting me!"(раздражение)

4. действии, заранее запланированных на будущее. He is flying to Milan in an hour. (Это запланировано.)

Маркерами present continuous являются: now, at the moment, these days, at present, always, tonight, still и т.д.

Во временах **группы Continuous** обычно **не употребляются** глаголы:

1. выражающие восприятия, ощущения (see, hear, feel, taste, smell), Например: This cake tastes delicious. (Но не: This cake is tasting delicious)

2. выражающие мыслительную деятельность [know, think, remember, forget, recognize(ze), believe, understand, notice, realise(ze), seem, sound и др.],

Например: I don't know his name.

3. выражающие эмоции, желания (love, prefer, like, hate, dislike, want и др.), Например: Shirley loves jazz music.

4. include, matter, need, belong, cost, mean, own, appear, have (когда выражает принадлежность) и т.д. Например: That jacket costs a tot of money. (Но не: That jacket is costing a lot of money.)

Present perfect употребляется для выражения:

1. действий, которые произошли в прошлом в неопределенное время. Конкретное время действия не важно, важен результат, Kim has bought a new mobile phone. (Когда она его купила? Мы это не уточняем, поскольку это не важно. Важного, что у нее есть новый мобильный телефон.)

2. действий, которые начались в прошлом и все еще продолжаются в настоящем, We has been a car salesman since /990. (Он стал продавцом автомобилей в 1990 году и до сих пор им является.)

3. действий, которые завершились совсем недавно и их результаты все еще ощущаются в настоящем. They have done their shopping. (Мы видим, что они только что сделали покупки, поскольку они выходят из супермаркета с полной тележкой.)

4. Present perfect simple употребляется также со словами "today", "this morning / afternoon" и т.д., когда обозначенное ими время в момент речи еще не истекло. He has made ten photos this morning. (Сейчас утро. Указанное время не истекло.)

К маркерам present perfect относятся: for, since, already, just, always, recently, ever, how long, yet, lately, never, so far, today, this morning/ afternoon / week / month / year и т.д.

Present perfect continuous употребляется для выражения:

1. действий, которые начались в прошлом и продолжаются в настоящее время He has been painting the house for three days. (Он начал красить дом три дня назад и красит его до сих пор.)

2. действий, которые завершились недавно и их результаты заметны (очевидны) сейчас. They're tired. They have been painting the garage door all morning. (Они только что закончили красить. Результат их действий очевиден. Краска на дверях еще не высохла, люди выглядят усталыми.)

Примечание.

1. С глаголами, не имеющими форм группы Continuous, вместо present perfect continuous употребляется present perfect simple. Например: I've known Sharon since we were at school together. (А не: I've been knowing Sharon since we were at school together.)

2. С глаголами live, feel и work можно употреблять как present perfect continuous, так и present perfect simple, при этом смысл предложения почти не изменяется.
Например: He has been living/has lived here since 1994.

К маркерам present perfect continuous относятся: for. since. all morning/afternoon/week/day и т.д., how long (в вопросах).

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Put the verbs in brackets into the present simple or the present continuous.

1 A: *Do you know* (you/know) that man over there?
B: Actually, I do. He's Muriel's husband.

2 A: Are you doing anything tomorrow evening?
B: Yes. I … (see) Jack at nine o'clock.

3 A: I … (see) you're feeling better.
B: Yes, I am, thank you.

4 A: What's that noise?
B: The people next door … (have) a party.

5 A: Graham … (have) a new computer.
B: I know. I've already seen it.

6 A: This dress …. (not/fit) me any more.
B: Why don't you buy a new one?

7 A: Your perfume … (smell) nice. What is it?
B: It's a new perfume called Sunshine.

8 A: What is Jane doing?
B: She … (smell) the flowers in the garden.

9 A: What … (you/look) at?
B: Some photos I took during my holidays. They aren't very good, though.

10 A: You … (look) very pretty today.
B: Thank you. I've just had my hair cut.

11 A: I … (think) we're being followed.
B: Don't be silly! It's just your imagination.

12 A: Is anything wrong?
B: No. I … (just/think) about the party tonight.

13 A: This fabric … (feel) like silk.
B: It is silk, and it was very expensive.

14 A: What are you doing?

B: I … (feel) the radiator to see if it's getting warm.
15 A: She … (be) generous, isn't she?
B: Yes, she has never been a mean person.
16 A: He … (be) very quiet today, isn't he?
B: Yes, I think he has some problems.
17 A: Would you like some cherries?
B: Yes, please. I … (love) cherries. They're my favourite fruit.
18 A: I'm sorry, but I … (not understand) what you mean.
B: Shall I explain it again?
19 A: The children are making lots of noise today.
B: I know, but they … (have) fun.
20 A: This cake … (taste) awful.
B: I think I forgot to put the sugar in it!

2. Fill in the gaps with recently, how long, yet, for, always, ever, already, since, so far or just. Sometimes more than one answer is possible.

1 A: Has Tom finished his exams ...yet...?
B: No. He finishes them next Thursday.
2 A: … has Janet been working at the hospital?
B: She has been working there … she left school.
3 A: How are you finding your new job?
B: Great. I haven't had any problems … .
4 A: Is John at home, please?
B: No, I'm afraid he's … gone out.
5 A: Have you been waiting long?
B: Yes, I've been here … two hours.
6 A: Has Martin … been to Spain?
B: No. I don't think so.
7 A: Have you spoken to Matthew … ?
B: Yes. I phoned him last night.
8 A: Can you do the washing-up for me, please?
B: Don't worry. Mike has … done it.
9 A: Lucy has … been musical, hasn't she?
B: Yes, she started playing the piano when she was five years old.
10 A: Shall we go to that new restaurant tonight?
B: Yes. I have … been there. It's really nice.
11 A: Your dog's been barking … three hours!
B: I'm sorry. I'll take him inside.
12 A: Have you finished reading that bodk yet?
B: No. I've … started it.

3. Put the verbs in brackets into the present perfect or continuous, using short forms where appropriate.

1 A: How long ...*have you known*... (you/know) Alison?
B: We ... (be) friends since we were children.
2 A: Who … (use) the car?
B: I was. Is there a problem?
3 A: What are Andrew and David doing?
B: They … (work) in the garden for three hours.
4 A: Why is Sally upset?
B: She … (lose) her bag.
5 A: I … (always/believe) that exercise is good for you.

B: Of course, it's good to keep fit.

6 A: Emily … (teach) maths since she left university.
B: Yes, and she's a very good teacher, too.

7 A: Fred … (open) a new shop.
B: Really? Where is it?

8 A: This pie is delicious.
B: Is it? I … (not/taste) it yet.

9 A: Have you found your umbrella yet?
B: No, I … (look) for it for an hour now.

10 A: You look exhausted.
B: Well, I … (clean) the windows since 8 o'clock this morning.

11 A: Can I have some more lemonade, please?
B: Sorry, your brother … (just/drink) it all.

12 A: Have you got new neighbours?
B: Yes, they … (just/move) to the area.

4. Put the verbs in brackets into the present perfect or the present perfect continuous.

Dear Connie,

I hope you are enjoying yourself at university. I'm sure you 1)...*'ve been studying*... (study) hard. Everything is fine here at home. Billly 2) … (just/receive) his school report. It was bad, as usual. He 3) … (decide) to leave school next year and find a job. Fiona 4) … (go) to the gym every day for the past two weeks. She 5) … (try) to get in shape for the summer. She 6) … (already/plan) her holiday in the sun. Your father 7) … (sell) the old car and he 8) … (buy) a new one. It's lovely — much nicer than the old one.

Anyway, write soon.

Love, Mum

5. Fill in the gaps with have/has been (to) or have/has gone (to).

Jack: Hi, Jill. Where's Paul?

Jill: Oh, he 1) ...*has gone to*... London for a few days.

Jack: Really! I 2) … London recently. I came back yesterday. 3) … you … there?

Jill: No, I haven't. Paul 4) … twice before, though. Where's Sarah?

Jack: She 5) … Spain for two weeks with her parents. They 6) … there to visit some friends.

Jill: When is she coming back?

Jack: They'll all be back next weekend.

6. Choose the correct answer.

1 'What time does the train leave?'
'I think it ..*A*... at 2 o'clock.'
A leaves
B has been leaving
C has left

2 'Where are Tom and Pauline?'
They … e supermarket.'
A have just gone
B have been going
C go

3 What is Jill doing these days?'
She … for a job for six months.'
A is looking
B has been looking
C looks

4 Is Mandy watching TV?'
No. She … her homework right now.'
A is always doing
B is doing
C does

5 'Have you been for a walk?'
'Yes. I often … for walks in the evenings.'
A have gone
B am going
C go

6 'Have you seen any films lately?'
'Yes. Actually, I … two this week.'
A have seen
B am seeing
C see

7 'What … ?'
'It's a piece of cherry pie. Mum made it yesterday.'
A are you eating
B do you eat
C have you eaten

8 'Are you going on holiday this summer?'
'Yes. I … enough money.'
A am saving
B have already saved
C save

9 'Is Todd reading the newspaper?'
'No. He … dinner at the moment.'
A has been making
B makes
C is making

10 'Have you bought any new CDs recently?'
'Yes. Actually, I … two this week.'
A have bought
B have been buying
C am buying

11 'What time does the play start?'
'I think it … at 8 o'clock.'
A has been starting
B starts
C has started

12 'Where is Mark?'
'He … to the library to return some books.'
A has gone
B has been
C is going

13 'What … ?'
'It's a letter to my pen-friend. I'm telling her my news.'
A have'you written
B do you write
C are you writing

7. Underline the correct tense.

1. Liz and I are good friends. We **know/<u>have known</u>** each other for four years.
2. Sarah is very tired. She **has been working / is working** hard all day.
3. Where is John?' 'He's upstairs. He **does/is doing** his homework.'
4. I can't go to the party on Saturday. I **am leaving/ have been leaving** for Spain on Friday night.
5. Jane **has finished/is finishing** cleaning her room, and now she is going out with her friends.
6. I didn't recognise Tom. He **looks/is looking** so different in a suit.
7. I don't need to wash my car. Jim **washes/has washed** it for me already.
8. Ian **has been talking/is talking** to his boss for an hour now.
9. Claire's train **arrives/has arrived** at 3 o'clock. I must go and meet her at the station.
10. 'Would you like to borrow this book?' 'No, thanks. I **have read/have been reading** it before.'
11. 'Where **are you going/do you go**?' To the cinema. Would you like to come with me?'
12. Have you seen my bag? I **am searching/have been searching** for it all morning.
13. 'Is Colin here?' 'I don't know. I **haven't seen/ haven't been seeing** him all day.'
14. Sophie is very clever. She **is speaking/speaks** seven different languages.
15. We **are moving/have moved** house tomorrow. Everything is packed.

8. Put the verbs in brackets into the correct tense.

1 Who …*has been using* … (use) my toothbrush?
2 'What … (you/do)?' 'I … (write) a letter.'
3 Samantha … (play) tennis with friends every weekend.
4 Tim and Matilda … (be) married since 1991.
5 Uncle Bill … (just/decorate) the bathroom.
6 Pauline and Tom … (sing) in the school choir twice a week.
7 Who … (you/speak) to?
8 Sarah is very happy. She … (win) a poetry competition.
9 He … (drink) two cups of coffee this morning.
10 My friend … (live) in America at the moment.
11 They … (usually/change) jobs every five years.
12 I … (normally/cut) my hair myself.
13 Linda … (study) in the library for three hours.
14 We … (play) in a concert next weekend.
15 Who … (read) my diary?
16 Tim … (leave) the house at 7 o'clock every morning.
17 … (your mother/work) in a bank?
18 … (you/drink) coffee with your breakfast every day?
19 We … (make) plans for our summer holidays right now.
20 They… (move) house in September.

9. Put the verbs in brackets into the correct tense.

1 A: What ...*are you doing*... (you/do)?
B: Nothing. I … (just/finish) my lunch.
2 A: Where … (you/be) all morning?
B: I … (clean) my house since 8 o'clock.
3 A: … (you/do) anything next weekend?
B: No, I … (not/make) any plans yet.
4 A: Jane looks great. … (she/lose) weight?
B: Yes, she … (exercise) a lot recently.
5 A: … (be/you) busy right now?
B: Yes, I … (just/start) typing this report.
6 A: Where is Peter?
B: He … (wash) the car at the moment.
7 A: Who … (be) your favourite actor?

B: I … (like) Sean Connery since I was a child.

8 A: … (you/do) your homework yet?

B: Almost; I … (do) it now.

10. Put the verbs in brackets into the correct tense.

Dear Nick,

This is just a short note to tell you I 1) *...'m arriving/arrive...* (arrive) at the airport at 5 pm on Saturday, 10th December. I 2) … (be) very busy recently, and that's why I 3) … (not/write) to you for a while. I 4) … (plan) this trip for months, so now I 5) … (look forward) to spending some time with you and your family. I 6) … (hope) you will be able to meet me at the airport. Please give my love to your wife and the children.

See you soon,
James

Past simple употребляется для выражения:

1. действий, произошедших в прошлом в определенное указанное время, то есть нам известно, когда эти действия произошли, They graduated four years ago. (Когда они закончили университет? Четыре года назад. Мы знаем время.)

2. повторяющихся в прошлом действий, которые более не происходят. В этом случае могут использоваться наречия частоты (always, often, usually и т.д.), He often played football with his dad when he was five. (Но теперь он уже не играет в футбол со своим отцом.) Then they ate with their friends.

3. действий, следовавших непосредственно одно за другим в прошлом.

They cooked the meal first.

4. Past simple употребляется также, когда речь идет о людях, которых уже нет в живых. Princess Diana visited a lot of schools.

Маркерами past simple являются: yesterday, last night / week / month / year I Monday и т.д., two days I weeks I months I years ago, then, when, in 1992 и т.д.

People used to dress differently in the past. Women used to wear long dresses. Did they use to carry parasols with them? Yes, they did. They didn't use to go out alone at night.

• **Used to** (+ основная форма глагола) употребляется для выражения привычных, повторявшихся в прошлом действий, которые сейчас уже не происходят. Эта конструкция не изменяется по лицам и числам. Например: Peter used to eat a lot of sweets. (= Peter doesn't eat many sweets any more.) Вопросы и отрицания строятся с помощью did / did not (didn't), подлежащего и глагола "use" без -d.

Например: Did Peter use to eat many sweets? Mary didn’t use to stay out late.

Вместо "used to" можно употреблять past simple, при этом смысл высказывания не изменяется. Например: She used to live in the countryside. = She lived in the countryside.

Отрицательные и вопросительные формы употребляются редко.

Past continuous употребляется для выражения:

1. временного действия, продолжавшегося в прошлом в момент, о котором мы говорим. Мы не знаем, когда началось и когда закончилось это действие, At three o'clock yesterday afternoon Mike and his son were washing the dog. (Мы не знаем, когда они начали и когда закончили мыть собаку.)

2. временного действия, продолжавшегося в прошлом (longer action) в момент, когда произошло другое действие (shorter action). Для выражения второго действия (snorter action) мы употребляем past simple, He was reading a newspaper when his wife came, (was reading = longer action: came = shorter action)

3. двух и более временных действий, одновременно продолжавшихся в прошлом. The people were watching while the cowboy was riding the bull.

4. Past continuous употребляется также для описания обстановки, на фоне которой происходили события рассказа (повествования). The sun was shining and the birds were singing. Tom was driving his old truck through the forest.

Маркерами past continuous являются: while, when, as, all day / night / morning и т.д.
when/while/as + past continuous (longer action) when + past simple (shorter action)

Past perfect употребляется:

1. для того, чтобы показать, что одно действие произошло раньше другого в прошлом. При этом то действие, которое произошло раньше, выражается past perfect simple, а случившееся позже - past simple,

They had done their homework before they went out to ptay yesterday afternoon. (=They did their homework first and then they went out to ptay.)

2. для выражения действий, которые произошли до указанного момента в прошлом,

She had watered all the flowers by five o'clock in the afternoon.
(=She had finished watering the flowers before five o'clock.)

3. как эквивалент present perfect simple в прошлом. То есть, past perfect simple употребляется для выражения действия, которое началось и закончилось в прошлом, а present perfect simple - для действия, которое началось в прошлом и продолжается (или только что закончилось) в настоящем. Например: Jill wasn't at home. She had gone out. (Тогда ее не было дома.) ЛИ isn 't at home. She has gone out. (Сечас ее нет дома.)

К маркерам past perfect simple относятся: before, after, already, just, till/until, when, by, by the time и т.д.

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Put the verbs in brackets into the past simple or the past continuous. Which was the longer action in each sentence?

1. They ...*were cleaning*... (clean) the windows when it …*started*... (start) to rain.
Cleaning the windows was the longer action.
2. As he … (drive) to work, he … (remember) that his briefcase was still at home.
3. Melanie … (cook) dinner when her husband … (come) home.
4. I … (hear) a loud crash as I … (sit) in the garden.
5. She … (type) a letter when her boss … (arrive).
6. While the dog … (dig) in the garden, it … (find) a bone.
7. Mary … (ride) her bicycle when she … (notice) the tiny kitten.
8. While I … (do) my homework, the phone … (ring).

2. A policeman is asking Mrs Hutchinson about a car accident she happened to see yesterday. Put the verbs in brackets into the past simple or the past continuous.

P: What 1) ...*were you doing*... (you/do) when you 2) … (see) the accident, madam?
H: I … (walk) down the street.
P: What exactly 4) … (you/see)?
H: Well, the driver of the car 5)… (drive) down the road when suddenly the old man just 5) … (step) in front of him! It 6) … (be) terrible!
P: 8) … (the driver/speed)?
H: No, not really, but the old man 9) … (not/look) both ways before he ... (try) to cross the road.
P: 11) ... (anyone else/see) the accident?
H: Yes, the lady in the post office.
P: Thank you very much.

3. Put the verbs in brackets into the past simple or the past continuous.

A As soon as Margaret 1) ...*got*... (get) off the train, she 2) … (pull) her coat around her. Rain 3) … (fall) heavily and a cold wind 4) … (blow) across the platform. She 5) … (look) around, but no one 6)

… (wait) to meet her. She 7) … (turn) to leave when she 8) … (hear) footsteps. A man 9) … (walk) towards her. He 10) … (smile) at her, then he 11) … (say), 'You're finally here.'

B George 1) … (pick) up his bag then, 2) … (throw) it over his shoulder. It 3) … (get) dark and he 4) … (have) a long way to go. He wished that he had let someone know that he was coming. It 5) … (start) to rain, and he was feeling cold and tired from the long journey. Suddenly, he 6) … (hear) a noise, then he 7) … (see) two bright lights on the road ahead. A car 8) … (head) towards him. It slowed down and finally 9) … (stop) beside him. A man 10) … (sit) at the wheel. He 11) … (open) the door quickly and 12) … (say) 'Get in, George.'

C Andy 1) … (step) into the house and 2) … (close) the door behind him. Everything 3) … (be) quiet. His heart 4) … (beat) fast and his hands 5) … (shake) as he crept silently into the empty house, but he was trying not to panic. He soon 6) … (find) what he 7) … (look) for. He smiled with relief as he put on the clothes. The men who 8) … (follow) him would never recognise him now.

4. Imagine that you were present when these things happened, then, in pairs, ask and answer questions, as in the example.

SA: What were you doing when the burglar broke in?
SB: I was watching TV.
SA: What did you do?
SB: I called for help.

1 The burglar broke in.
2 The storm broke.
3 The lights went out.
4 The boat overturned.
5 The earthquake hit.
6 The building caught fire.

5. Rewrite each person's comment using used to or didn't use to.

1 Sally - 'I don't walk to work any more.'
I used to walk to work.
2 Gordon - 'I've got a dog now.'
3 Lisa - 'I don't eat junk food any more.'
4 Jane - 'I go to the gym every night now.'
5 Paul - 'I'm not shy any more.'
6 Edward - 'I live in a big house now.'
7 Helen - 'I haven't got long hair any more.'
8 Frank - 'I eat lots of vegetables now.'

6. Choose the correct answer.

1 'I find it hard to get up early.'
'You ...*3*... to getting up early once you start working.'
A are used
B will get used
C were used

2 'Do you often exercise now?'
'No, but I … to exercise a lot when I was at school.'
A used
B will get used
C am used

3 'Aren't you bothered by all that noise?'
'No, we … to noise. We live in the city centre.'
A were used
B will get used

C are used

4 'Does your sister travel a lot?'
'No, but she … to before she got married.'
A didn't use
B used
C wasn't used

5 'I don't like wearing a suit every day.'
'Don't worry, you … to it very soon.'
A are used
B will get used
C were used

6 'Sandra … to using a computer, but now she enjoys it.'
'It's a lot easier for her now.'
A isn't used
B will get used
C wasn't used

7 'Do you remember the things we … to do when we were kids?'
'Of course I do. How could I forget what fun we had!'
A used
B were used
C got used

8 'Do you like living in the city?'
'Well, I … to it yet, but it's okay.'
A am not used
B wasn't used
C am used

7. Fill in the gaps with one of the verbs from the list in the correct form. Use each verb twice.

wash, walk, play, work

1 I used to ...*work*... in a shop, but now I work in an office.
2 I can't concentrate. I'm not used to … in such a noisy office.
3 Tom lived in the country for years. He used to … miles every day.
4 I'm exhausted. I'm not used to … such long distances.
5 Mary used to … her clothes by hand, but now she uses a washing machine.
6 We haven't got a washing machine, so we're used to … our clothes by hand.
7 The children are bored with the bad weather. They're used to … outside.
8 When we were younger, we used to … cowboys and Indians.

8. Put the verbs in brackets into the past simple or the present perfect.

1. A: Do you know that man?
B: Oh yes. He's a very good friend of mine. I 1) ...*'ve known*... (know) him for about ten years.
A: I think I 2) … (meet) him at a business meeting last month.

2. A: Mum 1) … (lose) her purse.
B: Where 2) … (she/lose) it?
A: At the supermarket while she was shopping.

3. A: Who was on the telephone?
B: It 1) … (be) Jane.
A: Who is Jane?
B: Someone who 2) … (work) in my office for a few years. She's got a new job now, though.

4. A: Who is your favourite singer?
B: Freddie Mercury. He 1) … (have) a wonderful voice.
A: Yes, I agree. He 2) … (enjoy) performing live, too.

9. Fill in the gaps with one of the verbs from the list in the past perfect continuous.

read, scream, argue, try, eat, watch

1. Emily was angry. She ...*had been arguing*… with her parents for an hour.
2. Hannah felt sick. She … chocolates all afternoon.
3. Allan had a headache. His baby sister … for half an hour.
4. Emily was frightened. She … a horror film for half an hour.
5. Simon was confused. He … to win the game for hours.
6. John was very tired. He … all night.

10. Put the verbs in brackets into the correct past tense.

A: On Monday morning, Jo 1) ... *missed*... (miss) the bus and had to walk to school. When she 2) … (arrive), the bell 3) … (already/ring)', and lessons 4) … (start). The children 5) … (work) quietly when Jo 6) … (walk) into the'classroom.

B: When Jamie 1) … (get) to the party, a lot of people 2) … (dance) to pop music. Everyone 3) … (wear) jeans and T-shirts. Jamie 4) … (buy) a new suit for the party and he 5) … (wear) that. He 6) … (feel) quite silly because everyone 7) … (look) at him.

Future simple употребляется:

1. для обозначения будущих действий, которые, возможно, произойдут, а возможно, и нет, We'll visit Disney World one day.

2. для предсказаний будущих событий (predictions), Life will be better fifty years from now.

3. для выражения угроз или предупреждений (threats / warnings), Stop or I'll shoot.

4. для выражения обещаний (promises) и решений, принятых в момент речи (on-the-spot decisions), I'll help you with your homework.

5. с глаголами hope, think, believe, expect и т.п., с выражениями I'm sure, I'm afraid и т.п., а также с наречиями probably, perhaps и т.п. / think he will support me. He will probably go to work.

К маркерам future simple относятся: tomorrow, the day after tomorrow, next week I month / year, tonight, soon, in a week / month year и т.д.

ПРИМЕЧАНИЕ

Future simple не употребляется после слов while, before, until, as soon as, after, if и when в придаточных предложениях условия и времени. В таких случаях используется present simple. Например: I'll make a phone call while I wait for you. (А не:... whilo I will wait for you.) Please phone me when you finish work.

В дополнительных придаточных предложениях после "when" и "if" возможно употребление future simple. Например: I don't know when I if Helen will be back.

He is going to throw the ball.

Be going to употребляется для:

1. выражения заранее принятых планов и намерений на будущее,

Например: Bob is going to drive to Manchester tomorrow morning.

2. предсказаний, когда уже есть доказательства того, что они сбудутся в близком будущем. Например: Look at that tree. It is going to fall down.

We use the **future continuous**:

a) for an action which will be in progress at a stated for an action which will be future time. *This time next week, we'll be cruising round the islands.*

b) for an action which will definitely happen in the future as the result of a routine or arrangement. *Don't call Julie. I'll be seeing her later, so I'll pass the message on.*

c) when we ask politely about someone's plans for the near future (what we want to know is if our wishes fit in with their plans.) *Will you be using the photocopier for long?*
No. Why?
I need to make some photocopies.

We use the **future perfect**:

1. For an action which will be finished before a stated future time. *She will have delivered all the newspapers by 8 o'clock.*

2. The future perfect is used with the following time expressions: before, by, by then, by the time, until/till.

We use the **future perfect continuous**:

1. to emphasize the duration of an action up to a certain time in the future. *By the end of next month, she will have been teaching for twenty years.*

The future perfect continuous is used with: by... for.

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Tanya Smirnoff is a famous astrologer. She's been invited on a TV show to give her astrological predictions for next year. Using the prompts below, make sentences, as in the example.
e.g. An eartyhquake will strike Asia.

1 earthquake/strike/Asia
2 Tom Murray/win/elections
3 economy/not improve/significantly
4 number of road accidents/increase
5 America/establish/colony/on Mars
6 scientists/not discover/cure for common cold

2. In pairs, ask and answer questions using the prompts below, as in the examples.

SA: Are you going to pay the bill?
SB: Yes, that's what I'm going to do.
SA: Are you going to complain to the manager?
SB: No, that's not what I'm going to do.

1. pay the bill (√)
2. complain to the manager (X)
3. take the skirt back to the shop (√)
4. buy the jumper (√)
5. ask the bank manager for a loan (X)
6. order the food (√)
7. book the airline tickets (X)

3. Fill in the gaps with the correct form of will or be going to and the verb in brackets.

1 A: Why are you buying flour and eggs?
B: Because I ...*'m going to make*... (make) a cake.
2 A: I have decided what to buy Mum for her birthday.
B: Really. What … (you/buy) for her?
3 A: Did you ask Jackie to the party?
B: Oh no! I forgot! I … (ask) her tonight.
4 A: Could I speak to Jim, please?
B: Wait a minute. I … (get) him for you.
5 A: What are your plans for the weekend?

B: I … (spend) some time with my friends.

6 A: What are you doing on Friday night?
B: Oh, I … (probably/stay) at home with my family.

7 A: Have you tidied your room yet?
B: No, but I promise I … (do) it this afternoon.

8 A: Look at that boy!
B: Oh yes! He … (climb) the tree.

9 A: Jason is very clever for his age.
B: Yes. He says he … (become) a doctor when he grows up.

10 A: I'm too tired to cut the grass.
B: Don't worry! I (cut) it for you.

4. Fill in the gaps with shall, will or the correct form of be going to.

1 A: It's too hot in here.
B: You're right. I ...*will...* open a window.

2 A: … I put the baby to bed, now?
B: Yes, he looks a little tired.

3 A: Have you seen Lucy recently?
B: No, but I … meet her for lunch later today.

4 A: Have you done the shopping yet?
B: No, but I … probably do it tomorrow, after work.

5 A: … we ask Mr Perkins for help with the project?
B: That's a good idea. Let's ask him now.

5. Replace the words in bold with will/won't or shall I/we, as in the example.

1 I've asked Paul to talk to the landlord, but he **refuses to** do it.
I've asked Paul to talk to the landlord, but he won't do it.

2 **Do you want me** to make a reservation for you?

3 **Can** you call Barry for me, please?

4 **Why don't we** try this new dish?

5 Where **do you want me** to put these flowers?

6. In pairs, ask and answer questions using the prompts below, as in the example.

SA: *When will you do the gardening?*
SB: *I'll do it after I've done the shopping.*

1 do the gardening / do the shopping
2 post the letters / buy the stamps
3 iron the clothes / tidy the bedroom
4 water the plants / make the bed
5 do your homework / have my dinner
6 pay the bills / take the car to the garage

7. Put the verbs in brackets into the present simple or the future simple.

1 A: I'm going to the gym tonight.
B: Well, while you ...*are*... (be) there, I … (do) the shopping.

2 A: … (you/call) me when you … (get) home?
B: Yes, of course.

3 A: As soon as John … (come) in, tell him to come to my office.
B: Certainly, sir.

4 A: I'm exhausted.
B: Me too. I wonder if David … (come) to help tonight.

5 A: Are you going to visit Aunt Mabel this afternoon?

B: Yes, I ... (visit) her before I … (do) the shopping.

6 A: Is George going to eat dinner with us?
B: No, by the time he … (get) home it … (be) very late.

7 A: When … (you/pay) the rent?
B: When I … (get) my pay cheque.

8 A: What are your plans for the future?
B: I want to go to university after I … (finish) school.

9 A: If you … (pay) for dinner, I … (pay) for the theatre.
B: Okay, that's a good idea.

10 A: Can you give this message to Mike, please?
B: Well, I'll try, but I doubt if I … (see) him today.

8. Put the verbs in brackets into the future simple, the present simple or the present continuous.

1 A: I ...*am seeing*... (see) Roger at seven o'clock tonight.
B: Really? I thought he was out of town.

2 A: … (you/do) anything on Friday morning?
B: No, I'm free.

3 A: I … (go) to the cinema. There's a new film on. Do you want to come with me?
B: What time … (the film/start)?

4 A: Helen … (have) a party the day after tomorrow. … (you/go)?
B: As a matter of fact, I haven't been invited.

5 A: The new exhibition … (open) on April 3rd and … (finish) on May 31st.
B: I know. I … (go) on the first day.

6 A: Aunt Maggie … (come) to visit us tomorrow.
B: I know. What time … (she/arrive)?

7 A: Excuse me, what time … (the train/leave)?
B: At half past three, madam.

8 A: Michael Jackson … (give) a concert at the Olympic Stadium next week.
B: I know. I … (want) to get a ticket.

9 A: I'm really thirsty.
B: I … (get) you a glass of water.

10 A: Are you looking forward to your party?
B: Yes. I hope everyone … (enjoy) it.

11 A: How old is your sister?
B: She .. (be) twelve next month.

12 A: What are you doing tonight?
B: I … (probably/watch) TV after dinner.

9. A) Cliff Turner has his own business and it is doing well. He has already decided to expand. Look at the prompts and say what he is going to do, as in the example.

1. employ more staff

He's going to employ more staff.

2. advertise in newspapers and magazines
3. equip the office with computers
4. increase production
5. move to bigger premises
6. open an office abroad

B) Cliff is always busy. Look at his schedule and say what his arrangements are for the next few days. Make sentences, as in the example.

Wednesday 12th: fly to Montreal

He is flying to Montreal on Wednesday.
Thursday 13th: give an interview to The Financial Times
Friday 14th: have lunch with sales representatives
Saturday 15th: have a meeting with Japanese ambassador
Sunday 16th: play tennis with Carol

10. ln Pairs, ask and answer the following questions using I (don't) think/expect I will or I hope /'m sure/'m afraid I will/won't, as in the example.
SA: *Do you think you will pass your exams?*
SB: *I hope I will/I'm afraid I won't.*
1 pass/exams
2 move house
3 take up / new hobby
4 make / new friends
5 start having music lessons
6 have / party on / birthday
7 learn/drive

ТЕМА 3. Социально-культурная сфера общения (Я и моя страна. Я и мир)

Тематика общения:

1. Екатеринбург – столица Урала.
2. Общее и различное в национальных культурах.

Проблематика общения:

1. Мой родной город.
2. Традиции и обычаи стран изучаемого языка.
3. Достопримечательности стран изучаемого языка.

3.1 Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

My town

a building – здание
downtown – деловой центр города
town outskirts – окраина города
a road – дорога
an avenue – проспект
a pavement/a sidewalk - тротуар
a pedestrian – пешеход
a pedestrian crossing – пешеходный переход
traffic lights – светофор
a road sign – дорожный знак
a corner – угол
a school - школа
a kindergarten – детский сад
a university - университет
an institute – институт
an embassy - посольство
a hospital - больница
a shop/a store/a shopping centre/a supermarket – магазин, супермаркет
a department store – универмаг
a shopping mall/centre – торговый центр
a food market – продуктовый рынок
a greengrocery – фруктово-овощной магазин
a chemist's/a pharmacy/a drugstore - аптека
a beauty salon – салон красоты
a hairdressing salon/a hairdresser's - парикмахерская
a dental clinic/a dentist's – стоматологическая клиника
a vet clinic – ветеринарная клиника
a laundry – прачечная
a dry-cleaner's – химчистка
a post-office – почтовое отделение
a bank – банк
a cash machine/a cash dispenser - банкомат
a library – библиотека
a sight/a place of interest - достопримечательность
a museum – музей
a picture gallery – картинная галерея
a park – парк
a fountain – фонтан
a square – площадь
a monument/a statue – памятник/статуя
a river bank – набережная реки

a beach – пляж
a bay - залив
a café – кафе
a restaurant – ресторан
a nightclub – ночной клуб
a zoo - зоопарк
a cinema/a movie theatre - кинотеатр
a theatre – театр
a circus - цирк
a castle - замок
a church – церковь
a cathedral – собор
a mosque - мечеть
a hotel – отель, гостиница
a newsagent's – газетный киоск
a railway station – железнодорожный вокзал
a bus station - автовокзал
a bus stop – автобусная остановка
an underground (metro, subway, tube) station – станция метро
a stadium – стадион
a swimming-pool – плавательный бассейн
a health club/a fitness club/a gym – тренажерный зал, фитнесс клуб
a playground – игровая детская площадка
a plant/a factory – завод/фабрика
a police station – полицейский участок
a gas station/a petrol station – заправочная автостанция, бензоколонка
a car park/a parking lot - автостоянка
an airport - аэропорт
a block of flats – многоквартирный дом
an office block – офисное здание
a skyscraper - небоскреб
a bridge – мост
an arch – арка
a litter bin/a trash can – урна
a public toilet – общественный туалет
a bench - скамья

3.2 Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

Ekaterinburg – an Industrial Centre

Ekaterinburg is one of the leading industrial centres of Russia. There are over 200 industrial enterprises of all-Russia importance in it. The key industry is machine-building. The plants of our city produce walking excavators, electric motors, turbines, various equipment for industrial enterprises.

During the Great Patriotic War Sverdlovsk plants supplied the front with arms and munitions and delivered various machinery for restoration of Donbass collieries and industrial enterprises of the Ukraine.

The biggest plants of our city are the Urals Heavy Machine Building Plant (the Uralmash), the Urals Electrical Engineering Plant (Uralelectrotyazhmash), the Torbomotorny Works (TMZ), the Chemical Machinery Building Works (Chimmash), the Verkh Iset Metallurgical Works (VIZ) and many others.

The Urals Heavy Machinery Building Plant was built in the years of the first five-year plan period. It has begun to turn out production in 1933. The machines and equipment produced by the Uralmash have laid the foundation for the home iron and steel, mining and oil industries. The plant

produces walking excavators and draglines, drilling rigs for boring super-deep holes, crushing and milling equipment for concentrators. The plant also produces rolling-mills, highly efficient equipment for blast furnaces, powerful hydraulic presses and other machines. The trade mark of the Uralmash is well-known all over the world.

The Electrical Engineering plant was put into operation in 1934. At the present time it is a great complex of heavy electrical machine-building. It produces powerful hydrogenerators, transformers, air and oil switches, rectifiers & other electrical equipment. Besides, it is one of the main producers of high-voltage machinery.

The Turbo-Motorny Works produces turbines & diesel motors for powerful trucks. The turbines manufactured by this plant are widely known not only in our country, but also abroad. The plant turned out its first turbines in 1941.

The Urals Chemical Works, the greatest plant in the country, produces machinery for the chemical industry. It also produces vacuum- filters used in different branches of oil industry.

The Verkh-Iset Metallurgical Works the oldest industrial enterprise in Ekaterinburg is now the chief producer of high grade transformer steel in the country.

Now complex mechanization & automation of production processes are being used at all industrial enterprises of Ekaterinburg. Its plants make great contribution to the development of our country's national economy.

The History of Ekaterinburg

The famous Soviet poet V. Mayakovsky called out city "A Worker and a Fighter" and these words most fully reflect the features of Ekaterinburg.

Ekaterinburg is nowadays one of the leading industrial cities of Russia, an administrative & cultural centre of the Sverdlovsk region. It is the capital of the Urals.

Ekaterinburg has sprung up in the upper reaches of the Iset River in the middle part of the Urals Mountains near the border of Europe and Asia. It stretches from North to South for 25 km. and 15 km. from East to West.

The history of our city is very interesting. It was founded at the beginning of the XVIII century as a fortress-factory in connection with the construction of the Urals iron works. The works was constructed under the supervision of Tatishchev, a mining engineer, who was sent to the Urals by Peter the first. It was put into operation in November 1723. This date is considered to be the date of the birthday of city. It was named Ekaterinburg. On the place of the first works there is the Historical Square now.

The town grew and developed as the centre of an important mining area where the mining administration office was located. Ekaterinburg was an ordinary provincial town like many others in Russia before the October Revolution. It had only one theatre, four hospitals, one mining school and not a single higher school.

At the end of the XIX century Ekaterinburg became one of the centres of the revolutionary struggle. Many squares, streets and houses of the city keep the memory of the revolutionary events and the Civil War in the Urals. They are: the 1905 Square, a traditional place of the revolutionary demonstrations of the working people, the rocks "Kamenniye Palatki", a memorial park now, which was the place of illegal meetings of Ekaterinburg workers, the Opera House where the Soviet power was proclaimed in November 8, 1917 and many others.

Ekaterinburg is closely connected with the life and activities of many famous people. Here Y.M. Sverdlov, the leader of the Urals Party organization before the Revolution and the first President of the Soviet state, carried out his revolutionary work. In 1924 Ekaterinburg was renamed in his memory.

The name of such a famous scientist and inventor of the radio as Popov, and the names of such writers as Mamin-Sibiriyak and Bazhov are also connected with Ekaterinburg.

After the October Socialist Revolution the town has changed beyond recognition. It grew quickly in the years of the first five-year plan periods. Nowadays our city is constantly growing and

developing. Modern Ekaterinburg is a city of wide straight streets, multistoried blocks of flats, big shops, beautiful palaces of culture, cinemas, fine parks and squares.

The centre of the city is 1905 Square with the monument to V.I. Lenin and the building of the City Soviet. The main street is Lenin Avenue. The total area of the city is over 400 sq. km. The population is about two million.

In connection with its 250th anniversary and for its outstanding achievements in the development of the national economy of our country Ekaterinburg was awarded the Order of Lenin.

Ekaterinburg – a Center of Science & Education

Ekaterinburg is one of the largest & most important centers of science & education in our country. The city has 15 higher schools. The oldest of them are the Mining & the Polytechnical Institutes, the Urals State University founded in 1920, the Medical & Pedagogical & many others. Ekaterinburg higher schools train specialists for practically all branches of industry, economy, education & science. The city has a student population of about 80 thousand. Besides, there are many secondary and vocational schools and over 50 technical schools (colleges). The oldest of them is the Mining Metallurgical College named after Polzunov, founded in 1847.

Much important scientific research work is carried on in Ekaterinburg. The Urals Branch of Sciences, now called the Urals Scientific Centre (UNZ), was founded in 1932. Its first chairman was the famous Soviet scientist, mineralogist and geochemist A.E. Fersman. UNZ is the main centre of scientific work now. It contains nine institutes which solve the most important theoretical and practical problems in the field of geology, mining, metallurgy, biology, economy and others.

The city has more than 120 research and designing institutions, among them Uralmechanobr, Unipromed, Nipigormash and others. It is worth mentioning that important scientific and research work is also carried on in educational establishments and at the industrial enterprises of the city, such as the Uralmash, Uralelectrotyazmash and others.

Thousands of research workers, among them 5 academicians, 10 Corresponding members of the Russian Academy of Sciences, many Doctors and Masters of Science are engaged in scientific and research work. Ekaterinburg has contributed greatly to the development of Russian science.

Ekaterinburg - a Cultural Centre

Ekaterinburg is not only an industrial and educational, but also a large cultural centre. There is a lot to be seen in the city. There are many theatres, cinemas, museums, clubs, libraries, palaces of culture, the Art Gallery and the Circus in it.

The Art Gallery houses a splendid collection of paintings of Russian and Soviet artists such as Repin, Polenov, Levitan, Perov, Slusarev, Burak, Pimenov and many others. Here you will see one of the world famous collections of metal castings made in Kasli and especially a cast Iron pavilion. It was shown in Paris at the World Exhibition and awarded the Highest Prize.

Ekaterinburg is famous for its theaters. They are the Opera & Ballet House, the Drama Theatre, the Musical Comedy, the Children's and Puppet Theatres, the Cinema and Concert Hall "Cosmos". The Opera House was built in 1912. Many famous singers such as S. Lemeshev, I. Koslovsky, I. Arkhipova, B. Shtokolov and many others sang in that theatre. Ekaterinburg has a Philharmonic Society, film and television studios, the Urals Russian Folk Choir which is well known both at home and abroad.

There are many museums in the city: the Museum of Local Studies, the Sverdlov Museum, the Museum of Mamin-Sibiriyak, the Bazhov Museum, the Museum of Architecture. But the Urals Geological Museum is the most famous one. It is a real treasure-house of the Urals riches. The museum was opened in 1937.

Ekaterinburg is a green city with its squares, gardens and parks. The largest and the best of the parks is the Central Park of Culture and Rest. The Central Square of the City is the 1905 Square. Besides, there are some others: the Labor Square, one of the oldest of the city, located in front of the House of Trade Unions, the Komsomolskaya Square with the monument to the Urals Komsomol, the Paris Commune Square with the monument to Y.M. Sverdlov.

There are lots of monuments in the city. They are: the monument dedicated to the students and teachers of the Urals Polytechnical Institute who perished in the Great Patriotic War, the monument to the Urals Tank Corps, the monuments to Bazhov, Popov, Ordjonikidze, Malishev and many others.

There are a lot of places of interest in our city. Any visitor who comes to our city is invited to take sightseeing around it. We will be shown the historical places such as the rocks "Kamenniye Palatki", the Pupils' Creation Palace, the Historical Square, the 1905 Square.

There are several memorials to those who gave their lives in the struggle against fascism, the obelisk in the Square of Communards with the eternal flame. Such famous places of interest at the city pond with granite-lined embankment, the Palace of Youth, the lake Shartash, the Uktus Mountains and some others are most popular with the citizens of Ekaterinburg as well as with its visitors.

Ekaterinburg is a city of sports. There are a lot of sports grounds, stadiums, sports halls and a beautiful Palace of Sport in it. Ekaterinburg is often called the Winter Sports Capital. All sorts of important skiing & skating events are held in the Uktus Mountains.

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland

The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland (the UK) occupies most of the territory of the British Isles. It consists of four main parts: England, Scotland, Wales and Northern Ireland. London is the capital of England. Edinburgh is the capital of Scotland, Cardiff— of Wales and Belfast — of Northern Ireland. The UK is a small country with an area of some 244,100 square kilometres. It occupies only 0.2 per cent of the world's land surface. It is washed by the Atlantic Ocean in the north-west, north and south-west and separated from Europe by the Severn, but the most important waterway is the Thames.

The climate is moderate and mild. But the weather is very changeable. The population of the United Kingdom is over 57 million people. Foreigners often call British people "English", but the Scots, the Irish and the Welsh do not consider themselves to be English. The English are Anglo-Saxon in origin, but the Welsh, the Scots and the Irish are Celts, descendants of the ancient people, who crossed over from Europe centuries before the Norman Invasion. It was this people, whom the Germanic Angles and Saxons conquered in the 5th and 6th centuries AD. These Germanic conquerors gave England its name — "Angle" land. They were conquered in their turn by the Norman French, when William the Conqueror of Normandy landed near Hastings in 1066. It was from the union of Norman conquerors and the defeated Anglo-Saxons that the English people and the English language were born. The official language of the United Kingdom is English. But in western Scotland some people still speak Gaelic, and in northern and central parts of Wales people often speak Welsh.

The UK is a highly developed industrial country. It is known as one of the world's largest producers and exporters of machinery, electronics, textile, aircraft, and navigation equipment. One of the chief industries of the country is shipbuilding.

The UK is a constitutional monarchy. In law, Head of the State is Queen. In practice, the country is ruled by the elected government with the Prime Minister at the head. The British Parliament consists of two chambers: the House of Lords and the House of Commons. There are three main political parties in Great Britain: the Labour, the Conservative and the Liberal parties. The flag of the United Kingdom, known as the Union Jack, is made up of three crosses. The big red cross is the cross of Saint George, the patron saint of England. The white cross is the cross of Saint Andrew, the patron saint of Scotland. The red diagonal cross is the cross of Saint Patrick, the patron saint of Ireland.

The United Kingdom has a long and exciting history and a lot of traditions and customs. The favorite topic of conversation is weather. The English like to drink tea at 5 o'clock. There are a lot of high daysin Great Britain. They celebrate Good Friday, Christmastide, Christmas, Valentine`s day and many others. It is considered this nation is the most conservative in Europe because people attach greater importance to traditions; they are proud of them and keep them up. The best examples are their money system, queen, their measures and weights. The English never throw away old things and don't like to have changes.

Great Britain is a country of strong attraction for tourists. There are both ancient and modern

monuments. For example: Hadrian Wall and Stonehenge, York Cathedral and Durham castle. It is no doubt London is the most popular place for visiting because there are a lot of sightseeing like the Houses of Parliament, Buckingham Palace, London Bridge, St Paul's Cathedral, Westminster Abbey, the Tower of London. Also you can see the famous Tower Clock Big Ben which is considered to be the symbol of London. Big Ben strikes every quarter of an hour. You will definitely admire Buckingham Palace. It's the residence of the royal family. The capital is famous for its beautiful parks: Hyde Park, Regent's Park. The last one is the home of London Zoo.

3.3 Систематизация грамматического материала:

1. Модальные глаголы и их эквиваленты.
2. Образование видовременных форм глагола в пассивном залоге.
3. Основные сведения о согласовании времён, прямая и косвенная речь.

Модальные глаголы

Глаголы	**Значение**	**Примеры**
CAN	физическая или умственная возможность/умение	I can swim very well. – Я очень хорошо умею плавать.
	возможность	You can go now. — Ты можешь идти сейчас.You cannot play football in the street. – На улице нельзя играть в футбол.
	вероятность	They can arrive any time. – Они могут приехать в любой момент.
	удивление	Can he have said that? – Неужели он это сказал?
	сомнение, недоверчивость	She can't be waiting for us now. – Не может быть, чтобы она сейчас нас ждала.
	разрешение	Can we go home? — Нам можно пойти домой?
	вежливая просьба	Could you tell me what time it is now? – Не могли бы вы подсказать, который сейчас час?
MAY	разрешение	May I borrow your book? – Я могу одолжить у тебя книгу?
	предположение	She may not come. – Она, возможно, не придет.
	возможность	In the museum you may see many interesting things. – В музее вы можете увидеть много интересных вещей.
	упрек – только **MIGHT (+ perfect infinitive)**	You might have told me that. – Ты мог бы мне это сказать.
MUST	обязательство, необходимость	He must work. He must earn money. – Он должен работать. Он должен зарабатывать деньги.
	вероятность (сильная степень)	He must be sick. — Он, должно быть, заболел.
	запрет	Tourists must not feed animals in the zoo. — Туристы не должны кормить животных в зоопарке.
SHOULD OUGHT TO	моральное долженствование	You ought to be polite. – Вы должны быть любезными.
	совет	You should see a doctor. – Вам следует сходить к врачу.
	упрек, запрет	You should have taken the umbrella. – Тебе следовало взять с собой зонт.
SHALL	указ, обязанность	These rules shall apply in all circumstances. – Эти правила будут действовать при любых

		обстоятельствах.
	угроза	You shall suffer. — Ты будешь страдать.
	просьба об указании	Shall I open the window? – Мне открыть окно?
WILL	готовность, нежелание/отказ	The door won't open. — Дверь не открывается.
	вежливая просьба	Will you go with me? – Ты сможешь пойти со мной?
WOULD	готовность, нежелание/отказ	He would not answer this question. – Он не будет отвечать на этот вопрос.
	вежливая просьба	Would you please come with me? — Не могли бы вы пройти со мной.
	повторяющееся/привычное действие	We would talk for hours. – Мы беседовали часами.
NEED	необходимость	Do you need to work so hard? – Тебе надо столько работать?
NEEDN'T	отсутствие необходимости	She needn't go there. — Ей не нужно туда идти.
DARE	Посметь	How dare you say that? – Как ты смеешь такое говорить?

Модальные единицы эквивалентного типа		
to be able (to) = can	Возможность соверш-я конкрет-го дей-ия в опред. момент	She **was able** to change the situation then. (Она тогда была в состоянии (могла) изменить ситуацию).
to be allowed (to) = may	Возмож-ть совер-ия дей-ия в наст.-м, прош-ом или буд-ем + оттенок разрешения	My sister **is allowed to** play outdoors. (Moei сестре разрешается играть на улице).
to have (to)= ought, must, should	Необходимость совер-я дей-я в наст.-м, прош-ом или буд-ем при опред-х об-вах	They **will have to** set up in business soon. (Им вскоре придется открыть свое дело).
to be (to)= ought, must, should	Необходимость совер-я дей-я в наст.-м, прош-ом при наличии опред. планов, распис-ий и т.д.	We **are to** send Nick about his business. (Мы должны (= планируем) выпроводить Ника

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Rephrase the following sentences using must, mustn't, needn't, has to or doesn't have to.

1 **You aren't allowed** to park your car in the college car park.

...You mustn't park your car in the college car park...

2 **I strongly advise** you to speak to your parents about your decision.

3 **It isn't necessary** for Emma to attend tomorrow's staff meeting.

4 **Jack is obliged** to wear a suit and a tie at work because the manager says so.

5 **I'm sure** Antonio is from Milan.

6 **It's necessary** for Roger to find a job soon.

7 **It's forbidden** to use mobile phones inside the hospital.

8 Susan **is obliged to** work overtime because her boss says so.

2. Rephrase the following sentences using didn't need to or needn't have done.

1 It wasn't necessary for him to wash the car. It wasn't dirty.

…He didn't need to wash the car…

2 It wasn't necessary for her to buy so many oranges, but she did.

3 It wasn't necessary for us to take an umbrella. It wasn't raining.

4 It wasn't necessary for us to turn on the light. It wasn't dark.

5 It wasn't necessary for him to call me today, but he did.
6 It wasn't necessary for you to make sandwiches for me, but you did.
7 It wasn't necessary for them to make reservations at the restaurant, but they did.

3. Rewrite the sentences using the word in bold.

1 It isn't necessary for Mark to buy new clothes for the reception.
need *...Mark doesn't need to/needn't buy new clothes for the reception…*
2 You aren't allowed to pick these flowers. **must**
3 Sarah is obliged to type her compositions at university. **has**
4 It wasn't necessary for Paula to make the beds. **need**
5 It is your duty to obey the law. **must**
6 It wasn't necessary for Bob to wait for me, but he did. **need**
7 It is forbidden to throw litter on the beach. **must**
8 I'm sure Ronald is at home. **must**
9 It wasn't necessary for Alice to bake a cake for the party. **need**
10 It wasn't necessary for George to stay at work late last night, but he did. **have**

4. Fill in the gaps with an appropriate modal verb.

1 A: ... *May/Can/Could*... I borrow your pen, please?
B: No, you … .I'm using it.
2 A: I'm bored. What shall we do?
B: We … go for a walk.
A: No, we … because it's raining.
B: Let's watch a video, then.
3 A: My parents told me I … go to the party tonight.
B: Never mind, I … go either. We … stay at home together, though.
4 A: Sir, … .I speak to you for a moment, please?
B: Certainly, but later today; I'm busy now.
5 A: Excuse me?
B: Yes?
A: … you tell me where the post office is, please?
B: Certainly. It's on the main road, next to the school.
6 A: Is anyone sitting on that chair?
B: No, you … take it if you want to.

5. Choose the correct answer.

1 " Todd was a very talented child.'
I know. He ..*B*... play the piano well when he was seven.'
A couldn't B could C can
2 I've just taken a loaf out of the oven.
Oh, that's why I … smell fresh bread when I came home.
A was able to B can't C could
3 'How was the test?'
Easy. All the children … pass it.'
A were able to B could C can't
4 What are you doing this summer?'
'I hope I'll … go on holiday with my friends.'
A could B be able to C can

6 Rewrite the sentences using the words in bold.

1 Do you mind if I leave the door open for a while?
can *...Can I leave the door open for a while?...*

2 You're obliged to take notes during the lecture. **have**
3 I'm sorry, but you aren't allowed to enter this room. **must**
4 Jack managed to unlock the door. **able**
5 It wasn't necessary for Ann to cook dinner, but she did. **need**
6 Let's play a game of chess. **could**
7 I'm certain Sarah is bored with her work. **must**
8 I strongly advise you to take up sport. **must**
9 I'm certain Liz isn't interested in your ideas. **can**
10 You may take the car tonight if you want. **can**

7. Study the situations and respond to each one using an appropriate modal verb.

1 You want to go on holiday with your friends this year. Ask your parents for **permission.**
...Can I go on holiday with my friends this year?...
2 You are at a job interview. You type fast, you use computers and you speak two foreign languages. Tell the interviewer about your **abilities**.
3 Your brother is trying to decide what to buy your mother for her birthday. You **suggest** a box of chocolates.
4 Your jacket is dirty and you want to wear it next week. It is **necessary** to take it to the dry cleaner's.
5 You want to have a day off work next week. Ask for your boss' **permission.**
6 You are in the car with your uncle. It's hot and you want him to open the window. Make a **request.**
7 Your mother is going to the shops. She asks you if you want anything. You tell her it **isn't necessary** to get anything for you.

8. Complete the sentences using must or can't.

1 I'm certain they go to bed early on Sunday nights. They *…must go to bed early on Sunday nights…*
2 I'm sure John didn't stay late at the office. John *...can't have stayed late at the office…*
3 I'm certain he hasn't arrived yet. He …
4 I'm certain they are working together. They …
5 I'm sure Amy hasn't finished her homework. Amy …
6 I'm certain she was having a bath when I rang. She …
7 I'm sure he hasn't won the prize. He …
8 I'm sure she is looking for a new house. She …
9 I'm certain Paul didn't invite Linda to the party. Paul …
10 I'm certain you have been planning the project. You …
11 I'm sure she was writing a letter. She …
12 I'm certain they hadn't paid the bill. They …
13 I'm sure he had been fixing the pipe. He …

9. Rephrase the following sentences in as many ways as possible.

1 Perhaps Laura has left the phone off the hook. *...Laura may/might/could have left the phone off the hook…*
2 Surgeons are obliged to scrub their hands before operating on patients.
3 Do you mind if I open the window?
4 It wasn't necessary for Peter to wash the dog, so he didn't.
5 Emily managed to reach the top shelf, even though she didn't have a ladder.
6 It's forbidden to copy files without the manager's permission.
7 Why don't we spend this evening at home?
8 I'm certain Patrick misunderstood my instructions.
9 I'm sure Helen didn't know about her surprise party.

10. Rephrase the following sentences in as many ways as possible.

1 Perhaps they are at work.

They ...*may/might/could be at work*…

2 Perhaps he is waiting outside. He …

3 It's possible she will work late tonight. She …

4 It's likely he was driving too fast. He …

5 It's possible they made a mistake. They …

6 Perhaps he has missed the bus. He …

7 It's possible she has been playing in the snow. She …

8 It's likely we will be leaving tomorrow. We …

9 It's likely he will stay there. He …

10 Perhaps she had been trying to call you. She …

11 It's likely they had seen the film already. They …

12 It's possible he is studying in the library. He …

Страдательный залог (Passive Voice)

образуется при помощи вспомогательного глагола to be в соответствующем времени, лице и числе и причастия прошедшего времени смысл. глагола – Participle II (III –я форма или ed-форма).

В страдательном залоге не употребляются:

1) Непереходные глаголы, т.к. при них нет объекта, который испытывал бы воздействие, то есть нет прямых дополнений которые могли бы стать подлежащими при глаголе в форме Passive.

Переходными в англ. языке называются глаголы, после которых в действительном залоге следует прямое дополнение; в русском языке это дополнение, отвечающее на вопросы винительного падежа – кого? что?: to build строить, to see видеть, to take брать, to open открывать и т.п.

Непереходными глаголами называются такие глаголы, которые не требуют после себя прямого дополнения: to live жить, to come приходить, to fly летать, cry плакать и др.

2) Глаголы-связки: be – быть, become – становиться/стать.

3) Модальные глаголы.

4) Некоторые переходные глаголы не могут использоваться в страдательном залоге. В большинстве случаев это глаголы состояния, такие как:

to fit годиться, быть впору to have иметь to lack не хватать, недоставать to like нравиться
to resemble напоминать, быть похожим to suit годиться, подходить и др.

При изменении глагола из действительного в страдательный залог меняется вся конструкция предложения:

- дополнение предложения в Active становится подлежащим предложения в Passive;
- подлежащее предложения в Active становится предложным дополнением, которое вводится предлогом by или вовсе опускается;
- сказуемое в форме Active становится сказуемым в форме Passive.

Особенности употребления форм Passive:

1. Форма Future Continuous не употребляется в Passive, вместо нее употребляется Future Indefinite:

At ten o'clock this morning Nick will be writing the letter. –At ten o'clock this morning the letter will be written by Nick.

2. В Passive нет форм Perfect Continuous, поэтому в тех случаях, когда нужно передать в Passive действие, начавшееся до какого-то момента и продолжающееся вплоть до этого момента, употребляются формы Perfect:

He has been writing the story for three months. The story has been written by him for three months.

3. Для краткости, во избежание сложных форм, формы Indefinite (Present, Past, Future) часто употребляются вместо форм Perfect и Continuous, как в повседневной речи так и в художественной литературе. Формы Perfect и Continuous чаще употребляются в научной литературе и технический инструкциях.

This letter has been written by Bill. (Present Perfect)

This letter is written by Bill. (Present Indefinite – более употребительно)

Apples are being sold in this shop. (Present Continuous)

Apples are sold in this shop. (Present Indefinite – более употребительно)

4. Если несколько однотипных действий относятся к одному подлежащему, то вспомогательные глаголы обычно употребляются только перед первым действием, например: The new course will be sold in shops and ordered by post.

Прямой пассив (The Direct Passive)

Это конструкция, в которой подлежащее предложения в Passive соответствует прямому дополнению предложения в Active. Прямой пассив образуется от большинства переходных глаголов.

I gave him a book. Я дал ему книгу. A book was given to him. Ему дали книгу. (или Книга была дана ему)

The thief stole my watch yesterday. Вор украл мои часы вчера.

My watch was stolen yesterday. Мои часы были украдены вчера.

В английском языке имеется ряд переходных глаголов, которые соответствуют непереходным глаголам в русском языке. В английском они могут употребляться в прямом пассиве, а в русском – нет. Это:to answer отвечать кому-л.

to believe верить кому-л. to enter входить (в) to follow следовать (за) to help помогать кому-л.

to influence влиять (на) to join присоединяться to need нуждаться to watch наблюдать (за)

Так как соответствующие русские глаголы, являясь непереходными, не могут употребляться в страдательном залоге, то они переводятся на русский язык глаголами в действительном залоге:

Winter is followed by spring.

А при отсутствии дополнения с предлогом by переводятся неопределенно-личными предложениями: Your help is needed.

Косвенный пассив (The Indirect Passive)

Это конструкция, в которой подлежащее предложения в Passive соответствует косвенному дополнению предложения в Active. Она возможна только с глаголами, которые могут иметь и прямое и косвенное дополнения в действительном залоге. Прямое дополнение обычно означает предмет (что?), а косвенное – лицо (кому?).

С такими глаголами в действительном залоге можно образовать две конструкции:

а) глагол + косвенное дополнение + прямое дополнение;

б) глагол + прямое дополнение + предлог + косвенное дополнение:

а) They sent Ann an invitation.- Они послали Анне приглашение.

б) They sent an invitation to Ann. - Они послали приглашение Анне.

В страдательном залоге с ними также можно образовать две конструкции – прямой и косвенный пассив, в зависимости от того, какое дополнение становится подлежащим предложения в Passive. К этим глаголам относятся:to bring приносить

to buy покупать to give давать to invite приглашать to leave оставлять

to lend одалживать to offer предлагать to order приказывать to pay платить

to promise обещать to sell продавать to send посылать to show показывать

to teach учить to tell сказать и др.

Например: Tom gave Mary a book. Том дал Мэри книгу.

Mary was given a book. Мэри дали книгу. (косвенный пассив – более употребителен)

A book was given to Mary. Книгу дали Мэри. (прямой пассив – менее употребителен)

Выбор между прямым или косвенным пассивом зависит от смыслового акцента, вкладываемого в последние, наиболее значимые, слова фразы:

John was offered a good job. (косвенный пассив) Джону предложили хорошую работу.

The job was offered to John. (прямой пассив) Работу предложили Джону.

Глагол to ask спрашивать образует только одну пассивную конструкцию – ту, в которой подлежащим является дополнение, обозначающее лицо (косвенный пассив):

He was asked a lot of questions. Ему задали много вопросов.

Косвенный пассив невозможен с некоторыми глаголами, требующими косвенного дополнения (кому?) с предлогом to. Такое косвенное дополнение не может быть подлежащим в Passive, поэтому в страдательном залоге возможна только одна конструкция – прямой пассив, то есть вариант: Что? объяснили, предложили, повторили…Кому? Это глаголы:to address адресовать

to describe описывать to dictate диктовать to explain объяснять to mention упоминать

to propose предлагать to repeat повторять to suggest предлагать to write писать и др.

Например: The teacher explained the rule to the pupils. – Учитель объяснил правило ученикам. The rule was explained to the pupils. – Правило объяснили ученикам. (Not: The pupils was explained…)

Употребление Страдательного залога

В английском языке, как и в русском, страдательный залог употр. для того чтобы:

1. Обойтись без упоминания исполнителя действия (70% случаев употребления Passive) в тех случаях когда:

а) Исполнитель неизвестен или его не хотят упоминать:

He was killed in the war. Он был убит на войне.

б) Исполнитель не важен, а интерес представляет лишь объект воздействия и сопутствующие обстоятельства:

The window was broken last night. Окно было разбито прошлой ночью.

в) Исполнитель действия не называется, поскольку он ясен из ситуации или контекста:

The boy was operated on the next day. Мальчика оперировали на следующий день.

г) Безличные пассивные конструкции постоянно используются в научной и учебной литературе, в различных руководствах: The contents of the container should be kept in a cool dry place. Содержимое упаковки следует хранить в сухом прохладном месте.

2. Для того, чтобы специально привлечь внимание к тому, кем или чем осуществлялось действие. В этом случае существительное (одушевленное или неодушевленное.) или местоимение (в объектном падеже) вводится предлогом by после сказуемого в Passive.

В английском языке, как и в русском, смысловой акцент приходится на последнюю часть фразы. He quickly dressed. Он быстро оделся.

Поэтому, если нужно подчеркнуть исполнителя действия, то о нем следует сказать в конце предложения. Из-за строгого порядка слов английского предложения это можно осуществить лишь прибегнув к страдательному залогу. Сравните:

The flood broke the dam. (Active) Наводнение разрушило плотину. (Наводнение разрушило что? – плотину)

The dam was broken by the flood. (Passive) Плотина была разрушена наводнением. (Плотина разрушена чем? – наводнением)

Чаще всего используется, когда речь идет об авторстве:

The letter was written by my brother. Это письмо было написано моим братом.

И когда исполнитель действия является причиной последующего состояния:

The house was damaged by a storm. Дом был поврежден грозой.

Примечание: Если действие совершается с помощью какого-то предмета, то употребляется предлог with, например:

He was shot with a revolver. Он был убит из револьвера.

Перевод глаголов в форме Passive

В русском языке есть три способа выражения страдательного залога:

1. При помощи глагола "быть" и краткой формы страдательного причастия, причем в настоящем времени "быть" опускается:

I am invited to a party.

Я приглашён на вечеринку.

Иногда при переводе используется обратный порядок слов, когда русское предложение начинается со сказуемого: New technique has been developed. Была разработана новая методика.

2. Глагол в страдательном залоге переводится русским глаголом, оканчивающимся на –ся(-сь):

Bread is made from flour. Хлеб делается из муки.

Answers are given in the written form. Ответы даются в письменном виде.

3. Неопределенно-личным предложением (подлежащее в переводе отсутствует; сказуемое стоит в 3-м лице множественного числа действительного залога). Этот способ перевода возможен только при отсутствии дополнения с предлогом by (производитель действия не упомянут):

The book is much spoken about. Об этой книге много говорят.

I was told that you're ill. Мне сказали, что ты болен.

4. Если в предложении указан субъект действия, то его можно перевести личным предложением с глаголом в действительном залоге (дополнение с by при переводе становится подлежащим). Выбор того или иного способа перевода зависит от значения глагола и всего предложения в целом (от контекста):

They were invited by my friend. Их пригласил мой друг.(или Они были приглашены моим другом.)

Примечание 1: Иногда страдательный оборот можно перевести двумя или даже тремя способами, в зависимости от соответствующего русского глагола и контекста:

The experiments were made last year.

1) Опыты были проведены в прошлом году.

2) Опыты проводились в прошлом году.

3) Опыты проводили в прошлом году.

Примечание 2: При переводе нужно учитывать, что в английском языке, в отличие от русского, при изменении залога не происходит изменение падежа слова, стоящего перед глаголом (например в английском she и she, а переводим на русский - она и ей):

Примечание 3: Обороты, состоящие из местоимения it с глаголом в страдательном залоге переводятся неопределенно-личными оборотами:

It is said… Говорят… It was said… Говорили…

It is known… Известно… It was thought…Думали, полагали…

It is reported… Сообщают… It was reported…Сообщали…и т.п.

В таких оборотах it играет роль формального подлежащего и не имеет самостоятельного значения: It was expected that he would return soon. Ожидали, что он скоро вернется.

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. What happens to a car when it is taken for a service? Look at the prompts and make sentences using the present simple passive, as in the example.

1. the oil / change

The oil is changed.

2. the brakes / test
3. the filters / replace
4. air / put / in the tyres
5. the battery / check

6. the lights / test
7. broken parts / repair
8. it / take / for a test drive
9. the radiator / fill / with water

2. Mr Sullivan, who is a director, is preparing a scene for his new film. Read the orders and respond using the present continuous passive, as in the example.

1. Move that scenery, please.
It's being moved now, Mr Sullivan.
2. Put those props in place, please.
3. Call the actors, please.
4. Check their costumes, please.
5. Turn on the lights, please.

3. Detective Maguire is talking to a police officer about a burglary which happened early yesterday morning. In pairs, ask and answer questions using the prompts below, as in the example

1. Have you dusted the house for fingerprints yet?
the house / dust / for fingerprints yesterday
Yes, the house was dusted for fingerprints yesterday.
2. Have you found any evidence yet?
a piece of material / find / this morning
3. Have you interviewed the house owners yet?
they / interview / last night
4. Have you questioned the neighbours yet?
they / question / this morning
5. Have you arrested any suspects yet?
two men / arrest / yesterday evening
6. Have you interrogated the suspects yet?
they / interrogate / last night
7. Have you recovered the stolen goods yet?
they / recover / this morning
8. Have you written your report yet?
it / complete / an hour ago

4. Helen and Chris moved house two years ago. Yesterday, they drove past their old house and saw that it looked very different. Describe the changes using the present perfect simple passive, as in the example.

1. the outside walls / paint
The outside walls have been painted.
2. new windows / put in
3. a garden pond / make
4. the trees / cut down
5. a lot of flowers / plant
6. the old gate / replace

5. A young actress is hoping to star in a new film. Her friend is asking her what is going to happen. Respond to her questions using the passive infinitive, as in the example.

1. Will they audition you for the new film?
Well, I hope to be auditioned.
2. Will they give you a leading role?
3. Will they pay you a lot of money?
4. Will they send you to Hollywood?

5. Will they introduce you to all the stars?
6. Will they ask you to give a TV interview?
7. Will they give you an award?

6. Put the verbs in brackets into the correct passive tense.

1. A: Who looks after your garden for you?
B: It ...*is looked after*... (look after) by my brother.
2. A: That's a beautiful dress. Where did you buy it?
B: Actually, it … (make) for me by my aunt.
3. A: Have you typed that letter yet, Miss Brown?
B: It … (type) right now, sir.
4. A: Did you make the coffee when you got to work this morning?
B: No, it …. (already/make) by the time I got there.
5. A: Are you going to pick up the children today?
B: No, they … (pick up) by Roger. I've already arranged it.
6. A: Where is your watch?
B: I broke it. It … (repair) at the moment.
7. A: Has the new furniture for my bedroom arrived?
B: No, it … (not/deliver) yet.
8. A: They are building a new sports centre in town.
B: I know. It … (open) by the mayor next month.

7. Rewrite the sentences in the passive, where possible.

1. John opened the door.
...The door was opened by John.
2. They didn't come home late last night.
...It cannot be changed.
3. Their nanny takes them to the park every day.
4. I left very early yesterday afternoon.
5. Meg asked the policeman for directions.
6. Charles is moving house next month.
7. The letter arrived two days ago.
8. Sam took these photographs.

8. Fill in by or with.

1. The lock was broken ...*with*... a hammer.
2. This book was written … my favourite author.
3. The cake was decorated… icing.
4. The tiger was shot … a gun.
5. Claire was shouted at … her teacher.
6. He was hit on the head … an umbrella.

9. Rewrite the sentences in the passive.

1. Someone is repairing the garden fence.
...The garden fence is being repaired....
2. Do they teach Latin at this school?
3. I don't like people pointing at me.
4. She hit him on the head with a tennis racquet.
5. Michael has made the preparations.
6. Is Tim cleaning the house?
7. Who built the Pyramids?
8. The boss is going to give us a pay rise.

9. I expect they will deliver my new car soon.
10. The police are questioning the suspects.
11. Did your next door neighbours see the thieves?
12. Paul remembers his teacher asking him to star in the school play.
13. A lot of children use computers nowadays.
14. Who smashed the kitchen window?
15. They won't have completed the work by the end of the month.
16. The children will post the letters.
17. People make wine from grapes.
18. Had Helen closed the windows before she left the house?
19. Jill hasn't done the housework yet.
20. They may not deliver the parcel today.

10. Put the verbs in brackets into the correct passive tense.

A: Do you still work at Browns and Co?
B: Yes, I do. I 1) ...*have been employed*... (employ) by Mr Brown for five years now, you know.
A: Oh. Do you still enjoy it?
B: Oh yes! I 2) … (give) a promotion last year and I'm very happy.
A: A promotion? So, what is your job now?
B: I 3) … (make) Head of European Sales.
A: So, what do you do?
B: Well, sometimes I 4) … (send) to other countries on business.
A: I see. Do they pay you well?
B: Well, I 5) … (pay) quite well and I expect I 6) … (give) a pay rise soon.
A: Good for you!

Согласование времен (Sequence of Tenses)

Если в главном предложении сказуемое выражено глаголом в одной из форм прошедшего времени, то в придаточном предложении употребление времен ограничено. Правило, которому в этом случае подчиняется употребление времен в придаточном предложении, называется согласованием времен.

Правило 1: Если глагол главного предложения имеет форму настоящего или будущего времени, то глагол придаточного предложения будет иметь любую форму, которая требуется смыслом предложения. То есть никаких изменений не произойдет, согласование времен здесь в силу не вступает.

Правило 2: Если глагол главного предложения имеет форму прошедшего времени (обычно Past Simple), то глагол придаточного предложения должен быть в форме одного из прошедших времен. То есть в данном случае время придаточного предложения изменится. Все эти изменения отражены в нижеследующей таблице:

Переход из одного времени в другое	Примеры	
Present Simple » Past Simple	He **can speak** French – Он говорит по-французски.	Boris said that he **could speak** French – Борис сказал, что он говорит по-французски.
Present Continuous » Past Continuous	They **are listening** to him – Они слушают его	I **thought** they **were listening** to him – Я думал, они слушают его.
Present Perfect » Past Perfect	Our teacher **has asked** my parents to help him – Наш учитель попросил моих родителей помочь ему.	Mary **told** me that our teacher **had asked** my parents to help him – Мария сказала мне, что наш учитель попросил моих родителей помочь ему.

Past Simple » Past Perfect	I **invited** her – Я пригласил ее.	Peter **didn't know** that I **had invited** her – Петр не знал, что я пригласил ее.
Past Continuous » Past Perfect Continuous	She **was crying** – Она плакала	John **said** that she **had been crying** – Джон сказал, что она плакала.
Present Perfect Continuous » Past Perfect Continuous	It **has been raining** for an hour – Дождь идет уже час.	He **said** that it **had been raining** for an hour – Он сказал, что уже час шел дождь.
Future Simple » Future in the Past	She **will show** us the map – Она покажет нам карту.	I **didn't expect** she **would show** us the map – Я не ожидал, что она покажет нам карту.

Изменение обстоятельств времени и места при согласовании времен.

Следует запомнить, что при согласовании времен изменяются также некоторые слова (обстоятельства времени и места).

this » that
these » those
here » there
now » then
yesterday » the day before
today » that day
tomorrow » the next (following) day
last week (year) » the previous week (year)
ago » before
next week (year) » the following week (year)

Перевод прямой речи в косвенную в английском языке

Для того чтобы перевести прямую речь в косвенную, нужно сделать определенные действия. Итак, чтобы передать чьи-то слова в английском языке (то есть перевести прямую речь в косвенную), мы:

1. ***Убираем кавычки и ставим слово that***

Например, у нас есть предложение:

She said, “I will buy a dress”. Она сказала: «Я куплю платье».

Чтобы передать кому-то эти слова, так же как и в русском, мы убираем кавычки и ставим слово that – «что».

She said that ….. Она сказала, что….

2. ***Меняем действующее лицо***

В прямой речи обычно человек говорит от своего лица. Но в косвенной речи мы не может говорить от лица этого человека. Поэтому мы меняем «я» на другое действующее лицо. Вернемся к нашему предложению:

She said, “I will buy a dress”. Она сказала: «Я куплю платье».

Так как мы передаем слова девушки, вместо «я» ставим «она»:

She said that she ….. Она сказала, что она….

3. Согласовываем время

В английском языке мы не можем использовать в одном предложении прошедшее время с настоящим или будущим. Поэтому, если мы говорим «сказал» (то есть используем прошедшее время), то следующую часть предложения нужно согласовать с этим прошедшем временем. Возьмем наше предложение:

She said, “I will buy a dress”. Она сказала: «Я куплю платье».

Чтобы согласовать первую и вторую части предложения, меняем will на would. *см. таблицу выше.*

She said that she would buy a dress. Она сказала, что она купит платье.

4. Меняем некоторые слова

В некоторых случаях мы должны согласовать не только времена, но и отдельные слова. Что это за слова? Давайте рассмотрим небольшой пример.

She said, “I am driving now”. Она сказала: «Я за рулем сейчас».

То есть она в данный момент за рулем. Однако, когда мы будем передавать ее слова, мы будем говорить не про данный момент (тот, когда мы говорим сейчас), а про момент времени в прошлом (тот, когда она была за рулем). Поэтому мы меняем now (сейчас) на then (тогда) *см. таблицу выше.*

She said that she was driving then. Она сказала, что она была за рулем тогда.

Вопросы в косвенной речи в английском языке

Вопросы в косвенной речи, по сути, не являются вопросами, так как порядок слов в них такой же, как в утвердительном предложении. Мы не используем вспомогательные глаголы (do, does, did) в таких предложениях.

He asked, “Do you like this cafe?” Он спросил: «Тебе нравится это кафе?»

Чтобы задать вопрос в косвенной речи, мы убираем кавычки и ставим if, которые переводятся как «ли». Согласование времен происходит так же, как и в обычных предложениях. Наше предложение будет выглядеть так:

He asked if I liked that cafe. Он спросил, нравится ли мне то кафе.

Давайте рассмотрим еще один пример:

She said, “Will he call back?” Она сказала: «Он перезвонит?»

She said if he would call back. Она сказала, перезвонит ли он.

Специальные вопросы в косвенной речи

Специальные вопросы задаются со следующими вопросительными словами: what – что when – когда how – как why - почему where – где which – который

При переводе таких вопросов в косвенную речь мы оставляем прямой порядок слов (как в утвердительных предложениях), а на место if ставим вопросительное слово.

Например, у нас есть вопрос в прямой речи:

She said, “When will you come?”. Она сказала: «Когда ты придешь?»

В косвенной речи такой вопрос будет выглядеть так:

She said when I would come. Она сказала, когда я приду.

He asked, “Where does she work?” Он спросил: «Где она работает?»

He asked where she worked. Он спросил, где она работает.

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Fill in the gaps with the correct pronoun or possessive adjective.

1. James said, 'My boss wants me to go to London tomorrow.'
James said ...*his*... boss wanted to go to London the following day.
2. Mary said, 'I'm waiting for my son to come out of school.'
Mary said that … was waiting for … son to come out of school.
3. George said, 'I've bought a new car for my mum.'
George said … had bought a new car for … mum.
4. Julie said to me, 'I need you to help me with the shopping.'
Julie told me that … needed … to help … with the shopping.
5. John said, 'I'd like to take you out to dinner.'
John said … 'd like to take … out to dinner.
6. Helen said to Jane, 'I think your new haircut is lovely.'
Helen told Jane that … thought … new haircut was lovely.

2. Turn the following sentences into reported speech.

1. Robin said, These biscuits taste delicious.' ...
Robin said (that) the biscuits tasted delicious....

2. “I can't see you this afternoon because I've got a lot to do,' Ann told me.
3. She came into the room holding some letters in her hand and said, 'I found these while I was tidying the desk drawers.'
4. Fiona said, That picture was painted by my great-grandfather.'
5. “Those were good times for my family,' Jack said.
6. 'I received a parcel this morning, but I haven't opened it yet,' Tom said.
7. "You mustn't do that again,' Mum said to Bob.
8. “These shoes are worn out. You'd better throw them away,' Mum said to me.

3. Turn the following sentences into reported speech.

1 He said, 'I'm going to the station.'

...He said (that) he was going to the station....

2 Tina said, 'You should exercise regularly.'
3 They said, 'We had booked the room before we left.'
4 Tom said, This meal is delicious.'
5 'I've written you a letter,' she said to her friend.
6 'We've decided to spend our holidays in Jordan,' they told us.
7 Jill said, “I’ll go to the bank tomorrow.'
8 She said to him, 'We've been invited to a wedding.'
9 She told me, 'You must leave early tomorrow.'
10 They've gone out for the evening,' Jessie said to me.
11 They said, 'We may visit Joe tonight.'
12 She said, 'I can meet you on Tuesday.'
13 Keith said, There is a letter for you on the table.'
14 'We won't be visiting Tom this evening,' Sam told us.
15 Eric said, They had been talking on the phone for an hour before I interrupted them.'
16 'I haven't spoken to Mary since last week,' Gloria said.
17 They delivered the letters this morning,' she said.
18 He said, 'I'd like to buy this jumper.'
19 They aren't going on holiday this year,' he said.
20 Jane said, 'I haven't finished my homework yet.'
21 'I'm going to bed early tonight,' Caroline said.
22 'My mother is coming to visit us,' I said.
23 'We don't want to watch a film tonight,' the children said.
24 'He's playing in the garden now,' his mother said.
25 She said, 'You must do your homework now.'

4. Turn the sentences into reported speech. In which of the following sentences do the tenses not change? In which do they not have to be changed? Why?

1 The article says, “The artist only uses oil paints.'

...The article says (that) the artist only uses oil paints....

... The tenses do not change because the introductory verb is in the present simple....

2 'They are working hard today,' he said.
3 'I've done the things you asked me to do,' Mary said.
4 The sun rises in the east,' she said.
5 'He broke the window,' they said.
6 'We've never been on holiday abroad,' they said.
7 Mum says, 'Dinner is ready.'
8 “I’ll start cooking at six o'clock,' she said.
9 'We went to the supermarket yesterday,' he said.
10 Mrs Jones says, 'My daughter is going to have a baby.'
11 'You're never going to get a job,' Dad always says.

12 'Fish live in water,' he said.
13 'We went to the beach last weekend,' they said.
14 'He showed me his photographs,' she said.
15 'I'm working on my project now,' Billy said.

5. Turn the following sentences into reported speech.

1 'Seaweed grows in the sea,' the teacher said to the students.

...The teacher said to the students/told the students (that) seaweed grows/grew in the sea....

2 'I saw Amanda at the cinema,' she said, (up-to-date reporting)
3 They don't live here any more,' he said to me. (out-of-date reporting)
4 "Canada is a large country,' he said.
5 The Statue of Liberty is in America,' she said to us
6 “I’ll help you with your homework,' he said, (out-of-date reporting)
7 'I would go on holiday if I had enough money,' Bill said, (up-to-date reporting)
8 'If I'm free, I'll call you,' Tom said, (up-to-date reporting)
9 'You should make a decision,' he said to us.
10 'You can ask John for advice,' she said, (up-to-date reporting)

6. Turn the following into reported questions.

1 'Where do you live?' I asked her.

...I asked her where she lived....

2 'How old will you be on your next birthday?" he asked me.
3 'Where is your umbrella?' she asked her daughter.
4 'Do you like playing football?' John asked us.
5 The boss asked, 'What time are you going home today?'
6 'Will you take the children to school today?' he asked.
7 'Who called you today?' she asked.
8 'When will you decorate the kitchen?' Martha asked.
9 'Who broke my vase?' I asked.
10 Father asked, 'Will you help me lift these boxes, please?'
11 'Can you speak a foreign language?' she asked her.
12 'Where is the tourist information centre?' we asked.

7. Yesterday, Marion met a couple who were on holiday in London. They were looking at a map. She asked them some questions. Turn them into reported questions.

1 'Are you lost?'

...Marion asked them if/whether they were lost....

2 'Can you speak English?'
3 'Where are you from?'
4 'Is your hotel near here?'
5 'Where do you want to go?'
6 'Were you looking for Big Ben?'
7 'Have you been to the British Museum?'
8 'Have you visited Buckingham Palace?'
9 'Do you like London?'

8. Fill in the gaps with the introductory verbs in the list in the correct form.

order, tell, ask, beg, suggest

1 'Please visit me in hospital,' Joan said to Colin.

Joan ...*asked*... Colin to visit her in hospital.

2 'Let's eat out this evening,' Paul said to her.

Paul … eating out that evening.

3 'Please, please be careful,' she said to him.
She … him to be careful.
4 'Don't go near the fire,' Dad said to us.
Dad … us not to go near the fire.
5 'Be quiet!' the commander said to the troops.
The commander … the troops to be quiet

9. Turn the following sentences into reported speech.

1 'Let's try the exercise again.'
The ballet teacher suggested trying the exercise again.
2 'Lift your leg higher please, Rachel.'
3 'Turn your head a little more.'
4 'Don't lean back.'

10. Turn the following sentences into reported speech.

1 The doctor said to the patient, 'Come back to see me again next week.'
... The doctor told the patient to go back and see him again the following week/the week after.
2 The guard said to the driver, 'Stop!'
3 He said, 'Shall we go for a walk?'
4 She said to him, 'Please, please don't leave me!'
5 Jenny said to Dave, 'Please help me with this
6 She said to him, 'Open the window, please.'
7 Mother said, 'How about going for a drive?'
8 She said, 'Let's eat now.'

ТЕМА 4. Профессиональная сфера общения (Я и моя будущая специальность)

Тематика общения:

1. Избранное направление профессиональной деятельности.

4.1 Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

My speciality

The Earth's Crust and Useful Minerals

cause - v заставлять; вызывать; влиять; причинять; *n* причина, основание; дело; общее дело; *syn* **reason**

clay - *n* глина; глинозем

consolidate - v твердеть, затвердевать, уплотнять(ся); укреплять; *syn* **solidify**

crust - *n* кора; *геол.* земная кора

decay - v гнить, разлагаться; *n* выветривание *(пород);* распад, разложение

derive - v (from) происходить, вести свое происхождение *(от);* наследовать

destroy - v разрушать; уничтожать; **destructive** *a* разрушительный

dissolve v растворять

expose - v выходить *(на поверхность);* обнажаться; **exposure -** *n* обнажение

external - *a* внешний

extrusive - *a* эффузивный, излившийся *(о горной породе)*

force - v заставлять, принуждать; ускорять движение; *n* сила; усилие

glacier - *n* ледник, глетчер

grain - *n* зерно; **angular grains -** угловатые зерна *(минералов);* **grained -** *a* зернистый

gravel - *n* гравий, крупный песок

internal - *a* внутренний

intrusive - *a* интрузивный, плутонический

iron - *n* железо

layer - *n* пласт

like - *a* похожий, подобный; *syn* **similar;** *ant* **unlike;** *adv* подобно

lime - *n* известь; **limestone -** *n* известняк

loose - *a* несвязанный, свободный; рыхлый

make up - v составлять; *n* состав *(вещества)*

particle - *n* частица; включение

peat - *n* торф; торфяник

represent - v представлять собою; означать; быть представителем; **representative** - представитель; **representative -** *a* характерный, типичный

rock – *n* горная порода; **igneous** - изверженная порода; **sedimentary** - осадочная порода

sand - *n* песок

sandstone - *n* песчаник; **fine-grained (medium-grained, coarse-grained)** - мелкозернистый (среднезернистый, грубозернистый) песчаник

sediment - *n* отложение; осадочная порода; **sedimentary -** *a* осадочный; **sedimentation -** *n* образование осадочных пород

schist - *n (кристаллический)* сланец; **schistose -** *a* сланцеватый, слоистый

shale - *n* сланец, сланцевая глина, глинистый сланец; **clay -** глинистый сланец; **combustible …**, **oil …** - горючий сланец

siltstone - *n* алеврит

stratification - *n* напластование, залегание

stratify - v напластовываться; отлагаться пластами; **stratified** *a* пластовый; *syn* **layered, bedded**

substance - *n* вещество, материал; сущность

thickness - *n* толщина, мощность

value - *n* ценность; важность; величина; значение; **valuable -** *a* ценный *(о руде)*

vary - v изменять(ся); отличать(ся); *syn* **differ, change (from); variable -** *a* переменный; непостоянный; **various** *a* различный; *syn* **different**

contain - v содержать *(в себе),* вмещать

crack - *n* трещина; щель; v давать трещину; трескаться, раскалываться

contract - v сжиматься; сокращаться

dust - *n* пыль

expand - v расширяться); увеличивать(ся) в объеме; **expansion** *n* расширение; *ant* **contract**

fissure - *n* трещина *(в породе, угле);* расщелина; щель

fracture - *n* трещина; излом; разрыв; v ломать(ся); раздроблять *(породу)*

freeze - *v* замерзать; замораживать; застывать

gradual - *a* постепенный; **gradually** *adv* постепенно

hard - *a* твердый, жесткий; *ant* **soft;** тяжелый (о *работе); adv* сильно, упорно; **hardly** *adv* едва, с трудом

hole - *n* отверстие; скважина; шпур; шурф

influence - *n* влияние; v **(on, upon)** влиять (не *что-л.)*

lateral - *a* боковой

occur - *v* залегать; случаться; происходить; *syn* **take place, happen; occurrence -** *n* залегание; **mode of occurrence -** условия залегания

penetrate - *v* проникать *(внутрь),* проходить через *(что-л.)*

phenomenon - *n* явление; *pi* **phenomena**

pressure - *n* давление; **lateral pressure** боковое *(горизонтальное)* давление; **rock pressure** горное давление, давление породы

rate - *n* степень, темп; скорость, норма; производительность; сорт; *syn* **speed, velocity**

refer - v (to) ссылаться *(на что-л.);* относиться *(к периоду, классу)*

resist - *v* сопротивляться; противостоять; противодействовать; **resistance** - *n* сопротивление; **resistant -** *a* стойкий; прочный; сопротивляющийся

size - *n* размер; величина; класс *(угля)*

solution – *n* раствор; **soluble -** *a* растворимый; **solvent -** растворитель; *a* растворяющий

succession – *n* последовательность, непрерывный ряд; **in succession** последовательно

undergo (underwent, undergone) - *v* испытывать *(что-л.),* подвергаться *(чему-л.)*

uniform – *a* однородный; одинаковый

weathering - *n* выветривание; эрозия *(воздействию, влиянию и т.д.)*

to be subjected to подвергаться

Rocks of Earth's Crust

abyssal - *a* абиссальный, глубинный; **hypabissal** - *a* гипабиссальный

adjacent - *a* смежный, примыкающий

ash - *n* зола

belt - *n* пояс; лента; ремень

body - *n* тело, вещество; **solid (liquid, gaseous) bodies** твердые (жидкие, газообразные) вещества; породная масса; массив; месторождение; пласты

common - *a* обычный; общий; *syn* **general;** *ant* **uncommon**

cool - v охлаждать(ся); остывать; прохладный; *ant* **heat** нагревать(ся)

dimension - *n* измерение; *pl* размеры; величина; *syn* **measurement, size**

dust - *n* пыль

dyke – *n* дайка

extrusion - *n* вытеснение; выталкивание; *ant* **intrusion** вторжение; *геол.* интрузия *(внедрение в породу изверженной массы)*

fine - *a* тонкий, мелкий; мелкозернистый; высококачественный; тонкий; прекрасный, ясный (о *погоде);* изящный; **fine-graded (fine-grained)** мелкозернистый, тонкозернистый; **fines -** *n pl* мелочь; мелкий уголь

flow - v течь; литься; *n* течение; поток; **flow of lava** поток лавы
fragmentary - *a* обломочный, пластический
glass - *n* стекло; **glassy** - *a* гладкий, зеркальный; стеклянный
gold - *n* золото
inclined - *a* наклонный
mica - *n* слюда
permit - *v* позволять, разрешать; *syn* **allow, let; make possible**
probably - *adv* вероятно; *syn* **perhaps, maybe**
shallow - *a* мелкий; поверхностный; *ant* **deep** глубокий
sill - *n* силь, пластовая интрузия
stock - *n* шток, небольшой батолит
vein - *n* жила, прожилок, пропласток
band - *n* слой; полоса; прослоек *(породы); syn* **layer**
cleave - *v* расщепляться; трескаться, отделяться по кливажу; **cleavage** *n* кливаж
constituent - *n* составная часть, компонент
define - *v* определять, давать определение
distribute - v **(among)** распределять (между); раздавать;
disturb - *v* нарушать; смещать
excess - *n* избыток, излишек; *ant* **deficiency**
flaky - *a* слоистый; похожий на хлопья
fluid - *n* жидкость; жидкая или газообразная среда
foliate - *v* расщепляться на тонкие слои; **foliated -** *a* листоватый, тонкослоистый; *syn* **flaky**
marble - *n* мрамор
mention - *v* упоминать, ссылаться; *n* упоминание
plate - *n* пластина; полоса *(металла)*
pressure - *n* давление; **rock pressure (underground pressure)** горное давление, давление горных пород
relate - *v* относиться; иметь отношение; **related** *a* родственный; **relation -** *n* отношение; **relationship -** *n* родство; свойство; **relative -** *a* относительный; соответственный
run (ran, run) - *v* бегать, двигаться; течь; работать (о *машине);* тянуться, простираться; управлять *(машиной);* вести *(дело, предприятие)*
schistose - *a* сланцеватый; слоистый
sheet - *n* полоса
slate - *n* сланец; *syn* **shale**
split (split) - *v* раскалываться, расщепляться, трескаться; *syn* **cleave**
trace - *n* след; **tracing –** *n* прослеживание
at least по крайней мере
to give an opportunity (of) давать возможность *(кому-л., чему-л.)*
in such a way таким образом

Fossil Fuels

accumulate - v накапливать; скопляться
ancient - *a* древний, старинный; *ant* **modern**
associate - v связывать, соединять, ассоциироваться; *syn* **connect, link**
burn (burnt) - v сжигать; гореть; жечь
charcoal - *n* древесный уголь
convenient - *a* удобный, подходящий
crude - *a* сырой, неочищенный
dig (dug) - v добывать; копать; **digger -** n угольный экскаватор; землеройная машина
divide - v делить; (from) отделять; разделять
evidence - *n* доказательство; очевидность; признак(и)
fossil - *a* окаменелый, ископаемый; *n* ископаемое *(органического происхождения);* окаменелость

heat - v нагревать; *n* теплота

liquid - *a* жидкий; n жидкость; *ant* **solid**

manufacture - *v* изготовлять, производить; *syn* **produce**

mudstone - *n* аргиллит

purpose - *n* цель; намерение; *syn* **aim, goal**

shale - *n* глинистый сланец

the former … the latter - первый *(из вышеупомянутых)* последний *(из двух названных)*

bench - *n* слой, пачка *(пласта)*

blend - v смешивать(ся); вклинивать(ся)

combustion - *n* горение, сгорание; **spontaneous combustion** самовоспламенение, самовозгорание

continuity - *n* непрерывность, неразрывность

domestic - *a* внутренний; отечественный

estimate - v оценивать; *n* оценка; смета

fault - *n* разлом, сдвиг *(породы);* сброс; **faulting** *n* образование разрывов или сбросов

fold - *n* изгиб, складка, флексура; **foulding -** *n* складчатость, смешение *(пласта)* без разрыва

inflame - v воспламеняться; загорать(ся); **inflammable** - *a* воспламеняющийся, горючий, огнеопасный; **flame** - *n* пламя

intermediate - *a* промежуточный; вспомогательный

liable - *a* (to) подверженный; подлежащий *(чему-л.)*

luster - *n* блеск *(угля, металла);* **lustrous -** *a* блестящий

matter - *n* вещество; материя

moisture - *n* влажность, сырость; влага

parting - *n* прослоек

plane - *n* плоскость; **bedding plane** плоскость напластования

rank - *n* класс, тип; **coal rank** группа угля, тип угля

regular - *a* правильный; непрерывный; *ant* **irregular** неправильный; неравномерный; **regularity** *n* непрерывность; правильность

similar - *a* похожий, сходный; подобный; *syn* **alike, the same as**

smelt - v плавить *(руду);* выплавлять *(металл)*

store - v запасать, хранить на складе; вмещать

strata - *n pl от* **stratum** пласты породы; свита *(пластов);* формация, напластования породы; *syn* **measures**

thickness - *n* мощность *(пласта, жилы)*

uniform - *a* однородный; равномерный; **uniformity** *n* однородность; единообразие

utilize - v использовать; *syn* **use, apply, employ**

volatile - *a* летучий, быстро испаряющийся

Prospecting and Exploration

aerial - *a* воздушный; надземный

certain - *a* определенный; некоторый; **certainly** *adv* конечно

cost - (cost) v стоить; *n* цена; стоимость

crop - v (out) обнажать(ся), выходить на поверхность *(о пласте, породе); syn* **expose;** засевать, собирать урожай

dredging - *n* выемка грунта; драгирование

drill - v бурить, сверлить; *n* бурение, сверление; бурильный молоток; **drilling -** *n* бурение, сверление; **core-drilling** колонковое (керновое) бурение

drive (drore, **driven**) - v проходить *(горизонтальную выработку);* приводить в движение; управлять *(машиной); n* горизонтальная выработка; привод; передача

evidence – *n* основание; признак(и); свидетельства

expect - v ожидать; рассчитывать; думать; предлагать

explore - v разведывать месторождение полезного ископаемого с попутной добычей; **exploratory -** *a* разведочный; **exploration -** *n* детальная разведка; разведочные горные работы по месторождению

galena - *n* галенит, свинцовый блеск

indicate - v указывать, показывать; служить признаком; означать

lead - *n* свинец

look for - v искать

open up - v вскрывать *(месторождение);* нарезать *(новую лаву, забой);* **opening -** *n* горная выработка; подготовительная выработка; вскрытие месторождения

panning - *n* промывка *(золотоносного песка в лотке)*

processing - *n* обработка; - **industry** обрабатывающая промышленность

prove - v разведывать *(характер месторождения или залегания);* доказывать; испытывать, пробовать; **proved -** *a* разведанный, достоверный; **proving -** *n* опробование, предварительная разведка

search - v исследовать; (for) искать *(месторождение); n* поиск; *syn* **prospecting**

sign - *n* знак, символ; признак, примета

store - v хранить, накапливать *(о запасах)*

work - v работать; вынимать, извлекать *(уголь, руду);* вырабатывать; **workable -** *a* подходящий для работы, пригодный для разработки, рабочий *(о пласте);* рентабельный; **working -** *n* разработка, горная выработка

adit - *n* горизонтальная подземная выработка, штольня

angle - *n* угол

approximate - *a* приблизительный

bit - *n* режущий инструмент; буровая коронка, коронка для алмазного бурения; головка бура, сверло; **carbide bit** армированная коронка, армированный бур; **diamond bit -** алмазная буровая коронка

borehole - *n* скважина, буровая скважина

crosscut - *n* квершлаг

dip - *n* падение *(залежи);* уклон, откос; v падать

enable - v давать возможность или право *(что-л. сделать)*

exploit - v разрабатывать *(месторождение);* эксплуатировать; **exploitation** - *n* разработка; эксплуатация

measure - *n* мера; мерка; критерий; степень; *pl* свита, пласты; v измерять

overburden - *n* покрывающие породы, перекрывающие породы; верхние отложения, наносы; вскрыша

pit - *n* шахта; карьер, разрез; шурф

reliable - *a* надежный; достоверный

rig - *n* буровой станок, буровая вышка; буровая каретка; буровое оборудование

sample - *n* образец; проба; v отбирать образцы; опробовать, испытывать

section - *n* участок, секция, отделение, отрезок, разрез, профиль, поперечное сечение; **geological** ~ геологический разрез *(пород)*

sequence - *n* последовательность; порядок следования; ряд

sink (sank, sunk) - v проходить *(шахтный ствол, вертикальную выработку);* углублять; погружать; опускать; **sinking** - *n* проходка *(вертикальных или наклонных выработок);* **shaft sinking -** проходка ствола

slope - *n* наклон; склон; бремсберг; уклон; v клониться, иметь наклон; **sloping -** *a* наклонный; **gently sloping -** с небольшим наклоном

steep - *a* крутой, крутопадающий, наклонный

strike - *n зд.* простирание; v простираться; **across the strike -** вкрест простирания; **along (on) the strike** по простиранию

trench - *n* траншея, канава; котлован; v копать, рыть, шурфовать

to make use (of) использовать, применять

to take into consideration принимать во внимание; *syn* **take into account**

General Information on Mining

access - *n* доступ

affect - v воздействовать *(на что-л.);* влиять; *syn* **influence**

barren - *a* непродуктивный; пустой *(о породе)*

chute - *n* скат, спуск; углеспускная выработка; жёлоб

compare - v (with) сравнивать, проводить параллель

contribute - v способствовать, содействовать; делать вклад *(в науку);* **make a (one's) ~ to smth.** сделать вклад во что-л.

cross-section - *n* поперечное сечение, поперечный разрез, профиль

develop - v разрабатывать *(месторождение);* развивать *(добычу);* производить подготовительные работы; **development -** *n* подготовительные работы; развитие добычи; развитие

drift - *n* штрек, горизонтальная выработка

ensure - v обеспечивать, гарантировать; *syn* **guarantee**

face - *n* забой; лава

floor - л почва горной выработки, почва пласта (жилы); **quarry** ~ подошва карьера; пол, настил

govern - v править, управлять; руководить; определять, обусловливать

inclination - *n* уклон, скат, наклон *(пластов);* наклонение; **seam** ~ падение *(пласта);* наклон *(пласта)*

incline - *n* уклон, бремсберг, скат; наклонный ствол; **gravity** ~ бремсберг

inclined - *a* наклонный; **flatly** ~ слабо наклонный; **gently** ~ наклонного падения; **medium** ~ умеренно наклонный *(о пластах);* **steeply** ~ крутопадающий

level - *n* этаж, горизонт, горизонтальная горная выработка; штольня; уровень *(инструмент);* нивелир; ватерпас; горизонтальная поверхность

recover - v извлекать *(целики);* выбирать, очищать; добывать *(уголь и т.п.);* восстанавливать

remove - v удалять; убирать; устранять; перемещать; **removal -** *n* вскрыша; выемка; уборка *(породы);* извлечение *(крепи);* перемещение; **overburden** - удаление вскрыши

rib - *n* ребро; выступ; узкий целик, предохранительный целик; грудь забоя

roof - *n* крыша; кровля выработки; кровля пласта *(или* жилы); перекрытие; ~ **support -** крепление кровли

shaft - *n* шахтный ствол; **auxiliary** ~ вспомогательный ствол; **hoisting** ~ подъемный ствол; главный шахтный ствол

tabular - *a* пластовый (о *месторождении);* пластообразный; плоский; линзообразный; *syn* **bedded, layered**

waste - *n* пустая порода; отходы; *syn* **barren rock**

well - *n* буровая скважина; колодец, источник; водоем; зумф

capital investment - капитальные вложения

gate road - промежуточный штрек

in bulk - навалом, в виде крупных кусков

metal-bearing - содержащий металл

production face/working - очистной забой

productive mining - эксплуатационные работы

in view of - ввиду чего-л., принимая во внимание что-л.

with a view to - с целью

advantage - *n* преимущество; превосходство; выгода; польза; **advantageous** - *a* выгодный; благоприятный, полезный; **to take advantage of smth** воспользоваться чём-л.

caving - *n* обрушение *(кровли);* разработка с обрушением

deliver - v доставлять, подавать; питать; нагнетать; произносить *(речь);* читать *(лекцию)*

entry - *n* штрек; выработка горизонтальная; *pl* подготовительные выработки; нарезные выработки; штреки

giant - *n* гидромонитор

gravity - *n* сила тяжести; вес, тяжесть; **by ~** самотеком, под действием собственного веса

haul - v доставлять; откатывать; подкатывать; перевозить; **haulage** - *n* откатка; доставка; транспортировка *(по горизонтали)*

longwall - *n* лава; выемка лавами; сплошной забой, сплошная или столбовая система разработки; *syn* **continuous mining; ~ advancing on the strike** выемка лавами прямым ходом по простиранию; сплошная система разработки по простиранию; **~ advancing to the rise** сплошная система разработки с выемкой по восстанию; ~ to **the dip** сплошная система разработки с выемкой по падению; ~ **retreating** выемка лавами обратным ходом; столбовая система разработки лавами

lose (lost) - v терять; **loss -** *n* потеря, убыток

pillar - *n* целик; столб; **shaft** ~ околоствольный целик; ~ **method** столбовая система разработки; ~ **mining** выемка целиков

predominate - v преобладать, превалировать; превосходить; господствовать, доминировать

protect - v охранять, защищать

reach - v простираться, доходить до; добиваться, достигать

satisfy - v удовлетворятъ(ся)

shield - *n* щит; ~ **method** щитовой метод проходки, щитовой способ

room - *n* камера; очистная камера; **room-and-pillar method** камерно-столбовая система разработки

stowing - *n* закладка *(выработанного пространства)*

method of working система разработки

the sequence of working the seams - последовательность отработки пластов

goaf — завал; обрушенное пространство

double-ended drum bearer — комбайн с двойным барабаном

to identify — опознавать

appraisal — оценка

susceptibility — чувствительность

concealed — скрытый, не выходящий на поверхность

crusher — дробилка

concentration — обогащение

blending — смешивание; составление шихты

screen — сортировать (обыден. уголь); просеивать

froth floatation — пенная флотация

core drilling — колонковое бурение

to delineate — обрисовывать, описывать

lender — заимодавец

feasibility — возможность

in situ mining — повторная разработка месторождения в массиве

screening — просеивание; грохочение

processing — обработка, разделение минералов

Mining and Environment

break v **(broke**, **broken**) отбивать *(уголь или породу),* обрушивать кровлю; разбивать; ломать; л отбойка, обрушение; **break out** отбивать, производить выемку

(руды .или породы); расширять забой; **breakage** л разрыхление, дробление

drill - *n* бур; .перфоратор; бурильный молоток; сверло; v бурить; car ~ буровая тележка; **mounted** ~ перфоратор на колонке; колонковый бурильный молоток; **drilling -** *n* бурение

dump -*n* отвал *(породы);* склад угля; опрокид; **external** ~ внешний отвал; **internal** ~ внутренний отвал; v сваливать (в *отвал);* разгружать; отваливать; опрокидывать *(вагонетку);*

dumper опрокид; самосвал; отвалообразователь; **dumping** л опрокидывание; опорожнение; опрокид; *syn* **tip**

environment - *n* окружение; окружающая обстановка/среда

explode - v взрывать, подрывать; **explosion** - *n* взрыв; **explosive -** *n* взрывчатое вещество; *a* взрывчатый

friable - *a* рыхлый; хрупкий; рассыпчатый; слабый (о *кровле)*

handle - v перегружать; доставлять; транспортировать; управлять машиной; *n* ручка; рукоять; скоба; **handling** - *n* подача; погрузка; перекидка, доставка; транспортировка; обращение с машиной

heap - v наваливать; нагребать; *n* породный отвал, терриконик; *syn* **spoil ~, waste ~**

hydraulicklng - *n* гидродобыча; гидромеханизированная разработка

load - v нагружать, грузить, наваливать; *n* груз; нагрузка; **loader -** *n* погрузочная машина, навалочная машина, перегружатель; грузчик; **cutter-loader -** комбайн, комбинированная горная машина

lorry - *n* грузовик; платформа; *syn* **truck**

mention - v упоминать

overcasting - *n* перелопачивание *(породы)*

pump - *n* насос; **gravel** ~ песковый насос; **sludge** ~ шламовый насос; v качать; накачивать; откачивать

reclamation - *n* восстановление; осушение; извлечение крепи; ~ **of land** восстановление участка *(после открытых работ)*

sidecastiag - *n* внешнее отвалообразование

site - *n* участок, место; **building** ~ строительная площадка

slice - *n* слой; **slicing -** *n* выемка слоями, разработка слоями

strip - v производить вскрышные работы; разрабатывать; очищать *(лаву);* вынимать породу или руду; *n* полоса; **stripper -** *n* забойщик; вскрышной экскаватор; **stripping -** *n* открытая разработка, открытые горные работы; вскрыша; вскрытие наносов

unit - *n* агрегат; установка; устройство; прибор; узел; секция; деталь; машина; механизм; единица измерения; участок

washery - *n* углемойка; рудомойка; моечный цех

to attract smb's attention привлекать чье-л. внимание

backhoe - *n* обратная лопата

blast - *n* взрыв; v взрывать; дуть; продувать; **blasting** - *n* взрывание; взрывные работы; взрывная отбойка

block out - v нарезать залежь на блоки; нарезать столбы

clearing - *n* выравнивание почвы; планировка грунта

crash - v дробить; разрушать; обрушать(ся)

earth-mover - *n* землеройное оборудование; *syn* **excavator**

excavator - *n* экскаватор; **bucket-wheel** - роторный экскаватор; **multi-bucket** ~ многочерпаковый экскаватор; **single-bucket** - одночерпаковый экскаватор

grab - *n* грейфер, ковш, черпак; экскаватор; v захватывать;

grabbing - погрузка грейфером; захватывание

hoist - *n* подъемное установка (машина); подъемник; лебедка; v поднимать; **hoisting** шахтный подъем

plough - *n* струг

power shovel - *n* механическая лопата; экскаватор типа механической лопаты

range - *n* колебание в определенных пределах

rate - *n* норма; скорость, темп; коэффициент; степень; разрез; сорт; мощность; расход *(воды)*

remote - *a* отдаленный; ~ **control** дистанционное управление

result - v (in) приводить (к); иметь своим результатом; (from) следовать (из), происходить в результате

safety - *n* безопасность; техника безопасности

slope - *n* забой, сплошной забой, очистной забой; v очищать забой, вынимать породу, уголь; *syn* **face; sloping** очистные работы; очистная выемка; **open sloping** выемка с открытым забоем; **shrinkage sloping** выемка системой с магазинированием *(рудЫ)*

support - v крепить; поддерживать; подпирать; *n* стойка; опора; поддержание; крепление; *syn* **timbering; powered roof** - механизированная крепь; **self-advancing powered roof** - передвижная механизированная крепь

4.2 Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

My speciality is Geology

I am a first year student of the Ural State Mining University. I study at the geological faculty. The geological faculty trains geologic engineers in three specialities: mineral prospecting and exploration, hydrogeology and engineering geology, drilling technology.

Geology is the science which deals with the lithosphere of our planet. Geology studies the composition of the Earth's crust, its history, the origin of rocks, their distribution and many other problems.

That is why the science of geology is commonly divided into several branches, such as:

1. General Geology which deals with the composition arid the structure of the Earth and with various geological processes going on below the Earth’s surface and on its surface.
2. Petrology which studies the rocks of the Earth.
3. Mineralogy which investigates the natural chemical compounds of the lithosphere.
4. Paleontology which deals with fossil remains of ancient animals and plants found in rocks.
5. Historic Geology which treats of the Earth's history.
6. Structural Geology which deals with the arrangement of rocks due to the Earth's movements.
7. Economic Geology which deals with occurrence, origin and distribution of mineral deposits valuable to man.

All these branches of geology are closely related to each other.

Geology is of great practical importance because .it supplies industry with all kinds of raw materials, such as ore, coal, oil, building materials, etc.

Geology deals with the vital problem of water supply. Besides, many engineering projects, such as tunnels, canals, dams, irrigation systems, bridges etc. need geological knowledge in choosing construction sites and materials.

The practical importance of geology has greatly increased nowadays. It is necessary to provide a rapid growth of prospecting mineral deposits, such as ores of iron, copper, lead, uranium and others, as well as water and fossil fuels (oil, gas and coal). They are badly needed for further development of all the branches of the national Economy of our country and for creating a powerful economic foundation of the society. The graduates of the geological faculty of the Ural State Mining University work all over the country in mines, geological teams and expeditions of the Urals, Siberia, Kasakhstan, in the North and Far East, etc. as well as abroad.

Very often geologists have to work under hard climatic and geological conditions. They must be courageous, strong and purposeful people, ready to overcome any hardships which nature has put in their way to its underground treasure-house.

4.3 Систематизация грамматического материала:

1. Неличные формы глагола: инфинитив, причастия, герундий.
2. Основные сведения о сослагательном наклонении.

Инфинитив. The Infinitive

Инфинитив - это неличная глагольная форма, которая только называет действие и выполняет функции как глагола, так и существительного. Инфинитив отвечает на вопрос что делать?, что сделать?

Формальным признаком инфинитива является частица **to**, которая стоит перед ним, хотя в некоторых случаях она опускается. Отрицательная форма инфинитива образуется при помощи частицы not, которая ставится перед ним: It was difficult not to speak. *Было трудно не говорить.*

Формы инфинитива

	Active Voice	Passive Voice
Simple	to write	to be written
Continuous	to be writing	
Perfect	to have written	to have been written
Perfect Continuous	to have been writing	

Глаголы, после которых используется инфинитив:

to agree - соглашаться
to arrange - договариваться
to ask – (по)просить
to begin – начинать
to continue – продолжать
to decide – решать
to demand - требовать
to desire – желать
to expect – надеяться
to fail – не суметь
to forget – забывать
to hate - ненавидеть
to hesitate – не решаться
to hope - надеяться
to intend – намереваться
to like – любить, нравиться
to love – любить, желать
to manage - удаваться
to mean - намереваться
to prefer - предпочитать
to promise - обещать
to remember – помнить
to seem - казаться
to try – стараться, пытаться
to want – хотеть

Например:
He asked to change the ticket. *Он попросил поменять билет.*
She began to talk. *Она начала говорить.*

Значение разных форм инфинитива в таблице

Формы инфинитива	**Чему я рад?**	
Simple	I am glad **to speak** to you.	Рад поговорить с вами. (Всегда радуюсь, когда говорю с вами).
Continuous	I am glad **to be speaking** to you.	Рад, что сейчас разговариваю с вами.
Perfect	I am glad **to have spoken** to you.	Рад, что поговорил с вами.
Perfect Continuous	I am glad **to have been speaking** to you.	Рад, что уже давно (все это время) разговариваю с вами.
Simple Passive	I am (always) glad **to be told** the news.	Всегда рад, когда мне рассказывают новости.

Perfect Passive	I am glad **to have been told** the news.	Рад, что мне рассказали новости.

Причастие. Participle

В английском языке причастие — это неличная форма глагола, которая сочетает в себе признаки глагола, прилагательного и наречия.

Формы причастия

		Active (Активный залог)	Passive (Пассивный залог)
Participle I (Present Participle)	Simple	**writing**	**being written**
	Perfect	**having written**	**having been written**
Participle II (Past Participle)			**written**

Отрицательные формы причастия образуются с помощью частицы **not**, которая ставится перед причастием: not asking — не спрашивая,not broken — не разбитый.

Как переводить разные формы причастия на русский язык

Формы причастия	причастием	деепричастием
reading	читающий	читая
having read		прочитав
being read	читаемый	будучи читаемым
having been read		будучи прочитанным
read	прочитанный	
building	строящий	строя
having built		построив
being built	строящийся	будучи строящимся
having been built		будучи построенным
built	построенный	

Герундий. Gerund

Герундий — это неличная форма глагола, которая выражает название действия и сочетает в себе признаки глагола и существительного. Соответственно, на русский язык герундий обычно переводится существительным или глаголом (чаще неопределенной формой глагола). Формы, подобной английскому герундию, в русском языке нет.

My favourite occupation is reading. *Мое любимое занятие — чтение.*

Формы герундия

	Active (Активный залог)	Passive (Пассивный залог)
Simple	**writing**	**being written**
Perfect	**having written**	**having been written**

Запомните глаголы, после которых употребляется только герундий!

admit (признавать), advise (советовать), avoid (избегать),
burst out (разразиться), delay (задерживать), deny (отрицать),
dislike (не нравиться), enjoy (получать удовольствие), escape (вырваться, избавиться),
finish (закончить), forgive (прощать), give up (отказываться, бросать),
keep on (продолжать), mention (упоминать), mind (возражать - только в “?”и “-“),
miss (скучать), put off (отложить), postpone (откладывать),
recommend (рекомендовать), suggest (предлагать), understand (понимать).

Герундий после глаголов с предлогами

accuse of (обвинять в), agree to (соглашаться с), blame for (винить за),
complain of (жаловаться на), consist in (заключаться в), count on /upon (рассчитывать на),
congratulate on (поздравлять с), depend on (зависеть от), dream of (мечтать о),
feel like (хотеть, собираться), hear of (слышать о), insist on (настаивать на),

keep from (удерживать(ся) от), look forward to (с нетерпением ждать, предвкушать),
look like (выглядеть как), object to (возражать против),
persist in (упорно продолжать), praise for (хвалить за), prevent from (предотвращать от),
rely on (полагаться на), result in (приводить к), speak of, succeed in (преуспевать в),
suspect of (подозревать в), thank for (благодарить за), think of (думать о)

He has always dreamt of visiting other countries. — *Он всегда мечтал о том, чтобы побывать в других странах.*

to be + прилагательное / причастие + герундий

be afraid of (бояться чего-либо), be ashamed of (стыдиться чего-либо),
be engaged in (быть занятым чем-либо), be fond of (любить что-либо, увлекаться чем-либо),
be good at (быть способным к), be interested in (интересоваться чем-либо),
be pleased at (быть довольным), be proud of (гордиться чем-либо),
be responsible for (быть ответственным за), be sorry for (сожалеть о чем-либо),
be surprised at (удивляться чему-либо), be tired of (уставать от чего-либо),
be used to (привыкать к).

I'm tired of waiting. — *Я устал ждать.*

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Complete the sentences with the correct infinitive tense.

1 She has grown taller. She seems ...*to have grown taller*.
2 He is getting used to his new job. He appears
3 Kate makes friends easily. She tends
4 He has finished the report. He claims
5 It is raining over there. It seems
6 He is on a diet. He appears
7 They have sailed round the world. They claim
8 She is feeling better. She seems

2. Fill in the correct infinitive tense.

1 A: What would you like ...*to do*... (do) tonight?
B: Let's … (go) to an Italian restaurant.
2 A: What's Liz doing?
B: She seems … (look) for something in her bag.
3 A: Alan has been offered a new job!
B: No, he hasn't. He just pretended … (offer) a new job.
4 A: Colin claims … (meet) lots of famous people.
B: I know, but I don't believe him.
5 A: Look at those two men outside. What are they doing?
B: They appear … (empty) the rubbish bins.
6 A: Would you like to go to the cinema tonight?
B: Not really. I would prefer … (go) to the theatre.
7 A: Tara seems … (work) hard all morning.
B: Yes, she hasn't even stopped for a cup of coffee.
8 A: Why is Tom at work so early this morning?
B: He wants … (finish) early so that he can go to the concert tonight.

3. Rephrase the following sentences, as in the example.

1 He must wash the car. I want ...*him to wash the car*...
2 You mustn't be late for work. I don't want …
3 Claire must tidy her bedroom. I want …

4 She mustn't go to the disco. I don't want …
5 They must go to school tomorrow. I want …
6 Gary mustn't make so much noise. I don't want …
7 You mustn't make a mess. I don't want …
8 He must mend his bike. I want …

4. Complete the sentences with too or enough and the adjective in brackets.

1 A: Would you like to come to the disco?
B: Oh no. I'm ...*too tired*... to go to a disco, (tired)
2 A: Can you reach that top shelf?
B: No, I'm not … to reach it. (tall)
3 A: Did they go on a picnic yesterday?
B: No. It was … to go on a picnic, (cold)
4 A: Did Jane enjoy the horror film?
B: No. She was … to enjoy it. (scared)
5 A: Does Tom go to school?
B: No. He isn't … to go to school yet. (old)
6 A: Will you go to London by bus?
B: No. The bus is … . I'll take the train, (slow)
7 A: Did she like the dress you bought?
B: Yes, but it was … .(big)
8 A: Take a photograph of me!
B: I can't. It isn't … in here, (bright)

5. Rewrite the sentences using too.

1 This music is so slow that I can't dance to it.
...This music, is too slow for me to dance to…
2 The bird is so weak that it can't fly.
3 She's so busy that she can't come out with us.
4 The car was so expensive that he couldn't buy it.
5 These shoes are so small that they don't fit me.
6 The book is so boring that she can't read it.
7 I was so tired that I couldn't keep my eyes open.
8 The coffee was so strong that he couldn't drink it.

6. Underline the correct preposition and fill in the gaps with the -ing form of the verb in brackets.

1 He is ill. He is complaining **with/<u>about</u>** ...*having*... (have) a headache.
2 Marcus went out instead **for/of** … (do) his homework.
3 Tracy was very excited **with/about** … (go) to the party.
4 I hope you have a good excuse **of/for** … (be) so late.
5 Sam is interested **in/for** … (take up)French lessons.
6 You can't stop him **to/from** … (take)the job if he wants to.
7 Susie ran because she was worried **about/of** … (miss) the bus.
8 Thank you **to/for** … (help) me with my homework.
9 She felt tired because she wasn't used **to/with** … (work) so hard.
10 His boss blamed him **for/of** … (lose) the deal.
11 I am in charge **in/of** … (make) the Christmas deliveries.
12 We are thinking **of/from** … (buy) a new car next month.
13 Sandra apologised **for/about** … (ruin) the performance.
14 Ian was talking **with/about** … (open) a shop in York.

7. Put the verbs in brackets into the correct infinitive form or the -ing form.

1 It's no use ...*talking*… (talk) to Bob; he won't change his mind.
2 She will … (return) the books next weekend.
3 It was good of you … (help) me fix my bicycle.
4 The man suggested … (call) the police in, to investigate.
5 I can't get used to … (live) in such a hot country.
6 He admitted … (rob) the bank.
7 You had better … (hurry), or you'll be late for work.
8 They refused … (give) me my money back.
9 She is too short … (become) a fashion model.
10 My parents let me … (stay) up late at weekends.
11 Our teacher makes us … (do) homework every evening.
12 The kitchen windows need … (clean).
13 They have begun … (make) preparations for the party.
14 He advised her … (speak) to her boss.
15 I dislike … (go) to the theatre alone.
16 Mr. Roberts was seen … (leave) his house at 12:15 last night.
17 My sister can't stand … (watch) horror films. She gets terribly scared.
18 Can you imagine … (spend) your holidays on the moon?
19 There's no point in … (call) again. There's no one at home.
20 I don't allow people … (smoke) in my house.
21 It was silly of you … (forget) to lock the door.
22 He risks … (lose) his wallet when he leaves it on his desk.

8. Put the verbs in brackets into the correct infinitive form or the -ing form.

1 A: Is Anne in the room?
B: Yes. I can see her ...dancing... (dance) with her husband over there.
2 A: Did you see the robber?
B: Yes. I saw him … (get) into the car and drive away.
3 A: Is John here today?
B: Yes. I heard him … (talk) on the phone as I walked past his office.
4 A: Colin is good at speaking in public, isn't he?
B: Yes. I heard him … (make) a speech last month. It was excellent.
5 A: I walked past the sports centre today.
B: So did I, and I stopped for a moment to watch some boys … (play) football.
6 A: Your hair looks great today.
B: Thanks. I watched the hairdresser … (dry) it so I could learn how to do it myself.
7 A: That's a music school, isn't it?
B: That's right. I often hear the students … (sing) as I walk past.
8 A: Did you stay until the end of the contest?
B: Yes. I listened to the chairman … (announce) the results before I went home.
9 A: How do you know Tim is at home?
B: I saw him … (cut) the grass as I was driving home.
10 A: How do you know that man stole the watch?
B: I saw him … (put) it in his pocket and leave the shop without paying.

9. Put the verbs in brackets into the correct infinitive form or the -ing form.

1 I'll never forget ...*sailing*... (sail) down the Danube on that warm spring night last year.
2 Please don't forget … (pay) the bill.
3 John said he remembers … (buy) the newspaper, but now he can't find it.
4 Did you remember … (post) my letters today?
5 Gloria regrets … (shout) at her sister.
6 I regret … (inform) you that we cannot give you your money back.

7 The students went on … (write) for another hour.
8 After cleaning the windows, he went on … (wash) the car.
9 We are sorry … (announce) that the 7:15 train to Liverpool has been cancelled.
10 I'm sorry for … (miss) your birth day party; I'll make it up to you.
11 She stopped … (go) to the gym after she had got back into shape.
12 They stopped … (have) a rest before they continued their journey.
13 They tried … (open) the door, but it was stuck.
14 You should try … (make) your own clothes. It's much cheaper.
15 I'm sorry. I didn't mean … (break) your vase.
16 Being a teacher means … (correct) a lot of homework.
17 I like … (tidy) my room at week ends because I don't have time during the week.
18 They like … (play) in the sea on hot days.

10. Put the verbs in brackets into the correct infinitive form or the -ing form.

My neighbour, Mr. Mason, loves 1) …*spending*… (spend) time in his garden. He would rather 2) … (work) outside than stay indoors, even when it is snowing! Early in the morning, you can 3) … (see) Mr. Mason 4) … (eat) breakfast in his garden, and late at night he is there again, with a cup of cocoa in his hand. I'd like 5) … (help) sometimes when there is lots of work to do, but Mr. Mason prefers 6) … (do) everything himself. He doesn't mind 7) … (get) cold and wet in the winter, and his wife says it's no use 8) … (try) to make him wear a waterproof jacket because he hates 9) … (wear) them! Mr. Mason says he will go on 10) … (garden) until he is too old 11) … (do) it!

Основные сведения о сослагательном наклонении

Conditionals are clauses introduced with if. There are three types of conditional clause: Type 1, Type 2 and Type 3. There is also another common type, Type 0.

Type 0 Conditionals: They are used to express something which is always true. We can use when (whenever) instead of it. *If/When the sun shines, snow melts.*

Type 1 Conditionals: They are used to express real or very probable situations in the present or future. *If he doesn't study hard, he won't pass his exam.*

Type 2 Conditionals: They are used to express imaginary situations which are contrary to facts in the present and, therefore, are unlikely to happen in the present or future. *Bob is daydreaming. If I won the lottery, I would buy an expensive car and I would go on holiday to a tropical island next summer.*

Type 3 Conditionals: They are used to express imaginary situations which are contrary to facts in the past. They are also used to express regrets or criticism. *John got up late, so he missed the bus. If John hadn't got up late, he wouldn't have missed the bus.*

	If-clause (hypothesis)	Main clause (result)	Use
Type 0 general truth	if + present simple	present simple	something which is always true
	If the temperature falls below 0 °C, water turns into ice.		
Type 1 real present	if + present simple, present continuous, present perfect or present perfect continuous	future/imperative can/may/might/must/should/ could + bare infinitive	real - likely to happen in the present or future
	If he doesn't pay the fine, he will go to prison. If you need help, come and see me. If you have finished your work, we can have a break. If you're ever in the area, you should come and visit us.		
Type 2 unreal present	if + past simple or past continuous	would/could/might + bare infinitive	imaginary situation contrary

			to facts in the present; also used to give advice
	If I had time, I would take up a sport. (but I don't have time - untrue in the present) If I were you, I would talk to my parents about it. (giving advice)		
Type 3 unreal past	if + past perfect or past perfect continuous	would/could/might + have + past participle	imaginary situation contrary to facts in the past; also used to express regrets or criticism
	If she had studied harder, she would have passed the test. If he hadn't been acting so foolishly, he wouldn't have been punished.		

Conditional clauses consist of two parts: the if -clause (hypothesis) and the main clause (result). When the if - clause comes before the main clause, the two clauses are separated with a comma. When the main clause comes before the if - clause, then no comma is necessary.

e.g. a) If I see Tim, I'll give him his book.

b) I'll give Tim his book if I see him.

We do not normally use will, would or should in an if - clause. However, we can use will or would after if to make a polite request or express insistence or uncertainty (usually with expressions such as / don't know, I doubt, I wonder, etc.).

We can use should after if to talk about something which is possible, but not very likely to happen.

e.g. a) If the weather is fine tomorrow, will go camping. (NOT: If the weather will be fine...)

b) If you will fill in this form, I'll process your application. (Will you please fill in... - polite request)

c) If you will not stop shouting, you'll have to leave. (If you insist on shouting... - insistence)

d) I don't know if he will pass his exams, (uncertainty)

e) If Tom should call, tell him I'll be late. (We do not think that Tom is very likely to call.)

We can use unless instead of if... not in the if -clause of Type 1 conditionals. The verb is always in the affirmative after unless.

e.g. Unless you leave now, you'll miss the bus. (If you don't leave now, you'll miss the bus.) (NOT: Unless you don't leave now, ...)

We can use were instead of was for all persons in the if - clause of Type 2 conditionals.

e.g. If Rick was/were here, we could have a party.

We use If I were you ... when we want to give advice.

e.g. If I were you, I wouldn't complain about it.

The following expressions can be used instead of if: provided/providing that, as long as, suppose/supposing, etc.

e.g. a) You can see Mr. Carter provided you have an appointment. (If you have an appointment...)

b) We will all have dinner together providing Mary comes on time. (... if Mary comes ...)

c) Suppose/Supposing the boss came now, …

We can omit if in the if - clause. When if is omitted, should (Type 1), were (Type 2), had (Type 3) and the subject are inverted.

e.g. a) Should Peter come, tell him to wait. (If Peter should come,...)

b) Were I you, I wouldn't trust him. (If I were you, ...)

c) Had he known, he would have called. (If he had known, ...)

Выполните упражнения на закрепление материала:

1. Look at the prompts and make Type 1 conditional sentences, as in the example.
e.g. If we cut down all the forests, the world's climate will change.
1 cut down/ all forests / world's climate / change
2 not stop/use / aerosols /destroy / ozone layer
3 find / alternative sources of energy / solve / some of our environmental problems
4 temperatures / go up / by a few degrees /sea levels / rise
5 recycle / waste / save / natural resources
6 population / continue to increase / not be enough food for everyone

2. Lisa is trying to decide where to go on holiday. She would like to go to one of these places. In pairs, ask and answer questions using the prompts below, as in the example.
A) SPAIN FOR A WEEK
£180 Inclusive!!
2-star hotel beach
Free water sports

B) A TWO WEEK CAMPING HOLIDAY IN THE SOUTH OF FRANCE
ONLY £280 per person
Self-catering

1. How long / be away / choose / Spain?
SA: How long will she be away if she chooses Spain?
SB: If she chooses Spain, she'll be away for a week.
2. Where / go / like / camping?
3. How much / pay / go to / France?
4. What / do / go to / Spain?
5. Where / go / want / cheap holiday?

3. Study the situations, then make Type 2 conditional sentences, as in the example.
I don't have a car, so I have to wait for the bus every day.
1. If I ...had... (have) a car, I ...wouldn't have to... (not/have to) wait for the bus every day.
I never do my homework, so my teacher always gets angry with me.
2. If I … (do) my homework, my teacher … (not/get) angry with me.
I live in a small house, so I can't invite friends over.
3. If I … (live) in a bigger house, I … (be able to) invite friends over.
I never get up early, so I y am always late for school.
4. If I … (get up) earlier, I … (not/be) late for school.

4. Complete the sentences to make Type 3 conditional sentences, as in the example.
1. If he ...hadn't noticed... (not/notice) the mould in one of his glass dishes, Alexander Fleming ...would never have discovered... (never/discover) penicillin.
2. If he … (sell) some of his paintings, Van Gogh … (get) some recognition during his lifetime.
3. If Barbara Streisand … (change) the shape of her nose, her career … (never/be) the same.
4. If Anne Sullivan … (not/teach) her, Helen Keller … (not/be able to) communicate.
5. If Naomi Campbell … (not/be) so beautiful, she … (never/become) a supermodel.

5. Read the story below and make Type 3 conditional sentences, as in the example.
e.g. 1) ...if Sally hadn't been in a hurry, she would nave left some important notes at home....
Sally had a terrible day yesterday. She was in a hurry, so she left some important notes at home. She wasn't prepared for her meeting with a new client, so the meeting was a disaster. The client was

disappointed, and as a result he refused to do business with the company. The boss shouted at Sally, so she got upset.

6. Match the items in column A with those in column B in order to make correct Type 0 conditional sentences, as in the example.

e.g. 1 - c ...if you add sugar to a cup of coffee, the coffee tastes sweeter...

A

1. Add sugar to a cup of coffee.
2. Throw salt onto snow.
3. Put an apple in a bowl of water.
4. Water plants regularly.
5. Lie in the sun too long.
6. Take regular exercise.

B

a The apple floats.
b Your skin turns red.
c The coffee tastes sweeter.
d You feel healthy.
e The plants grow.
f The snow melts.

7. Put the verbs in brackets into the correct tense.

1 A: What time will you be home tonight?
B: I'm not sure. If I ...have to... (have to) work late. I ...'ll call... (call) you.
2 A: I felt very tired at work today.
B: Well, if you … (not/watch) the late film, you … (not/feel) so tired
3 A: Should I buy that car?
B: Why not? If I … (have) the money, I … (buy) it myself.
4 A: If you … (pass) a chemist's, … (you/get) me some cough medicine?
B: Yes, certainly.
5 A: My sister seems very upset at the moment.
B: Were I you, I … (talk) to her about it.
6 A: Unless you … (hurry), you … (be) late again.
B: No, I won't. There's plenty of time.
7 A: Oh! I forgot to ask Sarah over for dinner.
B: If I … (speak) to her today, I … (ask) her for you.
8 A: May I join the club, please?
B: Provided you … (be) over eighteen, you can join the club.
9 A: What a lovely restaurant! I'm glad we came here.
B: If you … (not/burn) the dinner, we … (not/come) here!
10 A: Just think. If I … (not/move) to York, I … (never/meet) you.
B: I know, wasn't it lucky?
11 A: Jo doesn't spend enough time with me.
B: Well, if she … (have) the time, I'm sure she … (try), but she's very busy.
12 A: Did you give Bill the message?
B: No, but when I … (see) him, I … (tell) him the news.

8. Choose the correct answer.

1 'If you ...C... that plate, you'll burn your fingers.'

'Why? Has it been in the oven?'
A would touch
B will touch
C touch
2 ‘ … you're busy, we'll talk now.'
‘That's fine. I'm not busy at the moment.'
A If
B Provided
C Unless
3 'If you watch the news, you … a lot.'
'I know. I watch it every day.'
A learn
B were learning
C would learn
4 '… you wear warm clothes, you won't get cold.'
'I'll wear an extra jumper.'
A Unless
B Providing
C Supposing
5 'Shall I invite John to the party?'
'Well, were I you, I … him.'
A would invite
B will invite
C am inviting
6 '… the teacher comes back now, what will you do?'
'I don't know.'
A When
B Providing
C Supposing
7 'Could I see the menu, please?'
'Yes, sir. If you … a seat, I will fetch it for you.'
A take
B had taken
C have taken
8 'Don't cry. Everything will be alright.'
'Yes, but if I … the bus, I wouldn't have been late for school.'
A didn't miss
B hadn't missed
C don't miss
9 'When water boils, it … steam.'
'Yes, I know; and the steam is hot, too.'
A would produce
B produce
C produces
10 'Can you help me, please?'
'Well, if I wasn't studying, I … you.'
A would help
B help
C will help
11 'John crashed his car yesterday.'
'I know, but if he hadn't been changing the cassette, he …'
A won't crash

B wouldn't crash
C wouldn't have crashed
12 'Can I have some chocolate, please?'
'If you behave yourself, I you some later.'
A would buy
B might buy
C buy
13 'Should you see Colin … and tell me.'
'I will.'
A come
B to come
C will come
14 'If we were rich, we … expensive clothes.'
'Well, unfortunately we aren't rich!'
A could afford
B can afford
C afford

9. Put the verbs in brackets into the correct tense.

1 If I ...were... (be) you, I wouldn't drive in the snow.
2 Peter … (be able to) help you if he was here.
3 If I had closed the window, the cat … (not/jump) out.
4 I … (call) for help if I got stuck in a lift.
5 Had I known him, I … (talk) to him.
6 John … (may/lose) his job if he is rude to the boss.
7 If you … (save) some money, you would have been able to go on holiday last year.
8 You may win if you … (take) part in the contest.
9 If I had toothache, I … (go) to the dentist.
10 They would have helped us move house if we … (ask) them.
11 If Jane … (be) older, she could live by herself.
12 We would have changed our plans if we … (hear) the weather forecast.
13 Emma … (send) a card if she had remembered it was their anniversary.
14 Robert … (feel) better if you talked to him.
15 If Sam was still living nearby, you … (can/invite) him for dinner.
16 If you … (put) your money in your wallet, you will not lose it.
17 If you … (like) chocolate, you will love this cake.
18 If Bill … (come) home early, he will eat dinner with us.
19 Sandra will join us later unless she … (have) a lot of work to do.

10. Fill in the gaps using when or if.

1 A: Have you phoned Paul yet?
B: No, I'll phone him ...when... I get home.
2 A: … I get a new job soon, I may have a party.
B: That's a good idea.
3 A: I really liked that dress we saw.
B: Well, you can buy it … you get paid.
4 A: Shall we go somewhere this weekend?
B: Yes … it's sunny, we could go to the beach.
5 A: Did you make this cake yourself?
B: Yes … you like it, I'll give you the recipe.
6 A: Is Jane still asleep?
B: Yes … she wakes up, I'll tell her you're here.

7 A: Have you done your homework?
B: No. I'll do it … we've finished dinner.
8 A: We've run out of milk.
B: Well, … I go to the shops, I'll buy some more.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-
методическому комплексу
_____ С.М. Уторов

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Б1.О.03 ИНОСТРАННЫЙ ЯЗЫК

Направление подготовки
05.03.01 Геология

Профиль
Гидрогеология, инженерная геология и геоэкология

год набора: 2023

Автор: Безбородова С. А., к.п.н.

Одобрена на заседании кафедры

Иностранных языков и деловой коммуникации
(название кафедры)

Зав. кафедрой _____
(подпись)

Юсупова Л. Г.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 06.09.2022 г.
(Дата)

Рассмотрена методической комиссией факультета

Геологии и геофизики
(название факультета)

Председатель _____
(подпись)

д.г-м.н., проф. Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 13.09.2022 г.
(Дата)

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

I. Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовку к аудиторным занятиям……... 3
1.1 Повторение материала практических занятий……..... 3
1.2 Чтение и перевод учебных текстов……. 42
1.3 Подготовка к практическим занятиям (запоминание иноязычных лексических единиц и грамматических конструкций) ..……..... 60
1.4 Самостоятельное изучение тем курса (для заочной формы обучения) ……. 73
1.5 Подготовка к контрольной работе 73

II. Другие виды самостоятельной работы……. 73
2.1 Выполнение самостоятельного письменного домашнего задания:
2.1.1 Подготовка к ролевой игре…… 73
2.1.2 Подготовка к практико-ориентированному заданию …… 74
2.1.3 Подготовка к опросу …… 75
2.2 Дополнительное чтение профессионально ориентированных текстов и выполнение заданий на проверку понимания прочитанного……. 75
2.3 Подготовка доклада…….. 94
2.4 Подготовка к тесту……..... 95
2.5 Подготовка к экзамену…….. 99

I. Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовку к аудиторным занятиям

1. Повторение материала практических занятий

Практические занятия направлены на развитие умений иноязычного говорения в рамках заданных РПД тем: бытовая сфера общения (Я и моя семья); учебно-познавательная сфера общения (Я и мое образование); социально-культурная сфера общения (Я и моя страна. Я и мир); профессиональная сфера общения (Я и моя будущая специальность).

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

My family

My name is Vladimir Petrov. I am … years old. I was born in 19… in Nizhniy Tagil. I went to school when I was 7. In 20… I finished school number 10 in Ekaterinburg. This year I entered the Ural State Mining University. In five years I shall graduate from this University.

I live in the center of Ekaterinburg. I work at the Ministry of Foreign Trade. I'm an engineer & I am also a student. Many engineers in our Ministry learn foreign languages.

My family is not large. I have a wife & two children. My wife's name is Ann & children's names are Nick & Natalie.

My wife is an economist. My wife is a young woman. She is twenty – nine years old. She works at the Ministry of Foreign Trade, too. She goes to the office every day. My wife doesn't learn English. She already knows English very well. She reads many English books, magazines & newspapers. My wife is also a student. She learns German. She likes languages very much & is going to learn French next year.

My daughter is a girl of ten. She goes to school. She has a lot of subjects at school. She also learns English. She also helps her mother at home.

My son is a little boy. He was born five years ago. I take him to the kindergarten every morning.

My parents are not old. My father is 53. He is an engineer. He graduated from The Ural Polytechnical Institute. He works at a big plant. My mother is 51. She is a teacher. She teaches Russian at school. She graduated from the Leningrad Teachers' Training University.

My sister's name is Katya. She works at an office. Besides she studies at an Evening Department. She is married. Her husband is a doctor. He works at a hospital. They have a little son. He is only six months old.

My elder brother, Boris by name, does not stay with us. He lives in Gorky in a large two-roomed flat. He is a designer. He has also a family of his own. He has a wife & two children: a boy & a girl. Their son is already a pupil. My brother & his family often come to see us. We also visit them sometimes.

I also have a grandfather & a grandmother. They are pensioners. My grandmother looks after the house & does the cooking. We usually take our children to the country in summer to stay with their grandparents. They love their grandchildren very much.

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

My student's life

I'm a student of The Ural State Mining University. I have been a student only one month. I can't speak English very well yet. I am just a beginner. I live in a hostel. It is rather a long way from the University. In fact, it takes me about an hour to get to the University. But it gives me no trouble at all, as I like to get up early. I don't need an alarm-clock to wake me up. I am an early - riser.

Though the hostel is far from the University it is very comfortable & has all modern conveniences.

As a rule I get up at 6.30, do morning exercises & have shower. I don't have a bath in the morning; I have a bath before I go to bed.

For breakfast I have a boiled egg & a cup of coffee in order not to waste the time. At about 7.30 I am quite ready to go. It is about 5 minutes walk from the hostel to the stop. I usually take the 7.40. bus. I walk to the stop as I have plenty of time to catch my bus.

I come to the University 5 minutes before the lesson begins. So I can have a chat with my friends. The majority of my group mates are from Ekaterinburg the others either come from different towns of our country. We usually have a lot of things to talk about.

We don't go out to the lunch. There is a good canteen at the University. It is on the ground floor. But I should say that you have to stand in a queue to have lunch.

I come to the hostel from the University at about 3 o'clock. I live in a single room & have nobody to speak with. In the evening I sometimes go out with my friends. We go to the cinema if there is something new or to the club if there is a dancing party there. But often I stay in, watch TV programs or listen to the music. Then I read a book for half an hour or so & go to sleep. That doesn't take me long, as a rule.

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

Ekaterinburg – an Industrial Centre

Ekaterinburg is one of the leading industrial centres of Russia. There are over 200 industrial enterprises of all-Russia importance in it. The key industry is machine-building. The plants of our city produce walking excavators, electric motors, turbines, various equipment for industrial enterprises.

During the Great Patriotic War Sverdlovsk plants supplied the front with arms and munitions and delivered various machinery for restoration of Donbass collieries and industrial enterprises of the Ukraine.

The biggest plants of our city are the Urals Heavy Machine Building Plant (the Uralmash), the Urals Electrical Engineering Plant (Uralelectrotyazhmash), the Torbomotorny Works (TMZ), the Chemical Machinery Building Works (Chimmash), the Verkh Iset Metallurgical Works (VIZ) and many others.

The Urals Heavy Machinery Building Plant was built in the years of the first five-year plan period. It has begun to turn out production in 1933. The machines and equipment produced by the Uralmash have laid the foundation for the home iron and steel, mining and oil industries. The plant produces walking excavators and draglines, drilling rigs for boring super-deep holes, crushing and milling equipment for concentrators. The plant also produces rolling-mills, highly efficient equipment for blast furnaces, powerful hydraulic presses and other machines. The trade mark of the Uralmash is well-known all over the world.

The Electrical Engineering plant was put into operation in 1934. At the present time it is a great complex of heavy electrical machine-building. It produces powerful hydrogenerators, transformers, air and oil switches, rectifiers & other electrical equipment. Besides, it is one of the main producers of high-voltage machinery.

The Turbo-Motorny Works produces turbines & diesel motors for powerful trucks. The turbines manufactured by this plant are widely known not only in our country, but also abroad. The plant turned out its first turbines in 1941.

The Urals Chemical Works, the greatest plant in the country, produces machinery for the chemical industry. It also produces vacuum- filters used in different branches of oil industry.

The Verkh-Iset Metallurgical Works the oldest industrial enterprise in Ekaterinburg is now the chief producer of high grade transformer steel in the country.

Now complex mechanization & automation of production processes are being used at all industrial enterprises of Ekaterinburg. Its plants make great contribution to the development of our country's national economy.

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland

The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland (the UK) occupies most of the territory of the British Isles. It consists of four main parts: England, Scotland, Wales and Northern

Ireland. London is the capital of England. Edinburgh is the capital of Scotland, Cardiff— of Wales and Belfast — of Northern Ireland. The UK is a small country with an area of some 244,100 square kilometres. It occupies only 0.2 per cent of the world's land surface. It is washed by the Atlantic Ocean in the north-west, north and south-west and separated from Europe by the Severn, but the most important waterway is the Thames.

The climate is moderate and mild. But the weather is very changeable. The population of the United Kingdom is over 57 million people. Foreigners often call British people "English", but the Scots, the Irish and the Welsh do not consider themselves to be English. The English are Anglo-Saxon in origin, but the Welsh, the Scots and the Irish are Celts, descendants of the ancient people, who crossed over from Europe centuries before the Norman Invasion. It was this people, whom the Germanic Angles and Saxons conquered in the 5th and 6th centuries AD. These Germanic conquerors gave England its name — "Angle" land. They were conquered in their turn by the Norman French, when William the Conqueror of Normandy landed near Hastings in 1066. It was from the union of Norman conquerors and the defeated Anglo-Saxons that the English people and the English language were born. The official language of the United Kingdom is English. But in western Scotland some people still speak Gaelic, and in northern and central parts of Wales people often speak Welsh.

The UK is a highly developed industrial country. It is known as one of the world's largest producers and exporters of machinery, electronics, textile, aircraft, and navigation equipment. One of the chief industries of the country is shipbuilding.

The UK is a constitutional monarchy. In law, Head of the State is Queen. In practice, the country is ruled by the elected government with the Prime Minister at the head. The British Parliament consists of two chambers: the House of Lords and the House of Commons. There are three main political parties in Great Britain: the Labour, the Conservative and the Liberal parties. The flag of the United Kingdom, known as the Union Jack, is made up of three crosses. The big red cross is the cross of Saint George, the patron saint of England. The white cross is the cross of Saint Andrew, the patron saint of Scotland. The red diagonal cross is the cross of Saint Patrick, the patron saint of Ireland.

The United Kingdom has a long and exciting history and a lot of traditions and customs. The favorite topic of conversation is weather. The English like to drink tea at 5 o'clock. There are a lot of high daysin Great Britain. They celebrate Good Friday, Christmastide, Christmas, Valentine`s day and many others. It is considered this nation is the most conservative in Europe because people attach greater importance to traditions; they are proud of them and keep them up. The best examples are their money system, queen, their measures and weights. The English never throw away old things and don't like to have changes.

Great Britain is a country of strong attraction for tourists. There are both ancient and modern monuments. For example: Hadrian Wall and Stonehenge, York Cathedral and Durham castle. It is no doubt London is the most popular place for visiting because there are a lot of sightseeing like the Houses of Parliament, Buckingham Palace, London Bridge, St Paul's Cathedral, Westminster Abbey, the Tower of London. Also you can see the famous Tower Clock Big Ben which is considered to be the symbol of London. Big Ben strikes every quarter of an hour. You will definitely admire Buckingham Palace. It's the residence of the royal family. The capital is famous for its beautiful parks: Hyde Park, Regent's Park. The last one is the home of London Zoo.

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

My speciality is Geology

I am a first year student of the Ural State Mining University. I study at the geological faculty. The geological faculty trains geologic engineers in three specialities: mineral prospecting and exploration, hydrogeology and engineering geology, drilling technology.

Geology is the science which deals with the lithosphere of our planet. Geology studies the composition of the Earth's crust, its history, the origin of rocks, their distribution and many other problems.

That is why the science of geology is commonly divided into several branches, such as:

1. General Geology which deals with the composition arid the structure of the Earth and with various geological processes going on below the Earth's surface and on its surface.

2. Petrology which studies the rocks of the Earth.

3. Mineralogy which investigates the natural chemical compounds of the lithosphere.

4. Paleontology which deals with fossil remains of ancient animals and plants found in rocks.

5. Historic Geology which treats of the Earth's history.

6. Structural Geology which deals with the arrangement of rocks due to the Earth's movements.

7. Economic Geology which deals with occurrence, origin and distribution of mineral deposits valuable to man.

All these branches of geology are closely related to each other.

Geology is of great practical importance because .it supplies industry with all kinds of raw materials, such as ore, coal, oil, building materials, etc.

Geology deals with the vital problem of water supply. Besides, many engineering projects, such as tunnels, canals, dams, irrigation systems, bridges etc. need geological knowledge in choosing construction sites and materials.

The practical importance of geology has greatly increased nowadays. It is necessary to provide a rapid growth of prospecting mineral deposits, such as ores of iron, copper, lead, uranium and others, as well as water and fossil fuels (oil, gas and coal). They are badly needed for further development of all the branches of the national Economy of our country and for creating a powerful economic foundation of the society. The graduates of the geological faculty of the Ural State Mining University work all over the country in mines, geological teams and expeditions of the Urals, Siberia, Kasakhstan, in the North and Far East, etc. as well as abroad.

Very often geologists have to work under hard climatic and geological conditions. They must be courageous, strong and purposeful people, ready to overcome any hardships which nature has put in their way to its underground treasure-house.

Практические занятия направлены также на формирование грамматического навыка по темам: порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях, порядок слов в вопросительном предложении, безличные предложения, местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные), имя существительное, артикли (определенный, неопределенный, нулевой), функции и спряжение глаголов *to be* и *to have, о*борот *there+be,* имя прилагательное и наречие, степени сравнения, сравнительные конструкции, имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат), образование видовременных форм глагола в активном залоге.

Распределение выше указанных тем в учебнике:

- Агабекян И. П. Английский язык для бакалавров: учебное пособие для студентов вузов / И. П. Агабекян. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2017. - 384 с.: ил. - (Высшее образование) (200 экз. в библиотеке УГГУ) и учебнике:

- Журавлева Р.И. Английский язык: учебник: для студентов горно-геологических специальностей вузов / Р. И. Журавлева. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2013. - 508 с. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 502 (192 экз. в библиотеке УГГУ) представлено в таблице №1:

Таблица №1

Название темы	***Страницы учебников***	
	Агабекян И. П.	*Журавлева Р.И.*
Порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях	148	9
Порядок слов в вопросительном предложении	163-170	10, 24
Безличные предложения	149	440
Местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные)	41-55	101, 439
Имя существительное	66-78	435

Артикли (определенный, неопределенный, нулевой)	78-84	433
Функции и спряжение глаголов *to be* и *to have*	102-104	6-8
Оборот *there+be*	105-107	100
Имя прилагательное и наречие	115	83
Степени сравнения, сравнительные конструкции	115-121	143
Имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат)	261-271	-
Образование видовременных форм глагола в активном залоге	193-209	10, 36, 69

Повторите материал практических занятий!

Порядок слов в английском предложении

В русском языке, благодаря наличию падёжных окончаний, мы можем переставлять члены предложения, не меняя основного смысла высказывания. Например, предложения Студенты изучают эти планы и Эти планы изучают студенты совпадают по своему основному смыслу. Подлежащее в обоих случаях - студенты, хотя в первом предложении это слово стоит на первом месте, а во втором предложении - на последнем.

По-английски такие перестановки невозможны. Возьмём предложение The students study these plans Студенты изучают эти планы. Если подлежащее и дополнение поменяются местами, то получится бессмыслица: These plans study the students Эти планы изучают студентов. Произошло это потому, что слово plans, попав на первое место, стало подлежащим.

Английское предложение имеет твёрдый порядок слов.

Порядок слов в английском предложении показан в этой таблице:

I	**II**	**III Дополнение**			**IV Обстоятельство**
Подлежащее	**Сказуемое**	**Косвенное без предлога**	**Прямое**	**Косвенное с предлогом**	
We Мы	study изучаем		math математику		
He Он	gives дает	us нам	lessons уроки		in this room. в этой комнате
She Она	reads читает		her notes свои заметки	to Peter Петру	every day. каждый день

Вопросительное предложение

Общее правило построения вопросов в английском языке таково: Все вопросы (кроме специальных вопросов к подлежащему предложения) строятся путем инверсии. Инверсией называется нарушение обычного порядка слов в английском предложении, когда сказуемое следует за подлежащим.

В тех случаях, когда сказуемое предложения образовано без вспомогательных глаголов (в Present и Past Indefinite) используется вспомогательный глагол to do в требуемой форме - do/does/did.

Общие вопросы

Общий вопрос задается с целью получить подтверждение или отрицание высказанной в вопросе мысли. На общий вопрос обычно дается краткий ответ: "да" или "нет".

Для построения общего вопроса вспомогательный или модальный глагол, входящий в состав сказуемого, ставится в начале предложения перед подлежащим.

а) Примеры сказуемого с одним вспомогательным глаголом: Is he speaking to the teacher? - Он говорит с учителем?

б) Примеры сказуемого с несколькими вспомогательными глаголами:

You will be writing letters to us. – Ты будешь писать нам письма.
Will you be writing letters to us? – Будешь ли ты писать нам письма?
Примеры с модальными глаголами:
She can drive a car. – Она умеет водить машину.
Can she drive a car? - Она умеет водить машину? (Yes, she can.; No, she cannot)

Когда в составе сказуемого нет вспомогательного глагола (т.е. когда сказуемое выражено глаголом в Present или Past Indefinite), то перед подлежащим ставятся соответственно формы do / does или did; смысловой же глагол ставится в форме инфинитива без to (словарная форма) после подлежащего.

С появлением вспомогательного глагола do на него переходит вся грамматическая нагрузка - время, лицо, число: в Present Indefinite в 3-м лице ед. числа окончание -s, -es смыслового глагола переходит на глагол do, превращая его в does; а в Past Indefinite окончание прошедшего времени -ed переходит на do, превращая его в did.
Do you go to school? – Ходишь ли ты в школу?
Do you speak English well? - Ты хорошо говоришь по-английски?

Ответы на общие вопросы

Общий вопрос требует краткого ответа "да" или "нет", которые в английском языке образуются следующим образом:

а) Положительный состоит из слова Yes за которым (после запятой) идет подлежащее, выраженное личным местоимением в им. падеже (никогда не используется существительное) и тот вспомогательный или модальный глагол, который использовался в вопросе (вспомогательный глагол согласуется с местоимением ответа);

б) Отрицательный ответ состоит из слова No, личного местоимения и вспомогательного (или модального) глагола с последующей частицей not
Например: Are you a student? - Ты студент?
Yes, I am. - Да.; No, I am not. - Нет.
Do you know him? – Ты знаешь его?
Yes, I do. – Да (знаю).; No, I don't. – Нет (не знаю).

Специальные вопросы

Специальный вопрос начинается с вопросительного слова и задается с целью получения более подробной уточняющей информации. Вопросительное слово в специальном вопросе заменяет член предложения, к которому ставится вопрос.
Специальные вопросы могут начинаться словами:
who? – кто? whom? – кого? whose? - чей? what? – что? какой? which? – который?
when? – когда? where? – где? куда? why? – почему? how? – как?
how much? – сколько? how many? – сколько? how long? – как долго? сколько времени?
how often? – как часто?

Построение специальных вопросов:

1) Специальные вопросы ко всем членам предложения, кроме подлежащего (и его определения) строятся так же, как и общие вопросы – посредством инверсии, когда вспомогательный или модальный глагол ставится перед подлежащим.

Специальный вопрос (кроме вопроса к подлежащему) начинается с вопросительного слова или группы слов за которым следуют вспомогательный или модальный глагол, подлежащее и смысловой глагол (сохраняется структура общего вопроса).

Вопрос к прямому дополнению:
What are you reading? Что ты читаешь?
What do you want to show us? Что вы хотите показать нам?

Вопрос к обстоятельству

Обстоятельства бывают разного типа: времени, места, причины, условия, образа действия и др.

He will come back tomorrow. – Он вернется завтра.
When will he come back? – Когда он вернется?
What did he do it for? Зачем он это сделал?
Where are you from?

Вопрос к определению

Вопрос к определению начинается с вопросительных слов what какой, which (of) который (из), whose чей, how much сколько (с неисчисляемыми существительными), how many сколько (с исчисляемыми существительными). Они ставятся непосредственно перед определяемым существительным (или перед другим определением к этому существительному), а затем уже идет вспомогательный или модальный глагол.

What books do you like to read? Какие книги вы любите читать?
Which books will you take? Какие книги (из имеющихся) вы возьмете?

Вопрос к сказуемому

Вопрос к сказуемому является типовым ко всем предложениям: ”Что он (она, оно, они, это) делает (делал, будет делать)?”, например:
What does he do? Что он делает?

Специальные вопросы к подлежащему

Вопрос к подлежащему (как и к определению подлежащего) не требует изменения прямого порядка слов, характерного для повествовательного предложения. Просто подлежащее (со всеми его определениями) заменяется вопросительным местоимением, которое исполняет в вопросе роль подлежащего. Вопросы к подлежащему начинаются с вопросительных местоимений:

who – кто (для одушевленных существительных)
what - что (для неодушевленных существительных)
The teacher read an interesting story to the students yesterday.
Who read an interesting story to the students yesterday?

Сказуемое в таких вопросах (после who, what в роли подлежащего) всегда выражается глаголом в 3-м лице единственного числа (не забудьте про окончание -s в 3-м лице ед. числа в Present Indefinite. Правила образования -s форм см. здесь.):

Who is reading this book? Кто читает эту книгу?
Who goes to school?

Альтернативные вопросы

Альтернативный вопрос задается тогда, когда предлагается сделать выбор, отдать чему-либо предпочтение.

Альтернативный вопрос может начинаться со вспомогательного или модального глагола (как общий вопрос) или с вопросительного слова (как специальный вопрос) и должен обязательно содержать союз or - или. Часть вопроса до союза or произносится с повышающейся интонацией, после союза or - с понижением голоса в конце предложения.

Например вопрос, представляющий собой два общих вопроса, соединенных союзом or:
Is he reading or is he writing?
Did he pass the exam or did he fail?

Вторая часть вопроса, как правило, имеет усеченную форму, в которой остается (называется) только та часть, которая обозначает выбор (альтернативу):
Is he reading or writing?

Разделительные вопросы

Основными функциями разделительных вопросов являются: проверка предположения, запрос о согласии собеседника с говорящим, поиски подтверждения своей мысли, выражение сомнения.

Разделительный (или расчлененный) вопрос состоит из двух частей: повествовательной и вопросительной.

Первая часть - повествовательное утвердительное или отрицательное предложение с прямым порядком слов.

Вторая часть, присоединяемая через запятую, представляет собой краткий общий вопрос, состоящий из местоимения, заменяющего подлежащее, и вспомогательного или модального глагола. Повторяется тот вспомогательный или модальный глагол, который входит в состав сказуемого первой части. А в Present и Past Indefinite, где нет вспомогательного глагола, употребляются соответствующие формы do/ does/ did.

В второй части употребляется обратный порядок слов, и она может переводится на русский язык: не правда ли?, не так ли?, верно ведь?

1. Если первая часть вопроса утвердительная, то глагол во второй части стоит в отрицательной форме, например:

You speak French, don't you? You are looking for something, aren't you? Pete works at a plant, doesn't he?

2. Если первая часть отрицательная, то во второй части употребляется утвердительная форма, например:

It is not very warm today, is it? John doesn't live in London, does he?

Безличные предложения

Поскольку в английском языке подлежащее является обязательным элементом предложения, в безличных предложениях употребляется формальное подлежащее, выраженное местоимением it. Оно не имеет лексического значения и на русский язык не переводится.

Безличные предложения используются для выражения:

1. Явлений природы, состояния погоды: It is/(was) winter. (Была) Зима. It often rains in autumn. Осенью часто идет дождь. It was getting dark. Темнело. It is cold. Холодно. It snows. Идет снег.

2. Времени, расстояния, температуры: It is early morning. Ранее утро. It is five o'clock. Пять часов. It is two miles to the lake. До озера две мили. It is late. Поздно.

3. Оценки ситуации в предложениях с составным именным (иногда глагольным) сказуемым, за которым следует подлежащее предложения, выраженное инфинитивом, герундием или придаточным предложением: It was easy to do this. Было легко сделать это.
It was clear that he would not come. Было ясно, что он не придет.

4. С некоторыми глаголами в страдательном залоге в оборотах, соответствующих русским неопределенно-личным оборотам: It is said he will come. Говорят, он придет.

Местоимение. The Pronoun.
Классификации местоимений.

1	**personal**	личные
2	**possessive**	притяжательные
3	**demonstrative**	указательные
4	**indefinite and negative**	неопределенные и отрицательные
5	**quantifiers**	количественные
6	**reflexive**	возвратные
7	**reciprocal**	взаимные
8	**relative**	относительные
9	**defining**	определительные
10	**interrogative**	вопросительные

I. Личные (personal) местоимения

Общий падеж		**Объектный падеж**	
I	я	**me**	мне, меня
he	он	**him**	его, ему
she	она	**her**	ей, о ней
it	оно, это	**it**	ей, ему, этому
we	мы	**us**	нам, нас

they	они	**them**	им, их
you	ты, вы	**you**	тебе, вам

Внимание! He (он) и **she (она)** в английском языке можно говорить только про людей. Все остальные английские существительные (предметы, животные, явления природы, чувства и т. д.) - обозначаются – it (оно, это).

he	**she**	**it**
a boy – мальчик **a man –** мужчина **brother –** брат **father –** отец **Nick –** Николай **Mr Grey –** мистер Грей	**a girl –** девочка **a woman –** женщина **sister – с**естра **motherч–** мама **Kate –** Катя **Mrs Grey –** миссис Грей	**a cat –** кот **a wall –** стена **rain –** дождь **love –** любовь **a hand –** рука **an apple -** яблоко

Англичане говорят <u>It's me</u>, а не It's I (это я).

II. Притяжательные (possessive) местоимения

Притяжательные местоимения выражают принадлежность и имеют в английском языке **две формы** - **основную** (после этой формы обязательно требуется существительное).
Whose pen is it? - *Чья это ручка?* - **It's my pen**. - *Это моя ручка*.
И **абсолютную** (существует самостоятельно, без существительного) - **It's mine.** - *Это моя.*

Личное местоимение	**Основная форма**	**Абсолютная форма**
I – я **he –** он **she –** она **it – оно,** это **we –** мы **you –** ты, вы **they -** они	**my (toy) -** моя (игрушка) **his (toy) -** его (игрушка) **her (toy) -** ее (игрушка) **its (toy) -** его (не о человеке) **our (toy) -** наша (игрушка) **your (toy) -** ваша, твоя (игрушка) **their (toy) -** их (игрушка)	**his -** его **hers -** ее **its -** его (этого) **ours -** наша **yours -** ваша, твоя **theirs -** их

III. Указательные (demonstrative) местоимения

this (это, эта, этот) **– these** (эти) **that** (то, та, тот) **- those** (те)

IV. Неопределенные (indefinite) и отрицательные (negative) местоимения

Местоимения some, any, every, и их производные

• Если у вас есть, например, яблоки и вы знаете, сколько их, вы говорите:
I have/l have got three apples. *У меня есть 3 яблока,*
• Если вы не знаете точное количество, то используйте неопределенное местоимение **some: I have/1 have got apples.** *У меня есть несколько яблок (некоторое количество).*

Производные от неопределенных местоимений

Слово **"think"** обозначает **"вещь"** (не обязательно материальная).
Слово **"body"** обозначает **"тело".** Эти слова являются основой для целого ряда словообразований.

Thing используется для неодушевленных (что-то):

some	**thing**	**something –** *что-то, что-нибудь*
any		**anything -** *что-то, что-нибудь*
no		**nothing -** *ничего, ничто*

every	**everything -** *все*
Body/one - для одушевленных (кто-то):	
some	**somebody/someone –** *кто-то, кто-нибудь*
any	**anybody/anyone -** *кто-то, кто-нибудь*
body/one	
no	**nobody / no one -** *никого, никто*
every	**everybody /everyone –** *все, каждый*
Местоимение **some** и основа **body** должны произноситься и писаться слитно, в противном случае вместо **somebody** – *кто-то*, получится **some body** - *какое-то тело*, **Something/somebody/someone** - в утвердительных предложениях, **anything/anybody/anyone** - в отрицательных и вопросительных предложениях**, nothing/nobody/no one** – в отрицательных. **Anything/anybody/anyone** - также используются в утвердительных предложениях, но в значении *что угодно/кто угодно*	

somewhere - *где-нибудь, куда-нибудь*	**anywhere -** *где угодно*
nowhere - *нигде*	**everywhere -** *везде*

V. Количественные (quantifiers) местоимения

Many и much - оба слова обозначают **" много"**, С **исчисляемыми** существительными (теми, которые можно посчитать, можно образовать множественное число) используется слово **many**, а с **неисчисляемыми** - слово **much**.	
many girls - *много девочек* **many boys -** *много мальчиков* **many books -** *много книжек*	**much snow -** *много снега* **much money -** *много денег* **much time -** *много времени*
How many? } **сколько?** **How much?** } **сколько?**	**How many girls? -** *Сколько девочек?* **How much sugar? -** *Сколько сахара?* **How much sugar? -** *Сколько сахара?*
a lot of... - много - используется и с исчисляемыми, и с неисчисляемыми существительными a lot без (of) используется и без существительного.	girls – много девочек **a lot of** sugar - много сахара
Сравните: He writes **a lot** of funny stories**.** *Он пишет много забавных рассказов.* He writes **a lot.** *Он много пишет.*	
<u>В утвердительных</u> предложениях используйте **a lot of.** <u>В отрицательных</u> и в вопросительных **many/much,** **Сравните:** (+) My grandmother often cooks **a lot of** tasty things. *Моя бабушка часто готовит много вкусного*. (-) But we don't eat **much.** *Но мы не едим много*. (?) Do you eat much? *Вы много едите?* Иногда слова **much** и **a lot** являются синонимами слова **"часто":** Do you ski **much**? *Вы много (часто) катаетесь на лыжах?* No, not much (= not often).Нет, не часто.	

Few, little, a few, a little
С неисчисляемыми существительными используйте слово little (мало),
а с исчисляемыми - few (мало).

few books - мало книг **few girls -** мало девочек **few boys -** мало мальчиков	**little time -** мало времени **little money -** мало денег **little snow -** мало снега
little } **мало (т.е. надо еще)** **few** } **мало (т.е. надо еще)**	**a little** } **немного (т.е. пока хватает)** **a few** } **немного (т.е. пока хватает)**

VI. Возвратные (reflexive) местоимения

Возвратные местоимения образуются от личных местоимений в объектном падеже и притяжательных местоимений прибавлением **- self** в единственном числе и **- selves** во множественном числе. Возвратные местоимения используются для того, чтобы показать, что объект, названный подлежащим предложения сам совершает действие.

Личное местоимение	**Возвратное местоимение**	**Пример**	**Перевод**
I	myself	I did it myself.	Я сделал это сам
he	himself	He did it himself.	Он сделал это сам.
she	herself	She did it herself.	Она сделала это сама
you	yourself	You did it yourself.	Вы сделали это сами.
they	themselves	They did it themselves.	Они сделали это сами.
we	ourselves	We did it ourselves.	Мы сделали это сами.

VII. Взаимные (reciprocal) местоимения

Each other - друг друга (относится к двум лицам или предметам).
One another - друг друга (относится к большему количеству лиц или предметов).
They spoke to <u>each other</u> rather friendly. *Они разговаривали друг с другом довольно дружелюбно.*
They always help <u>one another</u>. *Они всегда помогают друг другу.*

VIII. Относительные (relative) местоимения

Who (whom), whose, which, that

who	**Именительный падеж <u>who</u> (подлежащее)** **The girl <u>who</u> is playing the piano is my sister.** *Девочка, которая играет на пианино, - моя сестра.*
	Объектный падеж <u>whom</u> (дополнение) **The man <u>whom</u> I love the best is your brother.** *Человек, которого я люблю больше всех, - твой брат.*
which	**Для неодушевленных предметов и животных** **The flowers <u>which</u> you brought me were pretty nice.** *Цветы, которые ты мне принес, очень милые.*
whose	**Для одушевленных существительных** **This is the man <u>whose</u> book we read yesterday.** *Это человек, книгу которого мы читали вчера.*
	Для неодушевленных существительных **We saw the tree <u>whose</u> leaves were absolutely yellow.** *Мы увидели дерево, листья которого были абсолютно желтыми.*
that	**Для одушевленных существительных** **This is the man <u>that</u> we saw yesterday.** *Это мужчина, которого мы видели вчера.*
	Для неодушевленных существительных **This is the film <u>that</u> we saw yesterday.** *Это фильм, который мы видели вчера.*

IX. Определительные (defining) местоимения

all

Употребление	**Примеры**	**Перевод**
определяет неисчисляемые	He spent **all his** time fishing on the	Он провел все свое время,

существительные	lake**.**	ловя рыбу на озере.
определяет исчисляемые существительные	**All the** boys like football. **(the после all!)**	Все мальчишки любят футбол.
all = everything	I know **all/everything.**	Я знаю всё.
all = everybody	**All** were hungry. **Everybody** was hungry.	Все были голодны. Все были голодны.
we all = ail of us you all = all of you they all = ail of them	We **all** love you very much = **All** of us love you very much.	Мы все тебя очень любим

both

Употребление	Примеры	Перевод
определяет существительные	**Both (the/my) friends like football.**	Оба моих друга любят футбол
допускается использование артикля вместо указательных местоимений после both	**Both these/the men are Russian.**	Оба (эти) мужчины - русские.
употребляется вместо существительного	**He gave me two apples. Both were sweet.**	Он дал мне два яблока. Оба были сладкими.
they both = both of them you both = both of you we both = both of us	**They both (both of them) came to visit us.**	Они оба пришли навестить нас.
в устойчивой конструкции **both...and.**	**Both mother father were at home**	И мама, и папа были дома.
в отрицательных предложениях **вместо both** используется **neither**	**Both of them know English. Neither of them know English.**	Они оба знают английский. Ни один из них не знает английского.

either/neither

	Употребление	Примеры	Перевод
either	любой из двух (артикль не ставится)	**I've got 2 cakes. Take either cake.**	У меня 2 пирожных. Возьми любое.
	каждый, оба, и тот, и другой	**There are windows on either side of the house.**	С обеих сторон дома есть окна.
	заменяет существительное (глагол в ед. числе)	**Either of dogs is always hungry.**	Любая из собак вечно голодная.
neither	отрицательное местоимение-определение (ни тот, ни другой)	**Neither of examples is correct.**	Ни один из примеров не верен.
	в констр. neither.. .nor (ни.. .ни)	**I like neither tea, nor coffee.**	Я не люблю ни чай, ни кофе.

other, another, the other, the others (другой, другие)

	Употребление	Примеры	Перевод
the other	другой (второй), другой из двух	**You've got 2 balls: one and the other.**	У тебя 2 мяча: один и другой.
another	другой из многих, еще один	**Take another ball.**	Возьми другой мяч. (Любой, но не этот.)
other	другие (любые), не последние	**Take other 2 balls.**	Возьми другие 2 мяча. (Из многих.)

the others	другие (определенные)	**There are 4 balls: 2 balls are red and the others are blue.**	Есть 4 мяча: 2 красных, а другие 2 - синие.

X. Вопросительные (interrogative) местоимения

what	что	**What's this?**	Что это?
which	который	**Which of them?**	Который из них?
who	кто, кого	**Who was that?**	Кто это был?
whom	кого	**Whom did you meet?**	Кого ты встретил?
whose	чей	**Whose book is it?**	Чья это книга?

Имя существительное. The Noun

Категории	Существительное в русском языке	Существительное в английском языке
Число	**Изменяется**	**Изменяется**
Падеж	**Изменяется**	**Не изменяется**

The Plural Form of Nouns

Образование множественного числа у английских существительных

Способ образования	Примеры	Перевод
после глухих согласных	**a book - books** **a cup - cups**	**книга - книги** **чашка - чашки**
после звонких согласных и гласных -	a name - names a girl - girls	**имя - имена** **девочка - девочки**
после шипящих, свистящих звуков -ch, -sh, -x, -s, -z: -es	a palace - palaces a bush - bushes a box - boxes a church - churches	дворец - дворцы куст - кусты коробка - коробки церковь - церкви
слово заканчивается на -y: 1) гласная +y	**a toy - toys** **a boy - boys**	игрушка - игрушки мальчик - мальчики
2) согласная + y	**a family - families** **a story - stories**	**семья - семьи** **история - истории**
слово заканчивается на *-file*	**a leaf - leaves** **a shelf - shelves**	лист - листья полка - полки

Особые случаи образования множественного числа

Ед. число	**Мн. число**	**Перевод**
man	men	мужчина - мужчины
woman	women	женщина - женщины
foot	feet	нога (стопа) - ноги (стопы)
child	children	ребенок - дети
goose	geese	гусь - гуси
mouse	mice	мышь - мыши
ox	oxen	**бык - быки**
tooth	teeth	**зуб - зубы**

Слова - заместители существительных **Substitutions: one/ones**

При повторном использовании одного и того же существительного в одном предложении, вместо него следует использовать one (в единственном числе) и ones (во множественном числе):

This table is bigger that that one - Этот стол больше, чем тот (стол).
These table are bigger than those ones. - Эти столы больше, чем те (столы).

Со словами one/ones **может быть использован артикль, если перед ними стоит прилагательное.**	
What apple do you want? **Какое ты хочешь яблоко?** **The red one. Красное.**	**What apples do you want?** **Какие яблоки ты хочешь?** **The red ones. Красные.**

Английские существительные не имеют падежных окончаний традиционно выделяют два падежа -общий и притяжательный.

Общий падеж

И. п. Эта девочка хорошо говорит по-английски.	This girl speaks English well.
Р. п. Это собака той девочки.	It's a dog of that girl.
Д. п. Я дал яблоко той девочке. .	I gave an apple to that girl.
В. п. Я вижу маленькую девочку. .	1 can see a little girl.
Т. п. Я люблю гулять с этой девочкой.	1 like to play with this girl.
П. п. Я часто думаю об этой девочке.	1 often think about this girl.

Притяжательный падеж. The Possessive Case
Образование притяжательного падежа

	Образование	**Примеры**	**Перевод**
существительные в единственном числе	**'s**	**bird's house** **child's ball**	домик птички мячик ребенка
существительные во множественном числе (группа исключений}	**'s**	**children's bail** **women's rights**	мячик детей права женщин
существительное во множественном числе	**'**	**girls' toy** **birds' house**	игрушка девочек домик птичек

Формула притяжательного падежа обычно имеют лишь одушевленные существительные, обозначающие живое существо, которому что-то принадлежит,

my mother's book - мамина книга,

this girl's bail - мячик девочки,

the bird's house - домик птички

Для того, чтобы показать принадлежность объекта неодушевленному предмету, используется предлог of:

the handle of the door (ручка (от) двери), но чаще образуется составное существительное door-handle,

Артикль. The Article

1. Неопределенный a/an (используется перед исчисляемыми существительными в единственном числе)

a cat –кот a dog –собака a boy – мальчик a girl -девочка
a teacher - учитель

2. Определенный the (может использоваться с любыми существительными)

the cat -кот the houses –дома the water -вода the weather –погода
the flowers - цветы

Если слово начинается с гласной буквы, к артиклю "a" добавляется буква "n", для того, чтобы две гласные не сливались: an apple (яблоко), an orange (апельсин), an author (автор) и т, д. Слово "an hour" (час) начинается с согласной буквы "h", но в слове эта буква не читается, т.е. слово начинается с гласного звука, поэтому к артиклю "a" также добавляется n = an

Упоминая объект впервые, перед ним ставят неопределенный артикль a/an при вторичном с упоминании того же самого объекта, перед ним ставят определенный артикль the

I see a cat, Я вижу кота (одного). The cat is black. (этот) Кот – черный.

This is a kitten. Это - котенок. (Один из многих) The kitten is hungry. (этот) Котенок - голодный.

I have a book- У меня есть книга. The book is interesting. (эта) Книга - интересная.

Неопределенный артикль a/an опускается перед исчисляемыми существительными и существительными во множественном числе.

a pen - pens (ручка - ручки) a dog - dogs (собака - собаки) a book - books (книга -книги)
- water (вода) - snow (снег) - meat (мясо)

Использование неопределенного артикля a

один из множества (любой)	This is a cat.
первое упоминание в тексте	I see a bird.
при упоминании профессии	My brother is a pilot.
в восклицательных предложениях	What a good girl! What a surprise! Such a fine room!
вместо слова один	She is coming for a weak.
в определенных конструкциях there is a... I have a… he has a... I see a... this is a... that is a… It is a... Iama… he/she is a…	There is a book here. I have got a nice coat. He has a kind smile. I see a wolf. This is a dog. That is a doctor. It is a red pen. I am a good swimmer. He/she is a tourist
в ряде устойчивых словосочетаний at a quarter.., in a loud, (a low, an angry voice) to have a good time a lot of to go for a walk such a... after a while in a day (a month, a week, a year)	Come at a quarter to 8. Don't speak to him in an angry voice. We had a good time in the country. She has got a lot of presents. Let's go for a walk. He is such a clever boy. You'll see them after a while. We are living in a day.

Использование определенного артикля the

если речь идет о конкретном лице или предмете	The pen is on the table.
при повторном упоминании того же самого объекта	I see a cat. The cat is black.
если слово обозначает нечто, существующее в единственном лице, с частями света	the sun, the moon, the Earth
со словами: only (только), main (главный), central (центральный), left (левый), right (правый), wrong (неправильный), next (следующий), last (последний), final (заключительный)	The only man I love the main road to the left, to the right It was the right answer. the final test
с порядковыми числительными	the first, the tenth

с прилагательными в превосходной степени	the kindest, the most interesting the best
с музыкальными инструментами и танцами	to play the piano, to dance the tango
с обобщающими существительными (класс людей» животных, термины, жанры)	The Britons keep their traditions.
с названиями музеев, кинотеатров, кораблей, галерей, газет, журналов	the Hermitage the Tretyakov Gallery the Avrora the Seasame Street
с названиями океанов, рек, морей, каналов, пустынь, групп, островов, штатов, горных массивов, наименований с of	the Atlantic ocean the Neva river the Black sea Changing of the Guard

Использование определенного артикля в ряде устойчивых словосочетаний

in the middle, in the corner	The table is in the middle of the room.
in the morning, In the evening, in the afternoon	I never drink coffee in the evening.
what's the use?	What's the use of going there so late?
to the cinema, to the theatre, to the shop, to the market	Do you like going to the theatre? He works at the shop.
at the cinema, at the theatre, at the shop, at the market	The fact is that I have no money at all.
the fact is (was) that...	Where is the doctor?
where is the…?	We always spend summer in the country.
in the country, to the country	

Сколько бы прилагательных-определений ни стояло перед существительным, все эти определения ставятся между артиклем и существительным: A big, black, fat cat большой, черный, толстый кот.

Случаи, когда артикль не употребляется

если, перед существительным стоит притяжательное местоимение	a pen - my pen a dog - his dog the teacher - our teacher the apple - her apple
если перед существительным стоит указательное местоимение	the cats - those cats the books - these books a mouse - this mouse
если стоит другое существительное в притяжательном падеже	a car - father's car the horse - farmer's horse a bike - brother's bike the doll - sister's doll
если перед существительным стоит, количественное числительное	5 balls, 7 bananas, 2 cats
если перед существительным стоит отрицание "no"	She has no children. I see no birds.
перед именами	Mike, Kate, Jim, etc
с названиями дней недели	Sunday, Monday, etc.
с названиями месяцев	May, December, etc.
с названиями времен года	in spring, in winter
с названиями цветов	white, etc. I like green
с названиями спортивных игр	football, chess, etc.
с названиями блюд, напитков	tea, coffee, soup, etc,
с названиями праздников	Easter, Christmas, etc.

с названиями языков, если нет слова (язык). Если есть, нужен артикль the	English, etc. I learn English, the English language
с названиями стран	Russia, France, etc НО: the USA, the United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland, the Netheriands, the Ukraine, the Congo
с названиями городов	Moscow, Paris, etc.
с названиями улиц, площадей	Trafalgar Square
с названиями парков	St James' Park, Hyde Park
с названиями мостов	Tower Bridge
с названиями одиночных гор	Kilimanjaro
с названиями озер	Loch Ness
с названиями континентов	Asia, Australia, etc.
с названиями одиночных островов	Cyprus
если перед существительными стоит вопросительное или отрицательное местоимение	what animals can swim? I know what thing you have lost!

ГЛАГОЛ (THE VERB)

Глаголом называется часть речи, обозначающая действие или состояние предмета или лица.

В английском языке признаком глагола в неопределенной форме (инфинитиве) является частица to.

По своей структуре глаголы делятся на:

1. Простые, состоящие только из одного корня:

to fire - стрелять; зажигать
to order - приказывать
to read - читать
to play - играть

2. Производные, состоящие из корня и префикса, из корня и суффикса или из корня, префикса и суффикса:

to unpack - распаковывать
to dismiss - увольнять, отпускать
to realize - представлять себе
to shorten - укорачивать (ся)
to encounter - встречать (ся), наталкивать (ся)
to regenerate - перерождаться, возрождаться

3. Сложные, состоящие из двух основ (чаще всего основы существительного или прилагательного и основы глагола):

to broadcast (broad + cast) - передавать по радио
to whitewash (white + wash) - белить

4. Составные, состоящие из глагольной основы и наречия или предлога:

to carry out - выполнять
to sit down - садиться

По значению глаголы делятся на смысловые и служебные.

1. Смысловые глаголы имеют самостоятельное значение, выражают действие или состояние: Lomonosov as a poet and scientist played a great role in the formation of the Russian literary language. Как поэт и ученый Ломоносов сыграл огромную роль в создании русского литературного языка.

2. Служебные глаголы не имеют самостоятельного значения и употребляются для образования сложных форм глагола или составного сказуемого. Они являются спрягаемым элементом сказуемого и в его формах выражается лицо, число и время. К ним относятся:

1. Глаголы-связки to be быть, to become становиться, to remain оставаться, to grow становиться, to get, to turn становиться, to look выглядеть, to keep сохраняться.

Every man is the maker of his own fortune. Каждый человек-творец своей судьбы.

2. Вспомогательные глаголы to be, to do, to have, to let, shall, will (should, would):

The kitchen was supplied with every convenience, and there was even a bath-room, a luxury the Gerhardts had never enjoyed before. На кухне имелись все удобства; была даже ванная комната- роскошь, какой Герхардты никогда до сих пор не обладали.

3. Модальные глаголы can, may, must, ought, need: He that would eat the fruit must climb the tree. Кто любит фрукты, должен влезть на дерево (чтобы сорвать). (Любишь кататься-люби и саночки возить.)

Все формы глагола в английском языке делятся на личные и неличные.

Личные формы глагола выражают время, лицо, число, наклонение. Они выполняют в предложении функцию сказуемого. К личным формам относятся все формы времен действительного и страдательного залога (изъявительного и сослагательного наклонения):

As you leave the Kremlin by Spassky Gate you come out on the Red Square. Если вы выходите из Кремля мимо Спасских Ворот, вы оказываетесь на Красной площади.

Неличные формы глагола не различаются по лицам и числам. Они не могут самостоятельно выполнять в предложении функцию сказуемого, но могут входить в его состав. К неличным формам относятся: инфинитив, причастие и герундий. Every step towards eliminating nuclear weapons is in the interests of every nation. Любой шаг в направлении уничтожения ядерного оружия служит интересам каждого государства.

Личные формы глагола в английском языке имеют три наклонения: изъявительное (the Indicative Mood), повелительное (the Imperative Mood) и сослагательное (the Subjunctive Mood).

Глаголы в изъявительном наклонении выражают реальное действие, передают факты:

His son goes to school. Его сын учится в школе.

She has written an interesting article. Она написала интересную статью.

A new building of the theatre was built in this street. На этой улице построили новое здание театра.

Глаголы в повелительном наклонении выражают приказание, просьбу, совет, запрещение, команду:

"Don't buy them", warned our cautious driver. "Не покупайте их", - предупредил наш осторожный шофер.

Undertake not what you cannot perform but be careful to keep your promise. Не беритесь за то, что не сможете выполнить, но старайтесь сдержать обещание.

Глаголы в сослагательном наклонении выражают действие не реальное, а желательное или предполагаемое: If there were no bad people, there would be no good lawyers. Если бы не было плохих людей, не было бы хороших адвокатов.

Как личные, так и неличные формы глагола имеют **два залога**: действительный (the Active Voice) и страдательный (the Passive Voice).

Глаголы в действительном залоге выражают действие, которое производится подлежащим: I inform you that I have carried out the mission. Сообщаю, что я выполнил задание.

Глаголы в страдательном залоге выражают действие, которое испытывает на себе подлежащее: I was informed that the mission had been carried out. Мне сообщили, что задание было выполнено.

Формы глагола могут выражать отношение между действием и временем. В русском языке бывают глаголы **совершенного и несовершенного вида**. **Глаголы совершенного вида** обозначают действие, которое закончено, и есть его результат:

Он прочитал эту статью с интересом.

Глаголы несовершенного вида обозначают действие, указывая на его повторяемость, длительность, незаконченность: Вчера он читал эту статью с интересом. (Но он мог и не прочитать ее).

Вид глагола в русском языке выражается либо изменением его формы, либо с помощью суффиксов и приставок. Видовые значения глагола в английском языке выражаются сочетанием вспомогательного глагола с причастием настоящего или прошедшего времени смыслового глагола.

В английском языке четыре видо-временных группы глагола: неопределенные времена (Indefinite Tenses), продолженные времена (Continuous Tenses), совершенные времена (Perfect Tenses), и совершенные продолженные времена (Perfect Continuous Tenses). В каждой временной группе три времени: настоящее (Present), прошедшее (Past), будущее (Future).

Глагол “to be”

A: Are you from England?
B: No, we aren't. We're from China.

He's Tom and she's Helen. They are friends.

Утверждение		Отрицание		Вопрос
Полная форма	Краткая форма	Полная форма	Краткая форма	Am I?
I am	I'm	I am not	I'm not	Are you?
You are	You're	You are not	You aren't	Is he?
He is	He's	He is not	He isn't	Is she?
She is	She's	She is not	She isn't	Is it?
It is	It's	It is not	It isn't	Are we?
We are	We're	We are not	We aren't	Are you?
You are	You're	You are not	You aren't	Are they?
They are	They're	They are not	They aren't	

Краткими ответами называются ответы на вопросы, начинающиеся с глагольной формы is /are; в кратком ответе содержание вопроса не повторяется. Употребляется только Yes или No, далее личное местоимение в именительном падеже и глагольная форма is (isn't) / are (aren't). Например: Are you British? No, I'm not.
Yes, I am /we are. No, I'm not/we aren't.
Yes, he/she/it is. No, he/she/it isn't.
Yes, they are. No, they aren't.

WAS/WERE

Bob is eighty. He's old and weak.
Mary, his wife is seventy-nine. She's old too.
Fifty years ago they were young. Bob was strong. He wasn't weak. Mary was beautiful. She wasn't old.
В прошедшем простом времени (past simple) глагол "to be" с личными местоимениями в именительном падеже имеет следующие формы: was для I, he, she, it и –were для –we, you, they. В вопросахwas/were ставятся перед личным местоимением в именительном падеже (I, you, he и т.д.) или существительным. Например: She was ill yesterday. -> Was she ill yesterday? Отрицания образуются путем постановки not после was/were. Например: She was not ill yesterday. She wasn't ill yesterday.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
	Полная форма	Краткая форма	
I was	I was not	I wasn’t	Was I?
You were	You were not	You weren’t	Were you?
He was	He was not	He wasn’t	Was he?

She was	She was not	She wasn’t	Was she?
It was	It was not	It wasn’t	Was it?
We were	We were not	We weren’t	Were we?
You were	You were not	You weren’t	Were you?
They were	They were not	They weren’t	Were they?

ОБОРОТ THERE IS/THERE ARE

There is a sofa in the room. There are two pictures on the wall. There isn't a TV in the room. What else is there in the room?

Мы употребляем конструкцию there is/there are, чтобы сказать, что кто-то или что-то существует или находится в определенном месте. Краткая форма there is – there’s. There are не имеет краткой формы. Например: There is (There's) a sofa in the room. There are four children in the garden.

Вопросительная форма: Is there? Are there? Например: Is there a restaurant in the town? Are there any apples in the basket?

Отрицательная форма: There isn’t …/There aren’t … Например: There is not / isn't a man in the room. There are not/aren't any cars in the street.

Краткие ответы строятся с помощью Yes, there is/are или No, there isn't / aren't. Содержание вопроса не повторяется.

Yes, there is. No, there isn't.

Yes, there are. No, there aren't.

Мы употребляем there is / there are, чтобы сказать, что что-то существует или находится в определенном месте, it is / they are - когда уже упоминали об этом. Например: There is a house in the picture.

It is a big house. (Но не: It's a house in the picture.)

There are three books on the desk.

They are history books. (Но не: They are three books on the desk.)

Конструкция There was/There were

This is a modern town today.

There are a lot of tall buildings and shops. There are cars and there isn't much peace and quiet.

This is the same town fifty years ago.

There weren't any tall buildings. There were some old houses. There weren't many cars and there wasn't much noise.

Конструкция There was/There were - это There is / There are в форме past simple. There was употребляется с существительными в единственном числе. Например: There was a post office in the street thirty years ago. There were употребляется с существительными во множественном числе. Например: There were a few houses in the street thirty years ago.

В вопросах was/were ставятся перед there. Например: Was there a post office in the street thirty years ago? Were there any houses in the street thirty years ago?

Отрицания строятся путем постановки not после was / were. Например: There was not / wasn't a post office in the street thirty years ago. There were not / weren't any houses in the street thirty years ago.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
	Полная форма	Краткая форма	
There was	There was not	There wasn't	Was there?
There were	There were not	There weren't	Were there?

Краткие ответы строятся с помощью Yes или No и there was/there were. Содержание вопроса не повторяется.

Was there a book on the desk? Yes, there was. No, there wasn't.

Were there any people in the shop? Yes, there were. No, there weren't.

Глагол Have got

A bird has got a beak, a tail and wings.
Has she got long hair? No, she hasn't. She's got short hair.
What have they got? They've got roller blades. They haven't got skateboards.
She has got a headache.

Have (got) используется:

а) чтобы показать, что что-то принадлежит кому-то. Например: He's got a ball.
б) при описании людей, животных или предметов. Например: She's got blue eyes.
в) в следующих высказываниях: I've got a headache. I've got a temperature. I've got a cough, I've got a toothache, I've got a cold, I've got a problem.

Утверждение		Отрицание		Вопрос
Полная форма	Краткая форма	Полная форма	Краткая форма	Have I (got)?
I have (got)	I've (got)	I have not (got)	I haven't (got)	Have you (got)?
You have (got)	You've (got)	You have not (got)	You haven't (got)	Has he (got)?
He has (got)	He's (got)	He has not (got)	He hasn't (got)	Has she (got)?
She has (got)	She's (got)	She has not (got)	She hasn't (got)	Has it (got)?
It has (got)	It's (got)	It has not (got)	It hasn't (got)	Have we (got)?
We have (got)	We've (got)	We have not (got)	We haven't (got)	Have you (got)?
You have (got)	You've (got)	You have not (got)	You haven't (got)	Have they (got)?
They have (got)	They've (got)	They have not (got)	They haven't (got)	

Had

Grandpa, did you have a TV when you were five?
No, I didn't. People didn't have TV's then. They had radios.

Have (had) в past simple имеет форму Had для всех лиц.

Вопросы строятся с помощью вспомогательного глагола did, личного местоимения в именительном падеже и глагола - have. Например: Did you have many toys when you were a child? Отрицания строятся с помощью did not и have. Например: I did not / didn't have many toys when I was a child.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
	Полная форма	Краткая форма	
I had	I did not have	I didn't have	Did I have?
You had	You did not have	You didn't have	Did you have?
He had	He did not have	He didn't have	Did he have?
She had	She did not have	She didn't have	Did she have?
It had	It did not have	It didn't have	Did it have?
We had	We did not have	We didn't have	Did we have?
You had	You did not have	You didn't have	Did you have?
They had	They did not have	They didn't have	Did they have?

Имя прилагательное. The Adjective

Категории	**Прилагательное в русском языке**	**Прилагательное в английском языке**
Число	изменяется	не изменяется
Род	изменяется	не изменяется
Падеж	изменяется	не изменяется

Образование имен прилагательных

Имена прилагательные бывают: **простые и производные**
К **простым** именам прилагательным относятся прилагательные, не имеющие в своем составе

ни приставок, ни суффиксов: small - *маленький***, long -** *длинный***, white -** *белый***.**
К **производным** именам прилагательным относятся прилагательные, имеющие в своем составе **суффиксы** или **приставки**, или одновременно и те, и другие.

Суффиксальное образование имен прилагательных

Суффикс	Пример	Перевод
- ful	use**ful** doubt**ful**	**полезный** **сомневающийся**
- less	help**less** use**less**	**беспомощный** **бесполезный**
- ous	fam**ous** danger**ous**	**известный** **опасный**
- al	form**al** centr**al**	**формальный** **центральный**
- able	eat**able** cap**able**	**съедобный** **способный**

Приставочный способ образования имен прилагательных

Приставка	Пример	Перевод
un -	**un**cooked **un**imaginable	**невареный** **невообразимый**
in -	**in**capable **in**human	**неспособный** **негуманный**
il -	**il**legal **il**liberal	**нелегальный** **необразованный**
im -	**im**possible **im**practical	**невозможный** **непрактичный**
dis -	**dis**honest **dis**agreeble	**бесчестный** **неприятный**
ir -	**ir**regular **ir**responsible	**неправильный** **безответственный**
Некоторые имена прилагательные являются составными и образуются из двух слов, составляющих одно понятие: **light-haired –** светловолосый, **snow-white –** белоснежный.		

Прилагательные, оканчивающиеся на – ed и на - ing

- ed	**- ing**
Описывают чувства и состояния	**Описывают предметы, вещи, занятия, вызывающие эти чувства**
interested – интересующийся, заинтересованный	**interesting -** интересный
bored - скучающий	**boring -** скучный
surprised - удивленный	**surprising -** удивительный

Степени сравнения прилагательных

Английские прилагательные не изменяются ни по числам, ни по родам, но у них есть **формы степеней сравнения.**
Имя прилагательное в английском языке имеет **три формы** степеней сравнения:
- положительная степень сравнения **(Positive Degree);**
- сравнительная степень сравнения **(Comparative Degree);**
- превосходная степень сравнения **(Superlative Degree).**

Основная форма прилагательного - положительная степень. Форма сравнительной и

превосходной степеней обычно образуется от формы положительной степени одним из следующих способов:

1. -er. -est

Односложные прилагательные образуют **сравнительную степень** путем прибавления **к форме прилагательного в положительной степени** суффикса **- er.** Примерно, тоже самое мы делаем и в русском языке **-** добавляем "е" (большой - больше, холодный - холоднее).

Превосходная степень образуется путем прибавления суффикса **- est. Артикль the обязателен!!!**

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
cold - холодный	cold**er -** холоднее	the cold**est -** самый холодный
big - большой	bigg**er -** больше	the bigg**est -** самый большой
kind - добрый	kind**er -** добрее	the kind**est -** самый добрый

По этому же способу образуются степени сравнения двусложных прилагательных оканчивающихся на **-y, -er, -ow, -ble:**

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
clever — умный	clever**er - умнее**	**the** clever**est - самый умный**
easy - простой	eas**ier - проще**	**the** easi**est - самый простой**
able - способный	abl**er - способнее**	**the** abl**est - самый способный**
busy - занятой	bus**ier - более занятой**	**the** busi**est - самый занятой**

При образовании степеней сравнения посредством суффиксов **– er и – est** соблюдаются следующие **правила орфографии:**

Если прилагательное заканчивается на немое **"e" ,** то при прибавлении **– er и – est немое "e" опускается:**

large **–** larg**er - the** larg**est /** большой – больше – самый большой

brav**e –** brav**er – the** brav**est /** смелый – смелее – самый смелый

Если прилагательное заканчивается **на согласную с предшествующим кратким гласным звуком,** то в сравнительной и превосходной степени **конечная согласная буква удваивается:**

big – bigg**er –** bigg**est /** большой – больше – самый большой

hot – hott**er –** hott**est /** горячий – горячее – самый горячий

thin – thinn**er –** thinn**est /** тонкий – тоньше – самый тонкий

Если прилагательное **заканчивается на "y" с предшествующей согласной,** то в сравнительной и превосходной степени **"y" переходит в "i":**

busy – bus**ier – bus**iest / **занятой – более занятой – самый занятой**

easy – eas**ier –** eas**iest / простой – проще – самый простой**

2. more, the most

Большинство двусложных прилагательных и прилагательных, состоящих из трех и более слогов, образуют сравнительную степень при помощи слова **more**, а **превосходную** – при помощи слова **most**.

Эти слова ставятся перед именами прилагательными в положительной степени:

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
beautiful - красивый	**more beautiful -** красивее	**the most beautiful** - самый красивый
interesting – интересный	**more interesting -** интереснее	**the most interesting** - самый интересный
important - важный	**more important -** важнее	**the most important** - самый важный

Особые формы

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень

good - хороший **bad -** плохой **little -** маленький **much/many -** много **far -** далекий/далеко **old -** старый	**better -** лучше **worse -** хуже **less -** меньше **more -** больше **farther/further -** дальше **older/elder -** старше	**the best -** самый лучший **the worst -** самый плохой **the least -** самый маленький, меньше всего **the most -** больше всего **the farthest/furthest -** самый дальний **the oldest/eldest -** самый старый

3. less. the least

Для выражения **меньшей** или **самой низкой степени** качества предмета по сравнению с другими предметами употребляются соответствующие слова **less** – менее и **the least** – наименее, которые ставятся перед прилагательными в форме положительной степени.

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
beautiful – красивый **interesting -** интересный **important -** важный	**less beautiful -** менее красивый **less interesting –** менее интересный **less important -** менее важный	**the least beautiful –** самый некрасивый **the least interesting –** самый неинтересный **the least important –** самый неважный

Другие средства сравнения двух предметов или лиц

Конструкция	Комментарий	Примеры
As…as (такой же, так же)	**Для сравнения двух объектов одинакового качества**	He is **as** a strong **as** a lion Он такой же сильный, как лев. She is **as** clever **as** an owl**.** Она такая же умная, как сова.
Not so…as (не такой, как)	**в отрицательных предложениях**	He is **not so** strong **as** a lion. Он не такой сильный, как лев**.** She is **not so** clever **as** an owl. Она не такая умная, как сова.
The…the (с двумя сравнительными степенями)	**показывает зависимость одного действия от другого**	**The more** we are together **the happier** we are. Чем больше времени мы проводим вместе, тем счастливее мы становимся. **The more** I learn this rule **the less** I understand it. Чем больше я учу это правило, тем меньше я его понимаю.

Особые замечания об употреблении сравнительных и превосходных степеней имен прилагательных:

- Сравнительная степень может быть усилена употреблением перед ней слов со значением **«гораздо, значительно»:**

His new book is **much more** interesting than previous one. *Его новая книга гораздо более интересная, чем предыдущая.*

This table **is more** comfortable than **that one**. *Этот стол более удобный чем тот.*

- После союзов **than** и **as** используются либо личное местоимение в именительном падеже с глаголом, либо личное местоимение в объектном падеже:

I can run **as** fast **as** him **(as he can).** *Я могу бегать так же быстро, как он.*

Числительное. The numeral

Перед **сотнями, тысячами, миллионами** обязательно называть их количество, даже если всего одна сотня или одна тысяча:

126 – one hundred twenty six

1139 – one thousand one hundred and thirty nine

В составе числительных – сотни, тысячи и миллионы не имеют окончания множественного числа: **two hundred – 200, three thousand – 3000, и т.д.**

НО: окончание множественного числа добавляется hundred, thousand, million, когда они выражают неопределенное количество сотен, тысяч, миллионов. В этом случае после них употребляется существительное с предлогом **"of":**

hundreds of children – сотни детей

thousands of birds- тысячи птиц

millions of insects – миллионы насекомых

Начиная с 21, числительные образуются так же как в русском языке:

20+1=21 (twenty + one = **twenty one**)

60+7=67 (sixty + seven = **sixty seven**) и т.д.

Как читать даты

1043	ten forty-three
1956	nineteen fifty-six
1601	sixteen o one
2003	two thousand three
В 2003 году	in two thousand three
1 сентября	the first of September
23 февраля	the twenty-third of February

ДРОБНЫЕ ЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ (FRACTIONAL NUMERALS)

В простых дробях (Common Fractions) числитель выражается количественным числительным, а знаменатель порядковым:

1/7- one seventh одна седьмая

При чтении простых дробей, если числитель их больше единицы, к знаменателю прибавляется окончание множественного числа -s:

2/4 - two fourths - две четвертых

2/3 -two thirds - две третьих

3 1/5 - three and one fifth - три целых и одна пятая

1/2 - one second, a second, one half, a half - одна вторая, половина

1/4 -one fourth, a fourth, one quarter, a quarter - одна четвертая, четверть

В десятичных дробях (Decimal Fractions) целое число отделяется точкой, и каждая цифра читается отдельно. Нуль читается nought [no:t] (в США - zero ['zierou]).

4.25 four point twenty-five; four point two five

0.43 nought point forty-three; nought point four three

Существительные, следующие за дробью, имеют форму единственного числа, и перед ними при чтении ставится предлог -of:

2/3 metre- two thirds of a metre

две третьих метра

0.05 ton - nought point nought five of a ton

ноль целых пять сотых тонны

Существительные, следующие за смешанным числом, имеют форму множественного числа и читаются без предлога of:

35 1 /9 tons -thirty-five and one ninth tons

14.65 metres -one four (или fourteen) point six five (или sixty-five) metres

В обозначениях номеров телефонов каждая цифра читается отдельно, нуль здесь читается [ou]:
224-58-06 ['tu:'tu:'fo:'faiv'eit'ou'siks]

Образование видовременных форм глагола в активном залоге

Present Simple употребляется для выражения:

1. постоянных состояний,

2. повторяющихся и повседневных действий (часто со следующими наречиями: always, never, usually и т.д.). Mr Gibson is a businessman. He lives in New York, (постоянное состояние) He usually starts work at 9 am. (повседневное действие) He often stays at the office until late in the evening, (повседневное действие)

3. непреложных истин и законов природы, The moon moves round the earth.

4. действий, происходящих по программе или по расписанию (движение поездов, автобусов и т.д.). The bus leaves in ten minutes.

Маркерами present simple являются: usually, always и т.п., every day / week / month / year и т.д., on Mondays I Tuesdays и т.д., in the morning / afternoon / evening, at night / the weekend и т.д.

Present Continuous употребляется для выражения:

1. действий, происходящих в момент речи He is reading a book right now.

2. временных действий, происходящих в настоящий период времени, но не обязательно в момент речи She is practising for a concert these days. (В данный момент она не играет. Она отдыхает.)

3. действий, происходящих слишком часто и по поводу которых мы хотим высказать раздражение или критику (обычно со словом "always") "You're always interrupting me!"(раздражение)

4. действии, заранее запланированных на будущее. He is flying to Milan in an hour. (Это запланировано.)

Маркерами present continuous являются: now, at the moment, these days, at present, always, tonight, still и т.д.

Во временах **группы Continuous** обычно **не употребляются** глаголы:

1. выражающие восприятия, ощущения (see, hear, feel, taste, smell), Например: This cake tastes delicious. (Но не: This cake is tasting delicious)

2. выражающие мыслительную деятельность [know, think, remember, forget, recognize(ze), believe, understand, notice, realise(ze), seem, sound и др.],
Например: I don't know his name.

3. выражающие эмоции, желания (love, prefer, like, hate, dislike, want и др.), Например: Shirley loves jazz music.

4. include, matter, need, belong, cost, mean, own, appear, have (когда выражает принадлежность) и т.д. Например: That jacket costs a tot of money. (Но не: That jacket is costing a lot of money.)

Present perfect употребляется для выражения:

1. действий, которые произошли в прошлом в неопределенное время. Конкретное время действия не важно, важен результат, Kim has bought a new mobile phone. (Когда она его купила? Мы это не уточняем, поскольку это не важно. Важного, что у нее есть новый мобильный телефон.)

2. действий, которые начались в прошлом и все еще продолжаются в настоящем, We has been a car salesman since /990. (Он стал продавцом автомобилей в 1990 году и до сих пор им является.)

3. действий, которые завершились совсем недавно и их результаты все еще ощущаются в настоящем. They have done their shopping. (Мы видим, что они только что сделали покупки, поскольку они выходят из супермаркета с полной тележкой.)

4. Present perfect simple употребляется также со словами "today", "this morning / afternoon" и т.д., когда обозначенное ими время в момент речи еще не истекло. He has made ten photos this morning. (Сейчас утро. Указанное время не истекло.)

К маркерам present perfect относятся: for, since, already, just, always, recently, ever, how long, yet, lately, never, so far, today, this morning/ afternoon / week / month / year и т.д.

Present perfect continuous употребляется для выражения:

1. действий, которые начались в прошлом и продолжаются в настоящее время He has been painting the house for three days. (Он начал красить дом три дня назад и красит его до сих пор.)

2. действий, которые завершились недавно и их результаты заметны (очевидны) сейчас. They're tired. They have been painting the garage door all morning. (Они только что закончили красить. Результат их действий очевиден. Краска на дверях еще не высохла, люди выглядят усталыми.)

Примечание.

1. С глаголами, не имеющими форм группы Continuous, вместо present perfect continuous употребляется present perfect simple. Например: I've known Sharon since we were at school together. (А не: I've been knowing Sharon since we were at school together.)

2. С глаголами live, feel и work можно употреблять как present perfect continuous, так и present perfect simple, при этом смысл предложения почти не изменяется.

Например: He has been living/has lived here since 1994.

К маркерам present perfect continuous относятся: for. since. all morning/afternoon/week/day и т.д., how long (в вопросах).

Past simple употребляется для выражения:

1. действий, произошедших в прошлом в определенное указанное время, то есть нам известно, когда эти действия произошли, They graduated four years ago. (Когда они закончили университет? Четыре года назад. Мы знаем время.)

2. повторяющихся в прошлом действий, которые более не происходят. В этом случае могут использоваться наречия частоты (always, often, usually и т.д.), He often played football with his dad when he was five. (Но теперь он уже не играет в футбол со своим отцом.) Then they ate with their friends.

3. действий, следовавших непосредственно одно за другим в прошлом.

They cooked the meal first.

4. Past simple употребляется также, когда речь идет о людях, которых уже нет в живых. Princess Diana visited a lot of schools.

Маркерами past simple являются: yesterday, last night / week / month / year I Monday и т.д., two days I weeks I months I years ago, then, when, in 1992 и т.д.

People used to dress differently in the past. Women used to wear long dresses. Did they use to carry parasols with them? Yes, they did. They didn't use to go out alone at night.

• **Used to** (+ основная форма глагола) употребляется для выражения привычных, повторявшихся в прошлом действий, которые сейчас уже не происходят. Эта конструкция не изменяется по лицам и числам. Например: Peter used to eat a lot of sweets. (= Peter doesn't eat many sweets any more.) Вопросы и отрицания строятся с помощью did / did not (didn't), подлежащего и глагола "use" без -d.

Например: Did Peter use to eat many sweets? Mary didn't use to stay out late.

Вместо "used to" можно употреблять past simple, при этом смысл высказывания не изменяется. Например: She used to live in the countryside. = She lived in the countryside.

Отрицательные и вопросительные формы употребляются редко.

Past continuous употребляется для выражения:

1. временного действия, продолжавшегося в прошлом в момент, о котором мы говорим. Мы не знаем, когда началось и когда закончилось это действие, At three o'clock yesterday

afternoon Mike and his son were washing the dog. (Мы не знаем, когда они начали и когда закончили мыть собаку.)

2. временного действия, продолжавшегося в прошлом (longer action) в момент, когда произошло другое действие (shorter action). Для выражения второго действия (snorter action) мы употребляем past simple, He was reading a newspaper when his wife came, (was reading = longer action: came = shorter action)

3. двух и более временных действий, одновременно продолжавшихся в прошлом. The people were watching while the cowboy was riding the bull.

4. Past continuous употребляется также для описания обстановки, на фоне которой происходили события рассказа (повествования). The sun was shining and the birds were singing. Tom was driving his old truck through the forest.

Маркерами past continuous являются: while, when, as, all day / night / morning и т.д.
when/while/as + past continuous (longer action) when + past simple (shorter action)

Past perfect употребляется:

1. для того, чтобы показать, что одно действие произошло раньше другого в прошлом. При этом то действие, которое произошло раньше, выражается past perfect simple, а случившееся позже - past simple,
They had done their homework before they went out to ptay yesterday afternoon. (=They did their homework first and then they went out to ptay.)

2. для выражения действий, которые произошли до указанного момента в прошлом,
She had watered all the flowers by five o'clock in the afternoon.
(=She had finished watering the flowers before five o'clock.)

3. как эквивалент present perfect simple в прошлом. То есть, past perfect simple употребляется для выражения действия, которое началось и закончилось в прошлом, а present perfect simple - для действия, которое началось в прошлом и продолжается (или только что закончилось) в настоящем. Например: Jill wasn't at home. She had gone out. (Тогда ее не было дома.) ЛИ isn 't at home. She has gone out. (Сечас ее нет дома.)

К маркерам past perfect simple относятся: before, after, already, just, till/until, when, by, by the time и т.д.

Future simple употребляется:

1. для обозначения будущих действий, которые, возможно, произойдут, а возможно, и нет, We'll visit Disney World one day.

2. для предсказаний будущих событий (predictions), Life will be better fifty years from now.

3. для выражения угроз или предупреждений (threats / warnings), Stop or I'll shoot.

4. для выражения обещаний (promises) и решений, принятых в момент речи (on-the-spot decisions), I'll help you with your homework.

5. с глаголами hope, think, believe, expect и т.п., с выражениями I'm sure, I'm afraid и т.п., а также с наречиями probably, perhaps и т.п. / think he will support me. He will probably go to work.

К маркерам future simple относятся: tomorrow, the day after tomorrow, next week I month / year, tonight, soon, in a week / month year и т.д.

ПРИМЕЧАНИЕ

Future simple не употребляется после слов while, before, until, as soon as, after, if и when в придаточных предложениях условия и времени. В таких случаях используется present simple. Например: I'll make a phone call while I wait for you. (А не:... whilo I will wait for you.) Please phone me when you finish work.

В дополнительных придаточных предложениях после "when" и "if" возможно употребление future simple. Например: I don't know when I if Helen will be back.

He is going to throw the ball.

Be going to употребляется для:

1. выражения заранее принятых планов и намерений на будущее,
Например: Bob is going to drive to Manchester tomorrow morning.

2. предсказаний, когда уже есть доказательства того, что они сбудутся в близком будущем. Например: Look at that tree. It is going to fall down.

We use the **future continuous**:

a) for an action which will be in progress at a stated for an action which will be future time. *This time next week, we'll be cruising round the islands.*

b) for an action which will definitely happen in the future as the result of a routine or arrangement. *Don't call Julie. I'll be seeing her later, so I'll pass the message on.*

c) when we ask politely about someone's plans for the near future (what we want to know is if our wishes fit in with their plans.) *Will you be using the photocopier for long?*
No. Why?
I need to make some photocopies.

We use the **future perfect**:

1. For an action which will be finished before a stated future time. *She will have delivered all the newspapers by 8 o'clock.*

2. The future perfect is used with the following time expressions: before, by, by then, by the time, until/till.

We use the **future perfect continuous**:

1. to emphasize the duration of an action up to a certain time in the future. *By the end of next month, she will have been teaching for twenty years.*

The future perfect continuous is used with: by... for.

Практическая работа также направлена на проверку сформированности грамматического навыка в рамках тем: модальные глаголы и их эквиваленты, образование видовременных форм глагола в пассивном залоге, основные сведения о согласовании времён, прямая и косвенная речь, неличные формы глагола: инфинитив, причастия, герундий, основные сведения о сослагательном наклонении.

Распределение выше указанных тем в учебнике:

- Агабекян И. П. Английский язык для бакалавров: учебное пособие для студентов вузов / И. П. Агабекян. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2017. - 384 с.: ил. - (Высшее образование) (200 экз. в библиотеке УГГУ) и учебнике:

- Журавлева Р.И. Английский язык: учебник: для студентов горно-геологических специальностей вузов / Р. И. Журавлева. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2013. - 508 с. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 502 (192 экз. в библиотеке УГГУ) представлено в таблице:

Название темы	***Страницы учебников***	
	Агабекян И. П.	*Журавлева Р.И.*
Модальные глаголы и их эквиваленты	295	47
Образование видовременных форм глагола в пассивном залоге	236	71, 115
Основные сведения о согласовании времён	323-328	269
Прямая и косвенная речь	324	268
Неличные формы глагола: инфинитив, причастия, герундий	311-322	132, 162, 173, 192, 193
Основные сведения о сослагательном наклонении	329	224

Модальные глаголы

Глаголы	**Значение**	**Примеры**
CAN	физическая или умственная возможность/умение	I can swim very well. – Я очень хорошо умею плавать.
	возможность	You can go now. — Ты можешь идти сейчас.You cannot play

		football in the street. – На улице нельзя играть в футбол.
	вероятность	They can arrive any time. – Они могут приехать в любой момент.
	удивление	Can he have said that? – Неужели он это сказал?
	сомнение, недоверчивость	She can't be waiting for us now. – Не может быть, чтобы она сейчас нас ждала.
	разрешение	Can we go home? — Нам можно пойти домой?
	вежливая просьба	Could you tell me what time it is now? – Не могли бы вы подсказать, который сейчас час?
MAY	разрешение	May I borrow your book? – Я могу одолжить у тебя книгу?
	предположение	She may not come. – Она, возможно, не придет.
	возможность	In the museum you may see many interesting things. – В музее вы можете увидеть много интересных вещей.
	упрек – только **MIGHT (+ perfect infinitive)**	You might have told me that. – Ты мог бы мне это сказать.
MUST	обязательство, необходимость	He must work. He must earn money. – Он должен работать. Он должен зарабатывать деньги.
	вероятность (сильная степень)	He must be sick. — Он, должно быть, заболел.
	запрет	Tourists must not feed animals in the zoo. — Туристы не должны кормить животных в зоопарке.
SHOULD OUGHT TO	моральное долженствование	You ought to be polite. – Вы должны быть любезными.
	совет	You should see a doctor. – Вам следует сходить к врачу.
	упрек, запрет	You should have taken the umbrella. – Тебе следовало взять с собой зонт.
SHALL	указ, обязанность	These rules shall apply in all circumstances. – Эти правила будут действовать при любых обстоятельствах.
	угроза	You shall suffer. — Ты будешь страдать.
	просьба об указании	Shall I open the window? – Мне открыть окно?
WILL	готовность, нежелание/отказ	The door won't open. — Дверь не открывается.
	вежливая просьба	Will you go with me? – Ты сможешь пойти со мной?
WOULD	готовность, нежелание/отказ	He would not answer this question. – Он не будет отвечать на этот вопрос.
	вежливая просьба	Would you please come with me? — Не могли бы вы пройти со мной.
	повторяющееся/привычное действие	We would talk for hours. – Мы беседовали часами.
NEED	необходимость	Do you need to work so hard? – Тебе надо столько работать?
NEEDN'T	отсутствие необходимости	She needn't go there. — Ей не нужно туда идти.
DARE	Посметь	How dare you say that? – Как ты смеешь такое говорить?

Модальные единицы эквивалентного типа		
to be able (to) = can	Возможность соверш-я конкрет-го дей-ия в опред. момент	She **was able** to change the situation then. (Она тогда была в состоянии (могла) изменить ситуацию).
to be allowed (to) = may	Возмож-ть совер-ия дей-ия в наст.-м, прош-ом или буд-ем + оттенок разрешения	My sister **is allowed to** play outdoors. (Моей сестре разрешается играть на улице).
to have (to)= ought, must, should	Необходимость совер-я дей-я в наст.-м, прош-ом или буд-ем при опред-х об-вах	They **will have to** set up in business soon. (Им вскоре придется открыть свое дело).
to be (to)= ought, must, should	Необходимость совер-я дей-я в наст.-м, прош-ом при наличии опред. планов, распис-ий и т.д.	We **are to** send Nick about his business. (Мы должны (= планируем) выпроводить Ника)

Страдательный залог (Passive Voice)

образуется при помощи вспомогательного глагола to be в соответствующем времени, лице и числе и причастия прошедшего времени смысл. глагола – Participle II (III –я форма или ed-форма).

В страдательном залоге не употребляются:

1) Непереходные глаголы, т.к. при них нет объекта, который испытывал бы воздействие, то есть нет прямых дополнений которые могли бы стать подлежащими при глаголе в форме Passive.

Переходными в англ. языке называются глаголы, после которых в действительном залоге следует прямое дополнение; в русском языке это дополнение, отвечающее на вопросы винительного падежа – кого? что?: to build строить, to see видеть, to take брать, to open открывать и т.п.

Непереходными глаголами называются такие глаголы, которые не требуют после себя прямого дополнения: to live жить, to come приходить, to fly летать, cry плакать и др.

2) Глаголы-связки: be – быть, become – становиться/стать.

3) Модальные глаголы.

4) Некоторые переходные глаголы не могут использоваться в страдательном залоге. В большинстве случаев это глаголы состояния, такие как:

to fit годиться, быть впору to have иметь to lack не хватать, недоставать to like нравиться
to resemble напоминать, быть похожим to suit годиться, подходить и др.

При изменении глагола из действительного в страдательный залог меняется вся конструкция предложения:

- дополнение предложения в Active становится подлежащим предложения в Passive;
- подлежащее предложения в Active становится предложным дополнением, которое вводится предлогом by или вовсе опускается;
- сказуемое в форме Active становится сказуемым в форме Passive.

Особенности употребления форм Passive:

1. Форма Future Continuous не употребляется в Passive, вместо нее употребляется Future Indefinite:

At ten o'clock this morning Nick will be writing the letter. –At ten o'clock this morning the letter will be written by Nick.

2. В Passive нет форм Perfect Continuous, поэтому в тех случаях, когда нужно передать в Passive действие, начавшееся до какого-то момента и продолжающееся вплоть до этого момента, употребляются формы Perfect:

He has been writing the story for three months. The story has been written by him for three months.

3. Для краткости, во избежание сложных форм, формы Indefinite (Present, Past, Future) часто употребляются вместо форм Perfect и Continuous, как в повседневной речи так и в художественной литературе. Формы Perfect и Continuous чаще употребляются в научной литературе и технический инструкциях.

This letter has been written by Bill. (Present Perfect)
This letter is written by Bill. (Present Indefinite – более употребительно)
Apples are being sold in this shop. (Present Continuous)
Apples are sold in this shop. (Present Indefinite – более употребительно)

4. Если несколько однотипных действий относятся к одному подлежащему, то вспомогательные глаголы обычно употребляются только перед первым действием, например: The new course will be sold in shops and ordered by post.

Прямой пассив (The Direct Passive)

Это конструкция, в которой подлежащее предложения в Passive соответствует прямому дополнению предложения в Active. Прямой пассив образуется от большинства переходных глаголов.

I gave him a book. Я дал ему книгу. A book was given to him. Ему дали книгу. (или Книга была дана ему)

The thief stole my watch yesterday. Вор украл мои часы вчера.
My watch was stolen yesterday. Мои часы были украдены вчера.

В английском языке имеется ряд переходных глаголов, которые соответствуют непереходным глаголам в русском языке. В английском они могут употребляться в прямом пассиве, а в русском – нет. Это:to answer отвечать кому-л.
to believe верить кому-л. to enter входить (в) to follow следовать (за) to help помогать кому-л.
to influence влиять (на) to join присоединяться to need нуждаться to watch наблюдать (за)

Так как соответствующие русские глаголы, являясь непереходными, не могут употребляться в страдательном залоге, то они переводятся на русский язык глаголами в действительном залоге:
Winter is followed by spring.

А при отсутствии дополнения с предлогом by переводятся неопределенно-личными предложениями: Your help is needed.

Косвенный пассив (The Indirect Passive)

Это конструкция, в которой подлежащее предложения в Passive соответствует косвенному дополнению предложения в Active. Она возможна только с глаголами, которые могут иметь и прямое и косвенное дополнения в действительном залоге. Прямое дополнение обычно означает предмет (что?), а косвенное – лицо (кому?).

С такими глаголами в действительном залоге можно образовать две конструкции:

а) глагол + косвенное дополнение + прямое дополнение;

б) глагол + прямое дополнение + предлог + косвенное дополнение:

а) They sent Ann an invitation.- Они послали Анне приглашение.
б) They sent an invitation to Ann. - Они послали приглашение Анне.

В страдательном залоге с ними также можно образовать две конструкции – прямой и косвенный пассив, в зависимости от того, какое дополнение становится подлежащим предложения в Passive. К этим глаголам относятся:to bring приносить
to buy покупать to give давать to invite приглашать to leave оставлять
to lend одалживать to offer предлагать to order приказывать to pay платить
to promise обещать to sell продавать to send посылать to show показывать
to teach учить to tell сказать и др.
Например: Tom gave Mary a book. Том дал Мэри книгу.
Mary was given a book. Мэри дали книгу. (косвенный пассив – более употребителен)
A book was given to Mary. Книгу дали Мэри. (прямой пассив – менее употребителен)

Выбор между прямым или косвенным пассивом зависит от смыслового акцента, вкладываемого в последние, наиболее значимые, слова фразы:
John was offered a good job. (косвенный пассив) Джону предложили хорошую работу.
The job was offered to John. (прямой пассив) Работу предложили Джону.

Глагол to ask спрашивать образует только одну пассивную конструкцию – ту, в которой подлежащим является дополнение, обозначающее лицо (косвенный пассив):
He was asked a lot of questions. Ему задали много вопросов.

Косвенный пассив невозможен с некоторыми глаголами, требующими косвенного дополнения (кому?) с предлогом to. Такое косвенное дополнение не может быть подлежащим в Passive, поэтому в страдательном залоге возможна только одна конструкция – прямой пассив, то есть вариант: Что? объяснили, предложили, повторили…Кому? Это глаголы:to address адресовать
to describe описывать to dictate диктовать to explain объяснять to mention упоминать
to propose предлагать to repeat повторять to suggest предлагать to write писать и др.

Например: The teacher explained the rule to the pupils. – Учитель объяснил правило ученикам. The rule was explained to the pupils. – Правило объяснили ученикам. (Not: The pupils was explained…)

Употребление Страдательного залога

В английском языке, как и в русском, страдательный залог употр. для того чтобы:

1. Обойтись без упоминания исполнителя действия (70% случаев употребления Passive) в тех случаях когда:

а) Исполнитель неизвестен или его не хотят упоминать:
He was killed in the war. Он был убит на войне.

б) Исполнитель не важен, а интерес представляет лишь объект воздействия и сопутствующие обстоятельства:
The window was broken last night. Окно было разбито прошлой ночью.

в) Исполнитель действия не называется, поскольку он ясен из ситуации или контекста:
The boy was operated on the next day. Мальчика оперировали на следующий день.

г) Безличные пассивные конструкции постоянно используются в научной и учебной литературе, в различных руководствах: The contents of the container should be kept in a cool dry place. Содержимое упаковки следует хранить в сухом прохладном месте.

2. Для того, чтобы специально привлечь внимание к тому, кем или чем осуществлялось действие. В этом случае существительное (одушевленное или неодушевленное.) или местоимение (в объектном падеже) вводится предлогом by после сказуемого в Passive.

В английском языке, как и в русском, смысловой акцент приходится на последнюю часть фразы. He quickly dressed. Он быстро оделся.

Поэтому, если нужно подчеркнуть исполнителя действия, то о нем следует сказать в конце предложения. Из-за строгого порядка слов английского предложения это можно осуществить лишь прибегнув к страдательному залогу. Сравните:
The flood broke the dam. (Active) Наводнение разрушило плотину. (Наводнение разрушило что? – плотину)
The dam was broken by the flood. (Passive) Плотина была разрушена наводнением. (Плотина разрушена чем? – наводнением)

Чаще всего используется, когда речь идет об авторстве:
The letter was written by my brother. Это письмо было написано моим братом.

И когда исполнитель действия является причиной последующего состояния:
The house was damaged by a storm. Дом был поврежден грозой.

Примечание: Если действие совершается с помощью какого-то предмета, то употребляется предлог with, например:
He was shot with a revolver. Он был убит из револьвера.

Перевод глаголов в форме Passive

В русском языке есть три способа выражения страдательного залога:

1. При помощи глагола "быть" и краткой формы страдательного причастия, причем в настоящем времени "быть" опускается:
I am invited to a party.
Я приглашён на вечеринку.

Иногда при переводе используется обратный порядок слов, когда русское предложение начинается со сказуемого: New technique has been developed. Была разработана новая методика.

2. Глагол в страдательном залоге переводится русским глаголом, оканчивающимся на –ся(-сь):
Bread is made from flour. Хлеб делается из муки.
Answers are given in the written form. Ответы даются в письменном виде.

3. Неопределенно-личным предложением (подлежащее в переводе отсутствует; сказуемое стоит в 3-м лице множественного числа действительного залога). Этот способ перевода возможен только при отсутствии дополнения с предлогом by (производитель действия не упомянут):

The book is much spoken about. Об этой книге много говорят.
I was told that you're ill. Мне сказали, что ты болен.

4. Если в предложении указан субъект действия, то его можно перевести личным предложением с глаголом в действительном залоге (дополнение с by при переводе становится подлежащим). Выбор того или иного способа перевода зависит от значения глагола и всего предложения в целом (от контекста):
They were invited by my friend. Их пригласил мой друг.(или Они были приглашены моим другом.)

Примечание 1: Иногда страдательный оборот можно перевести двумя или даже тремя способами, в зависимости от соответствующего русского глагола и контекста:
The experiments were made last year.
1) Опыты были проведены в прошлом году.
2) Опыты проводились в прошлом году.
3) Опыты проводили в прошлом году.

Примечание 2: При переводе нужно учитывать, что в английском языке, в отличие от русского, при изменении залога не происходит изменение падежа слова, стоящего перед глаголом (например в английском she и she, а переводим на русский - она и ей):

Примечание 3: Обороты, состоящие из местоимения it с глаголом в страдательном залоге переводятся неопределенно-личными оборотами:
It is said… Говорят… It was said… Говорили…
It is known… Известно… It was thought…Думали, полагали…
It is reported… Сообщают… It was reported…Сообщали…и т.п.

В таких оборотах it играет роль формального подлежащего и не имеет самостоятельного значения: It was expected that he would return soon. Ожидали, что он скоро вернется.

Согласование времен (Sequence of Tenses)

Если в главном предложении сказуемое выражено глаголом в одной из форм прошедшего времени, то в придаточном предложении употребление времен ограничено. Правило, которому в этом случае подчиняется употребление времен в придаточном предложении, называется согласованием времен.

Правило 1: Если глагол главного предложения имеет форму настоящего или будущего времени, то глагол придаточного предложения будет иметь любую форму, которая требуется смыслом предложения. То есть никаких изменений не произойдет, согласование времен здесь в силу не вступает.

Правило 2: Если глагол главного предложения имеет форму прошедшего времени (обычно Past Simple), то глагол придаточного предложения должен быть в форме одного из прошедших времен. То есть в данном случае время придаточного предложения изменится. Все эти изменения отражены в нижеследующей таблице:

Переход из одного времени в другое	Примеры	
Present Simple » Past Simple	He **can speak** French – Он говорит по-французски.	Boris said that he **could speak** French – Борис сказал, что он говорит по-французски.
Present Continuous » Past Continuous	They **are listening** to him – Они слушают его	I **thought** they **were listening** to him – Я думал, они слушают его.
Present Perfect » Past Perfect	Our teacher **has asked** my parents to help him – Наш учитель попросил моих родителей помочь ему.	Mary **told** me that our teacher **had asked** my parents to help him – Мария сказала мне, что наш учитель попросил моих родителей помочь ему.
Past Simple » Past Perfect	I **invited** her – Я пригласил ее.	Peter **didn't know** that I **had invited** her – Петр не знал, что я

		пригласил ее.
Past Continuous » Past Perfect Continuous	She **was crying** – Она плакала	John **said** that she **had been crying** – Джон сказал, что она плакала.
Present Perfect Continuous » Past Perfect Continuous	It **has been raining** for an hour – Дождь идет уже час.	He **said** that it **had been raining** for an hour – Он сказал, что уже час шел дождь.
Future Simple » Future in the Past	She **will show** us the map – Она покажет нам карту.	I **didn't expect** she **would show** us the map – Я не ожидал, что она покажет нам карту.

Изменение обстоятельств времени и места при согласовании времен.

Следует запомнить, что при согласовании времен изменяются также некоторые слова (обстоятельства времени и места).

this » that
these » those
here » there
now » then
yesterday » the day before
today » that day
tomorrow » the next (following) day
last week (year) » the previous week (year)
ago » before
next week (year) » the following week (year)

Перевод прямой речи в косвенную в английском языке

Для того чтобы перевести прямую речь в косвенную, нужно сделать определенные действия. Итак, чтобы передать чьи-то слова в английском языке (то есть перевести прямую речь в косвенную), мы:

1. ***Убираем кавычки и ставим слово that***

Например, у нас есть предложение:

She said, “I will buy a dress”. Она сказала: «Я куплю платье».

Чтобы передать кому-то эти слова, так же как и в русском, мы убираем кавычки и ставим слово that – «что».

She said that ….. Она сказала, что….

2. ***Меняем действующее лицо***

В прямой речи обычно человек говорит от своего лица. Но в косвенной речи мы не может говорить от лица этого человека. Поэтому мы меняем «я» на другое действующее лицо. Вернемся к нашему предложению:

She said, “I will buy a dress”. Она сказала: «Я куплю платье».

Так как мы передаем слова девушки, вместо «я» ставим «она»:

She said that she ….. Она сказала, что она….

3. Согласовываем время

В английском языке мы не можем использовать в одном предложении прошедшее время с настоящим или будущим. Поэтому, если мы говорим «сказал» (то есть используем прошедшее время), то следующую часть предложения нужно согласовать с этим прошедшем временем. Возьмем наше предложение:

She said, “I will buy a dress”. Она сказала: «Я куплю платье».

Чтобы согласовать первую и вторую части предложения, меняем will на would. *см. таблицу выше.*

She said that she would buy a dress. Она сказала, что она купит платье.

4. Меняем некоторые слова

В некоторых случаях мы должны согласовать не только времена, но и отдельные слова. Что это за слова? Давайте рассмотрим небольшой пример.

She said, “I am driving now”. Она сказала: «Я за рулем сейчас».

То есть она в данный момент за рулем. Однако, когда мы будем передавать ее слова, мы будем говорить не про данный момент (тот, когда мы говорим сейчас), а про момент времени в прошлом (тот, когда она была за рулем). Поэтому мы меняем now (сейчас) на then (тогда) *см. таблицу выше.*

She said that she was driving then. Она сказала, что она была за рулем тогда.

Вопросы в косвенной речи в английском языке

Вопросы в косвенной речи, по сути, не являются вопросами, так как порядок слов в них такой же, как в утвердительном предложении. Мы не используем вспомогательные глаголы (do, does, did) в таких предложениях.

He asked, “Do you like this cafe?” Он спросил: «Тебе нравится это кафе?»

Чтобы задать вопрос в косвенной речи, мы убираем кавычки и ставим if, которые переводятся как «ли». Согласование времен происходит так же, как и в обычных предложениях. Наше предложение будет выглядеть так:

He asked if I liked that cafe. Он спросил, нравится ли мне то кафе.

Давайте рассмотрим еще один пример:

She said, “Will he call back?” Она сказала: «Он перезвонит?»

She said if he would call back. Она сказала, перезвонит ли он.

Специальные вопросы в косвенной речи

Специальные вопросы задаются со следующими вопросительными словами: what – что when – когда how – как why - почему where – где which – который

При переводе таких вопросов в косвенную речь мы оставляем прямой порядок слов (как в утвердительных предложениях), а на место if ставим вопросительное слово.

Например, у нас есть вопрос в прямой речи:

She said, “When will you come?”. Она сказала: «Когда ты придешь?»

В косвенной речи такой вопрос будет выглядеть так:

She said when I would come. Она сказала, когда я приду.

He asked, “Where does she work?” Он спросил: «Где она работает?»

He asked where she worked. Он спросил, где она работает.

Инфинитив. The Infinitive

Инфинитив - это неличная глагольная форма, которая только называет действие и выполняет функции как глагола, так и существительного. Инфинитив отвечает на вопрос что делать?, что сделать?

Формальным признаком инфинитива является частица **to**, которая стоит перед ним, хотя в некоторых случаях она опускается. Отрицательная форма инфинитива образуется при помощи частицы not, которая ставится перед ним: It was difficult not to speak. *Было трудно не говорить.*

Формы инфинитива

	Active Voice	Passive Voice
Simple	to write	to be written
Continuous	to be writing	
Perfect	to have written	to have been written
Perfect Continuous	to have been writing	

Глаголы, после которых используется инфинитив:

to agree - соглашаться
to arrange - договариваться
to ask – (по)просить
to begin – начинать
to continue – продолжать

to decide – решать
to demand - требовать
to desire – желать
to expect – надеяться
to fail – не суметь
to forget – забывать
to hate - ненавидеть
to hesitate – не решаться
to hope - надеяться
to intend – намереваться
to like – любить, нравиться
to love – любить, желать
to manage - удаваться
to mean - намереваться
to prefer - предпочитать
to promise - обещать
to remember – помнить
to seem - казаться
to try – стараться, пытаться
to want – хотеть
Например:
He asked to change the ticket. *Он попросил поменять билет.*
She began to talk. *Она начала говорить.*

Значение разных форм инфинитива в таблице

Формы инфинитива	**Чему я рад?**	
Simple	I am glad **to speak** to you.	Рад поговорить с вами. (Всегда радуюсь, когда говорю с вами).
Continuous	I am glad **to be speaking** to you.	Рад, что сейчас разговариваю с вами.
Perfect	I am glad **to have spoken** to you.	Рад, что поговорил с вами.
Perfect Continuous	I am glad **to have been speaking** to you.	Рад, что уже давно (все это время) разговариваю с вами.
Simple Passive	I am (always) glad **to be told** the news.	Всегда рад, когда мне рассказывают новости.
Perfect Passive	I am glad **to have been told** the news.	Рад, что мне рассказали новости.

Причастие. Participle

В английском языке причастие — это неличная форма глагола, которая сочетает в себе признаки глагола, прилагательного и наречия.

Формы причастия

		Active (Активный залог)	Passive (Пассивный залог)
Participle I (Present Participle)	Simple	**writing**	**being written**
	Perfect	**having written**	**having been written**
Participle II (Past Participle)			**written**

Отрицательные формы причастия образуются с помощью частицы **not**, которая ставится перед причастием: not asking — не спрашивая,not broken — не разбитый.

Как переводить разные формы причастия на русский язык

Формы причастия	причастием	деепричастием
reading	читающий	читая

having read		прочитав
being read	читаемый	будучи читаемым
having been read		будучи прочитанным
read	прочитанный	
building	строящий	строя
having built		построив
being built	строящийся	будучи строящимся
having been built		будучи построенным
built	построенный	

Герундий. Gerund

Герундий — это неличная форма глагола, которая выражает название действия и сочетает в себе признаки глагола и существительного. Соответственно, на русский язык герундий обычно переводится существительным или глаголом (чаще неопределенной формой глагола). Формы, подобной английскому герундию, в русском языке нет.

My favourite occupation is reading. *Мое любимое занятие — чтение.*

Формы герундия

	Active (Активный залог)	Passive (Пассивный залог)
Simple	**writing**	**being written**
Perfect	**having written**	**having been written**

Запомните глаголы, после которых употребляется только герундий!

admit (признавать), advise (советовать), avoid (избегать),
burst out (разразиться), delay (задерживать), deny (отрицать),
dislike (не нравиться), enjoy (получать удовольствие), escape (вырваться, избавиться),
finish (закончить), forgive (прощать), give up (отказываться, бросать),
keep on (продолжать), mention (упоминать), mind (возражать - только в “?”и “-“),
miss (скучать), put off (отложить), postpone (откладывать),
recommend (рекомендовать), suggest (предлагать), understand (понимать).

Герундий после глаголов с предлогами

accuse of (обвинять в), agree to (соглашаться с), blame for (винить за),
complain of (жаловаться на), consist in (заключаться в), count on /upon (рассчитывать на),
congratulate on (поздравлять с), depend on (зависеть от), dream of (мечтать о),
feel like (хотеть, собираться), hear of (слышать о), insist on (настаивать на),
keep from (удерживать(ся) от), look forward to (с нетерпением ждать, предвкушать),
look like (выглядеть как), object to (возражать против),
persist in (упорно продолжать), praise for (хвалить за), prevent from (предотвращать от),
rely on (полагаться на), result in (приводить к), speak of, succeed in (преуспевать в),
suspect of (подозревать в), thank for (благодарить за), think of (думать о)

He has always dreamt of visiting other countries. — *Он всегда мечтал о том, чтобы побывать в других странах.*

to be + прилагательное / причастие + герундий

be afraid of (бояться чего-либо), be ashamed of (стыдиться чего-либо),
be engaged in (быть занятым чем-либо), be fond of (любить что-либо, увлекаться чем-либо),
be good at (быть способным к), be interested in (интересоваться чем-либо),
be pleased at (быть довольным), be proud of (гордиться чем-либо),
be responsible for (быть ответственным за), be sorry for (сожалеть о чем-либо),
be surprised at (удивляться чему-либо), be tired of (уставать от чего-либо),
be used to (привыкать к).

I’m tired of waiting. — *Я устал ждать.*

Основные сведения о сослагательном наклонении

Conditionals are clauses introduced with if. There are three types of conditional clause: Type 1, Type 2 and Type 3. There is also another common type, Type 0.

Type 0 Conditionals: They are used to express something which is always true. We can use when (whenever) instead of it. *If/When the sun shines, snow melts.*

Type 1 Conditionals: They are used to express real or very probable situations in the present or future. *If he doesn't study hard, he won't pass his exam.*

Type 2 Conditionals: They are used to express imaginary situations which are contrary to facts in the present and, therefore, are unlikely to happen in the present or future. *Bob is daydreaming. If I won the lottery, I would buy an expensive car and I would go on holiday to a tropical island next summer.*

Type 3 Conditionals: They are used to express imaginary situations which are contrary to facts in the past. They are also used to express regrets or criticism. *John got up late, so he missed the bus. If John hadn't got up late, he wouldn't have missed the bus.*

	If-clause (hypothesis)	Main clause (result)	Use
Type 0 general truth	if + present simple	present simple	something which is always true
	If the temperature falls below 0 °C, water turns into ice.		
Type 1 real present	if + present simple, present continuous, present perfect or present perfect continuous	future/imperative can/may/might/must/should/ could + bare infinitive	real - likely to happen in the present or future
	If he doesn't pay the fine, he will go to prison. If you need help, come and see me. If you have finished your work, we can have a break. If you're ever in the area, you should come and visit us.		
Type 2 unreal present	if + past simple or past continuous	would/could/might + bare infinitive	imaginary situation contrary to facts in the present; also used to give advice
	If I had time, I would take up a sport. (but I don't have time - untrue in the present) If I were you, I would talk to my parents about it. (giving advice)		
Type 3 unreal past	if + past perfect or past perfect continuous	would/could/might + have + past participle	imaginary situation contrary to facts in the past; also used to express regrets or criticism
	If she had studied harder, she would have passed the test. If he hadn't been acting so foolishly, he wouldn't have been punished.		

Conditional clauses consist of two parts: the if -clause (hypothesis) and the main clause (result). When the if - clause comes before the main clause, the two clauses are separated with a comma. When the main clause comes before the if - clause, then no comma is necessary.

e.g. a) If I see Tim, I'll give him his book.

b) I'll give Tim his book if I see him.

We do not normally use will, would or should in an if - clause. However, we can use will or would after if to make a polite request or express insistence or uncertainty (usually with expressions such as / don't know, I doubt, I wonder, etc.).

We can use should after if to talk about something which is possible, but not very likely to happen.

e.g. a) If the weather is fine tomorrow, will go camping. (NOT: If the weather will be fine...)

b) If you will fill in this form, I'll process your application. (Will you please fill in... - polite request)

c) If you will not stop shouting, you'll have to leave. (If you insist on shouting... - insistence)

d) I don't know if he will pass his exams, (uncertainty)

e) If Tom should call, tell him I'll be late. (We do not think that Tom is very likely to call.)

We can use unless instead of if... not in the if -clause of Type 1 conditionals. The verb is always in the affirmative after unless.

e.g. Unless you leave now, you'll miss the bus. (If you don't leave now, you'll miss the bus.) (NOT: Unless you don't leave now, ...)

We can use were instead of was for all persons in the if - clause of Type 2 conditionals.

e.g. If Rick was/were here, we could have a party.

We use If I were you ... when we want to give advice.

e.g. If I were you, I wouldn't complain about it.

The following expressions can be used instead of if: provided/providing that, as long as, suppose/supposing, etc.

e.g. a) You can see Mr. Carter provided you have an appointment. (If you have an appointment...)

b) We will all have dinner together providing Mary comes on time. (... if Mary comes ...)

c) Suppose/Supposing the boss came now, …

We can omit if in the if - clause. When if is omitted, should (Type 1), were (Type 2), had (Type 3) and the subject are inverted.

e.g. a) Should Peter come, tell him to wait. (If Peter should come,...)

b) Were I you, I wouldn't trust him. (If I were you, ...)

c) Had he known, he would have called. (If he had known, ...)

2. Чтение и перевод учебных текстов (по 2 текста на тему)

№1

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

appear - v появляться; казаться; *ant* **disappear -** исчезать

bed - *n* пласт, слой, подстилающие породы; *syn* **layer, seam; bedded -** *a* пластовый

call for - v требовать; *syn* **demand, require**

carry out - v проводить *(исследование, эксперимент);* выполнять *(план);* завершать; *syn* **conduct, make**

colliery - каменноугольная шахта

concentration (dressing) plant - обогатительная фабрика, обогатительная установка

department - *n* отделение, факультет, кафедра; *syn* **faculty**

direct - v руководить; направлять; управлять; *a* прямой, точный; **directly -** *adv* прямо, непосредственно

education - *n* образование; просвещение; **get an education** получать образование

establish - v основывать, создавать, учреждать; *syn* **found, set up**

ferrous metals - чёрные металлы **(non-ferrous metals** цветные металлы)

iron - *n* железо; **pig iron** чугун; **cast iron** чугун, чугунная отливка

open-cast mines - открытые разработки

ore - *n* руда; **iron ore -** железная руда; **ore mining –** разработка рудных месторождений

process - v обрабатывать; *syn* **work, treat; processing -** n обработка; разделение минералов

rapid - *a* быстрый

research - *n* научное исследование

technique - *n* техника, способ, метод, технический прием; **mining technique -** горная техника, методы ведения горных работ

train - v обучать, готовить *(к чему-л.);***training** - обучение; подготовка

to be in need of - нуждаться в

to take part in - участвовать в

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 1: The First Mining School in Russia

The Moscow Mining Academy was established in 1918. The main task of the Academy was to train mining engineers and technicians, to popularize technological achievements among miners, to work on important problems of mining and metallurgical engineering arid to direct scientific research.

There were three departments in the Academy: mining, geological prospecting and metallurgy. The Moscow Mining Academy introduced a new course in coal mining mechanization which provided the basis for the development of mining engineering. The two scientists A.M. Terpigorev and M.M. Protodyakonov wrote the first textbook on machinery for mining bedded deposits.

Much credit for the establishment of the Moscow Mining Academy and the development of co-operation among outstanding scientists and educators is due to Academician I.M. Gubkin, a prominent geologist and oil expert.

In 1925 the Moscow Mining Academy was one of the best-known educational institutions in Russia. It had well-equipped laboratories, demonstration rooms and a library which had many volumes of Russian and foreign scientific books and journals.

The Academy established close contacts with the coal and ore mining industries. The scientists carried out scientific research and worked on important mining problems.

The rapid growth of the mining industry called for the training of more highly-qualified specialists and the establishment of new educational institutions.

New collieries and open-cast mines, concentration plants, metallurgical works and metal-working factories for processing non-ferrous and ferrous metals appeared in the country. The people took an active part in the construction of new industrial enterprises.

The Academy alone could not cope with the problem of training specialists. In 1930 the Moscow Mining Academy was transformed into six independent institutes. Among the new colleges which grew out of the Academy's departments were the Moscow Mining Institute and the Moscow Institute of Geological Prospecting. Later, the scientific research Institute of Mining appeared near Moscow.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. There were four departments in the Academy.
2. The Academy introduced a new course in coal mining mechanization.
3. In 1925 the Academy had only several well-equipped laboratories, demonstration rooms and a library which had many volumes of books.
4. The Academy established close contacts with the coal industry.
5. In 1930 the Academy was transformed into six independent institutes.
6. The Moscow Mining Institute and the Moscow Institute of Geological Prospecting were among the new colleges which grew out of the Academy's departments.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What was the main task of the Academy?
2. What new course did the Academy introduce?
3. Were there three or four departments at the Academy?
4. What industries did the Academy establish contacts with?
5. Who wrote the first textbook on machinery' for mining bedded deposits?
6. Why was the Academy transformed into six independent institutes?
7. Why was the Academy transformed?

3. Переведите следующие сочетания слов.

а) обогатительная фабрика
б) подготовка горных инженеров
в) разведка нефти
г) обработка цветных металлов

д) техническое образование
е) новый (учебный) курс по
ж) принимать активное участие
з) проводить исследования
и) направлять научную деятельность
к) горное оборудование
л) пластовые месторождения

№2

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

change - v изменяться, менять(ся); *syn.* **transform, alter;** *n* изменение, перемена; превращение

determine - v определить, устанавливать

engineering - *n* техника; технология; машиностроение**;** *syn.* **technics, technology, technique; machinery**

composition - *n* структура, состав

connect - v соединяться; *syn* **combine, link**

enterprise - *n* предприятие; предприимчивость

deal (dealt) v **(with) -** иметь дело с; рассматривать

environment - *n* окружающая обстановка**,** среда

demand - *n* спрос

field - *n* область, сфера деятельности; поле, участок, месторождение; бассейн; *syn* **basin, branch**

design - *n* проект; план, чертеж; конструкция; v проектировать, планировать; конструировать

graduate - v окончить (высшее учебное заведение), *амер.* окончить любое учебное заведение; *n* лицо, окончившее высшее учебное заведение; **undergraduate (student) -** студент последнего курса; **postgraduate (student) -** аспирант; **graduation paper -** дипломная работа

hardware - *n* аппаратура, (аппаратное) оборудование, аппаратные средства; техническое обеспечение

hydraulic - *a* гидравлический, гидротехнический

introduction - *n* введение, вступление

management - *n* управление, заведование; *syn.* **administration; direction**

offer - *v* предлагать *(помощь, работу);* предоставлять; *n* предложение

property - *n* свойство

protection - *n* защита, охрана

range - *n* область, сфера; предел; диапазон; радиус действия; ряд; серия

recreation - *n* отдых, восстановление сил; развлечение

reveal - v показывать, обнаруживать

rock - *n* горная порода

shape - *n* форма

software - *n* программное обеспечение; программные средства

skill - *n* мастерство; умение; **skilled -** *a* квалифицированный; опытный; умелый

survey - *n* съемка, маркшейдерская съемка; v производить маркшейдерскую или топографическую съемку, производить изыскания; *n* **surveying** съемка, маркшейдерские работы

value - *n* ценность, стоимость; величина; v ценить, оценивать; **valuable** *a* ценный

workshop - *n* мастерская, цех; семинар

to be of importance - иметь значение

to give an opportunity of - дать возможность

to meet the requirements - удовлетворять требованиям (потребности)

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 2: Mining and Geological Higher Education in Russia

In Russia young people get mining education at special institutes which train geologists and mining engineers for coal and ore mining. The total number of students of an institute includes full-time students, part-time students and postgraduate students.

Russian higher educational establishments offer different specializations for the students. Thus, at the geological institutes, the students specialize in geology, the science which deals with different problems connected with the Earth, its history, the study of rocks, their physical and chemical properties. One of the main tasks of geology is to prospect, discover and study the deposits of useful minerals.

Geology is both a theoretical and an applied science. Mining geology is of great importance to the mining engineer. As a rule, mining geology includes economic geology.

The outstanding Russian geologist V.A. Obruchev says that geology is the science of the Earth which reveals to us how the Earth took shape, its composition and its changes. Geology helps prospect for ores, coal, oil, salt and other useful minerals.

Higher mining schools (universities, academies, institutes and colleges) develop a wide range of courses and programmes that meet the requirements of the society .They offer courses in mining technology, machinery and transport, hydraulic engineering, electrical engineering, industrial electronics, automation, surveying, geodesy, information technology, etc.

The main trend in the development of higher mining education is the introduction of courses in environmental protection, management (environmental human resources), economics and management of mining enterprises, marketing studies, computer-aided design (CAD) and others.

Computer science is also of great importance. The course aims at providing students with understanding how software and hardware technology helps solving problems.

Laboratory work is an important part in training specialists. Experiments in laboratories and workshops will help students to develop their practical skills. They have a short period of field work to gain working experience.

The students go through practical training at mines, plants and other industrial enterprises.. They become familiar with all stages of production and every job from worker to engineer. Here they get practical knowledge and experience necessary for their diploma (graduation) papers.

A lot of students belong to students' scientific groups. They take part in the research projects which their departments usually conduct. Postgraduates carry out research in different fields of science and engineering.

Sport centres give the students opportunities to play different sports such as tennis, football, basketball, volleyball, swimming, ' skiing, water polo, boxing, wrestling and others.

Students graduate from mining and geological higher schools as mining engineers, mining mechanical engineers, ecologists, mining electrical engineers, geologists, economists and managers for mining industry.

1. Переведите следующие сочетания слов.

а) широкий круг проблем
б) денные месторождения полезных ископаемых
в) горный инженер-механик
г) вести научно-исследовательскую работу
д) принимать форму
е) техническое и программное обеспечение
ж) студенты (последнего курса)
з) дипломная работа
и) физические и химические свойства
к) месторождение полезных ископаемых

1. оканчивать институт
2. поступать в университет
3. получать образование

4. готовить геологов и горних инженеров
5. высшие горные учебные заведения
6. приобретать опыт
7. студенческие научные общества
8. заниматься различными видами спорта

№3

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

accurate - *a* точный, правильный; **accuracy -** *n* точность

archive - *n* архив

attend - v посещать *(лекции, практические занятия, собрания)*

comprehensive - *a* всесторонний, исчерпывающий

concern - v касаться, относиться; иметь отношение к чему-л.; *n* дело, отношение; важность; **concerning** *prep* относительно, касательно

consider - v рассматривать; считать; **considerable -** значительный, важный; **consideration -** *n* рассмотрение; обсуждение

draw (drew, **drawn**) - v *зд,* чертить, рисовать; **draw the conclusion** делать вывод; *syn* **come to the conclusion**

employ - v применять, использовать; предоставлять *(работу); syn* **use, utilize, apply; employment -** *n* служба; занятие; применение, использование

familiarize - v знакомить; осваивать

fundamental - *n pl* основы *(наук)*

levelling - *n* нивелирование, сглаживание *(различий);* выравнивание

number - *n* число, количество, большое количество; *(порядковый)* номер, ряд

observe - v наблюдать, следить *(за чём-л.),* соблюдать *(правило, обычаи)*

obtain - v получать; достигать; добывать; *syn* **get, receive**

present - v преподносить, дарить; подавать, представлять; **presentation -** *n* изложение; предъявление

proximity - *n* близость, соседство; **in proximity to** поблизости, вблизи от *(чего-л.)*

require - v требовать; *syn* **call for; demand; meet the requirements** удовлетворять требованиям

traversing - *n* горизонтальная съемка

to keep in close touch with - поддерживать связь с

to touch upon (on) затрагивать, касаться вкратце *(вопроса)*

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 3: Mining Education in Great Britain

In Great Britain the students get mining education at special colleges and at mining departments of universities.

For example, the Mining Department at the University of Nottingham ranks as one of the foremost teaching and research mining schools in Great Britain. The students come to the University from all parts of the country and from abroad. The close proximity of Nottingham to mines extracting coal and different metals makes it possible for the University to keep in close touch with new achievements in mining.

The aim of training at the University is to give the student an understanding of applied science based on lectures, tutorial system, laboratory work and design classes. The laboratory work trains the student in accurate recording of observations, drawing of logical conclusions and presentation of scientific reports. Besides, it gives the student an understanding of experimental methods and familiarizes him (or her) with the characteristics of engineering materials, equipment and machines.

At Nottingham there are two types of laboratories, general and Specialized. General laboratories deal with the fundamentals of engineering science and specialized ones1 study the more specialized problems in different branches of engineering.

During the final two years of his course the student gets a comprehensive training in surveying. Practical work both in the field and in drawing classes forms an important part of this course. Besides, the students have practical work in survey camps during two weeks. The equipment available for carrying out traversing, levelling, tacheometric and astronomical surveying is of the latest design.

The practical and laboratory work throughout the three or four years of study forms a very important part of the course, so the students obtain the required standard in their laboratory course work before they graduate.

British educational system is fee-paying. The annual fee includes registration, tuition, examination, graduation and, in the case of full-time students, membership of the Union of Students.

Students from all over the world (nearly 100 countries) study at the University of Nottingham. For many years the University has had a thriving community of international students.

The University pays much attention to learning foreign languages. For individual study there is a 16-place self-access tape library with a tape archive of 3,000 tapes in 30 languages. There are also 16 video work stations where the students play back video tapes or watch TV broadcasts in a variety of languages.

1. Определите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. In Great Britain the students can get mining education only at special colleges.
2. The training at universities is based on tutorial system.
3. The laboratory work familiarizes the student with modern equipment.
4. There are three types of laboratories at the University of Nottingham.
5. When the students study surveying, they have practical work both in the field and in drawing classes.
6. The students from abroad don't study at Nottingham.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. Where can one get mining education in Great Britain?
2. Is the Mining Department at the University of Nottingham one of the foremost research mining schools in Great Britain?
3. What makes it possible for the University to keep in close touch with the, achievements in mining?
4. What are the students supposed to do in the laboratories?
5. Will the students have practical work in survey camps or in the laboratories?
6. What do the students use surveying equipment for?
7. What can you say about studying foreign languages at the University?

№4

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

advance - *n* прогресс, успех; продвижение вперед; v делать успехи, развиваться, продвигаться вперед; **advanced courses** курсы по расширенной программе

authority - *n* администрация; начальство

differ - v (from) отличаться (от); **difference** *n* различие; разница; **different** *a* различный; *syn* **various**

excavate - v добывать *(уголь);* вырабатывать полезное ископаемое открытым способом; вынимать *(грунт);* **excavation** - *n* открытая разработка карьером; разрез, карьер; **surface excavation** открытая разработка; *syn* **open-cast (opencast)**

experience - *n* жизненный опыт; опыт работы; стаж

found - v основывать**; *syn* establish, set up; foundation -** *n* основание; учреждение; основа; **lay the foundation** положить начало чему-л , заложить основу чего-л.

manage - v управлять, заведовать, справляться, уметь обращаться; **management -** *n* управление, заведование; правление, дирекция; **management studies -** наука об управлении

mean (meant) - *v* значить, иметь значение, подразумевать; намереваться, иметь в виду; **means -** *n, pl* средства, **meaning -** *n* значение, **by means of** посредством (чего-л)

metalliferous – *a* содержащий металл, рудоносный

preliminary - *a* предварительный**; preliminary course** подготовительные курсы

realize - v представлять, себе; понимать *(во всех деталях); **syn** **understand***

recognize - *v* признавать; узнавать

work out -v разрабатывать *(план);* решать задачу

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 4: Mining Education in Great Britain (continued)

At present in Great Britain there are a number of universities and colleges which give instruction in mechanical engineering, mining, metallurgy, etc. These institutions provide full-time and part-time education. It should be noted that technical colleges confer diplomas' on college graduates.

A university graduate leaves with the degree of Bachelor of Arts or Bachelor of Science, which is an academic qualification awarded by universities.

For example, the University in Cardiff has become one of the largest in Wales. It is one of the four colleges which together with the Welsh National School of Medicine form the University of Wales. There is the Mining Engineering Department in the University of Wales. The Department deals with the whole range of extractive industries such as coal and metalliferous mining, quarrying and oil technology.

After graduating from the college a student can be recommended for entry to the university by a college authority and he can apply for admission to the university.

At the Mining Department students may take several courses such as geology, mining engineering, mine surveying, quarrying, management studies and others. It has become a tradition that the courses are based on an intensive tutorial system. It means that students are allotted to members of the teaching staff for individual tuition separately in mining, in quarrying and in mine surveying. The system is founded on that of the older universities of Great Britain.

At the Department of Mining Engineering of the Newcastle University mining has now become a technically advanced profession. The Department of Mining Engineering trains industrially experienced engineers through various advanced courses in rock mechanics and surface excavation. For many years the Mining Engineering Department at Newcastle has recognized the need for highly-qualified engineers and realized that the courses in rock mechanics and surface excavation are of great importance for mining engineers.

At the University a student studies for three or four years. The organization of the academic year is based on a three-term system which usually runs from about the beginning of October to the middle of December, from the middle of January to the end of March and from the middle of April to the end of June or the beginning of July.

Students course is designed on a modular basis. Modules are self-contained 'units' of study, which are taught and assessed independently of each other. When a student passes a module, he (she) gains a credit. All modules carry a number of credits. At the end of the term, the number of credits a student gets, determines the award he (she) receives. Each module is continuously assessed by coursework and/or end-of-term examinations.

Admission to the British universities is by examination and selection. The minimum age for admission to the four-year course is normally 18 years. Departments usually interview all the candidates. The aim of the interview is to select better candidates.

Just over half of all university students live in colleges, halls of residence, or other accommodation provided by their university, another third lives in lodgings or privately rented accommodation; and the rest live at home.

1. Определите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. At present there are about a hundred technical institutions in Great Britain.
2. It should be noted that British colleges confer degrees.
3. As a rule a college authority recommends the graduates for entry to the university.
4. At the Mining Engineering Department of the University of Wales the students study only metalliferous mining.
5. At the Mining Engineering Department the courses are based on an intensive tutorial system.
6. The Mining Engineering Department at the Newcastle University has recognized the importance of teaching rock mechanics and surface excavation (open-cast mining).

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. Are there many technical institutions in Great Britain?
2. What is the difference between colleges and universities?
3. Is the Mining Engineering Department the only one in the University of Wales?
4. Does the Mining Engineering Department deal only with metalliferous mining?
5. Can a student enter the university after he has graduated from the college?
6. What courses are of special importance for mining engineers?
7. What do you know about the organization of the academic year at British universities?
8. When do the students take their examinations?

3. Переведите следующие сочетания слов.

а) курсы по расширенной программе
б) рудоносные отложения
в) средства производства
г) горный факультет
д) открытые горные работы
е) опытный инженер
ж) администрация колледжа
з) поощрять студентов
и) отвечать требованиям университета
к) наука об управлении

1. зависеть от условий
2. значить, означать
3. признать необходимость (чего-л.)
4. ежегодная производительность (шахты)
5. начальник шахты
6. добывающая промышленность
7. представлять особую важность
8. механика горных пород
9. единственный карьер
10. основывать факультет (школу, систему и т.д.)

№5

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

abyssal - *a* абиссальный, глубинный; **hypabissal** - *a* гипабиссальный
adjacent - *a* смежный, примыкающий
ash - *n* зола
belt - *n* пояс; лента; ремень
body - *n* тело, вещество; **solid (liquid, gaseous) bodies** твердые (жидкие, газообразные) вещества; породная масса; массив; месторождение; пласты
common - *a* обычный; общий; *syn* **general;** *ant* **uncommon**
cool - v охлаждать(ся); остывать; прохладный; *ant* **heat** нагревать(ся)

dimension - *n* измерение; *pl* размеры; величина; *syn* **measurement, size**
dust - *n* пыль
dyke – *n* дайка
extrusion - *n* вытеснение; выталкивание; *ant* **intrusion** вторжение; *геол.* интрузия *(внедрение в породу изверженной массы)*
fine - *a* тонкий, мелкий; мелкозернистый; высококачественный; тонкий; прекрасный, ясный (о *погоде);* изящный; **fine-graded (fine-grained)** мелкозернистый, тонкозернистый; **fines -** *n pl* мелочь; мелкий уголь
flow - v течь; литься; *n* течение; поток; **flow of lava** поток лавы
fragmentary - *a* обломочный, пластический
glass - *n* стекло; **glassy** - *a* гладкий, зеркальный; стеклянный
gold - *n* золото
inclined - *a* наклонный
mica - *n* слюда
permit - *v* позволять, разрешать; *syn* **allow, let; make possible**
probably - *adv* вероятно; *syn* **perhaps, maybe**
shallow - *a* мелкий; поверхностный; *ant* **deep** глубокий
sill - *n* силь, пластовая интрузия
stock - *n* шток, небольшой батолит
vein - *n* жила, прожилок, пропласток

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 5: Igneous Rocks

Igneous rocks have crystallized from solidified magma.

Igneous rocks can be classified in a number of ways and one of (hem is based on mode of occurrence. They occur either as intrusive (below the surface) bodies or as extrusive masses solidified at the Earth's surface. The terms "intrusive" and "extrusive" refer to the place where rocks solidified.

The grain size of igneous rocks depends on their occurrence. The intrusive rocks generally cool more slowly than the extrusive rocks and crystallize to a larger grain size. The coarser-grained intrusive rocks with grain size of more than 0.5 mm called plutonic or abyssal are referred to as intrusive igneous rocks because they are intruded into older pre-existing rocks. Extrusive or volcanic rocks have even finer grains, less than 0.05 mm and are glassy.

Exposed igneous rocks are most numerous in mountain zones for two reasons. First, the mountain belts have been zones of major deformation. Second, uplifts in mountain belts have permitted plutonic masses to be formed.

The largest bodies of igneous rocks are called batholiths. Batholiths cooled very slowly. This slow cooling permitted large mineral grains to form. It is not surprising that batholiths are composed mainly of granitic rocks with large crystals called plutons. As is known, granites and diorites belong to the group of intrusive or plutonic rocks formed by solidification of igneous mass under the Earth's crust. Granites sometimes form smaller masses called stocks, when the occurrence has an irregular shape but smaller dimensions than the batholiths.

Laccoliths and sills, which are very similar, are intruded between sedimentary rocks. Sills are thin and they may be horizontal, inclined or vertical. Laccoliths are thicker bodies and in some cases they form mountains.

Dykes are also intrusive bodies. They range in thickness from a few inches to several thousand feet. Dykes are generally much longer than they are wide. Most dykes occupy cracks and have straight parallel walls. These bodies cool much more rapidly and are commonly fine-grained. For example, granite may occur in dykes that cut older rocks.

Pegmatites (quartz, orthoclase and mica) also belong to the group of plutonic or intrusive rocks. They occur in numerous veins which usually cut through other plutonites, most often granite, or adjacent rocks.

Extrusive igneous rocks have been formed from lava flows which come from fissures to the surface and form fields of volcanic rocks such as rhyolite, andesite, basalt, as well as volcanic ashes and dust, tuff, etc. As a rule, these rocks of volcanic origin cool rapidly and are fine-grained. It is interesting to note that basalt is the most abundant of all lavatypes. It is the principal rock type of the ocean floor.

Igneous rocks are rich in minerals that are important economically or have great scientific value. Igneous rocks and their veins are rich in iron, gold, zinc, nickel and other ferrous metals.

1). Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. Igneous rocks have been formed by sedimentation.
2. Intrusive rocks have been formed by the cooling of rocks of the Earth's crust.
3. Extrusive rocks have been formed the same way.
4. The grain size of igneous rocks depends on mode of occurrence.
5. Exposed igneous rocks are numerous in mountain zones.
6. Granites and diorites belong to the group of extrusive rocks.
7. As a rule, granite may occur in dykes.
8. Pegmatites do not belong to the group of plutonic or intrusive rocks.

2). Ответьте на вопросы:

1. Have igneous rocks crystallized from magma or have they been formed by sedimentation?
2. Which types of igneous rocks do you know?
3. What does the grain size of igneous rocks depend on?
4. Can you give an example of intrusive or plutonic rocks?
5. Are diorites intrusive or extrusive formations?
6. What do you know about batholiths?
7. Do pegmatites belong to the group of plutonic or volcanic rocks?
8. How do pegmatites occur?
9. What minerals are igneous rocks rich in?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов в сочетаний слов:

1.	adjacent layers	а) способ залегания
2.	abyssal rocks	б) крупнозернистый
3.	dimensions of crystals	в) зоны крупных нарушений
4.	valuable minerals	г) абиссальные (глубинные) породы
5.	shape and size of grains	д) смежные пласты (слои)
6.	mode of occurrence	е) размеры кристаллов
7.	coarse-grained	ж) взбросы
8.	uplifts	з) форма и размер зерен
9.	zones of major deformation	и) ценные минералы

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих сочетаний слов:

1.	затвердевшие массы	а) irregular shape
2.	обломочные породы	б) at a certain depth
3.	медленно остывать	в) economically important
4.	мелкозернистый	г) solidified masses
5.	многочисленные трещины	д) scientific value
6.	неправильная форма	е) to cool slowly
7.	на определенной глубине	ж) existing types of rocks
8.	экономически важный	з) fine-grained
9.	научная ценность	и) fragmentary rocks

10. существующие типы пород к) numerous cracks or fissures

№6

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

band - *n* слой; полоса; прослоек *(породы); syn* **layer**
cleave - *v* расщепляться; трескаться, отделяться по кливажу; **cleavage** *n* кливаж
constituent - *n* составная часть, компонент
define - *v* определять, давать определение
distribute - v **(among)** распределять (между); раздавать;
disturb - *v* нарушать; смещать
excess - *n* избыток, излишек; *ant* **deficiency**
flaky - *a* слоистый; похожий на хлопья
fluid - *n* жидкость; жидкая или газообразная среда
foliate - *v* расщепляться на тонкие слои; **foliated -** *a* листоватый, тонкослоистый; *syn* **flaky**
marble - *n* мрамор
mention - *v* упоминать, ссылаться; *n* упоминание
plate - *n* пластина; полоса *(металла)*
pressure - *n* давление; **rock pressure (underground pressure)** горное давление, давление горных пород
relate - *v* относиться; иметь отношение; **related** *a* родственный; **relation -** *n* отношение; **relationship -** *n* родство; свойство; **relative -** *a* относительный; соответственный
run (ran, run) - *v* бегать, двигаться; течь; работать (о *машине);* тянуться, простираться; управлять *(машиной);* вести *(дело, предприятие)*
schistose - *a* сланцеватый; слоистый
sheet - *n* полоса
slate - *n* сланец; *syn* **shale**
split (split) - *v* раскалываться, расщепляться, трескаться; *syn* **cleave**
trace - *n* след; **tracing –** *n* прослеживание
at least по крайней мере
to give an opportunity (of) давать возможность *(кому-л., чему-л.)*

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 6: Metamorphic Rocks

The problem discussed concerns metamorphic rocks which compose the third large family of rocks. "Metamorphic" means "changed from". It shows that the original rock has been changed from its primary form to a new one. Being subjected to pressure, heat and chemically active fluids beneath the Earth's surface, various rocks in the Earth's crust undergo changes in texture, in mineral composition and structure and are transformed into metamorphic rocks. The process described is called metamorphism.

As is known, metamorphic rocks have been developed from earlier igneous and sedimentary rocks by the action of heat and pressure.

Gneisses, mica schists, phyllites, marbles, slate, quartz, etc. belong to the same group of rocks. Having the same mineral composition as granite, gneisses consist chiefly of quartz, orthoclase and mica. However unlike granite, they have a schistose structure. It means that their constituents are distributed in bands or layers and run parallel to each other in one direction. If disturbed the rock cleaves easily into separate plates.

The role of water in metamorphism is determined by at least four variable geologically related parameters: rock pressure, temperature, water pressure, and the amount of water present.

During a normal progressive metamorphism rock pressure and temperature are interdependent, and the amount of water and the pressure of water are related to the sediments and to the degree of metamorphism in such a way that, generally speaking, the low-grade metamorphic rocks are

characterized by the excess of water. The medium-grade rocks defined by some deficiency of water and the high-grade metamorphic rocks are characterized by the absence of water.

Many of the metamorphic rocks mentioned above consist of flaky materials such as mica and chlorite. These minerals cause the rock to split into thin sheets, and rocks become foliated.

Slate, phyllite, schist and gneiss belong to the group of foliated metamorphic rocks. Marble and quartzite are non-foliated metamorphic rocks.

The structure of metamorphic rocks is of importance because it shows the nature of pre-existing rocks and the mechanism of metamorphic deformation. Every trace of original structure is of great importance to geologists. It gives an opportunity of analysing the causes of its metamorphism.

Being often called crystalline schists, metamorphic rocks such as gneisses and mica have a schistose structure. Metamorphic rocks represent the oldest portion of the Earth's crust. They are mostly found in the regions of mountain belts where great dislocations on the Earth once took place.

1). Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. Generally speaking, metamorphic rocks have been developed from ores.
2. Marble, slate and phyllite belong to the group of metamorphic rocks.
3. As is known, unlike granite metamorphic rocks have a schistose structure.
4. It is quite obvious that the role of water in metamorphism is great.
5. As a rule, low-grade metamorphic rocks are characterized by the absence of water.
6. Flaky materials cause the rock to split into thin sheets.
7. It should be noted that marble and quartzite are foliated metamorphic rocks.
8. The structure of metamorphic rocks shows the nature of older preexisting rocks and the mechanism of metamorphic deformation as well.
9. All metamorphic rocks are non-foliated.

2). Ответьте на вопросы:

1. Do you know how metamorphic rocks have been formed?
2. Which rocks belong to the group of metamorphic?
3. Does gneiss have the same structure as granite?
4. Is the role of water great in metamorphism?
5. What rocks do we call foliated? What can you say about non-foliated metamorphic rocks?
6. How can geologists trace the original structure of metamorphic rocks?
7. Why are metamorphic rocks often called crystalline schists?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. as a result of the chemical and physical changes
2. constituents of rocks
3. to be subjected to constant development
4. to undergo changes
5. excess of water
6. low-grade ores
7. coal band
8. to cleave into separate layers
9. traces of original structure
10. generally speaking

а) полоса (или прослоек) угля
б) составляющие пород
в) расщепляться на отдельные слои
г) вообще говоря

д) в результате химических и физических изменений
е) избыток воды
ж) изменяться
з) находиться в постоянном развитии
и) низкосортные руды
к) следы первоначальной структуры

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. иметь значение
2. упомянутые выше
3. сланцеватая структура
4. в отличие от гранита
5. недостаток воды
6. существовавшие ранее породы
7. слоистые породы
8. мрамор и сланец
9. гнейс
10. давать возможность
11. определять структуру

а) unlike granite
б) to be of importance
в) pre-existing rocks
г) mentioned above
д) schistose structure
е) to give an opportunity (of doing smth)
ж) to define (determine) rock texture
з) deficiency of water
и) flaky rocks
к) marble and slate
л) gneiss

№7

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

aerial - *a* воздушный; надземный

certain - *a* определенный; некоторый; **certainly** *adv* конечно

cost - (cost) v стоить; *n* цена; стоимость

crop - v (out) обнажать(ся), выходить на поверхность *(о пласте, породе); syn* **expose;** засевать, собирать урожай

dredging - *n* выемка грунта; драгирование

drill - v бурить, сверлить; *n* бурение, сверление; бурильный молоток; **drilling -** *n* бурение, сверление; **core-drilling** колонковое (керновое) бурение

drive (drore, **driven**) - v проходить *(горизонтальную выработку);* приводить в движение; управлять *(машиной); n* горизонтальная выработка; привод; передача

evidence – *n* основание; признак(и); свидетельства

expect - v ожидать; рассчитывать; думать; предлагать

explore - v разведывать месторождение полезного ископаемого с попутной добычей; **exploratory -** *a* разведочный; **exploration -** *n* детальная разведка; разведочные горные работы по месторождению

galena - *n* галенит, свинцовый блеск

indicate - v указывать, показывать; служить признаком; означать

lead - *n* свинец

look for - v искать

open up - v вскрывать *(месторождение);* нарезать *(новую лаву, забой);* **opening -** *n* горная выработка; подготовительная выработка; вскрытие месторождения

panning - *n* промывка *(золотоносного песка в лотке)*

processing - *n* обработка; - **industry** обрабатывающая промышленность

prove - v разведывать *(характер месторождения или залегания);* доказывать; испытывать, пробовать; **proved -** *a* разведанный, достоверный; **proving -** *n* опробование, предварительная разведка

search - v исследовать; (for) искать *(месторождение); n* поиск; *syn* **prospecting**

sign - *n* знак, символ; признак, примета

store - v хранить, накапливать *(о запасах)*

work - v работать; вынимать, извлекать *(уголь, руду);* вырабатывать; **workable -** *a* подходящий для работы, пригодный для разработки, рабочий *(о пласте);* рентабельный; **working -** *n* разработка, горная выработка

country rock коренная (основная) порода

distinctive properties отличительные свойства

malleable metal ковкий металл

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 7: Prospecting

Mining activities include prospecting and exploration for a mineral deposit through finding, proving, developing, extracting and processing the ore. That is why it is possible to divide the mining activity into three major phases: 1) before mining which involves prospecting and exploration required to locate, characterize and prove a potential ore body; 2) mining which refers to actual coal or ore extraction. Extraction processes include underground or surface mining and dredging; 3) after mining which involves processing and preparing the raw ore for the end product.

As has already been said, before a mineral deposit can be worked, that is, before it can be extracted from the Earth for use by man, it must first be found. The search for economically useful mineral deposits is called prospecting. To establish the quality and quantity of a mineral deposit, the type of country rock, etc. means to prove it and this process is called proving. Prospecting and proving are only two different stages of mining geological exploration, the latter includes drilling and driving of openings.

Last century prospectors looked for visible evidence of mineralization on the surface of the Earth. To recognize valuable minerals it was necessary to know their various distinctive physical properties. For example, gold occurs in nature as a heavy malleable yellow metal. -Galena, the most important mineral containing lead, is dark grey, heavy and lustrous. The first ores of iron to be mined were deposits of magnetite, a black heavy mineral capable of attracting a piece of iron.

As the deposits of mineral that cropped out at the surface were mined, the search for additional supplies of minerals took place. The science of geology was used to explain the occurrence of ore deposits.

The aim of geological prospecting is to provide information on a preliminary estimation of the deposit and the costs of the geological investigations to be made. It also indicates whether it is available to continue the exploration or not.

Prospecting work includes three stages: 1) finding signs of the mineral; 2) finding the deposit; 3) exploring the deposit.

General indications of the possibility of exposing this or that mineral in a locality can be obtained by studying its general topographical relief, the type of ground and its general natural conditions. Thus, in mountainous regions where fissures were formed during the process of mountain formation, ore minerals could be expected in the fissure fillings. In hilly regions, sedimentary deposits would be expected.

Certain deposits are found only in a particular type of ground. Coal seams, for example, are found in sedimentary formations mainly consisting of sandstones and shales. Veins, on the other hand,

are found in crystalline (igneous) rocks, and the type of country rock usually determines the type of minerals.

At present, prospecting methods to be used are as follows:

1. Surface geological and mineralogical prospecting such as panning.
2. Geophysical, geochemical, geobotanical prospecting.
3. Aerial photography with geological interpretation of the data to be obtained is highly effective from aircraft or helicopter. Besides, successful development of space research has made it possible to explore the Earth's resources from space by satellites.

In modern prospecting the methods mentioned above are used together with the study of geological maps.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. The search for economically useful mineral deposits is called proving.
2. Last century prospectors looked for visible evidence of mineral deposits.
3. The first ores of iron to be mined were deposits of galena.
4. The science of geology can explain the mode of occurrence of ore deposits.
5. As a rule prospecting includes four stages.
6. The study of general topographical relief and the type of ground makes it possible to expose this or that deposit.
7. Geologists know that certain deposits are only found in a particular type of ground.
8. As is known, veins are found in metamorphic rocks.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What is prospecting?
2. What is proving?
3. How did prospectors find mineral deposits in the 19th century?
4. Does gold occur in nature as a heavy malleable yellow metal or as a heavy dark-grey one?
5. What metal is capable of attracting a piece of iron?
6. What does prospecting work provide?
7. What are the three main stages of prospecting?
8. Is it enough to know only the topographical relief of a locality for exposing this or that mineral?
9. What methods of prospecting do you know?
10. What are the most effective aerial methods of prospecting now?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. country rock	а) залегание рудных месторождений
2. panning	б) блестящий металл
3. the search for commercially useful deposits	в) коренная (основная) порода
4. geological exploration	г) дополнительные запасы минералов
5. to look for evidence of mineralization	д) промывка (золотоносного песка в лотке)
6. distinctive properties	е) геологическая разведка (с попутной добычей)
7. lustrous metal	ж) искать доказательства наличия месторождения
8. capable of attracting a piece of iron	з) отличительные свойства
9. additional supplies of minerals	и) поиски экономически полезных месторождений
10. the occurrence of ore deposits	к) способный притягивать кусок металла

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1.	стоимость геологических исследований	а) the data obtained
2.	выходить на поверхность (обнажаться)	б) galena, sandstones and shales
3.	произвести предварительную оценку (месторождения)	в) the cost of geological investigations
4.	визуальные наблюдения с воздуха	г) to crop out
5.	полученные данные	д) certain ore deposits
6.	галенит, песчаники и сланцы	е) to make a preliminary estimation (of a deposit)
7.	общие показания	ж) visual aerial observations
8.	находить признаки месторождения	з) to find the signs of a deposit
9.	определенные рудные месторождения	и) general indications

№8

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

adit - *n* горизонтальная подземная выработка, штольня

angle - *n* угол

approximate - *a* приблизительный

bit - *n* режущий инструмент; буровая коронка, коронка для алмазного бурения; головка бура, сверло; **carbide bit** армированная коронка, армированный бур; **diamond bit -** алмазная буровая коронка

borehole - *n* скважина, буровая скважина

crosscut - *n* квершлаг

dip - *n* падение *(залежи);* уклон, откос; v падать

enable - v давать возможность или право *(что-л. сделать)*

exploit - v разрабатывать *(месторождение);* эксплуатировать; **exploitation** - *n* разработка; эксплуатация

measure - *n* мера; мерка; критерий; степень; *pl* свита, пласты; v измерять

overburden - *n* покрывающие породы, перекрывающие породы; верхние отложения, наносы; вскрыша

pit - *n* шахта; карьер, разрез; шурф

reliable - *a* надежный; достоверный

rig - *n* буровой станок, буровая вышка; буровая каретка; буровое оборудование

sample - *n* образец; проба; v отбирать образцы; опробовать, испытывать

section - *n* участок, секция, отделение, отрезок, разрез, профиль, поперечное сечение; **geological** ~ геологический разрез *(пород)*

sequence - *n* последовательность; порядок следования; ряд

sink (sank, sunk) - v проходить *(шахтный ствол, вертикальную выработку);* углублять*;* погружать; опускать; **sinking** - *n* проходка *(вертикальных или наклонных выработок);* **shaft sinking -** проходка ствола

slope - *n* наклон; склон; бремсберг; уклон; v клониться, иметь наклон; **sloping -** *a* наклонный; **gently sloping -** с небольшим наклоном

steep - *a* крутой, крутопадающий, наклонный

strike - *n зд.* простирание; v простираться; **across the strike -** вкрест простирания; **along (on) the strike** по простиранию

trench - *n* траншея, канава; котлован; v копать, рыть, шурфовать

to make use (of) использовать, применять

to take into consideration принимать во внимание; *syn* **take into account**

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 8: Exploration of Mineral Deposits

Exploration is known to include a whole complex of investigations carried out for determining the industrial importance of a deposit. The main task is to determine the quality and quantity of mineral and the natural and economic conditions in which it occurs. The exploration of the deposit is divided into three stages, namely preliminary exploration, detailed exploration and exploitation exploration.

The aim of preliminary exploration is to establish the general size of a deposit and to obtain an approximate idea of its shape, dimensions and quality. At this stage the geological map of the deposit is corrected and a detailed survey of its surface is completed.

The information on the preliminary exploration is expected to give an all-round description of the deposit which will enable the cost of its detailed exploration to be estimated.

The following points should be taken into consideration: 1) the shape and area of the deposit; 2) its depth and angles of dip and strike; 3) its thickness; 4) the properties of the surrounding rock and overburden; 5) the degree of uniformity of distribution of the mineral within the deposit and the country rock, etc.

Preliminary explorations can make use of exploratory openings such as trenches, prospecting pits, adits, crosscuts and boreholes. They are planned according to a definite system, and some are driven to a great depth.

All the exploratory workings are plotted on the plan. These data allow the geologist to establish the vertical section of the deposit.

The quality of the mineral deposit is determined on the basis of analyses and tests of samples taken from exploratory workings.

The method of exploration to be chosen in any particular case depends on the thickness of overburden, the angle of dip, the surface relief, the ground water conditions and the shape of the mineral deposit.

The task of the detailed exploration is to obtain reliable information on the mineral reserves, their grades and distribution in the different sectors of the deposit. Detailed exploration data provide a much more exact estimate of the mineral reserves.

Mine or exploitation exploration is known to begin as soon as mining operations start. It provides data for detailed estimates of the ore reserves of individual sections. It facilitates the planning of current production and calculating the balance of reserves and ore mined.

The searching and discovering of new mineralized areas are based on geological survey and regional geophysical prospecting. The results of these investigations provide data on iron-bearing formations and new deposits for commercial extraction.

In detailed exploration both underground workings and borehole survey are used. Core drilling with diamond and carbide bits is widely used. Non-core drilling is also used in loose rocks in combination with borehole geophysical survey.

One of the main methods to explore coal deposits is also core-drilling. Modern drilling equipment makes it possible to accurately measure bed thickness and determine structure of beds, faults and folds. Recording control instruments are attached to drilling rigs which allow the geologists to get reliable samples good for nearly all parameters of coal quality to be determined.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. The purpose of preliminary exploration is to determine the mineral reserves and their distribution in the different sectors of the deposit.
2. The properties of the surrounding rock and overburden should be taken into consideration during the preliminary exploration.
3. The purpose of the detailed exploration is to find out the quantity (reserves) of the deposit.
4. Exploitation exploration facilitates the planning of current production.
5. Both core drilling and non-core drilling are widely used.

6. Recording control instruments allow geologists to get reliable ore samples.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What stages does exploration include?
2. What is the main purpose of preliminary exploration?
3. What should be taken into consideration by geologists during preliminary exploration?
4. What exploratory openings do you know?
5. Do you know how the quality of the mineral deposit is determined?
6. What is the aim of a detailed exploration?
7. Is core drilling used in prospecting for loose rocks?
8. What is drilling equipment used for?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих сочетаний слов:

1. bedded deposits
2. core drilling
3. the angle of dip of the seam
4. the thickness of overburden
5. exploratory workings
6. composition of minerals
7. pits and crosscuts
8. to exploit new oil deposits
9. sampling
10. geological section

а) мощность наносов
б) разрабатывать новые месторождения нефти
в) шурфы и квершлаги
г) пластовые месторождения
д) опробование (отбор) образцов
е) угол падения пласта
ж) колонковое бурение
з) геологический разрез (пород)
и) состав минералов
к) разведочные выработки

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих сочетаний слов:

1. буровые скважины
2. по простиранию пласта
3. равномерность распределения минерала в залежи
4. водоносность пород
5. карбидные и алмазные коронки
6. детальная разведка
7. использовать новые поисковые методы
8. проникать в залежь
9. коренная порода
10. свойства окружающих пород

а) ground water conditions
б) detailed exploration
в) boreholes
г) along the strike of the bed (seam)
д) carbide and diamond bits
е) the uniformity of mineral distribution in the deposit
ж) the properties of surrounding rocks
з) to make use of new prospecting methods
и) country rock
к) to penetrate into the deposit

3. Подготовка к практическим занятиям (запоминание иноязычных лексических единиц и грамматических конструкций)

Грамматические конструкции представлены на стр. 6 – 40.

Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

Семья. Family

родственник relative, relation
родители parents
мать (мама) mother (mom, mum, mama, mamma, mummy, ma)
отец (папа) father (dad, daddy, papa, pa)
жена wife
муж husband
супруг(а) spouse
ребенок, дети child, children
дочь daughter
сын son
сестра sister
брат brother
единственный ребенок only child
близнец twin
близнецы, двойняшки twins
брат-близнец twin brother
сестра-близнец twin sister
однояйцевые близнецы identical twins
тройняшки triplets
бабушка и дедушка grandparents
бабушка grandmother (grandma, granny, grandmamma)
дедушка grandfather (grandpa, granddad, grandpapa, grandad)
внуки grandchildren
внучка granddaughter
внук grandson
прабабушка great-grandmother
прадедушка great-grandfather
прабабушка и прадедушка great-grandparents
правнуки great-grandchildren
тётя aunt
дядя uncle
крестный (отец) godfather
крестная (мать) godmother
отчим, приемный отец stepfather
мачеха, приемная мать stepmother
сводный брат stepbrother
сводная сестра stepsister
брат по одному из родителей half-brother
сестра по одному из родителей half-sister
приемный, усыновленный сын adopted son
приемная, удочеренная дочь adopted daughter
приемный ребенок adopted child
патронатная семья, приемная семья foster family
приемный отец foster father
приемная мать foster mother
приемные родители foster parents

приемный сын foster son
приемная дочь foster daughter
приемный ребенок foster child
неполная семья (с одним родителем) single-parent family
родня the kin, the folks
племянница niece
племянник nephew
двоюродный брат cousin (male)
двоюродная сестра cousin (female)
двоюродный брат (сестра), кузен (кузина) first cousin
троюродный брат (сестра) second cousin
четвероюродный брат (сестра) third cousin
родня со стороны мужа или жены in-laws
свекровь mother-in-law (husband's mother)
свёкор father-in-law (husband's father)
тёща mother-in-law (wife's mother)
тесть father-in-law (wife's father)
невестка, сноха daughter-in-law
зять son-in-law
шурин, свояк, зять, деверь brother-in-law
свояченица, золовка, невестка sister-in-law
семейное положение marital status
холостой, неженатый, незамужняя single
женатый, замужняя married
брак marriage
помолвка engagement
помолвленный, обрученный engaged
развод divorce
разведенный divorced
бывший муж ex-husband
бывшая жена ex-wife
расставшиеся, не разведенные, но не проживающие одной семьей separated
вдова widow
вдовец widower
подружка, невеста girlfriend
друг, парень, ухажер boyfriend
любовник, любовница lover
ухажер, жених, подружка, невеста, обрученный fiance
свадьба wedding
невеста на свадьбе bride
жених на свадьбе (bride)groom
медовый месяц honeymoon

Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

The Ural State Mining University

Mining University – Горный университет; **higher educational institution** - высшее учебное заведение; **to provide** - зд. Предоставлять; **full-time education** - очное образование; **extramural education** - заочное	**scientific research centre** - центр научных исследований; **master of science** - кандидат наук; **capable** – способный; **to take part in** - принимать участие; **graduate** – выпускник; **to dedicate** – посвящать;

образование; **to award** – награждать; **post-graduate courses** – аспирантура;	**to carry out scientific work** - выполнять научную работу;

Faculty of Mining Technology - горно – технологический; **Faculty of Engineering and Economics** - инженерно-экономический; **Institute of World Economics** – Институт мировой экономики; **Faculty of Mining Mechanics** - горно-механический; **Faculty of Civil Protection** – гражданской защиты; **Faculty of City Economy** – городского хозяйства;	**Faculty of Geology & Geophysics** – геологии и геофизики; **Faculty of extramural education** – заочный; **department** – кафедра; **dean** – декан; **to train specialists in** - готовить специалистов; **to consist of** - состоять из; **preparatory** – подготовительный; **additional** – дополнительный; **to offer** – предлагать;

to house - размещать /ся/; **building** – здание; **Rector's office** – ректорат; **Dean's office** – деканат; **department** – кафедра; **library** – библиотека; **reading hall** - читальный зал; **assembly hall** - актовый зал; **layout** - расположение, план; **administrative offices** - административные отделы;	**computation centre** - вычислительный центр; **canteen** – столовая; **to have meals** – питаться; **hostel** – общежитие; **to go in for sports** - заниматься спортом; **wrestling** – борьба; **weight lifting** - тяжелая атлетика; **skiing** - катание на лыжах; **skating** - катание на коньках; **chess** – шахматы;

academic work - учебный процесс; **academic year** - учебный год; **to consist of** - состоять из; **bachelor's degree** - степень бакалавра; **course of studies** - курс обучения; **to last** - длиться; **term** - семестр; **to attend lectures and classes** - посещать лекции и занятия; **period** - пара, 2 – х часовое занятие; **break** - перерыв; **subject** - предмет; **descriptive geometry** - начертательная геометрия;	**general geology** - общая геология; **foreign language** - иностранный язык; **to operate a computer** - работать на компьютере; **to take a test (an exam)** - сдавать зачет, экзамен; **to pass a test (an exam)** - сдать зачет, экзамен; **to fail a test (an exam)** - не сдать зачет, экзамен; **to fail in chemistry** - не сдать химию; **holidays, vacations** - каникулы; **to present graduation paper** - представлять дипломные работы; **for approval** - к защите;

The Faculty of Mining Technology trains specialists in: mine surveying - маркшейдерская съемка; underground mining of mineral deposits - подземная разработка месторождений полезных ископаемых; mine and underground construction - шахтное и подземное строительство; surface mining (open-cut mining) - открытые горные работы; physical processes of mining, oil and gas production - физические процессы горного и нефтегазового производства; placer mining - разработка россыпных месторождений; town cadastre - городской кадастр.

The Institute of World Economics trains specialists in: land improvement, recultivation and soil protection - мелиорация, рекультивация и охрана земель; engineer protection of environment in mining - инженерная защита окружающей среды в горном деле; computer systems of information processing and control - автоматизированные системы обработки информации и управления; economics and management at mining enterprises - экономика и управление на предприятиях горной промышленности.

The Faculty of Mining Mechanics trains specialists in: electromechanical equipment of mining enterprises - электромеханическое оборудование горных предприятий; designing & production of mining, oil and gas machinery - конструирование и производство горных и нефтегазопромысловых машин; technological and service systems of exploitation and maintenance of machines and equipment - технологические и сервисные системы эксплуатации и ремонта машин и оборудования; motorcars and self-propelled mining equipment - автомобили и самоходное горное оборудование; electric drive and automation or industrial units and technological complexes - электопривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов; automation of technological processes and industries - автоматизация технологических процессов и производств; mineral dressing - обогащение полезных ископаемых.

The Faculty of Geology & Geophysics trains specialists in: geophysical methods of prospecting and exploring mineral deposits - геофизические мет оды поисков и разведки месторождений полезных ископаемых; according to some specializations: geoinformatics – геоинформатика; applied geophysics - прикладная геофизика; structural geophysics - структурная геофизика; geological surveying and exploration or mineral deposits - геологическая съемка и поиски МПИ; geology and mineral exploration - геология и разведка МПИ; prospecting and exploration or underground waters and engineering - geological prospecting - поиски и разведка подземных вод и инженерно-геологические изыскания; applied geochemistry, petrology and mineralogy - прикладная геохимия, петро логия и минералогия; drilling technology - технология и техника разведки МПИ.

Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

My town

a building – здание
downtown – деловой центр города
town outskirts – окраина города
a road – дорога
an avenue – проспект
a pavement/a sidewalk - тротуар
a pedestrian – пешеход
a pedestrian crossing – пешеходный переход
traffic lights – светофор
a road sign – дорожный знак
a corner – угол
a school - школа
a kindergarten – детский сад
a university - университет
an institute – институт
an embassy - посольство
a hospital - больница
a shop/a store/a shopping centre/a supermarket – магазин, супермаркет
a department store – универмаг
a shopping mall/centre – торговый центр
a food market – продуктовый рынок
a greengrocery – фруктово-овощной магазин
a chemist’s/a pharmacy/a drugstore - аптека

a beauty salon – салон красоты
a hairdressing salon/a hairdresser's - парикмахерская
a dental clinic/a dentist's – стоматологическая клиника
a vet clinic – ветеринарная клиника
a laundry – прачечная
a dry-cleaner's – химчистка
a post-office – почтовое отделение
a bank – банк
a cash machine/a cash dispenser - банкомат
a library – библиотека
a sight/a place of interest - достопримечательность
a museum – музей
a picture gallery – картинная галерея
a park – парк
a fountain – фонтан
a square – площадь
a monument/a statue – памятник/статуя
a river bank – набережная реки
a beach – пляж
a bay - залив
a café – кафе
a restaurant – ресторан
a nightclub – ночной клуб
a zoo - зоопарк
a cinema/a movie theatre - кинотеатр
a theatre – театр
a circus - цирк
a castle - замок
a church – церковь
a cathedral – собор
a mosque - мечеть
a hotel – отель, гостиница
a newsagent's – газетный киоск
a railway station – железнодорожный вокзал
a bus station - автовокзал
a bus stop – автобусная остановка
an underground (metro, subway, tube) station – станция метро
a stadium – стадион
a swimming-pool – плавательный бассейн
a health club/a fitness club/a gym – тренажерный зал, фитнесс клуб
a playground – игровая детская площадка
a plant/a factory – завод/фабрика
a police station – полицейский участок
a gas station/a petrol station – заправочная автостанция, бензоколонка
a car park/a parking lot - автостоянка
an airport - аэропорт
a block of flats – многоквартирный дом
an office block – офисное здание
a skyscraper - небоскреб
a bridge – мост
an arch – арка
a litter bin/a trash can – урна

a public toilet – общественный туалет
a bench - скамья

Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

My speciality

The Earth's Crust and Useful Minerals

cause - v заставлять; вызывать; влиять; причинять; *n* причина, основание; дело; общее дело; *syn* **reason**

clay - *n* глина; глинозем

consolidate - v твердеть, затвердевать, уплотнять(ся); укреплять; *syn* **solidify**

crust - *n* кора; *геол.* земная кора

decay - v гнить, разлагаться; *n* выветривание *(пород);* распад, разложение

derive - v (from) происходить, вести свое происхождение *(от);* наследовать

destroy - v разрушать; уничтожать; **destructive** *a* разрушительный

dissolve v растворять

expose - v выходить *(на поверхность);* обнажаться; **exposure -** *n* обнажение

external - *a* внешний

extrusive - *a* эффузивный, излившийся *(о горной породе)*

force - v заставлять, принуждать; ускорять движение; *n* сила; усилие

glacier - *n* ледник, глетчер

grain - *n* зерно; **angular grains -** угловатые зерна *(минералов);* **grained -** *a* зернистый

gravel - *n* гравий, крупный песок

internal - *a* внутренний

intrusive - *a* интрузивный, плутонический

iron - *n* железо

layer - *n* пласт

like - *a* похожий, подобный; *syn* **similar;** *ant* **unlike;** *adv* подобно

lime - *n* известь; **limestone -** *n* известняк

loose - *a* несвязанный, свободный; рыхлый

make up - v составлять; *n* состав *(вещества)*

particle - *n* частица; включение

peat - *n* торф; торфяник

represent - v представлять собою; означать; быть представителем; **representative** - представитель; **representative -** *a* характерный, типичный

rock – *n* горная порода; **igneous** - изверженная порода; **sedimentary** - осадочная порода

sand - *n* песок

sandstone - *n* песчаник; **fine-grained (medium-grained, coarse-grained)** - мелкозернистый (среднезернистый, грубозернистый) песчаник

sediment - *n* отложение; осадочная порода; **sedimentary -** *a* осадочный; **sedimentation -** *n* образование осадочных пород

schist - *n (кристаллический)* сланец; **schistose -** *a* сланцеватый, слоистый

shale - *n* сланец, сланцевая глина, глинистый сланец; **clay -** глинистый сланец; **combustible …**, **oil …** - горючий сланец

siltstone - *n* алеврит

stratification - *n* напластование, залегание

stratify - v напластовываться; отлагаться пластами; **stratified** *a* пластовый; *syn* **layered, bedded**

substance - *n* вещество, материал; сущность

thickness - *n* толщина, мощность

value - *n* ценность; важность; величина; значение; **valuable -** *a* ценный *(о руде)*

vary - v изменять(ся); отличать(ся); *syn* **differ, change (from); variable -** *a* переменный; непостоянный; **various** *a* различный; *syn* **different**

contain - v содержать *(в себе),* вмещать

crack - *n* трещина; щель; v давать трещину; трескаться, раскалываться

contract - v сжиматься; сокращаться

dust - *n* пыль

expand - v расширяться); увеличивать(ся) в объеме; **expansion** *n* расширение; *ant* **contract**

fissure - *n* трещина *(в породе, угле);* расщелина; щель

fracture - *n* трещина; излом; разрыв; v ломать(ся); раздроблять *(породу)*

freeze - *v* замерзать; замораживать; застывать

gradual - *a* постепенный; **gradually** *adv* постепенно

hard - *a* твердый, жесткий; *ant* **soft;** тяжелый (о *работе); adv* сильно, упорно; **hardly** *adv* едва, с трудом

hole - *n* отверстие; скважина; шпур; шурф

influence - *n* влияние; v **(on, upon)** влиять (не *что-л.)*

lateral - *a* боковой

occur - *v* залегать; случаться; происходить; *syn* **take place, happen; occurrence -** *n* залегание; **mode of occurrence -** условия залегания

penetrate - *v* проникать *(внутрь),* проходить через *(что-л.)*

phenomenon - *n* явление; *pi* **phenomena**

pressure - *n* давление; **lateral pressure** боковое *(горизонтальное)* давление; **rock pressure** горное давление, давление породы

rate - *n* степень, темп; скорость, норма; производительность; сорт; *syn* **speed, velocity**

refer - v (to) ссылаться *(на что-л.);* относиться *(к периоду, классу)*

resist - *v* сопротивляться; противостоять; противодействовать; **resistance** - *n* сопротивление; **resistant -** *a* стойкий; прочный; сопротивляющийся

size - *n* размер; величина; класс *(угля)*

solution – *n* раствор; **soluble -** *a* растворимый; **solvent -** растворитель; *a* растворяющий

succession – *n* последовательность, непрерывный ряд; **in succession** последовательно

undergo (underwent, undergone) - *v* испытывать *(что-л.),* подвергаться *(чему-л.)*

uniform – *a* однородный; одинаковый

weathering - *n* выветривание; эрозия *(воздействию, влиянию и т.д.)*

to be subjected to подвергаться

Rocks of Earth's Crust

abyssal - *a* абиссальный, глубинный; **hypabissal** - *a* гипабиссальный

adjacent - *a* смежный, примыкающий

ash - *n* зола

belt - *n* пояс; лента; ремень

body - *n* тело, вещество; **solid (liquid, gaseous) bodies** твердые (жидкие, газообразные) вещества; породная масса; массив; месторождение; пласты

common - *a* обычный; общий; *syn* **general;** *ant* **uncommon**

cool - v охлаждать(ся); остывать; прохладный; *ant* **heat** нагревать(ся)

dimension - *n* измерение; *pl* размеры; величина; *syn* **measurement, size**

dust - *n* пыль

dyke – *n* дайка

extrusion - *n* вытеснение; выталкивание; *ant* **intrusion** вторжение; *геол.* интрузия *(внедрение в породу изверженной массы)*

fine - *a* тонкий, мелкий; мелкозернистый; высококачественный; тонкий; прекрасный, ясный (о *погоде);* изящный; **fine-graded (fine-grained)** мелкозернистый, тонкозернистый; **fines -** *n pl* мелочь; мелкий уголь

flow - v течь; литься; *n* течение; поток; **flow of lava** поток лавы

fragmentary - *a* обломочный, пластический

glass - *n* стекло; **glassy** - *a* гладкий, зеркальный; стеклянный
gold - *n* золото
inclined - *a* наклонный
mica - *n* слюда
permit - *v* позволять, разрешать; *syn* **allow, let; make possible**
probably - *adv* вероятно; *syn* **perhaps, maybe**
shallow - *a* мелкий; поверхностный; *ant* **deep** глубокий
sill - *n* силь, пластовая интрузия
stock - *n* шток, небольшой батолит
vein - *n* жила, прожилок, пропласток
band - *n* слой; полоса; прослоек *(породы); syn* **layer**
cleave - *v* расщепляться; трескаться, отделяться по кливажу; **cleavage** *n* кливаж
constituent - *n* составная часть, компонент
define - *v* определять, давать определение
distribute - v **(among)** распределять (между); раздавать;
disturb - *v* нарушать; смещать
excess - *n* избыток, излишек; *ant* **deficiency**
flaky - *a* слоистый; похожий на хлопья
fluid - *n* жидкость; жидкая или газообразная среда
foliate - *v* расщепляться на тонкие слои; **foliated -** *a* листоватый, тонкослоистый; *syn* **flaky**
marble - *n* мрамор
mention - *v* упоминать, ссылаться; *n* упоминание
plate - *n* пластина; полоса *(металла)*
pressure - *n* давление; **rock pressure (underground pressure)** горное давление, давление горных пород
relate - *v* относиться; иметь отношение; **related** *a* родственный; **relation -** *n* отношение; **relationship -** *n* родство; свойство; **relative -** *a* относительный; соответственный
run (ran, run) - *v* бегать, двигаться; течь; работать (о *машине);* тянуться, простираться; управлять *(машиной);* вести *(дело, предприятие)*
schistose - *a* сланцеватый; слоистый
sheet - *n* полоса
slate - *n* сланец; *syn* **shale**
split (split) - *v* раскалываться, расщепляться, трескаться; *syn* **cleave**
trace - *n* след; **tracing –** *n* прослеживание
at least по крайней мере
to give an opportunity (of) давать возможность *(кому-л., чему-л.)*
in such a way таким образом

Fossil Fuels

accumulate - v накапливать; скопляться
ancient - *a* древний, старинный; *ant* **modern**
associate - v связывать, соединять, ассоциироваться; *syn* **connect, link**
burn (burnt) - v сжигать; гореть; жечь
charcoal - *n* древесный уголь
convenient - *a* удобный, подходящий
crude - *a* сырой, неочищенный
dig (dug) - v добывать; копать; **digger -** n угольный экскаватор; землеройная машина
divide - v делить; (from) отделять; разделять
evidence - *n* доказательство; очевидность; признак(и)
fossil - *a* окаменелый, ископаемый; *n* ископаемое *(органического происхождения);* окаменелость
heat - v нагревать; *n* теплота
liquid - *a* жидкий; n жидкость; *ant* **solid**

manufacture - *v* изготовлять, производить; *syn* **produce**

mudstone - *n* аргиллит

purpose - *n* цель; намерение; *syn* **aim, goal**

shale - *n* глинистый сланец

the former … the latter - первый *(из вышеупомянутых)* последний *(из двух названных)*

bench - *n* слой, пачка *(пласта)*

blend - v смешивать(ся); вклинивать(ся)

combustion - *n* горение, сгорание; **spontaneous combustion** самовоспламенение, самовозгорание

continuity - *n* непрерывность, неразрывность

domestic - *a* внутренний; отечественный

estimate - v оценивать; *n* оценка; смета

fault - *n* разлом, сдвиг *(породы);* сброс; **faulting** *n* образование разрывов или сбросов

fold - *n* изгиб, складка, флексура; **foulding -** *n* складчатость, смешение *(пласта)* без разрыва

inflame - v воспламеняться; загорать(ся); **inflammable** - *a* воспламеняющийся, горючий, огнеопасный; **flame** - *n* пламя

intermediate - *a* промежуточный; вспомогательный

liable - *a* (to) подверженный; подлежащий *(чему-л.)*

luster - *n* блеск *(угля, металла);* **lustrous -** *a* блестящий

matter - *n* вещество; материя

moisture - *n* влажность, сырость; влага

parting - *n* прослоек

plane - *n* плоскость; **bedding plane** плоскость напластования

rank - *n* класс, тип; **coal rank** группа угля, тип угля

regular - *a* правильный; непрерывный; *ant* **irregular** неправильный; неравномерный; **regularity** *n* непрерывность; правильность

similar - *a* похожий, сходный; подобный; *syn* **alike, the same as**

smelt - v плавить *(руду);* выплавлять *(металл)*

store - v запасать, хранить на складе; вмещать

strata - *n pl от* **stratum** пласты породы; свита *(пластов);* формация, напластования породы; *syn* **measures**

thickness - *n* мощность *(пласта, жилы)*

uniform - *a* однородный; равномерный; **uniformity** *n* однородность; единообразие

utilize - v использовать; *syn* **use, apply, employ**

volatile - *a* летучий, быстро испаряющийся

Prospecting and Exploration

aerial - *a* воздушный; надземный

certain - *a* определенный; некоторый; **certainly** *adv* конечно

cost - (cost) v стоить; *n* цена; стоимость

crop - v (out) обнажать(ся), выходить на поверхность *(о пласте, породе); syn* **expose;** засевать, собирать урожай

dredging - *n* выемка грунта; драгирование

drill - v бурить, сверлить; *n* бурение, сверление; бурильный молоток; **drilling -** *n* бурение, сверление; **core-drilling** колонковое (керновое) бурение

drive (drore, **driven**) - v проходить *(горизонтальную выработку);* приводить в движение; управлять *(машиной); n* горизонтальная выработка; привод; передача

evidence – *n* основание; признак(и); свидетельства

expect - v ожидать; рассчитывать; думать; предлагать

explore - v разведывать месторождение полезного ископаемого с попутной добычей; **exploratory -** *a* разведочный; **exploration -** *n* детальная разведка; разведочные горные работы по месторождению

galena - *n* галенит, свинцовый блеск

indicate - v указывать, показывать; служить признаком; означать

lead - *n* свинец

look for - v искать

open up - v вскрывать *(месторождение);* нарезать *(новую лаву, забой);* **opening -** *n* горная выработка; подготовительная выработка; вскрытие месторождения

panning - *n* промывка *(золотоносного песка в лотке)*

processing - *n* обработка; - **industry** обрабатывающая промышленность

prove - v разведывать *(характер месторождения или залегания);* доказывать; испытывать, пробовать; **proved -** *a* разведанный, достоверный; **proving -** *n* опробование, предварительная разведка

search - v исследовать; (for) искать *(месторождение); n* поиск; *syn* **prospecting**

sign - *n* знак, символ; признак, примета

store - v хранить, накапливать *(о запасах)*

work - v работать; вынимать, извлекать *(уголь, руду);* вырабатывать; **workable -** *a* подходящий для работы, пригодный для разработки, рабочий *(о пласте);* рентабельный; **working -** *n* разработка, горная выработка

adit - *n* горизонтальная подземная выработка, штольня

angle - *n* угол

approximate - *a* приблизительный

bit - *n* режущий инструмент; буровая коронка, коронка для алмазного бурения; головка бура, сверло; **carbide bit** армированная коронка, армированный бур; **diamond bit -** алмазная буровая коронка

borehole - *n* скважина, буровая скважина

crosscut - *n* квершлаг

dip - *n* падение *(залежи);* уклон, откос; v падать

enable - v давать возможность или право *(что-л. сделать)*

exploit - v разрабатывать *(месторождение);* эксплуатировать; **exploitation** - *n* разработка; эксплуатация

measure - *n* мера; мерка; критерий; степень; *pl* свита, пласты; v измерять

overburden - *n* покрывающие породы, перекрывающие породы; верхние отложения, наносы; вскрыша

pit - *n* шахта; карьер, разрез; шурф

reliable - *a* надежный; достоверный

rig - *n* буровой станок, буровая вышка; буровая каретка; буровое оборудование

sample - *n* образец; проба; v отбирать образцы; опробовать, испытывать

section - *n* участок, секция, отделение, отрезок, разрез, профиль, поперечное сечение; **geological** ~ геологический разрез *(пород)*

sequence - *n* последовательность; порядок следования; ряд

sink (sank, sunk) - v проходить *(шахтный ствол, вертикальную выработку);* углублять; погружать; опускать; **sinking** - *n* проходка *(вертикальных или наклонных выработок);* **shaft sinking -** проходка ствола

slope - *n* наклон; склон; бремсберг; уклон; v клониться, иметь наклон; **sloping -** *a* наклонный; **gently sloping -** с небольшим наклоном

steep - *a* крутой, крутопадающий, наклонный

strike - *n зд.* простирание; v простираться; **across the strike -** вкрест простирания; **along (on) the strike** по простиранию

trench - *n* траншея, канава; котлован; v копать, рыть, шурфовать

to make use (of) использовать, применять

to take into consideration принимать во внимание; *syn* **take into account**

General Information on Mining

access - *n* доступ

affect - v воздействовать *(на что-л.);* влиять; *syn* **influence**

barren - *a* непродуктивный; пустой *(о породе)*

chute - *n* скат, спуск; углеспускная выработка; жёлоб

compare - v (with) сравнивать, проводить параллель

contribute - v способствовать, содействовать; делать вклад *(в науку);* **make a (one's) ~ to smth.** сделать вклад во что-л.

cross-section - *n* поперечное сечение, поперечный разрез, профиль

develop - v разрабатывать *(месторождение);* развивать *(добычу);* производить подготовительные работы; **development -** *n* подготовительные работы; развитие добычи; развитие

drift - *n* штрек, горизонтальная выработка

ensure - v обеспечивать, гарантировать; *syn* **guarantee**

face - *n* забой; лава

floor - л почва горной выработки, почва пласта (жилы); **quarry** ~ подошва карьера; пол, настил

govern - v править, управлять; руководить; определять, обусловливать

inclination - *n* уклон, скат, наклон *(пластов);* наклонение; **seam** ~ падение *(пласта);* наклон *(пласта)*

incline - *n* уклон, бремсберг, скат; наклонный ствол; **gravity** ~ бремсберг

inclined - *a* наклонный; **flatly** ~ слабо наклонный; **gently** ~ наклонного падения; **medium** ~ умеренно наклонный *(о пластах);* **steeply** ~ крутопадающий

level - *n* этаж, горизонт, горизонтальная горная выработка; штольня; уровень *(инструмент);* нивелир; ватерпас; горизонтальная поверхность

recover - v извлекать *(целики);* выбирать, очищать; добывать *(уголь и т.п.);* восстанавливать

remove - v удалять; убирать; устранять; перемещать; **removal -** *n* вскрыша; выемка; уборка *(породы);* извлечение *(крепи);* перемещение; **overburden** - удаление вскрыши

rib - *n* ребро; выступ; узкий целик, предохранительный целик; грудь забоя

roof - *n* крыша; кровля выработки; кровля пласта *(или* жилы); перекрытие; ~ **support -** крепление кровли

shaft - *n* шахтный ствол; **auxiliary** ~ вспомогательный ствол; **hoisting** ~ подъемный ствол; главный шахтный ствол

tabular - *a* пластовый (о *месторождении);* пластообразный; плоский; линзообразный; *syn* **bedded, layered**

waste - *n* пустая порода; отходы; *syn* **barren rock**

well - *n* буровая скважина; колодец, источник; водоем; зумф

capital investment - капитальные вложения

gate road - промежуточный штрек

in bulk - навалом, в виде крупных кусков

metal-bearing - содержащий металл

production face/working - очистной забой

productive mining - эксплуатационные работы

in view of - ввиду чего-л., принимая во внимание что-л.

with a view to - с целью

advantage - *n* преимущество; превосходство; выгода; польза; **advantageous** - *a* выгодный; благоприятный, полезный; **to take advantage of smth** воспользоваться чём-л.

caving - *n* обрушение *(кровли);* разработка с обрушением

deliver - v доставлять, подавать; питать; нагнетать; произносить *(речь);* читать *(лекцию)*

entry - *n* штрек; выработка горизонтальная; *pl* подготовительные выработки; нарезные выработки; штреки

giant - *n* гидромонитор

gravity - *n* сила тяжести; вес, тяжесть; **by ~** самотеком, под действием собственного веса

haul - v доставлять; откатывать; подкатывать; перевозить; **haulage** - *n* откатка; доставка; транспортировка *(по горизонтали)*

longwall - *n* лава; выемка лавами; сплошной забой, сплошная или столбовая система разработки; *syn* **continuous mining; ~ advancing on the strike** выемка лавами прямым ходом по простиранию; сплошная система разработки по простиранию; **~ advancing to the rise** сплошная система разработки с выемкой по восстанию; ~ to **the dip** сплошная система разработки с выемкой по падению; ~ **retreating** выемка лавами обратным ходом; столбовая система разработки лавами

lose (lost) - v терять; **loss -** *n* потеря, убыток

pillar - *n* целик; столб; **shaft** ~ околоствольный целик; ~ **method** столбовая система разработки; ~ **mining** выемка целиков

predominate - v преобладать, превалировать; превосходить; господствовать, доминировать

protect - v охранять, защищать

reach - v простираться, доходить до; добиваться, достигать

satisfy - v удовлетворятъ(ся)

shield - *n* щит; ~ **method** щитовой метод проходки, щитовой способ

room - *n* камера; очистная камера; **room-and-pillar method** камерно-столбовая система разработки

stowing - *n* закладка *(выработанного пространства)*

method of working система разработки

the sequence of working the seams - последовательность отработки пластов

goaf — завал; обрушенное пространство

double-ended drum bearer — комбайн с двойным барабаном

to identify — опознавать

appraisal — оценка

susceptibility — чувствительность

concealed — скрытый, не выходящий на поверхность

crusher — дробилка

concentration — обогащение

blending — смешивание; составление шихты

screen — сортировать (обыден. уголь); просеивать

froth floatation — пенная флотация

core drilling — колонковое бурение

to delineate — обрисовывать, описывать

lender — заимодавец

feasibility — возможность

in situ mining — повторная разработка месторождения в массиве

screening — просеивание; грохочение

processing — обработка, разделение минералов

Mining and Environment

break v **(broke**, **broken**) отбивать *(уголь или породу),* обрушивать кровлю; разбивать; ломать; л отбойка, обрушение; **break out** отбивать, производить выемку

(руды .или породы); расширять забой; **breakage** л разрыхление, дробление

drill - *n* бур; .перфоратор; бурильный молоток; сверло; v бурить; car ~ буровая тележка; **mounted** ~ перфоратор на колонке; колонковый бурильный молоток; **drilling -** *n* бурение

dump -*n* отвал *(породы);* склад угля; опрокид; **external** ~ внешний отвал; **internal** ~ внутренний отвал; v сваливать (в *отвал);* разгружать; отваливать; опрокидывать *(вагонетку);*

dumper опрокид; самосвал; отвалообразователь; **dumping** л опрокидывание; опорожнение; опрокид; *syn* **tip**

environment - *n* окружение; окружающая обстановка/среда

explode - v взрывать, подрывать; **explosion** - *n* взрыв; **explosive -** *n* взрывчатое вещество; *a* взрывчатый

friable - *a* рыхлый; хрупкий; рассыпчатый; слабый (о *кровле)*

handle - v перегружать; доставлять; транспортировать; управлять машиной; *n* ручка; рукоять; скоба; **handling** - *n* подача; погрузка; перекидка, доставка; транспортировка; обращение с машиной

heap - v наваливать; нагребать; *n* породный отвал, терриконик; *syn* **spoil ~, waste ~**

hydraulicklng - *n* гидродобыча; гидромеханизированная разработка

load - v нагружать, грузить, наваливать; *n* груз; нагрузка; **loader -** *n* погрузочная машина, навалочная машина, перегружатель; грузчик; **cutter-loader -** комбайн, комбинированная горная машина

lorry - *n* грузовик; платформа; *syn* **truck**

mention - v упоминать

overcasting - *n* перелопачивание *(породы)*

pump - *n* насос; **gravel** ~ песковый насос; **sludge** ~ шламовый насос; v качать; накачивать; откачивать

reclamation - *n* восстановление; осушение; извлечение крепи; ~ **of land** восстановление участка *(после открытых работ)*

sidecastiag - *n* внешнее отвалообразование

site - *n* участок, место; **building** ~ строительная площадка

slice - *n* слой; **slicing -** *n* выемка слоями, разработка слоями

strip - v производить вскрышные работы; разрабатывать; очищать *(лаву);* вынимать породу или руду; *n* полоса; **stripper -** *n* забойщик; вскрышной экскаватор; **stripping -** *n* открытая разработка, открытые горные работы; вскрыша; вскрытие наносов

unit - *n* агрегат; установка; устройство; прибор; узел; секция; деталь; машина; механизм; единица измерения; участок

washery - *n* углемойка; рудомойка; моечный цех

to attract smb's attention привлекать чье-л. внимание

backhoe - *n* обратная лопата

blast - *n* взрыв; v взрывать; дуть; продувать; **blasting** - *n* взрывание; взрывные работы; взрывная отбойка

block out - v нарезать залежь на блоки; нарезать столбы

clearing - *n* выравнивание почвы; планировка грунта

crash - v дробить; разрушать; обрушать(ся)

earth-mover - *n* землеройное оборудование; *syn* **excavator**

excavator - *n* экскаватор; **bucket-wheel** - роторный экскаватор; **multi-bucket** ~ многочерпаковый экскаватор; **single-bucket** - одночерпаковый экскаватор

grab - *n* грейфер, ковш, черпак; экскаватор; v захватывать;

grabbing - погрузка грейфером; захватывание

hoist - *n* подъемное установка (машина); подъемник; лебедка; v поднимать; **hoisting** шахтный подъем

plough - *n* струг

power shovel - *n* механическая лопата; экскаватор типа механической лопаты

range - *n* колебание в определенных пределах

rate - *n* норма; скорость, темп; коэффициент; степень; разрез; сорт; мощность; расход *(воды)*

remote - *a* отдаленный; ~ **control** дистанционное управление

result - v (in) приводить (к); иметь своим результатом; (from) следовать (из), происходить в результате

safety - *n* безопасность; техника безопасности

slope - *n* забой, сплошной забой, очистной забой; v очищать забой, вынимать породу, уголь; *syn* **face; sloping** очистные работы; очистная выемка; **open sloping** выемка с открытым забоем; **shrinkage sloping** выемка системой с магазинированием *(руды)*

support - v крепить; поддерживать; подпирать; *n* стойка; опора; поддержание; крепление; *syn* **timbering; powered roof** - механизированная крепь; **self-advancing powered roof** - передвижная механизированная крепь

1.4 Самостоятельное изучение тем курса (для заочной формы обучения)

Самостоятельное изучение тем курса предполагает изучение тем практических занятий, представленных в разделе 1, 2, 3 данных методических указаний студентами заочной формы обучения в межсессионный период.

1.5 Подготовка к контрольной работе и 1.6 Написание контрольной работы

Для выполнения контрольной работы студентами кафедрой подготовлены *Методические рекомендации и задания к контрольной работе для студентов данной специальности.*

II. Другие виды самостоятельной работы

2.1 Выполнение самостоятельного письменного домашнего задания (Подготовка к ролевой игре, к практико-ориентированным заданиям, опросу)

2.1.1 Подготовка к ролевой игре

Студенты получают ролевые карточки. Им необходимо обдумать свою роль, стратегию своей роли, вопросы и ответы.

Role card 1

Sasha

The worst thing about your house is lack of privacy. You share your room with a younger sister. You think she goes through all your stuff. She asks you ambarrassing questions about boys, makes little nasty comments about you.

Your parents treat you like a baby. Your father is too much interested in your studying and homework. Your mother makes you do the work about the house alone. You are going to leave home as soon as you are old enough.

- Collect all the arguments to explain your attitude to your family.
- Listen to what the members of your family are saying.
- Don't interrupt them.
- Don't forget that both parents and children are to blame in conflict situations.
- Be polite and friendly

Role card 2

Mother

Your daughter has written a letter of complaint to the youth magazine. She is not satisfied with your attitude to her. You have read this letter. You are worried about the situation in the family and have decided to discuss the problems with a family therapist.

- Say why you have invited the therapist
- Try to explain Sasha's attitude to you and the whole family.
- Think of your questions to Sasha
- Be objective to her problems – you might have never taken them seriously!
- Try to analyse the situation, don't criticize Sasha

- Follow the therapist's advice
- Be polite and friendly

Role card 3

Father

Your daughter is complaining that you treat her like a baby. You don't let her out at night during the week. You always ask her about the boys. You don't believe her when she says she doesn't have any homework to do. Your wife has invited a family therapist to discuss the problems of your family.

- Say what your attitude to the problem is
- Try to explain Sasha's attitude to you and the whole family.
- Think of your questions to Sasha
- Be objective to her problems – you might have never taken them seriously!
- Try to analyse the situation, don't criticize Sasha
- Follow the therapist's advice
- Be polite and friendly

Role card 4

Sister

Sasha is complaining that you don't help her with the work about the house. She also says that she can't keep anything secret in her room, you go through all her stuff. She is irritated by your behaviour. She is going to leave your home as soon as she is old enough.

- Say what your attitude to the problem is
- Try to explain Sasha's attitude to you and the whole family.
- Think of your questions to Sasha
- Be objective to her problems – you might have never taken them seriously!
- Try to analyse the situation, don't criticize Sasha
- Follow the therapist's advice
- Be polite and friendly

Role card 5

Family therapist

- Encourage all the members of the family to speak
- Take notes
- Ask questions
- Summarize what you have heard from all the members of the family
- Try to analyse the situation in a short report

2.1.2 Подготовка к практико-ориентированному заданию

Подготовьте устные высказывания по темам:

1. From the history of the Ural State Mining University.
2. Faculties and specialities of the University.
3. The layout of the Ural State Mining University.
4. Student's academic work.

Подготовьте письменные ответы на вопросы:

1. Where do you study?
2. What faculty do you study at?
3. How many faculties are there at the Ural State Mining University?
4. What year are you in?
5. What is your future speciality?
6. What specialities are there at your faculty?
7. When did you enter the University?

8. When was the Sverdlovsk Mining Institute founded?
9. When was it reorganized into the University?
10. In how many buildings is the Ural State Mining University housed?
11. In what building is your faculty housed?
12. Who is the dean of your faculty?
13. What books do you take from the library?
14. Where do you live?
15. Where do you usually have your meals?
16. How long does the course of studies for a bachelor's degree last?
17. How long do the students study for a Diplomate Engineer's course and a Magister's degree?
18. What subjects do you study this term?
19. What lectures and practical classes do you like to attend?
20. Where do the students have their practical work?
21. When do the students present their graduation papers for approval?
22. What graduates can enter the post-graduate courses?
23. What kind of sport do yon like?
24. Where do you go in for sports?

2.1.3 Подготовка к опросу

Ответьте на вопросы на иностранном языке:

1. What specialities does the geological faculty train geologic engineers in?
2. What problems does Geology study?
3. What branches is Geology divided into?
4. What does Economic Geology deal with?
5. What does mineralogy investigate?
6. What does paleontology deal with?
7. What is the practical importance of Geology?
8. Where do graduates of the geological faculty of the Mining University work?
9. What is your future speciality?
10. What kind of work do geologists-prospectors conduct?
11. What do geologists explore during the early stages of geological exploration?
12. What work do geologists conduct while working in. the field?
13. When do geologists start exploratory work?
14. What is the purpose of the exploratory work?
15. How is exploratory work conducted?
16. What contribution do geologists make to the development of the National Economy of our country?
17. What does hydrogeology deal with?
18. Where are ground waters used?
19. Where is thermal (hot) water used?
20. What must hydrogeologists do with ground waters which complicate construction work or mineral extraction?

2.2 Дополнительное чтение профессионально ориентированных текстов и выполнение заданий на проверку понимания прочитанного (по 2 текста на тему)

Text 1: A.M. Terpigorev (1873-1959)

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

to defend graduation paper (thesis) - защищать дипломную работу (диссертацию)

to pass an entrance examination - сдать вступительный экзамен

to get a higher education - получить высшее образование

to do one's best (one's utmost, all one can, everything in one's power) - сделать все возможное, не жалеть сил

to make contribution (to) - вносить вклад в *(науку, технику* и т.д.)

choose (chose, **chosen**) - v выбирать; **choice -** *n* выбор

collect - v собирать, коллекционировать

dangerous - *a* опасный

deposit - *n* месторождение, залежь; **bedded deposits -** пластовые месторождения

describe - v описывать, изображать; **description -** *n* описание; **descriptive -** *a* описательный

facility - *n (pl* **facilities)** средства; возможности; оборудование; устройства

fire damp - *n* рудничный газ, метан

harm - *n* вред; *v* вредить; **harmful -** *a* вредный

relate - v относиться, иметь отношение

safety - *n* безопасность; **mine safety** безопасность труда при горных работах; техника безопасности; **safety measures** меры безопасности; **safe -** *a* безопасный; надежный

seam - *n* пласт *(угля); syn* **bed, layer; flat seam** горизонтальный, пологопадающий пласт; **inclined seam** наклонный пласт; **steep seam** крутопадающий пласт; **thick seam** мощный пласт; **thin seam** тонкий пласт

state - *n* состояние; государство; штат; *a* государственный; v заявлять; констатировать; излагать

success - *v* успех; удача; **be a success** иметь успех; **successful** *a* успешный

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

Academician A.M. Terpigorev is a well-known mining engineer who successfully combined his practical experience with scientific research. He was bom in 1873 in Tambov. In 1892 he finished school with honours1 and decided to get a higher education. He chose the Mining Institute in St. Petersburg, passed all the entrance examinations successfully and became a student of the Mining Institute.

At the Institute he studied the full range of subjects2 relating to metallurgy, mining and mining mechanics.

At that time students' specialization was based on descriptive courses and elementary practical training. One of the best lecturers was A. P. Karpinsky. His lectures on historical geology were very popular.

During his practical training Terpigorev visited mines and saw that the miners' work was very difficult. While he was working in the Donbas he collected material for his graduation paper which he soon defended. The Mining of flat seams in the Donbas was carefully studied and described in it.

In 1897 Terpigorev graduated from the Institute with a first-class diploma of a mining engineer.

His first job as a mining engineer was at the Sulin mines where he worked for more than three years first as Assistant Manager and later as Manager.

From 1900 till 1922 Terpigorev worked at the Yekaterinoslav Mining Institute (now the Mining Institute in Dnepropetrovsk).

In 1922 he accepted an offer to take charge of the mining chair at the Moscow Mining Academy and moved to Moscow. From 1930 he headed the chairs5 of Mining Transport and Mining of Bedded Deposits at the Moscow Mining Institute.

Academician Terpigorev took a particular interest in mine safety. As a result of his investigations a series of safety measures in gassy collieries was worked out. For some time he was working on the problem of fire damp, the most harmful and dangerous of all the gases in mines.

His two-volume work Coal Mining and Mine Transport Facilities is a full description of the state of mechanization and the economy of the Donbas. His other works are about mining transport facilities, mechanization of coal mining and mining machinery. He is one of the pioneers in scientific methods of coal gasification.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. After school Terpigorev decided to work in a mine.
2. Terpigorev collected material for his graduation paper which dealt with mining thick seams in the Donbas.
3. For more than three years Terpigorev worked at the Sulin mines.
4. In 1922 Terpigorev accepted an offer to take charge of the mining chair at the Moscow Mining Institute.
5. He investigated the problems of mine safety.
6. He was one of the first to work on the problem of gasification of coal.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. When and where was Terpigorev born?
2. What institute did he graduate from?
3. What material did he collect while he was working in the Donbas?
4. Where did Terpigorev work from 1900 till 1922?
5. At what institute did Terpigorev head the chair of Mining Bedded Deposits?
6. What did Terpigorev take a particular interest in?
7. What works by Terpigorev do you know?
8. What problems do Terpigorev's works deal with?
9. What was the result of his investigations on mine safety?

3. Переведите следующие сочетания слов.

а) охрана труда в шахтах
б) подтверждать
в) добыча угля
г) эксплуатация месторождений
д) метан
е) принять предложение
ж) выполнить задачу, задание
з) горизонтальный пласт
и) собирать материал

1. поступить в институт
2. решать важные проблемы
3. выдающиеся исследователи
4. успешно провести эксперименты
5. выбрать профессию
6. описательный курс
7. происхождение железной руды
8. начальник шахты
9. мероприятия по охране труда

Text 2: A.P. Karpinsky (1847-1936)

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

abroad - *adv* за рубежом
confirm - v подтверждать; утверждать
consider - v считать, полагать, рассматривать
contribute - v вносить вклад; **contribution** вклад
crust - *n* земная кора
detailed - a подробный, детальный
elect - v избирать, выбирать *(голосованием);* назначать *(на должность)*
embrace - v охватывать; обнимать
entire - *a* весь, целый; полный; *syn* **whole**
exist – *v* существовать, быть, жить
foreign - *a* иностранный
former - *a* прежний

investigate - v исследовать; изучать

prominent - *a* знаменитый, выдающийся, известный; *syn* **remarkable, outstanding**

regularity - *n* закономерность

significant - *a* значительный; **significance -** *n* значение, важность; **exhaust the significance** исчерпывать значение

society – *n* общество

staff - *n* персонал; личный состав; штат

various - *a* различный, разный, разнообразный

to advance the view - высказывать мнение *(точку зрения)*

to be interested in - быть заинтересованным *(чём-л.),* интересоваться

to take (an) interest in - заинтересоваться *(чём-л.)*

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

V.A. Obruchev, I.M. Gubkin, A.Y. Fersman, V.I. Vernadsky and A. P. Karpinsky were the prominent Russian scientists who laid the foundation1 of the Russian school of geology and mining.

An entire epoch in the history of Russian geology is connected with Karpinsky's name. One of the greatest Russian geologists, he was a member and for some time President of the Academy of Sciences of the former USSR and a member of several Academies abroad. The Geological Society of London elected him a foreign member in 1901. His greatest contribution to geology was a new detailed geological map of the European part of Russia and the Urals.

For many years he headed the Russian Geological Committee the staff of which was made up of his pupils. He was one of those geologists who embraced the whole of geological science. He created the new stratigraphy of Russia. He studied the geological systems in various regions of the country and was the first to establish3 the regularity of the Earth's crust movement. His paleontological studies are of no less importance, especially those on palaeozoic ammonoids. He also took an interest in deposits of useful minerals and gave a classification of volcanic rocks. He advanced the view that petroleum deposits existed in Russian, which was confirmed later. He studied some ore and platinum deposits and may be justly considered5 the founder of practical geology of the Urals. He was the first Russian scientist who introduced microscope in the study of petrographic slides.

Karpinsky was a prominent scientist, an excellent man and citizen. He was one of the best lecturers at the Mining Institute in his time. He was also one of the greatest Russian scientists who later became the first elected President of the Academy of Sciences of the USSR. Students were attracted to him not only because he was a great scientist but also because of his charming personality and gentle manner.

Every geologist and every geology student knows very well Karpinsky's most significant work An Outline of the Physical and Geographical Conditions in European Russia in Past Geological Periods.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. Karpinsky was the first President of the Academy of Sciences.
2. He worked at the Mining Institute in St.Petersburg.
3. Karpinsky was a member of many Academies abroad.
4. Karpinsky made up a detailed map of the Asian part of our country.
5. He headed the Russian Geological Committee.
6. Karpinsky created a new branch of geology, namely stratigraphy.
7. He only tried to establish the regularity of the Earth's crust movement.
8. Karpinsky may be justly considered the founder of the practical geology of the Urals.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What society elected Karpinsky a foreign member and when?
2. Did he head the Russian Geological Committee or was he a member of that Committee?

3. Did Karpinsky investigate various regions of the Russian territory?
4. Which of his works are the most remarkable?
5. What can you say about Karpinsky's investigations in petrology?

3. Переведите следующие сочетания слов.

а) земная кора
б) составить подробную карту
в) замечательные работы
г) выдающийся ученый
д) залежи полезных ископаемых
е) научное общество
ж) избирать председателя (президента)
з) заложить основы школы
и) интересоваться геологией
к) высказать точку зрения
л) возглавлять комитет

Text 3: Sedimentary Rocks

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

cause - v заставлять; вызывать; влиять; причинять; *n* причина, основание; дело; общее дело; *syn* **reason**
clay - *n* глина; глинозем
consolidate - v твердеть, затвердевать, уплотнять(ся); укреплять; *syn* **solidify**
crust - *n* кора; *геол.* земная кора
decay - v гнить, разлагаться; *n* выветривание *(пород);* распад, разложение
derive - v (from) происходить, вести свое происхождение *(от);* наследовать
destroy - v разрушать; уничтожать; **destructive** *a* разрушительный
dissolve v растворять
expose - v выходить *(на поверхность);* обнажаться; **exposure -** *n* обнажение
external - *a* внешний
extrusive - *a* эффузивный, излившийся *(о горной породе)*
force - v заставлять, принуждать; ускорять движение; *n* сила; усилие
glacier - *n* ледник, глетчер
grain - *n* зерно; **angular grains -** угловатые зерна *(минералов);* **grained -** *a* зернистый
gravel - *n* гравий, крупный песок
internal - *a* внутренний
intrusive - *a* интрузивный, плутонический
iron - *n* железо
layer - *n* пласт
like - *a* похожий, подобный; *syn* **similar;** *ant* **unlike;** *adv* подобно
lime - *n* известь; **limestone -** *n* известняк
loose - *a* несвязанный, свободный; рыхлый
make up - v составлять; *n* состав *(вещества)*
particle - *n* частица; включение
peat - *n* торф; торфяник
represent - v представлять собою; означать; быть представителем; **representative** - представитель; **representative -** *a* характерный, типичный
rock – *n* горная порода; **igneous** - изверженная порода; **sedimentary** - осадочная порода
sand - *n* песок
sandstone - *n* песчаник; **fine-grained (medium-grained, coarse-grained)** - мелкозернистый (среднезернистый, грубозернистый) песчаник
sediment - *n* отложение; осадочная порода; **sedimentary -** *a* осадочный; **sedimentation -** *n* образование осадочных пород

schist - *n (кристаллический)* сланец; **schistose -** *a* сланцеватый, слоистый
shale - *n* сланец, сланцевая глина, глинистый сланец; **clay -** глинистый сланец; **combustible …, oil …** - горючий сланец
siltstone - *n* алеврит
stratification - *n* напластование, залегание
stratify - v напластовываться; отлагаться пластами; **stratified** *a* пластовый; *syn* **layered, bedded**
substance - *n* вещество, материал; сущность
thickness - *n* толщина, мощность
value - *n* ценность; важность; величина; значение; **valuable -** *a* ценный *(о руде)*
vary - v изменять(ся); отличать(ся); *syn* **differ, change (from); variable -** *a* переменный; непостоянный; **various** *a* различный; *syn* **different**

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

The rocks of the Earth's crust are divided into three main groups: sedimentary rocks, which consist of fragments or particles of pre-existing rocks; igneous rocks which have solidified from magma and metamorphic rocks. Metamorphic rocks have been derived from either igneous or sedimentary rocks.

Sedimentary rocks represent one of the three major groups of rocks that make up the crust of the Earth. Most sedimentary rocks have originated by sedimentation. They are layered or stratified. Thus, stratification is the most important characteristic of sediments and sedimentary rocks. It is necessary to note that the processes which lead to the formation of sedimentary rocks are going on around us.

Sediments are formed at or very near the surface of the Earth by the action of heat, water (rivers, glaciers, seas and lakes) and organisms.

It should be noted that 95 per cent of the Earth's crust is made up of igneous rocks and that only 5 per cent is sedimentary. In contrast, the amount of sedimentary rocks on the Earth's surface is three times that of igneous rocks.

Strictly speaking, sedimentary rocks form a very small proportion by volume of the rocks of the Earth's crust. On the contrary, about three quarters of the Earth's surface is occupied by sedimentary rocks. It means that most of sedimentary rocks are formed by sediments, accumulations of solid material on the Earth's surface.

The thickness of the layers of sedimentary rocks can vary greatly from place to place. They can be formed by the mechanical action of water, wind, frost and organic decay. Such sediments as gravel, sand and clay can be transformed into conglomerates, sandstones and clay schists as a result of the accumulation of materials achieved by the destructive mechanical action of water and wind.

Mechanical sediments can be unconsolidated and consolidated. For example, gravel, sand and clay form the group of unconsolidated mechanical sediments, because they consist of loose uncemented particles (grains).

On the Earth's surface we also find consolidated rocks, which are very similar to the loose sediments whose particles are firmly cemented to one another by some substance. The usual cementing substances are sand, clay, calcium carbonate and others. Thus sandstones are consolidated rocks composed of round or angular sand grains, more or less firmly consolidated. Like sand, sandstones can be divided into fine-grained, medium-grained and coarse-grained.

On the other hand, chemical sediments are the result of deposits or accumulations of substances achieved by the destructive chemical action of water. The minerals such as rock salt, gypsum and others are formed through sedimentation of mineral substances that are dissolved in water.

Sediments can also be formed by the decay of the remains of organisms, by the accumulation of plant relics.1 They are called organic sediments. Limestones, peat, coal, mineral oil and other sediments may serve as an example of organic sediments.

The most principal kinds of sedimentary rocks are conglomerate, sandstone, siltstone, shale, limestone and dolomite. Many other kinds with large practical value include common salt, gypsum, phosphate, iron oxide and coal.

As is known, water, wind and organisms are called external forces, because their action depends on the energy which our planet receives from the Sun.

1). Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. The rocks of the Earth's crust are divided into two main groups.
2. Igneous rocks are composed of particles of pre-existing rocks.
3. Sedimentary rocks are stratified.
4. Sediments are formed by the action of glaciers.
5. Igneous rocks make up 75 per cent of exposed rocks.
6. Conglomerates are formed as a result of the accumulation of materials caused by the destructive mechanical action of water.
7. Sandstones are consolidated rocks.
8. Clays are unconsolidated mechanical sediments.
9. Chemical sediments are formed by the destructive chemical action of water.
10. Peat and coal are the organic sediments which are of great practical value.
11. Clay schist was formed at the beginning of the sedimentation period and clay was formed later.

2). Ответьте на вопросы:

1. What main groups of rocks do you know?
2. Do sedimentary rocks consist of particles of pre-existing rocks?
3. How were igneous rocks formed?
4. Do you know how sedimentary rocks have originated?
5. What is the most important characteristic feature of sediments?
6. Do sedimentary rocks account for 10 per cent of the Earth's crust?
7. Is gravel consolidated mechanical sediment? And what about sand and clay?
8. What are cementing substances? Can calcium carbonate be used as a cementing substance?
9. Are there only fine-grained sandstones?
10. What can you say about chemical sediments?
11. Can you give an example of organic sediments? How are they formed?

3) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов.

1.	земная кора	а) sandstone
2.	растворяться в воде	б) fine-grained sand
3.	песчаник	в) the Earth's crust
4.	уплотненные осадки	г) exposed rocks
5.	изверженные породы	д) to dissolve in water
6.	мелкозернистый песок	е) like gypsum
7.	затвердевать	ж) consolidated sediments
8.	подобно гипсу	з) igneous rocks
9.	обнаженные породы	и) to solidify, to consolidate

б) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих сочетаний слов.

1.	coarse-grained sand	а) разрушительная сила воды
2.	siltstone and shale	б) пластовые месторождения
3.	the destructive action of water	в) доледниковый период

4.	existing rocks	г) крупнозернистый (грубо- зернистый) песок
5.	chemical decay	д) частицы вещества
6.	sedimentary rocks	е) алеврит и сланец
7.	stratified deposits	ж) существующие породы
8.	pre-glacial period	з) осадочные породы
9.	particles of a substance	и) химический распад

Text 4: Weathering of Rocks

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

contain - v содержать *(в себе),* вмещать
crack - *n* трещина; щель; v давать трещину; трескаться, раскалываться
contract - v сжиматься; сокращаться
dust - *n* пыль
expand - v расширяться); увеличивать(ся) в объеме; **expansion** *n* расширение; *ant* **contract**
fissure - *n* трещина *(в породе, угле);* расщелина; щель
fracture - *n* трещина; излом; разрыв; v ломать(ся); раздроблять *(породу)*
freeze - *v* замерзать; замораживать; застывать
gradual - *a* постепенный; **gradually** *adv* постепенно
hard - *a* твердый, жесткий; *ant* **soft;** тяжелый (о *работе); adv* сильно, упорно; **hardly** *adv* едва, с трудом
hole - *n* отверстие; скважина; шпур; шурф
influence - *n* влияние; v **(on, upon)** влиять (не *что-л.)*
lateral - *a* боковой
occur - *v* залегать; случаться; происходить; *syn* **take place, happen; occurrence -** *n* залегание; **mode of occurrence -** условия залегания
penetrate - *v* проникать *(внутрь),* проходить через *(что-л.)*
phenomenon - *n* явление; *pi* **phenomena**
pressure - *n* давление; **lateral pressure** боковое *(горизонтальное)* давление; **rock pressure** горное давление, давление породы
rate - *n* степень, темп; скорость, норма; производительность; сорт; *syn* **speed, velocity**
refer - v (to) ссылаться *(на что-л.);* относиться *(к периоду, классу)*
resist - *v* сопротивляться; противостоять; противодействовать; **resistance** - *n* сопротивление; **resistant -** *a* стойкий; прочный; сопротивляющийся
size - *n* размер; величина; класс *(угля)*
solution – *n* раствор; **soluble -** *a* растворимый; **solvent -** растворитель; *a* растворяющий
succession – *n* последовательность, непрерывный ряд; **in succession** последовательно
undergo (underwent, undergone) - *v* испытывать *(что-л.),* подвергаться *(чему-л.)*
uniform – *a* однородный; одинаковый
weathering - *n* выветривание; эрозия *(воздействию, влиянию и т.д.)*
to be subjected to подвергаться

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

All rocks which are exposed on the Earth's surface (high mountain peaks, deserts) are decomposed to a certain degree. The process of rock disintegration by the direct influence of local atmospheric conditions on the Earth's surface is called weathering. This phenomenon is often referred to in geology because weathering is an active process. It takes place in the upper layers of the Earth's crust.

The main cause of physical weathering is the change in temperature that takes place with the succession of day and night. This phenomenon can best be observed in the deserts and high mountains where the changes in temperature are common.

During the day under the influence of heat, rocks expand whereas at night they begin to contract. As rocks are generally composed of different minerals, their expansion and contraction do not occur uniformly. As a result of this rocks crack. At the beginning these cracks or fissures are hardly noticeable but gradually they become wider and deeper until the whole surface of rock is finally transformed into gravel, sand or dust.

In the regions of a moderate or cold climate, where the temperature in winter goes down to below 0 (zero), the decomposition of rocks is greatly facilitated by the action of water. When water freezes it increases in volume and develops enormous lateral pressure. Under the action of water, rocks decompose to pieces of varied forms and sizes.

The decomposition of rocks under the direct influence of heat and cold is called physical weathering.

Rocks are subjected not only to physical decomposition but also to chemical weathering, i.e. to the action of chemical agents, such as water, carbon dioxide and oxygen. In a general way, chemical weathering is an acid attack on the rocks of the Earth's crust, in particular an attack on the most abundant minerals — quartz (sand) and aluminosilicates (clays). Only few minerals and rocks are resistant to the action of natural waters. The solvent action of water is stronger when it contains carbon dioxide. Water causes more complex and varied changes. With the participation of oxygen and carbon dioxide up to 90 per cent of rocks is transformed into soluble minerals, which are carried away by the waters.

Organisms and plants also take part in the disintegration of rocks. Certain marine organisms accelerate the destruction of rocks by making holes in them to live in. The action of plants can often be even more destructive. Their roots penetrate into the fissures of rocks and develop the lateral pressure which fractures and destroys rocks.

1. Укажите, какие предложены соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. The process of sedimentation is called weathering.
2. The change in temperature causes physical weathering.
3. As a rule during the night rocks expand.
4. When freezing water decreases in volume and develops enormous lateral pressure.
5. The decomposition of rocks is due to the influence of heat and cold.
6. As a rule water contains dissolved mineral substances.
7. The solvent action of water is stronger when it does not contain carbon dioxide.
8. It should be noticed that the action of organisms and plants is destructive.
9. Certain marine organisms accelerate the destruction of rocks.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What process is called weathering?
2. What process is called physical weathering?
3. Where can the phenomenon of physical weathering be best observed?
4. What process is called chemical weathering?
5. What substances can act as solvents?
6. Are all minerals and rocks resistant to the action of natural waters or only few minerals and rocks can resist the action of water?
7. How do organisms act on the destruction of rocks?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. the Earth's surface
2. to be composed of different minerals
3. the expansion of rocks
4. changes in temperature

5. under the influence of heat
6. weathering
7. destructive forces
8. a great number of fractures
9. to penetrate into fissures

а) под влиянием тепла
б) разрушительные силы
в) выветривание
г) большое количество трещин
д) состоять из различных минералов
е) расширение пород
ж) проникать в трещины
з) изменения температуры
и) поверхность земли

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. увеличиваться в объеме
2. развивать боковое давление
3. способствовать разрушению пород
4. подвергаться гниению
5. растворять вещества
6. сопротивляться (чему-л.)
7. некоторые органические вещества
8. ускорять процесс выветривания
9. куски породы различных размеров

а) to facilitate the decomposition of rocks
б) to increase in volume
в) to resist (smth)
г) rock pieces of varied (different) sizes
д) to accelerate the process of weathering
е) to be subjected to decay
ж) to dissolve substances
з) to develop lateral pressure
и) certain organic substances

Text 5: Fossil Fuels

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

accumulate - v накапливать; скопляться
ancient - *a* древний, старинный; *ant* **modern**
associate - v связывать, соединять, ассоциироваться; *syn* **connect, link**
burn (burnt) - v сжигать; гореть; жечь
charcoal - *n* древесный уголь
convenient - *a* удобный, подходящий
crude - *a* сырой, неочищенный
dig (dug) - v добывать; копать; **digger -** n угольный экскаватор; землеройная машина
divide - v делить; (from) отделять; разделять
evidence - *n* доказательство; очевидность; признак(и)
fossil - *a* окаменелый, ископаемый; *n* ископаемое *(органического происхождения);* окаменелость
heat - v нагревать; *n* теплота
liquid - *a* жидкий; n жидкость; *ant* **solid**

manufacture - *v* изготовлять, производить; *syn* **produce**
mudstone - *n* аргиллит
purpose - *n* цель; намерение; *syn* **aim, goal**
shale - *n* глинистый сланец
the former … the latter - первый *(из вышеупомянутых)* последний *(из двух названных)*

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

The chief sources of energy available to man today are oil, natural gas, coal, water power and atomic energy. Coal, gas and oil represent energy that has been concentrated by the decay of organic materials (plants and animals) accumulated in the geologic past. These fuels-are often referred to as fossil fuels.

The word fossil (derived from the Latin fodere "to dig up") originally referred to anything that was dug from the ground, particularly a mineral. Today the term fossil generally means any direct evidence of past life, for example, the footprints of ancient animals. Fossils are usually found in sedimentary rocks, although sometimes they may be found in igneous and metamorphic rocks as well. They are most abundant in mudstone, shale and limestone, but fossils are also found in sandstone, dolomite and conglomerate.

Most fuels are carbon-containing substances that are burned in air. In burning fuels give off heat which is used for different purposes.

Fuels may be solid, liquid and gaseous. Solid fuels may be divided into two main groups, natural and manufactured. The former category includes coal, wood, peat and other plant products. The latter category includes coke and charcoal obtained by heating coal in the absence of air.

Liquid fuels are derived almost from petroleum. In general, natural petroleum, or crude oil, as it is widely known, is the basis of practically all industrial fuels. Petroleum is a mixture of hundreds of different hydrocarbons — compounds composed of hydrogen and carbon — together with the small amount of other elements such as sulphur, oxygen and nitrogen. Petroleum is usually associated with water and natural gas. It is found in porous sedimentary rocks where the geological formation allowed the oil to collect from a wide area. Petroleum is one of the most efficient fuels and raw materials.

Of gaseous fuels the most important are those derived from natural gas, chiefly methane or petroleum. Using gaseous fuels makes it possible to obtain high thermal efficiency, ease of distribution and control. Gas is the most economical and convenient type of fuels. Today gas is widely utilized in the home and as a raw material for producing synthetics.

Scientists consider that a most promising source of natural resources may be the floor of the sea, a subject which now has become an important field of research.

Generally speaking, all types of fossil fuels described in the text are of great economic importance as they represent the sources of energy the man uses today.

1. Укажете, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. Coal, water power and atomic energy are the only sources of energy available to man today.
2. Coal, wood and peat represent natural group of solid fuels.
3. As a rule fossil fuels are found in sedimentary rocks.
4. Crude oil is widely used for producing solid fuels.
5. Petroleum can be found in porous sedimentary rocks.
6. Gas is used to produce synthetic materials.
7. Not all types of fossil fuels burn.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What fuels are often referred to as fossil fuels?
2. What does the word fossil mean?
3. What rocks are most abundant hi fossil fuels?

4. What types of fossil fuels do you know?
5. Is coke a natural or manufactured solid fuel? And what can you say about coal and peat?
6. How are coke and charcoal produced?
7. What rocks is petroleum usually associated with?
8. What are the advantages of gaseous fuels?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов сочетаний слов.

1.	fossil fuel	а) дерево и торф
2.	raw material	б) небольшое количество аргиллита
3.	crude oil	в) органическое топливо
4.	the chief sources of energy	г) сланец и известняк
5.	to refer to	д) сырье
6.	any direct or indirect evidence of the deposit	е) материалы, содержащие углерод
7.	shale and limestone	ж) главные источники энергии
8.	carbon-containing materials	з) любые прямые или косвенные признаки месторождения
9.	wood and peat	и) сырая (неочищенная) нефть
10.	the small amount of mudstone	к) относиться к (чему-л.); ссылаться на (что-л.)

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов.

1.	древесный уголь и кокс	а) to collect data
2.	жидкое топливо	б) charcoal and coke
3.	накапливать	в) to be composed of limestones
4.	собирать данные	г) liquid fuel
5.	происходить от	д) to accumulate
6.	получать хорошие результаты	е) to derive from
7.	богатый горючими сланцами	ж) to obtain good results
8.	состоять из известняков	з) abundant in oil shales

Text 6: Coal and Its Classification

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

bench - *n* слой, пачка *(пласта)*
blend - v смешивать(ся); вклинивать(ся)
combustion - *n* горение, сгорание; **spontaneous combustion** самовоспламенение, самовозгорание
continuity - *n* непрерывность, неразрывность
domestic - *a* внутренний; отечественный
estimate - v оценивать; *n* оценка; смета
fault - *n* разлом, сдвиг *(породы);* сброс; **faulting** *n* образование разрывов или сбросов
fold - *n* изгиб, складка, флексура; **foulding -** *n* складчатость, смешение *(пласта)* без разрыва
inflame - v воспламеняться; загорать(ся); **inflammable** - *a* воспламеняющийся, горючий, огнеопасный; **flame** - *n* пламя
intermediate - *a* промежуточный; вспомогательный
liable - *a* (to) подверженный; подлежащий *(чему-л.)*
luster - *n* блеск *(угля, металла);* **lustrous -** *a* блестящий
matter - *n* вещество; материя
moisture - *n* влажность, сырость; влага
parting - *n* прослоек
plane - *n* плоскость; **bedding plane** плоскость напластования
rank - *n* класс, тип; **coal rank** группа угля, тип угля
regular - *a* правильный; непрерывный; *ant* **irregular** неправильный; неравномерный; **regularity** *n* непрерывность; правильность

similar - *a* похожий, сходный; подобный; *syn* **alike, the same as**
smelt - v плавить *(руду);* выплавлять *(металл)*
store - v запасать, хранить на складе; вмещать
strata - *n pl от* **stratum** пласты породы; свита *(пластов);* формация, напластования породы; *syn* **measures**
thickness - *n* мощность *(пласта, жилы)*
uniform - *a* однородный; равномерный; **uniformity** *n* однородность; единообразие
utilize - v использовать; *syn* **use, apply, employ**
volatile - *a* летучий, быстро испаряющийся

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

Coal is the product of vegetable matter that has been formed by the action of decay, weathering, the effects of pressure, temperature and time millions of years ago.

Although coal is not a true mineral, its formation processes are similar to those of sedimentary rocks.

Structurally coal beds are geological strata characterized by the same irregularities in thickness, uniformity and continuity as other strata of sedimentary origin. Coal beds may consist of essentially uniform continuous strata or like other sedimentary deposits may be made up of different bands or benches of varying thickness.

You can see a seam limited by two more or less parallel planes, a shape which is typical of sedimentary rocks. The benches may be separated by thin layers, of clay, shale, pyrite or other mineral matter, commonly called partings. Like other sedimentary rocks coal beds may be structurally disturbed by folding and faulting.

According to the amount of carbon coals are classified into: brown coals, bituminous coals and anthracite. Brown coals are in their turn subdivided into lignite and common brown coal. Although carbon is the most important element in coal, as many as 72 elements have been found in some coal deposits, including lithium, chromium, cobalt, copper, nickel, tungsten and others.

Lignite is intermediate in properties between peat and bituminous coal, containing when dry about 60 to 75 per cent of carbon and a variable proportion of ash. Lignite is a low-rank brown-to-black coal containing 30 to 40 per cent of moisture. Developing heat it gives from 2,500 to 4,500 calories. It is easily inflammable but burns with a smoky flame. Lignite is liable to spontaneous combustion. It has been estimated that about 50 per cent of the world's total coal reserves are lignitic.

Brown coal is harder than lignite, containing from 60 to 65 per cent of carbon and developing greater heat than lignite (4,000-7,000 calories). It is very combustible and gives a brown powder. Bituminous coal is the most abundant variety, varying from medium to high rank. It is a soft, black, usually banded coal. It gives a black powder and contains 75 to 90 per cent of carbon. It weathers only slightly and may be kept in open piles with little danger of spontaneous combustion if properly stored. Medium-to-low volatile bituminous coals may be of coking quality. Coal is used intensively in blast furnaces for smelting iron ore. There are non-coking varieties of coal.

As for the thickness, the beds of this kind of coal are not very thick (1-1.5 meters). The great quantities of bituminous coal are found in the Russian Federation.

Anthracite or "hard" coal has a brilliant lustre containing more than 90 per cent of carbon and low percentage of volatile matter. It is used primarily as a domestic fuel, although it can sometimes be blended with bituminous grades of coal to produce a mixture with improved coking qualities. The largest beds of anthracite are found in Russia, the USA and Great Britain.

Coal is still of great importance for the development of modern industry. It may be used for domestic and industrial purposes. Being the main source of coke, coal is widely used in the iron and steel industry. Lignite, for example either in the raw state or in briquetted form, is a source of industrial carbon and industrial gases.

There is a strong tendency now for increased research into new technologies to utilize coal. No doubt, coal will be used as a raw material for the chemical industry and petrochemical processes. All

these processes involve coal conversion which include gasification designed to produce synthetic gas from coal as the basis for hydrogen manufacture, liquefaction (разжижение) for making liquid fuel from coal and other processes.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. Anthracite coals may be divided into lignite and common brown coal.
2. Coals are ranked according to the percentage of carbon they contain.
3. Peat, with the least amount of carbon is the lowest rank, then comes lignite or brown coal.
4. Brown coal is hard and it is not liable to spontaneous combustion.
5. Bituminous coal weathers rapidly and one cannot keep it in open piles.
6. Being intensively used in the iron and steel industry bituminous coal varies from medium to high rank.
7. Anthracite or hard coal, the highest in percentage of carbon, can be blended with bituminous grades of coal.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What is the classification of coal based on?
2. Is carbon the only element in coal? (Prove it.)
3. Is lignite intermediate in properties between peat and bituminous coal?
4. What heat value does lignite develop when burnt?
5. What coals are liable to spontaneous combustion?
6. What is the difference between lignite and brown coal?
7. Is bituminous coal high- or low-volatile?
8. Does anthracite contain 90 per cent of carbon?
9. Where are the largest deposits of anthracite found? And what can you say about bituminous coal?
10. What do you know about the utilization of coal?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1.	spontaneous combustion	а) легковоспламеняющийся газ
2.	moisture and ash content	б) высокосортный уголь
3.	the most abundant variety	в) плавить железную руду
4.	in its turn	г) самовозгорание
5.	the amount of volatile matter	д) содержание влаги и золы
6.	easily inflammable gas	е) дымное пламя
7.	brilliant lustre	ж) наиболее широко распространенные угли
8.	to smelt iron ore	з) яркий блеск
9.	high-rank coal	и) в свою очередь
10.	a smoky flame	к) количество летучих веществ

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов н сочетаний слов:

1.	тип угля	а) heat value
2.	некоксующийся уголь	б) amount of carbon
3.	доменная печь	в) coal rank
4.	содержание углерода	г) to store coal
5.	смешиваться с другими углями	д) to weather rapidly
6.	улучшенного качества	е) non-coking coal
7.	складировать уголь	ж) blast furnace
8.	теплотворная способность	з) of improved quality
9.	быстро выветриваться	и) to blend with other coals

Text 7: General Information on Mining

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

access - *n* доступ

affect - v воздействовать *(на что-л.);* влиять; *syn* **influence**

barren - *a* непродуктивный; пустой *(о породе)*

chute - *n* скат, спуск; углеспускная выработка; жёлоб

compare - v (with) сравнивать, проводить параллель

contribute - v способствовать, содействовать; делать вклад *(в науку);* **make a (one's) ~ to smth.** сделать вклад во что-л.

cross-section - *n* поперечное сечение, поперечный разрез, профиль

develop - v разрабатывать *(месторождение);* развивать *(добычу);* производить подготовительные работы; **development -** *n* подготовительные работы; развитие добычи; развитие

drift - *n* штрек, горизонтальная выработка

ensure - v обеспечивать, гарантировать; *syn* **guarantee**

face - *n* забой; лава

floor - л почва горной выработки, почва пласта (жилы); **quarry** ~ подошва карьера; пол, настил

govern - v править, управлять; руководить; определять, обусловливать

inclination - *n* уклон, скат, наклон *(пластов);* наклонение; **seam** ~ падение *(пласта);* наклон *(пласта)*

incline - *n* уклон, бремсберг, скат; наклонный ствол; **gravity** ~ бремсберг

inclined - *a* наклонный; **flatly** ~ слабо наклонный; **gently** ~ наклонного падения; **medium** ~ умеренно наклонный *(о пластах);* **steeply** ~ крутопадающий

level - *n* этаж, горизонт, горизонтальная горная выработка; штольня; уровень *(инструмент);* нивелир; ватерпас; горизонтальная поверхность

recover - v извлекать *(целики);* выбирать, очищать; добывать *(уголь и т.п.);* восстанавливать

remove - v удалять; убирать; устранять; перемещать; **removal -** *n* вскрыша; выемка; уборка *(породы);* извлечение *(крепи);* перемещение; **overburden** - удаление вскрыши

rib - *n* ребро; выступ; узкий целик, предохранительный целик; грудь забоя

roof - *n* крыша; кровля выработки; кровля пласта *(или* жилы); перекрытие; ~ **support -** крепление кровли

shaft - *n* шахтный ствол; **auxiliary** ~ вспомогательный ствол; **hoisting** ~ подъемный ствол; главный шахтный ствол

tabular - *a* пластовый (о *месторождении);* пластообразный; плоский; линзообразный; *syn* **bedded, layered**

waste - *n* пустая порода; отходы; *syn* **barren rock**

well - *n* буровая скважина; колодец, источник; водоем; зумф

capital investment - капитальные вложения

gate road - промежуточный штрек

in bulk - навалом, в виде крупных кусков

metal-bearing - содержащий металл

production face/working - очистной забой

productive mining - эксплуатационные работы

in view of - ввиду чего-л., принимая во внимание что-л.

with a view to - с целью

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

As has been said, mining refers to actual ore extraction. Broadly speaking, mining is the industrial process of removing a mineral-bearing substance from the place of its natural occurrence in the Earth's crust. The term "mining" includes the recovery of oil and gas from wells; metal, non-metallic minerals, coal, peat, oil shale and other hydrocarbons from the earth. In other words, the work done to extract mineral, or to prepare for its extraction is called mining.

The tendency in mining has been towards the increased use of mining machinery so that modern mines are characterized by tremendous capacities. This has contributed to: 1) improving working conditions and raising labour productivity; 2) the exploitation of lower-grade metal-bearing substances and 3) the building of mines of great dimensions.

Mining can be done either as a surface operation (quarries, opencasts or open pits) or by an underground method. The mode of occurrence of the sought-for metallic substance governs to a large degree the type of mining that is practised. The problem of depth also affects the mining method. If the rock containing the metallic substance is at a shallow site and is massive, it may be economically excavated by a pit or quarry-like opening on the surface. If the metal-bearing mass is tabular, as a bed or vein, and goes to a great distance beneath the surface, then it will be worked by some method of underground mining.

Working or exploiting the deposit means the extraction of mineral. With this point in view a number of underground workings is driven in barren (waste) rock and in mineral. Mine workings vary in shape, dimensions, location and function.

Depending on their function mine workings are described as exploratory, if they are driven with a view to finding or proving mineral, and as productive if they are used for the immediate extraction of useful mineral. Productive mining can be divided into capital investment work, development work, and face or production work. Investment work aims at ensuring access to the deposit from the surface. Development work prepares for the face work, and mineral is extracted (or produced) in bulk.

The rock surfaces at the sides of workings are called the sides, or hi coal, the ribs. The surface above the workings is the roof in coal mining while in metal mining it is called the back. The surface below is called the floor.

The factors such as function, direct access to the surface, driving in mineral or in barren rock can be used for classifying mine workings:

I. Underground workings:

a) Long or deep by comparison with their cross-section may be: 1) vertical (shaft, blind pit); 2) sloping (slopes, sloping drifts, inclines); 3) horizontal (drifts, levels, drives, gate roads, adits, crosscuts).

b) Large openings having cross dimensions comparable with their length.

c) Production faces, whose dimensions depend on the thick ness of the deposit being worked, and on the method of mining it.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. As a rule, the term "mining" includes the recovery of oil and gas from wells as well as coal, iron ores and other useful minerals from the earth.
2. The increased use of mining machinery has greatly contributed to raising labour productivity and improving working conditions.
3. It is quite obvious that the problem of depth is not always taken into consideration in choosing the mining method.
4. Productive workings are usually used for the immediate extraction of useful mineral.
5. Underground workings are driven in barren rock or in mineral.
6. A shaft is a vertical underground working which is long and deep in comparison with its cross-section.
7. The surface above the mine working is usually called the floor.
8. The rock surfaces at the sides of mine workings arc called the ribs.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What is mining?
2. What has contributed to the better working conditions of the miners?
3. What factors influence the choice of the mining method?
4. In what case is useful mineral worked by open pits?
5. Are exploratory workings driven with a view to finding and proving mineral or are they driven for immediate extraction of mineral?
6. What is the difference between development and production work?
7. What main factors are used for classifying mine workings?
8. What do the dimensions of production faces depend on?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. direct access to the surface
2. open-cast mining
3. tabular (or bedded) deposits
4. oil well
5. underground workings
6. cross-section of a working
7. production face
8. the roof of the mine working
9. to drive mine workings in barren rock
10. to affect the mining method

а) нефтяная скважина
б) проходить горные выработки по пустой породе
в) влиять на метод разработки
г) прямой доступ к поверхности
д) пластовые месторождения
е) открытая разработка
ж) поперечное сечение выработки
з) подземные выработки
и) очистной забой
к) кровля горной выработки

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов сочетаний слов:

1. способствовать чему-л.
2. размер ствола
3. извлекать, добывать (уголь)
4. штреки и квершлаги
5. пустая порода
6. вообще говоря
7. удалять, перемещать (крепь, вскрышу и др.)
8. с целью ...
9. подготовительные работы
10. мощность пласта

а) thickness of a seam
б) shaft dimension
в) with a view to
г) to contribute to smth.
д) development work
е) to remove (timber, overburden, etc.)
ж) drifts (gate roads) and crosscuts
з) generally speaking

и) to recover (coal)
к) waste (barren) rock

Text 8: Methods of Working Bedded Deposits Underground

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

advantage - *n* преимущество; превосходство; выгода; польза; **advantageous** - *a* выгодный; благоприятный, полезный; **to take advantage of smth** воспользоваться чём-л.

caving - *n* обрушение *(кровли);* разработка с обрушением

deliver - v доставлять, подавать; питать; нагнетать; произносить *(речь);* читать *(лекцию)*

entry - *n* штрек; выработка горизонтальная; *pl* подготовительные выработки; нарезные выработки; штреки

giant - *n* гидромонитор

gravity - *n* сила тяжести; вес, тяжесть; **by ~** самотеком, под действием собственного веса

haul - v доставлять; откатывать; подкатывать; перевозить; **haulage** - *n* откатка; доставка; транспортировка *(по горизонтали)*

longwall - *n* лава; выемка лавами; сплошной забой, сплошная или столбовая система разработки; *syn* **continuous mining; ~ advancing on the strike** выемка лавами прямым ходом по простиранию; сплошная система разработки по простиранию; **~ advancing to the rise** сплошная система разработки с выемкой по восстанию; ~ to **the dip** сплошная система разработки с выемкой по падению; ~ **retreating** выемка лавами обратным ходом; столбовая система разработки лавами

lose (lost) - v терять; **loss -** *n* потеря, убыток

pillar - *n* целик; столб; **shaft** ~ околоствольный целик; ~ **method** столбовая система разработки; ~ **mining** выемка целиков

predominate - v преобладать, превалировать; превосходить; господствовать, доминировать

protect - v охранять, защищать

reach - v простираться, доходить до; добиваться, достигать

satisfy - v удовлетворятъ(ся)

shield - *n* щит; ~ **method** щитовой метод проходки, щитовой способ

room - *n* камера; очистная камера; **room-and-pillar method** камерно-столбовая система разработки

stowing - *n* закладка *(выработанного пространства)*

method of working система разработки

the sequence of working the seams - последовательность отработки пластов

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

The method of working (or method of mining) includes a definite sequence and organization of development work of a deposit, its openings and its face work in certain geological conditions. It depends on the mining plan and machines and develops with their improvements. A rational method of working should satisfy the following requirements in any particular conditions: 1) safety of the man; 2) maximum output of mineral; 3) minimum development work (per 1,000 tons output); 4) minimum production cost and 5) minimum losses of mineral.

Notwithstanding the considerable number of mining methods in existence, they can be reduced to the following main types: 1. Methods of working with long faces (continuous mining); 2. Methods of working with short faces (room-and-pillar). The characteristic feature of the continuous mining is the absence of any development openings made in advance of production faces. The main advantage of long continuous faces is that they yield more mineral. Besides, they allow the maximum use of combines (shearers), cutting machines, powered supports and conveyers. The longwall method permits an almost 100 per cent recovery of mineral instead of 50 to 80 per cent obtainable in room-and-pillar methods.

The basic principle of room-and-pillar method is that rooms from 4 to 12 meters wide (usually 6-7) are driven from the entries, each room is separated from each other by a rib pillar. Rib pillars are recovered or robbed after the rooms are excavated. The main disadvantage of shortwall work is a considerable loss of mineral and the difficulty of ventilation. In working bedded deposits methods of mining mentioned above may be used either with stowing or with caving.

In Russia, Germany (the Ruhr coal-field), France and Belgium nearly all the faces are now long ones. In Britain longwall faces predominate.

The USA, Canada, Australia and to some extent India are developing shortwall faces and creating the machines for them. In these countries shortwall faces are widely used.

In Russia the thick seams are taken out to full thickness up to 4.5 m thick if they are steep, and up to 3.5 m thick if they are gently sloping or inclined. In the Kuznetsk coal-field long faces are worked to the dip with ashield protection, using a method proposed by N.Chinakal. In shield mining coal is delivered to the lower working by gravity so that additional haulage is not required.

It should also be noted that in Russia hydraulic mining is widely used as it is one of the most economic and advantageous methods of coal getting. New hydraulic mines are coming into use in a number of coal-fields. Hydraulic mining is developing in other countries as well.

The aim of hydraulic mining is to remove coal by the monitors (or giants) which win coal and transport it hydraulically from the place of work right to the surface. It is quite obvious that the choice of the method of mining will primarily depend on the depth and the shape and the general type of the deposit.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. A definite sequence and organization of development work is called mining.
2. Mining methods in existence can be reduced to the two main types.
3. The depth and the shape of the deposit influence the choice of the method of working.
4. As is known, in Belgium all the faces are short now, in Great Britain they amount to 84 per cent.
5. In Australian collieries shortwall faces are widely used.
6. The room-and-pillar method is characterized by the absence of any development openings.
7. High-capacity monitors win coal and transport it hydraulically right to the surface.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What factors does mining depend on?
2. What is mining?
3. What are the most important factors which affect the choice of the method of working?
4. Do short faces or long faces predominate in Russia? What can you say about the Ruhr coal-field?
5. Is Canada developing shortwall faces or longwall faces?
6. What are the main disadvantages of shortwall faces?
7. What are the two main methods of working?
8. What is the main advantage of long continuous faces?
9. What methods of mining long faces do you know?
10. What method of mining is characterized by the absence of development openings?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов в сочетаний слов:

1.	development face	а) сплошная система разработки
2.	great losses	б) выемка целиков
3.	shield method of mining	в) подготовительный забой
4.	continuous mining	г) большие потери
5.	longwall advancing to the dip	д) удовлетворять требованиям
6.	the room-and-pillar method of mining	е) зависеть от геологических условий
7.	to open up a deposit	ж) выемка лавами прямым ходом по падению

8. pillar mining з) щитовая система разработки
9. to satisfy the requirements и) вскрывать месторождение
10. to depend upon the geological conditions к) камерно-столбовая система разработки

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. включать (в себя) а) safety
2. выемка лавами обратным ходом б) annual output
3. достигать 50% в) to involve
4. превышать 60% г) to propose a new method of mining
5. безопасность д) long wall retreating
6. годовая добыча е) in connection with difficulties
7. основной недостаток системы разработки ж) to exceed 60 per cent
8. под-этаж з) notwithstanding (in spite of)
9. крутопадающий пласт и) to reach 50 per cent
10. щитовая система разработки к) the main disadvantage of the method of mining
11. предложить новый способ разработки л) sublevel
12. в связи с трудностями м) the shield method of mining
13. несмотря на н) open up a deposit
14. вскрывать месторождение о) steep seam

2.3 Подготовка доклада

Подготовьте доклад по одной из предложенных тем.

1. Inigo Jones (1573-1652)
2. Christopher Wren (1632-1723)
3. Geoffrey Chaucer (1340-1400)
4. Samuel Johnson (1709-1784)
5. Alfred Tennyson (1809-1892)
6. Thomas Hardy (1840-1928)
7. John Milton (1608-1674)
8. William Makepeace Thackeray (1811-1863)
9. Henry Wadsworth Longfellow (1807 – 1882)
10. Joshua Reynolds (1723-1792)
11. Thomas More (1478 – 1535)
12. J.M.W. Turner (1775-1851)
13. Thomas Gainsborough (1727 – 1788)
14. Henry Moor (1898-1986)
15. Henry Irving (1838-1905)
16. William Gilbert (1836-1911)
17. Arthur Sullivan (1842-1900)
18. James Watt (1736 - 1819)
19. Thomas Telford (1757 - 1834)
20. Isambard Kingdom Brunel (1806 – 1859)
21. George Stephenson (1781 – 1848)
22. David Livingstone (1813 – 1873)
23. Tony Blair (1953)
24. Winston Churchill (1874 - 1965)
25. Margaret Hilda Thatcher (1925)
26. Sir Isaac Newton (1642 – 1727
27. Alexander Graham Bell (1847 - 1922)

28. Robert Burns (1759 – 1796)

Правила предоставления информации в докладе

Размер	**А4**
Шрифт	Текстовый редактор Microsoft Word, шрифт Times New Roman 12
Поля	слева – 2 см., сверху и справа – 1 см., снизу – 1
Абзацный отступ	1 см устанавливается автоматически
Стиль	Примеры выделяются курсивом
Интервал	межстрочный интервал – 1
Объем	1 -2 страницы (до 7 минут устного выступления)
Шапка доклада	***Иванова Мария Ивановна*** Екатеринбург, Россия ФГБОУ ВПО УГГУ, МД-13 НАЗВАНИЕ ДОКЛАДА
	Список использованной литературы

Краткое содержание статьи должно быть представлено на 7-10 слайдах, выполненных в PowerPoint.

2.4 Подготовка к тесту

Тест направлен на проверку страноведческих знаний и знаний межкультурной коммуникации. Для этого студентам необходимо повторить материал, представленный в *Социально-культурной сфере общения* по теме «Страны изучаемого языка» (Я и мир). Для успешного написания теста изучите следующий материал:

THE GEOGRAPHICAL POSITION OF GREAT BRITAIN

The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland covers an area of some 244 thousand square miles. It is situated on the British Isles. The British Isles are separated from Europe by the Strait of Dover and the English Channel. The British Isles are washed by the North Sea in the east and the Atlantic Ocean in the west.

England is in the southern and central part of Great Britain. Scotland is in the north of the island. Wales is in the west. Northern Ireland is situated in the north-eastern part of Ireland.

England is the richest, the most fertile and most populated part in the country. There are mountains in the north and in the west of England, but all the rest of the territory is a vast plain. In the northwestern part of England there are many beautiful lakes. This part of the country is called Lake District.

Scotland is a land of mountains. The Highlands of Scotland are among the oldest mountains in the world. The highest mountain of Great Britain is in Scotland too. The chain of mountains in Scotland is called the Grampians. Its highest peak is Ben Nevis. It is the highest peak not only in Scotland but in the whole Great Britain as well. In England there is the Pennine Chain. In Wales there are the Cumbrian Mountains.

There are no great forests on the British Isles today. Historically, the most famous forest is Sherwood Forest in the east of England, to the north of London. It was the home of Robin Hood, the famous hero of a number of legends.

The British Isles have many rivers but they are not very long. The longest of the English rivers is the Severn. It flows into the Irish Sea. The most important river of Scotland is the Clyde. Glasgow stands on it. Many of the English and Scottish rivers are joined by canals, so that it is possible to travel by water from one end of Great Britain to the other.

The Thames is over 200 miles long. It flows through the rich agricultural and industrial districts of the country. London, the capital of Great Britain, stands on it. The Thames has a wide mouth, that's

why the big ocean liners can go up to the London port. Geographical position of Great Britain is rather good as the country lies on the crossways of the see routes from Europe to other parts of the world. The sea connects Britain with most European countries such as Belgium, Holland, Denmark, Norway and some other countries. The main sea route from Europe to America also passes through the English Channel.

United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland occupies the territory of the British Isles. They lie to the north-west of Europe.

Once upon a time the British Isles were an integral part of the mainland. As a result of sinking of the land surface they became segregated. Great Britain is separated from the continent by the English Channel. The country is washed by the waters of the Atlantic Ocean. Great Britain is separated from Belgium and Holland by the North Sea, and from Ireland — by the Irish Sea.

There are several islands along the coasts. The total area of the British Isles is 325 000 km2. The main islands are Great Britain and Ireland.

The surface of the country is much varied. Great Britain is the country of valleys and plains.

The insular geographical position of Great Britain promoted the development of shipbuilding, different trading contacts with other countries. It has also allowed the country to stay independent for quite a long period of time.

THE BRITISH PARLIAMENT

The British Parliament is the oldest in the world. It originated in the 12th century as Witenagemot, the body of wise councillors whom the King needed to consult pursuing his policy. The British Parliament consists of the House of Lords and the House of Commons and the Queen as its head.

The House of Commons plays the major role in law-making. It consists of Members of Parliament (called MPs for short). Each of them represents an area in England, Scotland, Wales and Ireland.

MPs are elected either at a general election or at a by-election following the death or retirement. Parliamentary elections are held every 5 years and it is the Prime Minister who decides on the exact day of the election. The minimum voting age is 18. And the voting is taken by secret ballot.

The election campaign lasts about 3 weeks, The British parliamentary system depends on political parties.

The party which wins the majority of seats forms the government and its leader usually becomes Prime Minister. The Prime Minister chooses about 20 MPs from his party to become the cabinet of ministers. Each minister is responsible for a particular area in the government. The second largest party becomes the official opposition with its own leader and «shadow cabinet». The leader of the opposition is a recognized post in the House of Commons.

The parliament and the monarch have different roles in the government and they only meet together on symbolic occasions, such as coronation of a new monarch or the opening of the parliament. In reality, the House of Commons is the one of three which has true power.

The House of Commons is made up of six hundred and fifty elected members, it is presided over by the speaker, a member acceptable to the whole house. MPs sit on two sides of the hall, one side for the governing party and the other for the opposition. The first 2 rows of seats are occupied by the leading members of both parties (called «front benches»). The back benches belong to the rank-and-life MPs.

Each session of the House of Commons lasts for 160-175 days. Parliament has intervals during his work. MPs are paid for their parliamentary work and have to attend the sittings.

As mention above, the House of Commons plays the major role in law making. The procedure is the following: a proposed law («a bill») has to go through three stages in order to become an act of Parliament; these are called «readings».

The first reading is a formality and is simply the publication of the proposal. The second reading involves debate on the principles of the bill; it is examination by parliamentary committee.

And the third reading is a report stage, when the work of the committee is reported on to the house. This is usually the most important stage in the process.

When the bill passes through the House of Commons, it is sent to the House of Lords for discussion, when the Lords agree it, the bill is taken to the Queen for royal assent, when the Queen sings the bill, it becomes act of the Parliament and the Law of the Land.

The House of Lords has more than 1000 members, although only about 250 take an active part in the work in the house. Members of this Upper House are not elected; they sit there because of their rank. The chairman of the House of Lords is the Lord Chancellor. And he sits on a special seat, called «Woolsack».

The members of the House of Lords debate the bill after it has been passed by the House of Commons. Some changes may be recommended and the agreement between the two houses is reached by negotiations.

BRITISH TRADITIONS AND CUSTOMS

British nation is considered to be the most conservative in Europe. It is not a secret that every nation and every country has its own customs and traditions. In Great Britain people attach greater importance to traditions and customs than in other European countries. Englishmen are proud of their traditions and carefully keep them up. The best examples are their queen, money system, their weights and measures.

There are many customs and some of them are very old. There is, for example, the Marble Championship, where the British Champion is crowned; he wins a silver cup known among folk dancers as Morris Dancing. Morris Dancing is an event where people, worn in beautiful clothes with ribbons and bells, dance with handkerchiefs or big sticks in their hands, while traditional music-sounds.

Another example is the Boat Race, which takes place on the river Thames, often on Easter Sunday. A boat with a team from Oxford University and one with a team from Cambridge University hold a race.

British people think that the Grand National horse race is the most exciting horse race in the world. It takes place near Liverpool every year. Sometimes it happens the same day as the Boat Race takes place, sometimes a week later. Amateur riders as well as professional jockeys can participate. It is a very famous event.

There are many celebrations in May, especially in the countryside.

Halloween is a day on which many children dress up in unusual costumes. In fact, this holiday has a Celtic origin. The day was originally called All Halloween's Eve, because it happens on October 31, the eve of all Saint's Day. The name was later shortened to Halloween. The Celts celebrated the coming of New Year on that day.

Another tradition is the holiday called Bonfire Night. On November 5, 1605, a man called Guy Fawkes planned to blow up the Houses of Parliament where the king James 1st was to open Parliament on that day. But Guy Fawkes was unable to realize his plan and was caught and later, hanged. The British still remember that Guy Fawkes' Night. It is another name for this holiday. This day one can see children with figures, made of sacks and straw and dressed in old clothes. On November 5th, children put their figures on the bonfire, burn them, and light their fireworks.

In the end of the year, there is the most famous New Year celebration. In London, many people go to Trafalgar Square on New Year's Eve. There is singing and dancing at 12 o'clock on December 31st.

A popular Scottish event is the Edinburgh Festival of music and drama, which takes place every year. A truly Welsh event is the Eisteddfod, a national festival of traditional poetry and music, with a competition for the best new poem in Welsh. If we look at English weights and measures, we can be convinced that the British are very conservative people. They do not use the internationally accepted measurements. They have conserved their old measures. There are nine essential measures. For general use, the smallest weight is one ounce, then 16 ounce is equal to a pound. Fourteen pounds is one stone.

The English always give people's weight in pounds and stones. Liquids they measure in pints, quarts and gallons. There are two pints in a quart and four quarts or eight pints are in one gallon. For length, they have inches: foot, yards and miles.

LONDON

As well as being the capital of England, London is the capital of the United Kingdom. London was founded by the Romans in 43 A.D. and was called Londinium. In 61 A.D. the town was burnt down and when it was rebuilt by the Romans it was surrounded by a wall. That area within the wall is now called the City of London. It is London's commercial and business centre. It contains the Bank of England, the Stock Exchange and the head offices of numerous companies and corporations. Here is situated the Tower of London.

The Tower was built by William the Conqueror who conquered England in 1066. He was crowned at Westminster Abbey. Now most of the Government buildings are located there.

During the Tudor period (16th century) London became an important economic and financial centre. The Londoners of the Elizabethan period built the first theatres. Nowadays the theatre land is stretched around Piccadilly Circus. Not far from it one can see the British Museum and the «Covent Garden» Opera House.

During the Victorian period (19th century) London was one of the most important centers of the Industrial Revolution and the centre of the British Empire. Today London is a great political centre, a great commercial centre, a paradise for theatre-goers and tourists, but it is also a very quiet place with its parks and its ancient buildings, museums and libraries.

LONDON

London is the capital of Great Britain, its political, economic and commercial center. It`s one of the largest cities in the world and the largest city in Europe. Its population is about 9 million. London is one of the oldest and most interesting cities in the world. Traditionally it`s divided into several parts: the City, Westminster, the West End and the East End.

They are very different from each other and seem to belong to different towns and epochs. The heart of London is the City, its financial and business center. Numerous banks, offices and firms are situated there, including the Bank of England, the Stock Exchange and the Old Bailey. Few people live here, but over a million people come to the City to work. There are some famous ancient buildings within the City. Perhaps the most striking of them in St. Paul`s Cathedral, the greatest of British churches. St. Paul`s Cathedral has always dominated the center of London. It stands on the site of former Saxon and Norman churches. They latter were destroyed in the Great Fire and the present building, completed in 1710, is the work of the eminent architect Sir Christopher Wren. It is an architectural masterpiece.

Londoners have a particular affection for St. Paul`s, which is the largest Protestant Church in England. Its high dome, containing the remarkable Whispering Gallery, is a prominent landmark towering above the multistoried buildings which line the river-bank.

The Tower of London was one of the first and most impressive castles built after the Norman invasion of England in 1066. Since the times of William I various kings have built and extended the Tower of London and used it for many purposes. The Tower has been used as a royal palace, an observatory, an arsenal, a state prison, and many famous and infamous people have been executed within its walls. It is now a museum. For many visitors the principal attraction is the Crown Jewels, the finest precious stones of the nation. A fine collection of armour is exhibited in the keep. The security of the Tower is ensured by a military garnison and by the Yeoman Warders or Beefeaters, who still wear their picturesque Tudor uniform.

Westminster is the historic, the governmental part of London. Westminster Abbey is a national shrine where the kings and queens are crowned and famous people are buried. Founded by Edward the Confessor in 1050, the Abbey was a monastery for along time. The present building dates largely from the times of Henry 3, who began to rebuild the church, a task which lasted nearly 300 years. The West towers were added in the eighteenth century. Since William I almost every English monarch has been

crowned in this great church, which contains the tombs and memorials of many of Britain`s most eminent citizens: Newton, Darwin, Chaucer, Dickens, Tennyson, Kipling and etc. One of the greatest treasures of the Abbey is the oaken Coronation Chair made in 1300. The Abbey is also known for its Poet`s Corner. Graves and memorials to many English poets and writers are clustered round about.

Across the road from Westminster Abbey is Westminster Palace, or the Houses of Parliament, the seat of the British Parliament. The Parliament of Great Britain and Northern Ireland consists of the House of Lords and the House of Commons. The House of Lords consists of just over 1,000 members of the different grades of nobility — dukes, marquises, earls, viscounts and barons.

The House of Commons consists of 650 members. They are elected by secret ballot by men and women aged 18 and over. Every Parliament is divided into Sessions. Each of these may last a year and usually begins early in November. The Clock Tower, which contains the hour-bell called Big Ben, is known over the world. The bell is named after Sir Benjamin Hall.

Buckingham Palace is the official residence of the Queen. The West End is the richest and most beautiful part of London. It is the symbol of wealth and luxury. The best hotels, shops, restaurants, clubs, and theatres are situated there. There are splendid houses and lovely gardens belonging to wealthy people.

Trafalgar Square is the geographical center of London. It was named in memory of Admiral Nelson`s victory in the battle of Trafalgar in 1805. The tall Nelson`s Column stands in the middle of the square. On the north side of Trafalgar Square is the National Gallery and the National Portrait Gallery.

Not far away is the British Museum — the biggest museum in London. It contains a priceless collection of ancient manuscripts, coins, sculptures, est., and is famous for its library.

The East End is the poorest district of London. There are a lot of factories, workshops and docks here. The streets are narrow, the buildings are unimpressive. The East End is densely populated by working class families.

PLACES OF INTERESTS IN GREAT BRITAIN

Britain is rich in its historic places which link the present with the past. The oldest part of London is Lud Hill, where the city is originated. About a mile west of it there is Westminster Palace, where the king lived and the Parliament met, and there is also Westminster Abby, the coronation church. Liverpool, the «city of ships», is England’s second greatest port, ranking after London. The most interesting sight in the Liverpool is the docks. They occupy a river frontage of seven miles.

The University of Liverpool, established in 1903, is noted for its School of Tropical Medicine. And in the music world Liverpool is a well-known name, for it’s the home town of «The Beatles».

Stratford-on-Avon lies 93 miles north-west of London. Shakespeare was born here in 1564, and here he died in 1616.

Cambridge and Oxford Universities are famous centers of learning. Stonehenge is a prehistoric monument, presumably built by Druids, members of an order of priests in ancient Britain. Tintagel Castle is King Arthur’s reputed birthplace. Canterbury Cathedral is the seat of the Archbishop of Canterbury, head of the Church of England.

The British Museum is the largest and richest museum in the world. It was founded in 1753 and contains one of the world’s richest collections of antiquities. The Egyptian Galleries contain human and animal mummies. Some parts of Athens’ Parthenon are in the Greek section.

Madam Tussaud’s Museum is an exhibition of hundreds of life-size wax models of famous people of yesterday and today. The collection was started by Madam Tussaud, a French modeller in wax, in the 18th century. Here you can meet Marilyn Monroe, Elton John, Picasso, the Royal Family, the Beatles and many others: writers, movie stars, singers, politicians, sportsmen, etc.

5. Подготовка к экзамену

Подготовка к экзамену включает в себя повторение всех изученных тем курса.

Билет на экзамен включает в себя тест и практико-ориентированное задание.

Наименование оценочного средства	*Характеристика оценочного средства*	*Методика применения оценочного средства*	*Наполнение оценочного средства в КОС*	*Составляющая компетенции, подлежащая оцениванию*
Экзамен:				
Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Тест состоит из 20 вопросов.	КОС - тестовые задания	Оценивание уровня знаний, умений, владений
Практико-ориентированное задание	Задание, в котором обучающемуся предлагают осмыслить реальную профессионально-ориентированную ситуацию	Количество заданий в билете – 1. Предлагаются задания по изученным темам в виде практических ситуаций.	КОС- Комплект заданий	Оценивание уровня знаний, умений и навыков

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А. Угоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Б1.О.04 БЕЗОПАСНОСТЬ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Направление подготовки
05.03.01 Геология

Направленность (профиль)
Гидрогеология, инженерная геология и геоэкология

Квалификация выпускника – бакалавр

год набора: 2023

Авторы: Кузнецов А.М., Тетерев Н.А.

Одобрены на заседании кафедры
Безопасности горного производства
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____ *(подпись)*
Елохин В.А.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 07.09.2022
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией факультета
Геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____ *(подпись)*
Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 13.09.2022
(Дата)

Екатеринбург

РАСЧЕТНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1. РАСЧЕТ ПОТРЕБНОГО ВОЗДУХООБМЕНА

Цель практического занятия — закрепление теоретических знаний, полученных при изучении темы «Человек и среда обитания: воздействия негативных факторов окружающей среды на человека», и формирование практических навыков расчета воздухообмена в производственных помещениях необходимого для очистки воздуха от вредностей: для удаления вредных веществ (выделяющихся вредных газов, паров и пыли); для удаления излишних водяных паров; для удаления избыточного тепла.

Общие сведения. Среда обитания — это окружающая человека среда, осуществляющая через совокупность факторов (физических, биологических, химических и социальных) прямое или косвенное воздействие на жизнедеятельность человека, его здоровье, трудоспособность и потомство. В жизненном цикле человек и окружающая среда обитания непрерывно взаимодействуют и образуют постоянно действующую систему «человек — среда обитания», в которой человек реализует свои физиологические и социальные потребности. В составе окружающей среды выделяют природную, техногенную, производственную и бытовую среду. Каждая среда может представлять опасность для человека. В данной работе рассматривается расчет потребного воздухообмена (L м^3/ч), для очистки воздуха от вредных газов и паров и для удаления избыточного тепла с помощью механической общеобменной вентиляции.

Задание. В помещении объемом V работают n человек со средней производительностью a каждый. Они производят покраску и шпаклевку изделий нитро- (на основе ацетона) красками, эмалями и шпаклевками, для чего используется ручное и механизированное оборудование. В этом же помещении производится пайка N контактов припоем ПОС-60. Источники тепловыделения

– оборудование мощностью Рном и осветительная сеть мощностью Роев из люминесцентных ламп. Расчеты вести для холодного периода года. Помещение имеет *К* окон направленных на север размерами 2,5х1,75 м с двойным остеклением и деревянными рамами. Категория работ – III (тяжелая).

Рассчитать потребный воздухообмен и определить кратность воздухообмена для: 1) испарений растворителей и лаков; 2) при пайке припоем ПОС-60; 3) удаления выделяемой людьми углекислоты; 4) удаления избыточного тепла.

Методика и порядок расчета воздухообмена для очистки воздуха.

Потребный воздухообмен определяется по формуле

$$L = \frac{G \times 1000}{x_н - x_в}, \text{ м}^3/\text{ч}, \qquad (1.1)$$

где *L*, м^3/ч – потребный воздухообмен; *G*, г/ч – количество вредных веществ, выделяющихся в воздух помещения; $x_в$, мг/м^3 – предельно допустимая концентрация вредности в воздухе рабочей зоны помещения, согласно ГОСТ 12.1.005-88 [1]; $x_н$, мг/м^3 – максимально возможная концентрация той же вредности в воздухе населенных мест (ГН 2.1.6.1338- 03) □4□.

Применяется также понятие кратности воздухообмена (n), которая показывает сколько раз в течение одного часа воздух полностью сменяется в помещении. Значение n □ □ может быть достигнуто естественным воздухообменом без устройства механической вентиляции.

Кратность воздухообмена определяется по формуле

$$n = \frac{L}{V_n}, \text{ ч}^{-1}, \qquad (1.2)$$

где n, раз/ч – кратность воздухообмена; *L*, м^3/ч – потребный воздухообмен; V_n – внутренний объем помещения, м^3.

Согласно СП 2.2.1.1312-03, кратность воздухообмена n > 10 недопустима.

Так как $x_н$ определяется по табл. 1.1 прил.1, а $x_в$ по табл. 1.2 прил.1, то для расчета потребного воздухообмена необходимо в каждом случае определять

количество вредных веществ, выделяющихся в воздух помещения.

Таблица 1.0

Исходные данные для расчёта потребного воздухообмена

№ вар.	*a*, $м^2/ч$	Материал	*n* чел.	*V* $м^3$	*N* шт/час	Местность	$P_{ном.}$ кВт	$P_{осв.}$ кВт	*m* окон
1	2	Бесцветный аэролак, окраска кистью	1	100	40	Сельские населенные пункты	10	0,5	2
2	1,5		2	200	35		20	0,5	3
3	1		3	300	400		30	1	4
4	2		4	400	45	Малые города	40	1	5
5	3	Цветной аэролак, окраска механизир.	1	500	305		200	1	6
6	4		1	600	48		150	1,5	6
7	3,5		1	700	450	Большие города	200	1	6
8	5		1	800	480		100	2	8
9	0,2	Шпаклевка кистью	3	80	325		10	0,5	2
10	0,3		4	200	420	Сельские населенные пункты	20	1	4
11	1,5	Шпаклевка механизир,	1	200	250		30	1	3
12	1		2	300	450		40	1,5	4
13	0,8	Бесцветный аэролак, окраска кистью	1	150	300	Малые города	50	0,6	2
14	1		2	150	48		60	0,8	3
15	1,2		1	120	335		70	1	2
16	0,7		2	200	400	Большие города	80	1,2	4
17	2	Цветной аэролак, окраска механизир.	1	200	280		90	0,6	4
18	2,5		2	400	480		100	0,8	6
19	2,2		1	400	290	Сельские населенные пункты	150	1,2	8
20	1,8		2	600	300		200	1,5	8
21	0,3	Шпаклевка кистью	1	80	200		250	0,5	I
22	0,4		2	100	250	Малые города	300	0,6	2
23	1	Шпаклевка механизир.	1	150	242		60	1	2
24	1		2	400	440	Большие города	80	1	3
25	1,5	Шпаклевка	1	100	270		100	1,2	4

26	2	кистью	3	200	180		150	0,5	6

Рассмотрим отдельные характерные случаи выделения вредных веществ в воздух помещения и определения потребного воздухообмена.

1.1. Определение воздухообмена при испарении растворителей и лаков

Испарение растворителей и лаков обычно происходит при покраске различных изделий. Количество летучих растворителей, выделяющихся в воздухе помещений можно определить по следующей формуле

$$G = \frac{a \times A \times m \times n}{100}, \text{ г/ч}, \qquad (1.3)$$

где a, м^2/ч – средняя производительность по покраске одного рабочего (при ручной покраске кистью – 12 м^2/ч, пульверизатором – 50 м^2/ч); A, г/м^2 – расход лакокрасочных материалов; m, % – процент летучих растворителей, содержащихся в лакокрасочных материалах; n – число рабочих, одновременно занятых на покраске.

Численные значения величин A и m определяются по табл. 1.3 прил. 1.

Пример. Определить количество выделяющихся в воздух помещения летучих растворителей.

Решение:

По табл. 3 прил. 1 для цветного аэролака при окраске распылением находим, что A = 180 г/м^2, m = 75 %, тогда G = 50·180·75·2/100 = 13500 г/ч. Далее определяем потребный воздухообмен в помещении по формуле (1.3). Находим для ацетона из табл. 1.1 и 1.2 прил. 1, что $x_в$ = 200 мг/м^3, $x_н$ = 0,35 мг/м^3, тогда L = 13500·1000/(200 - 0,35) = 67500 м^3/ч.

Ответ: L = 67500 м^3/ч.

1.2. Определение потребного воздухообмена при пайке электронных схем

Пайка осуществляется свинцово-оловянным припоем ПОС-60, который содержит C = 0,4 доли объема свинца и 60 % олова. Наиболее ядовиты аэрозоли (пары) свинца.

В процессе пайки из припоя испаряется до B = 0,1 % свинца, а на 1 пайку расходуется 10 мг припоя. При числе паек – N, количество выделяемых паров свинца определяется по формуле

$$G = C \times B \times N, \text{ мг/ч}, \qquad (1.4)$$

где G, г/ч – количество выделяемых паров свинца; C – содержание свинца; B – % свинца; N – число паек.

Пример. В помещении объемом $V_п$ = 1050 м^3 три человека осуществляют пайку припоем ПОС-40 с производительностью по 100 контактов в час. Найти требуемую кратность воздухообмена.

Решение:

По формуле (1.4) определяем количество аэрозолей свинца, выделяемых в воздух: G = 0,6·0,001·10·100·3 = 1,8 мг/ч. Далее определяем потребный воздухообмен по формуле (1.1). Находим из табл. 1.1 и 1.2 прил. 1 для свинца и его соединений $x_в$ = 0,01 мг/м^3; $x_н$ = 0,001 мг/м^3. Тогда L = 1,8 / (0,01- 0,001) = 200,0 м^3/ч.

Ответ: L = 185,5 м^3/ч.

1.3. Определение воздухообмена в жилых и общественных помещениях

В жилых и общественных помещениях постоянным вредным выделением является выдыхаемая людьми углекислота (CO_2). Определение потребного воздухообмена производится по количеству углекислоты, выделяемой человеком и по допустимой концентрации её.

Количество углекислоты в зависимости от возраста человека и

выполняемой работы, а также допустимые концентрации углекислоты для различных помещений приведены в табл. 1.4 и 1.5 прил. 1.

Содержание углекислоты в атмосферном воздухе можно определить по химическому составу воздуха. Однако, учитывая повышенное содержание углекислоты в атмосфере населенных пунктов, следует принимать при расчете содержания CO_2 следующие значения: для сельских населенных пунктов – 0,33 л/м^3, для малых городов (до 300 тыс. жителей) – 0,4 л/м^3, для больших городов (свыше 300 тыс. жителей) – 0,5 л/м^3.

Пример. Определить потребную кратность воздухообмена в помещении, где работают 3 человека.

Решение:

По табл. 1.4 прил.1 определяем количество CO_2, выделяемой одним человеком g = 23 л/ч. По табл. 1.5 прил. 1 определяем допустимую концентрацию CO_2. Тогда $x_в$ = 1 л/м3 и содержание CO_2 в наружном воздухе для больших городов $x_н$ = 0,5 л/м^3 .Определяем потребный воздухообмен по формуле (1.1) $L = 23 \cdot 3/(1- 0,5) = 138$ м$^{3/}$ч. Ответ: L = 138 м^3/ч.

1.4. Определение потребного воздухообмена при выделении газов (паров) через неплотности аппаратуры, находящейся под давлением

Производственная аппаратура, работающая под давлением, как правило, не является вполне герметичной. Степень герметичности аппаратуры уменьшается по мере ее износа. Считая, что просачивание газов через неплотности подчиняется тем же законам, что и истечение через небольшие отверстия, и, предполагая, что истечение происходит адиабатически, количество газов, просочившихся через неплотности, можно определить по формуле

$$G = k \times c \times \sqrt[v]{\frac{M}{T}}, \text{ кг/ч,} \qquad (1.5)$$

где k – коэффициент, учитывающий повышение утечки от износа оборудования (k = 1–2); c – коэффициент, учитывающий влияние давление газа в аппарате; v – внутренний объем аппаратуры и трубопроводов, находящихся под давлением, м^3; M – молекулярный вес газов, находящихся в аппаратуре; T – абсолютная температура газов в аппаратуре, К.

Таблица 1.2

Коэффициент, учитывающий влияние давление газа в аппарате

Давление p, атм	до 2	2	7	17	41	161
c	0,121	0,166	0,182	0,189	0,25	0,29

Пример. Система, состоящая из аппаратов и трубопроводов, заполнена сероводородом. Рабочее давление в аппаратуре p_a = 3 атм, а в проводящих трубопроводах p_a=4 атм. Внутренний объем аппаратуры v_a = 5 м^3, объём трубопроводов, $v_{тр}$ = 1,2 м^3. Температура газа в аппаратуре – t_a = 120 °С, в трубопроводе – $t_{тр}$ = 25 °С. Определить потребный воздухообмен в помещении.

Решение:

Определяем величины утечек сероводорода (H_2S) из аппаратуры и трубопроводов. Принимаем k = 1,5; c = 0,169 (по табл. 1.2); M = 34, для H_2S; Утечка газа из аппаратуры составляет:

$$G_a = 1{,}5 \times 0{,}169 \times \sqrt[5]{\frac{34}{393}} = 0{,}372$$

Утечка газа из трубопроводов составляет:

$$G_{TP} = 1{,}5 \times 0{,}172 \times 1{,}2 = 0{,}104$$

$$G = G_a + G_{TP} = 0{,}372 + 0{,}104 = 0{,}476, \text{кг/ч}$$

Используя данные табл. 1.1 прил. 1, находим, что для сероводорода

$x_в$ =10 мг/м^3; $x_н$ = 0,008 мг/м^3. Потребный воздухообмен равен

$$L = \frac{4761000}{(10 - 0{,}008)} = 47638{,}1\ ^{м^3}/_{ч}$$

Ответ: L = 47638,1 м^3/ч

Вывод: В воздух помещения одновременно могут выделяться несколько вредных веществ. По действию на организм человека они могут быть однонаправленными и разнонаправленными. Для однонаправленных веществ расчетные значения потребного воздухообмена суммируются, а для разнонаправленных веществ выбирается наибольшее значение потребного воздухообмена.

Пример. Для первой вредности в воздухе рабочей зоны – вредных (токсичны) веществ в рассмотренных примерах все относятся к веществам разнонаправленного действия, поэтому принимаем к дальнейшему расчету максимальное из полученных значений, т. е. L = 67500 м^3/ч (потребный воздухообмен для паров растворителей при окраске).

Для проверки соответствия требованиям устройства вентиляции определим кратность воздухообмена n = 67500/4800 = 14,1 ч$^{-1}$. Данное значение превышает установленную величину – 10 ч$^{-1}$, поэтому необходимо принять дополнительное решение по устройству вентиляции в помещении. Например, таким решением может быть исключение распространения от двух мест окраски растворителей по всему помещению за счет применения местной вытяжной вентиляции.

Расчет объёма воздуха удаляемого местной вентиляцией определяется по формуле

$$L_{МВ} = F \times v \times 3600,\ ^{м^3}/_{ч}, \qquad (1.6)$$

где F – площадь сечения всасывающих отверстий, м^2; v – скорость воздуха

в сечении вытяжной вентиляции, м/с. Рекомендуется принимать значение скорости в интервале 0,8-1,5 м/с.

Таким образом, потребный воздухообмен для оставшихся вредных веществ принимаем для выделений сероводорода: L = 47638,1 м^3/ч.

Проверка:

$$n = 47638,\ 1/4800 = 9,\ 9\ ч^{-1}.$$

1.5. Расчёт потребного воздухообмена для удаления избыточного тепла

Расчет потребного воздухообмена для удаления избыточного тепла производится по формуле

$$L = \frac{Q_{изб}}{\gamma_в \times c \Delta t},\ м^3/ч, \qquad (1.7)$$

где L, м^3/ч – потребный воздухообмен; $Q_{изб}$, ккал/ч – избыточное тепло; $\gamma_в$ = 1,206 кг/м^3 – удельная масса приточного воздуха; $c_в$ = 0,24 ккал/кг□град – теплоемкость воздуха;

$$\Delta t = t_{вых} - t_{пр},\ ^oC \qquad (1.8)$$

где $t_{вых}$, ^{o}C – температура удаляемого воздуха; $t_{пр}$, ^{o}C – температура приточного воздуха.

Величина Δt при расчетах выбирается в зависимости от теплонапряженности воздуха – $Q_н$: при $Q_н \leq 20$ ккал/м^3·ч Δt = 6 ^{o}C; при $Q_н > 20$ ккал/м^3·ч Δt = 8 ^{o}C;

$$Q_н = \frac{Q_{изб}}{V_п},\ ккал/\ м^3 \cdot ч, \qquad (1.9)$$

где $V_п$, м^3 – внутренний объем помещения.

Таким образом, для определения потребного воздухообмена необходимо определить количество избыточного тепла по формуле

$$Q_{изб} = Q_{об} + Q_{осв} + Q_л + Q_р - Q_{отд},\ ккал/ч, \qquad (1.10)$$

где $Q_{об}$, ккал/ч – тепло, выделяемое оборудованием; $Q_{осв}$, ккал/ч – тепло, выделяемое системой освещения; $Q_{л}$, ккал/ч – тепло, выделяемое людьми в помещении; $Q_{р}$, ккал/ч – тепло, вносимое за счет солнечной радиации; $Q_{отд}$, ккал/ч – теплоотдача естественным путем.

Определяем количество тепла, выделяемого оборудованием

$$Q_{об} = 860 \times P_{об} \times y_1, \text{ ккал/ч} \quad (1.11)$$

где Y_1 – коэффициент перехода тепла в помещение, зависящий от вида оборудования; $P_{об}$, кВт – мощность, потребляемая оборудованием;

$$P_{об} = P_{ном} \times y_2 \times y_3 \times y_4, \text{ кВт,} \quad (1.12)$$

где $P_{ном}$, кВт – номинальная (установленная) мощность электрооборудования помещения; Y_2 – коэффициент использования установленной мощности, учитывающий превышение номинальной мощности над фактически необходимой; Y_3 – коэффициент загрузки, т.е. отношение величины среднего потребления мощности (во времени) к максимально необходимой; Y_4 – коэффициент одновременности работы оборудования.

При ориентировочных расчетах произведение всех четырех коэффициентов можно принимать равным:

$$y_1 \times y_2 \times y_3 \times y_4 = 0{,}25 \quad (1.13)$$

Определяем количество тепла, выделяемого системой освещения

$$Q_{осв} = 860 \times P_{осв} \times \alpha\beta \times \cos(\varphi), \quad (1.14)$$

где α – коэф. перевода электрической энергии в тепловую для лампы накаливания α = 0,92 – 0,97, люминесцентной лампы α = 0,46 – 0,48; b – коэффициент одновременности работы (при работе всех светильников b = 1); cos (φ) = 0,7 – 0,8 – коэффициент мощности; $P_{осв}$, кВт – мощность осветительной установки.

Определяем количество тепла, выделяемого находящимися в помещении людьми

$$Q_{л} = N \times q_{л}, \quad (1.15)$$

где N – количество людей в помещении; $q_л$, ккал/ч – тепловыделения одного человека табл. 1.6 прил. 1.

Определяем количество тепла, вносимого за счет солнечной радиации

$$Q_p = K \times S \times q_{ост}, \quad (1.16)$$

где K – количество окон; S, м^2 – площадь одного окна; $q_{ост}$, ккал/ч – солнечная радиация через остекленную поверхность табл. 1.7 прил. 1.

Определяем теплоотдачу, происходящую естественным путем. Если нет дополнительных условий, то можно считать ориентировочно, что $Q_{отд}$ = $Q_р$ для холодного и переходного периодов года (среднесуточная температура наружного воздуха ниже +10 °С). Для теплого периода года (среднесуточная температура воздуха выше +10 °С) принимаем $Q_{отд}$ = 0.

Общий вывод: Среди полученных расчетных значений потребного воздухообмена для вредных веществ и удаления избыточного тепла выбирается наибольшее значение потребного воздухообмена.

Приложение 1

Таблица 1.1

Предельно-допустимые концентрации вредных веществ в атмосферном воздухе населенных мест (ГН 2.1.6.1338-03)

Наименование вредных веществ	ПДКм.р., мг/м^3	ПДКс.с., мг/м^3	Агрегатн состояние
Азота диоксид	0,085	0,04	п
Азота оксид	0,6	0,06	п
Акролеин	0,03	0,03	п
Амилацетат	0,10	0,10	п
Аммиак	0,2	0,04	п
Ацетон	0,35	0,35	п
Бензин (углеводороды)	5,0	1,5	п
Бензол	1,5	0,1	п
Бутан	200	-	п
Бутилацетат	0,1	0,1	п
Винилацетат	0,15	0,15	п
Дихлорэтан	3,0	1,0	п
Ксилол	0,2	0,2	п
Марганец и его соединения	0,01	0,001	а
Метилацетат	0,07	0,07	п
Мышьяк и его неорг. соединения	-	0,003	а
Озон	0,16	0,03	п
Пыль (кремнесодержащая – более 70 %)	0,15	0,05	а
Пыль нетоксичная (фиброгенного действия)	0,5	0,15	а
Ртути хлорид (сулема)	-	0,0003	а
Сажа	0,15	0,05	а
Свинец и его соединения	0,001	0,0003	а
Сернистый ангидрид	0,5	0,15	п
Серная кислота	0,3	0,1	а

Продолжение табл. 1.1

Наименование вредных веществ	ПДКм.р., мг/м^3	ПДКс.с., мг/м^3	Агрегатн состояние
Сероводород	0,008	-	п
Сероуглерод	0,03	0,005	п
Спирт бутиловый	0,16	-	п
Спирт изобутиловый	0,1	0,1	п
Спирт метиловый	1,0	0,5	п
Спирт этиловый	5	5	п
Стирол	0,04	0,002	п
Толуол	0,6	0,6	п
Углерода оксид	5,0	3,0	п
Фенол	0,01	0,003	п
Фтористые соединения (газообразные)	0,02	0,005	п
Хлор	0,1	0,03	п
Хлористый водород	0,2	0,2	п
Этилацетат	0,1	0,1	п

Примечание: п – пары и/или газы; а – аэрозоль

Таблица 1.2

Предельно-допустимые концентрации вредных веществ в воздухерабочей зоны (ГОСТ 12.1.005-88)

Наименование вредных веществ	ПДК., мг/м^3	Класс опасности	Агрегатн. состояние
Азота диоксид	2,0	3	п
Азота оксиды	5,0	3	п
Акролеин	0,2	2	п
Амилацетат	100	4	п
Аммиак	20	4	п
Ацетон	200	4	п
Бензин (углеводороды)	100	4	п
Бензол	15/5	2	п
Бутан	300	4	п
Бутилацетат	200	4	п
Винилацетат	10,0	4	п
Дихлорэтан	10,0	2	п
Ксилол	50,0	3	п
Марганец и его соединения (от 2-30 %)	0,1	2	а
Метилацетат	100	4	п
Мышьяк и его неорг. соединения	0,04/0,01	2	а
Озон	0,1	1	п
Пыль (кремнесодержащая – более 70 %)	1,5	4	а
Пыль нетоксичная (фиброгенного действия)	4,0	4	а
Ртути хлорид (сулема)	0,2/0,05	1	а
Сажа	4,0	3	а
Свинец и его соединения	0,01/0,005	1	а
Серная кислота	1,0	2	а
Сернистый ангидрид	10	3	п
Сероводород	10,0	3	п

Продолжение табл. 1.2

Наименование вредных веществ	ПДК., мг/м^3	Класс опасности	Агрегатн. состояние
Сероуглерод	1,0	3	п
Спирт бутиловый	10,0	3	п
Спирт изобутиловый	10,0	3	п
Спирт метиловый	5,0	3	п
Спирт этиловый	1000	4	п
Стирол	30/10	3	п
Толуол	50	3	п
Углерода оксид	20	4	п
Фенол	0,3	2	п
Фтористые соединения (газообразные)	0,5/0,1	2	п
Хлор	1,0	2	п
Хлористый водород	5,0	1	п
Этилацетат	200	4	п

Примечание: значение в числителе – максимально разовые; в знаменателе – среднесменные

Таблица 1.3

Расходы лакокрасочных материалов на один слой покрытия изделий и содержание в них летучих растворителей

Наименование лакокрасочных материалов/способ нанесения краски	Расход лакокрасочных материалов, *A*, г/м^2	Содержание летучей час- ти, *m*, %
Нитролаки и краски		
Бесцветный аэролак /кистью	200	92
Цветные аэролаки/распыление пульверизатором	180	75
Нитрошпаклевка /кистью	100-180	10-35
Нитроклей /кистью	160	80-85
Масляные лаки и эмали		
Окраска распылением	60-90	35

Таблица 1.4

Количество углекислоты, выделяемой человеком при разной работе

Возраст человека и характер работы	Количество CO_2	
	в л/ч	в г/ч
Взрослые:		
при физической работе	45	68
при легкой работе (в учреждениях)	23	35
в состоянии покоя	23	35
Дети до 12 лет	12	18

Таблица 1.5

Предельно-допустимые концентрации углекислоты

Наименование помещений	Количество CO_2	
	в л/ч	в г/кг
Для постоянного пребывания людей (жилые ком.)	1	1,5
Для пребывания детей и больных	0,7	1
Для учреждений	1,25	1,75
Для кратковременного пребывания людей	2	3

Таблица 1.6

Количество тепловыделений одним человеком при различной работе

Категория тяжести работы		Количество тепловыделений $q_л$, ккал/ч в зависимости от окружающей температуры воздуха			
		15 ºС	20 ºС	25 ºС	30 ºС
Легкая	I	100	70	50	30
Средней тяжести	II-а	100	70	60	30
Средней тяжести	II-б	110	80	70	35
Тяжелая	III	110	80	80	35

Таблица 1.7

Солнечная радиация через остекленную поверхность

	Солнечная радиация, $q_{ост}$, ккал/ч от стороны света и широты, град.														
	ЮГ			ЮГО-ВОСТОК ЮГО-ЗАПАД				ВОСТОК ЗАПАД				СЕВЕР, СЕВЕР. ВОСТОК СЕВЕРО-ЗАПАД			
	45	55	65	35	45	55	65	35	45	55	65	35	45	55	65
Окна с двойным остеклением и деревянными рамами	125	125	145	85	110	125	145	125	125	145	145	65	65	65	60
Окна с двойным остеклением и металлическими рамами	160	160	180	110	140	160	180	160	160	180	180	80	80	80	70
Фо- нарь с двойным остеклением и металлическими переплет.	130	160	170	110	140	170	170	160	160	180	180	85	85	85	70

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Долин П.А. Справочник по технике безопасности. – М.: Энергоиздат, 1982. – 342 с.

2. Каменев П.Н. Отопление и вентиляция. Часть II. Вентиляция. – М.: Издательство литературы по строительству, 1966. – 289 с.

3. ГОСТ 12.1.005-88 ССБТ. Санитарно-гигиенические требования к воздуху рабочей зоны.

4. ГН2.1.6.1338-03. Предельно допустимые концентрации (ПДК) загрязняющих веществ в атмосферном воздухе населенных мест.

РАСЧЕТНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №2. ОЦЕНКА РИСКА

Цель практического занятия - закрепление теоретических знаний, полученных при изучении темы «Основы теории безопасности: системный анализ безопасности», и формирование практических навыков расчета индивидуального и группового (социального) риска в конкретных ситуациях.

Общие сведения. Опасность – одно из центральных понятий безопасности жизнедеятельности (БЖД).

Опасность хранят все системы, имеющие энергию, химически или биологически активные компоненты, а также характеристики (параметры), несоответствующие условиям жизнедеятельности человека. Можно сказать, что опасность – это риск неблагоприятного воздействия.

Практика свидетельствует, что абсолютная безопасность недостижима. Стремление к абсолютной безопасности часто вступает в антагонистические противоречия с законами техносферы.

В сентябре 1990 г. в г. Кельне состоялся первый Всемирный конгресс по безопасности жизнедеятельности человека как научной дисциплине. Девиз конгресса: «Жизнь в безопасности». Участники конгресса постоянно оперировали понятием «риск».

Возможны следующие определения риска:

1. Это количественная оценка опасности, вероятность реализации опасности;

2. При наличии статистических данных, это частота реализации опасностей.

Различают опасности реальные и потенциальные. В качестве аксиомы принимаются, что любая деятельность человека потенциально опасна. Реализация потенциальной опасности происходит через ПРИЧИНЫ и приводит к НЕЖЕЛАТЕЛЬНЫМ ПОСЛЕДСТВИЯМ.

Сейчас перед специалистами ставится задача – не исключение до нуля безопасности (что в принципе невозможно). А достижение заранее заданной величины риска реализации опасности. При этом сопоставлять затраты и получаемую от снижения риска выгоду. Во многих западных странах для более объективной оценки риска и получаемых при этом затрат и выгод, вводят финансовую меру человеческой жизни. Заметим, что такой подход имеет противников, их довод – человеческая жизнь свята, бесценна и какие-то финансовые оценки недопустимы. Тем не менее, по зарубежным исследованиям, человеческая жизнь оценивается, что позволяет более объективно рассчитывать ставки страховых тарифов при страховании и обосновывать суммы выплат.

Поскольку абсолютная безопасность (нулевой риск) невозможна, современный мир пришел к концепции приемлемого (допустимого) риска.

Суть концепции заключается в стремлении к такой безопасности, которую принимает общество в данное время. При этом учитывается уровень технического развития, экономические, социальные, политические и др. возможности. Приемлемый риск – это компромисс между уровнем безопасности и возможностями ее достижения. Это можно рассмотреть в следующей ситуации. После крупной аварии на Чернобыльской АЭС, правительство СССР решило повысить надежность всех ядерных реакторов. Средства были взяты из госбюджета и, следовательно, уменьшилось финансирование социальных программ здравоохранения, образования и культуры, что в свою очередь привело к увеличению социально-экономического риска. Поэтому следует всесторонне оценивать ситуацию и находить компромисс – между затратами и величиной риска.

Переход к «риску» дает дополнительные возможности повышения безопасности техносферы. К техническим, организационным, административным добавляются и экономические методы управления риском (страхование, денежные компенсации ущерба, платежи за риск и

др.). Есть здравый смысл в том, чтобы законодательно ввести квоты за риск. При этом возникает проблема расчета риска: статистический, вероятностный, моделирование, экспертных оценок, социологических опросов и др. Все эти методы дают приблизительную оценку, поэтому целесообразно создавать базы и банки данных по рискам в условиях предприятий, регионов и т.д.

Порядок выполнения работы:

1. Ознакомиться с общими сведениями. Записать определения.
2. Выполнить практические задачи.

Практические задачи

Задача 1. В таблице 2.0 приведен ряд профессий по степени индивидуального риска фатального исхода в год. Используя данные табл.1 методом экспертных оценок охарактеризуйте вашу настоящую деятельность и условия вашей будущей работы.

Таблица 2.0

Классификация профессиональной безопасности

Категория	Условия профессиональной деятельности	Риск смерти (на человека в год)	Профессия
1	Безопасные	$1 \cdot 10^{-4}$	Текстильщики, обувщики, работники лесной промышленности, бумажного производства и др.
2	Относительно безопасные	$1 \cdot 10^{-4}$ до $1 \cdot 10^{-3}$	Шахтеры, металлурги, судостроители и др.
3	Опасные	$1 \cdot 10^{-3}$ до $1 \cdot 10^{-2}$	Рыбопромысловики, верхолазы, трактористы и др.
4	Особо опасные	больше $1 \cdot 10^{-2}$	Летчики-испытатели, летчики реактивных самолетов.

После обсуждения письменно сформулируйте свою оценку.

Для решения следующих задач используйте формулу определения индивидуального риска

$$P = \frac{h}{H}, \qquad (2.1)$$

где Р – индивидуальный риск (травмы, гибели, болезни и пр.); h – количество реализации опасности с нежелательными последствиями за определенный период времени (день, год и т.д.); Н – общее число участников (людей, приборов и пр.), на которых распространяется опасность.

Пример решения задачи по формуле (2.1).

Пример. Задача 1. Ежегодно неестественной смертью гибнет 250 тыс. человек. Определить индивидуальный риск гибели жителя страны при населении в 150 млн. человек.

Решение.

$Рж = 2{,}5 \cdot 10^5 / 1{,}5 \cdot 10^8 = 1{,}7 \cdot 10^{-3}$

Или будет 0,0017. Иначе можно сказать, что ежегодно примерно 17 человек 10000 погибает неестественной смертью. Если пофантазировать и предположить, что срок биологической жизни человека равен 1000 лет, то по нашим данным оказывается, что уже через 588 лет (1:0,0017) вероятность гибели человека неестественной смертью близка к 1 (или 100%).

Примечание. Здесь и в задачах №2,3 данные приближены к России.

Задача 2. Опасность гибели человека на производстве реализуется в год 7 тыс. раз. Определить индивидуальный риск погибших на производстве при условии, что всего работающих 60 млн. человек. Сравните полученный результат с вашей экспертной оценкой из задачи 1.

Задача 3. Определить риск погибших в дорожно-транспортном происшествии (ДТП), если известно, что ежегодно гибнет в ДТП 40 тыс. человек при населении 150 млн. человек.

Задача 4. Используя данные индивидуального риска фатального

исхода в год для населения США (данных по России нет), определите свой индивидуальный риск фатального исхода на конкретный год. При этом можно субъективно менять коэффициенты и набор опасностей.

Таблица 2.1

Индивидуальный иск гибели в год

Причина	Риск	Причина	Риск
Автомобильный транспорт	$3 \cdot 10^{-4}$	Воздушный транспорт	$9 \cdot 10^{-6}$
Падения	$9 \cdot 10^{-5}$	Падающие предметы	$6 \cdot 10^{-6}$
Пожар и ожог	$4 \cdot 10^{-5}$	Электрический ток	$6 \cdot 10^{-6}$
Утопление	$3 \cdot 10^{-5}$	Железная дорога	$4 \cdot 10^{-6}$
Отравление	$2 \cdot 10^{-5}$	Молния	$5 \cdot 10^{-7}$
Огнестрельное оружие	$1 \cdot 10^{-5}$	Все прочие	$4 \cdot 10^{-5}$
Станочное оборудование	$1 \cdot 10^{-5}$	Ядерная энергетика	$2 \cdot 10^{-10}$
Водный транспорт	$9 \cdot 10^{-6}$	(пренебрегаемо мал. риск)	

Риск общий для американца: $P_{общ} = 6 \cdot 10^{-4}$

Сравнить полученный результат с результатом примера решения.

Задачи на риск гибели неестественной смертью в России и с риском гибели в год для американца ($P_{общ}$).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Русак О.Н. Труд без опасности. Л. «Лениздат», 1986, 191 с.

2. Береговой Г.Т. и др. Безопасность космических полетов. М., «Машиностроение», 1977, 320 с.

РАСЧЕТНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №3. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ МИКРОКЛИМАТА РАБОЧЕЙ ЗОНЫ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПОМЕЩЕНИЙ

Цель практического занятия :закрепление теоретических знаний, полученных при изучении раздела “Гелиофизические и метеорологические фактора: микроклимат производственных помещений”, и формирование практических навыков расчета метеорологических условий в производственном помещении и гигиенической оценки параметров микроклимата.

Общие сведения:

Одним из основных условий эффективной производственной деятельности человека является обеспечение нормальных метеорологических условий в помещениях. Параметры микроклимата оказывают существенное влияние на терморегуляцию организма человека и могут привести кпереохлаждение или перегреву тела

Микроклимат производственных помещений - это климат внутренней среды этих помещений, определяемый действующими на организм человека факторами: сочетанием температуры воздуха, относительной влажности, скорости движения воздуха, интенсивности теплового облучения, температуры поверхности ограждающих конструкций (стены, пол, потолок, технологическое оборудование и т.д

Под рабочей зоной понимается пространство высотой до 2м над уровнем пола или площадки, на которых находятся места постоянного или временного пребывания рабочих.

Причиной ряда заболеваний является местное и общее охлаждение. Переохлаждение организма ведет к простудным заболеваниям: ангине, катару верхних дыхательных путей, пневмонии. Установлено, что при

переохлаждении ног и туловища возникает спазм сосудов слизистых оболочек дыхательного тракта.

Перегревание возникает при избыточном накоплении тепла в организме, которое возникает при действии повышенных температур. Основными признаками перегревания являются повышение температуры тела до 38°Си более, обильное потоотделение, слабость, головная боль, учащение дыхания и пульса, изменение артериального давления и состав крови, шум в ушах, искажение цветового восприятия

Тепловой удар – это быстрое повышение температуры тела 40°С и выше. В этом случае падает артериальное давление, потоотделение прекращается, человек теряет сознание.

Организм человека обладает свойством терморегуляции – поддержание температуры тела в определенных границах (36,1…37,2°С) Терморегуляция обеспечивает равновесие между количеством тепла, непрерывно образующегося в организме человека в процессе обмена веществ, теплопродукцией и излишком тепла, непрерывно выделяемого в окружающую среду, - теплоотдачей, т.е сохраняет тепловой баланс организма человека. Количество выделившейся теплоты меняется от 8Вт до 50 Вт.

Теплопродукция. Тепло вырабатывается всем организмом, но в наибольшей степени в мышцах и печени. В процессе работы в организме происходят различные биохимические процессы, связанные с деятельностью мышечного аппарата и нервной системы. Энергозатраты человека, выполняющего различную работу, могут быть классифицированы на категории.

Разграничение работ по категориям осуществляется на основе интенсивности общих энергозатрат организма: легкие физические работы, средние физические работы, тяжелые физические работы.

К категории 1а относятся работы с интенсивностью энергозатрат до 139 Вт, выполняемые сидя и сопровождающиеся незначительным физическим напряжением.

К категории 1б относятся работы с интенсивностью энергозатрат 140…174 Вт, производимые сидя, стоя или связанные с ходьбой и сопровождающиеся некоторым физическим напряжением (в полиграфической промышленности, на часовом, швейном производствах, в сфере управления)

К категории 2а относятся работы с интенсивностью энергозатрат 233…232 Вт, производимые сидя, стоя или связанные с ходьбой, перемещением мелких изделий или предметов в положении стоя или сидя и требующие определенного физического напряжения.

К категории 2б относятся работы с интенсивностью энергозатрат 233…290 Вт, связанные с ходьбой, перемещением и переноской тяжестей до 10 кг и сопровождающиеся умеренным физическим напряжением.

К категории 3 относятся работы с интенсивностью энергозатрат более 290 Вт, связанные с постоянными передвижениями, перемещением и переноской значительных (свыше 10 кг) тяжестей и требующие больших физических усилий.

Теплоотдача. Количество тепла, отдаваемого организмом человека, зависит от температуры, относительной влажности и скорости движения воздуха. Теплоотдача осуществляется путем радиации, конвекции, испарения пота и дыхания. Для человека, находящегося в состояние покоя и одетого в обычную комнатную одежду, соотношение составляющих теплоотдачи имеет следующие распределения, % радиацией – 45, конвекцией – 30, испарением и дыханием – 25.

Основное значение имеет регулирование теплоотдачи, так как она является наиболее изменчивой и управляемой. Комфортные тепло ощущения у человека возникают при наличии теплового баланса организма, а также при условии его некоторого нарушения. Это обеспечивается тем, что в организме человека имеется некоторый резерв тепла, который используется им в случае охлаждения. Этот потенциальный запас тепла составляет в среднем 8360 кДж и находится главным образом во внешних слоях тканей организма на глубине 2-3

см от кожи. При известном уменьшении запаса тепла у человека появляются субъективно ощущения «прохлады», которые, если охлаждение продолжается, сменяются ощущениями «холодно», «очень холодно»

Действующими нормативными документами, регламентирующими метеорологические условия производственной среды, являются ГОСТ 12.1.005-88 «ССБТ. Общие санитарно-гигиенические требования к воздуху рабочей зоны» и СанПиН 2.2.4.548-96 «Гигиенические требования к микроклимату производственных помещений» Этими документами установлены влажности и скорости движения воздуха в рабочей зоне производственных помещений с учетом избытков явного тепла, тяжести выполняемой работы и сезонов года.

В соответствии с вышеуказанным стандартом теплым периодом года считается сезон, характеризуемый среднесуточной температурой наружного воздуха +10 °С.

Допустимыми считаются такие параметры микроклимата, которые при длительном воздействии могут вызывать напряжения реакции терморегуляции человека, но к нарушению состояния здоровья не приводят.

Оптимальными являются такие микроклиматические параметры, которые не вызывают напряжения реакций терморегуляции и обеспечивают высокую работоспособность человека.

Расчет показателей микроклимата базируются на опытных данных о давлении, температуре и скорости движения воздуха на рабочем месте полученных при замерах на нем с помощью соответствующих приборов

Показатели микроклимата вычисляются в следующей последовательности:

1. Атмосферное давление В, Па, на рабочем месте, измеренное с помощью барометра-анероида БАММ-1

$$В = В_п + В_ш + В_т + В_д\,, \qquad (3.1)$$

где В– исправленное значение замеренного давления, Па; Вп – отсчет по прибору, Па; Вш – шкаловая поправка;Вт – температурная поправка, равная произведению температуры прибора на удельную температуру поправки прибора; Вд – добавочная поправка, Па.

Рис. 3.1 Барометр-анероид «БААМ-1»

Барометр-анероид «БААМ-1» измеряет атмосферное давление в наземных условиях в диапазоне температур от 0 до +40 С° и при относительной влажности воздуха более 80%

2. Температура воздушной среды измеряется с помощью ртутных или спиртовых термометров, а также с помощью термографов, обеспечивающих непрерывную запись температуры на ленте за определенный период времени. Температуру воздушной среды можно измерить также с помощью психрометров и термометров

3. Влажность воздуха – абсолютная и относительная определяется с помощью психрометров. Психрометр состоит из сухого и влажного термометров. Резервуар влажного термометра покрыт тканью, которая опущена в мензурку с водой. Испаряясь, вода охлаждает влажный термометр, поэтому его показания всегда ниже показания сухого.

Психрометры бывают типа Августа (Рис 3.2) и переносными, типа Ассмана (Рис 3.3). Психрометр Ассмана является более совершенным и точным прибором по сравнению с психрометром Августа. Принцип его устройства тот же, но термометры заключены в металлическую оправу, шарики термометра находятся в двойных металлических гильзах, а в головке прибора помещается вентилятор с постоянно скоростью 4 м/с.

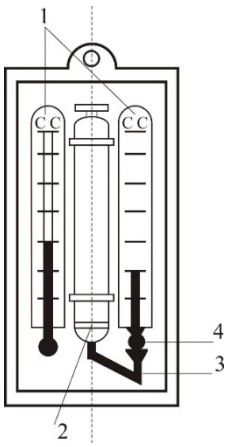


Рис. 3.2 Психрометры Августа

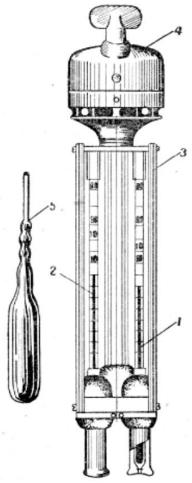


Рис. 3.3 Психрометр Ассмана

Влажность воздуха может быть рассчитана: 1) по давлению водяного пара, находящегося в воздухе или 2) по плотности водяного пара

При первом способе сначала определяется давление водяного параЮ находящегося в воздухе при данной температуре

$$P_{в.п} = P_{н.в} - c(T_c - T_B)B \quad (3.2)$$

где Рн.в– давление насыщенного водяного пара при температуре tв, зафиксированной влажным термометром, Па;с–коэффициент психрометра, зависящий от скорости движения воздуха около шарика мокрого термометра (при скорости движения воздуха до 4 м/с принимают с = 0.00074, свыше 4 м/с – 0,00066) tc и tв – температура сухого и влажного термометра,В–

барометрическое давление воздуха в момент измерения температур психрометром, Па

Определив порациональнее давление водяного пара, находят относительную влажность воздуха

$$\varphi = \frac{\rho}{\rho_0} \cdot 100\%, \quad (3.3)$$

где $P_{н.с}$– давление насыщенного водяного пара при температуре t_c, зафиксированной влажным термометром,

При расчете влажности воздуха по плотности водяного пара определяются:

а) абсолютная влажность воздуха (масса водяного пара, содержащегося в воздухе при данной температуре)

$$F = \frac{(1000 * P_{в.п})}{(461{,}5(273 + t_c))}, \quad (3.4)$$

где 461,5 – удельная газовая постоянная водяного пара Дж/(кг *К);

б) максимальная абсолютная влажность воздуха

$$A_{max} = \frac{1000 * P_{н.с}}{461{,}5 * (273 + t_c)}, \quad (3.5)$$

в) относительная влажность воздуха φ

$$\varphi = \frac{A}{A_{max}} * 100, \quad (3.6)$$

Таблица 3.0

Давление насыщенного водяного пара Р, Па при температуре воздуха

t, С	Р, Па	t, С	Р, Па	t, С	Р, Па	t, С	Р, Па
0	611	10	1228	20	2328	30	4242
1	657	11	1312	21	2486	31	4493
2	705	12	1403	22	2644	32	4754
3	759	13	1497	23	2809	33	5030
4	813	14	1599	24	2894	34	5320
5	872	15	1705	25	3168	35	5624
6	935	16	1817	26	3361	36	5941

7	1001	17	1937	27	3565	37	6275
8	1073	18	2064	28	3780	38	6625
9	1148	19	2197	29	4005	39	6991

Значение относительной влажности φ, найденного описанными способами, может быть проверено по данным психометрической таблицы

4. Скорость движения воздуха измеряется с помощью крыльчатых или чашечных анемометров (Рис 3.4). Крыльчатый анемометр принимается для измерения скорости воздуха до 10 м/с, а чашечный – до 30м/с. Принцип действия анемометров обоих типов основан на том, что частоты вращения крыльчатки тем больше, чем больше скорость движения воздуха. Вращение крыльчатки передается на счетный механизм. Разница в показаниях до и после измерения, деленная на время наблюдения, показывает число делений в 1 с. Специальный тарировочный паспорт, предлагаемый к каждому прибору позволяет по вычисленной величине делений определить скорость движения воздуха.

Рис 3.4 Чашечный анемометр

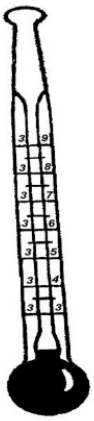


Рис. 3.5 Кататермометр

Скорость движения воздуха в интервале величин от 0.1 до 0.5 м/с можно определить с помощью кататермометра (Рис.3.5). Шаровой кататермометр представляет собой стартовый термометр с двумя резервуарами: шаровым внизу и цилиндрическим вверху. Шкала кататермометра имеет давление от 31 до 41 градуса. Для работы с этим прибором его предварительно нагревают на водяной бане, затем вытирают насухо и помещают в исследуемое место. По величине падения столба спирта в единицу времени на кататермометре при его охлаждении судят о скорости движения воздуха. Для измерения малых скоростей (от 0.03 до 5 м/с) при температуре в производственных помещениях не ниже 10С применяется термоанемометр. Это электрический прибор на полупроводниках, принцип его действия основан на измерении величины сопротивления датчика при изменении температуры и скорости движения воздуха.

Таблица 3.1

Значения относительной влажности

t_c °C	Разность показаний сухого и влажного термометров t_c - t_b °C									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Относительная влажность φ, %									
0	100	81	63	45	28	11				

1	100	83	65	48	32	16				
2	100	84	68	51	35	20				
3	100	84	69	54	39	24	10			
4	100	85	70	56	42	28	14			
5	100	86	72	58	45	32	19	6		
6	100	86	73	60	47	35	23	10		
7	100	87	74	61	49	37	26	14		
8	100	87	75	63	51	40	29	18	7	
9	100	88	76	64	53	42	31	21	11	
10	100	88	76	65	54	44	34	24	14	5

Продолжение табл. 3.1

11	100	88	77	66	56	46	36	26	17	8
12	100	89	78	68	57	48	38	29	20	11
13	100	89	79	69	59	49	40	31	23	14
14	100	89	79	70	60	51	42	34	25	17
15	100	90	80	71	61	52	44	36	27	20
16	100	90	81	71	62	54	46	37	30	22
17	100	90	81	72	64	55	47	39	32	24
18	100	91	82	73	65	56	49	41	34	27
19	100	91	82	74	65	58	50	43	35	29
20	100	91	83	74	66	59	51	44	37	30
21	100	91	83	75	67	60	52	46	39	32
22	100	92	83	76	68	61	54	47	40	34
23	100	92	84	76	69	61	55	48	42	36
24	100	92	84	77	69	62	56	49	43	37
25	100	92	84	77	70	63	57	50	44	38
26	100	92	85	78	71	64	58	51	46	40
27	100	92	85	78	71	65	59	52	47	41

28	100	93	85	78	71	65	59	52	48	42
29	100	93	86	79	72	66	60	54	49	43
30	100	93	86	79	73	67	61	55	50	44

Скорость движения воздуха V, м/с , при замере ее анемометром АСО-3 подсчитывается по формуле

$$V = an + b, \quad (3.7)$$

где n число делений в 1 с; $n = \frac{n_к - n_н}{t_{зам}}$; $n_н$ и $n_к$ – начальный и конечный отсчеты по анемометру; t зам – продолжительность замера по прибору.

При выполнении настоящего практического занятия рекомендуется использовать формулу:

$$V = 0{,}45n + 0{,}01$$

5. Гигиеническая оценка результатов расчета параметров микроклимата: производится по санитарным нормам, приведенным в ГОСТ 12.1.005-88.

Таблица 3.2

Оптимальные нормы температуры, относительно влажности и скорости движения воздуха по рабочей зоне производственных помещений

Период Года	Категория Работ	Температура, ℃	Относительная влажность, %	Скорость движения воздуха м/с не более
Холодный (температура наружного воздуха ниже +10℃)	Легкая – 1	22-24	40-60	0,1
	Легкая – 1б	21-23	40-60	0,1
	Средней тяжести – Па	18-20	40-60	0,2
		17-19	40-60	0,2
	Средней тяжести – Пб	16-18	40-60	0,3
	Тяжелая – III			

Теплый (температура наружного воздуха +10℃ и выше)	Легкая – 1а	23-25	40-60	0,1
	Легкая – 1б	22-24	40-60	0,2
	Средней тяжести – Па	21-23	40-60	0,3
	Средней тяжести – Пб	20-22	40-60	0,3
	Тяжелая - III	18-20	40-60	0,4

Пример расчета:

Исходный данные: $B_п$= 87937 Па,$B_ш$ = -50 Па, t_c = 22 ℃, t_c = 16 ℃, $\Delta t = -\frac{10Па}{℃}$, $B_д$= +100 Па, $n_н$=6000, t зам= 200с, период года – теплый.

Решение:

1. Атмосферное давление на рабочем месте (при температурной поправке)

$$B_т = t_c * \Delta t = 22(-10) = -220\ Па$$

$$B = B_п + B_ш + B_т + B_д = 87837 - 50 - 220 + 110 = 87667\ Па.$$

2. Скорость движения воздуха по исходным данным, полученным при помощи анемометра АСО-3. При числе давлений в 1с

$$n = \frac{n_к - n_н}{t_{зам}} = 6040 - \frac{6000}{200} = 0{,}2\ дел/с$$

Скорость движения воздуха составляет;

V=0,45n + 0,01 = 0,45 * 0,2 + 0,01 = 0,10 м/с

3. Относительная влажность воздуха по давлению водяного пара. При давлении насыщенного водяного пара при температуре сухого термометра Рн.с = 2644 Па и температуре влажного термометра Р н.в = 1817 Па и парциальном давлении водяного пара в воздухе:

$$P_{в.п} = P_{н.в} - C(t_c - t_в) * B = 1817 - 0{,}00074 * (22 - 16) * 87837 = 1427\ Па$$

относительная влажность воздуха:

$$\varphi = \frac{P_{в.п}}{P_{н.с}} 100 = \frac{1427}{2644} 100 = 54\%$$

3б. Относительная влажность воздуха по плотности (массе) водяного пара. При абсолютной влажности воздуха:

$$A = \frac{1000 * P_{в.п}}{461{,}5(273 + t_c)} = \frac{1000 * 1527}{461{,}5(273 + 22)} = 10{,}48 \text{ г/м}^3$$

И максимальной влажности воздуха:

$A_{max} = \frac{1000 * P_{н.с}}{461{,}5(273+t_c)} = \frac{1000*2644}{461{,}5(273+22)} = 19{,}42 \text{ г/м}^3$относительная влажность воздуха равна:

$$\varphi = \frac{A}{A_{max}} 100 = \frac{10{,}48}{19{,}42} 100 = 54\%$$

3в. Правильность произведенных подсчетов φ подтверждают данные таблицы. При разности показаний сухого и влажного термометров Тс – Тв = 22 – 16 = 6 ℃ относительная влажность воздуха φравна 54%

Варианты заданий

Для выполнения задания даются следующие показатели: отсчет по барометру Вп Температура воздуха по сухому (Тс) и влажному (Тв) термометрам психрометра, начальный (Nн) и конечный (Nк) отсчеты по анемометру, продолжительность замера скорости движения воздуха Тзам, период года (холодный, теплый) Для отсчета скорости движения воздуха использовать формулу

$$V = 0{,}45n + 0{,}01$$

Интенсивность теплового излучения на рабочем месте полагать равной 50 Вт/м^2. Числовые значения исходных данных приведены в таблице 3.3.

Таблица 3.3

Числовые значения поправок к барометру

вариант	Вв, Па	Вш, Па	$\Delta t, Па$	Ва, Па	Тс, ℃	Тв,℃	Nн	Nк	Т зам, ℃	Период года
1	110146	-100	-10	+100	23	18	6000	6246	140	Холодный
2	105752	-100	-10	+100	22	16	6107	6138	155	То же
3	97989	+75	-10	+100	18	13	6357	6407	160	То же
4	90498	+25	-10	+100	17	11	6841	6909	170	То же
5	94232	+150	-10	+100	16	11	6944	7051	200	То же
6	103379	-50	-10	+100	24	17	6107	6387	150	Теплый
7	107509	-100	-10	+100	23	17	6305	6696	187	То же
8	89371	0	-10	+100	22	15	6421	6501	190	То же
9	94263	+150	-10	+100	20	15	6725	6830	175	То же
10	96946	+100	-10	+100	19	12	6100	6176	11	То же

Порядок выполнения работы

1. Расчет и оформление практической работы провести в соответствии с примером расчета. Варианты заданий определяются пр-ем.

2. Результаты расчетов микроклимата на рабочем месте в производственном помещении занести в таблицу.

Таблица 3.4

Пример заполнения таблицы

Температура воздуха		Относительная влажность %		Скорость движения воздуха	
Фактическая данная	Оптимальная по нормам	Фактическая рассчитанная	Оптимальная по нормам	Фактическая рассчитанная	Оптимальная по нормам

3. На основании полученных результатов определить категорию работ, в соответствии с периодом года.

4. Ответить на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Что понимают под микроклиматом производственных помещений?
2. Опишите характер действия климатических факторов на организм человека.
3. В чем состоит нормирование воздействий климатических факторов на человека?
4. Как определяют давление, температуру, относительную влажность и скорость движения воздуха?
5. Назовите способы и средства нормализации микроклимата на рабочих местах.

РАСЧЕТНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №4. РАСЧЕТ ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИЙ И БОРЬБА С ИЗБЫТОЧНЫМ ТЕПЛОМ В ШАХТАХ

Цель практического занятия - закрепление теоретических знаний, полученных при изучении темы «Комфортные условия жизнедеятельности», и овладение методикой расчета тепловыделений в выработки глубоких шахт и выбора технических решений по борьбе с избыточным теплом.

Общие сведения. Климатические условия в подземных выработках, особенно в глубоких шахтах, как правило, отличаются от климатических условий на земной поверхности. Микроклимат горных выработок (т. е. действующее в них на организм человека сочетание температуры, влажности, скорости движения воздуха, его давления и температуры окружающих поверхностей) в значительной степени зависит от теплообменных процессов, происходящих на пути движения воздуха. Под воздействием этих процессов температура шахтного воздуха в выработках существенно повышается с увеличением глубины ведения горных работ.

Нагревание воздуха, движущегося по горным выработкам, происходит в результате:

- теплообмена между потоком шахтного воздуха и окружающим выработки массивом горных пород, т. е. охлаждения пород;
- естественного адиабатического сжатия воздуха при движении его вниз по вертикальным и наклонным выработкам;
- изменения содержания влаги в воздухе;
- теплообмена между воздухом и подземной водой, текущей по выработкам;
- окисления угля, угольной пыли, сульфидных руд, крепежного леса и некоторых других веществ;
- охлаждения отбитых и транспортируемых масс угля и породы;
- работы горных машин и механизмов;
- выделения тепла осветительными установками, электрическими кабелями, трубопроводами сжатого воздуха, телом человека, а также действия других второстепенных факторов.
- Вызванное перечисленными факторами приращение температуры шахтного воздуха (оС = К), может быть определено из выражения

$$\Delta t = \frac{\Sigma Q_i}{C_p \rho V}, \qquad (4.1)$$

где ΣQ_i - суммарное количество теплоты, идущее на нагревание воздуха, кДж/ч; C_p - удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении, кДж/(кг·К); ρ - плотность воздуха, кг/м^3; V - объемный расход воздуха, м^3/ч.

Шахтный воздух уже при температуре свыше 25 °С оказывает отрицательное тепловое воздействие на физиологию и гигиену труда подземных рабочих. При задержке отдачи телом человека накопившегося в нем тепла возникает перегрев организма, осложняющий протекание жизненных процессов. Чрезмерный перегрев организма вызывает ухудшение самочувствия человека, приводит к серьезным заболеваниям (в наиболее тяжелых случаях - к

тепловому удару, или стрессу, или даже к смерти), увеличивает вероятность травматизма, снижает производительность труда.

Изменение температуры воздуха (и других параметров микроклимата) в подземных выработках оказывает влияние также на физико-механические свойства горных пород и на безопасное состояние сооружений и выработок.

Расчет выделения теплоты в выработки глубоких шахт ведется по следующим зависимостям.

1. Тепловыделение при охлаждении горных пород. Количество теплоты $Q_{охл}$, кДж/ч, выделяющееся вследствие охлаждения окружающих выработку горных пород, описывается уравнением Ньютона для конвективного теплообмена

$$Q_{охл} = K_{\tau} P l (t_{п} - t_{в}), \qquad (4.2)$$

где K_τ - коэффициент нестационарного теплообмена между массивом горных пород и воздухом, кДж/(м^2·ч·К) (рассчитывается по формуле, приводимой ниже); P и l - периметр и длина выработки, м; $t_п$ - естественная температура неохлажденных пород на данной глубине, (°С = K, расчет приводится ниже); $t_в$= $t_{пб}$ - допустимая температура воздуха в выработке, °С (принимается согласно Правилам безопасности).

Коэффициент K_τ, кДж/(м^2·ч·К) определяется по формуле

$$K_{\tau} = \frac{\lambda}{1+\frac{\lambda}{2\alpha_0 R_э}} \cdot \left[\frac{1}{2R_э} + \frac{1}{\sqrt{\pi a \tau (1+\frac{\lambda}{2\alpha_0 R_э})}} \right], \qquad (4.5)$$

где λ - коэффициент теплопроводности породы, кДж/(м·ч·К) (принимается по табл. 3.1); α_0 - суммарный коэффициент теплоотдачи от стен шахтной выработки к воздуху, кДж/(м^2·ч·К) (расчет ниже); $R_э$ - эквивалентный радиус выработки, м: $R_э = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = 0.564\sqrt{S}$, a - коэффициент температуропроводности

породы, м^2/ч: $\alpha = \frac{\lambda}{c_п \cdot \rho_п}$ (принимается по табл. 3.1); $c_п$ - удельная теплоемкость породы, кДж/(кг·К) (принимается по табл. 3.1); $\rho_п$ - плотность породы, кг/м^3 (принимается по табл. 3.1); τ - расчетное время процесса теполообмена, ч (например, при длительности процесса теплообмена 4 года значение τ = 4·365·24 = = 35040 ч).

Таблица 4.0

Тепловая характеристика пород

Порода	ρ, кг/м^3	$c_п$, кДж/(кг·К)	λ, кДж/(м·ч·К)	*a*, м^2/ч
Песчаник (Центральный Донбасс)	2475	0,854	9,211	0,00436
Глинистые и песчанистые сланцы (там же)	2450	0,904	6,363	0,00287
Уголь (там же)	1225	1,184	1,051	0,00073
Бурый уголь (Челябинский бассейн)	1210	1,130	0,913	0,00067
Каменный уголь (Карагандинский бассейн)	1275	1,055	0,963	0,00072
Углистый сланец	1765	1,021	3,006	0,00167
Глинистый сланец	2433	0,992	3,354	0.00139
Змеевик	2690	0,950	5,694	0,00223
Гранит	2722	0,917	7,972	0.00319
Серный колчедан (Дегтярское месторождение)	4620	0,908	15,010	0,00358
Медный колчедан (там же)	4716	0,862	15,165	0,00373

Суммарный коэффициент теплоотдачи с поверхности горной выработки α_0, кДж/(м^2·ч·К), находится их выражения

$$\alpha_0 = \alpha_к + \alpha_и,$$

где $\alpha_к$ - конвективный коэффициент теплоотдачи от стен выработки к воздуху, кДж/(м^2·ч·К)

$$\alpha_к = 2{,}9 \cdot 4{,}1868 \frac{V^{0.8}}{Д_э^{0,2}} = 12{,}14 \frac{V^{0.8}}{Д_э^{0,2}}$$

где v - скорость движения воздуха в выработке, м/с; $Д_э$ - эквивалентный диаметр выработки, м: $Д_э = \frac{4S}{P}$; $\alpha_и$ - коэффициент, учитывающий испарения влаги с мокрых стен выработки, кДж/(м^2·ч·К)

$$\alpha_и = 1{,}3\beta \cdot r\,,$$

где β - коэффициент массоотдачи (коэффициент испарения), кг/(м^2·ч·К), принимается равным 0,01 - для стволов, 0,15 - для капитальных выработок, 0,03 - для лав; r - теплота парообразования воды, принимается r = 2256 кДж/кг.

Температура горных пород в массиве $t_п$, ºС, на заданной глубине H, м, от земной поверхности определяется по формулам:

$$t_п = h \cdot t_н + \frac{H - H_0}{Г_{ст}} \text{ или } t_п = h \cdot t_н + (H - H_0)\delta, \qquad (4.6)$$

где $t_п$ - температура пород нейтрального слоя (зоны с постоянной температурой пород) в данной местности; принимается примерно равной среднегодовой температуре воздуха на земной поверхности в данном районе, ºС; $t_н$ = 8,5; 2,5; 2,5; 3,0 °С для условий соответственно Донбасса, Кузбасса, Караганды и Мосбасса; H_0 - глубина (толщина) нейтрального слоя, м: H_0 = 20-40 м; $Г_{ст}$ - геотермическая ступень данного района, м/ºС: в среднем $Г_{ст}$ составляет для угольных месторождений 30–40 м/ ºС, рудных 50-140 м/ ºС, нефтяных 15-20 м/ ºС; δ - геотермический градиент, ºС/м.

2. Тепловыделение при сжатии воздуха. Количество теплоты $Q_{сж}$, кДж/ч, выделяющееся при движении воздуха вниз по вертикальным и наклонным выработкам, определяется выражением

$$Q_{сж} = 9{,}81 \cdot \rho \frac{V_в \cdot H}{1000} = 0{,}00981 \cdot \rho \cdot V_в \cdot H, \qquad (4.7)$$

где ρ - плотность воздуха, кг/м^3; $V_в$ - количество воздуха, проходящего по выработке (объемный часовой расход воздуха), м^3/ч: $V_в = 3600 \cdot v \cdot S;$

v - скорость движения воздуха в выработке, м/с; S - площадь поперечного сечения выработки, м^2; H - глубина расположения выработки, м; для наклонной выработки

$$H = l_н \cdot sin\,\psi, \tag{4.8}$$

где $l_н$ - длина наклонной выработки; ψ - угол наклона выработки, град.

3. Тепловыделение при окислительных процессах. Количество теплоты $Q_{ок}$, кДж/ч, образующееся при окислении угля, угленосных сланцев, сульфидных руд и древесины, подсчитывается по формуле А. Ф. Воропаева

$$Q_{ок} = q_{ок} \cdot V^{0,8} \cdot P \cdot l, \tag{4.9}$$

где $q_{ок}$ - тепловыделение в результате окислительных процессов, приведенное к скорости движения воздуха в выработке, V = 1 м/с, кДж/(м^2·ч); $q_{ок}$ можно принимать равным 12-21 кДж/(м^2·ч).

4. Тепловыделение от местных источников. К местным источникам теплоты относят электродвигатели, трансформаторы, светильники, электрические кабели, трубопроводы сжатого воздуха, пневматические двигатели, другие тепловыделяющие машины, механизмы и устройства, а также работы, производимые с применением бетона на участке выработки или в призабойной зоне, когда тепло выделяется при его отвердении.

Расчетные формулы для определения количества теплоты от местных источников имеют следующий вид:

4.1. Тепловыделение при работе ***электродвигателей*** горных машин и освещения $Q_{эд}$, кДж/ч

$$Q_{эд} = \frac{3600 \cdot N_{потр} \cdot k_з}{\eta_э}, \tag{4.10}$$

где $N_{потр}$ - потребляемая мощность электродвигателей и осветительных установок, кВт; $k_з$ - коэффициент загрузки оборудования во времени: $k_з$ = 0,8; $\eta_э$ - к. п. д. электродвигателя: $\eta_э$ = 0,95.

4.2. Тепловыделение в выработку (ствол, уклон, бремсберг и др.) при эксплуатации ***лебедок*** $Q_л$, кДж/ч:

- при подъеме груза лебедкой $Q_{лп} = 3600 \cdot N_л \cdot k_з(1 - \eta_м)$;

- при спуске груза лебедкой $Q_{лс} = 3600 \cdot N_л \cdot k_з$.

где $N_л$ - установленная мощность электродвигателя лебедки, кВт; $\eta_м$ - механический к. п. д.: $\eta_м = 0,8$.

4.3. Тепловыделение при работе ***трансформатора*** $Q_{тр}$, кДж/ч

$$Q_{тр} = 3600 \cdot N_{тр} \cdot p_{тр}, \quad (4.11)$$

где $N_{тр}$ - мощность трансформатора, кВт; $p_{тр}$ - тепловые потери трансформатора: $p_{тр} = 0,04 \div 0,05$.

4.4. Тепловыделение при затвердевании монолитной ***бетонной крепи*** $Q_б$, кДж/ч

$$Q_б = q_б \cdot P \cdot l_ц, \quad (4.12)$$

где $q_б$ - удельное выделение теплоты при отвердевании бетона, кДж/(м^2·ч); принимается $q_б$ = 200÷400 кДж/(м^2/ч); P - периметр выработки, м; $l_ц$ - длина участка бетонирования, контактирующего с вентиляционной струей за один цикл проходки, м.

4.5. Тепловыделение при ***взрыве ВВ***. В выработке большого сечения при использовании более 100 кт ВВ тепловыделение при взрыве $Q_{взр}$, кДж/ч, рассчитывается по формуле

$$Q_{взр} = 0,8 \cdot q_{взр} \cdot m_з, \quad (4.13)$$

где $q_{взр}$ - удельное тепловыделение при взрыве 1 кг ВВ, кДж/кт; $m_з$ - масса заряда, кг.

Таблица 4.1

Рекомендуемые значения $q_{взр}$ для применяемых ВВ

Аммонит ПЖВ-20	3360		Аммонит АП-5ЖВ	3780

Угленит Э-6	2570		Аммонит скальный №1	5400
Победит ВП-4	3810		Аммонит № 6 ЖВ	4290
Аммонит АП-4ЖВ	3560		Игданит	3790

4.6. Тепловыделение при работе шахтных ***вентиляторов*** происходит в результате работы электродвигателя, внутренних потерь энергии в вентиляторе и аэродинамического сжатия воздуха. Количество теплоты $Q_{вен}$, кДж/ч, поступающее в выработку при работе вентилятора, выражается формулой

$$Q_{вен} = 3600 \cdot V_{вс} \frac{h_в}{1000\eta_{ву}} = 3{,}6 \cdot V_{вс} \frac{h_в}{\eta_{ву}}, \quad (4.14)$$

где $V_{вс}$ - количество воздуха, проходящего по выработке (секундный расход), м^3/с; $h_в$ - депрессия выработки, Па;

$$h_в = \alpha_в \cdot P \cdot l \frac{v^2}{S}, \quad (4.15)$$

где $\alpha_в$ - коэффициент аэродинамического сопротивления трения выработки, Н·с^2/м^4 = Па· с^2/м^2; P, l, S - периметр, длина и площадь поперечного сечения выработки, м, м, м^2; v - средняя скорость движения воздуха по выработке, м/с;

$$\eta_{ву} = \eta_в \cdot \eta_{дв} \cdot \eta_п, \quad (4.16)$$

$\eta_в$ = 0,6÷0,8; $\eta_{дв}$ = 0,85÷0,95 и $\eta_п$ - к. п. д. соответственно вентиляторной установки, вентилятора, двигателя и редукторной ($\eta_п$ = 1) или ременной ($\eta_п$ = = 0,9÷0,95) передач.

Подставляя (4.15) в (4.16) и учитывая, что

$$V_{вс} = v \cdot S \text{ м}^3/\text{с}, \quad (4.17)$$

получим (кДж/ч)

$$Q_{вен} = 3{,}6 \cdot \alpha_в \cdot P \cdot l \frac{v^3}{\eta_{ву}}. \quad (4.18)$$

4.7. Тепловыделение при работе ***людей*** $Q_л$, кДж/ч

$$Q_л = q_л \cdot n_л, \quad (4.19)$$

где $q_л$ - количество теплоты, выделяемое работающим человеком, кДж/ч·чел $q_л$ = 1050÷2500 кДж/ч·чел.; $n_л$ - число одновременно работающих людей в выработке.

5. Общее тепловыделение в выработку $Q_{общ}$, кДж/ч, находится суммированием всех частных выделений теплоты

$$Q_{общ} = \sum_{i=1}^{n} Q_i \quad (4.20)$$

Способы искусственного охлаждения шахтного воздуха

Целью искусственного охлаждения шахтного воздуха является отвод определенного («излишнего») количества теплоты от него при помощи охлаждающего вещества. Тепло от воздуха можно отвести путем соприкосновения последнего с какой-либо холодной поверхностью или путем смешения его с газообразной струей, имеющей температуру ниже температуры воздуха.

Борьба с избыточным выделением теплоты в горные выработки ведется по нескольким направлениям:

- предохранение воздуха от нагревания при его движении к местам потребления;
- охлаждение воздуха без применения специальных холодильных машин;
- охлаждение воздуха с применением холодильных машин (кондиционирование).

Способы предупреждения нагревания шахтного воздуха включают в себя следующее:

- увеличение количества подаваемого в выработки воздуха путем повышения мощности вентиляторных установок, увеличения скорости движения воздуха, расширения сечений воздухоподающих выработок;

- замена машин с электроприводам машинами с пневматическим приводом;
- тепло- и гидроизоляция стен выработок;
- теплоизоляция и тщательное уплотнение воздухоподающих трубопроводов;
- предупреждение возникновения интенсивных окислительных процессов;
- сокращение пути движения воздуха к местам потребления путем выбора соответствующей схемы проветривания, проведения дополнительных выработок и скважин;
- подача воздуха к местам потребления по специально пройденным выработкам, где скорость движения воздуха может быть существенно увеличена;
- замена восходящего проветривания очистных выработок нисходящим проветриванием (при соблюдении соответствующих требований ПБ).

Для предотвращения нагревания воздуха без применения холодильных машин используются следующие способы:

- осушение воздуха сорбентами, т. е. веществами, способными поглощать влагу из воздуха (например, хлористым кальцием);
- охлаждение воздуха льдом;
- охлаждение воздуха жидким воздухам, при испарении которого поглощается значительное количество теплоты;
- охлаждение воздуха сжатым воздухам (например, от пневмо-кондиционеров);
- охлаждение воздуха водой: путем непосредственного соприкосновения охлаждающей воды с воздухом либо через поверхность труб, где воздух охлаждается в специальных теплообменниках;

- пропускание воздуха через тепловыравнивающие каналы путем подвода воздуха к стволу по горизонтальным выработкам, пройденным на глубине среднегодовой температуры.

Наиболее эффективным является искусственное охлаждение воздуха в системах кондиционирования: в компрессорных и абсорбционных холодильных установках. Холодильные установки бывают передвижные и стационарные. Передвижные установки предназначены для охлаждения воздуха в тупиковых выработках или в отдаленных очистных забоях. Стационарные установки располагаются как на земной поверхности, так и в подземных условиях.

Хладопроизводительность (холодильная мощность) **отечественных шахтных холодильных агрегатов и кондиционеров составляет:**

- передвижных кондиционеров ВК-230 - 230 кВт, КПШ-3 – 105 кВт, КПШ-40 - 47 кВт, КПШ-40П с пневмоприводом - 52 кВт;
- турбокомпрессионных холодильных машин ШХТМ-1300 - 1500 кВт, ХТМФ-235М-2000 - 2325 кВт, ХТМФ-248-4000 - 4650 кВт;
- поршневой холодильной машины МФ-220-1РШ - 255 кВт;
- абсорбционной холодильной машины АБХА-2500-2В – 2800 кВт.

Для стационарной работы на поверхности используются машины ХТМФ-235-2000, ХТМФ-248-4000, АБХА-2500-2В, а машины ШХТМ-1300 и МФ-220-1РШ устанавливаются на глубоких горизонтах.

Охлаждение шахтного воздуха с применением холодильных машин становится необходимым, когда общее тепловыделение в выработку $Q_{общ}$ превышает тепловыделение в нее, допускаемое Правилами безопасности, $Q_{пб}$, т. е. при условии

$$Q_{общ} > Q_{пб}.$$

Поскольку эти количества теплоты описываются формулами:

$$Q_{общ} = c_р \cdot \rho \cdot V_{теп} \cdot (t_{пб} - t_н) \text{ и } Q_{пб} = c_р \cdot \rho \cdot V_в \cdot (t_{пб} - t_н),$$

то критерий необходимости кондиционирования воздуха в выработке может быть записан в виде соотношения

$$V_{теп} > V_в,$$

где $V_{теп}$ - количество воздуха, которое необходимо подать в выработку по тепловому фактору без охлаждения воздуха, м^3/ч;

$$V_{теп} = \frac{Q_{общ}}{c_р \cdot \rho \cdot \Delta t'} \quad (4.21)$$

где $c_р$ - удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении, кДж/(кг·К) $c_р$ = 0,241 ккал/(кг·К)·4,1868 кДж/ккал = 1,009 кДж/(кг·К); ρ - плотность воздуха, кг/м^3; Δt - перепад температур между выходящим (отработанным) и входящим (свежим) воздухам, проходящим по выработке, К (°С):

для стволов $\Delta t = t_в - t_н$, для подземных выработок $\Delta t = t_п - t_в$.

При необходимости кондиционирования воздуха следует выбрать тип кондиционера, рассчитать потребное количество кондиционеров и проверить правильность их установки.

Требуемая хладопроизводительность кондиционера $N_к'$, кВт, находится по формуле

$$N_к^{/} = \frac{c_h \cdot \rho \cdot V_d (t_н - t_{пб})}{3600} \quad (4.22)$$

К установке принимают кондиционер хладопроизводительностью

$$N_К \geq N_К^{/}$$

При установке кондиционера в выработке (обычно одного) температура смеси за кондиционером $t_{см}$, °С (=К), определяется соотношением

$$t_{см} = t_п - 3600\frac{N_К}{C_р \cdot \rho \cdot V_в} \quad (4.23)$$

Достаточность установки кондиционера проверяется по условию

$$t_{см} < t_в$$

Если $t_{см} > t_в$, то необходимо установить более мощный кондиционер.

Пример расчета. Исходные данные:

выработка - ствол шахты,

$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 38{,}5$ м^2,

$r_э = 3{,}5$ м,

$d = d_э = 7$ м,

$P = \pi \cdot d = 22$ м,

$l = H = 1200$ м,

$\alpha = 0^o$,

$H_0 = 20$ м,

$\delta = \frac{1}{\Gamma_{ст}} = 0{,}035$ м/^{o}C,

порода - песчаник,

$\rho_п = 2400$ кг/м^3,

$c_п = 0{,}858$ кДж/(кг·К),

$\lambda = 9{,}21$ кДж/(м·ч·К),

$a = \frac{\lambda}{c_п \cdot \rho_п} = 0{,}00477$ м^2/ч,

v = 2 м/с,

$\tau = 7$ лет $= 7 \cdot 365 \cdot 24 = 61320$ ч,

$t_н = 8{,}5$ ^{o}C,

$t_в = t_{пб} = 24$ ^{o}C,

$N_{потр} = 100$ кВт,

$N_п = 90$ кВт,

$\alpha_б = 0{,}0040$ кгс·с^2/м^4 =

$= 0{,}0392$ Па· с^2/м^2,

$N_{тр} = 100$ кВт,

$n = 7$ человек.

Для обеспечения возможности выполнения расчета тепловыделений по приведенным выше формулам принимаем дополнительно следующие данные (параметры):

$\beta = 0{,}01$ кг/(м^2·ч·К),

$r = 2256$ кДж/кг,

$\rho = 1{,}25$ кг/м^3,

$q_{ок} = 16$ кДж/(м^2·ч),

$\kappa_з = 0{,}8$,

$\eta_{дв} = 0{,}95$,

$P_{тр} = 0{,}05$,

$q_б = 200$ кДж/(м^2·ч),

$l_ц = 5$ м,

$q_п = 2000$ кДж/(ч·чел),

$\eta_{ву} = \eta_у \cdot \eta_{дв} \cdot \eta_п = 0{,}7 \cdot 0{,}85 \cdot 0{,}95 = 0{,}56$,

$c_р = 1{,}009$ кДж/(кг·К).

Подсчитываем количества теплоты, выделяющиеся в выработку.

1. Тепловыделение при охлаждении горных пород

$$\alpha_k = 12.4 \cdot \frac{V^{0.8}}{d_э{}^{0.2}} = 12.4 \cdot \frac{2^{0.8}}{7^{0.2}} = 14.32,$$ кДж/(м^2·ч·К;

$$\alpha_и = 1.3 \cdot \beta \cdot r = 1{,}3 \cdot 0{,}001 \cdot 2256 = 29{,}33,$$ кДж/(м^2·ч·К);

$$\alpha_0 = \alpha_k + \alpha_и = 14{,}32 + 29{,}33 = 43{,}65,$$ кДж/(м^2·ч·К);

$$K_т = \frac{\lambda}{1+\frac{\lambda}{2\alpha_0 \cdot R_э}} \cdot \left[\frac{1}{2R_э} + \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot a \cdot \tau}\left(1+\frac{\lambda}{2\alpha_0 \cdot R_э}\right)}\right] =$$

$$\frac{9{,}211}{1+\frac{9{,}211}{2 \cdot 43{,}65 \cdot 3{,}5}} \cdot \left[\frac{1}{2 \cdot 3{,}5} + \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot 0{,}00447 \cdot 61320}\left(1+\frac{9{,}211}{2 \cdot 43{,}65 \cdot 3{,}5}\right)}\right] = 1{,}57,$$

кДж/(м^2·ч·К);

$$t_п = t_Н + (H - H_0)\delta = 8{,}5 + (1200 - 20)0{,}035 = 50\ °C;$$

$$Q_{охл} = K_т \cdot P \cdot l(t_п - t_в) = 1{,}57 \cdot 22 \cdot 1200(50 - 24) = 107764$$ кДж/ч.

2. Тепловыделение при сжатии шахтного воздуха

$$V_и = 3600 \cdot v \cdot S = 3600 \cdot 2 \cdot 38{,}5 = 277200$$ м^3/ч;

$$Q_{сж} = 0{,}00981 \cdot \rho \cdot V_В \cdot H = 0{,}00981 \cdot 1.25 \cdot 277200 \cdot 1200 = 4078998$$

кДж/ч.

3. Тепловыделение при окислительных процессах

$$Q_{ок} = q_{ок} \cdot V^{0,8} \cdot P \cdot l = 16 \cdot 2^{0,8} \cdot 22 \cdot 1200 = 735441$$ кДж/ч.

4. Тепловыделение от местных источников:

- при работе электродвигателей горных машин и освещения

$$Q_{ЭД} = \frac{3600 \cdot N_{потр} \cdot K_з}{\eta_{ДВ}} = \frac{3600 \cdot 100 \cdot 0{,}8}{0{,}95} = 303158$$ кДж/ч;

- при спуске груза лебедкой

$$Q_{ЛС} = 3600 \cdot N_п \cdot K_з = 3600 \cdot 90 \cdot 0{,}8 = 259200$$ кДж/ч;

- при работе трансформатора

$$Q_{ТР} = 3600 \cdot N_{ТР} \cdot P_{ТР} = 3600 \cdot 100 \cdot 0{,}5 = 18000$$ кДж/ч;

- при работе шахтных вентиляторов

$$Q_{ВБН} = 3{,}6 \cdot \alpha_В \cdot P \cdot l \frac{V^3}{\eta_{ВУ}} = 3{,}6 \cdot 0{,}0392 \cdot 22 \cdot 1200 \frac{2^3}{0{,}565} = 52751 \text{ кДж/ч;}$$

- при затвердевании монолитной бетонной крепи

$$Q_б = q_б \cdot P \cdot l_ц = 200 \cdot 22 \cdot 5 = 22000 \text{ кДж/ч;}$$

- при работе людей

$$Q_Л = q_л \cdot n_л = 2000 \cdot 7 = 14000 \text{ кДж/ч.}$$

5. Общее тепловыделение в ствол

$$Q_{общ} = \sum_{i-1}^{n} Q_i = Q_{охл} + Q_{сж} + Q_{ок} + Q_{зд} + Q_{лс} + Q_{тр} + Q_{вен} + Q_б + Q_л = 1077648 + 4078998 + 735441 + 303158 + 259200 + 18000 + 52751 + 22000 + 14000 = 6561196$$

кДж/ч.

Находим количество воздуха, необходимое для проветривания выработки по тепловому фактору без охлаждения воздуха

$$V_{теп} = \frac{Q_{общ}}{C_р \cdot \rho (t_{нб} - t_Н)} = \frac{6561196}{1{,}009 \cdot 1{,}25(24-8{,}5)} = 335611 \text{ м}^3\text{/ч.}$$

Проверяем условие достаточности расхода воздуха по тепловому фактору $V_{теп} \langle V_в$.

В рассматриваемом случае это условие не выполняется, так как

$$V_{теп} = 335611 < V_В = 277200$$

Следовательно, требуется искусственное охлаждение воздуха при помощи холодильных машин.

Определяем требуемую хладопроизводительность холодильной машины

$$N_к = \frac{C_р \cdot \rho \cdot V_В (t_П - t_{пб})}{3600} = \frac{1{,}009 \cdot 1{,}25 \cdot 277200(50-24)}{3600} = 2525 \text{ кВт.}$$

Принимаем $N_к$ = 2550 кВт. Температура смеси теплого и охлажденного воздуха за кондиционером составит

$$t_{см} = t_п - \frac{3600 \cdot N_k}{c_p \cdot \rho \cdot V_B} = 50 - \frac{3600 \cdot 2550}{1{,}009 \cdot 1{,}25 \cdot 277200} = 23{,}7$$

что удовлетворяет требованиям ПБ.

Варианты заданий

Перечень вариантов заданий к расчету тепловыделений в горные выработки приведен в табл. 4.2.

Таблица 4.2

Исходные данные для расчетов тепловыделений

	Величины	Номер варианта									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Выработка	Штрек		Уклон		Квершлаг		Бремберг		Ствол	
2	S, м^2	8	10	7	6	12	14	10	12	44,2	33,2
3	P, м	11,8	13,2	11,0	10,2	14,4	15,6	13,2	14,4	23,6	20,4
4	L, м	900	1000	300	500	700	600	1000	900	1100	1200
5	α, °	6	8	40	50	10	8	15	20	90	90
6	H, м	800	900	600	700	1000	800	1200	1500	1100	1200

Продолжение табл. 4.2

7	H_0, м	20	21	22	23	24	25	30	35	28	30
8	$\Gamma_{ст}$, м/°С	30	25	26	27	31	29	32	28	34	27
9	Порода	Бурый уголь	Каменный уголь	Каменный уголь	Каменный уголь	Песчаник	Песчаник	Каменный уголь	Каменный уголь	Глинистый и песчанистый сланец	Песчаник
10	V, м/с	0,5	0,75	1,0	1,5	1,0	2,0	1,5	2,0	1,0	0,5
11	τ, м/с	3	2	6	8	5	9	10	7	6	4
12	$t_н$, °С	8,5	2,5	3,0	2,5	7,5	8,3	7,9	4,2	8,0	7,5
13	$t_в = t_{пб}$, °С	24	23	20	25	23	25	24	26	24	23
14	$N_{потр}$, кВт	70	60	50	40	100	90	50	50	100	100
15	$N_л$, кВт	-	-	50	50	-	-	-	-	-	100

16	$N_{тр}$, кВт	5	10	-	-	5	5	5	5	10	10
17	$\alpha_в$, Па·с^2/м^2	0,017	0,019	0,018	0,016	0,015	0,014	0,013	0,020	0,049	0,049
18	$n_л$, чел.	7	6	3	3	6	5	6	6	5	8

Контрольные вопросы

1. Охарактеризуйте климатические условия в горных выработках глубоких шахт.

2. Как осуществляется теплоотдача тела человека в окружающую среду?

3. Какой микроклимат в выработках глубоких шахт считается допустимым?

4. Перечислите виды (формы) нагревания воздуха, движущегося по горным выработкам.

5. Как выполняется тепловое кондиционирование воздуха в горных выработках?

РАСЧЕТНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №4. ЦВЕТА СИГНАЛЬНЫЕ И ЗНАКИ БЕЗОПАСНОСТИ

Цель работы – ривить практические навыки в применении сигнальных цветов и знаков безопасности; изучить назначение, характеристики и порядок применения сигнальных цветов и знаков безопасности.

Теоретические положения.

Для предупреждения многих несчастных случаев на производстве и в быту эффективным средством является цветовое оформление машин, приборов, помещений и рациональное применение сигнальных цветов и знаков безопасности, которые устанавливает ГОСТ Р 12.4.026–01 [1].

Различают прямое психологическое воздействие цвета на челове- ка, вызывающее, например, чувство радости или печали, создающее впе- чатление легкости или тяжести какого-либо предмета, удаленности или близости его, и вторичное воздействие, связанное с ассоциациями. Напри- мер, красный, оранжевый и желтый цвета ассоциируются с огнем, солн- цем, т. е. теплом. Такие цвета создают впечатление тепла и называются те- плыми цветами. Белый, голубой, зеленый и некоторые другие цвета ассо- циируются с холодом и называются холодными цветами.

Сигнальные цвета применяются для окраски поверхностей конст- рукций, приспособлений и элементов производственного оборудования, которые могут служить источником опасности для работающих.

ГОСТом установлены красный, желтый, зеленый и синий сигналь- ные цвета. Для усиления контраста сигнальных цветов они применяются на фоне контрастных цветов. Контрастные цвета применяются также для выполнения символов и поясняющих надписей.

Красный сигнальный цвет применяется: для запрещающих знаков; надписей и символов на знаках пожарной безопасности, обозначений от-

ключающих устройств механизмов и машин, в том числе аварийных; внутренних поверхностей открывающихся кожухов и корпусов, ограждающих движущиеся элементы механизмов и машин и их крышек; рукояток кранов аварийного сброса давления; корпусов масляных выключателей, находя- щихся в рабочем состоянии под напряжением, и обозначения пожарной техники.

Желтый сигнальный цвет используется: для предупреждающих знаков элементов строительных конструкций, которые могут явиться причиной получения травм (низкие балки, выступы и перепады в полости пола, малозаметные ступени, пандусы), мест, в которых существует опасность падения, сужений проездов, колонн, стоянок и опор производствен- ного оборудования (открытые движущиеся части оборудования); кромок штампов, прессов, ограждающих конструкций площадок для работ, проводимых на высоте, и т. п. элементов внутрицехового и межцехового транспорта, подъемно-транспортного оборудования и строительно-дорожных машин, кабин и ограждений кранов, боковых поверхностей электрокаров, погрузчиков, тележек и постоянных и временных ограждений или элементов ограждений, устанавливаемых на границах опасных зон, у проемов, ям, котлованов, выносных площадок, постоянных и временных ограждений лестниц, перекрытий строящихся зданий; балконов и других мест, где возможно падение с высоты, емкостей, содержащих вещества с опасными и вредными свойствами, на которые предупреждающую окраску наносят в виде полосы шириной 50–100 мм в зависимости от размещения емкости; границ подходов к эвакуационным или запасным выходам.

Зеленый сигнальный цвет применяется для предписывающих знаков дверей и светового табло эвакуационных или запасных выходов, сигнальных ламп.

Синий сигнальный цвет используется для указательных знаков. Символ на знаках безопасности – это простое, всем понятное изображение характера опасности, мер предосторожности, инструктивных указаний или информации

по безопасности. Знаки должны быть установлены в местах, пребывание в которых связано с возможной опасностью для работающих, а также на производственном оборудовании, являющемся источником такой опасности. Знаки безопасности, устанавливаемые на воротах и входных дверях помещений, обозначают, что зона их действия – все помещение. При необходимости ограничения зоны действия знака приводятся соответствующие указания с вышеуказанным ГОСТом. Они контрастно выделются на окружающем их фоне и находятся в поле зрения людей, для которых предназначены. На местах и участках, являющихся временно опасными, устанавливаются переносные знаки и временные ограждения, окрашенные в сигнальный цвет. Всего предусмотрено четыре группы знаков безопасности:

1 запрещающий (в виде круга);

2 предупреждающий (в виде треугольника);

3 предписывающий (в виде квадрата);

4 указательный (в виде вертикального прямоугольника).

Для более полного усвоения формы символов на знаках и мест их установки следует дополнительно изучить раздел 3 ГОСТ Р 12.4.026-01 [1]. Для этого ниже дается необходимая выдержка из данного ГОСТа.

Стандарт не распространяется:

- на цвета, применяемые для световой сигнализации всех видов транспорта, транспортных средств и дорожного движения;
- цвета, знаки и маркировочные щитки баллонов, трубопроводов, емкостей для хранения и транспортирования газов и жидкостей;
- дорожные знаки и разметку, путевые и сигнальные знаки железных дорог, знаки для обеспечения безопасности движения всех видов транспорта (кроме знаков безопасности для подъемно-транспортных меха- низмов, внутризаводского, пассажирского и общественного транспорта);
- знаки и маркировку опасных грузов, грузовых единиц, требующих специальных условий транспортирования и хранения;

- знаки для электротехники.

Назначение сигнальных цветов, знаков безопасности и сигнальной разметки состоит в обеспечении однозначного понимания определенных требований, касающихся безопасности, сохранения жизни и здоровья людей, снижения материального ущерба без применения слов или с их минимальным количеством.

Сигнальные цвета, знаки безопасности и сигнальную разметку следует применять для привлечения внимания людей, находящихся на производственных, общественных объектах и в иных местах, к опасности, опасной ситуации, предостережения в целях избегания опасности, сообщения о возможном исходе в случае пренебрежения опасностью, предписания или требования определенных действий, а также для сообщения необходимой информации.

Применение сигнальных цветов, знаков безопасности и сигнальной разметки на производственных, общественных объектах и в иных местах не заменяет необходимости проведения организационных и технических мероприятий по обеспечению условий безопасности, использования средств индивидуальной и коллективной защиты, обучения и инструктажа по технике безопасности.

Размещение (установку) знаков безопасности на оборудовании, машинах, механизмах должна проводить организация-изготовитель. При необходимости дополнительное размещение (установку) знаков безопасности на оборудовании, машинах, механизмах, находящихся в эксплуатации, проводит эксплуатирующая их организация.

Графические символы и поясняющие надписи на знаках безопасности отраслевого назначения, не предусмотренные настоящим стандартом, необходимо устанавливать в отраслевых стандартах, нормах, правилах с соблюдением требований настоящего стандарта.

Назначение и правила применения сигнальных цветов.

Стандарт устанавливает следующие сигнальные цвета: красный, желтый, зеленый, синий. Для усиления зрительного восприятия цветографических изображений знаков безопасности и сигнальной разметки сигнальные цвета следует применять в сочетании с контрастными цветами – белым или черным. Контрастные цвета необходимо использовать для выполнения графических символов и поясняющих надписей.

Сигнальные цвета необходимо применять:

- для обозначения поверхностей, конструкций (или элементов конструкций), приспособлений, узлов и элементов оборудования, машин, механизмов и т. п., которые могут служить источниками опасности для лю- дей, поверхности ограждений и других защитных устройств, систем бло- кировок и т. п.;
- обозначения пожарной техники, средств противопожарной защиты, их элементов;
- знаков безопасности, сигнальной разметки, планов эвакуации и других визуальных средств обеспечения безопасности;
- светящихся (световых) средств безопасности (сигнальные лампы, табло и др.);
- обозначения пути эвакуации.

Смысловое значение, область применения сигнальных цветов и соответствующие им контрастные цвета установлены в табл. 5.0.

Красный сигнальный цвет следует применять:

- для обозначения отключающих устройств механизмов и машин, в том числе аварийных;
- внутренних поверхностей крышек (дверец) шкафов с открытыми токоведущими элементами оборудования, машин, механизмов и т. п. (если оборудование, машины, механизмы имеют красный цвет, то внутренние поверхности крышек (дверец) должны быть окрашены лакокрасочными

материалами желтого сигнального цвета);

- рукояток кранов аварийного сброса давления;

- корпусов масляных выключателей, находящихся в рабочем состоянии под напряжением;

- обозначения различных видов пожарной техники, средств противопожарной защиты, их элементов, требующих оперативного опознания (пожарные машины, наземные части гидрант-колонок, огнетушители, баллоны, устройства ручного пуска систем (установок) пожарной автоматики, средств оповещения, телефоны прямой связи с пожарной охраной, насосы, пожарные стенды, бочки для воды, ящики для песка, а также ведра, лопа- ты, топоры и т. п.);

- окантовки пожарных щитов белого цвета для крепления пожарного инструмента и огнетушителей. Ширина окантовки – 30–100 мм (допускается выполнять окантовку пожарных щитов в виде чередующихся наклонных под углом 45–60° полос красного сигнального и белого контра- стного цветов);

- орнаментовки элементов строительных конструкций (стены, колонны) в виде отрезка горизонтально расположенной полосы для обозначения мест нахождения огнетушителя, установки пожаротушения с ручным пуском, кнопки пожарной сигнализации и т. п. Ширина полос – 150–300 мм. Полосы должны располагаться в верхней части стен и колонн на высоте, удобной для зрительного восприятия с рабочих мест, проходов и т. п. В состав орнаментовки, как правило, следует включать знак пожарной безопасности с соответствующим графическим символом средства противопожарной защиты;

- сигнальных ламп и табло с информацией, извещающей о нару- шении технологического процесса или нарушении условий безопасности:

«Тревога», «Неисправность» и др.;

- обозначения захватных устройств промышленных установок и промышленных роботов;

Таблица 5.0

Смысловое значение, область применения сигнальных цветов и соответствующие им контрастные цвета

Сигнальный цвет	Смысловое значение	Область применения	Контрастный цвет
Красный	Непосредственная опасность Аварийная или опасная ситуация Пожарная техника, средства противо-пож. защиты, их элементы	Запрещение опасного поведения или действия.Обозначение непо-средственной опасности Сообщение об аварийном отключении или аварийном состоянии оборудования (техноло- гического процесса) Обозначение и определение мест нахождения пожарной техники, средств противопожарной защиты, их элементов	Белый
Желтый	Возможная опас-ность	Обозначение возможной опасно- сти, опасной ситуации. Преду- преждение о возможной опасно-сти	Черный
Зеленый	Безопасность, безопасные усло-вия	Сообщение о нормальной работе оборудования, нормальном со- стоянии технологического про-цесса	Белый
	Помощь, спасение	Обозначение пути эвакуации, аптечек, кабинетов, средств по оказанию первой медицинской помощи	
Синий	Предписание во избежание опасно-сти	Требование обязательных дейст- вий в целях обеспечения безо-пасности	Белый
	Указание	Разрешение определенных дей-ствий	

- обозначения временных ограждений или элементов временных ограждений, устанавливаемых на границах опасных зон, участков, территорий, ям, котлованов, временных ограждений мест химического, бактериологического и радиационного загрязнения, а также ограждений других мест, зон, участков, вход на которые временно запрещен.

Поверхность временных ограждений должна быть целиком окра- шена красным сигнальным цветом или иметь чередующиеся наклонные под углом 45–60° полосы красного сигнального и белого контрастного цветов. Ширина полос – 20–300 мм при соотношении ширины полос крас- ного и белого цветов от 1:1 до 1,5:1,0;

- запрещающих знаков безопасности и знаков пожарной безопасности.

Не допускается использовать красный сигнальный цвет:

- для обозначения стационарно устанавливаемых средств противопожарной защиты (их элементов), не требующих оперативного опознания (пожарные извещатели, пожарные трубопроводы, оросители установок пожаротушения и т. п.);

- на пути эвакуации во избежание путаницы и замешательства (кроме запрещающих знаков безопасности и знаков пожарной безопасности).

Желтый сигнальный цвет следует применять:

а) для обозначения элементов строительных и иных конструкций, которые могут явиться причиной получения травм работающими: низких балок, выступов и перепадов в плоскости пола, малозаметных ступеней, пандусов, мест, в которых существует опасность падения (кромки погрузочных платформ, грузовых поддонов, неогражденных площадок, люков, проемов и т. д.), сужений проездов, малозаметных распорок, узлов, колонн, стоек и опор в местах интенсивного движения внутризаводского транспорта и т. д.;

б) обозначения узлов и элементов оборудования, машин и механизмов, неосторожное обращение с которыми представляет опасность для людей:

открытых движущихся узлов, кромок оградительных устройств, не полностью закрывающих движущиеся элементы (шлифовальные круги, фрезы, зубчатые колеса, приводные ремни, цепи и т. п.), ограждающих конструкций площадок для работ, проводимых на высоте, а также постоянно подвешенных к потолку или стенам технологической арматуры и механизмов, выступающих в рабочее пространство;

в) обозначения опасных при эксплуатации элементов транспортных средств, подъемно-транспортного оборудования и строительно-дорожных машин, площадок грузоподъемников, бамперов и боковых поверхностей электрокаров, погрузчиков, тележек, поворотных платформ и боковых поверхностей стрел экскаваторов, захватов и площадок автопогрузчиков, рабочих органов сельскохозяйственных машин, элементов грузоподъемных кранов, обойм грузовых крюков и др.;

г) подвижных монтажных устройств, их элементов и элементов грузозахватных приспособлений, подвижных частей кантователей, траверс, подъемников, подвижных частей монтажных вышек и лестниц;

д) внутренних поверхностей крышек, дверец, кожухов и других ограждений, закрывающих места расположения движущихся узлов и элементов оборудования, машин, механизмов, требующих периодического доступа для контроля, ремонта, регулировки и т. п.

Если указанные узлы и элементы закрыты съемными ограждениями, то окрашиванию лакокрасочными материалами желтого сигнального цвета подлежат сами движущиеся узлы, элементы и (или) поверхности смежных с ними неподвижных деталей, закрываемые ограждениями;

е) постоянных ограждений или элементов ограждений, устанавливаемых на границах опасных зон, участков, территорий: у проемов, ям, котлованов, выносных площадок, постоянных ограждений лестниц, балконов, перекрытий и других мест, в которых возможно падение с высоты.

Поверхность ограждения должна быть целиком окрашена

лакокрасочными материалами желтого сигнального цвета или иметь чередующиеся наклонные под углом 45–60° полосы желтого сигнального и черного контрастного цветов.

Ширина полос – 20–300 мм при соотношении ширины полос желтого и черного цвета от 1:1 до 1,5:1,0;

ж) обозначения емкостей и технологического оборудования, содержащих опасные или вредные вещества.

Поверхность емкости должна быть целиком окрашена лакокрасочными материалами желтого сигнального цвета или иметь чередующиеся наклонные под углом 45–60° полосы желтого сигнального и черного контрастного цветов.

Ширина полос – 50–300 мм в зависимости от размера емкости при соотношении ширины полос желтого и черного цвета от 1:1 до 1,5:1,0;

з) обозначения площадей, которые должны быть всегда свободными на случай эвакуации (площадки у эвакуационных выходов и подходы к ним, возле мест подачи пожарной тревоги, возле мест подхода к средствам противопожарной защиты, средствам оповещения, пунктам оказания первой медицинской помощи, пожарным лестницам и др.).

Границы этих площадей должны быть обозначены сплошными линиями желтого сигнального цвета, а сами площади – чередующимися наклонными под углом 45–60° полосами желтого сигнального и черного контрастного цветов. Ширина линий и полос – 50 – 100 мм;

и) предупреждающих знаков безопасности.

На поверхность объектов и элементов, перечисленных в а) и в), допускается наносить чередующиеся наклонные под углом 45–60° полосы желтого сигнального и черного контрастного цветов. Ширина полос – 50– 300 мм в зависимости от размера объекта и расстояния, с которого должно быть видно предупреждение.

Если оборудование, машины и механизмы окрашены лакокрасочными материалами желтого сигнального цвета, то перечисления б) и д), их узлы и

элементы должны быть обозначены чередующимися наклонными под углом 45–60° полосами желтого сигнального и черного контрастного цветов. Ширина полос – 20–300 мм в зависимости от размера узла (элемента) оборудования при соотношении ширины полос желтого и черного цветов от 1:1 до 1,5:1,0.

Для строительно-дорожных машин и подъемно-транспортного оборудования, которые могут находиться на проезжей части, допускается применять предупреждающую окраску в виде чередующихся красных и белых полос.

Синий сигнальный цвет следует применять:

- для окрашивания светящихся (световых) сигнальных индикаторов и других сигнальных устройств указательного или разрешающего назначения;
- предписывающих и указательных знаков безопасности.

Зеленый сигнальный цвет следует применять:

- для обозначения безопасности (безопасных мест, зон безопасного состояния);
- сигнальных ламп, извещающих о нормальном режиме работы оборудования, нормальном состоянии технологических процессов и т. п.;
- обозначения пути эвакуации;
- эвакуационных знаков безопасности и знаков безопасности медицинского и санитарного назначения.

Характеристики сигнальных и контрастных цветов.

Знаки безопасности следует размещать (устанавливать) в поле зрения людей, для которых они предназначены.

Знаки безопасности должны быть расположены таким образом, чтобы они были хорошо видны, не отвлекали внимания и не создавали неудобств при выполнении людьми своей профессиональной или иной деятельности, не загораживали проход, проезд, не препятствовали перемещению грузов.

Знаки безопасности, размещенные на воротах и на (над) входных(ми) дверях(ми) помещений, означают, что зона действия этих знаков

распространяется на всю территорию и площадь за воротами и дверями.

Размещение знаков безопасности на воротах и дверях следует выполнять таким образом, чтобы зрительное восприятие знака не зависело от положения ворот или дверей (открыто, закрыто). Эвакуационные знаки безопасности Е 22 «Выход» и Е 23 «Запасный выход» должны размещаться только над дверями, ведущими к выходу.

Знаки безопасности, установленные у въезда (входа) на объект (участок), означают, что их действие распространяется на объект (участок) в целом.

При необходимости ограничить зону действия знака безопасности соответствующее указание следует приводить в поясняющей надписи на дополнительном знаке.

Знаки безопасности, изготовленные на основе несветящихся материалов, следует применять в условиях хорошего и достаточного освеще- ния.

Знаки безопасности с внешним или внутренним освещением следует применять в условиях отсутствия или недостаточного освещения.

Световозвращающие знаки безопасности следует размещать (устанавливать) в местах, где отсутствует освещение или имеется низкий уровень фонового освещения (менее 20 лк по СНиП 23-05-95): при проведении работ с использованием индивидуальных источников света, фонарей (например, в туннелях, шахтах и т. п.), а также для обеспечения безопасности при проведении работ на дорогах, автомобильных трассах, в аэропортах и т. п.

Фотолюминесцентные знаки безопасности следует применять там, где возможно аварийное отключение источников света, а также в качестве элементов фотолюминесцентных эвакуационных систем для обеспечения самостоятельного выхода людей из опасных зон в случае возникновения аварий, пожара или других чрезвычайных ситуаций.

Для возбуждения фотолюминесцентного свечения знаков безопасности необходимо наличие в помещении, где они установлены, искусст- венного или естественного освещения.

Освещенность поверхности фотолюминесцентных знаков безопасности источниками света должна быть не менее 25 лк.

Основные и дополнительные знаки безопасности.

Основные знаки безопасности необходимо разделять на следующие группы: запрещающие знаки; предупреждающие знаки; знаки пожарной безопасности; предписывающие знаки; эвакуационные знаки и знаки медицинского и санитарного назначения; указательные знаки.

Геометрическая форма, сигнальный цвет, смысловое значение основных знаков безопасности должны соответствовать приведенным в табл. 5.1

Таблица 5.1

Геометрическая форма, сигнальный цвет, смысловое значение основных знаков безопасности

Группа	Геометрическая форма <*>	Сигнальный цвет	Смысловое значение
Запрещающие знаки	Круг с поперечной полосой	Красный	Запрещение опасного пове- дения или действия
Предупреждающие знаки	Треугольник	Желтый	Предупреждение о возмож- ной опасности. Осторож- ность. Внимание
Предписывающие знаки	Круг	Синий	Предписание обязательных действий во избежание опасности
Знаки пожарной безопасности <**>	Квадрат или прямоугольник	Красный	Обозначение и указание мест нахождения средств проти- вопожарной защиты, их эле- ментов
Эвакуационные знаки и знаки медицинского и санитарного назначения	Квадрат или прямоугольник	Зеленый	Обозначение направления движения при эвакуации. Спасение, первая помощь при авариях или пожарах. Надпись, информация для обеспечения безопасности
Указательные знаки	Квадрат или прямоугольник	Синий	Разрешение. Указание. Над- пись или информация

Примечание: <*> Рисунки не приводятся. <**> К знакам пожарной безопасности относят также:

- запрещающие знаки: Р 01 «Запрещается курить», Р 02 «Запрещается пользо- ваться открытым огнем», Р 04 «Запрещается тушить водой», Р 12 «Запрещается загромождать проходы (или) складировать» (табл. 5.2);

- предупреждающие знаки: W 01 «Пожароопасно. Легковоспламеняющиеся ве- щества», W 02 «Взрывоопасно», W 11

«Пожароопасно. Окислитель» (табл. 5.3).

Таблица 5.2

Запрещающие знаки

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
Р 01		Запрещается курить	Использовать, когда курение мо- жет стать причиной пожара. На дверях и стенах помещений, уча- стках, где имеются горючие и лег- ковоспламеняющиеся вещества, или в помещениях, где курить запрещается
Р 02		Запрещается пользоваться открытым огнем и курить	Использовать, когда открытый огонь и курение могут стать при- чиной пожара. На входных дверях, стенах помещений, участках, ра- бочих местах, емкостях, производ- ственной таре
Р 03		Проход запрещен	У входа в опасные зоны, помеще- ния, участки и др.
Р 04		Запрещается тушить водой	В местах расположения электро- оборудования, складах и других местах, где нельзя применять воду при тушении горения или пожара
Р 05		Запрещается использовать в качестве питьевой воды	На техническом водопроводе и емкостях с технической водой, не- пригодной для питья и бытовых нужд
Р 06		Доступ посторонним запрещен	На дверях помещений, у входа на объекты, участки и т. п. для обо- значения запрета на вход (проход) в опасные зоны или для обозначе- ния служебного входа (прохода)

Продолжение таблицы 5.2

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
Р 07		Запрещается движение средств наполь- ного транспорта	В местах, где запрещается применять средства напольного транс- порта (например, погрузчики или напольные транспортеры)
Р 08		Запрещается прикасаться. Опасно	На оборудовании (узлах оборудо- вания), дверцах, щитах или других поверхностях, прикосновение к которым опасно
Р 09		Запрещается прикасаться. Корпус под на- пряжением	На поверхности корпусов, щитов и т. п., где есть возможность пора- жения электрическим током
Р 10		Не включать!	На пультах управления и включе- ния оборудования или механизмов при ремонтных и пусконаладоч- ных работах
Р 11		Запрещается работа (присутствие) людей со стимуляторами сердечной деятельности	В местах и на оборудовании, где запрещено работать или находить- ся людям с вживленными стиму- ляторами сердечной деятельности
Р 12		Запрещается за- громождать про- ходы и (или) складировать	На пути эвакуации, у выходов, в местах размещения средств про- тивопожарной защиты, аптечек первой медицинской помощи и других местах
Р 13		Запрещается подъем (спуск) людей по шахтному стволу (запрещается транспортировка пассажиров)	На дверях грузовых лифтов и дру- гих подъемных механизмов

Продолжение табл. 5.2

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
Р 14		Запрещается вход (проход) с животными	На воротах и дверях зданий, со- оружений, помещений, объектов, территорий и т. п., где не должны находиться животные, где запре- щен вход (проход) вместе с жи- вотными
Р 16		Запрещается работа (присутствие) людей, имеющих металлические имплантанты	На местах, участках и оборудова- нии, где запрещено работать или находиться людям с вживленными металлическими имплантантами
Р 17		Запрещается разбрызгивать воду	На местах и участках, где запре- щено разбрызгивать воду
Р 18		Запрещается пользоваться мобильным (сотовым) телефоном или переносной рацией	На дверях помещений, у входа на объекты, где запрещено пользоваться средствами связи, имею- щими собственные радиочастот- ные электромагнитные поля
Р 21		Запрещение (прочие опасности или опасные действия)	Применять для обозначения опасности, не предусмотренной настоящим стандартом. Знак необходимо использовать вместе с поясняющей надписью или с дополнительным знаком безопасности с поясняющей надписью
Р 27		Запрещается иметь при (на) себе металлические предметы (часы и т. п.)	При входе на объекты, на рабочих местах, оборудовании, приборах и т. п. Область применения знака может быть расширена
Р 30		Запрещается принимать пищу	На местах и участках работ с вредными для здоровья веществами, а также в местах, где прием пищи запрещен. Область применения знака может быть расшире- на

Окончание табл. 5.2

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
Р 32		Запрещается подходить к элементам оборудования с маховыми движениями большой амплитуды	На оборудовании и рабочих местах по обслуживанию оборудования с элементами, выполняющими маховые движения большой амплитуды
Р 33		Запрещается брать руками. Сыпучая масса (непрочная упа- ковка)	На производственной таре, в складах и иных местах, где используют сыпучие материалы
Р 34		Запрещается пользоваться лифтом для подъема (спуска) людей	На дверях грузовых лифтов и других подъемных механизмах. Знак входит в состав группового знака безопасности «При пожаре лифтом не пользоваться, выходить по лестнице»

Таблица 5.3

Предупреждающие знаки

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
W 01		Пожароопасно. Легковоспламеняющиеся ве- щества	Использовать для привлечения внимания к помещениям с легковоспламеняющимися веществами. На входных дверях, дверцах шкафов, емкостях и т. д.

Продолжение табл.5.3

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
W 02		Взрывоопасно	Использовать для привлечения внимания к взрыво- опасным веществам, а так- же к помещениям и участ- кам. На входных дверях, стенах помещений, дверцах шкафов и т. д.
W 03		Опасно. Ядовитые ве- щества	В местах хранения, выделения, производства и применения ядовитых веществ
W 04		Опасно. Едкие и корро- зионные вещества	В местах хранения, выде- ления, производства и применения едких и корро- зионных веществ
W 05		Опасно. Радиоактивные вещества или ионизи- рующее излучение	На дверях помещений, дверцах шкафов и в других местах, где находятся и применяются радиоактивные вещества или имеется ионизирующее излучение. Допускается применять знак радиационной опасно- сти по ГОСТ 17925
W 06		Опасно. Возможно падение груза	Вблизи опасных зон, где используется подъемно-транспортное оборудование
W 07		Внимание. Автопогруз- чик	В помещениях и на участках, где проводятся погрузочно-разгрузочные работы

Продолжение табл. 5.3

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
W 08		Опасность поражения электрическим током	На опорах линий электропередачи, электрооборудовании и приборах, дверцах силовых щитков, на элек-тротехнических панелях и шкафах, а также на ограж- дениях токоведущих частей оборудования, механизмов, приборов
W 09		Внимание. Опасность (прочие опасности)	Применять для привлече- ния внимания к прочим ви- дам опасности, не обозна- ченной настоящим стан- дартом. Знак необходимо использовать вместе с дополнительным знаком безопасности с поясняю- щей надписью
W 10		Опасно. Лазерное излу- чение	На дверях помещений, оборудовании, приборах и в других местах, где имеет- ся лазерное излучение
W 11		Пожароопасно. Окисли- тель	На дверях помещений, дверцах шкафов для привлечения внимания на наличие окислителя

Продолжение табл. 5.3

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
W 12		Внимание. Электромагнитное поле	На дверях помещений, оборудовании, приборах и в других местах, где действуют электромагнитные поля
W 13		Внимание. Магнитное поле	На дверях помещений, оборудовании, приборах и в других местах, где действуют магнитные поля
W 14		Осторожно. Малозаметное препятствие	В местах, где имеются малозаметные препятствия, о которые можно споткнуться
W 15		Осторожно. Возможность падения с высоты	Перед входом на опасные участки и в местах, где возможно падение с высоты
W 16		Осторожно. Биологическая опасность (инфекционные вещества)	В местах хранения, производства или применения вредных для здоровья биологических веществ
W 17		Осторожно. Холод	На дверцах холодильников и морозильных камер, компрессорных агрегатах и других холодильных аппаратах
W 18		Осторожно. Вредные для здоровья аллергические (раздражающие) вещества	В местах хранения, произ- водства или применения вредных для здоровья аллергических (раздражающих) веществ

Продолжение табл. 5.3

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
W 19		Газовый баллон	На газовых баллонах, скла- дах и участках хранения и применения сжатых или сжиженных газов. Цвет баллона черный или белый, выбирается по ГОСТ 19433
W 20		Осторожно. Аккумуля- торные батареи	В помещениях и на участках изготовления, хранения и применения аккумуля- торных батарей
W 22		Осторожно. Режущие валы	На участках работ и оборудовании, имеющем незащищенные режущие валы
W 23		Внимание. Опасность зажима	На дверцах турникетов и шлагбаумах
W 24		Осторожно. Возможно опрокидывание	На дорогах, рампах, складах, участках, где возможно опрокидывание внутризаводского транспорта
W 25		Внимание. Автоматическое включение (запуск) оборудования	На рабочих местах, оборудовании или отдельных узлах оборудования с автоматическим включением
W 26		Осторожно. Горячая поверхность	На рабочих местах и обо-рудовании, имеющем на-гретые поверхности

Окончание табл.5.3

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
W 27		Осторожно. Возможно травмирование рук	На оборудовании, узлах оборудования, крышках и дверцах, где возможно получить травму рук
W 28		Осторожно. Скользко	На территории и участках, где имеются скользкие места
29		Осторожно. Возможно затягивание между вращающимися элемен- тами	На рабочих местах и обо- рудовании, имеющем вра- щающиеся элементы, на- пример на валковых мель- ницах
W 30		Осторожно. Сужение проезда (прохода)	На территориях, участках, в цехах и складах, где имеются сужения прохода (проезда) или присутствуют выступающие конструкции, затрудняющие проход (проезд)

Таблица 5.4

Предписывающие знаки

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по при- менению
M 01		Работать в защитных очках	На рабочих местах и участках, где требуется защита органов зрения

Продолжение табл. 5.4

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
М 02		Работать в защитной каске (шлеме)	На рабочих местах и участках, где требуется защита головы
М 03		Работать в защитных наушниках	На рабочих местах и участках с повышенным уровнем шума
М 04		Работать в средствах индивидуальной защиты органов дыхания	На рабочих местах и участках, где требуется защита органов дыхания
М 05		Работать в защитной обуви	На рабочих местах и участках, где необходимо применять средства индивидуальной защиты
М 06		Работать в защитных перчатках	На рабочих местах и участках работ, где требуется защита рук от воздействия вредных или агрессивных сред, защита от возможного поражения электрическим током
М07		Работать в защитной одежде	На рабочих местах и участках, где необходимо применять средства индивидуальной зашиты
М 08		Работать в защитном щитке	На рабочих местах и участках, где необходима защита лица и органов зрения

Продолжение табл. 5.4

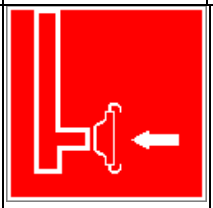
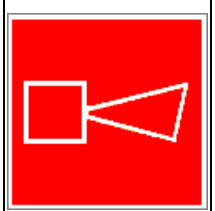
Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
М 09		Работать в предохранительном (страховочном) поясе	На рабочих местах и участках, где для безопасной работы требуется применение предохранительных (страховочных) поясов
М 10		Проход здесь	На территориях и участках, где разрешается проход
М 11		Общий предписывающий знак (прочие предписания)	Для предписаний, не обозначенных настоящим стандартом. Знак необходимо применять вместе с поясняющей надписью на дополнительном знаке безопасности
М 12		Переходить по надземному переходу	На участках и территориях, где установлены надземные переходы
М 13		Отключить штепсельную вилку	На рабочих местах и оборудовании, где требуется отключение от электросети при наладке или остановке электрооборудования и в других случаях
М 14		Отключить перед работой	На рабочих местах и оборудовании при проведении ремонтных или пусконаладочных работ
М 15		Курить здесь	Используется для обозначения места курения на производственных объектах

Таблица 5.5

Знаки пожарной безопасности

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установ- ки) и рекомендации по применению
F 01-01		Направляющая стрелка	Использовать только вместе с другими знаками пожар- ной безопасности для указания направления движе- ния к месту нахождения (размещения) средства противопожарной зашиты
F 01-02		Направляющая стрелка под углом 45°	Использовать только вместе с другими знаками пожарной безопасности для указания направления движения к месту нахождения (размещения) средства противопожарной защиты
F 02		Пожарный кран	В местах нахождения комплекта пожарного крана с пожарным рукавом и стволом
F 03		Пожарная лестница	В местах нахождения пожарной лестницы
F 04		Огнетушитель	В местах размещения огнетушителя
F 05		Телефон для использования при пожаре	В местах размещения телефона, по которому мож- но вызвать пожарную охрану

Продолжение табл. 5.5

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установ- ки) и рекомендации по применению
F 06		Место размещения нескольких средств противопожарной защиты	В местах одновременного нахождения (размещения) нескольких средств противопожарной защиты
F 07		Пожарный водоисточник	В местах нахождения пожарного водоема или пир- са для пожарных машин
F 08		Пожарный сухотрубный стояк	В местах нахождения пожарного сухотрубного стояка
F 09		Пожарный гидрант	У мест нахождения подземных пожарных гидран- тов. На знаке должны быть цифры, обозначающие расстояние от знака до гидранта в метрах
F 10		Кнопка включения установок (систем) пожарной автоматики	В местах ручного пуска установок пожарной сигна- лизации, пожаротушения и (или) систем противодым- ной защиты. В местах (пунктах) подачи сигнала пожарной тревоги
F 11		Звуковой оповещатель пожарной тревоги	В местах нахождения зву- кового оповещателя или совместно со знаком F 10 «Кнопка включения установок (систем) пожарной автоматики»

К знакам пожарной безопасности относят также:

- запрещающие знаки: Р 01 «Запрещается курить», Р 02 «Запрещается пользоваться открытым огнем», Р 04 «Запрещается тушить водой», Р 12 «Запрещается загромождать проходы и (или) складировать»;
- предупреждающие знаки: W 01 «Пожароопасно. Легковоспламеняющиеся вещества», W 02 «Взрывоопасно», W 11 «Пожароопасно. Окислитель»;
- эвакуационные знаки;

Таблица 5.6

Эвакуационные знаки

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
Е 01-01		Выход здесь (левосторонний)	Над дверями (или на дверях) эвакуационных выходов, открывающихся с левой стороны. На стенах помещений вместе с направляющей стрелкой для указания направления движения к эвакуа- ционному выходу
Е 01-02		Выход здесь (правосторонний)	Над дверями (или на дверях) эвакуационных выходов, открывающихся с правой стороны. На стенах помещений вместе с направляющей стрелкой для указания направления движения к эвакуационному выходу
Е 02-01		Направляющая стрелка	Использовать только вместе с другими эвакуационными знаками для указания направления движения

Продолжение табл.5.6

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
Е 02-02		Направляющая стрелка под углом 45°	Использовать только вместе с другими эвакуационными знаками для указания направления движения
Е 03		Направление к эвакуационному выходу на- право	На стенах помещений для указаниянаправления движения к эвакуационному выходу
Е 04		Направление к эвакуационному выходу налево	На стенах помещений для указания направления движения к эвакуационному выходу
Е 05		Направление к эвакуационному выходу направо вверх	На стенах помещений для указания направления движения к эвакуационному выходу по наклонной плоскости
Е 06		Направление к эвакуационному выходу нале- во вверх	На стенах помещений для указания направления движения к эвакуационному выходу по наклонной плос- кости
Е 07		Направление к эвакуационному выходу на- право вниз	На стенах помещений для указания направления движения к эвакуационному выходу по наклонной плоскости
Е 08		Направление к эвакуационному выходу налево вниз	На стенах помещений для указания направления движения к эвакуационному выходу по наклонной плоскости
Е 09		Указатель двери эвакуа- ционного выхода	Над дверями эвакуацион- ных выходов

Продолжение табл. 5.6.

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
Е 10		Указатель двери эвакуационного выхода (левосторонний)	Над дверями эвакуационных выходов
Е 11		Направление к эвакуационному выходу прямо	Над проходами, проемами, в помещениях большой площади. Размещается на верхнем уровне или под- вешивается к потолку
Е 12		Направление к эвакуационному выходу прямо	Над проходами, проемами, в помещениях большой площади. Размещается на верхнем уровне или подвешивается к потолку
Е 13		Направление к эвакуационному выходу по лестнице вниз	На лестничных площадках и стенах, прилегающих к лестничному маршу
Е 14		Направление к эвакуационному выходу по лестнице вниз	На лестничных площадках и стенах, прилегающих к лестничному маршу
Е 15		Направление к эвакуационному выходу по лестнице вверх	На лестничных площадках и стенах, прилегающих к лестничному маршу
Е 16		Направление к эвакуационному выходу по лестнице вверх	На лестничных площадках и стенах, прилегающих к лестничному маршу
Е 17		Для доступа вскрыть здесь	На дверях, стенах помеще- ний и в других местах, где для доступа в помещение или выхода необходимо вскрыть определенную кон- струкцию, например раз- бить стеклянную панель

Продолжение табл. 5.6.

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
Е 18		Открывать движением от себя	На дверях помещений для указания направления от- крывания дверей
Е 19		Открывать движением на себя	На дверях помещений для указания направления от- крывания дверей
Е 20		Для открывания сдви- нуть	На дверях помещений для обозначения действий по открыванию сдвижных две- рей
Е 21		Пункт (место) сбора	На дверях, стенах помеще- ний и в других местах для обозначения заранее преду- смотренных пунктов (мест) сбора людей в случае воз- никновения пожара, аварии или другой чрезвычайной ситуации
Е 22		Указатель выхода	Над дверями эвакуацион- ного выхода или в составе комбинированных знаков безопасности для указания направления движения к эвакуационному выходу
Е 23		Указатель запасного выхода	Над дверями запасного выхода

Эвакуационные знаки следует устанавливать в положениях, соответствующих направлению движения к эвакуационному выходу.

Изображение графического символа фигуры человека в дверном проеме на эвакуационных знаках Е 01-01 и Е 01-02 смыслового значения

«Выход здесь» должно совпадать с направлением движения к эвакуационному выходу».

Таблица 5.7

Знаки медицинского и санитарного назначения

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установ- ки) и рекомендации по при-менению
ЕС 01		Аптечка первой медицинской помощи	На стенах, дверях помещений для обозначения мест размещения аптечек первой медицинской помощи
ЕС 02		Средства выноса (эвакуации) пораженных	На дверях и стенах помещений в местах размеще- ния средств выноса (эва- куации) пораженных
ЕС 03		Пункт приема гигиенических процедур (душевые)	На дверях и стенах помещений в местах расположения душевых и т. п.
ЕС 04		Пункт обработки глаз	На дверях и стенах поме- щений в местах располо- жения пункта обработки глаз
ЕС 05		Медицинский кабинет	На дверях медицинских кабинетов
ЕС 06		Телефон связи с медицинским пунктом (скорой медицинской помощью)	В местах установки телефонов

Таблица 5.8.

Указательные знаки

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по при- менению
D 01		Пункт(место) приема пищи	На дверях комнат приема пищи, буфетах, столовых, бытовых помещениях и в других местах, где разре- шается прием пиши
D 02		Питьевая вода	На дверях бытовых помещений и в местах распо- ложения кранов с водой, пригодной для питья и бы- товых нужд (туалеты, душевые, пункты приема пищи и т. д.)
D 03		Место курения	Используется для обозначения места курения на общественных объектах

Порядок выполнения работы

1. Изучить выдержку из ГОСТ Р 12.4.026–01.

2. Проверить усвоение материала, ответив на контрольные вопросы:

В какой цвет окрашено поле предупреждающего знака?

Какой размер имеет сторона треугольника предупреждающего знака № 4, наносимого на тару и оборудование?

Какой цвет имеет символическое изображение на запрещающем знаке?

Какую форму имеет предписывающий знак?

Какую форму имеет запрещающий знак?

Расстояние от наблюдателя до знака составляет 45 м. Какой размер должен иметь внешний диаметр круга запрещающего знака, мм?

Какой цвет имеют символические изображения или поясняю- щие надписи, наносимые на указательные знаки?

Расстояние от наблюдателя до знака составляет 60 м. Какие размеры

(стороны прямоугольника) должен иметь указательный знак, мм?

Какой цвет имеет квадрат, помещенный внутри указательного знака?

Какой размер имеет внешний диаметр круга запрещающего знака № 5, наносимого на производственное оборудование и тару?

3. Составить отчет. Отчет должен включать:

- цель практической работы;
- ответы на вопросы задания;
- зарисовку формы знаков (запрещающего, предупреждающего, предписывающего, указательного) с указанием цвета поля, символов, надпи- сей.

4. Показать отчет преподавателю.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. ГОСТ Р 12.4.026–01. Цвета сигнальные, знаки безопасности и разметка сигнальная. Назначение, правила применения. Общие технические требования и реко- мендации. Методы испытания [Электронный ресурс]. – Доступ из справ.-поисковой системы «Техэксперт».

РАСЧЕТНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №6. РАССЛЕДОВАНИЕ И УЧЕТ НЕСЧАСТНЫХ СЛУЧАЕВ НА ПРОИЗВОДСТВЕ

Цель задания - ознакомиться с понятием и причинами возникновения несчастных случаев, порядком их расследования и учет на производстве, также с методами анализа травматизма.

Порядок выполнения задания:

а) изучить и законспектировать общие сведения по пункту 1;

б) изучить методы анализа и рассчитать по вариантам показатели травматизма по пункту 2 (см контр. вопросы к пунктам 1 и 2);

в)изучить «Положением об особенностях расследования несчастных случаев на производстве в отдельных отраслях и организациях» и законспектировать ответы на контрольные вопросы к пункту 3.

Общие сведения о несчастных случаях.

Несчастным случаем на производстве называют случай воздействия на работающего опасного производственного фактора при выполнении работающим трудовых обязанностей или заданий руководителя работы [1].

Повреждение здоровья в результате несчастного случая называют **травмой**. Травма, полученная работающим на производстве, называется **производственной**.

Опасным называют производственный фактор, воздействие которого при определенных условиях на работающего приводит к травме или другому внезапному ухудшению здоровья.

Вредным называют производственный фактор, воздействие которого на работающего приводит к заболеваниям или снижению его трудоспособности. В зависимости от уровня и продолжительности воздействия вредный производственный фактор может стать опасным.

Опасные и вредные производственные факторы (ОВПФ) по природе

действия подразделяют на 4 группы: физические, химические, биологические и психофизиологические.

Производственные травмы в зависимости от характера воздействующих факторов подразделяются на:

а) механические повреждения (ушибы, ранения, вывихи, переломы, сотрясения мозга);

б) поражение электрическим током (электроудар, электротравма);

в) термические повреждения (ожоги пламенем, нагретыми частями оборудования, горячей водой и пр.);

г) химические повреждения (ожоги, острые отравления);

д) комбинированные повреждения (сочетание нескольких опасных факторов).

Производственные травмы по тяжести подразделяются на 6 категорий:

- микротравма (после оказания помощи можно продолжать работу).
- легкая травма (потеря трудоспособности на 1 или несколько дней).
- травма средней тяжести (многодневная потеря трудоспособности);
- тяжелая травма (когда требуется длительное лечение);
- травма, приводящая к инвалидности (частичная или полная утрата трудоспособно-сти);
- смертельная травма.

Причины возникновения производственных травм:

- организационные (нарушение технологического процесса и требований техники безопасности (ТБ), неправильная организация рабочего места и режима труда);
- технические (техническое несовершенство оборудования, неисправность механизмов, отсутствие или не использование защитных средств);
- санитарно-гигиенические (несоответствие условий труда требованиям КЗоТ, системе стандартов по безопасности труда (ССБТ), санитарным нормам(СН), строительным нормам и правилам (СНиП) и др.

- психофизиологические (неудовлетворительное состояние здоровья, переутомление, стресс, опьянение и др.).

Методы анализа показателей травматизма

Разработке мероприятий по улучшению условий труда предшествует необходимый этап - исследование и анализ причин травматизма. Для анализа состояния производственного травматизма применяют методы: статистический, экономический, монографический и топографический.

Статистический метод позволяет количественно оценить повторяемость несчастных случаев по ряду относительных коэффициентов. В результате сравнения полученных коэффициентов за отчетный период с предшествующим периодом можно оценить эффективность профилактических мер. Обычно при этом методе анализа несчастные случаи группируются по однородным признакам: профессиям, видам работ, возрасту, стажу работ, причинам, вызвавшим травму. Простота и наглядность являются несомненным достоинством этого метода. Однако у него есть и недостаток - он не выявляет опасные произ-водственные факторы. Среди основных показателей травматизма, используемых при статистическом методе анализа, являются:

а) коэффициент частоты травматизма - число пострадавших при несчастных случаях за отчетный период на 1ООО работающих, определяется по формуле:

$$K_{\text{ч}} = T_x \cdot \frac{1000}{P_c},$$

где Кч - коэффициент частоты травматизма; Т - число учтенных травм с потерей трудоспособности; Рс - среднесписочное число работающих за отчетный период.

б) коэффициент тяжести травматизма - число человеко-дней нетрудоспособно-сти, которое приходится на один несчастный случай и определяется по формуле:

$$\text{К}_\text{Т} = \frac{\text{Д}}{\text{Т}},$$

где Кт - коэффициент тяжести травматизма; Д - общее количество дней

нетрудоспособности за отчетный период; Т - количество учтенных травм.

в) коэффициент календарной повторяемости несчастных случаев

- показывает через сколько рабочих дней в среднем повторяются несчастные случаи и оп-ределяется по формуле:

$$В = 22{,}5 \cdot \frac{12}{Т},$$

где В - календарная повторяемость несчастных случаев; Т - число несчастных случаев за отчетный период.

г) коэффициент средней повторяемости - показывает на сколько человекодней приходится один несчастный случай, определяется по формуле:

$$B_{ср} = 22{,}5 \cdot 12 \cdot \frac{P_c}{T},$$

где Вср - коэффициент средней повторяемости несчастных случаев; Рс - среднесписочное число работающих за отчетный период; Т - число несчастных случаев за отчетный период.

д) коэффициент опасности работ - характеризуется тяжестью и частотой несчастных случаев, определяется по формуле:

$$О_р = К_Т \cdot Т_х \cdot \frac{100}{Р_с \cdot М \cdot 22{,}5},$$

где Ор - коэффициент опасности работ; Кт - коэффициент тяжести травматизма ; Т - количество учтенных несчастных случаев; Рс - среднесписочное число работающих; М - число месяцев в отчетном периоде.

Таблица 5.0

Исходные данные для расчета показателей травматизма

Показатели	Варианты									
										0
Отчетный период, мес. (М)				2				2		

Число несчастных случаев (Т)				0				1		
Число дней нетрудоспособности (Д)	80	00	80	20	00	50	70	20	60	00
Среднесписочное числоработающих (Рс)	00	00	00	00	00	00	00	00	00	00

Экономический метод анализа производственного травматизма позволяет оценить эффективность финансовых затрат на профилактику травматизма с расходами на органи-зационные и технические мероприятия. Для более полной и глубокой характеристики травматизма экономический метод часто используют в сочетании с монографическим методом.

Монографический метод анализа травматизма состоит в углубленном и всестороннем изучении отдельного производства, цеха или участка. Он включает описание технологического процесса, оборудования и особенностей технологического регламента, описание опасных зон на рабочих местах, также санитарно-гигиенические условия труда. При этом обращается внимание на наличие защитных приспособлений, ограждений и травмоопасных ситуаций

Монографический метод анализа травматизма характеризуется полнотой, но трудоемок. Этот метод позволяет выявить потенциальную опасность не только в действующих производствах, но и на этапе проектирования, тем самым исключить причины травматизма.

Топографический метод анализа травматизма проводится по месту происшествия. При этом все несчастные случаи условными знаками наносятся на план производственного участка или схему механизма в тех местах, где они произошли. В результате этого выявляются опасные зоны, требующие соответствующих защитных мер и особого внимания.

Контрольные вопросы к пунктам 1 и 2

1. Что такое несчастный случай?

2. Что такое опасный производственный фактор?

3. Что такое вредный производственный фактор?

4. На какие группы подразделяются опасные и вредные производственные факторы?

5. Какие различают разновидности производственных травм?

6. Какие выделяют категории производственных травм?

7. Каковы основные причины возникновения производственных травм?

8. Какие существуют методы анализа производственного травматизма ?

9. В чем заключается статистический метод анализа производственного травматизма?

10. Как определяется коэффициент частоты травматизма?

11. Как определяется коэффициент тяжести травматизма?

12. Как определяется коэффициент календарной повторяемости несчастных случаев?

13. Как определяется коэффициент средней повторяемости несчастных случаев?

14. Как определяется коэффициент опасности работ?

15. В чем заключается экономический метод анализа производственного травматизма?

16. В чем заключается монографический метод анализа производственного травматизма?

17. В чем заключается топографический метод анализа производственного травматизма?

Положение об особенностях расследования несчастных случаев на производстве в отдельных отраслях и организациях

Расследование и учет несчастных случаев на производстве проводят в соответствии с “Положением об особенностях расследования несчастных случаев на производстве в отдельных отраслях и организациях”, утвержденного

Постановлением Министерства труда и социального раз-вития Российской Федерации от 24 октября 2002г. №73, а также статьями 227-231 Трудового кодекса РФ (ТК РФ).

Несчастный случай на производстве - это случай, происшедший с работающим вследствие воздействия опасного производственного фактора (для застрахованного – это страховой случай).

Несчастные случаи в зависимости от причин, места и времени происшествия делятся на две группы: несчастные случаи, связанные с работой и несчастные случаи, не связанные с работой (бытовые травмы).

Несчастные случаи, не связанные с производством, но происшедшие на производстве - это несчастные случаи, происшедшие при изготовлении предметов в личных целях, самовольном использовании транспорта предприятия, участии в спортивных мероприятиях на территории предприятия, при хищении имущества предприятия.

Бытовые несчастные случаи - это несчастные случаи, происшедшие в быту (дома) или при нахождении на предприятии вне рабочего времени.

Расследование несчастных случаев на производстве выполняется в соответствии с Трудовым кодексом РФ и «Положением об особенностях расследования несчастных случаев на производстве в отдельных отраслях и организациях», утверждённым постановлением Минтруда России № 73 от 24 октября 2002 года. Этим же постановлением утверждены формы документов, необходимых для расследования и учёта несчастных случаев на производстве.

Расследование несчастного случая может быть достаточно сложным процессом, поскольку интересы пострадавшего и работодателя часто не совпадают.

Действие нормативных актов по расследованию и учёту несчастных случаев на производстве распространяется на:

- работодателей - физических лиц, вступивших в трудовые отношения с работниками;
- уполномоченных работодателем лиц (представители работодателя);

- физических лиц, осуществляющих руководство организацией (руководители организации);
- физических лиц, состоящих в трудовых отношениях с работодателем;
- других лиц, участвующих с ведома работодателя в его производственной деятельности своим личным трудом, правоотношения которых не предполагают заключения трудовых договоров.

Расследованию подлежат травмы, в том числе причиненные другими лицами, включая:

- тепловой удар, ожог, обморожение;
- утопление; поражение электрическим током или молнией;
- укусы, нанесенные животными и насекомыми;
- повреждения, полученные в результате взрывов, аварий и т.п.

Расследованию и учёту подлежат несчастные случаи происшедшие:

- при исполнении трудовых обязанностей, в том числе во время коман-дировки, при ликвидации последствий чрезвычайных ситуаций;
- на территории организации, в течение рабочего времени, в том числе во время следования на работу и с работы, а также в течение вре-мени, необходимого для приведения в порядок рабочего места;
- при следовании на работу или с работы на транспортном средстве работодателя, а также на личном транспортном средстве при использовании его в производственных целях;
- во время служебных поездок на общественном транспорте, а также при следовании по заданию работодателя к месту выполнения работ и обратно, в том числе пешком;
- при следовании к месту служебной командировки и обратно;
- при следовании на транспортном средстве в качестве сменщика во время междусменного отдыха;
- во время междусменного отдыха при работе вахтовым методом;
- при привлечении к участию в ликвидации последствий

чрезвычайных ситуаций.

Работники организации обязаны незамедлительно извещать руководство о каждом происшедшем несчастном случае, об ухудшении состояния своего здоровья в связи с проявлениями признаков острого заболевания.

О каждом страховом случае работодатель в течение суток обязан сообщить страховщику (фонд социального страхования).

О групповом несчастном случае (пострадало два и более человек), тяжёлом несчастном случае или несчастном случае со смертельным исходом, работодатель в течение суток обязан направить извещение соответственно:

1) о несчастном случае, происшедшем в организации:

- в соответствующую государственную инспекцию труда;
- в прокуратуру по месту происшествия несчастного случая;
- в федеральный орган исполнительной власти по ведомственной принадлежности;
- в орган исполнительной власти субъекта Российской Федерации;
- в организацию, направившую работника, с которым произошел несчастный случай;
- в территориальные объединения организаций профсоюзов;
- в территориальный орган государственного надзора, если несчастный случай произошел в организации (объекте), подконтрольной этому органу;
- страховщику.

2) о несчастном случае, происшедшем у работодателя - физического лица:

- в соответствующую государственную инспекцию труда;
- в прокуратуру по месту нахождения работодателя - физического лица;
- в орган исполнительной власти субъекта Российской Федерации;
- в территориальный орган государственного надзора, если

несчастный случай произошел на объекте, подконтрольном этому органу;

- страховщику.

О групповых несчастных случаях, тяжелых несчастных случаях и несчастных случаях со смертельным исходом также информируется Федеральная инспекция труда Минтруда России.

Если указанные несчастные случаи, произошли в организациях, эксплуатирующих опасные производственные объекты, то соответствующим образом информируются специально уполномоченные органы государственного надзора.

Для расследования несчастного случая на производстве в организации работодатель незамедлительно создает комиссию в составе не менее трех человек. Во всех случаях состав комиссии должен состоять из нечетного числа членов.

В состав комиссии включаются специалист по охране труда организации, представители работодателя, представители профсоюзного органа (коллектива), уполномоченный (доверенный) по охране труда. Комиссию возглавляет работодатель или уполномоченный им представитель. Состав комиссии утверждается приказом работодателя. Руководитель, непосредственно отвечающий за безопасность труда на участке, где произошел несчастный случай, в состав комиссии не включается.

В расследовании несчастного случая на производстве у работодателя - физического лица принимают участие указанный работодатель или уполномоченный его представитель, доверенное лицо пострадавшего, специалист по охране труда, который может привлекаться к расследованию несчастного случая и на договорной основе.

Несчастный случай на производстве, происшедший с лицом, направленным для выполнения работ к другому работодателю, расследуется комиссией, образованной работодателем, у которого произошел несчастный случай. В состав данной комиссии входит уполномоченный представитель работодателя, направившего это лицо.

Несчастные случаи, происшедшие на территории организации с работниками сторонних организаций при исполнении ими задания направившего их работодателя, расследуются комиссией, формируемой этим работодателем.

Несчастные случаи, происшедшие с работниками при выполнении работы по совместительству, расследуются комиссией, формируемой работодателем, у которого фактически производилась работа по совместительству.

Расследование несчастных случаев со студентами, проходящими произ-водственную практику (выполняющими работу под руководством работодателя), проводится комиссиями, формируемыми и возглавляемыми этим работодателем. В состав комиссии включаются представители образовательного учреждения.

Для расследования группового несчастного случая, тяжёлого несчастного случая и несчастного случая со смертельным исходом в комиссию дополнительно включаются:

- государственный инспектор труда, представители органа исполнительной власти субъекта РФ или органа местного самоуправления (по согласованию), представитель территориального объединения профсоюзов. Возглавляет комиссию государственный инспектор труда;
- по требованию пострадавшего (или его родственников) в расследовании несчастного случая может принимать участие его доверенное лицо;
- в случае острого отравления или радиационного воздействия, превысившего установленные нормы, в состав комиссии включается также представитель территориального центра государственного санитарно-эпидемиологического надзора;
- при несчастном случае, происшедшем в организациях на объектах, подконтрольных территориальным органам Федерального горного и промышленного надзора России, состав комиссии утверждается руководителем

соответствующего территориального органа и возглавляет комиссию представитель этого органа;

- при групповом несчастном случае с числом погибших 5 и более человек в состав комиссии включаются также представители Федеральной инспекции труда, федерального органа исполнительной власти по ведомственной принадлежности и общероссийского объединения профсоюзов. Председателем комиссии является главный государственный инспектор труда по субъекту Российской Федерации, а на объектах, подконтрольных территориальному органу Федерального горного и промышленного надзора России, - руководитель этого территориального органа.

При крупных авариях с человеческими жертвами 15 и более человек расследование проводится комиссией, назначаемой Правительством России.

Расследование несчастных случаев (в том числе групповых), в результате которых пострадавшие получили повреждения, отнесенные в соответствии с установленными квалифицирующими признаками к категории легких, проводится в течение трех дней.

Расследование иных несчастных случаев проводится в течение 15 дней. В некоторых случаях председатель комиссии может продлить срок расследования, но не более чем на 15 дней. Несчастные случаи, о которых не было своевременно сообщено работодателю или в результате которых нетрудоспособность наступила не сразу, расследуются по заявлению пострадавшего в течение месяца.

Тяжелые несчастные случаи и несчастные случаи со смертельным исходом, происшедшие с лицами, выполнявшими работу на основе договора гражданско-правового характера, расследуются в установленном порядке государственными инспекторами труда на основании заявления пострадавшего (доверенного лица, членов его семьи).

В ходе расследования несчастного случая комиссия производит осмотр места происшествия, выявляет и опрашивает очевидцев несчастного случая и должностных лиц, знакомится с действующими в организации нормативными и

распорядительными документами, по возможности получает объяснения от пострадавшего.

Расследуются в установленном порядке и по решению комиссии могут квалифицироваться как не связанные с производством:

- смерть вследствие общего заболевания или самоубийства;
- смерть или иное повреждение здоровья, единственной причиной которых явилось алкогольное, наркотическое или иное токсическое опьянение (отравление) работника;
- несчастный случай, происшедший при совершении пострадавшим действий, квалифицированных правоохранительными органами как уголовное правонарушение.

При поступлении жалобы пострадавшего, выявлении сокрытого несчастного случая, установления нарушений порядка расследования и в некоторых иных случаях, государственный инспектор труда, независимо от срока давности несчастного случая, проводит дополнительное расследование.

Несчастные случаи, квалифицированные, как несчастные случаи на производстве, подлежат оформлению актом о несчастном случае на производстве по форме Н-1*.

Акт формы Н-1 составляется комиссией в двух экземплярах. При несчастном случае на производстве с застрахованным работником составляется дополнительный экземпляр акта формы Н-1.

При групповом несчастном случае на производстве акты формы Н-1 составляются на каждого пострадавшего отдельно.

В случае установления факта грубой неосторожности застрахованного работника, содействовавшей возникновению или увеличению размера вреда, причиненного его здоровью, в акте расследования указывается степень его вины в процентах, с учетом заключения профсоюзного или иного уполномоченного застрахованным представительного органа данной организации (не более 25%).

По результатам расследования каждого группового несчастного случая,

тяжелого несчастного случая или несчастного случая со смертельным исхо-дом составляется соответствующий акт в двух экземплярах.

Работодатель в трехдневный срок после завершения расследования несчастного случая на производстве обязан выдать пострадавшему один экземпляр утвержденного им и заверенного печатью акта формы Н-1. Вторые экземпляры акта с копиями материалов расследования хранятся в течение 45 лет работодателем.

При страховых случаях третий экземпляр утвержденного и заверенного печатью акта формы Н-1 работодатель направляет страховщику.

Каждый оформленный в установленном порядке несчастный случай на производстве регистрируются работодателем в журнале регистрации несчастных случаев на производстве и включаются в годовую форму федерального государственного статистического наблюдения за травматизмом на производстве.

В случае ликвидации организации или прекращения работодателем - физическим лицом предпринимательской деятельности оригиналы актов о расследовании несчастных случаев на производстве подлежат передаче на хранение правопреемнику, а при его отсутствии - соответствующему государственному органу.

Государственный надзор и контроль за соблюдением установленного порядка расследования, оформления и учета несчастных случаев на производстве осуществляется органами Федеральной инспекции труда.

Контрольные вопросы к пункту 3

1. Какие несчастные случаи считаются связанными с производством и подлежат расследованию и учету?
2. На кого распространяется действие Положения о порядке расследования и учета несчастных случаев?
3. Как должен действовать работодатель при возникновении несчастного случая на предприятии?
4. Что необходимо сделать сразу же после свершения несчастного

случая на произ-водстве?

5. Куда должен сообщить работодатель и в какие сроки о групповом несчастном случае или несчастном случае со смертельным исходом?

6. Кто несет ответственность за организацию и своевременное расследование и уче-та несчастных случаев?

7. Кто входит в комиссию по расследованию несчастных случаев, каковы ее обязанности?

8. В какие сроки должно быть проведено расследование несчастного случая?

9. Какие несчастные случаи квалифицируются как не связанные с производством?

10. Что делают при установлении грубой неосторожности пострадавшего?

11. В какие сроки и комиссией какого состава расследуются групповые несчастные случаи или со смертельным исходом?

12. Какие условия должен обеспечить работодатель для работы комиссии, проводя-щей расследование несчастного случая?

13. Каким документом оформляются несчастные случаи на производстве?

14. Какой организацией учитывается акт о несчастном случае?

15. В какие сроки и куда должны быть отправлены материалы расследования групповых несчастных случаев?

16. Какие организации и должностные лица разбирают разногласия при оформлении актов по форме Н - 1 ?

17. Каковы полномочия государственного инспектора по охране труда в случае нарушения порядка расследования несчастного случая?

Форма Н-1

Один экземпляр направляется
пострадавшему или его
доверенному лицу

УТВЕРЖДАЮ

_____
(подпись, фамилия, инициалы
работодателя
(его представителя))
"__" _____ 200_ г.

Печать

АКТ N ____
О НЕСЧАСТНОМ СЛУЧАЕ НА ПРОИЗВОДСТВЕ

1. Дата и время несчастного случая _____
_____
(число, месяц, год и время происшествия
несчастного случая,
_____
количество полных часов от начала работы)
2. Организация (работодатель), работником которой является
(являлся) пострадавший _____
(наименование, место нахождения,
юридический адрес, ведомственная
и отраслевая
_____
принадлежность (ОКОНХ основного вида деятельности);
фамилия, инициалы работодателя -
_____
физического лица)
Наименование структурного подразделения _____
_____
3. Организация, направившая работника _____
_____
(наименование, место нахождения, юридический адрес,
отраслевая принадлежность)
4. Лица, проводившие расследование несчастного случая:
_____
(фамилия, инициалы, должности и место работы)
_____
5. Сведения о пострадавшем:
фамилия, имя, отчество _____
пол (мужской, женский) _____
дата рождения _____
профессиональный статус _____
профессия (должность) _____
стаж работы, при выполнении которой произошел несчастный случай
_____,
(число полных лет и месяцев)
в том числе в данной организации _____
(число полных лет и месяцев)
6. Сведения о проведении инструктажей и обучения по охране труда
Вводный инструктаж _____
(число, месяц, год)
Инструктаж на рабочем месте (первичный, повторный, внеплановый,

---------- -------
(нужное подчеркнуть)
целевой)

по профессии или виду работы, при выполнении которой произошел несчастный случай _____
(число, месяц, год)
Стажировка: с "__" _____ 200_ г. по "__" _____ 200_ г.
_____
(если не проводилась - указать)
Обучение по охране труда по профессии или виду работы, при выполнении которой произошел несчастный случай: с "__" _____ 200_ г. по "__" _____ 200_ г. _____
(если не проводилось - указать)
Проверка знаний по охране труда по профессии или виду работы, при выполнении которой произошел несчастный случай _____
(число, месяц, год, N протокола)
7. Краткая характеристика места (объекта), где произошел несчастный случай
_____
(краткое описание места происшествия с указанием опасных и (или) вредных производственных
_____
факторов со ссылкой на сведения, содержащиеся в протоколе осмотра места несчастного случая)
_____
Оборудование, использование которого привело к несчастному случаю
_____
(наименование, тип, марка, год выпуска, организация - изготовитель)
8. Обстоятельства несчастного случая
_____
(краткое изложение обстоятельств, предшествовавших несчастному случаю, описание событий
_____
и действий пострадавшего и других лиц, связанных с несчастным случаем, и другие сведения,
_____
установленные в ходе расследования)
_____
_____
_____
8.1. Вид происшествия _____
_____
8.2. Характер полученных повреждений и орган, подвергшийся повреждению, медицинское заключение о тяжести повреждения здоровья
_____
8.3. Нахождение пострадавшего в состоянии алкогольного или наркотического опьянения _____
(нет, да - указать состояние и степень опьянения в соответствии с заключением по
_____
результатам освидетельствования, проведенного в установленном порядке)
8.4. Очевидцы несчастного случая _____
_____
(фамилия, инициалы, постоянное место жительства,

домашний телефон)
9. Причины несчастного случая _____
(указать основную
и сопутствующие причины
_____
несчастного случая со ссылками на нарушенные требования
законодательных и иных
_____
нормативных правовых актов, локальных нормативных актов)
_____
_____
_____
_____
10. Лица, допустившие нарушение требований охраны труда:
_____
(фамилия, инициалы, должность (профессия) с указанием
требований законодательных,
_____
иных нормативных правовых и локальных нормативных актов,
предусматривающих их
_____
ответственность за нарушения, явившиеся причинами
несчастного случая, указанными в п. 9
_____
настоящего акта; при установлении факта грубой
неосторожности пострадавшего указать
_____
степень его вины в процентах)
_____
Организация (работодатель), работниками которой являются данные
лица
_____
(наименование, адрес)
11. Мероприятия по устранению причин несчастного случая, сроки
_____
_____
_____
_____
_____
_____

Подписи лиц, проводивших
расследование несчастного случая _____
(фамилии, инициалы, дата)
_____

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. ГОСТ 12.О.ОО2 - 8О. Термины и определения.
2. Положение об особенностях расследования несчастных случаев на производстве в отдельных отраслях и организациях
3. И.М.Чижевский, Г.Б.Куликов, Ю.А.Сидорин. Охран труда в полиграфии. М., 1988.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №7. СРЕДСТВА ИНДИВИДУАЛЬНОЙ ЗАЩИТЫ ОРГАНОВ ДЫХАНИЯ

Цель работы – ознакомиться со средствами защиты органов ды- хания и получить практические навыки их использования.

Теоретические положения

Средства индивидуальной защиты (СИЗ) предназначены для защиты человека от попадания внутрь организма, на кожные покровы и повседневную одежду радиоактивных веществ (РВ), отравляющих веществ (ОВ) и бактериальных средств (БС).

По принципу применения средства индивидуальной защиты делятся:

– на средства защиты повседневного применения (промышленные СИЗ);

– средства защиты эпизодического применения (СИЗ для аварийных работ и пострадавших в очагах ЧС).

По объектам защиты средства индивидуальной защиты делятся:

– на средства защиты органов дыхания;

– средства защиты кожи.

По принципу действия средства индивидуальной защиты делятся:

– на фильтрующие (принцип фильтрации состоит в том, что воздух, необходимый для поддержания жизнедеятельности организма человека, очищается от вредных примесей при прохождении через средство защиты);

– изолирующие (средства защиты изолирующего типа полностью изолируют организм человека от окружающей среды с помощью материалов, непроницаемых для воздуха и вредных примесей).

По способу подачи воздуха различают средства индивидуальной

защиты делятся:

– с принудительной подачей воздуха;

– самовсасывающие.

По кратности использования средства индивидуальной защиты

- на СИЗ многократного использования;

- СИЗ однократного использования.

По способу изготовления средства индивидуальной защиты делятся:

- на средства, изготовленные промышленностью;

- простейшие средства, изготовленные из подручных материалов. Кроме средств индивидуальной защиты существуют медицинские средства защиты [1].

Средства защиты органов дыхания.

Фильтрующий противогаз.

Фильтрующий противогаз предназначен для защиты органов дыхания, глаз, кожи лица от воздействия ОВ, РВ, БС, (АХОВ), а также различных вредных примесей, присутствующих в воздухе.

В настоящее время имеются фильтрующие гражданские противогазы различной модификации и промышленные противогазы.

Для защиты населения наибольшее распространение получили фильтрующие противогазы: для взрослого населения – ГП-5 (ГП-5М), ГП-7 (ГП-7В); для детей – ПДФ-Ш, ПДФ-Д, ПДФ-2Ш, ПДФ-2Д, КЗД.

Гражданский противогаз (ГП-5). В состав комплекта входят два основных элемента: фильтрующе-поглощающая коробка ГП-5 и лицевая часть ШМ-62у. Шлем-маска имеет 5 ростов (0, 1, 2, 3, 4). Кроме того, противогаз комплектуется сумкой, наружными утеплительными манжетами (НМУ-1) и коробкой с незапотевающими пленками (рис. 9.1) [2]. У него нет соединительной трубки.

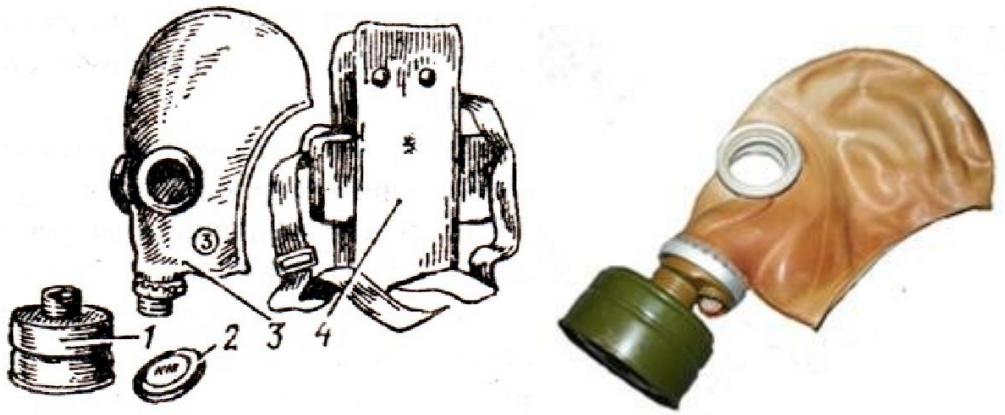


Рис. 7.1 Гражданский фильтрующий противогаз (ГП-5):

1 – фильтрующе-поглощающая коробка ГП-5; 2 - коробка с незапотевающими пленками; 3 – лицевая часть ШМ-62у; 4 – сумка

Внутри фильтрующе-поглощающей коробки ГП-5 расположены противоаэрозольный фильтр и шихта. Лицевая часть ШМ-62у представляет собой шлем-маску, изготовленную на основе резины из натурального или синтетического каучука. В шлем-маску вмонтированы очковый узел и клапанная коробка. Клапанная коробка имеет один вдыхательный и два выдыхательных клапана и служит для распределения потоков воздуха. Незапотевающие пленки изготавливаются из целлюлозы и бывают односторонние (НП) и двусторонние (НПН). Они устанавливаются с внутренней стороны стекол противогаза желатиновым покрытием к глазам и фиксируются прижимными кольцами. Желатин равномерно впитывает конденсированную влагу, тем самым сохраняя прозрачность пленки.

Комплект из 6 пленок упакован в металлическую коробку. Утеплительные манжеты используются только зимой при температуре ниже – 10 ºС. Манжета надевается на обойму очков с внешней стороны. Пространство между стеклами манжет и очков предохраняет очки шлем- маски от замерзания.

Гражданский противогаз (ГП-5М). В комплект противогаза входит шлем-маска (ШМ-66Му) с мембранной коробкой для переговорного устройства. В лицевой части сделаны сквозные вырезы для ушных раковин, что обеспечивает нормальную слышимость.

Подгонка противогаза начинается с определения требуемого роста лицевой части. Рост лицевой части типа ШМ-62у, ШМ-66Му определяется по величине вертикального обхвата головы путем ее измерения по замкнутой линии, проходящей через макушку, щеки и подбородок. Измерения округляют до 0,5 см. До 63 см берут нулевой рост, от 63,5 до 65,5 см – первый, от 66 до 68 см – второй, от 68,5 до 70,5 см – третий, от 71 см и более – четвертый.

Перед применением противогаз следует проверить на исправность и герметичность. Осматривая лицевую часть, следует определить ее целостность, обратив внимание на стекла очкового узла. После этого нуж- но проверить клапанную коробку, состояние клапанов. Они не должны быть покороблены, засорены или порваны. На фильтрующе-поглощающей коробке не должно быть вмятин, проколов, в горловине – повреждений. Обращается внимание на то, чтобы в коробке не пересыпались зерна поглотителя.

Наиболее совершенными в настоящее время являются противогазы ГП-7 и ГП-7В. Их основными отличиями являются: более совершенная конструкция и форма шлем-маски, обеспечивающая возможность безопасного приема воды, жидких лекарств, других жидкостей в зараженной зоне без снятия маски. Наличие в комплекте фильтрующе-поглощающих коробок обеспечивает защиту от конкретных видов твердых химических веществ (ТХВ), а также увеличенные сроки работоспособности. Ростовка лицевой части предусматривает три размера. Как и другие типы противогазов, они состоят из фильтрующе- поглощающей коробки и лицевой части.

Гражданский противогаз (ГП-7). В комплект противогаза входят фильтрующе-поглощающая коробка ГП-7к, лицевая часть в виде маски МГП, сумка, защитный трикотажный чехол, коробка с незапотевающими пленками, утеплительные манжеты. Его масса в комплекте без сумки – около 900 г (фильтрующе-поглощающая коробка – 250 г, лицевая часть – 600 г).

Фильтрующе-поглощающая коробка ГП-7к по конструкции аналогична коробке ГП-5, но с улучшенными характеристиками, уменьшено ее сопротивление, что облегчает дыхание. Лицевая часть МГП представляет собой маску объемного типа с «независимым» обтюратором, с наголовником (предназначен для закрепления лицевой части) в виде резиновой пластины с пятью лямками (лобная, две височные, две щечные), с очковым узлом, переговорным устройством (мембраной), узлами клапана вдоха и выдоха, прижимными кольцами для закрепления незапотевающих пленок (рис. 9.2) [2]. «Независимый» обтюратор представляет собой полосу тонкой резины и служит для создания надежной герметизации лицевой части на голове. При этом механическое воздействие лицевой части на голову очень незначительно. На каждой лямке с интервалом в 1 см нанесены упоры ступенчатого типа, которые предназначены для надежного закрепления их в пряжках. У каждого упора имеется цифра, указывающая его порядковый номер. Это позволяет точно фиксировать нужное положение лямок при подгонке маски. Нумерация цифр идет от свободного конца лямки к затылочной пластине. Гидрофобный трикотажный чехол надевается на фильтрующе-поглощающую коробку и предохраняет ее от заражения, снега, пыли и влаги.

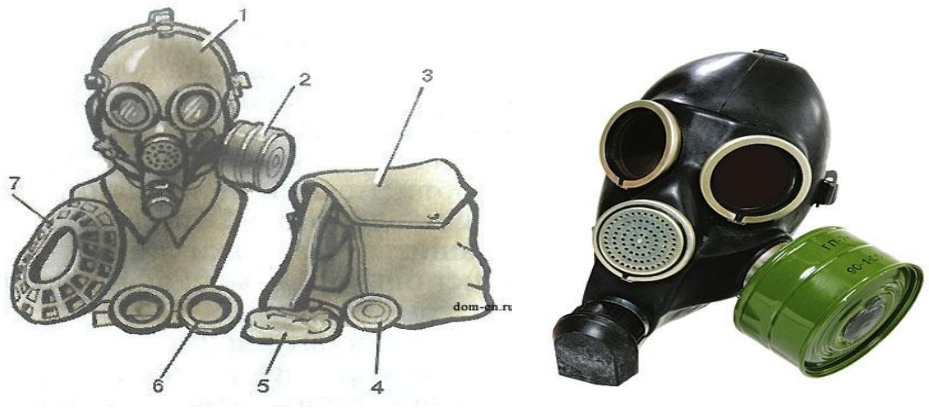


Рис. 7.2. Противогаз ГП-7:

1 – лицевая часть; *2* – фильтрующе-поглощающая коробка; *3* – сумка; *4* – коробка с незапотевающими пленками; *5* – трикотажный чехол; *6* – утеплительные манжеты

Гражданский фильтрующий противогаз (ГП-7, ГП-7В, ГП-7ВМ) – это одна из самых последних и совершенных моделей противогазов для населения. В реальных условиях он обеспечивают высокую защиту от паров отравляющих веществ нервнопаралитического действия (типа зарин, зоман и др.), общеядовитого действия (хлорциан, синильная кислота и др.), радиоактивных веществ (радионуклидов йода и его органических соедине- ний (типа йодистый метил и др.)); от капель отравляющих веществ кожно- нарывного действия (иприт и др.), бактериальных, аварийных химически опасных веществ (АХОВ). ГП-7 имеет малое сопротивление дыханию, обеспечивает надежную герметизацию и небольшое давление лицевой час- ти на голову. Благодаря этому им могут пользоваться люди старше 60 лет и больные с легочными и сердечно-сосудистыми заболеваниями. Подбор лицевой части необходимого типоразмера ГП-7 осуществляется на основа- нии результатов измерения мягкой сантиметровой лентой горизонтального и вертикального обхвата головы.

Правила определения размера противогаза.

Для определения размера противогаза нужно знать горизонталь- ный и вертикальный обхват головы. Горизонтальный обхват измеряется по замкнутой линии, которая проходит спереди по надбровным дугам, сбоку чуть выше (на 2–3 см) ушной раковины и сзади по наиболее выступающей части головы. А вертикальный обхват можно определить посредством из- мерения длины вертикальной линии, проходящей через подбородок, щеки и макушку. Полученные измерения следует округлить так, чтобы послед- няя цифра была 0 или 5. Затем нужно сложить оба результата и посмот- реть, какой размер противогаза вам нужен [3]:

- менее 1190 мм – первый размер;
- от 1195 до 1210 мм – второй размер;
- от 1215 до 1235 мм – третий размер;
- от 1240 до 1260 мм – четвертый размер;
- от 1265 до 1285 мм – пятый размер;

- от 1290 до 1310 мм – шестой размер.

Надевается противогаз после сигнала «Химическая тревога» по команде «Газы», либо по своей инициативе. Вынув противогаз из специальной сумки, следует взять шлем-маску за его нижнюю часть так, чтобы большие пальцы рук находились снаружи, а остальные были внутри. Далее нужно приложить нижнюю часть шлема-маски под подбородок и натянуть его на голову резким движением рук вверх.

Учитывая то, что операции, которые описаны выше, придется проводить вслепую, нужно достаточно долго тренироваться. Хотя все зависит от человека и степени его обучаемости. Хорошо попрактиковавшись, можно приблизиться к армейским нормативам на надевание противогаза – около 7–10 с. Наличие у противогаза переговорного устройства (мембра- ны) обеспечивает четкое понимание передаваемой речи, значительно облегчает пользование средствами связи (телефон, радио).

Гражданские противогазы ГП-7В, ГП-7ВМ, УЗС-ВК, КЗД-6, фильтр ДОТ, фильтр ВК, ДПГ-3 (рис. 7.3). ГП-7В отличается от ГП-7 тем, что в нем лицевая часть МГП-В имеет устройство для приема воды, пред- ставляющее собой резиновую трубку с мундштуком и ниппелем.

ГП-7ВМ отличается от ГП-7В тем, что маска М-80 имеет очковый узел в виде трапециевидных изогнутых стекол, обеспечивающих возможность работы с оптическими приборами.

Гражданский фильтрующий противогаз ГП-7 обеспечивает защиту органов дыхания, глаз и кожи лица человека от вредных веществ и приме- сей, находящихся в воздухе. Это проверенная временем и надежная модель противогаза для гражданского населения.

а *б* *в* *г*

д *е* *ж*

Рис. 7.3. Гражданские противогазы:

а – ГП-7(В, ВМ); *б* – УЗС-ВК; *в* – ПДФ-2; г – КЗД-6; *д* – фильтр ДОТ; *е* – фильтр ВК; *ж* – ДПГ-3;

Подбор лицевой части необходимого типоразмера ГП-7 осуществляется на основании результатов измерения мягкой сантиметровой лентой горизонтального и вертикального обхвата головы. Горизонтальный обхват определяется измерением головы по замкнутой линии, проходящей спереди по надбровным дугам, сбоку на 2–3 см выше края ушной раковины и сзади через наиболее выступающую точку головы. Вертикальный обхват определяется измерением головы по замкнутой линии, проходящей через макушку, щеки и подбородок. Измерения округляются с точностью до 5 мм. По сумме двух измерений устанавливают нужный типоразмер (табл. 7.0). [4].

Правильно подобранная шлем-маска (маска) должна плотно прилегать к лицу и исключать возможность проникновения наружного воздуха в органы дыхания, минуя фильтрующе-поглощающую коробку.

Таблица 7.0

Типоразмеры противогазов

Рост лицевой части		1		2		3		
Положение упоров лямок	ГП-7, ГП-7В	4-8-8	3-7-8	3-7-8	3-6-7	3-6-7	3-5-6	3-4-5
	ГП-7ВМ	4-8-6	3-7-6	3-7-6	3-6-5	3-6-5	3-5-4	3-4-3
Сумма горизонтального и вертикального обхвата головы		До 1185	1190–1210	121–1235	1240–1260	1265–1285	1290–1310	1310 и более

*Примечание. П*оложение лямок наголовника устанавливают при подгонке противогаза.

Противогаз УЗС-ВК – аварийно-спасательное средство многоразового действия, применяется для защиты органов дыхания человека от вредных веществ, может использоваться во всех климатических зонах.

Противогаз ПДФ-2 предназначен для защиты органов дыхания, зрения и лица детей (старше 1,5 года) от отравляющих веществ (ОВ), опасных биологических веществ (ОБВ), радиоактивной пыли (РП).

Камера защитная детская (КЗД-6) предназначена для защиты детей в возрасте до 1,5 года от отравляющих веществ, радиоактивной пыли и бактериальных средств. Детская защитная камера похожа на обычную сумку, поэтому переносить ребенка в ней очень удобно.

Дополнительный патрон (ДПГ-3) предназначен для использования в комплекте с ГП-7, ГП-7В и детскими противогазами, для защиты органов дыхания, кожи лица и глаз человека от сильнодействующих ядовитых веществ: аммиака, диметиламина, нитробензола.

Фильтр ДОТ соответствует новым ГОСТам, гармонизированным с европейскими стандартами EN141, EN143. Он значительно эффективнее по сравнению с противогазовыми коробками, выпускаемыми по старым ГОСТа, за счет уникальных поглотителей от отравляющих веществ, опас- ных биологических веществ, радиоактивной пыли, сильнодействующих ядовитых веществ.

Фильтр ВК предназначен для очистки вдыхаемого воздуха от органических газов и паров с температурой кипения выше 65 ^{o}C (циклогек- сан, бензол, ксилол, толуол, бензин, керосин, галоидоорганические соеди- нения (хлорпикрин, хлорацетофенон и т. п.), нитросоединения бензола).

Промышленные противогазы. Существует несколько марок промышленных фильтрующих противогазов, которые являются индивидуальным средством защиты органов дыхания и зрения рабочих различных отраслей промышленности, сельского хозяйства от воздействия

вредных веществ (газы, пары, пыль, дым и туман), присутствующих в воздухе.

Запрещается применять промышленные противогазы при недостатке кислорода в воздухе (менее 18 %), например при работах в емкостях, цистернах, колодцах и других изолированных помещениях.

Не допускается применение промышленных противогазов для защиты от низкокипящих жидкостей, плохо сорбирующихся органических веществ, например метана, этилена, ацетилена. Не рекомендуется работать в таких противогазах, если состав газов и паров вредных веществ неизвестен (Рис. 7.4).

ППФМ-92 ПФМГ-96 ПФСГ-98 ППФ-95

Рис. 7.4. Промышленные противогазы

Противогазы ППФМ-92, ПФМГ-96, ПФСГ-98 предназначены для защиты органов дыхания, глаз и лица человека от вредных газо- и парооб- разных веществ и аэрозолей, присутствующих в воздухе рабочей зоны. ППФ-95 предназначены для защиты органов дыхания, зрения и лица рабо- чих различных отраслей промышленности и сельского хозяйства от воз- действия вредных газов, паров, пыли, дыма и тумана, присутствующих в воздухе. Фильтрующие противогазы надежны в атмосфере, содержащей не менее 18 % кислорода.

Промышленный противогаз состоит из снаряженной коробки, лицевой части (шлем-маски) с соединительной трубкой и сумки. Фильтрующая коробка служит для очистки воздуха, вдыхаемого человеком, от ядовитых веществ и вредных примесей. В зависимости от состава этих примесей она может содержать один или несколько специальных поглотителей или сочетание поглотителя с аэрозольным фильтром. При этом коробки строго специализированы по составу поглотителей, а поэтому отличаются друг от

друга окраской и маркировкой. Шлем-маски промышленных противогазов изготавливаются пяти ростов – 0, 1, 2, 3, 4. Чтобы подобрать шлем-маску, надо мягкой сантиметровой линейкой произвести два измерения головы. Вначале определить длину круговой линии, проходящей по подбородку, щекам и через высшую точку головы (макушку). Затем измерить длину полуокружности, проходящей от отверстия одного уха к отверстию другого по лбу через надбровные дуги. Результаты двух обмеров суммируют и находят требуемый рост шлем-маски.

При сумме до 93 см размер нулевой, от 93 до 95 см – первый, от 95 до 99 см – второй, от 99 до 103 см – третий, от 103 и выше – четвертый [4].

Противогазы комплектуют коробками двух размеров (большая и малая) и трех типов: без аэрозольного фильтра, с аэрозольным фильтром (на коробке белая вертикальная полоса), без аэрозольного фильтра с уменьшенным сопротивлением дыханию (имеет индекс 8 в маркировке). В зависимости от вида вредного вещества выпускают коробки следующих марок: А, В, Г, Е, КД, СО, М (табл. 9.2) [5].

Коробки марок А, В, Г, Е, КД изготавливаются как с аэрозольными фильтрами, так и без них; коробка БКФ – только с аэрозольными фильтрами; коробки СО и М – без аэрозольных фильтров. Белая вертикальная полоса на коробке означает, что она оснащена аэрозольным фильтром.

Таблица 7.1

Характеристика промышленных противогазов

Марка противогаза	Маркировка и окраска	Соединения, от которых защищают ПП
А	Коричневая	Пары органических соединений (бензин, керосин, ацетон, бензол, толуол, ксилол, сероуглерод, спирты, эфиры, галоидоорганические соединения, нитросоединения бензола и его гомологи, тетроэтилсвинец, фосфор- и хлорорганические ядохимикаты)

Продолжение табл. 7.1

Марка противогаза	Маркировка и окраска	Соединения, от которых защищают ПП
В	Желтая	Кислые газы и пары (диоксида серы, гидрид серы, хлор, циан гидрида, окислы азота, хлориды водорода, фосген), фосфор- и хлорорганические ядохимикаты
Г	Черно-желтая	Пары ртути и ртутьорганическе ядохимикаты на основе этилмеркурхлорида
Е	Черная	Гидрид мышьяка и гидрид фосфора
К	Зеленая	Аммиак, а также пыль, дым, туман
КД	Серая, с бе- лой поло- сой	Аммиак и сероводород
БКФ	Защитная, с белой полосой	Кислые газы и пары, пары органических веществ, гидрид мышьяка, гидрид фосфора, пыль, дым, туман
СО	Белая	Оксид углерода
М	Красная	Оксид углерода в присутствии паров органических ве- ществ, кислые газы, аммиак, гидрид мышьяка, гидрид фосфора, пары органических соединений (бензин, керо- син, ацетон, бензол, ксилол, сероуглерод, толуол, спирты, эфиры, анилин, соединения бензола и его гомологи)
П-2У	Красная с белой поло- сой	Пары карбонилов никеля и железа, оксид углерода и со-путствующие аэрозоли
Б	Синяя	Бороводороды: диборан, пентаборан, этилентаборан, ди-этилдекаборан и их аэрозоли
УМ	Защитная	Пары и аэрозоли гептила, амил, самин, нитромеланж, амидол
ГФ	Голубая	Газообразный гексафторид урана, фтор, фтористый водо- род, радиоактивные аэрозоли

Пользование противогазом. Подобрав шлем-маску, ее обязательно

примеряют. Новую лицевую часть предварительно необходимо протереть снаружи и внутри чистой тряпочкой или тампоном ваты, смоченным в воде, а клапаны выдоха продуть. Шлем-маску, бывшую в употреблении, следует отсоединить от коробки, протереть двухпроцентным раствором формалина или промыть водой с мылом и просушить.

При сборке противогаза шлем-маску берут в левую руку за клапанную коробку, а правой рукой ввинчивают до отказа фильтрующе- поглощающую коробку навинтованной горловиной в патрубок клапанной коробки шлем-маски.

При переводе противогаза в «боевое» положение необходимо:

– снять головной убор и зажать его между коленями или положить рядом;

– убрать волосы со лба и висков, женщинам следует гладко

– зачесать волосы назад, заколки и украшения снять (их попадание под обтюратор приведет к нарушению герметичности);

– вынуть шлем-маску из сумки, взять ее обеими руками за утолщенные края у нижней части так, чтобы большие пальцы рук были с наружной стороны, а остальные – внутри. Подвести шлем-маску к подбородку и резким движением рук вверх и назад натянуть ее на голову так, чтобы не было складок, а очки пришлись против глаз (ГП-5, ГП-5М);

– для правильного надевания ГП-7 надо взять лицевую часть обеими руками за щечные лямки так, чтобы большие пальцы захватывали их изнутри. Задержать дыхание, закрыть глаза. Затем зафиксировать подбородок в нижнем углублении обтюратора и движением рук вверх и назад натянуть наголовник на голову и подтянуть до упора щечные лямки;

– сделать полный выдох (для удаления зараженного воздуха из-под шлем-маски, если он туда попал в момент надевания), открыть глаза и возобновить дыхание;

– надеть головной убор, застегнуть сумку и закрепить ее на туловище.

Дополнительные патроны

В результате развития химической и нефтехимической промышленности

в производстве увеличено применение химических веществ. Многие из них по своим свойствам вредны для здоровья людей. Их называют сильнодействующими ядовитыми веществами (СДЯВ).

С целью расширения возможностей гражданских противогазов по защите от СДЯВ для них введены дополнительные патроны (ДПГ-1 и ДПГ-3).

ДПГ-1 в комплекте с противогазом защищает от двуокиси азота, метила хлористого, окиси углерода и окиси этилена. ДПГ-3 в комплекте с противогазом защищает от аммиака, хлора, диметиламина, нитробензола, сероводорода, сероуглерода, синильной кислоты, тетраэтилсвинца, фенола, фурфурола, хлористого водорода.

Внутри патрона ДПГ-1 два слоя шихты – специальный поглотитель и гопкалит. В ДПГ-3 только один слой поглотителя. Чтобы защитить шихту от увлажнения при хранении, горловины должны быть постоянно закрытыми: наружная – с навинченным колпачком с прокладкой, внутренняя – с ввернутой заглушкой [6].

Изолирующие противогазы. Изолирующие противогазы (ИП) являются специальными средствами защиты органов дыхания, глаз и кожи лица от любых вредных примесей, находящихся в воздухе независимо от их свойств и концентраций. Они используются также в тех случаях, когда невозможно применение фильтрующих противогазов, например при наличии в воздухе очень высоких концентраций отравляющих веществ или любой вредной примеси, кислорода менее 16 %, а также при работе под водой на небольшой глубине. Виды противогазов представлены на Рис. 7.5.

ИП-4М ИП-6 ПДА-3М

Рис. 9.5. Изолирующие противогазы

Изолирующие противогазы используют в случае, когда фильтрующие противогазы не обеспечивают должной степени защиты, или когда в воздухе недостаточно кислорода. Источником кислорода в таком противогазе служит патрон, снаряженный специальным веществом. Для нужд населения выпускают ИП-4М, ИП-4МК, ИП-5, ИП-6, ИП-7, ПДА- 3М.

Действие изолирующих противогазов основано на использовании химически связанного кислорода. Они имеют замкнутую маятниковую схему дыхания: выдыхаемый воздух попадает в регенеративный патрон, вещество которое содержится в нем поглощает углекислый газ и влагу, а взамен выделяет необходимый для дыхания кислород. Затем дыхательная смесь попадает в дыхательный мешок. При вдохе газовая смесь из дыхательного мешка снова проходит через регенеративный патрон, дополнительно очищается и поступает для дыхания. Материалы, из которых изготовлены противогазы, не оказывают отрицательного воздействия на организм. Применение незапотевающих пленок, а при отрицательных температурах и утеплительных манжет сохраняет прозрачность стекол в течение всего времени работы в противогазе при любой физической нагрузке. Грантируется высокая эксплуатационная безопасность.

ИП-4М, ИП-4МК используют при авариях, стихийных бедствиях. ИП-5, ИП-6 предназначены для защиты органов дыхания, кожи лица и глаз человека в непригодной для дыхания атмосфере независимо от состава и концентрации вредных веществ в воздухе, а также при недостатке или отсутствии кислорода. Портативный дыхательный аппарат (ПДА-3М) предназначен для экстренной защиты органов дыхания, зрения и кожи лица человека в непригодной для дыхания атмосфере при эвакуации из опасной зоны, выполнении аварийных работ, а также в ожидании помощи [5].

По принципу действия изолирующие противогазы делятся на две группы: ИП-5); КИП-8).

- противогазы на основе химически связанного кислорода (ИП-4,

- противогазы на основе сжатого кислорода или воздуха (КИП-7, Исходя из принципа защитного действия, основанного на полной изоляции органов дыхания от окружающей среды, время пребывания в изолирующем противогазе зависит не от физико-химических свойств ОВ,РВ, БС и их концентраций, а от запаса кислорода и характера выполняемой работы.

Противогазы шланговые изолирующие презназначены для защиты органов дыхания, глаз и кожи человека от любых вредных примесей в воздухе независимо от их концентрации, а также для работы в условиях недостатка кислорода в воздухе рабочей зоны. Комплектуются возду- ходводящим шлангом длиной 10 или 20 м на барабане или в сумке.

Респираторы.

Респираторы представляют собой облегченное средство защиты органов дыхания от вредных газов, паров, аэрозолей и пыли (рис. 7.6).

Респираторы делятся на два типа. Первый – это респираторы, у которых полумаска и фильтрующий элемент одновременно служат и лицевой частью. Второй – это респираторы, которые очищают вдыхаемый воздух в фильтрующих патронах, присоединяемых к полумаске.

Рис. 7.6. Респираторы:

а – «Кама»; б – «Снежок»; в – У-2к; г – РП-КМ; д – Ф-62Ш; е – «Ас- тра 2»; ж – РПГ-67; з – РУ-6 Ом

Респираторы по назначению делят на следующие виды [5]:

противоаэрозольные – для защиты органов дыхания от пыли, дыма, тумана, содержащих токсичные, бактериальные и другие опасные элементы, за счет пропускания вдыхаемого воздуха через фильтр из специального материала (респираторы «Лепесток», «Кама», «Снежок-П», У-2к, «Астра-2», Ф-62ш, РПА-1 и др.). Для фильтров в таких респираторах ис- пользуют материалы типа ФП (фильтр Петрянова), обладающие высокой эластичностью, механической прочностью, большой пылеемкостью, стой- костью к химическим агрессивным веществам и прекрасными фильтрую- щими свойствами;

противогазовые – для защиты от паров и газов за счет фильтрования вдыхаемого воздуха через фильтрпатроны различных марок, различающихся составом адсорбирующего материала. При этом фильтр-патрон каждой марки защищает от газов только определенного вида (РПГ-67);

универсальные – одновременно защищают от аэрозолей и отдель- ных видов газов и паров. Респираторы имеют противоаэрозольный фильтр и сменные противогазовые патроны разных марок (РУ-60м) или противо- газовые фильтры из ионообменного волокнистого материала («Снежок- ГП», «Лепесток-Г»).

По конструктивному оформлению различают респираторы двух типов:

фильтрующие маски – их фильтрующий элемент одновременно служит лицевой частью;

патронные – самостоятельно выполненные лицевая часть и фильтрующий элемент.

По характеру вентилирования подмасочного пространства респи- раторы делят на бесклапанные (вдыхаемый и выдыхаемый воздух прохо- дит через фильтрующий элемент) и клапанные (вдыхаемый и выдыхаемый воздух движется по различным каналам благодаря системе клапанов вдоха и выдоха).

В зависимости от срока службы различают респираторы одноразо- вого (типа «Лепесток», «Кама», У-2к и т. п.) и многоразового пользования, в которых предусмотрена возможность замены фильтров или их много- кратная регенерация (Ф-62ш, «Астра-2», РУ-60м и др.).

Респираторы ШБ-1, «Лепесток-5», «Лепесток-40» и «Лепесток-200» одинаковы и представляют собой сплошную легкую полумаску- фильтр из материала ФПП (фильтрующее полотно Петрянова). В нерабо- чем состоянии респиратор имеет вид круга. Каркасность его в рабочем со- стоянии обеспечивают пластмассовая распорка и алюминиевая пластина. Плотное прилегание респиратора к лицу достигается при помощи резино- вого шнура, вшитого в периметр круга, а также благодаря электростатиче- скому заряду материала ФПП, который образует полосу обтюрации. На го- лове респиратор крепят четырьмя шнурами.

Противоаэрозольные респираторы. В качестве фильтров в респираторах используют тонковолокнистые фильтровальные материалы. Наибольшее распространение получили полимерные фильтровальные материалы типа ФП (фильтр Петрянова) благодаря их хорошей эластичности, большой пылеемкости, а главное, высоким фильтрующим свойствам. Важной отличительной особенностью материалов ФП, изготовленных из перхлорвинила и других полимеров, обладающих изоляционными свойствами, является то, что они несут электростатические заряды, которые резко повышают эффективность улавливания аэрозолей и пыли.

Респиратор противопылевый У-2К (в гражданской обороне Р-2) обеспечивает защиту органов дыхания от силикатной, металлургической, горнорудной, угольной, радиоактивной и другой пыли, от некоторых бактериальных средств, дустов и порошкообразных удобрений, не выделяющих токсичные газы и пары. Использовать респиратор целесообразно при кратковременных работах небольшой интенсивности и запыленности воздуха. Не рекомендуется применять, когда в атмосфере сильная влага.

Респиратор представляет собой фильтрующую полумаску, наружный фильтр которой изготовлен из полиуретанового поропласта зеленого цвета, а внутренняя его часть – из тонкой воздухонепроницаемой полиэтиленовой пленки, в которую вмонтированы два клапана вдоха (рис. 9.7). Клапан выдоха размещен в передней части полумаски и защищен экраном. Между поропластом и полиэтиленовой пленкой расположен второй фильтрующий слой из материала ФП. Для плотного прилегания респиратора к лицу в области переносицы имеется носовой зажим – фигурная алюминиевая пластина. Респиратор крепится при помощи регулируемого оголовья.

Рис. 7.7. Респираторы У-2К (Р-2)

Респираторы У-2К изготавливаются трех ростов, которые обозначаются на внутренней подбородочной части полумаски. Определение роста производится путем измерения высоты лица человека, т. е. расстояния между точкой наибольшего углубления переносицы и самой нижней точкой подбородка. При величине измерения от 99 до 109 мм берут первый рост, от 109 до 119 мм – второй, от 119 и выше – третий.

Принцип действия респиратора основан на том, что при вдохе воздух последовательно проходит через фильтрующий полиуретановый слой маски, где очищается от грубодисперсной пыли, а затем через фильтрующий полимерный материал (ФП), в котором происходит очистка воздуха от тонкодисперсной пыли. После очистки вдыхаемый воздух через клапаны вдоха попадает в подмасочное пространство и в органы дыхания.

При выдохе воздух из подмасочного пространства выходит через клапан выдоха наружу.

Чтобы подогнать респиратор У-2К (Р-2), нужно:

- вынуть его из полиэтиленового мешочка и проверить его исправность, надеть полумаску на лицо так, чтобы подбородок и нос разместились внутри нее, одна нерастягивающаяся тесьма оголовья располагалась бы на теменной части головы, а другая – на затылочной;
- с помощью пряжек, имеющихся на тесемках, отрегулировать их длину (для чего следует снять полумаску) таким образом, чтобы надетая полумаска плотно прилегала к лицу;
- на подогнанной надетой полумаске прижать концы носового зажима к носу.

Для проверки плотности прилегания респиратора к лицу необходимо плотно закрыть отверстия предохранительного экрана клапана выдоха ладо- нью и сделать легкий выдох. Если при этом по линии прилегания полумаски к лицу воздух не выходит, а лишь несколько раздувает респиратор, значит, он надет герметично. Если воздух проходит в области носа, то надо плотнее прижать концы носового зажима.

После снятия респиратора необходимо удалить пыль с наружной части полумаски с помощью щетки или вытряхиванием. Внутреннюю поверхность необходимо протереть и просушить, после чего респиратор необходимо вложить в полиэтиленовый пакет, который закрывается кольцом. Противоаэрозольный респиратор Ф-62Ш (однопатронный) – это средство индивидуальной защиты органов дыхания человека от различных видов промышленных пылей, он не защищает от газов, паров вредных ве- ществ, аэрозолей органических соединений. Предназначен для защиты от силикатной, металлургической, горнорудной, угольной, табачной пыли, пыли порошкообразных удобрений и интоксицидов, а также других видов пыли, не выделяющих токсичных газов. Широко применяется шахтерами. Респиратор противоаэрозольный ФА-2002

предназначен для защиты лица, глаз, органов дыхания от аэрозолей различной природы (пыль, дым, туман) при их суммарной концентрации не более 15 ПДК и при концентрации кислорода не менее 17 % (Рис. 7.8).

Ф-62Ш ФА-2002

Рис. 7.8. Респираторы противоаэрозольные Ф-62Ш и ФА-2002

Универсальные респираторы

Газопылезащитные респираторы занимают как бы промежуточное положение между респираторами противопылевыми и противогазами. Они легче, проще и удобнее в использовании, чем противогаз. Однако защищают только органы дыхания при концентрации вредных веществ не более 10–15 ПДК. Глаза, лицо остаются открытыми. Вместе с тем такие респираторы во многих случаях довольно надежно предохраняют человека в газовой и пылегазовой среде.

Респиратор газопылезащитный РУ-60М (рис. 7.9) защищает органы дыхания от воздействия вредных веществ, присутствующих в воздухе одновременно в виде паров, газов и аэрозолей (пыли, дыма, тумана).

Рис. 7.9. Респиратор газопылезащитный (РУ-60М)

Запрещается применять эти респираторы для защиты от высокотоксичных веществ типа синильной кислоты, мышьяковистого, фосфористого, цианистого водорода, тетраэтилсвинца, низкомолекулярных углеводородов (метан, этан), а также от веществ, которые в парогазообразном состоянии могут проникнуть в организм через неповрежденную

кожу. Респиратор РУ-60М состоит из резиновой полумаски, обтюратора, поглощающих патронов (марки А, В, КД, Г), пластмассовых манжет с клапанами вдоха, клапана выдоха с предохранительным экраном и оголовья. С этими респираторами разрешается работать в средах, где концентрация пыли не более 100 мг/м^3.

Противогазовые респираторы. Респиратор противогазовый (РПГ-

67) – это средство индивидуальной защиты, применяется на предприятиях химической, металлургической и в других отраслях производства при концентрациях вредных веществ, не превышаю-

щих 10–15 ПДК.

Газодымозащитный комплект. Статистика показывает, что пожары с большим количеством человеческих жертв чаще всего встречаются в гостиницах, театрах, универсамах, ресторанах, вечерних клубах, учебных заведениях, на предприятиях, использующих легковоспламеняю- щиеся материалы.

Помещения быстро заполняются окисью углерода и другими токсическими газами. Люди гибнут от отравлений. Чтобы защитить органы дыхания и глаза от ядовитых газов, а голову человека от огня при выходе из горящего помещения, создан специальный газодымозащитный комплект (Рис. 9.10).

Рис. 9.10 Газодымозащитный комплект

Газодымозащитный комплект (ГДЗК) состоит из огнестойкого капюшона с прозрачной смотровой пленкой. В нижней части расположена эластичная манжета.

Внутри капюшона находится резиновая полумаска, в которой закреплен фильтрующе-сорбирующий патрон с клапаном вдоха. ГДЗК имеет регулируемое оголовье. При надевании следует широко растянуть эластичную манжету и накинуть капюшон на голову так, чтобы

манжета плотно облегала шею, при этом длинные волосы заправляются под капюшон. Очки можно не снимать. ГДЗК обеспечивает защиту от окиси углерода и цианистого водорода не менее 15 мин. Сопротивление при вдохе при 30 л/мин – не более 149 Па (15 мм вод. ст). Масса 800 г. Комплект хранится в картонной коробке в пакете из трехслойной полиэтиленовой пленки.

Капюшон «Феникс» предназначен для самостоятельной эвакуации из мест возможного отравления химически опасными и вредными вещест- вами. Защищает от продуктов горения, аэрозолей, паров и газов, опасных химических веществ, образующихся при аварийных ситуациях (Рис. 9.11).

Самоспасатели СИП-1, СПИ-20, СПФ, «Экстремал ПРО» (Рис. 9.11) предназначены для индивидуальной защиты органов дыхания и зрения человека от вредного воздействия непригодной для дыхания, токсичной и задымленной газовой среды. Применяются при экстренной эвакуации людей в случае террористических актов, а также с мест пожара в общественных зданиях, на транспорте, из жилых домов и т. п.

а *б* *в* *г*

Рис. 9.11. Самоспасатели:

а – СИП-1; б – СПИ-20; в – СПФ; г – капюшон «Феникс»; д – «Экстремал ПРО».

Самоспасатель противопожарный СИП-1 предназначен для защиты органов дыхания, зрения и головы при самостоятельной эвакуации из помещений (гостиниц, высотных зданий, вагонов) во время пожара или при других аварийных ситуациях, от любых вредных веществ независимо от их концентрации и при недостатке кислорода в воздухе.

Порядок выполнения работы

1. Записать название и цель работы.
2. Законспектировать виды и назначение противогазов в виде табл. 7.3.

Таблица 7.3

Виды и назначение противогазов

Наименование и марка	Назначение, вид веществ, от которых защищает	Комплектация	Примечание*
Фильтрующие противогазы			
Гражданские			
ГП-5			
…			

… т. д.			

*В примечании указать, для каких возрастных групп предназначен, особенности мар- ки и т. п.

3. Указать правила пользования противогазами.

4. Измерить при помощи гибкого сантиметра лицевую часть головы и подобрать для себя размер противогаза ГП-5 (ГП-7) по росту.

5. Измерить при помощи гибкого сантиметра высоту своего лица и подобрать размер респиратора У-2К.

6. Показать отчет преподавателю.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Безопасность жизнедеятельности : учеб. для вузов / С. В. Белов [и др.] ; под общ. ред. С. В. Белова. – М.: Высш. шк., 2009. – 616 с.

2. Безопасность жизнедеятельности. Безопасность в чрезвычайных ситуациях природного и техногенного характера : учеб. пособие для вузов / В. А. Акимов [и др.]. – М. : Высш. шк., 2008. – 592 с.

3. Безопасность жизнедеятельности. Защита населения и территорий в чрез- вычайных ситуациях : учеб. пособие для вузов / Я. Д. Вишняков [и др.]. – М. : Академия, 2008. – 304 с.

4. Емельянов В. М., Коханов В. Н., Некрасов П. А. Защита населения и территорий в чрезвычайных ситуациях : учеб. пособие для вузов. – М. : Академический проект : Трикста, 2005. – 480 с.

5. Вознесенский В. В. Средства защиты органов дыхания и кожи. Противога- зы, респираторы и защитная одежда, основы их эксплуатации : учеб. пособие. – М. : Воен. знания, 2010. – 80 с.

6. Семенов С. Н., Лысенко В. П. Проведение занятий по гражданской обороне : метод. пособие. – М. : Высш. шк., 1990. – 96 с.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 8. ИНЖЕНЕРНАЯ И ИНДИВИДУАЛЬНАЯ ЗАЩИТА. ВИДЫ ЗАЩИТНЫХ СООРУЖЕНИЙ И ПРАВИЛА ПОВЕДЕНИЯ В НИХ

Наименование работы: Действия населения при ЧС военного характера.

Цель: изучить действия населения при ЧС военного характера при угрозе применения радиационного, химического или биологического оружия, определить применяемые средства индивидуальной защиты, обосновать выбор защитных сооружений.

Время: 4 часа

Материально-техническое обеспечение: инструкционная карта, ручка, противогаз, респиратор, ватно-марлевая повязка

Методика выполнения

Задание:

1. Изучить индивидуальные средства защиты населения.

2. Изучить виды укрытий и правила поведения в убежищах и укрытиях.

3. Изучить применение СИЗ при угрозе применения химического и биологического оружия.

4. Отчет о работе оформить в виде плана-конспекта.

5. Заполнить таблицу.

№	ЧС	Опасность	Поражающие факторы	Основные средства защиты

Ядерное оружие – самое страшное оружие современности. Поражение людей при его применении зависит от того, где они находились в момент ядерного взрыва. Наиболее эффективным средством защиты от всех поражающих факторов ядерного оружия являются убежища (укрытия). Находясь в убежищах (укрытиях), необходимо постоянно держать в готовности к немедленному использованию средства индивидуальной защиты. Средства

индивидуальной защиты подразделяют на средства индивидуальной защиты органов дыхания (СИЗОД), средства индивидуальной защиты глаз (СИЗГ), средства индивидуальной защиты кожи (СИЗК). К средствам защиты органов дыхания человека относятся противогазы (фильтрующие (рис.8.1.) и изолирующие (рис.2.)) и респираторы (рис.3.), а также простейшие средства защиты – противопыльные тканевые маски (ПТМ-1) (рис.4.) и ватно-марлевые повязки (рис.5.), изготовляемые обычно силами самого населения.

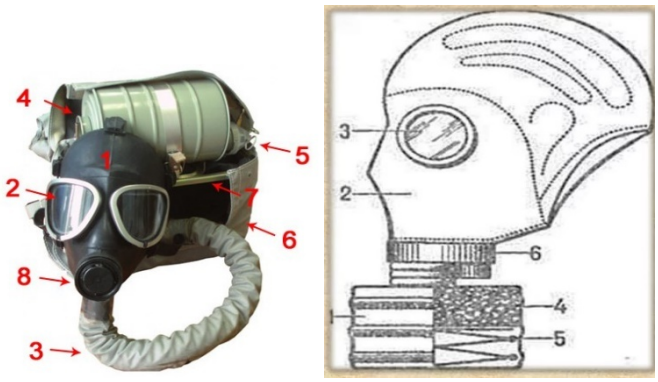


Рис. 8.1 Фильтрующий противогаз

1-фильтрующе-поглощающая коробка; 2-лицевая часть противогаза; 3-очковой узел; 4-шихга (обеспечивает поглощение паров и газов, и токсичных в-в); 5-ПАФ (противоаэрозольный фильтр); 6-клапанная коробка.

Рис.8.2. Изолирующий противогаз

1-лицевая часть, 2-очковый узел, 3-соеденительная трубка, 4-регенераторный патрон, 5-пусковое устройство патрона, 6-дыхательный мешок, 7-каркас, 8-устройство для переговоров.

Порядок надевания противогаза:

1. По команде «Газы!» задержите дыхание, не вдыхая воздух.

2. Закрыть глаза.

3. Достать противогаз из противогазной сумки, левой рукой доставая противогаз, а правой держа сумку снизу.

4. Вынуть пробку-заглушку из противогазной коробки.

5. Перед надеванием противогаза расположить большие пальцы рук снаружи, а остальные внутри.

6. Приложить нижнюю часть шлем-маски на подбородок.

7. Резко натянуть противогаз на голову снизу-вверх.

8. Выдохнуть.

9. Необходимо, чтобы после не образовалось складок, очковый узел должен быть расположен на уровне глаз.

10. Перевести сумку на бок.

Снятие:

1. По команде «Отбой!» брать за фильтровальную коробку и, потянув сверху-вниз, снять его.

2. Убрать противогаз в противогазную сумку.

3. Застегнуть пуговицы.

Таблица 8.0

Подбор размера противогаза

Обхват головы	Размер противогаза
До 63	0
63,5-65,5	1
66-68	2
68,5-70,5	3
71 и более	4

В качестве защиты органов дыхания от радиоактивной пыли и различных вредных аэрозолей могут быть использованы респираторы. Они просты в применении, малогабаритны и рассчитаны на массовое применение. Широко используются при выполнении работ, связанных с пылеобразованием.

Респиратор представляет собой фильтрующую полумаску, снабженную двумя клапанами вдоха, клапаном выхода (с предохранительным экраном),

оголовьем, состоящим из эластичных растягивающихся (и не растягивающихся) тесемок, и носовым зажимом. Работать в нем можно до 12 ч

Респираторы Р-2 изготовляются трех ростов -1,2 и 3-го, которые обозначаются внутренней подбородочной части полумаски.

Простейшими средствами защиты органов дыхания человека от радиоактивной пыли и биологических средств (при действиях во вторичном облаке) являются противопыльная тканевая маска ПТМ-1 (рис.8.3).

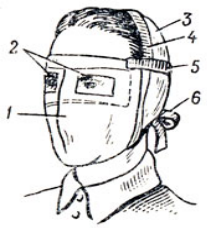


Рис.8.3. Противопыльная тканевая маска

1-корпус маски, 2-смотровые отверстия, 3-крепления, 4-резиновая тесьма, 5-поперечная резинка, 6-завязки.

И ватно-марлевая повязка (рис.8.4.) От ОВ (отравляющих веществ) они не защищают. Их изготавливает преимущественно само население. Маска состоит из корпуса и крепления. Корпус шьется из двух одинаковых по форме тканевых фильтрующих половинок, собранных на 4-5 слоев. На нем имеются смотровые отверстия со вставленными стеклами. Крепится маска на голове при помощи вставленной резинки и двух завязок.

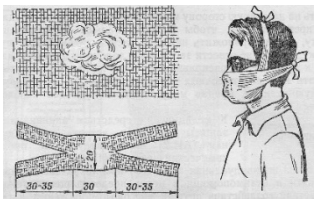


Рис.8.4. Ватно-марлевая повязка

Ватно-марлевая повязка изготовляется из куска марли размером 100 х50 см и ваты. На марлю накладывают слой ваты толщиной 2-3 см, длинной 30 см, шириной 20 см. Марлю с обеих сторон загибают и накладывают на вату. Концы марли разрезают на 30-35 см с каждой стороны, чтобы образовались две пары завязок. Марлевые повязки делают из 10-12 слоев марли. Они шьются также в

виде маски, закрывающей лицо или только подбородок, нос и рот. Для защиты глаз используются противопыльные очки.

Рис.8.5.Защитные очки

К средствам индивидуальной защиты глаз (СИЗГ), в первую очередь, относятся защитные очки, предохраняющие от пыли, твердых частиц, химически неагрессивных жидкостей и газов, от слепящего яркого света, ультрафиолетового, инфракрасного излучения и от сочетания излучений указанных видов с воздействия летящих твердых частиц, а так же очкизащищающие от лазерного излучения и других опасных факторов.

К **средствам индивидуальной защиты кожи (СИЗК)** относят защитную одежду фильтрующего и изолирующего типа. К изолирующим средствам защиты кожи относятся общевойсковой комплексный защитный костюм (ОКЗК), общевойсковой защитный комплекс (ОЗК) (рис.8.6.), легкий защитный костюм (Л-1) , защитный комбинезон или костюм.

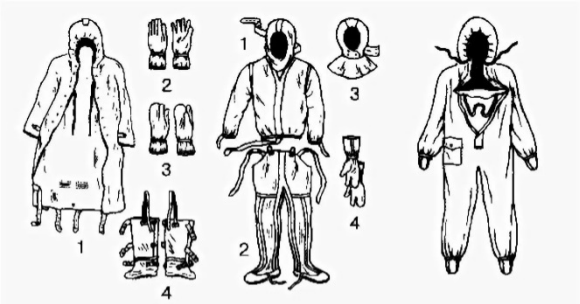


Рис. 7. Общевойсковой защитный комплект: 1 — защитный плащ; 2, 3 — защитные перчатки; 4 — защитные чулки

Рис. 8. Легкий защитный костюм Л-1: 1 — рубаха с капюшоном; 2 — брюки с защитными чулками; 3 — подшлемник; 4 — перчатки

Комплект защитной фильтрующей одежды

Рис. 8.6 Защитный костюм

Общевойсковой комплексный защитный костюм (ОЗК) предназначен для комплексной защиты от светового излучения и радиоактивной пыли, паров и аэрозолей ОВ и биологических аэрозолей. Он состоит из пропитанных специальным составом куртки, брюк, защитного белья, головного убора, подшлемника.

Простейшие средства защиты кожи применяются при отсутствии табельных средств. Может быть использована прежде всего производственная одежда (спецовка) – куртка и брюки, комбинезоны, халаты с капюшоном, сшитые из брезента, огнезащитной или прорезиненной ткани, грубого сукна. Они способны не только защищать от попадания на кожу людей радиоактивных веществ и биологических средств, но и не пропускать в течение некоторого времени капельножидких отравляющих веществ.

Обычная одежда, обработанная специальной пропиткой, может защищать и от паров отравляющих веществ. В качестве пропитки используют моющие средства или мыльно-масляную эмульсию. Основные представители неионогенных моющих средств – ОП-7 и ОП-10 (ОП-7иОП-10 - вспомогательные вещества, представляющие собой продукты обработки смеси моно- и диалкилфенолов окисью этилена. Вспомогательные вещества ОП-7 и ОП-10 относятся к неионогенным поверхностно-активным веществам. Применяются в качестве смачивающих, эмульсирующих, стабилизирующих поверхностно-активных веществ. Хорошо растворимы в воде). Синтетические моющие средства в чистом виде используются редко и служат исходным материалом для приготовления моющих средств, которые состоят из моющего вещества, активных добавок (соли фосфорной кислоты, сульфат натрия, метасиликат натрия и др.) и веществ, предохраняющих кожу (карбоксиметилцеллюлоза, дермоланы – высокомолекулярные циклические соединения, содержащие группы SO_2,NH_4,далгоны – конденсированные фосфаты).

Придать повседневной одежде защитные от отравляющих веществ свойства можно, пропитав ее раствором, который может быть приготовлен в домашних условиях. 2,5-3 л раствора, необходимого для пропитки одного комплекта одежды, можно получить если растворить 250-300 г измельченного хозяйственного мыла в 2-3 л горячей воды (60-70 ° С), добавить в раствор 0,5 л минерального (машинного) и другого масла и, подогревая,перемешивать раствор до получения однородной мыльно-масляной эмульсии. Одежду помещают в большую емкость (бак, ведро) и заливают раствором. Пропитанная одежда отжимается и просушивается (утюжке не подлежит).

В летную жаркую погоду необходимо соблюдать установленные сроки работы в защитной одежде. Зимой для предупреждения обмораживания следует надевать ее на ватник, использовать подшлемник, теплые портянки, в резиновые сапоги подкладывать теплые стельки, защитные перчатки одевать поверх обычных шерстяных или фланелевых. Обычно длительность пребывания людей в убежищах зависит от степени радиоактивного заражения местности. Если убежище находится в зоне заражения с уровнями радиации от 8 до 80 Р/ччерез один час после ядерного взрыва, то время пребывания в нем укрываемых людей составит от нескольких часов до одних суток (рис.8.7) .

Рис.8. 7. Ватно-марлевая повязка

В зоне заражения с уровнями радиации от 80 до 240 Р/ч нахождение людей в защитном сооружении увеличивается до 3 сут. В зоне заражения с уровнем радиации 240 Р/ч и выше это время составит 3 сут. и более. По истечении указанных сроков из убежищ (укрытий) можно перейти в жилые помещения. В течение последующих 1-4 сут. (в зависимости от уровней радиации в зонах

заражения) из таких помещений можно периодически выходить наружу, но не более чем на 3-4 ч в сутки.

В условиях сухой и ветреной погоды, когда возможно пылеобразование, при выходе из помещений следует использовать СИЗОД. Чтобы благополучно пережить указанные сроки пребывания в убежищах, необходимо иметь запасы продуктов питания (не менее чем на 4 сут. (крупы, сахар и соль, галеты, сухари, консервы, макаронные изделия, мука, сухофрукты, шоколад, подсолнечное масло, мед, варенье. уксус, вода)), питьевой воды (из расчета 3 л на человека в сутки), а также предметы первой необходимости и медикаменты.

Если в результате ядерного взрыва убежище (укрытие) окажется поврежденным, принимают меры к быстрому выходу из него, надев СИЗОД. Если основным и ли запасным выходом воспользоваться невозможно, приступают к расчистке одного из заваленных выходов или к проделыванию выхода. После выхода из очага ядерного поражения (зоны радиоактивного заражения) необходимо провести частичную дезактивацию и санитарную обработку, т.е. удалить радиоактивную пыль. При частичной дезактивации следует осторожно снять одежду, ни в коем случае не снимая СИЗОД. Встав спиной к ветру, вытряхнуть ее, развесить одежду на перекладине или веревке и обмести с нее пыль сверху вниз с помощью щетки или веника. Одежду можно выколачивать и палкой.

После этого следует продезактивировать обувь: протереть тряпками и ветошью, смоченными водой, очистить веником или щеткой. Резиновую обувь можно мыть. Противогаз дезактивируют в особой последовательности. Фильтрующе-поглощающую коробку вынимают из сумки, сумку тщательно вытряхивают. Затем тампоном, смоченным мыльной воде, моющим раствором или жидкостью из противохимического пакета обрабатывают фильтрующе-поглощающую коробку, соединительную трубку и наружную поверхность шлема-маски (маски). Лишь после этого противогаз снимают.

Противопыльные тканевые маски при дезактивации тщательно вытряхивают, чистят щетками, при возможности полощут или стирают в воде. Зараженные ватно-марлевые повязки сжигают. При частичной санитарной обработке открытые участки тела: руки, лицо, шею, глаза обмывают незараженной водой. Нос, рот и горло полощут. Важно, чтобы при обмывке лица зараженная вода не попала в глаза, рот и нос. При недостатке воды обработку проводят путем многократного протирания участков тела тампонами из марли (ваты, пакли, ветоши), смоченными незараженной водой. Протирание следует проводить сверху вниз. каждый раз переворачивая тампон чистой стороной. Зимой может использоваться незараженный снег.

Летом санитарную обработку можно организовать в реке или другом проточном водоеме. Частичная дезактивация и санитарная обработка, проводимые в одноразовом порядке, не всегда гарантируют полное удаление радиоактивной пыли. Потому после их проведения обязательно проводится дозиметрический контроль. Если заражение одежды и тела окажется выше допустимой нормы, частичные дезактивацию и санитарную обработку повторяют. В необходимых случаях проводится полная санитарная обработка. Своевременно проведенные частичные дезактивация и санитарная обработка могут полностью предотвратить или сильно снизить степень поражения людей радиоактивными веществами.

Если люди во время ядерного взрыва находятся вне убежища укрытия, следует использовать естественные ближайшие укрытия (рис.10). Если таких укрытий нет, надо повернуться к взрыву спиной, лечь на землю лицом вниз, руки спрятать под себя. Через 15-20 с. после взрыва, когда пройдет ударная волна, следует встать и немедленно надеть противогаз, респиратор или какое-либо другое СИЗОД. В случае отсутствия специальных средств следует закрыть рот и нос платком, шарфом или плотным материалом.

Задача состоит в том, чтобы исключить попадание внутрь организма радиоактивных веществ. Их поражающее действие бывает значительным в

течение длительного времени, поскольку выведение их из организма происходит медленно. Далее необходимо стряхнуть осевшую на одежду и обувь пыль, надеть имеющиеся средства защиты кожи.

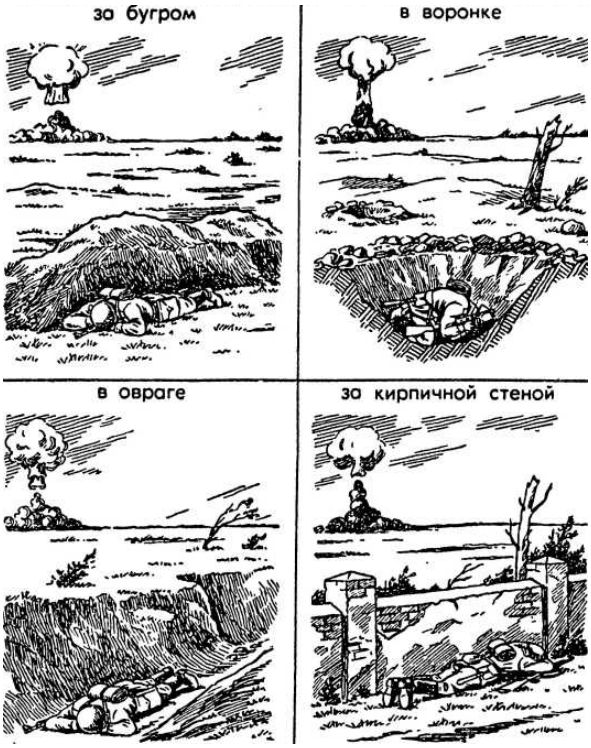


Рис 8.8 Естественные укрытия при внезапном ядерном взрыве

Для этого можно использовать имеющиеся одежду и обувь. Затем следует побыстрее покинуть очаг поражения или укрыться в ближайшем защитном сооружении.

Оставаться на зараженной радиоактивными веществами местности вне убежищ (укрытий), несмотря на использование средств индивидуальной защиты, опасно. Это сопряжено с возможностью облучения и, как следствие, развития лучевой болезни. В целях уменьшения возможности поражения радиоактивными веществами в зонах заражения запрещается принимать пищу, пить и курить. Приготовление пиши должно вестись на незараженной местности или, в крайнем случае, на местности, где уровень радиации не превышает 1 Р/ч. При выходе из очага поражения необходимо учитывать, что в результате ядерных взрывов разрушаются здания, сети коммунального хозяйства. При этом отдельные элементы зданий могут обрушиться через

некоторое время после взрыва. Продвигаться надо посередине улицы, стараясь возможно быстрее попасть в безопасное место. Нельзя трогать электропровода. Направление движения из очага поражения следует выбирать, ориентируясь на знаки ограждения, расставленные разведкой гражданской обороны. Они ведут всторону снижения уровней радиации. Двигаясь по зараженной территории, надо стараться не поднимать пыли, обходить лужи, не создавать брызг.

В результате применения химического оружия возникают очаги химического поражения-территории, в пределах которой в результате воздействия химического оружия произошли массовые поражения людей и сельскохозяйственных животных. Размеры очага зависят от масштаба и способа применения БТХВ (боевые токсичные химические вещества - это химические соединения, которые способны поражать людей и животных на больших площадях, проникать в различные сооружения, заражать местность и водоемы), его типа метеорологических условий, рельефа местности. Особенно опасны стойкие БТХВ нервнопаралитического действия. Их пары распространяются по ветру на довольно большое расстояние (15-25 км и более). Поэтому люди и животные могут быть поражены ими не только в районе применения химических боеприпасов, но и далеко за его пределами. Длительность поражающего действия БТХВ тем меньше, чем сильнее ветер и восходящие потоки воздуха. В лесах, парках, оврагах, на узких улицах они сохраняются дольше, чем на открытой местности. Современные отравляющие вещества обладают чрезвычайно высокой токсичностью.

При обнаружении признаков применения противником отравляющих веществ, далее ОВ (по сигналу «Химическая тревога») надо срочно надеть противогаз, а в случае необходимости - средства защиты кожи. Если поблизости имеется убежище, нужно укрыться в нем. Перед тем как войти в убежище, следует снять использованные средства защиты кожи и верхнюю одежду и оставить их в тамбуре убежища. Эта мера предосторожности исключает занос ОВ в убежище. Противогаз снимают после входа в убежище.

При пользовании укрытием, например, подвалом, не следует забывать, что оно м служить защитой лишь от попадания на кожные покровы и одежду капельножидких ОВ. Однако оно не защищает от паров или аэрозолей отравляющих веществ, находящихся в воздухе. Находясь в таких укрытиях, при наружном заражении обязательно надо воспользоваться противогазом. Находиться в убежище (укрытии) следует до получения распоряжения на выход из него. Когда такое распоряжение поступит, необходимо надеть требуемые средства индивидуальной защиты - противогазы и средства защиты кожи и выйти за пределы очага поражения по направлениям, обозначенным специальными указателями. Если нет ни указателей, ни постов, то двигаться следует перпендикулярно направлению ветра.

На зараженной ОВ территории надо двигаться быстро, но не пыль (брызги). Нельзя прислоняться к зданиям и прикасаться к окружающим предметам. Не следует наступать на видимые капли и мазки ОВ. На зараженной территории запрещается снимать противогазы и другие средства защиты. Особо осторожно нужно двигаться через парки, сады, огороды и поля. На листьях и ветках растений могут находиться осевшие капли ОВ, при прикосновении к ним можно заразить одежду и обувь, что может привести к поражению.

По возможности следует избегать движения оврагами и лощинами, через луга и болота, в этих местах возможен длительный застой паров ОВ. В городах пары ОВ могут застаиваться в замкнутых кварталах, парках, а также в подъездах и на чердаках домов. Зараженное облако в городе распространяется на наибольшие расстояния по улицам,тоннелям, трубопроводам.

ОВ на кожных покровах, одежде, обуви или средствах индивидуальной защиты необходимо немедленно снять их тампонами из марли или ваты; если таких тампонов нет, капли ОВ можно снять тампонами из бумаги или ветоши. Пораженные места следует обработать раствором из противохимического пакета или тщательно промыть теплой водой с мылом. После выхода из очага

химического поражения немедленно проводится полная санитарная обработка. Если это невозможно, проводятся частичные дегазация и санитарная обработка.

Очагом биологического поражения считаются территорииподвергшиеся непосредственному воздействию бактериальных (биологических) средств, создающих источник распространения инфекционных заболеваний. Заражение людей и животных происходит в результате вдыхания зараженного воздуха, попадания микробов или токсинов на слизистую оболочку и поврежденную кожу, употребления в пищу зараженных продуктов питания и воды.

Причиной заражения могут быть укусы зараженных насекомых и клещей, соприкосновения с зараженными предметами, ранения осколками боеприпасов, снаряженных БС (биологические средства поражения - общее название болезнетворных микроорганизмов и продуктов их жизнедеятельности, предназначенных для использования в системах биологического оружия с целью поражения людей, животных и растений). Заражение возможно также в результате непосредственного общения с больными людьми (животными). Ряд заболеваний быстро передается от больных людей к здоровым и вызывает эпидемии (чума, холера, тиф, грипп и др.). К основным средствам защиты населения от биологического оружия относятся вакциносывороточные препараты, антибиотики, сульфамидные и другие лекарственные вещества, используемые для специальной и экстренной профилактики инфекционных болезней.

Употребимы такие средства индивидуальной и коллективной защиты. Своевременное и правильное применение средств индивидуальной защиты и защитных сооружений предохранит от попадания БС в органы дыхания, на кожные покровы и одежду. Необходимо строгое соблюдение правил личной гигиены и санитарно-гигиенических требований к питанию и водоснабжению населения. Приготовление и прием питии должны исключать возможность ее заражения бактериальными средствами. Посуду необходимо мыть дезинфицирующими растворами или обрабатывать кипячением. В случае

применения противником биологического оружия возможно возникновение значительного количества инфекционных заболеваний.

Основными формами борьбы с эпидемиями являются обсервация и карантин. Делается это в тех случаях, когда примененные возбудители болезней относятся к особо опасным (чума, холера и др.). Карантинный режим предусматривает полную изоляцию очага поражения от окружающего населения. Это наиболее эффективный способ противодействия распространению инфекционных заболеваний. На внешних границах зоны карантина устанавливается вооруженная охрана, выход людей, вывод животных и вывоз имущества запрещаются. Транзитный проезд транспорта через очаги поражения запрещается. Объекты экономики переходят на особый режим работы со строгим выполнением противоэпидемических требований. Рабочие смены разбиваются на отдельные группы как можно более малочисленные по составу. Контакт между ними сокращается до минимума. Питание и отдых рабочих и служащих организуются по группам в специально отведенных для этого помещениях. Работа учебных заведений, зрелищных учреждений, рынков и т.д. прекращается. Людям не разрешается без крайней необходимости выходить их своих квартир. Продукты питания, вода и предметы первой необходимости доставляются им специальными командами.

При выполнении срочных работ вне зданий люди должны быть обязательно в средствах индивидуальной защиты. Если установленный вид возбудителя не относится к группе особо опасных, вместо карантина применяется обсервация. Она предусматривает медицинское наблюдение за очагом поражения и проведение необходимых лечебно-профилактических мероприятий. Изоляционно-ограничительные меры при обсервации менее строгие: организуются дезинфекция, дезинсекция и дератизация.

Дезинфекция имеет целью обеззараживание объектов внешней среды, которые необходимы для нормальной деятельности и безопасного нахождения людей. Для дезинфекции применяются растворы хлорной извести и хлорамина,

лизол, формалин, могут использоваться горячая вода (с мылом или содой) и пар.

Дезинсекция и дератизация-это мероприятия, связанные соответственно с уничтожением насекомых и истреблением грызунов, которые являются переносчиками инфекционных заболеваний. Для уничтожения насекомых применяют физические (кипячение, проглаживание накаленным утюгом и др.), химические (применение дезинсектирующих средств) и комбинированные способы.

Истребление грызунов в большинстве случаев проводят с помощью механических приспособлений (ловушек различных типов) и химических препаратов. После проведения дезинфекции, дезинсекции и дератизации проводится полная санитарная обработка лиц, принимавших участие в осуществлении названных мероприятий. При необходимости организуется санитарная обработка и остального населения.

Контрольные вопросы

1. Перечислите СИЗОД.

2. Перечислите СИЗ кожи.

3. Назовите порядок изготовления ВМП.

4. При каких опасностях используются индивидуальные средства защиты?

5. Что является основным средством защиты при угрозе применения ядерного оружия?

6. Что относится к основным средством защиты населения от биологического оружия?

7.Какие индивидуальные средства защиты применяются при химической угрозе?

8. Какие действия предполагает санитарная обработка?

9. В чем отличие дезинфекции от дезинсекции?

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1.Косолапова Н.В. Основы безопасности жизнедеятельности: учебник / Н.В. Косолапова, Н.А. Прокопенко. – 3-е изд., стереот., - М.: Академия, 2013. – 320 с.: ил.

2. Безопасности жизнедеятельности: учебник / Е.А. Арустамов. – 9-е изд., стереот., - М.: Академия, 2013 с.: ис.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Б1.О.04 БЕЗОПАСНОСТЬ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Направление подготовки
05.03.01 Геология

Направленность (профиль)
Гидрогеология, инженерная геология и геоэкология

Квалификация выпускника – бакалавр

год набора: 2023

Авторы: Кузнецов А.М., Тетерев Н.А.

Одобрены на заседании кафедры
Безопасности горного производства
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
Елохин В.А.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 07.09.2022
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией факультета
Геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 13.09.2022
(Дата)

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ……3

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА……..…..4
ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ БЕЗОПАСНОСТИ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ……..……...….5
ЕСТЕСТВЕННАЯ СИСТЕМА ЗАЩИТЫ ЧЕЛОВЕКА ОТ ОПАСНОСТЕЙ……...……..5
ОБЕСПЕЧЕНИЕ БЕЗОПАСНОСТИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В НОРМАЛЬНЫХ СИТУАЦИЯХ……...5
ОБЕСПЕЧЕНИЕ БЕЗОПАСНОСТИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ЧРЕЗВЫЧАЙНЫХ СИТУАЦИЯХ……...……..5
ЗАБОЛЕВАЕМОСТЬ И ТРАВМАТИЗМ НА ПРОИЗВОДСТВЕ…….5
УПРАВЛЕНИЕ БЕЗОПАСНОСТЬЮ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ…….5
СОЦИАЛЬНАЯ ЗАЩИТА РАБОТНИКОВ…….,……..5
НАДЗОР И КОНТРОЛЬ ЗА СОСТОЯНИЕМ ОХРАНЫ ТРУДА……. ……..5
ОТВЕТСТВЕННОСТЬ ЗА НАРУШЕНИЕ ТРЕБОВАНИЙ ОХРАНЫ ТРУДА…….…… ……..6
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ…….…….,,,,,……7
ЗАКЛЮЧЕНИЕ…….,,…..11
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ…….,,,.12

ВВЕДЕНИЕ

Современный человек живет в мире различного рода опасностей, т.е. явлений, процессов, объектов, постоянно угрожающих его здоровью и самой жизни. Не проходит и дня, чтобы газеты, радио и телевидение не принесли тревожные сообщения об очередной аварии, катастрофе, стихийном бедствии, социальном конфликте или криминальном происшествии, повлекших за собой гибель людей и громадный материальный ущерб.

По мнению специалистов, одной из причин создавшейся ситуации является недостаточный уровень образования – обучения и воспитания – человека в области обеспечения безопасной деятельности. Только постоянное формирование в людях разумного отношения к опасностям, пропаганда обязательности выполнения требований безопасности может гарантировать им нормальные условия жизни и деятельности.

В курсе БЖД излагаются теория и практика защиты человека от опасных и вредных факторов природного и антропогенного происхождения в сфере деятельности.

Данный курс предназначен для формирования у будущих специалистов сознательного и ответственного отношения к вопросам безопасности, для привития им теоретических знаний и практических навыков, необходимых для создания безопасных и безвредных условий деятельности в системе «человек – среда», проектирования новой безопасной техники и безопасных технологий, прогнозирования и принятия грамотных решений в условиях нормальных и чрезвычайных ситуаций.

В процессе изучения курса БЖД студенту предстоит решить следующие задачи: усвоить теоретические основы БЖД; ознакомиться с естественной системой защиты человека от опасностей; изучить систему искусственной защиты в условиях нормальных (штатных) и чрезвычайных (экстремальных) ситуаций; ознакомиться с проблемами заболеваемости и травматизма на производстве; изучить вопросы управления безопасностью деятельности.

Успешное изучение курса студентами возможно при наличии соответствующей учебной литературы. Предлагаемое вниманию студентов и преподавателей учебное пособие подготовлено в соответствии с учебной программой курса БЖД для студентов всех направлений и специальностей.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА

В последующем разделе пособия приведена развернутая программа дисциплины «Безопасность жизнедеятельности». Она содержит названия разделов с указанием основных вопросов и разделов каждой темы. Каждая тема является основой вопросов на зачет. При чтении лекций по курсу преподаватель указывает те темы дисциплины, которые выносятся на самостоятельную проработку студентами. Для углубленного освоения темы рекомендуется дополнительная литература. При освоении указанных ниже тем рекомендуется следующий порядок самостоятельной работы студента.

1. Ознакомьтесь со структурой темы.

2. По учебникам освойте каждый структурный элемент темы.

3. При необходимости используйте указанную дополнительную литературу. Консультацию по использованию дополнительной литературы Вы можете получить у преподавателя.

4. Ответьте на контрольные вопросы. При затруднениях в ответах на вопросы вернитесь к изучению рекомендованной литературы.

5. Законспектируйте материал. При этом конспект может быть написан в виде ответов на контрольные вопросы и упражнения.

При самостоятельной работе над указанными темами рекомендуется вести записи в конспектах, формируемых на лекционных занятиях по курсу, и в том порядке, в котором данные темы следуют по учебной программе.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ БЕЗОПАСНОСТИ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Основные понятия и определения. Характеристика форм трудовой деятельности. Опасности среды обитания. Основные положения теории риска. Системный анализ безопасности. Принципы, методы и средства обеспечения безопасности.

ЕСТЕСТВЕННАЯ СИСТЕМА ЗАЩИТЫ ЧЕЛОВЕКА ОТ ОПАСНОСТЕЙ

Анатомо-физиологическая характеристика человека. Анализаторы человека. Защитные механизмы организма.

ОБЕСПЕЧЕНИЕ БЕЗОПАСНОСТИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В НОРМАЛЬНЫХ СИТУАЦИЯХ

Гелиофизические и метеорологические факторы. Производственная пыль. Механические опасности. Опасности при эксплуатации сосудов, работающих под давлением. Механические колебания и волны. Электробезопасность. Электромагнитные излучения. Световой климат. Ионизирующие излучения. Световой климат. Ионизирующие излучения. Химические опасности. Биологические опасности. Психологические опасности. Экологические опасности. Социальные опасности. Санитарно-гигиенические требования к устройству и содержанию предприятий.

ОБЕСПЕЧЕНИЕ БЕЗОПАСНОСТИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ЧРЕЗВЫЧАЙНЫХ СИТУАЦИЯХ

Общая характеристика чрезвычайных ситуаций. Стихийные бедствия. Аварии на особо опасных объектах экономики. Аварии на объектах горной промышленности и подземных геологоразведочных работ. Чрезвычайные ситуации, связанные с применением современных средств поражения. Прогнозирование и оценка обстановки при чрезвычайных ситуациях. Защита населения и территорий от чрезвычайных ситуаций. Устойчивость функционирования объектов экономики в чрезвычайных ситуациях. Ликвидация последствий чрезвычайных ситуаций. Единая государственная система предупреждения и ликвидации чрезвычайных ситуаций.

ЗАБОЛЕВАЕМОСТЬ И ТРАВМАТИЗМ НА ПРОИЗВОДСТВЕ

Заболеваемость. Травматизм. Методы анализа травматизма.

УПРАВЛЕНИЕ БЕЗОПАСНОСТЬЮ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Правовые основы обеспечения безопасности деятельности. Обязанности работодателя по обеспечению безопасных условий труда. Время отдыха. Подготовка работников к безопасному труду. Система управления охраной труда на предприятии. Экономические аспекты охраны труда.

СОЦИАЛЬНАЯ ЗАЩИТА РАБОТНИКОВ

НАДЗОР И КОНТРОЛЬ ЗА СОСТОЯНИЕМ ОХРАНЫ ТРУДА ОТВЕТСТВЕННОСТЬ ЗА НАРУШЕНИЕ ТРЕБОВАНИЙ ОХРАНЫ ТРУДА

• КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Назовите основные термины теории безопасности деятельности, дайте их определения.
2. Охарактеризуйте основные формы трудовой деятельности.
3. Что понимают под опасностью среды обитания? Как классифицируют опасности?
4. Сформулируйте аксиому о потенциальной опасности деятельности.
5. В чем состоит идентификация (распознавание) опасности?
6. Что такое квантификация опасностей?
7. Назовите методы анализа безопасности деятельности.
8. Приведите примеры расчета производственного риска.
9. В чем заключается концепция приемлемого риска?
10. Что такое управление риском?
11. Охарактеризуйте системный анализ безопасности деятельности.
12. Перечислите принципы, методы и средства обеспечения безопасности.
13. Изложите сущность естественной системы защиты человека от опасностей.
14. Дайте анатомо-физиологическую характеристику человека.
15. Какова роль анализаторов человека в обеспечении безопасности его деятельности?
16. Опишите зрительный, слуховой и обонятельный анализаторы.
17. Опишите вестибулярный, кинестетический и кожный анализаторы.
18. Что понимают под защитными механизмами человеческого организма?
19. Охарактеризуйте действие гелиофизических и метеорологических факторов на человека.
20. Какое действие оказывают высокие и низкие температуры, повышенная и пониженная влажность на организм человека?
21. Как действуют на организм человека вредные газы и пары?
22. В чем заключается вредное действие производственной пыли на организм? Как ведется борьба с пылью?
23. Назовите средства индивидуальной защиты работающих от пыли.
24. Как классифицируют механические опасности?
25. Перечислите методы и средства защиты от механических опасностей.
26. Укажите, как обеспечивается безопасность при эксплуатации сосудов, работающих под давлением.
27. Охарактеризуйте действие инфразвука и ультразвука на организм и меры защиты от них.
28. Объясните действие шума на организм. Перечислите методы и средства коллективной и индивидуальной защиты от шума.

29. Как борются с вибрацией на горных предприятиях?
30. Объясните действие электрического тока на организм человека.
31. Укажите опасности, связанные с применением электрического тока на горных предприятиях.
32. Назовите основные меры безопасности при эксплуатации электроустановок.
33. Перечислите средства индивидуальной защиты от поражения электрическим током.
34. В чем состоит молниезащита зданий и сооружений?
35. Назовите способы защиты работающих от воздействия электрических и электромагнитных полей.
36. Укажите меры защиты от инфракрасного, ультрафиолетового и лазерного излучений.
37. Как влияет освещение на условия труда? Перечислите виды освещения.
38. Укажите средства нормализации освещения производственных помещений, рабочих мест и горных выработок.
39. Охарактеризуйте виды ионизирующих излучений.
40. Назовите общие принципы защиты от ионизирующих излучений.
41. Охарактеризуйте методы и средства защиты от ионизирующих излучений.
42. Перечислите химические опасности (вредные вещества) и укажите меры защиты от них.
43. Назовите биологические опасности и меры защиты от них.
44. Что понимают под психологическими опасностями?
45. Какие естественные факторы воздействуют на биосферу Земли?
46. В чем заключается антропогенное воздействие на природу?
47. Назовите методы и средства обеспечения экологической безопасности на горных предприятиях.
48. Какие санитарно-гигиенические требования предъявляются к устройству и содержанию предприятий?
49. Что такое чрезвычайная ситуация?
50. Перечислите признаки, характеризующие чрезвычайные ситуации.
51. Как классифицируют чрезвычайные ситуации по причинам возникновения?
52. Охарактеризуйте стихийные бедствия. Укажите мероприятия по предупреждению и ликвидации последствий стихийных бедствий.
53. Перечислите виды аварий на особо опасных объектах экономики (народного хозяйства). В чем заключается профилактика возникновения аварий на таких объектах?
54. Какие аварии происходят на объектах горной промышленности? Укажите методы профилактики и ликвидации таких аварий.
55. Охарактеризуйте чрезвычайные ситуации, связанные с применением современных средств поражения.

56. Перечислите основные принципы и способы защиты населения от чрезвычайных ситуаций.
57. Какие действия надлежит выполнить населению при стихийных бедствиях и авариях?
58. Укажите действия населения при возникновении угрозы нападения противника.
59. Какие действия должно выполнять население в очагах поражения и после выхода из них?
60. Какие факторы влияют на устойчивость функционирования объектов экономики?
61. Перечислите основные мероприятия по повышению устойчивости функционирования объектов экономики.
62. Назовите принципы организации и проведения аварийно-спасательных и других неотложных работ (АСиДНР) в чрезвычайных ситуациях мирного и военного времени.
63. Какие приемы и способы проведения АСиДНР используются в очагах поражения?
64. Перечислите меры безопасности при проведении АСиДНР.
65. По каким признакам классифицируют травмы и несчастные случаи на производстве?
66. Перечислите причины травматизма.
67. Укажите причины несчастных случаев на шахтах.
68. Опишите порядок расследования и учета несчастных случаев на производстве.
69. В чем заключается профилактика травматизма?
70. Какие методы используются при анализе травматизма?
71. Как расследуются профессиональные заболевания?
72. Кто назначает комиссию по расследованию профессионального заболевания?
73. Каким образом определяется окончательный диагноз острого профессионального заболевания?
74. Назовите меры профилактики профессиональных заболеваний.
75. Назовите меры профилактики производственного травматизма.
76. Изложите правовые основы обеспечения безопасности деятельности.
77. Какие обязанности возложены на администрацию предприятия по обеспечению охраны труда?
78. Перечислите виды подготовки работников к безопасному труду.
79. Что понимают под системой управления охраной труда на предприятиях?
80. Назовите основные нормативные документы, обеспечивающие безопасность деятельности.
81. Какова продолжительность ежедневной работы?
82. Какова профессиональная подготовка работников к безопасному труду?

83. Опишите систему управления охраной труда.
84. Назовите фонды охраны труда.
85. Чем обусловливается эффективность мероприятий по охране труда?
86. Опишите медицинское обслуживание работников.
87. Какие существуют льготы и компенсации за вредные и опасные условия труда?
88. Поясните суть обязательного социального страхования от несчастных случаев на производстве и профессиональных заболеваний.
89. Назовите обязательные принципы обязательного страхования от несчастных случаев на производстве и профзаболеваний.
90. Кто имеет право на получение страховых выплат в случае смерти застрахованного?
91. Как осуществляются страховые выплаты по социальному страхованию?
92. Как начисляется пособие по временной нетрудоспособности?
93. Каков порядок привлечения к дисциплинарной ответственности?
94. Кто может привлекать к дисциплинарной ответственности.
95. Кто может привлекать к административной ответственности?
96. В каких случаях привлекают к уголовной ответственности?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В среде обитания человека постоянно присутствуют естественные, техногенные и антропогенные опасности.

Полностью устранить негативное влияние естественных опасностей человечеству до настоящего времени не удается. Реальные успехи в защите человека от стихийных явлений сводятся к определению наиболее вероятных зон их действия и ликвидации возникающих последствий.

Мир техногенных опасностей вполне познаваем, и у человека есть достаточно способов и средств для защиты.

Антропогенные опасности во многом обусловлены недостаточным вниманием человека к проблеме безопасности, склонностью к риску и пренебрежению опасностью. Часто это связано с ограниченными знаниями человека о мире опасностей и негативных последствиях их проявления. Воздействие антропогенных опасностей может быть сведено к минимуму за счет обучения населения и работающих основам безопасности жизнедеятельности.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Безопасность жизнедеятельности [Текст]: учебное пособие / В.В. Токмаков, Ю.Ф. Килин, А.М. Кузнецов; Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский государственный горный университет. - 4-е изд., испр. и доп. - Екатеринбург: УГГУ, 2018. - 272 с.

Безопасность жизнедеятельности: учебное пособие / В.А. Подюков, В.В. Токмаков, В.М. Куликов ; под ред. В.В. Токмакова ; Уральский государственный горный уни-верситет. - 3-е изд., испр. и доп. - Екатеринбург : УГГУ, 2007. - 314 с.

Белов С. В. Безопасность жизнедеятельности и защита окружающей среды (техносферная безопасность): учебник. 5-е изд., исправл. и доп. – М.: Изд-во «Юрай», 2015. – 702с.

Безопасность жизнедеятельности: энциклопедический словарь / под ред. проф. Русака О. Н. – СПб.: Инф-изд. агент «Лик», 2003.

Безопасность жизнедеятельности: Учебник для вузов / К. З. Ушаков, Н. О. Каледина, Б. Ф. Кирин, М. А. Сребный / под ред. К. З. Ушакова. – М.: Изд-во МГГУ, 2000. – 430 с.

Воронов Е. Т., Резник Ю. Н., Бондарь И. А. Безопасность жизнедеятельности. Теоретические основы БЖД. Охрана труда: учебное пособие. – Чита: Изд-во ЧитГУ, 2010. – 390 с.

Занько Н. К., Малаян К. Р., Русак О. Н. Безопасность жизнедеятельности: учебник. – М.: Лань, 2012. – 672 с.

Субботин А. И. Управление безопасностью труда: учебное пособие. – М.: Изд-во МГГУ, 2014. – 266 с.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-
методическому комплексу
_____ С.А. Гуляров

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

Б1.О.06 РУССКИЙ ЯЗЫК И ДЕЛОВЫЕ КОММУНИКАЦИИ

Направление подготовки
05.03.01 Геология

Профиль
Гидрогеология, инженерная геология и геоэкология

год набора: 2023

Одобрены на заседании кафедры

Иностранных языков
и деловой коммуникации
(название кафедры)

Зав. кафедрой _____
(подпись)

Юсупова Л. Г.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 06.09.2022 г.
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией

факультета геологии и геофизики
(название факультета)

Председатель _____
(подпись)

д.г-м.н., проф. Бондарев В. И.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 13.09.2022 г.
(Дата)

Екатеринбург

Автор: Меленскова Е. С., канд. филол. наук, доцент

Методические материалы согласованы с выпускающей кафедрой **гидрогеологии, инженерной геологии и геоэкологии**

Заведующий кафедрой_____ ___С. Н. Тагильцев_____
подпись *И.О. Фамилия*

Методические рекомендации к практическим занятиям

Значительную роль в изучении предмета выполняют практические занятия, которые призваны, прежде всего, закреплять теоретические знания, полученные в ходе лекций, ознакомления с учебной литературой, а также выполнения самостоятельных заданий. Тем самым практические занятия способствуют более качественному усвоению знаний, помогают приобрести навыки самостоятельной работы.

Приступая к подготовке к практическому занятию необходимо изучить соответствующие конспекты лекций по заданной теме, главы учебников или учебных пособий, разобрать примеры, ознакомиться с дополнительной литературой (например, словарями). Конспектирование дополнительных источников также способствует более плодотворному усвоению учебного материала. Следует обращать внимание на основные понятия и классификации, актуальные для темы практического занятия.

Записи имеют первостепенное значение для самостоятельной работы студента. Они помогают понять построение изучаемого материала, выделить основные положения и проследить их логику. Ведение записей способствует превращению чтения в активный процесс, мобилизует, наряду со зрительной, и моторную память. Следует помнить: у студента, систематически ведущего записи, создается свой индивидуальный фонд подсобных материалов для быстрого повторения прочитанного, для мобилизации накопленных знаний. Все это находит свое отражение в процессе выполнения итогового зачетного теста.

Очевидны три структурные части практического занятия: предваряющая (подготовка к занятию), непосредственно само практического занятия (обсуждение вопросов темы в группе, выполнение упражнений по теме) и завершающая часть (последующая работа студентов по устранению обнаружившихся пробелов). Не только само практическое занятие, но и предваряющая, и заключающая части его являются необходимыми звеньями целостной системы усвоения вынесенной на обсуждение темы.

Перед очередным практическим занятием целесообразно выполнить все задания, предназначенные для самостоятельного рассмотрения, изучить лекцию, соответствующую теме практического занятия. В процессе подготовки к практическому занятию закрепляются и уточняются уже известные и осваиваются новые знания. Столкнувшись в ходе подготовки с недостаточно понятными моментами темы, необходимо найти ответы самостоятельно или зафиксировать свои вопросы для постановки и уяснения их на самом практическом занятии.

В начале занятия следует задать преподавателю вопросы по материалу, вызвавшему затруднения в его понимании и освоении, поскольку всегда сначала студенты под руководством преподавателя более глубоко осмысливают теоретические положения по теме занятия.

В ходе практического занятия каждый должен опираться на свои конспекты, сделанные на лекции или по учебникам и учебным пособиям, на самостоятельно выполненные упражнения по данной теме.

В процессе подготовки к занятиям рекомендуется взаимное обсуждение материала, во время которого закрепляются знания, а также приобретается практика в изложении и разъяснении полученных знаний, развивается речь.

Значительную роль в изучении предмета выполняют практические занятия, которые призваны, прежде всего, закреплять теоретические знания, полученные в ходе прослушивания и запоминания лекционного материала, ознакомления с учебной и научной литературой, а также выполнения самостоятельных заданий. Тем самым практические занятия способствуют получению наиболее качественных знаний, помогают приобрести навыки самостоятельной работы. Планы практических занятий состоят из отдельных тем, расположенных в соответствии с рабочей программой изучаемой дисциплины. Каждая тема включает следующие элементы:

- цель проведения занятия;
- теоретические вопросы, необходимые для усвоения темы;
- задания;
- список литературы по теме для подготовки к практическому занятию.

Работа на практических занятиях направлена на:

- обобщение, систематизацию, углубление, закрепление полученных теоретических знаний по конкретным темам изучаемой дисциплины;
- формирование умений применять полученные знания на практике, реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;
- развитие интеллектуальных умений (например, аналитических).

В ходе занятий у студентов формируются практические умения и навыки, отраженные в РПД.

Методические материалы к практическим занятиям

ТЕМА 1. СЛОВАРИ И СПРАВОЧНИКИ ПО КУЛЬТУРЕ РЕЧИ. СИСТЕМА СЛОВАРНЫХ ПОМЕТ

Цель – вспомнить классификацию словарей и проверить у студентов умение работать с ними (лексикографическая грамотность).

Основные понятия темы:

Лексикография – раздел науки о языке, занимающийся теорией и практикой составления словарей.
Энциклопедический словарь – книга, содержащая описание научных понятий и терминов, исторических событий, характеристику персоналий из разных областей или определенной области знания.
Лингвистический словарь – книга, содержащая собрание слов (морфем, фразеологизмов и т. д.), расположенных по определённому принципу (как правило, по алфавиту), и дающая сведения об их значениях, употреблении, происхождении, переводе на другой язык и т. п.
Словарная статья – отдельный текст, посвященный языковой единице (слову, морфеме и т. п.) или их группе (лексической группе, гнезду слов и т. п.).
Помета – применяемое в словарях сокращенное указание на какие-либо характерные признаки слова или его употребления.

Задание 1. *Прочитайте и сравните словарные статьи, взятые из разных словарей. Найдите общую и различающую их дополнительную информацию. Объясните, чем вызвано различие.*

ФАЗА – **1.** В геохимии: совокупность однородных частей системы, одинаковых по термодинамическим свойствам (тем, которые не зависят от количества вещества) и отграниченных от других частей поверхностью раздела. В природных процессах минералообразования могут принимать участие газовая Ф., жидкие Ф. и твердые Ф. – металлы. Системы, состоящие из одной Ф., называются однофазными, или гомогенными (напр., раствор различных солей в воде; кристалл кварца без включений; мономинеральная горная порода); состоящие из нескольких Ф. – многофазными, или гетерогенными (напр., раствор вместе с твердым осадком; кристалл кварца с газово-жидким включением; полиминеральная порода). **2.** В исторической геологии: термин, иногда употребляющийся для обозначения времени, соответствующего длительности накопления отложений, составляющих зону как часть яруса. Термин был условно принят в этом значении VIII сессией МГК в Париже в 1900 г., но не стал общепринятым. При изучении четвертичного периода иногда фазой называют время каждого отдельного оледенения и промежутков между ними (*Геологический толковый словарь*[1]).

ФА́ЗА, -ы, *ж.* [нем. Phase < греч. phasis появление (о небесных светилах)]. **1.** Момент, отдельная стадия в ходе развития и изменения чего-н., а также само положение, форма чего-н. в данный момент; то же, что фазис. *Новая ф. в развитии общества. Луна в первой фазе.* **2.**

[1] Геологический толковый словарь [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://www.edudic.ru/geo/

физ. Величина, характеризующая состояние какого-н. процесса в каждый момент времени. *Ф. колебания маятника. Газообразная ф. вещества.* **Фа́зовый** – относящийся к фазе (в 1-м и 2-м знач.), фазам. **3.** *эл.* Отдельная группа обмоток генератора. **Фа́зный** – относящийся к фазе, фазам. (Крысин Л. П. Толковый словарь иноязычных слов. М., 2001. С. 810).

ФА́ЗА, -ы, *ж.* **1.** Момент, отдельная стадия в ходе развития и изменения чего-н. (напр. положения планеты, формы или состояния вещества, периодического явления, общественного процесса), а также само положение, форма в этот момент (книжн.). *Первая ф. Луны. Жидкая ф. Газообразная ф. Ф. колебания маятника. Вступить в новую ф. развития.* **2.** Отдельная группа обмоток генератора (спец.). || *прил.* **фа́зовый**, -ая, -ое (к 1 знач.) *и* **фа́зный**, -ая, -ое (ко 2 знач.). ♦ **Фазовые глаголы** – в лингвистике: глаголы со значением начала, продолжения или окончания действия. (Ожегов С. И. и Шведова Н. Ю. Толковый словарь русского языка. М., 2005. С. 847).

Задание 2. *Познакомьтесь с типами помет, используемых в толковых словарях. Объясните значение всех помет, приведенных в качестве примера.*

ТИПЫ ПОМЕТ ТОЛКОВОГО СЛОВАРЯ

Типы помет	**Примеры помет**	**Значение отсутствия помет**
1. Помета, указывающая на принадлежность к функциональному стилю	*науч., газет., публиц., оф.-дел., разг., книжн.* и др.	Слово межстилевое
2. Помета, указывающая на сферу употребления слова	*обл., прост., жарг.*, *спец.* и др.	Слово общеупотребительное
3. Помета, указывающая на принадлежность к активному / пассивному запасу	*устар., ист., арх.*, *нов.* и др.	Слово принадлежит к активному запасу
4. Помета, указывающая на эмоционально-экспрессивную окраску слова	*ласк., ирон., шутл., унич., бран., пренебр., высок., неодобр.* и др.	Слово нейтральное

Задание 3. *Прочитайте словарные статьи, извлеченные из толкового словаря современного русского языка. Укажите пометы и объясните, что они означают.*

Абориге́н, -а, *м.* (книжн.) – коренной житель страны, местности. || *ж.* **абориге́нка** (разг.)

Грамоте́й, -я, *м.* (устар. и ирон.) – грамотный человек.

Деяние, -я, *ср.* (высок. и спец.) – действие, поступок, свершение.

Жена́тик, -а, *м.* (прост. шутл.) – женатый человек (обычно о молодожене).

Иждиве́нчество, -а, *ср.* (неодобр.) – стремление во всем рассчитывать не на свои силы, а на помощь других, вообще жить за чужой счет.

Карапу́з, -а, *м.* (разг. шутл.) – толстый, пухлый малыш.

Кляча, -и, *ж.* (разг. пренебр.) – плохая (обычно старая) лошадь.

Ле́нчик, -а, *м.* (спец.) – деревянная основа седла.

Мате́рщина, -ы, *ж., собират.* (прост. груб.) – неприличная брань.

Му́шка, -и, *м.* (разг. ласк.) – то же, что медведь.

Небезызве́стный, -ая, -ое; -тен, -тна (обычно ирон.) – достаточно, хорошо известный.

Неулыба, -ы, *м.* и *ж.* (обл. и прост.) – человек, который редко улыбается, неулыбчив.

Новоде́л, -а, *м.* (разг.) – здание, сооружение, построенное на месте уничтоженного, исчезнувшего и воспроизводящее его прежний внешний вид.

Нувори́ш, -а, *м.* (книжн. презр.) – богач, наживший свое состояние на социальных переменах или бедствиях, на разорении других.

Общепи́т, -а, *м.* (офиц.) – сокращение: общественное питание – отрасль народного хозяйства, занимающаяся производством и продажей готовой пищи и полуфабрикатов. || *прил.* **общепи́товский**, -ая, -ое (разг.).

Остоло́п, -а, *м.* (прост. бран.) – глупец, болван.

Отчи́зна, -ы, *ж.* (высок.) – отечество, родина.

Побо́ры, -ов. **1.** Чрезмерные, непосильные налоги или сборы (устар.). **2.** *перен*. Неофициальные сборы средств на что-нибудь (разг. неодобр.).

Предуве́домить, -млю, -мишь; -мленный; *сов.*, *кого-что* (устар. и офиц.) – заранее уведомить.

Риста́лище, -а, *ср.* (стар.) – площадь для гимнастических, конных и других состязаний, а также само такое состязание.

Сва́ра, -ы, *ж.* (прост.) – шумная перебранка, ссора.

Торга́ш, -а, *м.* **1.** То же, что торговец (устар. неодобр.). **2.** *перен*. Человек, который выше всего ставит свою выгоду, корысть, личный интерес (презр.).

Умка, -и, *м.* (обл.) – белый медведь.

Упова́ние, -а, *ср.* (книжн., часто ирон.) – то же, что надежда.

Ха́м, -а, *м.* (презр. и бран.) – грубый, наглый человек.

Задание 4. *Познакомьтесь с пометами, используемыми в орфоэпических словарях, словарях грамматических трудностей и т. п. Какие пометы указывают на императивную норму, а какие на диспозитивную? Запишите их в предложенную ниже таблицу.*

НОРМАТИВНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА СЛОВ[2]

Словарь является не просто нормативным, а ставит своей задачей показать литературную норму во всем многообразии ее проявлений. В отличие от большинства нормативных словарей, словарь отражает и такие факты речи, которые считаются неверными с точки зрения литературной нормы. Все запретительные пометы, которые характеризуют неверные варианты, снабжаются значком «восклицательный знак» (!). В Словаре используются ясные и общедоступные способы нормативной оценки вариантов.

1. Равноправные варианты соединяются союзом *и*:

ба́рхатка *и* бархо́тка;

ведёрцев *и* ведёрец.

При этом на первом месте помещается обычно традиционный вариант, более частотный в употреблении.

2. Помета «допустимо» (*и доп.*) свидетельствует о том, что оба варианта соответствуют нормам литературного языка. Естественно, что предпочтителен вариант, помещённый на первом месте. Такая помета используется, как правило, применительно к

[2] Орфоэпический словарь русского языка для школьников / Сост. О. А. Михайлова. Екатеринбург: У-Фактория, 2002. С. 6-8.

новым, входящим в норму вариантам ударения, произношения и грамматическим формам. Например:

бредóвый *и доп.* бредовóй;

белёсый *и доп.* белéсый;

мáшет *и доп.* махáет.

3. Помета «допустимо устаревшее» (*доп. устар.*) означает, что второй вариант, хотя и находится в пределах литературной нормы, всё реже встречается в речевой практике, постепенно утрачивается, переходя в пассивный языковой фонд. Например:

ворвáлся *и доп. устар.* ворвался́

вспéненный, -ая, -ое, *кратк. ф.* вспéнен, вспéнена *и доп. устар.* вспенённый, вспенён, вспенена́

бýдо[чн]ик *и доп. устар.* бýдо[шн]ик.

4. Помета «не рекомендуется» (*не рек.*) применяется в тех случаях, когда отмеченный ею вариант в данное время не признаётся нормативным. Однако его широкое употребление в современной речи и соответствие общим тенденциям языкового развития не исключают возможности признания этого варианта литературной нормой в будущем. Например:

балóванный ! *не рек.* бáлованный;

вручýт ! *не рек.* врýчит;

грýфели, -ей ! *не рек.* грифеля́, -éй.

5. Помета «не рекомендуется устаревшее» (*не рек. устар.*) означает, что снабжённый ею вариант, ныне находящийся за пределами нормы, представляет собой бывшую норму. Например:

горшóчек, горшóчка ! *не рек. устар.* горшéчек;

дáрит ! *не рек. устар.* дарýт.

6. Помета «неправильно» (*неправ.*) служит для предупреждения распространённых речевых ошибок. Например:

вы́боры, вы́боров ! неправ. выборá, выборóв;

компрометúровать, -рую, -рует ! неправ. компроме[н]тúровать

Рекомендательные пометы	Запретительные пометы

ТЕМА 2. ОРФОГРАФИЧЕСКИЕ И ПУНКТУАЦИОННЫЕ НОРМЫ

Цель – повторить основные правила орфографии и пунктуации русского языка.

Основные понятия темы:

Орфографические нормы – это правила написания слов.
Пунктуационные нормы – это правила расстановки знаков препинания.

Задание 1. *Повторите правописание гласных (безударных и чередующихся) и согласных в корне слова. Перепишите текст, вставив пропущенные буквы. Расставьте знаки препинания. Объясните свой выбор.*

Я р…шил в…рнуться д…мой. Быстрыми шагами я прошел зар…сли кустов. У моих ног т…нулась р…внина а дальше ст…ной возвышался мрачный лес. Я осм…трел окрес…ность и спустился с х…лма. Высокая тр…ва на дне д…лины б…лела р…вной скат…ртью. Я вышел на опушку и пошел полем. Трудно было проб…раться по у…кой тр…пинке. Кругом р…сла высокая ро…ь. Н…чная птица промчалась и к…снулась меня св…им крылом. В т…шине глухо разд…вались мои шаги. Но вот на в…чернем небе стали заж…гаться звезды. Забл…стел серп м…л…дого мес…ца. Теперь я узнал д…рогу и предпол…гал что через час буду дома.

Задание 2. *Повторите правописание приставок. Перепишите предложения, вставив пропущенные буквы. Расставьте недостающие знаки препинания при однородных членах предложения.*

Перед самым селом п…р…езжаем речку вброд. На спуске перед церковью ра…ливается море сарафанов мужицких голосов. Народ все пр…бывает мужики в пиджаках ребятишки со свистульками, на ра…пряженных телегах сидят пр…старелые пр…езжие. Над колокольнями белеют верхи палаток, а над ними – облака, и падают вьются стрелами свищут в воздухе стрижи.

Медленно пр…бираясь в ра(с, сс)тупившейся толпе, по…ъезжаем к ограде пр…вязываем лошадей. На дощатом пр…лавке ра…ложены картинки и книги, и мещанин-пр…давец по…совывает календари и книги с з…манчивыми названиями. Всё смех и ржанье лошадей крик бабы, ругающей мужика, (с, з)ливается в один ярмарочный гул. За время работы ярмарки хочется успеть (с, з)делать многое пр…смотреть липового меда п…дешевле п…торговаться в свое удовольствие пр…купить гостинцев родным.

В обед негаданно с…бирается туча, и дождь, по…нимая пыль, барабанит по усыпанной по…солнечной шелухой дороге. Но летний дождь быстро пр…ходит, и яркая радуга, упершись в реку, широким полотенцем ра…кидывается над ярмаркой. С ярмарки народ ра…ъезжается только после обеда. (По И. Соколову-Микитову)

Задание 3. *Повторите правописание Ъ и Ь (учтите разные функции Ь). Перепишите, вставив, где необходимо, пропущенные буквы.*

Пред…юбилейное мероприятие, обжеч…ся огнем, решил удалит…ся проч…, кофе был горяч…, достан…те багаж…, чувствовать гореч… неудач…, выть по-волч…и, любител…ская кинос…емка, должность камен…щика, выйти замуж… осен…ю, береч… здоров…е, сроч…ный заказ, лечить кон…юнктивит, уловить фал…ш… в голосе, трех…этажный павил…он, заменить мед…ю, назнач…те время трех встреч…, с…еш… во время лан…ча, следить за своей реч…ю, купает…ся в реке, оформиш… пен…сию, остав…те антиквару старинную брош…, четырех…ядерный процессор, волосы до плеч…, сер…езный компан…он, умнож…те полученный резул…тат, он хорош… собой, выявить из…ян, декабр…ские морозы, с…агитировать на выборы, коротко стрич…ся, сверх…естественный об…ект, боиш…ся ос…минога, неб…ющаяся вещ…, об…емный текст п…есы, не забуд…те плащ…, невтерпеж… ждать, раз…яренный бык, разрабатывать кар…ер.

Задание 4. *Повторите правописание Н и НН в причастиях, прилагательных и образованных от них формах. Перепишите текст, вставив пропущенные буквы и расставив недостающие знаки препинания при причастных оборотах. Причастные обороты подчеркните.*

Было нестерпимо холодн…о, и даже не верилось, что днем придется жариться в раскален…ом пекле. Среди потрескавшихся от зноя пород обнаруживаются словно бы отполирован…ые плиты гранита. В этом заброшен…ом неповторимом уголке необозримой пустыни существование человека – никогда не прекращающееся сражение с природой. Палатки кочевников соседствуют с домами сложен…ыми из обожжен…ого кирпича.

Снаружи жилище покрывает сетка сплетен…ая из жесткой травы. Узор наносится и на пленку, которой палатка скрепляется изнутри.

Все палатки украшен…ы под цвет камен…ых глыб. Комнаты соединен…ы переходами из плетен…ых циновок. Все разложен…о аккуратн…о, повсюду чистота. Сбоку вышел мужчина в незаменимом традицион…ом облачении. На нем накидка казавшаяся накрахмален…ой. Бросался в глаза и меч повеш…н…ый к поясу.

Геолог подходит к карте разукрашен…ой цветными пометками. Все, что нанесен…о на нее, – плод трудн…ых поисков в горах прокален…ых солнцем. Новые месторождения открывают разведчики недр. (По Б. Фетисову)

Задание 5. *Повторите правописание НЕ и НИ с разными частями речи. Перепишите текст, вставив пропущенные буквы и раскрыв скобки.*

Нет (н…)чего лучше Невского проспекта, по крайней мере в Петербурге. Чем (н…)блестит эта улица – красавица нашей столицы! Я знаю, что (н…)один из бедных чиновных ее жителей (н…)променяет на все блага Невского проспекта. Да и кому же он (н…)приятнен? Здесь единствен…ое место, где показываются люди (н…)по(н…)обходимости, куда загнала их надобность и меркантильный интерес, об…емлющий весь Петербург. Здесь житель Петербургской или Выборгской части, (н…)сколько лет (н…)бывавший у своего приятеля в Песках или у Московской заставы, может быть уверен, что встретится с ним (н…)пр…мен…о.

Можно сказать решительно, что в это время, то есть до двенадцати часов, Невский проспект (н…)составляет (н…)(для)кого цели, он служит только средством: он постепен…о заполняется лицами, имеющими свои занятия, свои заботы, свои досады, но вовсе (н…)думающими о нем. В это время, что бы вы на себя (н…)надели, хотя бы даже вместо шляпы был картуз у вас на голове, хотя воротнички слишком высунулись из вашего галстука, – (н…)кто этого (н…)заметит. (по Н. В. Гоголю)

Задание 6. *Повторите правописание наречий и частиц. Перепишите текст, вставив пропущенные буквы и раскрыв скобки. Вставьте недостающие знаки при деепричастных оборотах. Деепричастия подпишите.*

Лето выдалось знойное и сокрушило все. Земля иссохла, прокалилась до того, что ящерицы (не)боясь (ни)кого прибегали на порог с отчаянно колотящимися глотками, лиш…(бы) куда(нибудь) спрятаться. А коршуны забирались (в)высь и (на)долго умолкали в горящем мареве.

И ребят непоседливых сморила (не)померная жара. Они прятались от нее под стенами домов выглядывая (из)редк… (от)туда на проходящие мимо них пассажирские и товарные поезда. Когда у разъезда составы сбавляли ход, детям казалось, что уж… этот(то) поезд

притормозит и остановится. Они бежали за ним (в)догонку заслоняясь ручонками от солнца и (по)детски наивно надеясь укатить из пекла.

Тяжко было смотреть, с какой завистью и печалью малыши глядели (в)след уходящим в неизвестность, (на)стеж… раскрытым вагонам. Пассажиры выглядывали из открытых окон, то(же) сходили с ума от духоты и мечтали о том, что(бы) (на)утро очутиться там, где прохладные реки и зеленые леса. Вряд(ли) они задумывались о том, что жара может задержаться… (По Ч. Айтматову)

Задание 7. *Повторите правила постановки знаков препинания в сложных предложениях. Перепишите предложения, расставив знаки препинания. Обратите особое внимание на пунктуацию при однородных и обособленных членах предложения. Подчеркните грамматические основы.*

1. Сначала соседи смеялись между собою над высокомерием Троекурова и каждый день ожидали чтоб незваные гости посетили Покровское где было им чем поживиться но наконец принуждены были с ним согласиться и сознаться что и разбойники оказывали ему непонятное уважение. (А. С. Пушкин)
2. Раза три в год Финский залив и покрывающее его серое небо нарядятся в голубой цвет и млеют любуясь друг другом и северный человек едучи из Петербурга в Петергоф не насмотрится на редкое чудо млеет в непривычном зное и все заликует дерево цветок и животное. (И. А. Гончаров)
3. Я писал вам как мы гонимые бурным ветром дрожа от холода пробежали мимо берегов Европы как в первый раз пал на нас у подошвы гор Мадейры ласковый луч солнца и заплескали голубые волны засияли синие небеса как мы жадно бросились к берегу погреться горячим дыханием земли. (И. А. Гончаров)
4. Иногда бывает что облака в беспорядке толпятся на горизонте а солнце прячась за них красит их и небо во всевозможные цвета в багряный оранжевый золотой лиловый грязно-розовый. (А. П. Чехов)
5. Направо темнели холмы налево все небо было запито багровым заревом и трудно было понять был ли то пожар или же собиралась всходить луна. (А. П. Чехов)
6. Живя здесь я реже попадался на глаза отцу и его гостям и мне казалось что если я живу не в настоящей комнате и не каждый день хожу в дом то слова отца что я сижу у него на шее звучат уже как будто не так обидно. (А. П. Чехов)
7. Он пел и от каждого звука его голоса веяло чем-то родным и необозримо широким словно знакомая степь раскрывалась перед нами уходя в бесконечную даль. (И. С. Тургенев)
8. Большая низкая лампа с непрозрачным абажуром стоящая на письменном столе горела ясно но освещала только поверхность стола да часть потолка образуя на нем дрожащее круглое пятно света в остальной комнате все было в полумраке в нем можно было разглядеть только шкаф с книгами большой диван еще кое-какую мебель. (В. Гаршин)
9. Куда ни обращаешь взор всюду как будто встречаешь быстро удаляющийся образ лета которое время от времени оборачивается назад и бросает прощальную меланхолически-задумчивую улыбку. (Д. Григорович)
10. А на него посмотришь и кажется что вся эта земная деятельность для него только лишь забава и ею занят он пока а настоящие его заботы где-то впереди куда порою устремлялись его бойкие но как бы неживые оловянного блеска глаза. (Ф. Сологуб)

11. На седом фоне тумана ближайшие сосны однотонно плоско и неясно вырисовываются своими прямыми и голыми стволами и в их неподвижности среди этой голубой тишины и среди этого холодного тумана чувствуется что-то суровое печальное и покорное. (А. И. Куприн)

ТЕМА 3. АКЦЕНТОЛОГИЧЕСКИЕ НОРМЫ

Цель – повторить характеристику русского языка, составить собственный акцентологический словарь при выполнении упражнений[3].

Основные понятия темы:

Акцентологические нормы – это правила постановки ударения в слове.
Омонимы – слова, у которых от постановки ударения зависит значение.

Задание 1. *Расставьте ударения в следующих словах. Укажите варианты постановки ударения (например, ста́ртер и стартёр):*

1) Асимметрия, блага, кулинария, столяр, добыча, плато, диоптрия, творог, средства, шофер, туфля, эксперт, кремень, страховщик, нефтепровод, маркетинг, шасси, христианин, рассредоточение, досуг, жалюзи, танцовщица, шарфы, торты, искра, бармен, вероисповедание, квартал, симметрия, диспансер, обеспечение, склады, таможня, щебень, баржа, алкоголь, индустрия, приговор, генезис, договор, свекла, бижутерия, каталог, ходатайство, километр, пережитое, хвоя, полиграфия, ортопедия, пиццерия, стюард, овен, упрочение (*имена существительные*).

2) Асбестовый, совестливый, мизерный, оптовый, мастерски, украинский, втридорога, важно, тотчас, просмотровый, завидно, правы, давнишний, стары, одновременный, красивее, красивейший, равны, семестровый, счастливо, досыта, иначе, поутру, начерно, зубчатый (*имена прилагательные и наречия*).

3) Аранжировать, заржаветь, нормировать, убыстрить, заплесневеть, новорожденный, опошлить, баловать, балованный, расклешенный, дарит, включишь, включенный, копировать, повторишь, понял, звонит, закупорить, начался, начатый, положить, положил, вручит, врученный, доложишь, облегчить, осведомиться, премировать, черпать, ободрить, пломбировать, вогнутый, вскружит, буксировать, скрещенный, разрыхлить, плодоносить, наклоненный, окислить (*глагольные формы*).

Задание 2. *Поясните, как зависит значение от постановки ударения в следующих словах (омонимах):*

Глазки, замок, рожки, выкупать, ирис, характерный, полки, хлопок, мука, вычитать, орган, видение, острота, трусить, свойство, гвоздики, бронировать, кредит, угольный, правило, провидение, полнить, лавровый, электрик.

Например: пла́чу (1 лицо ед. число от глагола «плакать») – плачу́ (1 лицо ед. число от глагола «платить»).

---

[3] При выполнении заданий пользуйтесь орфоэпическим словарем или словарем трудностей при постановке ударения.

Задание 3. *Прочитайте предложения, обращая внимание на постановку ударения в подчёркнутых словах. Составьте по аналогии свои предложения, использовав любые слова из* ***задания 1*** *и / или* ***2****.*

1. В последнем квартале этого года эксперты одной из фирм заключили выгодный договор на прокладку газопровода**,** за что были премированы. 2. Для обеспечения здорового образа жизни исключите из своего рациона арахис, торты и алкоголь, а включите в него творог, свеклу и щавель. 3. В мебельном отделе нашего торгового центра вы можете приобрести красивейшие кухонные гарнитуры по оптовым ценам.

ТЕМА 4. ОРФОЭПИЧЕСКИЕ НОРМЫ

Цель – повторить правила транскрибирования слов, выявить основные трудности в плане произношения, составить собственный орфоэпический словарь при выполнении упражнений[4].

Основные понятия темы:

Орфоэпические нормы – это правила произношения слов. **Транскрипция** – графическая запись того, как произносится слово (всегда в квадратных скобках).

Задание 1. *Отметьте правильное произношение сочетания ЧН в следующих словах. Распределите слова на три группы:*

[шн]	**[шн]** и **[чн]**	**[чн]**

1) Шуточный, копеечный, отличник, девичник, будничный, булочная, очечник, полуночник, нарочно, прачечная, скучно, скворечник, горчичник, Фоминична, яичница, достаточно, порядочный, горничная, Никитична, двоечник, пустячный, Ильинична, конечно, спичечный, подсвечник, Кузьминична.

2) Шапочный мастер – шапочное знакомство, сердечные капли – друг сердечный, подаренная перечница – чертова перечница.

Задание 2. *Отметьте правильное произношение согласного перед Е в следующих словах. Распределите слова на три группы:*

Твёрдое произношение	**Варианты**	**Мягкое произношение**

Автосервис, дефис, агрессия, дендрарий, бухгалтер, депрессия, гарем, термин, шинель, термос, патент, сессия, тенденция, рейд, газель, дезодорант, фанера, Одесса, академия, бизнесмен, деградация, менеджер, музей, деканат, темперамент, тезис, аксессуары, протекция, бандероль, гипотеза, детектив, кредо, бассейн, экспресс, дедукция, декада, темп, терапевт, дефицит, интервал, дебаты, рельсы, ниппель, компетентный, дезинформация, пресса, цистерна, стратегия, тренинг, сенсорный, сейф, портмоне.

---

[4] При выполнении заданий пользуйтесь орфоэпическим словарем или словарем трудностей произношения.

Задание 3. *Прочитайте слова, обращая внимание на произношение ударного звука, обозначенного буквой Е:*

1) Острие, поблекший, афера, хребет, оседлый, одноименный, маневренный, опека, жернов, желчь, блеклый, желоб, безнадежный, бытие, повлекший, жердочка, никчемный, гладкошерстный, гашеный, недоуменный.

2) Именительный падеж – падеж скота;

Истекший срок – истекший кровью;

Кричит как оглашенный – оглашенный приговор;

Совершенные пропорции – совершенные поступки;

Крестный ход – крестный отец.

Задание 4. *Прочитайте слова, обращая внимание на произношение выделенных согласных:*

1) Ма**сс**а, су**рр**огат, гру**пп**а, гри**пп**, те**рр**аса, а**тт**естат, ко**лл**ега, мета**лл**, су**мм**а, а**нн**отация, криста**лл**, оди**нн**адцать, и**лл**юзия, ва**нн**а, апе**лл**яция, ка**сс**а, га**лл**юцинация, не**тт**о.

2) Дро**жж**и, бу**хг**алтер, по**зж**е, во**жж**и, и**зж**арить, вы**жж**енный, пе**сч**аный, и**зж**ить, ра**зж**ать, же**стч**е, ни**зш**ий, до**жд**и, ре**зч**е, ви**зж**ать, и**зж**ога, ма**сш**таб, мо**жж**евельник, бе**зж**изненный, ра**сч**ет, съе**зж**у, прие**зж**ай.

Задание 5*. *Прочитайте следующий текст, обращая внимание на правильное произношение и постановку ударения в подчёркнутых словах:*

Примером успешного ведения бизнеса в различных отраслях экономики является деятельность фирмы «Mihail-tur». За 11 лет ее существования удалось сформировать коллектив профессионалов из высококвалифицированных менеджеров, компетентных экспертов, торговых агентов. Компании принадлежат две трети долей уставного фонда АО «Лейбл-мастер», владельца одного из крупнейших торговых центров города. Занимаясь оптовым поставкам подростковой одежды, фирма поддерживает связи с модельными агентствами, что позволяет обновлять коллекции на 15 процентов каждый квартал. С ассортиментом одежды можно познакомиться по объемному каталогу, размещенному на корпоративном интернет-сайте. Руководство фирмы заявило о намерении углубить это направление, для чего налаживаются связи с другими поставщиками, проводятся маркетинговые исследования с целью изучения конъюнктуры рынка в трех крупнейших областях региона. В планы компании входит также сосредоточение средств в области дорожного строительства. Начата подготовка к тендерным торгам, намеченным на первую декаду ноября, к участию в которых приглашаются компании, заинтересованные в строительстве современного путепровода.

ТЕМА 5. СЛОВООБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ НОРМЫ

Цель – вспомнить состав слова, научиться находить в предложениях ошибки, связанные с неверным образованием слова.

Основные понятия темы:

Словообразовательные нормы – это правила образования новых слов.

Задание 1. *Найдите в предложениях слова, в которых нарушена словообразовательная норма, запишите их. Выделите неправильно выбранную часть слова (приставку, суффикс). Исправьте допущенные ошибки.*

1. Завесьте, пожалуйста, килограмм помидоров с витрины. **2.** Студенты в очередной раз немного запоздали на лекцию. **3.** Уважаемые пассажиры, проходите по-быстрому в середину вагона или садитесь взади. **4.** Он был коренным курчанином и после учебы в Москве вернулся в родной Курск. **5.** Чтобы сдать зачет, важно завсегда посещать занятия. **6.** Одна из самых актуальных проблем современной России – это взятничество в государственных учреждениях. **7.** После концерта микрофоны со сцены надо будет перенести взад. **8.** Многие кавказские народы отличает их гостеприимчивость. **9.** Моя жизнь в этом году была наполнена заботами о заканчивании школы и поступлении в университет. **10.** Сегодня у первого курса была лекция по химии заместо высшей математики.

ТЕМА 6. ЛЕКСИЧЕСКИЕ НОРМЫ

Цель – вспомнить основные типы речевых ошибок, связанных со значением слова.

Основные понятия темы:

Лексические нормы – это правила употребления слова в точном значении, которое закрепилось в литературном языке и зафиксировано в толковых словарях.

Паронимы – это слова однокоренные, близкие по форме, но абсолютно разные по значению.

Речевая избыточность – это употребление лишних слов (тавтология, плеоназм).

Лексическая сочетаемость – это способность слова соединяться с другими словами по значению.

Жаргонизм – слово, свойственные для речи той или иной социальной, профессиональной группы людей.

Фразеологизм – устойчивое словосочетание, смысл которого не определяется значением отдельно взятых слов

Задание 1. *Объясните разницу в значении приведенных ниже паронимов. Составьте с каждым из них словосочетание, подобрав подходящее по смыслу слово.*

Осудить – обсудить, удачливый – удачный, соседний – соседский, жилой – жилищный, поступок – проступок, опечатки – отпечатки, командированный – командировочный, усвоить – освоить, эффектность – эффективность, невежа – невежда, представить – предоставить, цельный – целый, искусный – искусственный, практический – практичный; гуманный – гуманистический – гуманитарный; плодовитый – плодовый – плодотворный, экономический – экономичный – экономный.

Задание 2. *Найдите в следующих предложениях избыточные словосочетания, выпишите их. Объясните причину избыточности, указав на лишнее слово (или лишние слова).*

1. При входе в «Копирус» висит прейскурант цен на предлагаемые услуги. **2.** Уезжая из Москвы, мы купили памятные сувениры в киоске у вокзала. **3.** Для преподавателя важно то, какие взаимоотношения друг с другом сложились между студентами в группе. **4.**

Неприятно резал слух голос, доносившийся из конференц-зала. **5.** Депутату приходится встречаться со всеми социальными слоями общества.

Задание 3. *Найдите в следующих предложениях иноязычные по происхождению слова, которые употреблены в неточном значении. Запишите свой вариант исправления.*

1. Рабочий станка допустил целый ряд дефектов при изготовлении деталей. **2.** Пейзаж Екатеринбурга за последние десять лет обогатился современными постройками, хотя многие памятники архитектуры и были реконструированы до основания. **3.** В целях профилактики основное внимание уделяется ранним проявлениям, т. е. дебюту гриппа. **4.** Для окон актового зала мы долго искали гардины длиной 4 метра, а уже потом подбирали шторы в тон стен. **5.** В январе состоялся бенефис талантливого исполнителя: он впервые выступал на профессиональной сцене.

Задание 4. *Найдите в следующих предложениях нарушения правил лексической сочетаемости слов. Запишите свой вариант исправления.*

1. Грамотный руководитель должен показывать образец своим подчиненным. **2.** Нововведения сыграли важное значение в развитии горного комбината. **3.** Красочное оформление детских книг издательства «Эгмонт» должно вызвать внимание и заинтересовать покупателей. **4.** Новогодний спектакль в Театре кукол оказал на детей большое впечатление. **5.** Первую лекцию по геологии в этом году провел молодой преподаватель.

Задание 5. *Найдите в предложениях жаргонные, просторечные, разговорные слова, замените их литературным вариантом и запишите исправленный вариант.*

1. Несколько студентов до сих пор не отнесло хвостовки в деканат. **2.** В центре Екатеринбурга забабахали очередную свечку. **3.** Я считаю, что необходимо избавляться от любой нецензурщины в нашей речи. **4.** После окончания вуза мы решили замутить свой бизнес, решив, что в этом деле нам по-любому повезет. **5.** Работяги привыкли вкалывать на заводе от зари до зари.

Задание 6. *Исправьте в следующих предложениях речевые ошибки, вызванные неправильным употреблением фразеологизма.*

1. Михаил на публике говорит очень убедительно, язык у него хорошо подвязан. **2.** Туристам кинулась в глаза красота уральской природы. **3.** Его обещания рубля ломаного не стоят. **4.** Об умельцах у нас говорят: «Они в своем деле коня подковали». **5.** К сожалению, студенты редко сейчас грызут камень науки по-настоящему.

Задание 7*. *Найдите и исправьте в следующих предложениях речевые ошибки. Запишите правильный вариант.*

1. Норвежские спортсмены по-прежнему остаются нашими самыми серьезными оппонентами в биатлоне. **2.** В своей работе руководители горных предприятий руководствуются новейшей научной и методической литературой. **3.** Многодетным семьям, чтобы жить достойно, приходится искать несколько истоков доходов. **4.** Обычно мы общаемся, не придавая важности невербальным средствам коммуникации. **5.** Екатеринбургская Епархия активно распространяет душевную литературу. **6.** Продукты Черкашинского мясокомбината пользуются авторитетом у покупателей. **7.** Исправьте

ошибки в контрольной работе так, чтобы было правильно. **8.** Все места на парковке были заняты, и поэтому много машин толпилось на обочине. **9.** К маю ветераны ВОВ получили очередную добавку к пенсии. **10.** После собеседования она сказала, что на должность промоутера брали только смазливых молодых людей. **11.** В прошлом году выдался неурожайный год в плане картошки. **12.** Ребенок с рождения имитирует поведение родителей. **13.** На Неделе первокурсника нам сразу выдали студики и зачётки. **14.** Команда нашего факультета заняла первенство в смотре художественной самодеятельности. **15.** После первых же дней изнурительной работы на Севере очень хотелось вернуться назад домой.

ТЕМА 7. МОРФОЛОГИЧЕСКИЕ НОРМЫ

Цель – вспомнить правила определения рода у существительных и аббревиатур, особенности несклоняемых существительных, образования некоторых грамматических форм разных частей речи и научиться исправлять ошибки, связанные с их неверным образованием (все это с опорой на учебную литературу и словари[5]).

Основные понятия темы:

Морфологические нормы – это правила образования грамматических форм слова.

Задание 1. *Определите род у следующих существительных и аббревиатур. Подберите к ним подходящие по смыслу прилагательные (или причастия), учитывая правила синтаксического согласования.*

1) Атташе, авеню, адвокат, амплуа, ассорти, аэрозоль, белоручка, бра, безе, боа, боди, бродяга, видео, визави, врач, выскочка, гну, гуру, денди, доцент, евро, жалюзи, жюри, зануда, иваси, какаду, кантри, каре, кашне, кенгуру, киви, кимоно, колибри, коллега, колли, кольраби, кофе, крупье, кутюрье, лама, левша, манго, мартини, маэстро, меню, миледи, монпансье, недоросль, непоседа, ниндзя, пани, пари, педагог, пенальти, пенсне, пони, преподаватель, протеже, профессор, растяпа, резюме, рефери, сабо, салями, сирокко, спагетти, табу, такси, тамада, танго, толь, торнадо, турне, тюль, фламинго, фрау, хачапури, хиппи, цеце, цунами, шасси (*склоняемые и несклоняемые существительные*).

2) Айдахо, Бали, Борнео, Гоби, Дели, Калахари, Капри, Килиманджаро, Колорадо, Лимпопо, Мехико, Миссисипи, Онтарио, Сорренто, Тбилиси, Толедо, Чили (*имена собственные*).

3) АО, АТС, БАМ, бомж, ВТО, вуз, ГАЗ, ГОК, ГУМ, ДК, дот, ДСП, ДТП, жэк, колхоз, КПП, ЛДПР, МВД, МИД, НИИ, НХЛ, НЭП, общепит, ООН, ПК, полпред, СЕ, СМУ, СНГ, СССР, ТАУ, ТВ, ТРЦ, УЗТМ, ФГБОУ, ФМС, ФСБ, ЦУМ (*аббревиатуры*).

Задание 2. *Определите род у следующих сложносоставных существительных. Составьте с ними словосочетания* ***прил. + сущ.***

Диван-кровать, музей-квартира, генерал-губернатор, плащ-палатка, идея-фикс, конференц-зал, жар-птица, кафе-столовая, чудо-человек, матч-реванш, салон-парикмахерская, программа-максимум, женщина-космонавт, альфа-излучение, ракета-носитель, премьер-министр, кофе-пауза.

---

[5] При выполнении заданий пользуйтесь орфоэпическим словарем или словарем грамматических трудностей.

Задание 3. *Определите, какие фамилии при заполнении бланка письма или заявления будут склоняться, а какие нет. Обращайте внимание на пол человека. Запишите эти имена и фамилии в нужном падеже.*

Кому:

Сергей Левченко, Александр Живаго, Елена Сверчук, Анна Шевченко, Константин Ярош, Татьяна Чубинец, Вероника Лежава, Андрей Горенко, Борис Станкевич, Виталий Воробей, Ирина Шевчук, Иван Миклухо-Маклай, Виктор Доброво, Владислав Карамыш, Анна Диоп, Андрей Кожемяк, Мария Мицкевич, Петр Галаган, Маргарита Венда, Вадим Черных.

От кого:

Николай Черныш, Наталья Седых, Светлана Карась, Семен Фоменко, Лев Щерба, Сергей Соловьев-Седой, Александр Максимаджи, Екатерина Франюк, Леонид Березняк, Юлия Родных, Максим Жук, Алёна Ремесло, Николай Стрижак, Наталия Черных, Марат Ардзинба, Вера Ноздреватых, Виктория Приходько, Евгений Столпнер, Кирилл Шапиро, Станислав Горбачевич.

Задание 33. *Заполните таблицу следующими существительными, в зависимости от того, как у них образуется форма именительного падежа множественного числа.*

Окончание **–а/ –я**	Окончание **–ы/ –и**	Варианты **–а/ –я** и **–ы/ –и**

*Отдельно укажите существительные, у которых от выбора окончания в этой форме зависит значение (например, ордер**а** – «документы» и ордер**ы** – «элементы в архитектуре»).*

1) Брелок, бухгалтер, ветер, вексель, возраст, герб, год, директор, договор, жемчуг, инженер, инспектор, клин, колос, купол, лектор, медвежонок, небо, окорок, офицер, отпуск, пандус, паспорт, плинтус, почерк, прииск, прожектор, профессор, ребенок, редактор, сектор, семя, слесарь, столяр, сторож, табель, токарь, тополь, трактор, хозяин, цех, чудо, шило, шофёр, штемпель.

2) Корпус, лагерь, образ, повод, полоз, полутон, провод, пропуск, прут, тормоз, хлеб.

Задание 4. *Образуйте форму родительного падежа множественного числа от следующих существительных. Отметьте наличие вариантов (например, ла́сты – ла́ст**ов** и ла́ст□).*

Армяне, апельсины, басни, блюдца, болгары, ботинки, брызги, буряты, валенки, гардемарины, гектары, граммы, грузины, дела, деньги, джинсы, заморозки, казахи, калории, кастрюли, килограммы, клавиши, комментарии, макароны, мандарины, мечты, микроны, мокасины, носки, осетины, партизаны, перила, перипетии, петли, плечи, полотенца, поместья, помидоры, просьбы, развилки, рельсы, русла, сани, сапоги, сбои, свадьбы, сваи, свечи, серьги, солдаты, тапочки, тиски, турки, туфли, цыгане, чукчи, чулки, южане, юнги, яблоки, ясли.

Задание 5. *Раскройте скобки, заменяя цифровые обозначения словами, правильно определяя падеж числительных и существительных.*

1. Выборы в Государственную Думу состоялись в (358 округов). **2.** Появилась серия вспомогательных пособий с (5 735 чертежей). **3.** Теплоход с (657 отдыхающих) плыл вниз по Волге. **4.** За время последней экспедиции мы прошли свыше (2 580 километров). **5.** Нарушения техники безопасности были выявлены на (4 893 предприятия).

Задание 6. *Исправьте неверное употребление числительных в следующих предложениях:*

1. Лекция по философии будет прочитана для обоих студенческих групп. **2.** Мать-героиня воспитала семерых сыновей и четверых дочерей. **3.** Забор тянулся по обоим сторонам улицы и ограничивал движение. **4.** Двоих подруг она уже встретила по приезде в родной город. **5.** Главные достопримечательности Санкт-Петербурга расположены по обеим берегам Невы.

Задание 7. *Выпишите из предложений неправильно образованные грамматические формы. Запишите исправленный вариант.*

1. Всем стало понятно, что ейное предложение по реконструкции здания не будет одобрено. **2.** После второго матча наша команда оказалась в более лучшем положении. **3.** Староста пожаловалась преподавателю, что наша группа не влазиет в аудиторию 3519. **4.** Съездя в другой город, она поняла, как хорошо на родине. **5.** Ремонтники уже второй месяц не могли сменить треснутое стекло в окне. **6.** Он схватился за канат двумями руками. **7.** Хозяйка встретила гостей в бигудях и халате. **8.** Наши альпинисты покорили самые высочайшие вершины мира. **9.** Я надеялся, что к началу сессии выздоровлю. **10.** В этот раз студенты справились с заданием еще более хуже.

Задание 8. *Найдите нарушения морфологических норм. Запишите исправленный вариант предложений.*

1. Новый преподаватель кажется более образованнее. **2.** Студенческое общежитие находится в полтора километрах от здания университета. **3.** ФНС был создан как федеральный орган исполнительной власти. **4.** В магазине «Лео-строй» разнообразные варианты цветных жалюзей. **5.** Куратор совсем не интересовался ихними проблемами в учебе. **6.** МВФ выделило очередной транш в 1,5 миллиарда долларов. **7.** В столовой нельзя пользоваться лопнутыми стаканами. **8.** Эту сумму мы добавим к тысяче двести сорокам рублям. **9.** На конференцию молодых ученых пригласили самых умнейших студентов старших курсов. **10.** Вскоре Сергей Исаев стал популярной тамадой на свадьбах и других торжествах. **11.** На вновь открытое предприятие требуются бухгалтера, сторожи и инженера АСУП. **12.** Южнее Сочи находится солнечное Сухуми. **13.** На дипломную практику горный комбинат принял троих девушек с нашего курса. **14.** Мама традиционно купила пять килограмм мандарин и апельсин для праздничного новогоднего стола. **15.** Увидя раздраженное состояние преподавателя, студентка решила с ним не спорить.

ТЕМА 8. СИНТАКСИЧЕСКИЕ НОРМЫ

Цель – повторить основные правила построения словосочетаний и предложений

Основные понятия темы:

Синтаксические нормы – это правила, регулирующие порядок и связь слов в

словосочетании и предложении.

Задание 1. *Раскройте скобки, правильно определив падеж зависимого слова. При необходимости используйте предлоги. Запишите получившиеся словосочетания.*

Согласно (устав университета), точка зрения (события), благодаря (поддержка друга), анонс (предстоящие гастроли), вопреки (мнение большинства), наперекор (судьба), вклад (развитие науки), жажда (слава), заведующий (кафедра), по (возвращение) из отпуска, отзыв (курсовая работа), рецензия (новый фильм), оплачивать (проезд), свидетельствовать (необходимость перемен), доказывать (новая теория), поделиться (результаты исследования), апеллировать (здравый смысл), по (прибытие) поезда; предостеречь (опасность) – предупредить (опасность), обращать внимание (недостатки) – уделять внимание (подготовка к экзаменам), уверенность (свои силы) – вера (победа).

Задание 2. *Найдите предложения, в которых неверно употреблен деепричастный оборот. Предложите свой вариант исправления.*

*Образец: Подводя итог проделанной работы, мною был вдвинут ряд предложений по модернизации (**действие, названное деепричастием, не относится к подлежащему**).*

Варианты исправления: 1) Подводя итог проделанной работы, я выдвинул ряд предложений по модернизации. 2) Когда я подвел итог проделанной работы, мною был вдвинут ряд предложений по модернизации. 3) После подведения ряда итогов проделанной работы мною был вдвинут ряд предложений по модернизации.

1. Будучи ребенком, Дмитрия всегда интересовали вопросы, связанные с техникой. **2.** Читая произведения русской классики, меня охватывает чувство гордости за отечественную литературу. **3.** Не чувствуя ни усталости, ни голода, наш путь к вершине продолжался. **4.** Узнав эту прекрасную новость, радости студентов не было предела. **5.** Первым, слегка хромая, из автобуса вышел седой старик. **6.** Записываясь на практику, у студентов были очень ограничены возможности выбора места ее прохождения. **7.** Вспоминая родные места, мне видится наш маленький кирпичный домик в тени тополей. **8.** Глядя на ярко освещенные стены Зимнего дворца, у меня возникло желание приехать сюда еще раз. **9.** Позвонив в третий раз, он с грустью понял, что никого нет дома. **10.** Произведя ряд расчетов, задача была решена студентами в течение 15 минут.

Задание 3. *Найдите предложения, в которых неправильно согласовано подлежащее со сказуемым. Запишите исправленный вариант.*

1. Много знаменитых людей закончили наш университет. **2.** Немало средств были потрачены на восстановление полуразрушенного памятника архитектуры. **3.** Несколько важных дат будут отмечены в календаре помимо официальных государственных праздников. **4.** На собрание по поводу летней практики явились лишь 31 студент. **5.** Часть студентов не справились с итоговой контрольной работой. **6.** Множество горожан приняли участие в шествии «Бессмертного полка». **7.** Ряд важных вопросов не были решены во время последнего заседания Ученого совета. **8.** Половина участников соревнований были размещены в студенческом общежитии. **9.** Тысяча периодических изданий имеются в открытом доступе в электронной библиотеке. **10.** Газета «Екатеринбургские новости» опубликовали интересную статью о творчестве молодых поэтов и писателей Урала.

Задание 4. *Найдите нарушения синтаксических норм. Запишите исправленный вариант предложений.*

1. Согласно распоряжения ректора всем студентам и сотрудникам необходимо пройти флюорографический осмотр. **2.** Открыв дверь в аудиторию, перед моими глазами предстала странная картина. **3.** Важно изучать условия жизни человека и как они связаны с процессами, происходящими сегодня в нашем обществе. **4.** Молодежь всегда принимали участие в студенческой самодеятельности и спортивных мероприятиях. **5.** В своей новой статье автор исследует и размышляет о возможностях искусственного интеллекта. **6.** Приказ был подписан ректором университета, устанавливающий обязательное посещение занятий, и доведен до сведения сотрудников вуза, преподавателей и студентов. **7.** Несколько членов Ученого совета не присутствовали на очередном заседании. **8.** В район приехал инструктор для подготовки специалистов по борьбе с сельскохозяйственными вредителями из местных жителей. **9.** Ученики горного лицея поступают в престижные учебные заведения, родители которых гордятся их успехами в учебе. **10.** Можно было согласиться лишь с теми положениями доклада, где приводились статистические данные для подтверждения гипотезы. **11.** Сдав нормативы ГТО, большинству из нас был вручен золотой значок. **12.** Учебное пособие не только предназначено для преподавателей, а также и для студентов и аспирантов. **13.** Скоро будет заселен многоквартирный дом, выросший на глазах за несколько месяцев и который уже приняла комиссия. **14.** Нам предложили поселиться в номере-люкс новой гостиницы для туристов с видом на море. **15.** Преподаватель попросил студентов, чтобы они ему напомнили на следующем занятии, чтобы он им распечатал раздаточный материал к семинарскому занятию.

ТЕМА 9. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ СТИЛЕЙ

Цель – повторить систему функциональных стильных стилей русского языка, научиться определять стиль текста и доказывать свою точку зрения в этом вопросе.

КОНСПЕКТ следующего материала к занятию (основные понятия выделены в тексте):

Функциональный стиль – это исторически сложившаяся и социально осознанная разновидность языка, функционирующая в определенной сфере человеческой деятельности и общения, создаваемая особенностями употребления в этой сфере языковых средств и их специфической организацией.

В основе классификации стилей лежат экстралингвистические факторы: сфера применения языка, обусловленная ею тематика и цели общения. Сферы применения языка соотносятся с видами деятельности человека, соответствующими формам общественного сознания: наука, идеология, право, искусство, религия. Выделяются стили официальной речи (книжные): **научный**, **официально-деловой**, **публицистический**, **литературно-художественный**, **церковно-религиозный**. Им противопоставлен стиль неофициальной речи – **разговорный**, экстралингвистической основой которого является сфера бытовых отношений и общения (быт как область отношений людей вне их непосредственной производственной и общественно-политической деятельности).

Сферы применения языка в значительной мере влияют на тематику и содержание высказывания. Каждая из них имеет свои актуальные темы. Например, в научной сфере обсуждаются проблемы научного познания мира, в сфере бытовых отношений – бытовые

вопросы. Однако в разных сферах может обсуждаться одна и та же тема, но цели преследуются неодинаковые, вследствие чего высказывания различаются и по содержанию, и по форме (см. **Задание 1**).

Каждый стиль обладает определёнными языковыми особенностями (прежде всего лексическими и грамматическими). Можно говорить лишь об относительной замкнутости функциональных стилей: большинство языковых средств в каждом стиле нейтральные, межстилевые. Однако ядро каждого стиля образуют присущие именно ему языковые средства с соответствующей стилистической окраской и едиными нормами употребления.

Следует отбирать слова и конструкции в соответствии с выбранным стилем, особенно в письменной речи. Употребление разностилевых языковых средств в рамках одного текста ведет к появлению стилистических ошибок. Часто встречаются ошибки, связанные с неуместным употреблением канцеляризмов, а также злоупотреблением специальными терминами в ненаучном тексте и использованием разговорной и просторечной лексики в книжных текстах (см. **Задание 2**).

Можно сделать вывод, что **стилистические нормы** – это 1) правила употребления языковых средств в соответствии с выбранным стилем и 2) правила выбора стиля, соответствующего условиям общения.

Таким образом, специфические черты каждого функционального стиля можно описать, ориентируясь на целый ряд признаков, которые обознаются как **стилеобразующие факторы**, а также на его стилевые и языковые особенности. Кроме того, каждый стиль включает в себя тексты разных жанров (см. **Задание 3**).

Функциональный стиль	**Стилеобразующий фактор**						**Жанры**
	Доминирующая языковая функция	**Форма общественного сознания**	**Основная форма речи**	**Типичный вид речи**	**Тон речи**	**Тип адресата**	
Научный	Сообщение	Научное сознание	Письменная	Монолог	Нейтральный	Массовый (подготовленный к восприятию научной информации)	Учебник, монография лекция, научная статья, аннотация, реферат, конспект, тезисы, курсовая работа, выпускная работа, диссертация, доклад
Официально-деловой	Сообщение / воздействие	Правовое сознание	Письменная	Монолог	Нейтральный / императивный	Массовый	Конституция, закон, приказ, указ, распоряжение, положение, регламент, заявление, автобиография, резюме, характеристика
Публицистический	Сообщение + воздействие	Идеологическое сознание	Письменная и устная	Монолог и диалог	Обусловленный содержательно	Массовый	Репортаж, интервью, очерк, дискуссионное выступление, статья, информационная заметка
Литературно-художественный	Воздействие	Эстетическое сознание	Письменная	Обусловленный родом и жанром литературы	Обусловленный эстетической задачей	Массовый (подготовленный к восприятию классических произведений)	Роман, повесть, рассказ, новелла, стихотворение, поэма, баллада
Церковно-религиозный	Воздействие	Религиозное сознание	Письменная и устная	Монолог	Обусловленный ситуативно	Массовый	Исповедь, проповедь, житие, молитва
Разговорный	Общение	Обыденное сознание	Устная	Диалог и полилог	Обусловленный ситуативно	Личный (конкретный собеседник)	Дружеская беседа, семейная беседа, бытовой спор, байка

Задание 1. *Прочитайте тексты, посвященные одной теме. Определите функционально-стилевую принадлежность текстов, опираясь на стилеобразующие факторы и языковые особенности каждого из них.*

Текст 1

Гроза – атмосферное явление, заключающееся в электрических разрядах между так называемыми кучево-дождевыми (грозовыми) облаками или между облаками и земной поверхностью, а также находящимися над ней предметами. Эти разряды – молнии – сопровождаются осадками в виде ливня, иногда с градом и сильным ветром (иногда до шквала). Гроза наблюдается в жаркую погоду при бурной конденсации водяного пара над перегретой сушей, а также в холодных воздушных массах, движущихся на более теплую подстилающую поверхность.

Текст 2

Как передает наш корреспондент, вчера над центральными районами Пензенской области прошла небывалой силы гроза. В ряде мест были повалены телеграфные столбы, порваны провода, с корнем вырваны столетние деревья. В двух деревнях возникли пожары в результате удара молнии. К этому прибавилось еще одно стихийное бедствие: ливневый дождь вызвал сильное наводнение. Нанесен значительный ущерб сельскому хозяйству. Временно было прервано железнодорожное и автомобильное сообщение между соседними районами.

Текст 3

Доводим до Вашего сведения, что вчера после полуночи над районным центром – городом Нижний Ломов и прилегающей к нему сельской местностью – пронеслась сильная гроза, продолжавшаяся около получаса. Скорость ветра достигала 30-35 метров в секунду. Причинен значительный материальный ущерб жителям деревень Ивановка, Щепилово и Вязники, исчисляемый, по предварительным данным, сотнями тысяч рублей. Имели место пожары, возникшие вследствие удара молнии. Сильно пострадало здание школы в деревне Курково, для его восстановления понадобится капитальный ремонт. Вышедшая из берегов в результате проливного дождя река Вад затопила значительную площадь. Человеческих жертв нет. Образована специальная комиссия для выяснения размеров причиненного стихийным бедствием ущерба и оказания помощи пострадавшему местному населению. О принятых мерах будет незамедлительно доложено.

Текст 4

Ты не поверишь, какая гроза прошла вчера над нами! Я человек не робкого десятка, и то испугался насмерть.

Сначала все было тихо, нормально, я уже собирался было лечь, да вдруг как сверкнет молния, бабахнет гром! И с такой силищей, что весь наш домишко задрожал. Я уже подумал, не разломалось ли небо над нами на куски, которые вот-вот обрушатся на мою несчастную голову. А потом разверзлись хляби небесные... В придачу ко всему наша безобидная речушка вздулась, распухла и ну заливать своей мутной водицей все вокруг. А совсем рядом, что называется – рукой подать, загорелась школа. И стар и млад – все повысыпали из изб, толкутся, орут, скотина ревет – вот страсти какие! Здорово я перепугался в тот час, да, слава Богу, все скоро кончилось.

Текст 5

При Крещении священник крестообразно помазывает лоб христианина святым миром, говоря: «Печать дара Духа Святаго». Впоследствии всякий раз, когда христианин осеняет себя крестным знамением, он поклоняется спасительной Страсти Господней и призывает

крестную силу, иже есть сила крестной смерти нашего Христа. Говоря: «Кресте Христов, спаси нас силою твоею», мы призываем силу крестной жертвы Господа. Поэтому крест обладает великой силой. Например, началась гроза. Сверкают молнии, и в большой железный крест на колокольне тоже может ударить молния. Однако, если стоящий под этим железным крестом христианин имеет на себе вот такой маленький крестик и говорит: «Кресте Христов, спаси мя силою твоею», то молния ему не повредит. В первом случае действуют природные законы: молния попадает в крест и сбивает его на землю. Во втором случае такой вот малюсенький крестик хранит верующего человека, призвавшего на помощь силу Креста.

Текст 6

Между далью и правым горизонтом мигнула молния, и так ярко, что осветила часть степи и место, где ясное небо граничило с чернотой. Страшная туча надвигалась не спеша, сплошной массой; на ее краю висели большие, черные лохмотья; точно такие же лохмотья, давя друг друга, громоздились на правом и на левом горизонте. Этот оборванный, разлохмаченный вид тучи придавал ей какое-то пьяное, озорническое выражение. Явственно и не глухо проворчал гром. Егорушка перекрестился и стал быстро надевать пальто.

Вдруг рванул ветер и со свистом понесся по степи, беспорядочно закружился и поднял с травою такой шум, что из-за него не было слышно ни грома, ни скрипа колес. Он дул с черной тучи, неся с собой облака пыли и запах дождя и мокрой земли. Лунный свет затуманился, стал как будто грязнее, звезды еще больше нахмурились, и видно было, как по краю дороги спешили куда-то назад облака пыли и их тени.

Чернота на небе раскрыла рот и дыхнула белым огнем; тотчас же опять загремел гром.

Дождь почему-то долго не начинался... Было страшно темно. А молнии в потемках казались белее и ослепительнее, так что глазам было больно.

Вдруг над самой головой его [Егорушки] со страшным, оглушительным треском разломалось небо; он нагнулся и притаил дыхание, ожидая, когда на его затылок и спину посыпятся обломки... Раздался новый удар, такой же сильный и ужасный. Небо уже не гремело, не грохотало, а издавало сухие, трескучие, похожие на треск сухого дерева звуки. (*А. П. Чехов. Степь*)

Задание 2. *Найдите в следующих предложениях стилистические ошибки и запишите исправленный вариант.*

1. Некоторым министрам необходимо включить мозги, чтобы до них дошло, что на прожиточный минимум люди в России могут только существовать. **2.** В статье сообщается, что левые лекарства отследят по аптекам и конфискуют. **3.** Мэр города рассказал, что в настоящее время ведется возведение двух бюджетных высоток в Пионерском поселке. **4.** Новый сотрудник редакции сумел нарыть некий компромат на верхушку министерства, но опубликовать материалы ему не дали. **5.** Директор гимназии был в ауте, когда ему сообщили, что гимназия получила-таки грант в размере 1 млн. рублей. **6.** Бытие в хрущевках и интенсивные трудовые затраты скрашивала душевная атмосфера, царившая в те годы в коллективе. **7.** Благополучие родных деревень отстаивает наш председатель, который по восемнадцать часов в сутки мотается по полям, фермам, частит по делам в Екатеринбург. **8.** Трудно понять, почему ученый допустил такую промашку в расчетах. **9.** Семь школ, которые дислоцируются в нашем районе, переполнены, поэтому некоторым детям приходится ездить за тридевять земель. **10.** Избранников народа одолевает такое количество проблем, что у некоторых уже крыша поехала.

Задание 3. *Определите, к какому стилю принадлежит каждый из предложенных текстов*[6]*. Попытайтесь обосновать свою точку зрения.*

Текст 1

В психологии и этике делового общения речь пойдет не столько об абстрактных общепсихологических категориях и принципах, сколько о профессиональных психологических и в то же время практически ориентированных знаниях, которые могут обеспечить успех той или иной деятельности. Под **деловым** понимается общение, обеспечивающее успех какого-то общего дела, создающее условия для сотрудничества людей, чтобы осуществить значимые для них цели. Деловое общение содействует установлению и развитию отношений сотрудничества и партнерства между коллегами по работе, руководителями и подчиненными, партнерами, соперниками и конкурентами. Оно предполагает такие способы достижения общих целей, которые не только не исключают, но, наоборот, предполагают также и достижение лично значимых целей, удовлетворение личных интересов.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 2

Веруем в Единого Бога Отца Всемогущего, Творца неба и земли.

Веруем также в Иисуса Христа, Его Единородного Сына и Господа нашего, Который был зачат Духом Святым, рожден девой Марией, Который страдал во времена Понтия Пилата, был распят, умер и был погребен, сошел в царство смерти, на третий день воскрес из мертвых, вознесся на Небо и воссел одесную Всемогущего Бога Отца, откуда вернется судить живых и мертвых.

Веруем также во Святого Духа, Святую Соборную Церковь, собрание святых, в прощение грехов, воскресение мертвых и жизнь вечную.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 3

В Горном университете прошел День открытых дверей. На площадке перед Большим актовым залом – Залом УГМК развернулся настоящий наукоград: кроме презентации различных направлений подготовки, школьников ждали специализированные мастер-классы.

Об основах робототехники будущим абитуриентам рассказывали сотрудники кафедры горных машин и комплексов и робот Герман. О далеких экспедициях и романтике походов – студенты-геологоразведчики. У стенда **Уральского геологического музея** ребята рассматривали минералы под микроскопом, а вместе с инструкторами **студенческого патриотического центра «Святогор»** учились основам безопасного обращения с оружием.

[6] Задание может быть выполнено как тестовое.

Всего на **День открытых дверей** в **Горный университет** пришли около тысячи школьников. Многие из них уже серьезно задумались о том, чтобы стать частью дружной семьи горняков.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 4

В соответствии с Федеральным законом от 18.06.2001 N 77-ФЗ «О предупреждении распространения туберкулеза в Российской Федерации», Постановлением Правительства РФ от 25.12.2001 N 892 «О реализации Федерального закона «О предупреждении распространения туберкулеза в Российской Федерации», санитарно-эпидемиологическими правилами СП 3.1.2.3114-13 «Профилактика туберкулеза» и в целях раннего выявления заболеваний органов грудной клетки среди студентов и сотрудников университета

ПРИКАЗЫВАЮ:

Организовать с 10 апреля по 12 мая 2017 года флюорографический профилактический осмотр студентов и сотрудников университета в передвижном цифровом флюорографическом кабинете, установленном во дворе I учебного здания, с предъявлением каждым студентом и сотрудником копии полиса обязательного медицинского страхования.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 5

Страны, которые являются участниками процесса торговли минеральным сырьем, решают разные задачи, что отражается на структуре их экономики, влияет на характер воспроизводственных процессов, порождает специфические для каждой страны проблемы. Взаимодействие экспортеров и импортеров сырья накладывает отпечаток на международные отношения, являясь причиной возникновения конфликтов, создания экономических и военно-политических союзов. Стремление к поддержанию и расширению экспорта вызывает дополнительные потребности в производстве сырья внутри страны, в развитии минерально-сырьевой базы. Импорт сырья следует рассматривать как источник удовлетворения потребностей и стимулирование развития несырьевых отраслей.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 6

Отец наш шибко тада заболел // У него было очень больное сердце // А что такое больное сердце в те годы / это же неизлечимая болячка! Он работал у нас мастером в заводе / в формовочном цехе / где делались изделия для сталелитейного завода / для нижнетагильского // Ковшовые кирпичи / розетки / воронки всякие / сифоны / вообщем / всякая всячина // Всё было для фронта / всё для победы // Щас этого никто не понимает / особенно нынешняя молодёжь // Какие же тяжёлые дни пережило наше поколение! И не дай

вам Бог узнать / что такое война! Да даже твои родители ещё воспитывались в этом послевоенном духе // Ну да ладно / всё равно меня трудно понять…

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 7

Реклама работает на подсознательном уровне, обращается к иррациональному в природе человека. Ее влияние и глубже и сильнее, чем мы думаем, потешаясь над каким-нибудь слабоумным персонажем вроде пропагандиста бытовой техники. Кого и в чем может убедить этот шут гороховый? Оказалось – нас. Но не в том, что его товары дешевле и лучше, а совсем в другом – в преимуществе нового образа жизни.

От рекламы не требуется реализма. Задавая высокие нравственные стандарты, она порождает особое позитивное мышление. Задача рекламы состоит в том, чтобы потребитель подсознательно стремился отождествить себя с героем «коммершелз». Тогда он купит сковородку не для того, чтобы жарить яичницу, а для того, чтобы стать участником идеальной экранной жизни.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 8

Наутро поднявшееся яркое солнце быстро съело тонкий ледок, подернувший воды, и весь теплый воздух задрожал от наполнивших его испарений отжившей земли. Зазеленела старая и вылезающая иглами молодая трава, надулись почки калины, смородины и липкой спиртовой березы, и на обсыпанной золотым светом лозине загудела выставленная облетавшаяся пчела. Залились невидимые жаворонки над бархатом зеленей и обледеневшим жнивьем, заплакали чибисы над налившимися бурою неубравшеюся водой низами и болотами, и высоко пролетели с весенним гоготаньем журавли и гуси. Заревела на выгонах облезшая, только местами еще не перелинявшая скотина, заиграли кривоногие ягнята вокруг теряющих волну блеющих матерей, побежали быстроногие ребята по просыхающим, с отпечатками босых ног тропинкам, затрещали на пруду веселые голоса баб с холстами, и застучали по дворам топоры мужиков, налаживающих сохи и бороны. Пришла настоящая весна.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 9

К нашему большому сожалению, мы должны сообщить Вам, что партия лакокрасочных материалов, отгруженных Вами на судне «Ленинград» по контракту 27-005/40289, не соответствует по качеству нашим спецификациям, на основании которых был заключен контракт.

Согласно параграфу № 03 в договоре, мы имеем право отказаться от приемки этой партии товара. Однако, принимая во внимание наши длительные деловые отношения и то

обстоятельство, что предыдущие поставки лакокрасочных материалов в счет данного контракта были произведены в соответствии с условиями договора и надлежащего качества, мы согласны принять эту партию товара, если Вы предоставите нам скидку в 10 %.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 10

Человек должен быть широк. Из универсализма вытекает креативность, а ЕГЭ не обеспечивает ни того, ни другого. Даже те ребята, которые прекрасно сдали тесты по выбранным предметам, далеко не всегда в состоянии объяснить, откуда взялись все эти ответы, вывести их самостоятельно. А предложение «докрутить» чуть дальше и глубже вообще ставит в тупик: «Почему вы у нас спрашиваете то, что вы нам не рассказали?» Но креативность как раз и состоит в умении давать такие ответы. Учащийся – это же не шляпа, в которую положили кролика, чтобы его же и достать. Это неинтересно.

Убрать ЕГЭ нельзя. Но если оставить все как есть, мы обречены на дальнейшее отставание в науке, в любых творческих профессиях. Поэтому необходимо уточнить функционал ЕГЭ. А для этого надо все же назвать кошку кошкой и понять, что такое образование.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 11

На религию после революции 1917 года было наложено так называемое табу. Христианское вероисповедание и все реалии, связанные с ним, воспринимались только как культурное наследие и пережиток царского режима. Соборы и церкви были лишь памятниками архитектуры, жития святых – памятниками литературы, иконы и фрески – памятниками художественного творчества. Очень многие храмы были разрушены или применялись не по своему прямому назначению; они становились складами, конторами, монастыри превращались в тюрьмы и колонии. Люди, особенно священнослужители, преследовались за свою веру. Как следствие, лексика религиозного характера со временем стала постепенно переходить в пассивный состав языка, используясь в основном в составе фразеологизмов и афоризмов (как Бог на душу положит; как у Христа за пазухой; человек предполагает, а Бог располагает). Некоторые слова изменили свою семантику (воскресение, братия), многие приобрели в современном русском языке отрицательную окраску (вертеп).

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

ТЕМА 10. НАУЧНЫЙ СТИЛЬ

Цель – познакомиться со спецификой научного стиля, научиться определять основные стилевые и языковые особенности научных текстов.

КОНСПЕКТ следующего материала к занятию (основные понятия выделены в тексте):

Научный стиль – один из важнейших функциональных стилей литературного языка, относящийся к письменно-книжному типу речи и обслуживающий сферу науки и производства. Цель текста научного стиля может заключаться в передаче объективной информации о природе, человеке и обществе, доказательстве ее новизны, истинности или ценности.

Основные стилевые черты научного стиля:

– **объективность**, которая проявляется в изложении разных точек зрения на рассматриваемую проблемы, в отсутствии субъективных оценок при передаче содержания, в безличности языкового выражения, в сосредоточенности на предмете высказывания;

– **логичность**, которая проявляется в последовательности и непротиворечивости изложения научной теории и создается с помощью особых синтаксических конструкций (сложные предложения с придаточными причины, условия, следствия; предложения с вводными словами *во-первых*, *во-вторых*, *наконец*, *итак*, *следовательно* и др.);

– **доказательность**, которая проявляется в цепочке рассуждений, аргументации определенных положений и гипотез;

– **точность**, которая достигается благодаря использованию терминов (т. е. слов и словосочетаний, обозначающих понятия особой области знания или деятельности), однозначных слов; четким оформлением синтаксических связей;

– **обобщенность** и **отвлеченность**, которые проявляются в отборе слов (преобладание имен существительных над глаголом, общенаучные слова, имена существительные с абстрактным значением, конкретные существительные в обобщенном значении), в употреблении грамматических форм (глаголы настоящего времени во «вневременном» значении, возвратные и безличные глаголы, преобладание форм 3-го лица, форм несовершенного вида), в использовании синтаксических конструкций (неопределенно-личные предложения, страдательные обороты), в существовании авторского «мы», характерного только для научного стиля;

– **насыщенность фактической информацией**;

– **отсутствие выражения эмоций** (отсутствуют разговорные элементы, эмоционально-экспрессивная лексика, неполные конструкции и т. п.).

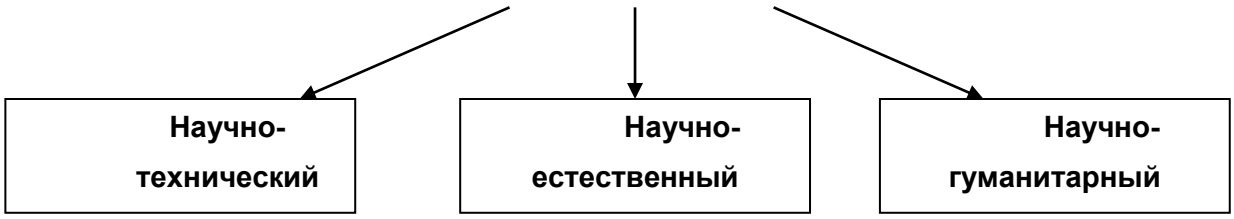
Основные языковые особенности научного стиля:

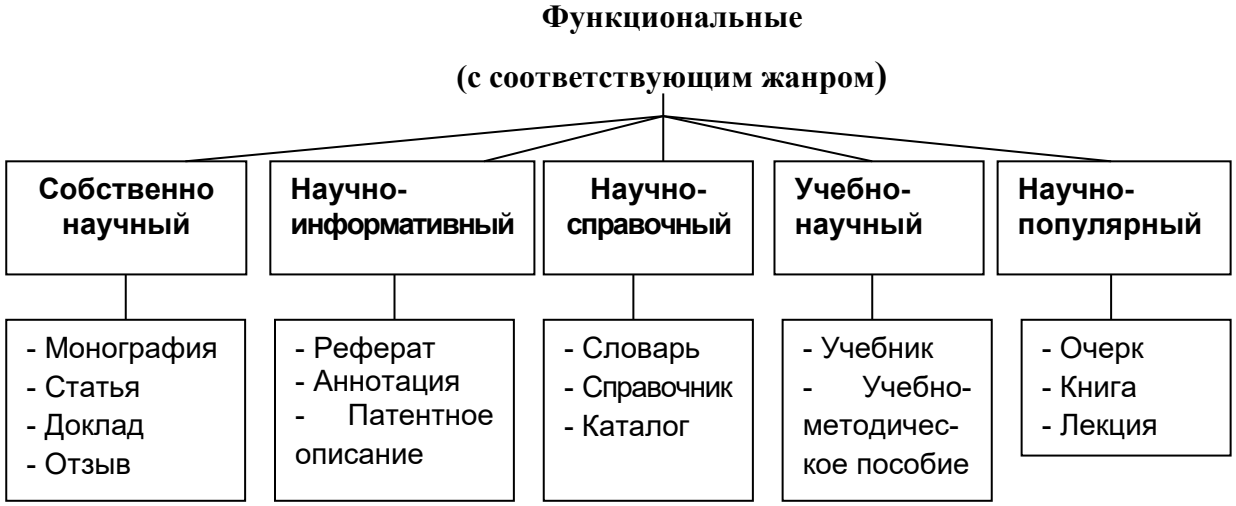
Языковые особенности	Примеры
Лексические	
1) термины	*обогащение полезных ископаемых, месторождение, осадочные породы, смешанослойный минерал, рудное тело* и др.
2) общенаучная лексика	*закон, теория, аспект, носитель, конструкция* и др.
3) книжная лексика абстрактного значения	*применение, явление, замедление, обязательство, подготовка* и др.
Морфологические	
1) частотность существительных	(Примерно 40 % существительных на единицу текста)

2) частотность форм родительного падежа существительных	*попадание в водоемы масло-смазывающих продуктов* (род. п.) *отдельных узлов* (род. п.) *механического оборудования* (род. п.) *гидротехнических сооружений* (род. п.) и т. п.
3) широкое использование существительных среднего рода	*отношение, употребление, дело, доказательство, заполнение* и др.
4) преобладание глаголов несовершенного вида настоящего времени	*равняется, оказывается, возрастает, наблюдается, составляет* и др.
5) полузнаменательные глаголы-связки	*есть, быть, являться*
6) употребление причастий и деепричастий	*подчеркнутый, обрабатываемый, соответствующий; замечая, решая, сменив* и др.
Синтаксические	
1) вводные слова и конструкции	*вероятно, возможно, таким образом; по словам ученых, по мнению большинства исследователей* и др.
2) бессубъектные конструкции	*карьер был разработан; оборудование было закуплено; проект был одобрен* и др.
3) безличные предложения	*необходимо отметить; следует подчеркнуть; можно сделать ряд выводов* и др.
4) обобщенно-личные предложения	*подчеркнем следующие положения; выделим важные особенности; отметим ряд недостатков* и др.
5) цепочки однородных членов	*Хорошие каталоги Интернета обеспечивают разнообразный дополнительный сервис: поиск по ключевым словам в базе данных, списки последних поступлений, списки наиболее интересных из них, выдачу случайной ссылки, автоматическое оповещение по электронной почте о свежих поступлениях.*
6) многокомпонентные сложные предложения с союзной связью	*Если эксперимент оправдывает надежды, то гипотеза детализируется и конкретизуется, а затем ставится новый эксперимент.*

Подстили научной речи:

Тематические





Задание 1. *Проанализируйте текст по следующей схеме:*

1. *Охарактеризуйте текст по стилеобразующим факторам научного стиля.*

2. *Докажите принадлежность текста к научному стилю с опорой на основные стилевые черты.*

3. *Определите отнесенность текста к тематическому и функциональному подстилю научного стиля.*

4. *Составьте план текста и сформулируйте главную мысль.*

5. *Выделите в тексте языковые особенности научного стиля.*

Вариант 1: ПРИКЛАДНАЯ ГЕОЛОГИЯ[7]

В геологии существует более ста различных специальностей и специализаций. Одни из них тесно связаны с химией (геохимическое направление), другие – с физикой (геофизическое направление), третьи – с биологией (палеонтологическое и палеобиологическое направления), четвертые – с математикой и кибернетикой (компьютерное моделирование геологических процессов), пятые – с астрономией и астрофизикой (космическая геология) и т. д.

В недрах Земли находятся залежи полезных ископаемых, вопросами поиска и разведки которых занимается геология. На земной поверхности протекают разнообразные геологические процессы, люди возводят здания и различные инженерные сооружения, строят транспортные магистрали. Задачей геологов является обеспечение их устойчивости и безопасного функционирования. Правильное решение этих двух основных практических задач немыслимо без глубокого знания общих закономерностей строения и развития отдельных геосфер. Раскрытие данных закономерностей и познание лежащих в их основе причин невозможны без изучения всей Земли, так как наша планета представляет собой единую природную среду и развивается так же, как и все планеты Солнечной системы.

Знание происхождения и эволюции Земли, условий образования и развития земной коры, ее строения и состава во взаимодействии с внешними оболочками – водной (гидросферой) и воздушной (атмосферой), а также с внутренними оболочками – земным ядром и мантией – составляет необходимое звено мировоззрения. Оно позволяет понять, как

[7] Геология: учебник для студ. высш. учеб. заведений / Н. В. Короновский, Н. А. Ясаманов. – 7-е изд., перераб. – М.: Издательский центр «Академия», 2011. С. 6-7.

осуществляется постепенный переход от неживого неорганического мира к органическому, как эволюционируют живые существа и вместе с ними изменяются геологические процессы.

Велико и познавательно значение геологии как науки о Земле, ее строении, происхождении и развитии. Она затрагивает проблемы происхождения и эволюции жизни и природных условий. Геология всегда стояла в центре ожесточенной борьбы научных воззрений и научных школ против религиозных предрассудков.

Практическое значение геологии огромно и разнообразно. Весь арсенал современной науки и техники основан на использовании продуктов земных недр – нефти, угля, различных металлов, строительных материалов, подземных вод и др. Воды минеральных источников используют в лечебных и бальнеологических целях. Для поисков, разведки и извлечения разнообразного минерального сырья из земных недр требуется прежде всего разработка методов обнаружения залежей полезных ископаемых, которые необходимы для промышленности, сельского хозяйства и строительства.

Среди полезных ископаемых различают рудные, или металлические, из которых добывают различные металлы, и нерудные, или неметаллические. Из последних добывают удобрения, каменную соль, серу, строительные материалы, драгоценные (алмаз, рубин, сапфир, изумруд), полудрагоценные (аметист, циркон, топаз, цитрин, нефрит, малахит и др.) и поделочные камни (яшма, кварциты и др.), а также горючие полезные ископаемые (нефть, каменный и бурый уголь, горючие сланцы, газ). Подземные воды (пресные и минеральные) также являются полезными ископаемыми. Поисками залежей подземных вод и практическим их использованием занимается специальная отрасль геологии – гидрогеология. В особые научные дисциплины выделились геология рудных и геология нерудных месторождений, геология горючих полезных ископаемых. Без знания геологического строения территории не обходится ни одно строительство промышленных и гражданских зданий, транспортных магистралей, трубопроводов и средств связи. Эта особая отрасль геологии именуется инженерной геологией. Работами, проводимыми в районах развития многолетней мерзлоты, занимается такая наука, как мерзлотоведение.

Все перечисленные специальные научные дисциплины образуют самостоятельный раздел геологии, который называется *практической*, или *прикладной*, геологией.

ВАРИАНТ 2: ГЕОЛОГИЯ И РАЗВЕДКА МЕСТОРОЖДЕНИЙ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ[8]

Современная мировая экономика характеризуется неуклонным ростом потребления минерального сырья, расширением круга используемых в промышленности элементов, вовлечением в производство новых типов месторождений полезных ископаемых. Укрепление и совершенствование минерально-сырьевой базы России – основная задача геологической службы.

Обеспечение ресурсами и запасами не только действующих отраслей горнодобывающей промышленности, но и ее перспективных направлений требует оперативного решения проблемы освоения новых видов полезных ископаемых. Успешное осуществление геолого-разведочных работ возможно лишь при условии постоянного совершенствования теории и методов поисков и разведок месторождений полезных

[8] Геология и разведка месторождений полезных ископаемых: учебник для студ. учреждений высш. проф. образования / [В. В. Авдонин, В. В. Мосейкин, Г. В. Ручкин и др.]; под ред. В. В. Авдонина. – М.: Издательский центр «Академия», 2011. С. 5-6.

ископаемых. Результативность геолого-разведочной отрасли определяется уровнем научных и методических разработок, степенью использования современных поисково-разведочных средств.

Научные основы поисков и разведок месторождений полезных ископаемых созданы трудами нескольких поколений отечественных геологов, среди которых в первую очередь необходимо назвать Г. Д. Ажгирея, Я. Н. Белевцева, А. Г. Бетехтина, Ю. А. Билибина, П. П. Бурова, А. Б. Каждана, В. М. Крейтера, В. А. Обручева, А. П. Прокофьева, В. И. Смирнова, С. С. Смирнова, А. А. Якжина и др.

Многими ведущими учеными были написаны замечательные учебники и методические руководства по поискам и разведкам месторождений, не утратившие своего значения до настоящего времени. Тем не менее в последние годы произошли существенные изменения в самой структуре минерально-сырьевой базы, оценке перспектив использования природных ресурсов и методов их вовлечения в промышленное использование.

В геолого-разведочной отрасли можно отметить несколько областей, в которых наблюдаются наиболее значимые изменения.

Во-первых, это касается совершенствования теории и методики поисковых работ. Во-вторых, широкое внедрение компьютерных технологий во все направления геолого-разведочного процесса качественно изменило методику подсчета запасов и оценки месторождений на всех стадиях их освоения.

Существенные изменения происходят и в методике добычных работ, в особенности в связи с требованиями экологической безопасности.

Наконец, необходимо учитывать еще одно важное обстоятельство. Наряду с неуклонно возрастающей потребностью в различных видах минерального сырья отчетливо проявляется тенденция истощения минерально-сырьевой базы, снижения открываемости новых месторождений, вовлечения в промышленное производство неблагоприятных по геологической позиции месторождений и руд более низкого качества. Эти причины стимулируют повышенный интерес к минерально-сырьевому потенциалу Мирового океана. Вследствие интенсификации научно-исследовательских и поисково-разведочных работ в океане в последние годы сложилась качественно новая ситуация – возникла необходимость решения проблем освоения минерально-сырьевых ресурсов океана в практической плоскости, что ознаменовалось интенсивными усилиями по разработке теоретических основ, методики и технических средств морских геолого-разведочных работ.

Авторский коллектив настоящего учебника постарался отразить в нем все важнейшие достижения, касающиеся поисков, разведки и эксплуатации месторождений и характеризующие современное состояние геолого-разведочной отрасли.

Вариант 3: ОСНОВЫ ГОРНОГО ДЕЛА[9]

Полезные ископаемые, располагающиеся в земной коре в пределах территории страны, образуют ее минерально-сырьевую базу. Эти природные ресурсы называют богатством недр государства.

---

[9] Городниченко В. И., Дмитриев А. П. Основы горного дела: учебник для вузов. М.: Издательство «Горная Книга», Издательство московского государственного горного университета, 2008. С. 7-8.

Добычу полезных ископаемых обеспечивают горно-добывающие отрасли промышленности, перспективы развития которых зависят прежде всего от состояния природных ресурсов. Их освоение играет важнейшую роль в развитии экономики России.

В нашей стране выявлены в промышленных концентрациях все виды минерального сырья, используемого в мировой практике.

Оценка прогнозных ресурсов, которую сегодня осуществляют в основном до глубины освоенных промышленностью недр, составляющей для твердых полезных ископаемых около 1 км, свидетельствует о том, что в России в обозримом будущем исчерпания минеральных ресурсов не предвидится, тем более что результаты исследований сверхглубоких скважин подтверждают наличие промышленных концентраций полезных компонентов на глубинах до 10 км.

По данным Министерства природных ресурсов России, в нашей стране 60–70 % запасов важнейших видов полезных ископаемых сосредоточено в ограниченном числе крупных месторождений. В настоящее время сохраняют свое значение освоенные крупные месторождения полезных ископаемых и имеют большие перспективы развития месторождения в регионах Сибири, Дальнего Востока и Севера.

В Сибири находится около 84 % разведанных запасов угля России (категории А, В, Сi), из них бурых и каменных углей примерно поровну. В этих запасах сосредоточено до 90 % коксующихся углей России и около 85 % особо ценных для коксования углей марок ГЖ, Ж, КЖ, К, ОС.

В настоящее время в Сибири, включая республику Саха, добывается около 70 % углей России. Как считают эксперты, этот показатель будет возрастать в связи с сокращением добычи угля в европейской части страны, а также на Урале и Дальнем Востоке. Можно предположить, что основная роль в обеспечении потребностей страны в углях в будущем будет принадлежать Кузбассу.

Повышение эффективности производства имеет особое значение для горно-добывающих отраслей промышленности, которые обеспечивают топливом, минеральным сырьем и материалами многие отрасли экономики страны: черную и цветную металлургию, энергетику, химическую, строительных материалов, сельское хозяйство и др.

Результаты работы горных предприятий в значительной степени определяют уровень эффективности производства во всех других отраслях, потребляющих их продукцию.

Так, в общих затратах на производство цветных металлов затраты на добычу руды составляют более 50 %. В затратах на производство электроэнергии 60–70 % составляют затраты на топливо.

Повышение эффективности горного производства должно осуществляться путем его технического перевооружения, обеспечивающего снижение затрат на производство продукции, повышение качества продукции, экономное и рациональное использование трудовых и материальных ресурсов, комплексное освоение богатства земных недр.

Задание 2. *Отредактируйте предложения таким образом, чтобы они соответствовали научному стилю, запишите исправленный вариант. Определите, с чем связаны допущенные ошибки.*

1. В своей курсовой работе я хотел бы ответить на очень актуальные в наше нелегкое время вопросы. **2.** Авторы этих статей абсолютно неправильно думают, что только их точка зрения имеет право на существование. **3.** Выводы оказались неожиданными, на первый взгляд просто сумасшедшими. **4.** Однако вначале необходимо разобраться, есть ли угроза

энергетического голода. **5.** Мне кажется, что первый способ решения проблемы более целесообразный. **6.** Стоит представить, а какой будет польза от этого изобретения. **7.** Компьютерный вирус – это сильный паразит! **8.** Современное состояние экономики, энергетики и экологии выдвигает необходимость проведения интердисциплинарных исследований. **9.** Это приводит к необходимости изыскания и выделения огромных усилий общества, чтобы противостоять результатам экологически опасных действий. **10.** В настоящее время сетевые технологии претерпевают бурное развитие. **11.** Свобода в современной России – это не столько свобода сотрудничества и доброжелательного диалога, как своевольное навязывание своего понимания свободы ради сокрушения чужой. **12.** Математическая модель включала в себя систему уравнений, описывающая течение газа около криволинейной поверхности. **13.** Земля должна рассматриваться как некая квазизамкнутая система, ресурс жизнеобеспечения которой большой, но ограничен. **14.** Изучение новых материалов дает свои плоды. **15.** Используя метод аналогий, на кафедре систем управления разработан комплекс программных средств для изучения систем путем их моделирования.

ТЕМА 11. ОФИЦИАЛЬНО-ДЕЛОВОЙ СТИЛЬ

Цель – познакомиться со спецификой официально-делового стиля, научиться определять основные стилевые и языковые особенности документов, их жанр, видеть реквизиты.

КОНСПЕКТ следующего материала к занятию (основные понятия выделены в тексте):

Официально-деловой стиль – это стиль, который обслуживает правовую и административно-общественную сферы деятельности. Он используется при написании документов, деловых бумаг и писем в государственных учреждениях, суде, а также в разных видах делового устного общения.

Среди книжных стилей официально-деловой стиль выделяется относительной устойчивостью и замкнутостью. С течением времени он, естественно, подвергается некоторым изменениям, но многие его черты: исторически сложившиеся жанры, специфическая лексика, морфология, синтаксические обороты – придают ему в целом консервативный характер.

Основные стилевые черты официально-делового стиля:

– **объективный**, **абстрагированный (неличный) характер изложения**, который проявляется в отсутствии субъективных оценок при передаче содержания, в безличности языкового выражения (отсутствуют местоименные и глагольные формы 2-го лица, ограничены – 1-го лица);

– **точность и детальность изложения**, которые не допускают каких-либо разночтений; быстрота понимания не является важной, так как заинтересованный человек в случае необходимости прочитает документ несколько раз, стремясь к полному пониманию;

– **стандартизированность**, **стереотипность изложения**, которая проявляется в том, что разнородные явления жизни в официально-деловом стиле укладываются в ограниченное количество стандартных форм (*анкета*, *справка*, *инструкция*, *заявление*, *деловое письмо* и т. д.);

– **долженствующе-предписующий характер изложения**, т. е. **волюнтативность** (выражение воли), которая в текстах выражается семантически (подбором слов) и грамматически (формы первого лица глагола – *предлагаю*, *приказываю*, *поздравляю*; формами долженствования – *надлежит*, *необходимо*, *следует*, *предлагается*);

– **отсутствие выражения эмоций и оценок** (не употребляются эмоционально-экспрессивные средства).

Эти черты находят свое выражение 1) в отборе языковых средств (лексических, морфологических и синтаксических); 2) в оформлении деловых документов.

Основные языковые особенности официально-делового стиля:

Языковые особенности	Примеры
Лексические	
1) языковые штампы (канцеляризмы, клише)	*ставить вопрос, на основании решения, по собственному желанию, по семейным обстоятельствам, входящие-исходящие документы, контроль за исполнением возложить, по истечении срока* и др.
2) профессиональная терминология	*недоимка, алиби, черный нал, теневой бизнес, жилищный найм, прокурорский надзор, единовременное пособие* и др.
3) архаизмы	*оным удостоверяю, сей документ, в надлежащем виде, во избежание* и др.
4) тяготение к использованию родовых понятий с широкой и бедной семантикой	*прибыть* (вместо *приехать, прилететь, прийти* и т. д.), *транспортное средство* (вместо *автобус, самолет, «Волга»* и т. д.), *населенный пункт* (вместо *деревня, город, село* и т. д.), *помещение (вместо: квартира, цех, ангар, вестибюль, кров, обитель, апартаменты и т. д.)*
Морфологические	
1) существительные-названия людей по признаку, обусловленному действием	*налогоплательщик, ответчик, арендатор, свидетель* и др.
2) существительные, обозначающие должности и звания в форме мужского рода	*сержант полиции Ушакова, инспектор Неверова, ответчик Прошина* и др.
3) отглагольные существительные с частицей *не-*	*нелишение, неявка, несоблюдение, непризнание* и др.
4) производные предлоги	*в связи, в течение, за счет, в силу, по мере, в отношении, на основании* и др.
5) инфинитивные конструкции	*провести осмотр, оказать помощь, доказать невиновность* и др.
6) глаголы настоящего времени в значении обычно производимого действия	*обвиняемому обеспечивается право на защиту, за неуплату взимается штраф* и др.

7) сложные слова, образованные от двух и более основ	*бракосочетание, правонарушение, налогообложение, землепользование, пассажироперевозки, дачевладелец, нетрудоспособность, работодатель, квартиросъемщик, материально-технический, осенне-зимний, ремонтно-эксплуатационный, вышеуказанный, нижепоименованный* и др.
8) нанизывание существительных с суффиксом *-ние*	*Приготовлением к преступлению признается приискание и приспособление средств или орудий или умышленное создание условий для совершения преступлений....*
9) гигантский пласт официальных наименований номенклатуре учреждений, профессий, должностей и т. п.	*Российское акционерное общество «Единая энергетическая система России», Открытое акционерное общество «Нефтяная компания «Лукойл», Всероссийский научно-исследовательский институт документоведения и архивного дела, главный научный сотрудник, заместитель командира полка по инженерной службе, главный специалист сектора делопроизводства компании, председатель Военной коллегии Верховного Суда Российской Федерации, депутат Государственной Думы РФ и др.*
10) широкое использование аббревиатур	*РФ, МИД, МЧС, ФСБ, РЖД, Сбербанк, МОК, СМИ, РПЦ, УГГУ, ЕГЭ, ОСАГО, ТРЦ, ТК, УФМС, МОУ, ФГБОУ, ГТО, ГОСТ, ФГОС, КамАЗ, Роспечать и др.*
11) употребление цепочки имен существительных в родительном падеже	*Для применения (род. п.) мер (род. п.) общественного воздействия (род. п.); в целях широкой гласности (род. п.) работы (род. п.) Министерства (род. п.) высшего образования (род. п.); результаты деятельности (род. п.) органов (род. п.) налоговой полиции (род. п.)* и др.
Синтаксические	
1) употребление простых предложений с однородными членами, причем ряды этих однородных членов могут быть весьма распространенными (до 8–10)	*Объектами общей собственности крестьянского хозяйства является имущество: земельный участок, насаждения, хозяйственные или иные постройки, мелиоративные и другие сооружения, продуктивный и рабочий скот, птица, сельскохозяйственная и иная*

	техника, оборудование, транспортные средства, инвентарь и другое имущество и др.
2) наличие пассивных конструкций	*платежи вносятся в указанное время, сроки выплат установлены на год* и др.
3) преобладание сложных предложений, в особенности сложноподчиненных, с придаточными условия	*При наличии спора о размерах причитающихся уволенному работнику сумм администрация обязана уплатить указанное в настоящей статье возмещение в том случае, если спор решен в пользу работника*.

Документ – зафиксированная на материальном носителе информация с реквизитами, позволяющими её идентифицировать.

Форма документа (схема, отражающая семантико-информативную структуру текста) предоставляет в распоряжение его составителя определенный набор **реквизитов** (необходимые элементы оформления документа) и определенную их **композицию** (последовательность и порядок их размещения в тексте). Состав реквизитов, требования к реквизитам и бланкам документов устанавливаются ГОСТом. В настоящее время это ГОСТ Р 6.30-2003 «Унифицированные системы документации. Унифицированная система организационно-распорядительной документации. Требования к оформлению документов».

	Состав реквизитов документа
1.	Государственный герб Российской Федерации
2.	Герб субъекта Российской Федерации
3.	Эмблема организации или товарный знак
4.	Код организации
5.	Основной государственный регистрационный номер юридического лица (ОГРН)
6.	Идентификационный номер налогоплательщика / код причины постановки на учет (ИНН / КПП)
7.	Код формы документа
8.	Наименование организации
9.	Справочные данные об организации
10.	Наименование вида документа (жанр документа)
11.	Дата составления документа
12.	Регистрационный номер документа
13.	Ссылка на регистрационный номер или дату документа
14.	Место составления или издания документа
15.	Адресат
16.	Гриф утверждения документа
17.	Резолюция
18.	Заголовок к тексту
19.	Отметка о контроле
20.	Текст документа
21.	Отметка о наличии приложения
22.	Подпись

23.	Гриф согласования документа
24.	Визы согласования документа
25.	Оттиск печати
26.	Отметка о заверении копии
27.	Отметка об исполнителе
28.	Отметка об исполнении документа и направлении его в дело
29.	Отметка о поступлении документа в организацию
30.	Идентификатор электронной копии документа

Состав реквизитов конкретного документа определяется его видом и назначением. К наиболее частотным реквизитам можно отнести: **адресата**, **адресанта**, **название жанра документа**, **основной текст документа**, **список приложений**, **дату** и **подпись**. Логическому делению текста способствует его рубрикация, деление на части с помощью внутренних заголовков, подзаголовков, нумерация или графически единообразное выделение всех однотипных частей.

Способы классификации документов:

1. ***По месту составления***: *внутренние* и *внешние* документы. **Внутренний** документ создаётся в рамках одной организации, где работают и составитель, и адресат текста (*приказы администрации предприятия, служебные записки, должностные инструкции* и др). **Внешние** документы предназначаются адресатам, работающим на других предприятиях (*все виды деловых писем, приказы и распоряжения вышестоящих организаций* и др.).

2. ***По содержанию***: *простые* и *сложные*. **Простые** документы посвящены решению одного вопроса (*заявление*, *объяснительная записка* и другие виды личной документации), **сложные** – двух и более (*приказы*, *письма*, *инструкции*).

3. ***По форме***: *индивидуальные* и *типовые*. **Индивидуальные** документы предполагают некоторую самостоятельность текста и элементы творческого подхода, что не исключает их стандартизованности (*отдельные виды писем, служебных и докладных записок*). **Типовые** документы строятся на базе заранее заданного текста путём видоизменения его отдельных элементов; чаще всего эти документы одинаковы для групп однородных предприятий (*штатное расписание, положение о персонале* и др.). Если в типовом документе постоянные элементы отпечатаны типографским способом, а для переменных предусмотрены пробелы, которые заполняются при его составлении, то такой документ называют **трафаретным** (*анкеты, некоторые виды справок, трудовые договоры*).

4. ***По срокам исполнения***: *срочные* и *бессрочные*. В **срочных** документах содержится указание на выполнение некоторых действий в ограниченный временной период (*распоряжения, указания* и др.). Действие **бессрочных** документов не ограничено временными рамками (*указы, законы, некоторые виды инструкций*).

5. ***По происхождению***: *служебные* и *личные*. **Служебные** документы направлены на реализацию интересов организации (*приказы, деловые письма, контракты*). **Личные** документы, как правило, отражают взаимодействие отдельного физического лица с официальными органами или другими лицами (*заявление, доверенность, расписка, объяснительная записка* и др.).

6. ***По виду оформления***: *подлинник* (подписанный и надлежащим образом оформленный экземпляр документа, составленный в первый раз), *копия* (абсолютно точно

воспроизводит подлинник, но имеет ограниченную юридическую силу, за исключением нотариально заверенных.), *дубликат* (копия, имеющая одинаковую силу с подлинником, выдающаяся в случае его утери) и *выписки* (воспроизведение только одной из частей подлинника).

7. ***По функции***: **организационные** документы, направленные на регламентацию деятельности организации или предприятия (*устав, положение, штатное расписание, положение о персонале, должностную инструкцию*), **распорядительные** документы, содержащие конкретные распоряжения (*приказы, распоряжения, указания, решения*)., **информационно-справочные** документы, документы **по персоналу предприятия** (*трудовой договор, личные карточки, учётные карточки, анкеты*), **письма**, **договоры**.

Задание 1. *Проанализируйте текст официально-делового стиля:*

1. *Укажите характеристику данного текста с точки зрения классификации документов.*

2. *Обозначьте реквизиты и композиционные элементы государственного документа.*

3. *Опишите стилевые и языковые особенности текста*[10].

Федеральный закон от 1 июня 2005 г. N 53-ФЗ
«О государственном языке Российской Федерации»

С изменениями и дополнениями от: 2 июля 2013 г., 5 мая 2014 г.
Принят Государственной Думой 20 мая 2005 года
Одобрен Советом Федерации 25 мая 2005 года

Настоящий Федеральный закон направлен на обеспечение использования государственного языка Российской Федерации на всей территории Российской Федерации, обеспечение права граждан Российской Федерации на пользование государственным языком Российской Федерации, защиту и развитие языковой культуры.

Статья 1. Русский язык как государственный язык Российской Федерации

1. В соответствии с Конституцией Российской Федерации государственным языком Российской Федерации на всей ее территории является русский язык.

2. Статус русского языка как государственного языка Российской Федерации предусматривает обязательность использования русского языка в сферах, определенных настоящим Федеральным законом, другими федеральными законами, Законом Российской Федерации от 25 октября 1991 года N 1807-I «О языках народов Российской Федерации» и иными нормативными правовыми актами Российской Федерации, его защиту и поддержку, а также обеспечение права граждан Российской Федерации на пользование государственным языком Российской Федерации.

3. Порядок утверждения норм современного русского литературного языка при его использовании в качестве государственного языка Российской Федерации, правил русской орфографии и пунктуации определяется Правительством Российской Федерации.

4. Государственный язык Российской Федерации является языком, способствующим взаимопониманию, укреплению межнациональных связей народов Российской Федерации в едином многонациональном государстве.

---

[10] Возможна работа по вариантам: 1 вариант – анализ Статьи 1; 2 вариант – анализ Статьи 3; 3 вариант – анализ статьи 4.

5. Защита и поддержка русского языка как государственного языка Российской Федерации способствуют приумножению и взаимообогащению духовной культуры народов Российской Федерации.

6. При использовании русского языка как государственного языка Российской Федерации не допускается использование слов и выражений, не соответствующих нормам современного русского литературного языка (в том числе нецензурной брани), за исключением иностранных слов, не имеющих общеупотребительных аналогов в русском языке.

7. Обязательность использования государственного языка Российской Федерации не должна толковаться как отрицание или умаление права на пользование государственными языками республик, находящихся в составе Российской Федерации, и языками народов Российской Федерации.

<…>

Статья 3. Сферы использования государственного языка Российской Федерации

1. Государственный язык Российской Федерации подлежит обязательному использованию:

1) в деятельности федеральных органов государственной власти, органов государственной власти субъектов Российской Федерации, иных государственных органов, органов местного самоуправления, организаций всех форм собственности, в том числе в деятельности по ведению делопроизводства;

2) в наименованиях федеральных органов государственной власти, органов государственной власти субъектов Российской Федерации, иных государственных органов, органов местного самоуправления, организаций всех форм собственности;

3) при подготовке и проведении выборов и референдумов;

4) в конституционном, гражданском, уголовном, административном судопроизводстве, судопроизводстве в арбитражных судах, делопроизводстве в федеральных судах, судопроизводстве и делопроизводстве у мировых судей и в других судах субъектов Российской Федерации;

5) при официальном опубликовании международных договоров Российской Федерации, а также законов и иных нормативных правовых актов;

6) во взаимоотношениях федеральных органов государственной власти, органов государственной власти субъектов Российской Федерации, иных государственных органов, органов местного самоуправления, организаций всех форм собственности и граждан Российской Федерации, иностранных граждан, лиц без гражданства, общественных объединений;

7) при написании наименований географических объектов, нанесении надписей на дорожные знаки;

8) при оформлении документов, удостоверяющих личность гражданина Российской Федерации, за исключением случаев, предусмотренных законодательством Российской Федерации, изготовлении бланков свидетельств о государственной регистрации актов гражданского состояния, оформлении документов об образовании и (или) о квалификации установленного в соответствии с Федеральным законом от 29 декабря 2012 года N 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» образца, а также других документов, оформление которых в соответствии с законодательством Российской Федерации осуществляется на государственном языке Российской Федерации, при оформлении адресов

отправителей и получателей телеграмм и почтовых отправлений, пересылаемых в пределах Российской Федерации, почтовых переводов денежных средств;

9) в продукции средств массовой информации;

9.1) при показах фильмов в кинозалах;

9.2) при публичных исполнениях произведений литературы, искусства, народного творчества посредством проведения театрально-зрелищных, культурно-просветительных, зрелищно-развлекательных мероприятий;

10) в рекламе;

11) в иных определенных федеральными законами сферах.

1.1. В сферах, указанных в пунктах 9, 9.1, 9.2 и 10 части 1 настоящей статьи, и в иных предусмотренных федеральными законами случаях наряду с государственным языком Российской Федерации могут использоваться государственные языки республик, находящихся в составе Российской Федерации, другие языки народов Российской Федерации, а в случаях, предусмотренных законодательством Российской Федерации, также иностранные языки.

<…>

Статья 4. Защита и поддержка государственного языка Российской Федерации

В целях защиты и поддержки государственного языка Российской Федерации федеральные органы государственной власти в пределах своей компетенции:

1) обеспечивают функционирование государственного языка Российской Федерации на всей территории Российской Федерации;

2) разрабатывают и принимают федеральные законы и иные нормативные правовые акты Российской Федерации, разрабатывают и реализуют направленные на защиту и поддержку государственного языка Российской Федерации соответствующие федеральные целевые программы;

3) принимают меры, направленные на обеспечение права граждан Российской Федерации на пользование государственным языком Российской Федерации;

4) принимают меры по совершенствованию системы образования и системы подготовки специалистов в области русского языка и преподавателей русского языка как иностранного языка, а также осуществляют подготовку научно-педагогических кадров для образовательных организаций с обучением на русском языке за пределами Российской Федерации;

5) содействуют изучению русского языка за пределами Российской Федерации;

6) осуществляют государственную поддержку издания словарей и грамматик русского языка;

7) осуществляют контроль за соблюдением законодательства Российской Федерации о государственном языке Российской Федерации, в том числе за использованием слов и выражений, не соответствующих нормам современного русского литературного языка, путем организации проведения независимой экспертизы;

8) принимают иные меры по защите и поддержке государственного языка Российской Федерации.

<…>

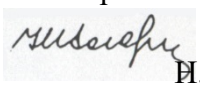
Президент Российской Федерации В. Путин

Задание 2. *Проанализируйте следующий текст*[11]*:*

1. *Обозначьте реквизиты и структурно-содержательные элементы документа.*

2. *Опишите стилевые и языковые особенности.*

3. *Имеются ли в тексте документа средства, не соответствующие требованиям официально-делового стиля? Докажите свою точку зрения.*

УТВЕРЖДАЮ:
Ректор УГГУ**,** профессор

_____ Н.П. Косарев

РЕГЛАМЕНТ
ношения форменной одежды преподавателями,
сотрудниками и студентами УГГУ

1. Общие положения

Форменная одежда УГГУ – важнейший наряду с флагом и гербом символ корпоративной чести и достоинства, принадлежности преподавателей, сотрудников и студентов к высшему учебному заведению – Уральскому государственному горному университету.

Ношение форменной одежды в установленных случаях является почетным правом и обязанностью (моральным долгом) всех преподавателей, сотрудников и студентов УГГУ, облегченных этим доверием. По решению ректора почетное право ношения форменной одежды предоставляется заслуженным выпускникам.

Отказ от форменной одежды рассматривается как пренебрежение горняцким единством и неуважение к корпоративной символике Уральского государственного горного университета.

2. Руководящий состав университета: члены Ученого совета, включая ректорат, деканов, заведующих кафедрами, представителей студенческого, ветеранского и профсоюзного актива, а также руководителя управления отделов и служб, не входящие в Ученый совет, обязаны носить форму в следующих случаях:

– на всех рабочих совещаниях, проводимых ректором, первым проректором и проректором по научной работе;
– на заседаниях Ученого совета и Президиума Ученого совета университета, ученых советах факультетов;
– на торжественных собраниях сотрудников и студентов, митингах, конференциях, проводимых по планам ректората и деканатов;
– при участии в совещаниях, конференциях, торжественных собраниях и других официальных мероприятиях, проводимых органами власти, а также политическими, общественными и научными организациями.

3. Преподаватели университета, имеющие форму, обязаны быть в форменной одежде в следующих случаях:

– во время лекционных занятий;
– при участии в собраниях студентов, преподавателей, конференциях и митингах;

[11] Текст Регламента приводится без изменений и исправлений.

– при посещениях ректората и деканатов.

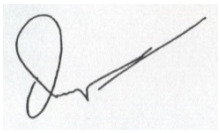
4. Сотрудники из числа административно-управленческого персонала (помощники ректора, проректоров, референты, секретари) обязаны быть в форменной одежде в следующих случаях:

– при нахождении на рабочем месте в дни проведения крупных общеуниверситетских мероприятий, при приеме делегаций, гостей и в иных случаях по распоряжению ректора;
– при участии, в том числе при орг. техническом обеспечении заседании Ученого совета и ректорских совещаний;
– при сопровождении ректора, проректоров во время официальных мероприятий вне университета.

5. Студенты – представители студенческого актива, имеющие форму, обязаны быть в форменной одежде:

– при посещении ректората, деканатов;
– на всех официальных мероприятиях, проводимых в университете;
– при участии в официальных мероприятиях, проводимых вне стен университета органами власти, политическими, общественными, научными и образовательными учреждениями.

6. По собственной инициативе студенты, сотрудники и преподаватели университета могут находиться в форменной одежде во всех случаях, если это не наносит ущерба почетному статусу формы и ее функциональному назначению.



Ученый секретарь совета, профессор О. В. Ошкордин
28.09.2005 г.

Задание 3. *Проанализируйте текст[12] с точки зрения использованных языковых средств, характерных для официально-делового стиля. Опишите средства, с помощью которых в тексте реализуется такая стилевая черта, как волюнтативность.*

Есть ли в Правилах отступления от требований официально-делового стиля? Подтвердите свою точку зрения, опираясь на текст документа.

Правила внутреннего распорядка обучающихся
в ФГБОУ ВПО «Уральский государственный горный университет»
Дата введения 01 сентября 2014 года

<…>

5. Основные права и обязанности обучающихся

[12] Текст Правил внутреннего распорядка приводится без изменений и исправлений.

5.1 Права обучающихся

Обучающиеся в университете имеют право:

– получать образование в соответствии с ГОС и ФГОС (в т. ч. актуализированными ФГОС) обучаться в пределах этих стандартов по индивидуальным учебным планам, ускоренным курсам обучения;

– бесплатно пользоваться библиотечно-информационными ресурсами, получать дополнительные (в том числе платные) образовательные услуги;

– участвовать в управлении университетом;

– свободно выражать собственные мнения и убеждения;

– выбирать факультативные (необязательные для данного направления подготовки (специальности) и элективные (избираемые в обязательном порядке) курсы, предлагаемые факультетом и кафедрой;

– участвовать в формировании содержания своего образования при условии соблюдения требований ГОС и ФГОС (в т. ч. актуализированными ФГОС) среднего профессионального и высшего образования; указанное право может быть ограничено условиями договора, заключенного между студентом и физическим или юридическим лицом, оказывающим ему содействие в получении образования и последующем трудоустройстве;

– осваивать помимо учебных дисциплин по избранным направлениям подготовки (специальностям) любые другие учебные дисциплины, преподаваемые в университете, в порядке, предусмотренном Уставом, а также преподаваемые в других высших учебных заведениях (по согласованию между их руководителями);

– определять по согласованию с деканатом и кафедрами набор дисциплин по специальности в пределах, установленных учебным планом, а также посещать дополнительно любые виды учебных занятий, проводимых в университете;

– ставить перед деканом и ректором, руководителем территориально обособленного учебного подразделения вопрос о замене преподавателей, не обеспечивающих должное качество учебного материала, нарушающих расписание занятий, иные правила организации учебно-воспитательного процесса;

– участвовать в обсуждении и решении важнейших вопросов деятельности университета и его обособленных структурных подразделений, в том числе через общественные организации и органы управления;

– бесплатно пользоваться услугами учебных, научных, лечебных и других подразделений университета в порядке, установленном Уставом;

– принимать участие во всех видах научно-исследовательских работ, конференциях, симпозиумах;

– совмещать учебу с профессиональной деятельностью и иной работой;

– представлять свои работы для публикации, в том числе в изданиях университета;

– обжаловать приказы и распоряжения администрации высшего учебного заведения в установленном законодательством РФ порядке;

– переходить с платного договорного обучения на бесплатное обучение в порядке, предусмотренном Уставом университета;

– получать от университета информацию о положении дел в сфере занятости населения и возможностях трудоустройства по специальности в соответствии с заключенными договорами и законодательством о занятости выпускников образовательных учреждений.

Обучающиеся в университете по заочной форме, выполняющие учебный план, имеют право на дополнительный оплачиваемый и не оплачиваемый отпуск по месту работы, на сокращенную рабочую неделю и на другие льготы, которые предоставляются в порядке, устанавливаемом законодательством РФ (ст. 173-176 ТК РФ).

Обучающиеся в университете имеют право на свободное посещение мероприятий, не предусмотренных учебным планом.

Обучающиеся в университете имеют право на перевод в другое образовательное учреждение, реализующее образовательную программу соответствующего уровня, при согласии этого образовательного учреждения и успешном прохождении ими аттестации.

Обучающиеся в университете по очной форме обучения имеют право на получение отсрочки от призыва на военную службу в соответствии с Федеральным законом «О воинской обязанности и военной службе».

5.2 Обязанности обучающихся

Обучающиеся в университете обязаны:

– добросовестно посещать учебные занятия, глубоко овладевать теоретическими знаниями, практическими навыками и современными методами для работы по избранной специальности;

– выполнять в установленные сроки все виды заданий, предусмотренных соответствующими учебными планами и программами обучения;

– постоянно повышать общую культуру, нравственность и физическое совершенство;

– нетерпимо относиться к недостаткам в учебно-воспитательном процессе и быту;

– бережно и аккуратно относиться к учебным и иным помещениям, оборудованию, учебным пособиям, литературе, приборам, другому имуществу университета; без соответствующего разрешения студентам запрещается выносить предметы и оборудование из лабораторий, кабинетов, аудиторий, учебных, бытовых корпусов и других помещений;

– нести материальную ответственность за ущерб, причиненный имуществу университета в соответствии с нормами действующего законодательства;

– незамедлительно сообщать в администрацию университета о возникновении ситуации, представляющей угрозу жизни и здоровью людей, сохранности имущества университета;

– соблюдать требования Устава университета, настоящие Правила и Правила проживания в общежитиях;

– поддерживать деловую репутацию, честь и престиж университета.

Обучающиеся в территориально обособленном учебном подразделении университета (филиале) помимо указанных выше правомочий пользуются правами и исполняют обязанности, предусмотренные Положением о соответствующем структурном подразделении или договорами о профессиональной подготовке, включая договоры на индивидуальную подготовку специалиста.

При неявке на занятия по уважительным причинам обучающийся ставит об этом в известность декана факультета, руководителя (уполномоченного работника) иного учебного структурного подразделения и в первый день явки на учебу представляет данные о причине неявки и документы установленного образца (справки, письма, телеграммы и т. п.), содержащие сведения оправдательного характера.

5.3 Требования к ношению формы

Обучающиеся в университете должны быть дисциплинированными и опрятными, вести себя достойно в университете, на улице, в общественном месте и в быту. В соответствии с решением Ученого совета университета от 25.06.2004 года, обучающиеся обязаны носить форменную одежду в ниже перечисленных случаях:

– на всех совещаниях, проводимых ректором, проректорами и деканами факультетов;

– на торжественных собраниях коллектива, митингах и конференциях;

– при участии в совещаниях, конференциях, торжественных собраниях и иных официальных мероприятиях, проводимых органами власти, а также общественными и научными организациями, на которых обучающиеся университета являются его представителями;

– при участии, в т. ч. организационно-техническом обеспечении заседаний Ученого совета университета и ректорских совещаний; при сопровождении ректора, проректоров во время официальных мероприятий вне университета.

– в иных случаях по распоряжению ректора.

По собственной инициативе обучающиеся университета могут находиться в форменной одежде в иных случаях, если это не наносит ущерба почетному статусу формы и её функциональному назначению.

Запрещается ношение предметов формы одежды измененных или неустановленных образцов, а также знаков различия, не предусмотренных Положением о форменной одежде.

<…>

ТЕМА 12. ОФОРМЛЕНИЕ ДЕЛОВЫХ БУМАГ

Цель – научиться оформлять основные жанры деловых бумаг.

КОНСПЕКТ следующего материала к занятию (требуется записать определение, основные реквизиты и образец):

Заявление – это документ, содержащий просьбу, предложение или жалобу какого-либо лица.

Заявление, как и большинство деловых бумаг, составляется в произвольной форме от руки или печатается на листе бумаги формата А4.

Основные реквизиты заявления:

1. Сведения об адресате (должность, фамилия, инициалы).

2. Сведения об адресате (должность, ФИО полностью, в некоторых случаях адрес или другая контактная информация).

3. Наименование жанра документа.

4. Основной текст заявления с точным изложением просьбы, предложения или жалобы.

5. Опись приложений к документу, если они имеются.

6. Дата.

7. Подпись.

Образец оформления заявления

Декану ФГиГ
проф. Талалаю А. Г.
от студента группы МПГ-20
Волкова Михаила Владимировича

Заявление

Прошу отпустить меня с занятий на 3 дня с 25 по 27 октября 2021 года в связи с участием в областных соревнованиях по футболу.

Копию справки-вызова прилагаю.

01.10.2021 г.

Доверенность – это документ, выдаваемый одним лицом (доверителем) другому лицу (доверенному) для представительства перед третьими лицами и дающий право доверенному лицу действовать от имени доверителя.

Доверенность предоставляет полномочия доверенному лицу предпринимать за доверителя какое-либо действие. В зависимости от вида полномочий различают три вида доверенности: 1) **разовая** (дает право на совершение одного конкретного действия), 2) **специальная** (дает право на совершение однородных действий), 3) **генеральная** (дает право на общее управление имуществом доверителя).

Основные реквизиты разовой доверенности:

1. Наименование жанра документа.

2. Наименование доверителя (ФИО полностью, должность, паспортные данные, адрес регистрации или проживания).

3. Наименование доверенного лица (ФИО полностью, должность, паспортные данные, адрес регистрации или проживания).

4. Формулировка доверяемой функции.

5. Дата.

6. Подпись.

Образец оформления разовой доверенности

Доверенность

Я, Зорянова Евгения Михайловна, студентка группы ВД-19 (паспорт: серия 3209 № 345177, выдан Отделом УФМС России по Свердловской области в Чкаловском районе гор. Екатеринбурга 09.06.2009 г., проживающая по адресу: г. Екатеринбург, ул. 8 марта, д. 104, кв. 190), доверяю Соловчуку Сергею Станиславовичу, студенту группы ГМО-17 (паспорт: серия 5404 № 654321, выдан Железнодорожным РУВД г. Ульяновска 13.09. 2008

г., проживающему по адресу: г. Екатеринбург, ул. Сулимова, д. 63, кв. 77), получить в кассе УГГУ мою стипендию за март 2020 года.

25.02.2020 г.

Расписка – это документ, подтверждающий произведенное кем-либо определенное действие (получение ценных предметов).

Расписка всегда составляется от руки. Если она имеет особо важное значение, ее необходимо заверить.

Основные реквизиты расписки:

1. Наименование жанра документа.

2. Наименование лица, получившего ценности (ФИО полностью, должность, паспортные данные, адрес регистрации или проживания).

3. Наименование лица, выдавшего ценности (ФИО полностью, должность, паспортные данные, адрес регистрации или проживания).

4. Точное наименование полученных ценностей с указанием количества (цифрами и прописью).

5. Дата, до которой необходимо вернуть полученные ценности.

6. Дата.

7. Подпись.

Образец оформления расписки

Расписка

Я, Воробьева Наталия Александровна, студентка группы УП-20 (паспорт: серия 5009 № 2435672, выдан отделом УФМС Ленинского района г. Новосибирска 25.09.2009 г., проживающая по адресу: Свердловская область, г. Первоуральск, ул. Горького, д. 7, кв. 5), получила от Штиппеля Артемия Павловича, инженера кафедры ГД (паспорт: серия 6507 № 575849, выдан Отделом УФМС России по Свердловской области в Кировском районе г. Екатеринбурга 05.10.2004 г., проживающего по адресу: г. Екатеринбург, пер. Красный, д. 34, кв. 33), 10 000 (десять тысяч) рублей.

Обязуюсь вернуть указанную сумму до 31 декабря 2020 г.

07 ноября 2020 г.

Докладная записка – это документ, информирующий адресата о сложившейся ситуации, а также содержащий выводы и предложения составителя.

Основной текст докладной записки делится на две части:

- в первой излагаются причины, послужившие поводом для ее написания;
- во второй анализируется сложившаяся ситуация, содержатся выводы и предложения о действиях, которые необходимо предпринять.

Основные реквизиты докладной записки:

1. Сведения об адресате (должность, фамилия, инициалы).

2. Наименование жанра документа.

3. Основной текст, состоящий из двух смысловых частей.

4. Опись приложений к документу, если они имеются.

5. Подпись автора документа, состоящая из трех частей (должность, собственно личная подпись и расшифровка подписи).

6. Дата.

Образец оформления докладной записки

Ректору УГТУ
проф. Душину А. В.

Докладная записка

24 декабря 2019 г. примерно в 12.30 я сдал свой пуховик в гардероб 4 учебного корпуса. Через два часа (после окончания праздничных мероприятий) я попытался получить пуховик по бирке, но его не оказалось на вешалке. Студенты, дежурившие в гардеробе в тот день, отказались объяснять, что произошло и куда пропала моя одежда.

Прошу разобраться в сложившейся ситуации и помочь с поисками пуховика.

Описание прилагается.

Студент группы ТБ-17 *Вутенко Б. Н./*
25 декабря 2019 г.

Объяснительная записка – это документ, объясняющий причины какого-либо события, факта, поступка (нарушения трудовой или учебной дисциплины, невыполнение задания, поручения и т. д.).

Основной текст объяснительной записки делится на две части:

- в первой излагаются, констатируются факты нарушения;
- во второй объясняются причины нарушения.

Основные реквизиты объяснительной записки:

1. Сведения об адресате (должность, фамилия, инициалы).

2. Наименование жанра документа.

3. Основной текст, состоящий из двух смысловых частей.

4. Опись приложений к документу, если они имеются.

5. Подпись автора документа, состоящая из трех частей (должность, собственно личная подпись и расшифровка подписи).

6. Дата.

Образец оформления объяснительной записки

Зав. кафедрой ИЯДК
доц. Юсуповой Л. Г.

Объяснительная записка

05.03.2020 г. я опоздала на практическое занятие по иностранному языку по причине транспортной аварии на перекрестке улиц Малышева и Гагарина.

Выданную транспортным предприятием справку прилагаю.

Студентка группы МЭ-19 *Вайслер Ю. М./*

07.03.2020 г.

Задание 1. *Напишите от своего имени следующие жанры деловых бумаг:*

а) заявление с просьбой продлить Вам сессию на неделю;

б) заявление с просьбой принять Вас на работу;

в) доверенность на получение Вашей стипендии в этом месяце;

г) расписку в получении Вами образцов минералов для выполнения лабораторной работы;

д) докладную записку о пропаже Ваших личных вещей из аудитории;

е) объяснительную записку о пропуске Вами занятий в течение недели;

ж) объяснительную записку о неявке на экзамен.

Задание 2. *Исправьте допущенные ошибки в оформлении и содержании следующих документов. Обратите внимание на нарушение разного типа языковых норм (орфографических, пунктуационных, лексических и грамматических). Запишите исправленный вариант.*

Текст 1

Декану УГТУ
От студента III курса очной формы обучения факультета горно технологического
Волк Василия Васильевича

заявление

В связи с отъездом на лидерские сборы очень прошу разрешить не посещать мне занятия на следующей неделе.

09.09.21 г.

Текст 2

Ректору УГТУ
А. В. Душину

доверенность.

Я, Задорин Виктор, студент УГТУ, даю право на получение получаемой мной стипендии студенту Гудину Александру Геннадьевичу (паспорт 6509 номер 124338, ул. Мира, 90-1).

1.5.20 г. */Задорин В. З./*

Текст 3

Кафедре ИЯДК

расписка

Я – Пустник Валентин Тимурович, прошу выдать мне учебные пособия для практических занятий. Автор – Мясникова Юлия Марковна в размере одной штуки. Паспортные данные – серия 6102, номер 879521, УФМС России, дата рождения – 19.02.2000 года, проживаю в городе Лангепас на улице Парковая, 7.

Обязуюсь вернуть в срок.

25 сентября

Текст 4

Декану ГМФ
Козину Владимиру
Зиновьевичу

Докладная

Уважаемый Владимир Зиновьевич!

Сегодня я, Курпатова Вера, студентка ГМФ, оставила без присмотра свои вещи в учебной аудитории 2240. При возвращении моих вещей в аудитории не было. Я очень расстроилась.

Пропали: куртка черная кожанная, красная сумка в цветочек, белый платок.

1 октября 2021 года

Текст 5

Зав. кафедры ТТФ Волкову М. Н.
От студента Хлебникова Семена.

Объяснительная о прогуле

Я, Семен Хлебников, отсутствовал на занятиях два месяца всвязи болезни. Справку из 6 городской больницы прилогаю.

01.11.20 *Хлебников С.*

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература

№ п/п	*Наименование*
1	*Веселкова Т. В.* Культура устной и письменной коммуникации: учебное пособие / Т. В. Веселкова, И. С. Выходцева, Н. В. Любезнова. – Саратов: Вузовское образование, ИЦ «Наука», 2020. – 264 с. – ISBN 978-5-4487-0707-0. – Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. – URL: http://www.iprbookshop.ru/94281.html
2	*Культура устной и письменной речи делового человека*: Справочник. Практикум. М.: Флинта: Наука, 2012 (и другие издания).
3	*Меленскова Е. С.* Культура речи и стилистика русского языка: учебное пособие для студентов специальностей 21.05.02 – «Прикладная геология», 21.05.03 –«Технология геологической разведки», 21.05.04 – «Горное дело». – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2018. 87 с.
4	*Меленскова Е. С.* Русский язык делового общения: учебное пособие для студентов всех специальностей и направлений подготовки. Екатеринбург: УГГУ, 2018. 80 с.
5	*Меленскова Е. С.* Русский язык и культуре речи: учебное пособие с тестовыми заданиями для студентов специальностей 21.05.02 – «Прикладная геология», 21.05.03 – «Технология геологической разведки», 21.05.04 – «Горное дело» / Е. С. Меленскова. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2019. – 98 с.

Дополнительная литература

№ п/п	*Наименование*
1.	*Введенская Л. А., Павлова Л. Г., Кашаева Е. Ю.* Русский язык и культура речи: учебное пособие для вузов. Ростов-на-Дону: Феникс, 2004. – 544 с. (и другие стереотипные издания)
2.	*Введенская Л. А., Павлова Л. Г., Кашаева Е. Ю.* Русский язык и культура речи для инженеров: учебное пособие. Ростов-на-Дону: Феникс, 2003. 384 с.
3.	*Голуб И. Б.* Русский язык и культура речи: учебное пособие / И. Б. Голуб. – Москва: Логос, 2014. – 432 с. – ISBN 978-5-98704-534-3. – Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. – URL: http://www.iprbookshop.ru/39711.html
4.	*Зверева Е. Н.* Русский язык и культура речи в профессиональной коммуникации: учебное пособие / Е. Н. Зверева, С. С. Хромов. – Москва: Евразийский открытый институт, 2012. – 432 с. – ISBN 978-5-374-00575-2. – Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. – URL: http://www.iprbookshop.ru/14648.html
5.	*Культура научной и деловой речи*: учебное пособие для студентов-иностранцев / М. Б. Будильцева, И. Ю. Варламова, Н. С. Новикова, Н. Ю. Царёва. – Москва: Российский университет дружбы народов, 2013. – 240 с. – ISBN 978-5-209-05463-4. – Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. – URL: http://www.iprbookshop.ru/22186.html

6.	*Курганская М. Я.* Деловые коммуникации: курс лекций / М. Я. Курганская. – Москва: Московский гуманитарный университет, 2013. – 121 с. – ISBN 978-5-98079-935-9. – Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. – URL: http://www.iprbookshop.ru/22455.html
7.	*Лапынина Н. Н.* Русский язык и культура речи: курс лекций / Н. Н. Лапынина. – Воронеж: Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2012. – 161 с. – ISBN 978-5-89040-431-2. – Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. – URL: http://www.iprbookshop.ru/22667.html
8.	*Меленскова Е. С.* Культура речи и деловое общение: тестовые задания для студентов всех специальностей. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2013. 78 с.
9.	*Меленскова Е. С.* Русский язык и культура речи: учебное пособие с упражнениями и контрольными работами для студентов всех специальностей очной и заочной форм обучения. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. 80 с.
10.	*Меленскова Е. С.* Стилистика русского языка: учебное пособие. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. 86 с.
11.	*Петрова Ю. А.* Культура и стиль делового общения: учебное пособие / Ю. А. Петрова. – Москва: ГроссМедиа, 2007. – 190 с. – ISBN 5-476-003-476. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/1129.html
12.	*Решетникова Е. В.* Русский язык в деловых коммуникациях: учебное пособие / Е. В. Решетникова. – Новосибирск: Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2018. – 99 с. – ISBN 2227-8397. – Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. – URL: http://www.iprbookshop.ru/84078.html
13.	*Скворцов Л. И.* Большой толковый словарь правильной русской речи / Л. И. Скворцов. – Москва: Мир и Образование, Оникс, 2009. – 1104 с. – ISBN 978-5-94666-556-8. – Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. – URL: http://www.iprbookshop.ru/14555.html
14.	*Усанова О. Г.* Культура профессионального речевого общения: учебно-методическое пособие / О. Г. Усанова. – Челябинск: Челябинский государственный институт культуры, 2008. – 93 с. – ISBN 5-94839-062-4. – Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. – URL: http://www.iprbookshop.ru/56426.html
15.	*Федосюк М. Ю., Ладыженская Т. А., Михайлова О. А., Николина Н. А.* Русский язык для студентов-нефилологов: учебное пособие. М.:Флинта: Наука, 2014 (и другие стереотипные издания)

ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. *ГОСТ 6.30-2003.* «Унифицированные системы документации. Унифицированная система организационно-распорядительной документации. Требования к оформлению документов» (электронная публикация http://docs.cntd.ru/document/1200031361).

2. *Грамота (сайт).* [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://www.gramota.ru.
3. *Культура письменной речи (сайт)* [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://www.gramma.ru.
4. *Русский язык*: *энциклопедия русского языка (сайт).* [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://russkiyyazik.ru.
5. *Словари и энциклопедии по русскому языку на Академике (сайт).* [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://dic.academic.ru.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Б1.О.08 ПСИХОЛОГИЯ КОМАНДНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И САМОРАЗВИТИЯ

Направление подготовки
05.03.01 Геология

Направленность (профиль)
Гидрогеология, инженерная геология и геоэкология

форма обучения: очная

Одобрены на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией факультета
Управления персоналом	Геологии и геофизики
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав.кафедрой	Председатель
(подпись)	*(подпись)*
Абрамов С.М	Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 07.09.2022	Протокол № 1 от 13.09.2022
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
1	Методические рекомендации по написанию реферата	5
2	Методические рекомендации по написанию эссе	13
3	Методические рекомендации по написанию реферата статьи	17
4	Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий	23
5	Методические рекомендации по составлению тестовых заданий	27
6	Требования к написанию и оформлению доклада	29
7	Методические рекомендации к опросу	34
8	Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям	36
9	Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям	38
10	Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	40
	Заключение	43
	Список использованных источников	44

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

Подразумевается несколько категорий видов самостоятельной работы студентов, значительная часть которых нашла отражения в данных методических рекомендациях:

- работа с источниками литературы и официальными документами (*использование библиотечно-информационной системы*);
- выполнение заданий для самостоятельной работы в рамках учебных дисциплин (*рефераты, эссе, домашние задания, решения практико-ориентированных заданий*);
- реализация элементов научно-педагогической практики (*разработка методических материалов, тестов, тематических портфолио*);
- реализация элементов научно-исследовательской практики (*подготовка текстов докладов, участие в исследованиях*).

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

1. Методические рекомендации по написанию реферата

Реферат - письменная работа объемом 10-18 печатных страниц, выполняемая студентом в течение длительного срока (от одной недели до месяца).

Реферат (от лат. referrer - докладывать, сообщать) - краткое точное изложение сущности какого-либо вопроса, темы на основе одной или нескольких книг, монографий или других первоисточников. Реферат должен содержать основные фактические сведения и выводы по рассматриваемой теме[1].

Выполнение и защита реферата призваны дать аспиранту возможность всесторонне изучить интересующую его проблему и вооружить его навыками научного и творческого подхода к решению различных задач в исследуемой области.

Основными задачами выполнения и защиты реферата являются развитие у студентов общекультурных и профессиональных компетенций, среди них:

- формирование навыков аналитической работы с литературными источниками разных видов;
- развитие умения критически оценивать и обобщать теоретические положения;
- стимулирование навыков самостоятельной аналитической работы;
- углубление, систематизация и интеграция теоретических знаний и практических навыков по соответствующему направлению высшего образования;
- презентация навыков публичной дискуссии.

Структура и содержание реферата

Подготовка материалов и написание реферата - один из самых трудоемких процессов. Работа над рефератом сводится к следующим этапам.

1. Выбор темы реферата.
2. Предварительная проработка литературы по теме и составление «рабочего» плана реферата.
3. Конкретизация необходимых элементов реферата.
4. Сбор и систематизация литературы.
5. Написание основной части реферата.
6. Написание введения и заключения.
7. Представление реферата преподавателю.
8. Защита реферата.

Выбор темы реферата

Перечень тем реферата определяется преподавателем, который ведет дисциплину. Вместе с тем, аспиранту предоставляется право самостоятельной формулировки темы реферата с необходимым обоснованием целесообразности ее разработки и согласованием с преподавателем. Рассмотрев инициативную тему реферата студента, преподаватель имеет право ее отклонить, аргументировав свое решение, или, при согласии студента, переформулировать тему.

При выборе темы нужно иметь в виду следующее:

1. Тема должна быть актуальной, то есть затрагивать важные в данное время проблемы общественно-политической, экономической или культурной жизни общества.

2. Не следует формулировать тему очень широко: вычленение из широкой проблемы узкого, специфического вопроса помогает проработать тему глубже.

---

[1] Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

3. Какой бы интересной и актуальной ни была тема, прежде всего, следует удостовериться, что для ее раскрытия имеются необходимые материалы.

4. Тема должна открывать возможности для проведения самостоятельного исследования, в котором можно будет показать умение собирать, накапливать, обобщать и анализировать факты и документы.

5. После предварительной самостоятельной формулировки темы необходимо проконсультироваться с преподавателем с целью ее возможного уточнения и углубления.

Предварительная проработка литературы по теме и составление «рабочего» плана реферата

Подбор литературы следует начинать сразу же после выбора темы реферата. Первоначально с целью обзора имеющихся источников целесообразно обратиться к электронным ресурсам в сети Интернет и, в частности, к электронным информационным ресурсам УГГУ: благодаря оперативности и мобильности такого источника информации, не потратив много времени, можно создать общее представление о предмете исследования, выделить основные рубрики (главы, параграфы, проблемные модули) будущего курсовой работы. При подборе литературы следует также обращаться к предметно-тематическим каталогам и библиографическим справочникам библиотеки УГГУ, публичных библиотек города.

Предварительное ознакомление с источниками следует расценивать как первый этап работы над рефератом. Для облегчения дальнейшей работы необходимо тщательно фиксировать все просмотренные ресурсы (даже если кажется, что тот или иной источник непригоден для использования в работе над рефератом, впоследствии он может пригодиться, и тогда его не придется искать).

Результатом предварительного анализа источников является рабочий план, представляющий собой черновой набросок исследования, который в дальнейшем обрастает конкретными чертами. Форма рабочего плана допускает определенную степень произвольности. Первоначальный вариант плана должен отражать основную идею работы. При его составлении следует определить содержание отдельных глав и дать им соответствующее название; продумать содержание каждой главы и наметить в виде параграфов последовательность вопросов, которые будут в них рассмотрены. В реферате может быть две или три главы - в зависимости от выбранной проблемы, а также тех целей и задач исследования.

Работа над предварительным планом необходима, поскольку она дает возможность еще до начала написания реферата выявить логические неточности, информационные накладки, повторы, неверную последовательность глав и параграфов, неудачные формулировки выделенных частей или даже реферата в целом.

Рабочий план реферата разрабатывается студентом самостоятельно и может согласовываться с преподавателем.

Конкретизация необходимых элементов реферата

Реферат должен иметь четко определенные цель и задачи, объект, предмет и методы исследования. Их необходимо сформулировать до начала непосредственной работы над текстом.

Цель реферата представляет собой формулировку результата исследовательской деятельности и путей его достижения с помощью определенных средств. Учитывайте, что у работы может быть только одна цель.

Задачи конкретизируют цель, в реферате целесообразно выделить три-четыре задачи. Задачи - это теоретические и практические результаты, которые должны быть получены в реферате. Постановку задач следует делать как можно более тщательно, т.к. их

решение составляет содержание разделов (подпунктов, параграфов) реферата. В качестве задач может выступать либо решение подпроблем, вытекающих из общей проблемы, либо задачи анализа, обобщения, обоснования, разработки отдельных аспектов проблемы, ведущие к формулировке возможных направлений ее решения.

Объект исследования - процесс или явление, порождающие проблемную ситуацию и избранные для изучения.

Предмет исследования - все то, что находится в границах объекта исследования в определенном аспекте рассмотрения.

Методы исследования, используемые в реферате, зависят от поставленных цели и задач, а также от специфики объекта изучения. Это могут быть методы системного анализа, математические и статистические методы, сравнения, обобщения, экспертных оценок, теоретического анализа и т.д.

Впоследствии формулировка цели, задач, объекта, предмета и методов исследования составят основу Введения к реферату.

Сбор и систематизация литературы

Основные источники, использование которых возможно и необходимо в реферате, следующие:

- учебники, рекомендованные Министерством образования и науки РФ;
- электронные ресурсы УГГУ на русском и иностранном языках;
- статьи в специализированных и научных журналах;
- диссертации и монографии по изучаемой теме;
- инструктивные материалы и законодательные акты (только последних изданий);
- данные эмпирических и прикладных исследований (статистические данные, качественные интервью и т.д.)
- материалы интернет-сайтов.

Систематизацию получаемой информации следует проводить по основным разделам реферата, предусмотренным планом. При изучении литературы не стоит стремиться освоить всю информацию, заключенную в ней, а следует отбирать только ту, которая имеет непосредственное отношение к теме работы. Критерием оценки прочитанного является возможность его использования в реферате.

Сбор фактического материала - один из наиболее ответственных этапов подготовки реферата. От того, насколько правильно и полно собран фактический материал, во многом зависит своевременное и качественное написание работы. Поэтому, прежде чем приступить к сбору материала, аспиранту необходимо тщательно продумать, какой именно фактический материал необходим для реферата и составить, по возможности, специальный план его сбора и анализа. После того, как изучена и систематизирована отобранная по теме литература, а также собран и обработан фактический материал, возможны некоторые изменения в первоначальном варианте формулировки темы и в плане реферата.

Написание основной части реферата

Изложение материала должно быть последовательным и логичным. Общая логика написания параграфа сводится к стандартной логической схеме «Тезис - Доказательство - Вывод» (количество таких цепочек в параграфе, как правило, ограничивается тремя - пятью доказанными тезисами).

Все разделы реферата должны быть связаны между собой. Особое внимание следует обращать на логические переходы от одной главы к другой, от параграфа к параграфу, а внутри параграфа - от вопроса к вопросу.

Использование цитат в тексте необходимо для того, чтобы без искажений передать мысль автора первоисточника, для идентификации взглядов при сопоставлении различных

точек зрения и т.д. Отталкиваясь от содержания цитат, необходимо создать систему убедительных доказательств, важных для объективной характеристики изучаемого вопроса. Цитаты также могут использоваться и для подтверждения отдельных положений работы.

Число используемых цитат должно определяться потребностями разработки темы. Цитатами не следует злоупотреблять, их обилие может восприниматься как выражение слабости собственной позиции автора. Оптимальный объем цитаты - одно- два, максимум три предложения. Если цитируемый текст имеет больший объем, его следует заменять аналитическим пересказом.

Во всех случаях употребления цитат или пересказа мысли автора необходимо делать точную ссылку на источник с указанием страницы.

Авторский текст (собственные мысли) должен быть передан в научном стиле. Научный стиль предполагает изложение информации от первого лица множественного числа («мы» вместо «я»). Его стоит обозначить хорошо известными маркерами: «По нашему мнению», «С нашей точки зрения», «Исходя из этого мы можем заключить, что...» и т.п. или безличными предложениями: «необходимо подчеркнуть, что...», «важно обратить внимание на тот факт, что.», «следует отметить.» и т.д.

Отдельные положения реферата должны быть иллюстрированы цифровыми данными из справочников, монографий и других литературных источников, при необходимости оформленными в справочные или аналитические таблицы, диаграммы, графики. При составлении аналитических таблиц, диаграмм, графиков используемые исходные данные выносятся в приложение, а в тексте приводятся результаты расчетов отдельных показателей (если аналитическая таблица по размеру превышает одну страницу, ее целиком следует перенести в приложение). В тексте, анализирующем или комментирующем таблицу, не следует пересказывать ее содержание, а уместно формулировать основной вывод, к которому подводят табличные данные, или вводить дополнительные показатели, более отчетливо характеризующие то или иное явление или его отдельные стороны. Все материалы, не являющиеся необходимыми для решения поставленной в работе задачи, также выносятся в приложение.

Написание введения и заключения

Введение и заключение - очень важные части реферата. Они должны быть тщательно проработаны, выверены логически, стилистически, орфографически и пунктуационно.

Структурно введение состоит из нескольких логических элементов. Во введении в обязательном порядке обосновываются:

- актуальность работы (необходимо аргументировать, в силу чего именно эта проблема значима для исследования);
- характеристика степени разработанности темы (краткий обзор имеющейся научной литературы по рассматриваемому вопросу, призванный показать знакомство студента со специальной литературой, его умение систематизировать источники, критически их рассматривать, выделять существенное, оценивать ранее сделанное другими исследователями, определять главное в современном состоянии изученности темы);
- цель и задачи работы;
- объект и предмет исследования;
- методы исследования;
- теоретическая база исследования (систематизация основных источников, которые использованы для написания своей работы);
- структура работы (название глав работы и их краткая характеристика).

По объему введение занимает 1,5-2 страницы текста, напечатанного в соответствии с техническими требованиями, определенными преподавателем.

Заключение содержит краткую формулировку результатов, полученных в ходе работы, указание на проблемы практического характера, которые были выявлены в процессе исследования, а также рекомендации относительно их устранения. В заключении возможно повторение тех выводов, которые были сделаны по главам. Объем заключения - 1 - 3 страницы печатного текста.

Представление реферата преподавателю

Окончательный вариант текста реферата необходимо распечатать и вставить в папку-скоросшиватель. Законченный и оформленный в соответствии с техническими требованиями реферат подписывается студентом и представляется в распечатанном и в электронном виде в срок, обозначенный преподавателем.

Перед сдачей реферата аспирант проверяет его в системе «Антиплагиат» (http://www.antiplagiat.ru/), пишет заявление о самостоятельном характере работы, где указывает процент авторского текста, полученный в результате тестирования реферата в данной системе. Информацию, полученную в результате тестирования реферата в данной системе (с указанием процента авторского текста), аспирант в печатном виде предоставляет преподавателю вместе с окончательным вариантом текста реферата, который не подлежит доработке или замене.

Защита реферата

При подготовке реферата к защите (если она предусмотрена) следует:

1. Составить план выступления, в котором отразить актуальность темы, самостоятельных характер работы, главные выводы и/или предложения, их краткое обоснование и практическое и практическое значение - с тем, чтобы в течение 3 - 5 минут представить достоинства выполненного исследования.
2. Подготовить иллюстративный материал: схемы, таблицы, графики и др. наглядную информацию для использования во время защиты. Конкретный вариант наглядного представления результатов определяется форматом процедуры защиты реферата.

Критерии оценивания реферата

Критерии оценивания реферата: новизна текста, степень раскрытия сущности вопроса, соблюдение требований к оформлению.

Новизна текста – обоснование актуальности темы; новизна и самостоятельность в постановке проблемы, формулирование нового аспекта известной проблемы; умение работать с литературой, систематизировать и структурировать материал; наличие авторской позиции, самостоятельная интерпретация описываемых в реферате фактов и проблем – 4 балла.

Степень раскрытия сущности вопроса - соответствие содержания доклада его теме; полнота и глубина знаний по теме; умение обобщать, делать выводы, сопоставлять различные точки зрения по вопросу (проблеме); оценка использованной литературы (использование современной научной литературы) – 4 балла.

Соблюдение требований к оформлению - правильность оформления ссылок на источники, списка использованных источников; грамотное изложение текста (орфографическая, пунктуационная, стилистическая культура); владение терминологией; корректность цитирования – 4 балла.

Критерии оценивания публичного выступления (защита реферата): логичность построения выступления; грамотность речи и владение профессиональной терминологией; обоснованность выводов; умение отвечать на вопросы; поведение при защите работы *(*манера говорить, отстаивать свою точку зрения, привлекать внимание к важным моментам в докладе или ответах на вопросы и т.д.) соблюдение требований к объёму доклада – 10 баллов.

Критерии оценивания презентации: дизайн и мультимедиа – эффекты, содержание – 4 балла.

Всего – 25 баллов.

Оценка «зачтено»

Оценка *«зачтено»* – реферат полностью соответствует предъявляемым требованиям (критериям оценки) – 23-25 баллов.

Критерии оценивания реферата: актуальность темы обоснована, сформулирован новый аспект рассмотрения проблемы, присутствует новизна и самостоятельность в постановке проблемы, анализируемый материал систематизирован и структурирован, широкий диапазон и качество (уровень) используемого информационного пространства (привлечены различные источники научной информации), прослеживается наличие авторской позиции и самостоятельной интерпретации описываемых в реферате фактов и проблем.

Степень раскрытия сущности вопроса - содержание реферата соответствует теме, продемонстрирована полнота и глубина знаний по теме, присутствует личная оценка (вывод), объяснены альтернативные взгляды на рассматриваемую проблему и обосновано сбалансированное заключение; представлен критический анализ использованной литературы (использование современной научной литературы).

Соблюдение требований к оформлению – текст оформлен в соответствие с методическими требованиями и ГОСТом, в работе соблюдены правила русской орфографии и пунктуации, выдержана стилистическая культура научного текста, четкое и полное определение рассматриваемых понятий (категорий), приводятся соответствующие примеры в строгом соответствии с рассматриваемой проблемой, соблюдена корректность при цитировании источников.

Критерии оценивания презентации: цвет фона гармонирует с цветом текста, всё отлично читается, использовано 3 цвета шрифта, все страницы выдержаны в едином стиле, гиперссылки выделены и имеют разное оформление до и после посещения кадра, анимация присутствует только в тех местах, где она уместна и усиливает эффект восприятия текстовой части информации, звуковой фон соответствует единой концепции и усиливает эффект восприятия текстовой части информации, размер шрифта оптимальный, все ссылки работают, содержание является строго научным, иллюстрации (графические, музыкальные, видео) усиливают эффект восприятия текстовой части информации, орфографические , пунктуационные, стилистические ошибки отсутствуют, наборы числовых данных проиллюстрированы графиками и диаграммами в наиболее адекватной форме, информация является актуальной и современной, ключевые слова в тексте выделены.

Критерии оценивания публичного выступления: выступление логично построено, выводы аргументированы, свободное владение профессиональной терминологией, в речи отсутствуют орфоэпические, лексические, грамматические и синтаксические ошибки, дает полные и исчерпывающие ответы на вопросы, соблюдены этические нормы поведения при защите работы, владеет различными способами привлечения и удержания внимания и интереса аудитории к сообщению, соблюдены требования к объёму доклада.

Оценка «*зачтено*» - реферат в основном соответствует предъявляемым требованиям (критериям оценки) – 18-22 баллов.

Критерии оценивания реферата: актуальность темы обоснована, сформулирован новый аспект рассмотрения проблемы, анализируемый материал систематизирован и структурирован, представлен достаточный диапазон используемого информационного

пространства (привлечены несколько источников научной информации), прослеживается наличие авторской позиции в реферате при отборе фактов и проблем.

Степень раскрытия сущности вопроса - содержание реферата соответствует теме, продемонстрирована достаточная осведомленность знаний по теме, присутствует личная оценка (вывод), объяснены 2-3 взгляда на рассматриваемую проблему и обосновано заключение; представлен критический обзор использованной литературы (использование современной научной литературы).

Соблюдение требований к оформлению – текст оформлен в соответствие с методическими требованиями и ГОСТом, в работе имеются незначительные ошибки правил русской орфографии и пунктуации, выдержана стилистическая культура научного текста, четкое определение рассматриваемых понятий (категорий), приводятся соответствующие примеры в строгом соответствии с рассматриваемой проблемой, соблюдена корректность при цитировании источников.

Критерии оценивания презентации: цвет фона хорошо соответствует цвету текста, всё можно прочесть, использовано 3 цвета шрифта, 1-2 страницы имеют свой стиль оформления, отличный от общего, гиперссылки выделены и имеют разное оформление до и после посещения кадра, анимация присутствует только в тех местах, где она уместна, звуковой фон соответствует единой концепции и привлекает внимание зрителей в нужных местах - именно к информации, размер шрифта оптимальный, все ссылки работают, содержание в целом является научным, иллюстрации (графические, музыкальные, видео) соответствуют тексту, орфографические, пунктуационные, стилистические ошибки практически отсутствуют, наборы числовых данных проиллюстрированы графиками и диаграммами, информация является актуальной и современной, ключевые слова в тексте выделены

Критерии оценивания публичного выступления : выступление логично построено, выводы аргументированы, испытывает незначительные затруднения при использовании профессиональной терминологии, в речи допускает в незначительном количестве орфоэпические, лексические, грамматические и синтаксические ошибки, дает полные и исчерпывающие ответы на вопросы, соблюдены этические нормы поведения при защите работы , владеет ограниченным набором способов привлечения внимания аудитории к сообщению, соблюдены требования к объёму доклада.

Оценка *«зачтено»* - реферат частично соответствует предъявляемым требованиям (критериям оценки) – 13-17 баллов.

Критерии оценивания реферата: актуальность темы обоснована, сформулирован новый аспект рассмотрения проблемы, анализируемый материал систематизирован и структурирован, представлен достаточный диапазон используемого информационного пространства (привлечены несколько источников научной информации), прослеживается наличие авторской позиции в реферате при отборе фактов и проблем.

Степень раскрытия сущности вопроса - содержание реферата соответствует теме, продемонстрирована достаточная осведомленность знаний по теме, присутствует личная оценка (вывод), объяснены 2-3 взгляда на рассматриваемую проблему и обосновано заключение; представлен критический обзор использованной литературы (использование современной научной литературы).

Соблюдение требований к оформлению – оформление текста частично не соответствует методическими требованиям и ГОСТу, в работе имеются ошибки правил русской орфографии и пунктуации, в целом выдержана стилистическая культура научного текста, четкое определение рассматриваемых понятий (категорий), частично не соблюдена корректность при цитировании источников.

Критерии оценивания презентации: цвет фона плохо соответствует цвету текста, использовано более 4 цветов шрифта, некоторые страницы имеют свой стиль оформления, гиперссылки выделены, анимация дозирована, звуковой фон не соответствует единой концепции, но не носит отвлекающий характер, размер шрифта средний (соответственно,

объём информации слишком большой — кадр несколько перегружен), ссылки работают, содержание включает в себя элементы научности, иллюстрации (графические, музыкальные, видео) в определенных случаях соответствуют тексту, есть орфографические, пунктуационные, стилистические ошибки, наборы числовых данных чаще всего проиллюстрированы графиками и диаграммами, информация является актуальной и современной ключевые слова в тексте, чаще всего, выделены.

Критерии оценивания публичного выступления: в выступлении нарушено логическое построение, выводы не аргументированы, испытывает затруднения при использовании профессиональной терминологии, в речи допускает в орфоэпические, лексические, грамматические и синтаксические ошибки, дает краткие ответы на вопросы, в целом соблюдены этические нормы поведения при защите работы, соблюдены требования к объёму доклада.

Оценка «не зачтено»

Оценка *«не зачтено»* - реферат не соответствует предъявляемым требованиям (критериям оценки) – 0-12 баллов.

Критерии оценивания реферата: актуальность темы не обоснована, не сформулирован новый аспект рассмотрения проблемы, анализируемый материал не систематизирован, ограниченный диапазон используемого информационного пространства (привлечен 1 источник научной информации), отсутствует авторская позиция в реферате.

Степень раскрытия сущности вопроса - содержание реферата не соответствует теме, не продемонстрирована осведомленность знаний по теме, отсутствует личная оценка (вывод), представлен 1 позиция рассмотрения проблемы, заключение не обосновано, отсутствует критический обзор использованной литературы.

Соблюдение требований к оформлению – оформление текста не соответствует методическими требованиям и ГОСТу, в работе выполнена с ошибками правил русской орфографии и пунктуации, не выдержана стилистическая культура научного текста, отсутствует четкое определение рассматриваемых понятий (категорий), не соблюдена корректность при цитировании источников.

Критерии оценивания презентации: цвет фона не соответствует цвету текста, использовано более 5 цветов шрифта, каждая страница имеет свой стиль оформления, гиперссылки не выделены, анимация отсутствует (или же презентация перегружена анимацией), звуковой фон не соответствует единой концепции, носит отвлекающий характер, слишком мелкий шрифт (соответственно, объём информации слишком велик — кадр перегружен), не работают отдельные ссылки, содержание не является научным, иллюстрации (графические, музыкальные, видео) не соответствуют тексту, много орфографических, пунктуационных, стилистических ошибок, наборы числовых данных не проиллюстрированы графиками и диаграммами, информация не представляется актуальной и современной, ключевые слова в тексте не выделены

Критерии оценивания публичного выступления: отказывается от защиты или в выступлении нарушено логическое построение, отсутствуют выводы, не использует профессиональную терминологию, в речи допускает значительном количестве орфоэпические, лексические, грамматические и синтаксические ошибки, не отвечает на вопросы, нарушает со этические нормы поведения при защите работы, не соблюдены требования к объёму доклада.

2.Методические рекомендации по написанию эссе

Эссе - это самостоятельная письменная работа на тему, предложенную преподавателем (тема может быть предложена и студентом, но обязательно должна быть согласована с преподавателем). Цель эссе состоит в развитии навыков самостоятельного творческого мышления и письменного изложения собственных мыслей. Писать эссе чрезвычайно полезно, поскольку это позволяет автору научиться четко и грамотно формулировать мысли, структурировать информацию, использовать основные категории анализа, выделять причинно-следственные связи, иллюстрировать понятия соответствующими примерами, аргументировать свои выводы; овладеть научным стилем речи.

Эссе должно содержать: четкое изложение сути поставленной проблемы, включать самостоятельно проведенный анализ этой проблемы с использованием концепций и аналитического инструментария, рассматриваемого в рамках дисциплины, выводы, обобщающие авторскую позицию по поставленной проблеме. В зависимости от специфики дисциплины формы эссе могут значительно дифференцироваться. В некоторых случаях это может быть анализ имеющихся статистических данных по изучаемой проблеме, анализ материалов из средств массовой информации и использованием изучаемых моделей, подробный разбор предложенной задачи с развернутыми мнениями, подбор и детальный анализ примеров, иллюстрирующих проблему и т.д.

Построение эссе

Построение эссе - это ответ на вопрос или раскрытие темы, которое основано на классической системе доказательств.

Структура эссе

1. *Титульный лист* (заполняется по единой форме);
2. *Введение* - суть и обоснование выбора данной темы, состоит из ряда компонентов, связанных логически и стилистически.

На этом этапе очень важно правильно *сформулировать вопрос, на который вы собираетесь найти ответ в ходе своего исследования.*

При работе над Введением могут помочь ответы на следующие вопросы: «Надо ли давать определения терминам, прозвучавшим в теме эссе?», «Почему тема, которую я раскрываю, является важной в настоящий момент?», «Какие понятия будут вовлечены в мои рассуждения по теме?», «Могу ли я разделить тему на несколько более мелких подтем?».

3. *Основная часть* - теоретические основы выбранной проблемы и изложение основного вопроса.

Данная часть предполагает развитие аргументации и анализа, а также обоснование их, исходя из имеющихся данных, других аргументов и позиций по этому вопросу. В этом заключается основное содержание эссе и это представляет собой главную трудность. Поэтому важное значение имеют подзаголовки, на основе которых осуществляется структурирование аргументации; именно здесь необходимо обосновать (логически, используя данные или строгие рассуждения) предлагаемую аргументацию/анализ. Там, где это необходимо, в качестве аналитического инструмента можно использовать графики, диаграммы и таблицы.

В зависимости от поставленного вопроса анализ проводится на основе следующих категорий:

Причина - следствие, общее - особенное, форма - содержание, часть - целое, постоянство - изменчивость.

В процессе построения эссе необходимо помнить, что один параграф должен содержать только одно утверждение и соответствующее доказательство, подкрепленное графическим и иллюстративным материалом. Следовательно, наполняя содержанием разделы аргументацией (соответствующей подзаголовкам), необходимо в пределах параграфа ограничить себя рассмотрением одной главной мысли.

Хорошо проверенный (и для большинства — совершено необходимый) способ построения любого эссе - использование подзаголовков для обозначения ключевых моментов аргументированного изложения: это помогает посмотреть на то, что предполагается сделать (и ответить на вопрос, хорош ли замысел). Такой подход поможет следовать точно определенной цели в данном исследовании. Эффективное использование подзаголовков - не только обозначение основных пунктов, которые необходимо осветить. Их последовательность может также свидетельствовать о наличии или отсутствии логичности в освещении темы.

4. *Заключение* - обобщения и аргументированные выводы по теме с указанием области ее применения и т.д. Подытоживает эссе или еще раз вносит пояснения, подкрепляет смысл и значение изложенного в основной части. Методы, рекомендуемые для составления заключения: повторение, иллюстрация, цитата, впечатляющее утверждение. Заключение может содержать такой очень важный, дополняющий эссе элемент, как указание на применение (импликацию) исследования, не исключая взаимосвязи с другими проблемами.

Структура аппарата доказательств, необходимых для написания эссе

Доказательство - это совокупность логических приемов обоснования истинности какого-либо суждения с помощью других истинных и связанных с ним суждений. Оно связано с убеждением, но не тождественно ему: аргументация или доказательство должны основываться на данных науки и общественно-исторической практики, убеждения же могут быть основаны на предрассудках, неосведомленности людей в вопросах экономики и политики, видимости доказательности. Другими словами, доказательство или аргументация - это рассуждение, использующее факты, истинные суждения, научные данные и убеждающее нас в истинности того, о чем идет речь.

Структура любого доказательства включает в себя три составляющие: тезис, аргументы и выводы или оценочные суждения.

Тезис - это положение (суждение), которое требуется доказать. *Аргументы* - это категории, которыми пользуются при доказательстве истинности тезиса. *Вывод* - это мнение, основанное на анализе фактов. *Оценочные суждения* - это мнения, основанные на наших убеждениях, верованиях или взглядах. *Аргументы* обычно делятся на следующие группы:

1. *Удостоверенные факты* — фактический материал (или статистические данные).
2. *Определения* в процессе аргументации используются как описание понятий, связанных с тезисом.
3. *Законы* науки и ранее доказанные теоремы тоже могут использоваться как аргументы доказательства.

Требования к фактическим данным и другим источникам

При написании эссе чрезвычайно важно то, как используются эмпирические данные и другие источники (особенно качество чтения). Все (фактические) данные соотносятся с конкретным временем и местом, поэтому прежде, чем их использовать, необходимо убедится в том, что они соответствуют необходимому для исследований времени и месту. Соответствующая спецификация данных по времени и месту — один из способов, который может предотвратить чрезмерное обобщение, результатом которого может, например,

стать предположение о том, что все страны по некоторым важным аспектам одинаковы (если вы так полагаете, тогда это должно быть доказано, а не быть голословным утверждением).

Всегда можно избежать чрезмерного обобщения, если помнить, что в рамках эссе используемые данные являются иллюстративным материалом, а не заключительным актом, т.е. они подтверждают аргументы и рассуждения и свидетельствуют о том, что автор умеет использовать данные должным образом. Нельзя забывать также, что данные, касающиеся спорных вопросов, всегда подвергаются сомнению. От автора не ждут определенного или окончательного ответа. Необходимо понять сущность фактического материала, связанного с этим вопросом (соответствующие индикаторы? насколько надежны данные для построения таких индикаторов? к какому заключению можно прийти на основании имеющихся данных и индикаторов относительно причин и следствий? и т.д.), и продемонстрировать это в эссе. Нельзя ссылаться на работы, которые автор эссе не читал сам.

Как подготовить и написать эссе?

Качество любого эссе зависит от трех взаимосвязанных составляющих, таких как:

1. Исходный материал, который будет использован (конспекты прочитанной литературы, лекций, записи результатов дискуссий, собственные соображения и накопленный опыт по данной проблеме).
2. Качество обработки имеющегося исходного материала (его организация, аргументация и доводы).
3. Аргументация (насколько точно она соотносится с поднятыми в эссе проблемами).

Процесс написания эссе можно разбить на несколько стадий: обдумывание - планирование - написание - проверка - правка.

Планирование - определение цели, основных идей, источников информации, сроков окончания и представления работы.

Цель должна определять действия.

Идеи, как и цели, могут быть конкретными и общими, более абстрактными. Мысли, чувства, взгляды и представления могут быть выражены в форме аналогий, ассоциации, предположений, рассуждений, суждений, аргументов, доводов и т.д.

Аналогии - выявление идеи и создание представлений, связь элементов значений.

Ассоциации - отражение взаимосвязей предметов и явлений действительности в форме закономерной связи между нервно - психическими явлениями (в ответ на тот или иной словесный стимул выдать «первую пришедшую в голову» реакцию).

Предположения - утверждение, не подтвержденное никакими доказательствами.

Рассуждения - формулировка и доказательство мнений.

Аргументация - ряд связанных между собой суждений, которые высказываются для того, чтобы убедить читателя (слушателя) в верности (истинности) тезиса, точки зрения, позиции.

Суждение - фраза или предложение, для которого имеет смысл вопрос: истинно или ложно?

Доводы - обоснование того, что заключение верно абсолютно или с какой-либо долей вероятности. В качестве доводов используются факты, ссылки на авторитеты, заведомо истинные суждения (законы, аксиомы и т.п.), доказательства (прямые, косвенные, «от противного», «методом исключения») и т.д.

Перечень, который получится в результате перечисления идей, поможет определить, какие из них нуждаются в особенной аргументации.

*Источники***.** Тема эссе подскажет, где искать нужный материал. Обычно пользуются библиотекой, Интернет-ресурсами, словарями, справочниками. Пересмотр означает редактирование текста с ориентацией на качество и эффективность.

Качество текста складывается из четырех основных компонентов: ясности мысли, внятности, грамотности и корректности.

Мысль - это содержание написанного. Необходимо четко и ясно формулировать идеи, которые хотите выразить, в противном случае вам не удастся донести эти идеи и сведения до окружающих.

Внятность - это доступность текста для понимания. Легче всего ее можно достичь, пользуясь логично и последовательно тщательно выбранными словами, фразами и взаимосвязанными абзацами, раскрывающими тему.

Грамотность отражает соблюдение норм грамматики и правописания. Если в чем-то сомневаетесь, загляните в учебник, справьтесь в словаре или руководстве по стилистике или дайте прочитать написанное человеку, чья манера писать вам нравится.

Корректность — это стиль написанного. Стиль определятся жанром, структурой работы, целями, которые ставит перед собой пишущий, читателями, к которым он обращается.

3. Методические рекомендации по написанию реферата статьи

Реферирование представляет собой интеллектуальный творческий процесс, включающий осмысление, аналитико-синтетическое преобразование информации и создание нового документа - реферата, обладающего специфической языково-стилистической формой.

Рефератом статьи (далее - реферат) называется текст, передающий основную информацию подлинника в свернутом виде и составленный в результате ее смысловой переработки[2].

Основными функциями рефератов являются следующие: информативная, поисковая, индикативная, справочная, сигнальная, адресная, коммуникативная.

Информативная функция. Поскольку реферат является кратким изложением основного содержания первичного документа, главная его задача состоит в том, чтобы передавать фактографическую информацию.

Отсюда информативность является наиболее существенной и отличительной чертой реферата.

Поисковая и справочная функции. Как средство передачи информации реферат нередко заменяет чтение первичного документа. Обращаясь к рефератам, пользователь осуществляет по ним непосредственный поиск информации, причем информации фактографической. В этом проявляется поисковая функция реферата, а также функция справочная, поскольку извлекаемая из реферата информация во многом представляет справочный интерес.

Индикативная функция. Реферат должен характеризовать оригинальный материал не только содержательно, но и описательно. Путем описания обычно даются дополнительные характеристики первичного материала: его вид (книга, статья), наличие в нем иллюстраций и т.д.

Кроме того, в реферате иногда приходится ограничиваться лишь названием или перечислением отдельных вопросов содержания. Это еще одно свойство реферата, которое принято называть индикативностью.

Адресная функция. Точным библиографическим описанием первичного документа одновременно достигается то, что реферат способен выполнять адресную функцию, без чего бессмысленен документальный информационный поиск.

Сигнальная функция. Эта функция реферата проявляется, когда осуществляется оперативное информирование с помощью авторских рефератов о планах выпуска литературы, а также о существовании неопубликованных, в том числе депонированных работ.

Диапазон использования рефератов очень широк. Они применяются как в индивидуальном, так и в коллективном информационном обеспечении, проводимом в интересах научно-исследовательских работ, учебного процесса и т.д. Они же являются средством международного обмена информацией и выполняют научно-коммуникативные функции в интернациональном масштабе.

Являясь наиболее экономным средством ознакомления с первоисточником, реферат должен отразить все существенные моменты последнего и особо выделить основную мысль автора. Многообразные функции реферата в системе научных коммуникаций можно объединить в следующие основные группы: информативные, поисковые, коммуникативные. Поскольку реферат передает в сжатом виде текст первоисточника, он позволяет специалисту либо получить релевантную информацию, либо сделать вывод о том, что обращаться к первоисточнику нет необходимости.

Существует три основных способа изложения информации в реферате.

---

[2] Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности (на материале немецкого языка): Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5

Экстрагирование - представление информации первоисточника в реферате. Эта методика достаточно проста: референт отмечает предложения, которые затем полностью или с незначительным перефразированием переносятся в реферат-экстракт.

Перефразирование - наиболее распространенный способ реферативного изложения. Здесь имеет место частичное текстуальное совпадение с первоисточником. Перефразирование предполагает не использование значительной части сведений оригинала, а перестройку его смысловой и синтаксической структуры. Перестройка текста достигается за счет таких операций, как замещение (одни фрагменты текста заменяются другими), совмещения (объединяются несколько предложений в одно) и обобщение.

Интерпретация - это способ реферативного изложения, когда содержание первоисточника может раскрываться либо в той же последовательности, либо на основе обобщенного представления о нем. Разновидностью интерпретированных рефератов могут быть авторефераты диссертаций, тезисы докладов научных конференций и совещаний.

Для качественной подготовки реферата необходимо владеть основными приемами анализа и синтеза, знать основные требования, предъявляемые к рефератам, их структурные и функциональные особенности.

Процесс реферирования делится на пять основных этапов:

1. Определение способа охвата первоисточника, который в данном конкретном случае наиболее целесообразен, для реферирования (общее, фрагментное, аспектное и т.д.).
2. Беглое ознакомительное чтение, когда референт решает вопрос о научно-практической значимости и информационной новизне первоисточника. Анализ его вида позволяет осуществить выбор аспектной схемы изложения реферата.
3. Конструирование текста реферата, которое осуществляется с использованием приемов перефразирования, обобщения, абстрагирования и т.д. Очень редко предложения или фрагменты оригинала используются без изменения. Запись полученных в результате синтеза конструкций осуществляется в последовательности, соответствующей разработанной схеме или плану.
4. Критический анализ полученного текста с точки зрения потребителя реферата.
5. Оформление и редактирование, которые являются заключительным этапом подготовки реферата.

Все, что в первичном документе не заслуживает внимания потребителя реферата, должно быть опущено. Так, в реферат не включаются:

- общие выводы, не вытекающие из полученных результатов;
- информация, не понятная без обращения к первоисточнику;
- общеизвестные сведения;
- второстепенные детали, избыточные рассуждения;
- исторические справки;
- детальные описания экспериментов и методик;
- сведения о ранее опубликованных документах и т. д.

Приемы составления реферата позволяют обеспечить соблюдение основных методических принципов реферирования: адекватности, информативности, краткости и достоверности.

Хотя реферат по содержанию зависит от первоисточника, он представляет собой новый, самостоятельный документ. Общими требованиями к языку реферата являются точность, краткость, ясность, доступность.

По своим языковым и стилистическим средствам реферат отличается от первоисточника, поскольку референт использует иные термины и строит предложения в соответствии со стилем реферата. Наряду с сообщением могут использоваться перифразы. Вместе с тем в ряде случаев стилистика реферата может совпадать с первоисточником, что особенно характерно для расширенных рефератов.

Изложение реферата должно обеспечивать наибольшую семантическую адекватность, семантическую эквивалентность, краткость и логическую последовательность. Для этого

необходимы определенные лексические и грамматические средства. Адекватность и эквивалентность достигаются за счет правильного употребления терминов, краткость - за счет экономной структуры предложений и использования терминологической лексики.

Быстрое и адекватное восприятие реферата обеспечивается употреблением простых законченных предложений, имеющих правильную грамматическую форму. Громоздкие предложения затрудняют понимание реферата, поэтому сложные предложения, как правило, расчленяются на ряд простых при сохранении логических взаимоотношений между ними путем замены соединительных слов, например, местоимениями.

Широко используются неопределенно-личные предложения без подлежащего. Они концентрируют внимание читающего только на факте, усиливая тем самым информационно-справочную значимость реферата.

Реферату, как одному из жанров научного стиля, присущи те же семантико-структурные особенности, что и научному стилю в целом: объективность, однозначность, логичность изложения, безличная манера повествования, широкое использование научных терминов, абстрактной лексики и т.д. В то же время этот жанр имеет и свою специфику стиля: фактографичность (констатация фактов), обобщенно-отвлеченный характер изложения, предельная краткость, подчеркнутая логичность, стандартизация языкового выражения.

Рефераты делятся на информативные (реферат-конспект), индикативные, указательные (реферат-резюме) и обзорные (реферат-обзор)[3]. В основу их классификации положена степень аналитико-синтетической переработки источника.

Информативные рефераты включают в себя изложение (в обобщенном виде) всех основных проблем, изложенных в первоисточнике, их аргументацию, основные результаты и выводы, имеющие теоретическую и практическую ценность.

Индикативные рефераты указывают только на основные моменты содержания первоисточника. Их также называют реферативной аннотацией.

Научные рефераты отражают смысловую сторону образно-тематического содержания. В его основе лежат такие мыслительные операции, как обобщение и абстракция.

Реферат-резюме направлен на перечисление основных проблем источника без содержания доказательств.

Реферат, независимо от его типа, имеет единую структуру:

- название реферируемой работы (или выходные данные);
- композиция реферируемой работы;
- главная мысль реферируемого материала;
- изложение содержания;
- выводы автора по реферируемому материалу.

Обычно в самом первоисточнике главная мысль становится ясной лишь после прочтения всего материала, в реферате же с нее начинается изложение содержания, она предшествует всем выводам и доказательствам. Такая последовательность изложения необходима для того, чтобы с самого начала сориентировать читателя относительно основного содержания источника и его перспективной ценности. Выявление главной мысли источника становится весьма ответственным делом референта и требует от него вдумчивого отношения к реферируемому материалу. Иногда эта главная мысль самим автором даже не формулируется, а лишь подразумевается. Референту необходимо суметь сжато ее сформулировать, не внося своих комментариев.

Содержание реферируемого материала излагается в последовательности первоисточника по главам, разделам, параграфам. Обычно дается формулировка вопроса, приводится вывод по этому вопросу и необходимая цепь доказательств в их логической последовательности.

---

[3] Брандес М. П. Немецкий язык. Переводческое реферирование: практикум. М.: КДУ, 2008. - 368с.

Следует иметь в виду, что иногда выводы автора не вполне соответствуют главной мысли первоисточника, так как могут быть продиктованы факторами, выходящими за пределы излагаемого материала. Но в большинстве случаев выводы автора вытекают из главной мысли, выявление которой и помогает их понять.

Перечень типичных смысловых частей информационного реферата и используемых в каждой из них типичных языковых средств представлен в таблице 1.

Таблица 1

Перечень типичных смысловых частей информационного реферата и используемых в каждой из них типичных языковых средств

Смысловые части реферата	**Используемые языковые средства**
1. Название реферируемой работы (или выходные данные)	- В. Вильсон. Наука государственного управления // Классики теории государственного управления: американская школа. Под ред. ДЖ. Шафритца, А. Хайда. – М. : Изд-во МГУ, 2003. – с. 24-42.; - Статья называется (носит название, озаглавлена)
2. Композиция реферируемой работы	- Статья • состоит из…… • делится на ….. • начинается с……. • кончается (чем?)…….; - В статье можно выделить две части…….
3. Проблематика и основные положения работы	- Статья • посвящена теме (проблеме, вопросу) …… • представляет собой анализ (обзор, описание, обобщение, изложение) …….. - Автор статьи • ставит (рассматривает, освещает, поднимает, затрагивает) следующие вопросы (проблемы) …… • особо останавливается (на чем?) ..... • показывает значение (чего?) …….. • раскрывает сущность (чего?) ……. • обращает внимание (на что?) …… • уделяет внимание (чему?) ….. • касается (чего?) ……. - В статье • рассматривается (что?) …. • анализируется (что?) ….. • делается анализ (обзор, описание, обобщение, изложение) (чего?) …… • раскрывается, освещается вопрос… • обобщается (что?) ……. • отмечается важность (чего?) …… • касается (чего?)….. - В статье • показано (что?) …… • уделено большое внимание (чему?) …… • выявлено (что?) ……. • уточнено (что?) ……..
4. Аргументация основных положений работы	- Автор • приводит примеры (факты, цифры, данные) ……. • иллюстрирует это положение …….. • подтверждает (доказывает, аргументирует) свою точку зрения примерами (данными)… - в подтверждение своей точки зрения автор приводит доказательства (аргументы, ряд доказательств, примеры, иллюстрации, данные, результаты наблюдений)… - Для доказательств своих положений автор описывает • эксперимент …… • в ходе эксперимента автор привлекал …

5. Выводы, заключения	• выполненные исследования показывают… • приведенные наблюдения (полученные данные) приводят к выводу (позволяют сделать выводы).. • из сказанного можно сделать вывод, что ….. • анализ результатов свидетельствует … - На основании проведенных наблюдений (полученных данных, анализ результатов) • был сделан вывод (можно сделать заключение) …. • автор приводит выводы …….

Реферат может содержать комментарий референта, только в том случае, если референт является достаточно компетентным в данном вопросе и может вынести квалифицированное суждение о реферируемом материале. В комментарий входят критическая характеристика первоисточника, актуальность освещенных в нем вопросов, суждение об эффективности предложенных решений, указание, на кого рассчитан реферируемый материал.

Комментарий реферата может содержать оценку тех или иных положений, высказываемых автором реферируемой работы. Эта оценка чаще всего выражает согласие или несогласие с точкой зрения автора. Языковые средства, которые используются при этом, рассмотрены в таблице 2.

Таблица 2

Языковые средства, используемых при оценке те положений, высказываемых автором реферируемой работы

Смысловые части комментарии	**Используемые языковые средства**
Смысловые части комментарии	- Автор • справедливо указывает …. • правильно подходит к анализу (оценке) …. • убедительно доказывает …. • отстаивает свою точку зрения …. • критически относится к работам предшественников ….. - Мы • разделяем точку зрения (мнения, оценку) автора …… • придерживаемся подобного же мнения … • критически относимся к работам предшественников …. - Можно согласится с автором, что ….. - Следует признать достоинства такого подхода к решению ….
Несогласие (отрицательная оценка)	- Автор • не раскрывает содержания (противоречий, разных точек зрения) … • противоречит себе (известным фактам) ……. • игнорирует общеизвестные факты ….. • упускает из вида ……. • не критически относится к высказанному положению …….. • не подтверждает сказанное примерами…. - Мы • придерживаемся другой точки зрения (другого, противоположного мнения) • не можем согласиться (с чем?) … • трудно согласиться с автором (с таким подходом к решению проблемы, вопроса, задачи) …. • можно выразить сомнение в том, что ….. • дискуссивно (сомнительно, спорно) , что …… • к недостаткам работы можно отнести ……

В реферате могут быть использованы цитаты из реферируемой работы. Они всегда ставятся в кавычки. Следует различать три вида цитирования, при этом знаки препинания ставятся, как в предложениях с прямой речью.

1. Цитата стоит после слов составителя реферата. В этом случае после слов составителя реферата ставится двоеточие, а цитата начинается с большой буквы. Например: Автор статьи утверждает: «В нашей стране действительно произошел стремительный рост национального самосознания».

2. Цитата стоит перед словами составителя реферата. В этом случае после цитаты ставится запятая и тире» а слова составителя реферата пишутся с маленькой буквы. Например: «В нашей стране действительно стремительный рост национального самосознания», - утверждает автор статьи.

3. Слова составителя реферата стоят в середине цитаты. В этом случае перед ними и после них ставится точка с запятой. Например: «В нашей стране, - утверждает автор статьи, - действительно стремительный рост национального самосознания».

4. Цитата непосредственно включается в слова составителя реферата. В этом случае (а он является самым распространенным в реферате) цитата начинается с маленькой буквы. Например: Автор статьи утверждает, что «в нашей стране действительно стремительный рост национального самосознания».

4. Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий

Практико-ориентированные задания - метод анализа ситуаций. Суть его заключается в том, что студентам предлагают осмыслить реальную жизненную ситуацию, описание которой одновременно отражает не только какую-либо практическую проблему, но и актуализирует определенный комплекс знаний, который необходимо усвоить при разрешении данной проблемы. При этом сама проблема не имеет однозначных решений.

Использование метода практико-ориентированного задания как образовательной технологии профессионально-ориентированного обучения представляет собой сложный процесс, плохо поддающийся алгоритмизации[4]. Формально можно выделить следующие этапы:

- ознакомление студентов с текстом;
- анализ практико-ориентированного задания;
- организация обсуждения практико-ориентированного задания, дискуссии, презентации;
- оценивание участников дискуссии;
- подведение итогов дискуссии.

Ознакомление студентов с текстом практико-ориентированного задания и последующий анализ практико-ориентированного задания чаще всего осуществляются за несколько дней до его обсуждения и реализуются как самостоятельная работа студентов; при этом время, отводимое на подготовку, определяется видом практико-ориентированного задания, его объемом и сложностью.

Общая схема работы с практико-ориентированное заданием на данном этапе может быть представлена следующим образом: в первую очередь следует выявить ключевые проблемы практико-ориентированного задания и понять, какие именно из представленных данных важны для решения; войти в ситуационный контекст практико-ориентированного задания, определить, кто его главные действующие лица, отобрать факты и понятия, необходимые для анализа, понять, какие трудности могут возникнуть при решении задачи; следующим этапом является выбор метода исследования.

Знакомство с небольшими практико-ориентированного заданиями и их обсуждение может быть организовано непосредственно на занятиях. Принципиально важным в этом случае является то, чтобы часть теоретического курса, на которой базируется практико-ориентированное задание, была бы прочитана и проработана студентами.

Максимальная польза из работы над практико-ориентированного заданиями будет извлечена в том случае, если аспиранты при предварительном знакомстве с ними будут придерживаться систематического подхода к их анализу, основные шаги которого представлены ниже:

1. Выпишите из соответствующих разделов учебной дисциплины ключевые идеи, для того, чтобы освежить в памяти теоретические концепции и подходы, которые Вам предстоит использовать при анализе практико-ориентированного задания.
2. Бегло прочтите практико-ориентированное задание, чтобы составить о нем общее представление.
3. Внимательно прочтите вопросы к практико-ориентированное задание и убедитесь в том, что Вы хорошо поняли, что Вас просят сделать.
4. Вновь прочтите текст практико-ориентированного задания, внимательно фиксируя все факторы или проблемы, имеющие отношение к поставленным вопросам.
5. Прикиньте, какие идеи и концепции соотносятся с проблемами, которые Вам предлагается рассмотреть при работе с практико-ориентированное заданием.

---

[4] Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

Организация обсуждения практико-ориентированного задания предполагает формулирование перед студентами вопросов, включение их в дискуссию. Вопросы обычно подготавливают заранее и предлагают студентам вместе с текстом практико-ориентированного задания. При разборе учебной ситуации преподаватель может занимать активную или пассивную позицию, иногда он «дирижирует» разбором, а иногда ограничивается подведением итогов дискуссии.

Организация обсуждения практико-ориентированных заданий обычно основывается на двух методах. Первый из них носит название традиционного Гарвардского метода - открытая дискуссия. Альтернативным методом является метод, связанный с индивидуальным или групповым опросом, в ходе которого аспиранты делают формальную устную оценку ситуации и предлагают анализ представленного практико-ориентированного задания, свои решения и рекомендации, т.е. делают презентацию. Этот метод позволяет некоторым студентам минимизировать их учебные усилия, поскольку каждый аспирант опрашивается один- два раза за занятие. Метод развивает у студентов коммуникативные навыки, учит их четко выражать свои мысли. Однако, этот метод менее динамичен, чем Гарвардский метод. В открытой дискуссии организация и контроль участников более сложен.

Дискуссия занимает центральное место в методе. Ее целесообразно использовать в том случае, когда аспиранты обладают значительной степенью зрелости и самостоятельности мышления, умеют аргументировать, доказывать и обосновывать свою точку зрения. Важнейшей характеристикой дискуссии является уровень ее компетентности, который складывается из компетентности ее участников. Неподготовленность студентов к дискуссии делает ее формальной, превращает в процесс вытаскивания ими информации у преподавателя, а не самостоятельное ее добывание.

Особое место в организации дискуссии при обсуждении и анализе практико-ориентированного задания принадлежит использованию метода генерации идей, получившего название «мозговой атаки» или «мозгового штурма».

Метод «мозговой атаки» или «мозгового штурма» был предложен в 30-х годах прошлого столетия А. Осборном как групповой метод решения проблем. К концу XX столетия этот метод приобрел особую популярность в практике управления и обучения не только как самостоятельный метод, но и как использование в процессе деятельности с целью усиления ее продуктивности. В процессе обучения «мозговая атака» выступает в качестве важнейшего средства развития творческой активности студентов. «Мозговая атака» включает в себя три фазы.

Первая фаза представляет собой вхождение в психологическую раскованность, отказ от стереотипности, страха показаться смешным и неудачником; достигается созданием благоприятной психологической обстановки и взаимного доверия, когда идеи теряют авторство, становятся общими. Основная задача этой фазы - успокоиться и расковаться.

Вторая фаза - это собственно атака; задача этой фазы - породить поток, лавину идей. «Мозговая атака» в этой фазе осуществляется по следующим принципам:

- есть идея, - говорю, нет идеи, - не молчу;
- поощряется самое необузданное ассоциирование, чем более дикой покажется идея, тем лучше;
- количество предложенных идей должно быть как можно большим;
- высказанные идеи разрешается заимствовать и как угодно комбинировать, а также видоизменять и улучшать;
- исключается критика, можно высказывать любые мысли без боязни, что их признают плохими, критикующих лишают слова;
- не имеют никакого значения социальные статусы участников; это абсолютная демократия и одновременно авторитаризм сумасшедшей идеи;
- все идеи записываются в протокольный список идей;

• время высказываний - не более 1-2 минут.

Третья фаза представляет собой творческий анализ идей с целью поиска конструктивного решения проблемы по следующим правилам:

- анализировать все идеи без дискриминации какой-либо из них;
- найти место идее в системе и найти систему под идею;
- не умножать сущностей без надобности;
- не должна нарушаться красота и изящество полученного результата;
- должно быть принципиально новое видение;
- ищи «жемчужину в навозе».

В методе мозговая атака применяется при возникновении у группы реальных затруднений в осмыслении ситуации, является средством повышения активности студентов. В этом смысле мозговая атака представляется не как инструмент поиска новых решений, хотя и такая ее роль не исключена, а как своеобразное «подталкивание» к познавательной активности.

Презентация, или представление результатов анализа практико-ориентированного задания, выступает очень важным аспектом метода ***case-study***. Умение публично представить интеллектуальный продукт, хорошо его рекламировать, показать его достоинства и возможные направления эффективного использования, а также выстоять под шквалом критики, является очень ценным интегральным качеством современного специалиста. Презентация оттачивает многие глубинные качества личности: волю, убежденность, целенаправленность, достоинство и т.п.; она вырабатывает навыки публичного общения, формирования своего собственного имиджа.

Публичная (устная) презентация предполагает представление решений практико-ориентированного задания группе, она максимально вырабатывает навыки публичной деятельности и участия в дискуссии. Устная презентация обладает свойством кратковременного воздействия на студентов и, поэтому, трудна для восприятия и запоминания. Степень подготовленности выступающего проявляется в спровоцированной им дискуссии: для этого необязательно делать все заявления очевидными и неопровержимыми. Такая подача материала при анализе практико-ориентированного задания может послужить началом дискуссии. При устной презентации необходимо учитывать эмоциональный настрой выступающего: отношение и эмоции говорящего вносят существенный вклад в сообщение. Одним из преимуществ публичной (устной) презентации является ее гибкость. Оратор может откликаться на изменения окружающей обстановки, адаптировать свой стиль и материал, чувствуя настроение аудитории.

Непубличная презентация менее эффектна, но обучающая роль ее весьма велика. Чаще всего непубличная презентация выступает в виде подготовки отчета по выполнению задания, при этом стимулируются такие качества, как умение подготовить текст, точно и аккуратно составить отчет, не допустить ошибки в расчетах и т.д. Подготовка письменного анализа практико-ориентированного задания аналогична подготовке устного, с той разницей, что письменные отчеты-презентации обычно более структурированы и детализированы. Основное правило письменного анализа практико-ориентированного задания заключается в том, чтобы избегать простого повторения информации из текста, информация должна быть представлена в переработанном виде. Самым важным при этом является собственный анализ представленного материала, его соответствующая интерпретация и сделанные предложения. Письменный отчет - презентация может сдаваться по истечении некоторого времени после устной презентации, что позволяет студентам более тщательно проанализировать всю информацию, полученную в ходе дискуссии.

Как письменная, так и устная презентация результатов анализа практико-ориентированного задания может быть групповая и индивидуальная. Отчет может быть индивидуальным или групповым в зависимости от сложности и объема задания. Индивидуальная презентация формирует ответственность, собранность, волю;

групповая - аналитические способности, умение обобщать материал, системно видеть проект.

Оценивание участников дискуссии является важнейшей проблемой обучения посредством метода практико-ориентированного задания. При этом выделяются следующие требования к оцениванию:

- объективность - создание условий, в которых бы максимально точно выявлялись знания обучаемых, предъявление к ним единых требований, справедливое отношение к каждому;
- обоснованность оценок - их аргументация;
- систематичность - важнейший психологический фактор, организующий и дисциплинирующий студентов, формирующий настойчивость и устремленность в достижении цели;
- всесторонность и оптимальность.

Оценивание участников дискуссии предполагает оценивание не столько набора определенных знаний, сколько умения студентов анализировать конкретную ситуацию, принимать решение, логически мыслить.

Следует отметить, что оценивается содержательная активность студента в дискуссии или публичной (устной) презентации, которая включает в себя следующие составляющие:

- выступление, которое характеризует попытку серьезного предварительного
- анализа (правильность предложений, подготовленность,
- аргументированность и т.д.);
- обращение внимания на определенный круг вопросов, которые требуют углубленного обсуждения;
- владение категориальным аппаратом, стремление давать определения, выявлять содержание понятий;
- демонстрация умения логически мыслить, если точки зрения, высказанные раньше, подытоживаются и приводят к логическим выводам;
- предложение альтернатив, которые раньше оставались без внимания;
- предложение определенного плана действий или плана воплощения решения;
- определение существенных элементов, которые должны учитываться при анализе практико-ориентированного задания;
- заметное участие в обработке количественных данных, проведении расчетов;
- подведение итогов обсуждения.

При оценивании анализа практико-ориентированного задания, данного студентами при непубличной (письменной) презентации учитывается:

- формулировка и анализ большинства проблем, имеющихся в практико-ориентированное задание;
- формулировка собственных выводов на основании информации о практико-ориентированное задание, которые отличаются от выводов других студентов;
- демонстрация адекватных аналитических методов для обработки информации;
- соответствие приведенных в итоге анализа аргументов ранее выявленным проблемам, сделанным выводам, оценкам и использованным аналитическим методам.

5. Методические рекомендации по составлению тестовых заданий

Требования к составлению тестовых заданий

Тестовое задание (ТЗ) - варьирующаяся по элементам содержания и по трудности единица контрольного материала, сформулированная в утвердительной форме предложения с неизвестным. Подстановка правильного ответа вместо неизвестного компонента превращает задание в истинное высказывание, подстановка неправильного ответа приводит к образованию ложного высказывания, что свидетельствует о незнании студентом данного учебного материала.

Для правильного составления ТЗ необходимо выполнить следующие *требования*:

1. Содержание каждого ТЗ должно охватывать какую-либо одну смысловую единицу, то есть должно оценивать что-то одно.
2. Ориентация ТЗ на получение *однозначного* заключения.
3. Формулировка содержания ТЗ в виде свернутых кратких суждений. Рекомендуемое количество слов в задании не более 15. В тексте не должно быть преднамеренных подсказок и сленга, а также оценочных суждений автора ТЗ. Формулировка ТЗ должна быть в повествовательной форме (не в форме вопроса). По возможности, текст ТЗ не должен содержать сложноподчиненные конструкции, повелительного наклонения («выберите», «вычислите», «укажите» и т.д). Специфический признак (ключевое слово) выносится в начало ТЗ. Не рекомендуется начинать ТЗ с предлога, союза, частицы.
4. Соблюдение единого стиля оформления ТЗ.

Требования к формам ТЗ

ТЗ может быть представлено в одной из четырех стандартизованных форм:

- закрытой (с выбором одного или нескольких заключений);
- открытой;
- на установление правильной последовательности;
- на установление соответствия.

Выбор формы ТЗ зависит от того, какой вид знаний следует проверить. Так, для оценки фактологических знаний (знаний конкретных фактов, названий, имён, дат, понятий) лучше использовать тестовые задания закрытой или открытой формы.

Ассоциативных знаний (знаний о взаимосвязи определений и фактов, авторов и их теорий, сущности и явления, о соотношении между различными предметами, законами, датами) - заданий на установление соответствия. Процессуальных знаний (знаний правильной последовательности различных действий, процессов) - заданий на определение правильной последовательности.

Тестовое задание закрытой формы

Если к заданиям даются готовые ответы на выбор (обычно один правильный и остальные неправильные), то такие задания называются заданиями с выбором одного правильного ответа или с единичным выбором.

При использовании этой формы следует руководствоваться правилом: в каждом задании с выбором одного правильного ответа правильный ответ должен быть.

Помимо этого, бывают задания с выбором нескольких правильных ответов или с множественным выбором. Подобная форма заданий не допускает наличия в общем перечне ответов следующих вариантов: «все ответы верны» или «нет правильного ответа».

Вариантов выбора (дистракторов) должно быть не менее 4 и не более 7. Если дистракторов мало, то возрастает вероятность угадывания правильного ответа, если слишком много, то делает задание громоздким. Кроме того, дистракторы в большом

количестве часто бывают неоднородными, и тестируемый сразу исключает их, что также способствует угадыванию.

Дистракторы должны быть приблизительно одной длины. Не допускается наличие повторяющихся фраз (слов) в дистракторах.

Тестовое задание открытой формы

В заданиях открытой формы готовые ответы с выбором не даются. Требуется сформулированное самим тестируемым заключение. Задания открытой формы имеют вид неполного утверждения, в котором отсутствует один или несколько ключевых элементов. В качестве ключевых элементов могут быть: число, буква, слово или словосочетание. При формулировке задания на месте ключевого элемента, необходимо поставить прочерк или многоточие. Утверждение превращается в истинное высказывание, если ответ правильный и в ложное высказывание, если ответ неправильный. Необходимо предусмотреть наличие всех возможных вариантов правильного ответа и отразить их в ключе, поскольку отклонения от эталона (правильного ответа) могут быть зафиксированы проверяющим как неверные.

Тестовые задания на установление правильной последовательности

Такое задание состоит из однородных элементов некоторой группы и четкой формулировки критерия упорядочения этих элементов.

Задание начинается со слова: «Последовательность».

Тестовые задания на установление соответствия

Такое задание состоит из двух групп элементов и четкой формулировки критерия выбора соответствия между ними.

Соответствие устанавливается по принципу 1:1 (одному элементу первой группы соответствует только один элемент второй группы) или 1:М (одному элементу первой группы соответствуют М элементов второй группы). Внутри каждой группы элементы должны быть однородными. Количество элементов второй группы должно превышать количество элементов первой группы. Максимальное количество элементов второй группы должно быть не более 10, первой группы - не менее 2.

Задание начинается со слова: «Соответствие». Номера и буквы используются как идентификаторы (метки) элементов. Арабские цифры являются идентификаторами первой группы, заглавные буквы русского алфавита - второй. Номера и буквы отделяются от содержания столбцов круглой скобкой.

6.Требования к написанию и оформлению доклада

Доклад (или отчёт) – один из видов монологической речи, публичное, развёрнутое, официальное, сообщение по определённому вопросу, основанное на привлечении документальных данных.

Обычно любая научная работа заканчивается докладом на специальном научном семинаре, конференции, где участники собираются, чтобы обсудить научные проблемы. На таких семинарах (конференциях) всегда делается доклад по определённой теме. Доклад содержит все части научного отчёта или статьи. Это ответственный момент для докладчика. Здесь проверяются знание предмета исследования, способности проводить эксперимент и объяснять полученные результаты. С другой стороны, люди собираются, чтобы узнать что-то новое для себя. Они тратят своё время и хотят провести время с пользой и интересом. После выступления докладчика слушатели обязательно задают вопросы по теме выступления, и докладчику необходимо научиться понимать суть различных вопросов. Кроме того, на семинаре задача обсуждается, рассматривается со всех сторон, и бывает, что автор узнаёт о своей работе много нового. Часто возникают интересные идеи и неожиданные направления исследований. Работа становится более содержательной. Следовательно, доклад необходим для развития самой науки и для студентов. В этом состоит главное предназначение доклада.

На студенческом семинаре (конференции) всегда подводится итог, делаются выводы, принимается решение или соответствующее заключение. Преподаватель (жюри) выставляет оценку за выполнение доклада и его предъявление, поскольку в учебном заведении данная форма мероприятия является обучающей. Оценки полезно обсуждать со студентами: это помогает им понять уровень их собственных работ. С лучшими сообщениями, сделанными на семинарах, студенты могут выступать впоследствии на студенческих конференциях. Поэтому каждому студенту необходимо обязательно предварительно готовить доклад и учиться выступать публично.

Непосредственная польза выступления студентов на семинаре (конференции) состоит в следующем.

1. Выступление позволяет осуществлять поиск возможных ошибок в постановке работы, методике исследования, обобщении полученных результатов, их интерпретации. Получается, что студенты помогают друг другу улучшить работу. Что может быть ценнее?
2. Выступление дает возможность учиться излагать содержание работы в короткое время, схватывать суть вопросов и толково объяснять существо. Следовательно, учиться делать доклад полезно для работы в любой области знаний.
3. На семинаре (конференции) докладчику принято задавать вопросы. Студентам следует знать, что в научной среде не принято осуждать коллег за заданные в процессе обсуждения вопросы. Однако вопросы должны быть заданы по существу проблемы, исключать переход на личностные отношения. Публичное выступление позволяет студентам учиться корректно, лаконично и по существу отвечать на вопросы, демонстрировать свои знания.

Требования к подготовке доклада

Доклад может иметь форму публичной лекции, а может содержать в себе основные тезисы более крупной работы (например, реферата, курсовой, дипломной работы, научной статьи). Обычно от доклада требуется, чтобы он был:

- точен в части фактического материала и содержал обоснованные выводы;
- составлен с учетом точки зрения адресата;
- посвящен проблемам, непосредственно относящимся к определенной теме;

- разделен на части, логично построенные;
- достаточно обширен, чтобы исчерпать заявленную тему доклада, но не настолько, чтобы утомлять адресата;
- интересно написан и легко читался (слушался);
- понятен, нагляден и привлекателен по оформлению.

Как правило, доклад содержит две части: текст и иллюстрации. Представление рисунков, таблиц, графиков должно быть сделано с помощью компьютера. Компьютер - идеальный помощник при подготовке выступления на семинаре (конференции). Каждая из частей доклада важна. Хорошо подготовленному тексту всегда сопутствует хорошая презентация. Если докладчик не нашёл времени хорошо подготовить текст, то у него плохо подготовлены и иллюстрации. Это неписаное правило.

Доклад строится по определённой схеме. Только хорошая система изложения даёт возможность логично, взаимосвязано, кратко и убедительно изложить результат. Обычно участники конференции знают, что должно прозвучать в каждой части выступления. В мире ежегодно проходят тысячи семинаров, сотни различных конференций, технология создания докладов совершенствуется. Главное - говорить о природе явления, о процессах, проблемах и причинах Вашего способа их решения, аргументировать каждый Ваш шаг к цели.

На следующие вопросы докладчику полезно ответить самому себе при подготовке выступления, заблаговременно (хуже, если подобные вопросы возникнут у слушателей в процессе доклада). Естественно, отвечать целесообразно честно...

1. Какова цель выступления**?**

Или: «Я, автор доклада, хочу...»:

- информировать слушателей о чем-то;
- объяснить слушателям что-то;
- обсудить что-то (проблему, решение, ситуацию и т.п.) со слушателями;
- спросить у слушателей совета;
- сделать себе PR;
- пожаловаться слушателям на что-то (на жизнь, ситуацию в стране и т.п.).

Т.е. ради чего, собственно, затевается выступление? Если внятного ответа на Вопрос нет, то стоит задуматься, нужно ли такое выступление?

2. Какова аудитория?

На кого рассчитано выступление:

- на студентов;
- на клиента (-ов);
- на коллег-профессионалов;
- на конкурентов;
- на присутствующую в аудитории подругу (друзей)?

3. Каков объект выступления?

О чем собственно доклад, что является его «ядром»:

- одна модель;
- серия моделей;
- динамика изменения модели (-ей);
- условия применения моделей;
- законченная методика;
- типовые ошибки;
- прогнозы;
- обзор, сравнительный анализ;
- постановка проблемы, гипотеза;
- иное?

Естественно, качественный доклад может касаться нескольких пунктов из приведенного списка...

4. Какова актуальность доклада?

Или: почему сегодня нужно говорить именно об этом?

5. В чем заключается новизна темы?

Или: если заменить многоумные и иноязычные термины в тексте доклада на обычные слова, то не станет ли содержание доклада банальностью?

Ссылается ли автор на своих предшественников? Проводит ли сравнение с существующими аналогами?

Стоит заметить, что новизна и актуальность - разные вещи. Новизна характеризует насколько ново содержание выступления по сравнению с существующими аналогами. Актуальность - насколько оно сейчас нужно. Бесспорно, самый выигрышный вариант - и ново, и актуально. Неплохо, если актуально, но не ново. Например, давняя проблема, но так никем и не решенная. Терпимо, если не актуально, но ново - как прогноз. Пример: сделанный Д.И. Менделеевым в XIX веке прогноз, что в будущем дома будут не только обогревать, но и охлаждать (кондиционеров тогда и вправду не знали).

Но если и не ново и не актуально, то нужно ли кому-то такое выступление?

6. Разработан ли автором план (структура и логика) выступления?

Есть ли логичная последовательность авторской мысли? Или же автор планирует свой доклад в стиле: «чего-нибудь наболтаю, а наглядный материал и вопросы слушателей как-нибудь помогут вытянуть выступление...?»

Есть ли выводы с четкой фиксацией главного и нового? Как они подводят итог выступлению?

7. Наглядная иллюстрация материалов

Нужна ли она вообще, и если да, то, что в ней будет содержаться? Отражает ли она логику выступления?

Иллюстрирует ли сложные места доклада?

Важно помнить: иллюстративный материал не должен полностью дублировать текст доклада. Слушатель должен иметь возможность записывать: примеры, дополнения, подробности, свои мысли... А для этого необходимо задействовать как можно больше видов памяти. Гигантской практикой образования доказано: материал усваивается лучше, если зрительная и слуховая память подкрепляются моторной. Т.е. надо дать возможность слушателям записывать, а не только пассивно впитывать материал.

Следует учитывать и отрицательный момент раздаточных материалов: точное повторение рассказа докладчика. Или иначе: если на руках слушателей (в мультимедийной презентации) есть полный письменный текст, зачем им нужен докладчик? К слову сказать, часто красивые слайды не столько иллюстрируют материал, сколько прикрывают бедность содержания...

8. Корректные ссылки

Уже много веков в научной среде считается хорошим тоном указание ссылок на первоисточники, а не утаивание их.

9. Что останется у слушателей:

- раздаточный или наглядный материал: какой и сколько?
- собственные записи: какие и сколько? И что сделано автором по ходу доклада для того, чтобы записи слушателей не искажали авторский смысл?
- в головах слушателей: какие понятия, модели, свойства и условия применения были передам слушателям?

Требования к составлению доклада

Полезно придерживаться следующей схемы составления доклада на семинаре (конференции).

Время Вашего доклада ограничено, обычно на него отводится 5-7 минут. За это время докладчик может успеть зачитать в темпе обычной разговорной речи текст объёмом не более 3-5-и листов формата А4. После доклада - вопросы слушателей и ответы докладчика (до 3 минут). Полное время Вашего выступления - не более 10-и минут.

Сначала должно прозвучать название работы и фамилии авторов. Обычно название доклада и авторов произносит руководитель семинара (председатель конференции). Он представляет доклад, но допустим и такой вариант, при котором докладчик сам произносит название работы и имена участников исследования. Потраченное время - примерно 30 с.

Следует знать, что название - это краткая формулировка цели. Поэтому название должно быть конкретным и ясно указывать, на что направлены усилия автора. Если в названии менее 10-и слов - это хороший тон. Если больше - рекомендуется сократить. Так советуют многие международные журналы. В выступлении можно пояснить название работы другими словами. Возможно, слушатели лучше Вас поймут, если Вы скажете, какое явление исследуется, что измеряется, что создаётся, разрабатывается или рассчитывается. Максимально ясно покажите, что именно Вас интересует.

Введение (до 1 мин)

В этой части необходимо обосновать необходимость проведения исследования и его актуальность. Другими словами, Вы должны доказать, что доклад достоин того, чтобы его слушали. Объясните, почему важно исследовать данное явление. Расскажите, чем интересен выбранный объект с точки зрения науки, заинтересуйте своих слушателей темой Вашего исследования.

Скажите, кто и где решал подобную задачу. Укажите сильные и слабые стороны известных результатов. Учитывайте то, что студенту необходимо учиться работать с литературой, анализировать известные факты. Назовите источники информации, Ваших предшественников по имени, отчеству и фамилии и кратко, какие ими были получены результаты. Обоснуйте достоинство Вашего способа исследования в сравнении с известными результатами. Учтите, что студенческое исследование может быть и познавательного характера, то есть можно исследовать известный науке факт. Поясните, чем он интересен с Вашей точки зрения. Ещё раз сформулируйте цель работы и покажите, какие задачи необходимо решить, чтобы достигнуть цели. Что нужно сделать, создать, решить, вычислить? Делите целое на части - так будет понятнее и проще.

Методика исследования (до 30 сек.)

Методика, или способ исследования, должна быть обоснована. Поясните, покажите преимущества и возможности выбранной Вами методики при проведении экспериментального исследования.

Теоретическая часть (до 1 мин)

Эта часть обязательна в докладе. Редкий случай, когда можно обойтись без теоретического обоснования предстоящей работы, ведь экспериментальное исследование должно базироваться на теории. Здесь необходимо показать сегодняшний уровень Вашего понимания проблемы и на основании теории попытаться сформулировать постановку задачи. Покажите только основные соотношения и обязательно дайте комментарий. Скажите, что основная часть теории находится в содержании работы (реферате).

Экспериментальная часть (для работ экспериментального типа) (1,5-2 мин.)

Покажите и объясните суть проведённого Вами эксперимента. Остановитесь только на главном, основном. Второстепенное оставьте для вопросов.

Результаты работы (до 1 мин.)

1. Перечислите основные, наиболее важные, на Ваш взгляд, результаты работы.
2. Расскажите, как он был получен, укажите его характерные особенности.
3. Поясните, что Вы считаете самым важным и почему.
4. Следует ли продолжать исследование, и, если да, то в каком направлении?
5. Каким результатом можно было бы гордиться? Остановитесь на нём подробно.
6. Скажите, что следует из представленной вами информации.

7. Покажите, удалось ли разобраться в вопросах, сформулированных при постановке задачи. Обязательно скажите, достигнута ли цель работы. Закончено ли исследование?

8. Какие перспективы?

9. Покажите, что результат Вам нравится.

Выводы (до 1 мин.)

Сжато и чётко сформулируйте выводы. Покажите, что твёрдо установлено в результате проведённого теоретического или экспериментального исследования. Что удалось надёжно выяснить? Какие факты заслуживают доверия?

Завершение доклада

Поблагодарите всех за внимание. Помните: если Вы закончили свой доклад на 15 секунд раньше, все останутся довольны и будут ждать начала вопросов и дискуссию. Если Вы просите дополнительно ещё 3 минуты, Вас смогут потерпеть. Это время могут отнять от времени для вопросов, где Вы могли бы показать себя с хорошей стороны. Поэтому есть смысл предварительно хорошо "вычитать" (почти выучить) доклад. Это лучший способ научиться управлять временем.

Требования к предъявлению доклада во время выступления

Докладчику следует знать следующие приёмы, обеспечивающие эффективность восприятия устного публичного сообщения.

Приемы привлечения внимания

1. Продуманный первый слайд презентации.
2. Обращение.
3. Контакт глаз.
4. Позитивная мимика.
5. Уверенная пантомимика и интонация.
6. Выбор места.

Приемы привлечения интереса

В формулировку актуальности включить информацию о том, в чём может быть личный интерес слушателей, в какой ситуации они могут его использовать?

Приемы поддержания интереса и активной мыслительной деятельности слушателей

1. Презентация (образы, схемы, диаграммы, логика, динамика, юмор, оформление).
2. Соответствующая невербальная коммуникация (все составляющие!!!).
3. Речь логичная, понятная, средний темп, интонационная выразительность.
4. Разговорный стиль.
5. Личностная вовлеченность.
6. Образные примеры.
7. Обращение к личному опыту.
8. Юмор.
9. Цитаты.
10. Временное соответствие.

Приемы завершения выхода из контакта

- обобщение;
- метафора, цитата;
- побуждение к действию.

7. Методические указания по подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

Письменный опрос

В соответствии с технологической картой письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента по данной дисциплине. При подготовке к письменному опросу студент должен внимательно изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

Устный опрос

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются для освещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии [5].

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).

[5] Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)[6].

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. В среднем, подготовка к устному опросу по одному семинарскому занятию занимает от 2 до 4 часов в зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

[6]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

8. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

На практических занятиях необходимо стремиться к самостоятельному решению задач, находя для этого более эффективные методы. При этом студентам надо приучить себя доводить решения задач до конечного «идеального» ответа. Это очень важно для будущих специалистов. Практические занятия вырабатывают навыки самостоятельной творческой работы, развивают мыслительные способности.

Практическое занятие – активная форма учебного процесса, дополняющая теоретический курс или лекционную часть учебной дисциплины и призванная помощь обучающимся освоиться в «пространстве» (тематике) дисциплины, самостоятельно прооперировать теоретическими знаниями на конкретном учебном материале.

Продолжительность одного практического занятия – от 2 до 4 академических часов. Общая доля практических занятий в учебном времени на дисциплину – от 10 до 20 процентов (при условии, что все активные формы займут в учебном времени на дисциплину от 40 до 60 процентов).

Для практического занятия в качестве темы выбирается обычно такая учебная задача, которая предполагает не существенные эвристические и аналитические напряжения и продвижения, а потребность обучающегося «потрогать» материал, опознать в конкретном то общее, о чем говорилось в лекции. Например, при рассмотрении вопросов оплаты труда, мотивации труда и проблем безработицы в России имеет смысл провести практические занятия со следующими сюжетами заданий: «Расчет заработной платы работников предприятия». «Разработка механизма мотивации труда на предприятии N». «В чем причины и особенности безработицы в России?». Последняя тема предполагает уже некоторую аналитическую составляющую. Основная задача первой из этих тем - самим посчитать заработную плату для различных групп работников на примере заданных параметров для конкретного предприятия, т. е. сделать расчеты «как на практике»; второй – дать собственный вариант мотивационной политики для предприятия, учитывая особенности данного объекта, отрасли и т.д.; третьей – опираясь на теоретические знания в области проблем занятости и безработицы, а также статистические материалы, сделать авторские выводы о видах безработицы, характерных для России, и их причинах, а также предложить меры по минимизации безработицы.

Перед проведением занятия должен быть подготовлен специальный материал – тот объект, которым обучающиеся станут оперировать, активизируя свои теоретические (общие) знания и тем самым, приобретая навыки выработки уверенных суждений и осуществления конкретных действий.

Дополнительный материал для практического занятия лучше получить у преподавателя заранее, чтобы у студентов была возможность просмотреть его и подготовить вопросы.

Условия должны быть такими, чтобы каждый мог работать самостоятельно от начала до конца. В аудитории должны быть «под рукой» необходимые справочники и тексты законов и нормативных актов по тематике занятия. Чтобы сделать практическое занятие максимально эффективным, надо заранее подготовить и изучить материал по наиболее интересным и практически важным темам.

Особенности практического занятия с использованием компьютера

Для того чтобы повысить эффективность проведения практического занятия, может использоваться компьютер по следующим направлениям:

- поиск информации в Интернете по поставленной проблеме: в этом случае преподаватель представляет обучающимся перечень рекомендуемых для посещения Интернет-сайтов;
- использование прикладных обучающих программ;
- выполнение заданий с использованием обучающимися заранее установленных преподавателем программ;

- использование программного обеспечения при проведении занятий, связанных с моделированием социально-экономических процессов.

9.Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой дискуссию в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия (от доски смелом до самых современных технических средств), демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Во время лекций, связанных с темой семинарского занятия, следует обращать внимание на то, что

необходимо дополнительно изучить при подготовке к семинару (новые официальные документы, статьи в периодических журналах, вновь вышедшие монографии и т.д.).

10.Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

Экзамен - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неусвоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь на

то, что это не попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала. кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неутомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины, Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или и учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На

консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальным сон. Подготовка к экзамену не должна идти в ущерб сну, иначе в день экзамена не будет чувства свежести и бодрости, необходимых для хороших ответов. Вечер накануне экзамена рекомендуем закончить небольшой прогулкой.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

1) систематическая самостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;

2) добросовестное выполнение заданий;

3) выяснение и уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;

4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями в области управления персоналом;

6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам для *HR*;

7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам управления персоналом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брандес М. П. Немецкий язык. Переводческое реферирование: практикум. М.: КДУ, 2008. – 368 с.

2. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

3. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

4. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности (на материале немецкого языка): Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.

5. Методические рекомендации по написанию

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Факультет геологии и геофизики

Кафедра Математики

В. Б. Сурнев

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

РЕШЕБНИК ЗАДАЧ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

Екатеринбург 2020

Министерство высшего образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

Уральский государственный горный университет

Факультет геологии и геофизики

Кафедра Математики

В. Б. Сурнев

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

РЕШЕБНИК ЗАДАЧ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

Екатеринбург 2020

УДК 512.64
ББЛ 22.143
С 90

С 90 В. Б. Сурнев
Высшая математика. Решебник задач по высшей математике: -
Учебно-методическое пособие. Екатеринбург. ФГБОУ ВО УГГУ. 2020. – 338 с.

ISBN

Пособие охватывает все разделы дисциплины «Математика», предусмотренные государственными стандартами подготовки специалистов специальности «Горное дело». В каждой главе пособия приводятся краткие теоретические сведения и примеры решения типовых задач, предлагаются задания для самостоятельной работы.

Предназначено для студентов специальности 21.05.04 – «Горное дело»: специализация № 6 «Обогащение полезных ископаемых», специализация № 10 «Электрификация и автоматизация горного производства», специализация N 8 "Горнопромышленная экология", специализация № 9 "Горные машины и оборудование". Учебное пособие моет быть использовано и для других специальностей и направлений подготовки горно-геологического профиля высших учебных заведений.

Рецензенты:
Кафедра информатики ФГБОУ ВО УГГУ, зав. кафедрой канд. техн. наук, доцент А. В. Дружинин

Д-р физ.-мат. наук, в. н. с., ИГФ УрО РАН им. Ю. П. Булашевича А. Ф. Шестаков.

Сурнев Виктор Борисович

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА. РЕШЕБНИК ЗАДАЧ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

ISBN

© Сурнев В. Б., 2020

© Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Уральский государственный горный университет (УГГУ)

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ **9**

Часть 1. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА С ЭЛЕМЕНТАМИ ОБЩЕЙ АЛГЕБРЫ **11**

1. ЭЛЕМЕНТЫ ОБЩЕЙ АЛГЕБРЫ

Практическое занятие 1. Теория множеств. Множества, операции, отношения 11

Предварительные сведения 11

Примеры с решением 13

Практическое занятие 2. Числовые поля. Комплексные числа 20

Предварительные сведения 20

Примеры с решением 22

Задания для самостоятельной работы 24

2. ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА И ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ 30

Практическое занятие 1. Векторная алгебра 30

Предварительные сведения 30

Примеры с решением 33

Практическое занятие 2. Векторное и смешанное произведения. Прямая линия и плоскость 45

Предварительные сведения 45

Примеры с решением 46

Практическое занятие 3. Абстрактные векторные пространства 52

Предварительные сведения 52

Примеры с решением 53

Практическое занятие 4. Линейные операторы, матрицы, определители и СЛАУ 75

Предварительные сведения 75

Примеры с решением 76

Практическое занятие 5. Общие свойства линейных операторов 91

Предварительные сведения 91

Примеры с решением 92

Задания для самостоятельной работы 101

Часть 2. ОПЕРАТОРЫ В ЕВКЛИДОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ. ГЕОМЕТРИЯ ПРОСТРАНСТВА E^n 113

Практическое занятие 1. Подпространства. Специальные типы линейных операторов в евклидовом пространстве 113

Предварительные сведения 113

Примеры с решением 116

Практическое занятие 2. Некоторые задачи в геометрии евклидова пространства 137

Предварительные сведения 137

Примеры с решением 138

Практическое занятие 3. Поверхности второго порядка 145

Предварительные сведения 145

Примеры с решением 147

Задания для самостоятельной работы 157

ЧАСТЬ 3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ И ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОГО ПЕРЕМЕННОГО 162

Практическое занятие 1. Понятие предела числовой последовательности 162

Предварительные сведения 162

Примеры с решением 164

Практическое занятие 2. Непрерывность и предел функции 172

Предварительные сведения 172

Примеры с решением 173

Практическое занятие 3. Дифференцируемость функции одного переменного 179

Предварительные сведения 179

Примеры с решением 180

Практическое занятие 4. Основные теоремы дифференциального исчисления 191

Предварительные сведения 191

Примеры с решением 192

Практическое занятие 5. Исследование функций одного переменного 201

Предварительные сведения 201

Примеры с решением 203

Практическое занятие 6. Интегрируемость функций одного переменного 210

Предварительные сведения 210

Примеры с решением 211

Задания для самостоятельной работы **217**

ЧАСТЬ 4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ. РЯДЫ **224**

Практическое занятие 1. Дифференцируемость функций нескольких переменных **224**

Предварительные сведения 224

Примеры с решением 226

Практическое занятие 2. Исследование функции нескольких переменных **239**

Предварительные сведения 239

Примеры с решением 240

Практическое занятие 3. Числовые ряды **244**

Предварительные сведения 244

Примеры с решениями 245

Практическое занятие 4. Функциональные и степенные рядь 251

Предварительные сведения 251

Примеры с решением 253

Задания для самостоятельной работы 260

ЧАСТЬ 5. ТЕОРИЯ ПОЛЯ. ВЕКТОРНЫЙ АНАЛИЗ. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ **266**

Практическое занятие 1. Базисные векторные поля **266**

Предварительные сведения 266

Примеры с решением 269

Практическое занятие 2. Криволинейные интегралы **279**

Предварительные сведения 279

Примеры с решением 281

Практическое занятие 3. Кратные интегралы **284**

Предварительные сведения 284

Примеры с решением 287

Практическое занятие 4. Некоторые приложения криволинейных и кратных интегралов **296**

Предварительные сведения **296**

Примеры с решением **297**

Практическое занятие 5. Поверхностные интегралы **302**

Предварительные сведения 302

Примеры с решением 303

Практическое занятие 6. Векторный анализ **307**

Предварительные сведения 307

Примеры с решением 310

Практическое занятие 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения 319

Предварительные сведения 319

Примеры с решением 322

Практическое занятие 8. Системы ОДУ **337**

Предварительные сведения 337

Примеры с решением 342

Задания для самостоятельной работы 348

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебное пособие «ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА. РЕШЕБНИК ЗАДАЧ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ» предназначено для студентов технических направлений подготовки и технических специальностей университетов. Цель данного пособия – оказание помощи студентам в самостоятельной работе по освоению общего курса высшей математики технического вуза. Перечислим некоторые причины, побудившие автора к созданию данного пособия.

Хорошо известно, что без самостоятельной работы сколько-нибудь твёрдое освоение курса высшей математики совершенно невозможно. За то малое количество часов аудиторных занятий, которое отводится современными учебными планами, особенно для направлений подготовки бакалавров, никакой преподаватель не сможет обучить студентов даже основам математики, не говоря уже об овладении методами последней на уровне, нужном для плодотворного изучения специальных дисциплин учебных планов таких, как, например, теоретическая механика, теоретическая электротехника и так далее.

Желательно, чтобы студент научился самостоятельно выбирать метод решения задачи, поставленной в предметной области, и мог использовать для его реализации знания по высшей математике, полученные в университете. Последнее может быть достигнуто только упорным и творческим самостоятельным трудом, чему и призвано помочь данное пособие.

В настоящее время достаточно велико число желающих получить высшее образование с использованием дистанционных методов обучения. Несмотря на наличие у подавляющего большинства обучающихся в свободном доступе вычислительной техники разного уровня, «книжный вариант» самостоятельного изучения дисциплины математика не потерял своей актуальности. Для многих студентов наличие печатного пособия по практическому освоению курса высшей математики предпочтительнее её электронного варианта.

Предлагаемое учебное пособие появилось как результат многолетнего преподавания автором высшей математики в техническом вузе – ФГБОУ ВО Уральский государственный горный университет. Пособие содержит материал по основным разделам общего курса высшей математики. Некоторые разделы, включаемые обычно в общий курс высшей математики, в пособии не представлены.

В качестве примера назовём теорию функций комплексной переменной (ТФКП). По мнению автора ТФКП является по существу самостоятельной дисциплиной и требует отдельного издания. К тому же в русскоязычной литературе имеются в большом числе практические пособия по данной дисциплине.

Аналогично, теория вероятностей и математическая статистика в совокупности являются отдельной дисциплиной со своими теориями и методами. Поэтому включение теории вероятностей и

математической статистики в качестве раздела в пособие по общему курсу высшей математики нецелесообразно.

Также отсутствует в пособии теория уравнений с частными производными, которая является по мнению автора отдельной дисциплиной, имеющей своё историческое название – «Математическая физика».

Кроме перечисленных разделов высшей математики в пособии не представлена теория операторов, которая известна также под названием «Функциональный анализ». Данная математическая дисциплина вынужденно исключена из современных учебных планов и программ в связи с сокращением времени на изучение высшей математики.

Список разделов, включённых в данное пособие, легко увидеть из оглавления, поэтому перечислять их нет необходимости. Сделаем лишь несколько замечаний относительно структуры пособия.

Перед каждым разделом помещены краткие теоретические сводки, цель которых напомнить студенту, изучившему предварительно теоретический материал по лекционному курсу, необходимые для разбора предлагаемых примеров и решения заданий формулы.

Дальше приводятся с подробным решением примеры типовых задач, перемежающиеся иногда с дополнительными сведениями и с практико-ориентированными примерами из предметных областей.

После примеров с решениями приводятся в достаточном количестве задания для самостоятельной работы. В заданиях для самостоятельной работы ответы не приводятся. Сделано это намеренно, с целью побудить студентов в процессе самостоятельных занятий к общению между собой и с преподавателем.

В заключение отметим, что особое внимание в пособии уделяется трудным для освоения студентами разделов высшей математики, имеющих на первый взгляд абстрактный характер, например, линейной алгебре и теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Прикладной характер данных разделов не может быть обоснован на начальных стадиях обучения в вузе и выяснится лишь при изучении специальных дисциплин.

ЧАСТЬ 1. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА С ЭЛЕМЕНТАМИ БЩЕЙ АЛГЕБРЫ

1. ЭЛЕМЕНТЫ ОБЩЕЙ АЛГЕБРЫ

Практическое занятие 1. Теория множеств

Множества, операции, отношения

Предварительные сведения

Множество – неопределяемое понятие. Множество можно задать. Конечное множество задаётся списком, например,

$$M = \{a, b, \ldots k\},$$

где $a, b, \ldots k$ – **элементы** множества.

Бесконечное множество задаётся при помощи признака, позволяющего установить принадлежность элементов данному множеству:

$$M = \{x : x \in K\}.$$

Читается: M есть множество элементов x, обладающих свойством (свойствами) K, и только эти элементы являются элементами данного множества.

Над множествами можно производить операции.

Множества M_1 и M_2 считаются **равными**, если

$$M_1 = M_2 \Leftrightarrow x \in M_1 \Rightarrow x \in M_2 \wedge y \in M_2 \Rightarrow y \in M_1.$$

Пересечение множеств: $M_1 \bigcap M_2 \overset{def}{=} \{x : x \in M_1 \; и \; x \in M_2\}.$

Объединение множеств: $M_1 \bigcup M_2 \overset{def}{=} \{x : x \in M_1 \; или \; x \in M_2\}.$

Разность множеств: $M_1 - M_2 \equiv M_1 \setminus M_2 = \{x : x \in M_1 \; и \; x \notin M_2\}.$

Произведение множеств: $M_1 \times M_2 = \{\{x, y\} : x \in M_1, \; y \in M_2\}.$

Здесь $\{x, y\}$ – упорядоченная пара элементов $x \in M_1, \; y \in M_2$.

Закон тождества гласит:

$$M_1 = M_2 \Leftrightarrow M_1 \subset M_2 \wedge M_2 \subset M_1.$$

Пусть $x \in M \wedge y \in M$. **Бинарной алгебраической операцией** называется отображение

$$\varphi : \{x, y,\} \to z \in M.$$

Алгебраическая операция называется **ассоциативной**, если

$$(\forall x, y, z \in M)\ x*(y*z)=(x*y)*z.$$

Алгебраическая операция называется **коммутативной**, если

$$(\forall x, y \in M)\ x*y=y*x.$$

Алгебраическая операция $(\circ)$ называется **дистрибутивной** относительно алгебраической операции $(*)$, если $(\forall x, y, z \in M)$

1) $(x*y)\circ z=(x\circ z)*(y\circ z)$,
2) $z\circ(x*y)=(z\circ x)*(z\circ y)$.

Множество $G\neq\varnothing$ с заданной на нём бинарной алгебраической (внутренней) операцией $(*)$, называется **группой**, если выполнены следующие аксиомы:

1) $(\forall\ x, y, z \in G)\ x*(y*z)=(x*y)*z$;
2) $(\exists\, e \in G):(\forall\ x \in G)\ x*e=e*x=x$;
3) $(\forall\ x \in G)(\exists\, x^{-1} \in G):\ x*x^{-1}=x^{-1}*x=e$.

Группа называется **абелевой**, или **коммутативной**, если алгебраическая (групповая) операция коммутативна.

Непустое множество K с двумя алгебраическими операциями **сложением** и **умножением** называется **кольцом**, если выполнены аксиомы:

1) K есть абелева группа по операции сложения (**аддитивная группа кольца**);
2) операции сложения и умножения связаны дистрибутивными законами, то есть $(\forall x, y, z \in K)\ x(y+z)=xy+xz$ и $(y+z)x=yx+zx$.

Непустое множество P вместе с двумя алгебраическими операциями – **сложением** и **умножением**, называется **полем**, если выполняются следующие аксиомы:

1) P есть аддитивная абелева группа по сложению;
2) $P-\{0\}$ есть мультипликативная абелева группа по умножению;
3) операции сложения и умножения связаны дистрибутивными законами, то есть $(\forall\ x, y, z \in P)\ x(y+z)=xy+xz,\ (y+z)x=yx+zx$.

Примеры с решением

Пример 1.1.1. Найти все подмножества множества $M = \{2, 7, 9\}$.

Р е ш е н и е. Подмножествами данного множества являются: пустое множество $\varnothing$; само множество M; одноэлементные множества $\{2\}, \{7\}, \{9\}$; двухэлементные множества $\{2, 7\}, \{2, 9\}, \{7, 9\}$. $\otimes$

Пример 1.1.2. Найти пересечение, объединение и разность множеств $A = \{a, b, c, d, e, f\}, B = \{b, e, f, k\}$.

Р е ш е н и е. Пересечение множеств $A \cap B$ содержит три элемента

$$A \cap B = \{b, e, f\},$$

объединение множеств содержит семь элементов

$$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f, k\},$$

разность

$$A - B = \{a, c, d\}. \otimes$$

Пример 1.1.3. Найти пересечение множеств решений неравенств

$$2x - 3 > x + 1,\ 3x - 8 < 2x + 1,$$

полагая, что $x \in R^1$.

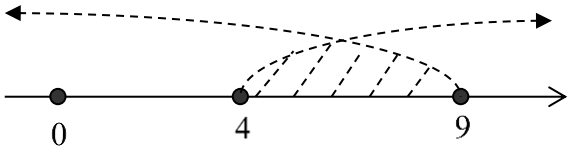


Рис. 1.

Р е ш е н и е. Решением первого неравенства является множество действительных чисел $x > 4$, решением второго неравенства является множество действительных чисел $x < 9$. Их пересечением (рисунок 1.1.1) является множество $M = \{x \in R^1 : 4 < x < 9\}$. $\otimes$

Пример 1.1.4. Найти произведение $A \times B$ множеств

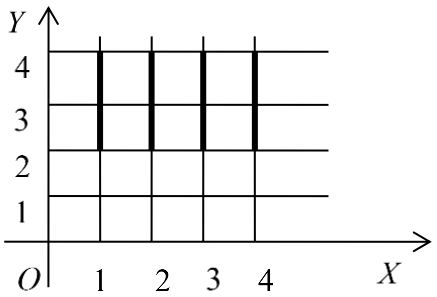
$$A = \{m, p\}, B = \{e, f, k\}.$$

Р е ш е н и е. Составляем, согласно определению, всевозможные упорядоченные пары, первой компонентой которых является элемент множества A, а второй – элемент множества B:

$$A \times B = \{\{m, e\}, \{m, f\}, \{m, k\}, \{p, e\}, \{p, f\}, \{p, k\}\}. \otimes$$

Пример 1.1.5. Изобразить на координатной плоскости произведение $A\times B$ множеств $A=\{1, 2, 3, 4\}$, $B=\{x\in R^1 : 2\le y\le 4\}$.

Р е ш е н и е. Множество A конечно, а множество B – бесконечно, поэтому произведение множеств состоит из бесконечного множества упорядоченных пар, первым компонентом которых являются числа 1, 2, 3 или 4, а вторым – любое действительное число из замкнутого промежутка $[2, 4]$. Множество пар координатной плоскости изобразится



в виде четырёх отрезков, параллельных оси ординат (рисунок 2). $\otimes$

Пример 1.1.6. Доказать транзитивность отношения равенства для произвольных множеств.

Р е ш е н и е. Пусть X, Y и Z – произвольные множества. Покажем, что из $X=Y$ и $Y=Z \Rightarrow X=Z$.

Пусть $x\in X$. Тогда, так как $X=Y$, имеем $x\in Y$. Но так как $Y=Z$, получаем $x\in Z$.

Обратно, из $x\in Z$ следует, что $x\in X$. По закону тождества получаем $X=Z$. $\otimes$

Пример 1.1.7. Доказать, что для произвольных множеств A, B и C справедливо равенство: $A\setminus(B\cap C)=(A\setminus B)\cup(A\setminus C)$.

Р е ш е н и е. Покажем, что

$$A\setminus(B\cap C)\subset(A\setminus B)\cup(A\setminus C).$$

Пусть $x\in A\setminus(B\cap C)$. Откуда следует, что $x\in A$ и $x\notin B\cap C$. То есть, $x\in A$ и $x\notin B$, или $x\in A$ и $x\notin C$. Поэтому

$$x\in A\setminus B, \text{ или } x\in A\setminus C,$$

то есть

$$x\in(A\setminus B)\cup(A\setminus C).$$

Следовательно, в соответствие с определением части множества включение

$$A\setminus(B\cap C)\subset(A\setminus B)\cup(A\setminus C)$$

доказано.

Включение $(A \setminus B) \cup (A \setminus C) \subset A \setminus (B \cap C)$ доказывается аналогично.

Из доказанных включений с учётом закона тождества получаем требуемое равенство $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$. $\otimes$

Пример 1.1.8. Проверить непосредственно, что для множеств

$$X = \{3, 5, 7\}, Y = \{7, 9\}, Z = \{0, 1\}$$

выполняется следующее равенство: $(X \cup Y) \times Z = (X \times Z) \cup (Y \times Z)$.

Р е ш е н и е. Для левой части равенства непосредственно получаем $X \cup Y = \{3, 5, 7, 9\}$ и далее имеем:

$$(X \cup Y) \times Z = \{3, 5, 7, 9\} \times \{0, 1\} =$$
$$= \{\{3, 0\}, \{5, 0\}, \{7, 0\}, \{9, 0\}, \{3, 1\}, \{5, 1\}, \{7, 1\}, \{9, 1\}\}.$$

Для правой части получаем аналогично:

$$(X \times Z) \cup (Y \times Z) = \{\{3, 5, 7\} \times \{0, 1\}\} \cup \{\{7, 9\} \times \{0, 1\}\} =$$
$$= \{\{3, 0\}, \{5, 0\}, \{7, 0\}, \{3, 1\}, \{5, 1\}, \{7, 1\}\} \cup \{\{7, 0\}, \{7, 1\}, \{9, 0\}, \{9, 1\}\} =$$
$$= \{\{3, 0\}, \{5, 0\}, \{3, 1\}, \{5, 1\}, \{7, 0\}, \{7, 1\}, \{9, 0\}, \{9, 1\}\}.$$

Сравнивая полученные равенства, видим, что оба множества состоят из одних и тех же элементов, то есть, равны друг другу. $\otimes$

Пример 1.1.9. Выяснить, является ли на подмножестве

$$R^+ = \{x \in R^1 : x > 0\}$$

множества действительных чисел R^1 алгебраической операция $x * y = x^2$ и указать, обладает ли эта операция свойствами коммутативности и ассоциативности.

Р е ш е н и е. Пусть x, y, z – любые элементы из R^+. Тогда, очевидно, $(\forall x \in R^+)\, x^2 \in R^+$, то есть операция $(*)$ является бинарной алгебраической операцией. Так как по определению операции имеем

$$(\forall x \neq y)\, x * y = x^2 \neq y * x = y^2,$$

то операция $(*)$ не является коммутативной. Далее, так как

$$(\forall x \neq y \neq z \in R^+)\, x * (y * z) = x^2 \neq (x * y) * z = (x * y)^2 = x^4,$$

то операция $(*)$ не является ассоциативной. $\otimes$

Пример 1.1.10. Ассоциативна ли на множестве действительных чисел R^1 операция $x * y = \sin x \cdot \sin y$.

Р е ш е н и е. Для определённой операции имеем:

$$(\forall x,\, y,\, z \in R)\,(x * y) * z = \sin(\sin x \cdot \sin y) \cdot \sin z,$$

$$x * (y * z) = \sin x \cdot \sin(\sin y \cdot \sin z).$$

Очевидно, что $(x * y) * z = x * (y * z)$ выполняется не для всех $x,\, y,\, z$, следовательно, операция $(*)$ свойством ассоциативности не обладает. $\otimes$

Пример 1.1.11. На множестве $M = \{2,\, 4,\, 6,\, 8\}$ задано отношение «***меньше***». Изобразить это отношение: 1) выписав все упорядоченные пары; 2) построив граф отношения.

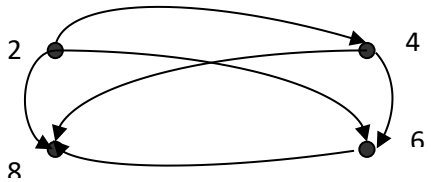


Рис. 1.8.3.

Р е ш е н и е. Отношение имеет вид:

$$2 < 4,\, 2 < 6,\, 2 < 8,\, 4 < 6,\, 4 < 8,\, 6 < 8.$$

Запишем отношение в виде подмножества $\Re \subset M \times M$ произведения множества M на себя, то есть в виде множества упорядоченных пар:

$$\{2,\, 4\},\, \{2,\, 6\},\, \{2,\, 8\},\, \{4,\, 6\},\, \{4,\, 8\},\, \{6,\, 8\}.$$

Граф отношения приведён на рисунке 3. $\otimes$

Пример 1.1.12. Пусть $M = \{f,\, p,\, q\}$ и задано подмножество $\Re$ множества $M \times M$

$$\{\{f,\, p\},\, \{f,\, q\},\, \{f,\, f\},\, \{p,\, f\},\, \{q,\, f\},\, \{p,\, q\},\, \{p,\, p\},\, \{q,\, p\},\, \{q,\, q\}\}.$$

Обладает ли определяемое этим подмножеством отношение свойствами рефлексивности, симметричности и транзитивности?

Р е ш е н и е. Очевидно, что для элементов множества $\Re$ истинны следующие высказывания:

$$1)\, \{f,\, f\},\, \{p,\, p\},\, \{q,\, q\} \in \Re;$$

$$2)\ \{f,\ p\}\wedge\{p,\ f\}\in\Re,\ \{f,\ q\}\wedge\{q,\ f\}\in\Re,$$
$$\{p,\ q\}\wedge\{q,\ p\}\in\Re;$$
$$3)\ \{f,\ p\}\in\Re\wedge\{p,\ q\}\in\Re\Rightarrow\{f,\ q\}\in\Re,$$
$$\{f,\ q\}\in\Re\wedge\{q,\ p\}\in\Re\Rightarrow\{f,\ p\}\in\Re,$$
$$\{p,\ f\}\in\Re\wedge\{f,\ q\}\in\Re\Rightarrow\{p,\ q\}\in\Re.$$

Поэтому отношение $\Re$ на множестве M, заданное множеством упорядоченных пар элементов M, рефлексивно, симметрично и транзитивно. $\otimes$

Пример 1.1.13. Показать, что отношение включения $\subset$ является отношением порядка.

Р е ш е н и е. 1) Пусть X – произвольное множество. Так как всегда $X\subset X$, то отношение $\subset$ рефлексивно. 2) Пусть X, Y, Z – произвольные множества, для которых выполняются включения $X\subset Y$ и $Y\subset Z$. Если $x\in X$, то в силу $X\subset Y$ имеем $x\in Y$, а так как $Y\subset Z$, то и $x\in Z$. Поэтому $(X\subset Y\wedge Y\subset Z)\Rightarrow X\subset Z$, то есть отношение $\subset$ транзитивно. 3) Так как по закону тождества имеем

$$(X\subset Y\wedge Y\subset X)\Leftrightarrow X=Y,$$

то отношение $\subset$ антисимметрично.

Отношение $\subset$ рефлексивно, транзитивно и антисимметрично и, следовательно, является отношением порядка. $\otimes$

Пример 1.1.14. Пусть функция $f: M_1\to M_2$, где $M_1\subset R^1$ и $M_2\subset R^1$, задана формулой $y=\pm\sqrt{1-x^2}$. Требуется: найти множество определения M_1 и множество значений M_2 этой функции; выяснить, является ли данная функция отображением или преобразованием; выяснить, является ли f инъективной, сюръективной или биективной.

Р е ш е н и е. Множеством определения функции f является множество $M_1=\{x\in R^1: -1\le x\le 1\}$, а множеством значений – множество $M_2=M_1$, следовательно f осуществляет отображение M_1 на M_1, то есть является преобразованием. Так как $(\exists x\in M_1): f(x)=f(-x)$, то преобразование f не является инъективным, но очевидно, что f – сюръективно. Следовательно, отображение f не является биективным. $\otimes$

Пример 1.1.15. Доказать, что множество натуральных чисел N с операцией $(*): x*y=\min\{x,\ y\}$ является полугруппой.

Р е ш е н и е. Исходя из определения полугруппы, нужно проверить, что операция $(*)$ является алгебраической и ассоциативной. Так как

$$(\forall x,\, y \in N)\; x * y = \min\{x,\, y\} \in N,$$

то операция $(*)$ является алгебраической. Проверим её на ассоциативность, имеем:

$$(\forall x,\, y,\, z \in N)\,(x * y) * z = \min\{\min\{x,\, y\},\, z\} = \min\{x,\, \min\{y,\, z\}\}.$$

Операция $(*)$ ассоциативна. Поэтому $(N, *)$ – полугруппа. $\otimes$

Пример 1.1.16. Доказать, что множество положительных действительных чисел $R^+ = \{x \in R^1 : x > 0\}$, в котором операции «сложения» и «умножения на число» введены по правилам

$$(\forall x,\, y \in R^+ \wedge \forall \alpha \in R)\; x + y \overset{def}{=} x \cdot y \wedge \alpha \cdot x \overset{def}{=} x^{\alpha},$$

является векторным пространством.

Р е ш е н и е. Согласно определению векторного пространства, в множестве R^+ должны выполняться две группы аксиом.

Аксиомы сложения:

1) $(\forall x,\, y \in A)\; x + y = y + x$ (**коммутативность**);

2) $(\forall x,\, y,\, z \in M)\; x * (y * z) = (x * y) * z$. (**ассоциативность**);

3) $(\exists 0 \in A) : (\forall x \in A)\; x + 0 = x$ (существование нулевого элемента);

4) $(\forall x \in A)(\exists (-x) \in A) :\; x + (-x) = 0$ (существование противоположного элемента).

Аксиомы умножения на число:

5) $(\forall x \in A \wedge \forall \alpha,\, \beta \in R)\; (\alpha + \beta) \cdot x = \alpha \cdot x + \beta \cdot x$;

6) $(\forall x,\, y \in A \wedge \forall \alpha \in R)\; \alpha \cdot (x + y) = \alpha \cdot x + \alpha \cdot y$;

7) $(\forall x \in A)\; 1 \cdot x = x$;

8) $\left(\forall x \in A \wedge \forall \alpha, \beta \in R\right)\ (\alpha \cdot \beta) \cdot x = \alpha \cdot (\beta \cdot x).$

Во множестве R^+ операция «сложения» является бинарной алгебраической операцией, а операция «умножения на число» является внешней бинарной операцией, так как

$$\left(\forall x, y \in R^+ \wedge \forall \alpha \in R^1\right) x \cdot y \in R^+ \wedge x^\alpha \in R^+.$$

Проверим выполнение аксиом.

1) Коммутативность операции «сложения» выполняется, так как

$$\left(\forall x, y \in R^+\right) x \cdot y = y \cdot x.$$

2) Ассоциативность операции «сложения» выполняется, так как

$$\left(\forall x, y, z \in R^+\right)(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z).$$

3) В качестве нулевого элемента выбираем единицу, так как

$$\left(\forall x \in R^+\right) 1 \cdot x = x \cdot 1 = x.$$

4) Противоположный элемент

$$-x = \frac{1}{x},$$

так как $\left(\forall x \in R^+\right) x \cdot \frac{1}{x} = 1.$

5) Так как $x^{\alpha+\beta} = x^\alpha \cdot x^\beta$, то

$$(\alpha + \beta) \cdot x = \alpha \cdot x + \beta \cdot x.$$

6) Так как $(x \cdot y)^\alpha = x^\alpha \cdot y^\alpha$, то

$$\alpha \cdot (x + y) = \alpha \cdot x + \alpha \cdot y.$$

7) Так как $x^1 = x$, то

$$1 \cdot x = x.$$

8) Так как $x^{\alpha \cdot \beta} = \left(x^{\beta}\right)^{\alpha}$, то

$$(\alpha \cdot \beta) \cdot x = \alpha \cdot (\beta \cdot x).$$

Все аксиомы векторного пространства выполняются, следовательно, множество R^+ с введёнными операциями является векторным пространством над полем действительных чисел R^1.

$\otimes$

Практическое занятие 2. Числовые поля. Комплексные числа

Предварительные сведения

Комплексными числами называются упорядоченные пары действительных чисел вида (a, b), для которых операции сложения и умножения вводятся посредством определения результата их выполнения в соответствии со следующими аксиомами.

1. Два комплексных числа (a, b) и (c, d) считаются **равными** в том и только в том случае, если $a = c$ и $b = d$, что при помощи логической символики записывается так:

$$(a, b) = (c, d) \Leftrightarrow a = c \wedge b = d. \qquad (3.1)$$

2. **Сумма** двух комплексных чисел (a, b) и (c, d) является комплексным числом, которое находится по правилу:

$$(a, b) + (c, d) \overset{def}{=} (a + c, b + d). \qquad (3.2)$$

3. **Произведение** двух комплексных чисел (a, b) и (c, d) является комплексным числом, которое находится по правилу:

$$(a, b)(c, d) \overset{def}{=} (ac - bd, ad + bc). \qquad (3.3)$$

4. Комплексное число $(a, 0)$ **отождествляется с действительным (вещественным) числом** a: $(a, 0) \equiv a$. В частности, $(0, 0) \equiv 0$.

Числа вида $(0, b)$ называются **мнимыми числами**. Число $i \overset{def}{=} (0,1)$ называется мнимой единицей, причём $i^2 = (-1,0) \equiv -1$.

Нетрудно показать, что множество всех комплексных чисел является полем.

Алгебраическая форма комплексного числа

$$z = a + bi \equiv a + ib.$$

Тригонометрическая форма комплексного числа

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi),$$

где $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ – **модуль** комплексного числа, $\varphi = arctg\,\frac{b}{a}$ – **аргумент** комплексного числа.

Операции над комплексными числами производятся путём обычного раскрытия скобок с учётом того, что $i^2 = (-1, 0) = -1$.

В тригонометрической форме операции над комплексными числами выполняются по следующим правилам.

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 \left(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2)\right),$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}\left(\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 - \varphi_2)\right),$$

$$z^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi).$$

Корни n-й степени из комплексного числа α существуют и все они даются формулой

$$\beta_k = r^{\frac{1}{n}}\left(\cos\frac{\varphi+2k\pi}{n}+i\sin\frac{\varphi+2k\pi}{n}\right)$$

при любом целом числе k.

Примеры с решением

Пример 1.2.1. Построить точку, изображающую комплексное число

$$z=-3-4i.$$

Р е ш е н и е. В данной задаче $z=a+bi=-3-4i$. Так как на комплексной плоскости $a=x$ и $b=y$, то точка, изображающая на комплексной плоскости число z, имеет координаты $x=-3$ и $y=-4$. $\otimes$

Пример 1.2.2. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z=-4-4\sqrt{3}i$.

Р е ш е н и е. Модуль числа $|z|=\sqrt{(-4)^2+\left(-4\sqrt{3}\right)^2}=8$. Точка z лежит в третьей четверти, поэтому $\arg z = arctg\sqrt{3}=-\frac{2\pi}{3}$. $\otimes$

Пример 1.2.3. Выполнить указанные действия:

$$\frac{(3-4i)(2-i)}{2+i}-\frac{(3+4i)(2+i)}{2-i}.$$

Р е ш е н и е. Выполняем действия, раскрывая скобки и учитывая свойство мнимой единицы $i^2=-1$. $\otimes$

Пример 1.2.4. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых выполнено условие: $-2<\operatorname{Im} z\le 3$.

Р е ш е н и е. Так как на комплексной плоскости $\operatorname{Im} z=y$, то искомое множество точек является полосой, заключённой между прямыми линиями с уравнениями $y=-2$ и $y=3$, причём точки первой прямой этому множеству не принадлежат, а точки второй прямой принадлежат. $\otimes$

Пример 1.2.5. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых выполнено условие: $|z-1|<3$.

Р е ш е н и е. Положим $z=x+iy$. Тогда имеем $z-1=(x-1)+iy$, откуда получаем

$$|z-1|=\sqrt{(x-1)^2+y^2}<3,$$

или

$$(x-1)^2+y^2<9.$$

Искомое множество точек комплексной плоскости является внутренностью круга радиуса 3 с центром в точке $(1;0)$. $\otimes$

Пример 1.2.6. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых выполнено условие: $\log_3|z-3i|<1$.

Р е ш е н и е. Положим $z=x+iy$. Тогда для числа $z-3i$ имеем

$$z-3i=x+i(y-3),$$

откуда получаем

$$|z-3i|=\sqrt{x^2+(y-3)^2}\,.$$

Решая неравенство

$$\log_3\sqrt{x^2+(y-3)^2}<1,$$

получаем $x^2+(y-3)^2<9$. Искомое множество точек является внутренностью круга радиуса 3 с центром в точке с координатами $(0;3)$. $\otimes$

Пример 1.2.7. Представить комплексное число

$$z=-\cos\vartheta+i\sin\vartheta$$

в тригонометрической форме.

Р е ш е н и е. Стандартная запись комплексного числа в тригонометрической форме имеет вид $z=r(\cos\varphi+i\sin\varphi)$. По формулам приведения имеем $-\cos\vartheta=\cos(\pi-\vartheta)$. Поэтому, полагая $r=1$ и $\varphi=\pi-\vartheta$, получаем стандартную запись комплексного числа в тригонометрической форме

$$z=\cos(\pi-\vartheta)+i\sin(\pi-\vartheta).\ \otimes$$

Пример 1.2.8. Представить комплексное число $z=4-4\sqrt{3}\cdot i$ в тригонометрической форме.

Р е ш е н и е. 1) Находим модуль: $|z|=\sqrt{4^2+\left(-4\sqrt{3}\right)^2}=8.$

2) Находим аргумент. Так как $\cos\varphi=\dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{2}$, $\sin\varphi=\dfrac{-4\sqrt{3}}{8}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, то $\varphi=-\dfrac{\pi}{3}$. Следовательно, $z=8\left[\cos\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)\right]$. $\otimes$

Пример 1.2.9. Выполнить умножение комплексных чисел:

$$8\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)\cdot\frac{1}{16}\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right).$$

Р е ш е н и е. Используя формулу умножения, получаем:

$$8\cdot\frac{1}{16}\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{6}\right)\right)=\frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)=\frac{1}{2}i.\otimes$$

Пример 1.2.10. Выполнить деление комплексных чисел:

$$2\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right):4\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right).$$

Р е ш е н и е. Используем формулу деления комплексных чисел, получаем:

$$\frac{2}{4}\left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{2}\right)\right)=\frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{1}{4}i.\otimes$$

Пример 1.2.11. Возвести комплексное $2\left(\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)\right)$ число в седьмую степень.

Р е ш е н и е. По формуле возведения комплексного числа в степень имеем:

$$\left[2\left(\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)\right)\right]^7=2^7\left(\cos\left(-\frac{21\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\frac{21\pi}{4}\right)\right)=$$

$$=-64\sqrt{2}+64\sqrt{2}\,i.\otimes$$

Задания для самостоятельной работы

1. Пусть $M=\{4,8,11,22\}$. Образовать всевозможные подмножества этого множества и указать их число.

2. Пусть

$$X=\{1,2,3,4,5,6\},\ Y=\{2,4,6,8,10\}.$$

Найти $X\cap Y,\ X\cup Y,\ X-Y,\ Y-X$.

3. Пусть $X=[1,3)\cup(5,7]$ и $Y=[2,6]$. Найти $X\cap Y,\ X\cup Y,\ X-Y,\ Y-X$.

4. Найти пересечение и объединение множеств решений неравенств:

$$3x+4\geq 7x-16,\ |x-3|<1.$$

5. Изобразить на декартовой плоскости произведение множеств:

а) $X=\{x:2\leq x\leq 6\},\ Y=\{y:3<y\leq 5\}$;

б) $X=R,\ Y=\{y:-2<y\leq 3\}$;

в) $[0,1]\times[0,1]$;

г) $[1, 2]\times(-\infty, +\infty)$;

д) $(0, +\infty)\times[-2, -3]$.

6 . Доказать, что для произвольных множеств X , Y , Z справедливы равенства:

а) $X \cup (X \cap Y) = X$;

б) $X \cap (X \cup Y) = X$

в) $(X \cup Y) \setminus (X \cap Y) = (X \setminus Y) \cup (Y \setminus X)$;

г) $(X \setminus Y) \setminus Z = (X \setminus Z) \setminus Y$;

д) $Y \cup (X \setminus Y) = X \cup Y$;

е) $(X \cup Y)\times Z = (X \times Z) \cup (Y \times Z)$;

ж) $(X \cap Y)\times Z = (X \times Z) \cap (Y \times Z)$;

з) $(X - Y)\times Z = (X \times Z) - (Y \times Z)$;

и) $X \cup Y \subset Z \Rightarrow X \times Y = (X \times Z) \cap (Z \times Y)$.

7 . Слушатели потока в 100 человек изучают английский, немецкий и французский языки. Причём, 28 слушателей изучают английский язык, 30 - немецкий, 42 - французский, 8 - английский и немецкий, 10 - английский и французский, 5 - немецкий и французский. Сколько слушателей изучают только один язык? (проиллюстрировать решение задачи геометрически, используя диаграммы Эйлера).

8 . Истинны или ложны для любых X , Y , Z следующие высказывания:

а) $(X \subset Y \wedge Y \subset Z) \Rightarrow X \subset Z$;

б) $(X \neq Y \wedge Y \neq Z) \Rightarrow X \neq Z$.

9 . Найти множество истинности предиката: $\left\langle \dfrac{x^2 - 5x + 6}{x^3 - 1} < 0 \right\rangle$.

10 . Найти множество истинности предиката:

$$\left\langle \begin{array}{c} \textit{Корни системы} \\ \textit{уравнений} \end{array} \begin{cases} x - y = m - 1 & \textit{одновременно} \\ 2x - y = 3 - m & \textit{положительны.} \end{cases} \right\rangle$$

11. Найти множество истинности предиката: $\langle x \cdot (x-2) \cdot (x+3) > 0 \rangle$.

12 . Записать высказывания, используя логические символы:

1) «существует такое число x, что для любого числа y справедливо равенство $x+y=0$ »;

2) «если число больше 6, то его квадрат больше 36».

13. Выяснить, являются ли алгебраическими операции сложения, вычитания, умножения и деления на указанных подмножествах множества R действительных чисел и указать, какие из алгебраических операций обладают свойствами коммутативности и ассоциативности:

а) N; б) $N_{2k}=\{2k : k\in N\}$; в) $N_{2k-1}=\{2k-1 : k\in N\}$;

г) Z; д) $Z_{2k}=\{2k : k\in Z\}$; е) R; ж) $R-\{0\}$;

з) $R^{+}=\{x\in R : x>0\}$; и) $R-Q$; к) $\{0,1\}$.

14. Выяснить, являются ли алгебраическими указанные операции на подмножестве $R^{+}=\{x\in R : x>0\}$ множества действительных чисел R, и указать, какие из алгебраических операций обладают свойствами коммутативности и ассоциативности:

1) $x*y=\dfrac{x+y}{2}$; 2) $x*y=x+y-1$; 3) $x*y=x^{2}y$;

4) $x*y=\sqrt{xy}$; 5) $x*y=|x-y|$; 6) $x*y=x^{y}$;

7) $x*y=x^{2}+y^{2}$; 8) $x*y=x\cdot y^{\frac{x}{|x|}}$.

15. На множестве $X=\{2, 4, 6, 8\}$ рассматриваются отношения «x равно y», «x кратно y» и «x больше y на 2». Какое из приведённых ниже подмножеств множества $X\times X$ задаёт соответствующее отношение?

а) $\{\{4, 2\}, \{6, 2\}, \{8, 2\}, \{6, 4\}, \{8, 4\}, \{8, 6\}, \{2, 2\}, \{4, 4\}, \{6, 6\}, \{8,8\}\}$;

б) $\{\{4, 2\}, \{6, 4\}, \{8, 6\}\}$;

в) $\{\{2, 2\}, \{4, 4\}, \{6, 6\}, \{8, 8\}\}$.

16. Доказать, что:

а) множество натуральных чисел N с операциями $(*): x*y=x$ и $(\circ): x\circ y=1$ является полугруппой;

б) множества всех целых чисел Z, всех рациональных чисел Q и всех действительных чисел R являются аддитивными группами, если в качестве групповой операции выбрано сложение чисел.

17. Найти действительные числа x и y, если:

а) $\dfrac{5x+2xi-3y-3yi}{3+4i}=2$; б) $\dfrac{2u+4i}{2x+y}-\dfrac{y}{x-i}=0.$

18. Найти $\operatorname{Re} z$ и $\operatorname{Im} z$, если:

а) $z=\dfrac{(1-2i)^3}{i}+4i^{16}$; б) $z=\dfrac{3-2i}{1-4i}+i^9$;

в) $z=\dfrac{5i-2}{3i+1}+i+\dfrac{8i-3}{2-i}$; г) $z=\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{17+31i}{7+i}+\dfrac{12}{(1+i)^4}\right)+i.$

19. Выполнить указанные действия:

1) $(1+2i)^6$;

2) $(2+3i)\cdot(4-5i)+(2-3i)\cdot(4+5i)$;

3) $(x-1-i)\cdot(x-1+i)\cdot(x+1+i)\cdot(x+1-i)$;

4) $(1+2i)^5-(1-2i)^5$;

5) $\left(-\dfrac{1}{2}+\dfrac{i\cdot\sqrt{3}}{2}\right)^2$;

6) $\dfrac{(1-i)^5-1}{(1+i)^5+1}$;

7) $\dfrac{(1+2i)^2-(2-i)^3}{(1-i)^3+(2+i)^2}$;

8) $\dfrac{(1+2i)^3+(1-2i)^3}{(2-i)^2-(2+i)^2}$;

9) $\dfrac{(3-4i)(2-i)}{2+i}-\dfrac{(3+4i)(2+i)}{2-i}$;

10) $\dfrac{5+12i}{8-6i}+\dfrac{(1+2i)^2}{2+i}$;

11) $\left[\dfrac{1}{3}\left((1-i)^4+\dfrac{7-24i}{4-3i}\right)+i\right]\dfrac{8}{(1+i)^2}$.

20. Найти такие вещественные числа x и y, что следующие пары комплексных чисел будут комплексно-спряжёнными:

а) $z_1=y^2-2y+xy-x+y+(x+y)i$, $z_2=-y^2+2y+11-4i$;

б) $z_1=x+y^2+1+4i$, $z_2=ixy^2+iy^2-3$.

21. Решить уравнения:

1) $|z|+z=1+2i$;

2) $2|z|-4az+1+ai=0\ (a\in R)$;

3) $|z|+z=2-i$;

4) $3z^2-(14-8i)z+8(4-3i)=0$;

5) $2(2-i)z^2+(7-i)z+5(1+i)=0$;

6) $(2+4i)z^2+2z+6-6i=0$;

7) $z^4-12z^2+64=0$.

22. Решить систему уравнений:

1) $\begin{cases}(1-i)x-(3+i)y=4,\\ 5x-(4+2i)y=4i;\end{cases}$ 2) $\begin{cases}(1-i)x+3iy=5,\\ 2x-(3-3i)y=6.\end{cases}$

23. Построить точки, изображающие комплексные числа:

1) $z_1=-3+3i$; 2) $z_2=5-i$; 3) $z_3=2i$; 4) $z_4=-\sqrt{2}i$.

24. Найти модуль и аргумент комплексных чисел:

1) $z_1=-3+3i$; 2) $z_2=-2i$; 3) $z_3=5-\sqrt{2}$.

25. Найти множество точек комплексной плоскости, для которых:

1) $-\dfrac{\pi}{6}<\arg z<\dfrac{\pi}{4}$; 2) $1\le|z+1|<3$; 3) $|z+i|=1$;

4) $\frac{\pi}{4} \le \arg(z-2+i) \le \pi$; 5) $\begin{cases} \frac{\pi}{4} < \arg z < \pi, \\ |1-2i-z| = 2; \end{cases}$

6) $|z-1-i| \ge |z-2+i|$; 7) $|z-1+2i| \ge 3$; 8) $|z-2i| + |z-i| = 1$.

26. Представить комплексные числа в тригонометрической форме:

1) $z = 16 - 16\sqrt{3}i$; 2) $z = -6\sqrt{3} - 6i$; 3) $z = (\sqrt{5} - 2)i$.

27. Представить комплексные числа в алгебраической форме:

1) $z = 5\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$;

2) $z = 4\left(\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)\right)$.

28. Представив комплексные числа в тригонометрической форме, выполнить указанные действия:

$\left(\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{12}\right)\right)(-3 + \sqrt{3}i)$;

$4\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right) : (\sqrt{3} - i)$;

$\left(-\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}i\right)(1+i)$; $\left(-\sqrt{5} + \sqrt{5}i\right)^3 (1+i)^2$; $\frac{2\sqrt{3} - 2i}{(-1+i)(\sqrt{2} + \sqrt{6}i)}$.

29. Извлечь корни из комплексных чисел, предварительно представив их в тригонометрической форме:

1) $\sqrt{-6 + 6\sqrt{3}i}$;

2) $\sqrt[3]{-13{,}5\sqrt{2} - -13{,}5\sqrt{2}i}$;

3) $\sqrt[4]{-8 - 8\sqrt{3}i}$.

30. Представив комплексные числа

$z_1 = -1 - i$, $z_2 = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$, $z_3 = 1 + \sqrt{3}i$

в тригонометрической форме, вычислить выражение $\frac{z_1 z_3}{z_2}$.

2. ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА И ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ

Практическое занятие 1. Векторная алгебра

Предварительные сведения

Множество X абстрактных элементов (**векторов**) $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}, \ldots$ называется **векторным пространством** над полем P, если для его элементов выполнены перечисленные ниже аксиомы.

1^0. Для любых векторов $\vec{x}, \vec{y} \in X$ однозначно определена **операция сложения**, результатом которой является вектор, обозначаемый $\vec{x}+\vec{y} \in X$ и называемый **суммой** векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$, причём операция сложения обладает следующими свойствами:

1) $\left(\forall \vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \in X\right)\left(\vec{x}+\vec{y}\right)+\vec{z}=\vec{x}+\left(\vec{y}+\vec{z}\right)$ – **ассоциативность;**

2) $\left(\forall \vec{x}, \vec{y} \in X\right) \vec{x}+\vec{y}=\vec{x}+\vec{y}$ – **коммутативность**.

2^0. Существует однозначно определённый элемент $\vec{0} \in X$, такой, что $\left(\forall \vec{x} \in X\right)$

$$\vec{x}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{x}=\vec{x},$$

который называется **нуль-вектор**.

3^0. Существует однозначно определённый вектор $-\vec{x} \in X$, такой что $\left(\forall \vec{x} \in X\right)$

$$\vec{x}+\left(-\vec{x}\right)=\left(-\vec{x}\right)+\vec{x}=\vec{0},$$

который называется **обратным к вектору** $\vec{x} \in X$.

4^0. Для любого числа $\alpha \in P$ и для любого вектора $\vec{x} \in X$ определена операция **умножения вектора на число**, результатом которой является вектор $\alpha \cdot \vec{x} \in X$, называемый **произведением вектора** $\vec{x}$ **на число** α, причём операция умножения векторов на числа обладает следующими свойствами: $(\forall \alpha, \beta \in P)$ и $\left(\forall \vec{x}, \vec{y} \in X \right)$

1) $1 \cdot \vec{x} = \vec{x}$;

2) $\alpha \cdot \left(\vec{x} + \vec{y} \right) = \alpha \cdot \vec{x} + \alpha \cdot \vec{y}$;

3) $(\alpha + \beta) \cdot \vec{x} = \alpha \cdot \vec{x} + \beta \cdot \vec{x}$;

4) $(\alpha \cdot \beta) \cdot \vec{x} = \alpha \cdot \left(\beta \cdot \vec{x} \right)$.

Система векторов $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \ldots, \vec{e}_n \right\} \subset X$ называется **линейно независимой**, если

$$\left(\alpha_1 \vec{e}_1 + \vec{e}_2 x_2 + \ldots + \alpha_n \vec{e}_n = \vec{0} \right) \Leftrightarrow (\alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_n = 0),$$

и **линейно зависимой** в противном случае.

Максимальная по числу векторов линейно независимая система векторов

$$\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \ldots, \vec{e}_n \right\} \subset X^n,$$

(содержащая n векторов), называется ***базисом векторного пространства***, само векторное пространство в этом случае называется **n-мерным векторным пространством** и обозначается X^n. Таким образом, в n-мерном векторном пространстве существует линейно независимая система,

содержащая только n векторов, а любая система, содержащая n+1 вектор будет уже линейно зависимой.

В реальном трёхмерном пространстве (в его математической модели) векторы – это направленные отрезки. Базис трёхмерного пространства R^3 состоит из трёх взаимно перпендикулярных векторов единичной длины:

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\} \subset R^3,$$

которые образуют базис декартовой системы координат.

Любой вектор $\vec{x} \in X^n$ можно представить в виде разложения

$$\vec{x} = \sum_{i=1}^{n} x^i \vec{e}_i = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + \ldots + x^n \vec{e}_n$$

по векторам как-либо выбранной линейно независимой системе n векторов

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \ldots, \vec{e}_n\right\} \subset X^n,$$

образующей базис пространства.

Алгебраическая операция сложения векторов и внешняя операция умножения вектора на число определяются так:

$$\vec{x} + \vec{y} = \sum_{i=1}^{n} \left(x^i + y^i\right) \vec{e}_i = \left(x^1 + y^1\right) \vec{e}_1 + \left(x^2 + y^2\right) \vec{e}_2 + \ldots + \left(x^n + y^n\right) \vec{e}_n;$$

$$\alpha \vec{x} = \alpha \sum_{i=1}^{n} x^i \vec{e}_i = \alpha x^1 \vec{e}_1 + \alpha x^2 \vec{e}_2 + \ldots + \alpha x^n \vec{e}_n.$$

Линейная комбинация векторов находится по формуле:

$$\alpha \vec{x} + \beta \vec{y} = \sum_{i=1}^{n} \left(\alpha x^i + \beta y^i\right) \vec{e}_i.$$

В трёхмерном пространстве скалярное произведение векторов является функцией, значение которой находится по формуле

$$\left(\vec{x}, \vec{y}\right) = x^1 y^1 + x^2 y^2 + x^3 y^3,$$

или по эквивалентной формуле

$$\left(\vec{x},\vec{y}\right)=\left\|\vec{x}\right\|\cdot\left\|\vec{y}\right\|\cdot\cos\varphi,$$

где **норма вектора**

$$\left\|\vec{x}\right\|=\sqrt{\left(x^1\right)^2+\left(x^2\right)^2+\left(x^3\right)^2},$$

а φ – угол, образованный приведёнными к общему началу векторами $\vec{x}$ и $\vec{y}$.

Примеры с решением

Пример 2.1.1. В декартовой системе координат задана точка $A(1;5;3)$. Найти координаты точки B, расположенной симметрично точке $A(1;5;3)$ относительно координатной плоскости X^1OX^2.

Р е ш е н и е. Координаты точки B по осям OX^1 и OX^2 такие же, как и уточки A, а координата по оси OX^3 имеет противоположный знак. Следовательно, $B(1;5;-3)$. $\otimes$

Пример 2.1.2. В декартовой системе координат своими разложениями по каноническому базису заданы векторы

$$\vec{x}=\vec{e}_1+3\vec{e}_2-2\vec{e}_3,\ \vec{y}=2\vec{e}_2+5\vec{e}_3,\ \vec{z}=3\vec{e}_1+13\vec{e}_2+4\vec{e}_3.$$

Найти значение линейной комбинации

$$\vec{u}=3\vec{x}+2\vec{y}-\vec{z}$$

этих векторов и сделать вывод о линейной зависимости, или линейной независимости системы $\left\{\vec{x},\vec{y},\vec{z}\right\}$ и взаимном расположении векторов.

Р е ш е н и е. Находим линейную комбинацию:

$$3\vec{x}+2\vec{y}-\vec{z}=$$

$$=3\left(\vec{e}_1+3\vec{e}_2-2\vec{e}_3\right)+2\left(2\vec{e}_2+5\vec{e}_3\right)-\left(3\vec{e}_1+13\vec{e}_2+4\vec{e}_3\right)=$$

$$=0\vec{e}_1+0\vec{e}_2+0\vec{e}_3=\vec{0}.$$

Значением линейной комбинации трёх векторов с ненулевыми коэффициентами является нуль-вектор. Поэтому система векторов линейно зависима. Так как векторы заданы в пространстве R^3, заключаем, что они компланарны, то есть лежат в одной плоскости. $\otimes$

Пример 2.1.3. В декартовой системе координат заданы векторы

$$\vec{x} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3,\ \vec{y} = 4\vec{e}_1 + 6\vec{e}_3.$$

Найти норму вектора $\vec{z} = 2\vec{x} - 5\vec{y}$.

Р е ш е н и е. Находим вектор

$$\vec{z} = 2\vec{x} - 5\vec{y} = 2\left(\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3\right) - 5\left(4\vec{e}_1 + 6\vec{e}_3\right) =$$

$$= -18\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 24\vec{e}_3.$$

Находим норму вектора $\vec{z}$: $\left\|\vec{z}\right\| = \sqrt{(-18)^2 + 4^2 + (-24)^2} = \sqrt{916}$. $\otimes$

Пример 2.1.4. На плоскости R^2 задан параллелограмм, три вершины которого имеют, соответственно, координаты $O(0;\ 0),\ B(1;\ 2),\ D(5;\ 0)$ (рисунок 1.1). Найти:

1) координаты вершины C;

2) косинус угла между сторонами OB и OD;

3) длины диагоналей и косинус угла между ними.

Р е ш е н и е. 1) По определению координаты вершины C равны координатам вектора $\vec{OC}$ (рисунок 1.1), который равен сумме векторов

$$\vec{OC} = \vec{OB} + \vec{OD}.$$

Так как $\vec{OB} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$, а $\vec{OD} = 5\vec{e}_1$, то $\vec{OC} = 6\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$.

2) Вычисляем скалярное произведение векторов $\vec{OB}$ и $\vec{OD}$:

$$\left(\vec{OB}, \vec{OD}\right) = 5.$$

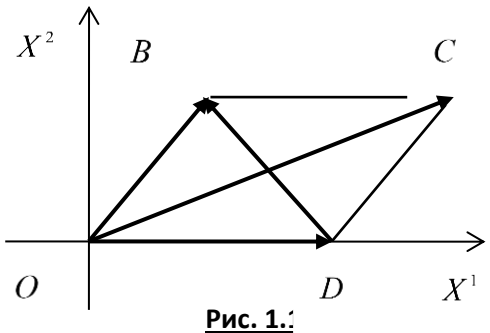


Рис. 1.1

3) Вычисляем длины векторов: $\vec{OB}$ и $\vec{OD}$:

$$\left\|\vec{OB}\right\| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \approx 2{,}236;$$

$$\left\|\vec{OD}\right\| = \sqrt{5^2 + 0^2} = \sqrt{25} = 5.$$

4) Находим $\cos\left\{\vec{OB}, \vec{OD}\right\}$: $\cos\left\{\vec{OB}, \vec{OD}\right\} = \dfrac{5}{5 \cdot 2{,}236} \approx 0{,}447.$

5) Находим диагональ $\vec{DB}$:

$$\vec{DB} = \vec{OB} - \vec{OD} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 5\vec{e}_1 = -4\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 .$$

6) Далее, $\left\|\vec{OC}\right\| = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10};\ \left\|\vec{DB}\right\| = \sqrt{(-4)^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}.$

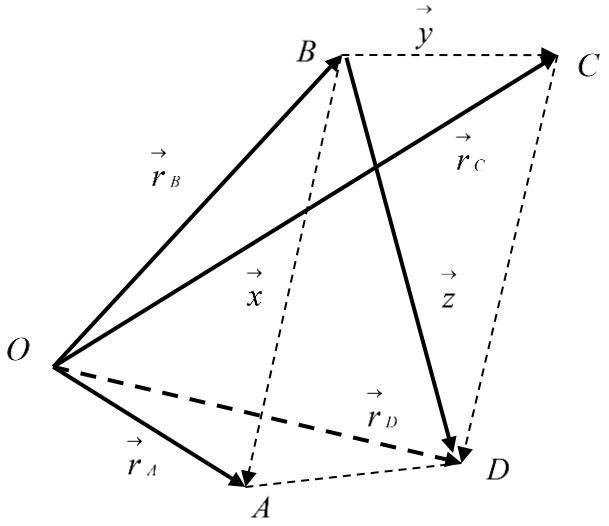
7) Находим косинус угла между диагоналями:

$$\cos\left\{\vec{OC}, \vec{DB}\right\} = \frac{\left(\vec{OC}, \vec{DB}\right)}{\left\|\vec{OC}\right\| \cdot \left\|\vec{DB}\right\|} = \frac{(-4) \cdot 6 + 2 \cdot 2}{2\sqrt{10} \cdot 2\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}. \otimes$$

Пример 2.1.5. Даны радиус-векторы трёх последовательных вершин параллелограмма $ABCD$. Найти радиус-вектор четвёртой вершины и косинусы углов между диагоналями параллелограмма, если известно, что:

$$\vec{r}_A = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{r}_B = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3,\ \vec{r}_C = -7\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 10\vec{e}_3;$$

Р е ш е н и е. Изобразим ситуацию на рисунке, не заботясь о точности изображения. Главное, чтобы рисунок отображал ситуацию качественно.



Из рисунка видно, что:

$$\vec{r}_A - \vec{r}_B = \vec{x},\ \vec{r}_C - \vec{r}_B = \vec{y},\ \vec{x} + \vec{y} = \vec{z},$$

$$\vec{r}_D = \vec{r}_B + \vec{z} = \vec{r}_B + \vec{r}_A - \vec{r}_B + \vec{r}_C - \vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_C - \vec{r}_B.$$

Подставляя разложения векторов в полученную формулу, вычисляем все требуемые в задаче величины. $\otimes$

Пример 2.1.6. В пространстве R^2 своими координатами заданы векторы

$$\vec{x} = 3\vec{e}_1 + \sqrt{7}\,\vec{e}_2,\ \vec{y} = \vec{e}_1 + \sqrt{24}\,\vec{e}_2.$$

Найти какой-либо вектор $\vec{z}$, направленный по биссектрисе угла $\left\{\vec{x}, \vec{y}\right\}$.

Р е ш е н и е. 1) Находим длины векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$:

$$\left\|\vec{x}\right\| = \sqrt{3^2 + \left(\sqrt{7}\right)^2} = 4;$$

$$\left\|\vec{y}\right\| = \sqrt{1^2 + \left(\sqrt{24}\right)^2} = 5.$$

2) Находим орты векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$:

$$\vec{e}_{\vec{x}} = \frac{1}{\left\|\vec{x}\right\|}\cdot\vec{x} = \frac{3}{4}\vec{e}_1 + \frac{\sqrt{7}}{4}\vec{e}_2;\ \vec{e}_{\vec{y}} = \frac{1}{\left\|\vec{y}\right\|}\cdot\vec{y} = \frac{1}{5}\vec{e}_1 + \frac{\sqrt{24}}{5}\vec{e}_2.$$

3) Находим диагональ ромба, построенного на ортах $\vec{e}_x$ и $\vec{e}_y$:

$$\vec{z} = \vec{e}_x + \vec{e}_y = \frac{19}{20}\vec{e}_1 + \frac{5\sqrt{7}+8\sqrt{6}}{20}\vec{e}_2.$$

Диагональ ромба направлена по биссектрисе угла, образованного его сторонами, поэтому найденный вектор $\vec{z}$ является искомым вектором. $\otimes$

Пример 2.1.7. В каноническом базисе декартовой системы координат пространства R^3 своими координатами задан вектор

$$\vec{x} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3.$$

Найти направляющие косинусы данного вектора.

Р е ш е н и е. 1) Находим длину вектора:

$$\left\|\vec{x}\right\| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 4^2} = \sqrt{21}.$$

2) Находим орт вектора: $\vec{e}_x = \frac{1}{\sqrt{21}}\vec{e}_1 + \frac{-2}{\sqrt{21}}\vec{e}_2 + \frac{4}{\sqrt{21}}\vec{e}_3.$

3) Направляющие косинусы вектора равны координатам его орта, поэтому имеем:

$$\cos\left\{\vec{x},\ \vec{e}_1\right\} = \frac{1}{\sqrt{21}},\ \cos\left\{\vec{x},\ \vec{e}_2\right\} = -\frac{2}{\sqrt{21}},\ \cos\left\{\vec{x},\ \vec{e}_3\right\} = \frac{4}{\sqrt{21}}.\ \otimes$$

Пример 2.1.8. В каноническом базисе декартовой системы координат пространства R^3 своими координатами заданы векторы

$$\vec{x} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3,\ \vec{y} = \vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Найти скалярное произведение $\left(\vec{x}-2\vec{y},\,3\vec{x}+\vec{y}\right)$ двумя способами.

Р е ш е н и е. 1. Находим линейные комбинации $\vec{x}-2\vec{y}$ и $3\vec{x}+\vec{y}$:

$$\vec{x}-2\vec{y}=\vec{e}_1-2\vec{e}_2+4\vec{e}_3-2\left(\vec{e}_1+4\vec{e}_2-2\vec{e}_3\right)=-\vec{e}_1-10\vec{e}_2+8\vec{e}_3,$$

$$3\vec{x}+\vec{y}=3\left(\vec{e}_1-2\vec{e}_2+4\vec{e}_3\right)+\left(\vec{e}_1+4\vec{e}_2-2\vec{e}_3\right)=4\vec{e}_1-2\vec{e}_2+10\vec{e}_3.$$

Находим скалярное произведение $\left(\vec{x}-2\vec{y},\,3\vec{x}+\vec{y}\right)$:

$$\left(-\vec{e}_1-10\vec{e}_2+8\vec{e}_3,\,4\vec{e}_1-2\vec{e}_2+10\vec{e}_3\right)=$$

$$=-4+20+80=96.$$

2. Используем свойства скалярного произведения:

$$\left(\vec{x}-2\vec{y},\,3\vec{x}+\vec{y}\right)=\left(\vec{x},\,3\vec{x}\right)+\left(\vec{x},\,\vec{y}\right)+\left(-2\vec{y},\,3\vec{x}\right)+\left(-2\vec{y},\,\vec{y}\right)=$$

$$=3\left(\vec{x},\,\vec{x}\right)+\left(\vec{x},\,\vec{y}\right)-6\left(\vec{y},\,\vec{x}\right)-2\left(\vec{y},\,\vec{y}\right)=$$

$$=3\left\|\vec{x}\right\|-5\left\|\vec{x}\right\|\left\|\vec{y}\right\|\cos\left\{\vec{x},\,\vec{y}\right\}-2\left\|\vec{y}\right\|.$$

Теперь можно произвести вычисления, используя данные задачи. $\otimes$

Пример 2.1.9. Дано: $\left\|\vec{x}\right\|=3,\ \left\|\vec{y}\right\|=2\sqrt{5},\ \left\{\vec{x},\,\vec{y}\right\}=\dfrac{\pi}{4}$. Найти

$$\left(\vec{x}+3\cdot\vec{y},\,3\cdot\vec{x}-\vec{y}\right).$$

Р е ш е н и е. Используя свойства скалярного произведения, получаем:

$$\left(\vec{x}+3\vec{y},\,3\vec{x}-\vec{y}\right)=3\left\|\vec{x}\right\|^2-\left(\vec{x},\,\vec{y}\right)+9\left(\vec{y},\,\vec{x}\right)-3\left\|\vec{y}\right\|^2=$$

$$=3\left\|\vec{x}\right\|^2+8\left\|\vec{x}\right\|\cdot\left\|\vec{y}\right\|\cos\left\{\vec{x},\,\vec{y}\right\}-3\left\|\vec{y}\right\|^2=-33+24\sqrt{10}.\otimes$$

Пример 2.1.10. В пространстве R^3 своими координатами относительно канонического базиса заданы три вектора:

$$\vec{a}_1=\vec{e}_1+2\vec{e}_2-3\vec{e}_3,\ \vec{a}_2=5\vec{e}_1-3\vec{e}_2+\vec{e}_3,\ \vec{a}_3=-2\vec{e}_1+4\vec{e}_2+\vec{e}_3.$$

1) Показать, что векторы $\left\{\vec{a}_1,\,\vec{a}_2,\,\vec{a}_3\right\}$ образуют новый базис в пространстве R^3.

2) Найти координаты вектора $\vec{x}=3\vec{e}_1+\vec{e}_2+6\vec{e}_3$ относительно базиса $\left\{\vec{a}_1,\,\vec{a}_2,\,\vec{a}_3\right\}$.

Р е ш е н и е. 1) Исходя из определения линейной независимости, составляем систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases}\alpha_1+5\alpha_2-2\alpha_3=0,\\ 2\alpha_1-3\alpha_2+4\alpha_3=0,\\ -3\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=0.\end{cases}$$

Решая эту СЛАУ методом Гаусса, получаем $\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=0$. Следовательно, система векторов линейно независима и, так как число векторов совпадает с размерностью пространства, является одним из базисов в пространства R^3.

2) Для нахождения координат вектора $\vec{x}$ относительно нового базиса записываем разложение вектора $\vec{x}$ по векторам этого базиса и СЛАУ, следующую из этого разложения и инвариантности вектора как геометрического объекта:

$$\vec{x} = x^1 \vec{a}_1 + x^2 \vec{a}_2 + x^3 \vec{a}_3 \Rightarrow \begin{cases} x^1 + 5x^2 - 2x^3 = 3, \\ 2x^1 - 3x^2 + 4x^3 = 1, \\ -3x^1 + x^2 + x^3 = 6. \end{cases}$$

Решаем СЛАУ методом Гаусса.

1) Из первого уравнения $x^1 = 3 - 5x^2 + 2x^3$. Подставляя во второе и третье уравнения, получаем:

$$\begin{cases} x^1 + 5x^2 - 2x^3 = 3, \\ -13x^2 + 8x^3 = -5, \\ 16x^2 - 5x^3 = 15. \end{cases}$$

2) Из второго уравнения $x^2 = \frac{8}{13}x^3 + \frac{15}{13}$. Подставляя в третье уравнение, получаем:

$$\begin{cases} x^1 + 5x^2 - 2x^3 = 3, \\ -13x^2 + 8x^3 = -5, \\ 63x^3 = 115. \end{cases}$$

Обратный ход: из третьего уравнения

$$x^3 = \frac{115}{63}.$$

Подставляя во второе уравнение, находим

$$x^2 = \frac{95}{63}.$$

Подставляя найденные значения в первое уравнение, получаем

$$x^1 = -\frac{56}{63}. \otimes$$

Пример 2.1.11. В пространстве R^3 своими координатами относительно канонического базиса заданы радиус-векторы

$$\vec{x} = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3, \ \vec{y} = 10\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3, \ \vec{z} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

Найти расстояние между конечными точками векторов

$$\vec{u} = \left(\vec{x}, 2\vec{z}\right)\vec{x} + \vec{y},$$

$$\vec{v} = \vec{x} + \left(2\vec{x}, \vec{z}\right)\vec{y}.$$

Р е ш е н и е. 1) Находим скалярное произведение $\left(\vec{x}, 2\vec{z}\right)$:

$$\left(\vec{x}, 2\vec{z}\right) = \left(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3,\ 2\left(\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3\right)\right) = 2\cdot 2 + 1\cdot 4 + (-3)\cdot 2 = 2.$$

2) находим вектор $\vec{u} = \left(\vec{x}, 2\vec{z}\right)\vec{x} + \vec{y}$:

$$\vec{u} = \left(\vec{x}, 2\vec{z}\right)\vec{x} + \vec{y} = 2\left(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3\right) + \left(10\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3\right) =$$

$$= 14\vec{e}_1 - \vec{e}_2 - 10\vec{e}_3.$$

3) Находим скалярное произведение $\left(2\cdot\vec{x}, \vec{z}\right)$:

$$\left(2\cdot\vec{x}, \vec{z}\right) = \left(2\left(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3\right), \left(\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3\right)\right) =$$

$$= \left(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3,\ \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3\right) = 4 + 4 - 6 = 2.$$

4) Находим вектор $\vec{v} = \vec{x} + \left(2\vec{x}, \vec{z}\right)\vec{y}$:

$$\vec{v} = \vec{x} + \left(2\vec{x}, \vec{z}\right)\vec{y} = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 + 2\left(10\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3\right) =$$

$$= 22\vec{e}_1 - 5\vec{e}_2 - 11\vec{e}_3.$$

5) Находим расстояние между векторами $\vec{u}$ и $\vec{v}$:

$$\rho\left(\vec{u},\vec{v}\right)=\left\|\vec{u}-\vec{v}\right\|=\sqrt{(-8)^2+4^2+1^2}=\sqrt{81}=9.\otimes$$

Пример 2.1.12. В пространстве R^3 своими координатами относительно канонического базиса заданы три точки $A(2;4;6)$, $B(1;3;5)$, $C(0;2;3)$. Найти длины сторон треугольника ABC, косинусы углов при вершинах треугольника и проекцию вектора $\vec{AB}+\vec{AC}$ на направление вектора $\vec{z}=\vec{e}_1+2\vec{e}_2-5\vec{e}_3$.

Р е ш е н и е. 1) Находим векторы, определяющие стороны треугольника:

$$\vec{AB}=-\vec{e}_1-\vec{e}_2-\vec{e}_3;$$

$$\vec{AC}=-2\vec{e}_1-2\vec{e}_2-3\vec{e}_3;$$

$$\vec{BC}=-\vec{e}_1-\vec{e}_2-2\vec{e}_3.$$

2) Находим длины сторон треугольника ΔABC:

$$\left\|\vec{AB}\right\|=\sqrt{(-1)^2+(-1)^2+(-1)^2}=\sqrt{3};$$

$$\left\|\vec{AC}\right\|=\sqrt{(-2)^2+(-2)^2+(-3)^2}=\sqrt{17};$$

$$\left\|\vec{BC}\right\|=\sqrt{(-1)^2+(-1)^2+(-2)^2}=\sqrt{6}.$$

3) Находим косинусы углов при вершинах треугольника по формуле

$$\cos\vartheta=\frac{\left(\vec{x},\vec{y}\right)}{\left\|\vec{x}\right\|\cdot\left\|\vec{y}\right\|}=\frac{x^1y^1+x^2y^2+x^3y^3}{\sqrt{\left(x^1\right)^2+\left(x^2\right)^2+\left(x^3\right)^2}\sqrt{\left(y^1\right)^2+\left(y^2\right)^2+\left(y^3\right)^2}}:$$

$$\cos\left\{\vec{AB},\vec{AC}\right\}=\frac{\left(\vec{AB},\vec{AC}\right)}{\left\|\vec{AB}\right\|\cdot\left\|\vec{AC}\right\|}=\frac{7}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{17}}=\frac{7}{\sqrt{51}};$$

$$\cos\left\{\vec{BA},\vec{BC}\right\}=\frac{\left(\vec{BA},\vec{BC}\right)}{\left\|\vec{AB}\right\|\cdot\left\|\vec{BC}\right\|}=\frac{-4}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{6}}=-\frac{4}{\sqrt{18}};$$

$$\cos\left\{\vec{CA},\vec{CB}\right\}=\frac{\left(\vec{CA},\vec{CB}\right)}{\left\|\vec{CA}\right\|\cdot\left\|\vec{CB}\right\|}=\frac{10}{\sqrt{17}\cdot\sqrt{6}}=\frac{10}{\sqrt{102}}.$$

4) Находим проекцию вектора $\vec{AB}+\vec{AC}$ на направление вектора $\vec{z}=\vec{e}_1+2\vec{e}_2-5\vec{e}_3$:

$$\Pr_{\vec{z}}\left\{\vec{AB}+\vec{AC}\right\}=\frac{(-3)\cdot1+(-3)\cdot2+(-4)\cdot(-5)}{\sqrt{1^2+2^2+(-5)^2}}=\frac{11}{\sqrt{30}}.\otimes$$

Пример 2.1.13. Пусть на плоскости X^1OX^2 даны две точки $A_1\left(x_1^1;\,x_1^2\right)$ и $A_2\left(x_2^1;\,x_2^2\right)$. Найти координаты точки $A\left(x^1;\,x^2\right)$, делящей отрезок A_1A_2 в отношении $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=\lambda$.

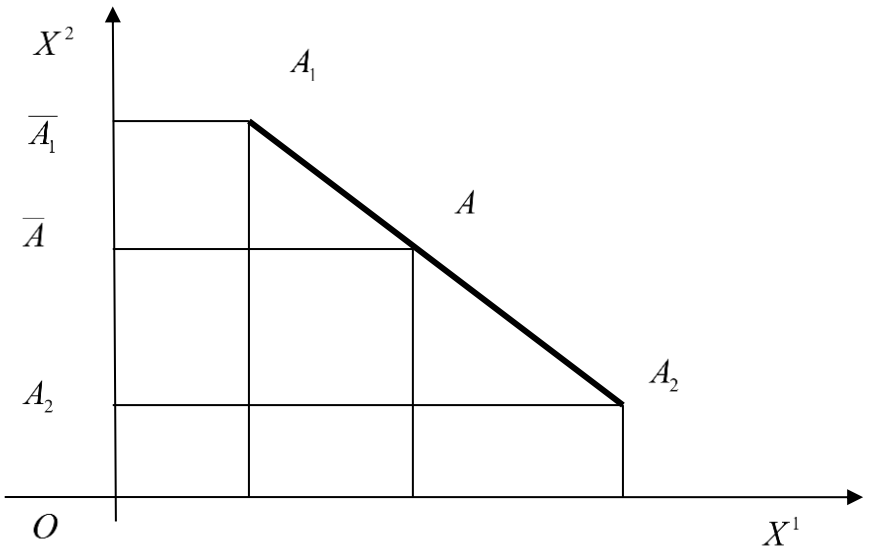
Р е ш е н и е. Предположим, что отрезок A_1A_2 не параллелен оси OX^1. Точки A_1, A, A_2 спроектируем на оси OX^1, и OX^2 (рисунок).

Имеем по условию задачи

$$\frac{A_1A}{AA_2}=\frac{\overline{A_1}\,\overline{A}}{\overline{A}\,\overline{A_2}}=\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=\lambda.$$

Далее получаем, что

$$\overline{A_1\overline{A}} = \left|x_1^2 - x^2\right|,\ \overline{\overline{A}A_2} = \left|x^2 - x_2^2\right| \Rightarrow \lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\left|x_1^2 - x^2\right|}{\left|x^2 - x_2^2\right|}.$$



Точка $\overline{A}$ лежит между точками A_1 и A_2, поэтому

$$\lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\left|x_1^2 - x^2\right|}{\left|x^2 - x_2^2\right|} = \frac{x_1^2 - x^2}{x^2 - x_2^2}.$$

Из последнего равенства находим

$$x^2 = \frac{\lambda_2 x_1^2 + \lambda_1 x_2^2}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{\lambda_2\left(x_1^2 + \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} x_2^2\right)}{\lambda_2\left(\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} + 1\right)} = \frac{x_1^2 + \lambda x_2^2}{\lambda + 1}.$$

Аналогично находим первую координату точки A:

$$x^1 = \frac{\lambda_2 x_1^1 + \lambda_1 x_2^1}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{\lambda_2\left(x_1^1 + \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} x_2^1\right)}{\lambda_2\left(\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} + 1\right)} = \frac{x_1^1 + \lambda x_2^1}{\lambda + 1}. \otimes$$

Практическое занятие 2. Векторное и смешанное произведения.

Прямая линия и плоскость

Предварительные сведения

Векторное произведение векторов как результат алгебраической операции умножения векторов

$$\vec{x} = \sum_{i=1}^{3} x^i \vec{e}_i = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3,$$

$$\vec{y} = \sum_{i=1}^{3} y^i \vec{e}_i = y^1 \vec{e}_1 + y^2 \vec{e}_2 + y^3 \vec{e}_3$$

находится по формуле

$$\left[\vec{x}, \vec{y}\right] = \left(x^2 y^3 - x^3 y^2\right)\vec{e}_1 + \left(x^3 y^1 - x^1 y^3\right)\vec{e}_2 + \left(x^1 y^2 - x^2 y^3\right)\vec{e}_n.$$

Смешанное произведение векторов – это функция, значение которой находится по формуле

$$\left(\left[\vec{x}, \vec{y}\right], \vec{z}\right) = x^1 y^2 z^3 + x^2 y^3 z^1 + x^3 y^1 z^2 - x^1 y^3 z^2 - x^2 y^1 z^3 - x^3 y^2 z^1 .$$

Параметрические уравнения прямой линии в трёхмерном пространстве имеют вид

$$x^i = x_0^i + t \cdot a^i,$$

где $i = 1, 2, 3$, x_0^i – координаты опорной точки, a^i – координаты направляющего вектора, $t \in \left(-\infty, +\infty\right)$ – параметр.

Параметрические уравнения плоскости в трёхмерном пространстве имеют вид

$$\begin{cases} x^1 = x_0^1 + a_1^1 \cdot t_1 + a_2^1 \cdot t_2, \\ x^2 = x_0^2 + a_1^2 \cdot t_1 + a_2^2 \cdot t_2, \\ x^3 = x_0^3 + a_1^3 \cdot t_1 + a_2^3 \cdot t_2. \end{cases}$$

Неявное уравнение плоскости в трёхмерном пространстве записывается в виде

$$A \cdot x^1 + B \cdot x^2 + C \cdot x^3 + D = 0,$$

где коэффициенты при неизвестных суть координаты **нормального** вектора плоскости

$$\vec{N} = Ax^1 + Bx^2 + Cx^3,$$

удовлетворяющего условию

$$\left(\vec{N}, \vec{x}\right) = 0,$$

где $\vec{x}$ – произвольный вектор на плоскости.

Примеры с решением

Пример 2.2.1. Вычислить площадь треугольника, построенного на приведённых к общему началу векторах

$$\vec{x} = 3\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3,\ \vec{y} = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 6\vec{e}_3.$$

Р е ш е н и е. Если в некоторой декартовой системе координат векторы $\vec{x}$ и $\vec{y}$ заданы своими разложениями

$$\vec{x} = x^1\vec{e}_1 + x^2\vec{e}_2 + x^3\vec{e}_3,\ \vec{y} = y^1\vec{e}_1 + y^2\vec{e}_2 + y^3\vec{e}_3,$$

то справедлива формула

$$\left[\vec{x}, \vec{y}\right] = \left(x^2y^3 - x^3y^2\right)\vec{e}_1 + \left(x^3y^1 - x^1y^3\right)\vec{e}_2 + \left(x^1y^2 - x^2y^1\right)\vec{e}_3.$$

Применим эту формулу для решения задачи.

1) Вычисляем векторное произведение:

$$\left[\vec{x}, \vec{y}\right] = \left((-2)\cdot(-6) - (-1)\cdot 1\right)\vec{e}_1 + \left((-1)\cdot(-2) - 3\cdot(-6)\right)\vec{e}_2 +$$

$$+\left(3\cdot 1 - (-2)\cdot(-2)\right)\vec{e}_3 = 13\vec{e}_1 + 20\vec{e}_2 - \vec{e}_3.$$

2) Площадь треугольника

$$S = \frac{1}{2}\left\|\left[\vec{x}, \vec{y}\right]\right\|.$$

Вычисляем площадь треугольника:

$$S = \frac{1}{2}\left\|\left[\vec{x}, \vec{y}\right]\right\| = \frac{1}{2}\sqrt{13^2 + 20^2 + (-1)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{169 + 400 + 1} = \frac{1}{2}\sqrt{570}. \otimes$$

Пример 2.2.2. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах

$$\vec{x} = \vec{a} + 3\vec{b},\ \vec{y} = 3\vec{a} + \vec{b},$$

если

$$\left\|\vec{a}\right\| = \left\|\vec{b}\right\| = 1 \text{ и } \left\{\vec{a}, \vec{b}\right\} = \frac{\pi}{6}.$$

Р е ш е н и е. Вычисляем векторное произведение, используя его свойства:

$$\left[\vec{x}, \vec{y}\right] = \left[\vec{a} + 3\vec{b}, 3\vec{a} + \vec{b}\right] = 3\left[\vec{a}, \vec{a}\right] + \left[\vec{a}, \vec{b}\right] +$$

$$+ 9\left[\vec{b}, \vec{a}\right] + 3\left[\vec{b}, \vec{b}\right] = -8\left[\vec{a}, \vec{b}\right].$$

По определению площадь параллелограмма равна:

$$S = \left\|\left[\vec{x}, \vec{y}\right]\right\| = 8\left\|\left[\vec{a}, \vec{b}\right]\right\| = 8\left\|\vec{a}\right\| \cdot \left\|\vec{b}\right\| \cdot \sin\left\{\vec{a}, \vec{b}\right\} = 8 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = 4. \otimes$$

Пример 2.2.3. Найти орт вектора, перпендикулярного векторам

$$\vec{x} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 3\vec{e}_3,\ \vec{y} = 4\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

Р е ш е н и е. Предлагается решить задачу самостоятельно. $\otimes$

Пример 2.2.4. Получить уравнение плоскости $H^2 \subset R^3$, проходящей через начало координат O и через две точки $M_1(4; -2; 1)$, $M_2(2; 4; -3)$.

Р е ш е н и е. Радиус-векторы точек M_1 и M_2

$$\vec{x} \equiv \vec{OM}_1 = 4\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{y} \equiv \vec{OM}_2 = 2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 3\vec{e}_3.$$

Нормальный вектор плоскости находим как векторное произведение, используя формулу

$$\vec{N} = \left[\vec{OM}_1, \vec{OM}_2\right] \equiv \left[\vec{x}, \vec{y}\right] =$$

$$= \left(x^2y^3 - x^3y^2\right)\vec{e}_1 + \left(x^3y^1 - x^1y^3\right)\vec{e}_2 + \left(x^1y^2 - x^2y^1\right)\vec{e}_3 =:$$

$$= \left[(-2)\cdot(-3) - 1\cdot 4\right]\vec{e}_1 + \left[1\cdot 2 - 4\cdot(-3)\right]\vec{e}_2 + \left[4\cdot 4 - (-2)\cdot 2\right]\vec{e}_3 =$$

$$= 2\vec{e}_1 + 14\vec{e}_2 + 20\vec{e}_3.$$

Из условия ортогональности радиус-вектора

$$\vec{OM} = x^1\vec{e}_1 + x^2\vec{e}_2 + x^3\vec{e}_3$$

текущей точки M плоскости её нормальному вектору

$$\left(\vec{N}, \vec{OM}\right) = 0,$$

получаем уравнение плоскости в неявном виде:

$$x^1 + 7x^2 + 10x^3 = 0. \otimes$$

Пример 2.2.5. Найти угол между плоскостями, определяемыми уравнениями:

$$3x^1 - x^2 + 3 = 0,\ x^1 - 2x^2 + 5x^3 - 10 = 0.$$

Р е ш е н и е. Угол между плоскостями равен углу между их нормальными векторами

$$\vec{N}_1 = 3\vec{e}_1 - \vec{e}_2,\ \vec{N}_2 = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3.$$

Поэтому имеем:

$$\cos\left\{\vec{N}_1, \vec{N}_2\right\} = \frac{\left(\vec{N}_1, \vec{N}_2\right)}{\left\|\vec{N}_1\right\| \cdot \left\|\vec{N}_2\right\|} = \frac{3\cdot 1 + (-1)\cdot(-2) + 0\cdot 5}{\sqrt{3^2 + (-1)^2 + 0^2}\cdot\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 5^2}} =$$

$$= \frac{5}{\sqrt{10}\cdot\sqrt{30}} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Следовательно, $\varphi = \arccos\frac{\sqrt{3}}{6}. \otimes$

Пример 2.2.6. Написать канонические уравнения прямой линии, заданной пересечением двух плоскостей с уравнениями

$$x^1 + x^2 + x^3 - 2 = 0,\ x^1 - x^2 - 3x^3 + 6 = 0.$$

Р е ш е н и е. Проверяем, что плоскости не параллельны (то есть их нормальные векторы не коллинеарны), для чего проверяем пропорциональны или нет координаты нормальных векторов:

$$\frac{1}{1} \neq \frac{1}{-1} \neq \frac{1}{-3}.$$

Координаты не пропорциональны, следовательно, нормальные векторы неколлинеарны, то есть плоскости не параллельны.

Так как прямая линия принадлежит обеим плоскостям, её направляющий вектор ортогонален нормальным векторам плоскостей, поэтому находим его как векторное произведение нормальных векторов плоскостей:

$$\vec{a} = \left[\vec{N}_1, \vec{N}_2\right] = \left(x^2y^3 - x^3y^2\right)\vec{e}_1 + \left(x^3y^1 - x^1y^3\right)\vec{e}_2 + \left(x^1y^2 - x^2y^1\right)\vec{e}_3 =$$

$$= \left[1\cdot(-3) - 1\cdot(-1)\right]\vec{e}_1 + \left[1\cdot 1 - 1\cdot(-3)\right]\vec{e}_2 + \left[1\cdot(-1) - 1\cdot 1\right]\vec{e}_3 =$$

$$= -2\,\vec{e}_1 + 4\,\vec{e}_2 - 2\,\vec{e}_3.$$

Направляющий вектор прямой не параллелен ни одной из координатных плоскостей, поэтому прямая линия пересекает все три координатные плоскости. Найдём, например, точку пересечения прямой и плоскости X^1OX^3, для чего решаем систему трёх уравнений

$$\begin{cases} x^1 + x^3 = 2, \\ x^1 - 3x^3 = -6 \\ x^2 = 0. \end{cases}$$

Получаем решение $x_0^1 = 0,\ x_0^2 = 0,\ x_0^3 = 2$.

Подставляя найденные координаты направляющего вектора и точки в канонические уравнения прямой линии, получаем канонические уравнения

$$\frac{x^1}{-2} = \frac{x^2}{4} = \frac{x^3 - 2}{-2}. \otimes$$

Пример 2.2.7. Найти точку пересечения прямой линии с уравнениями

$$\frac{x^1 - 2}{1} = \frac{x^2 - 3}{1} = \frac{x^3 + 1}{-4},$$

и плоскости с уравнением $x^1 + x^2 + 2x^3 - 9 = 0$.

Р е ш е н и е. Проверяем, пересекается ли прямая линия с плоскостью, для чего находим скалярное произведение нормального вектора плоскости и направляющего вектора прямой линии:

$$\left(\vec{N},\, \vec{l}\right)=\left(\vec{e}_1+\vec{e}_2+2\vec{e}_3,\, \vec{e}_1+\vec{e}_2-4\vec{e}_3\right)=-6\neq 0.$$

Векторы не ортогональны, а следовательно, прямая линия и плоскость не параллельны. Параметрические уравнения прямой линии имеют вид:

$$\begin{cases} x^1=2+t, \\ x^2=3+t, \\ x^3=-1-4t. \end{cases}$$

Найдём значение параметра t_0, соответствующее точке пересечения прямой линии и плоскости, для чего подставим x^1, x^2, x^3 из параметрических уравнений прямой линии в уравнение плоскости. Решая получившееся уравнение, найдём $t_0=-1$. Подставляя найденное значение параметра в параметрические уравнения прямой линии, находим координаты точки пересечения:

$$x_0^1=1,\, x_0^2=2,\, x_0^3=3.\otimes$$

Пример 2.2.8. Найти расстояние от точки $M(1;\,0;\,1)$ до плоскости H^2 с уравнением $4x^1+6x^2+4x^3-25=0.$

Р е ш е н и е. Расстояние от точки M до плоскости – это длина вектора $\vec{M_0M}$ с начальной точкой M и конечной точкой M_0 – проекцией точки M на плоскость H^2.

Проекция точки на плоскость – это основание перпендикуляра, опущенного из данной точки на плоскость. Поэтому следует составить уравнение прямой линии, проходящей через точку $M(1;\,0;\,1)$ перпендикулярно плоскости с уравнением

$$4x^1+6x^2+4x^3-25=0,$$

и найти точку её пересечения с плоскостью.

Если в качестве направляющего вектора прямой линии выбрать нормальный вектор плоскости $\vec{l} = \vec{N} = 4\vec{e}_1 + 6\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$, то канонические уравнения прямой линии примут вид

$$\frac{x^1 - 1}{4} = \frac{x^2}{6} = \frac{x^3 - 1}{4},$$

откуда получаем параметрические уравнения

$$\begin{cases} x^1 = 1 + 4t, \\ x^2 = \quad 6t, \\ x^3 = 1 + 4t. \end{cases}$$

Подставляя общее выражение для координат текущей точки прямой линии из параметрических уравнений в уравнение плоскости, получаем уравнение для параметра, решение которого даёт для параметра значение

$$t_0 = \frac{1}{4},$$

соответствующее искомой точке пересечения прямой линии и плоскости.

Подставляя это значение параметра в параметрические уравнения прямой линии, получаем находим искомые координаты проекции M_0 точки $M(1; 0; 1)$ на плоскость H^2:

$$x^1 = 2,\ x^2 = \frac{3}{2},\ x^3 = 2.$$

Вектор

$$\vec{M_0M} = (2-1)\vec{e}_1 + \left(\frac{3}{2} - 0\right)\vec{e}_2 + (2-1)\vec{e}_3 = \vec{e}_1 + \frac{3}{2}\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

Расстояние

$$\rho\left(M, H^2\right) = \sqrt{1 + \frac{9}{4} + 1} = \frac{\sqrt{17}}{2}. \otimes$$

Практическое занятие 3. Абстрактные векторные пространства

Предварительные сведения

Аддитивная абелева группа E называется **абстрактным векторным пространством** (над полем P), если на ней определена внешняя бинарная операция – **умножение элементов группы E на элементы поля P**, то есть $(\forall x \in E)$ и $(\forall \alpha \in P)\,(\exists \alpha \cdot x \in E)$, причём выполняются следующие аксиомы:

1) $(\alpha + \beta)\cdot x = \alpha \cdot x + \beta \cdot x$;

2) $\alpha \cdot (x + y) = \alpha \cdot x + \alpha \cdot y$;

3) $1 \cdot x = x$;

4) $(\alpha \cdot \beta)\cdot x = \alpha \cdot (\beta \cdot x)$.

Простейшим примером векторного пространства является множество обычных трёхмерных векторов, которое изучалось выше. Здесь отметим лишь, что из определения векторного пространства следует, что

$$(\forall x \in E) - x = (-1)x,$$

где $1-$единица поля P, и

$$0x = 0.$$

В последнем равенстве 0 в левой части – это нуль поля P, 0 в правой части равенства – это нулевой элемент из группы E. Элементы векторного пространства называются **абстрактными векторами**.

Система векторов $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\} \subset E$ называется **линейно независимой**, если

$$(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \ldots + \alpha_n x_n) \Leftrightarrow (\alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_n = 0),$$

и **линейно зависимой** – в противном случае. Если векторное пространство содержит линейно независимую систему из n векторов, а любая система, содержащая $n+1$ векторов, уже линейно зависима, то говорят, что пространство E является n **мерным векторным пространством**. Любая линейно независимая система $\{e_1, e_2, \ldots, e_n\} \subset E$ из n векторов образует **базис** пространства. Любой вектор $x \in E$ можно представить в виде разложения

$$x = \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \ldots + \alpha_n e_n,$$

где коэффициенты разложения называются **координатами** вектора относительно заданного базиса. Подмножество $L \in E$ называется **линейным многообразием** в E, если

$$(\forall \alpha, \beta \in P)(x, y \in L) \Rightarrow (\alpha \cdot x + \beta \cdot y \in L).$$

Остальные определения теории векторных пространств, в том числе евклидовых, приведены выше на страницах 25-28.

Примеры с решением

Пример 2.3.1. Пусть P – числовое поле. На множестве объектов

$$P^n = \left\{ |a\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \ldots \\ a_n \end{pmatrix}, a_k \in P \right\},$$

которые назовём вектор-столбцами, определим операции сложения вектор-столбцов и умножения вектора-столбца на числа из поля P:

1) $\left(\forall |a\rangle, |b\rangle \in P^n\right) |a\rangle + |b\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \ldots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \ldots \\ a_n + b_n \end{pmatrix}$ $

$$2)\ \left(\forall |a\rangle \in P^n\right) \text{ и } \left(\forall \alpha \in P\right)\ \alpha \cdot |a\rangle = \alpha \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \cdot a_1 \\ \alpha \cdot a_2 \\ \dots \\ \alpha \cdot a_n \end{pmatrix}.$$

Показать, что множество P^n является n-мерным векторным пространством.

Р е ш е н и е. Для доказательства требуется проверить выполнение всех аксиом векторного пространства и построить хотя бы один базис из вектор-столбцов.

Аксиомы сложения.

1) Аксиома ассоциативности выполняется в силу ассоциативности операции сложения в поле P, действительно

$$\left[|a\rangle + |b\rangle\right] + |c\rangle = \left[\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}\right] + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (a_1 + b_1) + c_1 \\ (a_2 + b_2) + c_2 \\ \dots \\ (a_n + b_n) + c_n \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} a_1 + (b_1 + c_1) \\ a_2 + (b_2 + c_2) \\ \dots \\ a_n + (b_n + c_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 + c_1 \\ b_2 + c_2 \\ \dots \\ b_n + c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \left[\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{pmatrix}\right] = |a\rangle + \left[|b\rangle + |c\rangle\right].$$

2) Аксиома коммутативности выполняется в силу коммутативности операции сложения в поле P, действительно

$$|a\rangle + |b\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 + a_1 \\ b_2 + a_2 \\ \dots \\ b_n + a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = |b\rangle + |a\rangle$$

.

3) Вектор-нуль определим так

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, что аксиома о нейтральном элементе выполняется, действительно имеем:

$$\left(\forall |a\rangle \in P^n\right) |a\rangle + |0\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + 0 \\ a_2 + 0 \\ \cdots \\ a_n + 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdots \\ a_n \end{pmatrix}.$$

4) Противоположный вектор-столбец определим так

$$\left(\forall |a\rangle \in P^n\right) -|a\rangle = \begin{pmatrix} -a_1 \\ -a_2 \\ \cdots \\ -a_n \end{pmatrix}.$$

Очевидно, что аксиома об обратном (противоположном элементе) выполняется, действительно имеем:

$$|a\rangle + \left(-|a\rangle\right) = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -a_1 \\ -a_2 \\ \cdots \\ -a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 - a_1 \\ a_2 - a_2 \\ \cdots \\ a_n - a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Аксиомы умножения вектор-столбца на числа. Аналогично показывается, что выполняются аксиомы умножения вектор-столбца на числа:

1) $\left(\forall |a\rangle \in P^n\right)$ и $\left(\forall \alpha \in P\right)$

$$\alpha\left(|a\rangle + |b\rangle\right) = \alpha\left[\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_n \end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} \alpha(a_1 + b_1) \\ \alpha(a_2 + b_2) \\ \cdots \\ \alpha(a_n + b_n) \end{pmatrix} = \alpha\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdots \\ a_n \end{pmatrix} + \alpha\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_n \end{pmatrix};$$

2) $(\forall \alpha, \beta \in P)$

$$(\alpha+\beta)|a\rangle = (\alpha+\beta)\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\alpha+\beta)a_1 \\ (\alpha+\beta)a_2 \\ \dots \\ (\alpha+\beta)a_n \end{pmatrix} = \alpha\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \alpha|a\rangle + \beta|b\rangle;$$

3) $1\cdot\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix};$

4) $$(\alpha\beta)|a\rangle = (\alpha\beta)\cdot\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\alpha\beta)a_1 \\ (\alpha\beta)a_2 \\ \dots \\ (\alpha\beta)a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha(\beta a_1) \\ \alpha(\beta a_2) \\ \dots \\ \alpha(\beta a_n) \end{pmatrix} = \dots = \alpha\left[\beta|a\rangle\right],$$

Таким образом, все аксиомы векторного пространства выполняются и, следовательно, множество P^n является векторным пространством.

Рассмотрим следующее тождественное преобразование:

$$|a\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ a_2 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + \dots + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} = a_1\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + a_2\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + \dots + a_n\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Из этого разложения видно, что в силу произвольности вектор-столбца $|a\rangle$, он представлен разложением по вектор-столбцам специального вида

$$|e_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}, |e_2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}, \dots, |e_n\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Система этих вектор-столбцов образует простейший, или ***канонический*** базис в векторном пространстве P^n.

Теперь очевидно, что множество P^n является n-мерным векторным пространством. $\otimes$

Пример 2.3.2. Показать, что если система векторов $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_n \right\}$ линейно независима, то и любая её подсистема также линейно независима.

Р е ш е н и е. Пусть $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_m \right\}$ – подсистема данной системы, то есть $m < n$.

Предположим, что условие задачи неверно, то есть подсистема $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_m \right\}$ линейно зависима. Тогда можно подобрать такие числа $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$, не все равные нулю одновременно, что справедливо тождество

$$\alpha_1 \vec{x}_1 + \alpha_2 \vec{x}_2 + \ldots + \alpha_m \vec{x}_m = \vec{0}.$$

Учитывая свойство нуль вектора

$$\left(\forall \vec{x} \in X \right) \vec{x} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{x} = \vec{x},$$

добавим его в обе части последнего тождества, представив его в виде линейной комбинации оставшихся векторов исходной системы с нулевыми коэффициентами

$$\vec{0} = 0\vec{x}_{m+1} + \ldots + 0\vec{x}_n.$$

Получаем

$$\alpha_1 \vec{x}_1 + \alpha_2 \vec{x}_2 + \ldots + \alpha_m \vec{x}_m + 0\vec{x}_{m+1} + \ldots + 0\vec{x}_n = \vec{0},$$

то есть линейная комбинация векторов исходной системы с коэффициентами, не все из которых равны нулю одновременно, даёт нулевой вектор. По определению это означает линейную зависимость векторов системы $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_n \right\}$, что противоречит условию задачи.

Следовательно, предположение о линейной зависимости ***произвольной*** подсистемы $\left\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_m\right\}$ линейно независимой системы $\left\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_n\right\}$ не верно. $\otimes$

Пример 2.3.3. Показать, что система из двух векторов линейно зависима в том и только в том случае, если векторы коллинеарны.

Р е ш е н и е. *Необходимость.* Если из двух векторов $\left\{\vec{x}, \vec{y}\right\}$ хотя бы один равен нуль вектору, то векторы коллинеарны. Поэтому предположим, что векторы $\vec{x} \neq \vec{0}$, $\vec{y} \neq \vec{0}$. Пусть система $\left\{\vec{x}, \vec{y}\right\}$ линейно зависима. Покажем, что векторы коллинеарны. По определению найдутся такие числа $\alpha, \beta \in R$, что

$$\alpha \vec{x} + \beta \vec{y} = \vec{0},$$

причём эти числа неравны нулю одновременно.

Пусть $\beta \neq 0$. Тогда получаем:

$$\vec{y} = \left(-\frac{\alpha}{\beta}\right)\vec{x}.$$

Обозначая $\lambda = -\frac{\alpha}{\beta}$, получим

$$\vec{y} = \lambda \vec{x},$$

то есть по определению векторы $\vec{x}$ и $\vec{y}$ коллинеарны.

Достаточность. Пусть теперь векторы $\vec{x}$ и $\vec{y}$ коллинеарны, покажем, что система $\left\{\vec{x}, \vec{y}\right\}$ линейно зависима. По определению коллинеарности имеем, например:

$$\vec{y} = \lambda \vec{x}.$$

Пусть $\nu \neq 0$, тогда можем записать

$$\vec{y} = \frac{\lambda}{\nu}\vec{x},$$

откуда получаем

$$\nu\vec{y} = \lambda\nu\vec{x},$$

или

$$\mu\vec{x} + \nu\vec{y} = \vec{0},$$

где $\mu = -\lambda\nu$. Так как $\lambda \neq 0$ и $\nu \neq 0$, то система векторов $\left\{\vec{x},\ \vec{y}\right\}$ линейно зависима. $\otimes$

Пример 2.3.4. Показать, что система трёх векторов пространства R^3 линейно зависима в том и только в том случае, если векторы компланарны.

Р е ш е н и е. Предположим, что никакие два вектора из тройки векторов $\vec{x},\ \vec{y},\ \vec{z}$ не коллинеарны (в противном случае система векторов заведомо будет линейно зависимой).

Необходимость. Пусть система $\left\{\vec{x},\ \vec{y},\ \vec{z}\right\}$ линейно зависима, покажем, что векторы системы компланарны. В силу линейной зависимости системы, можно подобрать три неравных одновременно нулю числа $\alpha,\ \beta,\ \gamma \in R$ так, чтобы выполнялось равенство

$$\alpha\vec{x} + \beta\vec{y} + \gamma\vec{z} = \vec{0}.$$

Пусть, например, $\gamma \neq 0$. Тогда имеем:

$$\vec{z} = \left(-\frac{\alpha}{\gamma}\right)\vec{x} + \left(-\frac{\beta}{\gamma}\right)\vec{y}.$$

Приложив векторы $\vec{x},\ \vec{y},\ \vec{z}$ к общей точке O, легко видеть, что вектор $\vec{z}$ равен диагонали параллелограмма, построенного на векторах

$$\vec{a} = \left(-\frac{\alpha}{\gamma}\right)\vec{x},\ \vec{b} = \left(-\frac{\beta}{\gamma}\right)\vec{y},$$

а это и означает, что они лежат в одной плоскости, то есть компланарны.

Достаточность. Пусть векторы $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ компланарны, покажем, что система $\left\{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}\right\}$ линейно зависима. Доказательство почти очевидно. Действительно, компланарность векторов означает, что справедливо, например, равенство

$$\vec{x} = \mu \vec{y} + \lambda \vec{z}.$$

Следовательно, один из векторов системы линейно выражается через два других. Тогда из свойств линейно зависимых систем векторов следует линейная зависимость системы векторов $\left\{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}\right\}$.⊗

Пример 2.3.5. Выяснить вопрос о линейной зависимости или линейной независимости следующей системы вектор-столбцов:

$$|a_1\rangle = \begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}, |a_2\rangle = \begin{pmatrix}0\\1\\1\\1\end{pmatrix}, |a_3\rangle = \begin{pmatrix}0\\0\\1\\1\end{pmatrix}, |a_4\rangle = \begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. Составим линейную комбинацию векторов системы с произвольными коэффициентами и потребуем, чтобы её значением был нуль вектор-столбец:

$$\alpha_1|a_1\rangle + \alpha_2|a_2\rangle + \alpha_3|a_3\rangle + \alpha_4|a_4\rangle = |0\rangle \Rightarrow$$

$$\alpha_1\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix} + \alpha_2\begin{pmatrix}0\\1\\1\\1\end{pmatrix} + \alpha_3\begin{pmatrix}0\\0\\1\\1\end{pmatrix} + \alpha_4\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\end{pmatrix}.$$

Используя правила выполнения операций с вектор-столбцами, получаем

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_1+\alpha_2 \\ \alpha_1+\alpha_2+\alpha_3 \\ \alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 0, \\ \alpha_1+\alpha_2 = 0, \\ \alpha_1+\alpha_2+\alpha_3 = 0, \\ \alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4 = 0. \end{cases}$$

Совершая последовательные подстановки из первого уравнения во второе, из второго в третье и так далее, получаем, что

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0,$$

что и доказывает линейную независимость данной системы вектор-столбцов. ⊗

Пример 2.3.6. Пусть

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m, \vec{a}_{m+1}, \ldots, \vec{a}_{n-1}, \vec{a}_n \right\}$$

– некоторая система векторов векторного пространства и пусть

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m \right\},$$

– её максимальная по числу векторов линейно независимая подсистема.

Показать, что любой из векторов $\vec{a}_{m+1}, \ldots, \vec{a}_{n-1}, \vec{a}_n$ можно выразить в виде разложения по векторам подсистемы $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m \right\}$.

Р е ш е н и е. Так как подсистема $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m \right\}$ – максимальная по числу векторов линейно независимая система, то добавляя к ней любой из оставшихся векторов, например, вектор $\vec{a}_{m+1}$, получим уже линейно зависимую систему

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m, \vec{a}_{m+1} \right\}.$$

Следовательно, можно подобрать такие неравные одновременно нулю числа $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m, \alpha_{m+1}$, что выполняется равенство

$$\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \ldots + \alpha_m \vec{a}_m + \alpha_{m+1} \vec{a}_{m+1} = \vec{0}.$$

В этом равенстве $\alpha_{m+1} \neq 0$ так как в противном случае имели бы равенство

$$\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \ldots + \alpha_m \vec{a}_m = \vec{0},$$

в котором не все коэффициенты $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ одновременно равны нулю. Но тогда система векторов $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m \right\}$ будет линейно зависимой, что противоречит условию задачи.

Из равенства

$$\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \ldots + \alpha_m \vec{a}_m + \alpha_{m+1} \vec{a}_{m+1} = \vec{0}$$

следует, что

$$\vec{a}_{m+1} = -\frac{\alpha_1}{\alpha_{m+1}} \vec{a}_1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_{m+1}} \vec{a}_2 - \ldots - \frac{\alpha_m}{\alpha_{m+1}} \vec{a}_m.$$

Вводя обозначения

$$\beta_1 = -\frac{\alpha_1}{\alpha_{m+1}}, \ \beta_2 = -\frac{\alpha_2}{\alpha_{m+1}}, \ \ldots, \ \beta_m = -\frac{\alpha_m}{\alpha_{m+1}},$$

получаем

$$\vec{a}_{m+1} = \beta_1 \vec{a}_1 + \beta_2 \vec{a}_2 + \ldots + \beta_m \vec{a}_m,$$

что и доказывает сформулированное утверждение. $\otimes$

Пример 2.3.7. Дана система функций

$$\left\{ e^t, e^{2t}, e^{3t} \right\}.$$

Показать, что эта система функций является линейно независимой в пространстве функций, непрерывных на промежутке $\left(-\infty, +\infty\right)$.

Р е ш е н и е. По определению линейной независимости условие

$$\alpha_1 e^t + \alpha_2 e^{2t} + \alpha_3 e^{3t} = 0 \ \left(\forall t \in \left(-\infty, +\infty\right)\right)$$

влечёт за собой выполнение условия $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0.$

Составим СЛАУ для коэффициентов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$. Для этого положим в тождестве $t = 0$, получим

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0.$$

Дифференцируя тождество по t и полагая $t = 0$, получим

$$\alpha_1 + 2\alpha_2 + 3\alpha_3 = 0.$$

Дифференцируя тождество ещё раз и, снова полагая $t = 0$, получим

$$\alpha_1 + 4\alpha_2 + 9\alpha_3 = 0.$$

Объединяя полученные равенства в систему уравнений для неизвестных коэффициентов, получим

$$\begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0, \\ \alpha_1 + 2\alpha_2 + 3\alpha_3 = 0, \\ \alpha_1 + 4\alpha_2 + 9\alpha_3 = 0. \end{cases}$$

Это однородная СЛАУ, применяя метод Гаусса, получаем единственное решение

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0.$$

Таким образом, система функций $\{e^t, e^{2t}, e^{3t}\}$ является базисом подмножества функций, непрерывных на промежутке $(-\infty, +\infty)$. Поэтому множество функций вида

$$f(t) = \alpha e^t + \beta e^{2t} + \lambda e^{3t}$$

образует подпространство в пространстве таких функций. $\otimes$

Пример 2.3.8. Используя процедуру ортогонализации Шмидта, ортонормировать систему векторов $\{\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3\} \subset E^4$, заданных в некотором ортонормированном базисе $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\} \subset E^4$ своими разложениями:

$$\vec{g}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4,$$

$$\vec{g}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 - 3\vec{e}_4,$$

$$\vec{g}_3 = 4\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 0\vec{e}_3 - \vec{e}_4.$$

Р е ш е н и е. Для ортогонализации системы векторов

$$\left\{\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3\right\} \subset E^4$$

воспользуемся формулами процедуры ортогонализации Шмидта.

Для этого положим

$$\vec{a}_1 = \vec{g}_1,$$

то есть

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4.$$

Далее имеем:

$$\vec{a}_2 = \vec{g}_2 - \frac{\left(\vec{a}_1, \vec{g}_2\right)}{\left\|\vec{a}_1\right\|^2}\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 - 3\vec{e}_4 -$$

$$-\frac{1}{4}(-4)\left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4\right) = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3 - 2\vec{e}_4;$$

$$\vec{a}_3 = \vec{g}_3 - \frac{\left(\vec{a}_1, \vec{g}_3\right)}{\left\|\vec{a}_1\right\|^2}\vec{a}_1 - \frac{\left(\vec{a}_2, \vec{g}_3\right)}{\left\|\vec{a}_2\right\|^2}\vec{a}_2 =$$

$$= 4\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - \vec{e}_4 - \frac{3}{2}\left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4\right) -$$

$$-\left(2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3 - 2\vec{e}_4\right) = \frac{1}{2}\vec{e}_1 - \frac{1}{2}\vec{e}_2 + \frac{1}{2}\vec{e}_3 - \frac{1}{2}\vec{e}_4.$$

Для получения ортонормированной системы, векторы системы нормируем:

$$\vec{e}_{a1} = \frac{1}{2}\left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4\right);$$

$$\vec{e}_{a2} = \frac{1}{4}\left(2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3 - 2\vec{e}_4 \right);$$

$$\vec{e}_{a3} = \frac{1}{2}\vec{e}_1 - \frac{1}{2}\vec{e}_2 + \frac{1}{2}\vec{e}_3 - \frac{1}{2}\vec{e}_4.$$

Прямой проверкой убеждаемся, что система векторов $\left\{ \vec{e}_{a1},\ \vec{e}_{a2},\ \vec{e}_{a3} \right\}$ ортонормированная. $\otimes$

Пример 2.3.9. Показать, что линейная оболочка $L\left\{ \vec{g}_1,\ \vec{g}_2 \right\}$, где элементы L вычисляются по формулам

$$\vec{g}_1 = \alpha_1 \cdot \sin x + \beta_1 \cdot \cos x,\ \vec{g}_2 = \alpha_2 \cdot \sin x + \beta_2 \cdot \cos x,$$

а скалярное произведение определено формулой

$$\left(\vec{g}_1,\ \vec{g}_2 \right) = \alpha_1 \cdot \alpha_2 + \beta_1 \cdot \beta_2 + \frac{1}{2} \cdot \left(\alpha_1 \cdot \beta_2 + \alpha_2 \cdot \beta_1 \right),$$

является двумерным линейным многообразием с ортонормированным базисом

$$\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sin x + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \cos x,\ \vec{e}_2 = \sin x - \cos x.$$

Р е ш е н и е. Находим скалярное произведение и скалярные квадраты векторов предполагаемого базиса:

$$\left(\vec{e}_1,\ \vec{e}_1 \right) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1;$$

$$\left(\vec{e}_1,\ \vec{e}_2 \right) = \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = 0;$$

$$\left(\vec{e}_2,\ \vec{e}_2 \right) = 1 + 1 + \frac{1}{2} \cdot \left(-1 - 1 \right) = 2 - 1 = 1.$$

Видим, что система векторов $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2 \right\}$ является ортонормированной и, следовательно, её можно принять за один из базисов линейного многообразия L. $\otimes$

Пример 2.3.10. Пусть X – множество ведущих радиус-векторов точек прямой линии. Операции в этом множестве введены обычным образом. Выяснить, является ли это множество векторным подпространством евклидова пространства R^2.

Р е ш е н и е. 1) Пусть прямая не проходит через начало системы координат (рисунок 3.1).

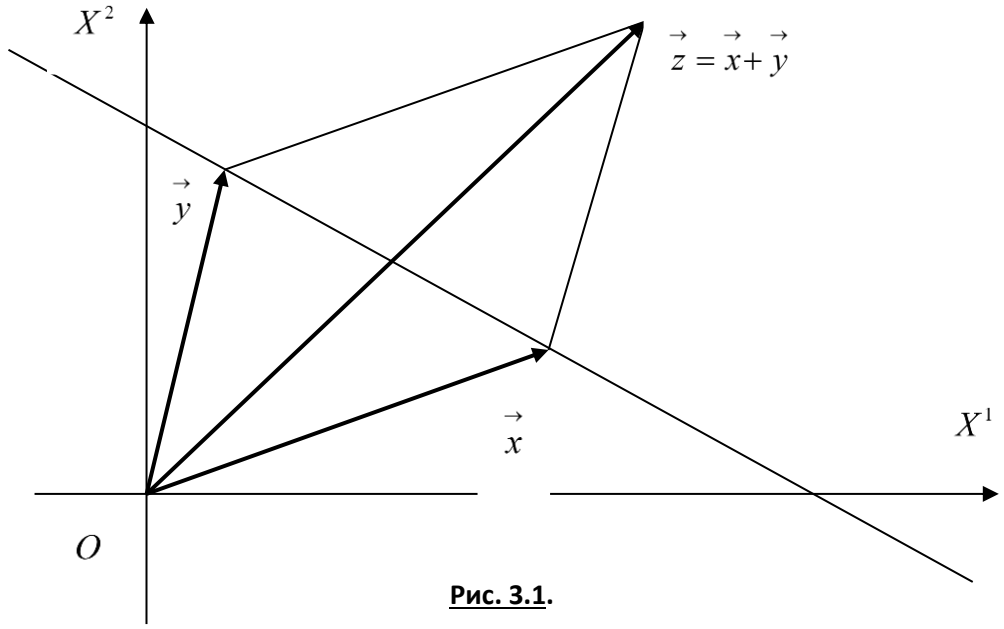


Рис. 3.1.

Очевидно, что сумма двух произвольных ведущих векторов точек прямой линии не принадлежит множеству X, так как конечная точка радиус-вектора их суммы не лежит на данной прямой линии. Следовательно, операция сложения векторов в данном случае не является алгебраической. Множество X не является векторным подпространством пространства R^2.

2) Если прямая линия проходит через начало системы координат, то очевидно, что сумма двух произвольных ведущих векторов точек прямой линии принадлежит множеству X и, следовательно, операция сложения векторов в данном случае является алгебраической. Множество X является векторным подпространством пространства R^2. $\otimes$

Пример 2.3.11. Дана система функций

$\{\cos t, \sin t, \sin 2t\}$.

Показать, что множество функций вида

$$f(t) = \alpha \cos t + \beta \sin t + \lambda \sin 2t,$$

где $\alpha, \beta, \lambda \in R^1$, является подпространством векторного пространства функций, непрерывных на промежутке $(-\pi, \pi)$.

Р е ш е н и е. Покажем сначала, что система функций

$$\{\cos t, \sin t, \sin 2t\}$$

является линейно независимой на промежутке $(-\pi, \pi)$.

В соответствие с определением линейной независимости потребуем выполнения условия

$$\alpha_1 \cos t + \alpha_2 \sin t + \alpha_3 \sin 2t = 0.$$

При различных значениях $t \in (-\pi, \pi)$ получаем бесконечное множество систем линейных алгебраических уравнений. Положим, например,

$$t = 0,\ t = \frac{\pi}{6},\ t = \frac{\pi}{4}.$$

Тогда имеем систему уравнений

$$\begin{cases} \alpha_1 = 0, \\ \frac{\sqrt{3}}{2}\alpha_1 + \frac{1}{2}\alpha_2 + \frac{\sqrt{3}}{2}\alpha_3 = 0, \\ \frac{\sqrt{2}}{2}\alpha_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\alpha_2 + \alpha_3 = 0. \end{cases}$$

Это однородная система уравнений. Решая СЛАУ методом Гаусса, получаем

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0.$$

Поэтому система функций $\{\cos t, \sin t, \sin 2t\}$ линейно независима на промежутке $(-\pi, \pi)$

.

Легко видеть, что любая функция вида

$$f(t) = \alpha \cos t + \beta \sin t + \lambda \sin 2t$$

является линейной комбинацией функций системы $\{\cos t, \sin t, \sin 2t\}$, что и доказывает требуемой. $\otimes$

Пример 2.3.12. Показать, что система векторов

$$\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\} \subset E^4,$$

заданных в некотором ортонормированном базисе евклидова пространства E^4

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\} \subset E^4$$

разложениями

$$\begin{aligned} \vec{a}_1 &= a_1^1 \vec{e}_1 + a_1^2 \vec{e}_2 + a_1^3 \vec{e}_3 + a_1^4 \vec{e}_4 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4, \\ \vec{a}_2 &= a_2^1 \vec{e}_1 + a_2^2 \vec{e}_2 + a_2^3 \vec{e}_3 + a_2^4 \vec{e}_4 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4, \end{aligned} \tag{1}$$

линейно независима. Дополнить систему до ортонормированного базиса всего пространства E^4.

Р е ш е н и е. Находим значение скалярного произведения:

$$\left(\vec{a}_1, \vec{a}_2\right) = \left(\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4, \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4\right) = 0.$$

Следовательно, система векторов $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\}$ ортогональна.

Для того чтобы дополнить эту систему до ортогонального базиса пространства евклидова E^4, найдём векторы

$$\vec{x} = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3 + x^4 \vec{e}_4$$

такие, чтобы выполнялись условия

$$\begin{cases} \left(\vec{x}, \vec{a}_1\right) = 0, \\ \left(\vec{x}, \vec{a}_2\right) = 0. \end{cases} \tag{2}$$

Из условий (2) получаем СЛАУ:

$$\begin{cases} x^1 - x^2 + x^3 - x^4 = 0, \\ x^1 + x^2 + x^3 + x^4 = 0. \end{cases} \tag{3}$$

Решаем СЛАУ (3) методом Гаусса, принимая x^3 и x^4 за свободные неизвестные, то есть, например, полагая $x^3 = a$ и $x^4 = b$. Полученное решение СЛАУ (3) записывается в виде

$$|x\rangle = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a \\ -b \\ a \\ b \end{pmatrix} = a\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad (4)$$

или

$$\vec{x} = a\vec{a}_3 + b\vec{a}_4,$$

где векторы фундаментальной системы решений

$$\vec{a}_3 = -\vec{e}_1 + 0\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 0\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_4 = 0\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + 0\vec{e}_3 + \vec{e}_4.$$

Легко проверяется, что фундаментальная система $\left\{\vec{a}_3, \vec{a}_4\right\}$ ортогональна и в совокупности с векторами $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\}$ также образует ортогональную систему $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4\right\}$. Для получения ортонормированного базиса пространства E^4 нормируем векторы этой системы:

$$\vec{h}_1 = \frac{\vec{a}_1}{\left\|\vec{a}_1\right\|} = \frac{1}{2}\left(\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4\right);$$

$$\vec{h}_2 = \frac{\vec{a}_2}{\left\|\vec{a}_2\right\|} = \frac{1}{2}\left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4\right);$$

$$\vec{h}_3 = \frac{\vec{a}_3}{\left\|\vec{a}_3\right\|} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(-\vec{e}_1 + \vec{e}_3\right);$$

$$\vec{h}_4 = \frac{\vec{a}_4}{\left\|\vec{a}_4\right\|} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(-\vec{e}_2 + \vec{e}_4\right).$$

Прямой проверкой убеждаемся, что система векторов $\left\{\vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3, \vec{h}_4\right\}$ ортонормирована. $\otimes$

Пример 2.3.13. В евклидовом пространстве E^4 в некотором ортонормированном базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\} \subset E^4$ задана система векторов:

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 + \vec{e}_4,\ \vec{a}_2 = -3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 - 5\vec{e}_4.$$

1) Выяснить, можно ли на векторах этой системы как на направляющих векторах построить подпространство H^2 пространства E^4. Если это возможно, то написать параметрические уравнения подпространства H^2.

2) Найти базис $\left\{\vec{a}_3, \vec{a}_4\right\}$ и построить ортогональное дополнение $H^{2\perp}$ к подпространству H^2, записать параметрические уравнения ортогонального дополнения $H^{2\perp}$.

Р е ш е н и е. 1) Координаты векторов системы $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\}$ непропорциональны – векторы неколлинеарны. Следовательно, система векторов $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\}$ линейно независимая. Векторы системы могут служить одним из базисов (быть направляющими векторами) линейного двумерного

многообразия. Векторное параметрическое уравнение такого многообразия в общем случае имеет вид

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + t_1 \vec{a}_1 + t_2 \vec{a}_2,$$

где $\vec{x}_0$ – вектор сдвига многообразия. Если $\vec{x}_0 = \vec{0}$, то многообразие превращается в подпространство. В последнем случае ведущий вектор точек этого многообразия превращается в текущий вектор подпространства и представляется в виде:

$$\vec{x} = t_1 \vec{a}_1 + t_2 \vec{a}_2.$$

Откуда имеем параметрические уравнения подпространства:

$$\begin{cases} x^1 = t_1 - 3t_2, \\ x^2 = 2t_1 + 4t_2, \\ x^3 = -3t_1 + 3t_2, \\ x^4 = t_1 - 5t_2. \end{cases}$$

Таким образом, подпространство является, очевидно, двумерной плоскостью, проходящей через начало системы координат.

2) Пусть

$$\vec{x} = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3 + x^4 \vec{e}_4$$

– произвольный вектор из ортогонального дополнения $H^{\perp}$. Так как система $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right\}$ – базис подпространства H, то должны выполняться условия

$$\begin{cases} \left(\vec{a}_1, \vec{x} \right) = 0, \\ \left(\vec{a}_2, \vec{x} \right) = 0. \end{cases}$$

Эти условия приводят к СЛАУ

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 3x^3 + x^4 = 0, \\ -3x^1 + 4x^2 + 3x^3 - 5x^4 = 0. \end{cases}$$

Применение метода Гаусса приводит к следующему результату: СЛАУ совместна и неопределённа, а множество её решений выражается следующей формулой

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{9}{5}a - \frac{7}{5}b \\ \frac{3}{5}a + \frac{1}{5}b \\ a \\ b \end{pmatrix} = a\begin{pmatrix} \frac{9}{5} \\ \frac{3}{5} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} -\frac{7}{5} \\ \frac{1}{5} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

где a и b – свободные неизвестные. Следовательно, имеем векторное подпространство с направляющими векторами

$$\vec{a}_3 = \frac{9}{5}\vec{e}_1 + \frac{3}{5}\vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{a}_4 = -\frac{7}{5}\vec{e}_1 + \frac{1}{5}\vec{e}_2 + \vec{e}_4.$$

Нетрудно проверить, что полученные векторы $\left\{\vec{a}_3, \vec{a}_4\right\}$ образуют линейно независимую систему, а любая их линейная комбинация ортогональна любой линейной комбинации векторов $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\}$.

Следовательно, на этих векторах можно построить ортогональное дополнение $H^{2\perp}$, параметрические уравнения которого имеют вид, аналогичный параметрическим уравнениям подпространства H^2:

$$\begin{cases} x^1 = \frac{9}{5}\tau_1 - \frac{7}{5}\tau_2, \\ x^2 = \frac{3}{5}\tau_1 + \frac{1}{5}\tau_2, \otimes \\ x^3 = \tau_1, \\ x^4 = \tau_2. \end{cases}$$

Пример 2.3.14. В аффинном пространстве A^4 координатами относительно репера $\left\{O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\}$ заданы четыре точки:

$$A_1(1;\ 4;\ 2;\ 0),\ A_2(3;\ 7;\ 3;\ 2),\ A_3(2;\ 6;\ 3;\ -1),\ A_4(1;\ 4;\ 5;\ 2).$$

Получить уравнения гиперплоскости, проходящей через заданные точки.

Р е ш е н и е. Обозначим точку A_1 через $O^* \equiv A_1$ и примем её за начало репера на гиперплоскости $H^3 \subset A^4$.

Рассмотрим векторы:

$$\begin{aligned}
\vec{a}_1 &= \vec{O^*A_2} = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 2\vec{e}_4, \\
\vec{a}_2 &= \vec{O^*A_3} = \quad \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \quad \vec{e}_4, \\
\vec{a}_3 &= \vec{O^*A_4} = \qquad\qquad 3\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4.
\end{aligned} \qquad (1)$$

Требуя, чтобы для линейной комбинации этих векторов выполнялось условие

$$\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \alpha_3 \vec{a}_3 = \vec{0},$$

решая вытекающую из этого условия СЛАУ для неопределённых коэффициентов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ методом Гаусса, выясняем, что данное условие выполняется только при $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$. Из этого результата заключаем, что система векторов $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\}$ линейно независима и её можно выбрать в качестве базиса репера

$$\left\{O^*, \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\}$$

на гиперплоскости $H^3 \subset A^4$.

Пусть $M\left(x^1; x^2; x^3; x^4\right)$ – текущая точка гиперплоскости, координаты которой определены относительно репера $\left\{O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\}$ вмещающего пространства A^4. Тогда её радиус-векторы $\vec{OM}$ относительно репера $\left\{O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\}$ пространства A^4 и

$\vec{O^*M}$ относительно репера $\left\{O^*, \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\}$ гиперплоскости $H^3 \subset A^4$ могут быть, соответственно, представлены в виде разложений:

$$\begin{aligned} &\vec{x} \equiv \vec{OM} = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3 + x^4 \vec{e}_4, \\ &\vec{O^*M} = t_1 \vec{a}_1 + t_1 \vec{a}_2 + t_1 \vec{a}_3. \end{aligned} \tag{2}$$

Векторное уравнение гиперплоскости имеет вид:

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{O^*M}, \tag{3}$$

где

$$\vec{x}_0 \equiv \vec{OO^*} = \vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3. \tag{4}$$

Подставляя (1), (2) и (4) в (3), получаем ***параметрические уравнения***

$$\begin{cases} x^1 = 1 + 2t_1 + t_2, \\ x^2 = 4 + 3t_1 + 2_2, \\ x^3 = 2 + t_1 + t_2 + 3t_3, \\ x^4 = 2t_1 - t_2 + 2t_3, \end{cases} \tag{5}$$

гиперплоскости $H^3 \subset A^4$. Для получения неявного уравнения гиперплоскости выразим три параметра t_1, t_2, t_3 из первых трёх уравнений (5), решая СЛАУ

$$\begin{cases} 2t_1 + t_2 = x^1 - 1, \\ 3t_1 + 2t_2 = x^2 - 4, \\ t_1 + t_2 + 3t_3 = x^3 - 2 \end{cases} \tag{6}$$

методом Гаусса, и подставим их в четвёртое уравнение. В процессе решения устанавливаем, что СЛАУ совместна и имеет единственное решение:

$$t_1 = 2x^1 - x^2 + 2;$$

$$t_2 = -3x^1 + 2x^2 - 5;$$

$$t_3 = \frac{1}{3}x^1 - \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}.$$

Подстановка в четвёртое из уравнений (5) приводит к неявному уравнению гиперплоскости $H^3 \subset A^4$, проходящей через заданные четыре точки:

$$23x^1 - 14x^2 + 2x^3 - 3x^4 + 29 = 0. \otimes$$

Практическое занятие 4. Линейные операторы, матрицы, определители и СЛАУ

Предварительные сведения

Оператор – это отображение $\hat{A}: X^m \to Y^n$. Оператор называется линейным, если

$$\left(\forall \alpha, \beta \in R^1\right) \wedge \left(\forall \vec{x}, \vec{y} \in X^m\right): \hat{A}\left(\alpha \vec{x} + \beta \vec{y}\right) = \alpha \hat{A}\vec{x} + \beta \hat{A}\vec{y}.$$

При фиксированных базисах в

$$\left\{\vec{e}, \vec{e}_2, \ldots, \vec{e}_m\right\} \subset X^m \text{ и } \left\{\vec{g}_1, \vec{g}_2, \ldots, \vec{g}_n\right\} \subset Y^n$$

линейный оператор имеет своим представителем **матрицу**:

$$\begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 & \ldots & a_m^1 \\ a_1^2 & a_2^2 & \ldots & a_m^2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_1^n & a_2^n & \ldots & a_m^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ \ldots \\ x^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \\ \ldots \\ y^n \end{pmatrix}.$$

Элементы матрицы по столбцам находятся как коэффициенты разложения образов $\vec{y} \in Y^n$ векторов $\vec{x} \in X^m$ по базису пространства Y^n.

Действия с линейными операторами определяются следующим образом. Если

$$\hat{A}: X^m \to Y^n, \ \hat{B}: X^m \to Y^n,$$

то

$$\hat{C} \overset{def}{=} \hat{A} + \hat{B} \Leftrightarrow \left(\forall \vec{x} \in X^m\right) \hat{C}\vec{x} = \hat{A}\vec{x} + \hat{B}\vec{x}.$$

Матричные элементы матрицы суммы операторов вычисляются по формуле $c_j^i = a_j^i + b_j^i$.

Произведение оператора на число

$$\hat{T} = \alpha \hat{A} \Leftrightarrow \left(\forall \vec{x} \in X^m \right) \hat{C}\vec{x} = \alpha \left(\hat{A}\vec{x} \right).$$

Матричные элементы матрицы произведения на число вычисляются по формуле $c_j^i = \alpha a_j^i$.

Если $\hat{A}: X^m \to Y^n$ и $\hat{B}: X^m \to Y^n$, то композиция операторов $\hat{C} = \hat{B} \circ \hat{A}$:

$$\hat{C}\vec{x} \overset{def}{=} \left(\hat{B}\hat{A} \right)\vec{x} = \hat{B}\left(\hat{A}\vec{x} \right).$$

Элементы матрицы композиции линейных операторов находятся по формуле

$$c_k^i = \sum_{j=1}^{n} b_j^i a_k^j .$$

Формула разложения определителя матрицы оператора $\hat{A}: X^n \to X^n$ по элементам любой строки или любого столбца определителя, например для столбца с номером k, имеет вид:

$$\det A = \sum_{i=1}^{n} (-1)^{i+k} a_k^i M_k^i =$$

$$= (-1)^{1+k} a_k^1 M_k^1 + (-1)^{2+k} a_k^2 M_k^2 + \ldots + (-1)^{n+k} a_k^n M_k^n .$$

Примеры с решением

Пример 2.4.1. В пространстве R^3 оператор $\hat{P}$ действует по правилу

$$\left(\forall \vec{x} \in R^3 \right) \hat{P}\vec{x} = x^1 \vec{e}_1,$$

то есть ставит в соответствие произвольному вектору $\vec{x}$ его координатную проекцию на ось OX^1. Показать, что оператор линейный и найти его матрицу.

Р е ш е н и е. покажем, что оператор линейный. По определению для линейного оператора справедливо равенство:

$$\hat{P}\left(\alpha_1 \vec{x}_1 + \alpha_2 \vec{x}_2 \right) = \alpha_1 \hat{P}\vec{x}_1 + \alpha_2 \hat{P}\vec{x}_2 .$$

Проверим его выполнение для заданного оператора:

$$\hat{P}\left(\alpha_1 \vec{x}_1+\alpha_2 \vec{x}_2\right)=$$

$$=\hat{P}\left[\alpha_1\left(x_1^1 \vec{e}_1+x_1^2 \vec{e}_2+x_1^3 \vec{e}_3\right)+\alpha_2\left(x_2^1 \vec{e}_1+x_2^2 \vec{e}_2+x_2^3 \vec{e}_3\right)\right]=$$

$$=\hat{P}\left[\left(\alpha_1 x_1^1+\alpha_2 x_2^1\right)\vec{e}_1+\left(\alpha_1 x_1^2+\alpha_2 x_2^2\right)\vec{e}_2+\left(\alpha_1 x_1^3+\alpha_2 x_2^3\right)\vec{e}_3\right]=$$

$$=\left(\alpha_1 x_1^1+\alpha_2 x_2^1\right)\vec{e}_1=\alpha_1 x_1^1 \vec{e}_1+\alpha_2 x_2^1 \vec{e}_1=\alpha_1 \hat{P} \vec{x}_1+\alpha_2 \hat{P} \vec{x}_2.$$

Определение выполняется и оператор $\hat{P}$ линейный.

Действуя оператором $\hat{P}$ последовательно на базисные векторы, получаем:

$$\hat{P} \vec{e}_1=1 \cdot \vec{e}_1=\vec{e}_1+0 \cdot \vec{e}_2+0 \cdot \vec{e}_3,$$

$$\hat{P} \vec{e}_2=0 \cdot \vec{e}_1=0 \cdot \vec{e}_1+0 \cdot \vec{e}_2+0 \cdot \vec{e}_3,$$

$$\hat{P} \vec{e}_3=0 \cdot \vec{e}_1=0 \cdot \vec{e}_1+0 \cdot \vec{e}_2+0 \cdot \vec{e}_3.$$

Теперь матрица оператора принимает следующий вид:

$$P=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Оператор $\hat{P}$ называется ***оператором ортогонального проектирования на ось*** OX^1. $\otimes$

Пример 2.4.2. Показать, что оператор $\hat{A}: R^3 \to R^3$, действующий по правилу

$$\left(\forall \vec{x} \in R^3\right) \hat{A} \vec{x}=\left[\vec{a},\left[\vec{x}, \vec{b}\right]\right],$$

где фиксированные векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ заданы своими разложениями

$$\vec{a}=2 \vec{e}_1+4 \vec{e}_2-\vec{e}_3,\ \vec{b}=\vec{e}_1-\vec{e}_2+\vec{e}_3$$

по каноническому базису, является линейным, и найти его матрицу.

Р е ш е н и е. Из свойств векторного произведения следует, что:

$$\hat{A}\left(\alpha\vec{x}+\beta\vec{y}\right)=\left[\vec{a},\left[\alpha\vec{x}+\beta\vec{y},\vec{b}\right]\right]=\left[\vec{a},\alpha\left[\vec{x},\vec{b}\right]+\beta\left[\vec{y},\vec{b}\right]\right]=$$

$$=\alpha\left[\vec{a},\left[\vec{x},\vec{b}\right]\right]+\beta\left[\vec{a},\left[\vec{y},\vec{b}\right]\right]=\alpha\hat{A}\vec{x}+\beta\hat{A}\vec{y}.$$

Матрицу оператора определяем, находя образы базисных векторов. При этом возможны три варианта решения:

1) использовать свойства векторного произведения;

2) использовать формулу для вычисления векторного произведения;

3) использовать для двойного векторного произведения формулу

$$\left[\vec{A},\left[\vec{B},\vec{C}\right]\right]=\vec{B}\left(\vec{A},\vec{C}\right)-\vec{C}\left(\vec{A},\vec{B}\right).$$

Используем второй вариант решения, находя векторное произведение

$$\hat{A}\vec{e}_k=\left[\vec{a},\left[\vec{e}_k,\vec{b}\right]\right]$$

по формуле

$$\left[\vec{x},\vec{y}\right]=\left(x^2y^3-x^3y^2\right)\vec{e}_1+\left(x^3y^1-x^1y^3\right)\vec{e}_2+\left(x^1y^2-x^2y^1\right)\vec{e}_3.$$

Пусть $k=1$, тогда получаем:

$$\left[\vec{e}_1,\vec{b}\right]=\left(0\cdot1-0\cdot(-1)\right)\vec{e}_1+\left(0\cdot1-1\cdot1\right)\vec{e}_2+\left(1\cdot(-1)-0\cdot1\right)\vec{e}_3=-\vec{e}_2-\vec{e}_3.$$

Далее имеем:

$$\hat{A}\vec{e}_1=\left[\vec{a},\left[\vec{e}_1,\vec{b}\right]\right]=-5\vec{e}_1+2\vec{e}_2-2\vec{e}_3.$$

Аналогично находим:

$$\hat{A}\vec{e}_2=\left[\vec{a},\left[\vec{e}_2,\vec{b}\right]\right]=-4\vec{e}_1+\vec{e}_2-4\vec{e}_3,$$

$$\hat{A}\vec{e}_3 = \left[\vec{a}, \left[\vec{e}_3, \vec{b}\right]\right] = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Матрица оператора имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} -5 & -4 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -2 & -4 & -2 \end{pmatrix}. \otimes$$

Пример 2.4.3. Показать, что если $\left\{\vec{x}_1, \vec{x}_2 \ldots, \vec{x}_m\right\} \subset X^n$ – линейно зависимая система векторов, то и система образов $\left\{\hat{A}\vec{x}_1, \hat{A}\vec{x}_2 \ldots, \hat{A}\vec{x}_m\right\} \subset X^n$ при действии линейного оператора $\hat{A}: X^n \to X^n$ также линейно зависимая.

Р е ш е н и е. Составим справедливое в силу линейной зависимости системы векторов равенство

$$\alpha_1 \vec{x}_1 + \alpha_2 \vec{x}_2 + \ldots + \alpha_m \vec{x}_m = \vec{0},$$

где не все коэффициенты $\{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m\}$ равны нулю одновременно. Действуя на обе части последнего равенства оператором $\hat{A}$, в силу его линейности получаем:

$$\alpha_1 \hat{A}\vec{x}_1 + \alpha_2 \hat{A}\vec{x}_2 + \ldots + \alpha_m \hat{A}\vec{x}_m = \vec{0},$$

Так как среди коэффициентов $\{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m\}$ есть ненулевые, то система образов

$$\left\{\hat{A}\vec{x}_1, \hat{A}\vec{x}_2 \ldots, \hat{A}\vec{x}_m\right\}$$

линейно зависима. $\otimes$

Пример 2.4.4. Показать, что если система

$$\left\{\hat{A}\vec{x}_1, \hat{A}\vec{x}_2 \ldots, \hat{A}\vec{x}_m\right\} \subset X^n$$

образов векторов системы

$$\left\{\vec{x}_1, \vec{x}_2 \ldots, \vec{x}_m\right\} \subset X^n$$

при действии оператора $\hat{A}: X^n \to X^n$ линейно независимая, то и сама система $\left\{\vec{x}_1, \vec{x}_2 \ldots, \vec{x}_m\right\} \subset X^n$ также линейно независимая.

Р е ш е н и е. Для системы векторов $\left\{\vec{x}_1, \vec{x}_2 \ldots, \vec{x}_m\right\}$ потребуем выполнения равенства нуль вектору линейной комбинации, предполагая, что не все коэффициенты её равны нулю одновременно

$$\alpha_1 \vec{x}_1 + \alpha_2 \vec{x}_2 + \ldots + \alpha_m \vec{x}_m = \vec{0},$$

то есть предположим, что система $\left\{\vec{x}_1, \vec{x}_2 \ldots, \vec{x}_m\right\}$ линейно зависимая.

Действуя на обе части равенства оператором $\hat{A}$, получим

$$\alpha_1 \hat{A}\vec{x}_1 + \alpha_2 \hat{A}\vec{x}_2 + \ldots + \alpha_m \hat{A}\vec{x}_m = \vec{0},$$

где в силу линейной независимости системы образов векторов

$$\left\{\hat{A}\vec{x}_1, \hat{A}\vec{x}_2 \ldots, \hat{A}\vec{x}_m\right\}$$

выполняется условие

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_m = 0.$$

Следовательно, предположение о линейной зависимости системы векторов

$$\left\{\vec{x}_1, \vec{x}_2 \ldots, \vec{x}_m\right\}$$

неверное. Система линейно независимая. $\otimes$

Пример 2.4.5. Пусть $\vec{x} \in R^3$ – произвольный вектор. Вычислить коммутатор

$$\left[\hat{A},\hat{B}\right]\vec{x}\equiv\left(\hat{A}\hat{B}-\hat{B}\hat{A}\right)\vec{x}$$

операторов $\hat{A}:R^3\to R^3$ и $\hat{B}:R^3\to R^3$, представленных в каноническом базисе пространства R^3 своими матрицами

$$A=\begin{pmatrix}1&4&6\\5&2&1\\1&0&3\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}0&2&4\\2&2&3\\4&2&0\end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. Коммутатор операторов – коммутатор их матриц, равен:

$$AB-BA=\begin{pmatrix}1&4&6\\5&2&1\\1&0&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&2&4\\2&2&3\\4&2&0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0&2&4\\2&2&3\\4&2&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&4&6\\5&2&1\\1&0&3\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}32&22&16\\8&16&26\\12&8&4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}14&4&14\\15&12&23\\14&20&26\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}18&18&2\\-7&4&3\\-2&-12&-22\end{pmatrix}$$

Находим коммутатор операторов – результат воздействия оператора $\hat{A}\hat{B}-\hat{B}\hat{A}$ на произвольный вектор $\vec{x}\in R^3$, для чего находим координаты образа вектора:

$$\left(AB-BA\right)\left|x\right\rangle=\begin{pmatrix}18&18&2\\-7&4&3\\-2&-12&-22\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x^1\\x^2\\x^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}18x^1+18x^2+2x^3\\-7x^1+4x^2+3x^3\\-2x^1-12x^2-22x^3\end{pmatrix}.$$

Теперь образ вектора равен:

$$\left[\hat{A},\hat{B}\right]\vec{x}=\left(\hat{A}\hat{B}-\hat{B}\hat{A}\right)\vec{x}=\left(18x^1+18x^2+2x^3\right)\vec{e}_1+$$

$$+\left(-7x^1+4x^2+3x^3\right)\vec{e}_1+\left(-2x^1-12x^2-22x^3\right)\vec{e}_1.\otimes$$

Пример 2.4.6. В каноническом базисе трёхмерного пространства R^3 действия операторов $\hat{A}: R^3 \to R^3$ и $\hat{B}: R^3 \to R^3$ на произвольный вектор $\vec{x} \in R^3$ заданы соотношениями:

$$A\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 \\ x_2 + 3x_3 \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 \end{pmatrix}; \; B\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 - x_3 \\ x_2 + x_3 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

Найти координаты вектора $\left(2\hat{A} + \hat{A}\hat{B}\right)\vec{x}$.

Р е ш е н и е. Находим матрицы операторов, исходя из координатной формы записи действия оператора в фиксированном базисе:

$$A|x\rangle = \begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 & a_3^1 \\ a_1^2 & a_2^2 & a_3^2 \\ a_1^3 & a_2^3 & a_3^3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1^1 x^1 + a_2^1 x^2 + a_3^1 x^3 \\ a_1^2 x^1 + a_2^2 x^2 + a_3^2 x^3 \\ a_1^3 x^1 + a_2^3 x^2 + a_3^3 x^3 \end{pmatrix}.$$

Сравнивая данные условия задачи с координатной формулой действия оператора, находим их матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & -3 \end{pmatrix}; \; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Производим указанные в условии задачи действия с матрицами:

$$2A + AB = 2\begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & -10 & -6 \\ 0 & 2 & 6 \\ 4 & -10 & -6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -3 & -10 \\ 0 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -13 & -16 \\ 0 & 3 & 10 \\ 6 & -13 & -16 \end{pmatrix}.$$

Находим координаты образа вектора $\vec{X}$, используя координатную форму записи:

$$(2A+AB)\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6&-13&-16\\0&3&10\\6&-13&-16\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6x_1-13x_2-16x_3\\3x_2+10x_3\\6x_1-13x_2-16x_3\end{pmatrix}.$$

Окончательно получаем:

$$\vec{x}=(6x_1-13x_2-16x_3)\vec{e}_1+(3x_2+10x_3)\vec{e}_2+(6x_1-13x_2-16x_3)\vec{e}_3.\otimes$$

Пример 2.4.7. Найти $\left(\hat{A}\vec{x}+\vec{y},\ \vec{x}+\hat{B}\vec{y}\right)$, если

$$\vec{x}=\vec{e}_1+3\vec{e}_2+6\vec{e}_3;\ \vec{y}=-3\vec{e}_1-\vec{e}_2-5\vec{e}_3;$$

$$A=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&3&1\\3&1&2\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}3&1&2\\1&2&3\\2&3&1\end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. 1) Находим вектор $\hat{A}\vec{x}+\vec{y}$ в координтаном представлении:

$$A|x\rangle+|y\rangle=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&3&1\\3&1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\3\\6\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-3\\-1\\-5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}25\\17\\18\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-3\\-1\\-5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}22\\16\\13\end{pmatrix};$$

$$\hat{A}\vec{x}+\vec{y}=22\vec{e}_1+16\vec{e}_2+13\vec{e}_3.$$

2) Находим вектор $\vec{x}+\hat{B}\vec{y}$ в координтаном представлении:

$$|x\rangle+B|y\rangle=\begin{pmatrix}1\\3\\6\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3&1&2\\1&2&3\\2&3&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3\\-1\\-5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\3\\6\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-20\\-20\\-14\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-19\\-17\\-8\end{pmatrix};$$

$$\vec{x}+\hat{B}\vec{y}=-19\vec{e}_1-17\vec{e}_2-8\vec{e}_3.$$

3) Находим указанное в условии скалярное произведение:

$$\left(\hat{A}\vec{x}+\vec{y},\ \vec{x}+\hat{B}\vec{y}\right)=22\cdot(-19)+16\cdot(-17)+13\cdot(-8)=-794.\ \otimes$$

Пример 2.4.8. Решить методом Гаусса СЛАУ

$$\begin{cases} 2x^1-x^2+x^3-x^4=5, \\ x^1+2x^2-2x^3+3x^4=-6, \\ 3x^1+x^2-x^3+2x^4=-1. \end{cases} \quad (1)$$

Р е ш е н и е. 1) Удобно поменять местами первое и второе уравнения системы (1), так как у второго уравнения коэффициент при первом неизвестном равен 1:

$$\begin{cases} x^1+2x^2-2x^3+3x^4=-6, \\ 2x^1-x^2+x^3-x^4=5, \\ 3x^1+x^2-x^3+2x^4=-1. \end{cases} \quad (2)$$

Выражаем из первого уравнения СЛАУ (2) неизвестное x^1 и подставляем результат в оставшиеся уравнения:

$$\begin{cases} x^1+2x^2-2x^3+3x^4=-6, \\ -5x^2+5x^3-7x^4=17, \\ -5x^2+5x^3-7x^4=17. \end{cases} \quad (3)$$

Два последних уравнения в (3) одинаковы, поэтому одно уравнение можно отбросить:

$$\begin{cases} x^1+2x^2-2x^3+3x^4=-6, \\ -5x^2+5x^3-7x^4=17. \end{cases} \quad (4)$$

Принимаем в (4) неизвестные x^3, x^4 за свободные неизвестные и, полагая $x^3=a$ и $x^4=b$, выражаем через них x^2, x^1, имеем общее решение СЛАУ:

$$x^2=-\frac{17}{5}+a-\frac{7}{5}x^4,\ x^1=\frac{4}{5}-\frac{1}{5}b,\ x^3=a,\ x^4=b.$$

2) Приведём матричную реализацию метода Гаусса. Перепишем систему уравнений в виде расширенной матрицы и поменяем местами первую и вторую строки матрицы:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 & 5 \\ 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 3 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 2 & -1 & 1 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Умножая мысленно первую строку матрицы первый раз на 2, а второй раз на 3 и вычитая в реальности последовательно из второй и третьей строки (как вектор-строку), получаем:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 2 & -1 & 1 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \end{pmatrix}.$$

Вторая и третья строки матрицы идентичны, то есть второе и третье уравнения системы одинаковы. Отбрасывая третью строку, получаем:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \end{pmatrix}.$$

Эквивалентная система уравнений имеет вид (4):

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 2x^3 + 3x^4 = -6, \\ -5x^2 + 5x^3 - 7x^4 = 17. \end{cases}$$

Дальше решение повторяет выполненные в первом пункте операции.

Дадим интерпретацию полученного общего решения СЛАУ, для чего запишем вектор-столбец решения так

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} - \frac{1}{5}b \\ -\frac{17}{5} + a - \frac{7}{5}b \\ a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4/5 \\ -17/5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + a\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} -1/5 \\ -7/5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Если теперь переписать полученный результат в символическом виде

$$|x\rangle = |x_0\rangle + a|a\rangle + b|b\rangle,$$

где

$$|x\rangle = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix}, |x_0\rangle = \begin{pmatrix} 4/5 \\ -17/5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, |a\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |b\rangle = \begin{pmatrix} -1/5 \\ -7/5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

То становится очевидным, что общее решение системы уравнений с геометрической точки зрения представляет собой двумерное линейное многообразие проходящее через “точку” $|x_0\rangle$ и имеющее направляющие векторы $|a\rangle$ и $|b\rangle$. $\otimes$

Пример 2.4.9. Вычислить определитель

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & -5 \end{vmatrix}.$$

Р е ш е н и е. 1) Вычтем элементы первого столбца из соответствующих элементов второго и третьего столбцов, получим:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -5 & -1 \\ 4 & -5 & -9 \end{vmatrix}.$$

2) В полученном определителе в первой строке отличен от нуля только один первый элемент. Применяя формулу разложения определителя по элементам первой строки, получаем:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -5 & -1 \\ 4 & -5 & -9 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -5 & -1 \\ -5 & -9 \end{vmatrix} + 0 \cdot (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -9 \end{vmatrix} +$$

$$+ 0 \cdot (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 4 & -5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -5 & -1 \\ -5 & -9 \end{vmatrix} = 45 - 5 = 40. \otimes$$

Пример 2.4.10. Найти матрицу, обратную матрице

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. Определитель матрицы $\det A = 5 \neq 0$. Матрица A невырожденная, следовательно, обратная матрица A^{-1} существует.

Находим алгебраические дополнения элементов матрицы A:

$$A_1^1 = 1;\ A_2^1 = -3;\ A_3^1 = 1$$

$$A_1^2 = 3;\ A_2^2 = 1;\ A_3^2 = -2;$$

$$A_1^3 = -2;\ A_2^3 = 1;\ A_3^3 = 3.$$

Находим присоединённую матрицу:

$$adjA = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Находим обратную матрицу:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot adjA = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Проверка по формулам $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$ подтверждает правильность расчёта. $\otimes$

Пример 2.4.11. Матричным методом решить СЛАУ

$$\begin{cases} x^1 + 3x^2 = 0, \\ 2x^1 + 4x^2 = 6. \end{cases}$$

Р е ш е н и е. 1) Проверяем условие невырожденности основной матрицы системы уравнений, для чего вычисляем определитель основной матрицы системы:

$$\det A = -2 \neq 0.$$

Обратная матрица существует.

2) Перепишем СЛАУ в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

3) Находим алгебраические дополнения элементов основной матрицы системы: $A_1^1 = 4, A_2^1 = -2, A_1^2 = -3, A_2^2 = 1.$

4) Составляем матрицу алгебраических дополнений и, транспонируя её, находим присоединённую матрицу:

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow adjA = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

5) Находим обратную матрицу:

$$A^{-1} = \frac{adjA}{\det A} = -\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & \frac{3}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

6) Находим значения неизвестных:

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & \frac{3}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix} \Rightarrow x^1 = 9,\ x^2 = -3. \otimes$$

Пример 2.4.12. Найти неизвестную матрицу X из уравнения

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. Имеем матричное уравнение вида $AX = B$, где

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Чтобы его решить, нужно найти матрицу A^{-1} и умножить уравнение на неё слева. Тогда решение запишется в виде $X = A^{-1}B.$

1) Проверяем условие невырожденности. Определитель матрицы A равен:

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 6 - 5 = 1 \neq 0.$$

Матрица невырождена, следовательно, обратная матрица существует.

2) Вычисляем алгебраические дополнения элементов матрицы A:

$$A_1^1 = 3,\ A_2^1 = -1,\ A_1^2 = -5,\ A_2^2 = 2.$$

Составляем союзную матрицу и находим обратную матрицу:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A}\begin{pmatrix} A_1^1 & A_2^1 \\ A_1^2 & A_2^2 \end{pmatrix}^T = \frac{1}{\det A}\begin{pmatrix} A_1^1 & A_1^2 \\ A_2^1 & A_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

3) Умножаем данное матричное уравнение на матрицу A^{-1} слева:

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}X = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 2 & -23 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

Проверка правильности вычислений осуществляется путём подстановки в исходное уравнение. $\otimes$

Пример 2.4.13. Решить СЛАУ, используя формулы Крамера:

$$\begin{cases} 3x^1 + 2x^2 + x^3 = 5, \\ 2x^1 + 3x^2 + x^3 = 1, \\ 2x^1 + x^2 + 3x^3 = 11. \end{cases}$$

Р е ш е н и е. 1) Вычисляем определитель матрицы СЛАУ:

$$\det A = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 3\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 12.$$

Так как $\det A \neq 0$, то система уравнений совместна и определённа.

2) Для нахождения её решения используем формулы Крамера:

$$x^1 = \frac{1}{12}\begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 11 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \frac{5}{12}\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - \frac{1}{12}\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + \frac{11}{12}\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{40}{12} - \frac{5}{12} - \frac{11}{12} = \frac{24}{12} = 2.$$

Аналогично находим x^2 и x^3:

$$x^2 = \frac{1}{12}\begin{vmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 11 & 3 \end{vmatrix} = -2;\ x^3 = \frac{1}{12}\begin{vmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 11 \end{vmatrix} = 3. \otimes$$

Пример 2.4.14. Пусть $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4\right\} \subset X^4$ – некоторый (старый) базис пространства X^4 и

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

– матрица линейного оператора $\hat{T} : X^4 \to X^4$ в этом базисе. Найти матрицу линейного оператора $\hat{T}$ в новом базисе

$$\left\{\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3, \vec{g}_4\right\} \subset X^4,$$

если известно, что векторы нового базиса выражаются через векторы старого базиса разложениями:

$$\vec{g}_1 = \vec{a}_1,\ \vec{g}_2 = \vec{a}_1 + \vec{a}_2,\ \vec{g}_3 = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3,\ \vec{g}_4 = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \vec{a}_4.$$

Р е ш е н и е. Матрица перехода от старого базиса к новому имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Матрица невырождена, так как $\det A = 1$. Следовательно, существует обратная матрица. Для нахождения обратной матрицы найдём сначала алгебраические дополнения элементов матрицы A :

$$A_1^1=1;\quad A_2^1=-1;\quad A_3^1=0;\quad A_4^1=0;$$
$$A_1^2=0;\quad A_2^2=1;\quad A_3^2=-1;\quad A_4^2=0;$$
$$A_1^3=0;\quad A_2^3=0;\quad A_3^3=1;\quad A_4^3=-1;$$
$$A_1^4=0;\quad A_2^4=0;\quad A_3^4=0;\quad A_4^4=1.$$

Теперь обратная матрица находится по формуле $\hat{A}=\frac{1}{\det A}adjA$ и имеет вид:

$$A^{-1}=\begin{pmatrix}1&-1&0&0\\0&1&-1&0\\0&0&1&-1\\0&0&0&1\end{pmatrix}^T=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\-1&1&0&0\\0&-1&1&0\\0&0&-1&1\end{pmatrix}.$$

При переходе от старого базиса к новому базису матрица оператора T преобразуется по формуле $T'=\left(A^{-1}\right)^T TA^T$. Проводя вычисления, получаем матрицу T':

$$T'=\begin{pmatrix}1&-1&0&0\\0&1&-1&0\\0&0&1&-1\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2&0&1\\3&0&-1&2\\2&5&3&1\\1&2&1&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&1&1&1\\0&0&1&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}-2&0&1&0\\1&-4&-8&-7\\1&4&6&4\\1&3&4&7\end{pmatrix}.\otimes$$

Практическое занятие 5. Общие свойства линейных операторов

Предварительные сведения

Ядро оператора $\hat{A}: X^m\to Y^n$ – это множество векторов в X^m, удовлетворяющих условию

$$\hat{A}\vec{x}=\vec{0}.$$

Размерность ядра – **дефект** оператора. Множество значений оператора – это множество образов $\vec{y} \in Y^n$ векторов $\vec{x} \in X^m$. Размерность множества значений оператора – **ранг** оператора.

Примеры с решением

Пример 2.5.1. Найти ядро $K\left(\hat{A}\right)$ линейного оператора $\hat{A}: X^4 \to X^3$, заданного в некоторых базисах

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\} \subset X^4, \left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\} \subset X^3$$

этих пространств матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. По определению ядро

$$K\left(\hat{A}\right) = \left\{\vec{x} \in X^4 : \hat{A}\vec{x} = \vec{0}\right\},$$

поэтому

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

откуда имеем СЛАУ вида

$$\begin{cases} x^1 + 2 \cdot x^3 + 4 \cdot x^4 = 0, \\ 3 \cdot x^2 + x^3 + 2 \cdot x^4 = 0, \\ -x^2 - 2 \cdot x^3 = 0. \end{cases}$$

Решая эту СЛАУ, например, метом Гаусса, получаем:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 0 & 0 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 2 & 0 \end{array}\right).$$

Принимая неизвестное x^4 за свободное неизвестное и, полагая $x^4 = t$, где t может принимать произвольные значения из R, получаем:

$$x^3 = \frac{2}{5}t,\ x^2 = -\frac{4}{5}t,\ x^1 = -\frac{24}{5}t.$$

Откуда для ядра оператора имеем

$$K\left(\hat{A}\right) = \left\{\vec{x} \in X^4 : \vec{x} = t\,\vec{a};\ t \in R\right\},$$

где

$$\vec{a} = -\frac{24}{5}\vec{e}_1 - \frac{4}{5}\vec{e}_2 + \frac{2}{5}\vec{e}_3 + \vec{e}_4.$$

Таким образом, ядро оператора является одномерным линейным многообразием $L\left\{\vec{a}\right\}$ с направляющим вектором $\vec{a}$. $\otimes$

Пример 2.5.2. Пусть Y – множество симметричных матриц 2-го порядка с обычными матричными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число. Показать, что это множество является векторным подпространством векторного пространства всех квадратных матриц второго порядка.

Р е ш е н и е. Сначала покажем, что множество X квадратных матриц 2-го порядка вида

$$A = \begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 \\ a_1^2 & a_2^2 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} b_1^1 & b_2^1 \\ b_1^2 & b_2^2 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} c_1^1 & c_2^1 \\ c_1^2 & c_2^2 \end{pmatrix}$$

является векторным пространством. Для этого надо показать, что операция сложения, являясь алгебраической, удовлетворяет четырём аксиомам для операции сложения векторного пространства.

То, что операция сложения во множестве X алгебраическая, очевидно. Легко видеть, что операция сложения ассоциативна и коммутативна, то есть

$$A + B = B + A;\ (A + B) + C = A + (B + C).$$

Во множестве X имеется нейтральный элемент

$$O=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$$

и противоположный элемент

$$-A=\begin{pmatrix}-a_1^1 & -a_2^1\\ -a_1^2 & -a_2^2\end{pmatrix}.$$

Нетрудно проверить и выполнение аксиом для операции умножения на число.

Легко видеть, что во множестве X каноническим базисом является система матриц вида

$$\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}.$$

Действительно, произвольная матрица может быть записана в виде разложения по матрицам этой системы:

$$\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}=a\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}+d\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}.$$

Множество симметричных матриц Y вида

$$A=\begin{pmatrix}a_1^1 & a_2^1\\ a_2^1 & a_2^2\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}b_1^1 & b_2^1\\ b_2^1 & b_2^2\end{pmatrix}$$

является подпространством векторного пространства X. Действительно, симметрические матрицы образуют подмножество пространства X. Операции сложения и умножения на число не нарушают свойства симметричности матрицы. Действительно, результат выполнения этих операций является, очевидно, снова симметричной матрицей:

$$A+B=\begin{pmatrix}a_1^1 & a_2^1\\ a_2^1 & a_2^2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}b_1^1 & b_2^1\\ b_2^1 & b_2^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_1^1+b_1^1 & a_2^1+b_2^1\\ a_2^1+b_2^1 & a_2^2+b_2^1\end{pmatrix},$$

$$\alpha A=\alpha\cdot\begin{pmatrix}a_1^1 & a_2^1\\ a_2^1 & a_2^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\alpha\cdot a_1^1 & \alpha\cdot a_2^1\\ \alpha\cdot a_2^1 & \alpha\cdot a_2^2\end{pmatrix}.\ \otimes$$

Пример 2.5.3. Найти ранг матрицы

$$A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 1 & 3\\ 1 & 3 & -1 & 1\\ 3 & -1 & 1 & 7\end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. 1. ***Первый метод*** (элементарные преобразования матрицы). Ранг матрицы подчинён неравенству $r(A)\le \min(m,n)=3$ ($n-$число строк, $m-$число столбцов). Для нахождения ранга применим элементарные преобразования матрицы.

Вычтем первую строку матрицы из второй строки и, умножив её мысленно на 3, из третьей:

$$A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 1 & 3\\ 1 & 3 & -1 & 1\\ 3 & -1 & 1 & 7\end{pmatrix}\cong\begin{pmatrix}1 & -2 & 1 & 3\\ 0 & 5 & -2 & -2\\ 0 & 5 & -2 & -2\end{pmatrix}.$$

Вычёркивая из матрицы третью строку, совпадающую со второй строкой, получаем

$$A\cong\begin{pmatrix}1 & -2 & 1 & 3\\ 0 & 5 & -2 & -2\end{pmatrix}.$$

Здесь символ $\cong$ использован для обозначения эквивалентности матриц по рангу в процессе преобразований.

Видим, что наивысший порядок отличного от нуля минора равен 2 (левый угловой минор является треугольным). Таким образом, ранг матрицы $r=2$.

2. ***Второй метод*** (окаймляющих миноров). Минор

$$\begin{pmatrix}1 & -2\\ 1 & 3\end{pmatrix}=5\ne 0.\ A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 1 & 3\\ 1 & 3 & -1 & 1\\ 3 & -1 & 1 & 7\end{pmatrix}$$

Минор, окаймляющий первый минор

$$\begin{pmatrix}1 & -2 & 1\\ 1 & 3 & -1\\ 3 & -1 & 1\end{pmatrix}=\begin{vmatrix}1 & -2 & 1\\ 2 & 1 & 0\\ 2 & 1 & 0\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}2 & 1\\ 2 & 1\end{vmatrix}=2-2=0.$$

Следующий окаймляющий минор

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 5 & -2 \\ 0 & 5 & -2 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} = 2-2=0.$$

Все окаймляющие миноры равны нулю, следовательно, ранг матрицы $r(A)=2.\otimes$

Пример 2.5.4. Найти ранг $r\left(\hat{A}\right)$, множество значений $\hat{A}\left(X^5\right)$ и дефект $d\left(\hat{A}\right)$ линейного оператора $\hat{A}: X^5 \to X^3$, если этот оператор в некоторых базисах пространств X^5 и X^3 имеет матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. Пусть отмечены базисы

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4, \vec{e}_5\right\} \subset X^5, \left\{\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3\right\} \subset X^3,$$

в которых матрица оператора имеет указанный вид.

1) Находим ранг матрицы оператора:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 10 & -13 & -19 \\ 0 & 1 & 1 & -5 & -7 \end{pmatrix} \to$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 10 & -13 & -19 \\ 0 & 0 & -9 & 8 & 12 \end{pmatrix}.$$

Угловой минор третьего порядка преобразованной матрицы

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & -9 \end{vmatrix} = -9 \neq 0,$$

следовательно, ранг матрицы $r(A)=3.$

2) Вектор-столбцы преобразованной матрицы, образующие её базисный минор, составлены из координат базисных векторов множества значений оператора, то есть базис множества значений имеет вид

$$|a\rangle_1=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix},\ |a\rangle_2=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix},\ |a\rangle_3=\begin{pmatrix}-2\\10\\-9\end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$\vec{a}_1=\vec{g}_1,$$

$$\vec{a}_2=\vec{g}_2,$$

$$\vec{a}_3=-2\vec{g}_1+10\vec{g}_2-9\vec{g}_3.$$

Множеством значений оператора является линейная оболочка системы векторов $\left\{\vec{a}_1,\vec{a}_2,\vec{a}_3\right\}$:

$$\hat{A}\left(X^5\right)=\left\{\vec{y}\in X^3:\left(\forall\alpha,\beta,\eta\in R^1\right)\vec{y}=\alpha\cdot\vec{a}_1+\beta\cdot\vec{a}_2+\eta\cdot\vec{a}_3\right\},$$

3) По теореме о связи ранга и дефекта линейного оператора имеем

$$r\left(\hat{A}\right)+d\left(\hat{A}\right)=5,$$

откуда получаем $d\left(\hat{A}\right)=2$. Итак, $r\left(\hat{A}\right)=3,\ d\left(\hat{A}\right)=2.\otimes$

Пример 2.5.5. Найти базисы суммы и пересечения подпространств

$$L_1\left\{\vec{a}_1,\vec{a}_2,\vec{a}_3\right\}=\left\{\alpha_1\vec{a}_1+\alpha_2\vec{a}_2+\alpha_3\vec{a}_3\right\},$$

$$L_2\left\{\vec{b}_1,\vec{b}_2,\vec{b}_3\right\}=\left\{\beta_1\vec{b}_1+\beta_2\vec{b}_2+\beta_3\vec{b}_3\right\},$$

если $\alpha_k,\beta_k\in R^1$ и

$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3,\ \vec{a}_3 = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3;$

$\vec{b}_1 = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3,\ \vec{b}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3,\ \vec{b}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3.$

Р е ш е н и е. Находим базисы подпространств:

$$\dim L_1 = r\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix} = 2,$$ базисный минор $\Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$;

$$\dim L_2 = r\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix} = 2,$$ базисный минор $\Delta_1 = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$.

Базисом L_1 является подсистема

$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3,$

$\vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3,$

а базисом L_2 подсистема

$\vec{b}_1 = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3,$

$\vec{b}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3.$

Чтобы найти базис подпространства $L_1 + L_2$, вычислим ранг матрицы, столбцами которой являются векторы $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{b}_1, \vec{b}_2$:

$$r\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} = 3,$$ базисный минор $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$.

Таким образом, имеем

$$\dim(L_1 + L_2) = 3$$

и базис подпространства $L_1 + L_2$ есть система $\left\{\vec{a}_1,\ \vec{a}_2,\ \vec{b}_1\right\}$.

Теперь базис пересечения подпространств

$$\dim(L_1 \cap L_2) = \dim L_1 + \dim L_2 - \dim(L_1 + L_2) = 4 - 3 = 1.$$

Таким образом, базис $L_1 \cap L_2$ состоит из одного вектора.

Вектор $\vec{b}_2$ разложим по базису $\left\{\vec{a}_1,\ \vec{a}_2,\ \vec{b}_1\right\}$ подпространства $L_1 + L_2$:

$$\vec{b}_2 = \alpha_2^1 \vec{a}_1 + \alpha_2^2 \vec{a}_2 + \beta_2^1 \vec{b}_1.$$

Составляем систему уравнений, используя разложения векторов

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3,$$

$$\vec{b}_1 = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3,\ \vec{b}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3.$$

Решение этой СЛАУ даёт:

$$\alpha_2^1 = 2,\ \alpha_2^2 = 1,\ \beta_2^1 = -1,$$

Таким образом,

$$\vec{b}_2 = 2\vec{a}_1 + \vec{a}_2 - \vec{b}_1,$$

Следовательно, вектор

$$\vec{c} = 2\vec{a}_1 + \vec{a}_2 = \vec{b}_1 + \vec{b}_2 = 3\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + \vec{e}_3$$

является базисом подпространства $L_1 \cap L_2$. $\otimes$

Пример 2.5.6. Выяснить вопрос о совместности СЛАУ

$$\begin{cases} x^1 - 2x^2 + x^3 = 3, \\ x^1 + 3x^2 - x^3 = 1, \\ 3x^1 - x^2 + x^3 = 7. \end{cases}$$

Р е ш е н и е. Выписываем основную и расширенную матрицы СЛАУ:

$$A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 1\\ 1 & 3 & -1\\ 3 & -1 & 1\end{pmatrix};\ B=\left(\begin{array}{ccc|c}1 & -2 & 1 & 3\\ 1 & 3 & -1 & 1\\ 3 & -1 & 1 & 7\end{array}\right).$$

Минор второго порядка в левом верхнем углу (см. предыдущий пример) равен $5\neq 0$. Все миноры третьего порядка, как у матрицы A, так и у матрицы B, равны нулю: ранги основной и расширенной матриц $r(A)=r(B)=2$. Следовательно, СЛАУ совместна. $\otimes$

Пример 2.5.7. Выяснить, при каких значениях параметра a СЛАУ с основной матрицей

$$A=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1 & 1\\ -1 & 2 & 1 & -1\\ 1 & -3 & -1 & 1\end{pmatrix}$$

и столбцом правых частей $|b\rangle=\begin{pmatrix}2 & 1 & a\end{pmatrix}^T$ является совместной.

Р е ш е н и е. Нетрудно видеть, что ранг матрицы A СЛАУ $r(A)=2$. Расширенная матрица имеет вид

$$B=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1 & 1 & 2\\ -1 & 2 & 1 & -1 & 1\\ 1 & -3 & -1 & 1 & a\end{pmatrix}.$$

Вычеркнем в расширенной матрице третий и четвёртый столбцы. Так как ранг матрицы не изменится, то имеем

$$\det B=\det\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ -1 & 2 & 1\\ 1 & -3 & a\end{pmatrix}=3a+6.$$

Если $a\neq -2$, то $\det B\neq 0$ и $r(B)=3\neq r(A)$ – СЛАУ несовместна. Если $a=-2$, то $\det B=0$. Так как у матрицы B имеются отличные от нуля миноры, то $r(B)=2=r(A)$. Поэтому при $a=-2$ СЛАУ совместна. $\otimes$

Задания для самостоятельной работы

1. Даны векторы $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$. Найти линейную комбинацию (вектор)

$$\vec{u} = \alpha\vec{x} + \beta\vec{y} + \gamma\vec{z}$$

и норму (длину) вектора $\vec{u}$:

1) $\vec{x} = -2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{y} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$, $\vec{z} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$,
$\alpha = 4$, $\beta = -3$, $\gamma = 1$;

2) $\vec{x} = -3\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$, $\vec{y} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{z} = -\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3$,
$\alpha = -4$, $\beta = 3$, $\gamma = -2$;

3) $\vec{x} = \vec{e}_1 - 6\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3$, $\vec{y} = -3\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3$, $\vec{z} = 2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$,
$\alpha = 7$, $\beta = -5$, $\gamma = -1$.

2. Найти косинус угла между векторами $\vec{AB}$ и $\vec{AC}$, если:

1) $A(2; -2; 3)$, $B(1; -1; 2)$, $C(4; -4; 5)$;

2) $A(0; -2; 6)$, $B(-12; -2; -3)$, $C(-9; -2; -6)$;

3) $A(2; 3; -1)$, $B(4; 5; -2)$, $C(3; 1; 1)$.

3. На плоскости R^2 заданы своими координатами три вершины A, B и C параллелограмма. Найти:

1) координаты четвёртой вершины D;

2) косинус угла между сторонами AB и AC;

3) длины диагоналей и косинус угла между ними.

1) $A(-1; 2; -2)$, $B(3; 4; -5)$, $C(1; 1; 0)$;

2) $A(-2; -2; 0)$, $B(-1; -2; 4)$, $C(5; -2; 1)$;

3) $A(3; 3; -1)$, $B(3; 2; 0)$, $C(4; 4; -1)$.

4. В каноническом базисе декартовой системы координат пространства R^3 своими координатами заданы векторы $\vec{x}$ и $\vec{y}$. Найти $\left(\alpha\vec{x}+\beta\vec{y},\ \gamma\vec{x}+\lambda\vec{y}\right)$, если дано:

1) $\vec{x}=\vec{e}_1+5\vec{e}_2+\vec{e}_3,\ \vec{y}=\vec{e}_1+7\vec{e}_2+\vec{e}_3,$

$\alpha=4,\ \beta=-3,\ \gamma=1,\ \lambda=2;$

2) $\vec{x}=2\vec{e}_1+5\vec{e}_2+8\vec{e}_3,\ \vec{y}=\vec{e}_1-3\vec{e}_2-7\vec{e}_3,$

$\alpha=-2,\ \beta=-5,\ \gamma=-1,\ \lambda=-2;$

3) $\vec{x}=-2\vec{e}_1+4\vec{e}_2-8\vec{e}_3,\ \vec{y}=5\vec{e}_1+3\vec{e}_2+7\vec{e}_3,$

$\alpha=11,\ \beta=6,\ \gamma=2,\ \lambda=-7.$

5. Найти $\left(\vec{x}-4\vec{y},\ 6\vec{x}+\vec{y}\right)$, если дано:

1) $\left\|\vec{x}\right\|=4,\ \left\|\vec{y}\right\|=5,\ \left\{\widehat{\vec{x},\ \vec{y}}\right\}=\frac{\pi}{4};$

2) $\left\|\vec{x}\right\|=6,\ \left\|\vec{y}\right\|=1,\ \left\{\widehat{\vec{x},\ \vec{y}}\right\}=\frac{\pi}{3};$

3) $\left\|\vec{x}\right\|=2{,}5,\ \left\|\vec{y}\right\|=1{,}5,\ \left\{\widehat{\vec{x},\ \vec{y}}\right\}=\frac{\pi}{6}.$

6. В каноническом базисе декартовой системы координат пространства R^3 своими координатами задан вектор $\vec{x}$. Найти направляющие косинусы и орт данного вектора, если дано:

1) $\vec{x}=\vec{e}_1-2\vec{e}_2+4\vec{e}_3;$

2) $\vec{x}=-\vec{e}_1-3\vec{e}_2+5\vec{e}_3;$

3) $\vec{x} = 5\vec{e}_1 - \vec{e}_2 - 6\vec{e}_3$.

7. Вычислить объём параллелепипеда, построенного на векторах:

1) $\vec{x} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$, $\vec{y} = -\vec{e}_1 - \vec{e}_3$, $\vec{z} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$;

2) $\vec{x} = 3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{y} = 5\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3$, $\vec{z} = -\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$;

3) $\vec{x} = 6\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{y} = 2\vec{e}_2$, $\vec{z} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3$.

8. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{x}$ и $\vec{y}$, если дано:

1) $\vec{x} = \vec{a} + 3\vec{b}$, $\vec{y} = 2\vec{a} - \vec{b}$, $\left\|\vec{a}\right\| = 2$, $\left\|\vec{b}\right\| = 1$, $\left\{\vec{a}, \vec{b}\right\} = \frac{\pi}{6}$;

2) $\vec{x} = 2\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{y} = \vec{a} - 3\vec{b}$, $\left\|\vec{a}\right\| = 2$, $\left\|\vec{b}\right\| = 2$, $\left\{\vec{a}, \vec{b}\right\} = \frac{\pi}{4}$;

3) $\vec{x} = \vec{a} - 2\vec{b}$, $\vec{y} = \vec{a} + 3\vec{b}$, $\left\|\vec{a}\right\| = 1$, $\left\|\vec{b}\right\| = 2$, $\left\{\vec{a}, \vec{b}\right\} = \frac{\pi}{2}$.

9. В пространстве R^3 получить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1; 2; 3)$, $B(2; 3; 1)$, $C(3, 1, 2)$ и найти косинусы углов, образованных её нормальным вектором с осями координат. Построить эту плоскость.

10. Написать канонические уравнения прямой линии, заданной пересечением двух плоскостей, проходящих через точки $A_1(0; 0; 0)$; $B_1(3; 3; 0)$; $C_1(0; 3; 3)$ и $A_2(4; 5; 0)$; $B_2(1; 6; 3)$; $C_2(2; 0; 7)$ соответственно.

11. В пространстве R^3 получить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(1; 7; 3)$ и имеющей нормальный вектор, заданный точками $M_1(-2; -1; -8)$ и $M_2(2; 1; 8)$. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{ON}_1$, $\vec{ON}_2$ и $\vec{ON}_3$, где N_1, N_2 и N_3– точки пересечения данной плоскости и осей координат.

12. В пространстве R^3 найти угол между плоскостями, проходящими через точки M_1, M_2, M_3 и N_1, N_2, N_3:

1) $M_1(0; 7; -4)$; $M_2(4; 8; -1)$; $M_3(-2; 1; 3)$;
$N_1(2; 3; 1)$; $N_2(2; 0; 3)$; $N_3(1; 2; 0)$;

2) $M_1(1; -2; 2)$; $M_2(-3; 2; 3)$; $M_3(3; 0; 6)$;
$N_1(0; 3; 5)$; $N_2(0; -1; 3)$; $N_3(4; 0; 0)$.

13. Найти точку пересечения прямой линии и плоскости:

1) $\dfrac{x^1-2}{1}=\dfrac{x^2-3}{1}=\dfrac{x^3+1}{-4}$, $x^1+x^2+3x^3-10=0$;

2) $\dfrac{x^1+1}{2}=\dfrac{x^2-3}{-4}=\dfrac{x^3+1}{5}$, $x^1+2x^2-x^3+5=0$.

14. Найти координаты проекции точки M_0 на плоскость:

1) $M_0(0; -3; -2)$; $2x^1+10x^2+10x^3-1=0$;

2) $M_0(1; 0; -1)$; $2x^2+4x^3-1=0$.

15. В пространстве R^3 найти расстояние от точки M_0 до плоскости, проходящей через точки M_1, M_2 и M_3:

1) $M_1(0; 7; -4)$, $M_2(4; 8; -1)$, $M_3(-2; 1; 3)$, $M_0(-10; 11; 13)$;

2) $M_1(5; 8; 3)$, $M_2(10; 5; 6)$, $M_3(8; 7; 4)$, $M_0(7; 17; 14)$;

3) $M_1(1; 3; 5)$, $M_2(-5; 5; 2)$, $M_3(7; -1; 8)$, $M_0(0; 0; 0)$.

16. Пусть $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \ldots, \vec{e}_n\right\} \subset X^n$ – некоторый базис в векторном пространстве X^n, и $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m\right\}$ – некоторая система векторов в этом пространстве. Используя метод Гаусса, найти базу и размерность этой системы векторов.

1) $\dim X^n = 4$:

$$\vec{a}_1 = 3\vec{e}_1 + 11\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3 + 4\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_2 = 4\vec{e}_1 + 12\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3 + 10\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_3 = \vec{e}_1 + 13\vec{e}_2 + 6\vec{e}_3 + 4\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_4 = 3\vec{e}_1 + 11\vec{e}_2 + 9\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4.$$

2) $\dim X^n = 5$:

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_2 + 6\vec{e}_3 + 3\vec{e}_4 + 2\vec{e}_5,$$

$$\vec{a}_2 = 5\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_3 = 4\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4 + \vec{e}_5,$$

$$\vec{a}_4 = 6\vec{e}_1 - 5\vec{e}_2 + 6\vec{e}_3 - 3\vec{e}_4 - \vec{e}_5,$$

$$\vec{a}_5 = -5\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3 - 3\vec{e}_4 - \vec{e}_5.$$

17. Пусть $L\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\}$ и $L\left\{\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3\right\}$ – некоторые подпространства векторного пространства X^4, и пусть $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\} \subset X^4$ – некоторый его базис. Найти базис суммы и пересечения этих подпространств.

1)
$$\begin{cases} \vec{a}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2, \\ \vec{a}_2 = \vec{e}_1 - \vec{e}_4, \\ \vec{a}_3 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4, \end{cases} \quad \begin{cases} \vec{b}_1 = 3\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3 + \vec{e}_4, \\ \vec{b}_2 = 5\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4, \\ \vec{b}_3 = 3\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4; \end{cases}$$

2) $\begin{cases} \vec{a}_1 = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_4, \\ \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_4, \\ \vec{a}_3 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4, \end{cases}$ $\begin{cases} \vec{b}_1 = \vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - \vec{e}_3 - \vec{e}_4, \\ \vec{b}_2 = \vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3 + 8\vec{e}_4, \\ \vec{b}_3 = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4. \end{cases}$

18. Пусть $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\} \subset E^4$ – некоторый базис в евклидовом пространстве E^4, и $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\}$ – некоторая система векторов в этом пространстве. Показать, что эта система ортогональна и представить пространство в виде ортогональной суммы

$$E^4 = L_1^2 \oplus L_2^2,$$

где $L_1^2 = L\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\}$, а $L_2^2 = L_1^{2\perp}$.

1) $\begin{cases} \vec{a}_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4, \\ \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \vec{a}_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 - \vec{e}_3 + 3\vec{e}_4, \\ \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 - \vec{e}_4; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \vec{a}_1 = 4\vec{e}_1 + 10\vec{e}_2 - \vec{e}_3 + 4\vec{e}_4, \\ \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3 - 2\vec{e}_4, \\ \vec{a}_2 = 2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + \vec{e}_3; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \vec{a}_1 = 5\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 2\vec{e}_4, \\ \vec{a}_2 = 9\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 6_3 - 4\vec{e}_4, \\ \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + = -6\vec{e}_3. \end{cases}$

19. Пусть $\vec{a} \neq \vec{0}$ – некоторый фиксированный вектор из R^3, а операторы $\hat{A}: R^3 \to R^3$ и $\hat{B}: R^3 \to R^3$, действуют по правилам $\left(\forall \vec{x} \in R^3\right)$

1) $\hat{A}\vec{x} = \left(\vec{a}, \vec{x}\right)\vec{a}$, 2) $\hat{A}\vec{x} = \left[\vec{a}, \vec{x}\right]$.

Показать, что эти операторы линейные и найти их матрицы.

20. Показать, что операторы

$\hat{A}: R^3 \to R^3$, $\hat{B}: R^3 \to R^3$, $\hat{C}: R^3 \to R^3$,

действие которых задано координатными соотношениями

1) $\hat{A}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 \\ 2x_1 - 3x_3 \\ 2x_2 - 3x_3 \end{pmatrix}$,

2) $\hat{B}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 \\ 2x_2 - 3 \end{pmatrix}$,

3) $\hat{C}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 - 2x_2 - x_3 \\ 3x_1 - 2x_2 \\ 3x_2 + x_3 \end{pmatrix}$,

являются линейными и записать их матрицы.

21. В каноническом базисе трёхмерного пространства R^3 действия операторов $\hat{A}: R^3 \to R^3$ и $\hat{B}: R^3 \to R^3$ на произвольный вектор $\vec{x} \in R^3$ заданы соотношениями:

$$\hat{A}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 \\ 2x_1 - 3x_3 \\ 2x_2 - 3x_3 \end{pmatrix}; \quad \hat{B}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x_1 - x_2 - x_3 \\ 2x_1 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

Найти координаты вектора:

1) $\left(\hat{A}^2 + 2\hat{B}\right)\vec{x}$; 2) $\left(2\hat{A}^2 + 3\hat{B}^2\right)\vec{x}$; 3) $\left(\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}\right)\vec{x}$.

22. Найти матрицы, обратные данным матрицам:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

23. Решить СЛАУ матричным методом и по формулам Крамера:

$$1)\begin{cases} x_1+3x_2- \quad x_3=2, \\ 2x_1-3x_2+2x_3=0, \\ 3x_1-2x_2- \quad x_3=4; \end{cases} \quad 2)\begin{cases} x_1+3x_2+ \quad x_3=-5, \\ 3x_1-4x_2+3x_3=11, \\ 2x_1+4x_2- \quad x_3=-9. \end{cases}$$

24. Найти решение СЛАУ по формулам Крамера:

$$1)\begin{cases} x_1+2x_2+x_3=8, \\ -2x_1+3x_2-3x_3=-5, \\ 3x_1-4x_2+5x_3=10; \end{cases} \quad 2)\begin{cases} 3x_1+2x_2+x_3=5, \\ 2x_1+3x_2+x_3=1, \\ 2x_1+x_2+3x_3=11; \end{cases}$$

$$3)\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3-2x_4=6, \\ 2x_1-x_2-2x_3-3x_4=8, \\ 3x_1+2x_2-x_3+2x_4=4, \\ 2x_1-3x_2+2x_3+x_4=-8. \end{cases}$$

25. Разложить вектор $\vec{x}$ по системе векторов $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\}$:

1) $\vec{a}_1=-\vec{e}_2+2\vec{e}_3$, $\vec{a}_2=\vec{e}_1+\vec{e}_3$, $\vec{a}_3=-\vec{e}_1+2\vec{e}_2+4\vec{e}_3$,

$\vec{x}=-2\vec{e}_1+9\vec{e}_3$.

2) $\vec{a}_1=\vec{e}_1-3\vec{e}_2$, $\vec{a}_2=\vec{e}_1-\vec{e}_2+\vec{e}_3$, $\vec{a}_3=-\vec{e}_2+2\vec{e}_3$,

$\vec{x}=5\vec{e}_1-12\vec{e}_2-\vec{e}_3$.

3) $\vec{a}_1=3\vec{e}_1+\vec{e}_2-\vec{e}_3$, $\vec{a}_2=-3\vec{e}_2+\vec{e}_3$, $\vec{a}_3=\vec{e}_1+\vec{e}_2+\vec{e}_3$,

$\vec{x}=2\vec{e}_2+4\vec{e}_3$.

26. В каноническом базисе пространства R^3 дана линейно независимая система векторов

$\vec{x}_1=2\vec{e}_1+2\vec{e}_2$,

$\vec{x}_2=2\vec{e}_2+2\vec{e}_3$,

$$\vec{x}_3 = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_3$$

и матрица

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Будет ли линейно независимой система векторов $\hat{A}\vec{x}_1,\ 2\hat{A}\vec{x}_2,\ 3\hat{A}\vec{x}_3$?

27. Проверить, что $(AB)C = A(BC)$, если

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 8 & -4 \\ 6 & 9 & -5 \\ 4 & 7 & -3 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 3 \\ 9 & 6 & 5 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

28. Вычислить многочлен

$$P(X) = X^3 - 3X + 2$$

от матрицы

$$X = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

29. Найти матрицу X, удовлетворяющую условию:

а) $5A + 2X = 0$, если $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 \\ 8 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & -2 \end{pmatrix}$;

и) $(-1)A + 3X = 2B$, если $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 7 & 9 \end{pmatrix}$.

30. Вычислить определители:

ф) $\begin{vmatrix} a & -a & a \\ a & a & -a \\ a & -a & -a \end{vmatrix}$;

б) $\begin{vmatrix} x^2 & x & 1 \\ y^2 & y & 1 \\ z^2 & z & 1 \end{vmatrix}$.

31. Решить уравнения:

а) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & x \\ 4 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 0$; б) $\begin{vmatrix} 3 & x & -4 \\ 2 & -1 & 3 \\ x+10 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$.

32. Решить неравенства:

а) $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & x & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{vmatrix} < 1$; б) $\begin{vmatrix} 2 & x+2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & x \end{vmatrix} > 0$.

33. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 246 & 427 & 327 \\ 1014 & 543 & 443 \\ -342 & 721 & 621 \end{vmatrix}.$$

34. Решить матричные уравнения:

а) $X\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$.

35. Решить методом Гаусса СЛАУ:

а) $\begin{cases} 2x^1 - x^2 - x^3 = 4, \\ 3x^1 + 4x^2 - 2x^3 = 11, \\ 3x^1 - 2x^2 + 4x^3 = 11; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x^1 + x^2 - 4x^3 = 0, \\ 3x^1 + 5x^2 - 7x^3 = 0, \\ 4x^1 - 5x^2 - 6x^3 = 0; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x^1 + 2x^2 + 3x^3 - 2x^4 = 6, \\ 2x^1 - x^2 - 2x^3 - 3x^4 = 8, \\ 3x^1 + 2x^2 - x^3 + 2x^4 = 4, \\ 2x^1 - 3x^2 + 2x^3 + x^4 = -8. \end{cases}$

36. Пространство R^3 подвергается деформации под действием линейного оператора $\hat{A}$, заданного в каноническом базисе матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Найти объём треугольной пирамиды с вершинами

$$A(0;\,0;\,0);\ B(3;\,3;\,0);\ C(0;\,3;\,3);\ D(3;\,0;\,3)$$

до и после деформации пространства.

37. Пусть $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4 \right\} \subset X^4$ – некоторый базис, а

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

– матрица линейного оператора $\hat{T} : X^4 \to X^4$. Найти матрицу оператора в базисе $\left\{ \vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3, \vec{g}_4 \right\} \subset X^4$, если:

а) $\vec{g}_1 = 2\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \vec{a}_4,\ \vec{g}_2 = 3\vec{a}_1 + 2\vec{a}_2 + 3\vec{a}_3 + \vec{a}_4,$

$\vec{g}_3 = 4\vec{a}_1 + 3\vec{a}_2 + 2\vec{a}_3 + \vec{a}_4, \vec{g}_4 = 5\vec{a}_1 + 4\vec{a}_2 + 3\vec{a}_3 + 2\vec{a}_4;$

б) $\vec{g}_1 = 2\vec{a}_1 - \vec{a}_2 - 2\vec{a}_3 + 3\vec{a}_4, \vec{g}_2 = 3\vec{a}_1 - \vec{a}_2 - 2\vec{a}_3 + 2\vec{a}_4,$

$\vec{g}_3 = 2\vec{a}_1 - 2\vec{a}_3 + 2\vec{a}_4, \vec{g}_4 = 2\vec{a}_1 - \vec{a}_2 - \vec{a}_3 + 2\vec{a}_4.$

38. Используя понятие ранга матрицы и теоремы о совместности, выяснить вопрос о совместности следующих СЛАУ:

а) $\begin{cases} 2x^1 + x^2 - 4x^3 = 0, \\ 3x^1 + 5x^2 - 7x^3 = 0, \\ 4x^1 - 5x^2 - 6x^3 = 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^1 + x^2 + x^3 + x^4 = 0, \\ x^1 + 2x^2 + 3x^3 - x^4 = 0, \\ x^1 + 4x^2 + 5x^3 + 2x^4 = 0, \\ x^1 - x^3 + 3x^4 = 0. \end{cases}$

39. При каких значениях параметра a СЛАУ является совместной:

а) $\begin{cases} x^1 - 2x^2 + x^3 + x^4 = a, \\ x^1 - 2x^2 + x^3 - x^4 = -1, \\ x^1 - 2x^2 + x^3 + 5x^4 = 5; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x^1 - 5x^2 + 2x^3 + 4x^4 = 2, \\ 7x^1 - 4x^2 + x^3 + 3x^4 = a, \\ 5x^1 + ax^2 - 4x^3 - 6x^4 = 3. \end{cases}$

40. Найти ядро оператора, заданного в пространстве R^3 своей матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Дать геометрическую интерпретацию и получить параметрические уравнения ядра.

41. Найти ядро, дефект, ранг и множество значений линейного оператора $\hat{A}: R^m \to R^n$, заданного в некоторых базисах

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \ldots, \vec{e}_m, \right\} \subset R^m, \left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_n, \right\} \subset R^n$$

своей матрицей:

а) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$; д) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & -5 & 11 \end{pmatrix}$; е) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

Часть 2. ОПЕРАТОРЫ В ЕВКЛИДОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ.

ГЕОМЕТРИЯ ПРОСТРАНСТВА E^n

Практическое занятие 1. Подпространства. Специальные типы линейных операторов в евклидовом пространстве

Предварительные сведения

Пусть $\hat{T}: X^n \to \hat{T}\left(X^n\right)$ – линейный оператор. Тогда, если для вектора $\vec{x} \in X^n \left(\vec{x} \neq \vec{0}\right)$ и некоторого числа μ выполняется соотношение

$$\hat{T}\vec{x} = \mu\vec{x},$$

то вектор $\vec{x}$ называется **собственным вектором** оператора $\hat{T}$, соответствующим **собственному значению** μ. Если в пространстве X^n зафиксирован базис, то последнее равенство сводится к однородной СЛАУ

$$\begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & \dots & t_n^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & \dots & t_n^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ t_1^n & t_2^n & \dots & t_n^n \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ \dots \\ x^n \end{pmatrix} = \mu\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ \dots \\ x^n \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \left(t_1^1-\mu\right)x^1 + t_2^1x^2 + \dots + t_n^1x^n = 0, \\ t_1^2x^1 + \left(t_2^2-\mu\right)x^2 + \dots + t_n^2x^n = 0, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots, \\ t_1^nx^1 + t_2^nx^2 + \dots + \left(t_n^n-\mu\right)x^n = 0. \end{cases}$$

Система $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_m \right\}$ собственных векторов линейного оператора $\hat{T} : X^n \to \hat{T}\left(X^n\right)$, соответствующих попарно различным собственным значениям $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_m$, линейно независима.

Линейный оператор $\hat{T}$, действующий в n-мерном пространстве X^n и имеющий n попарно различных собственных значений, называется **оператором простой структуры**. Матрица оператора простой структуры имеет диагональный вид.

Из критерия нетривиальной совместности однородной СЛАУ следует, что

$$T(\mu) \overset{def}{=} \det\left(t_j^i - \mu\delta_j^i\right) = \begin{vmatrix} t_1^1 - \mu & t_2^1 & \ldots & t_n^1 \\ t_1^2 & t_2^2 - \mu & \ldots & t_n^2 \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ t_1^n & t_2^n & \ldots & t_n^n - \mu \end{vmatrix} = 0.$$

Это равенство есть **характеристическое уравнение**, а многочлен в левой части – **характеристический многочлен**. Из характеристического уравнения определяются собственные значения линейного оператора, а из однородной СЛАУ его собственные векторы.

Подпространство $X_{inv} \subset X^n$ называется **инвариантным подпространством оператора** $\hat{T} : X^n \to \hat{T}\left(X^n\right)$, если

$$\left(\forall \vec{x} \in X_{inv}\right) \vec{y} = \hat{T}\vec{x} \in X_{inv}.$$

Пусть $\hat{T} : E^m \to E^n$ – некоторый линейный оператор. Оператор $\hat{T}^* : E^n \to E^m$ называется **сопряжённым по отношению к оператору** $\hat{T}$, если $\left(\forall \vec{x} \in E^m, \forall \vec{y} \in E^n\right)$ выполняется условие

$$\left(\hat{T}\vec{x}, \vec{y}\right) = \left(\vec{x}, \hat{T}^*\vec{y}\right).$$

Матрица оператора, сопряжённого с оператором $\hat{T}^* : E^n \to E^m$ связана следующим соотношением:

$$t_j^{k*} = \overline{t_k^j}\ .$$

В случае вещественных пространств комплексное сопряжение отсутствует.

Если $\hat{T}: E^m \to E^n$, $\hat{R}: E^m \to E^n$ – некоторые операторы и $\beta \in C$ – произвольное число, то справедливы следующие пять свойств сопряжённого оператора:

1) $\left(\hat{T}^*\right)^* = \hat{T}$; 2) $\left(\hat{T}^*\right)^{-1} = \left(\hat{T}^{-1}\right)^*$; 3) $\left(\beta\hat{T}\right)^* = \overline{\beta}\hat{T}^*$;

4) $\left(\hat{T}+\hat{R}\right)^* = \hat{T}^* + \hat{R}^*$; 5) $\left(\hat{T}\hat{R}\right)^* = \hat{R}^*\hat{T}^*$.

Линейный оператор $\hat{T}: E^n \to E^n$ называется **самосопряжённым (эрмитовым)**, если $\hat{T}^* = \hat{T}$. Матрица самосопряжённого оператора является симметрической, то есть связана с матрицей самого оператора соотношением

$$t_j^i = t_i^j.$$

Оператор $\hat{T}$, действующий в вещественном евклидовом пространстве E^n, называется **ортогональным**, если он сохраняет скалярное произведение, то есть

$$\left(\forall \vec{x}, \vec{y} \in E^n\right)\left(\hat{T}\vec{x}, \hat{T}\vec{y}\right) = \left(\vec{x}, \vec{y}\right).$$

Ортогональные операторы $\hat{T}: E^n \to E^n$ в вещественном евклидовом пространстве E^n обладают следующими свойствами:

1) единичный оператор является ортогональным;

2) композиция ортогональных операторов также является ортогональным оператором;

3) оператор, обратный ортогональному оператору, также является ортогональным;

4) если $\hat{T}: E^n \to E^n$ – ортогональный оператор, то оператор $\alpha \cdot \hat{T}$ является ортогональным в том и только в том случае, если $\alpha = \pm 1$.

Оператор $\hat{T}: E^n \to E^n$ является ортогональным в том и только в том случае, если он переводит хотя бы один ортонормированный базис снова в ортонормированный базис.

Пусть $\hat{T}: X^n \to \hat{T}\left(X^n\right)$ и

$$F_m(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_m x^m \in C[x]$$

– некоторый многочлен. Тогда оператор

$$F_m\left(\hat{T}\right) = a_0\hat{I} + a_1\hat{T} + a_2\hat{T}^2 + \ldots + a_m\hat{T}^m$$

называется многочленом от оператора $\hat{T}$ или ***операторным многочленом***.

Примеры с решением

Пример 2.1.1. В каноническом базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\} \subset R^2$ оператор $\hat{T}$ задан матрицей

$$T = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Найти собственные значения и собственные подпространства оператора $\hat{T}$.

Р е ш е н и е. 1. Составляем характеристическое уравнение:

$$\det(T - \mu \cdot I) = 0;\ \mu^2 - 7 \cdot \mu + 10 = 0.$$

Откуда получаем собственные значения оператора $\mu_1 = 2,\ \mu_2 = 5.$

2. Находим собственный вектор, соответствующий собственному значению $\mu_1 = 2$, для чего решаем СЛАУ

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1^1 \\ x_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Получаем решение в виде

$$x_1^1 = -1,\ x_1^2 = 1 \Rightarrow |x_1\rangle = c|a_1\rangle,\ c \in R^1 \Rightarrow |a_1\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Решением является бесконечное множество векторов

$$\vec{x} = c\,\vec{a}_1$$

– одномерное линейное многообразие с базисным вектором

$$\vec{a}_1 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2.$$

3. Аналогично находим собственный вектор, соответствующий собственному значению $\mu_2 = 5$, решая СЛАУ

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1^1 \\ x_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Получаем решение в виде

$$x_2^1 = c/2,\ x_2^2 = c,\ c \in R^1 \Rightarrow |x_2\rangle = c|a_2\rangle \Rightarrow |a_2\rangle = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Решением является бесконечное множество векторов

$$\vec{x} = c\,\vec{a}_2$$

– одномерное линейное многообразие с базисным вектором

$$\vec{a}_1 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2.$$

Оператор имеет два одномерных собственных подпространства

$$L\{\vec{a}_1\} = \{\vec{x} : \vec{x} = t\vec{a}_1;\ t \in R^1\}$$

и

$$L\{\vec{a}_2\} = \{\vec{x} : \vec{x} = t\vec{a}_2;\ t \in R^1\},$$

с образующими векторами

$$\vec{a}_1 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2,\ \vec{a}_2 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2.\ \otimes$$

Пример 2.1.2. Найти матрицу, собственные значения и собственные подпространства оператора (аффинора) зеркального отражения относительно координатной плоскости X^1OX^2 в пространства R^3.

Р е ш е н и е. Оператор зеркального отражения в пространстве R^3 относительно координатной плоскости X^1OX^2, очевидно, действует по правилу (рисунок 2.2.1)

$$\left(\forall \vec{x} \in R^3\right)\ \vec{y} = \hat{R}\vec{x} = x^1\vec{e}_1 + x^2\vec{e}_2 - x^3\vec{e}_3.$$

Подействуем на базисные векторы оператором отражения:

$$\hat{R}\vec{e}_1 = \vec{e}_1;\ \hat{R}\vec{e}_2 = \vec{e}_2;\ \hat{R}\vec{e}_3 = -\vec{e}_3.$$

Следовательно, для матрицы оператора отражения относительно координатной плоскости X^1OX^2 получаем:

$$R=\begin{pmatrix} r_1^1 & r_2^1 & r_3^1 \\ r_1^2 & r_2^2 & r_3^2 \\ r_1^3 & r_2^3 & r_3^3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Характеристический многочлен оператора $\hat{R}$ имеет вид:

$$R(\mu)=\det\begin{pmatrix} 1-\mu & 0 & 0 \\ 0 & 1-\mu & 0 \\ 0 & 0 & -1-\mu \end{pmatrix}=(1-\mu)\cdot(1-\mu)\cdot(-1-\mu).$$

Откуда видно, что многочлен имеет простой корень $\mu_1=-1$ и двукратный корень $\mu_2=1$.

1) Для собственного значения $\mu_2=-1$ имеем

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

откуда

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ c \end{pmatrix},\ c\in R^1$$

– любое действительное число. Собственное подпространство, соответствующее собственному значению $\mu_1=-1$, есть линейная оболочка вида

$$c\cdot\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\Rightarrow L\left\{\vec{e}_3\right\}=\left\{\vec{x}\in R^3:\vec{x}=c\cdot\vec{e}_3;\ c\in R^1\right\},$$

то есть ось OX^3.

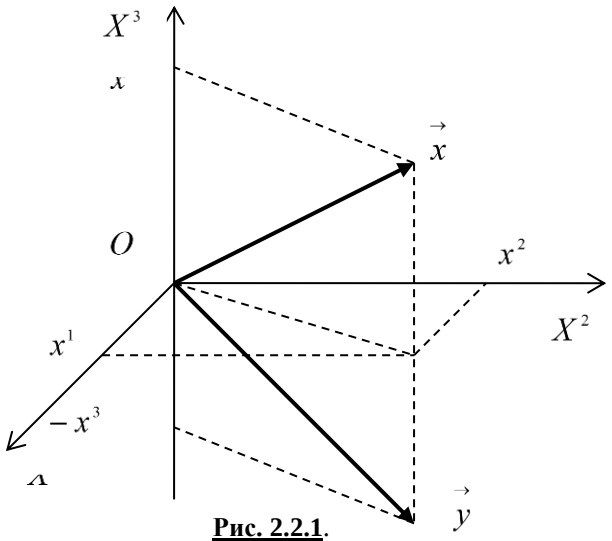


Рис. 2.2.1.

2) Для собственного значения $\mu_2 = 1$ имеем

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

откуда

$$|x\rangle \equiv \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ 0 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

где $a, b \in R^1$ – любые действительные числа. Получаем собственное подпространство, соответствующее собственному значению $\mu_1 = 1$, являющееся линейной оболочкой вида

$$L\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\} = \left\{\vec{x} \in R^3 : \vec{x} = a \cdot \vec{e}_1 + b \cdot \vec{e}_2; a, b \in R^1\right\},$$

то есть координатной плоскостью X^1OX^2. Это подпространство является прямой суммой двух собственных подпространств $OX^1 \oplus OX^2$. $\otimes$

Пример 2.1.3. В евклидовом пространстве E^3 в ортонормированном (каноническом) базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\}$ оператор $\hat{T}: E^3 \to E^3$ задан матрицей

$$T = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Найти собственные значения и собственные подпространства оператора.

Р е ш е н и е. Составим характеристическое уравнение:

$$T = \begin{pmatrix} 3-\mu & 0 & 0 \\ 1 & 2-\mu & -1 \\ 1 & -1 & 2-\mu \end{pmatrix} \Rightarrow (3-\mu)\left(\mu^2 - 4\mu + 3\right) = 0.$$

Собственные значения $\mu_1 = 1,\ \mu_{2,3} = 3.$

Собственный вектор, соответствующий $\mu_1 = 1$ находится как решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2x^1 + 0x^2 + 0x^3 = 0, \\ x^1 + x^2 - x^3 = 0, \\ x^1 - x^2 + x^3 = 0. \end{cases}$$

Решение имеет вид:

$$\left|a_1\right\rangle = \begin{pmatrix} a_1^1 \\ a_1^2 \\ a_1^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Собственный вектор, соответствующий $\mu_{2,3} = 3$ находится как решение системы уравнений

$$\begin{cases} 0x^1 + 0^2 + 0x^3 = 0, \\ x^1 - x^2 - x^3 = 0, \\ x^1 - x^2 - x^3 = 0. \end{cases}$$

Решение имеет вид:

$$|a_2\rangle = \begin{pmatrix} a_2^1 \\ a_2^2 \\ a_2^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \; |x_3\rangle = \begin{pmatrix} a_3^1 \\ a_3^2 \\ a_3^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Получаем два собственных подпространства:

$$X_1 = \left\{ \vec{x} : \vec{x} = t\vec{a}_1; t \in R^1 \right\}; \; X_2 = \left\{ \vec{x} : \vec{x} = t\vec{a}_2 + \tau\vec{a}_3; t, \tau \in R^1 \right\}. \otimes$$

Пример 2.1.4. Линейный оператор $\hat{T} : E^3 \to E^3$ в некотором ортонормированном базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$ задан матрицей

$$T_e = \begin{pmatrix} 11 & 2 & -8 \\ 2 & 2 & 10 \\ -8 & 10 & 5 \end{pmatrix}.$$

Построить в пространстве E^3 ортонормированный базис собственных векторов оператора $\hat{T}$ и записать матрицу оператора $\hat{T}$ в этом базисе.

Р е ш е н и е. Составим характеристический многочлен оператора $\hat{T}$:

$$T(\mu) = \begin{vmatrix} 11-\mu & 2 & -8 \\ 2 & 2-\mu & 10 \\ -8 & 10 & 5-\mu \end{vmatrix} = -\mu^3 + 18\mu^2 + 81\mu - 1458.$$

Откуда характеристическое уравнение

$$\mu^3 - 18\mu^2 - 81\mu + 1458 = 0 \Rightarrow (\mu - 18)(\mu^2 - 81) = 0,$$

или

$$(\mu - 18)(\mu - 9)(\mu + 9) = 0.$$

Откуда собственные значения оператора

$$\mu_1 = -9, \; \mu_2 = 9, \; \mu_3 = 18.$$

Оператор является симметрическим, то есть самосопряжённым. Поэтому все собственные значения оператора различны, а собственные векторы ортогональны. Найдём собственные векторы оператора $\hat{T}$ в базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\}$.

1) Для собственного значения $\mu_1 = -9$ имеем однородную СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} 20 & 2 & -8 \\ 2 & 11 & 10 \\ -8 & 10 & 14 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Определитель

$$\begin{vmatrix} 20 & 2 & -8 \\ 2 & 11 & 10 \\ -8 & 10 & 14 \end{vmatrix} = 0$$

– СЛАУ нетривиально совместна. Базисный минор – угловой. Принимая третью координату за свободное неизвестное, решаем СЛАУ из первых двух уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} 10x^1 + x^2 = 4a, \\ 2x^1 + 11x^2 = -10a; \end{cases} \det A = 108 \neq 0; \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}a \\ -a \\ a \end{pmatrix} = a\begin{pmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Итак, первое собственное подпространство оператора есть линейная оболочка вида

$$E^1 = L\left\{\vec{a}_1\right\},$$

где базисный вектор

$$\vec{a}_1 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

2) Для собственного значения $\mu_2 = 9$ имеем однородную СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -8 \\ 2 & -7 & 10 \\ -8 & 10 & -4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -8 \\ 2 & -7 & 10 \\ -8 & 10 & -4 \end{vmatrix} = 0$$

– СЛАУ нетривиально совместна. Базисный минор матрицы СЛАУ – угловой минор. Принимая третью координату за свободное неизвестное, решаем СЛАУ из первых двух уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} 2x^1 + 2x^2 = 8a, \\ 2x^1 - 7x^2 = -10a; \end{cases} \det A = -18 \neq 0; \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a \\ 2a \\ a \end{pmatrix} = a\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Итак, второе собственное подпространство оператора есть линейная оболочка вида

$$E^2 = L\left\{\vec{a}_2\right\},$$

где базисный вектор

$$\vec{a}_2 = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

3) Для собственного значения $\mu_3 = 18$ имеем однородную СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} -7 & 2 & -8 \\ 2 & -16 & 10 \\ -8 & 10 & -13 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Для решения этой СЛАУ применим критерий нетривиальной совместности однородной СЛАУ.

Определитель СЛАУ

$$\begin{vmatrix} -7 & 2 & -8 \\ 2 & -16 & 10 \\ -8 & 10 & -13 \end{vmatrix} = 0,$$

следовательно, СЛАУ нетривиально совместна. Базисный минор матрицы СЛАУ – угловой минор

$$\begin{vmatrix} -7 & 2 \\ 2 & -16 \end{vmatrix} = 108.$$

Поэтому первые два уравнения СЛАУ линейно независимы. Принимая третью координату вектора за свободное неизвестное, то есть, полагая $x^3 = a$, где a – произвольное действительное число, решаем СЛАУ из первых двух уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} -7x^1 + 1x^2 = -5a, \\ 2x^1 - 16x^2 = -10a; \end{cases} \det A = -54 \neq 0; \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a \\ \frac{1}{2}a \\ a \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} -1 \\ 1/2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Итак, третье собственное подпространство оператора есть линейная оболочка вида

$$E^3 = L\left\{\vec{a}_3\right\},$$

где базисный вектор

$$\vec{a}_3 = -\vec{e}_1 + \frac{1}{2}\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

4) Найденные собственные векторы ортогональны. Нормируем их:

$$\vec{h}_1 = \frac{\vec{a}_1}{\left\|\vec{x}_1\right\|} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{4} + 1}}\vec{a}_1 = -\frac{2}{3}\vec{e}_1 + \frac{1}{3}\vec{e}_2 + \frac{2}{3}\vec{e}_3;$$

$$\vec{h}_2 = \frac{\vec{a}_2}{\left\|\vec{x}_2\right\|} = \frac{1}{\sqrt{4 + 4 + 1}}\vec{a}_2 = \frac{2}{3}\vec{e}_1 + \frac{2}{3}\vec{e}_2 + \frac{1}{3}\vec{e}_3;$$

$$\vec{h}_3 = \frac{\vec{a}_3}{\left\| \vec{x}_3 \right\|} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}+1+1}} \vec{a}_3 = \frac{1}{3}\vec{e}_1 - \frac{2}{3}\vec{e}_2 + \frac{2}{3}\vec{e}_3.$$

5) Матрица перехода от старого базиса к новому базису

$$A: \left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\} \to \left\{ \vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3 \right\}$$

имеет вид:

$$A = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}; \det A = -1 \neq 0; \; A^T = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Обратная матрица к матрице перехода от старого базиса к новому базису и транспонированная к ней имеют вид:

$$A^{-1} = -\frac{1}{2} adg A = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \left(A^{-1}\right)^T = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Находим матрицу оператора в новом базисе $\left\{ \vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3 \right\}$:

$$T_a = \left(A^{-1}\right)^T T_e A^T = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 11 & 2 & -8 \\ 2 & 2 & 10 \\ -8 & 10 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 18 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & -9 \end{pmatrix}. \otimes$$

Пример 2.1.5. В евклидовом пространстве E^3 в ортонормированном (каноническом) базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$ оператор $\hat{T}: E^3 \to E^3$ задан матрицей

$$\begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти матрицу оператора $\hat{T}^*$ в базисе

$$\vec{g}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{g}_2 = \vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{g}_3 = \vec{e}_2 - \vec{e}_3.$$

Р е ш е н и е. Находим матрицу сопряжённого оператора в старом (ортонормированном) базисе:

$$T_e^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Записываем матрицу перехода от старого базиса к новому базису и транспонируем её:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix};\ A^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Находим матрицу, обратную к матрице перехода от старого базиса к новому базису. Определитель матрицы

$$\det A = -2.$$

Алгебраические дополнения

$$A_1^1 = -2,\ A_2^1 = 0,\ A_3^1 = 0,$$

$$A_1^2 = 2,\ A_2^2 = -1,\ A_3^2 = -1,$$

$$A_1^3 = 0,\ A_2^3 = -1,\ A_3^3 = 1;$$

$$adgA = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix};\ A^{-1} = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Находим матрицу оператора $\hat{T}^*$ в новом базисе:

$$T_g^* = \left(A^{-1}\right)^T T_e^* A^T = -\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} =$$

$$= -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -2 & -2 & -2 \\ -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}. \otimes$$

Пример 2.1.6. Ранее показано, что линейная оболочка $L\left\{\vec{g}_1, \vec{g}_2\right\}$, где элементы L вычисляются по формулам

$$\vec{g}_1 = \alpha_1 \cdot \sin x + \beta_1 \cdot \cos x,\ \vec{g}_2 = \alpha_2 \cdot \sin x + \beta_2 \cdot \cos x,$$

а скалярное произведение определено формулой

$$\left(\vec{g}_1, \vec{g}_2\right) = \alpha_1 \cdot \alpha_2 + \beta_1 \cdot \beta_2 + \frac{1}{2}\cdot\left(\alpha_1 \cdot \beta_2 + \alpha_2 \cdot \beta_1\right),$$

является двумерным линейным многообразием с ортонормированным базисом

$$\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot \sin x + \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot \cos x,\ \vec{e}_2 = \sin x - \cos x.$$

1) Найти матрицу оператора дифференцирования $\hat{D}$ в базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$ и матрицу сопряжённого оператора $\hat{D}^*$.

2) Выяснить, является ли оператор $\hat{D}$ симметрическим.

Р е ш е н и е. Находим матрицу оператора дифференцирования в базисе

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\} \subset R^2.$$

Для чего находим образы базисных векторов $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$:

$$\hat{D}\vec{e}_1 = \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{3}\cdot\sin x + \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\cos x\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}(\cos x - \sin x) =$$

$$= 0\cdot\vec{e}_1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\vec{e}_2;$$

$$\hat{D}\vec{e}_2 = \frac{d}{dx}(\sin x - \cos x) = \cos x + \sin x = \sqrt{3}\cdot\vec{e}_1 + 0\cdot\vec{e}_2.$$

Следовательно, матрица оператора $\hat{D}$ в базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$ имеет вид:

$$D = \begin{pmatrix} d_1^1 & d_2^1 \\ d_1^2 & d_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{3} \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \end{pmatrix}.$$

Данное многообразие является вещественным пространством, поэтому матрица сопряжённого оператора $\hat{D}^*$ равна транспонированной матрице оператора $\hat{D}$, то есть

$$D^* = \begin{pmatrix} d_1^1 & d_1^2 \\ d_2^1 & d_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \sqrt{3} & 0 \end{pmatrix}.$$

Так как в базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$ для матрицы оператора $\hat{D}$ имеем $d_2^1 \neq d_1^2$, оператор не является симметрическим. $\otimes$

Пример 2.1.7. В евклидовом пространстве E^3 линейный оператор $\hat{T}$ переводит систему векторов $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\}$ в систему векторов $\left\{\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3\right\}$. Является ли этот оператор самосопряжённым, если:

$$|a_1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}; |a_2\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; |a_3\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$|g_1\rangle = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}; |g_2\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}; |g_3\rangle = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. По условию задачи имеем

$$\hat{T}\vec{a}_1 = \vec{g}_1, \hat{T}\vec{a}_2 = \vec{g}_2, \hat{T}\vec{a}_3 = \vec{g}_3,$$

откуда для векторов-столбцов из координат получаем:

$$\begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{r} t_2^1 + t_3^1 = 2, \\ t_2^2 + t_3^2 = 3, \\ t_2^3 + t_3^3 = 1; \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{r} t_1^1 + t_3^1 = -1, \\ t_1^2 + t_3^2 = 0, \\ t_1^3 + t_3^3 = 3; \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{r} t_1^1 + t_2^1 = -5, \\ t_1^2 + t_2^2 = 1, \\ t_1^3 + t_2^3 = 4. \end{array}$$

Из последних равенств получаем три СЛАУ для элементов матрицы оператора:

для элементов первой строки

$$\begin{cases} t_2^1 + t_3^1 = 2, \\ t_1^1 + t_3^1 = -1, \\ t_1^1 + t_2^1 = -5; \end{cases}$$

для элементов второй строки

$$\begin{cases} t_2^2 + t_3^2 = 3, \\ t_1^2 + t_3^2 = 0, \\ t_1^2 + t_2^2 = 1; \end{cases}$$

для элементов третьей строки

$$\begin{cases} t_2^3 + t_3^3 = 1, \\ t_1^3 + t_3^3 = 3, \\ t_1^3 + t_2^3 = 4. \end{cases}$$

Решая эти СЛАУ по формулам Крамера, получаем матрицу оператора:

$$T = \begin{pmatrix} -4 & -1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Видим, что $(\forall i \neq j = 1, 2, 3)\ t_i^j = t_j^i$. Следовательно, оператор $\hat{T}$ является самосопряжённым. $\otimes$

Пример 2.1.8. Матрица линейного оператора $\hat{T} : E^3 \to E^3$ в базисе векторов $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\} \subset E^3$ имеет вид:

$$T' = \begin{pmatrix} 2/3 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2/3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Выяснить, является ли оператор $\hat{T}$ ортогональным, если в ортонормированном базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\}$ имеют место разложения

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_3,\ \vec{a}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2.$$

Р е ш е н и е. 1) *Первый способ.* Проверим выполнение определения ортогональности, то есть выполнение условия

$$\left(\forall \vec{x}, \vec{y} \in E^n\right)\left(\hat{T}\vec{x}, \hat{T}\vec{y}\right) = \left(\vec{x}, \vec{y}\right).$$

Найдём скалярное произведение векторов $\vec{x}, \vec{y} \in E^3$ в произвольном базисе $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\} \subset E^3$ по формуле

$$\left(\vec{x}, \vec{y}\right) = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} g_{ij} x^i y^j ,$$

где

$$\vec{x} = x^1 \vec{a}_1 + x^2 \vec{a}_2 + x^3 \vec{a}_3, \; \vec{y} = y^1 \vec{a}_1 + y^2 \vec{a}_2 + y^3 \vec{a}_3,$$

а матрица метрических коэффициентов имеет вид

$$G = \left(g_{ij}\right) = \begin{pmatrix} \left(\vec{a}_1, \vec{a}_1\right) & \left(\vec{a}_1, \vec{a}_2\right) & \left(\vec{a}_1, \vec{a}_3\right) \\ \left(\vec{a}_2, \vec{a}_1\right) & \left(\vec{a}_2, \vec{a}_2\right) & \left(\vec{a}_2, \vec{a}_3\right) \\ \left(\vec{a}_3, \vec{a}_1\right) & \left(\vec{a}_3, \vec{a}_2\right) & \left(\vec{a}_3, \vec{a}_3\right) \end{pmatrix}.$$

Несложные вычисления показывают, что

$$G = \left(g_{ij}\right) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Теперь получаем для скалярного произведения произвольных векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$ следующий результат:

$$\left(\vec{x}, \vec{y}\right) = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} g_{ij} x^i y^j = 2x^1y^1 + x^1y^2 + x^1y^3 +$$

$$+ x^2y^1 + 2x^2y^2 + x^2y^3 + x^3y^1 + x^3y^2 + 2x^3y^3.$$

Находим координаты образов векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$ при действии оператора $\hat{T}$:

$$\hat{T}\vec{x}=\vec{u}\Rightarrow T|x\rangle=\begin{pmatrix}u^1\\u^2\\u^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{2}{3}&1&0\\-1&0&0\\\frac{2}{3}&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x^1\\x^2\\x^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{2}{3}x^1+x^2\\-x^1\\\frac{2}{3}x^1+x^3\end{pmatrix};$$

$$\hat{T}\vec{y}=\vec{v}\Rightarrow T|y\rangle=\begin{pmatrix}v^1\\v^2\\v^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{2}{3}&1&0\\-1&0&0\\\frac{2}{3}&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}y^1\\y^2\\y^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{2}{3}y^1+y^2\\-y^1\\\frac{2}{3}y^1+y^3\end{pmatrix}.$$

После подстановки найденных координат образов векторов $\vec{x}$, $\vec{y}$ и метрических коэффициентов g_{ij} в формулу для скалярного произведения

$$\left(\hat{T}\vec{x},\hat{T}\vec{y}\right)=\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}g_{ij}u^iv^j$$

и сравнения с формулой для скалярного произведения прообразов, убеждаемся в справедливости равенства

$$\left(\hat{T}\vec{x},\hat{T}\vec{y}\right)=\left(\vec{x},\vec{y}\right).$$

2) *Второй способ.* Матрица перехода от старого (ортонормированного) базиса $\left\{\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3\right\}$ к новому базису $\left\{\vec{a}_1,\vec{a}_2,\vec{a}_3\right\}$ и обратная к ней матрица имеют, соответственно, вид:

$$A=\begin{pmatrix}0&1&1\\1&0&1\\1&1&0\end{pmatrix};\ A^{-1}=\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}&-\frac{1}{2}&\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&-\frac{1}{2}\end{pmatrix}.$$

Так как формула преобразования матрицы оператора при переходе от старого базиса к новому базису имеет вид

$$T' = \left(A^{-1}\right)^T T A^T,$$

то для матрицы оператора в старом базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\}$ получаем:

$$T = A^T T' \left(A^{-1}\right)^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2/3 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2/3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & -1/2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & -2/3 \\ 1/3 & 2/3 & 2/3 \\ 2/3 & -2/3 & 1/3 \end{pmatrix}.$$

Убедиться в том, что полученная матрица является ортогональной, можно с помощью свойств ортогональных матриц. Например, умножая матрицу T на транспонированную матрицу T^T, получим

$$TT^T = T^T T = I.$$

Таким образом, выполняется свойство $T^T = T^{-1}$. Следовательно, оператор $\hat{T}$ и, соответственно, его матрица являются ортогональными. $\otimes$

Пример 2.1.9. Пусть $\hat{T} : X \to X$. Показать, что если $X_{inv}^{(1)}$, $X_{inv}^{(2)}$ – инвариантные подпространства оператора $\hat{T}$, то $X_{inv}^{(1)} \bigcap X_{inv}^{(2)}$ и $X_{inv}^{(1)} + X_{inv}^{(2)}$ также являются инвариантными подпространствами оператора $\hat{T}$.

Р е ш е н и е. Пусть $X_{inv}^{(1)}$, $X_{inv}^{(2)}$ – инвариантные подпространства оператора $\hat{T}$. Предположим, что вектор $\vec{x} \in X_{inv}^{(1)} \bigcap X_{inv}^{(2)}$. Но тогда вектор $\vec{x} \in X_{inv}^{(1)}$ и $\vec{x} \in X_{inv}^{(2)}$, следовательно, и его образ

$$\hat{T}\vec{x} \in X_{inv}^{(1)} \wedge \hat{T}\vec{x} \in X_{inv}^{(2)}.$$

Теперь очевидно, что образ вектора $\vec{x}$ принадлежит пересечению этих подпространств, то есть

$$\hat{T}\vec{x} \in X_{inv}^{(1)} \bigcap X_{inv}^{(2)}.$$

Пусть теперь $\vec{x} \in X_{inv}^{(1)} + X_{inv}^{(2)}$. Тогда, по определению суммы подпространств

$$\vec{x} = \vec{x}_1 + \vec{x}_2,\ \vec{x}_1 \in X_{inv}^{(1)},\ \vec{x}_2 \in X_{inv}^{(2)},$$

откуда в силу того, что снова $\hat{T}\vec{x} \in X_{inv}^{(1)} \wedge \hat{T}\vec{x} \in X_{inv}^{(2)}$, получаем

$$\hat{T}\vec{x} = \hat{T}\vec{x}_1 + \hat{T}\vec{x}_2 \in X_{ivn}^{(1)} + X_{inv}^{(2)}. \otimes$$

Пример 2.1.10. Пусть $\hat{T} : X \to X$. Показать, что если оператор $\hat{T}$ биективный, то его инвариантное подпространство X_{inv} является инвариантным подпространством и для обратного оператора $\hat{T}^{-1}$.

Р е ш е н и е. Известно, что линейный оператор $\hat{T} : X \to X$ взаимно однозначен (биективен) в том и только в том случае, если он невырожденный.

Пусть

$$\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m\right\} \subset X_{inv}^{m}$$

– базис в X_{inv}^{m}, тогда система образов векторов исходной системы

$$\left\{\hat{T}\vec{a}_1, \hat{T}\vec{a}_2, \ldots, \hat{T}\vec{a}_m\right\}$$

принадлежат тому же инвариантному подпространству и образуют в нём другой базис.

Покажем сначала, что система образов линейно независима. Для этого составим линейную комбинацию образов векторов

$$\left\{\hat{T}\vec{a}_1, \hat{T}\vec{a}_2, \ldots, \hat{T}\vec{a}_m\right\}$$

и потребуем, чтобы

$$\alpha_1 \hat{T}\vec{a}_1+\alpha_2 \hat{T}\vec{a}_2+\ldots+\alpha_m \hat{T}\vec{a}_m=\vec{0}.$$

Далее получаем в силу линейности оператора $\hat{T}$

$$\hat{T}\left(\alpha_1 \vec{a}_1+\alpha_2 \vec{a}_2+\ldots+\alpha_m \vec{a}_m\right)=\vec{0}.$$

Так как оператор невырожденный, то

$$\alpha_1 \vec{a}_1+\alpha_2 \vec{a}_2+\ldots+\alpha_m \vec{a}_m=\vec{0}.$$

Последнее равенство, в силу линейной независимости системы

$$\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m\right\},$$

возможно только в случае одновременного обращения в нуль всех коэффициентов линейной комбинации. Что и доказывает линейную независимость системы образов.

Пусть теперь $\left(\forall \vec{x} \in X_{inv}^{m}\right)$. Разложим вектор $\vec{x}$ по базису из образов векторов исход-

ного базиса подпространства X_{inv}^{m}, то есть представим вектор $\vec{x}$ в виде

$$\vec{x}=x^1 \hat{T}\vec{a}_1+x^2 \hat{T}\vec{a}_2+\ldots+x^m \hat{T}\vec{a}_m.$$

Так как для невырожденного линейного оператора обратный оператор снова линейный, то, действуя

на обе части оператором $\hat{T}^{-1}$, получаем

$$\hat{T}^{-1}\vec{x}=x^1 \hat{T}^{-1}\hat{T}\vec{a}_1+x^2 \hat{T}^{-1}\hat{T}\vec{a}_2+\ldots+x^m \hat{T}^{-1}\hat{T}\vec{a}_m=$$

$$=x^1 \vec{a}_1+x^2 \vec{a}_2+\ldots+x^m \vec{a}_m,$$

причём

$$x^1 \vec{a}_1+x^2 \vec{a}_2+\ldots+x^m \vec{a}_m \in X_{inv}^{m},$$

так как он разложен по базису X_{inv}.

Итак, получили, что если $\vec{x} \in X^m_{inv}$, то $\hat{T}^{-1}\vec{x} \in X^m_{inv}$. $\otimes$

Пример 2.1.11. Показать, что любое инвариантное подпространство оператора $\hat{T}: X^n \to X^n$ является инвариантным и для операторного многочлена

$$F_p\left(\hat{T}\right) = a_0\hat{I} + a_1\hat{T} + a_2\hat{T}^2 + \ldots + a_p\hat{T}^p.$$

Р е ш е н и е. Пусть операторы $\hat{A}: X^n \to X^n$ и $\hat{B}: X^n \to X^n$ имеют одно и тоже инвариантное подпространство $Y^m \subset X^n$. Тогда

$$\left(\forall \vec{x} \in Y^m\right) \vec{y}_1 = \hat{A}\vec{x} \in Y^m \wedge \vec{y}_2 = \hat{B}\vec{x} \in Y^m.$$

Так как любые линейные комбинации векторов подпространства Y^m снова являются векторами этого же подпространства, то имеем

$$\alpha \cdot \vec{y}_1 + \beta \cdot \vec{y}_2 = \alpha \cdot \hat{A}\vec{x} + \beta \cdot \hat{B}\vec{x} = \left(\alpha \cdot \hat{A} + \beta \cdot \hat{B}\right)\vec{x} \in Y^m.$$

То есть подпространство $Y^m \subset X^n$, инвариантное относительно операторов $\hat{A}: X^n \to X^n$ и $\hat{B}: X^n \to X^n$, инвариантно и относительно оператора $\alpha \cdot \hat{A} + \beta \cdot \hat{B}$. Далее, из того, что подпространство $Y^m \subset X^n$ является инвариантным относительно оператора $\hat{A}: X^n \to X^n$, следует, что оно инвариантно и относительно степеней этого оператора $\hat{A}^k \ (k = 0, 1, \ldots, p)$.

Теперь очевидно, что любое инвариантное подпространство оператора $\hat{T}$ является инвариантным и относительно операторного многочлена

$$F_p\left(\hat{T}\right) = a_0\hat{I} + a_1\hat{T} + a_2\hat{T}^2 + \ldots + a_p\hat{T}^p. \otimes$$

Практическое занятие 2. Некоторые задачи геометрии евклидова пространства

Предварительные сведения

Система векторов $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_m \right\} \subset E^n$ линейно зависима в том и только в том случае, если определитель Грама системы

$$G\left(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_m \right) \overset{def}{=} \begin{vmatrix} \left(\vec{x}_1, \vec{x}_1 \right) & \left(\vec{x}_1, \vec{x}_2 \right) & \ldots & \left(\vec{x}_1, \vec{x}_m \right) \\ \left(\vec{x}_2, \vec{x}_1 \right) & \left(\vec{x}_2, \vec{x}_2 \right) & \ldots & \left(\vec{x}_2, \vec{x}_m \right) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \left(\vec{x}_m, \vec{x}_1 \right) & \left(\vec{x}_m, \vec{x}_2 \right) & \ldots & \left(\vec{x}_m, \vec{x}_m \right) \end{vmatrix}$$

равен нулю.

Рассмотрим в n-мерном евклидовом пространстве E^n некоторое подпространство L^m размерности $m < n$. Пусть дан некоторый вектор $\vec{x} \in E^n$, причём $\vec{x} \notin L^m$. Можно показать, что справедливо представление вектора $\vec{x}$ в виде следующего разложения

$$\vec{x} = \vec{g}_L + \vec{h}^{\perp},$$

где вектор $\vec{g}_L$ принадлежит подпространству L^m, а вектор $\vec{h}^{\perp}$ ортогонален к этому подпространству. векторы $\vec{x}$ и $\vec{g}_L$ называются, соответственно, **наклонной** к подпространству L^m и **проекцией** наклонной $\vec{x}$ на подпространство L^m. Вектор $\vec{h}^{\perp}$ называется **перпендикуляром**, опущенным из конца наклонной $\vec{x}$ на подпространство L^m.

Пусть в евклидовом пространстве E^n зафиксирована система векторов

$$\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_m \right\} \left(m < n \right).$$

Обозначим $\vec{h}_m^{\perp}$ перпендикуляр, опущенный из конца вектора $\vec{x}_{m+1}$ на подпространство

$$L\left\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_m\right\} \ (m = 1, 2, \ldots, n-1).$$

Формула для вычисления объёма m-мерного параллелепипеда в пространстве E^n имеет вид:

$$V^2 = G\left(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_m\right) \equiv \begin{vmatrix} \left(\vec{x}_1, \vec{x}_1\right) & \left(\vec{x}_1, \vec{x}_2\right) & \ldots & \left(\vec{x}_1, \vec{x}_m\right) \\ \left(\vec{x}_2, \vec{x}_1\right) & \left(\vec{x}_2, \vec{x}_2\right) & \ldots & \left(\vec{x}_2, \vec{x}_m\right) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \left(\vec{x}_m, \vec{x}_1\right) & \left(\vec{x}_m, \vec{x}_2\right) & \ldots & \left(\vec{x}_m, \vec{x}_m\right) \end{vmatrix}.$$

Примеры с решением

Пример 2.2.1. Используя критерий Грама линейной зависимости системы векторов в евклидовом пространстве, выяснить вопрос о линейной зависимости системы векторов $\left\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3\right\} \subset R^3$, если имеют место разложения

$$\vec{x}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3, \ \vec{x}_2 = 2\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 7\vec{e}_3, \ \vec{x}_3 = 3\vec{e}_1 + 7\vec{e}_2 + 10\vec{e}_3.$$

Р е ш е н и е. Находим попарные скалярные произведения векторов системы:

$$\left(\vec{x}_1, \vec{x}_1\right) = 14, \left(\vec{x}_1, \vec{x}_2\right) = 33, \left(\vec{x}_1, \vec{x}_3\right) = 47.$$

$$\left(\vec{x}_2, \vec{x}_1\right) = 33, \left(\vec{x}_2, \vec{x}_2\right) = 78, \left(\vec{x}_2, \vec{x}_3\right) = 111,$$

$$\left(\vec{x}_3, \vec{x}_1\right) = 47, \left(\vec{x}_3, \vec{x}_2\right) = 111, \left(\vec{x}_3, \vec{x}_3\right) = 158.$$

Составляем определитель Грама и вычисляем его значение:

$$\begin{vmatrix} 14 & 33 & 47 \\ 33 & 78 & 111 \\ 47 & 111 & 158 \end{vmatrix} = 14 \cdot \begin{vmatrix} 78 & 111 \\ 111 & 158 \end{vmatrix} - 33 \cdot \begin{vmatrix} 33 & 111 \\ 47 & 158 \end{vmatrix} + 47 \cdot \begin{vmatrix} 33 & 78 \\ 47 & 111 \end{vmatrix} = 0.$$

В соответствие с критерием Грама система векторов $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3 \right\}$ является линейно зависимой. $\otimes$

Пример 2.2.2. Радиус-вектор $\vec{x}$ в пространстве R^3 имеет разложение по стандартному базису (рисунок 1)

$$\vec{x} = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3.$$

Обозначим координатную плоскость X^1OX^2 как L^2.

Представить вектор $\vec{x}$ в виде разложения

$$\vec{x} = \vec{g}_L + \vec{h}^{\perp},$$

где $\vec{g}_L \in L^2$, $\vec{h}^{\perp} \in L^{2^{\perp}}$.

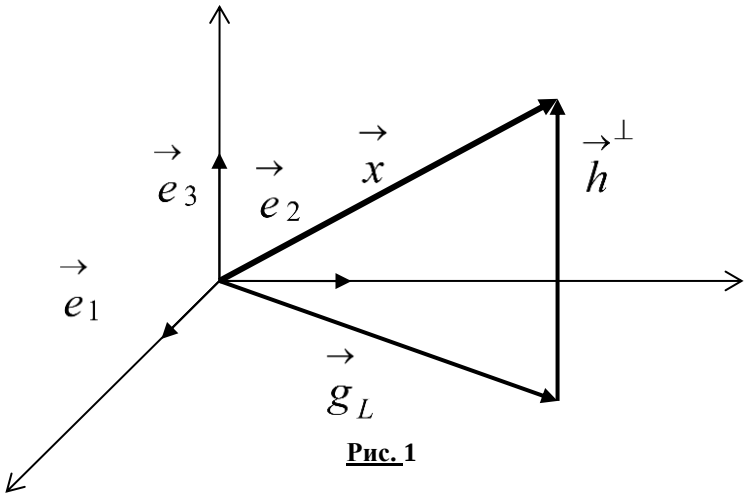


Рис. 1

Р е ш е н и е. Разложим вектор $\vec{g}_L$ по базису подпространства L^2:

$$\vec{g}_L = g^1\vec{e}_1 + g^2\vec{e}_2.$$

Вектор

$$\vec{h}^{\perp} = \vec{x} - \vec{g}_L \in L^{2^{\perp}}.$$

Следовательно, он ортогонален базису подпространства L^2. Запишем условия ортогональности вектора $\vec{h}^{\perp}$ подпространству L^2, состоящие в том, что вектор $\vec{h}^{\perp}$ должен быть ортогонален всем векторам базиса $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$:

$$\left(\vec{h}^{\perp}, \vec{e}_1\right) = 0,$$

$$\left(\vec{h}^{\perp}, \vec{e}_2\right) = 0.$$

Получаем СЛАУ

$$\begin{cases}\left(\vec{x} - \vec{g}_L, \vec{e}_1\right) = 0, \\ \left(\vec{x} - \vec{g}_L, \vec{e}_2\right) = 0,\end{cases}$$

которую перепишем в виде

$$\begin{cases}\left(g^1\vec{e}_1 + g^2\vec{e}_2, \vec{e}_1\right) = \left(3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3, \vec{e}_1\right), \\ \left(g^1\vec{e}_1 + g^2\vec{e}_2, \vec{e}_2\right) = \left(3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3, \vec{e}_2\right).\end{cases}$$

После простых преобразований имеем

$$\begin{cases}g^1 = 3, \\ g^2 = 4.\end{cases}$$

Таким образом, получаем

$$\vec{g}_L = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2.$$

Далее имеем:

$$\vec{h}^{\perp} = \vec{x} - \vec{g}_L = \left(3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3\right) - \left(3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2\right) = 5\vec{e}_3.$$

Окончательно получаем

$$\vec{x} = \vec{g}_L + \vec{h}^{\perp} = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3. \otimes$$

Пример 2.2.3. В пространстве R^4 опустить перпендикуляр из точки $P(-1; 5; 3; 2)$ на гиперплоскость H^3, проходящую через заданные точки

$$A_1(1; 4; 2; 0),\ A_2(3; 7; 3; 2),\ A_3(2; 6; 3; -1),\ A_4(1; 4; 5; 2).$$

Р е ш е н и е. В пространстве R^4 все координаты точек заданы в ортонормированном базисе, который обозначим $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\}$. Неявное уравнение гиперплоскости получено выше в примере 3.14 и имеет вид

$$23x^1 - 14x^2 + 2x^3 - 3x^4 + 29 = 0.$$

Там же записаны направляющие векторы гиперплоскости:

$$\vec{a}_1 = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 2\vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_3 = 3\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4.$$

Проверим, что точка $P(-1; 5; 3; 2)$ не лежит в плоскости, для чего подставим координаты точки в неявное уравнение плоскости:

$$23\cdot(-1) - 14\cdot 5 + 2\cdot 3 - 3\cdot 2 + 29 = -64 \neq 0.$$

Точка плоскости не принадлежит.

Поставим в соответствие точке $P(-1; 5; 3; 2)$ её радиус-вектор

$$\vec{x} = -\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4$$

– наклонную к плоскости. Представим наклонную в виде

$$\vec{x} = \vec{g}_L + \vec{h}^{\perp},$$

где вектор $\vec{g}_L \in H^3$, а вектор $\vec{h}^{\perp} \in H^{3\perp}$.

Вектор

$$\vec{h}^{\perp} = \vec{x} - \vec{g}_L \in H^{3\perp}.$$

Следовательно, он ортогонален локальному базису подпространства H^3. Запишем условия ортогональности вектора $\vec{h}^{\perp}$ подпространству H^3 (плоскость проходит через начало системы координат), состоящие в том, что вектор $\vec{h}^{\perp}$ должен быть ортогонален всем векторам базиса $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\}$:

$$\left(\vec{h}^{\perp},\vec{a}_1\right)=0,\left(\vec{h}^{\perp},\vec{a}_2\right)=0,\left(\vec{h}^{\perp},\vec{a}_3\right)=0.$$

Получаем СЛАУ

$$\left(\vec{x}-\vec{g}_L,\vec{a}_1\right)=0,$$

$$\left(\vec{x}-\vec{g}_L,\vec{a}_2\right)=0,$$

$$\left(\vec{x}-\vec{g}_L,\vec{a}_3\right)=0.$$

Представляя наклонную $\vec{g}_L$ разложением по направляющим векторам плоскости (по локальному базису), перепишем СЛАУ в виде

$$\left(g^1\vec{a}_1+g^2\vec{a}_2+g^3\vec{a}_3,\vec{a}_1\right)=\left(\vec{x},\vec{a}_1\right),$$

$$\left(g^1\vec{a}_1+g^2\vec{a}_2+g^3\vec{a}_3,\vec{a}_2\right)=\left(\vec{x},\vec{a}_2\right),$$

$$\left(g^1\vec{a}_1+g^2\vec{a}_2+g^3\vec{a}_3,\vec{a}_3\right)=\left(\vec{x},\vec{a}_3\right),$$

или в виде

$$\left(\vec{a}_1,\vec{a}_1\right)g^1+\left(\vec{a}_2,\vec{a}_1\right)g^2+\left(\vec{a}_3,\vec{a}_1\right)g^3=\left(\vec{x},\vec{a}_1\right),$$

$$\left(\vec{a}_1,\vec{a}_2\right)g^1+\left(\vec{a}_2,\vec{a}_2\right)g^2+\left(\vec{a}_3,\vec{a}_2\right)g^3=\left(\vec{x},\vec{a}_2\right),$$

$$\left(\vec{a}_1,\vec{a}_3\right)g^1+\left(\vec{a}_2,\vec{a}_3\right)g^2+\left(\vec{a}_3,\vec{a}_3\right)g^3=\left(\vec{x},\vec{a}_3\right).$$

Далее, находим значения попарных скалярных произведений векторов локального базиса на плоскости

$$G^T = \begin{pmatrix} (\vec{a}_1, \vec{a}_1) & (\vec{a}_2, \vec{a}_1) & (\vec{a}_3, \vec{a}_1) \\ (\vec{a}_1, \vec{a}_2) & (\vec{a}_2, \vec{a}_2) & (\vec{a}_3, \vec{a}_2) \\ (\vec{a}_1, \vec{a}_3) & (\vec{a}_2, \vec{a}_3) & (\vec{a}_3, \vec{a}_3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 1 \\ 7 & 1 & 13 \end{pmatrix}$$

и записываем СЛАУ в окончательном виде:

$$\begin{cases} 18g^1 + 7g^2 + 7g^3 = 20, \\ 7g^1 + 7g^2 + g^3 = 10, \\ 7g^1 + g^2 + 13g^3 = 13. \end{cases}$$

Решение Слау ищем по формулам Крамера.

1) Находим определитель основной матрицы:

$$\det \begin{pmatrix} 18 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 1 \\ 7 & 1 & 13 \end{pmatrix} = 738.$$

СЛАУ совместна и определённа.

2) Находим определители, соответствующие каждому неизвестному:

$$\Delta_1 = \det \begin{pmatrix} 20 & 7 & 7 \\ 10 & 7 & 1 \\ 13 & 1 & 13 \end{pmatrix} = -6306,$$

$$\Delta_2 = \det \begin{pmatrix} 18 & 20 & 7 \\ 7 & 10 & 1 \\ 7 & 13 & 13 \end{pmatrix} = 573,$$

$$\Delta_3 = \det \begin{pmatrix} 18 & 7 & 20 \\ 7 & 7 & 10 \\ 7 & 1 & 13 \end{pmatrix} = 471.$$

Записываем решение СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} g^1 \\ g^2 \\ g^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6306/738 \\ 573/738 \\ 471/738 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1051/123 \\ 191/123 \\ 157/123 \end{pmatrix}.$$

Записываем разложение проекции $\vec{g}_L$ на плоскость по локальному базису:

$$\vec{g}_L = -\frac{1051}{123}\vec{a}_1 + \frac{191}{123}\vec{a}_2 + \frac{157}{123}\vec{a}_3.$$

Теперь находим перпендикуляр:

$$\vec{h}^{\perp} = \vec{x} - \vec{g}_L = -\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4 - \left(-\frac{1051}{123}\vec{a}_1 + \frac{191}{123}\vec{a}_2 + \frac{157}{123}\vec{a}_3 \right).$$

Если теперь подставить в последнее равенство разложения векторов $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ по векторам ортонормированного базиса $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\}$, то получим вектор $\vec{h}$ – перпендикуляр, опущенный из конца наклонной $\vec{g}_L$ на плоскость H^3. $\otimes$

Пример 2.2.4.[*)] Записать матрицу оператора $\hat{P}^{\perp}_{x^1 o x^2}$ ортогонального проектирования на координатную плоскость X^1OX^2 в пространстве R^3.

Р е ш е н и е. Этот оператор любому вектору пространства R^3 ставит в соответствие его проекцию на координатную плоскость X^1OX^2 параллельно координатной оси OX^3. Согласно изложенной выше теории, оператор $\hat{P}^{\perp}_{x^1 o x^2}$ является прямой суммой единичного оператора

$$\hat{I}_{x^1 o x^2} : R^2_{x^1 o x^2} \to R^2_{x^1 o x^2}$$

и нулевого оператора

$$\hat{O}_{o x^3} : R^1_{o x^3} \to R^1_{o x^3}.$$

На главной диагонали его матрицы расположены 2×2 клетка вида

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

и 1×1 клетка вида (0). Остальные элементы равны нулю:

$$P^{\perp}_{x^1ox^2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Легко видеть, что оператор $\hat{P}^{\perp}_{x^1ox^2}$ является самосопряжённым.

Найдём, например, проекцию вектора $\vec{x}$ из предыдущей задачи на координатную плоскость X^1OX^2. Запишем для этого образ вектора

$$\vec{x} = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3$$

при действии оператора $\hat{P}^{\perp}_{x^1ox^2}$ в координатной форме

$$P^{\perp}_{x^1ox^2}\left|x\right\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Результат, очевидно, совпадает с результатом предыдущей задачи. $\otimes$

Практическое занятие 3. Поверхности второго порядка

Предварительные сведения

Квадратичной формой $\varphi\left(\vec{x}, \vec{x}\right)$ от n переменных называется формальное выражение

$$\varphi\left(\vec{x}, \vec{x}\right) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\varphi_{ij}x^i x^j \ ,$$

где $\varphi_{ij} = \varphi_{ji}$ $\left(i, j = 1, 2, \ldots, n\right)$ – симметрические вещественные коэффициенты.

При изменении базиса в пространстве в пространстве R^n матрица квадратичной формы преобразуется по закону

$$\Phi' = A^T \Phi A.$$

Квадратичная форма, определённая на векторах пространства R^n, является положительно определённой в том и только в том случае, если в каком-либо базисе $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_n\right\} \subset R^n$ все угловые миноры её матрицы $\phi_{ij}\left(\vec{a}_i, \vec{a}_j\right)$ положительны, то есть

$$M_1 = \varphi_{11} > 0,\ M_2 = \begin{vmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} \end{vmatrix} > 0,\ \ldots,$$

$$\ldots,\ M_n = \begin{vmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \ldots & \varphi_{1n} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \ldots & \varphi_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \varphi_{n1} & \varphi_{n2} & \ldots & \varphi_{nn} \end{vmatrix} > 0.$$

Поверхностью второго порядка в пространстве R^3 называется множество точек $\vec{x} \in R^3$, координаты которых удовлетворяют уравнению

$$\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} \phi_{ij} x^i x^j + 2\sum_{k=1}^{3} b_k x^k + c = 0.$$

В пространстве R^2 существуют две **кривые второго порядка**, называемые **центральными**. Эти кривые описываются каноническими уравнениями вида

$$\frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{x_2^2}{a_2^2} = 1,$$

$$\frac{x_1^2}{a_1^2} - \frac{x_2^2}{a_2^2} = 1$$

и называются, соответственно, **эллипсом** и **гиперболой**.

В пространстве R^3 существует три типа **невырожденные**, центральные поверхности второго порядка, определяемых каноническими уравнениями

$$\frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{x_2^2}{a_2^2} + \frac{x_3^2}{a_3^2} = 1,$$

$$\frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{x_2^2}{a_2^2} - \frac{x_3^2}{a_3^2} = 1,$$

$$\frac{x_1^2}{a_1^2} - \frac{x_2^2}{a_2^2} - \frac{x_3^2}{a_3^2} = 1.$$

Поверхности, задаваемые в пространстве R^3 этими уравнениями, называются соответственно, **эллипсоидом**, **однополостным гиперболоидом** и **двуполостным гиперболоидом**.

В трёхмерном пространстве R^3 существует **коническая поверхность** с каноническим уравнением

$$\frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{x_2^2}{a_2^2} - \frac{x_3^2}{a_3^2} = 0.$$

В пространстве R^3 существуют две невырожденные нецентральные поверхности с каноническими уравнениями:

$$\frac{x_1^2}{a_1^2}+\frac{x_2^2}{a_2^2}=2x_3$$

– **эллиптический параболоид**;

$$\frac{x_1^2}{a_1^2}-\frac{x_2^2}{a_2^2}=2x_3$$

– **гиперболический параболоид**.

В пространстве R^3 общий вид **вырожденной поверхности** получается параллельным переносом вдоль оси OX_3 какой-либо кривой второго порядка на плоскости X_1OX_2. При этом для эллипса, гиперболы и параболы получаются поверхности, носящие соответственно названия **эллиптический**, **гиперболический** и **параболический цилиндры**. Пара параллельных, пересекающихся или слившихся прямых приводит, соответственно, к **паре параллельных**, **пересекающихся** или **слившихся плоскостей**

Примеры с решением

Пример 2.3.1. Привести квадратичную форму, имеющую в пространстве R^3 вид

$$\varphi\left(\vec{x},\vec{x}\right)=3\left(x^2\right)^2+3\left(x^3\right)^2+4x^1x^2+4x^1x^3-2x^2x^3,$$

к каноническому виду ортогональным преобразованием.

Р е ш е н и е. Вид квадратичной формы задан в базисе

$$\left\{\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3\right\}\subset R^3.$$

Запишем симметричную матрицу квадратичной формы, для чего слагаемые с перекрёстными произведениями представим в виде суммы двух равных слагаемых:

$$\varphi\left(\vec{x},\vec{x}\right)=$$

$$=3\left(x^2\right)^2+3\left(x^3\right)^2+\left(2x^1x^2+2x^2x^1\right)+\left(2x^1x^3+2x^3x^1\right)-\left(x^2x^3+x^3x^2\right)=$$

$$=2x^1x^2+2x^1x^3+2x^2x^1+3\left(x^2\right)^2-x^2x^3+2x^3x^1-x^3x^2+3\left(x^3\right)^2.$$

Теперь матрица квадратичной формы принимает вид:

$$\Phi\left(\vec{x},\vec{x}\right)=\begin{pmatrix}0 & 2 & 2\\ 2 & 3 & -1\\ 2 & -1 & 3\end{pmatrix}.$$

Запишем характеристическое уравнение:

$$\begin{vmatrix} -\mu & 2 & 2 \\ 2 & 3-\mu & -1 \\ 2 & -1 & 3-\mu \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \mu^3 - 6\mu^2 + 32 = 0.$$

Корни характеристического уравнения $\mu_1 = -2,\ \mu_{2,3} = 4$.

Чтобы построить матрицу ортогонального преобразования найдём собственные векторы этого оператора. Для этого решим следующие системы линейных алгебраических уравнений.

1) Случай $\mu_1 = -2$. Система уравнений записывается в виде:

$$\begin{cases} 2x^1 + 2x^2 + 2x^3 = 0, \\ 2x^1 + 5x^2 - x^3 = 0, \\ 2x^1 - x^2 + 5x^3 = 0. \end{cases}$$

Решением этой системы уравнений является вектор-столбец

$$|x\rangle = \begin{pmatrix} -2a \\ a \\ a \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, первый собственный вектор

$$\vec{x}_1 = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

2) Случай $\mu_{2,3} = 4$. Система уравнений записывается в виде:

$$\begin{cases} -4x^1 + 2x^2 + 2x^3 = 0, \\ 2x^1 - x^2 - x^3 = 0, \\ 2x^1 - x^2 - x^3 = 0. \end{cases}$$

Решением этой системы уравнений является вектор-столбец

$$|x\rangle = \begin{pmatrix} \frac{a+b}{2} \\ a \\ b \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 1/2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, второй и третий собственные векторы

$$\vec{x}_2 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2,\ \vec{x}_3 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_3.$$

Векторы $\vec{x}_2$ и $\vec{x}_3$ ортогональны вектору $\vec{x}_1$, но не ортогональны между собой. Для ортогонализации системы собственных векторов применим алгоритм ортогонализации Шмидта. Положим

$$\vec{g}_1 = \vec{x}_1,\ \vec{g}_2 = \vec{x}_2,\ \vec{g}_3 = \vec{x}_3 + \alpha \vec{x}_2.$$

Так как должно быть $\left(\vec{g}_2, \vec{g}_3\right) = 0$, то

$$\left(\vec{x}_2, \vec{x}_3 + \alpha \vec{x}_2\right) = 0,\ \left(\vec{x}_2, \vec{x}_3\right) + \alpha\left(\vec{x}_2, \vec{x}_2\right) = 0.$$

Откуда

$$\frac{1}{4} + \frac{5}{4}\alpha = 0,\ \alpha = -\frac{1}{5}.$$

Приходим к ортогональной системе собственных векторов ассоциированного оператора:

$$\vec{g}_1 = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{g}_2 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2,\ \vec{g}_3 = \frac{2}{5}\vec{e}_1 - \frac{1}{5}\vec{e}_2 + \vec{e}_3,$$

$$\left\|\vec{g}_1\right\| = \sqrt{6},\ \left\|\vec{g}_2\right\| = \frac{\sqrt{5}}{2},\ \left\|\vec{g}_3\right\| = \frac{\sqrt{30}}{5}.$$

Нормируя эту систему, получаем:

$$\vec{h}_1 = -\frac{2}{\sqrt{6}}\vec{e}_1 + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{e}_2 + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{e}_3,$$

$$\vec{h}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\vec{e}_1 + \frac{2}{\sqrt{5}}\vec{e}_2,$$

$$\vec{h}_3 = \frac{2}{\sqrt{30}}\vec{e}_1 - \frac{1}{\sqrt{30}}\vec{e}_2 + \frac{5}{\sqrt{30}}\vec{e}_3.$$

Матрица ортогонального преобразования

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{30}} & -\frac{1}{\sqrt{30}} & \frac{5}{\sqrt{30}} \end{pmatrix}$$

осуществляет переход между ортонормированными базисами

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\} \Rightarrow \left\{\vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3\right\}$$

и, следовательно, является ортогональной. Учитывая, что для ортогональной матрицы выполняется условие

$$A^{-1} = A^T,$$

Запишем формулу преобразования матрицы квадратичной формы при переходе от старого базиса к новому базису:

$$\Phi' = \begin{pmatrix} -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{30}} & -\frac{1}{\sqrt{30}} & \frac{5}{\sqrt{30}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{30}} & -\frac{1}{\sqrt{30}} & \frac{5}{\sqrt{30}} \end{pmatrix}^T.$$

Проводя вычисления, получаем

$$\Phi' = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Обозначая координаты в базисе $\left\{\vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3\right\}$ как $\left\{y^1, y^2, y^3\right\}$, запишем канонический вид квадратичной формы

$$\phi\left(\vec{x}, \vec{x}\right) = -2\left(y^1\right)^2 + 4\left(y^2\right)^2 + 4\left(y^3\right)^2. \otimes$$

Пример 2.3.2. Найти значения параметра λ, при которых является положительно определённой квадратичная форма

$$\varphi\left(\vec{x}, \vec{x}\right) = 4\left(x^1\right)^2 + 2x^1x^2 + \left(x^2\right)^2 + 4x^1x^3 - 6x^2x^3 + \lambda\left(x^3\right)^2.$$

Р е ш е н и е. Выпишем матрицу квадратичной формы:

$$\Phi = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -3 \\ 2 & -3 & \lambda \end{pmatrix}.$$

Находя её главные миноры и применяя критерий Сильвестра, имеем:

$$M_1 = \varphi_{11} = 4 > 0;$$

$$M_2 = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 3 > 0;$$

$$M_3 = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -3 \\ 2 & -3 & \lambda \end{vmatrix} = 3\lambda - 52 > 0.$$

Следовательно, $\lambda > \frac{52}{3}$. $\otimes$

Пример 2.3.3. Выяснить, какую линию на плоскости описывает уравнение

$$x_1^2 + 2x_1 + x_2^2 - 4x_2 = 0.$$

Р е ш е н и е. Уравнение перепишем в виде

$$(x_1 + 1)^2 + (x_2 - 2)^2 = 5.$$

Вводим новые координаты по формулам

$$x_{1'} = x_1 + 1,\ x_{2'} = x_2 - 1.$$

Эти формулы описывают параллельный перенос начала системы координат в точку $O'(-1; 2)$, в которой уравнение принимает вида

$$x_{1'}^2 + x_{2'}^2 = 5.$$

Это уравнение, очевидно, описывает окружность с центром в точке $O'(-1; 2)$ радиуса $R = \sqrt{5}$. $\otimes$

Пример 2.3.4. Какую линию описывает уравнение

$$x_2 = 1 - \sqrt{11 - 4x_1 - x_1^2}\ .$$

Р е ш е н и е. Уравнение переписываем в виде

$$x_2 - 1 = -\sqrt{11 - 4x_1 - x_1^2}$$

и возводим обе части в квадрат (приобретаем новые корни)

$$(x_2 - 1)^2 = 11 - 4x_1 - x_1^2.$$

Преобразуем уравнение, выделяя полный квадрат:

$$x_1^2 + 4x_1 + 4 + (x_2 - 1)^2 = 15,$$

$$(x_1 + 2)^2 + (x_2 - 1)^2 = 15.$$

Это уравнение описывает часть окружности с центром в точке $O'(-2; 1)$ радиуса $R = \sqrt{15}$, лежащую ниже новой горизонтальной оси с уравнением $x_2 = 1$. $\otimes$

Пример 2.3.5. Какую линию на плоскости описывает уравнение

$$x_1^2 - 4x_1 + x_2^2 - 2x_2 + 5 = 0.$$

Р е ш е н и е. Уравнение запишем в виде

$$(x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2 = 0.$$

Это уравнение описывает точку $M(2;1)$. $\otimes$

Пример 2.3.6. Какую линию на плоскости описывает уравнение

$$100x_1^2 + 25x_2^2 + 200x_1 - 100x_2 - 200 = 0.$$

Р е ш е н и е. Уравнение переписываем в виде

$$100(x_1 + 1)^2 + 25(x_2 - 2)^2 = 400$$

и делим обе части на 400:

$$\frac{(x_1 + 1)^2}{4} + \frac{(x_2 - 2)^2}{16} = 1.$$

Это каноническое уравнение эллипса с центром в точке $O'(-1; 2)$ и полуосями $a = 2$ и $b = 4$. $\otimes$

Пример 2.3.7. Какую линию на плоскости описывает уравнение

$$x_1 = -2\sqrt{-5 - 6x_2 - x_2^2}\,.$$

Р е ш е н и е. Уравнение преобразуем к виду

$$x_1^2 + 4(x_2 + 3)^2 = 16,$$

возводя обе части в квадрат. Делим обе части на 16:

$$\frac{x_1^2}{16} + \frac{(x_2 + 3)^2}{4} = 1.$$

Уравнение описывает часть эллипса с центром в точке $O'(0; -3)$ и полуосями $a = 4$ и $b = 2$, лежащую слева относительно оси OX_2. $\otimes$

Пример 2.3.8. Линия второго порядка задана в каноническом (ортонормированном) базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\} \subset R^2$ уравнением

$$11(x^1)^2 - 20x^1x^2 - 4(x^2)^2 - 20x^1 - 8x^2 + 1 = 0.$$

Привести уравнение линии к каноническому виду и определить её тип.

Р е ш е н и е. Рассмотрим квадратичную форму

$$\varphi\left(\vec{x}, \vec{x}\right) = 11(x^1)^2 - 20x^1x^2 - 4(x^2)^2 =$$

$$= 11(x^1)^2 - 10x^1x^2 - 10x^2x^1 - 4(x^2)^2$$

Матрица квадратичной формы имеет вид

$$\Phi = \begin{pmatrix} 11 & -10 \\ -10 & -4 \end{pmatrix}.$$

Квадратичной форме $\varphi\left(\vec{x}, \vec{x}\right)$ ставим в соответствие симметрический оператор $\hat{T}$ с матрицей $T = \Phi$ и записываем характеристическое уравнение:

$$\det\begin{pmatrix} t_1^1 - \mu & t_2^1 \\ t_1^2 & t_2^2 - \mu \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 11-\mu & -10 \\ -10 & -4-\mu \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$\mu^2 - 7 \cdot \mu - 144 = 0.$$

Корни характеристического уравнения $\mu_1 = -9$ и $\mu_2 = 16$. Находим собственные векторы оператора $\hat{T}$, соответствующие собственным значениям $\mu_1 = -9$ и $\mu_2 = 16$, для чего решаем две однородные СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} 20 & -10 \\ -10 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 20x^1 - 10x^2 = 0, \\ -10x^1 + 5x^2 = 0, \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} -5 & -10 \\ -10 & -20 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -5x^1 - 10x^2 = 0, \\ -10x^1 - 20x^2 = 0. \end{cases}$$

Фундаментальная система решений первой СЛАУ приводит к первому собственному вектору

$$\vec{x}_1 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2,$$

а фундаментальная система решений второй – ко второму собственному вектору

$$\vec{x}_2 = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2.$$

Эти векторы ортогональны, но не нормированы. Нормируем их:

$$\vec{a}_1 = \frac{1}{\left\|\vec{x}_1\right\|}\vec{x}_1 = \frac{2}{\sqrt{5}}\left(\frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2\right) = \frac{1}{\sqrt{5}}\vec{e}_1 + \frac{2}{\sqrt{5}}\vec{e}_2;$$

$$\vec{a}_2 = \frac{1}{\left\|\vec{x}_2\right\|}\vec{x}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(-2\vec{e}_1 + \vec{e}_2\right) = -\frac{2}{\sqrt{5}}\vec{e}_1 + \frac{1}{\sqrt{5}}\vec{e}_2.$$

Матрица перехода от старого базиса к новому базису имеет вид:

$$A=\begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} \\ -2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix}.$$

Преобразование от нового базиса к старому осуществляется при помощи обратной матрицы, которая в силу ортогональности матрицы A равна транспонированной к ней, то есть

$$A^{-1}=\begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & -2/\sqrt{5} \\ 2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix}.$$

Координаты в новом базисе выражаются через координаты в старом базисе при помощи матрицы

$$\left(A^{-1}\right)^T=\left(A^T\right)^T=A,$$

обратный переход от новых координат к старым производится при помощи матрицы A^{-1}. Имеем:

$$\begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} \\ -2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & -2/\sqrt{5} \\ 2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix}.$$

В базисе $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\}$ квадратичная форма приводится к каноническому виду

$$\mu_1\left(y^1\right)^2+\mu_2\left(y^2\right)^2=-9\left(y^1\right)^2+16\left(y^2\right)^2.$$

Линейные слагаемые преобразуются так:

$$-20x^1=-\frac{20}{\sqrt{5}}y^1+\frac{40}{\sqrt{5}}y^2;$$

$$-8x^2=-\frac{16}{\sqrt{5}}y^1-\frac{8}{\sqrt{5}}y^2.$$

Подстановка в уравнение приводит его к виду:

$$-9\left(y^1\right)^2+16\left(y^2\right)^2-\frac{36}{\sqrt{5}}y^1+\frac{32}{\sqrt{5}}y^2+1=0.$$

Выделяя полный квадрат по y^1, y^2 и приводя подобные члены, получаем каноническое уравнение линии в виде

$$-9\left(y^1+\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2+16\left(y^2+\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2+5=0,$$

Откуда совершая параллельный перенос, то есть полагая

$$z^1 = y^1 + \frac{2}{\sqrt{5}},\ z^2 = y^2 + \frac{1}{\sqrt{5}},$$

окончательно имеем:

$$\frac{\left(z^1\right)^2}{5/9} - \frac{\left(z^2\right)^2}{5/16} = 1.$$

Получили каноническое уравнение линии второго порядка – гиперболы. Отметим, что матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} \\ -2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix}$$

перехода от старого базиса к новому базису является матрицей оператора (аффинора) поворота системы координат на такой угол φ, что $\cos\varphi = 1/\sqrt{5}$ и $\sin\varphi = 2/\sqrt{5}$. Далее, в соответствии с формулами

$$z^1 = y^1 + \frac{2}{\sqrt{5}},\ z^2 = y^2 + \frac{1}{\sqrt{5}},$$

осуществляется параллельный перенос начала системы координат в новое положение – точку с координатами $O'\left(-\frac{2}{\sqrt{5}}, -\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$. $\otimes$

Пример 2.3.9. Поверхность второго порядка задана в каноническом (ортонормированном) базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\} \subset R^3$ уравнением

$$3x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3 - 12\sqrt{30}x_1 -$$
$$-14\sqrt{30}x_2 + 2\sqrt{30}x_3 + 506 = 0.$$

Привести уравнение поверхности к каноническому виду и определить её тип.

Р е ш е н и е. Рассмотрим квадратичную форму

$$\varphi\left(\vec{x}, \vec{x}\right) = 3x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3.$$

Матрица квадратичной формы

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Собственные значения ассоциированного оператора $\mu_1 = -2,\ \mu_{2,3} = 4$. Собственные векторы

$$\vec{x}_1 = -\frac{2}{\sqrt{6}}\vec{e}_1 + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{e}_2 + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{e}_3,$$
$$\vec{x}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\vec{e}_1 + \frac{2}{\sqrt{5}}\vec{e}_2 + 0\,\vec{e}_3,$$
$$\vec{x}_3 = \frac{2}{\sqrt{30}}\vec{e}_1 - \frac{1}{\sqrt{30}}\vec{e}_2 + \frac{5}{\sqrt{30}}\vec{e}_3.$$

Это ортонормированная система. Матрица перехода от старого базиса к новому базису получается непосредственно из приведённых разложений:

$$A = \begin{pmatrix} -2/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} & 0 \\ 2/\sqrt{30} & -1/\sqrt{30} & 5/\sqrt{30} \end{pmatrix}$$

и является ортогональной ($A^{-1} = A^T$).

Преобразование координат осуществляется с помощью матрицы A

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} & 0 \\ 2/\sqrt{30} & -1/\sqrt{30} & 5/\sqrt{30} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1'} \\ x_{2'} \\ x_{3'} \end{pmatrix}$$

и приводит квадратичную форму к виду

$$\varphi\left(\vec{x}, \vec{x}\right) = 4x_{1'}^2 - 2x_{2'}^2 + 4x_{3'}^2.$$

Линейные члены преобразуются так:

$$-12\sqrt{30}x_1 - 14\sqrt{30}x_2 + 2\sqrt{30}x_3 = -40\sqrt{6}x_{1'} + 12\sqrt{5}x_{2'}.$$

В новой системе координат уравнение поверхности принимает вид:

$$4x_{1'}^2 - 2x_{2'}^2 + 4x_{3'}^2 - 40\sqrt{6}x_{1'} + 12\sqrt{5}x_{2'} + 506 = 0.$$

Выделяя полные квадраты, приводим уравнение к виду

$$4\left(x_{1'} - 5\sqrt{6}\right)^2 - 2\left(x_{2'} - 3\sqrt{5}\right)^2 + 4x_{3'}^2 - 4 = 0.$$

Вводя обозначения $y_1 = x_{1'} - 5\sqrt{6}$, $y_2 = x_{2'} - 3\sqrt{5}$, $y_3 = x_{3'}$, получаем следующий вид уравнения:

$$y_1^2 - \frac{y_2^2}{2} + y_3^2 = 1.$$

Получили уравнение однополостного гиперболоида. $\otimes$

Задания для самостоятельной работы

1. Найти собственные значения и собственные подпространства линейного оператора

$$\hat{A}: R^3 \to R^3,$$

имеющего в каноническом базисе пространства $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\} \subset R^3$ матрицу:

1) $A = \begin{pmatrix} -1 & -5 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \\ 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$; 2) $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Найти собственные значения и собственные подпространства линейного оператора $\hat{A}: R^3 \to R^3$, действие которого задано приведёнными ниже координатные равенства: $\left(\forall \vec{x} \in R^3\right)$

1) $A\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ 2x^2 \\ 3x^3 \end{pmatrix}$; 2) $A\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^1 + x^2 \\ x^1 + x^2 + x^3 \end{pmatrix}$;

3) $A\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 - x^2 \\ 0 \\ x^1 + x^2 \end{pmatrix}$; 4) $A\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$;

5) $A\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix}$; 6) $A\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ 0 \\ x^3 \end{pmatrix}$.

3. Линейный оператор $\hat{T}: E^3 \to E^3$ в некотором ортонормированном базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\}$ задан матрицей:

1) $T=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$; 2) $T=\begin{pmatrix} 17 & -8 & 4 \\ -8 & 17 & -4 \\ 4 & -4 & 11 \end{pmatrix}$;

3) $T=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 2 & -2 & -2 \\ -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$; 4) $T=\begin{pmatrix} 5 & -2 & 4 \\ -2 & 8 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

Построить в пространстве E^3 ортонормированный базис собственных векторов оператора $\hat{T}$ и записать матрицу оператора $\hat{T}$ в этом базисе.

4. Пусть в пространстве зафиксирован канонический базис

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\} \subset R^3$$

и пусть дан некоторый линейный оператор $\hat{A}: R^3 \to R^3$. Показать, что линейные оболочки следующего вида

$$L\left\{\vec{e}_1\right\}, L\left\{\vec{e}_2\right\}, L\left\{\vec{e}_3\right\}, L\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}, L\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_3\right\}, L\left\{\vec{e}_2, \vec{e}_3\right\}$$

являются инвариантными подпространствами относительно оператора $\hat{A}$.

5. Пусть подпространства $L_1 \subset X^n$ и $L_2 \subset X^n$ инвариантны относительно оператора

$$\hat{A}: X^n \to X^n.$$

Показать, что подпространства $L_1 + L_2$ и $L_1 \bigcap L_2$ также инвариантны относительно оператора $\hat{A}$.

6. Показать, что если $L \subset X^n$ – инвариантное подпространство оператора

$$\hat{A}: X^n \to X^n,$$

то L является инвариантным подпространством и относительно операторного многочлена

$$\hat{F}\left(\hat{A}\right) = a_0 \hat{I} + a_1 \hat{A} + a_2 \hat{A}^2 + \ldots + a_m \hat{A}^m .$$

7. Пусть $\hat{A}: X^n \to X^n$ – некоторый линейный оператор. Доказать, что если оператор $\hat{A}$ биективный, то его инвариантные подпространства являются инвариантными и относительно оператора $\hat{A}^{-1}$.

8. Пусть $\hat{T}: R^2 \to R^2$ имеет матрицу

$$T = \begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 \\ t_1^2 & t_2^2 \end{pmatrix}.$$

Найти все инвариантные подпространства оператора $\hat{T}$, если

$$T = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

9. Пусть $\hat{T}: R^3 \to R^3$ имеет матрицу

$$T = \begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix}.$$

Найти все инвариантные подпространства оператора $\hat{T}$, если

1) $T = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$; 2) $T = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

10. Пусть $\hat{T}: R^4 \to R^4$ имеет матрицу

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Найти все собственные значения и собственные подпространства оператора $\hat{T}$.

Показать, что линейная оболочка

$$L\left\{\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2,\ \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 2\vec{e}_4\right\}$$

является инвариантным подпространством оператора $\hat{T}$.

11. Получить параметрические и неявные уравнения плоскости $H^m \subset R^n$, проходящей через заданные точки

$A_1(0; 6; 3; 5; 1)$, $A_2(-3; 2; 4; 1; 0)$,
$A_3(5; 1; 4; 3; 2)$, $A_4(-1; 3; -4; 2; -1)$.

12. Используя критерий Грама линейной зависимости системы векторов в евклидовом пространстве, выяснить вопрос о линейной зависимости системы векторов $\left\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3\right\} \subset R^3$:

1) $\vec{x}_1 = -3\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 5\vec{e}_3$,
$\vec{x}_2 = 6\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3$\$
2) $\vec{x}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3$,
$\vec{x}_2 = 4\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 6\vec{e}_3$,
$\vec{x}_3 = 7\vec{e}_1 + 8\vec{e}_2 + 9\vec{e}_3$.

13. Используя критерий Грама линейной зависимости системы векторов в евклидовом пространстве, выяснить вопрос о линейной зависимости системы векторов $\left\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3, \vec{x}_4\right\} \subset R^4$:

$\vec{x}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4$,
$\vec{x}_2 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 - \vec{e}_3 + \vec{e}_4$,
$\vec{x}_3 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4$,
$\vec{x}_4 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3 - \vec{e}_4$.

14. Пусть $L^3\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\}$ – линейное многообразие в E^4, а $\vec{x}$ – наклонная к многообразию L^3. Найти наименьший угол между вектором $\vec{x}$ и многообразием L^3, если:

$\vec{x} = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3 + 4\vec{e}_4$,
$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4$,
$\vec{a}_2 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 + \vec{e}_4$,
$\vec{a}_3 = \vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 3\vec{e}_4$.

15. В ортонормированном базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\}$ пространства E^4 задана система векторов

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3 + 4\vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_3 = 3\vec{e}_1 - 6\vec{e}_3 - 13\vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_4 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3 + 9\vec{e}_4.$$

1) Выяснить, является ли эта система векторов линейно независимой.

2) Найти объём параллелепипеда, построенного на тройке векторов $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\}$.

3) Используя процесс ортогонализации Шмидта, построить на их основе новый ортонормированный базис пространства R^4.

16. В пространстве R^5 найти ортонормированный базис ортогонального дополнения линейной оболочки системы векторов:

1) $\vec{a}_1 = 5\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 2\vec{e}_4 + 2\vec{e}_5,$
$\vec{a}_2 = 9\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 6\vec{e}_3 - 4\vec{e}_4,$
$\vec{a}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 6\vec{e}_3 - \vec{e}_5;$

2) $\vec{a}_1 = 4\vec{e}_1 + 10\vec{e}_2 - \vec{e}_3 + 4\vec{e}_4 - 2\vec{e}_5,$
$\vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3 - 2\vec{e}_4,$
$\vec{a}_3 = 2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - \vec{e}_3 + \vec{e}_5.$

17. Систему строк матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

дополнить двумя строками так, чтобы вся система стала ортогональной.

18. В пространстве R^4 даны две плоскости H_1 и H_2 с направляющими векторами

$$\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\} \subset H_1, \left\{\vec{b}_1, \vec{b}_2\right\} \subset H_2,$$

соответственно. Найти наименьший угол, образованный векторами первой плоскости с векторами второй плоскости, если:

1) $\vec{a}_1 = \vec{e}_1, \vec{a}_2 = \vec{e}_2,$
$\vec{b}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4, \vec{b}_2 = 2\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4;$

2) $\vec{a}_1 = \vec{e}_1, \vec{a}_2 = \vec{e}_2,$
$\vec{b}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4, \vec{b}_2 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4$

19. Выяснить, какую линию на плоскости описывает уравнение:

1) $x_2 = -1 - \frac{3}{5}\sqrt{26 - 2x_1 + x_1^2}$;

2) $x_1 = -4x_2^2 + 8x_2 - 1;$

3) $x_1 = 2 - \sqrt{3 - x_2}$.

20. Привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка:

1) $17x_1^2 + 12x_1x_2 + 8x_2^2 - 80 = 0;$

2) $4x_1x_2 + 3x_2^2 + 16 = 0.$

21. Привести к каноническому виду уравнение поверхности второго порядка:

1) $2x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 - 4x_2x_3 + \frac{4}{3}x_1 - \frac{16}{3}x_2 + \frac{32}{3}x_3 + 10 = 0;$

2) $\alpha x_1 - 3\sqrt{2}x_2 + 2\sqrt{3}x_3 - 7 = 0,$

где $\alpha = 5$ или $\alpha = 0.$

ЧАСТЬ 3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ И ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОГО ПЕРЕМЕННОГО

Практическое занятие 1. Понятие предела числовой последовательности

Предварительные сведения

Если каждому натуральному числу n по некоторому закону ставится в соответствие вполне определённое действительное число, то говорят, что задана **бесконечная числовая последовательность**

$$\left(a_n\right)=a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{n-1}, a_n, a_{n+1}, \ldots.$$

Числа $a_n \ \left(n=1, 2, 3, \ldots\right)$ называются **элементами** (**членами**) последовательности $\left(a_n\right)$.

Числовая последовательность $\left(a_n\right)$ называется **монотонно возрастающей** (**монотонно убывающей**), если

$$\left(\forall n \in N\right):\ a_n \le a_{n+1} \ \left(a_n \ge a_{n+1}\right),$$

и **строго монотонно возрастающей** (**строго монотонно убывающей**), если

$$\left(\forall n \in N\right):\ a_n < a_{n+1} \ \left(a_n > a_{n+1}\right).$$

Пусть $\varepsilon \in R^1 \ \left(\varepsilon > 0\right)$ и $x_0 \in R^1$. Тогда множество

$$U_\varepsilon\left(x_0\right) \overset{def}{=} \left\{x \in R^1 : \left|x - x_0\right| < \varepsilon\right\}$$

называется ε **-окрестностью** числа (точки) x_0.

Последовательность $\left(x_n\right)$ действительных чисел **сходится к действительному числу** x_0, если для каждого (сколь угодно малого) положительного числа ε найдётся номер n_0, такой, что начиная с этого номера, то есть, для всех номеров $n \ge n_0$, выполняется неравенство

$$\left|x_n - x_0\right| < \varepsilon.$$

Пусть $\left(x_n\right)$ и $\left(y_n\right)$ – числовые последовательности, сходящиеся, соответственно, к пределам x_0 и y_0:

$$\lim\limits_{n\to\infty} x_n = x_0,\ \lim\limits_{n\to\infty} y_n = y_0.$$

Тогда справедливы следующие утверждения:

1) если $x_n \equiv c$, где c – некоторая постоянная величина (число), то

$$\lim\limits_{n\to\infty} x_n = c;$$

2) существует предел $\lim\limits_{n\to\infty}\left(x_n + y_n\right)$, причём

$$\lim\limits_{n\to\infty}\left(x_n + y_n\right) = \lim\limits_{n\to\infty} x_n + \lim\limits_{n\to\infty} y_n = x_0 + y_0;$$

3) существует предел $\lim\limits_{n\to\infty}\left(x_n \cdot y_n\right)$, причём

$$\lim\limits_{n\to\infty}\left(x_n \cdot y_n\right) = \lim\limits_{n\to\infty} x_n \cdot \lim\limits_{n\to\infty} y_n = x_0 y_0;$$

4) если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n \ne 0$, то существует предел $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{x_n}$, причём

$$\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{x_n} = \frac{1}{\lim\limits_{n\to\infty} x_n} = \frac{1}{x_0}.$$

Примеры с решением

Пример 3.1.1. Показать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n+1}{n}=1.$

Р е ш е н и е. Действительно, для произвольного $\varepsilon>0$ имеем:

$$\left|\frac{n+1}{n}-1\right|<\varepsilon \Rightarrow \left|\frac{n+1}{n}-1\right|=\left|\frac{n+1-n}{n}\right|=\frac{1}{n}<\varepsilon\Rightarrow n>\frac{1}{\varepsilon}.$$

Таким образом, для любого наперёд заданного $\varepsilon>0$ мы нашли номер $n_0=\left[\dfrac{1}{\varepsilon}\right]+1$, такой, что $\left(\forall\, n\ge n_0\right)\left|\dfrac{n+1}{n}-1\right|<\varepsilon$, следовательно, 1 является пределом данной последовательности. $\otimes$

Пример 3.3.1.2. Доказать существование предела последовательности с общим членом

$$x_n=\frac{1}{2+1}+\frac{1}{2^2+1}+\frac{1}{2^3+1}+\ldots+\frac{1}{2^n+1}.$$

Р е ш е н и е. Покажем, что данная последовательность монотонна и ограничена. Из формулы общего члена последовательности имеем:

$$x_{n+1}=x_n+\frac{1}{2^{n+1}+1}\Rightarrow x_{n+1}>x_n,$$

то есть последовательность монотонно возрастает и ограничена снизу, например, первым элементом x_1. При любом n, очевидно, $\dfrac{1}{2^n+1}<\dfrac{1}{2^n}$. Последовательность ограничена сверху:

$$x_n=\frac{1}{2+1}+\frac{1}{2^2+1}+\frac{1}{2^3+1}+\ldots+\frac{1}{2^n+1}<\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\ldots+\frac{1}{2^n}=$$

$$=\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{2^{n+1}}}{1-\frac{1}{2}}=1-\frac{1}{2^n}<1.$$

Последовательность монотонна и ограничена, следовательно, по критерию сходимости имеет предел. $\otimes$

Пример 3.3.1.3. Доказать, что последовательность $\left(x_n\right)$ есть бесконечно малая последовательность, если

1) $x_n=\dfrac{(-1)^{n+1}}{n}$; 2) $x_n=\dfrac{2n}{n^3+1}$; 3) $x_n=\dfrac{1}{n!}$; 4) $x_n=(-1)^n\cdot 0{,}999^n$.

Составить для каждого случая таблицу следующего вида:

ε	0,1	0,001	0,0001	…
n_0				

Р е ш е н и е. 1) По определению

$$(\forall \varepsilon > 0)\ (\exists n_0 \in N)\colon (\forall n \ge n_0)\ \left|\frac{(-1)^{n+1}}{n} - 0\right| < \varepsilon.$$

Решаем неравенство:

$$\left|\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right| < \varepsilon \Rightarrow \frac{1}{n} < \varepsilon \Rightarrow n > \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow n > \left[\frac{1}{\varepsilon}\right] \Rightarrow n_0 = \left[\frac{1}{\varepsilon}\right] + 1.$$

Таким образом, по произвольному положительному числу ε мы нашли номер $n_0 = n_0(\varepsilon)$ такой, что начиная с этого номера, выполнено определение предела последовательности. Следовательно, последовательность имеет предел, который равен

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 0.$$

Таким образом, последовательность является бесконечно малой последовательностью.

Пусть, например, $\varepsilon = 0{,}1$. Тогда

$$n_0 = \left[\frac{1}{1/10}\right] + 1 = 11.$$

И так далее, для указанных в таблице значений ε. Искомая таблица принимает вид:

ε	0,1	0,001	0,0001	…
n_0	11	1001	10001	…

2) По определению

$$(\forall \varepsilon > 0)\ (\exists n_0 \in N)\colon (\forall n \ge n_0)\ \left|\frac{2n}{n^3+1} - 0\right| < \varepsilon.$$

Решаем неравенство:

$$\left|\frac{2n}{n^3+1}\right| < \varepsilon \Rightarrow \frac{2n}{n^3} < \varepsilon \Rightarrow \frac{2}{n^2} < \varepsilon \Rightarrow \frac{n^2}{2} > \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow n > \sqrt{\frac{2}{\varepsilon}} \Rightarrow$$

$$n > \left[\sqrt{\frac{2}{\varepsilon}}\right] \Rightarrow n_0 = \left[\sqrt{\frac{2}{\varepsilon}}\right] + 1.$$

Таким образом, по произвольному положительному числу ε мы нашли номер $n_0 = n_0(\varepsilon)$ такой, что начиная с этого номера, выполнено определение предела последовательности. Следовательно, последовательность имеет предел, который равен

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty} \frac{2n}{n^3+1} = 0.$$

Таким образом, последовательность является бесконечно малой последовательностью.

Пусть, например, $\varepsilon = 0{,}1$. Тогда

$$n_0 = \left[\sqrt{\frac{2}{1/10}}\right] + 1 \approx [4{,}472] + 1 = 5.$$

И так далее, для указанных в таблице значений ε. Искомая таблица принимает вид:

ε	0,1	0,001	0,0001	…
n_0	5	46	142	…

Остальные примеры решаются аналогично и предлагаются для самостоятельного решения. $\otimes$

Пример 3.3.1.4. Найти предел последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{2n^2}{n^2-1}.$$

Р е ш е н и е. Преобразуем общий член последовательности:

$$x_n = \frac{2n^2}{n^2-1} = 2\cdot\frac{n}{n-1}\cdot\frac{n}{n+1} = 2\cdot\frac{1}{1-\frac{1}{n}}\cdot\frac{1}{1+\frac{1}{n}}.$$

Используя правила действий с пределами последовательностей, имеем:

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty}\frac{2n^2}{n^2-1} = 2\cdot\frac{1}{1-\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}}\cdot\frac{1}{1+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}} = 2. \otimes$$

Пример 3.3.1.5. Вычислить предел последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{(2n+1)\cdot(3n+1)}{n^2}.$$

Р е ш е н и е. Преобразуем общий член последовательности:

$$x_n = \frac{(2n+1)\cdot(3n+1)}{n^2} = \frac{2n+1}{n}\cdot\frac{3n+1}{n} = \left(2+\frac{1}{n}\right)\cdot\left(3+\frac{1}{n}\right).$$

Используя правила действий с пределами, имеем:

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty} \frac{(2n+1)\cdot(3n+1)}{n^2} = \lim_{n\to\infty}\left(2+\frac{1}{n}\right)\cdot\lim_{n\to\infty}\left(3+\frac{1}{n}\right) = 2\cdot 3 = 6. \otimes$$

Пример 3.3.1.6. Найти предел последовательности с общим членом

$$x_n = \sqrt{n^2+n} - n.$$

Р е ш е н и е. Имеем неопределённость вида $[\infty - \infty]$. Преобразуем формулу для общего члена:

$$\sqrt{n^2+n} - n = \frac{\left(\sqrt{n^2+n} - n\right)\left(\sqrt{n^2+n} + n\right)}{\sqrt{n^2+n} + n} = \frac{n}{\sqrt{n^2+n} + n} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{n}} + 1}.$$

Вычисляем предел последовательности:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{n}} + 1} = \frac{1}{\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{1+\frac{1}{n}} + 1} = \frac{1}{2}. \otimes$$

Пример 3.3.1.7. Вычислить предел последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \ldots + \frac{1}{n\cdot(n+1)}.$$

Р е ш е н и е. Преобразуем формулу для общего члена последовательности:

$$x_n = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \ldots + \frac{1}{n\cdot(n+1)} = \left(1-\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right) =$$

$$= 1 - \frac{1}{n+1}.$$

Теперь

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \ldots + \frac{1}{n\cdot(n+1)}\right) = \lim_{n\to\infty}\left(1 - \frac{1}{n+1}\right) = 1. \otimes$$

Пример 3.3.1.8 (неперово число e). Показать, что последовательность с общим членом

$$x_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$$

сходится, то есть, существует предел

$$\lim_{n\to\infty} x_n \equiv \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e.$$

Р е ш е н и е. Приведём значение этого числа, применяемое в обычных расчётах, не требующих слишком большой точности: $e = 2{,}71828\ldots$

Приступим к строгому исследованию данного предела. Докажем сходимость последовательность $x_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$.

Покажем, что

$$(\forall b > -1) \wedge (\forall n \in N)\ (1+b)^n \geq 1+nb.$$

Для этого применим индукцию по n:

1) при $n=1$ имеем $1+b \geq 1+b$, что всегда выполняется;

2) предположим, что $(\forall n = k)\ (1+b)^k \geq 1+kb$;

3) покажем, что $(\forall b > -1) \wedge (n = k+1)\ (1+b)^{k+1} \geq 1+(k+1)b$.

Справедливость заключения следует из цепочки выкладок:

$$(1+b)^{k+1} = (1+b)^k (1+b) \geq (1+b)(1+kb) = 1+kb+b+kb^2 \geq 1+(k+1)b,$$

так как $kb^2 > 0$.

Так как неравенство справедливо при $n=1$, оно справедливо и при любом $n \in N$. Итак, $(\forall b > -1)$ и $(\forall n \in N)$

$$(1+b)^n \geq 1+nb. \qquad (1)$$

Рассмотрим последовательность с общим членом

$$y_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}.$$

Для этой последовательности

$$\frac{y_{n-1}}{y_n} = \frac{\left(1+\frac{1}{n-1}\right)^n}{\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}} = \frac{n^{2n+1}\cdot(n-1)}{(n-1)^n\cdot(n+1)^{n+1}\cdot(n-1)} =$$

$$= \frac{\left(n^2\right)^{n+1}\cdot(n-1)}{\left(n^2-1\right)^{n+1}\cdot n} = \frac{\left(n^2-1+1\right)^{n+1}}{\left(n^2-1\right)^{n+1}}\cdot\frac{n-1}{n} =$$

$$= \left(\frac{n^2-1+1}{n^2-1}\right)^{n+1}\cdot\frac{n-1}{n} = \left(1+\frac{1}{n^2-1}\right)^{n+1}\cdot\frac{n-1}{n} \geq \{используем(1)\} \geq$$

$$\geq \left(1+(n+1)\cdot\frac{1}{n^2-1}\right)\cdot\frac{n-1}{n} = \left(1+\frac{1}{n-1}\right)\cdot\frac{n-1}{n} = 1.$$

Таким образом,

$$(\forall n \in N)\ \frac{y_{n-1}}{y_n} \geq 1$$

а, следовательно, $y_n \le y_{n-1}$, то есть, последовательность с общим членом

$$y_n = \left(1+1/n\right)^{n+1}$$

монотонно убывает. Так как

$$\left(1+1/n\right)^{n+1} > 1,$$

эта последовательность ограничена снизу. Но тогда по критерию сходимости ограниченной последовательности данная последовательность сходится.

Далее имеем:

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n} = \lim_{n\to\infty}\frac{\left(1+1/n\right)^{n+1}}{\left(1+1/n\right)} = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1},$$

где использовано, что

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right) = 1.$$

Так как предел в правой части равенства существует

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1} = e,$$

то существует и предел левой части. Итак, предел существует и обозначается

$$e = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}. \otimes$$

Пример 3.3.1.9. Доказать неравенство Бернулли:

$$(1+x_1)(1+x_2)\ldots(1+x_n) \ge 1+x_1+x_2+\ldots+x_n.$$

Р е ш е н и е. Неравенство справедливо при $n = 1, 2$, что легко проверяется.

Например, для $n = 2$ имеем:

$$(1+x_1)(1+x_2) = 1+x_1+x_2+x_1x_2 \ge 1+x_1+x_2.$$

Предположим, что неравенство справедливо при $n = k$, то есть

$$(1+x_1)(1+x_2)\ldots(1+x_k) \ge 1+x_1+x_2+\ldots+x_k$$

и покажем, что оно справедливо и при $n = k+1$. Имеем:

$$(1+x_1)(1+x_2)\ldots(1+x_k)(1+x_{k+1}) \ge (1+x_1+x_2+\ldots+x_k)(1+x_{k+1}) =$$
$$= 1+x_1+x_2+\ldots+x_k+x_{k+1}+(1+x_1+x_2+\ldots+x_k+x_k)x_{k+1} \ge$$
$$\ge 1+x_1+x_2+\ldots+x_k+x_{k+1}.$$

По заключению индукции неравенство справедливо при любом $k = n$. $\otimes$

Пример 3.3.1.10. Показать, что если $x > -1$, то

$$(1+x)^n \geq 1+nx \ (n>1),$$

причём знак равенства имеет место только при $x=0$.

Р е ш е н и е. Полагая в неравенстве предыдущего примера

$$x_1 = x_2 = \ldots = x_n = x,$$

получаем требуемое неравенство. $\otimes$

Пример 3.3.1.11. Вычислить предел последовательности с общим членом

$$x_n = n\left[\ln(n+3) - \ln n\right].$$

Р е ш е н и е. Преобразуем формулу для общего члена:

$$x_n = n\left[\ln(n+3) - \ln n\right] = \ln\left(\frac{n+3}{n}\right)^n = 3\cdot\ln\left(1+\frac{1}{n/3}\right)^{n/3}.$$

Переходя к пределу, имеем:

$$\lim_{n\to\infty} x_n = 3\cdot\lim_{n\to\infty}\ln\left(1+\frac{1}{n/3}\right)^{n/3} = 3\cdot\ln e = 3. \otimes$$

Пример 3.3.1.12. Доказать, что последовательность $\left(a^n\right)$ является:

1) бесконечно большой последовательностью при $|a|>1$;

2) бесконечно малой последовательностью при $|a|<1$.

Р е ш е н и е. 1) Пусть $|a|>1$. Покажем, что последовательность $\left(a^n\right)$ удовлетворяет определению бесконечно большой последовательности, то есть $(\forall A>0)\,(\exists n_0 \in N)\colon (\forall n \geq n_0)$

$$|a|^n > A. \qquad (1)$$

Зададимся произвольным числом $A>0$. Для нахождения номера n_0 решим неравенство (1) относительно номера. Получим

$$\log_{|a|}|a|^n > \log_{|a|} A \Rightarrow n > \log_{|a|} A \Rightarrow n > \lfloor \log_{|a|} A \rfloor.$$

Следовательно, выполнение неравенства (1) начинается с номера

$$n_0 = \lfloor \log_{|a|} A \rfloor + 1.$$

Что и требовалось доказать.

2) Пусть $|a|<1$. Если $a=0$, то $(\forall n \in N)\ a^n = 0$ и, следовательно, последовательность $\left(a^n\right)$ бесконечно малая. Пусть $a \neq 0$. Тогда

$$a^n = \left(\left(\frac{1}{a}\right)^n\right)^{-1}. \qquad (2)$$

Так в этом случае $\frac{1}{|a|} > 1$, то последовательность $\left(\frac{1}{a^n}\right)$ является бесконечно большой последовательностью, последовательность

$$a^n = \left(\left(\frac{1}{a}\right)^n\right)^{-1}$$

– бесконечно малой последовательностью. Поэтому в силу (2) при $|a| < 1$ последовательность $\left(a^n\right)$ – бесконечно малая последовательность. $\otimes$

Пример 3.3.1.13. Показать, что если $\left(x_n\right)$ – сходящаяся последовательность, а $\left(y_n\right)$ – бесконечно большая последовательность, то последовательность

$$\left(z_n\right) = \left(x_n + y_n\right)$$

– бесконечно большая последовательность.

Р е ш е н и е. Покажем, что

$$\left(\forall A > 0\right)\left(\exists n_0 \in N\right): \left(\forall n \geq n_0\right)\left|x_n + y_n\right| > A.$$

В силу критерия сходимости последовательности сходящаяся последовательность $\left(x_n\right)$ ограничена, то есть

$$\left(\exists M > 0\right): \left(\forall n \in N\right)\left|x_n\right| < M. \qquad (1)$$

Пусть задано произвольное $A > 0$. Так как последовательность $\left(y_n\right)$ бесконечно большая, то для числа $A + M$

$$\left(\exists n_0 \in N\right): \left(\forall n \geq n_0\right)\left|y_n\right| > A + M. \qquad (2)$$

Из неравенств (1) и (2) получаем: $\left|x_n + y_n\right| \geq \left|y_n\right| - \left|x_n\right| > A + M - M = A.$

Что и требовалось доказать. $\otimes$

Пример 3.3.1.14. Вычислить предел последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{\sqrt{n}}{n+1}\cos n. \qquad (1)$$

Р е ш е н и е. Так как $\left(\forall x \in R^1\right)\left|\cos x\right| < 1$, то последовательность $\left(\cos n\right)$ ограничена.

Покажем, что последовательность $\left(\frac{\sqrt{n}}{n+1}\right)$ – бесконечно малая последовательность. Действительно,

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n}}{n+1}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{1+\frac{1}{n}}=\frac{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{n}}}{\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)}=0.$$

По свойствам бесконечно малых последовательностей произведение ограниченной последовательности на бесконечно малую последовательность, то есть последовательность с общим членом (1), является бесконечно малой последовательностью и, следовательно,

$$\lim_{n\to\infty}x_n=\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n}}{n+1}\cos n=0.\otimes$$

Практическое занятие 2. Непрерывность и предел функции

Предварительные сведения

Функция $f:M\to f\left(M\right)$ называется **непрерывной в точке** $x_0\in M$, если для каждой последовательности $\left(x_n\right)$ точек множества M, сходящейся к точке x_0, последовательность $\left(f\left(x_n\right)\right)$ соответствующих значений функции f сходится к значению $f\left(x_0\right)$ функции в этой точке (определение непрерывности по Гейне).

Функция $f:M\to f\left(M\right)$ называется **непрерывной в точке** $x_0\in M$, если

$$\left(\forall\varepsilon>0\right)\ \left(\exists\delta>0\right):\ \left|x-x_0\right|<\delta\ \Rightarrow\left|f\left(x\right)-f\left(x_0\right)\right|<\varepsilon$$

(определение непрерывности по Коши).

Говорят, что функция f, определённая на множестве M, имеет **предел** C при $x\to x_0$, и пишут

$$\lim_{x\to x_0}f\left(x\right)=C,$$

если для каждой последовательности точек

$$x_n\in M-\left\{x_0\right\}:\ \lim_{n\to\infty}x_n=x_0,$$

последовательность $\left(f\left(x_n\right)\right)$ соответствующих значений функции сходится к точке (числу) C, то есть

$$\lim_{n\to\infty}f\left(x_n\right)=C.$$

Говорят, что функция f, определённая на множестве M, имеет предел C при $x\to x_0$, и при этом пишут

$$\lim_{x\to x_0}f\left(x\right)=C,$$

если для произвольного числа $\varepsilon > 0$ найдётся такое число $\delta > 0$, что для всех точек x удовлетворяющих условию $|x - x_0| < \delta$, выполняется неравенство

$$|f(x) - C| < \varepsilon.$$

Пусть x_0 – предельная точка множества M. Функция $\alpha : M \to \alpha(M)$ называется **бесконечно малой функцией при условии** $x \to x_0$, если

$$(\forall \varepsilon > 0)(\exists \delta > 0) : |x - x_0| < \delta \Rightarrow |\alpha(x)| < \varepsilon.$$

Пусть f *и* g *– две действительные функции, имеющие одно и то же множество определения* $M \subset R^1$, $\alpha \in R^1$ *– некоторое действительное число, а* x_0 *– предельная точка множества* M. *Тогда если пределы этих функций в точке* x_0 *существуют и соответственно равны*

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = a, \ \lim_{x \to x_0} g(x) = b,$$

где $a, b \in R^1$, *то справедливы следующие правила выполнения рациональных операций с пределами функций:*

1) $\lim_{x \to x_0} (\alpha f)(x) = \alpha \lim_{x \to x_0} f(x) = \alpha a$;

2) $\lim_{x \to x_0} (f \pm g)(x) = \lim_{x \to x_0} f(x) \pm \lim_{x \to x_0} g(x) = a \pm b$;

3) $\lim_{x \to x_0} (fg)(x) = \lim_{x \to x_0} f(x) \lim_{x \to x_0} g(x) = ab$;

4) $\lim_{x \to x_0} \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{\lim_{x \to x_0} f(x)}{\lim_{x \to x_0} g(x)} = \frac{a}{b}$, *если* $\lim_{x \to x_0} g(x) \neq 0$.

Примеры с решением

Пример 3.3.1.15. Вычислить предел функции в точке: $\lim_{x \to 1} (3x^2 + x + 5)$.

Р е ш е н и е. Выбираем произвольную последовательность значений аргумента (x_n), сходящуюся к 1, то есть такую, что $\lim_{n \to \infty} x_n = 1$. Используем определение по Гейне:

$$\lim_{x\to 1}\left(3x^2+x+5\right)=\lim_{n\to\infty}\left(3x_n^2+x_n+5\right)=$$

$$=3\lim_{n\to\infty}x_n^2+\lim_{n\to\infty}x_n+\lim_{n\to\infty}5=3+1+5=9.\otimes$$

Пример 3.3.1.16. Показать, что $\lim\limits_{x\to 6}\left(2x-5\right)=7.$

Р е ш е н и е. Выбираем произвольное $\varepsilon>0$. Найдём для него такое $\delta>0$, что из неравенства

$$\left|x-6\right|<\delta \;\Rightarrow\; 6-\delta<x<6+\delta. \qquad (1)$$

будет следовать неравенство

$$\left|\left(2x-5\right)-7\right|<\varepsilon.$$

Производя тождественные преобразования, получаем:

$$\left|\left(2x-5\right)-7\right|<\varepsilon \Rightarrow \left|2x-12\right|<\varepsilon \Rightarrow 2\left|x-6\right|<\varepsilon \Rightarrow \left|x-6\right|<\frac{\varepsilon}{2}$$

$$\Rightarrow 6-\frac{\varepsilon}{2}<x<6+\frac{\varepsilon}{2}. \qquad (2)$$

Сравнивая (1) и (2), получаем, что

$$\delta=\frac{\varepsilon}{2}.$$

Последнее и доказывает, что $\lim\limits_{x\to 6}\left(2x-5\right)=7.\otimes$

Пример 3.3.1.17. Показать, что

$$\lim_{x\to 1/3}\frac{15x^2-2x-1}{x-\frac{1}{3}}=8.$$

Р е ш е н и е. По определению предела нужно чтобы выполнялось условие:

$$\left(\forall\varepsilon>0\right)\left(\exists\delta>0\right):\ \left|x-\frac{1}{3}\right|<\delta \Rightarrow \left|\frac{15x^2-2x-1}{x-\frac{1}{3}}-8\right|<\varepsilon.$$

Решаем неравенство

$$\left|\frac{15x^2-2x-1}{x-\frac{1}{3}}-8\right|<\varepsilon \Leftrightarrow \left|\frac{15\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{1}{5}\right)}{x-\frac{1}{3}}-8\right|<\varepsilon \Leftrightarrow$$

$$|15x-5|<\varepsilon \Leftrightarrow \frac{1}{3}-\frac{\varepsilon}{15}<x<\frac{1}{3}+\frac{\varepsilon}{15}.$$

Таким образом, как только

$$x\in\left(\frac{1}{3}-\frac{\varepsilon}{15},\frac{1}{3}\right)\bigcup\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3}+\frac{\varepsilon}{15}\right),$$

так сразу

$$\left|\frac{15x^2-2x-1}{x-\frac{1}{3}}-8\right|<\varepsilon.$$

Из этого следует, что $\delta=\frac{\varepsilon}{15}$. Итак,

$$\left(\forall\varepsilon>0\right)\left|x-\frac{1}{3}\right|<\frac{\varepsilon}{15}\Rightarrow\left|\frac{15x^2-2x-1}{x-\frac{1}{3}}-8\right|<\varepsilon,$$

а значит $\lim\limits_{x\to 1/3}\dfrac{15x^2-2x-1}{x-\frac{1}{3}}=8.\otimes$

Пример 3.3.1.18. Найти предел функции в точке: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-3x+2}{3x^2+x-4}$.

Р е ш е н и е. Непосредственно перейти к пределу в числителе и знаменателе нельзя, так как $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-3x+2}{3x^2+x-4}=\left[\dfrac{0}{0}\right]$, то есть получаем так называемую ***неопределённость вида*** $\dfrac{0}{0}$. Для «раскрытия» этой неопределённости разложим числитель и знаменатель на множители, предварительно приравняв их к нулю $\left(x^2-3x+2=0,\ 3x^2+x-4=0\right)$ и решив соответствующие квадратные уравнения. В результате получаем:

$$\frac{x^2-3x+2}{3x^2+x-4}=\frac{(x-2)(x-1)}{3(x-1)\left(x+\dfrac{4}{3}\right)}.$$

Так как $x\to 1$, но $x\neq 1$, то на множитель $(x-1)$, дающий в пределе $x\to 1$ нуль, можно сократить. В результате получаем:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-3x+2}{3x^2+x-4}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-2)}{3\left(x+\dfrac{4}{3}\right)}=\frac{1}{3}\cdot\frac{\lim\limits_{x\to 1}(x-2)}{\lim\limits_{x\to 1}\left(x+\dfrac{4}{3}\right)}=-\frac{1}{7}.\ \otimes$$

Пример 3.3.1.19. Пользуясь определением непрерывности по Коши, показать, что функция $f(x)=5x^2+5$ непрерывна в точке $x_0=8$.

Р е ш е н и е. Значение функции в точке $x_0=8$ равно $f(8)=325$. По определению функция будет в точке $x_0=8$ непрерывной, если

$$(\forall\varepsilon>0)\ (\exists\delta>0):\ |x-8|<\delta\Rightarrow\left|5x^2+5-325\right|<\varepsilon.$$

Решаем последнее неравенство, чтобы найти промежуток числовой оси M такой, что как только $x\in M$, так сразу $\left|5x^2+5-325\right|<\varepsilon$. Имеем:

$$\left|5x^2+5-325\right|<\varepsilon\Rightarrow\left|5x^2-320\right|<\varepsilon\Rightarrow 64-\frac{\varepsilon}{5}<x^2<64+\frac{\varepsilon}{5}\Rightarrow$$

$$\sqrt{64-\frac{\varepsilon}{5}}<x<\sqrt{64+\frac{\varepsilon}{5}}.$$

Таким образом,

$$x \in \left(\sqrt{64-\frac{\varepsilon}{5}}, \sqrt{64+\frac{\varepsilon}{5}} \right) \Rightarrow \left| \left(5x^2+5\right) - 325 \right| < \varepsilon,$$

а это и означает, что функция в точке $x_0 = 8$ непрерывна. $\otimes$

Пример 3.3.1.20. Найти и классифицировать точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} 2-x, & x \le 0; \\ \cos x, & 0 < x < \dfrac{\pi}{2}; \\ 0, & x \ge \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Р е ш е н и е. Функция непрерывна в промежутках

$$(-\infty, 0], \left(0, \frac{\pi}{2}\right), \left[\frac{\pi}{2}, +\infty\right).$$

Исследуем функцию в точках 0 и $\dfrac{\pi}{2}$.

Так как

$$\lim_{x \to 0-0} f(x) = \lim_{x \to 0-0} (2-x) = 2, \ \lim_{x \to 0+0} f(x) = \lim_{x \to 0+0} \cos x = 1,$$

то $x = 0$ является точкой разрыва первого рода, в ней функция испытывает скачок

$$\lim_{x \to 0-0} f(x) - \lim_{x \to 0+0} f(x) = 2.$$

Далее имеем:

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}-0} f(x) = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}-0} \cos x = 0, \ \lim_{x \to \frac{\pi}{2}+0} f(x) = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}+0} 0 = 0.$$

Так как $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0$, то

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}-0} f(x) = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}+0} f(x) = f\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

и функция в точке $x = \dfrac{\pi}{2}$ непрерывна. Таким образом, функция непрерывна на всей числовой оси R, кроме точки $x = 0$, которая является точкой разрыва первого рода. $\otimes$

Пример 3.3.1.21. Найти точки разрыва функции, определённой формулой

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{3x^2-9}, & x\neq 3,\\ 1, & x=3.\end{cases}$$

Если точки разрыва существуют, то дать их классификацию.

Р е ш е н и е. Вычислим односторонние пределы при $x\to 3$:

$$\lim_{x\to 3-0} f(x)=\lim_{x\to 3-0}\frac{1}{3x^2-9}=\frac{1}{18};$$

$$\lim_{x\to 3+0} f(x)=\lim_{x\to 3+0}\frac{1}{3x^2-9}=\frac{1}{18}.$$

Итак, пределы слева и справа существуют, равны, но не равны значению функции в точке $x=3$:

$$\lim_{x\to 3-0} f(x)=\lim_{x\to 3+0} f(x)=\frac{1}{18}\neq 1.$$

Имеем точку разрыва первого рода, а именно, точку устранимого разрыва. $\otimes$

Пример 3.3.1.22. Вычислить предел

$$\lim_{x\to 0}\frac{2x\cdot\sin x}{1-\cos x}.$$

Р е ш е н и е. Непосредственно вычислить предел нельзя. Поэтому заметим, что

$$\lim_{x\to 0}(2x\cdot\sin x)=0,\ \lim_{x\to 0}(1-\cos x)=0.$$

Таким образом, функции в числителе и знаменателе при $x\to 0$ являются бесконечно малыми функциями.

Для нахождения предела их отношения заменим эти функции эквивалентными бесконечно малыми при $x\to 0$ функциями. Вспомним, что

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1,$$

то есть, $\sin x\approx x$ при $x\to 0$.

Далее, вспоминая, что $1-\cos x=2\sin^2\dfrac{x}{2}$ и заменяя $\sin\dfrac{x}{2}\approx\dfrac{x}{2}$, получим, что

$$1-\cos x=2\sin^2\frac{x}{2}\approx 2\frac{x^2}{4}=\frac{x^2}{2}.$$

Теперь предел легко находится как предел отношения эквивалентных бесконечно малых функций:

$$\lim_{x\to 0}\frac{2x\cdot\sin x}{1-\cos x}=\lim_{x\to 0}\frac{2x\cdot x}{x^2/2}=4.\ \otimes$$

Практическое занятие 3. Дифференцируемость функции одного переменного

Предварительные сведения

Пусть $M \subset R^1$ – допустимое множество. Действительная функция $f : M \to f(M)$ называется **дифференцируемой в точке** $x_0 \in M$, если выполняется условие:

$$\left(\exists U(x_0) \subset M\right): \left(\forall x \in U(x_0)\right)$$

$$f(x) = f(x_0) + D(x_0) \cdot (x - x_0) + o(x - x_0),$$

где $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{o(x - x_0)}{x - x_0} = 0.$

Пусть f – функция, определённая на множестве $M \subset R^1$ и дифференцируемая в точке $x_0 \in M$. Тогда величина $D(x_0)$, определённая предельным соотношением

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = D(x_0),$$

называется **первой производной функции** f **в точке** x_0 и обозначается

$$\frac{df}{dx}(x_0) \equiv f'(x_0) \equiv f^{(1)}(x_0).$$

Линейная по смещению $x - x_0$ часть

$$df(x_0) \overset{def}{=} \frac{df}{dx}(x_0)(x - x_0) \equiv f'(x_0)(x - x_0)$$

приращения функции

$$\Delta f(x_0) = f(x) - f(x_0)$$

дифференцируемой в точке x_0 функции f, называется **первым дифференциалом** этой функции в точке x_0.

Пусть функции f, f_1, f_2 определены на одном и том же множестве M и дифференцируемы в точке $x_0 \in M$. Тогда справедливы следующие утверждения:

1) сумма $f_1 + f_2$ дифференцируема в точке x_0 и имеет место формула

$$\frac{d\left(f_1+f_2\right)}{dx}\left(x_0\right)=\frac{df_1}{dx}\left(x_0\right)+\frac{df_2}{dx}\left(x_0\right);$$

2) если $c\in R^1$, то функция cf дифференцируема в точке x_0 и имеет место формула

$$\frac{d\left(cf\right)}{dx}\left(x_0\right)=c\frac{df}{dx}\left(x_0\right);$$

3) произведение $f_1 f_2$ дифференцируемо в точке x_0 и имеет место формула

$$\frac{d\left(f_1 f_2\right)}{dx}\left(x_0\right)=\frac{df_1}{dx}\left(x_0\right)f_2\left(x_0\right)+f_1\left(x_0\right)\frac{df_2}{dx}\left(x_0\right);$$

4) если $f\left(x_0\right)\neq 0$, то функция $1/f$ дифференцируема в точке x_0 и имеет место формула

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{f}\right)\left(x_0\right)=-\frac{1}{\left[f\left(x_0\right)\right]^2}\frac{df}{dx}\left(x_0\right);$$

5) если $f_2\left(x_0\right)\neq 0$, то частное f_1/f_2 дифференцируемо в точке x_0 и имеет место формула

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{f_1}{f_2}\right)\left(x_0\right)=\frac{1}{\left[f_2\left(x_0\right)\right]^2}\left[\frac{df_1}{dx}\left(x_0\right)f_2\left(x_0\right)-f_1\left(x_0\right)\frac{df_2}{dx}\left(x_0\right)\right].$$

Примеры с решением

Пример 3. 2.1. Найти производную функцию и дифференциал для функции, определённой формулой

$$f\left(x\right)=4x^5-25x^{1/5}-2\sqrt{x^3}+7\sqrt[4]{x^{17}}\,.$$

Р е ш е н и е. Для решения задачи используем правило вычисления производной суммы (дифференцируемых) функций, правило вычисления производной функции на число, а также табличную производную $\left(x^\alpha\right)'=\alpha\cdot x^{\alpha-1}$:

$$f'\left(x\right)=\left(4x^5-25x^{1/5}-2\sqrt{x^3}+7\sqrt[4]{x^{16}}\right)'=$$

$$=\left(4x^5-25x^{1/5}-2x^{3/2}+7x^4\right)'=20x^4-5x^{-4/5}-3x^{1/2}+\frac{119}{4}x^{\frac{13}{4}}=$$

$$= 20x^4 - \frac{5}{\sqrt[5]{x^4}} - 3\sqrt{x} + \frac{119}{4}\sqrt[4]{x^{13}}.$$

Так как дифференциал функции (в произвольной точке x) $df(x) = f'(x)dx$, то имеем:

$$df(x) = \left(20x^4 + 9x^2 - \frac{5}{\sqrt[5]{x^4}} - 3\sqrt{x} + \frac{119}{4}\sqrt[4]{x^{13}}\right)dx. \otimes$$

Пример 3. 2.2. Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x) = \frac{g_1(x)}{g_2(x)} = \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 2x + 5}.$$

Р е ш е н и е. В этом примере следует воспользоваться правилом дифференцирования частного двух (дифференцируемых) функций

$$f'(x) = \left(\frac{g_1}{g_2}\right)'(x) = \frac{g_1'(x)\cdot g_2(x) - g_1(x)\cdot g_2'(x)}{[g_2(x)]^2},$$

для чего вычислим сначала производные числителя и знаменателя:

$$f'(x) = \left(x^2 - 2x + 3\right)' = 2x - 2,\ g'(x) = \left(x^2 + 2x + 5\right)' = 2x + 2$$

(здесь мы воспользовались тем, что согласно таблице производных производная постоянной равна нулю, а производная степенной функции вычисляется по формуле $\left(x^\alpha\right)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$).

Теперь используем правило дифференцирования частного:

$$f'(x) = \left[\frac{g_1(x)}{g_2(x)}\right]' = \frac{g_1'(x)\cdot g_2(x) - g_1(x)\cdot g_2'(x)}{[g_2(x)]^2} = \left[\frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 2x + 5}\right]' =$$

$$= \frac{(2x-2)\left(x^2 + 2x + 5\right) - \left(x^2 - 2x + 3\right)(2x+2)}{\left(x^2 + 2x + 5\right)^2} =$$

$$= \frac{4x^2 + 4x - 16}{\left(x^2 + 2x + 5\right)^2} = 4\frac{x^2 + x - 4}{\left(x^2 + 2x + 5\right)^2}. \otimes$$

Пример 3. 2.3. Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x) = a^2 \cdot (x - a)\cdot\left(x^2 + ax + a^2\right) + x^2 - 2bx + b^2,$$

и вычислить $f'(5)$ при $a = 3,\ b = 10.$

Р е ш е н и е. Имеем:

$$f'(x)=\left[a^2\cdot(x-a)\cdot\left(x^2+ax+a^2\right)+x^2-2bx+b^2\right]'=$$

$$=a^2\left(x^3-a^3\right)'+\left(x^2-2bx+b^2\right)'=3a^2x^2+2(x-b).$$

Далее получаем при $a=3,\ b=10$:

$$f'(5)=3\cdot3^2\cdot5^2+2\cdot(5-10)=675-10=665.\ \otimes$$

Пример 3. 2.4. Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x)=\frac{x^2+2\cos x}{\sin x}.$$

Р е ш е н и е. Используя правило дифференцирования частного двух функций и табличные производные для синуса и косинуса, имеем:

$$f'(x)=\frac{d}{dx}\left[\frac{x^2+2\cos x}{\sin x}\right]=\frac{(2x-2\sin x)\cdot\sin x-\left(x^2+2\cos x\right)\cdot\cos x}{\sin^2 x}=$$

$$=\frac{2x\sin x-x^2\cos x-2\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)}{\sin^2 x}=\frac{2x\sin x-x^2\cos x-2}{\sin^2 x}=$$

$$=\frac{2x}{\sin x}-x^2\frac{ctgx}{\sin x}-\frac{2}{\sin^2 x}.\ \otimes$$

Пример 3. 2.5. Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x)=\frac{2x-1}{\sqrt{x^2+1}}.$$

Р е ш е н и е. Используя правило дифференцирования частного двух функций и формулу дифференцирования композиции функций

$$(g\circ f)'(x)=g'(f(x))\cdot f'(x),$$

имеем:

$$f'(x)=\frac{(2x-1)'\sqrt{x^2+1}-\left(\sqrt{x^2+1}\right)'(2x-1)}{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2}=$$

$$= \frac{2\sqrt{x^2+1} - \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\left(x^2+1\right)'(2x-1)}{x^2+1} =$$

$$= \frac{2\sqrt{x^2+1} - \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}2x(2x-1)}{x^2+1} = \frac{2x^2+2-2x^2+x}{\left(x^2+1\right)\sqrt{x^2+1}} =$$

$$= \frac{x+2}{\left(x^2+1\right)\sqrt{x^2+1}} = \frac{x+2}{\left(x^2+1\right)^{3/2}}. \otimes$$

Пример 3. 2.6. Найти производную функцию для функции, действие которой определённо формулой

$$f(x) = \ln\left(x+1+\sqrt{x^2+2x+3}\right).$$

Р е ш е н и е. Используя правила рациональных операций с производными функций и табличную производную от логарифма, получаем:

$$f'(x) = \left[\ln\left(x+1+\sqrt{x^2+2x+3}\right)\right]' =$$

$$= \frac{1}{x+1+\sqrt{x^2+2x+3}} \cdot \left(x+1+\sqrt{x^2+2x+3}\right)' =$$

$$= \frac{1+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{x^2+2x+3}}\cdot 2\cdot(x+1)}{x+1+\sqrt{x^2+2x+3}} =$$

$$= \frac{x+1+\sqrt{x^2+2x+3}}{\left(x+1+\sqrt{x^2+2x+3}\right)\cdot\left(\sqrt{x^2+2x+3}\right)} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+3}}. \otimes$$

Пример 3. 2.7. Найти производную функцию для функции, определённой формулой $f(x) = \frac{\ln x}{x}$, и вычислить производные $f'(e),\ f'\left(\frac{1}{e}\right),\ f'\left(e^2\right).$

Р е ш е н и е. Сначала находим производную функцию:

$$f'(x)=\frac{d}{dx}\left(\frac{\ln x}{x}\right)'=\frac{\frac{1}{x}\cdot x-\ln x}{x^2}=\frac{1-\ln x}{x^2}.$$

Вычисляем производные в указанных точках:

$$f'(e)=\frac{1-\ln e}{e^2}=0;\ f'\left(\frac{1}{e}\right)=\frac{1-\ln\left(\frac{1}{e}\right)}{\left(\frac{1}{e}\right)^2}=\frac{1+1}{\frac{1}{e^2}}=2e^2;$$

$$f'\left(e^2\right)=\frac{1-2\ln e}{\left(e^2\right)^2}=\frac{1-2}{e^4}=-e^{-4}.\otimes$$

Пример 3. 2.8. Найти производную функцию $f''(x)$ для функции f, если $f(x)=e^{-x^2}$.

Р е ш е н и е. Используя формулу для нахождения производной сложной функции, имеем:

$$f'(x)=\left(e^{-x^2}\right)'=e^{-x^2}\cdot(-1)\cdot 2x=-2x\cdot e^{-x^2},$$

$$f''(x)=\left(-2x\cdot e^{-x^2}\right)'=-2\cdot e^{-x^2}-2x\cdot\left(-2x\cdot e^{-x^2}\right)=\left(4x^2-2\right)\cdot e^{-x^2}=$$

$$=2\cdot\left(2x^2-1\right)\cdot e^{-x^2}.\otimes$$

Пример 3. 2.9[*)]**.** Найти производную функцию $f'''(x)$ для функции f, если $f(x)=x^2\cdot\sin x.$

Р е ш е н и е. Используя формулу для нахождения производной сложной функции, имеем:

$$f'(x)=\left(x^2\cdot\sin x\right)=2x\sin x+x^2\cos x;$$

$$f''(x)=2\sin x+4x\cos x-x^2\sin x;$$

$$f'''(x)=6\cos x-6x\sin x-x^2\cos x.\otimes$$

Рассмотрим случай мультипликативных функций, которые могут быть записаны в виде $(\forall x\in M)$

$$f(x)=g_1^{\alpha_1}(x)g_2^{\alpha_2}(x)\ldots g_m^{\alpha_m}(x),$$

где $M \subset R^1$ – общее множество определения для функций $g_k^{\alpha_k}(x)$, а числа α_k $(k = 1, 2, \ldots, m)$ – показатели степени. Предположим, что функция f удовлетворяет условию

$$(\forall x \in M)\ f(x) = g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \ldots g_m^{\alpha_m}(x) > 0.$$

Найти производную функции $f(x)$, очевидно, затруднительно даже для малых $(k = 1, 2, \ldots)$. Поступим следующим образом.

Введём новую функцию:

$$u(x) = \ln f(x) = \ln\left[g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \ldots g_m^{\alpha_m}(x)\right].$$

Нетрудно видеть, что эта функция имеет вид

$$u(x) = \ln f(x) = \ln\left[g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \ldots g_m^{\alpha_m}(x)\right] =$$
$$= \alpha_1 \ln g_1(x) + \alpha_2 \ln g_2(x) + \ldots + \alpha_m \ln g_m(x).$$

Дифференцируя функцию

$$u(x) = \ln f(x)$$

с учётом последнего равенства, получаем:

$$u'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)} \Rightarrow f'(x) = f(x) \cdot u'(x);$$

$$u'(x) = \alpha_1 \frac{g_1'(x)}{g_1(x)} + \alpha_2 \frac{g_2'(x)}{g_2(x)} + \ldots + \alpha_m \frac{g_m'(x)}{g_m(x)}.$$

Из последних двух равенств следует, что

$$f'(x) = f(x) \cdot u'(x) =$$
$$= g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \ldots g_m^{\alpha_m}(x) \left[\alpha_1 \frac{g_1'(x)}{g_1(x)} + \alpha_2 \frac{g_2'(x)}{g_2(x)} + \ldots + \alpha_m \frac{g_m'(x)}{g_m(x)}\right].$$

Выражение

$$u' = (\ln(f(x)))' = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

называется ***логарифмической производной функции*** $f(x)$.

Пример 3. 2.10. Найти производную функцию для функции

$$f(x)=\frac{x}{(x+1)\cdot(x+2)}.$$

Р е ш е н и е. Имеем:

$$u=\ln f=\ln x-\ln(x+1)-\ln(x+2).$$

Далее получаем:

$$u'=\frac{f'(x)}{f(x)}=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}=\frac{-(x^2-2)}{x\cdot(x+1)\cdot(x+2)}.$$

Используя формулу для логарифмической производной, имеем

$$f'(x)=f(x)\cdot u'(x)=$$

$$=\frac{x}{(x+1)\cdot(x+2)}\cdot\frac{-(x^2-2)}{x\cdot(x+1)\cdot(x+2)}=\frac{-(x^2-2)}{(x+1)^2\cdot(x+2)^2}.\otimes$$

Пример 3. 2.11[*)]**.** Найти производную функцию для функции

$$f(x)=x^2\cdot\sqrt{\frac{2x-1}{x+1}}.$$

Р е ш е н и е. Логарифмируя, имеем:

$$u(x)=\ln f(x)=2\ln x+\frac{1}{2}\ln(2x-1)-\frac{1}{2}\ln(x+1).$$

Откуда получаем

$$u'(x)=\frac{f'(x)}{f(x)}=\frac{2}{x}+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{2x-1}-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x+1}=\frac{8x^2+7x-4}{2\cdot x\cdot(x+1)\cdot(2x-1)},$$

$$f'(x)=x^2\sqrt{\frac{2x-1}{x+1}}\cdot\frac{8x^2+7x-4}{2\cdot x\cdot(x+1)\cdot(2x-1)}=\frac{x\cdot(8x^2+7x-4)}{2\cdot(x+1)\cdot(2x-1)}\cdot\sqrt{\frac{2x-1}{x+1}}.\otimes$$

Если функция, определённая формулой $y=f(x)$, задана неявно, то есть посредством уравнения $F(x,\,y)=0$, то для нахождения производной функции нужно продифференцировать это уравнение (то есть, обе его части) по x, помня, что $y=f(x)$, и разрешить уравнение относительно y'.

Пример 3. 2.12. Найти первую производную функцию для функции $y = f(x)$, заданной неявно уравнением

$$y = \cos(x + y).$$

Р е ш е н и е. Дифференцируем обе части уравнения

$$y = \cos(x + y),$$

помня, что $y = f(x)$, получаем:

$$y' = (\cos(x + y))' = -\sin(x + y) \cdot (1 + y'),$$

откуда имеем $y' = \dfrac{-\sin(x + y)}{1 + \sin(x + y)}$. $\otimes$

Пример 3. 2.13. Найти вторую производную функцию для функции $y = f(x)$, заданной неявно уравнением

$$y^3 - 3y + 3x = 1.$$

Р е ш е н и е. Дифференцируя по x обе части уравнения, имеем

$$3y^2 y' - 3y' + 3 = 0 \Rightarrow y^2 y' - y' + 1 = 0,$$

откуда

$$y' = \frac{1}{1 - y^2}.$$

Дифференцируя ещё раз, получаем

$$2yy' y' + y^2 y'' - y'' = 0,$$

откуда имеем

$$y'' = \frac{2y(y')^2}{1 - y^2}.$$

Заменяя y' полученным выше выражением, получаем окончательно:

$$y'' = \frac{2y(y')^2}{1 - y^2} = \frac{2y}{(1 - y^2)^3}. \otimes$$

Пусть функция $y = f(x)$ задана параметрически, то есть

$$\begin{cases} y = \psi(t), \\ x = \varphi(t). \end{cases}$$

Тогда

$$dy = \psi'(t)dt,\ dx = \varphi'(t)dt,$$

откуда имеем:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)},\ \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{dy}{dx}\right)}{\dfrac{dx}{dt}} = \frac{\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\psi'(t)}{dx}\right)}{\varphi'(t)}.$$

Пример 3. 2.14. Найти первую и вторую производную функцию для функции y, заданной параметрически

$$\begin{cases} y = t^2 - 1, \\ x = t^3 + 5. \end{cases}$$

Р е ш е н и е. Непосредственно находим:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y'(t)}{x'(t)} = \frac{2}{3t^2};\ \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{dy}{dx}\right)}{\dfrac{dx}{dt}} = \frac{\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{2}{3t^2}\right)}{2t} = -\frac{2}{3t^2}.$$

Так как из второго уравнения для x имеем $t = \sqrt[3]{x-5}$, отсюда получаем:

$$y_x'' = \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{2}{3\cdot\sqrt[3]{(x-5)^2}}. \otimes$$

Пример 3. 2.15[*)]**.** Найти первую производную функцию для функции y, заданной параметрически

$$\begin{cases} y = 3\sin t, \\ x = 3\cos t. \end{cases}$$

Р е ш е н и е. Имеем: $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y'(t)}{x'(t)} = -\dfrac{3\cos t}{3\sin t} = -ctgt. \otimes$

Пример 3. 2.16. Найти дифференциал функции, определённой формулой

$$y(x)=\frac{3\cdot\cos x}{2x+1}.$$

Р е ш е н и е. Находим дифференциал функции y, используя определение:

$$dy=y'(x)dx=-3\frac{2x\sin x+\sin x+2\cos x}{(2x+1)^2}dx.\otimes$$

Пример 3. 2.17. Найти дифференциал функции, определённой формулой

$$y(x)=e^{x^3}.$$

Р е ш е н и е. Путём непосредственного дифференцирования получаем:

$$dy=y'(x)dx=\left(e^{x^3}\right)'=3x^2e^{x^3}dx.\otimes$$

Пример 3. 2.18. Найти дифференциалы первого, второго и третьего порядков функции, определённой формулой

$$y=f(x)=\left(2x^2-3\right)^5.$$

Р е ш е н и е. Для первого дифференциала имеем:

$$df(x)=5\cdot\left(2x^2-3\right)^4\cdot 4x\cdot dx=20x\left(2x^2-3\right)^4dx.$$

Аналогично, для второго и третьего дифференциалов получаем:

$$d^2df(x)=\left|20x\left(2x^2-3\right)^4\right|(dx)^2=60\cdot\left(2x^2-3\right)^3\left(6\cdot x^2-1\right)\cdot(dx)^2;$$

$$d^3df(x)=\left|12\cdot x\cdot\left(2x^2-3\right)^2\cdot\left(6x^2-1\right)+12\cdot x\cdot\left(2x^2-3\right)^3\right|\cdot(dx)^3=$$

$$=720x\cdot\left(2x^2-3\right)^2\cdot\left(8x^2-4\right)\cdot(dx)^3=$$

$$=2880\cdot x\cdot\left(2x^2-3\right)^2\cdot\left(2x^2-1\right)\cdot(dx)^3.\otimes$$

Пример 3. 2.19. Вычислить приближённо $\sin 32^0$.

Р е ш е н и е. Используя приближённую формулу

$$f(x)\approx f(x_0)+f'(x_0)\cdot(x-x_0),$$

получаем:

$$f(x)\approx f(x_0)+\frac{df}{dx}(x_0)\cdot(x-x_0)=f(x_0)+df(x_0).$$

Определяя функцию f формулой $f(x)=\sin x$, видим, что нам нужно вычислить значение $f(x)$ в точке $x=32^0$ при $x_0=30^0$, или в радианах $x=\frac{\pi}{180}\cdot 32,\ x_0=\frac{\pi}{6}$. Учитывая, что $\frac{d\sin(x)}{dx}=\cos x$, имеем:

$$\sin x \approx \sin x_0 + \cos x_0 \cdot (x - x_0),$$

или

$$\sin 32^0 \approx \sin\frac{\pi}{6} + \cos\frac{\pi}{6}\cdot\left(\frac{32}{180}\cdot\pi - \frac{\pi}{6}\right) =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\pi}{90} \approx 0{,}5 + \frac{1{,}73\cdot 3{,}14}{90} \approx 0{,}5 + 0{,}03 = 0{,}53.$$

Для сравнения табличное значение с точностью до четырёх знаков $\sin 32^0 = 0{,}5299$. $\otimes$

Пример 3. 2.20[*)]**.** Вывести приближённую формулу

$$\sqrt{a^2+h} \approx a + \frac{h}{2a}.$$

Найти приближённо значения $\sqrt{101}$, $\sqrt{1{,}04}$.

Р е ш е н и е. Рассмотрим функцию f, определив её формулой $f(x)=\sqrt{x}$. По приближённой формуле

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\cdot(x - x_0)$$

имеем:

$$\sqrt{x_0+\Delta x} \approx \sqrt{x_0} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{x_0}}\cdot\Delta x.$$

Полагая здесь $x_0 = a^2$, $\Delta x = h$, получаем требуемую формулу:

$$\sqrt{a^2+h} \approx \sqrt{a^2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{a^2}}\cdot h = a + \frac{h}{2a}.$$

Вычислим $\sqrt{101}$ и $\sqrt{1{,}04}$:

$$\sqrt{101}=\sqrt{100+1}=\sqrt{10^2+1}\approx 10+\frac{1}{20}=10{,}05;$$

$$\sqrt{1{,}04}=\sqrt{1+0{,}04}\approx 1+\frac{0{,}04}{2}=1{,}02.\ \otimes$$

Пример 3. 2.21[*)]**.** Найти приближённо приращение

$$\Delta f(x)=f(x)-f(x_0)$$

функции, определённой формулой $y=x^2$ при $x_0=2,\ \Delta x=x-x_0=0{,}01.$

Р е ш е н и е. Из приближённой формулы

$$f(x)\approx f(x_0)+f'(x_0)\cdot(x-x_0)$$

имеем

$$f(x)-f(x_0)\approx \frac{df}{dx}(x_0)\cdot(x-x_0)=df(x_0).$$

Подставляя в формулу $x_0=2,\ \Delta x=x-x_0=0{,}01$, получаем:

$$\Delta f(x)=f(x)-f(x_0)=(2+0{,}01)^2-2^2\approx 2\cdot 2\cdot 0{,}01=0{,}04.\ \otimes$$

Практическое занятие 4. Основные теоремы дифференциального исчисления

Предварительные сведения

Говорят, что функция $f: M\to f(M)$ имеет в точке $x_0\in M$ **локальный максимум** (**локальный минимум**), если существует такая окрестность $U(x_0)$ точки x_0, что

$$f(x_0)=\max_{U\cap M} f\ \left(f(x_0)=\min_{U\cap M} f\right).$$

Теорема Ферма. Если функция f определена и дифференцируема на открытом множестве $J=(a,b)$ и имеет в точке $x_0\in J$ локальный экстремум (всё равно, максимум или минимум), то $\frac{df}{dx}(x_0)=0$.

Теорема Ролля. Если функция f определена и непрерывна на замкнутом и ограниченном промежутке $\overline{J}=[a,b]$ и дифференцируема на соответствующем открытом промежутке $J=(a,b)$, причём $f(a)=f(b)=c$, то

$$(\exists x_0 \in J):\ \frac{df}{dx}(x_0) = 0.$$

Теорема Лагранжа. Если функция f определена и непрерывна на замкнутом и ограниченном промежутке $\overline{J} = [a, b]$ и дифференцируема на соответствующем открытом промежутке $J = (a, b)$, то

$$(\exists x_0 \in (a, b)):\ f'(x_0) \equiv \frac{df}{dx}(x_0) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

Теорема Коши. Если функции f и g непрерывны на замкнутом и ограниченном промежутке $\overline{J} = [a, b]$ и дифференцируемы на открытом промежутке $J = (a, b)$, причём

$$(\forall x \in J)\ \frac{dg}{dx}(x) \neq 0,$$

то $g(b) \neq g(a)$ и

$$(\exists x_0 \in J):\ \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}.$$

Теорема Тейлора. Если функция $f : J \to f(J)$ непрерывна на замкнутом и ограниченном промежутке $[x_0, x] \subset J$ и $n+1$ раз дифференцируема на соответствующем открытом промежутке (x_0, x), а её производные до порядка n включительно имеют предельные значения $f^{(k)}(x_0)$, $(k = 0, 1, 2, \ldots, N)$, то существует точка $\xi \in (x_0, x)$ такая, что для функции f справедливо представление

$$f(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{d^k f}{dx^k}(x_0)\frac{(x - x_0)^k}{k!} + \frac{d^{n+1} f}{dx^{n+1}}(\xi)\frac{(x - x_0)^{n+1}}{(n+1)!}.$$

Примеры с решением

Пример 3.3.1. Выяснить, удовлетворяет ли функция, заданная формулой

$$f(x) = 3 - x^2$$

условиям теоремы Ферма на промежутке $(1, 4)$.

Р е ш е н и е. Данная функция на промежутке $(1,4)$ монотонно убывает и, следовательно, достигает своего максимума в точке 1, а минимума в точке 4. Следовательно, в промежутке $(1, 4)$ не существует точки x_0 локального экстремума, в которой $f'(x_0) = 0$. Поэтому данная функция условиям теоремы Ферма на данном промежутке не удовлетворяет. $\otimes$

Пример 3.3.2. Выяснить, удовлетворяет ли функция, определённая формулой

$$f(x)=3+2x-x^2,$$

на промежутке $[0,4]$ условиям теоремы Ферма. Если функция условиям теоремы Ферма удовлетворяет, найти точку $x_0 \in (0,4)$, в которой $f'(x_0)=0$.

Р е ш е н и е. На промежутке $(0,4)$ функция дифференцируема, следовательно $(\exists x_0 \in (0,4))f'(x_0)=0$. Находим эту точку:

$$f'(x)=2-2x \Rightarrow 2-2x_0=0 \Rightarrow x_0=1. \otimes$$

Пример 3.3.3. Выяснить, удовлетворяет ли функция, определённая формулой

$$f(x)=x^2+6x-35,$$

на промежутке $[-5,-1]$ условиям теоремы Ролля. Если функция условиям теоремы Ролля удовлетворяет, найти точку $x_0 \in (-5,-1)$, в которой $f'(x_0)=0$.

Р е ш е н и е. Функция представляет собой многочлен, который непрерывен и дифференцируем на всей числовой оси. Кроме этого, имеем

$$f(-5)=f(-1)=-40.$$

Поэтому условия теоремы Ролля для данной функции выполнены, следовательно точка $x_0 \in (-5,-1)$, в которой $f'(x_0)=0$, существует. Найдём её:

$$f'(x_0)=0 \Rightarrow 2x_0+6=0 \Rightarrow x_0=-3. \otimes$$

Пример 3.3.4. На дуге кривой, определяемой уравнением

$$y=x^3-3x$$

найти точку, в которой касательная параллельна хорде, проходящей через точки $A(-1;2)$ и $B(3;18)$.

Р е ш е н и е. Функция определена на промежутке $[-1,3]$, непрерывна на этом промежутке и дифференцируема на открытом промежутке $(-1,3)$. Условия теоремы Лагранжа выполнены. Следовательно, по теореме Лагранжа найдётся такая точка $x_0 \in (-1,3)$, что

$$f'(x_0)=\frac{f(3)-f(-1)}{3-(-1)}=4.$$

Так как $f'(x)=\left(x^3-3x\right)'=3x^2-3$, то имеем $3x^2-3=4$. Из этого уравнения находим $x_{01}=+\sqrt{\frac{7}{3}}$, $x_{02}=-\sqrt{\frac{7}{3}}$. Так как из этих двух точек $x_{01}\in[-1,3]$ а $x_{02}\notin[-1,3]$, то $x_0=x_{01}=\sqrt{\frac{7}{3}}$. $\otimes$

Пример 3.3.5. В какой точке касательная к кривой, определённой уравнением

$$y=f(x)=x^2-8x,$$

параллельна хорде, стягивающей точки $A(-1;9)$, $B(5;-15)$.

Р е ш е н и е. На промежутке $[-1,5]$ функция удовлетворяет условиям теоремы Лагранжа. Поэтому имеем:

$$\frac{f(5)-f(-1)}{5-(-1)}=\frac{-24}{6}=-4\Rightarrow f'(x_0)\equiv 2x_0-8=-4\Rightarrow x_0=2.$$

Подставляя это значение x в формулу для функции, получаем

$$y=f(2)=-12.$$

Таким образом, искомой является точка $C(2;-12)$. $\otimes$

Пример 3.3.6. Проверить справедливость теоремы Коши для функций, заданных формулами

$$f(x)=x^3,\ g(x)=x^2$$

на промежутке $[1,2]$. Если теорема Коши справедлива, найти точку x_0, в которой выполняется равенство

$$\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}=\frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}.$$

Р е ш е н и е. Обе функции непрерывны на промежутке $[1,2]$ и дифференцируемы на промежутке $(a,b)=(1,2)$, причём $(\forall x\in(a,b))g(x)\neq 0$. Поэтому условия теоремы Коши выполнены. Так как

$$f'(x)=3x^2,\ g'(x)=2x,$$

то из условия

$$\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}=\frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}=\frac{7}{3}$$

находим

$$\frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}=\frac{3x_0^2}{2x_0}=\frac{3}{2}x_0=\frac{7}{3}\Rightarrow x_0=\frac{14}{9}.\ \otimes$$

Пример 3.3.7. Проверить справедливость теоремы Коши для функций, заданных формулами

$$f(x)=x^2-2x+3,\ g(x)=x^3-7x^2+20x-5$$

на промежутке $[1,\ 4]$. Если теорема Коши справедлива, найти точку x_0, в которой выполняется равенство

$$\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}=\frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}.$$

Р е ш е н и е. Обе функции на данном промежутке непрерывны и дифференцируемы. Производные функций, соответственно равны

$$f'(x)=2x-2,\ g'(x)=3x^2-14x+20.$$

Кроме этого, производная функции g в точках промежутка $(1,\ 4)$ не обращается в нуль, так как для дискриминанта уравнения $3x^2-14x+20=0$ имеем $D=b^2-4ac=-44<0$ (график функции g не имеет точек пересечения с осью OX). Следовательно, теорема Коши для данных функций справедлива. Поэтому имеем:

$$\frac{f(4)-f(1)}{g(4)-g(1)}=\frac{11-2}{27-9}=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{2x_0-2}{3x_0^2-14x_0+20}=\frac{1}{2}.$$

Откуда получаем

$$x_0^2-6x_0+8=0\Rightarrow\ x_{01}=4,\ x_{02}=2$$

Так как из этих двух точек промежутку $(1,\ 4)$ принадлежит только точка $x_{02}=2$, то она и является искомой точкой. $\otimes$

Пример 3.3.8. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{-x}}{\ln(1+x)}$.

Р е ш е н и е. Имеем неопределённость

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-e^{-x}}{\ln(1+x)}=\left[\frac{0}{0}\right].$$

Применяя правило Лопиталя, получаем:

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-e^{-x}}{\ln(1+x)}=\lim_{x\to 0}\frac{e^x+x^{-x}}{\frac{1}{1+x}}=\lim_{x\to 0}\left(\left(e^x+x^{-x}\right)\cdot(1+x)\right)=2.\otimes$$

Пример 3.3.9. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+2x^2+x-1}{3x^3-x^2-x+3}$.

Р е ш е н и е. Имеем неопределённость

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^3+2x^2+x-1}{3x^3-x^2-x+3}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right].$$

Применяя правило Лопиталя, получаем:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^3+2x^2+x-1}{3x^3-x^2-x+3}=\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2+4x+1}{9x^2-2x-1}=\lim_{x\to\infty}\frac{6x+4}{18x-2}=\lim_{x\to\infty}\frac{6}{18}=\frac{1}{3}.\otimes$$

Пример 3.3.10. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x^3\cdot e^x\right)$.

Р е ш е н и е. Имеем неопределённость вида $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x^3\cdot e^x\right)=\left[-\infty\cdot 0\right]$. Для раскрытия неопределённости заменим переменную:

$$\lim_{x\to-\infty}\left(x^3\cdot e^x\right)=\{x=-t\}=\lim_{t\to\infty}\left(-t^3\cdot e^{-t}\right)=-\lim_{t\to\infty}\frac{t^3}{e^t}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right].$$

Применяя правило Лопиталя, получаем:

$$\lim_{x\to-\infty}\left(x^3\cdot e^x\right)=-\lim_{t\to\infty}\frac{t^3}{e^t}=-\lim_{t\to\infty}\frac{3t^2}{e^t}=-\lim_{t\to\infty}\frac{6t}{e^t}=-6\cdot\lim_{t\to\infty}\frac{1}{e^t}=0.\otimes$$

Пример 3.3.11. Найти предел $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{\ln x}-\dfrac{1}{x-1}\right)$.

Р е ш е н и е. Имеем неопределённость вида $\left[\infty-\infty\right]$. Для раскрытия неопределённости приводим выражения, стоящие в скобках, к общему знаменателю:

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{\ln x}-\frac{1}{x-1}\right)=\lim_{x\to 1}\left(\frac{x-1-\ln x}{x\cdot\ln x-\ln x}\right).$$

Получаем неопределённость вида $\left[\frac{0}{0}\right]$. Применяя правило Лопиталя два раза, имеем:

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{\ln x}-\frac{1}{x-1}\right)=\lim_{x\to 1}\left(\frac{x-1-\ln x}{x\cdot\ln x-\ln x}\right)=\lim_{x\to 1}\left(\frac{1-\frac{1}{x}}{\ln x+1-\frac{1}{x}}\right)=$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{x\cdot\ln x+1-1}=\lim_{x\to 1}\frac{1}{\ln x+2}=\frac{1}{2}.\otimes$$

Пример 3.3.12. Разложить многочлен

$$P(x)=x^5-2x^4+x^3-x^2+2x-1$$

по степеням $x-1$ по формуле Тейлора.

Р е ш е н и е. В нашем случае формула Тейлора имеет вид:

$$f(x)=\sum_{k=0}^{n}\frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}\cdot(x-x_0)^k=f(x_0)+\frac{f^{(1)}(x_0)}{1!}\cdot(x-x_0)+$$

$$+\frac{f^{(2)}(x_0)}{2!}\cdot(x-x_0)^2+\ldots\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}\cdot(x-x_0)^n,$$

где $x_0=1$. Находим значение многочлена и его производных в точке $x_0=1$:

$$P(x)=x^5-2x^4+x^3-x^2+2x-1,\quad P(1)=0;$$
$$P^{(1)}(x)=5x^4-8x^3+3x^2-2x+2,\quad P^{(1)}(1)=0;$$
$$P^{(2)}(x)=20x^3-24x^2+6x-2,\quad P^{(2)}(1)=0;$$
$$P^{(3)}(x)=60x^2-48x+6,\quad P^{(3)}(1)=18;$$
$$P^{(4)}(x)=120x-48,\quad P^{(4)}(1)=72;$$
$$P^{(5)}(x)=120,\quad P^{(5)}(1)=120.$$

Подставляя найденные производные в формулу Тейлора, получаем:

$$P(x)=3\cdot(x-1)^3+3\cdot(x-1)^4+(x-1)^5.\otimes$$

Пример 3.3.13. Разложить многочлен

$$P(x) = x^4 + 2x^3 - 8x^2 + 4x + 4$$

по степеням $x+1$ по формуле Тейлора.

Р е ш е н и е. Вычисляя значение многочлена и его производных в точке $x_0 = -1$, получаем:

$$P(x) = x^4 + 2x^3 - 8x^2 + 4x + 4, \qquad P(-1) = -9;$$
$$P^{(1)}(x) = 4x^3 + 6x^2 - 16x + 4, \qquad P^{(1)}(-1) = 22;$$
$$P^{(2)}(x) = 12x^2 + 12x - 16, \qquad P^{(2)}(-1) = -16;$$
$$P^{(3)}(x) = 24x + 12, \qquad P^{(3)}(-1) = -12;$$
$$P^{(4)}(x) = 24, \qquad P^4(-1) = 24.$$

Подставляя найденные производные в формулу Тейлора, получаем:

$$P(x) = -9 + \frac{22}{1!}\cdot(x+1) + \frac{-16}{2!}\cdot(x+1)^2 + \frac{-12}{3!}\cdot(x+1)^3 +$$
$$+ \frac{24}{4!}\cdot(x+1)^4 = -9 + 22\cdot(x+1) - 8\cdot(x+1)^2 -$$
$$- 2\cdot(x+1)^3 + (x+1)^4. \quad \otimes$$

Пример 3.3.14. Представить функцию $f(x) = e^x$ в виде разложения по формуле Маклорена.

Р е ш е н и е. Формула Маклорена имеет вид:

$$f(x) = f(0) + \sum_{k=1}^{n} \frac{d^k f}{dx^k}(0)\frac{x^k}{k!} + \frac{d^{n+1} f}{dx^{n+1}}(\xi)\frac{x^{n+1}}{(n+1)!}.$$

Очевидно выполнение равенств: $(\forall n \in N)$

$$f(0) = \frac{df}{dx}(0) = \frac{d^2 f}{d^2 x}(0) = \ldots = \frac{d^n f}{d^n x}(0) = e^0 = 1.$$

Кроме этого, очевидно, что $\frac{d^{n+1} f}{d^{n+1} x}(x) = e^x$.

Тогда формула Маклорена с остаточным членом в форме Лагранжа принимает вид:

$$e^x = 1 + \sum_{k=1}^{n} \frac{x^k}{k!} + e^{\xi} \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}.$$

В этой формуле можно положить $\xi = \theta \cdot x$, где $0 < \theta < 1$. $\otimes$

Приведём вид формулы Тейлора с **остаточным членом в форме Пеано**:

$$f(x) = f(x_0) + \frac{df}{dx}(x_0) \cdot \frac{x - x_0}{1!} + \frac{d^2 f}{dx^2}(x_0) \cdot \frac{(x - x_0)^2}{2!} + \ldots +$$

$$+ \frac{d^n f}{dx^n}(x_0) \cdot \frac{(x - x_0)^n}{n!} + \frac{d^{n+1} f}{dx^{n+1}}(x_0) \cdot \frac{(x - x_0)^{n+1}}{(n+1)!}.$$

Здесь многочлен Тейлора

$$T_n(x_0, x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{d^k f}{dx^k}(x_0) \frac{(x - x_0)^k}{k!} = f(x_0) + \frac{df}{dx}(x_0) \frac{(x - x_0)^1}{1!} +$$

$$+ \frac{d^2 f}{dx^k}(x_0) \frac{(x - x_0)^2}{2!} + \ldots + \frac{d^n f}{dx^n}(x_0) \frac{(x - x_0)^n}{n!},$$

а остаточный член в форме Лагранжа

$$R_n(x, n) = f(x) - T_n(x_0, x) = f(x) - \sum_{k=0}^{n} \frac{d^k f}{dx^k}(x_0) \cdot \frac{(x - x_0)^k}{k!}.$$

При условии $\Delta x \to 0$ выполняется

$$R_n(x, n) = f(x) - T_n(x_0, x) = o\left((x - x_0)^n\right) = o\left((\Delta x)^n\right).$$

Теперь формулу Тейлора можно записать в виде

$$f(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{d^k f}{dx^k}(x_0) \frac{(x - x_0)^k}{k!} + o\left((\Delta x)^n\right).$$

Последняя форма записи называется ***формулой Тейлора с остаточным членом в форме Пеано***.

Пример 3.3.15. Разложить функцию $f(x) = \sin x$ по формуле Маклорена.

Р е ш е н и е. Рассмотрим производные функции $f(x) = \sin x$ в точке x:

$$\frac{d}{dx} \sin x = \cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\sin x = \frac{d}{dx}\cos(x) = -\sin x = \sin(x+\pi) = \sin\left(x + 2\frac{\pi}{2}\right);$$

……;

$$\frac{d^k}{dx^k}\sin x = \sin\left(x + k\frac{\pi}{2}\right).$$

Кроме этого, имеем

$$\frac{d^{2n+1}}{dx^{2n+1}}\sin(\theta x) = \sin\left(\theta x + (2n+1)\frac{\pi}{2}\right) = (-1)^n \cos\theta x.$$

Действительно, видим, что

$$\sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2} + \theta x\right) = \sin\left(\pi n + \frac{\pi}{2} + \theta x\right) = (-1)^n \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta x\right) = (-1)^n \cos\theta x.$$

Здесь мы положили $\xi = \theta x$, где $0 < \theta < 1$, $x \in (a, b)$.

Формула Маклорена принимает вид

$$\sin x = \sin 0 + \frac{1}{1!}x + 0 - \frac{x^3}{3!} + 0 + \frac{x^5}{5!} + 0 - \frac{x^7}{7!} + \ldots +$$

$$+ (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \alpha^{(2n+1)}(x) =$$

$$= x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}\cos\theta x.$$

В виде разложения по формуле Маклорена с остаточным членом в форме Пеано это разложение записывается так:

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + o\left(x^{2n}\right). \otimes$$

Аналогично можно получить и разложение по формуле Маклорена функции $f(x) = \cos x$:

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \ldots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o\left(x^{2n+1}\right)$$

Пример 3.3.16. Найти предел: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x - x}{x^3}$.

Р е ш е н и е. Записываем для $\sin x$ разложение по формуле Маклорена

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + o\left(x^4\right).$$

Подставляя это разложение, имеем:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x - x}{x^3} = \lim_{x\to 0}\frac{x - \frac{x^3}{3!} - x + o\left(x^4\right)}{x^3} = -\frac{1}{3!} - \lim_{x\to 0}\frac{o\left(x^4\right)}{x^3} = -\frac{1}{6}. \otimes$$

Пример 3.3.17. Найти предел: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{-\frac{x^2}{2}} - \cos x}{x^3 \cdot \sin x}$.

Р е ш е н и е. Используем разложение для e^x, $\sin x$ и $\cos x$. Получаем:

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{-\frac{x^2}{2}} - \cos x}{x^3 \cdot \sin x} = \lim_{x\to 0}\frac{1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{8} + o\left(x^4\right) - 1 + \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{24}}{x^3 \cdot \left(x + \alpha_{(2)}(x)\right)} =$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{\frac{x^4}{8} - \frac{x^4}{24} + o\left(x^4\right)}{x^4 + o\left(x^5\right)} = \lim_{x\to 0}\frac{\frac{1}{8} - \frac{1}{24} + \frac{o\left(x^4\right)}{x^4}}{1 + \frac{o\left(x^5\right)}{x^4}} = \frac{1}{12}. \otimes$$

Практическое занятие 5. Исследование функций одного переменного

Предварительные сведения

Пусть функция $f: J \to f(J)$ дифференцируема на множестве $J = (a, b)$ и монотонно возрастает (монотонно убывает) на нём. Тогда на этом множестве её производная неотрицательна (неположительна), то есть

$$(\forall x \in (a, b))\ f'(x) \geq 0\ (f'(x) \leq 0).$$

Пусть функция $f: J \to f(J)$ дифференцируема на $J = (a, b)$ и существует точка $x_0 \in (a, b)$ такая, что $f'(x_0) = 0$. Тогда если при переходе через точку x_0 в направлении

роста аргумента x производная f' функции f меняет знак с «плюса» на «минус» (с «минуса» на «плюс»), то в точке x_0 функция имеет локальный максимум (локальный минимум). Если же знак производной f' при переходе через точку x_0 не меняется, то функция в точке x_0 экстремума не имеет.

График G_f функции $f: J \to f(J)$, дифференцируемой на $J = (a, b)$, называется **выпуклым в окрестности** $U(x_0)$ **точки** $x_0 \in J$, если точки $(x;\ f(x))$, где $x \in U(x_0)$, графика лежат ниже касательной к графику в точке x_0. Если же все точки $(x;\ f(x))$, где $x \in U(x_0)$, графика G_f функции лежат выше касательной к нему в точке x_0, то график называется **вогнутым в окрестности** $U(x_0)$ **точки** x_0. ●

Пусть функция $f: J \to f(J)$ определена и дифференцируема на множестве $J = (a, b)$ и $x_0 \in (a, b)$. Тогда если при переходе через точку x_0 (в направлении роста аргумента x) график функции G_f меняет выпуклость на вогнутость (или наоборот), то точка $(x_0;\ f(x_0))$ называется **точкой перегиба** графика функции.

Пусть $f: J \to f(J)$, где $J = (a, b)$. Тогда, если вторая производная функция f'' для функции f во всех точках множества J положительна (отрицательна), то график функции G_f является вогнутым (выпуклым) на этом множестве.

Пусть дана функция $f: M \to f(M)$ и G_f – её график. Прямая линия, с уравнением $x = a$, где $a \in M$, называется **вертикальной асимптотой графика функции** f, если хотя бы один из односторонних пределов

$$\lim_{x \to a+0} f(x),\ \lim_{x \to a-0} f(x)$$

не существует.

Прямая линия с уравнением

$$y = kx + b$$

называется **наклонной асимптотой графика** G_f **функции** $f: M \to f(M)$ (**правой** при $x \to +\infty$ и **левой** при $x \to -\infty$), если

$$\lim_{x \to \pm\infty} [f(x) - (kx + b)] = 0.$$

Справедливо представление

$$f(x) = (kx + b) + \alpha(x),$$

где $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \alpha(x) = 0$. Нетрудно видеть также, что справедливы формулы:

$$k = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x},\ b = \lim_{x \to \pm\infty} [f(x) - kx].$$

Примеры с решением

Пример 3.4.1. Найти промежутки монотонности функции, определённой формулой $f(x)=x^3+3x^2-9x-2.$

Р е ш е н и е. Множеством определения функции является вся числовая ось. Находим первую производную функции

$$f'=3x^2+6x-9=3\left(x^2+2x-3\right)=3(x+1)^2-12.$$

Поэтому имеем:

$$f'>0\Rightarrow x^2+2x-3>0\Rightarrow 3\cdot(x+1)^2-12>0;$$

$$f'<0\Rightarrow x^2+2x-3<0\Rightarrow 3\cdot(x+1)^2-12<0.$$

Корни уравнения

$$x^2+2x-3=0$$

есть

$$x_1=-3,\ x_2=1.$$

График функции – парабола, ветви которой направлены вверх, а вершина находится в точке с координатами $x_0=-1,\ y_0=-12$. Следовательно, неравенство $f'(x)>0$ выполняется при $x<-3$ и $x>1$, а неравенство $f'(x)<0$ при $-3<x<1.$

На множестве $(-\infty,-3)\cup(1,+\infty)$ функция строго монотонно возрастает, а на множестве $(-3,1)$ строго монотонно убывает. $\otimes$

Пример 3.4.2. Предприятие производит x единиц продукции в месяц. Зависимость финансовых накоплений предприятия от объёма выпуска выражается формулой

$$\Phi=-0{,}01\cdot x^3+300\cdot x-500.$$

Определить количество единиц продукции, начиная с которого финансовые накопления предприятия начинают убывать.

Р е ш е н и е. Производная от Φ равна:

$$\Phi'=-0{,}03\cdot x^2+300.$$

Финансовые накопления убывают, если

$$\Phi'=-0{,}03\cdot x^2+300<0,$$

откуда имеем $x^2 - 10000 > 0$. Из последнего неравенства получаем: $x_1 > 100$, $x_2 < -100$. Имеет экономический смысл только неравенство $x_1 > 100$. Следовательно, при $x > 100$ финансовые накопления предприятия начинают убывать, то есть повышать выпуск продукции свыше 100 единиц становится экономически не выгодно. $\otimes$

Пример 3.4.3. Исследовать на наличие локальных экстремумов функцию, заданную формулой $f(x) = x^3 - 5x + 2$.

Р е ш е н и е. 1) Производная функция для функции f есть

$$f'(x) = 3x^2 - 5.$$

2) Находим критические точки функции, решая уравнение

$$3x^2 - 5 = 0.$$

Корни уравнения (критические точки) есть $x_1 = -\sqrt{\frac{5}{3}}, x_2 = +\sqrt{\frac{5}{3}}$.

3) Выясняем вопрос о наличии локальных экстремумов функции согласно теореме, для чего определяем знаки производной $f'(x)$ справа и слева от каждой критической точки, результаты заносим в таблицу:

x	$x < -\sqrt{\frac{5}{3}}$	$x_1 = -\sqrt{\frac{5}{3}}$	$-\sqrt{\frac{5}{3}} < x < \sqrt{\frac{5}{3}}$	$x_2 = \sqrt{\frac{5}{3}}$	$x > \sqrt{\frac{5}{3}}$
$f'(x)$	+	0	–	0	+
f		Максимум $f(x_1) = 6{,}3$		Минимум $f(x_2) = -2{,}3$	

4. Вычисляем значения функции в точках x_1, x_2 и результаты вычислений тоже заносим в таблицу.

Получаем следующий результат: функция имеет в точке

$$x_1 = -\sqrt{\frac{5}{3}}$$

локальный максимум $f(x_1) = 6{,}3$, а в точке

$$x_2 = +\sqrt{\frac{5}{3}}$$

– локальный минимуму $f(x_2) = -2{,}3.$ ⊗

Пример 3.4.4. Найти экстремумы функции, определённой формулой

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + 4x + 3.$$

Р е ш е н и е. Множеством определения функции является вся числовая ось R.

1) Находим производную функции:

$$f'(x) = x^2 + 5x + 4.$$

2) Находим критические точки функции, для чего решаем уравнение

$$x^2 + 5x + 4 = 0.$$

В результате решения имеем корни: $x_1 = -1,\ x_2 = -4$. Критические точки разбивают R^1 на промежутки

$$-\infty < x < -4,\ -4 < x < -1,\ -1 < x < \infty.$$

3) Исследуем поведение первой производной функции в полученных промежутках:

в промежутке $(-\infty, -4)$ имеем $y' > 0$;

в промежутке $(-4, -1)$ имеем $y' < 0$;

в промежутке $(-1, \infty)$ имеем $y' > 0$.

Следовательно, в точке -4 имеем **максимум**; в точке -1 имеем **минимум**.

4) Вычисляем экстремальные значения функции:

$$\max f(x) = f(-4) \approx 5{,}67;\ \min f(x) = f(-1) = 1{,}17.$$ ⊗

Пример 3.4.5. Найти экстремумы функции, определённой формулой

$$f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 10.$$

Р е ш е н и е. 1) Находим производную функции:

$$f'(x) = 15x^4 - 15x^2.$$

2) Находим критические точки функции, для чего решаем уравнение

$$15x^4 - 15x^2 = 0,\ x^4 - x^2 = 0,\ x^2 \cdot (x-1) \cdot (x+1) = 0.$$

Имеем три корня: $x_1 = 0,\ x_2 = 1,\ x_3 = -1.$

3) Находим вторую производную функцию:

$$f''(x) = 60 \cdot x^3 - 30 \cdot x.$$

4) Находим вторую производную в критических точках:

$$f''(0) = 0;\ f''(1) = 30;\ f''(-1) = -30.$$

В точке $x_2 = 1$ функция имеет **минимум**, а в точке $x_3 = -1$ - **максимум**. В точке $x_1 = 0$ функция экстремума не имеет, так как первая производная при переходе через эту точку не меняет своего знака. $\otimes$

Промежутки выпуклости и вогнутости и асимптоты графика функции

Пример 3.4.6. Найти промежутки выпуклости и вогнутости и точки перегиба графика функции, заданной формулой:

$$f(x) = (x^2 + 7x) \cdot \sqrt[3]{x} - 5x - 8.$$

Р е ш е н и е. Множество определения функции $M = R$. Преобразованная формула

$$f(x) = x^{\frac{7}{3}} + 7 \cdot x^{\frac{4}{3}} - 5x - 8.$$

1) Находим нули и точки разрыва второй производной функции, для чего находим $f''(x)$:

$$f'(x) = \frac{7}{3} \cdot x^{\frac{4}{3}} + \frac{28}{3} \cdot x^{\frac{1}{3}} - 5;$$

$$f''(x) = \frac{28}{9} \cdot x^{\frac{1}{3}} + \frac{28}{9} \cdot x^{-\frac{2}{3}} = \frac{28}{9} \cdot \frac{x+1}{\sqrt[3]{x^2}}.$$

Очевидно, что точка $x = -1$ является нулём второй производной $f''(x)$, а точка $x = 0$ является точкой разрыва второго рода второй производной $f''(x)$. Эти точки делят множество определения функции $f(x)$ на промежутки

$$(-\infty, -1), (-1, 0), (0, +\infty).$$

2) Определяем знак второй производной в полученных промежутках:

$$(\forall x \in (-\infty, -1))\ f''(x) < 0;$$

$$(\forall x \in (-1, 0))\ f''(x) > 0;$$

$$(\forall x \in (0, +\infty))\ f''(x) > 0.$$

Следовательно: на $(-\infty, -1)$ график функции ***выпуклый***; на $(-1, 0) \cup (0, +\infty)$ график функции ***вогнутый***.

3) Так как функция в точке $x_0 = -1$ определена, а $f''(-1) = 0$, то в точке $x_0 = -1$ график функции испытывает перегиб, а точка

$$(x_0;\ f(x_0)) = (-1; 3)$$

является точкой перегиба графика функции. $\otimes$

Пример 3.4.7. Найти асимптоты графика функции, заданной формулой:

$$f(x) = \frac{-x^2 + 7x}{x - 3}.$$

Р е ш е н и е. 1) Точка $x = 3$ является точкой разрыва второго рода, следовательно, график функции имеет вертикальную асимптоту с уравнением $x = 3.$

2) По определению асимптоты, функция может быть представлена в виде

$$f(x) = (kx + b) + \alpha(x),$$

где $\alpha(x)$ – бесконечно малая функция при неограниченном удалении точки графика от начала системы координат более высокого порядка, чем x, то есть

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{\alpha(x)}{x} = 0.$$

Чтобы записать функцию в указанном виде, разделим числитель на знаменатель с остатком:

$$\frac{-x^2 + 7x}{x - 3} = -x + 4 + \frac{12}{x - 3}.$$

Так как

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{12}{x - 3} = 0,$$

график функции имеет наклонную асимптоту с уравнением $y=-x+4$. $\otimes$

Пример 3.4.8. Найти асимптоты графика функции, заданной формулой:

$$f(x)=\sqrt{1+x^2}-2x.$$

Р е ш е н и е. $1)$ Так как функция определена на всей числовой оси, вертикальных асимптот нет.

$2)$ Из представления функции в виде

$$f(x)=(kx+b)+\alpha(x)$$

Следует, что для нахождения наклонных асимптот нужно найти правый и левый пределы, которые равны соответственно

$$k_+=\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x},\ b_+=\lim_{x\to+\infty}[f(x)-kx],$$

$$k_-=\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x},\ b_-=\lim_{x\to-\infty}[f(x)-kx].$$

Правый предел:

$$k_1=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{1+x^2}-2x}{x}=\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{\frac{1}{x^2}+1}-2\right)=-1;$$

$$b_1=\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{1+x^2}-2x+x\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{1+x^2}-x\right)=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{1+x^2}+x}=0.$$

Правая наклонная асимптота графика функции имеет уравнение

$$y=-x.$$

Левый предел:

$$k_2=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{1+x^2}-2x}{x}=\{x=-z\}=\lim_{z\to+\infty}\frac{\sqrt{1+z^2}+2z}{-z}=$$

$$=-\lim_{z\to+\infty}\left(\sqrt{\frac{1}{z^2}+1}+2\right)=-3;$$

$$b_2 = \lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{1+x^2}-2x+3x\right)= \lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{1+x^2}+x\right)=$$

$$= \lim_{x\to-\infty}\frac{1}{\sqrt{1+x^2}-x}=0.$$

Левая наклонная асимптота графика функции имеет уравнение

$$y=-3x.\otimes$$

Пример 3.4.9. Исследовать функцию, заданную формулой $y(x)=x\cdot e^{-x}$.

Р е ш е н и е. 1) Множеством определения функции служит всё множество действительных чисел R.

2) Нуль функции – точка $x=0$, причём $\lim\limits_{x\to0}y(x)=0$. Следовательно, функция в точке $x=0$ асимптот не имеет.

3) Находим критические точки функции:

$$y'(x)=e^{-x}-x\cdot e^{-x}=e^{-x}\cdot(1-x)\Rightarrow x=1.$$

4) Имеем два промежутка $(-\infty,1)$ и $(1,\infty)$. На этих промежутках

$$(\forall x\in(-\infty,1))\ y'(x)>0,$$

$$(\forall x\in(1,\infty))\ y'(x)<0,$$

соответственно. Следовательно, при $x\in(-\infty,1)$ функция строго монотонно возрастает, а при $x\in(1,\infty)$ функция строго убывает.

5) Вторая производная функции равна

$$y''(x)=-e^{-x}\cdot(1-x)-e^{-x}=e^{-x}\cdot(x-2).$$

Так как в точке $x=1$ вторая производная равна

$$y''(1)=\frac{1-2}{e}=-\frac{1}{e}<0,$$

то функция в этой точке имеет локальный максимум, равный $\frac{1}{e}$.

6) Вторая производная функции в точке $x=2$ обращается в нуль, а при переходе через это точку меняет знак с минуса на плюс. Следовательно, график функции при $x=2$ имеет перегиб,

причём при $x<2$ график функции выпуклый, а при $x>2$ – вогнутый. Значение функции в точке перегиба равно

$$y(2)=2\cdot e^{-2}=\frac{2}{e^2}.\otimes$$

Практическое занятие 6. Интегрируемость функции одного переменного

Предварительные сведения

Определённым интегралом от определённой на промежутке $[a,b]$ функции f называется предел последовательности интегральных сумм Римана

$$\int_a^b f(x)dx \overset{def}{=} \lim_{d\to 0}\sum_{k=1}^{n} f(\xi_k)\cdot(x_k-x_{k-1}),$$

если он существует. Можно показать, что этот предел существует для непрерывной на $[a,b]$ функции.

Свойства определённого интеграла:

1) $\int_a^a f(x)dx=0$;

2) $\int_a^b f(x)dx=-\int_b^a f(x)dx$;

3) $\int_a^b\big(f(x)+g(x)\big)dx=\int_a^b f(x)dx+\int_a^b g(x)dx$;

4) $\int_a^b c\cdot f(x)dx=c\cdot\int_a^b f(x)dx$;

5) $\int_a^b f(x)dx=\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx$ при $a<c<b$;

6) $\int_a^b f(x)dx>0$, если $(\forall x\in[a,b])\ f(x)>0$.

Пусть f и F – две функции, определённые на открытом промежутке $M=(a,b)\subset R^1$. Функция F называется **первообразной (примитивной) функцией** для функции f на промежутке M, если она дифференцируема на этом промежутке и выполняется следующее условие:

$$(\forall x\in(a,b))\ \frac{d}{dx}F(x)=f(x).$$

Неопределённым интегралом от функции f на промежутке (a,b) действительной числовой оси называется бесконечное множество $H(x)$ всех её первообразных. Неопределённый интеграл обозначается так:

$$H(x)=\int f(x)dx=F(x)+C.$$

Если F – первообразная функция для функции f на промежутке $\overline{J}=[a,b]$, то определённый интеграл от функции f по заданному промежутку равен разности значений первообразной на концах промежутка (формула Ньютона-Лейбница):

$$\int_a^b f(x)dx = F(b)-F(a).$$

Примеры с решением

Пример 3.5.1. Найти неопределённый интеграл

$$I=\int \sqrt[3]{x^2}\,dx.$$

Р е ш е н и е. Непосредственно имеем:

$$\int \sqrt[3]{x^2}\,dx=\int x^{2/3}dx=\frac{x^{5/3}}{5/3}+C=\frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5}+C.\otimes$$

Пример 3.5.2. Найти неопределённый интеграл

$$I=\int\left(6x^2-3\sqrt{x}+5\right)dx.$$

Р е ш е н и е. Используя свойства неопределённого интеграла и таблицу первообразных, получаем:

$$\int\left(6x^2-3\sqrt{x}+5\right)dx=6\int x^2dx-3\int x^{\frac{1}{2}}dx+5\int dx=$$

$$=2x^3-2x^{3/2}+5x+C=2x^3-2\sqrt{x^3}+5x+C,$$

где все постоянные интегрирования объедены в одну постоянную C. $\otimes$

Пример 3.5.3. Найти неопределённый интеграл

$$I=\int\left(5x^2+11-3\sin x+\frac{2}{x}-\frac{1}{\sin^2 x}\right)dx.$$

Р е ш е н и е. Используя свойства неопределённого интеграла и табличные первообразные, имеем:

$$\int\left(5x^2+11-3\sin x+\frac{2}{x}-\frac{1}{\sin^2 x}\right)dx=$$

$$=5\int x^2dx+11\int dx-3\int \sin x dx+2\int\frac{dx}{x}-\int\frac{dx}{\sin^2 x}=$$

$$= \frac{5}{3}x^3 + 11x + 3\cos x + 2\ln|x| + ctgx + C. \otimes$$

По определению логарифмической производной имеем:

$$y(x) = \ln(f(x)) \Rightarrow \frac{dy}{dx}(x) = \frac{d}{dx}(\ln(f(x))) = \frac{1}{f(x)} \cdot \frac{df}{dx}(x) \equiv \frac{f'(x)}{f(x)}.$$

Тогда по определению неопределённого интеграла имеем:

$$\int (\ln f(x))' dx = \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int \frac{f'(x)dx}{f(x)} = \int \frac{df(x)}{f(x)} = \ln(f(x)) + C.$$

Этот метод нахождения неопределённого интеграла называется ***методом подведения под дифференциал***.

Пример 3.5.4. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{dx}{x+1}.$$

Р е ш е н и е. Замечая, что $dx = d(x+1)$ и, используя табличную первообразную для функции $\frac{1}{x}$, в соответствии с формулой подведения под дифференциал получаем:

$$\int \frac{dx}{x+1} = \int \frac{d(x+1)}{x+1} = \ln|x+1| + C. \otimes$$

Пример 3.5.5. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{dx}{ax+b}.$$

Р е ш е н и е. Замечая, что $dx = \frac{1}{a}d(ax+b)$, имеем:

$$\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a}\int \frac{d(ax+b)}{ax+b} = \frac{1}{a}\ln|ax+b| + C. \otimes$$

Пример 3.5.6. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{xdx}{1+x^2}.$$

Р е ш е н и е. Так как $xdx = \frac{1}{2}d\left(1+x^2\right)$, получаем:

$$\int \frac{xdx}{1+x^2} = \frac{1}{2}\int \frac{d\left(1+x^2\right)}{1+x^2} = \frac{1}{2}\ln\left(1+x^2\right)+C. \otimes$$

Пример 3.5.7. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{3x+2}{x+5}dx.$$

Р е ш е н и е. Преобразуем подынтегральную функцию:

$$\frac{3x+2}{x+5} \equiv \frac{3x+15-13}{x+5} = \frac{3\left(x+5\right)}{x+5} - \frac{13}{x+5} = 3 - \frac{13}{x+5}.$$

Используя свойства неопределённого интеграла и табличные первообразные, получаем:

$$\int \frac{3x+2}{x+5}dx = \int\left(3-\frac{13}{x+5}\right)dx = 3\int dx - 13\int \frac{1}{x+5}dx =$$

$$= 3x - 13\ln\left|x+5\right| + C. \otimes$$

Пусть функция $x = \varphi(t)$ определена на промежутке $\overline{J} \in \left[\alpha, \beta\right]$, имеет непрерывную производную на $\left(\alpha, \beta\right)$ и принимает значения в промежутке $\overline{M} \in \left[a, b\right]$, а функция $f : \overline{M} \to f\left(\overline{M}\right)$ – непрерывная функция, определённая при всех $x \in \overline{M}$. Тогда в неопределённом интеграле

$$I = \int f(x)dx + C$$

можно заменить переменную x функцией $\varphi\left(t\right)$ от переменной t, причём dx заменяется на $\frac{d\phi}{dt}(t)dt$, то есть, справедлива формула **замены переменной**

$$\int f(x)dx = \int f\left(\phi(t)\right)\frac{d\phi}{dt}(t)dt + C.$$

Если функции u и v имеют непрерывные производные $\frac{du}{dx}$ и $\frac{dv}{dx}$, то

$$\int u\left(x\right)dv\left(x\right) = u\left(x\right)v\left(x\right) - \int v\left(x\right)du\left(x\right)$$

(**формула интегрирования по частям**).

Пример 3.5.8. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \sqrt{x+3}dx.$$

Р е ш е н и е. Заменяя переменную по формуле $t = x+3 \Rightarrow dx = dt$, получаем:

$$\int \sqrt{x+3}dx = \int \sqrt{t}dt = \int t^{1/2}dt = \frac{2}{3}t^{3/2} + C = \frac{2}{3}\sqrt{(x+3)^3} + C. \otimes$$

Пример 3.5.9. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{x^2+1}{(x^3+3x+1)^4}dx.$$

Р е ш е н и е. Заменяя переменную

$$t = x^3+3x+1 \Rightarrow dx = \frac{1}{3}\frac{dt}{x^2+1},$$

получаем:

$$\int \frac{x^2+1}{(x^3+3x+1)^4}dx = \frac{1}{3}\int \frac{dt}{t^4} = -\frac{1}{9t^3} + C = -\frac{1}{9(x^3+3x+1)^3} + C. \otimes$$

Пример 3.5.10. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int x \cdot \cos x dx.$$

Р е ш е н и е. Замечая, что $\cos x dx = d(\sin x)$ и используя формулу интегрирования по частям, получаем:

$$\int x \cdot \cos x dx = \left\{ \begin{matrix} u = x, & du = dx, \\ dv = \cos x dx \equiv d(\sin x), & v = \sin x \end{matrix} \right\} =$$

$$= x \cdot \sin x - \int \sin x dx + C = x \cdot \sin x + \cos x + C. \otimes$$

Пример 3.5.11. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int x \cdot \ln x dx.$$

Р е ш е н и е. Интегрируя по частям, получаем:

$$\int x \cdot \ln x dx = \left\{ \begin{matrix} u = \ln x, & du = \dfrac{dx}{x}, \\ dv = x dx, & v = \dfrac{x^2}{2} \end{matrix} \right\} = \frac{x^2}{2} \cdot \ln x - \frac{1}{2}\int x dx + C =$$

$$= \frac{x^2}{2} \cdot \ln x - \frac{x^2}{4} + C. \otimes$$

Пример 3.5.12. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_0^1 x^2 dx$$

по формуле Ньютона-Лейбница, дать геометрическую интерпретацию.

Р е ш е н и е. Проводя непосредственное интегрирование и применяя формулу Ньютона-Лейбница, получаем: $\int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3}\Big|_0^1 = \frac{1}{3}$. Полученное число $\frac{1}{3}$ имеет смысл площади криволинейного треугольника с вершинами в точках

$$O(0,0),\ A(1,1),\ B(1,0).\ \otimes$$

Пример 3.5.13. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{dx}{\cos^2 x}.$$

Р е ш е н и е. Используя таблицу первообразных и формулу Ньютона-Лейбница, получаем:

$$\int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx\Big|_{\pi/6}^{\pi/4} = tg\frac{\pi}{4} - tg\frac{\pi}{6} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}.\ \otimes$$

Пример 3.5.14. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_1^2 2^{3x-4} dx.$$

Р е ш е н и е. Используем методом “подведения под дифференциал”:

$$\int_1^2 2^{3x-4} dx = \left\{ dx = \frac{1}{3} d(3x-4) \right\} = \frac{1}{3}\int_1^2 2^{3x-4} d(3x-4) =$$

$$= \left\{ \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \right\} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2^{3x-4}}{\ln 2}\Big|_1^2 = \frac{1}{3\ln 2}\left(4 - \frac{1}{2}\right) = \frac{7}{6\ln 2}.\ \otimes$$

Пример 3.5.15. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_0^1 x \cdot \left(2 - x^2\right)^5 dx.$$

Р е ш е н и е. Для решения воспользуемся методом замены переменной. Введём новую переменную $t = 2 - x^2$. Дифференциал новой переменной равен

$$dt = d\left(2 - x^2\right) = -2xdx \Rightarrow xdx = -\frac{1}{2}dt.$$

Пределы изменения новой переменной определяются так:

$$x = 0 \Rightarrow t = 2;\ x = 1 \Rightarrow t = 1.$$

Учитывая эти формулы, получаем:

$$\int_0^1 x \cdot \left(2 - x^2\right)^5 dx = \left\{ \begin{array}{l} dt = d\left(2 - x^2\right) = -2xdx;\ xdx = -\frac{1}{2}dt; \\ x = 0 \Rightarrow t = 2;\ x = 1 \Rightarrow t = 1. \end{array} \right\} =$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot \int_2^1 t^5 dt = \frac{1}{2}\int_1^2 t^5 dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} \cdot t^6 \Big|_1^2 = \frac{1}{12} \cdot \left(64 - 1\right) = \frac{63}{12} = \frac{21}{4}. \otimes$$

Пример 3.5.16. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx.$$

Р е ш е н и е. Используя замену переменной интегрирования $t = \ln x$, имеем:

$$\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx = \left\{ \begin{array}{l|l} t = \ln x, & x = 1 \Rightarrow t = 0, \\ dt = \frac{dx}{x}, & x = e \Rightarrow t = 1. \end{array} \right\} = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3}\Big|_0^1 = \frac{1}{3}. \otimes$$

Пример 3.5.17. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_0^1 x \cdot e^{-x} dx.$$

Р е ш е н и е. Данный интеграл вычисляется методом «интегрирования по частям»:

$$\int_0^1 x \cdot e^{-x} dx = \left\{ \begin{array}{ll} u = x, & du = dx, \\ dv = e^{-x}dx, & v = \int e^{-x}dx = -e^{-x}. \end{array} \right\} =$$

$$= x \cdot e^{-x}\Big|_0^1 - \int_0^1 e^{-x} d\left(-x\right) = -x \cdot e^{-x}\Big|_0^1 - e^{-x}\Big|_0^1 =$$

$$= -e^{-1} - e^{-1} + 1 = 1 - 2 \cdot e^{-1} = 1 - 2/e = e - 2/e. \otimes$$

Задания для самостоятельной работы

1. Выяснить тип монотонности последовательностей:

1) $\left(\frac{n}{2n+1}\right)$; 2) $\left(\frac{n}{5^n}\right)$; 3) $\left(\frac{n}{4n-3}\right)$; 4) $\left(\frac{n}{n+1}\right)$; 5) $\left(1+\frac{1}{2^n}\right)$.

2. Используя определение, показать, что $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = x_0$, если:

1) $x_n = \frac{3n+1}{5n+2}$, $x_0 = \frac{3}{5}$; 2) $x_n = \frac{2n-2}{3n-1}$, $x_0 = \frac{2}{3}$;

3) $x_n = \frac{4n-2}{2n+3}$, $x_0 = 2$; 4) $x_n = \frac{4n^2+1}{n^2+2}$, $x_0 = 4$;

5) $x_n = \frac{3-n^3}{1+n^3}$, $x_0 = -1$; 6) $x_n = \frac{6n-2}{2n+1}$, $x_0 = 3$;

7) $x_n = \frac{3+8n^2}{1+4n^2}$, $x_0 = 2$; 8) $x_n = \frac{5n+2}{3n+1}$, $x_0 = \frac{5}{3}$.

3. Вычислить предел последовательности:

1) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1-n}{n}$; 2) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{3n-2}{2n+5}$;

3) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(5-n)^2+(5+n)^2}{(5-n)^2-(5+n)^2}$; 4) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(4-n)^3-(2-n)^3}{(1-n)^2-(2+n)^4}$;

5) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(3+n)^2-(2+n)^2}{(2+n)^2-(1-n)^2}$; 6) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(2+n)^3}{(n+2)^2-(n+1)^3}$;

7) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(n+2)^2-(n+5)^3}{(3-n)^3}$; 8) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^2+\frac{n}{2^n}}{n^2-1}$;

9) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^3}{n^2+1}-\dfrac{3n^2}{3n-1}\right)$; 10) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{a^2n^2+bn}-an\right)$;

11) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n\sqrt[3]{3n^2}+\sqrt[4]{4n^8+1}}{\left(n+\sqrt{n}\right)\sqrt{7-n+n^2}}$; 12) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n-1}-\sqrt{2n^2+3}}{\sqrt[3]{n^3+3}+\sqrt[4]{n^5+2}}$;

13) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{10n^3-\sqrt{n^3+2}}{\sqrt{4n^6+3}-n}$; 14) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n+2}-\sqrt[3]{8n^3+3}}{\sqrt[4]{n+5}+n}$;

15) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^{n+1}+5^{n+1}}{2^n+5^n}$; 16) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(2^{-n}\sin x\right)$;

17) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+2}{n-1}\right)^n$; 18) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2+1}{n^2}\right)^{n^2}$;

19) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2+n+3}{n^2+n-1}\right)^{-n^2}$; 20) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n^2+n+5}{2n^2+n+1}\right)^{3n^2}$;

21) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$; 22) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{3n}\right)^n$.

23. Найти множество определения M и множество значений $f(M)$ функции $f(x)=\lg x$.

24. Найти множество определения M следующих функций:

1) $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}$; 2) $f(x)=\dfrac{2x}{x^2-5x+4}$; 3) $f(x)=(x-2)\cdot\sqrt{\dfrac{x+1}{1-x}}$;

4) $f(x)=\lg(x-2)-\sqrt{\dfrac{x+2}{1-x}}$; 5) $f(x)=\dfrac{3x^2-5x+2}{2x^3-3x^2+x}$.

25. Выяснить, какие из данных функций являются чётными, а какие нечётными:

1) $f(x)=1-x$; 2) $f(x)=x^3+x$; 3) $f(x)=\sqrt{2x-x^2}$;

4) $f(x)=x^5-x^3+x$; 5) $f(x)=x^2+x-1$.

26. Выяснить, является ли данная функция периодической и если функция является периодической, то найти её период:

1) $f(x)=5$; 2) $f(x)=\sin(5x+3)$; 3) $f(x)=\cos x^2$;

4) $f(x)=2[x]+1$, где $[x]$ – целая часть x.

27. Используя определение непрерывности функции по Гейне, доказать, что функция $f(x)=x^2+3x+3$ непрерывна в любой точке действительной числовой оси $(-\infty, +\infty)$.

28. Используя определение непрерывности по Коши показать, что следующие функции непрерывны в заданных точках x_0:

1) $f(x)=3x-5,\ x_0=2$; 2) $f(x)=4x^2-1,\ x_0=2$;

3) $f(x)=-3x^2+8,\ x_0=4$; 4) $f(x)=4x^2+1,\ x_0=8$;

5) $f(x)=\sin x-\cos 2x,\ x_0=\dfrac{\pi}{2}$.

29. Решить неравенство $\dfrac{x^2-5x+6}{x^3-1}<0$.

30. Найти предел данной функции при $x\to x_0$:

1) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x^2-5x+2}{2x^3-3x^2+x}$; 2) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3+3x^2+7x+5}{x^2-x-2}$;

3) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3+x^2-x-1}{x^3-3x-2}$; 4) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4-1}{x^4-x^3+x-1}$;

5) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3-x^2-x-2}{x^3-2x^2+x-2}$ 6) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x^4-a^4}{x^3-a^3}$; 7) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{1+\sin x}{1-\cos 2x}$;

8) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+\sin 2x)}{\sin 3x}$; 9) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x}{\cos 5x-\cos 3x}$; 10) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1+x3^x}{1+x2^x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$;

12) $\lim\limits_{x\to 0}(1-\ln\cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$.

31. Используя свойства бесконечно малых и бесконечно больших функций, найти следующие пределы:

1) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{3x+5}{x-5}$; 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin x}{x}$; 3) $\lim\limits_{x\to 0}\left(x\cdot\cos\dfrac{1}{x}\right)$;

4) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2-x-1}{(x-1)^2}$; 5) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{6-x}}{x^2-4}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+2}{4x^5+x+1}$; 7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2^{x+1}+3^{x+1}}{2^x+3^x}$;

8) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}\right)$; 9) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 6x}{4x}$; 10) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{5}{x}\right)^{3x}$.

32. Используя таблицу производных, найти первую производную функцию для заданной функции и, если требуется, её значение в заданных точках:

1) $f(x)=\ln\dfrac{5-4x^2}{3+7x^2}$, $x_0=3$; 2) $f(x)=\ln\dfrac{(1+x^2)\cdot(1-2x)^3}{(x^2-5)^2}$;

3) $f(x)=x\cdot\ln x$, $x=1$, $x=1x=e$, $x=\dfrac{1}{e}$, $x=\dfrac{1}{e^2}$;

4) $f(x)=\sqrt[8]{x^3}-4x^6+5\ln x-7\cos x+tg(3x^2+2)+ctg6x$;

5) $f(x)=\ln^2(1-\cos x)$; 6) $f(x)=\dfrac{3^x(\sin x+\cos x\cdot\ln 3)}{1+\ln^2 3}$;

7) $f(x)=\ln\sin 3-\dfrac{\cos^2 x}{\sin x}$; 8) $f(x)=\ln(1+\sqrt{thx})$.

33. Найти первую производную и дифференциал функции

$$f(x)=\frac{\ln x}{\sin x}+(1+x^2)\cdot ctgx.$$

34. Найти $f'(0)$ и $df(0)$, если $f(x)=\dfrac{1-10^x}{1+10^x}$.

35. Найти $f'(x)$ и $df(x)$, если $f(x)=\ln(5e^x+7)$.

36. Пусть функции f и g, определённые на одном и том же множестве $M \subset R$, n-раз дифференцируемы на этом множестве. Показать, что сумма и произведение этих функций также n-раз дифференцируемы на M.

37. Найти производные указанных порядков для данных функций:

1) $f(x)=\ln(2x-3),\ f''(x)=?;$

2) $f(x)=\sin 2x+\cos 3x,\ f'''(x)=?;$

3) $f(x)=\dfrac{x+1}{2x+3},\ f'''(x)=?;$

4) $f(x)=\ln(3x+1),\ f'''(x)=?;$

5) $f(x)=3^{2x+1},\ f'''(x)=?;$

6) $f(x)=x^2\cdot\sin x,\ f^{(3)}=?.$

38. Найти производные и дифференциалы указанных порядков:

1) $f(x)=\cos^2 x,\ f''(x)=?, d^2 f(x)=?;$

2) $f(x)=e^x\cos x,\ f^{(3)}(x)=?, d^{(3)} f(x)=?.$

30. Проверить справедливость теоремы Ферма для функции $f(x)=3x^2-1$ на промежутке $[1,2]$.

40. Проверить справедливость теоремы Ролля для функции $f(x)=x$ на промежутке $[0,1]$.

41. Проверить справедливость первой теоремы о среднем для функции $f(x)=2x-x^2$ на промежутке $[1,3]$. Найти точку ξ, удовлетворяющую условию $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(\xi)$.

42. Раскрыть неопределённости по правилам Лопиталя:

1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=\left[\dfrac{0}{0}\right]$; 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+2x^2+x-1}{3x^3-x^2-x+3}=\left[\dfrac{\infty}{\infty}\right]$;

3) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{\ln x}-\dfrac{1}{x-1}\right)=[\infty-\infty]$; 4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{x^2}=\left[\dfrac{0}{0}\right]$;

5) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-3x^2+2}{x^3-4x^2+3}=\left[\dfrac{0}{0}\right]$; 6) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x^2}=\left[\dfrac{\infty}{\infty}\right]$.

43. Найти неопределённые интегралы непосредственным интегрированием, используя свойства неопределённого интеграла и таблицу первообразных:

1) $\int\left(x^6-6x^5+40x^3-24x^2\right)dx$; 2) $\int\sqrt[3]{x^2}\left(8\sqrt[3]{x}-1\right)dx$;

3) $\int\dfrac{\left(4-3\sqrt{x}\right)^2}{x^2}dx$; 4) $\int\dfrac{x+2}{x+3}dx$; 5) $\int\left(\sum\limits_{k=0}^{n}a_k x^k\right)dx$;

6) $\int\left(2x^2+1\right)^3dx$; 7) $\int\left(1+\sqrt{x}\right)^4dx$; 8) $\int\dfrac{(x+1)\cdot\left(x^2-3\right)}{3x^2}dx$;

9) $\int\dfrac{\left(x-\sqrt{x}\right)\cdot\left(1+\sqrt{x}\right)}{\sqrt[3]{x}}dx$; 10) $\int\left(5^x-1\right)\left(5^{-x}+1\right)dx$;

11) $\int\dfrac{x^2+3}{x^2+1}dx$; 12) $\int\dfrac{\cos 2x}{\cos^2 x}dx$; 13) $\int\dfrac{\sin 3x-\sin 5x}{\cos 4x}dx$;

14) $\int\dfrac{2^{x+1}-5^{x-1}}{10^x}dx$; 15) $\int\dfrac{dx}{2+3x^2}dx$.

44. Найти неопределённые интегралы методом подведения под дифференциал:

1) $\int\dfrac{dx}{ax+b}$, где a,b – постоянные;

2) $I=\int\dfrac{xdx}{1+x^2}$;

3) $\int\sqrt{x+3}dx$ (***Указание:*** использовать подстановку $t=x+3$);

4) $I=\int\dfrac{dx}{e^x+e^{-x}}$ (***Указание:*** использовать подстановку $t=e^x$);

5) $\int\dfrac{x^2+1}{\left(x^3+3x+1\right)^4}dx$; 6) $\int\dfrac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$;

7) $\int \frac{3\sqrt{x}+1}{2x\sqrt{x}+x}dx$; 8) $\int \frac{xdx}{\sqrt{1-x^4}}$;

9) $\int \frac{x\cos x+\sin x}{(x\sin x)^3}dx$; 10) $\int \frac{\sin 2x-\cos x}{(\cos^2 x+\sin x)^2}dx$.

45. Найти неопределённые интегралы методом подстановки:

1) $\int x\cdot e^{x^2}dx$ (***Указание:*** использовать подстановку $t=x^2$);

2) $\int \frac{\ln^3 x}{x}dx$; 3) $\int (12x-5)^7 dx$; 4) $\int e^{4-3x}dx$;

5) $\int 6^{5x+2}dx$; 6) $\int \frac{6x-5}{\sqrt{3x^2-5x+4}}dx$; 7) $\int \frac{e^x dx}{2e^x+7}$; 8) $\int \frac{dx}{x\ln x}$;

9) $\int \frac{\sqrt[6]{\ln^5 x}}{x}dx$; 10) $\int \frac{e^{5x}}{4-e^{10x}}dx$; 11) $\int \sin x\cos^2 xdx$;

12) $\int \frac{\cos x}{\sqrt[3]{\sin x}}dx$; 13) $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x\sqrt{\cos x}}dx$;

14) $\int \frac{\sqrt{5tgx}}{\cos^2 x}dx$; 15) $\int e^{4\cos x-1}\sin xdx$.

46. Найти неопределённый интеграл методом интегрирования по частям:

1) $\int x^2\cdot\cos xdx$; 2) $\int x^2\cdot\sin xdx$; 3) $\int x\cdot e^x dx$;

4) $\int (x^2+2x+3)\cdot\cos xdx$; 5) $\int \frac{x}{\sin^2 x}dx$; 6) $\int e^{2x}\cos xdx$;

7) $\int x^2 e^x dx$; 8) $\int x\ln xdx$.

47. Найти определённый интеграл:

1) $\int_0^1 x\cdot e^{-x}dx$; 2) $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x}dx$; 3) $\int_0^r \sqrt{r^2-x^2}dx$;

4) $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x-\cos x}{(\cos x+\sin x)^3}dx$; 5) $\int_1^e \frac{1+\ln^3 x}{x}dx$; 6) $\int_{-2}^5 \sqrt[3]{5x+2}dx$;

7) $\int\limits_{0,5}^{0,5} \frac{3^x}{1+9^x}dx$; 8) $\int\limits_{0}^{0,5} e^{\sin \pi x}\cos \pi x dx$; 9) $\int\limits_{0}^{1} xe^{-x}dx$;

10) $\int\limits_{0}^{\pi} e^x \cos^2 x dx$; 11) $\int\limits_{0}^{\pi} (\pi - x)\sin x dx$; 12) $\int\limits_{-1}^{0} (2x+3)e^{-x}dx$;

13) $\int\limits_{\pi/6}^{\pi/2} \frac{xdx}{\sin^2 x}$; 14) $\int\limits_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{\cos x}{3+\cos x}dx$; 15) $\int\limits_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\cos^2 x}{\sin^4 x}dx$; 16) $\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1+tgx}{\sin 2x}dx$.

ЧАСТЬ 4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

РЯДЫ

Практическое занятие 1. Дифференцируемость функций нескольких переменных

Предварительные сведения

Функция $f: R^n \to R^1$ называется дифференцируемой в области $\Omega \subset R^n$, если выполняется следующее условие:

$$\left(\forall \vec{x}_0 \in \Omega\right)\left(\exists U\left(\vec{x}_0\right) \subset \Omega\right): \left(\forall \vec{x} \in U\left(\vec{x}_0\right)\right)$$

$$f\left(\vec{x}\right) = f\left(\vec{x}_0\right) + \sum_{k=1}^{m} \frac{\partial f}{\partial x^k}\left(\vec{x}_0\right) \cdot \Delta x^k + o\left(\left\|\Delta \vec{x}\right\|\right).$$

Здесь

$$\Delta \vec{x} = \sum_{k=1}^{m} \left(x^k - x_0^k\right)\vec{e}_k \equiv \sum_{k=1}^{m} \Delta x^k \vec{e}_k,$$

$$\lim_{\left\|\Delta \vec{x}\right\| \to 0} \frac{o\left(\left\|\Delta \vec{x}\right\|\right)}{\left\|\Delta \vec{x}\right\|} = 0,$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_k}\left(\vec{x}_0\right) \equiv$$

$$\equiv \lim_{\Delta x^k \to 0} \frac{f\left(x_0^1, \ldots, x_0^{k-1}\, x^k, x_0^{k+1}, \ldots, x_0^m\right) - f\left(x_0^1, \ldots, x_0^{k-1}\, x_0^k, x_0^{k+1}, \ldots, x_0^m\right)}{\Delta x^k} -$$

частная производная по переменной x^k первого порядка.

Частные производные функции нескольких переменных высших порядков находятся посредством рекуррентной формулы:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_p^2}\left(\vec{x}\right) \equiv \frac{\partial}{\partial x_p}\left(\frac{\partial f}{\partial x_p}\right); \frac{\partial}{\partial x_p}\left(\frac{\partial f}{\partial x_k}\right) \equiv \frac{\partial^2 f}{\partial x_p \partial x_k}\left(\vec{x}\right).$$

Вторая формула даёт выражение для смешанной частной производной второго порядка.

Справедлива следующая теорема.

Пусть $f : M \to f(M)$ ($M \subset R^n$ и $f(M) \subset R^1$) – некоторая дифференцируемая в окрестности $U\left(\vec{x}_0\right) \subset M$ точки $\vec{x}_0 \in M$ функция. Тогда, если в окрестности $U\left(\vec{x}_0\right)$ существуют (смешанные) частные производные второго порядка

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_p \partial x_k}\left(\vec{x}\right), \frac{\partial^2 f}{\partial x_k \partial x_p}\left(\vec{x}\right),$$

непрерывные в точке $\vec{x}_0$, то

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_p \partial x_k}\left(\vec{x}_0\right) = \frac{\partial^2 f}{\partial x_k \partial x_p}\left(\vec{x}_0\right).$$

Теорема обобщается и на смешанные производные любого порядка, вычисленные одинаковое число раз по одним и тем же переменным, даже в разном порядке.

Высшие дифференциалы определяются аналогично высшим производным посредством рекуррентной формулы следующего вида

$$d^n f\left(\vec{x}\right) \overset{def}{=} d\left(d^{n-1} f\left(\vec{x}\right)\right).$$

Так, например, второй дифференциал функции $f : M \to f(M)$ в точке $\vec{x} \in M \subset R^n$ вычисляется по формуле:

$$d^2 f\left(\vec{x}\right) = d\left(df\left(\vec{x}\right)\right) = d\left(\sum_{k=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_k}\left(\vec{x}\right) dx_k\right) = \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\sum_{k=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_k}\left(\vec{x}\right) dx_k\right) dx_j.$$

Примеры с решением

Пример 4.1.1. Используя определение, найти первые частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$z(x, y)=x^2y+4x-2y+5,$$

в точке $M_0(5;1)$.

Р е ш е н и е. Для частной производной по переменной x имеем по определению:

$$\frac{\partial z}{\partial x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{z(x_0+\Delta x, y_0)-z(x_0, y_0)}{\Delta x}.$$

Фиксируя значение $y=y_0$, находим сужение функции $z(x, y)$ на прямую линию $y=y_0$, параллельную оси Ox. На этой прямой сужение

$$z(x, y_0)=y_0x^2+4x-2y_0+5$$

функции $z(x, y)$ является функцией одной переменной x. Используем схему нахождения производной функции одного переменного для сужения $z(x, y_0)$.

1) Придавая переменной x приращение Δx в точке $(x_0; y_0)$, получим:

$$z(x_0+\Delta x, y_0)=x_0^2y_0+2x_0y_0\cdot\Delta x+y_0(\Delta x)^2+$$
$$+4x_0+4\cdot\Delta x-2y_0+5.$$

2) Находим приращение функции $z(x, y_0)$ в точке $(x_0; y_0)$, придавая переменной x приращение Δx:

$$z(x_0+\Delta x, y_0)-z(x_0, y_0)=2x_0y_0\cdot\Delta x+y_0(\Delta x)^2+4\cdot\Delta x.$$

3) Находим предел конечно-разностного отношения:

$$\frac{\partial z}{\partial x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{z(x_0+\Delta x, y_0)-z(x_0, y_0)}{\Delta x}=$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{2x_0y_0\cdot\Delta x+y_0(\Delta x)^2+4\Delta x}{\Delta x}=2x_0y_0+4.$$

4) Подставляя координаты точки $(x_0; y_0)=(5;1)$, получаем:

$$\frac{\partial z}{\partial x}(5,1)=\left(2x_0y_0+4\right)\Big|_{\substack{x_0=5\\y_0=1}}=14.$$

Аналогично находим частную производную в точке $(x_0;\,y_0)=(5;1)$ по второй переменной y:

$$\frac{\partial z}{\partial y}(5,1)=\left(x_0^2-2\right)\Big|_{\substack{x_0=5\\y_0=1}}=23.\ \otimes$$

Пример 4.1.2. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x,\,y)=x^3+3x^2y-y^3.$$

Р е ш е н и е. Фиксируя переменные и используя формулу вычисления производной степенной функции, получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x,\,y)=3x^2+6xy;\ \frac{\partial u}{\partial y}(x,\,y)=3x^2-3y^2.\ \otimes$$

Пример 4.1.3. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x,\,y)=\frac{xy}{x+y}.$$

Р е ш е н и е. Фиксируя переменные и используя формулы вычисления производной частного и произведения двух функций, получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x,\,y)=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{xy}{x+y}\right)=\frac{y^2}{(x+y)^2};$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x,\,y)=\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{xy}{x+y}\right)=\frac{x^2}{(x+y)^2}.\ \otimes$$

Пример 4.1.4. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x,\,y)=(1-x)^{y^2}.$$

Р е ш е н и е. Для вычисления частной производной по переменной x фиксируем переменную y и используем формулу для производной степенной функции:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = -y^2(1-x)^{y^2-1}.$$

Для вычисления частной производной по переменной y фиксируем переменную x и используем формулу $\left(a^u\right)' = a^u \ln a \cdot u'$, получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = 2y \cdot (1-x)^{y^2} \cdot \ln(1-x). \otimes$$

Пример 4.1.5. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = x^3y^2 + 2x\ln y + x^y.$$

Р е ш е н и е. Используя таблицу производных, получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = 3x^2y^2 + 2\ln y + yx^{y-1},$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = 2x^3y + \frac{2x}{y} + x^y \ln x. \otimes$$

Пример 4.1.6. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = (1+xy)^y.$$

Р е ш е н и е. Фиксируя переменную y и используя формулу дифференцирования степенной функции, для частной производной по переменной x получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = y(1+xy)^{y-1} \cdot y = y^2(1+xy)^{y-1}.$$

Для вычисления частной производной по переменной y фиксируем переменную x и используем понятие логарифмической производной:

$$z = \ln u(x, y) = y\ln(1+xy) \to z'_y = \ln(1+xy) + \frac{xy}{1+xy} \to$$

$$z' = \frac{u'}{u} \to \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = (1+xy)^y \cdot \ln(1+xy) + (1+xy)^y \frac{xy}{1+xy} =$$

$$= (1+xy)^y \left[\ln(1+xy) + \frac{x \cdot y}{(1+xy)} \right]. \otimes$$

Пример 4.1.7. Найти частные производные первого порядка функции трёх переменных, заданной формулой

$$u(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}}$$

в точке $M_0(1; -1; -2)$.

Р е ш е н и е. Для нахождения частных производных используем таблицу производных и правила дифференцирования функций:

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = -\frac{1}{2} \frac{2x_1}{\left(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2\right)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x_1}{\sqrt{\left(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2\right)^3}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2} = -\frac{1}{2} \frac{2x_2}{\left(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2\right)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x_2}{\sqrt{\left(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2\right)^3}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_3} = -\frac{1}{2} \frac{2x_3}{\left(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2\right)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x_3}{\sqrt{\left(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2\right)^3}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_1}(1; -1; -2) = -\frac{1}{\sqrt{216}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2}(1; -1; -2) = \frac{1}{\sqrt{216}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_3}(1; -1; -2) = -\frac{2}{\sqrt{216}}. \otimes$$

Пример 4.1.8. Найти частные производные первого порядка функции трёх переменных

$$u(x_1, x_2, x_3) = \exp\left(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2\right) \equiv e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$$

в точке $M(0; 1; 2)$.

Р е ш е н и е. Для нахождения частных производных, используя таблицу производных и правила дифференцирования функций, дифференцируем сужения функции на отрезки прямых, параллельных осям системы координат:

$$1)\ \frac{\partial u}{\partial x_1}(x_1,\, x_2,\, x_3) = \frac{\partial}{\partial x_1} e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2} = e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2}\ \frac{\partial}{\partial x_1}\left(x_1^2+x_2^2+x_3^2\right) =$$

$$= 2x_1 e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2},$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_1}(M) = 0;$$

$$2)\ \frac{\partial u}{\partial x_2}(x_1,\, x_2,\, x_3) = \frac{\partial}{\partial x_2} e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2} = e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2}\ \frac{\partial}{\partial x_2}\left(x_1^2+x_2^2+x_3^2\right) =$$

$$= 2x_2 e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2},$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2}(M) = 2e^5;$$

$$3)\ \frac{\partial u}{\partial x_3}(x_1,\, x_2,\, x_3) = \frac{\partial}{\partial x_3} e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2} = e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2}\ \frac{\partial}{\partial x_3}\left(x_1^2+x_2^2+x_3^2\right) =$$

$$= 2x_3 e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2},$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_3}(M) = 4e^5. \otimes$$

Пример 4.1.9. Показать, что функция, заданная формулой

$$z = \ln\left(x^2+y^2\right)$$

удовлетворяет уравнению

$$y\frac{\partial z}{\partial x} - x\frac{\partial z}{\partial y} = 0.$$

Р е ш е н и е. Находим частные производные функции в произвольной точке $(x,\, y)$:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{2x}{x^2+y^2};\ \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2y}{x^2+y^2}.$$

Подставляя в правую часть уравнения, получаем

$$y\frac{\partial z}{\partial x}-x\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{2xy}{x^2+y^2}-\frac{2xy}{x^2+y^2}=0.\otimes$$

Пример 4.1.10. Показать, что функция

$$u(x_1,\,x_2)=x_2\ln\left(x_1^2-x_2^2\right)$$

удовлетворяет уравнению

$$\frac{1}{x_1}\frac{\partial u}{\partial x_1}+\frac{1}{x_2}\frac{\partial u}{\partial x_2}=\frac{u}{x_2^2}.$$

Р е ш е н и е. Находим частные производные данной функции:

$$\frac{\partial u}{\partial x_1}(x_1,\,x_2)=x_2\frac{\partial}{\partial x_1}\ln\left(x_1^2-x_2^2\right)=x_2\frac{1}{x_1^2-x_2^2}\frac{\partial}{\partial x_1}\left(x_1^2-x_2^2\right)=\frac{2x_1x_2}{x_1^2-x_2^2};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2}(x_1,\,x_2)=\ln\left(x_1^2-x_2^2\right)+x_2\frac{\partial}{\partial x_2}\ln\left(x_1^2-x_2^2\right)=$$

$$=\ln\left(x_1^2-x_2^2\right)+x_2\frac{1}{x_1^2-x_2^2}\frac{\partial}{\partial x_2}\left(x_1^2-x_2^2\right)=\ln\left(x_1^2-x_2^2\right)-\frac{2x_2^2}{x_1^2-x_2^2}.$$

Полученные выражения подставим в левую часть уравнения:

$$\frac{1}{x_1}\frac{2x_1x_2}{x_1^2-x_2^2}+\frac{1}{x_2}\left[\ln\left(x_1^2-x_2^2\right)-\frac{2x_2^2}{x_1^2-x_2^2}\right]=$$

$$=\frac{2x_2}{x_1^2-x_2^2}-\frac{2x_2}{x_1^2-x_2^2}+\frac{\ln\left(x_1^2-x_2^2\right)}{x_2}=\frac{u(x_1,\,x_2)}{x_2^2}.$$

Таким образом, приходим к тождеству:

$$\frac{u(x_1,\,x_2)}{x_2^2}=\frac{u(x_1,\,x_2)}{x_2^2}.$$

То есть функция $u(x_1,\,x_2)=x_2\ln\left(x_1^2-x_2^2\right)$ удовлетворяет данному уравнению

$$\frac{1}{x_1}\frac{\partial u}{\partial x_1}+\frac{1}{x_2}\frac{\partial u}{\partial x_2}=\frac{u}{x_2^2}.\otimes$$

Пример 4.1.11. Найти частные производные до второго порядка включительно функции двух переменных, заданной формулой:

$$u(x, y) = x^4 + 5x^2y^2 + 6xy + 5.$$

Р е ш е н и е. Имеем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = 4x^3 + 10xy^2 + 6y; \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = 10x^2y + 6x;$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) = 12x^2 + 10y^2; \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y) = 10x^2;$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}(x, y) = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}(x, y) = 20xy + 6. \otimes$$

Пример 4.1.12. Найти частные производные до второго порядка включительно функции двух переменных

$$u(x, y) = e^x \ln y.$$

Р е ш е н и е. Имеем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = e^x \ln y; \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = \frac{e^x}{y};$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) = e^x \ln y; \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y) = -\frac{e^x}{y^2};$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}(x, y) = \frac{e^x}{y}. \otimes$$

Пример 4.1.13. Найти частные производные до второго порядка включительно функции двух переменных $u(x, y) = \sin(x + y)$.

Р е ш е н и е. Имеем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = \cos(x + y); \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = \cos(x + y);$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) = -\sin(x + y); \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y) = -\sin(x + y);$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}(x, y) = -\sin(x+y). \otimes$$

Пример 4.1.14. Найти частные производные до второго порядка включительно функции двух переменных

$$u(x_1, x_2) = x_1^{x_2}.$$

Р е ш е н и е. 1) Находим частные производные первого порядка:

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = x_2 x_1^{x_2-1}, \frac{\partial u}{\partial x_2} = x_1^{x_2} \ln x_1.$$

2) Находим частные производные второго порядка, дифференцируя частные производные первого порядка:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} = x_2(x_2-1)x_1^{x_2-2},$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_2 \partial x_1} = x_1^{x_2-1} + x_2 x_1^{x_2-1} \ln x_1 = x_1^{x_2-1}(1 + x_2 \ln x_1),$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} = x_2 x_1^{x_2-1} \ln x_1 + x_1^{x_2} \frac{1}{x_1} = x_1^{x_2-1}(1 + x_2 \ln x_1),$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} = x_1^{x_2} (\ln x_1)^2. \otimes$$

Пример 4.1.15. Вычислить полный дифференциал функции двух переменных, заданной формулой

$$z = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

в точке $M_0(1; -1)$.

Р е ш е н и е. Находим частные производные функции:

1) $$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{1}{2} \frac{2x}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x}{\sqrt{(x^2+y^2)^3}},$$

$$\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=1\\y=-1}} = -\frac{1}{2^{\frac{3}{2}}} = -\frac{\sqrt{2}}{4};$$

2) $$\frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{1}{2}\frac{2y}{\left(x^2+y^2\right)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{y}{\left(x^2+y^2\right)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{y}{\sqrt{\left(x^2+y^2\right)^3}},$$

$$\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{\substack{x=1\\y=-1}} = \frac{1}{2^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{4};$$

3) $dz(1,-1) = -\frac{\sqrt{2}}{4}dx + \frac{\sqrt{2}}{4}dy$. $\otimes$

Пример 4.1.16. Вычислить приближённо $(0{,}98)^{2{,}01}$.

Р е ш е н и е. Рассмотрим функцию $z = x^y$. В точке $(1;\ 2)$ значение функции $z(1;\ 2) = 1$. Вычислим значение функции в точке $(0{,}98;\ 2{,}01)$. Имеем $\Delta x = -0{,}02$, $\Delta y = 0{,}01$. Находим частные производные функции $z = x^y$ в точке $(1;\ 2)$:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = yx^{y-1} \Rightarrow \left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=1\\y=2}} = 2;$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = x^y \ln x \Rightarrow \left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=1\\y=2}} = 0.$$

Получаем:

$$(0{,}98)^{2{,}01} = z(1;\ 2) + \left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=1\\y=2}} \cdot \Delta x + \left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{\substack{x=1\\y=2}} \cdot \Delta y = 1 - 0{,}04 = 0{,}96. \otimes$$

Пример 4.1.17. Найти дифференциал функции

$$f = f\left(x+y^2,\ y+x^2\right)$$

в точке $M(-1;1)$.

Р е ш е н и е. Обозначим, например,

$$u = x+y^2,\ v = y+x^2.$$

Для нахождения дифференциала используем формулу дифференциала и правило нахождения производной композиции функций:

$$df(u, v) = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy = \left(\frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial x}\right)dx + \left(\frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial y}\right)dy;$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u}\cdot 1 + \frac{\partial f}{\partial v}\cdot 2x;$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial u}\cdot 2y + \frac{\partial f}{\partial v}\cdot 1;$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(M) = \frac{\partial f}{\partial u}(0; 2) - \frac{\partial f}{\partial v}(0; 2);$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(M) = \frac{\partial f}{\partial u}(0; 2) + \frac{\partial f}{\partial v}(0; 2).$$

Подставляя в выражение для полного дифференциала, получаем:

$$df(M) = \frac{\partial f}{\partial x}(M)dx + \frac{\partial f}{\partial y}(M)dy =$$

$$= \left[\frac{\partial f}{\partial u}(0; 2) - 2\frac{\partial f}{\partial v}(0; 2)\right]dx + \left[2\frac{\partial f}{\partial u}(0; 2) + \frac{\partial f}{\partial v}(0; 2)\right]dy. \otimes$$

Пример 4.1.18. Найти дифференциал второго порядка функции

$$f = f(x + y, xy).$$

Р е ш е н и е. Обозначим $u = x + y$, $v = xy$. Теперь находим:

$$\frac{\partial f}{\partial x} =$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial u}(x + y, xy) + \frac{\partial f}{\partial v}(x + y, xy)\cdot y;$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial f}{\partial u}(x + y, xy) + \frac{\partial f}{\partial v}(x + y, xy)\cdot x;$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial v \partial u}\cdot x + \frac{\partial^{f\,2}}{\partial u \partial v}\cdot y + \frac{\partial^2 f}{\partial v^2}\cdot xy + \frac{\partial f}{\partial v} =$$

$$= \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + (x+y)\frac{\partial^{f\,2}}{\partial u \partial v} + xy\frac{\partial^2 f}{\partial v^2} + \frac{\partial f}{\partial v};$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial v \partial u}\cdot x + \frac{\partial^{f\,2}}{\partial u \partial v}\cdot x + \frac{\partial^2 f}{\partial v^2}\cdot x^2 =$$

$$= \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + 2x\frac{\partial^{f\,2}}{\partial u \partial v} + x^2\frac{\partial^2 f}{\partial v^2}. \otimes$$

Пусть функция $u = f(x, y)$ задана ***параметрическим способом***, то есть, с помощью формул

$$x = \varphi(t),\ y = \psi(t).$$

Тогда функция u является функцией одного переменного t:

$$u = f(\varphi(t), \psi(t)).$$

Пусть функции $x = \varphi(t)$ и $y = \psi(t)$ дифференцируемы в некоторой точке t, то есть, существуют производные

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\varphi(t+\Delta t) - \varphi(t)}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}(t),$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\psi(t+\Delta t) - \psi(t)}{\Delta t} = \frac{d\psi}{dt}(t).$$

Если функция $u = f(x, y)$ дифференцируема, то придавая переменной t приращение Δt, видим, что все функции получат соответствующие приращения Δx, Δy и Δu, причём по определению дифференцируемости

$$\Delta u = f(x+\Delta x, y+\Delta y) - f(x, y) =$$

$$= \frac{\partial f}{\partial x}(x, y)\cdot \Delta x + \frac{\partial f}{\partial y}(x, y)\cdot \Delta y + \alpha \cdot \Delta x + \beta \cdot \Delta y$$

где $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \alpha = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \beta = 0$. Из последнего равенства вытекает, что

$$\frac{du}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \left\{ \frac{\partial f}{\partial x}(x, y)\cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{\partial f}{\partial y}(x, y)\cdot \frac{\Delta y}{\Delta t} + \alpha \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} + \beta \cdot \frac{\Delta y}{\Delta t} \right\} =$$

$$= \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) \cdot \frac{dy}{dt}.$$

Итак, имеем формулу:

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) \cdot \frac{dy}{dt}.$$

Если $x = \varphi(t, s)$ и $y = \psi(t, s)$, то имеем две формулы:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t},$$

$$\frac{\partial u}{\partial s} = \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}.$$

Пример 4.1.19. Найти $\frac{dz}{dt}$, если

$$z = x^3 - x^2 y,\ x = 1 - t^2,\ y = t^4.$$

Р е ш е н и е. Находим непосредственно:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{dy}{dt} = \left(3x^2 - 2xy\right)2t + \left(-x^2\right)4t^3 =$$

$$= 4t^7 + 2t^6 + 8t^5 + 4t^4 - 4t^3 - 12t^2 + 2t. \otimes$$

Пример 4.1.20. Найти $\frac{du}{dt}$, если

$$u = \ln\frac{x_1 - x_2 + x_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} + \sin\left(x_1 + x_2 + x_3\right),$$

$$x_1 = a\sin t,\ x_2 = b\cos t,\ x_3 = ce^{-kt},$$

где a, b, c, k – некоторые постоянные.

Пример 4.1.21. Найти $\frac{\partial z}{\partial t}$ и $\frac{\partial z}{\partial s}$ для функции $z = x^3 e^y$, если

$$x = ts,\ y = t^2 - s^2.$$

Р е ш е н и е.

$$1)\ \frac{\partial z}{\partial t}=\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t}+\frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t}=e^{t^2-s^2}t^2s^3\left(3+2t^2\right).$$

$$2)\ \frac{\partial z}{\partial s}=\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s}+\frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}=e^{t^2-s^2}t^3s^2\left(3-2s^2\right).\otimes$$

Пусть функция $y=f(x)$ ***задана неявно посредством уравнения***

$$F(x,\ y)=0,$$

тогда её производная находится с использованием правила дифференцирования сложной функции путём прямого дифференцирования уравнения, определяющего функцию:

$$\frac{\partial F}{\partial x}(x,\ y)+\frac{\partial F}{\partial y}(x,\ y)\frac{dy}{dx}=0,$$

где учтено, что $\frac{dx}{dx}=1$. Если $\frac{\partial F}{\partial y}(x,\ y)\neq 0$, то получаем

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{\frac{\partial F}{\partial x}(x,\ y)}{\frac{\partial F}{\partial y}(x,\ y)}.$$

Пусть теперь уравнение

$$F(x,\ y,\ u)=0$$

задаёт функцию двух переменных $u=\varphi(x,\ y)$. Тогда

$$\frac{\partial u}{\partial x}=-\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial u}},\ \frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{\frac{\partial F}{\partial y}}{\frac{\partial F}{\partial u}}.$$

Пример 4.1.22. Найти частные производные функции $z=z(x,\ y)$, заданной неявно уравнением

$$x^2+y^2+z^2+2xy-4y-1=0.$$

Р е ш е н и е. Здесь

$$F\left(x,\ y,\ z\right)=x^2+y^2+z^2+2xy-4y-1,$$

следовательно, имеем:

$$\frac{\partial F}{\partial x}=2x+2y;\frac{\partial F}{\partial y}=2x+2y-4;\ \frac{\partial F}{\partial z}=2z.$$

Используя формулы дифференцирования неявно заданной функции, получаем:

$$\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{F'_x}{F'_z}=-\frac{x+y}{z};\ \frac{\partial z}{\partial y}=-\frac{F'_y}{F'_z}=\frac{2-x-y}{z}.\otimes$$

Практическое занятие 2. Исследование функции нескольких переменных

Предварительные сведения

Пусть $f:M\to f(M)$ – некоторая функция n переменных, дифференцируемая в области $M\subset R^n$, а N_0 и N – точки множества её определения. Тогда **производной по направлению** вектора $\vec{N_0N}=t\vec{h}$, где $t\in R^+\bigcup\{0\}$, в точке N_0 (с радиус-вектором $\vec{x}_0$) функции f называется правый предел

$$\frac{\partial f}{\partial h}\left(\vec{x}_0\right)\overset{def}{=}\lim_{t\to 0+0}\frac{f\left(\vec{x}_0+t\vec{h}\right)-f\left(\vec{x}_0\right)}{t}.$$

Градиентом функции $f:M\to f(M)$ **в точке** $\vec{x}_0\in M$ называется вектор, имеющий в каноническом базисе пространства R^n координаты $\frac{\partial f}{\partial x_k}\left(\vec{x}_0\right)\ (k=1,2,\ldots,n)$, то есть вектор

$$\vec{\operatorname{grad}}\,f\left(\vec{x}_0\right)\equiv\vec{\nabla}f\left(\vec{x}_0\right)\overset{def}{=}\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial f}{\partial x_k}\left(\vec{x}_0\right)\vec{e}_k.$$

Связь производной по направлению и градиента даётся формулой:

$$\frac{\partial f}{\partial h}\left(\vec{x}_0\right)=\left(\vec{\nabla}f\left(\vec{x}_0\right),\vec{h}\right)=\left\|\vec{\nabla}f\left(\vec{x}_0\right)\right\|\cdot\left\|\vec{h}\right\|\cdot\cos\left\{\vec{\nabla}f\left(\vec{x}_0\right),\vec{N_0N}\right\}=$$

$$=\left\|\vec{\nabla}f\left(\vec{x}_0\right)\right\|\cdot\cos\left\{\vec{\nabla}f\left(\vec{x}_0\right),\vec{N_0N}\right\}.$$

Внутренняя точка $\vec{x}_0 \in M$ называется **точкой локального минимума** (**точкой локального максимума**) функции f, если существует окрестность $U\left(\vec{x}_0\right)$ такая, что $\left(\forall \vec{x} \in U\left(\vec{x}_0\right)\right)$ выполняется неравенство

$$f\left(\vec{x}_0\right) \le f\left(\vec{x}\right) \left(f\left(\vec{x}_0\right) \ge f\left(\vec{x}\right)\right).$$

Справедлива теорема, позволяющая исследовать на экстремум функцию двух переменных.

Пусть функция $f : M \to f(M),\ M \subset R^2,\ f(M) \subset R^1$ непрерывна вместе со своими частными производными первого и второго порядка в некоторой окрестности точки $\vec{x}_0 \in M$ и удовлетворяет условию

$$\vec{\nabla} f\left(\vec{x}_0\right) = \vec{0}.$$

Составим определитель следующего вида

$$D\left(\vec{x}_0\right) = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}\left(\vec{x}_0\right) & \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2}\left(\vec{x}_0\right) \\ \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2}\left(\vec{x}_0\right) & \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_2^2}\left(\vec{x}_0\right) \end{vmatrix}.$$

Тогда в точке $\vec{x}_0$ функция f:

1) имеет локальный минимум, если $D\left(\vec{x}_0\right) > 0$ и $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}\left(\vec{x}_0\right) > 0$;

2) имеет локальный максимум, если $D\left(\vec{x}_0\right) > 0$ и $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}\left(\vec{x}_0\right) < 0$;

3) не имеет экстремума, если $D\left(\vec{x}_0\right) < 0$.

Примеры с решением

Пример 4.2.1. Найти $\vec{grad}\, f$ и $\left\| \vec{grad}\, f \right\|$ для функции, определённой формулой

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2$$

в точке $M_0(1; -1; 2)$.

Р е ш е н и е. Находим частные производные и их значение в указанной точке:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y, z) = 2x,\ \frac{\partial f}{\partial y}(x, y, z) = 2y,\ \frac{\partial f}{\partial z}(x, y, z) = -2z;$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(1, -1, 2) = 2,\ \frac{\partial f}{\partial y}(1, -1, 2) = -2,\ \frac{\partial f}{\partial z}(1, -1, 2) = -4.$$

Теперь имеем:

$$\vec{grad}\ f(M_0) = 2\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3,$$

$$\left\| \vec{grad}\ f \right\| = \sqrt{4+4+16} = 2\sqrt{6}. \otimes$$

Пример 4.2.2. Найти производную функции, заданной формулой

$$u(x, y, z) = x^2 - 2xz + y^2$$

в точке $M_0(1; 2; -1)$ по направлению вектора $\vec{M_0M}$, где $M(2; 4; -3)$.

Р е ш е н и е. Находим вектор

$$\vec{M_0M} : \vec{M_0M} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Далее, находим градиент функции в произвольной точке и в точке $M_0(1; 2; -1)$:

$$\vec{grad}\, u = \frac{\partial u}{\partial x}\vec{e}_1 + \frac{\partial u}{\partial y}\vec{e}_2 + \frac{\partial u}{\partial z}\vec{e}_3 = (2x - 2z)\vec{e}_1 + 2y\,\vec{e}_2 - 2x\,\vec{e}_3,$$

$$\vec{grad}\, u(M_0) = 4\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Находим производную по направлению вектора $\vec{M_0M}$:

$$\frac{\partial u}{\partial \vec{M_0M}}(M_0)=\frac{\left(\vec{grad}\,u\Big|_M,\vec{M_0M}\right)}{\left\|\vec{M_0M}\right\|}=\frac{4\cdot1+4\cdot2+(-2)\cdot(-2)}{\sqrt{1+4+4}}$$

$$=\frac{4+8+4}{\sqrt{9}}=\frac{16}{3}.\otimes$$

Пример 4.2.3. Исследовать на экстремум функцию, заданную формулой: $z(x,y)=x^2+xy+y^2-2x-3y$.

Р е ш е н и е. 1) Находим критические точки:

$$\begin{cases}z'_x=0,\\ z'_y=0,\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2x+y=2,\\ x+2y=3.\end{cases}$$

Решение СЛАУ:

$$\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1/3\\ 4/3\end{pmatrix}.$$

Имеем одну критическую точку $M_0\left(\frac{1}{3};\frac{4}{3}\right)$.

2) Вычисляем определитель:

$$D=\begin{vmatrix}\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}(M_0) & \frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}(M_0)\\ \frac{\partial^2}{\partial x\partial y}(M_0) & \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}(M_0)\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}2 & 1\\ 1 & 2\end{vmatrix}=3>0.$$

Точка $M\left(\frac{1}{3};\frac{4}{3}\right)$ является точкой экстремума. Так как

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}(M_0)>0,$$

то точка $M_0\left(\frac{1}{3};\frac{4}{3}\right)$ является точкой локального **минимума**.

3) Находим значение функции в точке локального минимума:

$$z(M_0)=\left(\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{3}+\left(\frac{4}{3}\right)^2-\frac{2}{3}-\frac{12}{3}=-\frac{7}{3}.\ \otimes$$

Пример 4.2.4. Исследовать на экстремуму функцию, заданную формулой:

$$z(x,\,y)=x^2+y^2+\frac{(x+2y-16)^2}{2}.$$

Р е ш е н и е. 1) Находим критические точки:

$$\begin{cases} z_x^{'}=0, \\ z_y^{'}=0, \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} 3x+2y=16, \\ x+3y=16. \end{cases}$$

Эта СЛАУ имеет решение:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 16/7 \\ 32/7 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, имеем одну критическую точку $M_0\left(\frac{16}{7};\frac{32}{7}\right)$.

2) Вычисляем определитель:

$$D=\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}(M_0) & \frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}(M_0) \\ \frac{\partial^2}{\partial x\partial y}(M_0) & \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}(M_0) \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 6 \end{vmatrix}=14>0.$$

Точка $M_0\left(\frac{16}{7};\frac{32}{7}\right)$ является точкой локального экстремума. Так как

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}(M_0)>0,$$

то точка $M_0\left(\frac{16}{7};\frac{32}{7}\right)$ является точкой локального **минимума**.

3) Находим значение функции в точке локального минимума:

$z(M_0)\approx 36{,}6$. $\otimes$

Практическое занятие 3. Числовые ряды

Предварительные сведения

Пусть $(a_k)=a_1, a_2, a_3, \ldots, a_k, \ldots$ – некоторая последовательность действительных чисел $(a_k \in R,\ k=1, 2, 3, \ldots)$. Сопоставим из элементов этой последовательности новую последовательность, определив её члены так:

$s_1 = a_1,$

$s_2 = a_1 + a_2,$

$s_3 = a_1 + a_2 + a_3,$

……,

$s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n,$

……

Формула для общего члена получившейся последовательности имеет, очевидно, вид

$$s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k \ \ (n = 1, 2, 3, \ldots).$$

Последовательность $\left(s_n\right)$ определяет **числовой ряд**

$$a_1 + a_2 + a_3 + \ldots a_n + a_{n+1} + \ldots \overset{def}{=} \sum_{k=1}^{\infty} a_k$$

и называется последовательностью частичных сумм числового ряда.

Бесконечный ряд $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ называется **сходящимся** (**расходящимся**), если сходится (расходится) последовательность его частичных сумм. Если ряд сходится, то его **суммой** называется число

$$S \overset{def}{=} \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} a_k \ .$$

Необходимое условие сходимости числового ряда даётся следующей теоремой.

Последовательность (a_k) членов сходящегося числового ряда сходится к нулю.

Геометрическая прогрессия $\sum_{k=1}^{\infty} q^{k-1}$ при $|q|<1$ сходится к

$$S=\frac{1}{1-q},$$

а при $|q|\geq 1$ расходится.

Гармонический ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$ расходится.

Пусть $\sum_{k=1}^{\infty}a_k$ и $\sum_{k=1}^{\infty}b_k$ – два ряда с положительными членами.

Если для почти всех k выполняется неравенство $a_k\leq b_k$, то ряд $\sum_{k=1}^{\infty}a_k$ называется **минорантой** ряда $\sum_{k=1}^{\infty}b_k$, а ряд $\sum_{k=1}^{\infty}b_k$ – **мажорантой** ряда $\sum_{k=1}^{\infty}a_k$.

Признак сравнения. Каждая миноранта сходящегося ряда сходится, а каждая мажоранта расходящегося ряда расходится.

Признак Даламбера. Пусть $\sum_{k=1}^{\infty}a_k$ – ряд с положительными членами. Если существует такое число $q\in(0,1)$, что для почти всех номеров k выполняется неравенство $\frac{a_{k+1}}{a_k}\leq q$, то ряд сходится. Если же для почти всех k выполняется неравенство $\frac{a_{k+1}}{a_k}>1$, то ряд расходится.

Ряд вида

$$\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k+1}a_k,$$

где (a_k) – последовательность положительных чисел, называется **знакочередующимся рядом**.

Знакочередующийся ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k+1}a_k$$

сходится в том и только в том случае, если последовательность из абсолютных величин его членов монотонно убывает и сходится к нулю.

Примеры с решением

Пример 4.3.1. Найти сумму ряда

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{n\cdot(n+1)}+\ldots.$$

Р е ш е н и е. Общий член ряда равен

$$a_n = \frac{1}{n\cdot(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}.$$

Следовательно, для последовательности частичных сумм ряда имеем

$$s_n = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)\ldots = 1 - \frac{1}{n+1}.$$

Сумма ряда находится путём непосредственного предельного перехода:

$$\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty}\left(1 - \frac{1}{n+1}\right) = 1. \otimes$$

Пример 4.3.2. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}$.

Р е ш е н и е. Общий член ряда можно представить в виде:

$$a_n = \frac{1}{4n^2 - 1} = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}\right).$$

Записывая общий член последовательности частичных сумм ряда в виде

$$s_n = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \ldots + \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2(2n+1)}$$

и переходя непосредственно к пределу, получаем:

$$\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty}\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2(2n+1)}\right] = \frac{1}{2}. \otimes$$

Пример 4.3.3. Найти сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{n-1}} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{2^{n-1}} + \ldots.$$

Р е ш е н и е. Имеем геометрическую прогрессию, которая в силу неравенства $q = \frac{1}{2} < 1$ сходится и имеет сумму

$$S = \frac{1}{1-q} = 2. \otimes$$

Пример 4.3.4. Проверить выполнение необходимого признака сходимости для ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2n-1}$.

Р е ш е н и е. Вычисляя предел последовательности членов ряда, имеем

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{2n-1}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n}}{2-\frac{1}{n}}=\frac{0}{2}=0.$$

Необходимый признак сходимости выполняется. ⊗

Пример 4.3.5. Проверить выполнение необходимого признака сходимости для ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^2+1}$.

Р е ш е н и е. Вычисляя предел последовательности членов ряда, имеем

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2+1}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n^2}}{1+\frac{1}{n^2}}=\frac{0}{1}=0.$$

Необходимый признак сходимости выполняется. ⊗

Пример 4.3.6. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{1+2^{2n}}$.

Р е ш е н и е. Для почти всех n выполняется неравенство

$$\frac{2^n}{1+2^{2n}}<\frac{2^n}{2^{2n}}=\frac{1}{2^n}.$$

Следовательно, ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{1+2^{2n}}$ является минорантой ряда геометрической прогрессии $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}$, который сходится, так как $q=\frac{1}{2}<1$.

Следовательно, ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{1+2^{2n}}$ по признаку сравнения сходится. ⊗

Пример 4.3.7. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2(2+\sin n)}$.

Р е ш е н и е. Проверяем выполнение необходимого признака сходимости:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2(2+\sin n)}=0.$$

Необходимый признак сходимости выполняется.

Общий член ряда удовлетворяет следующим условиям: $(\forall n\in N)$

$$-1\le\sin n\le 1;\ 1<2+\sin n<3;\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2(2+\sin n)}>0.$$

Имеем ряд с положительными членами, для которого можно применить признак сравнения.

Предположим, что ряд сходится, и попробуем подтвердить это предположение. Для этого заметим, что

$$\sqrt{n^3+1}<2n^{3/2}.$$

Поэтому имеем:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2(2+\sin n)}<\frac{2n^{3/2}}{n^2}=\frac{2}{n^{1/2}}.$$

Ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{n^{1/2}}$ является так называемым обобщённым гармоническим рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a}{n^{\alpha}}$, который при $0<\alpha<1$ расходится. Поэтому предположение о сходимости исходного ряда подтвердить не удалось.

Предположим, что ряд расходится, и попробуем подтвердить это предположение. Для этого заметим, что

$$\sqrt{n^3+1}>\sqrt{n^3}.$$

Поэтому имеем:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2(2+\sin n)}\ge\frac{n^{3/2}}{3n^2}=\frac{1}{3n^{1/2}}.$$

Так как обобщённый гармонический ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3n^{1/2}}$ расходится, то и исходный ряд также расходится.

$\otimes$

Пример 4.3.8. Выяснить вопрос о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Р е ш е н и е. Находя отношение $\frac{a_{n+1}}{a_n}$, получаем:

$$a_n=\frac{\sqrt{n}}{2^n},a_{n+1}=\frac{\sqrt{n+1}}{2^{n+1}};$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{\sqrt{n+1}\cdot 2^n}{2^n\cdot 2\cdot\sqrt{n}}=\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{\frac{n+1}{n}}=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{1+\frac{1}{n}}.$$

Очевидно, что для всех n выполняется неравенство $\frac{a_{n+1}}{a_n}<1$. Поэтому ряд сходится по признаку Даламбера. $\otimes$

Пример 4.3.9. Выяснить вопрос о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{n!}$.

Р е ш е н и е. Находя отношение $\frac{a_{n+1}}{a_n}$, получаем:

$$a_n=\frac{n^n}{n!},\ a_{n+1}=\frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!};$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{(n+1)^{n+1}\cdot n!}{(n+1)!\cdot n^n}=\frac{(n+1)^n}{n^n}=\left(1+\frac{1}{n}\right)^n.$$

Очевидно, что для всех n выполняется неравенство

$$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\left(1+\frac{1}{n}\right)^n>1.$$

Поэтому ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{n!}$ по признаку Даламбера расходится. $\otimes$

Пример 4.3.10. Выяснить вопрос о сходимости знакочередующегося ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n}.$$

Р е ш е н и е. Члены ряда по абсолютной величине монотонно убывают:

$$1>\frac{1}{2}>\frac{1}{3}>\frac{1}{4}>\ldots$$

Последовательность абсолютных величин членов ряда сходится к нулю:

$$\lim_{n\to\infty}|a_n|=\lim_{n\to\infty}\left|(-1)^{n-1}\frac{1}{n}\right|=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}=0.$$

Поэтому ряд $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n}$ по признаку Лейбница сходится. ⊗

Пример 4.3.11. Оценить ошибку, допускаемую при замене суммы ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n}$$

суммой четырёх его первых членов.

Р е ш е н и е. Ряд сходится (см. предыдущую задачу). Ошибка, получающаяся при замене суммы ряда суммой четырёх его первых членов, меньше абсолютной величины пятого члена: $\Delta<0{,}2$. ⊗

Пример 4.3.12. Выяснить вопрос о типе сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n!}$.

Р е ш е н и е. Ряд сходится (см. задачу 8.11). Рассмотрим ряд, составленный из абсолютных величин членов данного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n!}$. Вычисляем отношение

$$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{n!}{(n+1)!}=\frac{1}{n+1}.$$

Для всех n, очевидно, имеет место неравенство

$$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{1}{n+1}<1.$$

Поэтому ряд сходится абсолютно. ⊗

Пример 4.3.13. Выяснить вопрос о типе сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{\sqrt[3]{n}}$.

Р е ш е н и е. Ряд знакочередующийся, последовательность его членов монотонно убывает и сходится к нулю. Поэтому ряд сходится по признаку Лейбница.

Рассмотрим ряд, составленный из абсолютных величин его членов, то есть ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n}}$. Сравнивая его с гармоническим рядом, замечаем, что для почти всех n (начиная с $n=2$) каждый член этого ряда больше соответствующего члена гармонического ряда:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{n}} > \frac{1}{n}.$$

Так как гармонический ряд расходится, то по признаку сравнения расходится и ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n}}$.

Поэтому ряд $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{\sqrt[3]{n}}$ не является абсолютно сходящимся, то есть сходится условно. ⊗

Практическое занятие 4. Функциональные и степенные ряды

Предварительные сведения

Последовательность функций (f_n) называется сходящейся на множестве M **поточечно** (или **в обычном смысле**), если для **каждой точки** $x_0 \in M$ сходится числовая последовательность $(f_n(x_0))$.

Предельной функцией, или **пределом** $f = \lim\limits_{n\to\infty} f_n$ сходящейся поточечно последовательности функций (f_n), называется функция f, определённая на множестве M условием: $(\forall x_0 \in M)\ f(x_0) = \lim\limits_{n\to\infty} f_n(x_0)$.

Таким образом, для поточечно сходящейся функциональной последовательности неравенство $|f_n(x) - f(x)| < \varepsilon$ выполняется для каждой точки $(\forall x_0 \in M)$ и для своего ε, то есть $n_0 = n_0(\varepsilon, x_0)$.

Функциональная последовательность (f_n) называется **равномерно сходящейся на множестве** M **к предельной функции** f, если для произвольного положительного числа ε и **для**

любой точки $x \in M$ найдётся такой номер n_0, что для всех $n \geq n_0$ выполняется условие $\left| f_n(x) - f(x) \right| < \varepsilon$.

Таким образом, для равномерно сходящейся на множестве M функциональной последовательности неравенство

$$\left| f_n(x) - f(x) \right| < \varepsilon$$

выполняется одновременно для всех $x \in M$ и, следовательно, $n_0 = n_0(\varepsilon)$.

Функциональный ряд $\sum_{k=1}^{\infty} f_k$, $f_k : M \to f_k(M)$ называется **сходящимся на множестве** M **поточечно или в обычном смысле**, если на этом множестве поточечно сходится последовательность его частичных сумм

$$(s_n) = \left(\sum_{k=1}^{n} f_k \right).$$

Функция $f = \lim_{n \to \infty} s_n$ называется **суммой ряда** $\sum_{k=1}^{\infty} f_k$, и при этом пишут

$$f = \sum_{k=1}^{\infty} f_k .$$

Функциональный ряд $\sum_{k=1}^{\infty} f_k$ называется **равномерно сходящимся на множестве** $M \subset R^1$, если на M равномерно сходится последовательность его частичных сумм

$$(s_n) = \left(\sum_{k=1}^{n} f_k \right).$$

Пусть $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ – сходящийся числовой ряд с неотрицательными членами, и пусть $\sum_{k=1}^{\infty} f_k$, где $f_k : M \to f_k(M)$ – функциональный ряд. Тогда если $\left| f_k(x) \right| \leq a_k$ для всех точек $x \in M$ и для почти всех номеров $k \in N$, то ряд $\sum_{k=1}^{\infty} f_k$ сходится на множестве M абсолютно и равномерно.

Функциональный ряд вида $\sum_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$ называется **степенным рядом с центром в точке** x_0. Числа a_k называются **коэффициентами** степенного ряда.

Первая теорема Абеля. Если степенной ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k = a_0 + a_1 (x - x_0) + a_2 (x - x_0)^2 + \ldots$$

сходится в некоторой точке x_1, то он сходится абсолютно и равномерно во всякой точке x, удовлетворяющей условию $|x-x_0|<|x_1-x_0|$.

Кроме этого, для каждой такой точки x существуют такие числа $S>0$, $0<q<1$, что для всех номеров k справедливо неравенство

$$|a_k|\cdot|x-x_0|^k \le Sq^k.$$

Причём, если $x\neq x_0$, $x_1\neq x_0$ то $q=\dfrac{|x-x_0|}{|x_1-x_0|}$, а число S от x не зависит.

Вторая теорема Абеля. Если степенной ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty}a_k(x-x_0)^k = a_0+a_1(x-x_0)+a_2(x-x_0)^2+\ldots$$

в точке x_1 не сходится абсолютно (например, расходится), то он расходится в каждой точке x, удовлетворяющей условию

$$|x-x_0|>|x_1-x_0|.$$

Число

$$r=\lim_{k\to\infty}\left|\frac{a_k}{a_{k+1}}\right|$$

называется **радиусом сходимости**, а открытое множество $M_r=\{x:|x-x_0|<r\}$ – **множеством (интервалом) сходимости степенного ряда** $\sum_{k=0}^{\infty}a_k(x-x_0)^k$.

Примеры с решением

Пример 4.4.1. Исследовать сходимость функционального ряда

$$\frac{4-x}{7x+2}+\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{4-x}{7x+2}\right)^2+\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{4-x}{7x+2}\right)^3+\ldots+\frac{1}{2n-1}\cdot\left(\frac{4-x}{7x+2}\right)^n+\ldots$$

в точках $x_1=0$ и $x_2=1$.

Р е ш е н и е. 1) В точке $x_1=0$ имеем

$$2+\frac{1}{3}\cdot2^2+\frac{1}{5}\cdot2^3+\ldots+\frac{1}{2n-1}\cdot2^n+\ldots.$$

Это ряд с положительными членами. Применим признак Даламбера:

$$u_n=\frac{2^n}{2n-1};\ u_{n+1}=\frac{2^{n+1}}{2n+1};$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{2^{n+1}}{2n+1}\cdot\frac{2n-1}{2^n}=2\cdot\frac{2n-1}{2n+1}=2\cdot\frac{2n+1-2}{2n+1}=2\cdot\left(1-\frac{2}{2n+1}\right)>1.$$

Поэтому в точке $x_1=0$ ряд расходится.

2) В точке $x_2=1$ имеем

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3^2}+\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{3^3}+\ldots+\frac{1}{2n-1}\cdot\frac{1}{3^n}+\ldots.$$

Применяем признак Даламбера:

$$u_n=\frac{1}{3^n\cdot(2n-1)};\ u_{n+1}=\frac{1}{(2n+1)\cdot 3^{n+1}};$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{(2n-1)\cdot 3^n}{(2n+1)\cdot 3^{n+1}}=\frac{1}{3}\cdot\frac{2n-1}{2n+1}=\frac{1}{3}\cdot\frac{2n+1-2}{2n+1}=\frac{1}{3}\cdot\left(1-\frac{2}{2n+1}\right)<1.$$

Поэтому в точке $x_2=1$ ряд сходится. $\otimes$

Пример 4.4.2. Найти промежуток сходимости и сумму ряда

$$1+e^{-x}+e^{-2x}+\ldots+e^{-(n-1)x}+\ldots.$$

Р е ш е н и е. В точке $x=0$ не выполняется необходимый признак сходимости и ряд, очевидно, расходится. Рассмотрим промежутки $(-\infty,0)$ и $(0,\infty)$.

1) На промежутке $(-\infty,0)$ имеем:

$$\lim_{n\to\infty}u_n=\lim_{n\to\infty}e^{-(n-1)x}=\lim_{n\to\infty}e^{(n-1)\cdot(-x)}=\{-x=t\}=\lim_{n\to\infty}e^{(n-1)t},$$

где $t\in(0,\infty)$. Поэтому $\lim\limits_{n\to\infty}u_n=\lim\limits_{n\to\infty}e^{(n-1)t}\neq 0$. Снова не выполняется необходимый признак сходимости. Ряд на промежутке $(-\infty,0)$ расходится.

2) На промежутке $(0,\infty)$ выполняется необходимый признак сходимости. Далее имеем:

$$\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{e^{-nx}}{e^{-(n-1)x}}=\frac{e^{(n-1)x}}{e^{nx}}=e^{-x}=\frac{1}{e^x}.$$

На $(0,\infty)$ всегда $\dfrac{1}{e^x}<1$. Поэтому ряд сходится.

Перепишем ряд в виде:

$$1+\frac{1}{e^x}+\left(\frac{1}{e^x}\right)^2+\ldots+\left(\frac{1}{e^x}\right)^n+\ldots.$$

Имеем геометрическую прогрессию со знаменателем $q=\frac{1}{e^x}<1$. Поэтому сумма ряда равна

$$S=\frac{1}{1-q}=\frac{1}{1-\frac{1}{e^x}}=\frac{e^x}{e^x-1}.\otimes$$

Пример 4.4.3. Исследовать сходимость степенного ряда

$$x+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x^3+\ldots+\frac{1}{n}x^n+\ldots.$$

Р е ш е н и е. Здесь

$$a_n=\frac{1}{n},\ a_{n+1}=\frac{1}{n+1}.$$

Радиус сходимости

$$R=\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right|=\lim_{n\to\infty}\frac{n+1}{n}=1.$$

Ряд сходится в промежутке $-1<x<1.$

Если $x=1$, имеем гармонический ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$, который расходится.

Если $x=-1$, то получаем ряд

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\ldots.$$

Это ряд Лейбница и, следовательно, он сходится.

Таким образом, областью сходимости данного ряда является промежуток $x\in[-1,1)$, который можно задать двойным неравенством $-1\le x<1.\otimes$

Пример 4.4.4. Исследовать сходимость ряда

$$(x-2)+\frac{1}{2^2}(x-2)^2+\frac{1}{3^2}(x-2)^3+\ldots+\frac{1}{n^2}(x-2)^n+\ldots.$$

Р е ш е н и е. Коэффициенты ряда выражаются формулами:

$$a_n = \frac{1}{n^2};\ a_{n+1} = \frac{1}{(n+1)^2}.$$

Поэтому радиус сходимости

$$r = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^2}{n^2} = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^2 = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2}\right) = 1.$$

Таким образом, ряд сходится, если

$$-1 < x-2 < 1 \Rightarrow 1 < x < 3.$$

На левом конце промежутка сходимости $x = 1$ имеем ряд

$$-1+\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}-\ldots.$$

Это знакочередующийся ряд Лейбница, который сходится, так как сходится ряд из абсолютных величин его членов.

На правом конце промежутка сходимости $x = 3$ имеем ряд

$$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\ldots.$$

Этот ряд сходится, так как при $p > 1$ сходится ряд

$$1+\frac{1}{2^p}+\frac{1}{3^p}+\frac{1}{4^p}+\ldots,$$

что является табличным фактом.

Степенной ряд сходится для значений x, удовлетворяющих двойному неравенству $1 \le x \le 3$. $\otimes$

Пример 4.4.5. Исследовать сходимость ряда

$$1!(x-5)+2!(x-5)^2+3!(x-5)^3+\ldots+n!(x-5)^n+\ldots.$$

Р е ш е н и е. Коэффициенты ряда

$$a_n = n!;\ a_{n+1} = (n+1)!.$$

Поэтому радиус сходимости

$$r = \lim_{n\to\infty} \frac{n!}{(n+)!} = \lim_{n\to\infty} \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot n}{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot n\cdot(n+1)} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+1} = 0.$$

Ряд сходится только при $x-5=0$, то есть в точке $x = 5$. $\otimes$

Пример 4.4.6. Показать, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot n}{x^4+n^2}$ сходится равномерно на промежутке $(-\infty,\infty)$.

Р е ш е н и е. Выпишем несколько первых членов ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot n}{x^4+n^2}=-\frac{1}{x^4+1^2}+\frac{2}{x^4+2^2}-\frac{3}{x^4+3^2}+\ldots.$$

Имеем знакочередующийся ряд, причём

$$|u_1|=\frac{1}{x^4+1}>|u_2|=\frac{2}{x^4+4}>|u_3|=\frac{3}{x^4+9}>\ldots.$$

Применим признак Лейбница:

$$\lim_{n\to\infty}\left|\frac{(-1)^n\cdot n}{x^4+n^2}\right|=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n}}{\left(\frac{x^2}{n}\right)^2+1}=0.$$

Ряд сходится для любых $x\in(-\infty,\infty)$.

Для остатка ряда имеем

$$|r_n|=\left|\sum_{n=m+1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot n}{x^4+n^2}\right|<|u_{m+1}|=\left|\frac{(-1)^{(m+1)}\cdot(m+1)}{x^4+(m+1)^2}\right|<\frac{1}{m+1},$$

так как $x^4>0$. Рассмотрим неравенство $\frac{1}{m+1}<\varepsilon$. Из этого неравенства получаем $m>\frac{1}{\varepsilon}-1$. Если теперь мы выберем $m_0=\left[\frac{1}{\varepsilon}-1\right]+1$, то $(\forall m\ge m_0)$ получаем $|r_m|<\frac{1}{m+1}<\varepsilon$. Таким образом, ряд сходится на $(-\infty,\infty)$ независимо от x, то есть равномерно по $x\in(-\infty,\infty)$. $\otimes$

Ряд

$$f(x)=f(x_0)+\frac{1}{1!}\frac{df}{dx}(x_0)(x-x_0)+\frac{1}{2!}\frac{d^2f}{dx^2}(x_0)(x-x_0)^2+\ldots+$$

$$\ldots+\frac{1}{n!}\frac{d^n f}{dx^n}(x_0)(x-x_0)^n+\ldots=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{d^k f}{dx^k}(x_0)\frac{(x-x_0)^k}{k!}$$

для бесконечно дифференцируемой функции $f: M \to f(M)$, вне зависимости от его сходимости и суммы, называется **рядом Тейлора** для этой функции. При $x_0 = 0$ ряд называется **рядом Маклорена**.

Пример 4.4.7. Разложить функцию

$$f(x)=\frac{3}{2-x-x^2}$$

по степеням x $(x_0 = 0)$ в ряд Тейлора.

Р е ш е н и е. Данную функцию разложим на элементарные дроби:

$$f(x)=\frac{3}{2-x-x^2}=\frac{1}{1-x}+\frac{1}{x+2}.$$

Теперь можно использовать готовое табличное разложение

$$\frac{1}{1-t}=1+t+t^2+t^3+\ldots=\sum_{n=0}^{\infty}t^n,\ t\in(-1,1).$$

Применяя это разложение, получаем:

$$\frac{1}{1-x}=1+x+x^2+x^3+\ldots=\sum_{n=0}^{\infty}x^n;$$

$$\frac{1}{x+2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1+x/2}=\frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^n}{2^n}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^n}{2^{n+1}},\ x\in(-2,2).$$

Получаем разложение для исходной функции:

$$f(x)=\frac{3}{2-x-x^2}=\sum_{n=0}^{\infty}\left(1+\frac{(-1)^n}{2^{n+1}}\right)x^n.$$

Область сходимости данного ряда – пересечение указанных областей сходимости:

$$M=(-1,1)\cap(-2,2)=(-1,1).\otimes$$

Пример 4.4.8. Разложить в ряд Маклорена функцию, определённую формулой $f(x)=\sin^2 x.$

Р е ш е н и е. Вычисляем производные данной функции:

$$f^{(0)}(x)=\sin^2 x;$$

$$f^{(1)}(x)=2\cdot\sin x\cdot\cos x=\sin 2x;$$

$$f^{(2)}(x)=2\cdot\cos 2x=2\cdot\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right);$$

$$f^{(3)}(x)=-4\cdot\sin 2x=2^2\cdot\sin\left(2x+2\frac{\pi}{2}\right);$$

$$f^{(4)}(x)=-8\cdot\cos 2x=2^3\cdot\sin\left(2x+3\frac{\pi}{2}\right);$$

……;

$$f^{(n)}(x)=2^{n-1}\cdot\sin\left[2x+(n-1)\cdot\frac{\pi}{2}\right];$$

$$f^{(n+1)}(x)=2^n\cdot\sin\left[2x+n\cdot\frac{\pi}{2}\right];$$

……

Вычисляем производные в точке $x=0$:

$$f^{(0)}(0)=0;$$

$$f^{(1)}(0)=0;$$

$$f^{(2)}(0)=2;$$

$$f^{(3)}(0)=0;$$

$$f^{(4)}(0)=2^3;$$

$$f^{(5)}(0)=0;$$

$$f^{(6)}(0)=2^5;$$

……

Остаточный член в форме Лагранжа имеет вид

$$r_n = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}\cdot x^{n+1} = \frac{2^n \cdot \sin\left(2\cdot\xi + \frac{n\cdot\pi}{2}\right)}{(n+1)!}\cdot x^{n+1} =$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{(2\cdot x)^{n+1}}{(n+1)!}\cdot\sin\left(2\cdot\xi + \frac{n\cdot\pi}{2}\right).$$

Так как

$$\lim_{n\to\infty}\frac{(2\cdot x)^{n+1}}{(n+1)!} = 0,\ \left|\sin\left(2\cdot\xi + \frac{n\cdot\pi}{2}\right)\right| \le 1,$$

получаем $\lim\limits_{n\to\infty} r_n = 0$. Поэтому функция $f(x) = \sin^2 x$ может быть разложена в ряд Маклорена

$$\sin^2 x = \frac{2}{2!}\cdot x^2 - \frac{2^3}{4!}\cdot x^4 + \frac{2^5}{6!}\cdot x^6 - \frac{2^7}{8!}\cdot x^8 + \ldots$$

на любом промежутке $[-b, b]$. $\otimes$

Задания для самостоятельной работы

1. Найти частные производные первого порядка функций, заданных формулами:

1) $u(x, y) = x^3 \sin y + y^4$; 2) $u(x, y) = x^2\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}$.

2. Найти частные производные в заданных точках:

1) $u(x, y) = \frac{1-xy}{1+xy}$, $A(0;1)$;

2) $u(x, y) = x\sqrt{y} + \frac{y}{\sqrt[3]{x}}$, $A(1;1)$;

3) $u(x, y) = \ln\sqrt{x^2+y^2}$, $A(\sqrt{2};1)$.

3. Найти полные дифференциалы следующих функций:

1) $u = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$; 2) $u = \ln\left(x_1 + \sqrt{x_1^2 + x_2^2}\right)$;

3) $u = \ln\sin(x_1 - 2x_2)$; 4) $u = x^2 yz^4$; 5) $u = \ln(x^3 - y^3 + 2z^3)$.

4. Пусть функция задана формулой $f(x, y) = x^2 \sin^2 y$. Вычислить $df(x_0, y_0)$ в точке $(x_0, y_0) = \left(-1; \frac{\pi}{4}\right)$.

5. Вычислить значения полных дифференциалов функций, заданных формулами:

1) $u = \frac{x_2}{x_2 - x_1}$, $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $dx_1 = \frac{1}{2}$, $dx_2 = -\frac{1}{3}$;

2) $u = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$,

$x = 3$, $y = 4$, $z = 5$, $dx = -0{,}1$, $dy = 0{,}3$, $dz = 0{,}2$.

6. Вычислить приближённое значение выражения $(1{,}02)^3 \cdot (0{,}97)^2$.

7. Найти $\frac{du}{dt}$, если $u = e^{x-3y}$, $x = \sin t$, $y = t^2$.

8. Найти $\frac{\partial f}{\partial u}, \frac{\partial f}{\partial v}$, если $f = \ln(x^2 + y^2)$, $x = uv$, $y = \frac{u}{v}$.

9. Функция задана уравнением $e^u = \cos x \cos y$. Найти $\frac{\partial u}{\partial x}$ и $\frac{\partial u}{\partial y}$.

28. Найти производную функции

$$u = x^2 + y^2 - 3x + 2y$$

по направлению радиус-вектора точки $M(3; 4)$ в начале координат.

29. Найти производную функции, определённой формулой

$$u = \frac{x_1 x_2 x_3}{3},$$

в точке $M_0(1; 2; 3)$ по направлению вектора $\vec{M_0 M}$, если $M(4; 1; 6)$.

30. Исследовать на экстремум функцию, заданную формулой:

$$f(x, y) = 3x_1 + 6x_2 - x_1^2 - x_1 x_2 - x_2^2.$$

31. Исследовать на экстремум функцию, заданную формулой:

$$f(x, y) = e^{\frac{x}{2}}\left(x + y^2\right).$$

32*). Исследовать на экстремум функцию, заданную формулой

$$z = x^2 + y^2$$

при условии, что $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1.$

33*). Найти наибольшее и наименьшее значения функции, заданной формулой

$$f(x, y) = xy$$

в круге $x^2 + y^2 \le 1.$

34. Выяснить вопрос о сходимости и найти суммы рядов:

1) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \ldots$; 2) $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \ldots$;

3) $1 + \frac{1}{\sqrt[3]{2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{4}} + \frac{1}{\sqrt[3]{8}} + \ldots$; 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{n^2 + 5n + 6}$;

5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n^2 - 5n + 6}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{30}{25n^2 + 5n - 6}$;

7) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{90}{4n^2 + 8n - 5}$; 8) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{18}{n^2 + 3n}$; 9) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{9n^2 - 3n - 2}$;

10) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{4n^2 - 1}$; 11) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{16}{16n^2 - 8n - 3}$; 12) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{60}{(2n+1)(2n+3)(2n+5)}$.

35. Проверить, выполнение необходимого признака сходимости для рядов:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n - 1}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1}$;

3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 1}$; 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3 + 1}}{n^2(2 + \sin n)}$;

5) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(4-n)^3-(2-n)^3}{(1-n)^2-(2+n)^4}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3-n)^3-(2-n)^3}{(1-n)^3-(1+n)^3}$.

36. Исследовать сходимость ряда, используя признак сравнения:

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{1+2^{2n}}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n\cdot\left(1+2^n\right)}$;

3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4-2\sin n}{n-\ln n}$; 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2+\cos n}{n^2+3}$;

5) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2\ln n}{n^3-2}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln n}{\sqrt[4]{n^9}}$;

7) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln n}{\sqrt[3]{n+3}}$; 8) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos^2 n}{n^2+1}$;

9) $\sum_{n=1}^{\infty}\ln\frac{n^3+6}{n^3+5}$; 10) $\sum_{n=1}^{\infty}n\ln\frac{n^4+3}{n^4+2}$;

11) $\sum_{n=1}^{\infty}n\ln\frac{3^n+n}{7^n+2n}$; 12) $\sum_{n=1}^{\infty}n^2\left(e^{\frac{1}{2n^3}}-1\right)$.

37. Исследовать сходимость ряда, используя признак Даламбера:

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n!}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{n^5}$; 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{(n!)^3}$;

4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3n+2)!}{2^n(2n+5)!}$; 5) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n\left(n^5-1\right)}{n!}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n n!}{(2n)!}$;

7) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n n!}{(2n)!}$; 8) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n n!}{n^n}$.

38. Исследовать сходимость ряда, используя радикальный признак Коши:

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n^2+1}{2n^2+1}\right)^{n^2}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n^3+n}{3n^3-1}\right)^{n^2}$;

3) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{5n-3}{7n+1}\right)^{n^3}$; 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n+1}{5n+3}\right)^{n}$;

5) $\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{n}\left(\frac{n}{2n+1}\right)^{2n}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2 3^n}{5^{n+1}}$.

39. Исследовать сходимость знакопеременного ряда и выяснить тип сходимости (абсолютная или условная):

1) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{3n-2}{3n-1}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\left(1+\frac{n}{10^n}\right)$;

3) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n+1}{n^2+n+1}$.

40. Исследовать сходимость функциональных рядов в указанных точках:

1) $\frac{3x+1}{x^2+x+1}+\left(\frac{3x+1}{x^2+x+1}\right)^2+\ldots+\left(\frac{3x+1}{x^2+x+1}\right)^n+\ldots,$

$x=1,\ x=2,\ x=3;$

2) $\frac{1!}{1}\left(x^2-4x+6\right)+\frac{2!}{2^2}\left(x^2-4x+6\right)^2+\ldots+\frac{n!}{n^2}\left(x^2-4x+6\right)^n+\ldots,$

$x=1,\ x=2,\ x=3.$

41. Найти область сходимости функционального ряда

1) $\frac{1}{1+x^2}+\frac{1}{2^2\left(1+x^2\right)^2}+\ldots+\frac{1}{n^2\left(1+x^2\right)^n}+\ldots;$

2) $1+\frac{1}{2^x}+\frac{1}{3^x}+\ldots+\frac{1}{n^x}+\ldots$; 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n\left(x^2-6x+10\right)^n}$;

4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n\left(x^2-5x+9\right)^n}$; 5) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^n}{n^2\left(x^2+3\right)^n}$;

6) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{n\left(x^2-4x+8\right)^n}$; 7) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{6^n}{n^2\left(x^2-2x+6\right)^n}$;

8) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{\left(n+\sqrt{n}\right)^x}$.

42. Найти радиус и промежуток сходимости степенного ряда:

1) $\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\ldots+\frac{x^n}{n!}+\ldots$;

2) $1+\frac{x^3}{10}+\frac{x^6}{10^2}+\ldots+\frac{x^{3(n-1)}}{10^{n-1}}+\ldots$;

3) $2x^5+\frac{4x^{10}}{3}+\frac{8x^{15}}{5}+\ldots+\frac{2^n x^{5n}}{2n-1}+\ldots$;

4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{n(n-1)/2}}{n!}$; 5) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^n}{n\cdot 9^n}$;

6) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+5)^{2n}}{4^n}$; 7) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+1)^n}{(n+1)2^n}$;

8) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}(x+3)^n}{n^2+1}$; 9) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-3)^{2n-1}}{\left(2n^3+3n\right)4^n}$;

10) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n(x+2)^n}{(n+1)^2 3^n}$.

43. Разложить данную функцию в ряд Тейлора в окрестности данной точки, или в ряд Маклорена в окрестности нуля;

1) $f(x)=\frac{x}{\sqrt{9+x^2}}$; 2) $f(x)=\frac{x}{3+2x}$;

3) $f(x)=\sqrt[4]{16+x}$; 4) $f(x)=2^x$;

5) $f(x)=\cos^2 x$; 6) $f(x)=e^{-x^2}$;

7) $f(x)=\dfrac{1}{x}$ по степеням $x-2$; 8) $f(x)=3^x$;

9) $f(x)=e^{-2x}$; 10) $f(x)=\sqrt{x+2}$.

ЧАСТЬ 5. ТЕОРИЯ ПОЛЯ. ВЕКТОРНЫЙ АНАЛИЗ.

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Практическое занятие 1. Базисные векторные поля

Предварительные сведения

Регулярной системой координат в области $D\subset E^n$ называется система гладких функций

$$\begin{cases} q^1=q^1\left(x^1,x^2,\ldots,x^n\right),\\ q^2=q^2\left(x^1,x^2,\ldots,x^n\right),\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,\\ q^n=q^n\left(x^1,x^2,\ldots,x^n\right), \end{cases},$$

задающих взаимно однозначное (биективное) отображение области $G\subset R^n$ на область $D\subset E^n$, и удовлетворяющих условию

$$\begin{vmatrix} \dfrac{\partial q^1}{\partial x^1} & \cdots & \dfrac{\partial q^1}{\partial x^n}\\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots\\ \dfrac{\partial q^n}{\partial x^1} & \cdots & \dfrac{\partial q^n}{\partial x^n} \end{vmatrix}\neq 0,\quad \begin{vmatrix} \dfrac{\partial x^1}{\partial q^1} & \cdots & \dfrac{\partial x^1}{\partial q^n}\\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots\\ \dfrac{\partial x^n}{\partial q^1} & \cdots & \dfrac{\partial x^n}{\partial q^n} \end{vmatrix}\neq 0$$

во всех точках области D.

Если радиус-вектор является функцией декартовых координат, то есть

$$\vec{x} = \vec{x}\left(x^1, x^2, x^3\right) = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3,$$

то для дифференциала радиус-вектора имеем

$$d\vec{x} = \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial \vec{x}}{\partial x^j} dx^j = \frac{\partial \vec{x}}{\partial x^1} dx^1 + \frac{\partial \vec{x}}{\partial x^2} dx^2 + \frac{\partial \vec{x}}{\partial x^3} dx^3 \equiv dx^j \vec{e}_j .$$

Если радиус-вектор является функцией криволинейных координат, то есть

$$\vec{x} = \vec{x}\left(q^1, q^2, q^3\right) =$$

$$= x^1\left(q^1, q^2, q^3\right)\vec{e}_1 + x^2\left(q^1, q^2, q^3\right)\vec{e}_2 + x^3\left(q^1, q^2, q^3\right)\vec{e}_3,$$

или в скалярной форме

$$\begin{cases} x^1 = x^1\left(q^1, q^2, q^3\right), \\ x^2 = x^2\left(q^1, q^2, q^3\right), \\ x^3 = x^3\left(q^1, q^2, q^3\right), \end{cases}$$

то для дифференциала радиус-вектора имеем

$$d\vec{x} = \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial \vec{x}}{\partial q^j} dq^j = \frac{\partial \vec{x}}{\partial q^1} dq^1 + \frac{\partial \vec{x}}{\partial q^2} dq^2 + \frac{\partial \vec{x}}{\partial q^3} dq^3 \equiv dq^j \vec{g}_j ,$$

где по определению введены новые векторы

$$\vec{g}_j \overset{def}{=} \frac{\partial \vec{x}}{\partial q^j},$$

которые зависят от криволинейных координат и являются, следовательно, не векторами, а **векторными полями**.

Можно показать, что векторные поля $\vec{g}_k$ при выполнении приведённого выше условия регулярности отображения, образуют базис пространства E^3. Эти поля называются **натуральными базисными векторными полями**.

Взаимные базисные векторные поля определяются по формуле

$$\vec{g}^{\,i} \overset{def}{=} \nabla q^i,$$

или формулами

$$\vec{g}^{\,i} \overset{def}{=} g^{ij} \vec{g}_j,$$

где g^{ij} – некоторая, пока произвольная невырожденная симметрическая матрица.

Полярные координаты $\left\{q^1; q^2\right\} \equiv \left\{r; \varphi\right\}$ **на плоскости** R^2 задаются отображением

$$\hat{F}^{-1} : R^2\{r;\varphi\} \to R^2\{x^1; x^2\},$$

которое в координатной форме записи имеет вид

$$\begin{cases} x^1 = r\cos\varphi, \\ x^2 = r\sin\varphi. \end{cases}$$

Координата r называется **полярным радиусом**, а координата φ – **полярным углом**. Якобиан этого преобразования равен:

$$\det\left(\frac{\partial(x^1, x^2)}{\partial(r, \varphi)}\right) = \begin{vmatrix} \frac{\partial x^1}{\partial r} & \frac{\partial x^1}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial x^2}{\partial r} & \frac{\partial x^2}{\partial \varphi} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos\varphi & -r\sin\varphi \\ \sin\varphi & r\cos\varphi \end{vmatrix} = r.$$

Цилиндрические координаты в пространстве R^3 задаются отображением

$$\hat{F}^{-1} : R^3\{r;\varphi;h\} \to R^3\{x^1; x^2; x^3\},$$

которое в координатной форме записи имеет вид

$$\begin{cases} x^1 = r\cos\varphi, \\ x^2 = r\sin\varphi, \\ x^3 = h. \end{cases}$$

Здесь

$$D = \left\{\{r;\varphi;h\} \in R_2^3 : 0 \le r < +\infty,\ 0 \le \varphi < 2\pi,\ -\infty < h < +\infty\right\}.$$

Якобиан преобразования

$$\det\left(\frac{\partial(x^1, x^2, x^3)}{\partial(r, \varphi, h)}\right) = \begin{vmatrix} \cos\varphi & -r\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & r\cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = r.$$

Сферические координаты в пространстве R^3 задаются отображением

$$\hat{F}^{-1} : R^3\{r, \varphi, \theta\} \to R^3\{x^1, x^2, x^3\},$$

которое в координатной форме записи имеет вид (рисунок 1.3)

$$\begin{cases} x^1 = r\sin\theta\cdot\cos\varphi, \\ x^2 = r\sin\theta\cdot\sin\varphi, \\ x^3 = r\cos\theta. \end{cases}$$

Здесь

$$D = \left\{ \{r, \varphi, \vartheta\} \in R_2^3 : 0 \le r < +\infty, 0 \le \varphi < 2\pi, 0 < \theta \le \pi \right\}.$$

Якобиан преобразования (1.35)

$$\det\left(\frac{\partial\left(x^1, x^2, x^3\right)}{\partial(r, \varphi, \theta)} \right) = \begin{vmatrix} \sin\theta\cos\varphi & -r\sin\theta\sin\varphi & r\cos\theta\cos\varphi \\ \sin\theta\sin\varphi & r\sin\theta\cos\varphi & r\cos\theta\sin\varphi \\ \cos\theta & 0 & -r\sin\theta \end{vmatrix} =$$

$$= -r^2 \sin\theta.$$

Примеры с решением

Пример 5.1.1. Показать, что орты полярной системы координат связаны с ортами декартовой системы координат соотношениями

$$\vec{g}_{\langle r \rangle} = \cos\varphi\, \vec{e}_1 + \sin\varphi\, \vec{e}_2,\ \vec{g}_{\langle \varphi \rangle} = -\sin\varphi\, \vec{e}_1 + \cos\varphi\, \vec{e}_2. \qquad (1)$$

Р е ш е н и е. В полярной системе координат связь между старыми (декартовыми) и новыми (полярными) координатами даётся обратным отображением

$$x^1 = r\cos\varphi,\ x^2 = r\sin\varphi. \qquad (2)$$

Следовательно, для радиус-вектора получаем

$$\vec{r} = r\cos\varphi \cdot \vec{e}_1 + r\sin\varphi \cdot \vec{e}_2. \qquad (3)$$

Воспользуемся формулами связи базисных векторных полей:

$$\vec{g}_j \overset{def}{=} \frac{\partial \vec{x}}{\partial q^j} = \frac{\partial \vec{x}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial q^j} = \frac{\partial x^i}{\partial q^j}\vec{e}_i = A_{\cdot j}^{i\cdot}\vec{e}_i. \qquad (4)$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_r$ имеем:

$$\vec{g}_r = \frac{\partial \vec{r}}{\partial r} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial r} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial r} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial r} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial r}\left(r\cos\varphi\right)\cdot \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial r}\left(r\sin\varphi\right)\cdot \vec{e}_2 = \cos\varphi\cdot \vec{e}_1 + \sin\varphi\cdot \vec{e}_2. \qquad (5)$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_\varphi$ имеем:

$$\vec{g}_{\varphi} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial \varphi} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial \varphi} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial \varphi} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial \varphi}(r\cos\varphi)\cdot \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial \varphi}(r\sin\varphi)\cdot \vec{e}_2 =$$

$$= -r\sin\varphi \cdot \vec{e}_1 + r\cos\varphi \cdot \vec{e}_2. \qquad (6)$$

Так как

$$\left\| \vec{g}_r \right\| = \sqrt{\left(\vec{g}_r, \vec{g}_r \right)} = \sqrt{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi} = 1,$$

то базисное векторное поля $\vec{g}_r$ нормировано и, следовательно, имеем

$$\vec{g}_{\langle r \rangle} \equiv \vec{g}_r = \cos\varphi \cdot \vec{e}_1 + \sin\varphi \cdot \vec{e}_2. \qquad (7)$$

Векторное поле $\vec{g}_{\varphi}$ не нормировано, а его норма

$$\left\| \vec{g}_{\varphi} \right\| = \sqrt{\left(\vec{g}_{\varphi}, \vec{g}_{\varphi} \right)} = \sqrt{\left(-r\sin\varphi\right)^2 + \left(r\cos\varphi\right)^2} = r. \qquad (8)$$

Орт векторного поля $\vec{g}_{\varphi}$ равен

$$\vec{g}_{\langle \varphi \rangle} = \frac{1}{\left\| \vec{g}_{\varphi} \right\|}\vec{g}_{\varphi} = \frac{1}{r}\left(-r\sin\varphi \cdot \vec{e}_1 + r\cos\varphi \cdot \vec{e}_2 \right) =$$

$$= -\sin\varphi \cdot \vec{e}_1 + \cos\varphi \cdot \vec{e}_2. \qquad (9)$$

Формулы (7) и (9) решают поставленную задачу. $\otimes$

Пример 5.1.2. В полярной системе координат закон движения точки задан уравнениями

$$x^1(t) = r(t)\cdot\cos\varphi(t),\ x^2(t) = r(t)\cdot\sin\varphi(t), \qquad (1)$$

где t – время. Найти скорость и ускорение точки в декартовых и полярных координатах.

Р е ш е н и е. Векторная параметризация движения имеет вид

$$\vec{r} = r\cos\varphi \cdot \vec{e}_1 + r\sin\varphi \cdot \vec{e}_2. \qquad (2)$$

Вектор скорости

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(r\cos\varphi)\cdot\vec{e}_1 + \frac{d}{dt}(r\sin\varphi)\cdot\vec{e}_2 =$$

$$= \left(\frac{dr}{dt}\cdot\cos\varphi + r\cdot\frac{d}{d\varphi}(\cos\varphi)\cdot\frac{d\varphi}{dt}\right)\cdot\vec{e}_1 +$$

$$+ \left(\frac{dr}{dt}\cdot\sin\varphi + r\cdot\frac{d}{d\varphi}(\sin\varphi)\cdot\frac{d\varphi}{dt}\right)\cdot\vec{e}_2 =$$

$$= \left(\frac{dr}{dt}\cdot\cos\varphi - r\cdot\sin\varphi\cdot\frac{d\varphi}{dt}\right)\cdot\vec{e}_1 + \left(\frac{dr}{dt}\cdot\sin\varphi + r\cdot\cos\varphi\cdot\frac{d\varphi}{dt}\right)\cdot\vec{e}_2. \qquad (3)$$

Найдём проекции вектора скорости на оси полярной системы координат. Для этого вычислим значения скалярных произведений вектора скорости и ортов полярной системы координат, найденных в предыдущей задаче (формулы (7) и (9)):

$$v_r \equiv \Pr_{\vec{e}_r}\vec{v} = \left(\vec{v}, \vec{g}_{\langle r\rangle}\right) =$$

$$= \left(\frac{dr}{dt}\cos\varphi - r\frac{d\varphi}{dt}\sin\varphi\right)\cos\varphi + \left(\frac{dr}{dt}\sin\varphi + r\frac{d\varphi}{dt}\cos\varphi\right)\sin\varphi = \frac{dr}{dt}, \qquad (4)$$

$$v_\varphi \equiv \Pr_{\vec{e}_\varphi}\vec{v} = \left(\vec{v}, \vec{g}_{\langle\varphi\rangle}\right) =$$

$$= \left(\frac{dr}{dt}\cos\varphi - r\frac{d\varphi}{dt}\sin\varphi\right)(-\sin\varphi) + \left(\frac{dr}{dt}\sin\varphi + r\frac{d\varphi}{dt}\cos\varphi\right)\cos\varphi =$$

$$= r\frac{d\varphi}{dt}. \qquad (5)$$

Таким образом, вектор скорости в полярной системе координат имеет вид

$$\vec{v} = \frac{dr}{dt}\vec{g}_{\langle r\rangle} + r\frac{d\varphi}{dt}\vec{g}_{\langle\varphi\rangle}. \qquad (6)$$

Найдём разложение вектора ускорения по ортам полярной системы координат. Для этого используем формулы (7) и (9) из предыдущей задачи и формулу (6) из этой задачи:

$$\vec{w} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2r}{dt^2}\vec{g}_{\langle r\rangle} + \frac{dr}{dt}\frac{d\vec{g}_{\langle r\rangle}}{dt} + \frac{dr}{dt}\frac{d\varphi}{dt}\vec{g}_{\langle\varphi\rangle} + r\frac{d^2\varphi}{dt^2}\vec{g}_{\langle\varphi\rangle} + r\frac{d\varphi}{dt}\frac{d\vec{g}_{\langle\varphi\rangle}}{dt};$$

$$\frac{d\vec{g}_{\langle r\rangle}}{dt} = -\sin\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_1 + \cos\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_2;$$

$$\frac{d\vec{g}_{\langle\varphi\rangle}}{dt} = -\cos\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_1 - \sin\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_2;$$

$$\vec{w} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2r}{dt^2}\vec{g}_{\langle r\rangle} + \frac{dr}{dt}\left(-\sin\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_1 + \cos\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_2\right) +$$

$$+\frac{dr}{dt}\frac{d\varphi}{dt}\vec{g}_{\langle\varphi\rangle} + r\frac{d^2\varphi}{dt^2}\vec{g}_{\langle\varphi\rangle} +$$

$$+r\frac{d\varphi}{dt}\left(-\cos\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_1 - \sin\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_2\right) =$$

$$= \left(\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right)\vec{g}_{\langle r\rangle} + \left(r\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\frac{dr}{dt}\frac{d\varphi}{dt}\right)\vec{g}_{\langle\varphi\rangle}.$$

Итак, в полярной системе координат для ускорения получаем следующее выражение:

$$\vec{w} = \left(\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right)\vec{g}_{\langle r\rangle} + \left(r\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\frac{dr}{dt}\frac{d\varphi}{dt}\right)\vec{g}_{\langle\varphi\rangle}. \otimes \qquad (7)$$

Пример 5.1.3. Закон движения точки в полярных координатах имеет вид:

$$\begin{cases} r = t\cdot\sin 3t, \\ \varphi = t^3. \end{cases} \qquad (1)$$

Найти скорость и ускорение точки в полярных и декартовых координатах в момент времени $t = 1\,c$. Радиус дан в метрах.

Р е ш е н и е. 1) Полярные координаты точки в заданный момент времени:

$$r(1) = \sin 3 = 0{,}141;\ \varphi(1) = 1.$$

2) Дифференцируя уравнения движения (1) по времени, получаем:

$$\begin{cases} \dot{r} = \sin 3t + 3t\cos 3t, \\ \dot{\varphi} = 3t^2. \end{cases} \qquad (2)$$

При $t = 1\,c$ имеем:

$$\dot{r}(1) = -2{,}829,\ \dot{\varphi}(1) = 3.$$

3) По формулам (4) и (5) предыдущей задачи находим компоненты скорости в полярных координатах:

$$v_r(1) = \dot{r}(1) = -2{,}829\,\frac{м}{c};\ v_\varphi(1) = r(1)\cdot\dot{\varphi}(1) = 0{,}423\,\frac{м}{c}.$$

4) Норма скорости:

$$v(1) = \sqrt{v_r^2(1) + v_\varphi^2(1)} = 2{,}860\,\frac{м}{c}.$$

5) Дифференцируя формулы связи полярных и декартовых координат по времени, находим компоненты скорости в декартовых координатах:

$$v^1 = \dot{x}^1 = \dot{r}\cos\varphi - r\,\dot{\varphi}\sin\varphi = v_r\cos\varphi - v_\varphi\sin\varphi;$$

$$v^2 = \dot{x}^2 = \dot{r}\sin\varphi + r\,\dot{\varphi}\cos\varphi = v_r\sin\varphi + v_\varphi\cos\varphi.$$

В заданный момент времени имеем:

$$v^1(1) = -1{,}883\,\frac{м}{c};\ v^2(1) = -2{,}148\,\frac{м}{c}.$$

Проверка правильности вычислений (норма вектора скорости в декартовых и полярных координатах должна быть одинаковой):

$$v = \sqrt{\left(v^1\right)^2 + \left(v^2\right)^2} = 2{,}85\,\frac{м}{c}.$$

6) Находим вторые производные, дифференцируя (2):

$$\ddot{r} = 6\cos 3t - 9t\sin 3t;\ \ddot{\varphi} = 6t.$$

При $t = 1$ имеем:

$$\ddot{r}(1) = -9{,}74;\ \ddot{\varphi}(1) = 6.$$

7) Находим компоненты ускорения в полярных координатах:

$$w_r(1) = \ddot{r}(1) - r(1)\dot{\varphi}^2(1) = -11{,}01\,\frac{м}{c^2};$$

$$w_\varphi(1) = r(1)\ddot{\varphi}(1) + 2\dot{r}(1)\dot{\varphi}(1) = -16{,}128\,\frac{м}{c^2}.$$

8) Норма ускорения

$$w = \sqrt{w_r^2 + w_\varphi^2} = 19{,}52\,\frac{м}{c^2}.$$

9) Компоненты ускорения в декартовых координатах находим двукратным дифференцированием формулы (2) по времени:

$$w^1 = \left(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2\right)\cos\varphi - \left(r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi}\right)\sin\varphi \equiv w_r\cos\varphi - w_\varphi\sin\varphi;$$

$$w^2 = \left(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2\right)\sin\varphi + \left(r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi}\right)\cos\varphi = w_r\sin\varphi + w_\varphi\cos\varphi.$$

При $t = 1$ имеем:

$$w^1(1) = 7{,}602;\ w^2(1) = -17{,}95.$$

Проверка:

$$w = \sqrt{\left(w^1\right)^2 + \left(w^2\right)^2} = 19{,}49.\ \otimes$$

Пример 5.1.4. Закон движения точки в полярных координатах имеет вид:

$$r = 22\cdot\frac{1 - \dfrac{t^2}{121}}{t};\ \ \varphi = \arccos\left(\frac{t}{11}\right).$$

Найти скорость и ускорение точки в полярных и декартовых координатах в момент времени $t = 9\,c$. Радиус дан в метрах.

Ответ:

r	$\dot{r}$	φ	$\dot{\varphi}$	v_r	v_φ	v	v^1	v^2
м	м/с	рад	рад/сек			м/с		
0,81	-0,45	0,61	-0,16	-0,45	-0,13	0,47	-0,3	-0,37

Пример 5.1.5. Выразить базисные векторные поля цилиндрической системы координат в виде разложения по ортам декартовой системы координат.

Р е ш е н и е. Связь декартовых и цилиндрических координат имеет вид

$$\begin{cases} x^1 = r\cos\varphi, \\ x^2 = r\sin\varphi, \\ x^3 = h, \end{cases} \det\left(\frac{\partial(x^1, x^2, x^3)}{\partial(r, \varphi, h)}\right) = \begin{vmatrix} \cos\varphi & -r\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & r\cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = r,$$

где для цилиндрических координат принимаются следующие пределы изменения:

$$D = \left\{\{r;\, \varphi;\, h\} \in R_2^3 : 0 \le r < +\infty,\, 0 \le \varphi < 2\pi,\, -\infty < h < +\infty\right\}.$$

Для радиус-вектора имеем

$$\vec{r} = r\cos\varphi\,\vec{e}_1 + r\sin\varphi\,\vec{e}_2 + h\,\vec{e}_3.$$

Дифференцируем разложение радиус-вектора последовательно по цилиндрическим координатам и используем формулу разложения базисных векторных полей по ортам декартовой системы координат

$$\vec{g}_j \overset{def}{=} \frac{\partial \vec{x}}{\partial q^j} = \frac{\partial \vec{x}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial q^j} = \frac{\partial x^i}{\partial q^j}\vec{e}_i = \frac{\partial x^1}{\partial q^j}\vec{e}_1 + \frac{\partial x^2}{\partial q^j}\vec{e}_2 + \frac{\partial x^3}{\partial q^j}\vec{e}_3.$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_r$ имеем:

$$\vec{g}_r = \frac{\partial \vec{r}}{\partial r} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial r} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial r} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial r} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3}\frac{\partial x^3}{\partial r} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial r}(r\cos\varphi)\cdot\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial r}(r\sin\varphi)\cdot\vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial r}h\cdot\vec{e}_3 = \cos\varphi\cdot\vec{e}_1 + \sin\varphi\cdot\vec{e}_2.$$

Так как для векторного поля $\vec{g}_r$

$$\left\|\vec{g}_r\right\| = \sqrt{\left(\vec{g}_r, \vec{g}_r\right)} = \sqrt{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi} = 1,$$

то базисное векторное поле $\vec{g}_r$ нормированное, то есть

$$\vec{g}_{\langle r\rangle} \equiv \vec{g}_r.$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_\varphi$ имеем:

$$\vec{g}_\varphi = \frac{\partial\vec{r}}{\partial\varphi} = \frac{\partial\vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial\varphi} \equiv \frac{\partial\vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial\varphi} + \frac{\partial\vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial\varphi} + \frac{\partial\vec{r}}{\partial x^3}\frac{\partial x^3}{\partial\varphi} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial\varphi}(r\cos\varphi)\cdot\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial\varphi}(r\sin\varphi)\cdot\vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial\varphi}h\cdot\vec{e}_3 =$$

$$= -r\sin\varphi\cdot\vec{e}_1 + r\cos\varphi\cdot\vec{e}_2.$$

Так как для векторного поля $\vec{g}_\varphi$

$$\left\|\vec{g}_\varphi\right\| = \sqrt{\left(\vec{g}_\varphi, \vec{g}_\varphi\right)} = \sqrt{(-r\sin\varphi)^2 + (r\cos\varphi)^2} = r,$$

то поле $\vec{g}_\varphi$ ненормированное. Находим орт поля:

$$\vec{g}_{\langle\varphi\rangle} = \frac{1}{\left\|\vec{g}_\varphi\right\|}\vec{g}_\varphi = \frac{1}{r}\left(-r\sin\varphi\cdot\vec{e}_1 + r\cos\varphi\cdot\vec{e}_2\right) =$$

$$= -\sin\varphi\cdot\vec{e}_1 + \cos\varphi\cdot\vec{e}_2.$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_h$ имеем:

$$\vec{g}_h = \frac{\partial \vec{r}}{\partial h} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial h} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial h} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial h} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3}\frac{\partial x^3}{\partial h} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial h}(r\cos\varphi)\cdot\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial h}(r\sin\varphi)\cdot\vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial h}h\cdot\vec{e}_3 = \vec{e}_3.$$

Таким образом, базисное векторное поле $\vec{g}_h$ нормированное, то есть

$$\vec{g}_{\langle h\rangle} = \vec{e}_3. \otimes$$

Пример 5.1.6. Выразить базисные векторные поля сферической системы координат в виде разложения по ортам декартовой системы координат.

Р е ш е н и е. Связь декартовых и сферических координат имеет вид

$$\begin{cases} x^1 = r\sin\theta\cdot\cos\varphi, \\ x^2 = r\sin\theta\cdot\sin\varphi, \\ x^3 = r\cos\theta, \end{cases}$$

$$\det\left(\frac{\partial\left(x^1, x^2, x^3\right)}{\partial(r, \varphi, \theta)}\right) = \begin{vmatrix} \sin\theta\cos\varphi & -r\sin\theta\sin\varphi & r\cos\theta\cos\varphi \\ \sin\theta\sin\varphi & r\sin\theta\cos\varphi & r\cos\theta\sin\varphi \\ \cos\theta & 0 & -r\sin\theta \end{vmatrix} =$$

$$= -r^2\sin\theta,$$

где для сферических координат принимаются следующие пределы изменения:

$$D = \left\{\{r, \varphi, \vartheta\} \in R_2^3 : 0 \le r < +\infty, 0 \le \varphi < 2\pi, 0 < \theta \le \pi\right\}.$$

Радиус-вектор имеет вид:

$$\vec{r} = r\sin\theta\cdot\cos\varphi\,\vec{e}_1 + r\sin\theta\cdot\sin\varphi\,\vec{e}_2 + r\cos\theta\,\vec{e}_3.$$

Дифференцируем разложение радиус-вектора последовательно по сферическим координатам и снова используем формулу разложения базисных векторных полей по ортам декартовой системы координат.

Для базисного векторного поля $\vec{g}_r$ имеем:

$$\vec{g}_r = \frac{\partial \vec{r}}{\partial r} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial r} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial r} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial r} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3}\frac{\partial x^3}{\partial r} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial r}(r\sin\theta\cos\varphi)\cdot\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial r}(r\sin\theta\sin\varphi)\cdot\vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial r}(r\cos\theta)\cdot\vec{e}_3 =$$

$$= \sin\theta\cos\varphi\cdot\vec{e}_1 + \sin\theta\sin\varphi\cdot\vec{e}_2 + \cos\theta\cdot\vec{e}_3.$$

Норма поля

$$\left\|\vec{g}_r\right\| = \sqrt{(\sin\theta\cos\varphi)^2 + (\sin\theta\sin\varphi)^2 + \cos^2\theta} = 1.$$

Поле нормированное. Следовательно, имеем:

$$\vec{g}_{\langle r\rangle} \equiv \vec{g}_r = \sin\theta\cos\varphi\cdot\vec{e}_1 + \sin\theta\sin\varphi\cdot\vec{e}_2 + \cos\theta\cdot\vec{e}_3.$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_\varphi$ имеем:

$$\vec{g}_\varphi = \frac{\partial \vec{r}}{\partial \varphi} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial \varphi} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3}\frac{\partial x^3}{\partial \varphi} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial \varphi}(r\sin\theta\cos\varphi)\cdot\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial \varphi}(r\sin\theta\sin\varphi)\cdot\vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial \varphi}(r\cos\theta)\cdot\vec{e}_3 =$$

$$= -r\sin\theta\sin\varphi\cdot\vec{e}_1 + r\sin\theta\cos\varphi\cdot\vec{e}_2.$$

Норма поля

$$\left\|\vec{g}_\varphi\right\| = \sqrt{(-r\sin\theta\sin\varphi)^2 + (r\sin\theta\cos\varphi)^2} = \sqrt{r^2\sin^2\theta} = r\sin\theta.$$

Поле ненормированное. Находим орт поля:

$$\vec{g}_{\langle\varphi\rangle} = \frac{1}{\left\|\vec{g}_\varphi\right\|}\vec{g}_\varphi = \frac{1}{r\sin\theta}\left(-r\sin\theta\sin\varphi\cdot\vec{e}_1 + r\sin\theta\cos\varphi\cdot\vec{e}_2\right) =$$

$$= -\sin\varphi \cdot \vec{e}_1 + \cos\varphi \cdot \vec{e}_2.$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_\theta$ имеем:

$$\vec{g}_\theta = \frac{\partial \vec{r}}{\partial \theta} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial \theta} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial \theta} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial \theta} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3}\frac{\partial x^3}{\partial \theta} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial \theta}\left(r\sin\theta\cos\varphi\right)\cdot \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial \theta}\left(r\sin\theta\sin\varphi\right)\cdot \vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial \theta}\left(r\cos\theta\right)\cdot \vec{e}_3 =$$

$$= r\cos\theta\cos\varphi \cdot \vec{e}_1 + r\cos\theta\sin\varphi \cdot \vec{e}_2 - r\sin\theta \cdot \vec{e}_3.$$

Норма поля

$$\left\|\vec{g}_\theta\right\| = \sqrt{\left(r\cos\theta\cos\varphi\right)^2 + \left(r\cos\theta\sin\varphi\right)^2 + \left(-r\sin\theta\right)^2} = r.$$

Поле ненормированное. Находим орт поля:

$$\vec{g}_{\langle\theta\rangle} = \frac{1}{\left\|\vec{g}_\theta\right\|}\vec{g}_\theta = \frac{1}{r}\left(r\cos\theta\cos\varphi \cdot \vec{e}_1 + r\cos\theta\sin\varphi \cdot \vec{e}_2 - r\sin\theta \cdot \vec{e}_3\right) =$$

$$= \cos\theta\cos\varphi \cdot \vec{e}_1 + \cos\theta\sin\varphi \cdot \vec{e}_2 - \sin\theta \cdot \vec{e}_3. \otimes$$

Практическое занятие 2. Криволинейные интегралы

Предварительные сведения

Формула вычисления криволинейного интеграла первого рода по параметризованному замкнутому пути $\hat{W}\left(\overline{J}\right),\ \overline{J} = [\alpha, \beta]$

$$\vec{x}(t) = \sum_{k=1}^{3} w_k(t)\vec{e}_k$$

имеет вид:

$$\int\limits_{W_{\alpha,\beta}} f\left(\vec{x}(t)\right)dl \equiv \int\limits_{W_{\alpha,\beta}} f\left(x_1, x_2, x_3\right)dl = \int\limits_{W_{\alpha,\beta}} f\left(\vec{x}(t)\right)\left\|\frac{d\vec{x}}{dt}(t)\right\|dt =$$

$$= \int\limits_{\alpha}^{\beta} f\left(w_1(t), w_2(t), w_3(t)\right)\cdot\sqrt{\left[\frac{dw_1(t)}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dw_2(t)}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dw_3(t)}{dt}\right]^2}\,dt.$$

В случае естественной параметризации

$$y = y(x),\ z = z(x),\ x \in \overline{J}$$

формула принимает вид

$$\int\limits_{L_{a,b}} f(x, y, z)dl = \int\limits_{a}^{b} f(x, y(x), z(x))\cdot\sqrt{1 + \left[\frac{dy(x)}{dx}\right]^2 + \left[\frac{dz(x)}{dx}\right]^2}\,dx,$$

где $a = x(\alpha),\ b = x(\beta)$/

Формула вычисления криволинейного интеграла второго рода для общего случая параметризации имеет вид:

$$\int\limits_{W_{\alpha,\beta}} F_1\left(\vec{x}(t)\right)dx^1 + F_2\left(\vec{x}(t)\right)dx^2 + F_3\left(\vec{x}(t)\right)dx^3 =$$

$$= \int\limits_{\alpha}^{\beta}\Bigg[F_1\left(w_1(t), w_2(t), {}_3(t)\right)\frac{dw_1(t)}{dt} + F_2\left(w_1(t), w_2(t), {}_3(t)\right)\frac{dw_2(t)}{dt} +$$

$$+F_3\left(w_1(t), w_2(t), {}_3(t)\right)\frac{dw_3(t)}{dt}\Bigg]dt.$$

Если путь задан естественной параметризацией

$$y = y(x),\ z = z(x),$$

то есть параметром является переменная x, формула переписывается так:

$$I_{W_{a,b}} = \int\limits_{W_{a,b}} P(x, y, z)dx + Q(x, y, z)dy + R(x, y, z)dz =$$

$$= \int\limits_{a}^{b}\Bigg[P(x, y(x), z(x)) + Q(x, y(x), z(x))\frac{dy(x)}{dx} + R(x, y(x), z(x))\frac{dz(x)}{dx}\Bigg]dx,$$

где

$$a = x(\alpha),\ b = x(\beta)$$

– пределы изменения переменной x и учтено, что $\frac{dx}{dx} = 1$. Аналогичные формулы можно записать и в тех случаях, когда в качестве параметра рассматривается переменная y или z.

Примеры с решением

Пример 6.2.1. Вычислить криволинейный интеграл первого рода

$$I = \int_L (x + y)dl$$

по меньшей части окружности

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = R^2, \\ y = x, \end{cases}$$

ограниченной точками $A(0, 0, R)$, $B\left(\frac{R}{2}, \frac{R}{2}, \frac{R}{\sqrt{2}}\right)$.

Р е ш е н и е. Параметризация окружности:

$$x = t,\ y = t,\ z = \sqrt{R^2 - 2t^2},\ 0 \le t \le \frac{R}{2},$$

$$\sqrt{\left[\frac{dx(t)}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dy(t)}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dz(t)}{dt}\right]^2} = \frac{\sqrt{2}R}{\sqrt{R^2 - 2t^2}}.$$

Используем формулу

$$\int_L f(x, y, z)dl = \int_\alpha^\beta f(x(t), y(t), z(t)) \cdot \sqrt{\left[\frac{dx(t)}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dy(t)}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dz(t)}{dt}\right]^2}\, dt.$$

Получаем:

$$I = \int_L (x + y)dl = \int_0^{R/2} 2t \frac{\sqrt{2}Rdt}{\sqrt{R^2 - 2t^2}} = R^2\left(\sqrt{2} - 1\right). \otimes$$

Пример 6.2.2. Найти массу $1/4$ окружности

$$x_1^{\,2} + x_2^{\,2} = R^2,$$

если $\rho(x_1, x_2) = x_2$ и $x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0$.

Р е ш е н и е. Воспользуемся формулой для случая плоского пути, заданного непрерывно дифференцируемой параметризацией. Параметрические уравнения окружности

$$\begin{cases} x_1 = R\cos t, \\ x_2 = R\sin t. \end{cases}$$

Поэтому имеем:

$$M = \int\limits_W \rho(x_1, x_2)dl =$$

$$= \int\limits_0^{\pi/2} R\sin t\sqrt{(-R\sin t)^2 + (R\cos t)^2}dt = R^2\int\limits_0^{\pi/2}\sin t dt = R^2. \otimes$$

Пример 6.2.3. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$I = \int\limits_W (x+y)dx - xdy,$$

где путь W – отрезок прямой, соединяющий точки $M_0(0; 0)$ и $M_1(4; 2)$.

Р е ш е н и е. Используем формулу вычисления криволинейного интеграла второго рода для случая плоского пути:

$$I_{W_{a,b}} = \int\limits_{W_{a,b}} P(x, y, z)dx + Q(x, y, z)dy =$$

$$= \int\limits_a^b \left[P(x, y(x), z(x)) + Q(x, y(x), z(x))\frac{dy(x)}{dx} \right] dx.$$

Здесь

$$\vec{M_0M_1} = 4\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2,\ \vec{M_0M} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2,$$

$$\vec{M_0M} = t\cdot\vec{M_0M_1},\ \begin{cases} x = 4t, \\ y = 2t, \end{cases}\ y = \frac{1}{2}x,\ x \in [0, 4].$$

Имеем:

$$\int\limits_W (x+y)dx - xdy = \int\limits_0^4 \left(\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}x\right)dx = \int\limits_0^4 xdx = \left.\frac{x^2}{2}\right|_0^4 = 8. \otimes$$

Пример 6.2.4. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\int\limits_W x^2 ydx + y^2 xdy$$

по пути с параметризацией $x = t,\ y = t^3,\ t \in [0, 1]$.

Р е ш е н и е. Используем формулу с естественной параметризацией для случая плоского пути:

$$\int\limits_{W_{\alpha,\,\beta}} F_1\left(\vec{x}\right)dx_1 + F_2\left(\vec{x}\right)dx_2 =$$

$$= \int\limits_{\alpha}^{\beta}\left[F_1\left(x_1(t),\, x_2(t),\, x_3(t)\right)\frac{dx_1(t)}{dt} + F_2\left(x_1(t),\, x_2(t),\, x_3(t)\right)\frac{dx_2(t)}{dt}\right]dt$$

Получаем:

$$\int\limits_{W} x^2 y dx + y^2 x dy = \int\limits_{0}^{1}\left(t^5 + 3t^9\right)dt = \left(\frac{t^6}{6} + 3\frac{t^{10}}{10}\right)\Bigg|_0^1 = \frac{7}{15}. \otimes$$

Пример 6.2.5. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\int\limits_{\hat{W}}\left(x_2{}^2 - x_3{}^2\right)dx_1 + 2x_2x_3dx_2 - x_1{}^2dx_3$$

по замкнутому пути с параметризацией $x_1 = t$, $x_2 = t^2$, $x_3 = t^3$, начальной и конечными точками $M_0(0;\,0;\,0)$, $M_1(1;\,1;\,1)$ соответственно.

Р е ш е н и е. Для вычисления применим формулу:

$$I_{W_{a,\,b}} = \int\limits_{W_{a,\,b}} F_1\left(\vec{x}\right)dx_1 + F_2\left(\vec{x}\right)dx_2 + F_3\left(\vec{x}\right)dx_3 =$$

$$= \int\limits_{\alpha}^{\beta}\left[F_1\left(x_1(t),\, x_2(t),\, x_3(t)\right)\frac{dx_1(t)}{dt} + F_2\left(x_1(t),\, x_2(t),\, x_3(t)\right)\frac{dx_2(t)}{dt} + \right.$$

$$\left. + F_3\left(x_1(t),\, x_2(t),\, x_3(t)\right)\frac{dx_3}{dt}(t)\right]dt.$$

Пределы изменения параметра $t \in [0,\,1]$, то есть $\alpha = 0$, $\beta = 1$. Подстановка данных задачи даёт:

$$\int\limits_{\hat{W}}\left(x_2{}^2 - x_3{}^2\right)dx_1 + 2x_2x_3dx_2 - x_1{}^2dx_3 = \int\limits_{0}^{1}\left[\left(t^4 - t^6\right) + 4t^6 - 3t^4\right]dt =$$

$$= \int_0^1 \left(3t^6 - 2t^4\right)dt = \left(\frac{3}{7}t^7 - \frac{2}{5}t^5\right)\Big|_0^1 = \frac{1}{35}. \otimes$$

Пример 6.2.6. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\oint_W (x+y)dx + (x-y)dy,$$

где W – окружность с уравнением $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4.$

Р е ш е н и е. Запишем параметризацию окружности:

$$\vec{x}(t) = (1+2\cos t)\vec{e}_1 + (1+2\sin t)\vec{e}_2,$$

$$0 \le t \le 2\pi.$$

Интеграл вычисляем, пользуясь формулой

$$\int_W F_1\left(\vec{x}\right)dx + F_2\left(\vec{x}\right)dy = \int_\alpha^\beta \left[F_1\left(\vec{x}(t)\right)\frac{dx(t)}{dt} + F_2\left(\vec{x}(t)\right)\frac{dy(t)}{dt}\right]dt$$

и тем, что

$$\frac{dx(t)}{dt} = -2\sin t,\ \frac{dy(t)}{dt} = 2\cos t.$$

Имеем:

$$\oint_W (x+y)dx + (x-y)dy =$$

$$= \int_0^{2\pi} \left[(2+2\cos t+2\sin t)(-2\sin t) + (2\cos t - 2\sin t)2\cos t\right]dt =$$

$$= \int_0^{2\pi} \left(-4\sin t - 8\sin t \cdot \cos t + 4\cos 2t\right)dt = 0. \otimes$$

Практическое занятие 3. Кратные интегралы

Предварительные сведения

Формула вычисления двойного интеграла в декартовых координатах имеет вид:

Пусть

$$P = \left\{(x;\, y) \subset R^2 : a \le x \le b;\, c \le y \le d\right\}$$

– замкнутый прямоугольник, $f : P \to R^1$ – непрерывная функция двух переменных $x,\ y$ и

$$\iint\limits_P f(x,\ y)d\mu \equiv \iint\limits_P f(x,\ y)dxdy$$

– двойной интеграл от функции $f : P \to R^1$ по прямоугольнику P. Тогда, если для каждой точки $x \in [a,\ b]$ существует определённый интеграл

$$I(x) = \int\limits_c^d f(x,\ y)dy,$$

то существует и **повторный интеграл** от функции $f(x,\ y)$ вида

$$\int\limits_a^b I(x)dx = \int\limits_a^b dx\left(\int\limits_c^d f(x,\ y)dy\right),$$

причём справедливо равенство:

$$\iint\limits_P f(x,\ y)dxdy = \int\limits_a^b dx\left(\int\limits_c^d f(x,\ y)dy\right).$$

Таким образом, формула вычисления двойного интеграла в декартовых координатах имеет вид:

$$\int\limits_a^b I(x)dx = \iint\limits_P f(x,\ y)dxdy =$$

$$= \int\limits_a^b\left(\int\limits_c^d f(x,\ y)dy\right)dx \equiv \int\limits_a^b dx\left(\int\limits_c^d dyf(x,\ y)\right).$$

Формула вычисления тройного интеграла в декартовой системе координат через последовательное вычисление трёх (одномерных) определённых интегралов имеет вид:

$$\iiint\limits_V f(x,\ y,\ z)dxdydz = \int\limits_a^b dx \int\limits_{y=g_1(x)}^{y=g_2(x)} dy \int\limits_{z=u_1(x,\ y)}^{z=u_2(x,\ y)} f(x,\ y,\ z)dz.$$

Формула вычисления двойного интеграла в криволинейной системе координат имеет следующий вид

$$\iint\limits_{\Omega_1} f(x,\ y)dxdy = \iint\limits_{\Omega_2} f(\varphi(\xi,\ \eta),\ \psi(\xi,\ \eta))\left|\det\left(\frac{\partial(\varphi,\ \psi)}{\partial(\xi,\ \eta)}\right)\right|d\xi d\eta,$$

где положено

$$\begin{cases} x = \varphi(\xi,\ \eta), \\ y = \psi(\xi,\ \eta), \end{cases} \quad \left|\det\left(\frac{\partial(\varphi,\ \psi)}{\partial(\xi,\ \eta)}\right)\right| \equiv \left|\det\begin{pmatrix} \frac{\partial\varphi}{\partial\xi} & \frac{\partial\varphi}{\partial\eta} \\ \frac{\partial\psi}{\partial\xi} & \frac{\partial\psi}{\partial\eta} \end{pmatrix}\right|.$$

В частности, вычисление двойного интеграла в полярных координатах

$$x = r\cos\varphi,\ y = r\sin\varphi$$

производится по формуле

$$\iint\limits_{\Omega_1} f(x, y)dxdy = \iint\limits_{\Omega_2} f(r\cos\varphi, r\sin\varphi)rdrd\varphi,$$

где якобиан

$$\det\left(\frac{\partial(x, y)}{\partial(r, \varphi)}\right) = \begin{vmatrix}\cos\varphi & -r\sin\varphi \\ \sin\varphi & r\cos\varphi\end{vmatrix} = r.$$

Формула вычисления тройного интеграла в цилиндрических координатах

$$x = r\cdot\cos\varphi,\ y = r\cdot\sin\varphi,\ z = z,\ \begin{pmatrix}\xi \\ \eta \\ \theta\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}r \\ \varphi \\ z\end{pmatrix},$$

где

$$0 \le r < +\infty,\ 0 \le \varphi \le 2\pi,\ -\infty < z < +\infty,$$

имеет вид

$$\iiint\limits_V f(x, y, z)dxddz = \iiint\limits_{V'} f(r\cos\varphi, r\sin\varphi, z)rdrd\varphi dz =$$

$$= \int\limits_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi \int\limits_{r_1}^{r_2} rdr \int\limits_{z_1}^{z_2} f(r\cos\varphi, r\sin\varphi, z)dz,$$

где якобиан

$$J = \begin{vmatrix}\cos\varphi & -r\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & r\cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1\end{vmatrix} = r.$$

Аналогично, Формула вычисления тройного интеграла в сферических координатах

$$\begin{cases} x = r\sin\theta\cos\varphi, \\ y = r\sin\theta\sin\varphi, \\ z = r\cos\theta, \end{cases} \begin{pmatrix}\xi \\ \eta \\ \theta\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}r \\ \varphi \\ \theta\end{pmatrix},$$

где

$$0 \le r < +\infty,\ 0 \le \varphi \le 2\pi,\ 0 \le \theta \le \pi,$$

имеет вид

$$\iiint\limits_V f(x, y, z)dxdydz =$$

$$= \iiint\limits_{V'} f\left(r\sin\theta\cos\varphi,\, r\sin\theta\sin\varphi,\, r\cos\theta\right) r^2\sin\theta\, d\theta d\varphi dr =$$

$$= \int\limits_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi \int\limits_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta d\theta \int\limits_{r_1}^{r_2} r^2 f\left(r\sin\theta\cos\varphi,\, r\sin\theta\sin\varphi,\, r\cos\theta\right) dr.$$

Примеры с решением

Пример 6.3.1. Изменить порядок интегрирования в интеграле

$$\int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f\left(x,\, y\right) dy.$$

Р е ш е н и е. Область интегрирования D ограничена линиями

$$x = -1,\; x = 1,\; y = -\sqrt{1-x^2},\; y = 1-x^2.$$

Первые две линии – вертикальные прямые линии, третья линия – нижняя полуокружность радиуса 1, четвёртая линия – парабола с вершиной в точке $(0;\,1)$, ветви параболы направлены вниз. Область D представим объединением двух областей: области D_1, ограниченной ветвями параболы $x = \pm\sqrt{1-y}$ и прямыми линиями $y = 0$, $y = 1$; области D_2, ограниченной линиями $x = \pm\sqrt{1-y^2}$, $y = -1$, $y = 0$. Тогда имеем:

$$\int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f\left(x,\, y\right) dy = \int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{-\sqrt{1-y}}^{+\sqrt{1-y}} f\left(x,\, y\right) dx + \int\limits_{-1}^{0} dy \int\limits_{-\sqrt{1-y^2}}^{+\sqrt{1-y^2}} f\left(x,\, y\right) dx. \otimes$$

Пример 6.3.2. Вычислить двойной интеграл

$$\iint\limits_{D} x\ln y dx dy,$$

где $D = \left\{(x,\, y) : 0 \le x \le 4;\, 1 \le y \le e\right\}$.

Р е ш е н и е. Так как область D является прямоугольником, то интеграл вычисляется непосредственно по формуле

$$\iint\limits_{D} f\left(x,\, y\right) dx dy = \int\limits_{a}^{b} dx \int\limits_{c}^{d} f\left(x,\, y\right) dy.$$

Имеем:

$$\iint\limits_D x\ln y dxdy = \int\limits_0^4 xdx \int\limits_1^e \ln y dy = \left\{ \begin{matrix} u = \ln y, & du = \dfrac{dy}{y}, \\ dv = dy, & v = y. \end{matrix} \right\} =$$

$$= \int\limits_0^4 xdx \left\{ y\ln y \Big|_1^e - \int\limits_1^e dy \right\} = \frac{x^2}{2}\Big|_0^4 \cdot \left\{ y\ln y \Big|_1^e - y\Big|_1^e \right\} = 8\cdot(e - e + 1) = 8. \otimes$$

Пример 6.3.3. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_D (x + 2y)dxdy$ по области D, ограниченной линиями $y = x,\ y = 2x,\ x = 2,\ x = 3.$

Р е ш е н и е. Область D ограничена, соответственно, слева – вертикальной прямой линией $x = 2$, справа – вертикальной прямой линией $x = 3$, сверху – прямой линией $y = 2x$, снизу – прямой линией $y = x$. Область простая относительно оси OY, следовательно, вычисляем интеграл по формуле

$$\iint\limits_D f(x,\ y)dxdy = \int\limits_a^b dx \int\limits_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(x,\ y)dy.$$

Имеем:

$$\iint\limits_D (x + 2y)dxdy = \int\limits_2^3 dx \int\limits_x^{2x} (x + 2y)dy = \int\limits_2^3 dx\left(xy + y^2\right)\Big|_{y=x}^{y=2x} =$$

$$= \int\limits_2^3 \left(2x^2 + 4x^2 - x^2 - x^2\right)dx = 4\int\limits_2^3 x^2 dx = \frac{4}{3}x^3\Big|_2^3 = \frac{76}{3}. \otimes$$

Пример 6.3.4. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_D (2x - y)dxdy$ по области D, ограниченной линиями $x = 1,\ x = 2,\ y = x,\ y = x^2.$

Р е ш е н и е. Пользуясь формулой вычисления двойного интеграла по простой области, получаем:

$$\iint\limits_D (2x - y)dxdy = \int\limits_1^2 dx \int\limits_x^{x^2} (2x - y)dy = \int\limits_1^2 dx\left(2xy - \frac{y^2}{2}\right)\Big|_{y=x}^{y=x^2} =$$

$$= \int_1^2 \left(2x^3 - \frac{x^4}{2} - \frac{3}{2}x^2 \right) dx = \left(\frac{x^4}{2} - \frac{x^5}{10} - \frac{x^3}{2} \right) \Big|_1^2 = \frac{9}{10}. \otimes$$

Пример 6.3.5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$x = 4y - y^2,\ x + y = 6.$$

Р е ш е н и е. Решая систему уравнений

$$\begin{cases} y^2 - 4y + x = 0, \\ x + y = 6, \end{cases}$$

находим точки пересечения линий: $A(4;\ 2)$, $B(3;\ 3)$. Поэтому площадь фигуры равна

$$S \equiv \mu(D) = \iint_D dxdy = \int_2^3 dy \int_{6-y}^{4y-y^2} dx = \int_2^3 \left(x \Big|_{6-y}^{4y-y^2} \right) dy =$$

$$= \int_2^3 \left(-y^2 + 5y - 6 \right) dy = \left(-\frac{1}{3}y^3 + \frac{5}{2}y^2 - 6y \right) \Big|_2^3 = \frac{1}{6}. \otimes$$

Пример 6.3.6. Найти массу пластины D с поверхностной плотностью

$$\sigma(x,\ y) = 16x + \frac{9}{2}y^2$$

и ограниченной линиями с уравнениями

$$x = \frac{1}{4},\ y = 0,\ y^2 = 16x,\ y \geq 0.$$

Р е ш е н и е. Так как

$$x = \frac{1}{16}y^2,$$

то $x \geq 0$. Поэтому область D можно задать неравенствами

$$0 \leq x \leq \frac{1}{4},\ 0 \leq y \leq 4\sqrt{x}.$$

Вычисляя двойной интеграл в декартовых координатах, получаем:

$$m(D) = \iint_D \sigma(x,\ y) dxdy = \iint_D \left(16x + \frac{9}{2}y^2 \right) dxdy =$$

$$= \int_0^{1/4} dx \int_0^{4\sqrt{x}} \left(16x + \frac{9}{2}y^2\right)dy = \int_0^{1/4} \left(16xy + \frac{3}{2}y^3\right)\Big|_0^{4\sqrt{x}} dx = 160\int_0^{1/4} x^{3/2}dx = 2. \otimes$$

Пример 6.3.7. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D \sqrt{x^2 + y^2}\,dxdy,$$

переходя к полярным координатам, где область D – 1-я четверть круга

$$x^2 + y^2 \le a^2.$$

Р е ш е н и е. Так как $x = r\cos\varphi$, $y = r\sin\varphi$, то область в полярных координатах имеет вид

$$\Omega = \left\{(r;\varphi): 0 \le r \le a; 0 < \varphi\frac{\pi}{2}\right\}$$

и, применяя формулу перехода к полярной системе координат, получаем:

$$\iint_D \sqrt{x^2 + y^2}\,dxdy = \iint_\Omega \sqrt{r^2\cos^2\varphi + r^2\sin^2\varphi}\,rdrd\varphi = \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^a r^2 dr =$$

$$= \frac{1}{3}\int_0^{\pi/2} r^3\Big|_0^a d\varphi = \frac{a^3}{3}\int_0^{\pi/2} d\varphi = \frac{\pi a^3}{6}. \otimes$$

Пример 6.3.8. Вычислить двойной интеграл $\iint_D \ln\left(x^2 + y^2\right)dxdy$, переходя к полярным координатам, если область D – кольцо, заключённое между окружностями $x^2 + y^2 = e^2$ и $x^2 + y^2 = e^4$.

Р е ш е н и е. Переходя к полярным координатам, имеем:

$$\iint_D \ln\left(x^2 + y^2\right)dxdy = \iint_\Omega \ln r^2 rdrd\varphi = 2\iint_\Omega r\ln r drd\varphi =$$

$$= \left\{\Omega: 0 \le \varphi \le 2\pi; e \le r \le e^2\right\} =$$

$$= 2\int_0^{2\pi} d\varphi \int_e^{e^2} r\ln r dr = \left\{ \begin{array}{ll} u = \ln r, & du = \dfrac{dr}{r}, \\ dv = rdr, & v = \dfrac{r^2}{2}. \end{array} \right\} =$$

$$= 2\int_0^{2\pi} d\varphi \left\{ \frac{r^2}{2}\ln r \Big|_e^{e^2} - \frac{1}{2}\int_e^{e^2} r dr \right\} = 2\int_0^{2\pi} \left[\frac{1}{4}e^2\left(3e^2 - 1\right) \right] d\varphi = \pi e^2\left(3e^2 - 1\right). \otimes$$

Пример 6.3.9. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 = 8,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0,\ x + y + z = 4.$$

Р е ш е н и е. Тело ограничено кругом на плоскости XOY с центром в начале системы координат, координатными плоскостями и плоскостью

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{4} + \frac{z}{4} = 1.$$

Поэтому в полярных координатах имеем

$$V = \iint_D f(x, y) dxdy = \iint_\Omega f(r\cos\varphi, r\sin\varphi) r dr d\varphi =$$

$$= \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^{2\sqrt{2}} f(r\cos\varphi, r\sin\varphi) r dr =$$

$$= \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^{2\sqrt{2}} (4 - r\cos\varphi - r\sin\varphi) r dr = 16\int_0^{\pi/2} \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{3}(\cos\varphi + \sin\varphi) \right] d\varphi =$$

$$= 16\left[\varphi - \frac{\sqrt{2}}{3}(\sin\varphi - \cos\varphi) \right] \Big|_0^{\pi/2} = 8\pi - \frac{32\sqrt{2}}{3}. \otimes$$

Пример 6.3.10. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D x dxdy,$$

где область D ограничена линиями с уравнениями:

$$y^2 - 4y + x^2 = 0;\ y^2 - 8y + x^2 = 0;\ y = \frac{1}{\sqrt{3}}x;\ x = 0.$$

Р е ш е н и е. Задаём область D неравенствами в декартовой системе координат, для чего выделяем полные квадраты в уравнениях окружностей:

$$(y-2)^2+x^2=4;\ (y-4)^2+x^2=16,$$

Центры обеих окружностей имеют координаты $(0;\ 2)$ и $(0;\ 4)$, а сами окружности касаются начала системы координат. Первая окружность имеет радиус 2 и лежит, следовательно, внутри второй окружности с радиусом 4. Область D лежит между окружностями и координаты её точек удовлетворяют неравенствам

$$(y-2)^2+x^2\geq 4;\ (y-4)^2+x^2\leq 16.$$

Кроме этого, область D лежит между указанными прямыми линиями, проходящими через начало системы координат. Так как окружности лежат выше оси OX, то область D лежит над прямой линией $y=\frac{1}{\sqrt{3}}x$ и справа от прямой линии $x=0$. Поэтому координаты точек области D удовлетворяют неравенствам

$$y\geq\frac{x}{\sqrt{3}},\ x\geq 0.$$

Таким образом,

$$D=\begin{cases}(y-2)^2+x^2\geq 4,\\ (x;\ y):(y-4)^2+x^2\leq 16,\\ y\geq\frac{x}{\sqrt{3}},\ x\geq 0.\end{cases}$$

Для вычисления используем полярную систему координат:

$$x=r\cos\varphi,\ y=r\sin\varphi.$$

Формула вычисления двойного интеграла принимает вид

$$\iint\limits_D xdxdy=\iint\limits_\Omega r\cos\varphi rdrd\varphi.$$

В неравенствах, определяющих область интегрирования, производим замену $x=r\cos\varphi$, $y=r\sin\varphi$, получаем

$$\Omega = \begin{cases} (r\sin\varphi - 2)^2 + r^2\cos^2\varphi \geq 4, \\ (r;\varphi): (r\sin\varphi - 4)^2 + r^2\cos^2\varphi \leq 16, \\ r\sin\varphi \geq \dfrac{r\cos\varphi}{\sqrt{3}},\ r\cos\varphi \geq 0. \end{cases}$$

Решение этих неравенств относительно r и φ имеет вид

$$\Omega = \begin{cases} (r;\varphi): \quad \dfrac{\pi}{6} \leq \varphi \leq \dfrac{\pi}{2}, \\ 4\sin\varphi \leq r \leq 8\sin\varphi. \end{cases}$$

Переход от двойного интеграла к повторному интегралу даёт:

$$\iint\limits_D x dx dy = \iint\limits_\Omega r\cos\varphi r dr d\varphi = \int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\varphi d\varphi \int\limits_{4\sin\varphi}^{8\sin\varphi} r^2 dr,$$

Интегрируя последовательно, получаем:

$$\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\varphi d\varphi \int\limits_{4\sin\varphi}^{8\sin\varphi} r^2 dr = 35. \otimes$$

Пример 6.3.11. Вычислить тройной интеграл

$$I = \iiint\limits_V (x - 2y + z) dx dy dz,$$

где область V – параллелепипед, заданный неравенствами

$$-1 \leq x \leq 2,\ 1 \leq y \leq 3,\ 0 \leq z \leq 1.$$

Р е ш е н и е. Используя формулу (1.50)

$$\iiint\limits_V f(x, y, z) dx dy dz = \int\limits_a^b dx \int\limits_{y=g_1(x)}^{y=g_2(x)} dy \int\limits_{z=u_1(x,y)}^{z=u_2(x,y)} f(x, y, z) dz,$$

получаем:

$$I = \iiint\limits_V (x - 2y + z) dx dy dz = \int\limits_{-1}^{2} dx \int\limits_1^3 dy \int\limits_0^1 (x - 2y + z) dz = -18. \otimes$$

Пример 6.3.12. Вычислить тройной интеграл

$$I = \iiint\limits_V (x + y + z)dxdydz,$$

где область V – пирамида, ограниченная плоскостями

$$x = 0,\ y = 0,\ z = 0,\ x + y + z = 2.$$

Р е ш е н и е. Запишем уравнение плоскости

$$z = 2 - x - y,$$

«ограничивающей пирамиду» сверху, в отрезках

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1.$$

Теперь можем изобразить пирамиду (рисунок 3.1).

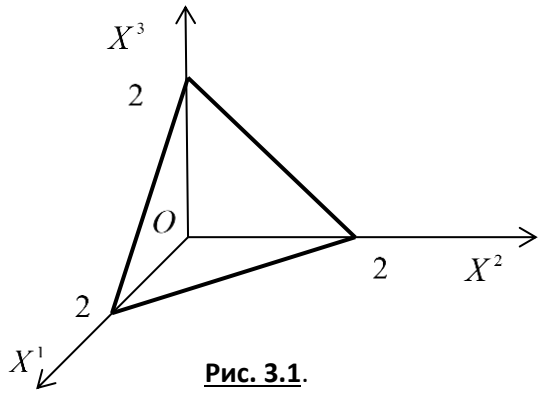


Рис. 3.1.

Применяем для решения формулу

$$\iiint\limits_V f(x, y, z)dxdydz = \int\limits_a^b dx \int\limits_{y=g_1(x)}^{y=g_2(x)} dy \int\limits_{z=u_1(x,y)}^{z=u_2(x,y)} f(x, y, z)dz,$$

расставляя пределы в соответствии с условиями задачи:

$$I = \iiint\limits_V (x + y + z)dxdydz = \int\limits_0^2 dx \int\limits_0^{2-x} dy \int\limits_0^{2-x-y} (x + y + z)dz =$$

$$= \int\limits_0^2 dx \int\limits_0^{2-x} \left[x \cdot z + y \cdot z + \frac{z^2}{2} \right]_0^{2-x-y} dy = \int\limits_0^2 \left[2y - x \cdot \frac{y^2}{2} - y \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{y^3}{6} \right]_0^{2-x} dx =$$

$$= \int\limits_0^2 \left(\frac{8}{3} - 2x + \frac{x^3}{6} \right) dx = \left[\frac{8}{3}x - x^2 + \frac{x^4}{24} \right]_0^2 = 2. \otimes$$

Пример 6.3.13. Найти объём кругового цилиндра высоты H с радиусом основания R.

Р е ш е н и е. Формула для вычисления тройного интеграла в цилиндрической системе координат имеет вид:

цилиндрических координатах:

$$V_V = \iiint\limits_V dxdydz = \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^R rdr \int\limits_0^H dz = \pi R^2 H \,. \otimes$$

Пример 6.3.14. Найти объём шара радиуса R.

Р е ш е н и е. Для вычисления объёма шара используем формулу вычисления тройного интеграла в сферических координатах. Учитывая, что

$$f(x,\, y,\, z) = f(r\sin\theta\cos\varphi,\, r\sin\theta\sin\varphi,\, r\cos\theta) \equiv 1,$$

получаем:

$$V_V = \iiint\limits_V dxdydz = \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^{\pi} \sin\theta d\theta \int\limits_0^R r^2 dr = \frac{4}{3}\pi R^3 \,. \otimes$$

Пример 6.3.15. Вычислить тройной интеграл

$$\iiint\limits_V \frac{x^2}{x^2+y^2}\, dxdydz,$$

где область V ограничена поверхностями

$z = \dfrac{9}{2}\sqrt{x^2+y^2}$ (конус),

$z = \dfrac{11}{2} - x^2 - y^2$ (эллиптический параболоид).

Р е ш е н и е. Область V – тело вращения вокруг оси OZ, поэтому переходим к цилиндрическим координатам:

$$\begin{cases} x = r\cos\varphi, \\ y = r\sin\varphi, \\ z = z. \end{cases}$$

Для искомого интеграла получаем:

$$\iiint\limits_V \frac{x^2}{x^2+y^2}\, dxdydz = \iiint\limits_\Omega \cos^2\varphi\, r\, dr d\varphi dz \,.$$

Задаём область Ω' неравенствами, заменяя в уравнениях поверхностей декартовы координаты цилиндрическими координатами:

$$x = r\cos\varphi,\ y = r\sin\varphi.$$

Получаем два двойных неравенства:

$$\frac{9}{2}r \le z \le \frac{11}{2} - r^2 \text{ и } \frac{11}{2} - r^2 \le z \le \frac{9}{2}r.$$

Для выбора верного неравенства решаем уравнение

$$\frac{9}{2}r = \frac{11}{2} - r^2.$$

Единственное положительное решение $r = 1$, следовательно, $0 \le r \le 1$. При этих значениях верное неравенство

$$\frac{9}{2}r \le z \le \frac{11}{2} - r^2.$$

Область

$$\Omega = \begin{cases} 0 \le r \le 1, \\ \frac{9}{2}r \le z \le \frac{11}{2} - r^2, \\ 0 \le \varphi \le 2\pi. \end{cases}$$

Переход к повторному интегралу даёт:

$$\iiint\limits_V \frac{x^2}{x^2 + y^2}\,dxdydz = \iiint\limits_\Omega \cos^2\varphi\, r\,dr\,d\varphi\,dz =$$

$$= \iiint\limits_{\Omega'} \frac{r^2\cos^2\varphi}{r^2\cos^2\varphi + r^2\sin^2\varphi}\,r\,dr\,d\varphi\,dz = \ldots = \pi. \otimes$$

Практическое занятие 4. Некоторые приложения криволинейных и кратных интегралов

Предварительные сведения

Электрическое поле линейного непрерывно-распределённого электрического заряда вычисляется по формуле

$$\vec{E}\left(\vec{x}_0\right) = \int_W \frac{\gamma\left(\vec{x}\right)\cdot\left(\vec{x}_0 - \vec{x}\right)}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0\left\|\vec{x}_0 - \vec{x}\right\|^3} dl, \qquad (1)$$

где $\vec{x}_0$ – точка наблюдения, а линейная плотность заряда равна

$$\gamma\left(\vec{x}\right) = \frac{dQ\left(\vec{x}\right)}{dl}.$$

Площадь плоской фигуры в полярной системе координат вычисляется по формуле

$$S = \iint_{D'} r^2\left(\varphi\right) dr d\varphi.$$

Формула Грина имеет вид

$$\iint_\Omega \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right)(x, y)dxdy = \oint_\Gamma P(x, y)dx + Q(x, y)dy$$

Примеры с решением

Пример 6.4.1. Найти напряжённость электрического поля однородно заряженной проволоки длиной L, имеющей форму дуги окружности радиуса r, в центре окружности, считая линейную плотность заряда постоянной.

Р е ш е н и е. Так как $\gamma\left(\vec{x}\right) = const$, то формула (1) принимает вид

$$\vec{E}\left(\vec{x}_0\right) = \frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\int_W \frac{\left(\vec{x}_0 - \vec{x}\right)}{\left\|\vec{x}_0 - \vec{x}\right\|^3} dl =$$

$$= \frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left[\left(\int\limits_W \frac{x_0 - x}{\left\|\vec{x}_0 - \vec{x}\right\|^3} dl\right)\vec{e}_1 + \left(\int\limits_W \frac{y_0 - y}{\left\|\vec{x}_0 - \vec{x}\right\|^3} dl\right)\vec{e}_2\right]. \qquad (2)$$

Вспомним параметрические уравнения окружности (рисунок 4.1):

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + r\cos t \cdot \vec{e}_1 + r\sin t \cdot \vec{e}_2 \qquad (3)$$

– векторная форма;

$$\begin{cases} x = x_0 + r\cos t, \\ y = y_0 + r\sin t \end{cases} \qquad (4)$$

– скалярная форма.

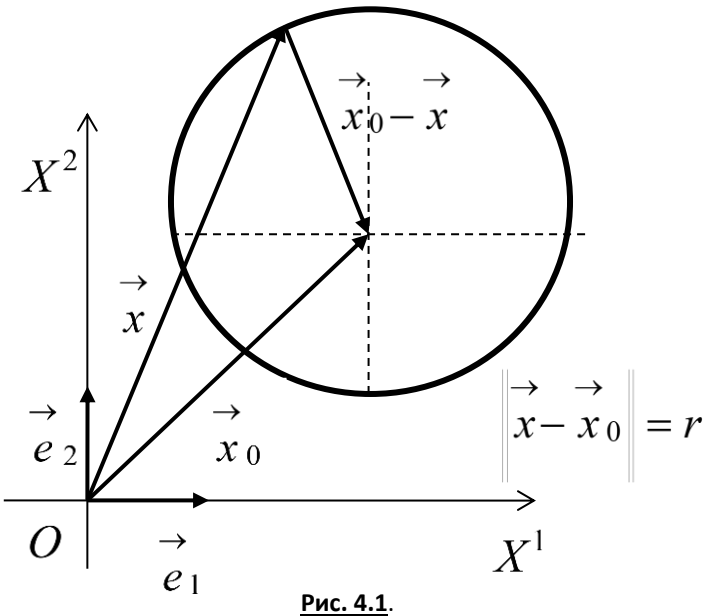


Рис. 4.1.

Чтобы воспользоваться для вычисления интеграла формулой

$$\int\limits_W f(x, y)dl = \int\limits_\alpha^\beta f(x(t), y(t))\sqrt{\left[\frac{dx}{dt}(t)\right]^2 + \left[\frac{dy}{dt}(t)\right]^2}\, dt,$$

нам нужен дифференциал длины дуги кривой $dl = \left\|\frac{d\vec{x}}{dt}\right\| dt$. По формуле (3) имеем:

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = -r\sin t \cdot \vec{e}_1 + r\cos t \cdot \vec{e}_2.$$

Отсюда для нормы вектора скорости получаем

$$\left\| \frac{d\vec{x}}{dt} \right\| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} = \sqrt{(-r\sin t)^2 + (r\cos t)^2} = r,$$

откуда имеем

$$dl = \left\| \frac{d\vec{x}}{dt} \right\| dt = r dt.$$

С учётом того, что в рассматриваемом случае точка наблюдения помещена в центр окружности, а точки источника поля находятся в точках самой окружности и очевидного равенства

$$\left\| \vec{x} - \vec{x}_0 \right\| = \left\| \vec{x}_0 - \vec{x} \right\|,$$

дальнейшие вычисления напряжённости электрического поля в центре окружности проводятся так:

$$\vec{E}\left(\vec{x}_0\right) = \frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left[\left(\int_W \frac{x_0 - x}{\left\| \vec{x} - \vec{x}_0 \right\|^3} dl\right)\vec{e}_1 + \left(\int_W \frac{y_0 - y}{\left\| \vec{x} - \vec{x}_0 \right\|^3} dl\right)\vec{e}_2\right] =$$

$$= -\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left[\left(\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \frac{r\cos t}{r^3} r dt\right)\vec{e}_1 + \left(\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \frac{r\sin t}{r^3} r dt\right)\vec{e}_2\right] =$$

$$= -\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left[\left(\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \frac{\cos t}{r} dt\right)\vec{e}_1 + \left(\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \frac{\sin t}{r} dt\right)\vec{e}_2\right] =$$

$$= -\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\left[\left(\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \cos t dt\right)\vec{e}_1 + \left(\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \sin t dt\right)\vec{e}_2\right] =$$

$$= -\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\left[\left(\sin t\Big|_{-\alpha/2}^{\alpha/2}\right)\vec{e}_1 + \left(-\cos t\Big|_{-\alpha/2}^{\alpha/2}\right)\vec{e}_2\right] =$$

$$= -\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\left[2\sin\frac{\alpha}{2}\vec{e}_1 - \underbrace{\left(\cos\frac{\alpha}{2} - \cos\left(-\frac{\alpha}{2}\right)\right)}_{=0}\vec{e}_2\right] = -\frac{\gamma}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\sin\frac{\alpha}{2}\vec{e}_1.$$

Получили следующую формулу для электрического поля, создаваемого в центре окружности линейным равномерным распределением заряда

$$\vec{E}\left(\vec{x}_0\right) = -\frac{\gamma}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\vec{e}_1. \qquad (6)$$

Из формулы (6) легко получаем формулу для нормы напряжённости электрического поля

$$E = \left\|\vec{E}\left(\vec{x}_0\right)\right\| = \frac{\gamma}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\sin\frac{\alpha}{2}, \qquad (7)$$

из которой следует:

1) $E = \dfrac{\gamma}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$ при $\alpha = \pi$;

2) $E = 0$ при $\alpha = 2\pi$. $\otimes$

Пример 6.4.2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями с уравнениями

$$y^2 - 4y + x^2 = 0,\ y^2 - 8y + x^2 = 0,\ y = \frac{x}{\sqrt{3}},\ x = 0.$$

Р е ш е н и е. Область ограничена окружностями и прямыми, поэтому решаем задачу в полярных координатах:

$$x = r\cos\varphi\ ,\ y = r\sin\varphi.$$

При переходе к полярным координатам область D перейдёт в область D', ограниченную линиями

$$r = 4\cos\varphi,\ r = 8\cos\varphi,\ \frac{\pi}{6} \le \varphi \le \frac{\pi}{2}.$$

Искомая площадь равна $S = \iint\limits_{D'} r^2 dr d\varphi$. В полярных координатах область D' задаётся неравенствами

$$D'=\begin{cases} \dfrac{\pi}{6}\le\varphi\le\dfrac{\pi}{2}, \\ 4\cos\varphi\le r\le 8\cos\varphi. \end{cases}$$

Переход от двойного интеграла к повторному интегралу даёт:

$$S=\iint\limits_{D'} r^2 dr d\varphi=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int\limits_{4\cos\varphi}^{8\cos\varphi} r dr.$$

Результат получается интегрированием:

$$S=\iint\limits_{D'} r^2 dr d\varphi=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int\limits_{4\cos\varphi}^{8\cos\varphi} r dr=24\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\cos^2\varphi=\left\{\cos^2\varphi=\frac{1+\cos 2\varphi}{2}\right\}=$$

$$=12\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi+6\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\cos 2\varphi d(2\varphi)=8\pi-\left(6+3\sqrt{3}\right).\otimes$$

Пример 6.4.3. Применяя формулу Грина, вычислить криволинейный интеграл

$$\oint\limits_{\Gamma} -x^2 y dx+xy^2 dy, \qquad (1)$$

где Γ – окружность с уравнением $x^2+y^2=R^2$, причём обход окружности осуществляется против часовой стрелки.

Р е ш е н и е. Формула Грина имеет вид:

$$\iint\limits_{\Omega}\left(\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y}\right)(x,\,y)dxdy=\oint\limits_{\Gamma} P(x,\,y)dx+Q(x,\,y)dy.$$

Сравнивая с (1), видим, что $P(x,\,y)=-x^2 y$, $Q(x,\,y)=xy^2$. Поэтому

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y}\right)(x,\,y)=x^2+y^2.$$

Следовательно, получаем

$$\oint\limits_{\Gamma} -x^2 y dx+xy^2 dy=\iint\limits_{\Omega}\left(x^2+y^2\right)dxdy.$$

Вычисления проводим в полярных координатах:

$$x = R\cos\varphi,\ y = R\sin\varphi,\ 0 \le \varphi \le 2\pi,$$

$$\oint_{\Gamma} -x^2 y dx + xy^2 dy = \iint_{\Omega} r^2 r dr d\varphi = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R r^3 dr = \frac{1}{4}R^4 \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{\pi R^4}{2}. \otimes$$

Пример 6.4.4. Применяя формулу Грина, вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми линиями с уравнениями

$$y = x^2,\ x = y^2,\ 8xy = 1,$$

примыкающей к началу системы координат.

Р е ш е н и е. Площадь плоской фигуры вычисляется по формуле:

$$S(\Omega) = \iint_{\Omega} dxdy = \frac{1}{2}\oint_{\Gamma} xdy - ydx.$$

Рассмотрим вид фигуры. Первая и вторая кривые линии – это стандартные параболы с осью OY и OX соответственно. Решая совместно уравнения кривых линий, найдём точки их пересечения:

$$A\left(\frac{1}{2};\frac{1}{4}\right),\ B\left(\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right).$$

Применим формулу для вычисления площади плоской фигуры:

$$S(\Omega) = \frac{1}{2}\oint_{\Gamma} xdy - ydx = \frac{1}{2}\int_{OA} xdy - ydx + \frac{1}{2}\int_{AB} xdy - ydx + \frac{1}{2}\int_{BO} xdy - ydx =$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^{1/2} x^2 dx - \frac{1}{8}\int_{1/2}^{1/4} \frac{dx}{x} - \frac{1}{4}\int_{1/4}^{0} \sqrt{x}dx = \frac{1+3\ln 2}{24} \approx 0{,}13. \otimes$$

Практическое занятие 5. Поверхностные интегралы

Предварительные сведения

Формула вычисления поверхностного интеграла первого рода имеет вид

$$\iint_F f\left(x^1, x^2, x^3\right)dS =$$

$$= \iint\limits_{G^{12}} f\left(x^1, x^2, \varphi\left(x^1, x^2\right)\right)\sqrt{1+\left[\frac{\partial\varphi}{\partial x^1}\left(x^1, x^2\right)\right]^2+\left[\frac{\partial\varphi}{\partial x^2}\left(x^1, x^2\right)\right]^2}\,dx^1dx^2,$$

где двойной интеграл в правой части формулы вычисляется по проекции G^{12} поверхности F, задаваемой уравнением $x^3=\varphi\left(x^1, x^2\right)$ на координатную плоскость X^1OX^2.

Если поверхность F однозначно проектируется на все три координатные плоскости, то **общий поверхностный интеграл второго рода** является суммой частных интегралов

$$\iint\limits_F H_1\left(x^1, x^2, x^3\right)dx^2dx^3+H_2\left(x^1, x^2, x^3\right)dx^3dx^1+H_3\left(x^1, x^2, x^3\right)dx^1dx^2 \overset{def}{=}$$

$$= \iint\limits_F H_1\left(x^1, x^2, x^3\right)dx^2dx^3+\iint\limits_F H_2\left(x^1, x^2, x^3\right)dx^3dx^1+$$

$$+\iint\limits_F H_3\left(x^1, x^2, x^3\right)dx^1dx^2,$$

где

$$\iint\limits_F H_3\left(x^1, x^2, x^3\right)dx^1dx^2 = \iint\limits_{G^{12}} H_3\left(x^1, x^2, \varphi^3\left(x^1, x^2\right)\right)dx^1dx^2,$$

$$\iint\limits_F H_1\left(x^1, x^2, x^3\right)dx^2dx^3 = \iint\limits_{G^{23}} H_1\left(\varphi^1\left(x^2, x^3\right), x^2, x^3\right)dx^2dx^3,$$

$$\iint\limits_F H_2\left(x^1, x^2, x^3\right)dx^3dx^1 = \iint\limits_{G^{13}} H_2\left(x^1, \varphi^2\left(x^1, x^3\right), x^3\right)dx^1dx^3$$

– двойные интегралы, вычисляемые по однозначным проекциям поверхности на координатные плоскости.

Примеры с решением

Пример 6.5.1. Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$\iint\limits_F\left(x^2+y^2\right)dS,$$

где F – часть конической поверхности, заключённой между плоскостями с уравнениями $z=0$ и $z=1$.

Р е ш е н и е. Поверхностный интеграл первого рода вычисляется по формуле

$$\iint\limits_F f(x, y, z)dS =$$

$$= \iint\limits_{G^{12}} f\left(x, y, \varphi(x, y)\right)\sqrt{1+\left[\frac{\partial\varphi}{\partial x}(x, y)\right]^2+\left[\frac{\partial\varphi}{\partial y}(x, y)\right]^2}\,dxdy. \qquad (1)$$

В силу условий задачи выбираем верхнюю часть конической поверхности с уравнением

$$z = \varphi(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}\,.$$

Поэтому

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, y) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}},\ \frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y) = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

$$dS = \sqrt{1 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, y)\right]^2 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y)\right]^2}\,dxdy =$$

$$= \sqrt{1 + \frac{x^2}{x^2 + y^2} + \frac{y^2}{x^2 + y^2}}\,dxdy = \sqrt{2}dxdy.$$

Искомый интеграл преобразуется в двойной интеграл по формуле (1):

$$\iint\limits_F \left(x^2 + y^2\right)dS = \iint\limits_{G^{12}} \sqrt{2} \cdot \left(x^2 + y^2\right)dxdy.$$

Так как область G^{12} – это круг, определённый неравенством $x^2 + y^2 \le 1$, то

$$\iint\limits_F \left(x^2 + y^2\right)dS = \iint\limits_{G^{12}} \sqrt{2} \cdot \left(x^2 + y^2\right)dxdy = 4\sqrt{2}\int\limits_0^{\pi/2} d\varphi \int\limits_0^1 r^3 dr = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \pi\,. \otimes$$

Пример 6.5.2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$\iint\limits_F \left(\sqrt{a^2 - x^2} + z\right)ydS,$$

где F – поверхность цилиндра

$$x^2 + z^2 = a^2,$$

заключённая между плоскостями $y = b$ и $y = c$.

Р е ш е н и е. Из уравнения

$$x^2 + z^2 = a^2$$

следует

$$z = \varphi^3(x, y) = \pm\sqrt{a^2 - x^2}\,.$$

Поверхность F разбилась на две части: $F_1\ (z \ge 0)$ и $F_2\ (z \le 0)$. Определим элемент поверхности dS в соответствии с формулой вычисления поверхностного интеграла первого рода:

$$\frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x} = -\frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}};\ \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial y} = 0;$$

$$dS = \sqrt{1 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, y)\right]^2 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y)\right]^2}\, dxdy = \frac{a dxdy}{\sqrt{a^2 - x^2}}.$$

Подставляя элемент поверхности в формулу для вычисления поверхностного интеграла первого рода

$$\iint\limits_F f(x, y, z)dS = \iint\limits_G f(x, y, \varphi(x, y))\sqrt{1 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, y)\right]^2 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y)\right]^2}\, dxdy,$$

получим:

$$\iint\limits_F \left(\sqrt{a^2 - x^2} + z\right) y dS =$$

$$= \iint\limits_{F_1} \left(\sqrt{a^2 - x^2} + \sqrt{a^2 - x^2}\right) y dS + \iint\limits_{F_2} \left(\sqrt{a^2 - x^2} - \sqrt{a^2 - x^2}\right) y dS =$$

$$= \iint\limits_{G_1} 2\sqrt{a^2 - x^2}\, y \frac{a dxdy}{\sqrt{a^2 - x^2}} = 2a \iint\limits_{G_1} y dxdy =$$

$$= 2a \int\limits_{-a}^{a} dx \int\limits_{b}^{c} y dy = 2a^2 \left(c^2 - b^2\right). \otimes$$

Пример 6.5.3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint\limits_F x^2 y^2 z dxdy$$

по верхней стороне верхней половины сферы с уравнением

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2.$$

Р е ш е н и е. Проекцией верхней полусферы на координатную плоскость XOY является круг, ограниченный окружностью

$$x^2 + y^2 = R^2.$$

Уравнение верхней полусферы

$$z = \varphi(x, y) = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}\,.$$

Следовательно, искомый интеграл преобразуется в двойной интеграл так:

$$\iint\limits_F x^2 y^2 z dx dy = \iint\limits_{G^{12}} x^2 y^2 \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}\, dx dy.$$

Вычисления проводим в полярных координатах:

$$\iint\limits_{G^{12}} x^2 y^2 \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}\, dx dy = \iint\limits_{G^{12}} r^5 \cos^2\varphi \cdot \sin^2\varphi \sqrt{R^2 - r^2}\, dr d\varphi =$$

$$= 4 \int\limits_0^{\pi/2} \cos^2\varphi \cdot \sin^2\varphi d\varphi \int\limits_0^R r^5 \sqrt{R^2 - r^2}\, dr =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{R^2 - r^2} = t;\ R^2 - r^2 = t^2; \\ r dr = -t dt;\ r^4 = \left(R^2 - t^2\right)^2. \end{array} \right\} == \int\limits_0^{\pi/2} \frac{1 - \cos 4\varphi}{2} d\varphi \int\limits_0^R \left(R^2 - t^2\right)^2 t^2 dt$$

$$= \frac{2}{105} \pi R^7 . \otimes$$

Пример 6.5.4. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint\limits_F x dy dz + y dz dx + z dx dy,$$

где F – верхняя сторона части плоскости с уравнением $x + z - 1 = 0$, отсечённая плоскостями с уравнениями $y = 0$, $y = 4$ и лежащая в первом октанте.

Р е ш е н и е. Заданная поверхность изображена на рисунке5.1. Для вычисления интеграла используем формулу вычисления общего поверхностного интеграла второго рода:

$$\iint\limits_F P(x, y, z) dy dz + Q(x, y, z) dz dx + R(x, y, z) dx dy =$$

$$= \iint\limits_{G_{23}} P(\varphi(y, z), y, z) dy dz + \iint\limits_{G_{13}} Q(x, \psi(x, z), z) dx dz +$$

$$+ \iint\limits_{G_{12}} R(x, y, \omega(x, y)) dx dy.$$

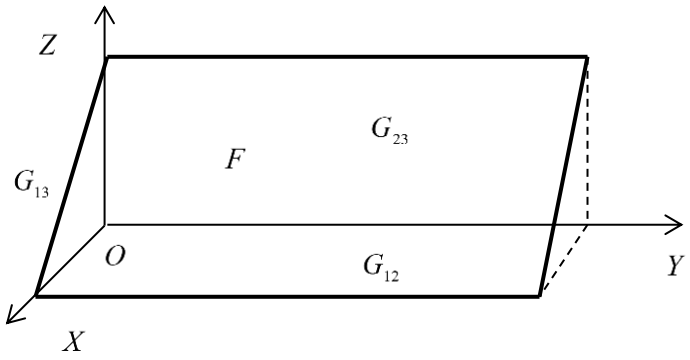


Рис. 5.1.

Так как плоскость параллельна оси OY, то

$$\iint_{G_{13}} Q(x, \psi(x, z), z)dxdz = 0.$$

Получаем:

$$\iint_F xdydz + ydzdx + zdxdy = \iint_{G_{23}} (1-z)dydz + \iint_{G_{12}} (1-x)dxdy = 4. \otimes$$

Практическое занятие 6. Векторный анализ

Предварительные сведения

В декартовой системе координат градиент скалярного поля $\varphi = \varphi(x_1, x_2, x_3)$ вычисляется по формуле

$$\vec{\nabla}\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x^i}\vec{e}_i = \frac{\partial\varphi}{\partial x^1}\vec{e}_1 + \frac{\partial\varphi}{\partial x^2}\vec{e}_2 + \frac{\partial\varphi}{\partial x^3}\vec{e}_3.$$

Производная скалярного поля $\varphi = \varphi(x_1, x_2, x_3)$ в точке N_0 по направлению, заданному вектором $\vec{N_0N}$, имеющим орт

$$\vec{h} = \frac{1}{\left\|\vec{N_0N}\right\|}\vec{N_0N}$$

по определению равна

$$\frac{\partial f}{\partial h}\left(\vec{x}_0\right) \overset{def}{=} \lim_{t\to 0+0} \frac{f\left(\vec{x}_0 + t\vec{h}\right) - f\left(\vec{x}_0\right)}{t}$$

и вычисляется по одной из следующих формул

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\vec{h}}\left(\vec{x}\right)=\left(\vec{\nabla}\varphi\left(\vec{x}\right),\vec{h}\right)=\frac{\left(\vec{\nabla}\varphi\left(\vec{x}\right),N_0N\right)}{\left\|\vec{N_0N}\right\|}=\Pr_{\vec{h}}\left\{\vec{\nabla}\varphi\left(\vec{x}\right)\right\}.$$

Дивергенция векторного поля $\vec{A}\left(\vec{x}\right)$ в некоторой точке $\vec{x}$ в декартовой системе координат вычисляется по формуле:

$$div\vec{A}\left(\vec{x}\right)=\left(\vec{\nabla},\vec{A}\left(\vec{x}\right)\right).$$

Формула для нахождения ротора векторного поля в декартовой системе координат имеет вид:

$$rot\,\vec{A}=\left[\vec{\nabla},\vec{A}\left(\vec{x}\right)\right]=\begin{vmatrix}\vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3\\ \dfrac{\partial}{\partial x_1} & \dfrac{\partial}{\partial x_2} & \dfrac{\partial}{\partial x_3}\\ A_1 & A_2 & A_3\end{vmatrix}.$$

Потоком Φ векторного поля $\vec{A}\left(\vec{x}\right)$ через поверхность F называется поверхностный интеграл второго рода

$$\Phi\overset{def}{=}\iint\limits_F\left(\vec{A},d\,\vec{s}\right)=\iint\limits_F\left(\vec{A}\left(\vec{x}\right),\vec{n}\right)dS=$$

$$=\iint\limits_F\left(A_1\left(\vec{x}\right)\cos\theta_1+A_2\left(\vec{x}\right)\cos\theta_2+A_3\left(\vec{x}\right)\cos\theta_3\right)dS=$$

$$=\iint\limits_F A_1\left(\vec{x}\right)\cos\theta_1dS+\iint\limits_F A_2\left(\vec{x}\right)\cos\theta_2dS+\iint\limits_F A_3\left(\vec{x}\right)\cos\theta_3dS=$$

$$=\iint\limits_{G^{23}}A_1\left(\omega\left(x^2,x^3\right),x^2,x^3\right)dx^2dx^3+\iint\limits_{G^{13}}A_2\left(x^1,\psi\left(x^1,x^3\right),x^3\right)dx^1dx^3+$$

$$+\iint\limits_{G^{12}}A_3\left(x^1,x^2,\varphi\left(x^1,x^2\right)\right)dx^1dx^2,$$

где

$$d\vec{s} = \left\| d\vec{s} \right\| \frac{d\vec{s}}{\left\| d\vec{s} \right\|} = ds\vec{n}\ .$$

Теорема Остроградского-Гаусса. Поток векторного поля через замкнутую поверхность (в направлении внешней нормали) равен тройному интегралу от дивергенции поля, взятому по области, ограниченной этой поверхностью:

$$\oiint_F \left(\vec{A}\left(\vec{x}\right), d\vec{s} \right) = \iiint_V \left(\vec{\nabla}, \vec{A}\left(\vec{x}\right) \right) dV.$$

Циркуляцией векторного поля $\vec{A}\left(\vec{x}\right)$ по замкнутому контуру Γ называется криволинейный интеграл второго рода

$$C_A \overset{def}{=} \oint_\Gamma \left(\vec{A}, \vec{dl} \right) = \oint_\Gamma A_l dl.$$

Теорема Стокса. *Циркуляция векторного поля* $\vec{A}\left(\vec{x}\right)$ *по замкнутому контуру* Γ *равна потоку векторного поля*

$$rot\vec{A}\left(\vec{x}\right) = \left[\vec{\nabla}, \vec{A}\left(\vec{x}\right) \right]$$

через поверхность, ограниченную контуром Γ:

$$\oint_\Gamma \left(\vec{A}\left(\vec{x}\right), \vec{dl} \right) = \iint_S \left(\left[\vec{\nabla}, \vec{A}\left(\vec{x}\right) \right], d\vec{s} \right) \equiv \iint_S \left(rot\vec{A}\left(\vec{x}\right), \vec{n} \right) ds.$$

Приведём краткую сводку наиболее часто используемых формул векторного анализа:

$$grad(\varphi\psi) = \varphi \cdot grad\psi + \psi \cdot grad\varphi;$$

$$div\left(\psi\vec{A} \right) = \psi \cdot div\vec{A} + \left(\vec{A}, grad\psi \right);$$

$$div\left[\vec{A}, \vec{B} \right] = \left(\vec{B}, rot\vec{A} \right) - \left(\vec{A}, rot\vec{B} \right);$$

$$rot\left(\psi\vec{A} \right) = \psi \cdot rot\vec{A} + \left[grad\psi, \vec{A} \right];$$

$$gradf(\xi) = f'(\xi) \cdot grad\xi;$$

$$rotrot\vec{A} = graddiv\vec{A} - \nabla^2\vec{A};$$

$$div grad\psi \equiv \left(\vec{\nabla}, \vec{\nabla}\psi\right) = \left(\vec{\nabla}, \vec{\nabla}\right)\psi = \vec{\nabla}^2\ \psi = \frac{\partial^2\psi}{\partial\left(x^1\right)^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial\left(x^2\right)^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial\left(x^3\right)^2}.$$

В декартовых координатах справедлива также формула

$$\vec{\nabla}^2 \vec{A} = \vec{e}_1 \vec{\nabla}^2\ A^1 + \vec{e}_2 \vec{\nabla}^2\ A^2 + \vec{e}_3 \vec{\nabla}^2\ A^3.$$

Примеры с решением

Пример 6.6.1. Найти градиент сферически-симметричного скалярного поля

$$u = \varphi(r),$$

где $r = \left\|\vec{r}\right\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Р е ш е н и е. По определению градиента имеем

$$\operatorname{grad}\varphi(r) = \frac{\partial}{\partial x}\varphi(r)\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial y}\varphi(r)\vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial z}\varphi(r)\vec{e}_3 =$$

$$= \frac{d\varphi}{dr}\frac{x}{r}\vec{e}_1 + \frac{d\varphi}{dr}\frac{y}{r}\vec{e}_2 + \frac{d\varphi}{dr}\frac{z}{r}\vec{e}_3 = \frac{d\varphi}{dr}\cdot\frac{\vec{r}}{r}. \otimes$$

Отметим, что векторное поле, определяемое соотношением $\vec{a} = \operatorname{grad}\varphi$, называется ***потенциальным полем***, а скалярная функция φ называется ***потенциалом*** векторного поля $\vec{a}$. Само векторное поле $\vec{a} = \frac{d\varphi}{dr}\cdot\frac{\vec{r}}{r}$ называется ***потенциальным*** полем. Иногда потенциальное поле определяют соотношением $\vec{a} = -\operatorname{grad}\varphi$.

Пример 6.6.2. Найти дивергенцию сферически-симметричного векторного поля $\vec{a} = \varphi(r)\vec{r}$.

Р е ш е н и е. По определению дивергенции имеем:

$$\operatorname{div}\vec{a} = \left(\vec{\nabla}, \varphi(r)\vec{r}\right) = \frac{\partial}{\partial x}[\varphi(r)x] + \frac{\partial}{\partial y}[\varphi(r)y] + \frac{\partial}{\partial z}[\varphi(r)z] =$$

$$= \frac{d\varphi}{dr}\frac{x^2}{r} + \varphi(r) + \frac{d\varphi}{dr}\frac{y^2}{r} + \varphi(r) + \frac{d\varphi}{dr}\frac{z^2}{r} + \varphi(r) = \frac{d\varphi}{dr}\cdot r + 3\varphi(r). \otimes$$

Векторное поле называется ***соленоидальным***, если выполнено условие $div\vec{a} = 0. \otimes$

Пример 6.6.3. Найти условие соленоидальности векторного поля из предыдущего примера.

Р е ш е н и е. Условие соленоидальности $\operatorname{div}\vec{a} = 0$ для поля $\vec{a} = \varphi(r)\vec{r}$ приводит к обыкновенному дифференциальному уравнению

$$\frac{d\varphi}{dr}\cdot r + 3\varphi(r) = 0$$

С разделяющимися переменными. Разделяя переменные и учитывая, что в случае функций одного переменного производная $\frac{d\varphi}{dr}$ – это отношение двух дифференциалов, получаем:

$$\frac{d\varphi}{\varphi} = -3\frac{dr}{r}. \qquad (1)$$

Интегрируя уравнение (1), получаем $\ln|\varphi| = -3\ln r + C_1$. Записывая произвольную постоянную в логарифмическом виде $C_1 = \ln C$, где C – произвольная положительная постоянная, получаем $\varphi = \frac{C}{r^3}$. Здесь C уже произвольная (не обязательно положительная) постоянная. $\otimes$

Пример 6.6.4. Найти ротор сферически-симметричного векторного поля

$$\vec{a} = \varphi(r)\vec{r},$$

где $r = \left\|\vec{r}\right\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Р е ш е н и е. Записывая векторное поле в разложении по декартовому базису

$$\vec{a} = \varphi(r)\vec{r} = \varphi(r)x\,\vec{e}_1 + \varphi(r)y\,\vec{e}_2 + \varphi(r)z\,\vec{e}_3,$$

и используя определение ротора, получаем:

$$\operatorname{rot}\vec{a}=\left[\vec{\nabla},\vec{a}\right]=\begin{vmatrix}\vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3\\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z}\\ \varphi(r)x & \varphi(r)y & \varphi(r)z\end{vmatrix}=$$

$$=\left\{\frac{\partial}{\partial y}[\varphi(r)z]-\frac{\partial}{\partial z}[\varphi(r)y]\right\}\vec{e}_1+\left\{\frac{\partial}{\partial z}[\varphi(r)x]-\frac{\partial}{\partial x}[\varphi(r)z]\right\}\vec{e}_2$$

$$+\left\{\frac{\partial}{\partial x}[\varphi(r)y]-\frac{\partial}{\partial y}[\varphi(r)x]\right\}\vec{e}_3=\frac{d\varphi(r)}{dr}\left(\frac{yz}{r}-\frac{zy}{r}\right)\vec{e}_1+$$

$$+\frac{d\varphi(r)}{dr}\left(\frac{zx}{r}-\frac{xz}{r}\right)\vec{e}_2+\frac{d\varphi(r)}{dr}\left(\frac{xy}{r}-\frac{yx}{r}\right)\vec{e}_3=\vec{0}\,.\otimes$$

Векторное поле, для которого выполнено соотношение $rot\,\vec{a}=\vec{0}$, называется ***безвихревым*** полем. Из предыдущей задачи следует, что сферически-симметричное векторное поле является безвихревым полем.

Пример 6.6.5. Доказать, что

$$\operatorname{div}\left[\vec{A},\vec{B}\right]=\left(\vec{B},\operatorname{rot}\vec{A}\right)-\left(\vec{A},\operatorname{rot}\vec{B}\right). \qquad (1)$$

Р е ш е н и е. Для решения применим правило действия оператора $\vec{\nabla}$ на произведение функций

$$\vec{\nabla}(\varphi\cdot\omega\cdot\ldots\cdot\psi)=$$

$$=\vec{\nabla}\left(\overset{\vee}{\varphi}\cdot\omega\cdot\ldots\cdot\psi\right)+\vec{\nabla}\left(\varphi\cdot\overset{\vee}{\omega}\cdot\ldots\cdot\psi\right)+\ldots+\vec{\nabla}\left(\varphi\cdot\omega\cdot\ldots\cdot\overset{\vee}{\psi}\right), \qquad (2)$$

где символ $\vee$ над функцией устанавливает порядок действия оператора $\vec{\nabla}$ на соответствующую функцию. Для скалярных полей имеется в виду просто произведение функций, для векторных полей произведение может быть как скалярным, так и векторным.

Учитывая, что

$$\operatorname{div}\left[\vec{A},\vec{B}\right]=\left(\vec{\nabla},\left[\vec{A},\vec{B}\right]\right),$$

в левой части (1) получаем:

$$\operatorname{div}\left[\vec{A},\vec{B}\right]=\left(\vec{\nabla},\left[\vec{A},\vec{B}\right]\right)=\left(\vec{\nabla},\left[\overset{\vee}{\vec{A}},\vec{B}\right]\right)+\left(\vec{\nabla},\left[\vec{A},\overset{\vee}{\vec{B}}\right]\right),$$

Первое смешанное произведение в правой части последнего равенства преобразуется к виду:

$$\left(\vec{\nabla},\left[\overset{\vee}{\vec{A}},\vec{B}\right]\right)=\left(\left[\vec{\nabla},\vec{A}\right],\vec{B}\right)=\left(\vec{B},\left[\vec{\nabla},\vec{A}\right]\right)=\left(\vec{B},\operatorname{rot}\vec{A}\right). \qquad (3)$$

Аналогично, второе смешанное произведение в правой части того же равенства преобразуется к виду

$$\left(\vec{\nabla},\left[\vec{A},\overset{\vee}{\vec{B}}\right]\right)=-\left(\vec{\nabla},\left[\overset{\vee}{\vec{B}},\vec{A}\right]\right)=-\left(\vec{A},\left[\vec{\nabla},\vec{B}\right]\right)=-\left(\vec{A},\operatorname{rot}\vec{B}\right). \qquad (4)$$

Складывая (3) и (4), получаем (1). $\otimes$

Пример 6.6.6. Доказать, что справедлива формула

$$\operatorname{rot}\left(u\cdot\vec{A}\right)=\left[\operatorname{grad}u,\vec{A}\right]+u\cdot\operatorname{rot}\vec{A},$$

где $u(M)$ – скалярное, а $\vec{A}(M)$ – векторное поля.

Р е ш е н и е. Преобразуем левую часть:

$$\operatorname{rot}\left(u\cdot\vec{A}\right)=\left[\vec{\nabla},u\cdot\vec{A}\right]=\left[\vec{\nabla},\overset{\vee}{u}\cdot\vec{A}\right]+\left[\vec{\nabla},u\cdot\overset{\vee}{\vec{A}}\right]=$$

$$=\left[\vec{\nabla}u,\vec{A}\right]+u\cdot\left[\vec{\nabla},\vec{A}\right]=\left[\operatorname{grad}u,\vec{A}\right]+u\cdot\operatorname{rot}\vec{A}.\otimes$$

Пример 6.6.7. Доказать, что справедлива формула

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot}\vec{A}=\operatorname{grad}\operatorname{div}\vec{A}-\Delta\vec{A},$$

где Δ – ***оператор Лапласа*** $\Delta=\left(\vec{\nabla},\vec{\nabla}\right)$.

Р е ш е н и е. Для доказательства используем формулу для двойного векторного произведения

$$\left[\vec{A},\left[\vec{B},\vec{C}\right]\right]=\vec{B}\left(\vec{A},\vec{C}\right)-\vec{C}\left(\vec{A},\vec{B}\right),$$

полагая $\vec{A}=\vec{B}=\nabla$, получим:

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot}\vec{A}=\left[\vec{\nabla},\left[\vec{\nabla},\vec{A}\right]\right]=\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla},\vec{A}\right)-\left(\vec{\nabla},\vec{\nabla}\right)\vec{A}=\operatorname{grad}\operatorname{div}\vec{A}-\Delta\vec{A}.\otimes$$

Пример 6.6.8. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{A}=x^3\vec{e}_1-y^2\vec{e}_2+y\vec{e}_3$$

по замкнутому контуру $\left(t\in[0,2\pi]\right)$, заданному уравнениями

$$x=\cos t,\ y=3\sin t,\ z=\cos t-\sin t.$$

Р е ш е н и е. По определению циркуляция равна криволинейному интегралу второго рода

$$C=\oint\limits_{\Gamma}\left(\vec{A},d\vec{x}\right)=\oint\limits_{\Gamma}x^3dx-y^2dy+ydz.$$

Криволинейный интеграл вычисляем, сводя его к определённому интегралу:

$$\oint\limits_{\Gamma}x^3dx-y^2dx^2+ydx^3=$$

$$=\int\limits_0^{2\pi}\left(-\cos^3t\sin t-27\sin^2t\cos t-3\sin^2t-3\sin t\cos t\right)dt=$$

$$=-\int\limits_0^{2\pi}\cos^3t\sin tdt-27\int\limits_0^{2\pi}\sin^2t\cos tdt-3\int\limits_0^{2\pi}\sin^2tdt-3\int\limits_0^{2\pi}\sin t\cos tdt=$$

$$=\int\limits_0^{2\pi}\cos^3td(\cos t)-27\int\limits_0^{2\pi}\sin^2td(\sin t)-$$

$$-\frac{3}{2}\int_0^{2\pi}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos 2t\right)d(2t)-3\int_0^{2\pi}\sin t\,d(\sin t)=-3\pi\,.\otimes$$

Пример 6.6.9. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{F}=-\omega x_2\,\vec{e}_1+\omega x_1\,\vec{e}_2$$

по простому замкнутому контуру, представляющему собой окружность с центром в начале системы координат и радиусом R, в положительном направлении.

Р е ш е н и е. Параметризация окружности

$$x_1=R\cos t,\ x_2=R\sin t,$$

где $t\in[0,\,2\pi]$. Поэтому по определению циркуляции получаем:

$$C=\oint_\Gamma\left(\vec{F},\,d\,\vec{x}\right)=\oint_\Gamma-\omega x_2dx_1+\omega x_1dx_2=$$

$$=\omega\int_0^{2\pi}\left(R^2\sin^2 t+R^2\cos^2 t\right)dt=2\pi R^2\omega.\otimes$$

Пример 6.6.10. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{F}=\left(x_1+3x_2+2x_3\right)\vec{e}_1+\left(2x_1+x_3\right)\vec{e}_2+\left(x_1-x_2\right)\vec{e}_3$$

по контуру треугольника ABC, если $A(2;\,0;\,0),\ B(0;\,3;\,0),\ C(0;\,0;\,1).$

Р е ш е н и е. Для решения применим формулу Стокса, согласно которой

$$C=\oint_\Gamma\left(\vec{F},\,d\,\vec{x}\right)=\iint_S\left(\vec{n},\,rot\,\vec{F}\right)ds.$$

Уравнение плоскости, в которой лежит треугольник, имеет вид

$$\frac{x_1}{2}+\frac{x_2}{3}+\frac{x_3}{1}=1,$$

или

$$3x_1+2x_2+6x_3=6.$$

Находим ротор векторного поля:

$$rot\vec{F}=\begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ \dfrac{\partial}{\partial x_1} & \dfrac{\partial}{\partial x_2} & \dfrac{\partial}{\partial x_3} \\ x_1+3x_2+2x_3 & 2x_1+x_3 & x_1-x_2 \end{vmatrix}=$$

$$=\left[\frac{\partial}{\partial x_2}(x_1-x_2)-\frac{\partial}{\partial x_3}(2x_1+x_3)\right]\vec{e}_1-$$

$$-\left[\frac{\partial}{\partial x_1}(x_1-x_2)-\frac{\partial}{\partial x_3}(x_1+3x_2+2x_3)\right]\vec{e}_2+$$

$$-\left[\frac{\partial}{\partial x_1}(2x_1+x_3)-\frac{\partial}{\partial x_2}(x_1+3x_2+2x_3)\right]\vec{e}_3=-2\vec{e}_1+\vec{e}_2-\vec{e}_3.$$

Теперь циркуляция

$$C=\oint\limits_{\Gamma}\left(\vec{F},d\vec{x}\right)=\iint\limits_{S}\left(\vec{n},rot\vec{F}\right)ds=$$

$$=-2\iint\limits_{G^{23}}dx_2dx_3+\iint\limits_{G^{13}}dx_3dx_1-\iint\limits_{G^{12}}dx_1dx_2=$$

$$=-2\int\limits_0^3 dx_2\int\limits_0^{1-x_2/3}dx_3+\int\limits_0^1 dx_3\int\limits_0^{2-x_3}dx_1-\int\limits_0^2 dx_1\int\limits_0^{3-3x_1/2}dx_2=$$

$$=-2\left[x_2-\frac{1}{6}x_2^2\right]_0^3+\left[2x_3-x_3^2\right]_0^1-\left[3x_1-\frac{3}{4}x_1^2\right]_0^2=-5.\otimes$$

Пример 6.6.11. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{F}=x_2\vec{e}_1-x_1\vec{e}_2+a\vec{e}_3\ (a=const)$$

вдоль окружности с уравнением

$$x_1^2+x_2^2=1,\ x_3=0$$

в положительном направлении двумя способами.

Р е ш е н и е. 1) Вычислим циркуляцию непосредственно, учитывая, что параметризация окружности имеет вид $(R=1)$:

$$x_1 = \cos t\,,\ x_2 = \sin t\,.$$

Теперь имеем:

$$C = \oint\limits_{\Gamma}\left(\vec{F},\, d\,\vec{x}\right) = \oint\limits_{\Gamma} F_1 dx_1 + F_2 dx_2 + F_3 dx_3 =$$

$$= \int\limits_0^{2\pi}\left[\sin t(-\sin t) - \cos t\cos t\right]dt = -\int\limits_0^{2\pi}\left(\sin^2 t + \cos^2 t\right)dt = -2\pi\,.$$

2) Вычислим циркуляцию по формуле Стокса. Сначала найдём ротор векторного поля:

$$rot\,\vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ \dfrac{\partial}{\partial x_1} & \dfrac{\partial}{\partial x_2} & \dfrac{\partial}{\partial x_3} \\ x_2 & -x_1 & a \end{vmatrix} = -2\,\vec{e}_3.$$

Нормаль плоскости треугольника $\vec{n} = \vec{e}_3$. Следовательно, имеем

$$C = \oint\limits_{\Gamma}\left(\vec{F},\, d\,\vec{x}\right) = \iint\limits_{S}\left(\vec{n},\, rot\,\vec{F}\right)ds = -2\iint\limits_{S}\left(\vec{n},\, \vec{e}_3\right)ds = -2\iint\limits_{S} dx_1 dx_2 =$$

$$= -2\int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^{2} r\,dr = -2\cdot 2\pi\cdot\frac{1}{2} = -2\pi\,. \otimes$$

Пример 6.6.12. Найти поток радиус-вектора

$$\vec{r} = x\,\vec{e}_1 + y\,\vec{e}_2 + z\,\vec{e}_3$$

через произвольную гладкую замкнутую поверхность F, ограничивающую область Ω, имеющую объём V.

Р е ш е н и е. Находим дивергенцию поля радиус-вектора:

$$\mathrm{div}\,\vec{r} = 1+1+1 = 3.$$

Воспользуемся формулой Остроградского-Гаусса (10.10.13):

$$\oiint\limits_{F}\left(\vec{r},\, d\,\vec{s}\right) = \iiint\limits_{V}\left(\vec{\nabla},\, \vec{r}\right)dV = 3\iiint\limits_{V} dV = 3V\,.$$

Из полученной формулы следует формула для вычисления объёма области Ω при помощи поверхностных интегралов

$$V=\frac{1}{3}\oiint\limits_F\left(\vec{r},\vec{n}\right)ds,$$

которая в декартовых координатах принимает вид

$$V=\frac{1}{3}\oiint\limits_F\left(xn_1+yn_2+zn_3\right)ds=\frac{1}{3}\oiint\limits_F\left(x\cos\alpha+y\cos\beta+z\cos\gamma\right)ds,$$

где $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ – координаты орта нормали $\vec{n}$. $\otimes$

Пример 6.6.13. Найти поток векторного поля радиус-вектора

$$\vec{r}=x\vec{e}_1+y\vec{e}_2+z\vec{e}_3$$

Через поверхность с уравнением

$$z=1-\sqrt{x^2+y^2}\,,\ z=0\ \left(0\le z\le 1\right).$$

Р е ш е н и е. Воспользуемся теоремой Остроградского-Гаусса:

$$\Phi=\oiint\limits_S\left(\vec{F},\vec{n}\right)ds=\iiint\limits_V div\vec{F}\,dv.$$

Так как

$$\operatorname{div}\vec{r}=1+1+1=3,$$

а поверхность – это конус с вершиной в точке $\left(0;\,0;\,1\right)$, ограниченный плоскостями с уравнениями $z=0$ и $z=1$, то переходя к цилиндрическим координатам, получаем:

$$\Phi=\oiint\limits_S\left(\vec{r},\vec{n}\right)ds=\iiint\limits_V div\vec{r}\,dv=3\iiint\limits_V dv=3\iiint\limits_\Omega r\,d\varphi\,dr\,dz=$$

$$=3\int\limits_0^{2\pi}d\varphi\int\limits_0^1 r\,dr\int\limits_0^{1-r}dz=3\int\limits_0^{2\pi}d\varphi\int\limits_0^1 r\left(1-r\right)dr=3\cdot 2\pi\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)=\pi\,.\ \otimes$$

Пример 6.6.14. Найти поток поля

$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$

точечного источника электрического поля через сферу с уравнением

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2.$$

Р е ш е н и е. Поток векторного поля через поверхность вычисляется по формуле

$$\Phi = \iint\limits_S \left(\vec{F}, d\vec{s} \right) = \iint\limits_S \left(\vec{F}, \vec{n} \right) ds = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \iint\limits_S \frac{1}{r^2} \left(\frac{\vec{r}}{r}, \vec{n} \right) ds.$$

Так как $r = R = const$ и скалярное произведение ортов

$$\left(\frac{\vec{r}}{r}, \vec{n} \right) = 1,$$

получаем:

$$\Phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \iint\limits_S \frac{1}{r^2} \left(\frac{\vec{r}}{r}, \vec{n} \right) ds = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R^2} \iint\limits_S ds = \frac{q 4\pi R^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R^2} = \frac{4\pi q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}. \otimes$$

Практическое занятие 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Предварительные сведения

Простейшее обыкновенное дифференциальное уравнение (ОДУ) первого порядка имеет вид

$$\frac{dy}{dx} = f(x).$$

Его общее решение находится по определению первообразной:

$$y(x) = \int f(x)\,dx + C,$$

где C – произвольная постоянная величина.

Уравнение с разделёнными переменными имеют вид

$$X(x)dx + Y(y)dy = 0.$$

Общее решение этого уравнения находится по формуле

$$\int X(x)dx + \int Y(y)dy = C.$$

Уравнение с разделяющимися переменными имеет вид

$$P(x)T(y)dx + Q(x)S(y)dy = 0.$$

После разделения переменных получаем уравнение с разделёнными переменными

$$\frac{P(x)}{Q(x)}dx + \frac{S(y)}{T(y)}dy = 0,$$

решая которое, получаем общее решение в виде

$$\int \frac{P(x)}{Q(x)}dx + \int \frac{S(y)}{T(y)}dy = C.$$

Линейное неоднородное ОДУ первого порядка в приведённой форме записи имеет вид

$$\frac{dy}{dx} + p(x)y = f(x).$$

Ему соответствует однородное уравнение

$$\frac{dy}{dx} + p(x)y = 0.$$

Однородное уравнение решается путём разделения переменных, а неоднородное методом вариации произвольной постоянной. Формула для общего решения неоднородного уравнения имеет вид

$$z(x) = \left(\int f(x)e^{\int p(x)dx}dx + A\right)\cdot e^{-\int p(x)dx}.$$

Простейшее ОДУ высшего порядка имеет вид:

$$\frac{d^n y}{dx^n} = f(x).$$

Его общее решение находится путём последовательного интегрирования и имеет вид:

$$y(x) = \int\int\ldots\int f(x)\underbrace{dxdx\ldots dx}_{n\ раз} + C_1\frac{x^{n-1}}{(n-1)!} + C_2\frac{x^{n-2}}{(n-2)!} + C_3 + \ldots$$

$$+ C_{n-2}\frac{x^2}{2!} + C_{n-1}x + C_n.$$

Линейное ОДУ высшего порядка, соответственно, неоднородное и однородно, имеет вид:

$$p_0(x)\frac{d^n y}{dx^n} + p_1(x)\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \ldots + p_{n-1}(x)\frac{dy}{dx} + p_n(x)y = g(x),$$

$$p_0(x)\frac{d^n y}{dx^n} + p_1(x)\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \ldots + p_{n-1}(x)\frac{dy}{dx} + p_n(x)y = 0.$$

Задача Коши для уравнения (неоднородного, или однородного) ставится так: **найти решение соответствующего уравнения, удовлетворяющее начальным условиям**

$$y\Big|_{x=x_0} = y_0,\ \frac{dy}{dx}\Big|_{x=x_0} = y_0^1,\ \ldots,\ \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}\Big|_{x=x_0} = y_0^{n-1}.$$

Линейное ОДУ второго порядка с постоянными коэффициентами имеет вид

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + p_1\frac{dy}{dx} + p_2 y = f(x).$$

Находя линейно независимую систему решений соответствующего однородного уравнения

$$\frac{d^2y}{dx^2} + p_1\frac{dy}{dx} + p_2 y = 0,$$

– **фундаментальную систему решений** (ФСР) $\{y_1, y_2\}$, можем составить общее решение однородного уравнения в виде линейной комбинации найденных частных решений.

При подстановке в однородное уравнение функции e^{kx} приходим к характеристическому уравнению

$$k^2 + p_1 k + p_2 = 0.$$

В зависимости от того, какие решения будут у характеристического уравнения, приходим к следующим трём случаям построения общего решения однородного дифференциального уравнения.

1) Корни характеристического уравнения простые и вещественные, то есть $k_1 \neq k_2 \in R^1$. Тогда ФСР есть $\{e^{k_1 x}, e^{k_2 x}\}$ и общее решение имеет вид

$$y(x) = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x) = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}.$$

2) Корень k вещественный, кратности 2. Тогда ФСР есть $\{e^{kx}, xe^{kx}\}$ и общее решение имеет вид

$$y(x) = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x) = e^{kx}(C_1 + xC_2).$$

3) Корни комплексно-сопряжённые $k_1 = \alpha + \beta i,\ k_2 = \alpha - \beta i$. Тогда ФСР есть $\{e^{\alpha x}\cos\beta x, e^{\alpha x}\sin\beta x\}$ и общее решение имеет вид

$$y(x) = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x) = e^{\alpha x}(C_1\cos\beta x + C_2\sin\beta x).$$

Для решения неоднородного уравнения применяется **метод Лагранжа**. Решение неоднородного уравнения ищется в виде

$$z(x) = C_1(x)y_1(x) + C_2(x)y_2(x)$$

Составляется СЛАУ следующего вида

$$\begin{cases} y_1(x)\dfrac{dC_1(x)}{dx} + y_2(x)\dfrac{dC_2(x)}{dx} = 0, \\ \dfrac{dy_1(x)}{dx}\dfrac{dC_1(x)}{dx} + \dfrac{dy_2(x)}{dx}\dfrac{dC_2(x)}{dx} = f(x). \end{cases}$$

Здесь $C_1(x)$ и $C_2(x)$ – новые функции, подлежащие определению, а $y_1(x)$ и $y_2(x)$ – элементы ФСР соответствующего однородного уравнения. Решение СЛАУ относительно производных новых функций ищется любым методом. В общем виде это решение записывается так

$$\begin{cases} \dfrac{dC_1(x)}{dx} = \varphi(x), \\ \dfrac{dC_1(x)}{dx} = \psi(x). \end{cases}$$

Интегрируя эти независимые простейшие ОДУ, и подставляя результаты в общий вид решения неоднородного уравнения, получаем общее решение в форме

$$z(x) = A_1 y_1(x) + A_2(x) y_2(x) + y_1(x)\int \varphi(x)dx + y_2(x)\int \psi(x)dx.$$

Примеры с решением

Пример 6.7.1. Найти интегральные кривые дифференциального уравнения

$$6xdx - 6ydy = 2x^2 ydy - 3xy^2 dx.$$

Р е ш е н и е. 1) Перепишем данное уравнение в виде

$$2y\left(x^2+3\right)dy = 3x\left(2+y^2\right)dx.$$

2) Замечаем, что $x^2+3>0,\ 2+y^2>0.$ Поэтому можно разделить переменные, деля обе части уравнения на $\left(x^2+3\right)\left(2+y^2\right)$:

$$\frac{2y}{2+y^2}dy = \frac{3x}{x^2+3}dx.$$

3) Используем формулу для нахождения решения:

$$\int \frac{2y}{2+y^2}dy + C_1 = \int \frac{3x}{x^2+3}dx + C_2;$$

$$\ln\left(2+y^2\right) = \frac{3}{2}\ln\left(x^2+3\right) + C;$$

$$C = C_2 - C_1.$$

4) Преобразуем полученный интеграл:

$$2\ln\left(2+y^2\right) - 3\ln\left(x^2+3\right) = C;$$

$$\ln\frac{\left(2+y^2\right)^2}{\left(x^2+3\right)^3} = C.$$

Ответ: Интегральные кривые определяются уравнением

$$\ln\frac{\left(2+y^2\right)^2}{\left(x^2+3\right)^3}=C$$

при всевозможных значениях параметра C. $\otimes$

Пример 6.7.2. Найти частное решение уравнения

$$\left(1+y^2\right)dx=xydy,$$

если $y=1$ при $x=2$.

Р е ш е н и е. 1) Разделяем переменные:

$$\frac{y}{1+y^2}dy=\frac{dx}{x}.$$

2) Интегрируем полученное уравнение:

$$\int\frac{y}{1+y^2}dy=\int\frac{dx}{x}+\ln C;$$

$$\frac{1}{2}\ln\left(1+y^2\right)=\ln|x|+\ln C;$$

$$\left(1+y^2\right)=Cx^2.$$

Так как C – произвольная постоянная, то имеем

$$y^2=Cx^2-1$$

3) Используем начальные условия:

$$4=2C;\ C=2;\ x^2=2\left(1+y^2\right).$$

4) Частный интеграл:

$$y=\sqrt{\frac{x^2}{2}-1}.$$

Ответ: $y=\sqrt{\frac{x^2}{2}-1}$. $\otimes$

Пример 6.7.3. Найти интегральные кривые дифференциального уравнения

$$\frac{dy}{dx}=\frac{x^2+2xy-5y^2}{2x^2-6xy}.$$

Р е ш е н и е. Это уравнение с однородной правой частью.

1) Разделим числитель и знаменатель на x^2:

$$\frac{dy}{dx}=\frac{1+2\frac{y}{x}-5\left(\frac{y}{x}\right)^2}{2-6\frac{y}{x}}.$$

2) Совершаем подстановку

$$u(x)=\frac{y}{x},$$

где $u(x)-$ новая искомая функция. Так как

$$y'=u+xu',$$

получаем новый вид уравнения:

$$u+x\frac{du}{dx}=\frac{1+2u-5u^2}{2-6u}.$$

После простых преобразований получаем

$$\frac{du}{dx}x=\frac{1+u^2}{2-6u}.$$

3) Разделяем переменные, предполагая, что $1+u^2\neq 0,\ x\neq 0$:

$$\frac{2-6u}{1+u^2}du=\frac{dx}{x}.$$

4) Интегрируем:

$$2arctgu-3\ln\left(1+u^2\right)=\ln|x|+C.$$

Заменяя $u(x)=\frac{y}{x}$, получаем:

$$2arctg\frac{y}{x}-3\ln\left(1+\frac{y}{x^2}\right)-\ln|x|=C.$$

Ответ: Интегральные кривые определяются уравнением

$$2arctg\frac{y}{x}-3\ln\left(1+\frac{y}{x^2}\right)-\ln|x|=C.\otimes$$

Пример 6.7.4. Найти общее решение уравнения

$$\frac{dy}{dx}+3y=e^{2x}.$$

Р е ш е н и е. Здесь $p(x)=3,\ f(x)=e^{2x}$.

1) Сначала решаем однородное уравнение

$$\frac{dy}{dx}=-3y,$$

соответствующее данному неоднородному уравнению:

$$\frac{dy}{dx}=-3y;$$

$$\frac{dy}{y}=-3dx;$$

$$\ln|y|=-3x+\ln C_1;$$

$$|y|=C_1e^{-3x};$$

$$y=C_2e^{-3x}.$$

2) Ищем решение исходного уравнения в виде $z=C_2(x)e^{-3x}$. Подстановка в исходное уравнение даёт:

$$\frac{dC_2(x)}{dx}=e^{5x};$$

$$C_2(x)=\int e^{5x}dx+C;$$

$$C_2(x)=\frac{1}{5}e^{5x}+C.$$

3) Подставляем в решение:

$$z=\frac{1}{5}e^{2x}+Ce^{-3x}.$$

Ответ: общее решение имеет вид

$$z=\frac{1}{5}e^{2x}+Ce^{-3x}.\otimes$$

Пример 6.7.5. Найти решение задачи Коши для уравнения

$$\frac{dy}{dx}-\frac{1}{x}y=-\frac{2}{x^2}$$

с начальным условием $y(1)=1.$

Р е ш е н и е. Воспользуемся формулой

$$y=e^{-\int p(x)dx}\left(\int q(x)e^{\int p(x)dx}+C\right),$$

следующей из метода вариации произвольной постоянной.

1) Находим общее решение:

$$z=e^{-\int p(x)dx}\left(\int q(x)e^{\int p(x)dx}+C\right)=e^{\int\frac{dx}{x}}\left(-2\int\frac{1}{x^2}e^{-\int\frac{1}{x}dx}\right)=\frac{1}{x}+Cx.$$

2) Используем начальное условие

$$\frac{1}{1^2}+C=1,$$

откуда $C=0$. Решение задачи Коши принимает вид:

$$z=\frac{1}{x}.$$

Ответ: $y=\frac{1}{x}.\otimes$

Пример 6.7.6. Найти частное решение ОДУ

$$\frac{d^2y}{dx^2} = xe^x,$$

удовлетворяющее начальным условиям $y\big|_{x=0} = 1,\ \frac{dy}{dx}\big|_{x=0} = 0.$

Р е ш е н и е. Интегрируем уравнение последовательно:

1) $\frac{dy}{dx} = \int xe^x dx + C_1 = \left\{ \begin{matrix} u = x, & du = dx, \\ dv = e^x dx, & v = e^x. \end{matrix} \right\} = xe^x - \int e^x dx + C_1 =$

$= (x-1)e^x + C_1;$

2) $y = \int (x-1)e^x dx + C_1 x + C_2 = \left\{ \begin{matrix} u = x-1, & du = dx, \\ dv = e^x dx, & v = e^x. \end{matrix} \right\} =$

$= (x-2)e^x + C_1 x + C_2.$

Так как в силу первого начального условия $\frac{dy}{dx}\big|_{x=0} = 0$, получаем:

$$(0-1)e^0 + C_1 = 0,\ C_1 = 1.$$

Так как в силу второго начального условия $y\big|_{x=0} = 1$, получаем:

$$(0-2)e^0 + C_1 \cdot 0 + C_2 = 1,\ C_2 = 3.$$

Теперь частное решение, удовлетворяющее заданным условиям, принимает вид

$$y = (x-2)e^x + x + 3. \otimes$$

Пример 6.7.7. Найти общее решение ОДУ

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 - 3\frac{d^2y}{dx^2} + 2 = 0.$$

Р е ш е н и е. Решаем уравнение относительно $z = \frac{d^2y}{dx^2}$:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 1,\ \frac{d^2y}{dx^2} = 2.$$

Интегрируем получившиеся ОДУ последовательно:

1) $\frac{d^2y}{dx^2}=1,\ \frac{dy}{dx}=x+C_1,\ y=\frac{1}{2}x^2+C_1x+C_2;$

2) $\frac{d^2y}{dx^2}=2,\ \frac{dy}{dx}=2x+C_3,\ y=x^2+C_3x+C_4.$

Совокупность этих решений образует общий интеграл ОДУ.

Так как квадратный трёхчлен имеет разложение

$$z^2-3z+2=(z-z_1)(z-z_2),$$

то общий интеграл ОДУ имеет вид:

$$\left(y-\frac{1}{2}x^2-C_1x-C_2\right)\cdot\left(y-x^2-C_3x-C_4\right)=0.\otimes$$

Пример 6.7.8. **Найти общее решение ОДУ**

$$\frac{d^3y}{dx^3}=-\frac{1}{2}\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3.$$

Р е ш е н и е. Положим $\frac{d^2y}{dx^2}=z$**, тогда из уравнения получаем**

$$\frac{dz}{dx}=-\frac{1}{2}z^3.$$

Интегрируя получившееся уравнение, получаем

$$\frac{dz}{dx}=-\frac{1}{2}z^3,\ \frac{dz}{z^3}=-\frac{1}{2}dx,\ \frac{1}{z^2}=x+C_1,\ z^2=\frac{1}{x+C_1}.$$

Заменяя $z=\frac{d^2y}{dx^2}$**, получаем уравнение**

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2=\frac{1}{x+C_1}.$$

Уравнение содержит только x и y. Разрешая его относительно $\frac{d^2y}{dx^2}$, получаем

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{\pm 1}{\sqrt{x+C_1}}.$$

Это уравнение интегрируем последовательно:

$$\frac{dy}{dx}=\pm\int\frac{dx}{\sqrt{x+C_1}}+C_2=\left\{dx=d\left(x+C_1\right)\right\}=$$

$$=\pm\int\left(x+C_1\right)^{-1/2}d\left(x+C_1\right)+C_2=\pm\left(x+C_1\right)^{1/2}+C_2$$

$$y_1=\int\left(x+C_1\right)^{1/2}dx+C_2x+C^3=\left(x+C_1\right)^{3/2}+C_2x+C^3,$$

$$y_2=-\int\left(x+C_1\right)^{1/2}dx+C_2x+C^3=-\left(x+C_1\right)^{3/2}+C_2x+C^3.\otimes$$

Пример 6.7.9. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{dy}{dx}-2y=0.$$

Р е ш е н и е. Характеристическое уравнение

$$k^2+k-2=0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1=-2,\ k_2=1.$$

Фундаментальная система решений

$$\left\{e^{-2x},\ e^x\right\}.$$

Общее решение имеет вид:

$$y(x)=C_1e^{-2x}+C_2e^x.\otimes$$

Пример 6.7.10. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2y}{dx^2}-2\frac{dy}{dx}+y=0.$$

Р е ш е н и е. Характеристическое уравнение

$$k^2-2k+1=0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1=k_2=1.$$

Фундаментальная система решений

$$\left\{e^x,\ xe^x\right\}.$$

Общее решение имеет вид:

$$y(x)=(C_1+C_2x)e^x.\ \otimes$$

Пример 6.7.11. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2y}{dx^2}-4\frac{dy}{dx}+13y=0.$$

Р е ш е н и е. Характеристическое уравнение

$$k^2-4k+13=0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1=2+3i,\ k_2=2-3i.$$

Фундаментальная система решений

$$\left\{e^{2x}\cos 3x,\ e^{2x}\sin 3x\right\}.$$

Общее решение имеет вид:

$$y(x)=e^{2x}(C_1\cos 3x+C_2\sin x).\ \otimes$$

Пример 6.7.12. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^3y}{dx^3}-2\frac{d^2y}{dx^2}-\frac{dy}{dx}+2y=0.$$

Р е ш е н и е. Характеристическое уравнение

$$k^3-2k^2-k+2=0.$$

Преобразуем характеристическое уравнение:

$$\left(k^2-1\right)\left(k-2\right)=0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1=-1,\ k_2=1,\ k_3=2.$$

Фундаментальная система решений

$$\left\{e^{-x},\ e^{x},\ e^{2x}\right\}.$$

Общее решение имеет вид:

$$y(x)=C_1e^{-x}+C_2e^{x}+C_3e^{2x}.\ \otimes$$

Пример 6.7.13. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^3y}{dx^3}-4\frac{d^2y}{dx^2}+6\frac{dy}{dx}-4y=0.$$

Р е ш е н и е. Характеристическое уравнение

$$k^3-4k^2+6k-4=0.$$

Корень ищем среди множителей свободного члена, это 2 и 4. Проверяем 2, для чего делим уголком:

$$k^3-4k^2+6k-4=\left(k-2\right)\left(k^2-2k+2\right).$$

Уравнение принимает вид:

$$\left(k-2\right)\left(k^2-2k+2\right)=0.$$

Находим оставшиеся корни характеристического уравнения

$$k_1=2,\ k_2=1+i,\ k_3=1-i.$$

Фундаментальная система решений

$$\left\{e^{2x},\ e^{x}\cos x,\ e^{x}\sin x\right\}.$$

Общее решение записывается в виде:

$$y(x)=C_1e^{2x}+e^{x}\left(C_2\cos x+C_3\sin x\right).\ \otimes$$

Пример 6.7.14. Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2y}{dx^2} - y = x^2 - x + 1.$$

Р е ш е н и е. 1) Однородное уравнение

$$\frac{d^2y}{dx^2} - y = 0.$$

Характеристическое уравнение

$$k^2 - 1 = 0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1 = -1,\ k_2 = 1.$$

Фундаментальная система решений

$$\left\{e^{-x},\ e^{x}\right\}.$$

Общее решение имеет вид:

$$y(x) = C_1 e^{-x} + C_2 e^{x}.$$

2) Решение неоднородного уравнения ищем в виде

$$z(x) = C_1(x) e^{-x} + C_2(x) e^{x}.$$

Система линейных алгебраических уравнений для производных новых функций в общем виде

$$\begin{cases} y_1 \dfrac{dC_1}{dx} + y_2 \dfrac{dC_2}{dx} = 0, \\ \dfrac{dy_1}{dx}\dfrac{dC_1}{dx} + \dfrac{dy_2}{dx}\dfrac{dC_2}{dx} = f(x). \end{cases}$$

В нашем случае

$$\begin{cases} e^{-x} \dfrac{dC_1}{dx} + e^{x} \dfrac{dC_2}{dx} = 0, \\ -e^{-x} \dfrac{dC_1}{dx} + e^{x} \dfrac{dC_2}{dx} = x^2 - x + 1. \end{cases}$$

Решаем систему, например, по формулам Крамера, в результате получаем:

$$\frac{dC_1}{dx} = -\frac{1}{2} e^{x}\left(x^2 - x + 1\right);\ \frac{dC_2}{dx} = \frac{1}{2} e^{-x}\left(x^2 - x + 1\right).$$

3) Решение первого из уравнений:

$$C_1 = -\frac{1}{2}\int e^x\left(x^2 - x + 1\right)dx + A_1 = \ldots = \left(-\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 2\right)e^x + A_1.$$

Решение второго уравнения:

$$C_2 = -\frac{1}{2}\int e^{-x}\left(x^2 - x + 1\right)dx + A_2 = \ldots = \left(-\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 12\right)e^{-x} + A_2.$$

Общее решение неоднородного уравнения

$$z(x) = A_1 e^{-x} + A_2 e^x - x^2 + x - 1. \otimes$$

Пример 6.7.15. С аэростата, падающего с высоты H со скоростью v_0, сбросили балласт, после чего его падение замедлилось и через некоторое время сменилось подъёмом, так что через время t_0 аэростат поднялся на высоту, с которой сбросили балласт. Считая, что масса аэростата без балласта равна m, а сила сопротивления воздуха R и подъёмная сила аэростата T постоянны, определить, сколько времени после сброса балласта аэростат опускался.

Р е ш е н и е. Начало системы координат поместим в нижнюю точку траектории аэростата, ось OZ направим вертикально вверх (рисунок 1). По условию задачи силы, действующие на аэростат в течение всего времени движения остаются постоянными.

Уравнение второго закона динамики для опускающегося аэростата имеет вид:

$$m\ddot{z} = T + R - G, \qquad (1)$$

где $G = mg$ – сила тяжести. В начальный момент времени аэростат находился на высоте H, поэтому начальные условия запишутся в виде

$$z(0) = H,\ \dot{z}(0) = -v_0. \qquad (2)$$

Уравнение (1) – это простейшее обыкновенное дифференциальное уравнение, не содержащее в правой части искомой функции и независимой переменной. Интегрируя два раза, получаем:

$$m\dot{z} = (T + R - G)t + C_1, \qquad (3)$$

$$mz = \frac{T + R - G}{2}t^2 + C_1 t + C_2. \qquad (4)$$

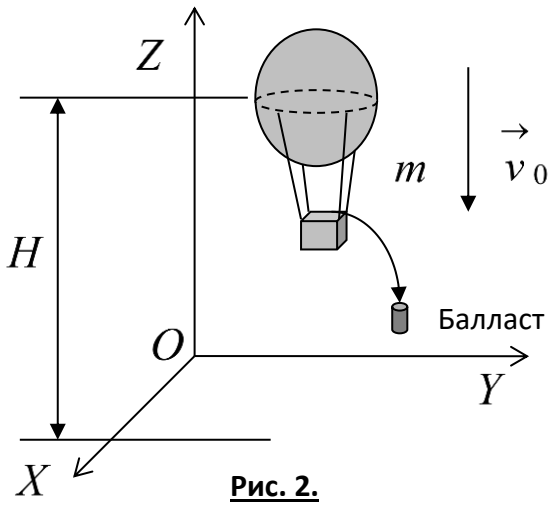


Рис. 2.

Используя начальные условия (2), получаем для постоянных: $C_1 = -mv_0$, $C_2 = mH$. Теперь уравнения движения принимают вид:

$$\dot{z} = \frac{T+R-G}{m}t - v_0, \tag{5}$$

$$z = \frac{T+R-G}{2m}t^2 - v_0 t + H. \tag{6}$$

Для поднимающегося аэростата уравнение второго закона динамики и начальные условия имеют вид:

$$m\ddot{z} = T - R - G, \tag{7}$$

$$z(0) = 0,\ \dot{z}(0) = 0. \tag{8}$$

Интегрируя (7), получаем:

$$m\dot{z} = (T-R-G)t + C_1, \tag{9}$$

$$mz = \frac{T-R-G}{2}t^2 + C_1 t + C_2. \tag{10}$$

Из начальных условий (8) для постоянных получаем $C_1 = 0$, $C_2 = 0$, откуда получаем уравнение движения:

$$z = \frac{T - R - G}{2m} t^2. \qquad (11)$$

Обозначим время падения аэростата t_1, а время подъёма t_2. Из условия задачи $t_0 = t_1 + t_2$. Подставляя $t = t_1,\ \dot{z}(t_1) = 0,\ z(t_1) = 0$ в (5) и (6) и $t = t_2,\ z(t_2) = H$ в (11), получаем систему уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{T + R - G}{m} t_1 - v_0 = 0, \\ \dfrac{T + R - G}{2m} t_1^2 - v_0 t_1 + H = 0, \\ \dfrac{T - R - G}{2m} t_2^2 = H. \end{cases} \qquad (12)$$

Исключая из уравнений системы (12) неизвестные H и v_0 с учётом того, что $t_2 = t_0 - t_1$, получаем:

$$t_1 = \frac{t_0}{1 + \dfrac{\sqrt{T + R - mg}}{T - R - mg}}. \otimes$$

Пример 6.7.16. Грузовик массой m имеет максимальную скорость $v_{\max}$ и разгоняется с места до скорости v_* за время t_*. Сила сопротивления пропорциональна скорости. Чему равняется средняя сила тяги двигателя грузовика?

Р е ш е н и е. Силы, действующие на грузовик, изображены на рисунке 2. При решении задачи предполагаем, что средняя сила тяги двигателя $\vec{F}$ постоянна.

После проектирования на оси системы координат дифференциальное уравнение движения имеет вид:

$$m\ddot{x} = F - R.$$

Здесь сила трения $\vec{R} = k\vec{v}$, где коэффициент динамического трения $k > 0$ неизвестен; $\vec{N}$ – сила реакции опоры (дороги); $\vec{G}$ – сила тяжести.

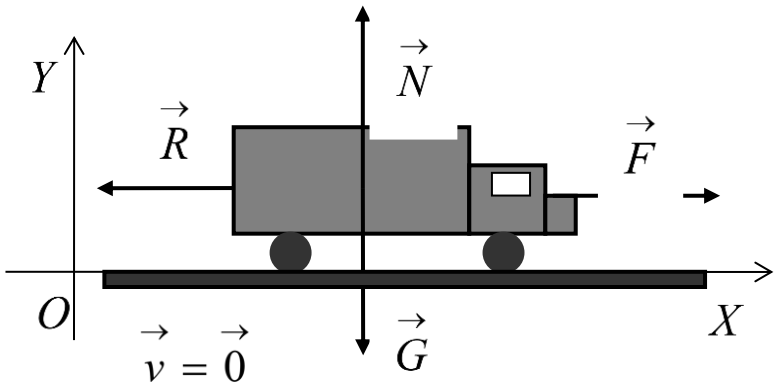


Рис. 2.

Обозначая $\dot{x} = v$, получаем:

$$m\dot{v} = F - kv \Rightarrow m\frac{dv}{dt} = F - kv \Rightarrow \frac{mdv}{F - kv} = dt \Rightarrow$$

$$-\frac{m}{k}\int\frac{d(F - kv)}{F - kv} = t + C \Rightarrow -\frac{m}{k}\ln(F - kv) = t + C.$$

Начальные условия $x(0) = 0$ и $\dot{x}(0) = v(0) = 0$. Из условия на скорость получаем, что $C = -\frac{m}{k}\ln F$. Подстановка даёт

$$t = -\frac{m}{k}\ln(F - kv) + \frac{m}{k}\ln F = -\frac{m}{k}\ln\frac{F - kv}{F} \Rightarrow t = -\frac{m}{k}\ln\left(1 - \frac{kv}{F}\right). \quad (1)$$

Так как задана максимальная скорость $v_{\max}$, то из необходимого условия экстремума получаем:

$$\frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow m\ddot{x} = F - kv_{\max} = 0 \Rightarrow k = \frac{F}{v_{\max}}. \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), при $t = t_*$ и $v = v_*$, получаем:

$$t_* = -\frac{m}{F/v_{\max}}\ln\left(1 - \frac{(F/v_{\max})v_*}{F}\right) \Rightarrow t_* = -\frac{mv_{\max}}{F}\ln\left(1 - \frac{v_*}{v_{\max}}\right) \Rightarrow$$

$$F = -\frac{mv_{\max}}{t_*}\ln\frac{v_{\max}-v_*}{v_{\max}} \Rightarrow F = \frac{mv_{\max}}{t_*}\ln\frac{v_{\max}}{v_{\max}-v_*}. \otimes$$

Практическое занятие 8. Системы ОДУ

Предварительные сведения

Системы ОДУ вида

$$\begin{cases} \dfrac{dy^1}{dt} = f^1\left(t, y^1, y^2, \ldots, y^n\right), \\ \dfrac{dy^2}{dt} = f^2\left(t, y^1, y^2, \ldots, y^n\right), \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ \dfrac{dy^n}{dt} = f^n\left(t, y^1, y^2, \ldots, y^n\right). \end{cases}$$

называются **системами ОДУ в нормальной форме**, или просто нормальными системами.

Если функции в правой части системы нормальной ОДУ зависят от искомых функций $\left\{y^1(t), y^2(t), \ldots, y^n(t)\right\}$ линейным образом, то есть

$$f^k\left(t, y^1, y^2, \ldots, y^n\right) = \sum_{j=1}^{n} p_j^k y^j + f^k\left(t\right),$$

то нормальную систему ОДУ можно переписать в виде

$$\begin{cases} \dfrac{dy^1}{dt} = \sum\limits_{j=1}^{n} p_j^1 y^j + f^1\left(t\right), \\ \dfrac{dy^2}{dt} = \sum\limits_{j=1}^{n} p_j^2 y^j + f^2\left(t\right), \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ \dfrac{dy^n}{dt} = \sum\limits_{j=1}^{n} p_j^n y^j + f^n\left(t\right). \end{cases}$$

Эквивалентная матрично-векторная форма имеет вид

$$I\frac{d}{dt}\left|y(t)\right\rangle + P(t)\left|y(t)\right\rangle = \left|f(t)\right\rangle,$$

где введены обозначения для матричного дифференциального оператора

$$L = I\frac{d}{dt} + P(t) \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \frac{d}{dt} + \begin{pmatrix} p_1^1(t) & p_2^1(t) & \dots & p_n^1(t) \\ p_1^2(t) & p_2^2(t) & \dots & p_n^2(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_1^n(t) & a_2^n(t) & \dots & p_n^n(t) \end{pmatrix},$$

и вектор-столбцов

$$|y(t)\rangle = \begin{pmatrix} y^1(t) \\ y^2(t) \\ \dots \\ y^n(t) \end{pmatrix}, \; |f(t)\rangle = \begin{pmatrix} f^1(t) \\ f^2(t) \\ \dots \\ f^n(t) \end{pmatrix}.$$

Линейная однородная система ОДУ в нормальной форме имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y^1(t) \\ y^2(t) \\ \dots \\ y^n(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p_1^1(t) & p_2^1(t) & \dots & p_n^1(t) \\ p_1^2(t) & p_2^2(t) & \dots & p_n^2(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_1^n(t) & a_2^n(t) & \dots & p_n^n(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y^1(t) \\ y^2(t) \\ \dots \\ y^n(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix},$$

или в матрично-векторной записи

$$I\frac{d}{dt}|y(t)\rangle + P(t)|y(t)\rangle = |0\rangle.$$

Система $\{|y_1(t)\rangle, |y_2(t)\rangle, \dots, |y_n(t)\rangle\}$ из n частных решений системы

$$|y_1\rangle = \begin{pmatrix} y_1^1(t) \\ y_1^2(t) \\ \dots \\ y_1^n(t) \end{pmatrix}, \; |y_2\rangle = \begin{pmatrix} y_2^1(t) \\ y_2^2(t) \\ \dots \\ y_2^n(t) \end{pmatrix}, \; \dots, \; |y_m\rangle = \begin{pmatrix} y_m^1(t) \\ y_m^2(t) \\ \dots \\ y_m^n(t) \end{pmatrix}$$

называется **линейно независимой на промежутке** (a, b), если $(\forall t \in (a, b))$

$$\alpha_1|y_1(t)\rangle + \alpha_2|y_2(t)\rangle + \dots + \alpha_n|y_n(t)\rangle = |0\rangle \Leftrightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_n = 0.$$

Линейно независимая система $\{|y_1(t)\rangle, |y_2(t)\rangle, \dots, |y_n(t)\rangle\}$ из n частных решений однородно системы ОДУ в нормальной форме называется **фундаментальной системой решений** (**ФСР**) этой системы. Векторы ФСР можно расположить в виде матрицы, составленной из их координат по столбцам:

$$Y(t)=\begin{pmatrix} y_1^1(t) & y_2^1(t) & \dots & y_n^1(t) \\ y_1^2(t) & y_2^2(t) & \dots & y_n^2(t) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ y_1^n(t) & y_2^n(t) & \dots & y_n^n(t) \end{pmatrix}.$$

Если $\{|y_1(t)\rangle, |y_2(t)\rangle, \dots, |y_n(t)\rangle\}$ – линейно независимая система частных решений системы уравнений (4.30), то любое её решение имеет вид

$$|y(t)\rangle = \sum_{k=1}^{n} C_k |y_k(t)\rangle.$$

Общее решение записывается через фундаментальную матрицу в виде:

$$\begin{pmatrix} y^1(t) \\ y^2(t) \\ \dots \\ y^n(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1^1(t) & y_2^1(t) & \dots & y_n^1(t) \\ y_1^2(t) & y_2^2(t) & \dots & y_n^2(t) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ y_1^n(t) & y_2^n(t) & \dots & y_n^n(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \dots \\ C_n \end{pmatrix},$$

или

$$|y(t)\rangle = Y(t)|C\rangle.$$

Решение задачи Коши

$$I\frac{d}{dt}|y\rangle + P(t)|y\rangle = |0\rangle,\ |y(t_0)\rangle = |y_0\rangle$$

получается из последней формулы за счёт выбора произвольного числового вектора $|C\rangle$. Действительно, имеем

$$|y_0\rangle = Y(t_0)|C\rangle \Rightarrow |C\rangle = Y^{-1}(t_0)|y_0\rangle,$$

причём обратная матрица $Y^{-1}(t_0)$ существует, так как матрица $Y(t_0)$ невырожденная. Подставляя найденный вектор $|C\rangle$ в формулу для общего решения, получаем решение задачи Коши в виде

$$|y(t)\rangle = Y(t)Y^{-1}(t_0)|y_0\rangle.$$

Матричная функция

$$G(t, t_0) = Y(t)Y^{-1}(t_0)$$

называется ***функцией Коши***.

Решение однородной системы ОДУ

$$\frac{dy^i(t)}{dt} + \sum_{j=1}^{n} a_j^i y^j(t) = 0$$

Ищется в виде

$$y^1(t) = x^1 e^{-\mu t},\ y^2(t) = x^2 e^{-\mu t},\ \dots,\ y^n(t) = x^n e^{-\mu t}.$$

Подстановка в систему ОДУ приводит к однородной СЛАУ

$$\begin{cases} \left(a_1^1-\mu\right)x^1+a_2^1x^2+\ldots+a_n^1x^n=0, \\ a_1^2x^1+\left(a_2^2-\mu\right)x^2+\ldots+a_n^2x^n=0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ a_1^nx^1+a_2^nx^2+\ldots+\left(a_n^n-\mu\right)x^n=0. \end{cases}$$

Условие разрешимости СЛАУ имеет вид уравнения

$$\begin{vmatrix} a_1^1-\mu & a_2^1 & \ldots & a_n^1 \\ a_1^2 & a_2^2-\mu & \ldots & a_n^2 \\ \ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots \\ a_1^n & a_2^n & \ldots & a_n^n-\mu \end{vmatrix}=0,$$

которое называется **характеристическим уравнением**.

В зависимости от структуры матрицы СЛАУ реализуются три случая существования решений характеристического уравнения и, соответственно, три случая построения фундаментальной матрицы для системы ОДУ в нормальной форме.

Случай 1. Пусть все корни $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n$ уравнения (4.69) различные и вещественные. Этот случай реализуется, если матрица A является матрицей простой структуры. Совершая последовательные подстановки $\mu_k \ \left(k=\overline{1,n}\right)$ в СЛАУ (4.68), получим n экземпляров СЛАУ для нахождения собственных векторов матрицы A:

$$\begin{cases} \left(a_1^1-\mu_k\right)x^1+a_2^1x^2+\ldots+a_n^1x^n=0, \\ a_1^2x^1+\left(a_2^2-\mu_k\right)x^2+\ldots+a_n^2x^n=0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ a_1^nx^1+a_2^nx^2+\ldots+\left(a_n^n-\mu_k\right)x^n=0. \end{cases} \qquad (4.70)$$

Решив n экземпляров СЛАУ (4.70), найдём линейно независимую систему собственных векторов матрицы A:

$$\left|x_1\right\rangle=\begin{pmatrix} x_1^1 \\ x_1^2 \\ \ldots \\ x_1^n \end{pmatrix}, \left|x_2\right\rangle=\begin{pmatrix} x_2^1 \\ x_2^2 \\ \ldots \\ x_2^n \end{pmatrix}, \ldots, \left|x_n\right\rangle=\begin{pmatrix} x_n^1 \\ x_n^2 \\ \ldots \\ x_n^n \end{pmatrix}.$$

Теперь общее решение системы однородной линейной ОДУ записывается в виде

$$\begin{pmatrix} y^1(t) \\ y^2(t) \\ \dots \\ y^n(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1^1 e^{-\mu_1 t} & x_2^1 e^{-\mu_2 t} & \dots & x_n^1 e^{-\mu_n t} \\ x_1^2 e^{-\mu_1 t} & x_2^2 e^{-\mu_2 t} & \dots & x_n^2 e^{-\mu_n t} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1^n e^{-\mu_1 t} & x_2^n e^{-\mu_2 t} & \dots & x_n^n e^{-\mu_n t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \dots \\ C_n \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} C_1 x_1^1 e^{-\mu_1 t} + C_2 x_2^1 e^{-\mu_2 t} + \dots + C_n x_n^1 e^{-\mu_n t} \\ C_1 x_1^2 e^{-\mu_1 t} + C_2 x_2^2 e^{-\mu_2 t} + \dots + C_n x_n^2 e^{-\mu_n t} \\ \dots \\ C_1 x_1^n e^{-\mu_1 t} + C_2 x_2^n e^{-\mu_2 t} + \dots + C_n x_n^n e^{-\mu_n t} \end{pmatrix}.$$

Случай 2. Пусть корни характеристического уравнения (4.69) различные, но среди них имеются комплексно-сопряжённые. Тогда частные решения (4.72) и, следовательно, общее решение (4.75) будут комплексными функциями. Выделим одну из пар комплексно-сопряжённых корней: $\mu_1 = \alpha + i\beta$, $\mu_2 = \alpha - i\beta$. Этой паре корней соответствуют вещественные частные решения. Исследуем их.

Построим частное решение, соответствующее корню $\mu_1 = \alpha + i\beta$. Это ***комплексное*** решение имеет вид

$$\begin{pmatrix} y_1^1 \\ y_1^2 \\ \dots \\ y_1^n \end{pmatrix} = e^{-(\alpha+i\beta)t} \begin{pmatrix} x_1^1 + iz_1^1 \\ x_1^2 + iz_1^2 \\ \dots \\ x_1^n + iz_1^n \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_2^1 \\ y_2^2 \\ \dots \\ y_2^n \end{pmatrix} = e^{-(\alpha+i\beta)t} \begin{pmatrix} x_2^1 + iz_2^1 \\ x_2^2 + iz_2^2 \\ \dots \\ x_2^n + iz_2^n \end{pmatrix},$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots, \begin{pmatrix} y_n^1 \\ y_n^2 \\ \dots \\ y_n^n \end{pmatrix} = e^{-(\alpha+i\beta)t} \begin{pmatrix} x_n^1 + iz_n^1 \\ x_n^2 + iz_n^2 \\ \dots \\ x_n^n + iz_n^n \end{pmatrix}.$$

Можно показать, что вещественная и мнимая части решения сами являются решениями однородной системы ОДУ. Эти решения в совокупности образуют линейно независимую систему, которую можно использовать для построения фундаментальной матрицы.

Случай 3. Пусть среди корней характеристического уравнения имеется корень μ_1 кратности k. Можно показать, что тогда ему соответствует решение системы ОДУ вида

$$y^1 = F_1(t)e^{-\mu_1 t},\ y^2 = F_2(t)e^{-\mu_1 t},\ \dots,\ y^n = F_n(t)e^{-\mu_1 t},$$

где $F_1(t),\ F_2(t),\ \dots,\ F_n(t)$ – многочлены от t степени не выше чем $k-1$, имеющие в совокупности k произвольных коэффициентов. Полагая последовательно в этом решении, что один из

произвольных коэффициентов многочленов равен единице, а остальные – нулю, получим линейно независимую систему k частных решений системы уравнений ОДУ.

Если μ_1 – вещественное характеристическое число, то полученные частные решения будут вещественными.

Если $\mu_1 = \alpha + i\beta$ – комплексное характеристическое число, то имеется комплексно-сопряжённое характеристическое число $\alpha - i\beta$ той же кратности.

Построив k линейно независимых комплексных частных решений, соответствующих характеристическому числу $\mu_1 = \alpha + i\beta$ и отделив в них вещественные и мнимые части, получим $2k$ линейно независимых частных решений. Таким образом, паре комплексно-сопряжённых характеристических чисел $\alpha \pm i\beta$ кратности k соответствует $2k$ линейно независимых вещественных частных решений.

В общем случае каждому простому вещественному корню характеристического уравнения соответствует одно частное решение, каждой паре простых комплексно-сопряжённых корней соответствуют два вещественных линейно независимых частных решения, вещественному корню характеристического уравнения кратности k соответствуют k линейно независимых частных решения, а каждой паре комплексно-сопряжённых корней кратности k характеристического уравнения соответствуют $2k$ линейно независимых частных решения. В совокупности получается n линейно независимых частных решений, из которых можно составить фундаментальную матрицу и, следовательно, записать общее решение системы ОДУ.

Описанная совокупность действий носит название «Метод Эйлера интегрирования линейной однородной системы ОДУ».

Примеры с решением

Пример 6.8.1. Дана система ОДУ

$$\begin{cases} \dfrac{dy^1}{dt} + y^1 + 2y^2 = 0, \\ \dfrac{dy^2}{dt} - 3y^1 - 4y^2 = 0. \end{cases}$$

Найти общее решение этой системы.

Р е ш е н и е. Систему можно записать в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Частное решение ищем в виде

$$y^1(t) = x^1 e^{-\mu t},\ y^2(t) = x^2 e^{-\mu t}.$$

Подставляя в систему уравнений частное решение и сокращая на неравный нулю множитель $e^{-\mu t}$, получаем

$$\begin{cases} (1-\mu)x^1 + 2x^2 = 0, \\ -3x^1 - (\mu+4)x^2 = 0. \end{cases}$$

Это однородная СЛАУ, характеристическое уравнение для неё имеет вид

$$\begin{vmatrix} 1-\mu & 2 \\ -3 & -\mu-4 \end{vmatrix} = 0,$$

или

$$\mu^2 + 3\mu + 2 = 0.$$

Характеристические числа (собственные значения)

$$\mu_1 = -2,\ \mu_2 = -1.$$

1) Для $\mu_1 = -2$ имеем СЛАУ

$$\begin{cases} 3x^1 + 2x^2 = 0, \\ -3x^1 - 2x^2 = 0, \end{cases}$$

которая сводится к уравнению

$$3x^1 + 2x^2 = 0.$$

Решение этого уравнения, полагая $x^2 = a \in R^1$, запишем в виде

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}a \\ a \end{pmatrix} = a\begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ 1 \end{pmatrix},$$

Таким образом, имеем первый собственный вектор

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Частное решение, соответствующее первому собственному значению, имеет вид

$$\begin{pmatrix} y_1^1 \\ y_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}e^{2t} \\ e^{2t} \end{pmatrix}.$$

2) Для $\mu_1 = -2$ имеем СЛАУ

$$\begin{cases} 2x^1 + 2x^2 = 0, \\ -3x^1 - 3x^2 = 0, \end{cases}$$

которая сводится к одному уравнению

$$x^1 + x^2 = 0.$$

Полагая $x^2 = b \in R^1$, получим

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -b \\ b \end{pmatrix} = b\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Второй собственный вектор имеет вид

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Частное решение, соответствующее второму собственному вектору, имеет вид

$$\begin{pmatrix} y_2^1 \\ y_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e^t \\ e^t \end{pmatrix}.$$

3) Составляем фундаментальную матрицу:

$$Y(t) = \begin{pmatrix} y_1^1 & y_2^1 \\ y_1^2 & y_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}e^{2t} & -e^t \\ e^{2t} & e^t \end{pmatrix}.$$

Теперь общее решение находится по формуле

$$|y(t)\rangle = Y(t)|C\rangle.$$

Подставляя в эту формулу выражение для фундаментальной матрицы, получаем:

$$\begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}e^{2t} & -e^t \\ e^{2t} & e^t \end{pmatrix}\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}C_1e^{2t} - C_2e^t \\ C_1e^{2t} + C_2e^t \end{pmatrix}. \otimes$$

Пример 6.8.2. Найти общее решение системы ОДУ

$$\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} - y_2 - y_3 = 0, \\ \dfrac{dy_2}{dt} - y_1 - y_3 = 0, \\ \dfrac{dy_3}{dt} - y_1 - y_2 = 0. \end{cases} \qquad (1)$$

Р е ш е н и е. Решение ищем в виде

$$y_1 = x_1e^{-\mu t},\ y_2 = x_2e^{-\mu t},\ y_3 = x_3e^{-\mu t}.$$

Подставляя в систему уравнений (1), получаем СЛАУ для определения собственных векторов

$$\begin{cases} -\mu x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 - \mu x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 - x_2 - \mu x_3 = 0. \end{cases} \qquad (2)$$

Эта система уравнений нетривиально совместна, если выполнено условие

$$\begin{vmatrix} -\mu & -1 & -1 \\ -1 & -\mu & -1 \\ -1 & -1 & -\mu \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \mu_1 = -2,\ \mu_2 = \mu_3 = 1.$$

Корню $\mu_1 = -2$ соответствует система уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$$

Если решать данную систему методом Гаусса, то получим

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Получаем одно решение исходной системы уравнений

$$|y_1\rangle = a|a_1\rangle = e^{2t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{2t} \\ e^{2t} \\ e^{2t} \end{pmatrix}.$$

Так как ранг матрицы СЛАУ (2) при $\mu_2 = \mu_3 = 1$ равен 1, то система уравнений сводится к одному уравнению

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0.$$

Полагая $x_2 = a$, $x_3 = b$, получаем решение в виде

$$|x\rangle = a|a_2\rangle + b|a_3\rangle \Rightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = b \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Каждому из базисных решений

$$|a_2\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} =, |a_3\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

соответствует одно частное решение

$$|y_2\rangle = e^{-t} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e^{-t} \\ e^{-t} \\ 0 \end{pmatrix}, |y_3\rangle = e^{-t} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e^{-t} \\ 0 \\ e^{-t} \end{pmatrix}.$$

Определитель, составленный из этих решений

$$\begin{vmatrix} e^{2t} & -e^{-t} & -e^{-t} \\ e^{2t} & e^{-t} & 0 \\ e^{2t} & 0 & e^{-t} \end{vmatrix} = 1 \neq 0,$$

следовательно, найденные решения образуют линейно независимую систему, то есть фундаментальную систему решений исходной системы ОДУ. Составим фундаментальную матрицу

$$Y(t)=\begin{pmatrix} e^{2t} & -e^{-t} & -e^{-t} \\ e^{2t} & e^{-t} & 0 \\ e^{2t} & 0 & e^{-t} \end{pmatrix}.$$

Теперь общее решение запишем в виде

$$|y(t)\rangle=\begin{pmatrix} e^{2t} & -e^{-t} & -e^{-t} \\ e^{2t} & e^{-t} & 0 \\ e^{2t} & 0 & e^{-t} \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} C_1e^{2t}-C_2e^{-t}-C_3e^{-t} \\ C_1e^{2t}+C_2e^{-t} \\ C_1e^{2t}+C_3e^{-t} \end{pmatrix}.\otimes$$

Для решения линейной неоднородной системы ОДУ в нормальной форме можно использовать метод Лагранжа. Продемонстрируем его на примере.

Пример 6.8.3. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt}-y_2=0, \\ \dfrac{dy_2}{dt}-y_1=\dfrac{1}{t^2}+\ln t. \end{cases} \qquad (1)$$

Р е ш е н и е. Решаем систему методом Лагранжа. Для этого сначала находим общее решение соответствующей однородной системы

$$\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt}-y_2=0, \\ \dfrac{dy_2}{dt}-y_1=0. \end{cases} \qquad (2)$$

Подставляя $y_1=x_1e^{-\mu t}$ и $y_2=x_2e^{-\mu t}$, записываем характеристическое уравнение:

$$\begin{vmatrix} \mu & 1 \\ 1 & \mu \end{vmatrix}=0 \Rightarrow \mu^2-1=0:\ \mu_1=-1;\ \mu_2=1.$$

Находим собственные векторы.

1) Для $\mu_1=-1$ система сводится к уравнению

$$\begin{cases} -x_1+x_2=0 \\ x_1-x_2=0 \end{cases} \Rightarrow x_1-x_2=0 \Rightarrow x_2=a \Rightarrow x_1=a.$$

Вектор решения принимает вид:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}=a\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Первый собственный вектор

$$|x_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

2) Для $\mu_2 = 1$ система сводится к уравнению

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow x_2 = b \Rightarrow x_1 = -b.$$

Второй собственный вектор

$$|x_2\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Теперь частные решения имеют вид:

$$\mu_1 = -1 \Rightarrow |y_1\rangle = e^t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^t \\ e^t \end{pmatrix};$$

$$\mu_2 = 1 \Rightarrow |y_2\rangle = e^{-t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-t} \\ e^{-t} \end{pmatrix}.$$

Общее решение системы (2) записывается так:

$$|y(t)\rangle = C_1|y_1\rangle + C_2|y_2\rangle = C_1 e^{-\mu_1 t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + C_2 e^{-\mu_2 t} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}?$$

откуда имеем

$$y_1(t) = C_1 e^t + C_2 e^{-t},\ y_2(t) = C_1 e^t - C_2 e^{-t}.$$

Общее решение неоднородной системы ищем в виде:

$$\begin{cases} z_1(t) = C_1(t) e^t + C_2(t) e^{-t}, \\ z_2(t) = C_1(t) e^t - C_2(t) e^{-t}. \end{cases} \qquad (3)$$

Подставляя в систему уравнений (1), получаем после дифференцирований и приведения подобных

$$\begin{cases} \dfrac{dC_1}{dt}(t) \cdot e^t + \dfrac{dC_2}{dt}(t) \cdot e^{-t} = 0, \\ \dfrac{dC_1}{dt}(t) \cdot e^t - \dfrac{dC_2}{dt}(t) \cdot e^{-t} = \dfrac{1}{t^2} + \ln t. \end{cases}$$

Определитель системы

$$\begin{vmatrix} e^t & e^{-t} \\ e^t & -e^{-t} \end{vmatrix} = -1 - 1 = -2.$$

Решение системы по формулам Крамера имеет вид:

$$\frac{dC_1}{dt}(t) = -\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & e^{-t} \\ \frac{1}{t^2}+\ln t & -e^{-t} \end{vmatrix} = \frac{1}{2}e^{-t}\left(\frac{1}{t^2}+\ln t\right),$$

$$\frac{dC_2}{dt}(t) = -\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & e^{-t} \\ \frac{1}{t^2}+\ln t & -e^{-t} \end{vmatrix} = \frac{1}{2}e^{t}\left(\frac{1}{t^2}+\ln t\right).$$

Откуда, после интегрирования получаем

$$C_1(t) = -\frac{1}{2}e^{-t}\left(\frac{1}{t}+\ln t\right)+A_1,\ C_2(t) = \frac{1}{2}e^{t}\left(\frac{1}{t}-\ln t\right)+A_2.$$

Подставляя в формулы (3), получаем общее решение неоднородной системы уравнений (1) в виде:

$$\begin{cases} z_1(t) = A_1e^{t} + A_2e^{-t} - \ln t, \\ z_2(t) = A_1e^{t} - A_2e^{-t} - \frac{1}{t}. \end{cases} \otimes$$

Задания для самостоятельной работы

1. Вычислить криволинейный интеграл первого рода

$$I = \int_W xydl,$$

где путь W – контур треугольника с вершинами: $A(-1;0),\ B(1;0),\ C(0;1).$

2. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$I = \int_W (x+y)dx - xdy,$$

где путь W – отрезок ломаной линии, соединяющий точки

$$A(0;0),\ B(2;0),\ C(4;2).$$

3. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$I = \int_W xdy - ydx,$$

где W – путь, заданный неявным уравнением $y = x^3$, соединяющий точки $A(0;0)$ и $B(2;8)$

.

4. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$I = \int_W x^2 dx + y^2 dy,$$

где $W -$ путь, заданный неявным уравнением $y = \sqrt{x}$, соединяющий точки $A(0; 0)$ и $B(1; 1)$

.

5. Вычислить двойной интеграл

$$I = \iint_D \left(5x^2 y - 2y^3\right) dxdy$$

по прямоугольнику $D = \{(x, y) \in R_2 : 2 \le x \le 5 \wedge 1 \le y \le 3\}$.

6. Вычислить двойной интеграл

$$I = \iint_D \left(x^2 + y\right) dxdy$$

по области, ограниченной параболами $y = x^2$ и $y^2 = x$.

7. Вычислить двойные интегралы, переходя к полярным координатам:

а) $\iint_D e^{x^2+y^2} dxdy$, где D – круг $x^2 + y^2 \le 1$;

б) $\iint_D \left(x^2 + y^2\right) dxdy$, где D – круг $x^2 + y^2 \le 4$;

в) $\iint_D \left(x^2 + y^2\right) dxdy$, где D – круг $x^2 + y^2 \le 2x$;

г) $\iint_D \sqrt{1 + x^2 + y^2}\, dxdy$, где D – первая четверть круга $x^2 + y^2 \le 1$.

8. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями с уравнениями:

а) $y = \ln x,\ x - y = 1,\ y = -1$;

б) $y = x^2,\ 4y = x^2,\ x = 2,\ x = -2$.

9. Вычислить тройные интегралы:

а) $\iiint_V \frac{dxdydz}{(1 + x + y + z)^3}$, где область V ограничена плоскостями с уравнениями

$x = 0,\ y = 0, z = 0,\ x + y + z = 1$;

б) $\iiint\limits_V (x+y)dxdydz$, где область V ограничена плоскостями с уравнениями

$x=0,\ y=0, z=0,\ x=1,\ y=1,\ z=1.$

10. Переходя к цилиндрическим координатам, вычислить тройные интегралы:

а) $\iiint\limits_V (x^2+y^2)dxdydz$, где область V ограничена поверхностями с уравнениями

$x^2+y^2=1,\ z=2;$

б) $\iiint\limits_V zdxdydz$, где область V ограничена поверхностями с уравнениями $x^2+y^2=1,$

$z=0,\ z=a\ (a>0).$

11. Переходя к сферическим координатам, вычислить тройные интегралы:

а) $\iiint\limits_V (x^2+y^2+z^2)dxdydz$, где область V – это шар $x^2+y^2+z^2\le R^2$;

б) $\iiint\limits_V (x^2+y^2)dxdydz$, где область V – это верхняя половина шара

$x^2+y^2+z^2\le R^2.$

12. Вычислить поверхностные интегралы первого рода:

а) $\iint\limits_F (x+18y+24z)ds$, где поверхность F задана неявным уравнением

$x+2y+3z=1,$

и неравенствами $x\ge 0,\ y\ge 0, z\ge 0;$

б) $\iint\limits_F (x^2+y^2)ds$, где поверхность F задана неявным уравнением

$x^2+y^2-z^2=0,$

и неравенствами $0\le z\le 1.$

13. Вычислить поверхностные интегралы второго рода:

а) $\iint\limits_F zdxdy$, где поверхность F – верхняя сторона верхней половины сферы

$$x^2+y^2+z^2=9;$$

б) $\iint\limits_F \left(x^2+y^2\right)dxdy$, где поверхность F – верхняя сторона части параболоида с уравнением

$$z=1-x^2-y^2,$$

отсечённая плоскостью $z=0$.

14. Найти производную скалярного поля $u=x^2+y^2-3x+2y$ по направлению радиуса-вектора точки $M(3;\,4)$ в начале координат.

15. Найти градиент плоского скалярного поля $u=\sqrt{4+x^2+y^2}$ в точке $M(2;1)$.

16. Найти производную функции, определённой формулой $u=\dfrac{xyz}{3}$, в точке $M_0(1;\,2;\,3)$ по направлению вектора $\overrightarrow{M_0M}$, если $M(4;1;6)$.

17. Доказать, что

а) $\operatorname{grad} r=\dfrac{\vec{r}}{r}$; б) $\operatorname{grad}\dfrac{1}{r}=-\dfrac{\vec{r}}{r^3}$.

18. Показать, что

$$\operatorname{grad} f(u,v)=\frac{\partial f}{\partial u}\operatorname{grad} u+\frac{\partial f}{\partial v}\operatorname{grad} v.$$

19. Найти

а) $\operatorname{div}\vec{r}$; б) $\operatorname{div}\left(r^4\,\vec{r}\right)$; в) $\operatorname{div}\left(\left(\vec{A},\,\vec{r}\right)\vec{B}\right)$.

20. Найти $\operatorname{div}\vec{A}$, если:

а) $\vec{A}=(x-y)(y-z)\vec{e}_1+(y-z)(z-x)\vec{e}_2+(z-x)(x-y)\vec{e}_3$;

б) $\vec{A}=\left(x^2+y^2\right)(y-z)\vec{e}_1+\left(y^2+z^2\right)(z-x)\vec{e}_2+\left(z^2+x^2\right)(x-y)\vec{e}_3$.

21. Найти ротор векторного поля $\vec{A}(M)$:

а) $\vec{A}=\frac{y}{x}\vec{e}_1+\frac{z}{y}\vec{e}_2+\frac{x}{z}\vec{e}_3$;

б) $\vec{A}=yz\,\vec{e}_1+z(x+2y)\vec{e}_2+y(x+y)\vec{e}_3$.

22. Доказать двумя способами (в декартовых координатах и с помощью оператора Гамильтона), что для произвольного скалярного поля $\varphi(M)$ и для произвольных векторных полей $\vec{A}(M)$ и $\vec{B}(M)$ справедливы следующие формулы:

а) $\left(\vec{A},\nabla\right)\varphi\vec{B}=\vec{B}\left(\vec{A},\nabla\varphi\right)+\varphi\left(\vec{A},\nabla\right)\vec{B}$;

б) $\vec{C}\cdot\nabla\left(\vec{A},\vec{B}\right)=\vec{A}\cdot\left(\left(\vec{C},\nabla\right),\vec{B}\right)+\vec{B}\cdot\left(\left(\vec{C},\nabla\right),\vec{A}\right)$;

в) $\left(\vec{C},\nabla\right)\left[\vec{A},\vec{B}\right]=\left[\vec{A},\left(\vec{C},\nabla\right)\vec{B}\right]-\left[\vec{B},\left(\vec{C},\nabla\right)\vec{A}\right]$.

23. Найти результат действия векторных дифференциальных операций:

а) $\operatorname{div}(\varphi\operatorname{grad}\varphi)$;

б) $\operatorname{rot}(\varphi\operatorname{grad}\psi)$;

в) $\operatorname{rot}\left[\vec{A},\operatorname{rot}\vec{B}\right]$.

24. Найти векторные линии векторных полей:

а) $\vec{A}\left(\vec{x}\right)=2y\,\vec{e}_1+6x\,\vec{e}_2$;

б) $\vec{A}\left(\vec{x}\right)=2x\,\vec{e}_1+3y\,\vec{e}_2$;

в) $\vec{A}\left(\vec{x}\right)=2y\,\vec{e}_2+6z\,\vec{e}_3$.

25. Найти циркуляцию векторного поля $\vec{A}\left(\vec{x}\right)$ вдоль заданного замкнутого контура с заданной параметризацией:

а) $\vec{A}\left(\vec{x}\right) = y\,\vec{e}_1 - z\,\vec{e}_2 + x^2 y\,\vec{e}_3,$

$x = 2\cos t,\ y = \sin t,\ z = 1,\ t \in [0,\ 2\pi];$

б) $\vec{A}\left(\vec{x}\right) = z\,\vec{e}_1 - x\,\vec{e}_2 + yz\,\vec{e}_3,$

$x = 2\cos t,\ y = 6\sin t,\ z = 3,\ t \in [0,\ 2\pi];$

в) $\vec{A}\left(\vec{x}\right) = 4y\,\vec{e}_1 + x\,\vec{e}_2 + y\,\vec{e}_3,$

$x = \cos t,\ y = \sin t,\ z = 2 - \cos t - \sin t,\ t \in [0,\ 2\pi].$

26. Найти общее решение обыкновенного дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.

1) Решить уравнение $(1+y)dx - (1-x)dy = 0.$

2) Решить уравнение $\left(1+e^x\right)yy' = e^x.$

3) Решить уравнение $x\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{1+x^2} = 0.$

27. Найти общее решение уравнения с однородной правой частью.

1) Найти интегральные кривые уравнения $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}.$

2) Найти интегральные кривые уравнения $y' = \frac{y}{x} - 1.$

3) Найти интегральные кривые уравнения

$\left(x^2 + 2xy\right)dx + xydy = 0.$

28. Найти общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка. Если указаны начальные условия, то найти частное решение, удовлетворяющее начальному условию.

1) $(2x+1)\dfrac{dy}{dx}=4x+2y.$

2) $\dfrac{dy}{dx}-\dfrac{y}{1-x^2}-1-x=0,\ y(0)=0.$

3) $x\dfrac{dy}{dx}+y-e^x=0,\ y(a)=b.$

4) $\dfrac{dy}{dx}\cos^2 x+y=\operatorname{tg}x,\ y(0)=0.$

5) $\dfrac{dy}{dx}-\dfrac{y}{x\ln x}=x\ln x,\ y(e)=\dfrac{e^2}{2}.$

6) $\dfrac{dy}{dx}-y\operatorname{tg}x=\cos x,\ y(0)=0.$

7) $\dfrac{dy}{dx}+y\cos x=e^{\sin x},\ y(0)=0.$

8) $x\dfrac{dy}{dx}+y=x^2.$

9) $x^2\dfrac{dy}{dx}-2xy=3.$

10) $x^2\dfrac{dy}{dx}-2xy=3y.$

11) $\dfrac{dy}{dx}-ay=e^{bx}.$

29. Найти общее решение линейного однородного обыкновенного дифференциального уравнения порядка выше второго.

1) $\dfrac{d^3y}{dx^3}-8y=0.$ 2) $\dfrac{d^4y}{dx^3}-y=0.$ 3) $\dfrac{d^4y}{dx^4}-5\dfrac{d^2y}{dx^2}+4y=0.$

4) $\dfrac{d^4y}{dx^4}+\dfrac{d^3y}{dx^3}+8\dfrac{d^2y}{dx^2}+8\dfrac{dy}{dx}+4y=0.$

5) $\dfrac{d^5y}{dx^5}-6\dfrac{d^4y}{dx^4}+9\dfrac{d^2y}{dx^2}=0.$

30. Найти общее решение линейного неоднородного обыкновенного дифференциального уравнения.

1) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-4y=-12x^2+6x-4.$

2) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-2\dfrac{dy}{dx}+y=4e^x.$

3) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-2\dfrac{dy}{dx}-3y=-4e^x+3.$

4) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+\dfrac{dy}{dx}=6\sin 2x.$

5) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-\dfrac{dy}{dx}+y=-13\sin 2x.$

31. Найти общее решение однородных систем ОДУ методом Эйлера.

1) $\begin{cases}\dfrac{dy^1}{dt}-2y^1+3y^2=0,\\ \dfrac{dy^2}{dt}-3y^1-2y^2=0.\end{cases}$ 2) $\begin{cases}\dfrac{dy^1}{dt}-2y^1+3y^2=0,\\ \dfrac{dy^2}{dt}-3y^1-2y^2=0.\end{cases}$

3) $\begin{cases}\dfrac{dy_1}{dt}-4y_1+y_2=0,\\ \dfrac{dy_2}{dt}-3y_1-y_2+y_3=0,\\ \dfrac{dy_3}{dt}-y_1-y_3=0.\end{cases}$ 4) $\begin{cases}\dfrac{dy_1}{dt}+y_1-y_2-y_3=0,\\ \dfrac{dy_2}{dt}-y_1+y_2-y_3=0,\\ \dfrac{dy_3}{dt}-y_1-y_2+y_3=0.\end{cases}$

5) $\dfrac{d}{dt}|y\rangle=A|y\rangle,\ |y\rangle=\begin{pmatrix}y_1\\ y_2\\ y_3\end{pmatrix},\ A=\begin{pmatrix}1 & -1 & -1\\ 1 & 1 & 0\\ 3 & 0 & 1\end{pmatrix}.$

6) $\dfrac{d}{dt}|y\rangle = A|y\rangle,\ |y\rangle = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix},\ A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$

32. Решить неоднородные системы ОДУ методом Лагранжа.

1) $\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} - y_2 = \cos t, \\ \dfrac{dy_2}{dt} + y_1 = 1. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} - 2y_1 + 4y_2 = 4e^{-2t}, \\ \dfrac{dy_2}{dt} - 2y_1 + 2y_2 = 0. \end{cases}$

3) $\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} - 2y_1 - y_2 + 2y_3 = -t + 2, \\ \dfrac{dy_2}{dt} + y_1 = 1, \\ \dfrac{dy_3}{dt} - y_1 - y_2 + y_3 = -t + 1. \end{cases}$

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

Б1.О.10 ФИЗИКА

Направление подготовки
05.03.01 Геология

Направленность (профиль)
Гидрогеология, инженерная геология и геоэкология

Квалификация выпускника – бакалавр

год набора: 2023

Автор: Глаголева Ю.В., к.ф.-м.н., Куриченко А.А., к.ф.-м.н.

Одобрена на заседании кафедры	Рассмотрена методической комиссией факультета
Физики	Геологии и геофизики
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____	Председатель _____
(подпись)	*(подпись)*
Зайцев Д.В.	Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 10 от 08.09.2022	Протокол № 1 от 13.09.2022
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

Содержание

Требования к оформлению отчета по лабораторным работам..……. ……4

Определение плотности твердого тела правильной геометрической формы…….5

Определение скорости полёта пули при помощи баллистического маятника…….10

Определение момента инерции системы тел……15

Динамическое определение массы с помощью инерционных весов……. 21

Определение модуля Юнга твердых тел динамическим методом …… 26

Определение модуля сдвига по крутильным колебаниям…… 32

Определение массы моля и плотности воздуха……..38

Определение отношения теплоемкости газа при постоянном давлении к теплоемкости газа при постоянном объеме……...42

Определение коэффициента поверхностного натяжения жидкости методом отрыва кольца……....48

Определение коэффициента динамической вязкости жидкости по методу Стокса……. 54

Литература…….61

Студенты должны приходить на лабораторные занятия, изучив руководство к лабораторной работе, с заготовкой отчета содержащей пункты 1 – 6 .Таблицы в заготовке отчета заполняются по мере выполнения работы. Полученные данные необходимо показать преподавателю для проверки.

Требования к оформлению отчета по лабораторным работам

Отчет по лабораторным занятиям должен содержать следующее :

1. фамилию и инициалы студента, индекс группы, дату выполнения работы;
2. наименование выполняемой работы;
3. цель работы, краткую теорию, основные расчетные формулы;
4. характеристики используемых приборов сводятся в таблицу «Используемые приборы»:

Таблица

Наименование прибора	Пределы измерения прибора	Цена наименьшего деления

5. эскиз или схема установки;
6. таблицу результатов измерений;
7. расчет искомой величины;
8. расчет погрешностей;
9. запись окончательного результата в виде:

$$a = < a > \pm < \Delta a >$$

10. анализ результатов и краткие выводы, содержащие сравнение полученных результатов с табличными значениями.

Лабораторная работа № 1

Определение плотности твердого тела правильной геометрической формы

Цель работы : определение плотности твердого тела правильной геометрической формы, ознакомление с устройством и правилами работы с измерительными инструментами.

Краткая теория

Плотность определяется отношением массы однородного тела к его объему :

$$\rho = \frac{m}{V}, \qquad (1.1)$$

т.е. плотность численно равна массе единицы объема тела.

В данной работе исследуемое тело имеет форму цилиндра, следовательно, объем его выразится формулой

$$V = \frac{\pi d^2}{4} h, \qquad (1.2)$$

где d – диаметр,

h – высота цилиндра.

Подставляя это значение в уравнение (1.1.) , получим выражение для вычисления плотности :

$$\rho = \frac{4m}{\pi d^2 h}, \qquad (1.3)$$

Из полученного соотношения (1.3) следует, что для определения ρ нужно измерить значения m, d, h .

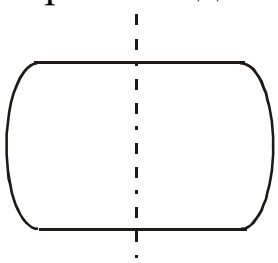
Выполнение работы.

Приборы и материалы: весы, штангенциркуль, микрометр, исследуемое тело (цилиндрической формы).

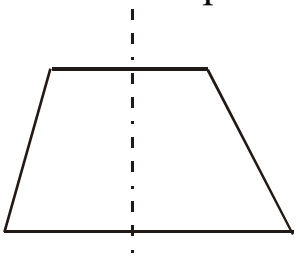
Порядок выполнения работы.

1. Взвешивают тело на весах . Правила взвешивания приложены к весам. Результат заносят в таблицу 1.1.

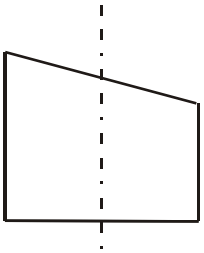
2. Известно , что исследуемое тело вращения (цилиндр) , невозможно изготовить идеальной формы. При механической обработке детали возникают погрешности формы , например :



Бочкообразность



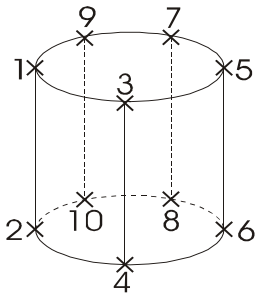
Конусность



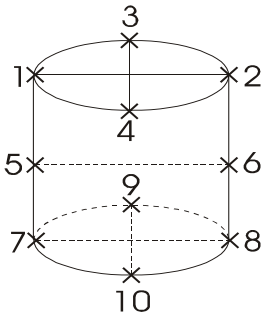
Не параллельность оснований

Поэтому для точного определения объема образца V , при планировании эксперимента важно правильно выбрать сечения для снятия размеров d и h .

Например : при определении h рекомендуется последовательно поворачивая образец проводить измерения длин образующих 1-2, 3-4, 5-6, 7-8, 9-10 .



При определении диаметра d рекомендуется проводить измерения в следующем порядке 1-2, 3-4, 5-6, 7-8, 9-10 :



При дальнейшей обработке результатов измерений, средняя арифметическая величина размеров h и d считается наиболее близкой к истинной .

Штангенциркуль

Штангенциркули позволяют производить отсчет линейных размеров с точностью до 0,05 мм. Штангенциркулем измеряют высоту тела. Для этого зажимают цилиндр между ножками штангенциркуля и по положению нуля нониуса отсчитывают по линейке – (масштабу) целое число миллиметров. Далее смотрят, какое деление нониуса совпадет с каким делением масштаба .

Пример : на рис.1.1 нуль нониуса перешел за 40 мм масштаба и 6 деление нониуса совпадает с одним из делений масштаба. Следовательно, высота цилиндра 40,30 мм.

Рис.1.1. Штангенциркуль

Микрометр

Прибор для измерения линейных размеров. На барабане микрометра нанесено 50 делений, следовательно для получения значения точности измерений указанной на приборе (0,01 мм) каждый миллиметр нижней шкалы поделен пополам рисками верхней шкалы : $\frac{0{,}5мм}{50дел.} = 0{,}01мм$.

При проведении измерений :

а) Если кромка барабана не перешла за риску верхней шкалы , то размер = число делений нижней шкалы + число делений шкалы барабана.

б) Если кромка барабана перешла за риску верхней шкалы ,то размер = число делений нижней шкалы + 0,5 мм + число делений шкалы барабана. Пример (рис.1.2). Микрометром измеряют диаметр тела. Измеряемое тело зажимают между опорной пятой и винтом (рис.1.2) . На головке винта находится трещетка, за которую и следует вращать винт. По линейной шкале отсчитывают деление, за которое перешла кромка барабана. На рис.1.2 это 11,50 мм.

Рис.1.2 Микрометр

Затем определяют деление барабана, которое совпало с продольным штрихом линейной шкалы (35 деление на рис.1.2)

Следовательно, так как каждое деление барабана равно 0,01 мм, диаметр цилиндра будет : 11,50 мм + 0,35 мм = 11,85 мм.

2. Высоту и диаметр цилиндра измеряют пять раз. Из пяти результатов измерений находят среднее значения величины и вычисляют погрешности. Результаты измерений и вычислений записываются в таблицу 1.1.

При подсчете средней величины погрешности, значения погрешностей берутся по модулю , т.к. согласно нормальному распределению Гаусса равновероятно получение положительной либо отрицательной погрешности. При последующем суммировании с учетом знака результат будет равен 0 , что не соответствует действительности.

При записи окончательного результата следует учитывать, что точность не может превышать точность результатов, полученных при измерениях.

Таблица 1.1
Результаты измерений

Измерения	h , *мм*	Δh, *мм*	d , *мм*	Δd, *мм*	m , *г*	Δm, *г*
1						
2						
3						
4						

5						
средние значения	$\overline{h}=$	$\overline{\Delta h}=$	$\overline{d}=$	$\overline{\Delta d}=$		

Плотность тела рассчитывается по формуле (1.3), в которой для величин диаметра и высоты берутся средние значения из таблицы 1.1.

Вычисление погрешностей и окончательный результат

Относительная погрешность определения плотности:

$$E_\rho = \frac{\overline{\Delta\rho}}{\overline{\rho}} = \frac{\Delta m}{m} + 2\frac{\overline{\Delta d}}{\overline{d}} + \frac{\overline{\Delta h}}{\overline{h}} \ . \qquad (1.4)$$

Абсолютная погрешность:

$$\overline{\Delta\rho} = E_\rho \overline{\rho} \, . \qquad (1.5)$$

Окончательный результат :

$$\rho = \overline{\rho} \pm \overline{\rho} \, . \qquad (1.6)$$

Сравнением полученного результата с табличными значениями плотности твердых тел определяют материал из которого изготовлен цилиндр.

Записывают выводы.

Контрольные вопросы

1. Что называется плотностью тела ?
2. Вывести расчетную формулу определения плотности цилиндра.
3. Пояснить порядок выполнения работы.
4. Какие измерения в данной работе относятся к прямым , какие к косвенным ?
5. Как вычисляются абсолютная и относительная погрешности при многократных и однократных измерениях ?
6. Вывести формулу для относительной погрешности при определении плотности тела в данной работе.
7. Сравните относительные погрешности прямых измерений в данной работе. Неточность измерений какой величины (*m, h* или *d*) дает наибольший вклад в погрешность определения плотности ?

Лабораторная работа № 2

Определение скорости полёта пули при помощи баллистического маятника

Цель работы : Определение скорости полёта пули при помощи баллистического маятника.

Краткая теория

Скорость полёта пули обычно достигает значительной величины: у духового ружья она составляет 150-200 м/с ,а у боевой винтовки 1000 м/с. Поэтому прямое измерение скорости т.е. определение времени, за которое пуля проходит известное расстояние, требует специальной аппаратуры. Много проще измерить скорость пули косвенными методами, среди которых широко распространены методы, основанные на неупругом соударении, т.е. соударении, в результате которого сталкивающиеся тела соединяются вместе и продолжают движение как целое.

Пусть летящая пуля испытывает неупругий удар со свободным неподвижным телом значительно большей массы. После удара тело и пуля начинают двигаться вместе, причём их скорость во столько раз меньше скорости пули, во сколько раз масса пули меньше массы тела (этот результат легко получить с помощью закона сохранения количества движения). Если теперь определить сравнительно небольшую скорость тела с пулей, то легко можно вычислить и скорость полёта пули.

Используемый в настоящей работе баллистический маятник представляет собой небольшую цилиндрическую коробку, заполненную вязким веществом (глиной с глицерином или пластилином) и укреплённую на стержне жёстко соединённом с осью вокруг которой маятник может совершать свободные колебания.

Со стороны пушки коробка маятника открыта и пуля проникания внутрь застревает в вязкой среде, теряя свою начальную скорость, сообщает маятнику импульс, под действием которого он отклоняется от исходного вертикального положения на угол α.

Выстрел пулей производится из небольшой пружинной пушки: нажимая на рычаг, освобождают сжатую пружину, которая выбрасывает пулю в направлении коробки маятника.

В данной работе для определения скорости полёта пули используются два физических закона: закон сохранения импульса для замкнутых систем (в замкнутой системе тел полный импульс системы не изменяется со временем) и закон сохранения энергии (полная энергия консервативной системы тел не изменяется со временем).

Для рассмотрения прямого центрального неупругого соударения двух тел запишем закон сохранения импульса:

$$m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2 = m_1\vec{V} + m_2\vec{V}, \qquad (2.1)$$

где m_1 - масса пули ;

m_2 - масса маятника ;

V_1 - скорость пули до соударения ;

V_2 - скорость маятника до соударения ;

V - скорость пули и маятника в первый момент после удара.

Так как до соударения маятник находился в покое ($V_2=0$), то слагаемое $m_2V_2=0$ и уравнение (2.1) можно записать в виде:

$$m_1\vec{V}_1 = (m_1 + m_2)\vec{V}. \qquad (2.2)$$

С другой стороны к пуле застрявшей в маятнике и маятнику может быть применён закон сохранения и превращения энергии для данной системы имеем :

$$\frac{(m_1 + m_2)\cdot V^2}{2} = (m_1 + m_2)gh, \qquad (2.3)$$

где $g=9{,}81\ м/с^2$.

Левая часть этого уравнения даёт выражение для кинетической энергии системы в первый момент после удара, а правая для потенциальной энергии системы в момент достижения наибольшего отклонения маятника где g означает ускорение свободного падения, а h высоту подъёма центра тяжести маятника с пулей (рис.2.1)

Решая совместно уравнения (2.2) и (2.3) выразим скорость полета пули до соударения:

$$V_1 = \frac{(m_1 + m_2)}{m_1}\sqrt{2gh}. \qquad (2.4)$$

Между высотой h и углом отклонения, как видно из рис.1, существует простая связь:

$$h = a - a\cdot\cos\alpha = 2a\sin^2\frac{\alpha}{2}. \qquad (2.5)$$

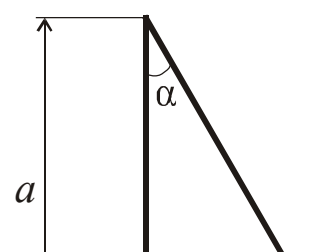


Рис. 2.1. Схема отклонения маятника

Если принять во внимание малость величины угла отклонения α , то можно с некоторым приближением считать имеющим место равенство:

$$\sin\frac{\alpha}{2} \approx \frac{l}{2a}. \qquad (2.6)$$

И высоту h представить, подставив (2.6) в (2.5), как

$$h = \frac{l^2}{2a}. \qquad (2.7.)$$

Выражение для скорости пули (подставив (2.7) в (2.4)) примет вид:

$$V_1 = \frac{(m_1 + m_2)}{m_1} l_0 \sqrt{\frac{g}{a}}, \qquad (2.8.)$$

где a – расстояние от оси вращения до центра тяжести маятника с пулей ; l_0 - длина дуги , стягивающей угол α .

В этой формуле не учитываются силы, которые делают колебания маятника затухающими, а именно сила трения в опорах маятника и сопротивление воздуха.

Для их учёта, сделав отсчёт максимальной амплитуды первого отклонения (l) при выстреле не останавливая маятник, дают ему сделать 10 полных колебаний ($n=10$) и отсчитывают амплитуду последнего (десятого) колебания
(l_1) .

Счёт полных колебаний производят с момента наибольшего отклонения, которое наблюдается вслед за выстрелом . Уменьшение амплитуды за n полных колебаний будет $(l - l_1)$, а поправка за четверть периода на трение будет:

$$k = \frac{l - l_1}{4n}. \qquad (2.9)$$

Отклонение маятника при выстреле с учётом поправки на трение будет равно:

$$l_0 = l + k\,. \qquad (2.10)$$

Подставляя (6.10) в (6.8) получим окончательную формулу для определения скорости полёта пули:

$$V_1 = \frac{(m_1 + m_2)}{m_1}(l + k)\sqrt{\frac{g}{a}}\,. \qquad (2.11)$$

Выполнение работы

Приборы и материалы: баллистический маятник, пружинная пушка, металлическая пуля, технические весы с разновесами.

На весах определяют массу пули, массу коробки с вязким наполнителем. К массе коробки прибавляют массу стержня (указана на приборе). Выравнивают поверхность наполнителя, прикрепляют коробку к стержню. Устанавливают маятник указателем против нулевого деления шкалы.

Готовят пушку к выстрелу: сжимают пружину, вставляют пулю, прицеливаются и совершают выстрел.

Отсчёт отклонения маятника по шкале производят только в случае застревания в нём пули (если пуля отскочила или не попала в коробку, опыт следует повторить).

Когда пуля застряла в коробке, то один из наблюдателей должен записать значение максимального отклонения маятника. Далее представив возможность маятнику сделать десять полных колебаний записать величину отклонения десятого колебания. После этого извлечь пулю из коробки, выровнять поверхность наполнителя, повторить опыт, вытерев пулю.

Всего нужно произвести пять опытов (выстрелов) , а результаты измерений занести в таблицу.

Далее вычислить средние значения l , Δl , k , Δk и заполнить табл. 2.1.

Подставив средние значения величин l и k в формулу (2.11) и по средним значениям рассчитать среднее значение скорости полёта пули до соударения с препятствием.

Таблица 2.1

Результаты измерений

	Первоначальное отклонение маятника		Определение затуханий			
№	*l (см)*	*Δl (см)*	*l_1 (см)*	*n*	*k*	*Δk (см)*
1						
2						

3						
4						
5						
	$\bar{l}=$	$\overline{\Delta l}=$	$\overline{l_1}=$		$\bar{k}=$	$\overline{\Delta k}=$
$m_1=$; $\Delta m_1=$; $m_2=m_{коробки}+m_{стержня}=$; $a=$; $\Delta a=$; $\Delta m_2=\Delta m_{коробки}+\Delta m_{стержня}=$.						

Вычисление погрешностей

Относительная погрешность :

$$E=\frac{\overline{\Delta V_1}}{\overline{V_1}}=\frac{\Delta m_1+\Delta m_2}{m_1+m_2}+\frac{\Delta m_1}{m_1}+\frac{\overline{\Delta l}+\overline{\Delta k}}{\bar{l}+\bar{k}}+\frac{\Delta a}{2a}. \qquad (2.12)$$

Абсолютная погрешность :

$$\overline{\Delta V_1}=E\cdot\overline{V_1}. \qquad (2.13)$$

Окончательный результат:

$$V_{пули}=\overline{V_1}\pm\overline{\Delta V_1}. \qquad (2.14)$$

Записывают выводы.

Контрольные вопросы

1. Какая система тел называется замкнутой?
2. Формулировка закона сохранения импульса.
3. Какой удар называется упругим? неупругим? как выглядит запись закона сохранения импульса для каждого из них?
4. Формулировка закона сохранения и превращения энергии .
5. Как вычисляются погрешности измерений в данной работе.

Лабораторная работа № 3

Определение момента инерции системы тел

Цель работы : экспериментальное определение момента инерции системы тел и сравнение полученного результата с теоретически рассчитанным значением для этой же системы тел.

Краткая теория

При описании вращения твердых тел различной формы пользуются понятием – момент инерции (J). *Моментом инерции системы (тела) относительно данной оси называется скалярная физическая величина, равная сумме произведений масс n материальных точек системы на квадрат расстояния до рассматриваемой оси.*

$$J=\sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 \ , \qquad (3.1)$$ где

m_i – масса i – ой частицы твердого тела,

r_i - радиус-вектор вращения i – ой частицы относительно оси вращения.

В случае непрерывного распределения масс эта сумма сводится к интегралу: $J=\int r^2 dm$, где интегрирование производится по всему объему тела, величина J в этом случае есть функция положения точки с координатами x , y , z .

Расчет моментов инерции для некоторых тел правильной геометрической формы дает следующие табличные выражения:

1. Сплошной цилиндр, диск: $J=\frac{1}{2}mr^2$
2. Шар : $J=\frac{2}{5}mr^2$
3. Полый, тонкостенный цилиндр: $J=mr^2$

Момент инерции *(J)* системы твердых тел – величина аддитивная, равная сумме моментов инерции отдельных тел
(J_1 ; J_2 ; .... ; J_n) этой системы :

$$J=J_1+J_2+\ldots+J_n=\sum_{i=1}^{n} J_n \ . \qquad (3.2)$$

Воспользовавшись формулой (2.2) , момент инерции для системы тел можно записать в виде :

$$J_{системы} = J_{диска}+J_{вала}+J_{прилива} \ , \qquad (3.3)$$

$J_{шкива}$ в виду малости вклада не учитывается.

Теоретически момент инерции можно рассчитать , если тела имеют правильную геометрическую форму, именно так можно поступить в нашем случае :

$$J_{системы} = \frac{1}{2} m_{диска} r_{диска}^2 + \frac{1}{2} m_{вала} r_{вала}^2 + \frac{1}{2} m_{прилива} r_{прилива}^2 \quad . \qquad (3.4)$$

Момент инерции можно определить и опытным путем , используя второй закон динамики для вращательного движения. В соответствии с этим законом угловое ускорение
(ε) , с которым тело вращается вокруг неподвижной оси, прямо пропорционально вращательному моменту сил, действующих на тело, и обратно пропорционально моменту инерции тела:

$$\varepsilon = \frac{M}{J} \quad , \qquad (3.5)$$

где ε - угловое ускорение,

J - момент инерции.

M - момент сил, действующей на систему тел.

При постоянном моменте сил *(M = const)* тело вращается равнопеременно *(ε = const)* . Измерив величину углового ускорения , можно определить момент инерции системы тел.

$$J = \frac{M}{\varepsilon}. \qquad (3.6)$$

Экспериментальная установка (рис.3.1) состоит из массивного металлического диска A , который крепится на валу B при помощи прилива C. На деревянный шкив K наматывается нить, с закрепленным на ней сменным грузом массой $m_{гр}$.

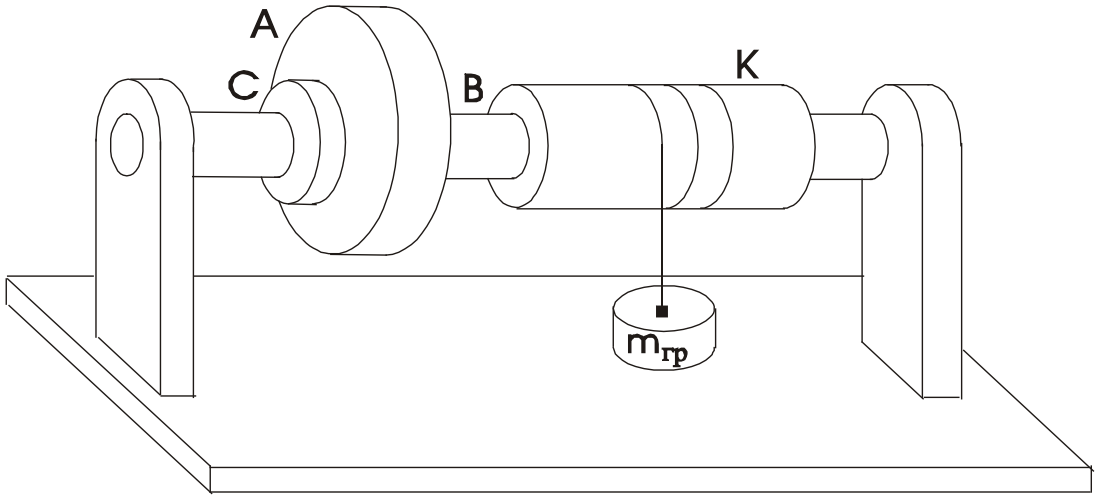


Рис.3.1 Общий вид установки

По третьему закону Ньютона, реакция нити N по модулю равна силе F, действующей на нить со стороны груза (рис.3.2). Под действием груза создается момент силы относительно оси вращения:

$$M=F\frac{D}{2} \quad , \qquad (3.7)$$

где F – модуль силы , приложенной посредством нити к шкиву,

D - диаметр деревянного шкива.

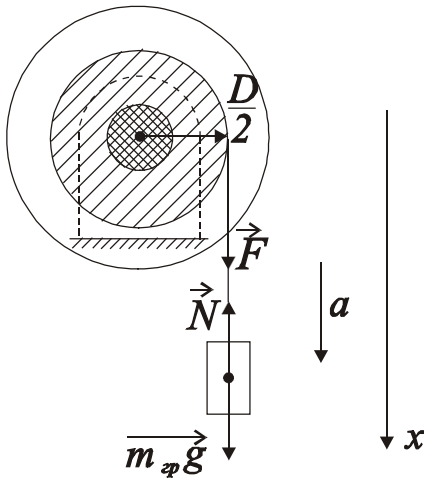


Рис.3.2
Схема приложения сил

Для нахождения величины силы F рассмотрим движение груза .

На груз действуют две силы: сила тяжести ($\overrightarrow{m_{гр}g}$) и сила реакции нити ($\vec{N}$).

Согласно второму закону динамики для поступательного движения, спроецировав вектора на ось x , можно записать для данного случая равенство:

$$m_{гр}a=m_{гр}g-N \quad , \qquad (3.8)$$

где a – линейное ускорение движения груза,

g – ускорение свободного падения (g = 9,81 м/с^2)

Отсюда выразим силу реакции нити :

$$N=m_{гр}(g-a) \quad . \qquad (3.9)$$

Перепишем выражение (3.7) для момента силы, подставив вместо F выражение для N :

$$M=m_{гр}(g-a)\frac{D}{2} \quad . \qquad (3.10)$$

Подставив выражение для M (3.10) в формулу (3.6) получим выражение для момента инерции :

$$J=\frac{D}{2\varepsilon}\, m_{гр}(g-a) \, . \qquad (3.11)$$

Угловое ускорение вращающейся системы , связано с линейным ускорением движения груза вниз , соотношением :

$$\varepsilon=\frac{2a}{D} \quad . \qquad (3.12)$$

Линейное ускорение груза , опускающегося с высоты h можно рассчитать из соотношения :

$$a=\frac{2h}{t^2} \quad . \qquad (3.13)$$

Подставив в формулу (3.11) для расчета момента инерции соотношение (3.12) и соотношение (3.13) получим искомую расчетную формулу для экспериментального определения момента инерции системы тел в окончательном виде :

$$J = \frac{D^2 t^2 \mathrm{m}_{\text{гр}}}{8h}(g - \frac{2h}{t^2}) \quad . \qquad (3.14)$$

Проведя расчеты и сравнив полученные значения момента инерции системы тел экспериментально и теоретически мы сможем написать вывод о проделанной работе.

Выполнение работы

Приборы и материалы: лабораторная установка (рис.3.1) , секундомер, штангенциркуль, линейка, набор грузов
(1, 2, 3 кг) .

Порядок выполнения работы :

1. Теоретически рассчитывают момент инерции системы тел. Для этого параметры диска, прилива и вала заносим в таблицу № 3.1 . По этим данным рассчитывают моменты инерции отдельных тел , их величины суммируют по формуле
(3.3) и заносят в таблицу № 3.1.

Таблица № 3.1

Данные для теоретического расчета момента инерции системы тел

тело	*масса (кг)*	*диаметр (м)*	*момент инерции (кг×м^2)*	
			отдельных тел	*системы тел*
Диск	*11,00 ± 0,01*	*0,243 ± 0,001*		
Прилив	*0,40 ± 0,01*			
Вал	*0,90 ± 0,01*			

2. Экспериментальное определение момента инерции этой же системы тел

Измеряют штангенциркулем диаметр деревянного шкива (Таблица № 3.2).

Прикрепляют конец нити к первому грузу m_1. Вращая диск наматывают нить на деревянный шкив, поднимая груз на высоту h = 1,25 м. Высоту подъема измеряют линейкой от пола до нижнего основания груза. Отпускают груз, предоставляя ему свободно опускаться на нити . Секундомером определяют время падения груза. Опыт повторяют три раза . В таблицу
№ 3.2 заносят три значения времени падения груза m_1 = 1 кг. Из трех значений рассчитывают среднее время , заносят его в таблицу. Опыт повторяют с грузами m_2 = 2 кг и m_3 = 3 кг, полученные данные заносят в таблицу № 3.2. Используя средние значения времени падения грузов, по формуле (3.14) рассчитывают три раза (соответственно трем значениям времени падения груза) момент инерции системы тел . Затем находят среднее значение момента инерции . Результаты заносят в таблицу № 3.2. Момент инерции деревянного шкива не учитывают в виду его малости.

Таблица № 3.2

Данные для экспериментального определения момента инерции системы тел

масса груза	*Время падения груза t (сек)*			*< t > (сек)*	*J (кг×м²)*	*ΔJ (кг×м²)*
m_1 = 1 кг						
m_2 = 2 кг						
m_3 = 3 кг						
Диаметр деревянного шкива D = *(м)*					*< J >=*	*<ΔJ>=*

Вычисление погрешностей и окончательный результат

Находят абсолютные погрешности ΔJ_1 , ΔJ_2 , ΔJ_3 моментов инерции , вычисленных для трех случаев , по ним определяют среднюю абсолютную погрешность $<\Delta J>$.

Относительная погрешность определения момента инерции :

$$E = \frac{\overline{\Delta J}}{\overline{J}} 100\% \quad . \qquad (3.15)$$

Окончательный результат :

$$J = \overline{J} \pm \overline{\Delta J} \quad . \qquad (3.16)$$

Проводят сравнение значений момента инерции системы тел определенных экспериментально и рассчитанных теоретически.

Записывают выводы.

Контрольные вопросы

1. Опишите установку, применяемую в данной работе.
2. Какие силы, приводящие систему в движение, действуют на груз ?
3. Сформулируйте основной закон динамики поступательного движения.
4. Сформулируйте основной закон динамики вращательного движения и поясните физический смысл входящих в этот закон величин.
5. Сделайте вывод расчетной формулы для экспериментального определения момента инерции.
6. Как можно теоретически рассчитать момент инерции ?
7. Вывести формулу относительной погрешности определения момента инерции диска при определении ее по формуле :
8. Изменится ли момент инерции системы при изменении массы подвешиваемых грузов ?

Лабораторная работа № 4

Динамическое определение массы с помощью инерционных весов

Цель работы : определение массы тела динамическим методом.

Краткая теория

Понятие о массе было введено Ньютоном при установлении им закона всемирного тяготения и законов динамики.

В законе тяготения масса тел рассматривается как источник и объект тяготения (тяготеющая масса), а в законах динамики – как мера инертности тел (инертная масса).

Рассмотрим два метода определения массы: статический и динамический.

При статическом методе масса тела может быть определена путем взвешивания, сравнением с эталоном массы в поле силы тяжести.

Про тела, уравновешивающие друг друга на равно- плечных весах, говорят, что они имеют равные веса, а так как вес пропорционален массе, то, следовательно, и одинаковые массы (тяготеющие).

Массу тела можно определить и из динамического действия силы, зная величину силы и ускорение, приобретаемое при этом телом. По второму закону Ньютона :

$$m = \frac{F}{a} \quad , \qquad (4.1)$$

откуда следует, что при действии одной и той же силы на тела различной массы ускорение будет различным. Чем больше сопротивление тела изменению состояния, то есть, чем больше масса, тем меньше ускорение , приобретаемое телом.

Для определения массы динамическим методом служат инерционные весы. Инерционные весы (рис.4.1) состоят из массивного основания и платформы , закрепленной на двух плоских пружинах.

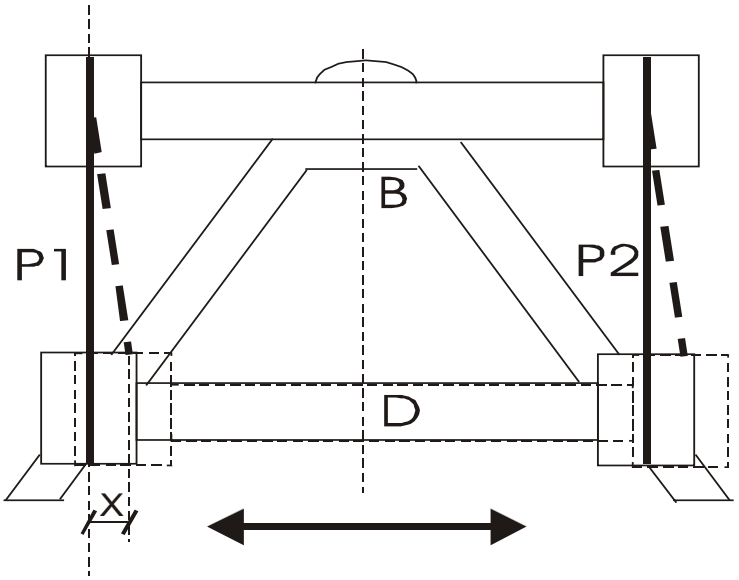


Рис.4.1 Инерционные весы (вид сверху)

Платформа может перемещаться в горизонтальной плоскости всегда стремясь занять положение равновесия за счет жесткости плоских пружин. Роль возвращающей силы F играет реакция упруго деформированных пружин подвеса платформы.

При изменении массы платформы жесткость пружин не изменяется, следовательно не изменяется величина возвращающей силы упругости F .

По закону Гука эта сила для упругих полос выражается уравнением :

$$F = -kx \quad , \tag{4.2}$$

где x - величина смещения платформы от положения равновесия ;

k - коэффициент упругости пружины , выражающий величину силы, которая вызывает смещение, равное единице.

Запишем уравнение гармонического колебательного движения для смещения в виде :

$$x = A\sin\omega \cdot t \quad , \tag{4.3}$$

где A - амплитуда колебаний;

ω - циклическая частота колебаний.

Скорость V и ускорение a при колебательном движении определяется по формулами :

$$V = \frac{dx}{dt} = A\omega\cos\omega \cdot t, \tag{4.4}$$

$$a = \frac{dV}{dt} = -A\omega^2 \sin\omega \cdot t. \tag{4.5}$$

Учитывая, что $\omega = \frac{2\pi}{T}$, где T - период колебаний, т.е. время одного полного колебания, получим :

$$a = -\omega^2 x = -\frac{4\pi^2}{T^2}x \ . \tag{4.6}$$

Знак минус означает, что ускорение a и упругая сила F в колебательном движении всегда направлены противоположно смещению x. Подставив F и a в выражение для второго закона Ньютона (4.1), получим :

$$m = \frac{kT^2}{4\pi^2} \ . \tag{4.7}$$

Зная период колебаний T и коэффициент упругости k, который для данных пластин есть величина постоянная, можно определить массу платформы с находящимся на ней грузом.

Если массу m рассматривать как сумму масс платформы m_0 и груза m_x, то можно написать :

$$m_x = \frac{kT^2}{4\pi^2} - m_0 \ . \tag{4.8}$$

В нашем случае величины k и m_0 не известны, поэтому определение массы данного нам груза проведем с помощью инерционных весов и тарировочного графика построенного опытным путем (рис.4.2).

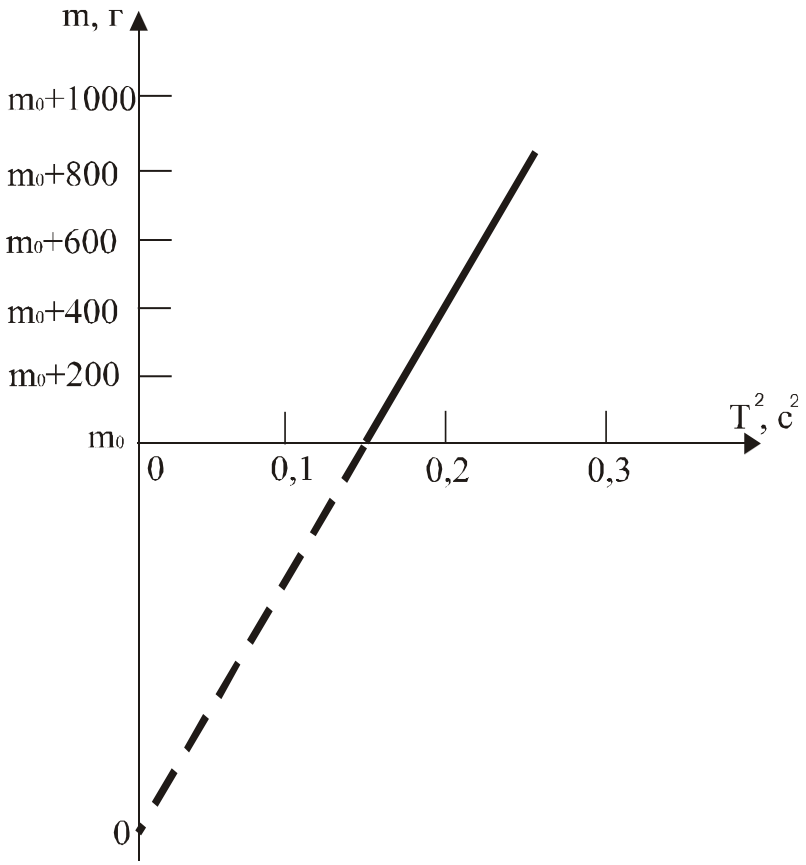


Рис.4.2 График зависимости между квадратом периода колебаний и массой платформы

Выполнение работы

Приборы и материалы: инерционные весы, пластина неизвестной массы, секундомер, набор грузов .

Порядок выполнения работы

Приводят в движение платформу весов с таким расчетом, чтобы амплитуда колебаний не превышала 1 см.

Наблюдая за колебаниями платформы, отсчитывают 50 колебаний . С последним отсчетом останавливая секундомер.

Опыт повторяют три раза, результаты записывают в таблицу 4.1. Находят среднее время 50 колебаний ($\bar{t}$) и период колебаний :

$$T = \frac{\bar{t}}{n} \quad , \qquad (4.9)$$

где n - число колебаний .

Нагружая платформу последовательно : грузами 200, 400, 600, 800, 1000 г тем же способом определяют соответственно периоды колебаний платформы.

Убрав тарировочные грузы нагружают платформу грузом неизвестной массы и снова определяют период колебаний.

Во всех случаях, наблюдения проводят не менее трех раз, из которых находят среднее время 50 колебаний и значение периода колебаний для каждого груза на платформе.

По данным таблицы вычерчивают тарировочный график, откладывая по оси ординат значения массы платформы с грузами m , а по оси абсцисс соответственно значения квадрата периода колебаний платформы с грузами (рис.4.2).

Массу неизвестного груза определяют по графику, используя найденное значение квадрата периода его колебаний вместе с платформой .

Таблица 4.1

Результаты измерений

Масса платформы с грузами m *, г*	*Время 50 колебаний* t *, с*			$\bar{t}$ *, с*	T *, с*	T^2 *, с²*
	1	*2*	*3*			
пустая (без грузов)						
+ 200						
+ 400						
+ 600						
+ 800						
+ 1000						
+ m_x						

По графику можно определить и массу платформы m_0. Для этого прямую, выражающую график, проводят до пересечения с осью ординат, что дает начало отсчета по оси масс.

Измеряя отрезок от *0* до m_0 в масштабе, выбранном для массы, находят массу платформы.

Записывают выводы.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение массы и веса тела.
2. Есть ли разница между тяготеющей и инертной массой ?
3. Сформулируйте второй закон Ньютона и закон Гука, поясните физический смысл коэффициента упругости.
4. Под действием какой силы получается колебательное движение платформы ?
5. Чем характеризуется простое гармоническое колебание?
6. Указать, в каких точках пути при колебании платформы ускорение и скорость наибольшие по величине.
7. Что называют периодом колебания и как он определяется в данной работе?
8. Запишите формулы для нахождения периодов математического, физического и пружинного маятников.
9. Как определяется масса тела с помощью инерционных весов ?

Лабораторная работа № 5

Определение модуля Юнга твердых тел динамическим методом

Цель работы: Определение модуля Юнга, ознакомление со способом определения модуля Юнга методом стоячих волн.

Краткая теория

Закон Гука. Деформации растяжения и сжатия. Модуль Юнга.

Выясним количественную связь между силами, приложенными к твёрдому телу, и возникающим в нём деформациями. Решение задач подобного рода в теории упругости основано на законе Гука.

Возьмём круглый стержень длиной L, диаметром d и площадью поперечного сечения S. Пусть один конец стержня закреплён, а к другому приложена растягивающая сила $\vec{F}$. Величина растягивающей силы $\vec{F}$, отнесённая к единице площади S, называется напряжением P

$$P = \frac{F}{S} \quad . \qquad (5.1)$$

Под действием силы $\vec{F}$ длина стержня станет L_1 , следовательно, $\Delta L = L_1 - L$.

Опытным путём установлено, что чем больше величина F, тем больше величина растяжения стержня.

Закон Гука - основной закон теории упругости, гласит: *при малых деформациях величина деформации пропорциональна напряжению.*

При больших деформациях закон Гука не выполняется. В образцах возникают остаточные деформации либо разрыв.

Таким образом, если справедлив закон Гука, то

$$\Delta L = kL\frac{F}{S}, \qquad (5.2)$$

где k - коэффициент пропорциональности, зависящий от свойств материала образца. Принято пользоваться обратной величиной $E=1/k$.

Тогда

$$\Delta L = \frac{1}{E}L\frac{F}{S}, \qquad (5.3)$$

откуда

$$E = \frac{L}{\Delta L}\cdot\frac{F}{S}. \qquad (5.4)$$

Величина E называется модулем Юнга, модулем продольной упругости. Если при испытаниях на прочность предел упругости не перейдён , то E представляет постоянную величину, определяющую упругие свойства данного материала.

В технике значение модуля Юнга выражают в Паскалях , Па=Н/м^2 , например:

$E_{стали}$= 220 ГПа; $E_{железа}$=207,9 ГПА ; $E_{меди}$=(80 - 125)ГПа ;
$E_{свинца}$=18 ГПА; $E_{дерева}$=11 ГПа.

Динамический метод определения модуля Юнга

Если один конец стержня заставить испытывать периодические сжатия (растяжения) в направлении его длины, в стержне возникнут стоячие продольные волны. Стержень при этом начинает «звучать» – возникает явление резонанса.

Так как в нашей установке стержень в середине жёстко закреплен, в этой точке смещения отсутствуют, и в ней всегда будет находиться узел скоростей $V_{прод}$.

Максимальные колебания стержня (основной резонанс) наблюдаются при выполнении условия :

$$L = \frac{\lambda}{2}, \qquad (5.5)$$

где L - длина стержня;

λ - длина продольной волны.

При этом на концах стержня будут пучности и смещения (рис.5.1)

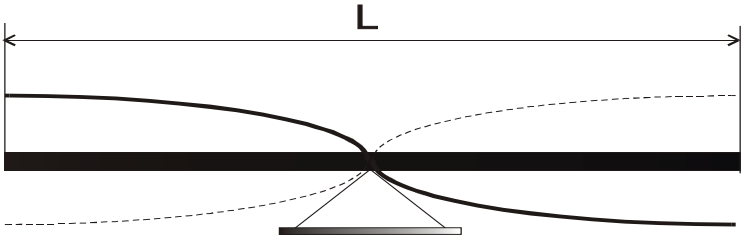


Рис. 5.1.Схема излучателя колебаний

так как

$$\lambda = \frac{V_{прод.}}{\nu}, \qquad (5.6)$$

где $V_{прод.}$ – скорость продольной волны в стержне.

ν - частота ,

то

$$V_{прод.} = \lambda \cdot \nu = 2L \cdot \nu . \qquad (5.7)$$

Следовательно, для нашего случая необходимо измерить:

1. Длину стержня L.
2. Длину продольной стоячей волны λ.

Скорость $V_{прод}$ продольной волны в стержне, размер поперечного сечения которого значительно меньше длины волны, определяется формулой :

$$V_{прод.ст} = \sqrt{\frac{E}{\rho_{ст}}}, \qquad (5.8)$$

где ρ - плотность материала стержня.

Следовательно, можно записать

$$E = V^2_{прод.ст} \cdot \rho_{ст} . \qquad (5.9)$$

Следует отметить, что значения модуля Юнга найденные в статическом и динамическом режимах, могут различаться.

Выполнение работы

Приборы и материалы : лабораторная установка, масштабная линейка, кожанка с канифолью.

В нашей работе для определения модуля Юнга используется метод стоячих волн.

Схема установки для наблюдения стоячих продольных звуковых волн приведена на рис.5.2.

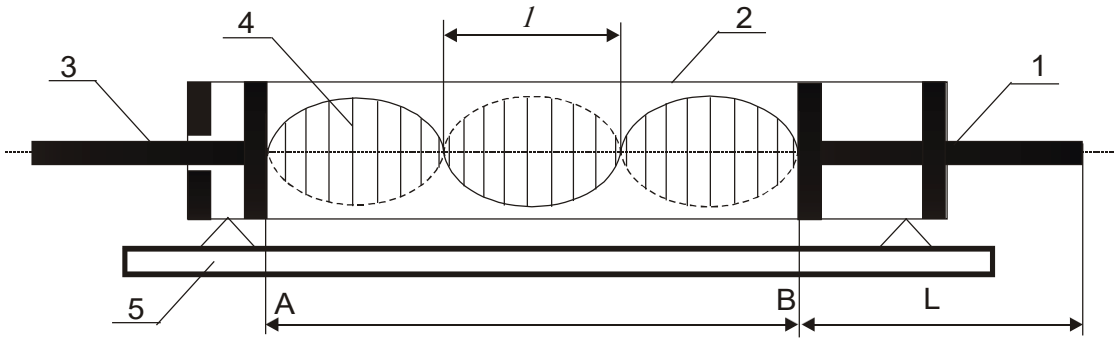


Рис.5.2. Схема установки :

1- медный стержень с поршнем (излучатель) ;
2- стеклянная трубка ;
3- стержень с подвижным поршнем ;
4- пробковые опилки ;
5- основание установки ;

L - длина исследуемого стержня ; l - расстояние между соседними узлами (пучностями)равное половине длины волны в воздухе

$$\lambda_в = 2l \quad . \qquad (5.10)$$

Стоячая волна образуется в промежутке AB, если на его длине укладывается целое число полуволн.

Продольные колебания получают в стержне , проводя по свободной стороне стержня кожанкой с канифолью. При этом поршень, на другом конце стержня, передаёт колебания столбу воздуха в трубке. При отражении от подвижного поршня волна идёт обратно. Если выполняется выше приведённое условие в промежутке АВ возникает стоячая волна, которую можно наблюдать визуально с помощью распределения в пространстве трубки пробковой крошки.

При возбуждении продольных волн в стержне можно записать

$$\lambda_{ст} = 2L \quad . \qquad (5.11)$$

Скорость звука в воздухе определяется по формуле

$$V_в = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}} , \qquad (5.12)$$

где $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = 1{,}4$ - показатель адиабаты (для воздуха);

$R = 8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot К}$ -универсальная газовая постоянная;

$\mu = 0{,}029$ *кг/моль* – молярная масса воздуха ;

T - абсолютная температура воздуха.

Известно, что при переходе звуковой волны из одной среды в другую, частота сохраняется постоянной

$$\nu = \frac{V}{\lambda} = const\ . \qquad (5.13)$$

Следовательно

$$\frac{\lambda_{ст}}{\lambda_{возд.}} = \frac{V_{прод.ст}}{V_{возд.}}\ . \qquad (5.14)$$

Преобразуем формулу

$$V_{прод.} = \frac{L}{l} \cdot \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}\ , \qquad (5.15)$$

используя соотношение запишем

$$E = V^2{}_{прод.ст.} \cdot \rho_{ст.} = \frac{L^2}{l^2} \cdot \frac{\gamma RT}{\mu} \cdot \rho_{ст.}\ , \qquad (5.16)$$

где $\rho_{ст.} = \rho_{меди} = 8{,}9 \cdot 10^3 \frac{кг}{м^3}$.

Порядок выполнения работы

Встряхиванием распределяют равномерным слоем пробковые опилки по длине промежутка *AB*. Для получения колебаний плавно проводят по свободному концу стержня (от середины к концу) кожанкой с канифолью. При правильном выполнении слышен чистый, высокий звук.

В момент «звучания» стержня перемещают подвижный поршень до образования устойчивых фигур из пробковой крошки.

Далее проводят все необходимые измерения параметров *L, l, T*.

Измерения проводят не менее трёх раз занося результаты в табл. 5.1 .

Таблица 5.1

Результаты измерений

l, м	*l, м*	*L, м*	*L, м*	*T, K*	ΔT *, K*

$\bar{l} =$	$\overline{\Delta l} =$	$\bar{L} =$	$\overline{\Delta L} =$		

Используя средние значения измеренных величин и справочные данные по формуле (5.16) , находят значение модуля Юнга для меди и сравнивают с табличным значением.

Вычисление погрешностей

Относительная погрешность:

$$\frac{\overline{\Delta E}}{\bar{E}} = 2\frac{\overline{\Delta L}}{\bar{L}} + \frac{\overline{\Delta T}}{T} + 2\frac{\overline{\Delta l}}{\bar{l}}. \qquad (5.17)$$

Абсолютная погрешность:

$$\overline{\Delta E} = \frac{\overline{\Delta E}}{\bar{E}} \cdot \bar{E}. \qquad (5.18)$$

Окончательный результат:

$$E = \bar{E} + \overline{\Delta E}. \qquad (5.19)$$

Сравнивают полученный результат с табличным значением.
Записывают выводы.

Контрольные вопросы

1. Что называется напряжением?
2. Сформулируйте закон Гука.
3. Опишите ход работы на лабораторной установке.
4. Что называется длиной волны?
5. Объясните расчётную формулу для определения значения модуля Юнга.
6. Выразите скорость звука в твёрдых телах через модуль Юнга.
7. Объясните формулу относительной погрешности .

Лабораторная работа № 6

Определение модуля сдвига по крутильным колебаниям

Целью работы является изучение деформации сдвига и кручения, определение модуля сдвига металлического стержня.

Краткая теория

Модуль упругости E (модуль Юнга), G (модуль сдвига), K (модуль объемной упругости) определяют жесткость материалов, то есть интенсивность увеличения напряжения по мере увеличения упругой деформации.

Механизм упругой деформации металлов состоит в обратимых смещениях атомов из положения равновесия в кристаллической решетке. Величина упругих деформаций в металлах не может быть большой, так как атомы в узлах решетки способны смещаться на небольшую долю межатомных расстояний.

Физический смысл модуля упругости состоит в том, что он характеризует сопротивляемость металлов упругой деформации, то есть смещению атомов из положения равновесия.

В отсутствии деформации атомы колеблются в узлах решетки у положений равновесия.

Если деформация не совпадает по направлению с напряжением (например при одноосном растяжении возникает трехосная деформация) , элементарный закон Гука заменяется обобщенным. Он устанавливает линейную связь между деформацией и напряжением в любых направлениях, то есть между компонентами тензора напряжений и тензора деформаций.

В работе использован один из распространенных методов экспериментального определения модуля сдвига цилиндрического стержня. Этот метод основан на связи, существующей между модулем сдвига, линейными размерами цилиндрического стержня и модулем кручения:

$$f = G\frac{\pi d^4}{32L}, \qquad (6.1)$$

где f – модуль кручения;

G – модуль сдвига;

d – диаметр стержня;

L – длина стержня .

Рассмотрим кратко механизм деформаций сдвига и кручения.

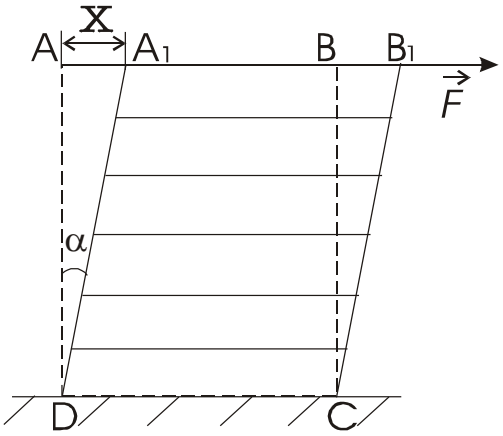


Рис. 6.1. Схема деформации сдвига

Если к верхнему основанию параллелепипеда *DABC* (рис.6.1), с закрепленным нижним основанием *DC* , приложить силу $\vec{F}$, к верхнему основанию и направленную по касательной к плоскости *AB*, то произойдет деформация параллелепипеда, называемая сдвигом.

При сдвиге отдельные горизонтальные тонкие слои, на которые мысленно разбивается параллелепипед, смещаются (сдвигаются) относительно друг друга в направлении действия силы. Отрезок AA_1 , обозначенный через *x*, называют абсолютным сдвигом. Отношение $\frac{x}{h}$ называют относительным сдвигом (где *h* – высота параллелепипеда). Из (рис.6.1) видно, что $\frac{x}{h} = tg\alpha$; ввиду малости величины относительного сдвига $tg\alpha$ заменяют на величину угла α, который называется углом сдвига. Тогда величина относительного сдвига запишется таким образом: $\frac{x}{h} = \alpha$.

Согласно опыту величина относительного сдвига прямо пропорциональна силе $\vec{F}$ и обратно пропорциональна площади основания *S*, то есть

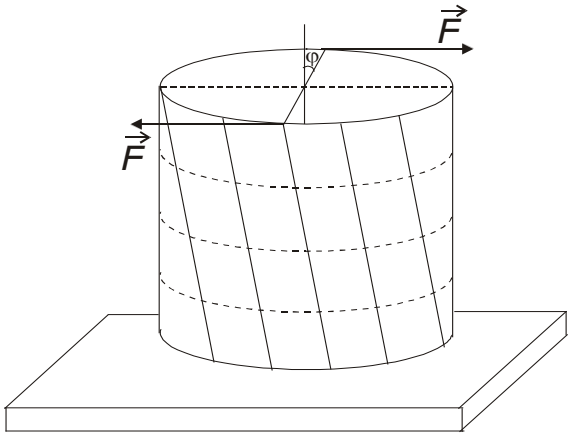
$$\alpha = \frac{1}{G} \cdot \frac{F}{S}. \qquad (6.2)$$

Величина *G* называется модулем сдвига. Экспериментально модуль сдвига *G* можно найти, определив модуль кручения *f* для исследуемого материала.

Деформация кручения стержня (цилиндра) сводится к сдвигам относительно друг друга бесконечно тонких сечений, на которые

можно мысленно разбить закручиваемый стержень (рис.5.2). Если один конец стержня жестко закрепить , то для закручивания другого конца на угол φ необходимо приложить к нему пару сил $\vec{F}$ - $\vec{F}$ с моментом $\vec{M}$. По закону Гука можно записать:

$$M = f \cdot \varphi, \qquad (6.3)$$



где f -модуль кручения, численно равный моменту пары сил, закручивающему стержень, деленному на единицу угла.

Рис.6.2. Схема деформации кручения

Если известен модуль кручения данного материального тела, то используя уравнение (6.1), можно рассчитать модуль сдвига.

Практически модуль кручения определяется по крутильным колебаниям исследуемого стержня, верхний конец которого жестко закреплен, а нижний соединен с диском, способным совершать крутильные колебания (рис.6.3).

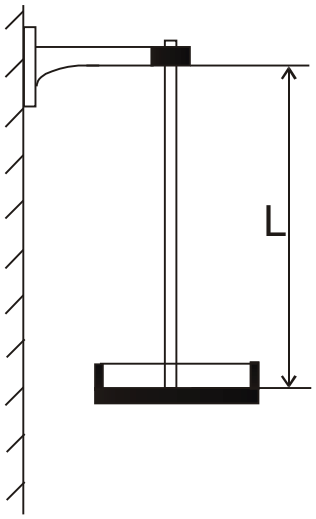


Рис.6.3. Схема установки

Диск поворачивается на некоторый угол φ и отпускается. Освобожденный диск совершает крутильные колебания, период которых, согласно теории, рассчитывается по формуле:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{f}}, \qquad (6.4)$$

где J - момент инерции диска и стержня.

В данном случае момент инерции вычислить довольно трудно, но можно определить его изменение при нагружении диска дополнительным грузом-кольцом. Для этого: обозначим через J_1- момент инерции стержня с диском без нагрузки (крутильный маятник), а через $J_2 = (J_1 + mR^2)$ - момент инерции с грузом в виде кольца. Тогда разность $J_2 - J_1 = mR^2$ будет выражать момент инерции кольца (где R - средний радиус кольца, m - масса кольца).

Соответственно периоды колебаний маятника без кольца и с кольцом можно записать в виде:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{J_1}{f}}, \qquad (6.5)$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{J_2}{f}} \quad , \qquad (6.6)$$

Возведя в квадрат оба эти выражения и взяв их разность выразим модуль кручения f:

$$f = \frac{4\pi^2 mR^2}{T_2^2 - T_1^2}. \qquad (6.7)$$

Подставив это выражение в (6.1) получим для модуля сдвига:

$$G = \frac{8\pi \cdot L}{r^4} \cdot \frac{mR^2}{T_2^2 - T_1^2} \quad , \qquad (6.8)$$

где $r = \frac{d}{2}$ - радиус стержня.

Выполнение работы

Приборы и материалы: крутильный маятник, секундомер, микрометр и миллиметровая линейка.

Измерения: миллиметровой линейкой измеряют длину стержня (L) три раза; микрометром измеряют диаметр стержня ($2r$) в трех различных точках; измеряют три раза средний диаметр кольца ($2R$).

Не нагружая маятник кольцом, приводят его в крутильные колебания, избегая качаний в стороны. Наблюдая за колебаниями маятника, запускают секундомер с отчетом «ноль», при

t_1 на их количество n_1:

$$T_1 = \frac{t_1}{n_1} \ . \qquad (6.9)$$

Далее нагружают диск кольцом и тем же способом определяют T_2 .

В обоих случаях наблюдения проводят не менее трех раз и рассчитывают средние значения для T_1 и T_2.

Результаты измерений заносят в таблицу 6.1.

Таблица 6.1
Результаты измерений

№	L	ΔL	r	Δr	R	ΔR	t_1	Δt_1	t_2	Δt_2	T_1	ΔT_1	T_2	ΔT_2
	см	*см*	*мм*	*мм*	*см*	*см*	*с*	*с*	*с*	*с*	*с*	*с*	*с*	*с*
1														
2														
3														
Сред. знач.														
m=					*Δm=±*									

По полученным данным с использованием формулы (6.8) рассчитывают величину модуля сдвига.

Вычисление погрешностей

Относительная погрешность :

$$E = \frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta L}{\overline{L}} + \frac{\Delta m}{\overline{m}} + 2\frac{\Delta \overline{R}}{\overline{R}} + 4\frac{\Delta \overline{r}}{\overline{r}} + 2\frac{\overline{T_2} \cdot \Delta \overline{T_2} + \overline{T_1} \cdot \Delta \overline{T_1}}{\overline{T_2^2} - \overline{T_1^2}} \ , \qquad (6.10)$$

где $\Delta \overline{T_1} = \frac{\Delta \overline{t_1}}{n}$, а $\Delta \overline{T_2} = \frac{\Delta \overline{t_2}}{n}$.

Абсолютная погрешность:

$$\Delta \overline{G} = E \cdot \overline{G} \ . \qquad (6.11)$$

Окончательный результат:

$$G = \overline{G} \pm \Delta \overline{G} \ . \qquad (6.12)$$

Сравнивают полученный результат с табличными значениями (табл. 6.2).

Записывают выводы.

Таблица 6.2

Константы упругости некоторых чистых металлов при комнатной температуре

металл	E, ГПа	G, ГПа	K, ГПа	ν
железо	217	89	172	0,28
никель	205	78	187	0,31
медь	125	46	142	0,34
алюминий	72	27	75	0,34
титан	108	41	127	0,34
кобальт	204	76	187	0,31
молибден	847	122	280	0,30

ν - коэффициент Пуассона, тогда

$E = 2G(1+\nu)$;

$E = 3K(1-2\nu)$.

Контрольные вопросы

1. Что называется деформацией тела? Виды деформации.
2. Сформулируйте закон Гука?
3. Что такое модуль сдвига?
4. Какой физический смысл модуля кручения?
5. Когда справедлив закон Гука ?

Лабораторная работа № 7

Определение массы моля и плотности воздуха

Цель работы : экспериментальное определение массы моля и плотности воздуха при нормальных условиях.

Краткая теория.

В системе СИ моль является единицей измерения количества вещества, находящегося в любом состоянии
(твердом, жидком, газообразном). В моле вещества содержится столько структурных единиц (атомов, молекул) , сколько имеется атомов в 0,012 кг изотопа углерода $_6C^{12}$. Это число атомов установленное опытным путем, называется числом Авогадро и равно $6{,}022 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$. Для однородных газов масса в килограммах численно равна молярному весу газа.
Для воздуха, как смеси газов , главным образом азота и кислорода, масса моля будет определяться массой , выраженной в килограммах, заключенной в объеме 22,4 м^3 при нормальных условиях (P_0 = 1атм.= $1{,}013 \cdot 10^5$ Па и T_0 = 273,16
К). Определение массы моля производится с использованием уравнения Менделеева-Клайперона :

$$PV = \frac{M}{\mu} RT \quad , \qquad (7.1)$$

где P – давление , при котором находится газ (Па),
V – объем, занимаемый газом (м^3),
M – масса газа в данном объеме (кг),
R – универсальная газовая постоянная ($R=8{,}31$ *Дж×моль/К*),
T – абсолютная температура (К),
при этом производится измерение физических величин , определяющих данное состояние, т.е. давления, температуры, объема и массы воздуха в этом объеме.

Определение массы воздуха в колбе (M) возможно только при полной откачке его из сосуда, что практически сложно осуществить .

Рассмотрим воздух в двух состояниях : при давлении P_1 (атмосферное) до откачки части воздуха и при давлении P_2 после откачки части воздуха из сосуда колбы с помощью форвакуумного насоса.

Уравнения для этих состояний запишем в виде:

$$P_1V = \frac{M'}{\mu} RT \quad , \qquad (7.2)$$

$$P_2V = \frac{M''}{\mu} RT \quad , \qquad (7.3)$$

где M' и M''- массы газа в сосуде до и после откачки воздуха, т.е. соответственно при давлениях P_1 и P_2. Объем колбы и температура среды в обоих случаях остаются постоянными.

Вычитая из первого уравнения второе получим :

$$(P_1 - P_2)V = (M' - M'')\frac{RT}{\mu} \quad . \qquad (7.4)$$

Очевидно, что изменение массы газа ($M' - M''$) равно разности (M_1 – M_2), где M_1 и M_2 массы колбы с газом до и после откачки воздуха. Исходя из этого уравнение (7.4) можно переписать :

$$(P_1 - P_2)V = (M_1 - M_2)\frac{RT}{\mu} \quad , \qquad (7.5)$$

откуда

$$\mu = \frac{(M_1 - M_2)RT}{(P_1 - P_2)V} = \frac{(M_1 - M_2)RT}{P_м V} \quad , \qquad (7.6)$$

где за $(P_1 – P_2)$ принимают показание манометра в конце цикла откачки воздуха из колбы.

Выполнение работы

Приборы и материалы : технические весы, набор разновесов, колба с краном, форвакуумный насос, манометр, термометр.

Порядок выполнения работы :

1. Определив точность технических весов, взвешиванием находят массу колбы M_1 при открытом кране (заносим в таблицу 7.1).
2. Откачивают воздух из колбы до минимально возможного давления P_2 , записывают показание манометра в таблицу ($P_м$) и одновременно закрывают кран колбы.
3. Колбу с откаченным воздухом взвешивают и таким образом определяют M_2 (заносят в таблицу 7.1).
4. По комнатному термометру (со шкалой Цельсия) отсчитывают температуру. При проведении вычислений температура переводится в градусы Кельвина.
5. Объем V и относительная ошибка $\Delta V/V$ указаны на чехле колб.

Полученные значения заносят в таблицу 7.1:

Таблица 7.1
Результаты измерений

M_1(кг)	M_2(кг)	$\Delta M_1 = \Delta M_2$	$P_м$(Па)	$\Delta P_м$(Па)	V($м^3$)	$\Delta V/V$	$t(^0C)$	$\Delta t(^0C)$

Расчет искомых величин

По полученным данным вычисляют массу моля воздуха по формуле (7.6).

Определив массу моля , вычисляют плотность воздуха ρ применяя формулу :

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{P\mu}{RT} \quad . \qquad (7.7)$$

Подставляя вместо P и T величины соответствующие нормальным условиям , т.е. P_0 = 1 атм.=1,013·10^5 Па и T_0 = 273,16 К находят плотность воздуха при нормальных условиях:

$$\rho_0 = \frac{P_0\mu}{RT_0} \quad . \qquad (7.8)$$

Вычисление погрешностей

Относительную погрешность при определении массы моля вычисляют по формуле :

$$E_\mu = \frac{\Delta\mu}{\mu} = \frac{\Delta M_1 + \Delta M_2}{M_1 - M_2} + \frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta P}{P_м} + \frac{\Delta V}{V} \quad . \qquad (7.9)$$

Погрешности ΔM_1 и ΔM_2 , получающиеся при взвешивании берутся равными половине цены наименьшего деления (точности) весов, а погрешности ΔT и ΔP принимаются равными половине цены наименьшего деления термометра и манометра.

Абсолютная погрешность определения массы моля :

$$\Delta\mu = E_\mu\mu \quad . \qquad (7.10)$$

Относительную погрешность при определении плотности воздуха :

$$E_\rho = \frac{\Delta\rho_0}{\rho_0} = \frac{\Delta P_0}{P_0} + \frac{\Delta\mu}{\mu} + \frac{\Delta T_0}{T_0} \quad . \qquad (7.11)$$

Ввиду того, что P_0 и T_0 не измеряются, а заданы, то $\Delta P_0 = 0$ и $\Delta T_0 = 0$. Поэтому получаем

$$E_\rho = \frac{\Delta\rho_0}{\rho_0} = \frac{\Delta\mu}{\mu} = E_\mu \quad , \qquad (7.12)$$

отсюда

$$\Delta\rho_0 = \rho_0 E_\rho \quad . \qquad (7.13)$$

Окончательный результат :

$$\mu_{воздуха} = \mu \pm \Delta\mu \quad , \tag{7.14}$$

$$\rho_{воздуха} = \rho_0 \pm \Delta\rho_0 \quad . \tag{7.15}$$

Сравнивают полученные результаты с табличными значениями. Записывают выводы.

Контрольные вопросы

1. Что называется молем вещества ?
2. Что называется плотностью ? В каких единицах она измеряется ?
3. Записать уравнение состояния идеального газа в форме закона Менделеева-Клайперона .
4. Вывести расчетную формулу для определения массы моля воздуха в данной работе.
5. Как вычислить плотность воздуха при нормальных условиях, зная массу моля ?
6. Что называется давлением ?
7. Вывести формулу для относительных погрешностей определения массы моля воздуха и плотности воздуха при нормальных условиях.

Лабораторная работа № 8

Определение отношения теплоемкости газа при постоянном давлении к теплоемкости газа при постоянном объеме.

Цель работы: Определение опытным путем величины показателя адиабаты для воздуха.

Краткая теория

Удельная теплоемкость- это количество теплоты необходимое для нагревания единицы массы вещества (1 кг) на 1 кельвин.

$$C = \frac{\delta Q}{mdT}\left(\frac{Дж}{кг \cdot К}\right) \quad . \tag{8.1}$$

Удельная теплоемкость газов может принимать различные значения в зависимости от того в каких условиях нагревается газ.

Обычно различают две теплоемкости газов:

C_v – *теплоемкость газа при постоянном объеме* :

$$C_v = \frac{dU_m}{dT} \quad (8.2)\ ; \quad dU_m = \frac{i}{2} RdT \quad (8.3)\ ; \quad C_v = \frac{i}{2} R \quad (8.4)\ ,$$ где

i – число степеней свободы молекул газа ,

R – универсальная газовая постоянная ,

dU_m – изменение внутренней энергии одного моля газа при повышении его температуры на 1 К.

C_p – *теплоемкость газа при постоянном давлении* :

$$C_p = \frac{dU_m}{dT} + \frac{pdV}{dT} \quad (8.5)\ ; \qquad C_p = \frac{i+2}{2} R \quad (8.6); \qquad C_p = C_v + R \quad (8.7)$$

Уравнение Майера (8.7) показывает , что C_p всегда больше C_v на величину газовой постоянной.

Так как газ при постоянном давлении расширяется от нагревания и совершает некоторую работу против внешних сил, то, следовательно C_p больше C_v и $\frac{C_p}{C_v} > 1$. Это соотношение имеет большое значение при анализе адиабатных процессов, когда отсутствует теплообмен между газом и окружающей средой. При адиабатных процессах для идеального газа справедлив закон Пуассона :

$$PV^{\gamma} = const \ , \qquad (8.8)$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i} \quad . \qquad (8.9)$$

Выполнение работы

Приборы и материалы : стеклянный сосуд с трехходовым краном и водяным манометром (рис 8.1.).

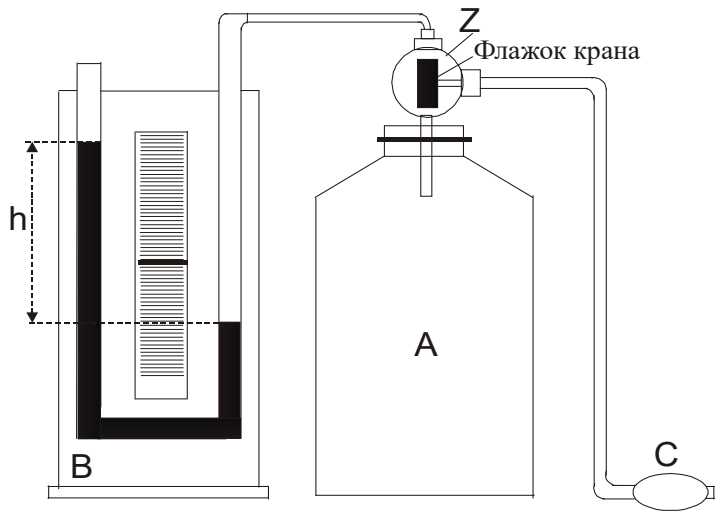


Рис. 8.1. Общий вид установки

Работа с экспериментальной установкой :

Большой стеклянный сосуд А (рис.8.1) соединен трубкой с дифференциальным водяным манометром В для измерения разности давлений (атмосферного и внутри сосуда). Трехходовой кран Z служит для соединения сосуда с нагнетателем (резиновой грушей С), манометром и атмосферой. В последнем случае приходится вынимать втулку крана.

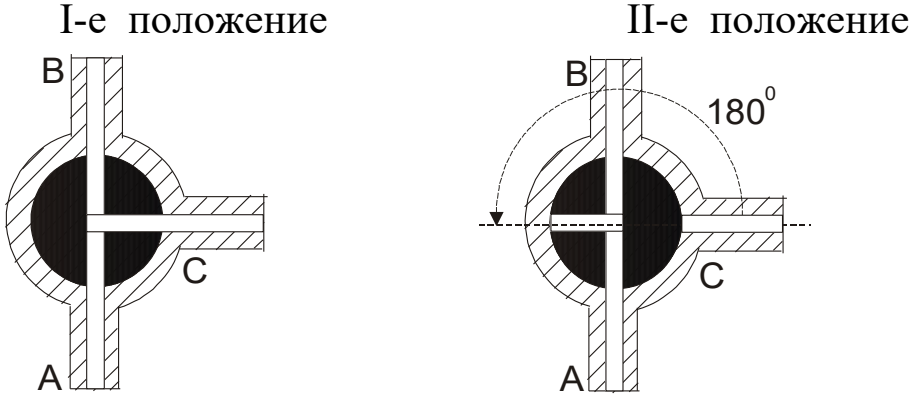


Рис.8.2 Два положения трехходового крана

Флажок крана Z устанавливают в **I - е положение** (рис.8.2) (смотреть с торца крана) и резиновой грушей нагнетают воздух в сосуд пока разность уровней менисков жидкости в трубках манометра не достигнет 15-20 см по шкале.

Затем, поворачивают флажок крана Z на **180^0 градусов (II–е положение** рис.8.2**),** для предотвращения утечек воздуха через клапан нагнетателя .

При нагнетании воздух в сосуде сжимается и его температура повышается. Чтобы температура воздуха внутри сосуда сравнялась с температурой окружающей среды $\mathbf{t_1}$ следует сделать выдержку перед снятием показаний водяного манометра (3-5 минут). При этом устанавливается постоянная разность уровней (h_1) в плечах манометра. Давление газа в сосуде для этого случая равно $H+h_1$, где

H – атмосферное давление. Полученный результат заносят в таблицу 8.2.

Вынув вращающуюся часть крана (втулку) , выпускают воздух до прекращения шипения, после чего немедленно вставляют втулку в прежнее положение (**II-е положение** рис.8.2) .

Во время отсутствия втулки крана давление воздуха в сосуде падает до атмосферного , а его температура понижается до $\mathbf{t_2}$. Понижение температуры объясняется тем, что при адиабатическом расширении воздух совершает работу против атмосферного давления за счет внутренней энергии.

Через 3-5 минут после закрытия крана воздух в сосуде нагреется до температуры окружающей среды $\mathbf{t_1}$, его давление увеличивается , и по шкале манометра можно снять отсчет разности уровней h_2 . Полученный результат заносят в таблицу 8.2.

Рассмотрим состояния находящегося в сосуде воздуха:

1. Перед началом опыта массу находящегося в сосуде воздуха можно представить как m , занимающую объем V_2 (объем сосуда).
2. При нагнетании дополнительного количества воздуха Δm получим $m_{общ.}=m+\Delta m$, тогда на долю m придется только часть (объем V_1) от общего объема сосуда V_2 .
3. При сбросе «дополнительного» воздуха масса m снова займет объем V_2 равный объему сосуда.

Таким образом для массы находящегося в сосуде воздуха имеем три состояния , указанные в таблице 8.1.

Таблица 8.1

Состояния газа во время опыта

Состояния воздуха	Объем	Давление	Температура
До открытия крана	V_1	$H+h_1$	t_1
В момент открытия крана	V_2	H	t_2
После закрытия крана	V_2	$H+h_2$	t_1

Первое и третье состояния воздуха характеризуются одинаковой температурой, и к ним можно применить закон Бойля-Мариотта:

$$\frac{V_1}{V_2}=\frac{H+h_2}{H+h_1} \quad . \qquad (8.10)$$

Переход из первого состояния во второе происходит адиабатически, поэтому здесь следует применить закон Пуассона :

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} = \frac{H}{H+h_1} \quad , \qquad (8.11)$$

где γ - искомое отношение теплоемкостей $\frac{C_p}{C_V}$.

Возведя обе части равенства (8.10) в степень γ, имеем :

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} = \left(\frac{H+h_2}{H+h_1}\right)^{\gamma} \quad . \qquad (8.12)$$

Сопоставляя равенства (8.11) и (8.12) , можно написать :

$$\frac{H}{H+h_1} = \left(\frac{H+h_2}{H+h_1}\right)^{\gamma} \quad . \qquad (8.13)$$

Отсюда после логарифмирования находим :

$$\gamma = \frac{\ln(H+h_1) - \ln H}{\ln(H+h_1) - \ln(H+h_2)} \quad . \qquad (8.14)$$

Так как

$$\ln(H+h_1) = \ln H + \ln(1+\frac{h_1}{H}) \quad , \qquad (8.15)$$

$$\ln(H+h_2) = \ln H + \ln(1+\frac{h_2}{H}) \quad . \qquad (8.16)$$

а $\frac{h_1}{H} << 1$ и $\frac{h_2}{H} << 1$, то разлогая логарифмы в ряд по $\frac{h_1}{H}$ и $\frac{h_2}{H}$, получим расчетную формулу

$$\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2} \quad . \qquad (8.17)$$

Таким образом работа сводится к измерению h_1 и h_2 . При этом необходимо следить, чтобы не было утечки воздуха из сосуда.

Опыт проводят не менее пяти раз, результаты изменений и расчетов записывают в таблицу 8.2.

Таблица 8.2.
Результаты измерений

	h_1 , *см*	h_2 , *см*	γ	$\Delta\gamma$
1. *2.* *3.* *4.* *5.*				
Средние значения			$\bar{\gamma} =$	$\overline{\Delta\gamma} =$

Вычисление погрешностей

Абсолютная погрешность $\overline{\Delta\gamma}$ определяют так, как это делается при многократном измерении величин. Затем определяют среднюю относительную погрешность результата.

Относительная погрешность :

$$E_\gamma = \frac{\overline{\Delta\gamma}}{\overline{\gamma}} \quad . \qquad (8.18)$$

Окончательный результат :

$$\gamma = \overline{\gamma} \pm \overline{\Delta\gamma} \quad . \qquad (8.19)$$

Полученный результат сравнивают с табличным значением.

Записывают выводы.

Контрольные вопросы

1. Что такое молярная теплоемкость газа, в каких единицах она измеряется ?
2. Написать соотношение между удельной и молярной теплоемкостями.
3. Какая из теплоемкостей C_p или C_v больше и почему ?
4. Написать соотношение между C_p , C_v и R .
5. Чем характерны изотермический и адиабатический процессы ?
6. Указать , в какие моменты работы происходит адиабатический и изохорический процессы.
7. Рассказать порядок выполнения работы.
8. Вывести расчетную формулу для вычисления γ.
9. На каком основании при получении расчетной формулы (8.17) для γ логарифмы чисел заменяются самими числами ?
10. Как вычисляется относительная погрешность искомой величины в данной работе ?

Лабораторная работа № 9

Определение коэффициента поверхностного натяжения жидкости методом отрыва кольца.

Цель работы : опытным путем определить значение коэффициента поверхностного натяжения воды.

Краткая теория

На каждую молекулу жидкости со стороны окружающих молекул действуют силы взаимного притяжения, быстро убывающие с расстоянием. Силы притяжения между молекулами имеют электрическое происхождение и действуют на очень малых расстояниях (порядка 10^{-9} м) , это расстояние называется радиусом молекулярного действия (r) , а сфера радиусом r – сферой молекулярного действия .

Выделим внутри жидкости какую-либо молекулу A и проведем вокруг нее сферу радиуса r (рис.9.1). Если сфера молекулярного действия молекулы A целиком находится внутри жидкости, то силы с которыми действуют все молекулы , находящиеся внутри жидкости на молекулу A направлены в разные стороны и скомпенсированы, поэтому результирующая сила, действующая на молекулу внутри жидкости со стороны других молекул , равна нулю.

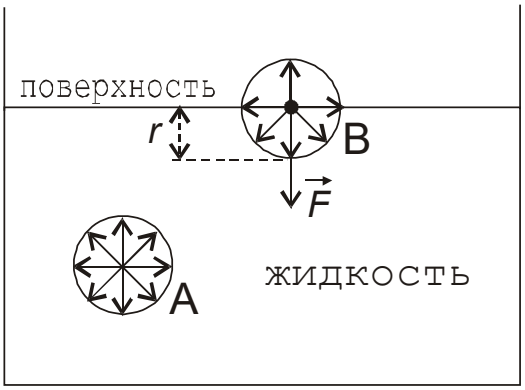


Рис.9.1 Силы , действующие на молекулу жидкости

Иначе происходит, если молекула B расположена на поверхности жидкости. В данном случае сфера молекулярного действия лишь частично располагается внутри жидкости. Так как концентрация молекул в расположенном над жидкостью газе мала по сравнению с их концентрацией в жидкости, то равнодействующая сила, приложенная к каждой молекуле поверхностного слоя , не равна

нулю и направлена внутрь жидкости. Таким образом , результирующие силы притяжения всех молекул поверхностного слоя толщиной r (радиус молекулярного действия) оказывают на жидкость давление, называемое молекулярным (или внутренним). Взаимное притяжение молекул, расположенных в поверхностном слое, создает силу, направленную по касательной к поверхности жидкости, которая стремится максимально уменьшить площадь поверхностного слоя. Эту силу называют силой поверхностного натяжения.

Так как равновесное состояние характеризуется минимумом потенциальной энергии, то жидкость при отсутствии внешних сил под действием силы поверхностного натяжения будет принимать такую форму , чтобы при заданном объеме она имела минимальную поверхность, то есть форму шара (сферы). Наблюдая мельчайшие капельки, взвешенные в воздухе, можно видеть что они действительно имеют форму шариков, но несколько искаженную из-за действия силы земного тяготения. В условиях невесомости капля любой жидкости имеет сферическую форму.

Поверхностное натяжение характеризуется коэффициентом поверхностного натяжения (α), который численно равен силе, действующей на единицу длинны линии, произвольно проведенной по поверхности жидкости и перпендикулярной этой линии. Из определения следует, что единицей измерения коэффициента поверхностного натяжения будет $\frac{Ньютон}{метр}$ ($\frac{Н}{м}$).

В данной работе коэффициент поверхностного натяжения находится путем измерения силы (F) , необходимой для отрыва кольца от поверхности воды. Сила F равна силе поверхностного натяжения , действующей по линии разрыва поверхностной пленки при отрыве кольца. Разрыв поверхностной пленки воды происходит по двум окружностям кольца – внешней и внутренней. Общая длина линии разрыва при этом равна $(2\pi R_1 + 2\pi R_2) = \pi(D_1 + D_2)$, где D_1- внешний, D_2- внутренний диаметры кольца. Коэффициент поверхностного натяжения в данном случае рассчитывается по формуле :

$$\alpha = \frac{F}{\pi(D_1 + D_2)} \quad . \qquad (9.1)$$

Коэффициент поверхностного натяжения для дистиллированной воды при нормальных условиях равен 0,073 Н/м . С повышением температуры поверхностное натяжение уменьшается, так как увеличиваются средние расстояния между молекулами жидкости. Из-за увеличения их скоростей движения при $T=T_{кипения}$ величина коэффициента поверхностного натяжения равна 0. Величина поверхностного натяжение сильно зависит от примесей, присутствующих в жидкостях. Примеси (вещества), ослабляющие поверхностное натяжение жидкости, называются поверхностно-активными. Наиболее известными поверхностно-активными веществами для воды являются мыло, спирты, эфиры и др.

Существует и другая группа веществ – повышающих поверхностное натяжение жидкости – это сахар, различные соли. Силы взаимодействия молекул этих веществ с молекулами воды больше, чем между собственно молекулами воды. Например, если посолить мыльный раствор, то в поверхностный слой выталкивается молекул мыла больше, чем в пресной воде. В мыловаренном производстве этот процесс называется «высаливанием » мыла.

Выполнение работы

Приборы и материалы : экспериментальная установка, набор разновесов, штангенциркуль, фильтровальная бумага.

Работа выполняется на установке, схематически изображенной на рис.9.2, которая состоит из штатива с сообщающимися сосудами , соединенных трубкой с зажимом

(*З*), динамометра (пружины) (*П*); за пружиной укреплена зеркальная шкала. К пружине крепится оптическое устройство (указатель) - тонкий диск (*Д*), выполняющий роль стрелки – указателя растяжения пружины. К пружине подвешивается кольцо (*К*), которое имеет сверху площадку для нагружения разновесами.

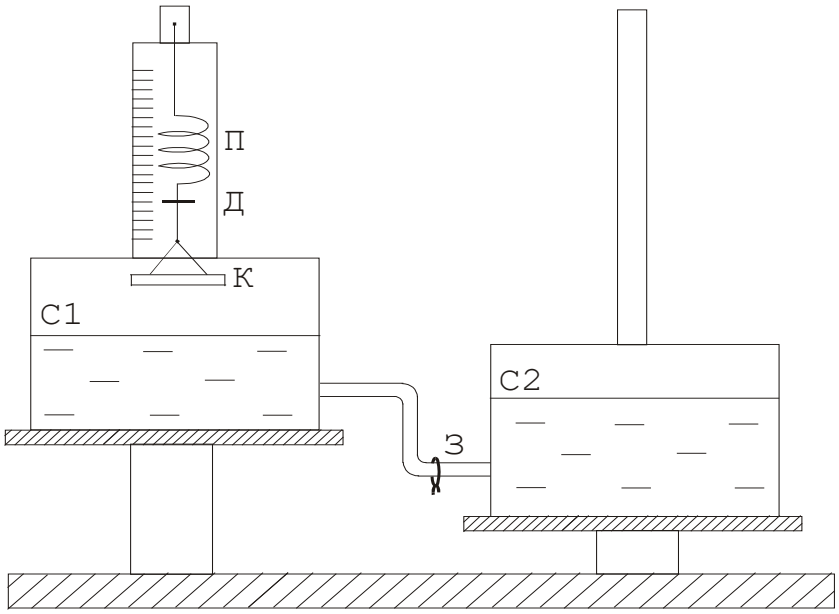


Рис.9.2 Схема установки

Порядок выполнение работы:

1. Подвешивают кольцо за дужку к пружине так, чтобы нижняя плоскость кольца была параллельна поверхности воды в сосуде, но не касалась воды. По указателю Д берут отсчет на зеркальной шкале (n_0) (начало отсчета при дальнейших измерениях). Указание : при отсчете на диск надо смотреть с торца, чтобы на зеркальной шкале его изображение было в виде линии (для снижения погрешности измерений).
2. При закрытом зажиме сосуд C_2 поднимают по штативу выше сосуда C_1. Открывают зажим. В момент, когда поверхность жидкости в сосуде C_1 коснется кольца, зажимом пережимают трубку.
3. Опускают сосуд C_2 немного ниже сосуда C_1 , так чтобы вода могла переливаться в сосуд C_2. Открывают зажим. Вытекающая вода, увлекая за собой кольцо, растянет пружину динамометра.
4. В момент **полного** отрыва кольца от поверхности воды берут отсчет n (число делений) по шкале. Вычисляют величину растяжения пружины как $(n – n_0)$.

5. Результаты измерений n , n_0 , $(n – n_0)$ заносят в таблицу 9.1. Этот опыт повторяют еще 4 раза и заносят полученные данные в таблицу, по ним рассчитывают среднее значение измеряемой величины $<(n – n_0)>$ и среднее значение абсолютной погрешности измерений $<\Delta(n – n_0)>$.

Примечание : в начале каждого опыта кольцо осушать фильтровальной бумагой для устранения влияния капелек воды на вес кольца.

6. Определяют величину силы растяжения пружины в момент отрыва кольца от поверхности воды. Для этого «растягивают» пружину динамометра на величину среднего значения $<(n – n_0)>$, путем нагружения разновесами кольца
(выкладыванием разновесов на площадку кольца). Общий вес разновесов будет равен силе поверхностного натяжения, которую рассчитывают по формуле :

$$F=mg \ , \qquad (9.2)$$

где m – масса гирек (кг)

g - ускорение свободного падения ($g = 9{,}81$ м/с^2)

7. Измеряют штангенциркулем , поворачивая кольцо, 5 раз внешний (D_1) и внутренний (D_2) диаметры кольца. Результаты измерений заносят в таблицу 9.1. Рассчитывают средние значения и погрешности.

8. Коэффициент поверхностного натяжения (α) рассчитывают по формуле (9.1).

Таблица 9.1
Результаты измерений

Растяжение пружины , мм				*Диаметры кольца , мм*			
n	n_0	$n – n_0$	$\Delta(n – n_0)$	D_1	ΔD_1	D_2	ΔD_2
Средние значения		$\overline{n – n_0}$ =	$\Delta\,\overline{n – n_0}$ =	$\overline{D_1}$ =	$\Delta\,\overline{D_1}$ =	$\overline{D_2}$ =	$\Delta\,\overline{D_2}$ =
$F = P$; *Общий вес разновесок* $P = mg =$							

Вычисление погрешностей

Относительная погрешность измерения коэффициента поверхностного натяжения :

$$E_\alpha = \frac{\overline{\Delta\alpha}}{\overline{\alpha}} = \frac{\overline{\Delta(n-n_0)}}{\overline{n-n_0}} + \frac{\overline{\Delta D_1} + \overline{\Delta D_2}}{\overline{D_1} + \overline{D_2}} \quad . \qquad (9.3)$$

Средняя абсолютная погрешность :

$$\overline{\Delta\alpha} = E_\alpha \times \overline{\alpha} \quad . \qquad (9.4)$$

Окончательный результат :

$$\alpha = \overline{\alpha} \pm \overline{\Delta\alpha} \quad . \qquad (9.5)$$

Сравнивают значение полученного коэффициента поверхностного натяжения с табличным значением (коэффициент поверхностного натяжения для дистиллированной воды при нормальных условиях равен 0,073 Н/м) , анализируют причины отклонений, если таковые имеются.

Записывают выводы.

Контрольные вопросы.

1. Что называется коэффициентом поверхностного натяжения ? В каких единицах он измеряется ?
2. Как возникает и как направлена сила поверхностного натяжения ?
3. Объяснить метод определения коэффициента поверхностного натяжения используемый в данной работе.
4. Какие силы действуют на кольцо при его отрыве от поверхности жидкости? В какой момент кольцо отрывается от жидкости ?
5. Вывести формулу для относительной погрешности измерения E_α .

Лабораторная работа № 10

Определение коэффициента динамической вязкости жидкости по методу Стокса

Цель работы: изучение явления внутреннего трения в жидкостях , определения динамической вязкости жидкости.

Краткая теория

Отличительной особенностью газов и жидкостей является их текучесть, которая обусловлена малыми силами трения при относительном движении соприкасающихся слоев .

Внутренним трением (вязкостью) называется явление возникновения сил, препятствующих относительному перемещению слоев жидкости либо газа. Силы внутреннего трения направлены вдоль соприкасающихся слоев. Их величина зависит от относительных скоростей слоев.

Причиной возникновения внутреннего трения в жидкостях (газах) является перенос молекулами жидкости импульсов между соприкасающимися слоями. Когда соседние слои жидкости двигаются с различными скоростями переход молекул из одного слоя в другой приводит к замедлению слоя движущегося быстрее и увеличению скорости слоя , двигающегося медленнее (рис.10.1).

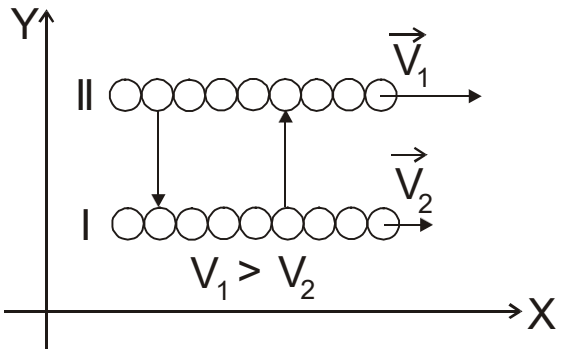


Рис.10.1. Схема движения слоев жидкости

Очевидно, что сила трения для верхнего слоя будет направлена влево (против $\vec{V}_1$) , а для нижнего слоя вправо (по $\vec{V}_2$).

Аналогично объясняется механизм внутреннего трения в газах.

Для поддержания течения вязкой жидкости работа сил давления должна превышать работу сил внутреннего трения.

Рассмотрим механизм возникновения вязкости на примере.

Представим две плоскости, поверхности которых смачиваются жидкостью, причем 1-ая поверхность – подвижная , 2-ая – неподвижная (рис.10.2)

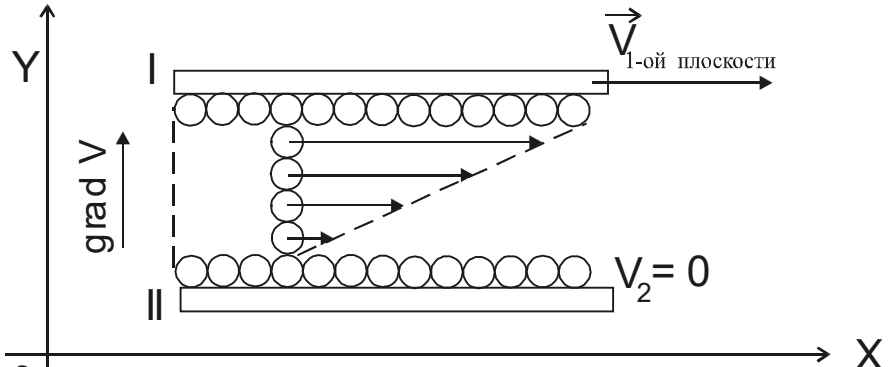


Рис.10.2. Диаграмма скоростей слоев жидкости

Молекулы, соприкасающиеся с подвижной плоскостью будут иметь $\vec{V} = \vec{V}_{1пл.}$, а соприкасающиеся с неподвижной плоскостью $\vec{V} = \vec{V}_2 = 0$. Следовательно поле скоростей слоев можно представить в виде (рис.10.2) .

Градиент скорости будет направлен перпендикулярно 1-ой плоскости в сторону возрастания функции.

Очевидно, что сила внутреннего трения тем больше, чем больше площади рассматриваемых поверхностей S .

Величина $gradV$ показывает изменение скорости , которое приходится на единицу расстояния , отсчитываемого перпендикулярно скорости (того как быстро изменяется величина скорости $\vec{V}$ от слоя к слою) :

$$gradV = \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)_x \quad . \qquad (10.1)$$

Опытным путем Стокс установил , что при ламинарном течении жидкости модуль силы внутреннего трения (вязкости):

$$F = \eta \cdot \frac{\partial V}{\partial y} \cdot S \quad , \qquad (10.2)$$

где η - динамическая вязкость (коэффициент зависящий от природы жидкости)

$\frac{\partial V}{\partial y}$ - градиент скорости слоев.

При ламинарном режиме и градиенте скорости с модулем 1 м/сек на 1 м. , возникает сила внутреннего трения 1Н на 1 м^2 поверхности касания слоев , следовательно размерность величины η определяется как : $\left[\frac{Н \cdot сек}{м^2}\right] = [Па \cdot сек]$.

Величина вязкости зависит от температуры. Для жидкостей с увеличением температуры вязкость уменьшается (в технике это приводит к ухудшению качества смазки трущихся поверхностей). Для газов с повышением температуры вязкость увеличивается.

В данной работе для определения вязкости используется метод Стокса. Этот метод основан на измерении скорости движущихся в жидкости небольших тел сферической формы.

Пусть небольшой шарик радиусом *r* падает в жидкости. На шарик , падающий в жидкости действуют три силы :

1. Сила тяжести : $F_m = mg = \rho_ш \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot g$, где

$\rho_ш$ - плотность шарика;

$g = 9{,}81 \frac{м}{с^2}$ - ускорение свободного падения .

2. Сила Архимеда : $F_A = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_ж g$, где

$\rho_ж$ - плотность жидкости ;

3. Сила сопротивления , эмпирически установленная Стоксом : $F_C = 6\pi\eta r V$, где V – скорость шарика .

На участке равномерного движения шарика : $\vec{F}_m + \vec{F}_A + \vec{F}_C = 0$, $F_m = F_A + F_C$ или $F_m - F_A = F_C$ т.е.

$$\frac{4}{3}\pi r^3 (\rho_ш - \rho_ж) g = 6\pi\eta r V , \qquad (10.3)$$

находим коэффициент вязкости

$$\eta = \frac{2}{9} \cdot \frac{(\rho_ш - \rho_ж)}{V} \cdot r^2 g . \qquad (10.4)$$

Если заменить в формуле (10.4) значение скорости V через $\frac{L}{t}$ (путь деленный на время падения) , а радиус шарика *r* через половину его диаметра $\frac{d}{2}$, то формула примет вид:

$$\eta = \frac{d^2 (\rho_ш - \rho_ж)}{18L} gt \quad , \qquad (10.5)$$

где d – диаметр шарика ;

L – длина участка равномерного падения шарика ;

t – время прохождения шариком мерного участка .

Очевидно, что для определения коэффициента вязкости жидкости необходимо на опыте определить значения величин, входящих в формулу (10.5) .

Выполнение работы

Приборы и материалы: цилиндрический сосуд с вязкой жидкостью, шарики, весы с разновесами, микрометр, секундомер, ареометр, термометр, линейка.

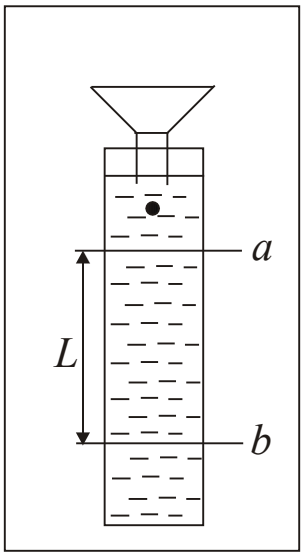


Рис.10.3. Схема установки

Цилиндрический сосуд с исследуемой жидкостью (касторовое масло, глицерин) прикреплен к деревянному штативу (рис.10.3). Сосуд закрыт крышкой, в которую вставлена воронка, служащая для направления движения шарика по оси цилиндра. На штативе нанесены метки «*a*» и «*b*» на расстоянии *L* друг от друга.

Порядок выполнения работы

1. Взять 5 стальных шариков. Измерить микрометром диаметр каждого шарика. Общую массу шариков определяют путём взвешивания. Вычисляют их плотность по формуле:

$$\rho_{ш} = \frac{\sum m}{\frac{1}{6}\left(\pi \sum d^3\right)}, \qquad (10.6)$$

где $\sum d^3 = 5 \cdot \left(\overline{d}\right)^3$

$\overline{d}$ - средний диаметр шариков;

Σm - масса пяти шариков, определяемая на весах.

2. Определяют ареометром плотность $\rho_{ж}$ исследуемой жидкости, находящейся в мензурке, которая наполнена той же жидкостью , что и сосуд Стокса. При этом следят, чтобы ареометр находился на оси сосуда, а не вблизи его стенок .

3. Длину пройденного шариком пути L между метками «a» и «b» измеряют линейкой.
4. Измеряют время падения шариков на пути L. Для этого опускают в цилиндр с жидкостью, через воронку, шарик и в момент прохождения его через метку «a» включают секундомер. В момент прохождения шарика метки «b» секундомер останавливают. Показания секундомера соответствуют времени t движения шарика по пути L. Скорость шарика значительна, поэтому подготовиться к наблюдениям необходимо тщательно, чтобы не упустить момент прохождения шарика через метки.
5. Температуру окружающей среды определяют по термометру. Данные всех измерений записывают в таблицу 10.1.

Таблица 10.1
Результаты измерений

$\sum m$	$\Delta\left(\sum m\right)$	$\rho_ш$	$\Delta\rho_ш$	$\rho_ж$	$\Delta\rho_ж$	L	ΔL	d	Δd	t	Δt
кг		*кг/м³*				*м*				*с*	
Температура жидкости								$\bar{d}=$	$\Delta\bar{d}=$	$\bar{t}=$	$\Delta\bar{t}=$

6. Коэффициент вязкости вычисляют по формуле (10.5), подстановкой средних значений измеренных величин.

Вычисление погрешностей

Относительная погрешность измерений плотности шариков:

$$E_{\rho_ш}=\frac{\overline{\Delta\rho_ш}}{\overline{\rho_ш}}=\frac{\Delta\sum m}{\sum m}+3\cdot\frac{\overline{\Delta d}}{\bar{d}}. \qquad (10.7)$$

Абсолютная погрешность измерений плотности шариков :

$$\overline{\Delta\rho_ш}=E_{\rho_ш}\cdot\overline{\rho_ш}. \qquad (10.8)$$

Относительная погрешность при расчете коэффициента вязкости:

$$E_\eta = \frac{\overline{\Delta\eta}}{\overline{\eta}} = 2\frac{\overline{\Delta d}}{\overline{d}} + \frac{\overline{\Delta\rho_ш} + \overline{\Delta\rho_ж}}{\overline{\rho_ш} - \overline{\rho_ж}} + \frac{\Delta L}{L} + \frac{\overline{\Delta t}}{\overline{t}} \quad . \qquad (10.9)$$

Абсолютная погрешность вычисления коэффициента вязкости :

$$\overline{\Delta\eta} = E_\eta \cdot \overline{\eta} \ . \qquad (10.10)$$

Окончательный результат

$$\eta = \overline{\eta} \pm \overline{\Delta\eta} \ . \qquad (10.11)$$

Результат сравнивают с табличным значением.

Записывают выводы.

Контрольные вопросы

1. Что называется вязкостью?
2. Как возникает сила внутреннего трения в жидкости?
3. Дайте определение коэффициенту вязкости, в каких единицах он измеряется.
4. В чём сущность метода Стокса ?
5. Какие силы действуют на шарик, падающий в жидкости?
6. Как изменяется с температурой коэффициент вязкости?
7. Как определяется плотность шариков и плотность жидкости?
8. Вывести расчётную формулу для вычисления вязкости.
9. Выведите формулу для определения относительной погрешности измерения коэффициента вязкости.

Литература

1.Трофимова Т.И., курс физики. – 22-е изд., стер. –Издательский центр «Академия»: , 2016.-568 с.: ИЛ.

2. Никеров В.А., Физика. Современный курс, изд.Дашков и К°, 2016.-452 с.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2.01
ИЗУЧЕНИЕ КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ

Цель работы

Целью данной работы является ознакомление с принципами действия и правилами эксплуатации электронных контрольно-измерительных приборов, используемых в лабораторных работах по разделам курса физики “Электричество и магнетизм”, “Колебания и волны”.

1. Цифровой универсальный измерительный прибор В7-16А

(вольтметр универсальный).

1.1. **Назначение**. Вольтметр универсальный В7-16А предназначен для измерения напряжений постоянного и переменного токов и активного сопротивления цепи.

1.2. **Расположение органов управления и их назначение**. Все основные органы управления и присоединения расположены на передней панели и обозначены графическими символами. Общий вид прибора приведен на рис.1. Показания прибора высвечиваются на табло (1).

Переключатель “**РОД РАБОТЫ**” (2) осуществляет взаимное соединение функциональных узлов прибора, обеспечивая измерение либо напряжений, либо сопротивлений.

Переключателем “**ПРЕДЕЛ ИЗМЕРЕНИЯ**” (3) производится выбор предела измерения напряжения постоянного, переменного токов и активного сопротивления.

Гнездо “ ⊅ ≃ **100 VR** ” (6) используется при измерении напряжения до 100 В и активного сопротивления.

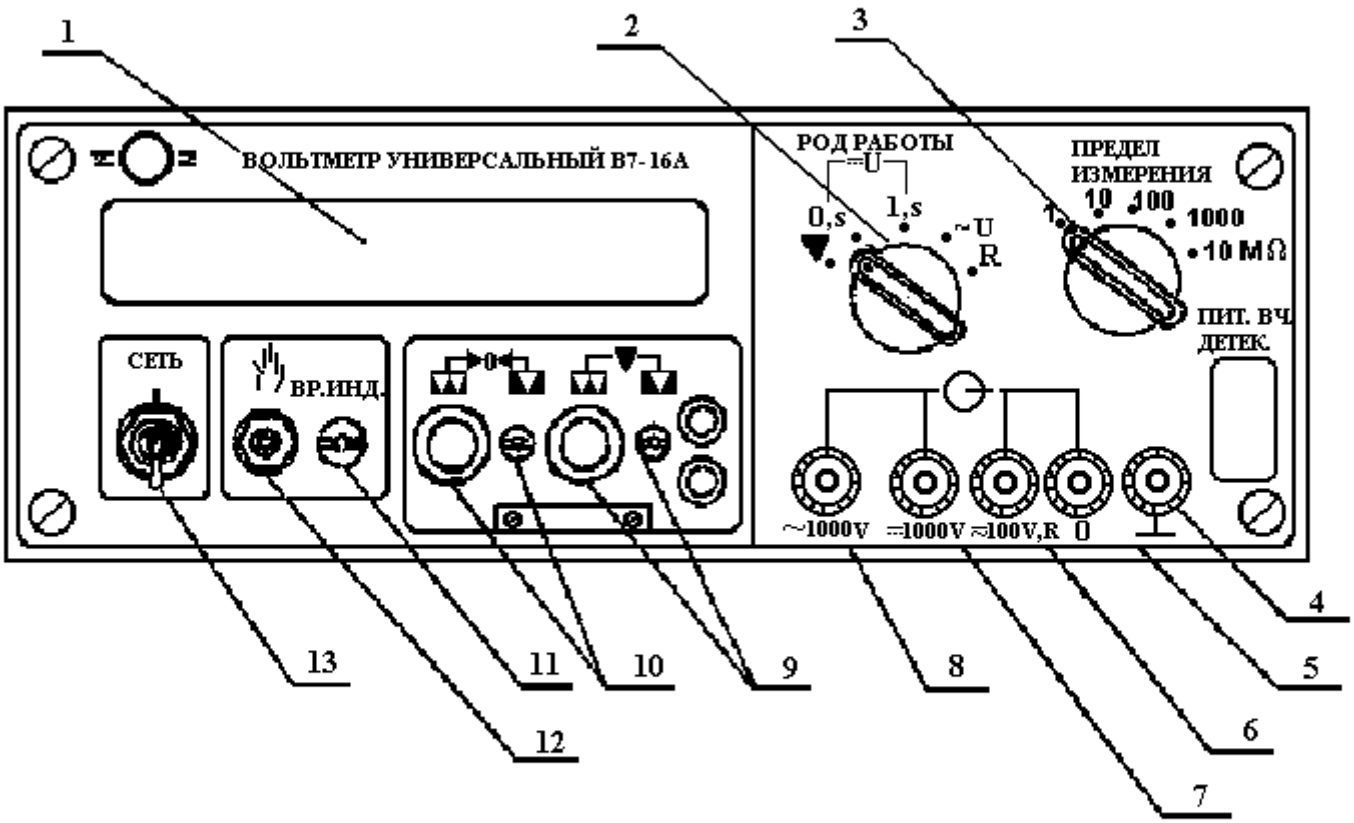

1
2
3
ВОЛЬТМЕТР УНИВЕРСАЛЬНЫЙ В7-16А
РОД РАБОТЫ
=U
0,s
1,s
~U
R
ПРЕДЕЛ
ИЗМЕРЕНИЯ
10
100
1000
10 МΩ
ПИТ. ВЧ
ДЕТЕК.
СЕТЬ
ВР.ИНД.
0
~1000V
=1000V
≈100V,R
0
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13

Рис. 1

Гнезда “ ⇉ =1000 V” (7), “ ⇉ ~1000 V” (8) используются при измерении напряжений постоянного и переменного тока от 100 до 1000 В соответственно.

Регулировочные элементы: потенциометры “ ▼ ” (калибровка) (9) и “ →0← ” (установка нуля) (10) служат для калибровки и установки нуля вольтметра.
Гнездо “**0**” (5) – общий вход при измерениях.

Гнездо “ ⏚ ” (4), соединенное с корпусом вольтметра, используется для заземления прибора.

Кнопка (ручной пуск) (12) служит для ручного запуска вольтметра.
1.3. **Подготовка вольтметра к работе**. Включите прибор в сеть переменного тока напряжением 220 В, установив тумблер “**Сеть**” (13) в верхнее положение. При этом должно индицироваться табло.
Прогрейте вольтметр не менее 5 минут.
Установите потенциометр “**ВР.ИНД**” (11) в положение, обеспечивающее удобное время индикации.
Установите переключатель “**РОД РАБОТЫ**” в положение “**U-0S**”, а переключатель “**ПРЕДЕЛ ИЗМЕРЕНИЯ**” – в положение 1. Закоротите гнезда “**0**” и вход “

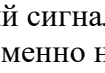
≃ 100 VR ” и регулятором “ →0← ” установите на индикаторном табло показания **0000** с равновесным изменением знака полярности.
1.4. **Порядок работы с прибором**
1.4.1. **Измерение напряжения постоянного тока**. Для измерения напряжения постоянного тока необходимо установить переключатель “**ПРЕДЕЛ ИЗМЕРЕНИЯ**” в положение, соответствующее величине измеряемого напряжения. Если его величина неизвестна, то переключатель устанавливается на максимальный предел измерения.
Переключатель “**РОД РАБОТЫ**” нужно перевести в положение “**U-1S**”.
С помощью соединительных кабелей измеряемое напряжение подается в зависимости от его величины на соответствующее гнездо.
1.4.2. **Измерение напряжения переменного тока**. Порядок работы такой же, как и при измерении напряжения постоянного тока, за исключением того, что переключатель “**РОД РАБОТЫ**” необходимо установить в положение “**~U**”, соответствующее частоте измеряемого напряжения 20 Гц – 100 кГц.
1.4.3. **Измерение активного сопротивления**. Для измерения активного сопротивления переключатель “**РОД РАБОТЫ**” необходимо установить в положение “**R**”, а переключатель “**ПРЕДЕЛ ИЗМЕРЕНИЯ**” – в положение, соответствующее величине измеряемого сопротивления с минимальной погрешностью.
Измеряемое сопротивление с помощью соединительных кабелей подключается к гнездам “**0**” и ⇉ ≃ 100 VR ”. Производится отсчет показаний, погрешность измерения равна единице в последнем разряде на табло прибора. Отсчет производите не менее, чем через 10 с от момента подсоединения сопротивления.

2. Генератор сигналов типа Л 31

2.1. **Назначение прибора**. Генератор Л31 формирует (генерирует) сигналы напряжения прямоугольной, треугольной и синусоидальной формы.
2.2. **Основные органы управления и их назначение**.
“**СЕТЬ**” – служит для включения и выключения генератора.
“**УРОВЕНЬ**” – для плавной регулировки уровня выходного напряжения.
“**ЧАСТОТА**” – для установки частоты выходного сигнала.
Кнопки **1**, **10**, **100**, **100**, **0.5**, объединенные надписью “**ДЕЛИТЕЛЬ**”, служат для ослабления выходного сигнала.

Кнопки , объединенные надписью “**РОД РАБОТ**”, служат для выбора формы выходного сигнала.
Кнопки **0.01**, **0.1**, **1**, **10**, **100**, “**МГц**”, объединенные надписью “**МНОЖИТЕЛЬ**”, служат для выбора поддиапазона частоты выходного сигнала.
На выходе генератора (гнездо “**10V500Ω**”) формируются сигналы треугольной формы с плавной регулировкой уровня от нуля до 10 В, прямоугольной – до 7,5 В, синусоидальной – до 4,5 В. Выходное сопротивление генератора 500 Ом.
2.3. **Порядок работы с генератором – источником периодических колебаний**.
Прибор включают в сеть и прогревают в течение 2 – 3 минуты.
Выбор формы выходного сигнала производится нажатием соответствующей кнопки переключателя “**РОД РАБОТ**”; установку частоты производится с помощью переключателя “**МНОЖИТЕЛЬ**” и регулятора “**ЧАСТОТА**”; установка величины выходного сигнала осуществляется с помощью переключателя “**ДЕЛИТЕЛЬ**” и регулятора “**УРОВЕНЬ**”.

3. Осциллограф универсальный С1-83

3.1. **Назначение**. Осциллограф универсальный С1-83 предназначен для визуального наблюдения и исследования электрических сигналов. С помощью осциллографа можно измерять параметры сигналов. На экране прибора можно наблюдать: *а*) изображения одного или одновременно двух сигналов как функций времени (режим работы с внутренней разверткой); *б*) результат сложения двух взаимно перпендикулярных сигналов (в режиме **X**–**Y**, являющемся режимом изображения функциональной зависимости между сигналами). Осциллограф позволяет определять параметры сигналов: амплитуду, частоту, период.
3.2. **Основные органы управления и их назначение**. Общий вид передней панели прибора приведен на рис. 2.
К органам управления ЭЛТ (электроннолучевой трубки) относятся регуляторы, изменяющие яркость изображения ( ) (1), четкость или фокус изображения ( ) (2) и астигматизм луча (3).
Исследуемый сигнал подается на одно из () высокочастотных гнезд “**1M 35 pF**” (8,9) или одновременно на оба гнезда.
К органам управления тракта вертикального отклонения относятся:
а) переключатели “**V/дел**” (4,5), устанавливающие калиброванные коэффициенты отклонения (усиления) каналов I и II;
б) потенциометры (ручки) (6,7), регулирующие положение лучей обоих каналов по вертикали;
в) переключатели изменения усиления сигналов в 10 раз. Эти переключатели совмещены с ручками (6,7). Отжатое состояние (**×1**) этих ручек соответствует коэффициенту усиления равному 1. При этом цена большого деления шкалы на экране осциллографа определяется положением переключателей (4,5) соответствующего канала. В нажатом положении (**×10**) цена деления шкалы на экране осциллографа получается умножением на 10 соответствующего показания переключателей (4,5);
г) переключатели режима работы входов усилителя (10,11) могут находиться в трех положениях:

~ – на вход усилителя исследуемый сигнал поступает через разделительный конденсатор (закрытый вход),

⎓ – исследуемый сигнал поступает с постоянной составляющей

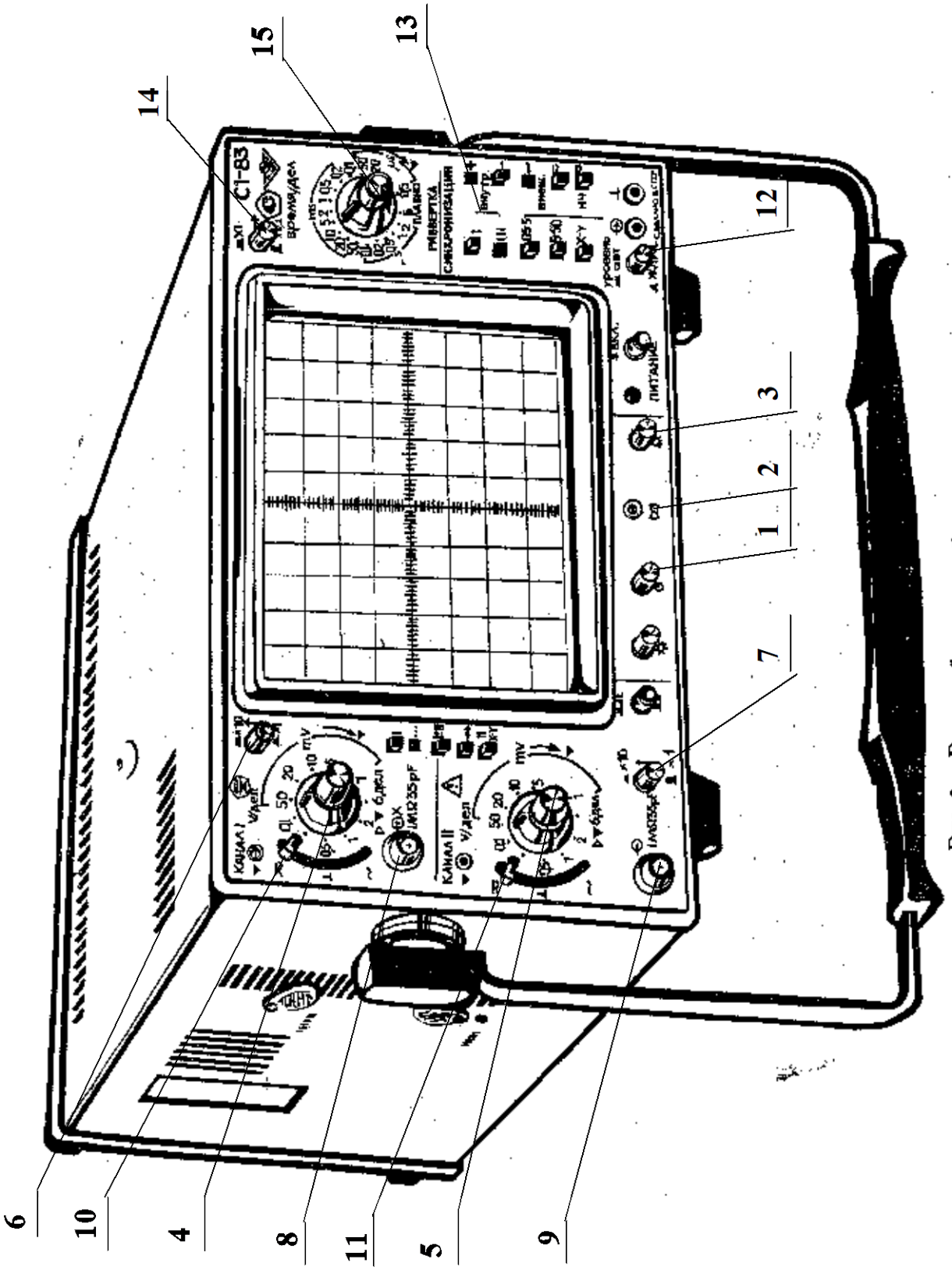


Рис. 2 . Внешний вид прибора

(открытый вход),

⊥ – вход усилителя подключен к корпусу. При этом сигнал, подаваемый на соответствующий канал, на экране не наблюдается.

д) переключатели режима работы усилителей (кнопки **I**, **II**, **I+II**, **→→, . . .**, **X–Y**). При нажатой кнопке **I** или **II** на экране будет наблюдаться сигнал соответственно **I** или **II** каналов. При нажатой кнопке **I+II** на экране наблюдается алгебраическая сумма сигналов **I** и **II** каналов, причем развертка обоих каналов происходит по горизонтальной оси. В режимах **→→,** и **. . .** возможно одновременное наблюдение сигналов обоих каналов. Развертка обоих каналов происходит по горизонтальной оси. В режиме **X-Y** можно наблюдать изображение функциональных зависимостей между сигналами. При этом развертка сигнала **I** канала осуществляется по оси **X**, а развертка сигнала **II** канала – по оси **Y**.

К органам управления синхронизацией относятся: потенциометр "**УРОВЕНЬ**" (12), с помощью которого задается уровень, при котором происходит запуск развертки; кнопок "**ВНУТР**" **I** (развертка синхронизируется сигналом только I канала) и "**ВНУТР**" **I,II** (13) (развертка синхронизируется сигналов обоих каналов или одного канала).

К органам управления разверткой относятся:

– потенциометр (ручка) ↔ (15), обеспечивающий перемещение луча ЭЛТ по горизонтали;

– переключатели "**ВРЕМЯ/ДЕЛ**" (14), осуществляющие ступенчатое изменение скорости развертки и ручки плавного регулирования. При этом цена большого деления по горизонтальной оси соответствует положению переключателя скорости развертки. Ручка плавного регулирования должна быть при этом установлена в крайнее правое положение.

3.3. **Порядок работы (проведение измерений) с осциллографом**. Для проведения измерений параметров сигнала нужно выполнить следующие операции:

– подать с помощью соединительного кабеля сигнал на гнездо " ⊐ **1M 35 pF**", желательно, первого канала;

– установить переключатель режима работы коммутатора на требуемый канал (нажать кнопку **I** при подаче сигнала на вход первого канала или **II** для второго канала);

– ручки плавной регулировки усиления и скорости развертки должны быть установлены в крайнее правое положение;

– поставить переключатели "**V/дел**", и "**×1**" и "**×10**" в такое положение, чтобы амплитуда изображенного сигнала составила больше половины шкалы (переключатель входов должен быть в положении ⎓ или ∼);

– ручкой "**УРОВЕНЬ**" добиться устойчивого изображения в режиме внутренней синхронизации;

– поставить переключатель "**ВРЕМЯ/ДЕЛ**" в положение, при котором наблюдается несколько периодов исследуемого сигнала;

Для удобства измерения параметров исследуемого сигнала рекомендуется установить ручку "↕" вертикального смещения так, чтобы минимальный уровень сигнала совпадал с одной из нижних линий, а максимальный находился в пределах экрана. Ручкой "↔" горизонтального перемещения нужно сместить изображение таким образом, чтобы один из верхних пиков находился на вертикальной средней линии шкалы.

После выполнения вышеуказанных процедур можно оценить полный размах сигнала и его временные параметры, в частности период. Для этого необходимо умножить расстояние, измеренное в больших делениях шкалы на ЭЛТ, на соответствующие показания переключателей аттенюатора "**V/ДЕЛ**" и "**×1**" и "**×10**" или развертки "**ВРЕМЯ/ДЕЛ**".

Для изображения функциональных зависимостей между двумя сигналами (кривой намагничивания, фигур Лиссажу) необходимо установить переключатели режима работы

усилителей и канала синхронизации в положение “**X-Y**”. В таком режиме работы осциллографа цена деления шкалы ЭЛТ по оси **X** определяется положением переключателя аттенюатора “**V/дел**” I-го канала, а по оси **Y** – второго канала.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Расскажите о назначении универсального измерительного прибора В7-16А.
2. Укажите органы управления прибором В7-16А и расскажите о их назначении.
3. Расскажите о назначении генератора сигналов Л 31.
4. Укажите органы управления генератора сигналов Л 31 и расскажите о их назначении.
5. Расскажите о назначении осциллографа универсального С1-83.
6. Опишите функциональную схему осциллографа С1-83.
7. Укажите органы управления осциллографа С1-83 и расскажите о их назначении.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2.02

НАБЛЮДЕНИЕ И ИЗМЕРЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ И ИЗМЕРЕНИЕ АКТИВНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ

1. Измерение параметров периодического колебания

1.1. Цель работы

Целью работы является изучение способа измерения амплитуды $\boldsymbol{U_0}$, периода $\boldsymbol{T}$, частоты $\boldsymbol{f}$ и величины эффективного напряжения $U_{эфф}$ электрического гармонического колебания источника сигналов (генератора) Л 31 с помощью электронного осциллографа С1-83 и универсального вольтметра В7-16А, а также оценки максимального размаха пилообразного, прямоугольного и синусоидального напряжений, снимаемых с генератора Л 31 в зависимости от частоты.

1.2. Выполнение работы

Необходимые приборы и их совместное подключение. В работе используются описанные ранее контрольно-измерительные приборы типов Л 31, С1-83, В7-16А и лабораторный стенд. Соединение приборов для оценки параметров электрических сигналов осуществляется по схеме, показанной на рис. 1, путем подключения их выходных и входных кабелей к клеммам лабораторного стенда в его правой нижней части наборного поля (рис. 2).

Порядок выполнения работы. Согласно инструкциям по эксплуатации приборов, изложенным в работе 2.01, проведите пять измерений параметров гармонических сигналов с фиксированной частотой, выбранной произвольно в пределах от 2 до 100 кГц, но с разными амплитудами. Результаты измерений запишите в табл. I.1, в которой в скобках указаны типы приборов, используемых в данных измерениях. В таблицу 2.2 запишите возможные изменения максимального уровня сигналов (полного размаха) пилообразной, прямоугольной и синусоидальной формы при изменении частоты от 2 до 100 кГц. Измерения проводите с помощью осциллографа С1-83.

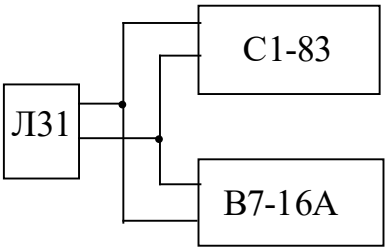


Рис. 1. Схема соединения приборов

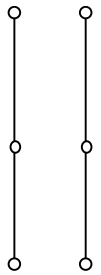


Рис.2. Наборное поле стенда

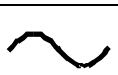
Таблица 1.1.

Результаты измерений параметров гармонических сигналов

Номер опыта	f_1, Гц (Л 31)	T, с (С1-83)	$f_2=\frac{1}{T}$, Гц	U_0,В (С1-83)	$U_{эфф}=\frac{U_{эфф}}{\sqrt{2}}$, В	$U_{эфф}$, В (В7–16А)
1						
2						
3						
4						
5						

Таблица 1.2

Результаты измерений уровня сигналов

Номер опыта	f_1, Гц (Л 31)	T, с (С1-83)			$2U_0$, В (С1-83)		
							
1 2 3 4 5							

2. Измерение активного сопротивления электрической цепи

2.1. Цель работы

Изучение способа измерения активного сопротивления отдельных участков электрической цепи при помощи контрольно-измерительного прибора В7-16А, используемого в качестве омметра.

2.2. Выполнение работы

1. **Необходимые приборы**: В работе используются универсальный вольтметр В7-16А и лабораторный стенд.

2. **Порядок выполнения работы**. Согласно инструкции по эксплуатации вольтметра В7-16А, включенного в режиме омметра, нужно измерить известные сопротивления в лабораторных работах № 2.05 и № 2.08 и сравнить их с данными в таблице II.1.

Таблица II.1.

Результаты измерения сопротивлений

Данные	Сопротивления в работе № 2.05			Сопротивления в работе № 2.08			
	R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	R_4,Ом
справочные	470	680	820	100	100	100	1000
опытные							

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Опишите порядок измерения амплитуды периодического сигнала с помощью электронного осциллографа С1-83.

2. Опишите порядок измерения периода и частоты периодического сигнала с помощью осциллографа С1-83.

3. Опишите способ измерения эффективных значений напряжения гармонических сигналов с помощью прибора В7-16А.

4. Опишите способ измерения уровня периодических сигналов различной формы с помощью генератора сигналов и осциллографа С1-83.

5. 5. Опишите порядок измерения активных сопротивлений с помощью прибора В7-16А.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2.03

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЕМКОСТИ КОНДЕНСАТОРА

1. Цель работы

Целью данной работы является изучение законов электростатики и одного из методов измерения емкости конденсатора.

2. Краткая теория

Конденсатором называется система из двух проводников, разделенных слоем диэлектрика, в которой обеспечивается сильная электрическая связь между накопленными на этих проводниках зарядами. Проводники, образующие конденсатор, называются обкладками. В зависимости от формы обкладок, конденсаторы бывают сферические, цилиндрические, плоские. За заряд конденсатора принимается заряд одной обкладки, взятый по абсолютной величине.

Емкостью конденсатора называется скалярная физическая величина, характеризующая способность конденсатора накапливать электрический заряд и численно равная заряду, который должен быть перенесен с одной обкладки конденсатора на другую, чтобы разность потенциалов между ними изменилась на единицу

$$C = \frac{Q}{\Delta\varphi}. \qquad (2.03.1)$$

Емкость конденсатора зависит от формы и размеров его обкладок и диэлектрической проницаемости диэлектрика и не зависит от свойств проводников, из которых изготовлены обкладки. Единицей измерения электрической емкости в системе СИ является фарад (Ф = Кл/В).

Емкость конденсатора может быть измерена различными методами. В данной работе использован метод, основанный на измерении накопленного конденсатором заряда. При этом емкость рассчитывается в соответствии с определением.

Для определения емкости неизвестного конденсатора C_x собирают цепь по рис. 1. C_x – конденсатор неизвестной емкости,

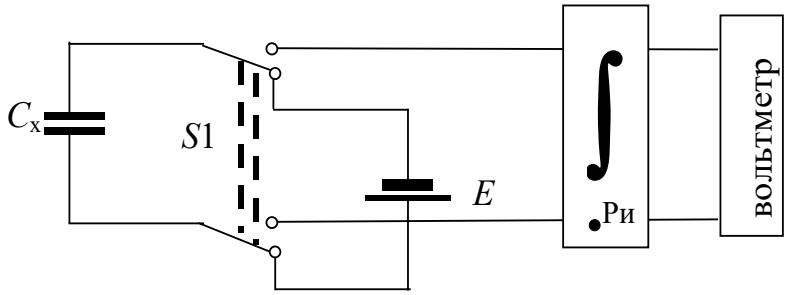


Рис.1. Схема электрической цепи для определения емкости конденсатора

E – источник питания, служащий для зарядки конденсатора до разности потенциалов, равной ЭДС источника ($\Delta\varphi = E$),

$\int$ – интегратор тока,

Ри – кнопка разряда интегратора,

$S1$ – переключатель, позволяющий подключать конденсатор к источнику питания E при зарядке и к интегратору при разрядке.

При подключении к источнику питания конденсатор заряжается. Заряд, накапливаемый на обкладках конденсатора, при неизменном значении разности потенциалов $\Delta\varphi$ пропорционален его емкости. В стационарном состоянии разность потенциалов равна ЭДС источника E.

$$Q = C_x \cdot E. \qquad (2.03.2)$$

При разрядке конденсатора в цепи протекает убывающий во времени электрический ток. По определению, сила тока

$$I(t) = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}. \qquad (2.03.3)$$

Нас интересует заряд Q, то есть необходимо вычислить $Q = \int_0^\infty I \, \mathrm{d}t$. Для этого служит электронное устройство, называемое интегратором.

При подключении заряженного конденсатора к интегратору, который в свою очередь подключен к вольтметру, в цепи интегратора протекает ток. Напряжение на выходе интегратора пропорционально интегралу от силы тока на его входе, т.е. заряду:

$$U_{\text{x}} = b\int I(t)\,\mathrm{d}t = b\int \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}\cdot \mathrm{d}t = b\int \mathrm{d}Q = bQ\,, \qquad (2.03.4)$$

где b – постоянная интегратора (она неизвестна).

Напряжение U_{x} измеряется цифровым вольтметром. Сопоставляя формулы (2.03.2) и (2.03.4), получаем:

$$\frac{U_{\text{x}}}{b} = C_{\text{x}}\cdot E\,. \qquad (2.03.5)$$

В полученном выражении постоянная интегратора b и разность потенциалов на конденсаторе E являются неизвестными. Поэтому только на основании (2.03.5) определить C_{x} оказывается невозможным. Для того, чтобы избежать определения величин b и E, в данной работе применяется хорошо известный метод калибровки. Включим вместо конденсатора C_{x} конденсатор с известной емкостью C_1 и проведем аналогичные измерения. При этом на выходе интегратора получим отсчет U_1 и по аналогии с (2.03.5) запишем:

$$\frac{U_1}{b} = C_1\cdot E \qquad (2.03.6)$$

Разделив друг на друга равенства (2.03.5) и (203.6), получим

$$C_{\text{x}} = \frac{U_{\text{x}}}{U_1}\cdot C_1\,, \qquad (2.03.7)$$

где U_{x} и U_1 – показания вольтметра при разряде неизвестного и известного конденсаторов соответственно (максимальные значения показаний на индикаторном табло вольтметра), C_1 емкость известного конденсатора.

Конденсаторы широко используются в различных областях техники: в электронике, электротехнике, энергетике. В горном деле энергия заряженный конденсаторов используется при взрывных работах для воспламенения детонаторов. На импульсном выделении энергии при разряде конденсаторов основан метод электрогидравлической очистки скважин. В обогащении полезных ископаемых конденсаторы находят применение при электросепарации слабомагнитных руд. В состав электронных геофизических приборов конденсаторы входят в качестве одной из составных частей. Разрабатываются специальные конструкции конденсаторов для работы во взрыво- и пожароопасных условиях.

3. Выполнение работы

Необходимые приборы: конденсатор с известной емкостью ($C_1 = 4700\ \text{пФ} \pm 10\%$); конденсатор с неизвестной емкостью C_{x}, которая определяется в данной работе; источник постоянного тока с эдс E; переключатель; интегратор; цифровой вольтметр. Все элементы схемы, кроме вольтметра, смонтированы внутри лабораторного стенда.

Схема экспериментальной установки для определения емкости конденсатора показана на рис. 2 и на панели лабораторного стенда.

Порядок выполнения работы: Подготовьте цифровой вольтметр к работе согласно инструкции. Подготовьте схему для измерения емкости неизвестного конденсатора C_{x}, для чего гибкими перемычками соедините клеммы 1 и 3, 5 и 7, 6 и 8, а

выходные клеммы интегратора 9 и 10 соедините с входом вольтметра (см. рис. 2).
Включите лабораторный стенд тумблером, расположенным в левой части передней стенки.
Переключателем S_1 конденсатор C_x подключается к источнику E и заряжается (время

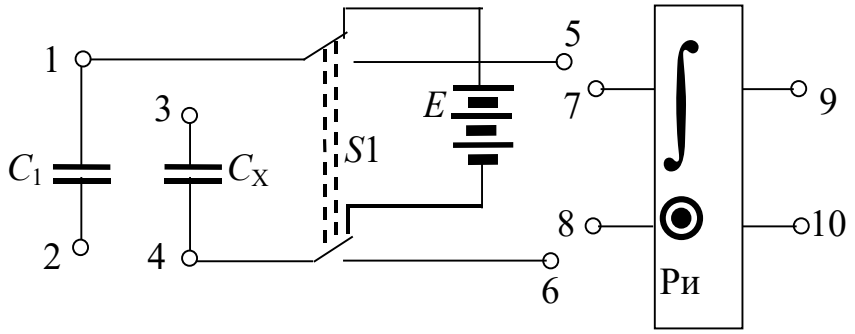


Рис.2. Схема экспериментальной установки

полной зарядки конденсатора ~10 с).

Интегратор разряжается нажатием кнопки Ри. Кнопка Ри на интеграторе предназначена для его принудительного разряда и подготовки прибора к новому измерению.
Затем переключателем S_1 неизвестный конденсатор подключается к интегратору. Поскольку используемый в данной работе интегратор не является идеальным, происходит его самопроизвольный разряд по окончании процесса интегрирования. Поэтому в качестве U_x следует принимать максимальное значение показаний на табло вольтметра. Показание U_x на табло вольтметра записывается в таблицу 1. Измерения показаний вольтметра при разрядке неизвестного конденсатора проводят 5 раз.
После этого клеммы 1 и 3 размыкаются, а клеммы 2 и 4 замыкаются (см. рис. 2). При этом вместо неизвестного конденсатора в цепь включается конденсатор с известной емкостью C_1. С ним проводят пять измерений, согласно вышеописанному порядку. Результаты также записываются в таблицу.
Конденсаторы C_X и C_1 соединяются параллельно путем добавления перемычки между клеммами 1 и 3. Проводится пять измерений для цепи из двух параллельно соединенных конденсаторов.

Конденсаторы C_X и C_1 соединяются последовательно, для чего удаляют перемычки 1-3, 2-4 и устанавливают перемычку между клеммами 2 и 3. Проводятся пять измерений для цепи из двух последовательно соединенных конденсаторов. Все результаты также записываются в таблицу.

Таблица

Результаты измерений

Номер опыта	Неизвестная емкость $\boldsymbol{C_x}$		Известная емкость $\boldsymbol{C_1}$		Параллельное соединение		Последовательное соединение	
	U_x, В	ΔU_x, В	U_1, В	ΔU_1, В	$U_{пар}$, В	$\Delta U_{пар}$, В	$U_{пос}$, В	$\Delta U_{пос}$, В

Средние значения	$\overline{U}_x =$	$\Delta\overline{U}_x =$	$\overline{U}_1 =$	$\Delta\overline{U}_1 =$	$\overline{U}_{\text{пар}} =$	$\Delta\overline{U}_{\text{пар}} =$	$\overline{U}_{\text{пос}} =$	$\Delta\overline{U}_{\text{пос}} =$

Определяются средние значения показаний вольтметра $U_{\text{х}}$, U_1, $U_{\text{пар}}$, $U_{\text{пос}}$. По этим средним значениям вычисляются опытные значения величин емкостей.

$$C_{\text{х}} = \frac{\overline{U}_{\text{х}}}{\overline{U}_1} \cdot C_1 \qquad (2.03.8)$$

$$C_{\text{пар}} = \frac{\overline{U}_{\text{пар}}}{\overline{U}_1} \cdot C_1 \qquad (2.03.9)$$

$$C_{\text{пос}} = \frac{\overline{U}_{\text{пос}}}{\overline{U}_1} \cdot C_1 \qquad (2.03.10)$$

Теоретическое значение емкости параллельного соединения конденсаторов вычисляются следующим образом:

$$C_{\text{пар}} = C_{\text{х}} + C_1 . \qquad (2.03.11)$$

Емкость последовательного соединения конденсаторов рассчитывается по следующей формуле:

$$\frac{1}{C_{\text{пос}}} = \frac{1}{C_{\text{х}}} + \frac{1}{C_1}, \qquad (2.03.12)$$

из которой следует расчетная формула для вычисления емкости последовательного соединения конденсаторов:

$$C_{\text{пос}} = \frac{C_{\text{х}} \cdot C_1}{C_{\text{х}} + C_1}. \qquad (2.03.13)$$

Используя значение $\overline{C}_{\text{х}}$, рассчитанное по формуле (2.03.8), вычислите по формулам (2.03.12) и (2.03.13) значения емкостей параллельного и последовательного соединений конденсаторов. Результат расчетов сравните с экспериментальными значениями, определенными по формулам (2.03.9) и (2.03.10).

3. Вычисление погрешностей

Средние относительные погрешности емкостей вычисляются по формулам:

$$E_{C_{\text{х}}} = \frac{\Delta\overline{C}_{\text{х}}}{\overline{C}_{\text{х}}} = \frac{\Delta\overline{U}_{\text{х}}}{\overline{U}_{\text{х}}} + \frac{\Delta\overline{U}_1}{\overline{U}_1} + \frac{\Delta C_1}{C_1}; \qquad (2.03.14)$$

$$E_{C_{\text{ПАР}}} = \frac{\Delta\overline{C}_{\text{пар}}}{\overline{C}_{\text{пар}}} = \frac{\Delta\overline{U}_{\text{пар}}}{\overline{U}_{\text{пар}}} + \frac{\Delta\overline{U}_1}{\overline{U}_1} + \frac{\Delta C_1}{C_1}; \quad (2.03.15)$$

$$E_{C\text{пос}} = \frac{\Delta\overline{C}_{\text{пос}}}{\overline{C}_{\text{пос}}} = \frac{\Delta\overline{U}_{\text{пос}}}{\overline{U}_{\text{пос}}} + \frac{\Delta\overline{U}_1}{\overline{U}_1} + \frac{\Delta C_1}{C_1} \quad (2.03.16)$$

Средние абсолютные погрешности емкостей:

$$\Delta\overline{C}_{\text{x}} = E_{C_{\text{x}}} \cdot \overline{C}_{\text{x}}; \quad (2.03.17)$$

$$\Delta\overline{C}_{\text{пар}} = E_{C_{\text{пар}}} \cdot \overline{C}_{\text{пар}}; \quad (2.03.18)$$

$$\Delta\overline{C}_{\text{пос}} = E_{C\text{пос}} \cdot \overline{C}_{\text{пос}}. \quad (2.03.19)$$

Окончательные результаты измерения емкостей конденсаторов записывается в виде:

$$C_{\text{x}} = \overline{C}_{\text{x}} \pm \Delta\overline{C}_{\text{x}}; \quad (2.03.20)$$

$$C_{\text{пар}} = \overline{C}_{\text{пар}} \pm \Delta\overline{C}_{\text{пар}}; \quad (2.03.21)$$

$$C_{\text{пос}} = \overline{C}_{\text{пос}} \pm \Delta\overline{C}_{\text{пос}}. \quad (2.03.22)$$

Сравните значения емкостей параллельного и последовательного соединений конденсаторов, полученные опытным путем, и рассчитанные по теоретическим формулам (2.03.11) и (2.03.13). Если разница между теоретическими и опытными значениями емкостей параллельного и последовательного соединения конденсаторов не превышает соответствующей абсолютной погрешности, можно считать, что данный метод удовлетворительно обеспечивает проведение измерений емкостей. Данный анализ результатов работы производится в выводе к лабораторной работе.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дайте определение емкости конденсатора.
2. Объясните по схеме цепи назначение используемых приборов.
3. Подробно объясните принцип определения емкости в данной работе.
4. Выведите расчетные формулы для определения емкостей C_{x}, $C_{\text{пар}}$, $C_{\text{пос}}$.
5. Каковы единицы измерения емкости?
6. Изобразите схемы параллельного и последовательного соединений конденсаторов. Запишите формулы для результирующих емкостей.
7. Выведите формулы для расчета погрешностей ΔC_{x}, $\Delta C_{\text{пар}}$, $\Delta C_{\text{пос}}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.2. М.: Наука, 1982. с.87–89.
2. Калашников С.Г. Электричество. М.: Наука, 1970.с.77–91.

3. Физический практикум. Электричество и оптика / Под ред. В.И. Ивероновой. М.: Наука, 1968. 815 с.

4. Иродов И.Е. Основные законы электромагнетизма. М.: Высшая школа, 1983. с. 51–54.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2.04
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОДВИЖУЩЕЙ СИЛЫ ИСТОЧНИКА ТОКА МЕТОДОМ КОМПЕНСАЦИИ

1. Цель работы

Целью работы является изучение законов постоянного электрического тока и ознакомление с компенсационным методом измерения электродвижущей силы источника тока.

2. Краткая теория

Электродвижущей силой (ЭДС) источника тока называется скалярная физическая величина, измеряемая работой сторонних сил при перемещении единичного положительного заряда по участку цепи или замкнутой цепи, содержащей этот источник тока. ЭДС источника тока равна разности потенциалов между его полюсами при разомкнутой внешней цепи.

Измерение ЭДС при помощи обычного вольтметра является приближенным, так как при этом через вольтметр и источник протекает ток и показания вольтметра, равные падению напряжения на внутреннем сопротивлении прибора, отличаются от величины ЭДС на величину падения напряжения на внутреннем сопротивлении источника. При этом на внутреннем сопротивлении источника происходит выделение тепла по закону Джоуля–Ленца. Наиболее точным является компенсационный метод. Этот метод состоит в том, что неизвестная ЭДС компенсируется известной разностью потенциалов. При этом ток через источник отсутствует и неизвестная ЭДС равна компенсирующей разности потенциалов. Принципиальная схема электрической цепи, предназначенной для измерения ЭДС источника методом компенсации, приведена на рис. 1.

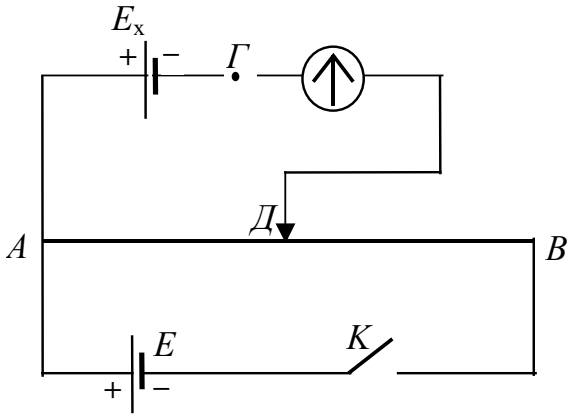


Рис. 1. Принципиальная схема электрической цепи компенсационного метода измерения ЭДС источника тока

К реохорду *AB*, имеющему движок *Д*, присоединена батарея аккумуляторов *E*. Ток батареи, протекая по проволоке реохорда, создает на ней разность потенциалов. На участке *АД* также создается разность потенциалов, равная падению напряжения на этом участке $U = I \cdot R_{\text{AB}}$. Величину этой разности потенциалов можно изменять, передвигая движок от нуля (точка *A*) до максимума (точка *B*).

Такой способ измерения разности потенциалов называется потенциометрическим, а сам реохорд, включенный таким образом, называется потенциометром.

К точкам *A* и *Д* присоединяются полюса источника тока с неизвестной ЭДС E_x через гальванометр или измеритель разности потенциалов. В данной работе в качестве измерителя разности потенциалов используется цифровой вольтметр. При этом к точке *A* подключаются одноименные полюса источников *E* и E_x. При замкнутом ключе *K* можно найти такое положение движка на реохорде, при котором стрелка гальванометра не отклоняется и ток на участке $AE_xД$ отсутствует. В этом случае разность потенциалов

между точками *Д* и *Г* равна нулю, и ЭДС источника E_x компенсируется падением напряжения на участке *АД* реохорда.
По закону Ома можно записать:

$$E_x = U_{1АД} = I \cdot R_{1АД}, \qquad (2.04.1)$$

где *I* – сила тока в цепи батареи *E*, $R_{1АД}$ – сопротивление участка *АД* реохорда, при котором компенсируется ЭДС E_x.
Измерение силы тока *I* можно не проводить, так как при этом вносятся дополнительные погрешности, а использовать калибровочный опыт и элемент с известной ЭДС. Для этого вместо источника E_x нужно включить элемент с известной ЭДС E_0 и найти новое положение движка *Д*, при котором ток в цепи гальванометра отсутствует.
При этом условии аналогично выражению (2.04.1) можно записать

$$E_0 = U_{2АД} = I \cdot R_{2АД},, \qquad (2.04.2)$$

где $R_{2АД}$ сопротивления участка *АД*, при котором компенсируется ЭДС E_0.
Если ток через гальванометр отсутствует, ток в цепи источника *E* будет одинаковым, независимо от положения движка реохорда. Тогда, разделив друг на друга выражения (2.04.1) и (2.04.2), получаем:

$$\frac{E_x}{E_0} = \frac{R_{1АД}}{R_{2АД}}. \qquad (2.04.3)$$

Сопротивления $R_{1АД}$ и $R_{2АД}$ пропорциональны длинам соответствующих участков реохорда ℓ_1 и ℓ_2 от его общего конца *А* до подвижного контакта *Д*, поэтому

$$\frac{E_x}{E_0} = \frac{\ell_1}{\ell_2}. \qquad (2.04.4)$$

Отсюда окончательно имеем:

$$E_x = E_0 \frac{\ell_1}{\ell_2}. \qquad (2.04.5)$$

При проведении опыта нужно иметь в виду, что *E* должна быть постоянной и больше по величине, чем E_0 и E_x, так как только в этом случае возможно найти на реохорде такое положение движка *Д*, при котором можно осуществить компенсацию. Цепь следует замыкать на короткое время, чтобы обнаружить наличие или отсутствие тока через гальванометр, иначе может происходить нагревание проводников, изменяющее их сопротивление, а также при длительном протекании тока через элемент происходит изменение его ЭДС за счет поляризационных явлений.
В данной работе известную ЭДС следует измерять с помощью цифрового вольтметра.

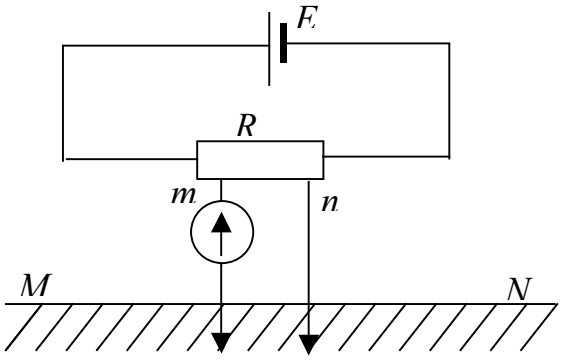


Рис.2. Схема цепи полевого электроразведочного потенциометра

Компенсационный метод измерения разности потенциалов применяется в полевом электроразведочном потенциометре, электрическая схема которого приведена на рис. 2. Если разность потенциалов на участке эталонного сопротивления R (потенциометра) между точками m и n полностью компенсирует разность потенциалов между заземленными электродами M и N, ток через гальванометр будет равен нулю. Потенциометр снабжен шкалой, по которой непосредственно отсчитывается значение измеряемого напряжения.
В геофизике применяется прибор, называемый электроразведочный автокомпенсатор, в котором компенсирующая разность потенциалов создается автоматически при помощи электронной схемы. Он позволяет легко и быстро производить измерения силы тока в питающей цепи и разности потенциалов между приемными электродами.

3 Выполнение работы

3.1**. Необходимые приборы:** круговой реохорд, цифровой вольтметр, переключатель S_1, набор сопротивлений R_1, R_2, R_3, предназначенных для изменения силы тока через реохорд, источник E постоянного напряжения, источник E_x с неизвестной ЭДС, источник E_0 с известной ЭДС, Все элементы схемы, кроме цифрового вольтметра, собраны внутри лабораторного стенда.
Рабочая схема опыта показана на рис.3 и на панели стенда.

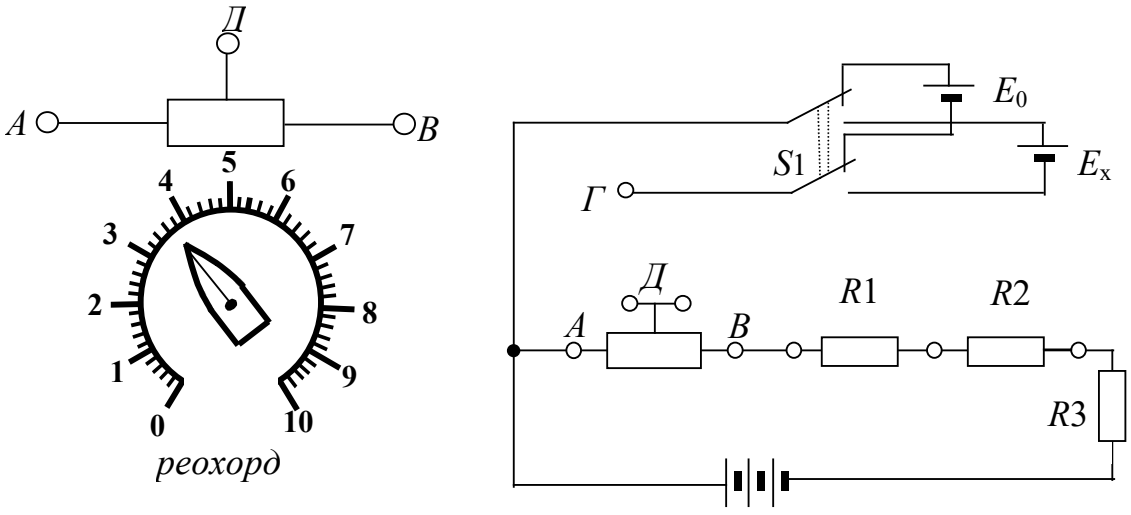


Рис.3. Рабочая схема опыта

3.2. **Порядок выполнения работы**. Подготовьте к работе цифровой вольтметр в соответствии с инструкцией по эксплуатации, находящейся на лабораторном столе. Подключите вольтметр к клеммам *Г* и *Д*, реохорд включите в цепь с помощью перемычек (соедините попарно клеммы *АА*, *ДД* и *ВВ* на реохорде и в измерительной цепи).

Включите лабораторный стенд тумблером, расположенным в левой части передней стенки. С помощью переключателя S_1 включите источник с неизвестной ЭДС E_x, перемычкой закоротите сопротивления R_1 и R_2, оставив включенным сопротивление R_3. Вращением ручки кругового реохорда добейтесь нулевого показания вольтметра. Отсчитайте по шкале реохорда от нуля длину ℓ_1 плеча *АД* и запишите ее в табл. 1.
С помощью переключателя S_1 включите источник с известной ЭДС E_0, добейтесь нулевого показания вольтметра и определите длину ℓ_2 плеча *АД* кругового реохорда.
Опыт повторите еще два раза для каждого из элементов E_x и E_0 при сопротивлениях цепи (R_3+R_2), для чего перемычкой закоротите только сопротивление R_1, и (R_1+R_2+R_3), для чего перемычка убирается совсем. Результаты запишите в таблицу 1.

Таблица 1

Результаты измерений

$R_н$	ℓ_1, дел. шкалы	ℓ_2 дел. шкалы	E_x, В	ΔE_x, В
R_3 R_3+R_2 R_1+R_2+R_3				
Средние значения			$\overline{E}_x$	$\Delta\overline{E}_x$

Измерьте цифровым вольтметром ЭДС известного источника. Для этого переключателем S_1 включите источник с известной ЭДС E_0 и подключите вольтметр к клеммам *А* и *Г*.
Аналогично измерьте вольтметром ЭДС неизвестного источника.
Во всех трех случаях вычислите ЭДС неизвестного элемента E_x по формуле (2.04.5).
Определите среднее значение E_x, средние абсолютную и относительную погрешности.
Окончательный результат запишите в виде:

$$E_x = \overline{E}_x \pm \Delta\overline{E}_x \qquad (2.04.6)$$

Сравните значение ЭДС неизвестного источника, измеренное методом компенсации со значением, полученным с помощью цифрового вольтметра.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется электродвижущей силой источника тока?
2. Что такое сторонние силы?
3. Назовите способы измерения ЭДС.
4. Какова природа ошибки, допускаемой при измерении ЭДС источника тока с помощью вольтметра?
5. В чем заключается метод компенсации и каковы его достоинства?
6. Приведите принципиальную схему электрической цепи для измерения ЭДС методом компенсации. Поясните порядок проведения измерений.
7. Выведите расчетную формулу для определения E_x.
8. Какому условию должна удовлетворять в этой установке величина ЭДС источника тока, служащего для питания цепи?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

9. Зисман Г. А., Тодес О. М. Курс общей физики. Т.2 – М.: Наука, 1974. – 336 с.
10. Физический практикум. Электричество и оптика. / Под ред. В. И. Ивероновой. – М.: Наука, 1968. 815 с.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2.05

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЙ ПРОВОДНИКОВ
С ПОМОЩЬЮ МОСТА УИТСТОНА

1. Цель работы

Целью работы является изучение законов постоянного тока на примере классического метода измерения сопротивления проводников с помощью мостовой схемы и определение удельного сопротивления материала проводника.

2. Краткая теория

Электросопротивление проводника – это скалярная физическая величина, характеризующая его электропроводящие свойства. Сопротивление проводника зависит от его формы, размеров и электроповодящих свойств материала, из которого изготовлен проводник. В простейшем случае однородного проводника с постоянным поперечным сечением, сопротивление проводника определяется следующим образом:

$$R = \rho \frac{\ell}{S}, \qquad (2.05.1)$$

где ρ – удельное сопротивление материала проводника, ℓ – длина проводника, S – площадь его поперечного сечения.

Из формулы (2.05.1) можно выразить удельное сопротивление:

$$\rho = \frac{R \cdot S}{\ell}, \qquad (2.05.2)$$

откуда видно, что удельное сопротивление численно равно сопротивлению проводника единичной длины, имеющего площадь поперечного сечения, равную единице площади. В системе СИ удельное сопротивление измеряют в омметрах (Ом·м).

Одним из методов измерения сопротивления является метод моста Уитстона.

Мост Уитстона состоит из четырех сопротивлений – плеч $R_{\text{х}}$, $R_{\text{н}}$, $R_{\text{АД}}$, $R_{\text{ДВ}}$, которые соединены между собой так, что образуют замкнутый четырехугольник. К двум противоположным его углам *A* и *B* подключают полюса источника постоянного тока *E*, а к двум другим *C* и *Д* подсоединяют чувствительный гальванометр или измеритель разности потенциалов. Принципиальная схема моста Уитстона изображена на рис. 1.

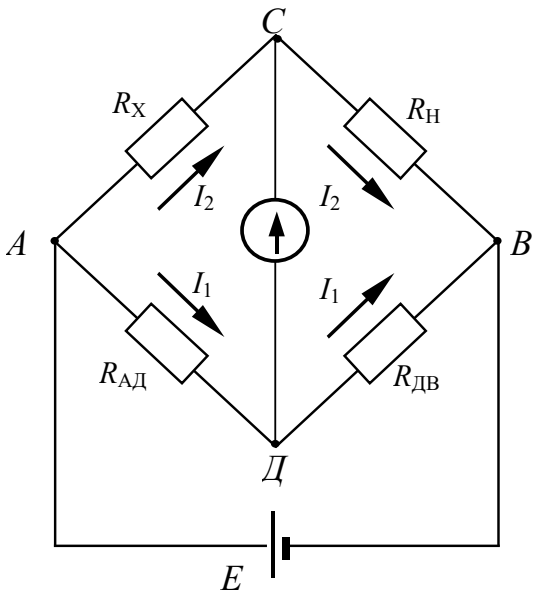


Рис.1. Принципиальная схема моста Уитстона

Если мост подключен к источнику *E*, по участку моста *СД* вследствие неравенства потенциалов точек *С* и *Д* может протекать электрический ток и стрелка гальванометра отклонится. Для того, чтобы на участке *СД* ток отсутствовал, необходимо равенство потенциалов точек *С* и *Д* (условие равновесия моста). Изменять разность потенциалов между точками *С* и *Д* можно таким способом: в качестве участка *АДВ* включается калиброванная проволока (реохорд) со скользящим контактом *Д*. Реохорд снабжен шкалой. Перемещая движок реохорда, можно добиться отсутствия тока на участке *СД*, что будет зарегистрировано гальванометром. Обозначим силу тока, текущего на участке *АДВ* через I_1, а на участке *АСВ* через I_2. Для каждого из четырех плеч реохорда запишем уравнения по закону Ома:

$$\varphi_А - \varphi_С = R_х \cdot I_2, \qquad \varphi_С - \varphi_В = R_Н \cdot I_2,$$
$$\varphi_А - \varphi_Д = R_{АД} \cdot I_1, \qquad \varphi_Д - \varphi_В = R_{ДВ} \cdot I_1, \qquad (2.05.3)$$

где $\varphi_А$, $\varphi_С$, $\varphi_В$, $\varphi_Д$ – потенциалы точек *А*, *С*, *В*, *Д* соответственно. При отсутствии тока через гальванометр $\varphi_С = \varphi_Д$. Следовательно, можно записать:

$$R_x \cdot I_2 = R_{АД} I_1, \qquad R_н \cdot I_2 = R_{ДВ} I_1, \qquad (2.05.4)$$

откуда

$$\frac{R_х}{R_Н} = \frac{R_{АД}}{R_{ДВ}} \qquad (2.05.5)$$

Таким образом, условие равновесия моста определяется только соотношением плеч реохорда и не зависит от электродвижущей силы источника, питающего цепь.

Так как проволока, из которой изготовлен реохорд *АДВ*, однородна и имеет по всей длине одинаковое сечение, то сопротивления $R_{АД}$ и $R_{ДВ}$ пропорциональны соответствующим длинам плеч ℓ_1 ℓ_2 реохорда. Поэтому (2.05.5) можно переписать в виде:

$$\frac{R_х}{R_Н} = \frac{\ell_1}{\ell_2}, \qquad (2.05.6)$$

откуда неизвестное сопротивление:

$$R_{\text{х}} = R_{\text{Н}} \frac{\ell_1}{\ell_2}. \qquad (2.05.7)$$

С другой стороны, сопротивление проводника можно выразить, зная его форму, размер и материал, из которого изготовлен проводник.

$$R_x = \rho \frac{\ell}{S} = \rho \frac{4\ell}{\pi d^2}, \qquad (2.05.8)$$

где d – диаметр проводника.

Отсюда, удельное сопротивление исследуемого проводника:

$$\rho = \frac{\pi d^2 R_{\text{х}}}{4\ell}. \qquad (2.05.9)$$

В таблице 1 приведены значения удельного сопротивления некоторых проводников при комнатной температуре.

Таблица 1

Удельное сопротивление проводников

Материал проводника	$\rho,\ 10^{-6}$ Ом · м
Серебро	0,016
Медь	0,017
Алюминий	0,028
Вольфрам	0,055
Цинк	0,060
Латунь	0,071
Свинец	0,120
Никелин	0,420
Манганин	0,459
Константан	0,500
Ртуть	0,958
Нихром	1,100

Удельное сопротивление горных пород изменяется в широких пределах. Наиболее низкое удельное сопротивление имеют самородные металлы: золото, платина, серебро, медь. Наиболее распространенные минералы (кварц, полевой шпат, слюда, каменная соль) имеют удельное сопротивление $10^{10} \div 10^{14}$ Ом·м. Они являются хорошими изоляторами. Горные породы в условиях естественного залегания содержат в порах и трещинах токопроводящие минерализованные или пресные воды, иногда нефть и газы. Поэтому удельное сопротивление пород зависит не только от удельного

сопротивления минералов, их слагающих, но и от степени трещиноватости, а также от удельного сопротивления жидкостей и газов, заполняющих поры. Это обстоятельство позволяет по данным измерений удельного сопротивления выделять в разрезах скважин коллекторы, содержащие воду, газ и нефть, определять пористость пород и нефтегазонасыщенность. Данные этого метода широко используются при подсчетах запасов нефти и газа. Весьма низкие значения удельного сопротивления многих рудных минералов и очень высокие природных солей позволяют выделять наличие этих ископаемых в разрезах скважин.

3. Выполнение работы

Необходимые приборы: круговой реохорд, цифровой вольтметр, источник постоянного тока напряжением 4В, проводник с известным сопротивлением R_x (длина проводника $\ell = (20{,}00 \pm 0{,}01)$ м, диаметр проводника $d = (0{,}10 \pm 0{,}01)$ мм), набор известных сопротивлений ($R_1 = 470$ Ом, $R_2 = 680$ Ом, $R_3 = 820$ Ом). Все элементы схемы, кроме цифрового вольтметра, смонтированы внутри лабораторного стенда. Рабочая схема опыта показана на рис.2 и на панели лабораторного стенда.

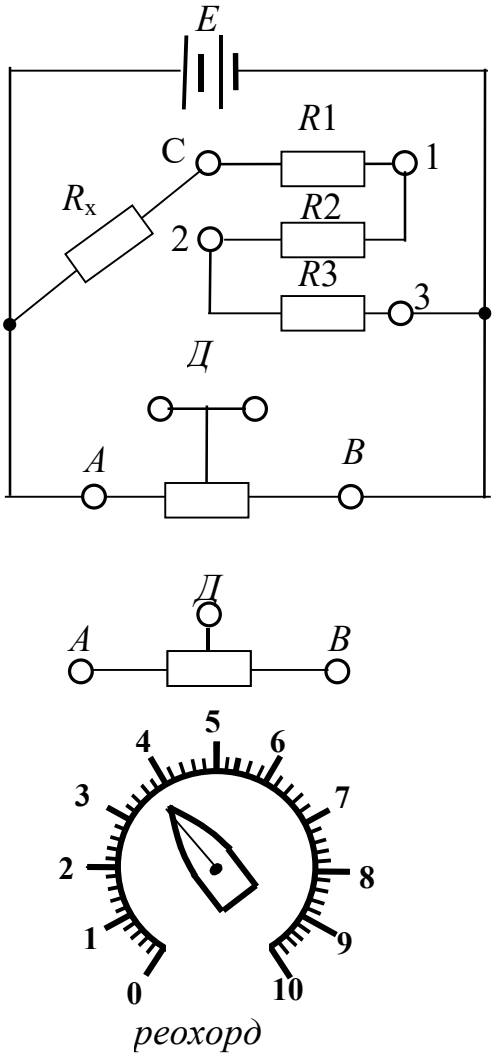


Рис.2. Рабочая схема опыта

Порядок выполнения работы. Подготовьте к работе цифровой вольтметр в соответствии с инструкцией по эксплуатации, находящейся на лабораторном столе.

Подключите цифровой вольтметр к клеммам *С* и *Д*, включите реохорд с помощью перемычек (соедините попарно клеммы *А–А*, *Д–Д*, *В–В* на реохорде и в измерительной цепи). Включите лабораторный стенд тумблером, расположенным в левой части передней стенки.

С помощью перемычки закоротите сопротивления R_2 и R_3, включенным останется сопротивление R_1.

Вращением ручки кругового реохорда добейтесь нулевого показания вольтметра и по шкале реохорда отсчитайте длину левого плеча ℓ_1 и правого ℓ_2. Результаты запишите в таблицу 2.

Опыт повторите еще два раза при двух сопротивлениях: $R_1 + R_2$, для чего закоротите только сопротивление R_3, и $R_1 + R_2 + R_3$, для чего перемычка убирается совсем.

По результатам измерений по формуле (2.05.7) три раза вычислите сопротивление исследуемого проводника, затем его среднее значение $\overline{R}_x$, среднюю абсолютную и среднюю относительную погрешности.

Таблица 2

Результаты измерений

$R_н$, Ом	ℓ_1	ℓ_2	R_x, Ом	ΔR_x, Ом
	деления шкалы			
$R_1 =$ $R_1 + R_2 =$ $R_1 + R_2 + R_3 =$				
			$\overline{R}_x =$	$\Delta\overline{R}_x =$

Вычислите среднее значение удельного сопротивления материала проводника по формуле (2.05.9). Сравнив результат с табличными значениями (см. табл. 1), определите материал, из которого изготовлен проводник.

Вычислите относительную и абсолютную погрешности удельного сопротивления по формулам:

$$E_\rho = \frac{\Delta\overline{\rho}}{\overline{\rho}} = 2\frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta\overline{R}_x}{\overline{R}_x} + \frac{\Delta\ell}{\ell}. \qquad (2.05.10)$$

$$\Delta\rho = E_\rho \cdot \overline{\rho}. \qquad (2.05.11)$$

Окончательный результат запишите в виде:

$$R_x = \overline{R}_x \pm \Delta\overline{R}_x; \qquad (2.05.12)$$

$$\rho = \overline{\rho} \pm \Delta\overline{\rho}. \qquad (2.05.13)$$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое электросопротивление проводника? Отчего оно зависит?
2. Что такое удельное сопротивление проводника, в каких единицах оно измеряется?
3. От чего зависит удельное сопротивление проводника?
4. Начертите схему моста Уитстона и опишите способ измерения сопротивления с его помощью.
5. Выведите расчетную формулу для определения сопротивления неизвестного проводника.
6. Как вычисляются относительная и абсолютная погрешности измерения сопротивления R_x и удельного сопротивления ρ?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

7. 1.Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики. Т.2. – М.: Наука, 1974. – 336 с.
8. Физический практикум. Электричество и оптика / Под ред. В.И. Ивероновой. – М.: Наука, 1968. – 815 с.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2.07

СНЯТИЕ КРИВОЙ НАМАГНИЧИВАНИЯ И ПЕТЛИ ГИСТЕРЕЗИСА С ПОМОЩЬЮ ОСЦИЛЛОГРАФА

1. Цель работы

Целью данной работы является изучение законов электромагнетизма, методов исследования характеристик магнитного поля в веществе, свойств ферромагнетиков и ознакомление со способом опытного изучения магнитных свойств ферромагнетика с помощью осциллографа.

2. Краткая теория

Характеристиками магнитного поля являются индукция $\vec{\mathbf{B}}$ и напряженность $\vec{\mathbf{H}}$. Индукция является силовой характеристикой магнитного поля, численно равной величине силы, с которой магнитное поле действует на единичный элемент тока, помещенный в данную точку поля нормально линиям индукции. В веществе индукция магнитного поля определяется как макроскопическими, так и микроскопическими токами. Напряженность является вспомогательной физической величиной, характеризующей намагничивающее поле.

При внесении в магнитное поле все вещества намагничиваются, то есть магнитное поле в веществе отличается от внешнего магнитного поля. Магнитное поле в веществе можно представить в виде:

$$\vec{\mathbf{B}} = \vec{\mathbf{B}}_0 + \vec{\mathbf{B}}' \qquad (2.07.1)$$

где $\vec{\mathbf{B}}$ – магнитное поле в веществе, $\vec{\mathbf{B}}_0$ – внешнее магнитное поле, $\vec{\mathbf{B}}'$ – внутреннее магнитное поле, возникающее за счет ориентации магнитных моментов структурных элементов вещества.

Характеристикой магнитного состояния вещества является намагниченность, численно равная суммарному магнитному моменту единицы объема вещества.

$$\vec{\mathbf{J}} = \frac{1}{\Delta V}\Sigma\vec{\mathbf{p}}_i, \qquad (2.07.2)$$

где ΔV – физически малый объем вещества, $\vec{\mathbf{p}}_i$ – магнитный момент *i*-го атома.

Суммирование осуществляется по всем атомам, находящимся в физически малом объеме ΔV.

Опыт показывает, что для большинства веществ намагниченность пропорциональна напряженности намагничивающего поля.

$$\vec{\mathbf{J}} = \chi\vec{\mathbf{H}}, \qquad (2.07.3)$$

где χ – магнитная восприимчивость вещества.

В веществе

$$\vec{\mathbf{B}} = \mu_0\vec{\mathbf{H}} + \mu_0\vec{\mathbf{J}} \qquad (2.07.4)$$

Учитывая (2.07.3), получаем:

$$\vec{\mathbf{B}} = \mu_0\vec{\mathbf{H}} + \mu_0\chi\vec{\mathbf{H}} = \mu_0(1+\chi)\vec{\mathbf{H}} = \mu_0\mu\vec{\mathbf{H}}, \qquad (2.07.5)$$

где $\mu = \chi + 1$ – относительная магнитная проницаемость вещества, показывающая, во сколько раз индукция магнитного поля в веществе отличается от магнитной индукции в вакууме.

По своим магнитным свойствам и по характеру магнитных структур все вещества делятся на две основные группы: вещества, намагничивающиеся в направлении, противоположном направлению внешнего магнитного поля, и вещества, намагничивающиеся в направлении внешнего магнитного поля.

Диамагнетики – вещества, намагничивающиеся в направлении, противоположном направлению намагничивающего поля. Для диамагнетиков $\chi < 0$, следовательно $\mu < 1$.

Диамагнитными свойствами обладают вещества, собственные магнитные моменты структурных элементов которых равны нулю в отсутствие внешнего поля. Во внешнем магнитном поле в атомах индуцируются магнитные моменты, ориентированные противоположно намагничивающему полю.

Структурные элементы веществ, намагничивающихся в направлении внешнего магнитного поля, обладают собственными магнитными моментами. Эти вещества, в свою очередь, можно разбить на две группы: вещества, не обладающие самопроизвольной

ориентацей магнитных моментов структурных элементов, и вещества, у которых магнитные моменты структурных элементов упорядочены в отсутствие внешнего магнитного поля.

К первым относятся парамагнетики. У парамагнетиков $\chi > 0,$ и соответственно $\mu > 1$. Магнитные моменты атомов парамагнетиков в отсутствие внешнего магнитного поля разупорядочены вследствие теплового движения. Во внешнем магнитном поле возникает преимущественная ориентация магнитных моментов атомов парамагнетика. Магнитная восприимчивость парамагнетиков невелика и не зависит от величины напряженности намагничивающего поля. Некоторые парамагнетики при достаточно низких температурах могут переходить в ферромагнитное или антиферромагнитное состояние.

Ко второй группе относятся ферромагнетики, антиферромагнетики и ферримагнетики (ферриты).

Наибольший практический интерес представляют ферромагнетики – вещества, обладающие намагниченностью в отсутствие внешнего магнитного поля. Магнитная проницаемость ферромагнетиков имеет большую величину $\mu >> 1$ и зависит от напряженности внешнего магнитного поля и предшествующего магнитного состояния вещества.

Для каждого ферромагнетика существует характерная температура, выше которой вещество теряет ферромагнитные свойства и становится парамагнетиком. Эта температура называется точкой Кюри T_C.

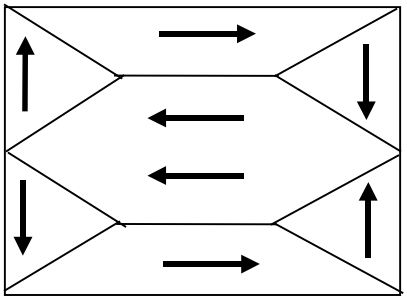


Рис. 1. Доменная структура ферромагнетика

Ферромагнитными свойствами обладают железо, кобальт, никель, их сплавы, некоторые редкоземельные элементы, а также некоторые химические соединения.

Особые свойства ферромагнетиков связаны с наличием в них малых самопроизвольно намагниченных областей – магнитных доменов. Размеры доменов составляют несколько микрометров. В пределах одного домена магнитные моменты атомов ориентированы в одном направлении. В ненамагниченном состоянии домены ориентированы хаотически и результирующая намагниченность равна нулю. Однако они имеют стремление располагаться так, чтобы образовались замкнутые магнитные цепи, так что магнитная энергия имеет наименьшую величину. Это схематически изображено на рис. 1, где стрелками показано направление магнитных моментов отдельных доменов.

Если поместить ферромагнетик во внешнее магнитное поле, он намагничивается. При малых значениях напряженности внешнего поля происходит увеличение размеров тех доменов, ориентация магнитного момента которых близка к направлению внешнего магнитного поля. Этот процесс соответствует участку *OA* зависимости намагниченности ферромагнетика от напряженности внешнего магнитного поля (рис. 2). Если поле увеличивать (участок *AB* на рис. 2), то процесс смещения границ доменов сменяется процессом вращения. Магнитные моменты целых доменов начинают поворачиваться одновременно. Данный процесс протекает не плавно, а ступенчато, что видно из кривой намагничивания $\vec{\mathbf{J}}(\vec{\mathbf{H}})$, если ее строить в увеличенном масштабе (см. рис.2). При дальнейшем увеличении намагничивающего поля происходит магнитное насыщение. При этом магнитные моменты всех доменов ориентированы по полю (участок *BC* на рис. 2). Намагниченность незначительно увеличивается при увеличении поля за счет тех магнитных моментов, которые разориентированы тепловым движением. В процессе намагничивания магнитная проницаемость сначала растет, затем уменьшается и при

насыщении становится близка к единице. Зависимость индукции магнитного поля (кривая намагничивания) и магнитной проницаемости от напряженности магнитного поля показаны на рис. 2 и 3.

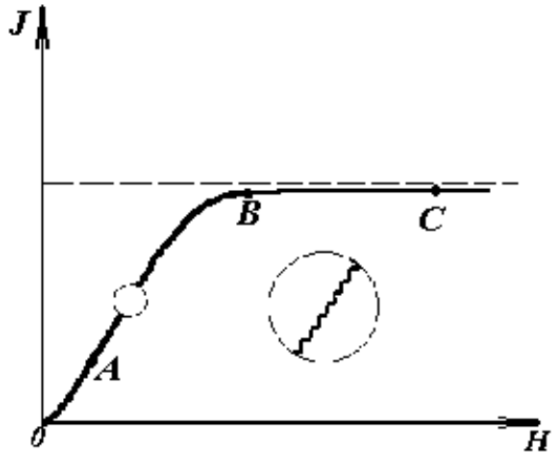


Рис.2. Зависимость намагниченности ферромагнетика от напряженности магнитного поля

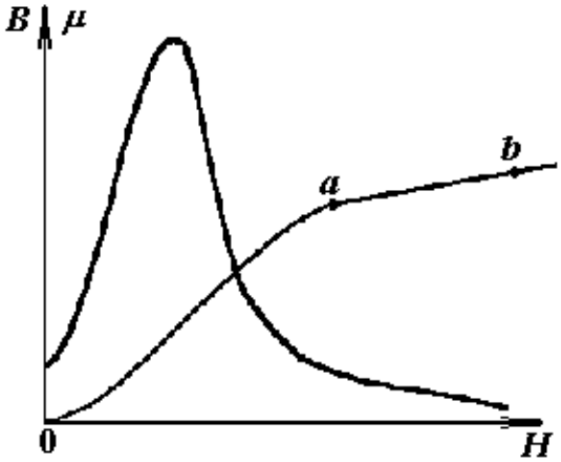


Рис.3. Зависимость индукции магнитного поля в ферромагнетике и магнитной проницаемости ферромагнетика от напряженности магнитного поля

Если ферромагнетик сначала намагнитить полем напряженности H_0 до индукции B_0, а затем уменьшать намагничивающее поле H до нуля, то индукция будет уменьшаться с некоторым отставанием (рис. 4). Когда напряженность станет равной нулю, индукция будет равна некоторому значению $B_{ост}$, характеризующему остаточное намагничение. Наличие остаточного намагничения объясняется тем фактом, что некоторые домены остаются ориентированными по полю и обеспечивают намагниченность ферромагнетика при нулевом намагничивающем поле.

Явление отставания изменения индукции магнитного поля B в ферромагнетике от

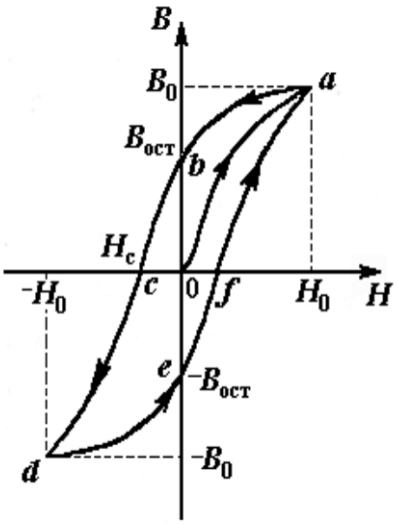


Рис.4. Петля гистерезиса ферромагнетика

изменения напряженности H в процессе перемагничивания называется гистерезисом. Если увеличивать напряженность поля H в обратном направлении от нуля до некоторого значения H_C, называемого коэрцитивной силой, индукция поля уменьшается до нуля. При дальнейшем увеличении напряженности до $(-H_0)$ ферромагнетик перемагничивается до индукции $(-B_0)$. При изменении напряженности поля от $(-H_0)$ до нуля, вновь возникает остаточное намагничение. Изменяя напряженность поля в первоначальном направлении до значения H_0, снова получим значение индукции B_0. Таким образом, при изменении напряженности от $(+H_0)$ до $(-H_0)$ и обратно, ферромагнетик пройдет полный цикл перемагничивания, кривая зависимости B от H будет иметь вид замкнутой петли, называемой петля гистерезиса (см. рис. 4). Площадь петли гистерезиса пропорциональна энергии, расходуемой на перемагничивание.

Чтобы размагнитить ферромагнетик его можно поместить в переменное магнитное поле и провести несколько циклов перемагничивния, постепенно уменьшая амплитудные значения напряженности поля.

Петлю гистерезиса можно получить на экране электронно-лучевой трубки осциллографа. Исследуемым ферромагнитным веществом является трансформаторная сталь, из которой изготовлен прямоугольный сердечник трансформатора. На сердечник намотаны две катушки: первичная – намагничивающая с числом витков N_1 и вторичная - измерительная с числом витков N_2. Первичная катушка N_1 через эталонный резистор R_8 и потенциометр R_1 подключена к генератору переменного тока $Г$. Для измерения амплитудного значения силы тока I_1 в первичной цепи используется электронный осциллограф ЭО, вход X которого подключается к эталонному резистору R_8.

Принципиальная схема опыта по исследованию кривой намагничивания и петли гистерезиса ферромагнетика показана на рис. 5.

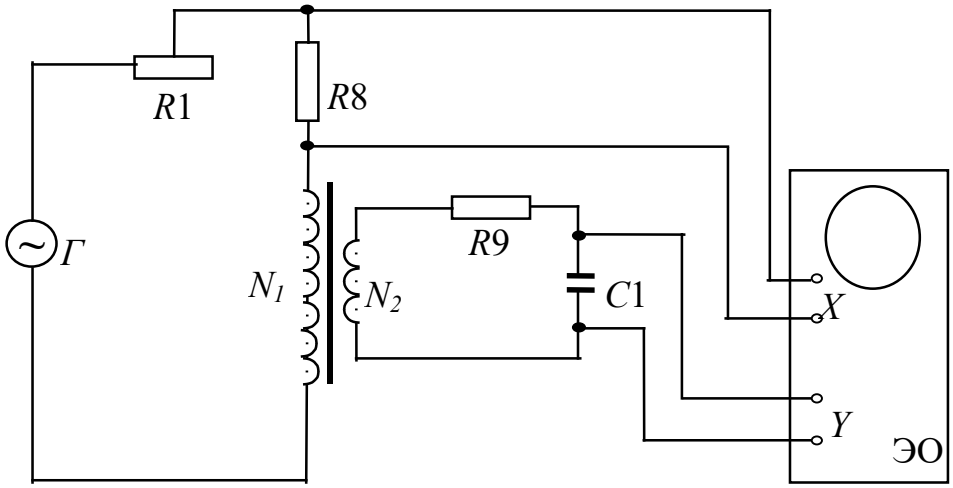


Рис. 5. Принципиальная схема цепи для исследования магнитных свойств ферромагнетика с помощью осциллографа

Ток I_1 создает в сердечнике намагничивающее поле напряженностью H. Напряженность магнитного поля в длинной катушке, согласно теореме о циркуляции:

$$H = \frac{I_1 N_1}{l}. \tag{2.07.6}$$

где l – длина ферромагнитного сердечника.
Формула (2.07.6) справедлива для мгновенных значений напряженности поля и тока, а также, в частности, для амплитудных значений. Напряжение на резисторе R_8 пропорционально силе тока I_1, а, значит, и напряженности H магнитного поля.

$$U_x = I_1 \cdot R_8 = \frac{R_8 \cdot l}{N_1} \cdot H. \tag{2.07.7}$$

Таким образом, на вход ***X*** подается напряжение, пропорциональное напряженности магнитного поля H.
В соответствии с законом Фарадея ЭДС индукции в измерительной катушке

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \cdot N_2, \tag{2.07.8}$$

где Ф – поток магнитной индукции, сцепленный с каждым витком катушек N_1 и N_2.
По определению

$$\Phi = B \cdot S, \tag{2.07.9}$$

где ***S*** – площадь одного витка.
Тогда

$$\varepsilon = -SN_2 \cdot \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}. \tag{2.07.10}$$

Так как ЭДС индукции пропорциональна скорости изменения магнитной индукции, то для определения величины B во вторичную цепь включено интегрирующее устройство. Функцию последнего выполняет интегрирующая цепочка, состоящая из резистора R_9 и конденсатора C_1. Можно показать, что напряжение на конденсаторе пропорционально интегралу от силы тока во вторичной катушке I_2.

$$U_C = \frac{1}{C_1}\int_0^{t_1} I_2 \mathrm{d}t, \qquad (2.07.11)$$

где t_1 – время интегрирования, соизмеримое с периодом колебания тока промышленной сети.

Для интегрирущего звена омическое сопротивление обычно выбирается значительно большим емкостного сопротивления $X_C = 1/\omega C$ (ω – круговая частота). В этом случае сила тока I_2 практически полностью определяется величиной R_9 и равна по закону Ома

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R_9}. \qquad (2.07.12)$$

Из (2.07.11) с учетом (2.07.12) и (2.07.10) получаем, что напряжение на конденсаторе

$$U_C = \frac{1}{C_1}\cdot\int_0^{t_1}\frac{\varepsilon}{R_9}\mathrm{d}t = -\frac{SN_2}{C_1R_9}\int_0^{t_1}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t = -\frac{SN_2}{C_1R_9}\cdot B, \qquad (2.07.13)$$

и, следовательно, магнитная индукция

$$B = \frac{C_1R_9}{SN_2}\cdot U_C. \qquad (2.07.14)$$

Таким образом, напряжение, снимаемое с конденсатора и подаваемое на вертикально отклоняющие пластины электронно-лучевой трубки (вход *Y*), пропорционально индукции магнитного поля в сердечнике. Формула (2.07.14) справедлива, в частности, для амплитудных значений напряжения на конденсаторе U_C и индукции B.

Если увеличивать силу тока в первичной катушке, площадь петли гистерезиса будет сначала увеличиваться. Таким образом будут наблюдаться частные петли гистерезиса. При некотором значении силы тока, дальнейшего увеличения площади петли происходить не будет. Наибольшая по площади петля гистерезиса будет являться предельной.

По известным значениям B и H можно вычислить магнитную проницаемость трансформаторной стали

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}. \qquad (2.07.15)$$

В эксперименте предлагается оценить также мощность, затраченную на перемагничивание материала. При перемагничивании образца энергия расходуется на переориентацию доменов и выделяется в виде тепла. Величина этой энергии W, приходящейся на единицу объема образца, численно равна площади S_1 петли гистерезиса. Если частота переменного тока ν, то количество тепла, выделяемое за единицу времени, будет равно мощности, затрачиваемой на перемагничивание единицы объема.

$$P = W\cdot\nu = S_1\nu. \qquad (2.07.16)$$

Площадь петли гистерезиса определяем по числу клеток, занимаемых ею на экране осциллографа. Если цена деления по оси H равна $Z_\text{Н}$, а по оси B равна $Z_\text{В}$, тогда величина площади петли будет равна $N\cdot Z_\text{Н}\cdot Z_\text{В}$ где N – площадь петли в малых делениях шкалы осциллографа.. Потери на перемагничивание, следовательно, будут равны:

$$P = N\cdot Z_\text{Н}\cdot Z_\text{В}\cdot\nu. \qquad (2.07.17)$$

В данной работе частота переменного тока равна частоте в промышленных сетях $\nu = 50\ \text{Гц}$.

3. Выполнение работы

Необходимые приборы и материалы: ферромагнитный сердечник с катушками N_1 и N_2 ($N_1 = 2000$, $N_2 = 1000$ витков, $l = 0{,}1$ м, $S = 1 \cdot 10^{-4}$ м^2); резистор R_8; генератор переменного тока $Г$; электронный осциллограф ЭО; интегрирующая цепь R_9, C_1 ($R_9 = 160$ кОм, $C_1 = 3{,}9$ мкФ). Все элементы схемы, кроме осциллографа, смонтированы внутри лабораторного стенда. Рабочая схема опыта для исследования кривой намагничивания петли гистерезиса ферромагнетика показана на рис. 6 и на панели стенда.

Порядок выполнения работы. Подготовьте электронный осциллограф к измерениям согласно инструкции, расположенной на лабораторном столе.

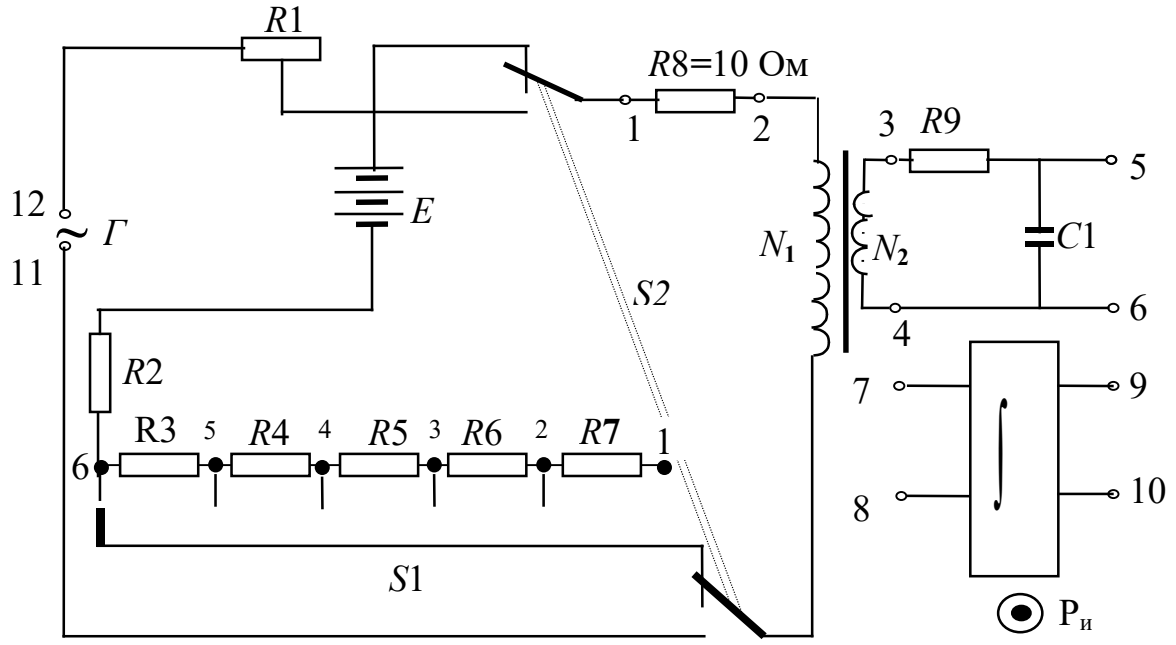


Рис. 6. Рабочая схема опыта

Соберите схему согласно рис.6, подключив вход *OX* осциллографа к резистору R_8=10 Ом (клеммы 1–2), а вход *OY* к конденсатору C_1 (клеммы 5–6). Переключатель S_2, если он есть на стенде, должен быть в нижнем положении. Ручка потенциометра R_1 повернута до упора влево. Включите лабораторный стенд тумблером, расположенным на передней стенке стенда.

Включите электронный осциллограф (кнопку “питание” следует отжать). Кнопки “X–Y” слева и справа от экрана должны быть нажаты, а остальные отжаты. Вращением ручек “ ↔ ” и “ ↕ ” выведите изображение точки в центр экрана. Поверните ручку потенциометра R_1 до упора вправо. Ручками регулировки коэффициентов усиления I-го и II–го каналов добейтесь, чтобы величина максимальной петли была в пределах экрана. Вращая ручку потенциометра R_1, можно изменять силу тока в первичной цепи. Для каждого значения тока на экране осциллографа возникает петля гистерезиса соответствующего размера. Начиная с некоторого значения силы тока, площадь петли практически перестает возрастать, то есть наблюдается предельная петля гистерезиса. Перед началом измерений убедитесь в этом, просматривая на экране осциллографа петли гистерезиса при различных значениях силы тока I_1.

Определите цену большого деления шкалы по осям *OX* и *OY* по метке, расположенной на одном из выступов ручки большего диаметра первого и второго каналов (ручки 4,5 на

рис.2, стр.10). Это значение необходимо умножить на 10, так как при данных измерениях установлен десятикратный делитель шкалы.
Для определения напряженности (H) и индукции (B) магнитного поля по формулам (2.07.6) и (2.07.14) необходимо измерить силу тока в первичной цепи I_1 и напряжение на конденсаторе U_c. Начинать измерения удобно с предельной петли гистерезиса.
Установите на экране осциллографа предельную петлю гистерезиса.
Измерьте напряжение на конденсаторе U_c и силу тока в первичной цепи I_1.
1. Для определения напряжения на конденсаторе U_c необходимо опустить перпендикуляр из вершины петли на ось OY и полученное число больших делений умножить на цену одного деления II канала и умножить на 10 (или число маленьких делений умножить на цену деления). Результат записывается в таблицу.
2. Для определения силы тока в первичной катушке необходимо:
   а) опустить перпендикуляр из вершины петли на ось OX;
   б) полученное число больших делений умножить на цену одного деления I канала и умножить на 10 (или число маленьких делений умножить на цену деления), получив, тем самым напряжение на резисторе R_8;
   в) полученное значение напряжения на резисторе R_8 в соответствии с законом Ома делим на величину сопротивления (R_8=10 Ом):

$$I_1 = U_{R8}/R_8 = U_{R8}/10.$$

Найденное таким образом значение силы тока I_1 записываем в таблицу.

Таблица

Результаты измерений

Номер опыта	Амплитудные значения		H, А/м	B, Тл	μ
	силы тока I_1, мА	напряжения U_C, мВ			
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					

Ручкой потенциометра R_1 уменьшаем величину силы тока таким образом, чтобы получить еще 9 петель гистерезиса и определяем для каждой петли значения напряжения U_c и силы тока I_1 (повторить п.п. 1 и 2).
Рекомендуется для удобства измерений уменьшать величину силы тока по оси OX через 5 маленьких делений (0,5 большого деления).
Вычислите B, H и μ по формулам (2.07.6), (2.07.14) и (2.07.15). Постройте графики зависимостей индукции магнитного поля B и магнитной проницаемости μ от напряженности H.
Снова получите на экране осциллографа предельную петлю. Определите площадь предельной петли. Для этого подсчитайте количество больших клеток, охватываемых

верхней половиной петли, удвойте его и умножьте на 100. Полученное число соответствует площади петли, выраженной в маленьких делениях.
Определите координаты вершин предельной петли гистерезиса X_{max}, Y_{max} по экрану осциллографа в маленьких делениях. Определите цену деления $\boldsymbol{Z_B}$ и Z_H, разделив максимальные значения B и H на соответствующие координаты вершины предельной петли.

$$Z_B = \frac{B_{max}}{Y_{max}}$$

$$Z_H = \frac{H_{max}}{X_{max}}.$$

Вычислите потери на перемагничивание по формуле (2.07.17) в Вт/м$^{-3}$.
По результатам лабораторной работы сделайте выводы о характере установленных зависимостей индукции магнитного поля и магнитной проницаемости от напряженности магнитного поля для исследованного ферромагнетика.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Назовите характеристики магнитного поля и дайте их определения.
2. Назовите величины, характеризующие магнитные свойства вещества.
3. Что такое намагниченность? Что характеризует эта величина? От чего она зависит?
4. На какие группы подразделяются вещества по магнитным свойствам?
5. Назовите отличительные свойства ферромагнитных веществ.
6. Что представляет собой кривая намагничивания?
7. В чем заключается явление магнитного гистерезиса?
8. Что такое остаточная индукция и коэрцитивная сила?
9. Что представляют собой магнитные домены?
10. Опишите процесс изменения доменной структуры при намагничивании ферромагнетика.
11. Что такое магнитное насыщение?
12. Нарисуйте схему установки, поясните назначение всех элементов схемы, расскажите порядок выполнения работы.
13. Выведите расчетные формулы для определения $\boldsymbol{B}$ и $\boldsymbol{H}$.
14. На что расходуется энергия при перемагничивании ферромагнетика?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

15. Савельев И. В. Курс общей физики. Т. 2 – М.: Наука, 1982 – С. 176 – 180.
16. Калашников С. Г. Электричество. – М.: Наука, 1970. – С. 257 – 266.
17. Трофимова Т. И. Курс общей физики. - М.: Высшая школа, 1985. 432 с.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2.08

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНДУКТИВНОСТИ КАТУШКИ

1 Цель работы

Целью данной работы является изучение явления электромагнитной индукции и его законов, измерение индуктивности катушки, исследование зависимости индуктивности катушки от силы тока, протекающего по ее обмотке, а также индуктивности катушки, ее полного и индуктивного сопротивлений от частоты переменного тока.

2 Краткая теория.

Всякий контур, по которому течет ток, пронизывается магнитным полем, созданным этим током. Если сила тока в контуре меняется, то изменяется и сцепленный с контуром магнитный поток, поэтому вследствие явления электромагнитной индукции в контуре возникает эдс. Возникновение эдс в контуре при изменении силы тока в нем называется самоиндукцией. В соответствии с законом Фарадея величина эдс индукции пропорциональна скорости изменения магнитного потока, пронизывающего контур, то есть,

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}. \qquad (2.08.1)$$

Магнитный поток, создаваемый током, протекающим в контуре, называется потоком самоиндукции Φ_s. Поток самоиндукции пропорционален индукции магнитного поля, создаваемого этим током, которая, в свою очередь, пропорциональна величине силы тока в контуре. Поэтому магнитный поток самоиндукции пропорционален величине силы тока

$$\Phi_s = L \cdot I \ , \qquad (2.08.2)$$

где L – индуктивность контура.

Индуктивность контура – это скалярная физическая величина, характеризующая способность контура создавать поток самоиндукции и зависящая от его формы, размеров и магнитной проницаемости среды. Из (2.08.2) следует, что индуктивность контура измеряется величиной магнитного потока, сцепленного с контуром, при силе тока в нем равной 1 А. За единицу измерения индуктивности в системе СИ принимается 1 Гн – это индуктивность такого контура, с которым сцеплен магнитный поток в 1 Вб при силе тока в контуре равной 1 А.

При неизменной индуктивности закон Фарадея для самоиндукции выглядит следующим образом:

$$\varepsilon = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}, \qquad (2.08.3)$$

т.е. эдс самоиндукции пропорциональна скорости изменения силы тока в контуре. В соответствии с законом Фарадея можно дать другое определение индуктивности. Индуктивность определяется величиной эдс, возникающей в контуре, при изменении в нем силы тока на 1 А за 1 с. Тогда, согласно (2.08.3), 1 Гн – это индуктивность такого контура, в котором индуцируется эдс, равная 1 В при изменении в нем силы тока на 1 А за 1 с. Знак минус в формуле (2.08.3) отражает правило Ленца, согласно которому самоиндукция противодействует всякому изменению силы тока в контуре и представляет собой аналогию с инерцией в механике.

В электрической цепи наличие индуктивности приводит к возникновению добавочного индуктивного сопротивления катушки переменному току

$$X_L = 2\pi\nu L \qquad (2.08.4)$$

где ν – частота переменного тока.

Модуль полного сопротивления Z катушки переменному току определяется по закону Ома

$$Z = \frac{U}{I}. \qquad (2.08.5$$

где U и I – эффективные значения напряжения и силы тока в катушке.

Полное сопротивление катушки Z складывается из сопротивления катушки в цепи постоянного тока R (омического или активного сопротивления) и индуктивного сопротивления X_L в соответствии с формулой:

$$Z = \sqrt{R^2 + {X_L}^2} \ . \qquad (2.08.6)$$

или, подставив X_L,

$$Z = \sqrt{R^2 + (2\pi\nu L)^2}, \qquad (2.08.7)$$

из которого можно выразить индуктивность катушки L

$$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{2\pi\nu} = \frac{1}{2\pi\nu}\sqrt{\left(\frac{U}{I}\right)^2 - R^2}. \qquad (2.08.8)$$

Соотношение (2.08.8) лежит в основе опыта по определению индуктивности. Для того, чтобы определить индуктивность, необходимо измерить частоту переменного тока, действующее значение силы переменного тока, протекающего через катушку, действующее значения напряжения на катушке и омическое сопротивление катушки.

Индуктивность длинного соленоида с сердечником может быть рассчитана по формуле

$$L_C = \mu\mu_0 n^2 V \qquad (2.08.9)$$

где μ – магнитная проницаемость сердечника,

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная,

n – число витков, приходящихся на единицу длины катушки,

V – объем катушки.

Измеряя индуктивность катушки, можно определять магнитную проницаемость материала, из которого изготовлен сердечник. В частности, таким способом можно определять магнитную проницаемость горных пород. Определив индуктивность катушки с сердечником из исследуемой породы L_C и без сердечника L_0, по отношению этих индуктивностей L_C/L_0 определяют μ. Определение магнитной проницаемости горных пород и минералов необходимо для изучения вопросов, связанных с установлением качества железных руд и железистых пород, магнитным обогащением полезных ископаемых, с разведкой рудных тел, исследованием трещиноватости массива горных пород.

3 Выполнение работы

Необходимые приборы: лабораторный стенд, внутри которого смонтированы все элементы схемы; генератор периодических сигналов; цифровой вольтметр. Рабочая схема опыта показана на рис. 1 и на панели стенда.

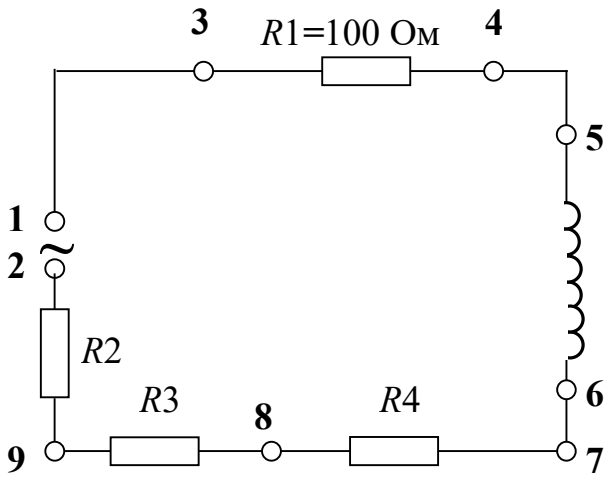


Рис. 1 Рабочая схема опыта

Порядок выполнения работы. Для того, чтобы определить индуктивность катушки по формуле (2.08.8), необходимо знать четыре параметра: R (омическое сопротивление катушки), ν (частоту переменного тока), U (напряжение на катушке) и I (силу тока в катушке).

Подготовьте к работе универсальный вольтметр и генератор периодических сигналов **Л-31** в соответствии с инструкциями по эксплуатации, находящимися на лабораторном столе. Переключатель рода работы генератора установите в положение ~ (создание гармонических колебаний). Определите омическое сопротивление обмотки катушки R. Для этого подключите универсальный вольтметр к клеммам 5–6. Переключатель "***РОД РАБОТЫ***" нужно установить в положение "R". Переключатель пределов измерения должен находиться в положении **1**. Запишите в таблицу 1 значение омического сопротивления катушки, снятое с табло вольтметра.

Не отключая цифровой вольтметр от катушки, переведите его в режим измерения эффективных значений переменных напряжений (переключатель "***РОД РАБОТЫ***" установите в положение $\widetilde{U}$).

1. Подключите к клеммам 1–2 генератор сигналов. Регулятор уровня сигнала установите в крайнее правое положение. Установите вращением ручки "***ЧАСТОТА***" частоту генерируемого сигнала 10 кГц. Запишите ее в таблицу 1.

2. Для измерения напряжения на катушке подключаем вольтметр к клеммам 5–6, при этом переключатель пределов измерений установить в положение **10**.

3. Для определения силы тока в катушке измеряем напряжение на резисторе R_1**,** включенном последовательно с катушкой. Для этого подключаем вольтметр к клеммам 3–4, а переключатель «***ПРЕДЕЛ ИЗМЕРЕНИЙ***» переводим в положение 1. Поскольку сопротивление R_1 равно 100 Ом, по закону Ома величина силы тока в цепи будет равна величине напряжения, деленной на 100.

Измерив напряжение на резисторе R_1**,** рассчитываем силу тока в цепи:

$$I = U_{R_1} / R = U_{R_1} / 100 .$$

4. Полученные значения напряжения на катушке и силы тока записываем в таблицу 1.

5. Повторите измерения еще два раза при различных значениях силы тока в цепи. Для этого сначала исключаем из цепи сопротивления R_2 и R_3, для чего можно подключить генератор к клеммам 2–8. Затем исключаем все три сопротивления R_2, R_3 и R_4**,** подключая генератор к клемма 2–7. Каждый раз измеряем напряжение на катушке и силу тока, повторяя п.п. 2–4.

По данным измерений рассчитайте три значения индуктивности катушки по формуле (2.08.8), подставляя значение частоты генератора 10 кГц.

Таблица 1

Результаты измерений индуктивности в зависимости от силы тока

Номер опыта	U**,** В	I, мА	L, Гн
1			
2			
3			
Частота переменного тока		ν =	
Омическое сопротивление катушки		R =	

По данным измерений рассчитайте три значения индуктивности катушки по формуле (2.08.8), подставляя значение частоты генератора 10 кГц.

В работе также исследуется зависимость индуктивности катушки, ее индуктивного и модуля полного сопротивлений от частоты генератора при неизменной величине силы тока. Для этого подключите вольтметр к сопротивлению R_1. Первый опыт проведите, установив частоту генератора 20 кГц. Регулятор уровня сигнала установите в крайнее правое положение. Определите силу тока в цепи согласно п.3. Затем, подключив вольтметр к катушке, измерьте напряжение на ней согласно п.2. Результаты запишите в таблицу 2. Опыт повторите при других значениях частоты ν, приведенных в таблице, каждый раз устанавливая с помощью регулятора уровня первоначальное значение силы

тока. Рассчитайте в каждом случае величину индуктивности, индуктивного и полного сопротивлений катушки. По результатам измерений постройте графики зависимости полного и индуктивного сопротивлений от частоты.

Таблица 2

Результаты измерений индуктивности при различных значениях частоты генератора

Номер опыта	ν, кГц	*I*, мА	*U*, *B*	*L*, Гн	*Z*, Ом	X_L, Ом
1	20					
2	10					
3	5					
4	2					
5	1					

Вычислите среднее значение индуктивности и среднюю абсолютную погрешность. Результат запишите в виде:

$$\overline{L} = \overline{L} \pm \Delta\overline{L} \qquad (2.08.9)$$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В чем заключается явление самоиндукции?
2. Что называется индуктивностью и в каких единицах она измеряется?
3. От чего зависит индуктивность катушки?
4. Запишите формулы для индуктивного и модуля полного сопротивлений катушки.
5. Выведите расчетную формулу для определения индуктивности катушки.
6. Как зависит модуль полного сопротивления катушки от частоты изменения тока в ней?
7. Какое влияние оказывает наличие сердечника в катушке на величину силы тока в ней при переменном и постоянном токах?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зисман Г. А., Тодес О. М. Курс общей физики. Т. 2. – М.: Наука, 1974. – 336 с.
2. Детлаф А. А., Яворский Б. М. Курс физики. Т. 2. – М.: Высшая школа, 1977. – 376 с.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-
методическому комплексу
_____ Р.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Б1.О.11 ХИМИЯ

Направление
05.03.01 Геология

Профиль:
Гидрогеология, инженерная геология и геоэкология

год набора: 2023

Одобрена на заседании кафедры	Рассмотрена методической комиссией факультета
Химии	Геологии и геофизики
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав.кафедрой _____	Председатель _____
(подпись)	*(подпись)*
Амдур А.М.	Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол №1 от 08.09.2022	Протокол № 1 от 13.09.2022
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

ХИМИЯ

Контрольные задания для студентов всех направлений бакалавриата и специалитета

Контрольные задания состоят из 9 разделов, включающих задания по основным темам химии.

Строение атома

Задание 1. Какой подуровень заполняется в атоме электронами после заполнения подуровня 4p?

Решение. Подуровню 4p отвечает сумме n+l, равная 4+1=5. Такой же суммой n+l характеризуют подуровни 3d(3+2=5) и 5s(5+0=5) . Однако состоянию 3d отвечает меньшее значение n(n=3), чем состоянию 4p, поэтому подуровень 3s будет заполняться раньше, чем подуровень 4p. Следовательно, в соответствии с правилом Клечковского после заполнения подуровня 4p будет заполняться подуровень 5d, которому отвечает на единицу большее значение n(n=5) .

Задание 2. Напишите электронные формулы атомов и ионов, укажите положение их в периодической системе Д. И. Менделеева (номер периода, группа, подгруппа): Na^+; Cl^-

Решение. Электронная формула химического элемента натрия следующая: 1s2 2s2 2p6 3s1. Он расположен в третьем периоде, первой группе, главной подгруппе периодической системы Д. И. Менделеева.

Электронная формула иона Cl^-: 1s2 2s2 2p6 3s2 3p6. Хлор расположен в третьем периоде, седьмой группе, главной подгруппе периодической системы Д. И. Менделеева.

Каждое задание содержит 2 вопроса (а, б)

Задания к разделу 2

Номер задания	а) Укажите численные значения главного и орбитального квантовых чисел данных подуровней, рассчитайте последовательность их заполнения	б) Напишите электронные формулы предложенных атомов и ионов, укажите их положение в системе (номер периода, группа, подгруппа)
1	3p; 4s; 2p	Fe; Na^{+}
2	3d; 4p; 3p	Co; Br^{-}
3	5d; 4p 4d	Ni; Ba^{2+}
4	3d; 4f; 5s	Zn; Ca^{2+}
5	4d; 4s; 5s	Sn; S^{2-}
6	6s; 4p; 4f	W; Bi^{3+}
7	3d; 5s; 7p	S; La^{3+}
8	4d; 6s; 5d	F; Tl^{3+}
9	4p; 5p; 4f	Br; Zr^{4+}
10	3d; 3p; 2s	Al; Hg^{2+}
11	5d; 3s; 6s	Pb; Au^{3+}
12	6d; 4f; 5p	Ge; Ag^{+}
13	5d; 3p; 4d	Ga; Sb^{3+}
14	7s; 6p; 4d	Ni; Bi^{3+}
15	5d; 4p; 3d	Cl; Pb^{2+}
16	5s; 6s; 4p	Y; Hf^{4+}
17	6p; 5f; 6d	Zr; At^{-}
18	5d; 5s; 4f	Ta; Ga^{3+}
19	3s; 4d; 3p	Mo; Cu^{2+}
20	5f; 4d; 4s	Cr; Se^{2-}

2. Химическая кинетика и равновесие

2.1 Скорость химических процессов

В зависимости от характера реакции скорость определяется следующим образом. Для гомогенных систем (однородным по составу и свойствам) скорость измеряется:

$$V = \frac{\Delta \cdot C}{\Delta \cdot \tau}$$

где V – скорость химической реакции, моль/л·сек.

ΔC – изменение концентрации вещества за время $\Delta\tau = \tau_2 - \tau_1$

τ_1 – исходный момент времени, с,

τ_2 – текущий момент времени, с ($\tau_2 > \tau_1$)

В гетерогенных системах (состоящих из 2х или более однородных частей, находящихся в разном фазовом состоянии) при определении скорости концентрации твердых веществ не учитываются. Скорость реакции зависит от природы реагирующих веществ, концентрации, температуры, давления и присутствия катализаторов.

Скорость химической реакции прямо пропорциональна произведению молярных концентраций реагирующих веществ.

Пример 1. $H_2 + Cl_2 = 2HCl$

$V^{\rightarrow} = k \cdot C_{H2} \cdot C_{Cl2}$

где k – константа скорости прямой реакции

C_{H2}- концентрация водорода, моль/л

C_{Cl2}- концентрация хлора, моль/л

Концентрация веществ может обозначаться квадратными скобками, заключенными вокруг формулы вещества. Например, для этой реакции скорость прямой реакции можно записать так:

$V^{\rightarrow} = k \cdot [H_2] \cdot [Cl_2]$

Зависимость скорости реакции от температуры определяется правилом Вант-Гоффа: при повышении температуры на каждые 10^0 скорость большинства реакций увеличивается в 2-4 раза

$$\nu_2 = \nu_1 \cdot \gamma^{\frac{t_2 - t_1}{10}}$$

где γ – температурный коэффициент скорости реакции, значения которого для большинства реакций лежит в интервале от 2 до 4.

ν_2 - скорость реакции при температуре t_2, °C

ν_1 - скорость реакции при температуре t_1, °C

Пример 2. Температурный коэффициент скорости реакции равен 2,8. Во сколько раз возрастёт скорость реакции при повышении температуры от 20^0 до 75 ^{0}C ?

Решение. $t_2 - t_1 = 75 - 20 = 55$ °C. Обозначив скорость реакции при 20° и 75° соответственно ν_1 и ν_2 получаем: $\nu_2 / \nu_1 = 2{,}8^{55/10} = 2{,}8^{5{,}5} = 287$.

Скорость реакции увеличится в 287 раз.

2.2 Химическое равновесие

Состояние системы, при котором скорости прямой и обратной реакции равны, называют химическим равновесием. Состояние равновесия характеризуется константой равновесия K_c.

Гомогенная система:

$2CO_{(г)} + O_2 = 2CO_{2\ (г)}$

$$K_c = \frac{C^2_{CO_2}}{C^2_{CO} C_{O_2}}$$

где C_{co}; C_{O2}; C_{CO2} – равновесные концентрации веществ, моль/л.

Гетерогенная система:

Fe_2O_3 (т) + $3H_2$ (г) = 3Fe (т)+$3H_2O$ (г)

$$K_c = \frac{C^3_{H2O}}{C^3_{H_2}}$$

В выражении константы равновесия концентрация твердой фазы не входит, так как она является практически постоянной величиной.

На состояние равновесия системы влияют давление, концентрация реагирующих веществ и температура. Система может находиться в состоянии равновесия бесконечно долго. Если изменить условия его существования, равновесие будет нарушено. Переход из одного равновесного состояния в другое называют смещением равновесия. Определить направление смещения равновесия позволяет принцип Ле Шателье: если находящаяся в равновесии система подвергается внешнему воздействию, равновесие смещается в направлении, которое способствует ослаблению этого воздействия.

Пример. 1 Для реакции N_2 (г)+ $3H_2$ (г) = $2NH_3$ (г) в какую сторону смещается равновесие если увеличить концентрацию аммиака и давление?

Решение: С увеличением концентрации аммиака равновесие смещается влево. С увеличением давления в этой системе равновесие смещается вправо.

Пример 2. В системе А(г)+2В(г)=С(г) равновесные концентрации равны C^p_a =0,06 моль/л, $C^p_в$ =0,12 моль/л , C^p_c =0,216 моль/л . Найти константу равновесия реакции и исходные концентрации веществ А и В.

Решение: Константа равновесия выражается уравнением:

$$К_c = \frac{C^p_c}{C^p_a C^2_в} = \frac{0{,}216}{0{,}06 \cdot (0{,}12)^2} = 250$$

Для нахождения исходных концентраций веществ А и В следует учесть, что согласно уравнению реакции, из 1 моль А и 2 моль В образуется 1 моль С. Поскольку по условию задачи в каждом литре системы образовалось 0, 216 моль вещества С, то при этом было израсходовано 0,216 моль вещества А и 0,216*2 = 0,432 моль вещества В. Таким образом, искомые исходные концентрации равны:

C^o_a = 0,06+0,216=0,276 моль/л,

$C^o_в$ = 0,12+0,432=0,552 моль/л.

Задания к разделу 2.

21. Напишите выражение для константы равновесия реакции:

$Si + 2H_2O \leftrightarrow SiO_2+2H_2$

22. Рассчитайте исходную концентрацию CO для реакции, если равновесные концентрации [CO]=0,01, [COS] = 0,03 моль/л.

$Sb_2S_3+3CO=2Sb+3COS$

23. Температурный коэффициент скорости реакции равен 2,5. Во сколько раз увеличится скорость, если температуру повысить на 40°?

24. В какую сторону сдвинется равновесие системы $C+2N_2O \leftrightarrow CO_2+2N_2$ если увеличить объём системы?

25. Как повлияет на равновесие реакции $CaCO_3 \leftrightarrow CaO+CO_2$ -179 кДж, понижение температуры?

26. Напишите выражение для константы равновесия реакции:

$Fe_2O_3 +3CO \leftrightarrow 2Fe + 3CO_2$

27. Чему равна начальная концентрация NO_2, если в момент равновесия концентрация NO была 0,3 моль/л , O_2 – 0,15 моль/л, NO_2 - 0,2 моль/л.

28. Во сколько раз изменится скорость химической реакции, если температуру понизили с 25° до -15° при температурном коэффициенте скорости 2?

29. Куда сдвинется равновесие реакции $H_2 +J_2 \leftrightarrow 2HJ$ при уменьшении объёма системы в 3 раза?

30. Куда сдвинете я равновесие реакции $N_2O_4 \leftrightarrow 2NO_2$ -Q, если повысить температуру в системе?

31. Напишите выражение для константы равновесия реакции:

$2N_2O \leftrightarrow 2N_2 + O_2$

32. Чему равна скорость реакции $CuO + 2HNO_3 = Cu(NO_3)_2 + H_2O$ при концентрации 3 моль/л и константе скорости реакции К = 0,4 ?

33. Во сколько раз уменьшится скорость химической реакции при снижении температуры с 50 до 20 С°, если температурный коэффициент равен 3 ?

34. В какую сторону сдвинется равновесие реакции $CO + H_2O \leftrightarrow CO_2 + H_2$ при увеличении давления?

35. В какую сторону сдвинется равновесие реакции $2C + O_2 \leftrightarrow 2CO$; $\Delta H^0 = -105$ кДж при понижении температуры ?

36. Написать выражение для константы равновесия реакции:

$2C_2H_4$ (г) $+ 5O_2 \leftrightarrow 4CO_2 + 2H_2O$ (пар)

37. Рассчитать начальную концентрацию кислорода для реакции, если равновесные концентрации кислорода равна 0,34 моль/л, а диоксида азота равна 0,72 моль/л.

$2NO + O_2 \leftrightarrow 2NO_2$

38. Температурный коэффициент скорости реакции равен 5. Во сколько раз увеличится скорость реакции, если температуру повысить с 80^0 до 110^0С.

39. В какую сторону сдвинется равновесие реакции при уменьшении объёма системы: $2CO + O_2 \leftrightarrow 2CO_2$

40. В системе: $N_2 + O_2 \leftrightarrow 2NO$ $\Delta H^0 = 180$ кДж. Произошло повышение температуры. В какую сторону сдвинулось равновесие?

Задания 41-60 . Напишите математическое выражение Кс (константы химического равновесия) для обратимых реакций и укажите направление смещения равновесия при изменении условий:

А) уменьшении парциального давления одного из исходных газообразных веществ;

Б) понижении давления;

В) повышении температуры.

Номер задания	Уравнение реакции	ΔH^o, кДж/моль
41	$2N_2O_{(г)} + O_{2(г)} = 4NO_{(г)}$	196
42	$4NH_{3(г)} + 5O_{2(г)} = 4NO_{(г)} + 6H_2O_{(г)}$	908
43	$2H_2S_{(г)} + 3O_{2(г)} = 2SO_{2(г)} + 2H_2O_{(г)}$	1038
44	$CO_{2(г)} + H_{2(г)} = CO_{(г)} + H_2O_{(г)}$	41

45	$2H_{2\,(г)} + O_{2\,(г)} = 2H_2O_{\,(г)}$	-484
46	$2SO2_{\,(г)} + O2_{\,(г)} = 2SO3_{\,(г)}$	-196
47	$2NO_{\,(г)} + O2_{\,(г)} = 2NO2_{\,(г)}$	-112
48	$Fe3O4 + H2_{\,(г)} = 3FeO + H2O_{\,(г)}$	62
49	$FeO + H2_{\,(г)} = Fe + H2O_{\,(г)}$	-272
50	$C + H2O_{\,(г)} = CO_{\,(г)} + H2_{\,(г)}$	131
51	$CO_{\,(г)} + H2O_{\,(г)} = CO2_{\,(г)} + H2_{\,(г)}$	-41
52	$SO3_{\,(г)} + H2_{\,(г)} = SO2_{\,(г)} + H2O_{\,(г)}$	-144
53	$H2_{\,(г)} + Cl2_{\,(г)} = 2HCl_{\,(г)}$	-184
54	$FeO + CO_{\,(г)} = Fe + CO2_{\,(г)}$	-11
55	$2ZnS + 3O2_{\,(г)} = 2ZnO + 2SO2_{\,(г)}$	-878
56	$N2_{\,(г)} + 3H2_{\,(г)} = 2NH3_{\,(г)}$	-92
57	$CaCO3 = CaO + CO2_{\,(г)}$	175
58	$2MgCl_2 + 2O_{2\,(г)} = 2MgO + 2Cl_{2\,(г)}$	82
59	$Ca(OH)_{2\,(т)} = CaO_{\,(т)} + H_2O_{\,(г)}$	48
60	$H_2O_{\,(г)} + CO_{\,(г)} = CO_{2\,(г)} + H_{2\,(г)}$	-41

4 Растворы электролитов

4.1 Концентрация растворов

Содержание растворенного вещества в растворе может быть выражено либо безразмерными единицами долями, либо величинами размерными – концентрациями. Наиболее часто употребляют следующие методы выражения концентрации растворов.

Массовая доля растворенного вещества (ω) – отношение массы растворенного вещества ($m_в$) к общей массе раствора ($m_р$):

$$\omega = \frac{m_в}{m_р}$$

Если отношение $m_в/m_р$: умножить на 100%, то концентрация раствора будет выражена в %.

Молярная концентрация ($C_м$ или М) или молярность – число молей растворенного вещества (ν) в одном литре раствора:

$$C_м = \frac{\nu}{M} = \frac{m_b}{M \cdot V} \text{ (моль/л)}$$

где $m_в$ – масса растворенного вещества, М - молярная масса растворенного вещества, г/моль,

V - объём раствора, л.

Эквивалентная концентрация ($C_э$) – отношение массы растворенного вещества к произведению эквивалента данного вещества на объём раствора:

$$C_э = \frac{m_b}{Э \cdot V} \text{ (моль/л)}$$

Пример 1. Вычислить массу хлорида натрия и воды, необходимых для приготовления 500 г раствора, в котором содержание хлорида натрия в массовых долях равно 0,05 (или 5 %)

Решение:

По определению массовой доли, выраженной в %.

$$\omega = \frac{m_b}{m_{р-ра}} \cdot 100\ \%$$

Отсюда находим $m_в = \frac{\omega \cdot m_{р-ра}}{100} = \frac{5 \cdot 500}{100} = 25$ г.

Учитывая, что масса раствора равна 500 г, масса воды будет равна: 500-25=475 г.

Пример 2. Определить молярную концентрацию 15 % раствора карбоната натрия с плотностью 1,18 г/мл.

Решение:

Воспользуемся формулой, связывающей процентную и молярную концентрацию:

$$C_м = \frac{\omega \cdot \rho \cdot 10}{M},$$

где ρ – плотность раствора, г/мл

ω - массовая доля, %

M - молярная масса растворенного вещества, г/моль

В нашем случае: M =106

$$C_м = \frac{15 \cdot 1{,}18 \cdot 10}{106} = 1{,}66 \text{ моль/л}$$

Задания к подразделу 4.1

Каждое задание содержит по 2 задачи (а, б)

61 а) К 500 мл раствора соляной кислоты (р = 1.10 г/мл) прибавили 2.5 л воды, после чего раствор стал 4% - ным. Определите процентное содержание растворенного вещества в исходном растворе. б) Определите молярную концентрацию 10% - ного раствора азотной кислоты (р=1,06 г/мл).

62 а) Определите молярную концентрацию раствора сульфата калия, в 200 мл которого содержится 1,74 г растворенного вещества. б) Определите процентное содержание растворенного вещества 1М раствора нитрата никеля (11), плотность которого 1,08 г/мл.

63 а) Определите молярную концентрацию 10%-ного раствора серной кислоты (р=1,07 г/мл). б) Сколько мл воды следует добавить к 100 мл 20%-го раствора серной кислоты (р=1,14 г/мл) для получения 5%-го раствора?

64 а) В каком объеме воды следует растворить 32,2 г, чтобы получить 5%-ный раствор сульфата натрия? б) Определите процентное содержание растворенного вещества 0,9М раствора (р=1,05 г/мл).

65 а) Сколько граммов медного купороса $CuSO_4 \cdot 5H_2O$ и воды требуется для приготовления 150 г 8%-ного раствора в расчете на безводную

соль? б) Определите молярную концентрацию 27%-ного раствора соляной кислоты (р=1,14 г/мл).

66 а) До какого объёма следует разбавить 1,5 л 20%-ного раствора хлорида аммония (р=1,06 г/мл), чтобы получить 10%-ный раствор (р=1,03 г/мл).

б) Сколько миллилитров 70%-ного раствора нитрата калия (р=1,16 г/мл) требуется для приготовления 0.5 л 0,2М раствора?

67 а) Сколько граммов кристаллической соды $Na_2CO_3 \cdot 10H_2O$ надо взять для приготовления 2 л 0,2 М раствора Na_2CO_3? б) Сколько миллилитров 36% - ного раствора соляной кислоты (р = 1,18 г/мл) требуется для приготовления 4 л 0,5 М раствора?

68 а) К 1 л 20% - ного раствора гидроксида натрия (р = 1,22 г/мл) прибавили 10 л воды. Определите процентное содержание растворенного вещества в полученном растворе, б) Определите молярную концентрацию 8% - ного раствора сульфата натрия (р = 1,08 г/мл),

69 а) Сколько миллилитров 10%-ного раствора Na_2CO_3 (р ~ 1,10 г/мл), следует прибавить к 1 л 2% -ного раствора (р = 1,02 г/мл), чтобы получить 3% - ный раствор этой соли? б) Определите процентное содержание растворенного вещества в 2 М растворе гидроксида натрия (р = 1,08 г/мл).

70 а) Сколько миллилитров воды следует прибавить к 25 мл 40% - ного раствора КОН (р=1,40 г/мл), чтобы получить 2 % - ный раствор? б) Сколько миллилитров 96 % -ного раствора серной кислоты (р = 1,84 г/мл) требуется для приготовления 300 мл 0,5 М раствора?

71 а) Сколько граммов медного купороса $CuSO_4 \cdot 5H_2O$ следует добавить к 150 мл воды, чтобы получить 5% -ный раствор $CuSO_4$? б) Сколько миллилитров 30% - ного раствора азотной кислоты (р= 1,84 г/мл) требуется для приготовления 250 мл 0,5 М раствора?

72 а) Определите процентное содержание растворенного вещества в 0.25 М растворе гидрокскда натрия (р = 1,01 г/мл), б) Сколько миллилитров

0,1 М раствора HC1 можно приготовить из 20 мл 0,5 М раствора этой кислоты?

73 а) Определите молярную концентрацию 10% - ного раствора соляной кислоты (р = 1,05 г/мл), б) Сколько миллилитров 30% -ной азотной кислоты (р = 1.18 г/мл) требуется для приготовления 250 мл 11% - ного раствора (р = 1,07 г/мл)?

74 а) Сколько миллилитров 30% раствора КОН (р=1,29 г/мл) требуется для приготовления 300 мл 0.1 М раствора? б) К 760 мл 20% - ного раствора NaOH (р= 1,22 г/мл) прибавили 140 мл 10% - ного раствора NaOH (р=1,11 г/мл). Определите процентное содержание растворенного вещества.

75 а) К 50 мл 96% раствора серной кислоты (р=1,84 г/мл) прибавили 50 мл воды. Определите процентное содержание растворенного вещества в полученном растворе. б) Определите молярную концентрацию 72% раствора азотной кислоты (р = 1,43 г/мл).

76 а) Определите молярную концентрацию 6%-ного раствора фосфорной кислоты (р = 1,03 г/мл), б) Определите процентное содержание растворенного вещества раствора, полученного смешением 10 мл 96% -ного раствора азотной кислоты р=1,5 г/мл и 20 мл 48%-го раствора азотной кислоты р =1,3 г/мл.

77 а) До какого объема следует разбавить 500 мл 20% - кого раствора хлорида натрия (р ~ 1,15 г/мл), чтобы получить 4,5% - ный раствор (р ~ 1,03 г/мл)? б) Определите молярную концентрацию 50% раствора азотной кислоты (р =1,31 г/мл).

78 а) Определите молярную концентрацию 60%-ного раствора серной кислоты (р =1,5 г/мл). б) Сколько миллилитров 32% - ного раствора азотной кислоты (р =1,39 г/мл) необходимо для приготовления 300 мл 0,75М раствора?

79 а) Сколько миллилитров 0,2 М раствора азотной кислоты необходимо для нейтрализации 80 мл 0,6 М раствора NaOH? б)

Определите процентное содержание растворенного вещества в 1,5 М растворе КОН (р = 1,07 г/мл).

80 а) Определите молярную концентрацию 10 % раствора карбоната натрия (р=1,10 г/мл). б) Сколько миллилитров 30% раствора (р=0,9 г/мл) требуется для получения 400 мл 2М его раствора?

4.2. Электролитическая диссоциация.

Ионно-молекулярные уравнения.

Электролитами называют вещества, растворы и расплавы которых проводят электрический ток. К электролитам относятся неорганические кислоты, основания, амфотерные гидроксиды и соли. Они распадаются в водных растворах и расплавах на катионы и анионы.

Процесс распада молекул электролитов на ионы в среде растворителя получил название электролитической диссоциации. Количественно диссоциация определяется степенью и константой диссоциации. Степень диссоциации – это число, показывающее какая часть молекул от общего их количества в растворе распадается на ионы:

$$\alpha = \frac{\textit{число распавшихся молекул}\,(n)}{\textit{общее число растворенных молекул}\,(N)}$$

По степени диссоциации электролиты условно разделяют на сильные ($\alpha \approx 1$) и слабые($\alpha < 1$).

Сильные электролиты

К ним относятся минеральные кислоты: HNO_3, H_2SO_4, HCl, HBr, HJ, $HClO_4$; гидроксиды щелочных и щелочно-земельных металлов: LiOH, NaOH, KOH, $Ba(OH)_2$ и др. ; соли – средние, кислые, основные – $Fe_2(SO_4)_3$; $NaHCO_3$; $Al(OH)Cl_2$ и тп.

Сильные электролиты диссоциируют практически нацело:

$Fe_2(SO_4)_3 = 2Fe^{3+} + 3SO_4^{2-}$

$HNO_3 = H^+ + NO^{3-}$

$NaHCO_3 = Na^+ + HCO^{3-}$

$Ba(OH)_2 = Ba^{2+} + 2OH^-$

Слабые электролиты

К ним относятся кислоты: HNO_2, H_2CO_3, H_2S и др. а также все органические кислоты, в том числе уксусная CH_3COOH; гидроксиды металлов основного характера $Fe(OH)_3$, $Cu(OH)_2$ и др. (кроме щелочных и щелочноземельных) и гидроксид аммония NH4OH, а также амфотерные гидроксиды $Al(OH)_3$; $Cr(OH)_3$; $Zn(OH)_2$; $Sn(OH)_2$ и др.

Для слабых электролитов диссоциация обратимый процесс, для которого справедливы общие законы равновесия. Например, для уксусной кислоты константа равновесия, называемая константой диссоциации имеет вид: $CH_3COOH \leftrightarrow CH_3COO^- + H^+$

$$К_д = \frac{C_{CH_3COO} - \cdot C_{H+}}{C_{CH_3COOH}}$$

Многоосновные кислоты и многокислотные основания диссоциируют ступенчато, и каждую ступень равновесного состояния характеризует своя константа диссоциации (причем $К_{C1}$ всегда больше $К_{C2}$ и т.д.), например, при диссоциации H_2S: 1-я ступень $H_2S \leftrightarrow H^+ + HS^-$ $\quad К_{C1} = \frac{[H^+]\cdot[HS^-]}{[H_2S]} = 6\cdot10^{-8}$

2- я ступень $HS^- \leftrightarrow H^+ + S^{2-}$ $\quad К_{C2} = \frac{[H^+]\cdot[S^{2-}]}{[HS^-]} = 1\cdot10^{-14}$,

где [ ] - равновесные концентрации ионов и молекул.

Диссоциация $Cu(OH)_2$:

1-я ступень $Си(OH)_2 \leftrightarrow Си(OH)^+ + OH^-$

2-я ступень $Си(OH)^+ \leftrightarrow Си^{2+} + OH^-$

Амфотерные гидроксиды, например $Pb(OH)_2$ диссоциируют по основному типу: $Pb(OH)_2 \leftrightarrow PbOH^+ + OH^-$

$PbOH^+ \leftrightarrow Pb^{2+} + OH^-$

и кислотному:

$H_2PbO_2 \leftrightarrow H^+ + HPbO_2^-$

$HPbO_2^- \leftrightarrow H^+ + PbO_2^{2-}$

В растворах электролитов реакции протекают между ионами. Для записи ионных реакций применяют ионные уравнения. При составлении ионных уравнений реакций все слабые электролиты, газы и труднорастворимые электролиты записывают в молекулярной форме, все сильные электролиты (кроме труднорастворимых солей) в ионной форме. Примеры составления ионных уравнений реакций:

а) **образование труднорастворимых соединений**:

$Cu(NO_3)_2 + 2NaOH = Cu(OH)_2\downarrow + 2NaNO_3$

$Cu^{2+} + 2NO^{3-} + 2Na^+ + 2OH^- = Cu(OH)_2\downarrow + 2Na^+ + 2NO^{3-}$

$Cu^{2+} + 2OH^- = Cu(OH)_2\downarrow$

б) **образование газообразных веществ**:

$Na_2CO_3 + 2HCl = 2NaCl + H_2O + CO_2$

$2Na^+ + CO_3^{2-} + 2H^+ + 2Cl^- = 2Na^+ + 2Cl^- + H_2O + CO_2$

$CO_3^{2-} + 2H^+ = H_2O + CO_2$

в) **образование слабых электролитов:**

$CH_3COONa + HNO_3 = CH_3COOH + NaNO_3$

$CH_3COO^- + Na^+ + H^+ + NO_3^- = CH_3COOH + Na^+ + NO_3^-$

$CH3COO^- + H^+ = CH_3COOH$

Пример 1. Написать реакции для следующих превращений: $KOH \xrightarrow{A} KHSO_3 \xrightarrow{B} K_2SO_3$

Решение:

$$A.\ KOH + H_2SO_3 = KHSO_3 + H_2O$$

$$K^+ + OH^- + H_2SO_3 = K^+ + HSO_3^- + H_2O$$

$$OH^- + H_2SO_3 = HSO_3^- + H_2O$$

$$B.\ KHSO_3 + KOH = K_2SO_3 + H_2O$$

$$K^+ + HSO_3^- + K^+ + OH^- = 2K^+ + SO_3^{2-} + H_2O$$

$$HSO_3^- + OH^- = SO_3^{2-} + H_2O$$

Задания к разделу 4.2.

Задания 81-100. напишите для предложенных соединений уравнения диссоциации, а также в молекулярной и ионной формах уравнения возможных реакций взаимодействия их H_2SO_4 с и NaOH.

81. HCl; $Cr(OH)_3$	91. $Ca(OH)_2$; H_3PO_4
82. $Cd(OH)_2$; H_2S	92. HNO_3; $Be(OH)_2$
83. $Cu(OH)_2$; HBr	93. $H_2Cr_2O_7$; KOH
84. H_2SO_3; $Sn(OH)_2$	94. HCN; $Ga(OH)_3$
85. H_2SiO_3; $Pb(OH)_2$	95. KOH; H_2CO_3
86. CH_3COOH; $Fe(OH)_3$	96. HF; $Be(OH)_2$
87. H_2Se; $Zn(OH)_2$	97. NH_4OH; $HClO_4$
88. $Fe(OH)_2$; H_3AsO_3	98. $Pb(OH)_2$; HNO_2
89. LiOH; HJ	99. $Mg(OH)_2$; HClO
90. H_2Te; $Al(OH)_3$	100. $Ba(OH)_2$; $HMnO_4$

Задания 101-120. Напишите в молекулярной и ионной формах уравнения реакций для следующих превращений:

101. $Ni(OH)_2 \rightarrow (NiOH)_2SO_4 \rightarrow NiSO_4 \rightarrow Ni(OH)_2$

102. $CuSO_4 \rightarrow (CuOH)_2SO_4 \rightarrow Cu(OH)_2 \rightarrow Cu(OH)NO_3$

103. $Bi(NO_3)_3 \rightarrow Bi(OH)(NO_3)_2 \rightarrow Bi(OH)_3 \rightarrow Bi_2O_3$

104. $Co(OH)_2 \rightarrow Co(OH)Cl \rightarrow CoCl_2 \rightarrow Co(NO_3)_2$;

105. $Pb(NO_3)_2 \rightarrow Pb(OH)NO_3 \rightarrow Pb(OH)_2 \rightarrow K_2PbO_2$

106. $NiCl_2 \rightarrow Ni(OH)_2 \rightarrow Ni(OH)Cl \rightarrow NiCl_2$

107. $Cr(OH)Cl_2 \rightarrow CrCl_3 \rightarrow Cr(OH)_3 \rightarrow Cr(OH)SO_4$

108. $(SnOH)_2SO_4 \rightarrow SnSO_4 \rightarrow Sn(OH)_2 \rightarrow Na_2SnO_2$;

109. $NiBr_2 \rightarrow Ni(OH)Br \rightarrow Ni(OH)_2 \rightarrow NiSO_4$

110. $CoSO_4 \rightarrow Co(OH)_2 \rightarrow (CoOH)_2SO_4 \rightarrow Co(NO_3)_2$

111. $Cr_2(SO_4)_3 \rightarrow Cr(OH)SO_4 \rightarrow Cr_2(SO_4)_3 \rightarrow CrCl_3$;

112. $NiSO_4 \rightarrow (NiOH)_2SO_4 \rightarrow Ni(OH)_2 \rightarrow NiBr_2$;

113. $Fe(OH)SO_4 \rightarrow Fe_2(SO_4)_3 \rightarrow Fe(OH)_3 \rightarrow FeCl_3$

114. $Sn(OH)_2 \rightarrow Sn(OH)Cl \rightarrow K_2SnO_2 \rightarrow Sn(OH)_2$

115. $NiBr_2 \rightarrow (NiOH)_2 SO_4 \rightarrow Ni(OH)_2 \rightarrow NiBr_2$

116. $Al(OH)_3 \rightarrow Al(OH)_2Cl \rightarrow AlCl_3 \rightarrow Al(NO_3)_3$;

117. $CoCl_2 \rightarrow Co(OH)_2 \rightarrow (CoOH)_2SO_4 \rightarrow CoSO_4$,

118. $Bi(OH)_3 \rightarrow Bi(OH)_2NO_3 \rightarrow Bi(OH)_3 \rightarrow Bi_2O_3$

119. $Cu(OH)_2 \rightarrow Cu(OH)Cl \rightarrow CuCl_2 \rightarrow Cu(NO_3)_2$

120. $CoSO_4 \rightarrow (CoOH)_2SO_4 \rightarrow Co(OH)_2 \rightarrow Co(NO_3)_2$

4.3. Гидролиз солей

Гидролиз солей – это процесс взаимодействия ионов соли с молекулами воды, приводящий к смещению ионного равновесия воды и изменению pH среды.

В зависимости от силы электролита, образовавшего соль, различают три случая гидролиза.

Гидролиз по катиону

Гидролиз по катиону протекает, если соль образована слабым основанием и сильной кислотой. В растворах таких солей возникает кислая реакция среды (pH<7). Например: для $CuCl_2$ ионное уравнение гидролиза следующее:

$Cu^{2+} + HOH = CuOH^+ + H^+$, pH<7

молекулярное уравнение гидролиза: $CuCl_2 + HOH = CuOHCl + HCl$.

Гидролиз по аниону

Гидролиз по аниону протекает, если соль образована слабой кислотой и сильным основанием. Растворы таких солей имеют щелочную реакцию среды (pH>7). Например, для Na_2CO_3 ионное уравнение гидролиза:

$CO_3^{2-} + HOH == HCO_3^- + OH^-$ pH>7

Молекулярное уравнение: $Na_2CO_3 + HOH = NaHCO_3 + NaOH$

Гидролиз по катиону и аниону

Гидролиз по катиону и аниону протекает, если соль образована и слабым основанием, и слабой кислотой. Реакция среды в растворе при этом остается близкой к нейтральной и определяется сравнительной силой слабых оснований и кислоты, образующих соль.

В случае гидролиза по катиону и аниону возможны два варианта протекания реакции.

1. Если соль растворима в воде, то гидролиз протекает при обычных условиях по первой ступени, т.е. одна молекула соли взаимодействует с одной молекулой воды. Ионное уравнение гидролиза:

$NH_4^+ + CO_3^{2-} + HOH = NH_4OH + HCO_3^-$ pH~7.

Молекулярное уравнение гидролиза:

$(NH_4)_2CO_3 + HOH = NH_4OH + NH_4HCO_3$.

2. Если соль не существует в растворе (в таблице растворимости против такой соли стоит прочерк), то при соединении с водой такая соль полностью разлагается водой с образованием слабого труднорастворимого гидроксида, выпадающего в осадок, и слабой, часто летучей кислоты. Например: Al_2S_3

Ионное уравнение гидролиза:

$2A1^{3+}3S^{2-} + 6HOH = 2A1(OH)_3 + 3H_2O$

Молекулярное уравнение гидролиза:

$A1_2S_3 + 6HOH= 2A1(OH)_3 +3H_2S$.

Задания к подразделу 4.3

Задания 121-140. Напишите в молекулярной и ионной формах уравнения реакций гидролиза солей, укажите значения pH растворов этих солей (больше или меньше семи).

121. $NaNO_2$, $Cu(NO_3)_2$	131. Na_2HPO_4, $Mg(NO_3)_2$
122. $AlCl_3$, $NaHCO_3$	132. $Al_2(SO_4)_3$, Na_2SeO_3
123. Na_3PO_4, $ZnCl_2$	133. $CuSO_4$, K_3PO_4
124. $FeCl_2$, K_2S	134. Na_2SO_3, $Fe_2(SO_4)_3$
125. K_2SO_3, $ZnSO_4$	135. $NaCN$, $FeSO_4$
126. NH_4Cl, $KClO$	136. $Ba(CH_3COO)_2$, $CoSO_4$
127. Na_2Se, $MnCl_2$	137. $NiSO_4$, NaF
128. $ZnSO_4$, BaS	138. $Pb(NO_3)_2$, $Ba(NO_3)_2$
129. $Ni(NO_3)_2$, KNO_2	139. $Cr_2(SO_4)_3$, $NaCH_3COO$
130. NH_4Br, Na_2S	140. KHS, $MgSO_4$

Задания 141-160. Напишите в молекулярной и ионной формах уравнения реакций совместного гидролиза предложенных солей.

141. $Fe_2(SO_4)_3 + Na_2CO_3$	151. $CrCl_3 + K_2S$
142. $Na_2S + Al_2(SO_4)_3$	152. $Na_2CO_3 + Cr(NO_3)_3$
143. $NH_4Cl + Na_2SiO_3$	153. $K_2SiO_3 + Bi(NO_3)_3$
144. $Cr_2(SO_4)_3 + K_2S$	154. $Na_2SO_3 + CrCl_3$
145. $K_2CO_3 + Bi(NO_3)_3$	155. $NH_4NO_3 + Na_2SiO_3$
146. $Na_2S + AlCl_3$	156. $AlCl_3 + Na_2SO_3$
147. $BeSO_4 + K_2S$	157. $K_2SO_3 + CrCl_3$
148. $Cr_2(SO_4)_3 + Na_2SO_3$	158. $Na_2S + Al_2(SO_4)_3$
149. $K_2SO_3 + AlBr_3$	159. $Fe(NO_3)_3 + K_2CO_3$
150. $Bi(NO_3)_3 + Na_2CO_3$	160. $Al(NO_3)_3 + Na_2CO_3$

5. Окислительно-восстановительные процессы.

5.1 Окислительно-восстановительные реакции

Окислительно-восстановительными реакциями называют реакции, протекающие с изменением степени окисления (СО) элементов. Степень окисления – это тот условный заряд атома элемента, который вычисляют, исходя из предположения, что молекула состоит только из ионов (как правило, обозначают арабской цифрой, заряд ставят перед цифрой). СО рассчитывается на основании положения, что сумма СО всех атомов, входящих в молекулу равно нулю, а всех атомов , составляющих ион – заряду иона.

Ряд элементов имеют постоянную СО. Например:

Водород Н (за исключением гидридов, где, СО Н = - 1) +1

Щелочные металлы (Na, K, Li и др.) +1

Металлы 2 группы периодической системы (Ca, Zn и т. д.) +2

Металлы 3 группы периодической системы (A1) +3

Кислород О -2

(За исключением OF_2, где СО кислорода +1; перекисей H_2O_2, Na_2O_2 и т.д., где СО кислорода – 1).

Составление уравнений окислительно-восстановительных реакций.

Прежде всего необходимо рассчитать степени окисления всех элементов реакции в левой и правой частях уравнения. Для нахождения коэффициентов при составлении окислительно-восстановительных реакций необходимо:

- соблюдение принципа электронного баланса (число электронов, отданных восстановителем (Red) , должно быть равно числу электронов, принятых окислителем (Ox), например:

$Al + O_2 \rightarrow Al_2O_3$

Red Ox

$$4 \quad Al - 3\bar{e} = Al^{3+}()$$
$$3 \quad O_2 + 4\bar{e} = 2O^{2-}$$
$$4Al + 3O_2 = 2Al_2O_3$$

В реакциях, протекающих в водных растворах, следует использовать среду (кислую, щелочную, нейтральную). Например, в кислой среде:

$$K_2Cr_2O_7 + KJ + H_2SO_4 \rightarrow Cr_2(SO_4)_3 + J_2 + H_2O + K_2SO_4$$

$$3 \quad 2J^- - 2\bar{e} = J_2$$
$$1 \quad Cr_2O_7^{2-} + 6\bar{e} + 14H^+ = 2Cr^{+3} + 7H_2O$$

Суммарное молекулярное уравнение реакции:

$$K_2Cr_2O_7 + 6KJ + 7H_2SO_4 \rightarrow Cr_2(SO_4)_3 + 3J_2 + 7H_2O + 4K_2SO_4$$

В щелочной среде:

$$KCrO_2 + KClO_4 + KOH \rightarrow K_2CrO_4 + KCl + H_2O$$

$$8 \quad CrO_2^- - 3\bar{e} + 4OH^- \rightarrow CrO_4^{2-} + 2H_2O$$
$$3 \quad ClO_4^- + 8\bar{e} + 4H_2O \rightarrow Cl^- + 8OH^-$$

Суммарное молекулярное уравнение реакции

$$8KCrO_2 + 3KClO_4 + 8KOH \rightarrow 8K_2CrO_4 + 3KCl + 4H_2O$$

Среда нейтральная:

$$KMnO_4 + MnSO_4 + H_2O \rightarrow MnO_2 + K_2SO_4 + H_2SO_4$$

$$3 \quad Mn - 2\bar{e} + 2H_2O = MnO_2 + 4H^+$$
$$2 \quad MnO_4 + 3\bar{e} + 2H_2O = MnO_2 + 4OH^-$$
$$6H_2O + 4H_2O \rightarrow 12H^+ + OH^-$$
$$2H_2O \rightarrow 4H^+$$

Суммарное молекулярное уравнение реакции:

$$2KMnO_4 + 3MnSO_4 + 2H_2O = 5MnO_2 + K_2SO_4 + 2H_2SO_4$$

Задания 161-180. Составьте электронно-ионные схемы и молекулярные уравнения реакций. Укажите окислитель и восстановитель. Для каждого задания по две реакции (а, б):

161. а) $Na_2SeO_3 + KBrO + H_2O \rightarrow Br_2; SeO_4^{2-}$

б) $HCl + HNO_3 \rightarrow Cl_2; NO$

162. а) $Cr_2(SO_4)_3 + Cl_2 + KOH \rightarrow CrO_4^{2-}; Cl^-$

б) $NaNO_2 + KJ + H_2SO_4 \rightarrow NO; J_2$

163. а) $NaCrO_2 + NaClO + KOH \rightarrow CrO_4^{2-}; Cl^-$

б) $H_2S + SO_2 \rightarrow S; H_2O$

164. а) $HNO_3 + Ni^0 \rightarrow N_2O; Ni^{2+}$

б) $SO_2 + Br_2 + H_2O \rightarrow HBr; H_2SO_4$

165. а) $K_2Cr_2O_7 + Na_3AsO_3 + H_2SO_4 \rightarrow AsO_4^{3-}; Cr^{3+}$

б) $KCrO_2 + Cl_2 + KOH \rightarrow CrO_4^{2-}; Cl^-$

166. а) $SO_2 + NaClO_3 + H_2O \rightarrow SO_4^{2-}; Cl^-$

б) $K_2Cr_2O_7 + HCl \rightarrow Cr^{3+}; Cl_2$

167. а) $KMnO_4 + H_2S + H_2SO_4 \rightarrow Mn^{2+}; SO_4^{2-}$

б) $J_2 + Cl_2 + H_2O \rightarrow JO_3^-; Cl^-$

168. $SnCl_2 + KBrO_3 + HCl \rightarrow Sn^{4+}; Br^-$

б) $KClO_3 + KCrO_2 + NaOH \rightarrow CrO_4^{2-}; Cl^-$

169. $Ni(OH)_2 + NaClO + H_2O \rightarrow Ni(OH)_3; Cl^-$

б) $KMnO_4 + Na_2SO_3 + H_2O \rightarrow MnO_2; SO_4^{2-}$

170. а) $MnSO_4 + PbO_2 + H_2SO_4 \rightarrow Pb^{2+}; MnO_4^-$

б) $FeCl_2 + KMnO_4 + H_2SO_4 \rightarrow Fe^{+3}; Mn^{+2}$

171. а) $H_3PO_3 + KMnO_4 + H_2SO_4 \rightarrow Mn^{+2}; H_3PO_4$

б) $MnO_2 + KClO_2 + KOH \rightarrow MnO_4^{2-}; Cl^-$

172. а) $KMnO_4 + NaNO_2 + H_2O \rightarrow NO_3^-; MnO_2$

б) $S + HNO_3 \rightarrow SO_2; NO$

173. а)$H_2S + K_2Cr_2O_7 + H_2SO_4 \rightarrow S; Cr^{+3}$

б) $KNO_3 + Zn + KOH \rightarrow ZnO_2^{2-}; NH_3$

174. а) $Cr_2O_3 + KClO_3 + KOH \rightarrow CrO_4^{2-}; Cl^-$

б) $FeCl_2 + HNO_3 + HCl \rightarrow Fe^{+3}; N_2O$

175. а) $KClO_3 + MnO_2 + KOH \rightarrow MnO_4^{2-}; Cl^-$

б) $Na_3AsO_3 + J_2 + H_2O \rightarrow AsO_4^{3-}; J^-$

176. а) $H_2S + HNO_3 \rightarrow SO_4^{2-}; Cl^-$

б) $J_2 + Na_2SO_3 + H_2O \rightarrow J^-; SO_4^{2-}$

177. а) $C + HNO_3 \rightarrow CO_2; NO_2$

б) $H_2S + Cl_2 + H_2O \rightarrow SO_4^{2-}; Cl^-$

178. а) $SnCl_2 + Na_3AsO_3 + HCl \rightarrow As; Sn^{+4}$

б) $KNO_3 + Zn + NaOH \rightarrow ZnO_2^{2-}; NH_3$

179. а) $Cr_2O_3 + KClO_3 + KOH \rightarrow CrO_4^{2-}; Cl^-$

б) $KMnO_4 + Na_2SO_3 + H_2SO_4 \rightarrow Mn^{+2}; SO_4^{2-}$

180. а) $Mn(NO_3)_2 + NaBiO_3 + HNO_3 \rightarrow Bi^{+3}; MnO_4^-$

б) $H_2S + Br_2 + H_2O \rightarrow SO_4^{2-}; Br^-$

5.2 Гальванические элементы

Гальваническими элементами называют устройства, в которых энергия окислительно-восстановительных реакций преобразуется в электрическую энергию. В медно-цинковом гальваническом элементе электродвижущая сила (ЭДС) возникает за счёт разности потенциалов меди и цинка, опущенных в растворы своих солей: соответственно $CuSO_4$ и $ZnSO_4$. Если концентрации растворов составляют 1 моль/л, то расчет эдс производят следующим образом. Составляют схему гальванического элемента:

Zn ⏐ZnSO4 ⏐⏐ CuSO4 ⏐Cu

Затем выписывают из таблицы стандартных электродных потенциалов значения потенциалов меди и цинка, соответственно

$E^o_{Zn^{2+}/Zn} = -0,76$ В ()

$E^o_{Cu^{2+}/Cu} = +0,34$ В ()

ЭДС можно рассчитать как разность потенциалов медного и цинкового электродов: ЭДС = $E_{ox} - E_{red}$. Определяют окислитель и восстановитель, сравнивая значения потенциалов. Потенциал у цинка отрицательнее, следовательно, цинковый электрод будет играть роль восстановителя:

(-) $Zn^0 - 2\bar{e} \rightarrow Zn^{2+}$ процесс окисления

и цинк будет отрицательным полюсом (анодом) в данном гальваническом элементе. Потенциал меди положительнее, поэтому медный электрод будет положительным полюсом (катодом), а процесс будет таким:

(+) $Cu^{2+} + 2\bar{e} \rightarrow Cu^0$ процесс восстановления.

Направление движения электронов будет от цинка к меди (показано мостиком со стрелкой на электрохимической схеме гальванического элемента. ЭДС = +0,34 – (-0,78) = 1,1 В

Концентрационный гальванический элемент.

В таком элементе оба электрода из одного металла, но растворы солей, в которые погружены электроды, различной концентрации. Поэтому необходимо рассчитать потенциалы по уравнению Нернста:

$$E^p_{оф/вф} = E^0_{оф/вф} + \frac{0.059}{n} \lg \frac{C_{оф}}{C_{вф}}$$ где

оф – окисленная форма элемента в потенциалопределяющей реакции,

вф – восстановленная форма элемента в этой реакции,

С – молярные концентрации соответствующих веществ,

n – количество электронов, перешедших от восстановителя к окислителю.

Пример 1. Рассчитать эдс гальванического элемента, состоящего из никелевых электродов, опущенных в растворы сульфата никеля с концентрацией 10^{-4} моль/л и 1 моль/л соответственно.

Решение:

Схема гальванического элемента:

$Ni \mid NiSO_4$, 0,0001 М $\mid\mid$ $NiSO_4$ 1 М $\mid Ni$

$E^o_{2H^+/H_2} = -0,25$ В

Определяем потенциал никеля по уравнению Нернста:

$E_{Ni2^+/Ni} = E^o_{Ni2^+/Ni} + 0,059/2 \lg C_{Ni2+} = - 0,25 + 0,059/2 \lg 10^{-4} = - 0,309$ В

Направление движения электронов во внешней цепи от электрода с E = -0,25 В к электроду с E = -0,309В.

(-) Ni ⎸$NiSO_4$, 0,0001 M ⎸⎸ $NiSO_4$,1 M⎸Ni (+)

Уравнения электродных процессов:

(-) $Ni^0 - 2\bar{e} \rightarrow Ni^{2+}$ (процесс окисления)

(+) $Ni^{2+} + 2\bar{e} \rightarrow Ni^0$ (процесс восстановления)

Значение эдс составляет:

эдс = $E_{ox} - E_{red}$ = -0,25 – (-0,309) = 0,059 В.

Задания к подразделу 5.2

Для предложенных гальванических элементов рассчитайте электродные потенциалы и ЭДС. Если концентрация раствора не указана, потенциал считается стандартным из таблицы 1. Напишите уравнения анодного и катодного процессов, молекулярное уравнение токообразующей реакции, составьте схему и укажите направления движения электронов и ионов.

181	Al ⎸$Al_2(SO_4)_3$, 0,005 M ⎸⎸$NiSO_4$, 0,01 M⎸ Ni
182	Ni ⎸$NiSO_4$, 0,1 M ⎸⎸H_2SO_4 ⎸H_2(Pt)
183	Sn ⎸$SnSO_4$ ⎸⎸$Cr_2(SO_4)_3$, 0,05 M ⎸Cr
184	(Pt) H_2 ⎸H_2SO_4 ⎸⎸$Al_2(SO_4)_3$, 0,005 M⎸Al
185	Cu ⎸$CuSO_4$, 0,1 M ⎸⎸H_2SO_4⎸H_2(Pt)
186	Ag ⎸$AgNO_3$, 0,01 M ⎸⎸H_2SO_4⎸H_2(Pt)
187	Co ⎸$CoSO_4$, 0,01 M ⎸⎸$CoSO_4$⎸Co
188	Zn ⎸$ZnSO_4$, 0,1 M ⎸⎸$FeSO_4$, 0,01 M⎸Fe
189	Ag ⎸$AgNO_3$, 0,01 M ⎸⎸$Zn(NO_3)_2$⎸Zn
190	(Pt) H_2 ⎸ H_2SO_4⎸⎸ $ZnSO_4$, 0,01 M⎸Zn
191	Cd ⎸ $Cd(NO_3)_2$, 0,1 M ⎸⎸ $Cd(NO_3)_2$, 0,001 M⎸Cd
192	Ni ⎸ $NiSO_4$, 0,001 M ⎸⎸ $NiSO_4$⎸Ni
193	Fe ⎸ $FeSO_4$ ⎸⎸ $FeSO_4$, 0,01 M⎸Fe

194	Cr | $Cr_2(SO_4)_3$, 0,005 М || $ZnSO_4$ | Zn
195	Zn | $Zn(NO_3)_2$, 0,001 М || $Zn(NO_3)_2$ | Zn
196	Ag | $AgNO_3$ || $Cr(NO_3)_3$, 0,005 М |Cr
197	Cd |$CdCl_2$, 0,1 М || $CuCl_2$, 0,1 М |Cu
198	Ti | $Ti_2(SO_4)_3$, 0,5 М ||$CuSO_4$|Cu
199	Sn |$SnSO_4$, 0,01 М || $Fe_2(SO_4)_3$|Fe
200	Ag | $AgNO_3$, 0,0001 М || $Pb(NO_3)_2$, 0,1 М |Pb

5.3 Электрохимическая коррозия металлов

Коррозией металлов называют самопроизвольное разрушение металлов под действием различных окислителей из окружающей среды.

Механизм электрохимической коррозии аналогичен механизму процессов в короткозамкнутых гальванических элементах, в которых на участках с более отрицательным потенциалом идёт процесс окисления (разрушения металла), а на участках с более положительным потенциалом процесс восстановления окислителя (коррозионной среды).

Наиболее часто встречаются окислители:

- ионы водорода (коррозия с водородной деполяризацией)

$2H^+ + 2\bar{e} \rightarrow H_2$ (кислой среде)

$2H_2O + 2\bar{e} \rightarrow H_2 + 2OH^-$ (в нейтральной и щелочной среде)

- молекулы кислорода

$O_2 + 4\bar{e} + 4H^+ \rightarrow 2H_2O$ (в кислой среде)

$O_2 + 4\bar{e} + 2H_2O \rightarrow 4OH^-$ (в нейтральной и щелочной среде)

Пример 1. Гальванопара алюминий – железо в воде (среда нейтральная). Учитываем, что в воде есть растворенный кислород.

Схема гальванопары:

Al \|H_2O, O_2 \|Fe

Выписываем потенциалы алюминия и железа из таблицы потенциалов:

$E^o_{Al^{3+}/Al} = -1,88$ В $E^o_{Fe(OH)_2/Fe} = -0,46$ В

восстановитель - Al; окислитель – O_2

4 (-) $Al^0 - 3\bar{e} \rightarrow Al^{3+}$ - процесс окисления

3 (+) $O_2 + 4\bar{e} + 2H_2O \rightarrow 4OH^-$ - процесс восстановления

$4Al + 3O_2 + 6H_2O = 4Al(OH)_3$

Направление движения электронов от участка с меньшим потенциалом к участку с большим потенциалом. Подвергаться коррозии будет в первую очередь алюминий.

Пример 2. Определить процессы, протекающие при коррозии луженого железа в кислой среде.

Решение:

Схема гальванопары:

$Fe \mid H^+ \mid Sn$

Потенциалы: $E^oFe^{2+}/Fe = -0{,}44$ В, $E^oSn^{2+}/Fe = -0{,}136$ В, $E^o2H^+/H_2 = 0$ В

Восстановитель – Fe; окислитель - H^+

Fe (-) $Fe^0 - 2\bar{e} \rightarrow Fe^{2+}$ - процесс окисления

Sn (+) $2H^+ + 2\bar{e} \rightarrow H_2$ - процесс восстановления

$Fe + 2H^+ \rightarrow Fe^{2+} + H_2$

Электроны движутся от участка с меньшим потенциалом к участку с большим потенциалом, т.е. от Fe к Sn.

Задания к подразделу 5.3

Рассмотрите коррозию гальванопары, используя потенциалы из таблицы 1, укажите анод и катод соответствующей гальванопары в различной коррозионной среде, напишите уравнения электродных процессов, молекулярное уравнение реакции коррозии, укажите направление перемещения электронов в системе.

Номер задания	Коррозионная среда		
	а) $H_2O + O_2$	б) $NaOH + H_2O$	в) $H_2O + H^+$
201	Fe | Zn	Zn | Al	Pb | Zn

202	Fe | Ni	Fe | Zn	Al | Cu
203	Pb | Fe	Cd | Cr	Al | Ni
204	Cu | Zn	Al | Cu	Sn | Cu
205	Zn | Fe	Fe | Cr	Co | Al
206	Zn | Al	Pb | Zn	Cr | Ni
207	Cr | Cu	Pb | Cr	Bi | Ni
208	Cu | Al	Cr | Zn	Fe | Mg
209	Zn | Sn	Mg | Cd	Cr | Bi
210	Co | Mg	Zn | Fe	Pb | Al
211	Pb | Zn	Bi | Ni	Cd | Al
212	Bi | Ni	Cu | Zn	Fe | Ni
213	Fe | Mg	Co | Sn	Ni | Mn
214	Sn | Fe	Pb | Zn	Cr | Fe
215	Cr | Fe	Fe | Mg	Co | Cu
216	Fe | Cr	Ce | Cu	Fe | Cu
217	Cr | Cu	Cd | Zn	Zn | Cu
218	Cd | Zn	Ce | Ni	Cr | Cd
219	Mg | Cu	Cr | Cd	Zn | Al
220	Sn | Cu	Bi | Ni	Pb | Cr

5.4 Электролиз растворов

Электролизом называется процесс, протекающий на электродах при пропускании через раствор или расплав электролита постоянного электрического тока. Электрод, на котором происходит восстановление, называется катодом. Он соединен с отрицательным полюсом источника постоянного тока. Электрод, на котором происходит окисление, называется анодом. Он соединен с положительным полюсом источника постоянного тока.

При электролизе водных растворов протекают процессы, связанные с электролизом воды.

Катодные процессы

На катоде возможно восстановление

- катионов металла $Me^{n+} + n\bar{e} \rightarrow Me^0$

- катиона водорода (свободного или в составе молекул воды)

$2H^+ + 2\bar{e} \rightarrow H_2$ (в кислой среде)

$2H_2O + 2\bar{e} \rightarrow H_2 + 2OH^-$ (в нейтральной и щелочной среде)

Для выбора приоритетного процесса необходимо сравнить стандартные электродные потенциалы металла и водорода. Потенциал восстановления водорода следует использовать с учётом его перенапряжения $E^o_{2H_2O/H_2}$ =1,0 В.

Все металлы при электролизе водных растворов можно разделить на 3 группы:

1. активные металлы (Li - Al) на катоде не осаждаются, вместо них идёт восстановление ионов водорода:

$2H_2O + 2\bar{e} \rightarrow H_2 + 2OH^-$

2. металлы средней активности (Mn; Zn; Fe; Sn) могут осаждаться на катоде с одновременным выделением водорода.

3. неактивные металлы (Ag; Cu; Au) из-за высокой окислительной способности их катионов осаждаются на катоде без выделения водорода:

$$Ag^+ + 1\bar{e} \rightarrow Ag^0$$

Анодные процессы

На аноде возможны процессы окисления:

- материала анода: $Me^0 - n\bar{e} \rightarrow Me^{n+}$

- анионов солей: $2Cl^- - 2\bar{e} \rightarrow Cl_2$

- молекул воды: $2H_2O - 4\bar{e} \rightarrow O_2 + 4H^+$

Анионы кислородсодержащих кислот, имеющие в своём составе атом элемента в высшей степени окисления (SO_4^{2-}; NO_3^-; PO_4^{3-} и др.) при электролизе на аноде не разряжаются.

С учетом перенапряжения величину потенциала кислорода нужно считать равной +1,8 В.

Пример 1. Электролиз водного раствора сульфата натрия с инертными электродами: $Na_2SO_4 = 2Na^+ + SO_4^{2-}$

(-) катод Na^+; H_2O	(+) анод SO_4^{2-}; H_2O
E^oNa^+/Na = -2,71 В	$E^oO_2/2H_2O$ =1,8 В
E^o2H_2O/H_2 = -1,0 В	
Так как $E^oNa^+/Na < E^o2H_2O/H_2$, то происходит восстановление воды	$2H_2O - 4\bar{e} \rightarrow O_2 + 4H^+$
$2H_2O + 2\bar{e} \rightarrow H_2 + 2OH^-$	
$Na^+ + OH^- = NaOH$	$2H^+ + SO_4^{2-} = H_2SO_4$
Среда щелочная	Среда кислая

Пример 2. Электролиз водного раствора хлорида олова с инертными электродами

(-) катод Sn; H_2O	(+) анод Cl^-; H_2O
E^oSn^{2+}/Sn = -0,136 В	$E^oCl_2/2Cl^-$ =1,36 В
E^o2H_2O/H_2 = -1,0 В	$E^oO_2/2H_2O$ = 1,8 В
Так как $E^oSn^{2+}/Sn > E^o2H_2O/H_2$ идет процесс восстановления катионов олова	Так как $E^oCl_2/2Cl^- < E^oO_2/2H_2O$, идёт процесс окисления ионов хлора
$Sn^{2+} + 2\bar{e} \rightarrow Sn^0$	$2Cl^- - 2\bar{e} \rightarrow Cl_2$

Электролиз с растворимым анодом если анод изготовлен из металла, способного растворяться в данном электролите, то происходит окисление металла и анод называют растворимым.

Пример 3. Электролиз водного раствора сульфата меди с медным анодам.

(-) катод Cu; H_2O	(+) анод Cu; SO_4^{2-}; H_2O
$E^oCu^{2+}/Cu = +0,34$ В	$E^oCu^{2+}/Cu = +0,34$ В
$E^o2H_2O/H_2 = -1,0$ В	$E^oO_2/2H_2O = +1,8$ В
Так как $E^oCu^{2+}/Cu > E^o2H_2O/H_2$ идет восстановление катионов меди:	Сульфат–ионы не разряжаются, так как $E^oCu^{2+}/Cu < E^oO_2/2H_2O$
$Cu^{2+} + 2\bar{e} \rightarrow Cu^0$	Анод растворяется $Cu^0 - 2\bar{e} \rightarrow Cu^{2+}$

Массу вещества, получаемого электролизом, определяют позаконам, открытым М. Фарадеем в 1834 г. Обобщенный закон Фарадея связывает массу вещества, образовавшегося при электролизе, со временем электролиза и силой тока:

$$M = \frac{Мэкв \cdot J \cdot \tau}{F} (г)$$

где m – масса образовавшегося вещества, г;

J – сила тока, А;

τ – время электролиза, с;

F – константа Фарадея (96500 кул/моль)

$M_{экв}$ – молярная масса электрохимических эквивалентов вещества. Рассчитывается как частное от деления молярной массы вещества на число электронов, перемещаемых при окислении или восстановлении.

Пример 1. Ток силой 2, 5А, проходя через раствор электролита, за 30 мин выделяет из раствора 2,77 г металла. Найти молярную массу эквивалентов металла.

Решение:

Из закона Фарадея:

$$M_{экв} = \frac{m \cdot F}{J \cdot t} = \frac{2{,}77 \cdot 96500}{2{,}5 \cdot 1800} = 59{,}4 \text{ г/моль.}$$

Задания к подразделу 5.4

Рассмотрите катодные и анодные процессы при электролизе водных растворов указанных веществ. Процессы на электродах обоснуйте значениями потенциалов (таблица 1). Составьте схемы электролиза с инертными электродами водных растворов предложенных соединений (отдельно два раствора). С инертными электродами, или растворимым анодом. Рассчитайте массу или объём (при н.у. для газов) продуктов, выделяющихся на электродах при пропускании через раствор в течении 1 часа тока силой 1А.

221	LiBr; $CoSO_4$	231	NaCl; $Al_2(SO_4)_3$
222	K_3PO_4; $Pb(NO_3)_2$	232	$Co(NO_3)_2$; KJ
223	$Ba(NO_3)_2$; $Sn(NO_3)_2$	233	$NiSO_4$; $NaNO_2$
224	$Cr(NO_3)_3$; $CuCl_2$ (Cu -)	234	$FeBr_2$; NaOH
225	$Ca(NO_3)_2$; $NiSO_4$	235	$ZnCl_2$; $CoBr_2$
226	K_2CO_3; $NiBr_2$ (Ni -)	236	$NiSO_4$; $MgCl_2$
227	$CoCl_2$; HNO_3	237	$MgCl_2$; $AgNO_3$ (Ag -)
228	$AgNO_3$; $Al_2(SO_4)_3$	238	$Ba(NO_3)_2$; Na_2CO_3
229	$BaCl_2$; H_2SO_4	239	$NaNO_3$; $NiCl_2$
230	$Pb(NO_3)_2$; H_2SO_4	240	KOH; $ZnSO_4$

6. Варианты заданий

Номер варианта – последние две цифры зачётной книжки

Номер варианта	Номера заданий
01	1, 21, 41, 61, 81, 101, 121, 141, 161, 181, 201, 221
02	2, 22, 42, 62, 82, 102, 122, 142, 162, 182, 202, 222
03	3, 23, 43, 63, 83, 103, 123, 143, 163, 183, 203, 223
04	4, 24, 44, 64, 84, 104, 124, 144, 164, 184, 204, 224
05	5, 25, 45, 65, 85, 105, 125, 145, 165, 185, 205, 225
06	6, 26, 46, 66, 86, 106, 126, 146, 166, 186, 206, 226
07	7, 27, 47, 67, 87, 107, 127, 147, 167, 187, 207, 227
08	8, 28, 48, 68, 88, 108, 128, 148, 168, 188, 208, 228
09	9, 29, 49, 69, 89, 109, 129, 149, 169, 189, 209, 229
10	10, 30, 50, 70, 90, 110, 130, 150, 170, 190, 210, 230
11	11, 31, 51, 71, 91, 111, 131, 151, 171, 191, 211, 231
12	12, 32, 52, 72, 92, 112, 132, 152, 172, 192, 212, 232
13	13, 33, 53, 73, 93, 113, 133, 153, 173, 193, 213, 233
14	14, 34, 54, 74, 94, 114, 134, 154, 174, 194, 214, 234
15	15, 35, 55, 75, 95, 115, 135, 155, 175, 195, 215, 235
16	16, 36, 56, 76, 96, 116, 136, 156, 176, 196, 216, 236
17	17, 37, 57, 77, 97, 117, 137, 157, 177, 197, 217, 237
18	18, 38, 58, 78, 98, 118, 138, 158, 178, 198, 218, 238
19	19, 39, 59, 79, 99, 119, 139, 159, 179, 199, 219, 239
20	20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200, 220, 240
21	1, 25, 44, 63, 85, 107, 132, 151, 172, 193, 211, 231
22	2, 22, 46, 61, 82, 105, 134, 152, 173, 194, 208, 222
23	3, 21, 41, 67, 84, 108, 127, 148, 169, 185, 207, 234
24	4, 27, 42, 63, 83, 103, 131, 146, 165, 192, 205, 231
25	5, 26, 47, 65, 87, 106, 129, 141, 172, 189, 212, 238

26	6, 21, 43, 64, 89, 107, 122, 151, 169, 191, 209, 227
27	7, 25, 49, 65, 86, 103, 125, 145, 162, 189, 212, 235
28	8, 23, 47, 62, 83, 106, 124, 141, 162, 187, 207, 224
29	9, 21, 42, 67, 85, 108, 125, 142, 163, 186, 208, 229
30	10, 22, 47, 61, 79, 111, 126, 143, 171, 193, 209, 238
31	11, 27, 41, 68, 81, 107, 125, 152, 175, 198, 209, 238
32	12, 24, 55, 73, 82, 112, 131, 147, 168, 191, 213, 235
33	13, 34, 56, 765, 91, 102, 126, 148, 170, 189, 204, 227
34	14, 25, 44, 67, 87, 105, 134, 151, 169, 192, 207, 228
35	15, 31, 47, 75, 95, 117, 137, 150, 173, 189, 212, 234
36	16, 29, 41, 74, 93, 112, 134, 152, 171, 188, 211, 233
37	17, 32, 43, 78,, 91, 101, 135, 153,172, 193, 210, 240
38	18, 21, 42, 67, 85, 102, 126, 142, 164, 187, 208, 231
39	19, 39, 45, 68, 84, 111, 127, 141, 163, 192, 207, 230
40	20, 38, 44, 67, 88, 110, 131, 142, 161, 189, 211, 226
41	11, 29, 40, 61, 90, 105, 128, 154, 168, 190, 209, 222
42	12, 22, 45, 62, 92, 107, 130, 153, 167, 191, 210, 223
43	13, 27, 46, 63, 93, 108, 131, 154, 162, 190, 205, 229
44	14, 30, 43, 62, 94, 109, 132, 149, 170, 187, 212, 235
45	15, 31, 47, 69, 87, 103, 133, 148, 169, 191, 211, 226
46	16, 22, 48, 68, 86, 102, 132, 147, 168, 190, 204, 231
47	17, 23, 42, 67,85, 115, 135, 151,161, 191, 205, 228
48	18, 32, 55, 71, 91, 107, 134, 150, 167, 192, 206, 229
49	19, 31, 54, 72, 92, 108, 129, 149, 172, 189, 210, 227
50	10, 23, 47, 62, 93, 112, 136, 153, 171, 187, 208, 221
51	11, 24, 48, 61, 87, 113, 131, 152, 167, 191, 212, 234
52	12, 25, 41, 62, 88, 110, 130, 156, 168, 192, 206, 231
53	13, 26, 42, 63, 89, 111, 131, 149, 161, 190, 209, 238
54	14, 32, 49, 71, 87, 109, 132, 148, 170, 183, 205, 229

55	15, 33, 43, 70, 35, 108, 133, 151, 163, 184, 204, 240
56	16, 31, 48, 69, 84, 107, 135, 149, 161, 187, 202, 224
57	17, 28, 42, 61, 35, 104, 129, 148,164, 189, 209, 222
58	18, 21, 42, 67, 85, 102, 126, 142, 164, 187, 208, 231
59	19, 29, 44, 62, 84, 105, 128, 147, 163, 185, 210, 223
60	20, 32, 47, 68, 83, 109, 130, 152, 164, 187, 206, 225
61	1, 31, 56, 78, 97, 117, 136, 156, 176, 195, 210, 234
62	2, 29, 54, 76, 96, 112, 135, 154, 174, 198, 209, 233
63	3,28, 53, 75, 94, 111, 134, 153, 173, 194, 208, 231
64	4, 26, 51, 74, 93, 115, 132, 151, 172, 193, 207, 230
65	5, 24, 55, 71, 92, 114, 134, 152, 171, 189, 204, 222
66	6, 27, 51, 72, 91, 109, 140, 155, 165, 191, 205, 235
67	7, 23, 44, 63, 85, 106, 139, 150,171, 192, 201, 226
68	8, 34, 47, 62, 87, 104, 136, 156, 164, 189, 219, 227
69	9, 29, 41, 61, 89, 108, 136, 156, 161, 187, 218, 231
70	10, 21, 49, 67, 86, 105, 128, 147, 162, 188, 217, 236
71	11, 22, 48, 69, 88, 110, 129, 148, 169, 185, 212, 235
72	12, 32, 52, 64, 84, 112, 127, 151, 168, 186, 211, 232
73	13, 29, 53, 75, 95, 116, 135, 154, 175, 193, 210, 234
74	14, 28, 54, 77, 99, 115, 136, 153, 176, 194, 209, 233
75	15, 37, 51, 76, 98, 114, 134, 151, 168, 191, 208, 231
76	16, 36, 52, 71, 91, 112, 133, 152, 167, 192, 207, 229
77	17, 31, 48, 70,, 92, 110, 130, 156,174, 199, 206, 228
78	18, 30, 47, 72, 93, 112, 131, 155, 175, 198, 205, 230
79	19, 32, 46, 75, 95, 110, 128, 154, 176, 197, 204, 223
80	20, 33, 44, 78, 91, 111, 125, 153, 171, 196, 205, 224
81	11, 34, 41, 79, 90, 117, 126, 149, 170, 190, 206, 225
82	12, 29, 51, 78, 94, 106, 130, 147, 173, 189, 204, 226
83	13, 26, 49, 77, 95, 108, 131, 146, 174, 191, 212, 230

84	14, 28, 47, 74, 93, 107, 129, 145, 175, 195, 215, 235
85	15, 27, 52, 69, 86, 104, 136, 154, 161, 188, 207, 236
86	16, 30, 51, 68, 85, 105, 134, 156, 174, 189, 208, 237
87	17, 29, 44, 61,, 89, 106, 135, 147,176, 191, 210, 223
88	18, 31, 47, 62, 91, 110, 132, 152, 175, 192, 209, 224
89	19, 32, 48, 63, 90, 109, 128, 156, 168, 194, 211, 240
90	20, 34, 49, 67, 91, 112, 129, 153, 169, 199, 210, 239
91	11, 35, 47, 71, 88, 107, 127, 156, 171, 189, 207, 225
92	11, 36, 48, 72, 87, 106, 126, 155, 172, 188, 206, 226
93	13, 29, 47, 73, 89, 108, 129, 158, 176, 187, 212, 227
94	14, 33, 44, 78, 90, 105, 128, 157, 173, 186, 211, 226
95	15, 31, 43, 77, 89, 104, 127, 156, 173, 194, 211, 222
96	16, 30, 51, 76, 88, 105, 123, 155, 174, 195, 210, 232
97	17, 28, 48, 72, 86, 103, 128, 151, 175, 187, 211, 235
98	18, 27, 47, 73, 85, 102, 127, 149, 172, 186, 210, 228
99	19, 26, 42, 71, 81, 109, 125, 152, 171, 189, 209, 235
00	20, 24, 41, 75, 82, 110, 121, 148, 169, 190, 208, 227

Список литературы

1. Глинка Н.Л. Общая химия.:Учебник/под.рел. В.А.Попкова, А.В.Бабкова.-18-е изд., перераб. и доп.-М.: Издательство Юрайт; ИД Юрайт, 2011,886с

2. Коровин Н.В. Общая химия Учебник/ 13-е изд., перераб. и доп.-М.: Издательский центр "Академия" 2011 .-496с

3, Глинка Н.Л. Задачи и упражнения по общей химии. Учебное пособие/ Изд.стер.- М.: КНОРУС. 2011. 240с.

4. Попова М.Н., Ишметова Р.И. Общая химия. Учебное пособие по самостоятельной работе для студентов заочного обучения всех специальностей. Издание УГГУ, Екатеринбург, 2010.-43 с.

5. Кузьменко Н.Е., Еремин В.В., Попков В.В. Начала химии: учебник – М.: Экзамен, 2004.-720 с.

8. Приложения

Таблица 1

СТАНДАРТНЫЕ ЭЛЕКТРОДНЫЕ ПОТЕНЦИАЛЫ

Элемент	Реакция	E^0
Ag	α -$Ag_2S + 2\bar{e} = 2Ag + S^{2-}$	-0,70
	$Ag(CN)_2^- + \bar{e} = Ag + 2CN^-$	-0,29
	$AgI + \bar{e} = Ag + I^-$	-0,152
	$AgCN + \bar{e} = Ag + CN^-$	-0,04
	$Ag(S_2O_3)_2^{3-} + \bar{e} = Ag + 2S_2O_3^{2-}$	0,01
	$AgBr + \bar{e} = Ag + Br^-$	0,071
	$AgCl + \bar{e} = Ag + Cl^-$	0,222
	$Ag_2O + H_2O + 2\bar{e} = 2Ag + 2OH^-$	0,344
	$Ag(NH_3)_2^+ + \bar{e} = Ag + 2NH_3$	0,373
	$Ag_2CrO_4 + 2\bar{e} = 2Ag + CrO_4^{2-}$	0,446
	$Ag_2C_2O_4 + 2\bar{e} = 2Ag + C_2O_4^{2-}$	0,472
	$AgBrO_3 + \bar{e} = Ag + BrO_3^-$	0,55
	$2AgO + H_2O + 2\bar{e} = Ag_2O + 2OH^-$	0,60
	$Ag^+ + \bar{e} = Ag$	0,799
	$Ag_2O + 2H^+ + 2\bar{e} = 2Ag + H_2O$	1,173
	$2AgO + 2H^+ + 2\bar{e} = Ag_2O + H_2O$	1,398
Al	$AlO_2^- + 2H_2O + 3\bar{e} = Al + 4OH^-$	-2,35
	$Al(OH)_3 + 3\bar{e} = Al + 3OH^-$	-2,31
	$AlF_6^{3-} + 3\bar{e} = Al + 6F^-$	-2,07
	$Al^{3+} + 3e = Al$	-1,663
	$Al(OH)_3 + 3H^+ + 3e = Al + 3H_2O$	-1,471
	$AlO_2^- + 4H^+ + 3e = Al + 2H_2O$	-1,262
As	$As + 3H^+ + 3e = AsH_3$	-0,60
	$HAsO_2 + 3H^+ + 3e = As + 2H_2O$	0,248
	$H_3AsO_4 + 2H^+ + 2e = HAsO_2 + 2H_2O$	0,559
	$H_3AsO_4 + 2H^+ + 2e = H_3AsO_3 + H_2O$	0,58
Au	$Au(CN)_2 + e = Au + 2CN^-$	-0,61
	$AuBr_4^- + 2e = AuBr_2^- + 2Br^-$	0,802
	$AuCl_4^- + 2e = AuCl_2^- + 2\,Cl^-$	0,926
	$AuBr_2^- + e = Au + 2Br^-$	0,959

	$AuCl_2^- + 2e = Au + 2Cl^-$	1,15
	$Au^{3+} + 2e = Au^+$	1,401
	$Au^{3+} + 3e = Au$	1,498
	$Au^+ + 3e = Au$	1,692
B	$BF_4^- + 3e = B + 4F^-$	-1,04
	$H_3BO_3 + 3H^+ + 3e = B + 3H_2O$	-0,869
	$BO_3^{3-} + 6H^+ + 3e = B + 3H_2O$	-0,165
Ba	$Ba^{2+} + 2e = Ba$	-2,905
Be	$Be^{2+} + 2e = Be$	-1,847
	$Be(OH)_2 + 2H^+ + 2e = Be + 2H_2O$	-1,820
	$BeO_2^{2-} + 4H^+ + 2e = Be + 2H_2O$	-0,909
Bi	$Bi_2O_3 + 3H_2O + 6e = 2Bi + 6OH^-$	-0,46
	$BiOCl + 2H^+ + 3e = Bi + Cl^- + H_2O$	0,16
	$Bi^{3+} + 3e = Bi$	0,215
	$BiO^+ + 2H^+ + 3e = Bi + H_2O$	0,32
	$Bi_2O_3 + 6H^+ + 6e = 2Bi + 3H_2O$	0,371
	$NaBiO_3$(т) $+ 6H^+ + 2e = Bi^{3+} + Na^+ + 3H_2O$	1,6 - 1,808
Br	$2BrO^- + 2H_2O + 2e = Br_2 + 4OH^-$	0,45
	$2BrO_3^- + 6H_2O + 10e = Br_2 + 12OH^-$	0,50
	$BrO_3^- + 2H_2O + 4e = BrO^- + 4OH^-$	0,54
	$BrO_3^- + 3H_2O + 6e = Br^- + 6OH^-$	0,61
	$BrO^- + H_2O + 2e = Br^- + 2OH^-$	0,76
	$Br_3^- + 2e = 3Br^-$	1,05
	Br_2(ж) $+ 2e = 2Br^-$	1,065
	$BrO_3^- + 6H^+ + 6e = Br^- + 3H_2O$	1,44
	$2BrO_3^- + 12H^+ + 10e = Br_2 + 6H_2O$	1,52
	$2HBrO + 2H^+ + 2e = Br_2 + 2H_2O$	1,59
C	$HCOO^- + 2H_2O + 2e = HCHO + 3OH^-$	-1,07
	$2CO_2 + 2H^+ + 2e = H_2C_2O_4$	-0,49
	$CO_2 + 2H^+ + 2e = HCOOH$	-0,20
	C(графит) $+ 4H^+ + 4e = CH_4$	-0,132
	$CO_2 + 2H^+ + 2e = CO + H_2O$	-0,12
	$HCOOH + 2H^+ + 2e = HCHO + H_2O$	-0,01
	$HCOOH + 4H^+ + 4e = CH_3OH + H_2O$	0,145
	$HCOO^- + 3H^+ + 2e = HCHO + H_2O$	0,167
	$CH_3CHO + 2H^+ + 2e = C_2H_5OH$	0,19
	$CO_3^{2-} + 6H^+ + 4e = HCHO + 2H_2O$	0,197
	$HCOO^- + 5H^+ + 4e = CH_3OH + H_2O$	0,199
	$CO_3^{2-} + 8H^+ + 6e = CH_3OH + 2H_2O$	0,209

	$CO_3^{2-} + 3H^+ + 2e = HCOO^- + H_2O$	0,227
	$HCHO + 2H^+ + 2e = CH_3OH$	0,232
	$2CO_3^{2-} + 4H^+ + 2e = C_2O_4^{2-} + 2H_2O$	0,441
	$C_2H_5OH + 2H^+ + 2e = C_2H_6 + H_2O$	0,46
	$CO_3^{2-} + 6H^+ + 4e = C(графит) + 3H_2O$	0,475
	$CO + 6H^+ + 6e = CH_4 + H_2O$	0,497
	$CH_3OH + 2H^+ + 2e = CH_4 + H_2O$	0,59
Ca	$Ca^{2+} + 2e = Ca$	-2,866
Cd	$CdS + 2e = Cd + S^{2-}$	-1,175
	$Cd(CN)_4^{2-} + 2e = Cd + 4CN^-$	-1,09
	$Cd(OH)_2 + 2e = Cd + 2OH^-$	-0,81
	$Cd(NH_3)_4^{2+} + 2e = Cd + 4NH_3$	-0,61
	$Cd^{2+} + 2e = Cd$	-0,403
	$Cd(OH)_2 + 2H^+ + 2e = Cd + 2H_2O$	0,005
	$CdO + 2H^+ + 2e = Cd + H_2O$	0,063
Ce	$Ce^{3+} + 3e = Ce$	-2,48
	$Ce^{4+} + e = Ce^{3+}$ (1M H_2SO_4)	1,44
	$Ce^{4+} + e = Ce^{3+}$ (1M HNO_3)	1,61
	$Ce^{4+} + e = Ce^{3+}$ (1M $HClO_4$)	1,70
	$Ce^{4+} + e = Ce^{3+}$	1,77
Cl	$ClO_4^- + H_2O + 2e = ClO_3^- + 2OH^-$	0,36
	$2ClO^- + 2H_2O + 2e = Cl_2 + 4OH^-$	0,40
	$ClO_4^- + H_2O + 8e = Cl^- + 8OH^-$	0,56
	$ClO_3^- + 3H_2O + 6e = Cl^- + 6OH^-$	0,63
	$ClO_2 + 2H_2O + 5e = Cl^- + 4OH^-$	0,85
	$ClO^- + H_2O + 2e = Cl^- + 2OH^-$	0,88
	$ClO_3^- + 2H^+ + e = ClO_2 + H_2O$	1,15
	$ClO_4^- + 2H^+ + 2e = ClO_3^- + H_2O$	1,189
	$ClO_2 + 4H^+ + 4e = 2HCl + H_2O$	1,351
	$Cl_2 + 2e = 2Cl^-$	1,3595
	$ClO_4^- + 8H^+ + 8e = Cl^- + 4H_2O$	1,38
	$2ClO_4^- + 16H^+ + 14e = Cl_2 + 8H_2O$	1,39
	$ClO_2 + 5H^+ + 5e = HCl + 2H_2O$	1,436
	$ClO_3^- + 6H^+ + 6e = Cl^- + 3H_2O$	1,451
	$2ClO_3^- + 12H^+ + 10e = Cl_2 + 6H_2O$	1,47
	$HClO + H^+ + 2e = Cl^- + H_2O$	1,494
	$ClO_2 + 4H^+ + 5e = Cl^- + 2H_2O$	1,51
	$2ClO_2 + 8H^+ + 8e = Cl_2 + 4H_2O$	1,549
	$HClO_2 + 3H^+ + 4e = Cl^- + 2H_2O$	1,57

	$2HClO + 2H^+ + 2e = Cl_2 + 2H_2O$	1,63
	$2HClO_2 + 6H^+ + 6e = Cl_2 + 4H_2O$	1,64
Co	β -$CoS + 2e = Co + S^{2-}$	-1,07
	α -$CoS + 2e = Co + S^{2-}$	-0,90
	$Co(CN)_6^{3-} + e = Co(CN)_6^{4-}$	-0,84
	$Co(OH)_2 + 2e = Co + 2OH^-$	-0,73
	$CoCO_3 + 2e = Co + CO_3^{2-}$	-0,64
	$Co(NH_3)_6^{2+} + 2e = Co + 6NH_3$	-0,42
	$Co^{2+} + 2e = Co$	-0,277
	$Co(OH)_2 + 2H^+ + 2e = Co + 2H_2O$	0,095
	$Co(NH_3)_6^{3+} + e = Co(NH_3)_6^{2+}$	0,1
	$CoO + 2H^+ + 2e = Co + H_2O$	0,166
	$Co(OH)_3 + e = Co(OH)_2 + OH^-$	0,17
	$Co^{3+} + 3e = Co$	0,33
	$Co^{3+} + e = Co^{2+}$	1,38 - 1,842
Cr	$Cr(OH)_2 + 2e = Cr + 2OH^-$	-1,4
	$Cr(OH)_3 + 3e = Cr + 3OH^-$	-1,3
	$CrO_2^- + 2H_2O + 3e = Cr + 4OH^-$	-1,2
	$Cr^{2+} + 2e = Cr$	-0,913
	$Cr^{3+} + 3e = Cr$	-0,744
	$Cr(OH)_3 + 3H^+ + 3e = Cr + 3H_2O$	-0,654
	$Cr^{3+} + e = Cr^{2+}$	-0,407
	$CrO_4^{2-} + 4H_2O + 3e = Cr(OH)_3 + 5OH^-$	-0,13
	$Cr_2O_7^{2-} + 14H^+ + 12e = 2Cr + 7H_2O$	0,294
	$CrO_4^{2-} + 8H^+ + 6e = Cr + 4H_2O$	0,366
	$CrO_4^{2-} + 4H^+ + 3e = CrO_2^- + 2H_2O$	0,945
	$CrO_2^- + 4H^+ + e = Cr^{2+} + 2H_2O$	1,188
	$Cr_2O_7^{2-} + 14H^+ + 6e = 2Cr^{3+} + 7H_2O$	1,333
	$CrO_4^{2-} + 8H^+ + 3e = Cr^{3+} + 4H_2O$	1,477
Cs	$Cs^+ + e = Cs$	-2,923
Cu	$Cu_2S + 2e = 2Cu + S^{2-}$	-0,89
	$CuS + 2e = Cu + S^{2-}$	-0,71
	$Cu(CN)_2^- + e = Cu + 2CN^-$	-0,43
	$Cu_2O + H_2O + 2e = 2Cu + 2OH^-$	-0,36
	$Cu(OH)_2 + 2e = Cu + 2OH^-$	-0,22
	$CuI + e = Cu + I^-$	-0,185
	$Cu(NH_3)_2^+ + e = Cu + 2NH_3$	-0,12
	$Cu(NH_3)_4^{2+} + 2e = Cu + 4NH_3$	-0,07
	$Cu(NH_3)_4^{2+} + 2e = Cu(NH_3)_2^+ + 2NH_3$	-0,01

	$CuI_2^- + e = Cu + 2I^-$	0,00
	$CuBr + e = Cu + Br^-$	0,03
	$CuCl + e = Cu + Cl^-$	0,137
	$Cu^{2+} + e = Cu^+$	0,153
	$CuCl_2^- + e = Cu + 2Cl^-$	0,177
	$2Cu^{2+} + H_2O + 2e = Cu_2O + 2H^+$	0,203
	$Cu^{2+} + 2e = Cu$	0,345
	$Cu^{2+} + 2Cl^- + e = CuCl_2^-$	0,463
	$Cu^+ + e = Cu$	0,520
	$Cu^{2+} + Cl^- + e = CuCl$	0,538
	$CuO + 2H^+ + 2e = Cu + H_2O$	0,570
	$Cu(OH)_2 + 2H^+ + 2e = Cu + 2H_2O$	0,609
	$Cu^{2+} + Br^- + e = CuBr$	0,640
	$2CuO + 2H^+ + 2e = Cu_2O + H_2O$	0,669
	$Cu^{2+} + I^- + e = CuI$	0,86
	$Cu^{2+} + 2CN^- + e = Cu(CN)_2$	1,12
Dy	$Dy^{3+} + 3e = Dy$	-2,353
Eu	$Eu^{2+} + 2e = Eu$	-3,395
	$Eu^{3+} + e = Eu^{2+}$	-0,429
F	$F_2O + 2H^+ + 4e = 2F^- + H_2O$	2,1
	$F_2 + 2e = 2F^-$	2,87
Fe	$FeS + 2e = Fe + S^{2-}$	-0,95
	$Fe(OH)_2 + 2e = Fe + 2OH^-$	-0,877
	$FeCO_3 + 2e = Fe + CO_3^{2-}$	-0,756
	$Fe(OH)_3 + e = Fe(OH)_2 + OH^-$	-0,56
	$Fe^{2+} + 2e = Fe$	-0,440
	$Fe_3O_4 + 8H^+ + 8e = 3Fe + 4H_2O$	-0,085
	$Fe_2O_3 + H_2O + 2H^+ + 2e = 2Fe(OH)_2$	-0,057
	$Fe_2O_3 + 6H^+ + 6e = 2Fe + 3H_2O$	-0,051
	$Fe(OH)_2 + 2H^+ + 2e = Fe + 2H_2O$	-0,047
	$Fe^{3+} + 3e = Fe$	-0,037
	$Fe(OH)_3 + 3H^+ + 3e = Fe + 3H_2O$	0,059
	$Fe(OH)_3 + H^+ + e = Fe(OH)_2 + H_2O$	0,271
	$Fe(CN)_6^{3-} + e = Fe(CN)_6^{4-}$	0,356
	$Fe^{3+} + e = Fe^{2+}$ (1M H_2SO_4)	0,68
	$Fe^{3+} + e = Fe^{2+}$ (1M HCl)	0,70
	$Fe(CN)_6^{3-} + e = Fe(CN)_6^{4-}$ (1M HCl)	0,71
	$Fe^{3+} + e = Fe^{2+}$	0,771
	$Fe_3O_4 + 8H^+ + 2e = 3Fe^{2+} + 4H_2O$	0,980

Ga	$Ga^{3+} + 3e = Ga$	-0,53
Gd	$Gd^{3+} + 3e = Gd$	-2,397
Ge	$H_2GeO_3 + 4H^+ + 2e = Ge^{2+} + 3H_2O$	-0,363
	$GeO_2 + 4H^+ + 4e = Ge + 2H_2O$	-0,15
	$H_2GeO_3 + 4H^+ + 4e = Ge + 3H_2O$	-0,13
	$Ge^{2+} + 2e = Ge$	0,000
H	$2H_2O + 2e = H_2 + 2OH^-$	-0,828
	$2H^+ + 2e = H_2$	0,0000
	$H_2O_2 + 2H^+ + 2e = 2H_2O$	1,776
Hf	$Hf^{4+} + 4e = Hf$	-1,70
	$HfO_2 + 4H^+ + 4e = Hf + 2H_2O$	-1,57
Hg	$HgS + 2e = Hg + S^{2-}$	-0,69
	$Hg(CN)_4^{2-} + 2e = Hg + 4CN^-$	-0,37
	$Hg_2I_2 + 2e = 2Hg + 2I^-$	-0,041
	$HgI_4^{2-} + 2e = Hg + 4I^-$	-0,04
	$HgO(красная) + H_2O + 2e = Hg + 2OH^-$	0,098
	$Hg_2Br_2 + 2e = 2Hg + 2Br^-$	0,140
	$HgBr_4^{2-} + 2e = Hg + 4Br^-$	0,21
	$Hg_2Cl_2 + 2K^+ + 2e = 2Hg + 2KCl (тв)$	0,2415
	$Hg_2Cl_2 + 2e = 2Hg + 2Cl^-$	0,268
	$Hg_2Cl_2 + 2e = 2Hg + 2Cl^- (1M KCl)$	0,28
	$Hg_2Cl_2 + 2e = 2Hg + 2Cl^- (0,1M KCl)$	0,334
	$HgCl_4^{2-} + 2e = Hg + 4Cl^-$	0,48
	$Hg_2SO_4 + 2e = 2Hg + SO_4^{2-}$	0,6151
	$Hg_2^{2+} + 2e = 2Hg$	0,788
	$Hg^{2+} + 2e = Hg$	0,850
	$2Hg^{2+} + 2e = Hg_2^{2+}$	0,920
	$HgO + 2H^+ + 2e = Hg + H_2O$	0,926
Ho	$Ho^{3+} + 3e = Ho$	-2,319
I	$IO_3^- + 2H_2O + 4e = IO^- + 4OH^-$	0,14
	$2IO_3^- + 6H_2O + 10e = I_2 + 12OH^-$	0,21
	$IO_3^- + 3H_2O + 6e = I^- + 6OH^-$	0,25
	$2IO^- + H_2O + 2e = I_2 + 4OH^-$	0,45
	$IO^- + H_2O + 2e = I^- + 2OH^-$	0,49
	$I_2 + 2e = 2I^-$	0,536
	$I_3^- + 2e = 3I^-$	0,545
	$IO_3^- + 2H_2O + 4e = IO^- + 4OH^-$	0,56
	$HIO + H^+ + 2e = I^- + H_2O$	0,99
	$2ICl_2^- + 2e = I_2 + 4Cl^-$	1,06

	$IO_3^- + 6H^+ + 6e = I^- + 3H_2O$	1,085
	$IO_3^- + 5H^+ + 4e = HIO + 2H_2O$	1,14
	$2IO_3^- + 12H^+ + 10e = I_2 + 6H_2O$	1,19
	$2HIO + 2H^+ + 2e = I_2 + 2H_2O$	1,45
	$H_5IO_6 + H^+ + 2e = IO_3^- + 3H_2O$	1,60
Ir	$IrO_2 + 4H^+ + 4e = Ir + H_2O$	0,93
	$Ir^{3+} + 3e = Ir$	1,15
K	$K^+ + e = K$	-2,924
La	$La^{3+} + 3e = La$	-2,522
Li	$Li^+ + e = Li$	-3,045
Mg	$Mg(OH)_2 + 2e = Mg + 2OH^-$	-2,69
	$Mg^{2+} + 2e = Mg$	-2,363
	$Mg(OH)_2 + 2H^+ + 2e = Mg + 2H_2O$	-1,862
Mn	$MnCO_3 + 2e = Mn + CO_3^{2-}$	-1,48
	$Mn^{2+} + 2e = Mn$	-1,18
	$Mn(OH)_2 + 2H^+ + 2e = Mn + 2H_2O$	-0,727
	$MnO_4^- + e = MnO_4^{2-}$	0,564
	$MnO_4^- + 2H_2O + 3e = MnO_2 + 4OH^-$	0,60
	$MnO_2 + 4H^+ + 2e = Mn^{2+} + 2H_2O$	1,228
	$Mn_2O_3 + 6H^+ + 2e = 2Mn^{2+} + 3H_2O$	1,443
	$MnO_4^- + 8H^+ + 5e = Mn^{2+} + 4H_2O$	1,507
	$Mn^{3+} + e = Mn^{2+}$ (8M H_2SO_4)	1,509
	$MnO_4^- + 4H^+ + 3e = MnO_2 + 2H_2O$	1,692
	$MnO_4^{2-} + 4H^+ + 2e = MnO_2 + 2H_2O$	2,257
Mo	$H_2MoO_4 + 2H^+ + 2e = MoO_2 + 2H_2O$	-1,091
	$MoO_4^{2-} + 4H_2O + 6e = Mo + 8OH^-$	-1,05
	$Mo^{3+} + 3e = Mo$	-0,200
	$MoO_2 + 4H^+ + 4e = Mo + 2H_2O$	-0,072
	$MoO_4^{2-} + 8H^+ + 6e = Mo + 4H_2O$	0,154
	$MoO_3 + 2H^+ + 2e = MoO_2 + H_2O$	0,320
	$MoO_4^{2-} + 4H^+ + 2e = MoO_2 + 2H_2O$	0,606

Элемент	Реакция	E^0
N	$3N_2 + 2\bar{e} = 2N_3^-$	-3,4
	$3N_2 + 2H^+ + 2\bar{e} = 2HN_3$	-3,1
	$N_2 + 4H_2O + 2\bar{e} = 2NH_2OH + 2OH^-$	-3,04
	$N_2 + 4H_2O + 4\bar{e} = N_2H_4 + 4OH^-$	-1,16
	$N_2 + 8H_2O + 6\bar{e} = 2NH_4OH + 6OH^-$	-0,74

	$NO_2^- + H_2O + \bar{e} = NO + 2OH^-$	-0,46
	$NO_2^- + 6H_2O + 6\bar{e} = NH_4OH + 7OH^-$	-0,15
	$NO_3^- + 2H_2O + 3\bar{e} = NO + 4OH^-$	-0,14
	$NO_3^- + 7H_2O + 8\bar{e} = NH_4OH + 9OH^-$	-0,12
	$NO_3^- + H_2O + 2\bar{e} = NO_2^- + 2OH^-$	0,01
	$N_2 + 6H^+ + 6\bar{e} = 2NH_3$	0,057
	$N_2H_4 + 4H_2O + 2\bar{e} = 2NH_4OH + 2OH^-$	0,1
	$N_2 + 8H^+ + 6\bar{e} = 2NH_4^+$	0,275
	$2NO_2^- + 4H_2O + 6\bar{e} = N_2 + 8OH^-$	0,41
	$NH_2OH + 2H_2O + 2\bar{e} = NH_4OH^- + 2OH^-$	0,42
	$2NO_2 + 4H_2O + 8e = N_2 + 8OH^-$	0,53
	$NO_3^- + 2H^+ + e = NO_2 + H_2O$	0,78
	$NO_3^- + 2H^+ + e = NO_2 + H_2O$	0,80
	$2NO + 2H_2O + 4e = N_2 + 4OH^-$	0,85
	$HNO_2 + 7H^+ + 6e = NH_4^+ + 2H_2O$	0,864
	$NO_3^- + 10H^+ + 8e = NH_4^+ + 3H_2O$	0,87
	$2NO_2 + 2e = 2NO_2^-$	0,88
	$N_2O + H_2O + 2e = N_2 + 2OH^-$	0,94
	$NO_3^- + 3H^+ + 2e = HNO_2 + 2H_2O$	0,94
	$NO_3^- + 4H^+ + 3e = NO + 2H_2O$	0,957
	$NO_3^- + 4H^+ + 3e = NO + 2H_2O$	0,96
	$HNO_2 + H^+ + e = NO + H_2O$	1,00
	$NO_2 + 2H^+ + 2e = NO + H_2O$	1,03
	$NO_2 + H^+ + e = HNO_2$	1,09
	$2NO_3^- + 10H^+ + 8e = N_2O + 5H_2O$	1,116
	$2NO_3^- + 12H^+ + 10e = N_2 + 6H_2O$	1,246
	$2HNO_2 + 4H^+ + 4e = N_2O + 3H_2O$	1,297
	$2NO_2 + 8H^+ + 8e = N_2 + 4H_2O$	1,36
	$2HNO_2 + 6H^+ + 6e = N_2 + 4H_2O$	1,45
	$2NO + 4H^+ + 4e = N_2 + 2H_2O$	1,678
	$N_2O + 2H^+ + 2e = N_2 + H_2O$	1,766
Na	$Na^+ + e = Na$	-2,714
Nd	$Nd^{3+} + 3e = Nd$	-2,431
Ni	γ-NiS + 2e = Ni + S^{2-}	-1,04
	α-NiS + 2e = Ni + S^{2-}	-0,83
	$Ni(OH)_2 + 2e = Ni + 2OH^-$	-0,72
	$Ni(NH_3)_6^{2+} + 2e = Ni + 6NH_3$	-0,49
	$NiCO_3 + 2e = Ni + CO_3^{2-}$	-0,45

	$Ni^{2+} + 2e = Ni$	-0,25
	$Ni(OH)_2 + 2H^+ + 2e = Ni + 2H_2O$	0,110
	$NiO + 2H^+ + 2e = Ni + H_2O$	0,116
	$NiO_2 + 4H^+ + 2e = Ni^{2+} + 2H_2O$	1,68
Np	$Np^{3+} + 3e = Np$	-1,856
	$Np^{4+} + e = Np^{3+}$	0,152
	$NpO_2^+ + 4H^+ + 2e = Np^{3+} + 2H_2O$	0,451
	$NpO_2^+ + e = NpO_2$	0,564
	$NpO_2^{2+} + e = NpO_2^+$	1,149
	$Np_2O_5 + 2H^+ + 2e = 2NpO_2 + H_2O$	1,253
O	$O_2 + 2H_2O + 4e = 4OH^-$	0,401
	$O_2 + 2H^+ + 2e = H_2O_2$	0,682
	$H_2O_2 + 2e = 3OH^-$	0,88
	$O_2 + 4H^+ + 4e = 2H_2O$	1,229
	$O_3 + H_2O + 3e = O_2 + 2OH^-$	1,24
	$O_3 + 6H^+ + 6e = 3H_2O$	1,511
	$H_2O_2 + 2H^+ + 2e = 2H_2O$	1,776
	$O_3 + 2H^+ + 2e = O_2 + H_2O$	2,07
Os	$OsO_2 + 2H_2O + 4e = Os + 4OH^-$	-0,15
	$OsCl_6^{3-} + e = Os^{2+} + 6Cl^-$	0,4
	$OsO_4 + 8H^+ + 8e = Os + 4H_2O$	0,85
	$OsCl_6^{2-} + e = OsCl_6^{3-}$	0,85
	$Os^{2+} + 2e = Os$	0,85
	$OsO_4 + 4H^+ + 4e = OsO_2 + 2H_2O$	0,96
P	$H_2PO_2^- + e = P + 2OH^-$	-2,05
	$HPO_3^{2-} + 2H_2O + 2e = H_2PO_2^- + 3OH^-$	-1,57
	$PO_4^{3-} + 2H_2O + 2e = HPO_3^{2-} + 3OH^-$	-1,12
	$2H_3PO_4 + 2H^+ + 2e = H_4P_2O_6 + 2H_2O$	-0,94
	$P + 3H_2O + 3e = PH_3 + 3OH^-$	-0,89
	$H_3PO_2 + H^+ + e = P + 2H_2O$	-0,51
	$H_3PO_3 + 3H^+ + 3e = P(белый) + 3H_2O$	-0,502
	$H_3PO_3 + 3H^+ + 2e = H_3PO_2 + H_2O$	-0,50
	$H_3PO_3 + 3H^+ + 3e = P(красный) + 3H_2O$	-0,454
	$H_3PO_4 + 5H^+ + 5e = P(белый) + 4H_2O$	-0,411
	$H_3PO_4 + 4H^+ + 4e = H_3PO_2 + 2H_2O$	-0,39
	$H_3PO_4 + 5H^+ + 5e = P(красный) + 4H_2O$	-0,383
	$H_3PO_4 + 2H^+ + 2e = H_3PO_3 + H_2O$	-0,276
	$H_3PO_3 + 2H^+ + 2e = H_3PO_2 + H_2O$	-0,50
	$P + 3H^+ + 3e = PH_3$	0,06

	$H_4P_2O_6 + 2H^+ + 2e = 2H_3PO_3$	0,38
Pb	$PbS + 2e = Pb + S^{2-}$	-0,93
	$PbO + H_2O + 2e = Pb + 2OH^-$	-0,58
	$PbCO_3 + 2e = Pb + CO_3^{2-}$	-0,506
	$PbI_2 + 2e = Pb + 2I^-$	0,365
	$PbSO_4 + 2e = Pb + SO_4^{2-}$	-0,3563
	$PbF_2 + 2e = Pb + 2F^-$	-0,350
	$PbBr_2 + 2e = Pb + 2Br^-$	-0,280
	$PbCl_2 + 2e = Pb + 2Cl^-$	-0,268
	$Pb^{2+} + 2e = Pb$	-0,126
	$PbO_3^{2-} + H_2O + 2e = PbO_2^{2-} + 2OH^-$	0,2
	$PbO + 2H^+ + 2e = Pb + H_2O$	0,248
	$Pb(OH)_2 + 2H^+ + 2e = Pb + H_2O$	0,277
	$PbO_2 + H_2O + 2e = PbO + 2OH^-$	0,28
	$Pb_3O_4 + 2H^+ + 2e = 3PbO + H_2O$	0,972
	$PbO_2 + 4H^+ + 2e = Pb^{2+} + 2H_2O$	1,449-1,455
	$PbO_2 + SO_4^{2-} + 4H^+ + 2e = PbSO_4 + 2H_2O$	1,685
	$Pb^{4+} + 2e = Pb^{2+}$	1,694
Pd	$Pd(OH)_2 + 2e = Pd + 2OH^-$	0,07
	$PdI_6^{2-} + 2e = PdI_4^{2-} + 2I^-$	0,623
	$PdCl_4^{2-} + 2e = Pd + 4Cl^-$	0,623
	$PdO + 2H^+ + 2e = Pd + H_2O$	0,896
	$PdCl_6^{2-} + 4e = Pd + 6Cl^-$	0,96
	$Pd^{2+} + 2e = Pd$	0,987
	$PdBr_6^{2-} + 2e = PdBr_4^{2-} + 2Br^-$	0,993
	$PdO_2 + 2H^+ + 2e = PdO + H_2O$	1,283
	$PdCl_6^{2-} + 2e = PdCl_4^{2-} + 2Cl^-$	1,288
Pt	$PtS + 2e = Pt + S^{2-}$	-0,95
	$PtS_2 + 2e = PtS + S^{2-}$	-0,64
	$Pt(OH)_2 + 2e = Pt + 2OH^-$	0,15
	$PtI_6^{2-} + 2e = PtI_4^{2-} + 2I^-$	0,393
	$PtBr_4^{2-} + 2e = Pt + 4Br^-$	0,58
	$PtBr_6^{2-} + 2e = PtBr_4^{2-} + 2Br^-$	0,59
	$PtCl_6^{2-} + 2e = PtCl_4^{2-} + 2Cl^-$	0,720
	$PtCl_4^{2-} + 2e = Pt + 4Cl^-$	0,73
	$Pt(OH)_2 + 2H^+ + 2e = Pt + 2H_2O$	0,980
	$PtO_2 + 2H^+ + 2e = Pt(OH)_2$	1,045
	$Pt^{2+} + 2e = Pt$	1,188
Ra	$Ra^{2+} + 2e = Ra$	-2,925

Rb	$Rb^+ + e = Rb$	-2,925
S	$SO_4^{2-} + H_2O + 2e = SO_3^{2-} + 2OH^-$	-0,93
	$2SO_4^{2-} + 5H_2O + 8e = S_2O_3^{2-} + 10OH^-$	-0,76
	$SO_3^{2-} + 3H_2O + 4e = S + 6OH^-$	-0,66
	$2SO_3^{2-} + 3H_2O + 4e = S_2O_3^{2-} + 6OH^-$	-0,58
	$S_2^{2-} + 2e = 2S^{2-}$	-0,524
	$S + 2e = S^{2-}$	-0,48
	$2S + 2e = S_2^{2-}$	-0,476
	$S + H^+ + 2e = HS^-$	-0,065
	$S_2O_3^{2-} + 6H^+ + 8e = 2S^{2-} + 3H_2O$	-0,006
	$S_4O_6^{2-} + 2e = 2S_2O_3^{2-}$	0,08
	$SO_4^{2-} + 8H^+ + 8e = S^{2-} + 4H_2O$	0,149
	$S + 2H^+ + 2e = H_2S$	0,141-0,17
	$SO_4^{2-} + 4H^+ + 2e = H_2SO_3 + H_2O$	0,17
	$SO_3^{2-} + 6H^+ + 6e = S^{2-} + 3H_2O$	0,231
	$2SO_4^{2-} + 10H^+ + 8e = S_2O_3^{2-} + 5H_2O$	0,29
	$SO_4^{2-} + 10H^+ + 8e = H_2S + 4H_2O$	0,311
	$SO_4^{2-} + 8H^+ + 6e = S + 4H_2O$	0,357
	$2H_2SO_3 + 2H^+ + 4e = S_2O_3^{2-} + 3H_2O$	0,40
	$H_2SO_3 + 4H^+ + 4e = S + 3H_2O$	0,449
	$S_2O_3^{2-} + 6H^+ + 4e = 2S + 3H_2O$	0,5
	$2SO_3^{2-} + 6H^+ + 4e = S_2O_3^{2-} + 3H_2O$	0,705
	$S_2O_8^{2-} + 2e = 2SO_4^{2-}$	2,01
Sb	$SbO_2^- + 2H_2O + 3e = Sb + 4OH^-$	-0,675
	$Sb + 3H^+ + 3e = SbH_3$	-0,51
	$SbO_3^- + H_2O + 2e = SbO_2^- + 2OH^-$	-0,43
	$Sb_2O_3 + 6H^+ + 6e = 2Sb + 3H_2O$	0,152
	$SbO^+ + 2H^+ + 3e = Sb + H_2O$	0,212
	$SbO_3^- + 2H^+ + 3e = SbO_2^- + H_2O$	0,353
	$SbO_2^- + 4H^+ + 3e = Sb + 2H_2O$	0,446
	$Sb_2O_5 + 6H^+ + 4e = 2SbO^+ + 3H_2O$	0,581
	$Sb_2O_5 + 4H^+ + 4e = Sb_2O_3 + 2H_2O$	0,671
Sc	$Sc^{3+} + 3e = Sc$	-2,077
Se	$Se + 2e = Se^{2-}$	-0,92
	$Se + 2H^+ + 2e = H_2Se$	-0,40
	$SeO_3^{2-} + 3H_2O + 4e = Se + 6OH^-$	-0,366
	$SeO_4^{2-} + H_2O + 2e = SeO_3^{2-} + 2OH^-$	0,05
	$H_2SeO_3 + 4H^+ + 4e = Se + 3H_2O$	0,741
	$SeO_4^{2-} + 4H^+ + 2e = H_2SeO_3 + H_2O$	1,15

Si	$SiO_3^{2-} + 3H_2O + 4e = Si + 6OH^-$	-1,7
	$SiF_6^{2-} + 4e = Si + 6F^-$	-1,2
	$SiO_3^{2-} + 6H^+ + 4e = Si + 3H_2O$	-0,455
	$Si + 4H^+ + 4e = SiH_4$	0,102
Sn	$SnS + 2e = Sn + S^{2-}$	-0,94
	$Sn(OH)_6^{2-} + 2e = HSnO_2^- + H_2O + 3OH^-$	-0,93
	$HSnO_2^- + H_2O + 2e = Sn + 3OH^-$	-0,91
	$SnF_6^{2-} + 4e = Sn + 6F^-$	-0,25
	$Sn^{2+} + 2e = Sn$	-0,136
	$SnO_2 + 2H^+ + 2e = SnO + H_2O$	-0,108
	$SnO_2 + 4H^+ + 4e = Sn + 2H_2O$	-0,106
	$SnO + 2H^+ + 2e = Sn + H_2O$	-0,104
	$Sn(OH)_2 + 2H^+ + 2e = Sn + 2H_2O$	-0,091
	$SnCl_6^{2-} + 2e = SnCl_4^{2+} + 2Cl^-$ (1M HCl)	0,14
	$Sn^{4+} + 2e = Sn^{2+}$	0,151
Sr	$Sr^{2+} + 2e = Sr$	-2,888
Te	$Te + 2e = Te^{2-}$	-1,14
	$Te + 2H^+ + 2e = H_2Te$	-0,72
	$TeO_3^{2-} + 2H_2O + 4e = Te + 6OH^-$	-0,57
	$TeO_2 + 4H^+ + 4e = Te + 2H_2O$	0,529
	$TeO_4^{2-} + 2H^+ + 2e = TeO_3^{2-} + H_2O$	0,892
	$H_6TeO_6 + 2H^+ + 2e = TeO_2 + 4H_2O$	1,02
Ti	$Ti^{2+} + 2e = Ti$	-1,63
	$TiO + 2H^+ + 2e = Ti + H_2O$	-1,306
	$TiF_6^{2-} + 4e = Ti + 6F^-$	-1,19
	$TiO_2 + 4H^+ + 4e = Ti + 2H_2O$	-0,86
	TiO_2(рутил) $+ H^+ + 4e = Ti^{3+} + 2H_2O$	-0,666
	TiO_2(рутил) $+ 2H^+ + 4e = Ti^{2+} + 2H_2O$	-0,502
	$Ti^{3+} + e = Ti^{2+}$	-0,368
	$Ti^{4+} + e = Ti^{3+}$ (5M H_3PO_4)	-0,15
	$TiO^{2+} + 2H^+ + 2e = Ti^{2+} + H_2O$	-0,135
	$TiO^{2+} + 2H^+ + e = Ti^{3+} + H_2O$	0,10
Tl	$Tl_2S + 2e = 2Tl + S^{2-}$	-0,93
	$TlI + e = Tl + I^-$	-0,753
	$TlBr + e = Tl + Br^-$	-0,658
	$TlCl + e = Tl + Cl^-$	-0,557
	$TlOH + e = Tl + OH^-$	-0,344
	$Tl^+ + e = Tl$	-0,3363
	$Tl(OH)_3 + 2e = TlOH + 2OH^-$	-0,05

	$Tl_2O_3 + 3H_2O + 4e = 2Tl^+ + 6OH^-$	0,02
	$TlOH + H^+ + e = Tl + H_2O$	0,778
	$Tl^{3+} + 2e = Tl^+$	1,252
U	$UO_2 + 2H_2O + 4e = U + 4OH^-$	-2,39
	$U^{3+} + 3e = U$	-1,798
	$U^{4+} + e = U^{3+}$	-0,607
	$UO_2^{2+} = UO_2^+$	0,05
	$UO_2^{2+} + 4H^+ + 2e = U^{4+} + 2H_2O$	0,334
	$UO_2^+ + 4H^+ + e = U^{4+} + 2H_2O$	0,62
V	$V^{2+} + 2e = V$	-1,175
	$V^{3+} + e = V^{2+}$	-0,255
	$VO_2^+ + 4H^+ + 5e = V + 2H_2O$	-0,25
	$VO_2^{2+} + e = VO^+$	-0,044
	$VO_2^+ + 4H^+ + 3e = V^{2+} + 2H_2O$	0,360
	$V_2O_5 + 6H^+ + 2e = 2VO^{2+} + 3H_2O$	0,958
	$VO_2^+ + 2H^+ + e = VO^{2+} + H_2O$	1,004
	$VO_4^{3-} + 6H^+ + 2e = VO^+ + 3H_2O$	1,256
	$H_2VO_4^- + 4H^+ + e = VO^{2+} + 3H_2O$	1,314
W	$WO_4^{2-} + 4H_2O + 6e = W + 8OH^-$	-1,05
	$WO_2 + 4H^+ + 4e = W + 2H_2O$	-0,119
	$WO_3 + 6H^+ + 6e = W + 3H_2O$	-0,09
	$W_2O_5 + 2H^+ + 2e = 2WO_2 + H_2O$	-0,031
	$2WO_3 + 2H^+ + 2e = W_2O_5 + H_2O$	-0,029
	$WO_4^{2-} + 8H^+ + 6e = W + 4H_2O$	0,049
	$2WO_4^{2-} + 6H^+ + 2e = W_2O_5 + 3H_2O$	0,801
Zn	$ZnS + 2e = Zn + S^{2-}$	-1,405
	$Zn(CN)_4^{2-} + 2e = Zn + 4CN^-$	-1,26
	$Zn(OH)_2 + 2e = Zn + 2OH^-$	-1,245
	$Zn(OH)_4^{2-} + 2e = Zn + 4OH^-$	-1,22
	$ZnO_2^{2-} + 2H_2O + 2e = Zn + 4OH^-$	-1,216
	$ZnCO_3 + 2e = Zn + CO_3^{2-}$	-1,06
	$Zn(NH_3)_4^{2+} + 2e = Zn + 4NH_3$	-1,04
	$Zn^{2+} + 2e = Zn$	-0,763
	$ZnO_2^{2-} + 4H^+ + 2e = Zn + 2H_2O$	0,441
Zr	$ZrO^{2+} + 2H^+ + 4e = Zr + H_2O$	-1,570
	$ZrO_2 + 4H^+ + 4e = Zr + 2H_2O$	-1,553
	$Zr^{4+} + 4e = Zr$	-1,539

Таблица 2

Окислительно-восстановительные потенциалы водорода, кислорода и некоторых металлов в кислой, нейтральной и щелочной средах

Среда					
Кислая (*pH* = 0)		Нейтральная (*pH* = 7)		Щелочная (*pH* = 14)	
Red/Ox пара	φ^0, В	Red/Ox пара	φ^0, В	Red/Ox пара	φ^0, В
Mg^{2+}/Mg	-2.36	$Mg(OH)_2/Mg$	-2.38	$Mg(OH)_2/Mg$	-2.69
Al^{3+}/Al	-1.66	$Al(OH)_3/Al$	-1.88	CrO_2^-/Cr	-1.32
Zn^{2+}/Zn	-0.76	$Cr(OH)_3/Cr$	-0.93	ZnO_2^{2-}/Zn	-1.22
Cr^{3+}/Cr	-0.74	$Zn(OH)_2/Zn$	-0.81	SnO_2^{2-}/Sn	-0.91
Fe^{2+}/Fe	-0.44	$Sn(OH)_2/Sn$	-0.50	$Fe(OH)_2/Fe$	-0.87
Cd^{2+}/Cd	-0.40	$Fe(OH)_2/Fe$	-0.46	$2H_2O/H_2$	-0.83
Co^{2+}/Co	-0.28	$2H_2O/H_2$	-0.41	$Cd(OH)_2/Cd$	-0.82
Ni^{2+}/Ni	-0.25	$Cd(OH)_2/Cd$	-0.41	$Co(OH)_2/Co$	-0.73
Sn^{2+}/Sn	-0.14	$Co(OH)_2/Co$	-0.32	$Ni(OH)_2/Ni$	-0.72
Pb^{2+}/Pb	-0.13	$Ni(OH)_2/Ni$	-0.30	PbO_2^{2-}/Pb	-0.54
$2H^+/H_2$	0.00	$Pb(OH)_2/Pb$	-0.14	$Bi_2O_3/2Bi$	-0.45
Ag^+/Ag	+0.80	BiO^+/Bi	-0.04	AlO_2^-/Al	-0.36
Bi^{3+}/Bi	+0.21	$Cu(OH)_2/Cu$	+0.19	$Cu(OH)_2/Cu$	-0.22
Cu^{2+}/Cu	+0.34	$AgCl/Ag$	+0.22		
$O_2/2H_2O$	+1.22	$O_2/4OH^-$	+0.81	$O_2/4OH^-$	+0.40
		$Cl_2/2Cl^-$	+1.36		

Таблица 3

Названия некоторых кислот и их солей

Кислота		Название солей
Название	Формула	
Азотистая	HNO_2	Нитриты
Азотная	HNO_3	Нитраты
Бромоводородная	HBr	Бромиды
Дихромовая	$H_2Cr_2O_7$	Дихроматы
Иодоводородная	HJ	Иодиды
Кремниевая	H_2SiO_3	Силикаты
Марганцовая	$HMnO_4$	Перманганаты
Сероводородная	H_2S	сульфиды
Серная	H_2SO_4	сульфаты
Сернистая	H_2SO_3	сульфиты
Ортофосфорная	H_3PO_4	Фосфаты
Фосфористая	H_3PO_3	Фосфиты
Угольная	H_2CO_3	Карбрнаты
Уксусная	CH_3COOH	ацетаты
Хлороводородная	HCl	хлориды
Хлорноватистая	HClO	гипохлориты
Хлорноватая	$HClO_3$	хлораты
Хлорная	$HClO_4$	перхлораты
Хромовая	H_2CrO_4	хроматы

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-
методическому комплексу
_____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Б1.О.11 ХИМИЯ

Направление
05.03.01 Геология

Профиль:
Гидрогеология, инженерная геология и геоэкология

год набора: 2023

Одобрена на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией факультета
Химии	Геологии и геофизики
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____	Председатель _____
(подпись)	*(подпись)*
Амдур А.М.	Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол №1 от 08.09.2022	Протокол № 1 от 13.09.2022
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

ВВЕДЕНИЕ

Горные инженеры, геологи и геофизики сталкиваются с самыми разнообразными явлениями природы, химическими по своей сущности: быстрой выветриваемостью, окисляемостью, различной смачиваемостью горных пород, с особенностями воздушной среды под землей, с обводненностью горных выработок, агрессивностью рудничных вод. Поэтому им требуются более глубокие знания по химии, чем любому другому специалисту. Инженеры горнодобывающей отрасли способны справиться с современными задачами горно-металлургической и горно-химической промышленности только зная весь путь от разведки полезного ископаемого до его переработки. Физико-химическая некомпетентность горных инженеров и геологов является причиной недостатков в развитии горной науки, техники и технологии, бедственного экологического положения горных предприятий.

Роль химии в подготовке инженеров непрерывно возрастает в связи с необходимостью решения задач по снижению уровня потерь полезных компонентов и увеличению комплексности использования руд, рациональному применению вскрышных пород, очистке и использованию шахтных вод и сточных вод обогатительных фабрик, защите от коррозии бурового и горнодобывающего оборудования, заблаговременной дегазации угольных месторождений, применению физико-химических методов упрочнения грунтов, геотехнологическим методам добычи полезных ископаемых.

В горном деле широко применяются химические материалы: химические растворы при бурении и тампонаже скважин, взрывчатые вещества при отбойке угля, руды и породы, химические добавки, препятствующие распыление угля и налипанию льда на конвейерную ленту, материалы для покрытия из пены, предохраняющей от промерзания участка разработки, компоненты для отвердевания закладочных смесей, огнетушащие составы, синтетические смолы для укрепления горных пород, реагенты для флотации и обогащения руд и большой ассортимент таких обычных химикатов как горючие и смазочные материалы, цемент, стекло, керамика, гидро-, термо- и электроизоляционные материалы, лаки, краски, пластмассы, резина.

Еще благодаря усилиям Д.И. Менделеева, химию, как одну из фундаментальных дисциплин, стали преподавать во всех высших школах России. Химия вместе с физикой и математикой составляет основу профессиональной подготовки специалистов высокой квалификации.

Будущие специалисты должны получить такой комплекс знаний по химии, который составит базу для успешного освоения последующих дис-

циплин и правильного использования материалов, применяемых в технике.

Теоретические разделы химии, такие как строение электронных оболочек атомов, основные виды химических связей, химическая кинетика и равновесие, окислительно-восстановительные потенциалы, водородный показатель, произведение растворимости, свойства комплексных соединений, позволяет правильно ориентироваться в вопросах, связанных непосредственно со свойствами и превращениями минералов и горных пород.

Горные породы и руды состоят из минералов. К минералам относят природные химические соединения. Неорганические минералы подразделяются на минеральные типы, названия которым присваиваются согласно классификации неорганических веществ и их номенклатуре. По химическому составу минералы подразделяют на:

а) простые вещества (металлы, неметаллы),

б) карбиды, нитриды, фосфиды, сульфиды, арсениды, селениды, оксиды, гидроксиды, галогениды и др.,

в) соли кислородержащих кислот (силикаты, фосфаты, арсенаты, ванадаты, бораты, карбонаты, сульфаты, нитраты, вольфраматы, молибдаты, хроматы, иодаты и др.).

Основа химической н о м е н к л а т у р ы - русские названия химических элементов, приведенные в периодической системе Д.И. Менделеева, которые не всегда совпадают с латинскими названиями, например, гидрогениум - водород, оксигениум - кислород.

К неметаллам относят:

He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn, F, Cl, Br, J, At, O, S, Se, Te, N, P, As, C, Si, B, H, остальные элементы - металлы.

Названия простых веществ состоят их одного слова - наименования химического элемента с числовой приставкой, например: O_3 - трикислород, P_4 - тетрафосфор, S_8 - октасера.

Используют также числовые приставки:

1 - моно	7 - гепта
2 - ди	8 - окта
3 - три	9 - нона
4 - тетра	10 - дека
5 - пента	11 - ундека
6 - гекса	12 - додека

В химических формулах сложных вещество на первом месте (слева) всегда записывают формульные обозначения электроположительных сос-

тавляющих, а за ними указывают формульные обозначения электроотрицательных составляющих. Например, PCl_3.

Названия сложных веществ составляются по их химических формулам справа налево. Они складываются из двух слов - названий электроотрицательных составляющих (условных или реальных катионов) в именительном падеже и электроположительных составляющих (условных или реальных катионов) в родительном падеже, например: PCl_3 - трихлорид фосфора, CO - монооксид углерода.

Названия одноэлементных анионов оканчивается на -ид, а названия многоэлементных анионов - на -ат.

Для построения названий сложных веществ используются корни (иногда усеченные) русских названий элементов, например, бериллий - бериллат, молибден - молибдат, фосфор - фосфид и фосфат. Традиционно применяются корни латинских названий для элементов: серебро, мышьяк, золото, углерод, медь, железо, ртуть, марганец, азот, никель, свинец, сера, сурьма, кремний, олово:

Ag - аргентат	N - нитрид, нитрат
As - арседид, арсенат	Ni - николат
Au – аурат	Pb - плюмбат
C - карбид, карбонат	S - сульфид, сульфат
Cu - купрат	Sb - стибид (антимонид), стибат
Fe - феррат	Si - силицид, силикат
Hg – меркурат	Sn - станнат
Mn - манганат	

В названиях сложных веществ употребляются как числовые приставки, так и степени окисления катиона (обычно металлического) при точно известном заряде аниона, например, P_4O_{10} - декаоксид тетрафосфора, V_2O_5 - оксид ванадия (V), $Bi(OH)_3$ - гидроксид висмута (III).

Названия кислот и кислотных остатков приводятся в учебном пособии [1]. Названия кислотных остатков используют построении названий солей. Соли - продукты реакций нейтрализации. Соли, содержащие кислотные остатки с незамещенными атомами водорода, - к и с л ы е соли. Соли, содержащие гидроксид-ионы, называют о с н о в н ы м и солями.

$Ca(H_2PO_4)_2$ - дигидрофосфат кальция

$KHSO_4$ - гидросульфат калия

$FeOH(NO_3)_2$ - гидроксонитрат железа (III)

$(CaOH)_2SO_4$ - гидроксосульфат кобальта (II)

$Cu_2CO_3(OH)_2$ - дигидроксид-карбонат димеди

Если соли содержат два разных катиона, то их называют д в о й н ы м и.

$KAl(SO_4)_2$ - сульфат алюминия-калия

$CaMg(CO_3)_2$ - карбонат магния-кальция

ОБЩИЕ ПРАВИЛА РАБОТЫ В ХИМИЧЕСКОЙ ЛАБОРАТОРИИ

Прежде чем приступить к работе по данной теме, следует изучить ее по описанию, уяснить цель задания и план его выполнения.

Не загромождайте рабочее место портфелями, свертками, сумками, перчатками и т.п. Для них отведены специальные этажерки. На рабочем столе должны находиться только необходимые приборы и лабораторный журнал.

Работайте тщательно, аккуратно, без лишней торопливости, соблюдайте в лаборатории тишину.

Внимательно наблюдайте за ходом опыта, отмечая и записывая каждую его особенность.

Категорически запрещается в лаборатории принимать пищу, пробовать химические вещества на вкус.

Без указания преподавателя не проводите никаких дополнительных опытов.

После окончания работы вымойте использованную посуду, выключите воду, электрические приборы и приведите в порядок рабочее место.

ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ РАБОТЕ С ХИМИЧЕСКИМИ РЕАКТИВАМИ

Для выполнения работ в лаборатории имеется определенный набор химических реактивов, часть которых размещается на лабораторных столах (водные растворы солей), а остальные - концентрированные и разбавленные кислоты и щелочи, сухие соли, дурно пахнущие вещества - в вытяжных шкафах.

При использовании реактивов следует соблюдать следующие правила:

1. Не разрешается уносить реактивы из вытяжного шкафа на рабочее место.
2. Сухие реактивы набирают чистым шпателем или ложечкой.
3. Для проведения опыта в пробирке брать сухое вещество в количестве, закрывающем дно пробирки, а раствора - не более 1/6 ее объема.

4. Избыток реактива нельзя высыпать (выливать) обратно в те склянки, из которых они были взяты.

5. Не следует путать пробирки от разных склянок. Крышки и пробки кладут на стол поверхностью, не соприкасающейся с реактивом.

6. При нагревании растворов в пробирке держать ее таким образом, чтобы отверстие пробирки было направлено в сторону от работающего и его соседей по рабочему месту.

7. При разбавлении концентрированных кислот вливать кислоту в воду, а не наоборот.

8. Остатки растворов, содержащих кусочки металлов, собирают в специальные склянки, находящиеся в вытяжных шкафах.

ОКАЗАНИЕ ПЕРВОЙ МЕДИЦИНСКОЙ ПОМОЩИ

При порезах стеклом удаляют осколки из раны, смазывают края раны раствором йода и перевязывают бинтом.

При ожоге горячей жидкостью или горячим предметом обожженное место обрабатывают раствором перманганата калия, накладывают мазь от ожога.

При ожогах кислотами сразу промывают обожженное место большим количеством воды, а затем 3%-ным раствором гидрокарбоната натрия.

При ожогах едкими щелочами хорошо и обильно промыть обожженное место проточной водой, затем разбавленным раствором уксусной кислоты и опять водой.

При попадании кислоты или щелочи в глаза немедленно промыть глаза в течение трех минут большим количеством воды, а затем раствором гидрокарбоната натрия или борной кислоты.

ОФОРМЛЕНИЕ ЛАБОРАТОРНОГО ЖУРНАЛА

Каждый студент должен иметь лабораторный журнал - отдельную тетрадь для записей.

В лабораторном журнале студент выполняет отчеты по лабораторным работам, домашние задания, решает задачи, отвечает на контрольные вопросы.

Все наблюдения и выводы по экспериментальной работе студент заносит в лабораторный журнал непосредственно после выполнения опыта.

Отчеты по выполненным лабораторным работам должны содержать:

1) название лабораторной работы,
2) названия всех проделанных опытов,
3) после названия опыта записывается уравнение проделанной реакции, в котором указываются осадки (↓) и их окраска, газы (↑), изменения окраски растворов,
4) задания, указанные в методическом руководстве,
5) выводы по каждому опыту и общий вывод по работе.

1. ПЕРИОДИЧНОСТЬ ИЗМЕНЕНИЯ СВОЙСТВ ОКСИДОВ И ГИДРОКСИДОВ

Цель работы - изучение изменения кислотно-основных свойств гидроксидов в периодах и группах периодической системы Д.И. Менделеева.

Периодическая система Д.И. Менделеева - естественная система химических элементов, созданная на основе периодического закона.

Положение элемента в периодической системе определяет физико-химические свойства соответствующих им простых веществ и химических соединений.

Периодичность свойств химических соединений удобно проследить на примере оксидов и гидроксидов. Оксиды и гидроксиды относятся к основным породообразующим минералам, они широко распространены и составляют 17% от массы земной коры.

В табл.1.1. приведены наиболее часто встречающиеся реакции взаимодействия оксидов и гидроксидов с водой.

Кислотно-основные свойства соединений можно объяснить на основе электростатических представлений. Ослабление основных и усиление кислотных свойств гидроксидов связано с изменением поляризующего действия элемента, образующего гидроксид, на группу OH^-. Поляризующее действие катиона сильно зависит от его строения и может быть охарактеризовано следующими закономерностями:

1) Поляризующее действие иона очень быстро возрастает с увеличением его заряда;

Таблица 1.1

Кислотно-основные реакции оксидов и гидроксидов

Тип оксида (гидроксида)	Типичная реакция

Сильно - кислый	$SO_{3(г)} + H_2O = SO_4^{2-}(р) + 2H^+(р)$
Слабо - кислый	$CO_2 + H_2O \Leftrightarrow HCO_3^-(р) + H^+(р)$
Амфотерный	$Zn(OH)_{2(к)} \Rightarrow \left\| \begin{array}{l} \xrightarrow{H^+(р)} \quad Zn^{2+}(р) + H_2O \\ \xrightarrow{OH^-(р)} \quad [Zn(OH)_4]^{2-}(р) \end{array} \right.$
Слабо - основной	$Fe(OH)_{2(к)} \Leftrightarrow FeOH^+(р) + OH^-(р)$
Сильно - основной	$Li_2O_3 + H_2O = 2Li^+(р) + 2OH^-(р)$

2) большое значение имеет строение внешней электронной оболочки, по этому признаку катионы разделяются на ионы с незаконченным внешним слоем, переходным от 8-электронного и 18-электронному (Mg^{2+}, Fe^{2+}, Fe^{3+}) и ионы с 18-электронным внешним слоем (Zn^{2+}, Ag^+);

3) при сходном строении внешней электронной оболочки и равном заряде поляризующее действие иона возрастает по мере уменьшения его радиуса.

Итак, ослабление основных и усиление кислотных свойств гидрооксисей связано с увеличением поляризующего действия катиона, т.е. с убыванием его радиуса и возрастанием положительной степени окисления, а также с увеличением числа внешних электронов. Например, если катион имеет малый заряд сравнительно большой радиус, его электростатическое притяжение к группе OH^- невелико и OH^- выступает в гидроксиде как единое целое. Поэтому типичными основаниями являются гидроксиды элементов, находящихся в главных подгруппах I и II групп периодической системы (KOH, NaOH), а также NH_4OH.

По мере увеличения поляризующего действия катиона возрастает ковалентность связей элемент-кислород и усиливается ионный характер связей O ─ H. Основные свойства гидроксидов ослабляются и появляются кислотные свойства. Из элементов II группы бериллий и цинк дают амфодают атмосферные гидроксиды, в (III) группе амфотерны гидроксиды алюминия, галлия, индия. Амфотерность характерна для большинства элементов четвертой группы периодической системы.

Когда катион имеет большой положительный заряд и малый радиус (что типично для неметаллов), усиление его поляризующего действия приводит к тому, что водород становится подвижным и преобладает диссоциа-

ция по кислотному типу. Среди элементов третьей группы гидроксид бора - типичная кислота. В четвертой группе кислотами являются гидроксиды углерода и кремния, однако, эти кислоты еще очень слабые. Гидроксиды многих элементов с максимальной степенью окисления пятой, шестой, седьмой групп - сильные кислоты.

Способность веществ к взаимодействию определяется изменением изобарно-изотермического потенциала (ΔG) химической реакции. Чем меньше алгебраическая величина энергии Гиббса химического процесса, тем больше вероятность ее протекания в данном направлении.

$2Al(OH)_{3(к)} + Na_2O_{(к)} = 2NaAlO_{2(к)} + 3H_2O$; ΔG^0_{298} = - 153 кДж/моль

$2H_3BO_{3(к)} + Na_2O_{(к)} = 2NaBO_{2(к)} + 3H_2O$; ΔG^0_{298} = - 277 кДж/моль

Увеличение отрицательного значения ΔG^0_{298} свидетельствует об усилении кислотных свойств гидроксида бора H_3BO_3.

1.1. Экспериментальная часть

ОПЫТ 1. Гидроксиды магния и кальция

Поместите в пробирку небольшое количество оксида магния или кальция и прибавьте 5 мл воды. Взболтайте содержимое пробирки и испытайте реакцию среды 1-2 каплями фенолфталеина. Составьте уравнение реакции взаимодействия оксида с водой. Сделайте вывод о характере гидроксида.

ОПЫТ 2. Получение и свойства гидроксида алюминия

В пробирку налейте 2 мл раствора соли алюминия и прибавьте примерно такой же объем раствора гидроксида аммония. Содержимое пробирки распределите в две пробирки. В одну из пробирок при взбалтывании прилейте по каплям разбавленный раствор серной кислоты до полного растворения осадка. Во вторую пробирку прилейте разбавленный раствор гидроксида натрия также до полного растворения осадка. Составить уравнение реакций. Сделайте вывод о характере гидроксида алюминия.

ОПЫТ 3. Двуокись углерода

Налейте в пробирку несколько мл воды и прибавьте 1-2 капли индикатора. Пропустите из аппарата Киппа в воду двуокись углерода до

изменения окраски индикатора. Составьте уравнение реакции. Сделайте вывод о характере гидроксида.

ОПЫТ 4. Гидроксид кремния

В пробирку поместите раствор силиката натрия и пропустите через него углекислый газ из аппарата Киппа, при этом наблюдайте образование осадка гидроксида кремния. Напишите уравнение реакции. Сделайте вывод о кислотно-основном характере гидроксида кремния.

ОПЫТ 5. Оксид фосфора (V)

В пробирку поместите немного фосфорного ангидрида и добавьте несколько мл воды. Наблюдайте растворение, встряхивая пробирку. Испытайте реакцию среды индикаторами. Составьте уравнение реакции. Сделайте вывод о характере гидроксида.

ОПЫТ 6. Гидроксиды олова (II) и свинца (II)

а) Налейте в пробирку 2 мл раствора хлорида олова. Добавьте по каплям разбавленный раствор щелочи до образования осадка. Содержимое пробирки разделите на две части. Подействовать на одну концентрированным раствором щелочи, а на другую - соляной кислотой. Составьте уравнения реакций. Сделайте вывод о характере гидроксида олова.

б) Такой же опыт проделать с раствором соли азотнокислого свинца. На полученный гидроксид свинца подействовать азотной кислотой и щелочью. Почему для растворения гидроокиси свинца нельзя воспользоваться соляной или серной кислотами? Составьте уравнения реакций. Сделайте вывод о характере гидроксида свинца.

1.2. Контрольные вопросы и задания

1. Сравнив результаты опытов, сделайте вывод, как изменяется характер гидроксидов элементов: Mg, Al, Si, P в третьем периоде слева направо. Чем объясняется это изменение характера гидроксидов? Как оно связано с изменением металлических свойств элементов?

2. По результатам опытов сделайте вывод об изменении кислотно-основных свойств гидроксидов элементов: C, Si, Sn, Pb в главных подгруппах сверху вниз. Как увязать такое изменение характера гидроксидов с возрастанием порядкового номера элемента и изменением металлических свойств элементов?

3. Запишите кислородные соединения марганца со степенями окисления II, IV, VI, VII и покажите, как с увеличением степени окисления изменяется характер оксидов и соответствующих им гидроксидов.

4. Укажите, какая из сравниваемых двух кислот H_2SO_3 или H_2SO_4 является более сильной и как объяснить такое явление.

5. Какой из галогенов имеет наибольшее сродство к натрию, если энергия Гиббса для галогенидов натрия имеет следующую величину (кДж/моль): ΔG^0_{298} NaJ = - 237.2,

ΔG^0_{298} NaBr = -347.7,

ΔG^0_{298} NaCl = -384.0,

ΔG^0_{298} NaF = -541.0.

6. $MgO_{(к)} + CO_{2(г)} = MgCO_{3(к)}$; ΔG^0_{298} = -65.1 кДж/моль

$BaO_{(к)} + CO_{2(г)} = BaCO_{3(к)}$; ΔG^0_{298} = -217.4 кДж/моль

$CaO_{(к)} + CO_{2(г)} = CaCO_{3(к)}$; ΔG^0_{298} = -131.9 кДж/моль

$SrO_{(к)} + CO_{2(г)} = SrCO_{3(к)}$; ΔG^0_{298} = -183.6 кДж/моль.

Как изменяются кислотно-основные свойства оксидов (расположите их в ряд) и как это согласуется со значением ΔG^0_{298} образования рассматриваемых карбонатов из оксидов?

7. Как изменяется сила кислот в ряду H_2SO_4 - H_2SeO_4 - H_2TeO_4 ?

8. $6Na_2O(к) + P_4O_{10}(к) = 4Na_3PO_4(к)$ ΔG^0_{298} = - 378 кДж/моль

$Na_2O(к) + Al_2O_3(к) = 2NaAlO_2(к)$ ΔG^0_{298} = - 173.2 кДж/моль

$Na_2O(к) + SO_3(г) = Na_2SO_4(к)$ ΔG^0_{298} = - 522.1 кДж/моль

$Na_2O(к) + SiO_2(к) = Na_2SiO_3(к)$ ΔG^0_{298} = - 194.5 кДж/моль

$Na_2O(к) + Cl_2I_7(г) = 2NaClO_4(к)$ ΔG^0_{298} = -587.0 кДж/моль

Как изменяются кислотно-основные свойства оксидов (расположите их в ряд) и как это согласуется со значениями ΔG^0_{298} образования рассматриваемых солей из оксидов?

9. Укажите, какое из рассматриваемых двух соединений является более сильным основанием: а) гидроксид натрия или гидроксид цезия; б) гидроксид бария или гидроксид кальция? Объясните это изменение характера гидроксидов, исходя из расположения элементов в таблице Д.И. Менделеева.

2. ХИМИЧЕСКАЯ КИНЕТИКА

Ц е л ь р а б о т ы - изучение скорости химической реакции и ее зависимости от концентрации и температуры.

Раздел химии, изучающей скорость химических реакций, называется химической кинетикой.

Скорость химической реакции - это изменение концентрации реагирующих веществ в единицу времени. Зависимость скорости химической реакции выражается законом действующих масс: при постоянной температуре скорость химической реакции прямо пропорциональна произведению концентраций реагирующих веществ, взятых в степенях, равных стехиометрическим коэффициентам в уравнении реакции.

Для реакции aА + bВ = cС + dД скорость выразится уравнением:

$$v = k\cdot[\text{A}]^a \cdot [\text{B}]^b \qquad \text{(для гомогенной системы)},$$

где v - скорость реакции;

[А], [В] - молярные концентрации реагирующих веществ;

k - константа скорости реакции

(при [А] = [В] = 1 моль/л, k численно равна v).

Для реакции $2NO_{(г)} + O_{2(г)} = 2NO_{2(г)}$ выражение скорости имеет следующий вид:

$$v = k\cdot[\text{NO}]^2\cdot[\text{O}_2].$$

Гомогенная система состоит из одной фазы - между реагентами нет поверхности раздела. Гетерогенная система состоит из двух и более фаз. Реакция в гетерогенной системе осуществляется на поверхности раздела фаз. Скорость гетерогенной реакции не зависит от площади поверхности раздела фаз, так же как скорость гомогенной реакции не зависит от объема системы.

Концентрация твердого вещества принимается за единицу.

Зависимость скорости химической реакции от температуры описывается экспериментально найденным уравнением Вант-Гоффа:

$$v_{t_2} = v_{t_1} \cdot \gamma^{\frac{t_2 - t_1}{10}},$$

где v_{t_1}, v_{t_2} - скорость реакции при температурах соответственно t_1 и t_2;

γ - температурный коэффициент скорости реакции,

равный обычно 2-4.

Эта зависимость может быть выражена в виде следующего правила: при увеличении температуры на каждые 10° скорость химической реакции увеличивается в 2-4 раза.

Зависимость скорости реакции от температуры более точно может быть выражена уравнением Аррениуса:

$$k = c \cdot e^{-\frac{E_{акт}}{RT}},$$

где k - константа скорости реакции;

c - постоянная;

$E_{акт}$ - энергия активации;

R - универсальная газовая постоянная (8.31 Дж/моль ·К);

T - абсолютная температура.

Из уравнения Аррениуса следует, что скорость реакции с повышением температуры увеличивается по закону экспоненты, однако интенсивность теплоотвода в конкретных условиях реакции может возрастать только линейно. В этом случае возможен скачкообразный переход от стационарного режима к нестационарному, быстрое ускорение - самовоспламенение, или цепной взрыв. По такому механизму происходят взрывы метана и угольной пыли в шахтах. Например, при повышении концентрации метана на несколько процентов достигается нижний предел взрываемости метана в воздухе, в тысячи раз ускоряется реакция окисления метана кислородом воздуха $CH_4 + 2O_2 = CO_2 + 2H_2O + Q$. Концентрационные пределы взрываемости метана в воздухе от 5 до 15% по объему.

Одним из направлений в решении проблемы предупреждения взрывов метана и угольной пыли в шахтах, опасных по газу и пыли, является применение способов взрывозащиты, основанных на использовании распыленной воды или специальных химических соединений, которые играют роль отрицательных катализаторов (ингибиторов), теплопоглотителей в реакциях окисления углеводородов. Такие вещества носят общее название флегматизаторов горения. Этим свойством обладают гидрокарбонаты натрия и калия, гидрофосфаты аммония, бура и др.

2.1. Экспериментальная часть.

ОПЫТ 1. Зависимость скорости химической реакции от концентрации реагирующих веществ.

Соли тиосерной кислоты устойчивы в твердом состоянии и в растворе. Тиосерная кислота неустойчива и при получении распадается самопроизвольно по реакции

$$Na_2S_2O_3 + H_2SO_4 = H_2SO_3 + S + Na_2SO_4$$

с образованием сернистой кислоты и свободной серы.

Постановка опыта основывается на следующем: в результате реакции между серной кислотой и тиосульфатом натрия образуется сера, выделяющаяся в виде белой мути. Время от начала реакции до момента появления мути зависит от скорости этой реакции.

В три пробирки налить по 6 мл раствора серной кислоты.

В первую пробирку влить 6 мл раствора $Na_2S_2O_3$, быстро перемешать ее содержимое и одновременно включить секундомер. Отсчитать время (τ) до начала появления белой мути - коллоидной серы.

Во вторую пробирку влить смесь 4 мл раствора тиосульфата натрия и 2 мл воды. Наблюдать, через сколько секунд растворы сделаются мутными.

Результаты наблюдений записать по следующей форме, выразив значения скоростей реакций в условных единицах (десятичных дробях!) в виде $v = 1/\tau$, где τ - время в секундах.

Относительная концентрация раствора тиосульфата натрия записана в условных единицах $C_{Na_2S_2O_3} = v_{Na_2S_2O_3} / V_{\text{раствора}}$, где $V_{\text{раствора}}$ - общий объем раствора 12 мл. Тогда для первого случая $C_{Na_2S_2O_3}$ 50%, для второго - 33% и третьего - 17%, что соответствует значениям 3а, 2в, а.

№ опыта	Объем в мл			Относит. концентр. $C_{Na_2S_2O_3}$	Время до появления мути, τ	$v = \frac{1}{\tau}$
	раствора H_2SO_4	раствора $Na_2S_2O_3$	H_2O			
1	6	6	0	3а		
2	6	4	2	2а		
3	6	2	4	а		

Результаты измерений необходимо представить в виде графика. На ось абсцисс наносят значения относительных концентраций в виде трех точек, отстоящих от начала координат на а, 2а, 3а, где а - произвольно выбранный отрезок. Из каждой точки восстанавливается перпендикуляр, длина которого соответствует значениям скоростей реакции в условных единицах. Далее следует обдумать, каким образом, пользуясь верхними концами этих перпендикуляров, провести линию, характеризующую зависимость скорости реакции от концентрации. Подсказкой будет служить математическое выражение для скорости изучаемой реакции, которое нужно записать согласно закону действия масс.

Сделать вывод о зависимости скорости реакции от концентрации реагирующих веществ.

ОПЫТ 2. Зависимость скорости реакции от температуры опыта

Налить в одну пробирку 5 мл раствора $Na_2S_2O_3$, а другую - 5 мл раствора H_2SO_4. Обе пробирки поместить в стакан с водопроводной водой. Спустя 5-7 минут измерить температуру воды и слить вместе содержимое обеих пробирок. Измерить время появится помутнение.

В две другие пробирки налить по 5 мл тех же растворов. Поместить пробирки в стакан с водой, нагретой на 10° выше, чем в предыдущем опыте. Через 5-7 минут слить содержимое пробирок. Измерить время до появления мути.

Повторить опыт, повысив температуру еще на 10°.

Результаты наблюдений выразить в виде графика, откладывая по оси абсцисс температуру опыта, по оси ординат - относительную скорость реакции.

Сделать вывод о зависимости скорости реакции от температуры.

2.2. Контрольные вопросы и задания.

1. Реакция в водном растворе выражается уравнением:

$$2KI + K_2S_2O_8 = 2K_2SO_4 + I_2.$$

Как изменится скорость этой реакции при разбавлении реагирующей смеси в 2 раза?

2. Записать математические выражения для скорости следующих газовых реакций

а) $CH_3CHO = CH_4 + CO$, в) $H_2 + Cl_2 = 2HCl$,

б) $2N_2O = 2N_2 + O_2$, г) $SO_2 + 2H_2 = S + 2H_2O$.

Предсказать изменение скорости этих реакций при увеличении концентрации каждого из реагирующих веществ в 2 раза.

3. Записать выражения для скорости реакций

а) $MgCO_3 = MgO + CO_2$, в) $CaCO_3 + 2HCl = CaCl_2 + H_2CO_3$,

б) $2N_2O = 2N_2 + O_2$, г) $2Zn + O_2 = 2ZnO$.

Как изменится скорость вышеуказанных реакций, если:

а) увеличить концентрацию исходных веществ в 2 раза;

б) увеличить давление в 2 раза.

4. Срок хранения флотационного реагента, поступившего на обогатительную фабрику, согласно техническим условиям составляет при температуре 20°С 2 месяца. Воспользовавшись правилом Вант-Гоффа, рассчитать срок годности этого флотореагента, если на складе фабрики поддерживается 0°С, а температурный коэффициент скорости разложения равен 2.

5. Во сколько раз изменится скорость реакции

$$2NO + O_2 = 2NO_2,$$

если концентрация оксида азота уменьшится в 2 раза, а концентрация кислорода увеличивается в 2 раза?

6. Реакция протекает по уравнению

$$CH_3COOH + C_2H_5OH = CH_3COOC_2H_5 + H_2O,$$

концентрацию CH_3COOH увеличили от 0.3 до 0.45 моль/л, а концентрацию C_2H_5OH увеличили от 0.4 до 0.8 моль/л. Во сколько раз возросла скорость прямой реакции?

7. Кальцинированная сода (безводная Na_2CO_3) используется в виде раствора в качестве регулятора щелочности флотационного процесса. При температуре 55°С сода растворяется в 6 раз быстрее, чем при 15°. Рассчитать температурный коэффициент скорости растворения соды.

8. Для приготовления раствора силиката натрия требуемой плотности, использующегося в качестве подавителя пустой породы, твердые прозрачные куски силикат-глыбы Na_2SiO_3 загружают в воду: нагревают до 95° и ведут перемешивание в течение четырех часов. Какой срок потребуется для получения раствора необходимой концентрации, если поддерживать температуру 90° ($\gamma = 2$)?

3. ХИМИЧЕСКОЕ РАВНОВЕСИЕ

Ц е л ь р а б о т ы - Изучение влияния концентрации на сдвиг химического равновесия.

Многие реакции идут не до исчезновения исходных веществ, а до состояния, не изменяющегося во временя, когда в реакционной смеси можно обнаружить как исходные вещества, так и продукты реакции. Такое состояние системы называется химическим равновесием.

С термодинамической точки зрения состояние равновесия характеризуются тем, что система достигает минимального значения энергии Гиббса (при заданных температуре, давлении и общем составе).

С кинетической точки зрения при равновесии скорости процессов образования продуктов реакции из исходных веществ и исходных веществ из продуктов выравниваются. Скорость достижения равновесия в зависимости от природы процесса, условий, а также наличия подходящих катализаторов может варьировать от малых долей секунды до веков и тысячелетий.

Если равновесие достигнуто, то для реакции

$$aA + bB \Leftrightarrow cC + dД \qquad \text{величина} \quad K_p = \frac{[C]^c \cdot [Д]^d}{[A]^a \cdot [B]^b},$$

называемая константой равновесия, принимает определенное значение. Константа равновесия зависит от температуры, но не зависит от конкретных количеств реагентов и порядка их взаимодействия.

Изменение равновесных концентраций при внешнем воздействии называется с м е щ е н и е м х и м и ч е с к о г о р а в н о в е с и я .
Основным законом, управляющим смещением равновесия, служит принцип Ле-Шателье: «Если на систему, находящуюся в равновесии, оказывается внешнее воздействие, то равновесие смещается в сторону, указываемую воздействием, до тех пор, пока нарастающее в системе противодействие не станет равно оказанному воздействию».

Внешним воздействием, смещающим равновесие, может быть изменение температуры, давления, концентрации одного или нескольких веществ, участвующих в реакции. «Смещение равновесия в сторону, указанную воздействием» означает, что при повышении давления преимущество получает процесс, ведущий к уменьшению объема, т.е. к тому же результату, что и само воздействие. Нагревание ведет к увеличению роли эндотермического прочеса, т.е. процесса, увеличивающего запас энергии в сис-

теме (эндотермические реакции идут с поглощением тепла, а экзотермические - с его выделением).

Увеличение концентрации одного из веществ приводит к смещению равновесия в сторону расходования этого вещества.

3.1. Экспериментальная часть

ОПЫТ 1. Влияние концентрации веществ на смещение химического равновесия.

Реакция между хлоридом железа и тиоцианатом аммония протекает по уравнению:

$$FeCl_3 + 3NH_4NCS \leftrightarrow Fe(NCS)_3 + 3NH_4Cl$$

Красная окраска образовавшегося раствора обусловлена содержанием в нем тиоционата (роданида) железа. По изменению интенсивности этой окраски можно судить о направлении смещения равновесия при изменении концентрации какого-либо реагирующего вещества.

В одной пробирке приготовить смесь (по 4 мл) разбавленных растворов $FeCl_3$ и NH_4NCS . Полученный окрашенный раствор разлить поровну в 4 пробирки.

В первую пробирку добавить 2 капли насыщенного раствора $FeCl_3$. Во вторую пробирку добавить несколько кристалликов NH_4NCS (или KNCS). В третью пробирку всыпать немного твердой соли NH_4Cl (или KCl). Четвертую пробирку оставить для сравнения.

Записать уравнение химической реакции и выражение для константы равновесия. Сделать выводы о влиянии концентрации веществ на смещение химического равновесия с использованием принципа Ле-Шателье.

Форма записи

Что добавлено	Изменение интенсивности окраски	Смещение равновесия
1. $FeCl_3$ 2. NH_4NCS 3. NH_4Cl	более интенсивная ……... ……	вправо …… …….

3.2. Контрольные вопросы и задания

1. К гомогенных химических системах при постоянных давлении и температуре установилось состояние равновесия:

$2H_2S + 3O_2 \leftrightarrow 2SO_2 + 2H_2O$, $K = 3 \cdot 10^5$;

$2CH_4 + 3O_2 + 2NH_3 \leftrightarrow 2HCN + 6H_2O$, $K = 1$;

$4NH_3 + 5O_2 \leftrightarrow 4NO + 6H_2O$, $K = 0.008$;

$H_2 + Cl_2 \leftrightarrow 2HCl$, $K = 24.3$.

По данным значениям констант равновесия укажите, реагенты или продукты будут преобладать в равновесной смеси веществ. На основании закона действующих масс составьте выражения для констант равновесия.

2. В гетерогенных химических системах установилось состояние равновесия:

$Si_{(к)} + 2H2O_{(г)} \leftrightarrow SiO_{2(к)} + 2H_{2(г)}$;

$Mg_3N_{2(к)} + 6H_2O_{(г)} \leftrightarrow 3Mg(OH)_{2(к)} + 2NH_{3(г)}$;

$CS_{2(г)} + 2Cl_{2(г)} \leftrightarrow CCl_{4(г)} + 2S_{(к)}$;

$2NO_{2(г)} + 2S_{(к)} \leftrightarrow N_{2(г)} + 2SO_{2(г)}$;

$10NO_{(г)} + P_{4(г)} \leftrightarrow 5N_{2(г)} + P_4O_{10(к)}$;

$TiO_{2(к)} + 2C_{(к)} + 2Cl_{2(г)} \leftrightarrow TiCl_{4(г)} + 2CO_{(г)}$.

На основании закона действующих масс составьте выражения для констант равновесия.

3. За последние 100 лет количество углекислого газа, поступающее за счет сжигания ископаемого топлива, возросло в 50 раз, а парциальное давление CO_2 в атмосфере за это же время увеличилось в 1.2 раза. Объясните это соотношение, допустив, что CO_2 поглощается океаном:
$CO_{2(г)} + H_2O_{(ж)} \leftrightarrow H_2CO_{3(р)}$.

4. Рассчитать равновесный выход диоксида серы в реакциях окислительного обжига сульфидных минералов - пирита, молебденита, пирротина, если в состоянии равновесия количество SO_2 равно 0.4 моль, а начальный объем O_2 составлял 33.6 л (н.у.):

$4FeS_{2(к)} + 11O_{2(г)} \leftrightarrow 2Fe_2O_{3(к)} + 8SO_{2(г)}$;
пирит

$2MoS_2(к) + 7O_2(г) \leftrightarrow 2MoO_3(к) + 4SO_2(г)$;
молибденит

$4FeS(к) + 7O_2(г) \leftrightarrow 2Fe_2O_3(к) + 4SO_2(г)$.
пирротин

5. Равновесный процесс, протекающий в подземных пещерах при образовании сталактитов и сталагмитов, можно описать уравнением

$$Ca^{2+}(р) + 2\,HCO_3^-(р) \leftrightarrow CaCO_3(к) + H_2O(ж) + CO_2(г).$$

Напишите выражение для константы равновесия этого процесса. Укажите, в какую сторону сдвигается равновесие а) при улетучивании CO_2, б) испарении воды, в) увлажнении атмосферы в пещерах.

6. Состояние равновесия реакции окисления сфалерита

$$2ZnS(к) + 3O_2(г) \leftrightarrow 2ZnO(к) + 2SO_2(г)$$

установилось при равновесной концентрации диоксида серы, равной 0.25 моль/л. Рассчитать исходную концентрацию кислорода.

7. В герметически закрытом сосуде объемом 0.25 л проводят реакцию восстановления антимонита

$$Sb_2S_3(к) + 3CO(г) \leftrightarrow 2Sb(к) + 3COS(г).$$

Равновесная концентрация каждого газообразного вещества равна 0.3 моль/л. Для смещения равновесия добавляют 0.1 моль CO. Определить новые равновесные концентрации CO и COS.

8. Определить, влево или вправо сместится положение равновесия реакций

$Fe_2O_3(к) + 3CO(г) \leftrightarrow 2Fe(к) + 3CO_2(г)$, $\Delta H° > 0$;
гематит

$3CaCO_3(к) + 3SiO_2(к) \leftrightarrow 3CO_2(г) + Ca_3Si_3O_9(к)$, $\Delta H° < 0$,
волластонит

$Cu_2CO_3(OH)_2(к) \leftrightarrow 2CuO(к) + CO_2(г) = H_2O(г)$, $\Delta H° > 0$;
малахит

$2Mg_2SiO_4(к) + 2H_2O(ж) + CO_2(г) \leftrightarrow Mg_3(OH)_4Si_2O_5(к) + MgCO_3(к)$, $\Delta H° < 0$
форстерит серпентин магнезит

при следующих воздействиях: а) введение избытка диоксида углерода, б) нагревание, в) увеличение давления.

9. На некоторых предприятиях систематически из труб в атмосферу выбрасываются оксиды азота, что можно наблюдать как газ красно-желто-

го цвета (лисий хвост). Объяснить причину различной интенсивности окраски этого газа в зависимости от времени года (лето, зима), если известно, что NO_2 - бурый газ при -11°С превращается в димер N_2O_4 - бесцветные кристаллы, а при обычных условиях существует смесь NO_2 и N_2O_4

$$2\ NO_2 \leftrightarrow N_2O_4.$$

Укажите знак при ΔH в этом уравнении.

4. ИОННЫЕ РАВНОВЕСИЯ В РАСТВОРАХ ЭЛЕКТРОЛИТОВ

Ц е л ь р а б о т ы - Изучение смещения ионного равновесия в водных растворах.

Э л е к т р о л и т а м и называют вещества, диссоциирующие в растворах (или расплавах) на и о н ы и способные проводить электрический ток. Распад вещества на ионы называется электролитической диссоциацией. Перенос тока в растворах (и расплавах) электролитов осуществляется положительными и отрицательными ионами, которые называются катионами и анионами. К электролитам относятся соли, кислоты и основания.

Для количественной характеристики электролитической диссоциации используется степень диссоциации α - доля моля электролита, существующая в растворе в виде ионов:

$$\alpha = C/C_0,$$

где C - концентрация молекул, распавшихся на ионы, моль/л;

C_0 - исходная концентрация раствора, моль/л.

По величине степени диссоциации все электролиты делятся на сильные и слабые. К сильным относятся те электролиты, α - степень диссоциации которых равна единица, т.е. $C = C_0$. Распад на ионы сильных электролитов протекает необратимо. В растворе сильного электролита не может быть недиссоциированных молекул.

$$HNO_3 = H^+ + NO_3^-; \quad NaCl = Na^+ + Cl^-.$$

К сильным электролитам относятся практически все соли, гидроксиды щелочных и щелочно-земельных металлов и некоторые кислоты (например, HCl, HNO_3, H_2SO_4, HBr, HI, $HClO_4$)

Степень диссоциации слабых электролитов меньше единицы ($C < C_0$). Их ионизация протекает обратимо:

$$CH_3COOH \Leftrightarrow CH_3COO^- + H^+; \qquad H_2CO_3 \Leftrightarrow H^+ + HCO_3^-.$$

Константу равновесия электролитической диссоциации слабого электролита называют константой диссоциации. Например, при 298 К

$$K_{CH_3COOH} = \frac{C_{CH_3COO^-} \cdot C_{H^+}}{C_{CH_3COOH}} = 1.8 \cdot 10^{-5}.$$

$$K_{H_2CO_3} = \frac{C_{H^+} \cdot C_{HCO_3^-}}{C_{H_2CO_3}} = 4.4 \cdot 10^{-7}.$$

Из величин констант видно, что угольная кислота по первой ступени электролит более слабый, чем уксусная кислота.

Степень и константа ионизации слабого электролита связаны зависимостью (закон Оствальда):

$$K = \frac{\alpha^2 \cdot C_0}{1 - \alpha}.$$

Если степень ионизации электролита значительно меньше единицы, то уравнение можно записать $K = \alpha^2 \cdot C_0$, откуда следует, что α возрастает с разведением раствора.

В чистой воде кроме молекул H_2O содержатся протоны и гидроксид-ионы, при этом

$$[H^+] = [OH^-] = 1 \cdot 10^{-7} \text{ моль/л } (25^\circ \text{ C}).$$

Содержание протонов и гидрокид-ионов выражают также через водородный показатель pH = 1g $[H^+]$. При pH = 7 среду водного раствора называют нейтральной, при pH < 7 - кислотной и при pH > 7 - щелочной.

Каковы пределы значений pH в природе? Рудничные воды выветривающихся колчеданных месторождений, содержащие свободную серную кислоту, имеют pH около 2, а воды окисляющихся месторождений самородной серы в песчаниках - еще ниже. Воды кратерных озер имеют pH 1-3, торфяных болот около 4, буроугольных месторождений около 5, pH дождевой воды примерно 5.5. Обычные грунтовые воды имеют pH 6.5 - 8.5, морская вода (в зависимости от времени года, ее температуры, количества растворенной в ней углекислоты, органических кислот, привнесенных реками) колеблется от 8.2 до 8.5. В содовых озерах pH достигает 9-10.

4.1. Экспериментальная часть

ОПЫТ 1. Сравнение относительной силы кислот

В одну пробирку наливают 1-2 мл 2М раствора уксусной кислоты, в другую - столько же раствора соляной кислоты той же концентрации. В обе пробирки добавляют небольшое количество мелко измельченного известняка. Взбалтывая пробирки с содержимым, наблюдать, одинаково ли быстро растворяется $CaCO_3$ во взятых кислотах.

$$CaCO_3\downarrow + 2H^+ = Ca^{2+} + H_2O + CO_2\uparrow.$$

Интенсивность выделения CO_2 при этой реакции служит относительным индикатором концентрации водородных ионов. Рассчитайте, во сколько раз концентрация протонов в растворе HCl больше, чем в растворе CH_3COOH, если $K_{CH_3COOH} = 1.8 \cdot 10^{-5}$.

Напишите уравнения диссоциации обеих кислот.

ОПЫТ 2. Влияние концентрации одноименных ионов на ионизацию слабой кислоты.

К 1-2 мл 2М раствора уксусной кислоты в двух пробирках прибавьте 2 капли метилоранжа. Отметьте окраску индикатора. Добавьте при перемешивании в одну пробирку несколько кристалликов ацетата аммония до изменения цвета раствора. Как изменился pH раствора? Объясните изменение pH, применяя правило Ле Шателье и используя выражение константы диссоциации CH_3COOH

ОПЫТ 3. Влияние концентрации одноименных ионов на ионизацию слабого основания.

В две пробирки наливают по 1-2 мл 2М раствора гидроксида аммония и по 2 капли фенолфталеина. В одну из пробирок добавляют при перемешивании несколько кристалликов ацетата аммония до изменения цвета раствора. Объясните причину наблюдаемого изменения окраски на основании уравнения диссоциации NH_4OH, принципа Ле Шателье и константы диссоциации NH_4OH.

ОПЫТ 4. Определение характера диссоциации гидроксидов

В три пробирки наливают по 2-3 мл растворов: в 1-ю - силиката натрия, во 2-ю - сульфата никеля, в 3-ю - сульфата цинка. До начала выпадения осадков гидроксидов добавляют по каплям в 1-ю - раствор серной кислоты, а во 2-ю - раствор гидроксида натрия.

Содержимое каждой пробирки взбалтывают и разливают каждый осадок гидроксидов на две пробирки. В одну пробирку добавляют разбавленной кислоты, а в другую концентрированной щелочи. На основании наблюдений за растворением осадков кремниевой кислоты, гидроксида никеля и гидроксида цинка в кислоте и щелочи сделайте вывод о кислотно-основном характере электролитической диссоциации этих гидроксидов.

Напишите уравнения диссоциации гидроксидов.

4.2. Контрольные вопросы и задания

1. Присутствие каких ионов можно ожидать в водном растворе сернистой кислоты H_2SO_3? Запишите выражения для констант диссоциаций этой кислоты.
2. Почему константа электролитической диссоциации служит более удобной характеристикой, чем степень диссоциации?
3. Объясните, почему соли являются сильными электролитами. На примере $NaHCO_3$ укажите характер химических связей, по которым электролитическая диссоциация протекает в водном растворе: а) практически полностью; б) частично; в) отсутствует.
4. Укажите, корректно ли сопоставлять такие свойства, как растворимость вещества и способность его к электролитической диссоциации.
5. В практике флотации используются процессы с низкими и высокими значениями pH флотационной пульпы. Можно ли приготовить растворы с pH 0, -1, -2, 14, 15, 16?
6. Вычислите концентрацию ионов водорода в 1М (9.45 %-ном) растворе серной кислоты, pH которого - 0.005. Объясните полученный результат.
7. В Первоуральске выпал кислотный дождь, водородный показатель которого равен 2.5. Во сколько раз превышена концентрация иона водорода, если обычная дождевая вода имеет pH = 5.5?
8. Шахтные воды Кизеловского бассейна содержат 0.01 г/л ионов водорода. Рассчитайте водородный показатель этих вод, концентрацию OH^- ионов. Укажите, кислотный или щелочной характер имеют эти воды.
9. Во сколько раз уменьшится концентрация ионов водорода, если к 1 литру раствора уксусной кислоты с концентрацией 0.005 моль/л прибавить 0.05 моль ацетата натрия, считая, что концентрация недиссоциирован-

K_{CH_3COOH} $1.8 \cdot 10^{-5}$.

10. Для оценки pH раствора сероводорода студент записал следующие уравнения:

$$H_2S = 2H^+ + S^{2-}; \quad S^{2-} + H_2O \leftrightarrow HS^- + OH^-.$$

Таким образом, студент сделал вывод, что среда щелочная. Найдите ошибки в его рассуждениях.

5. РЕАКЦИИ ИОННОГО ОБМЕНА

Ц е л ь р а б о т ы - выявление закономерностей протекания реакций ионного обмена в растворах электролитов.

Минералы и горные породы в условиях земной поверхности стремятся перейти в более устойчивые соединения. Известняки медленно растворяются в водах, содержащих углекислоту, образую гидрокарбонат кальция. Грунтовые воды, содержащие $Ca(HCO_3)_2$, реагируют с сульфатно-хлоридно-магниевыми (морскими) водами. При этом осаждаются гипс и доломит:

$$2Ca(HCO_3)_2 + MgCl_2 + Na_2SO_4 = \underset{\text{гипс}}{CaSO_4} + \underset{\text{доломит}}{CaMg(CO_3)_2} + 2NaCl + 2H_2CO_3.$$

Так озера морского типа превращаются в озера континентального типа. Сульфатно-натриевые воды - результат выщелачивания горных пород, могут образовывать содовые озера.

$$Ca(HCO_3)_2 + NaSO_4 = CaSO_4\downarrow + NaHCO_3.$$

Изверженные горные породы выветриваются, в полевых шпатах содержание алюминия увеличивается от ранних пород к поздним. При этом из них выносятся катионы щелочноземельных металлов. Например, из анорита образуется каолинит

$$CaO \cdot Al_2O_3 \cdot 2SiO_2 + 2H_2O + CO_2 = Al_2O_3 \cdot 2SiO_2 \cdot 2H_2O + CaCO_3.$$

В результате воздействия растворов, содержащих в повышенных концентрациях ионы Mg^{2+} и SO_4^{2-}, происходит доломитизация известняков

$$2CaCO_3 + MgSO_4 = CaMg(CO_3)_2 + CaSO_4.$$

Если химическая реакция протекает, то она отличается следующими признаками:

происходит образование осадка, или растворение осадка, или изменяется цвет осадка или раствора, или появляются пузырьки газа.

Сущность ионных реакций обмена сводится к соединению ионов в молекулы новых веществ. Равновесия ионных реакций в растворах смещаются в сторону образования слабых электролитов (слабых кислот, слабых оснований, воды) и сильных электролитов (осадков, летучих веществ).

Все кислые соли в воде растворяются, основные соли, как правило, нерастворимы.

В ионных уравнениях сильные, хорошо растворимые электролиты записываются в форме ионов, а слабые электролиты, газы и осадки - в виде молекул.

Рассмотрим следующие примеры реакций. Запишем их сначала в молекулярной форме, а затем в виде кратких ионных уравнений.

$$Fe(HCO_3)_2 + 2NaOH = FeCO_3\downarrow + Na_2CO_3 + 2H_2O;$$

$$Fe^{2+} + 2\,HCO_3^- + 2OH^- = FeCO_3\downarrow + CO_3^{2-} + 2H_2O;$$

$$ZnSO_4 + 4NaOH = Na_2ZnO_2 + Na_2SO_4 + 2H_2O;$$

$$Zn^{2+} + 4OH^- = ZnO_2^{2-} + 2H_2O;$$

$$NaSiO_3 + 2CO_2 + 2H_2O = H_2SiO_3\downarrow + 2\,NaHCO_3;$$

$$SiO_2^{2-} + 2CO_2 + 2H_2O = H_2SiO_3\downarrow + 2\,HCO_3^-;$$

$$NH_4OH + HCl = NH_4Cl + H_2O;$$

$$NH_4OH + H^+ = NH_4Cl + H_2O.$$

5.1. Экспериментальная часть

ОПЫТ 1. Образование осадков

а) В две пробирки наливают по 2 мл раствора хлорида бария и добавляют в одну пробирку сульфата натрия, а в другую - нитрата калия. Написать молекулярное и ионное уравнения и сделать вывод, в каком случае соль реагирует с другой солью;

б) В две пробирки наливают по 2 мл раствора сульфата меди. В одну пробирку добавляют 1 мл очень разбавленный (1%-ный) раствор гидроксида натрия, а в другую - столько же разбавленного раствора той же щелочи. Написать молекулярные и ионные уравнения, указав окраску образующихся осадков и учитывая, что в первом случае образуется основной сульфат меди $(CuOH)_2SO_4$. Сделайте вывод об условиях образования основной соли и гидроксида. Осадки сохранить для выполнения опыта 2б;

в) В две пробирки наливают по 2 мл раствора хлорида кобальта. В одну пробирку добавляют разбавленного раствора щелочи до образования синего осадка основной соли. Во вторую пробирку приливают еще столько же щелочи и нагревают с целью получения гидроксида кобальта розового цвета. Содержимое пробирок оставляют для проведения опыта 2в. Написать молекулярное и ионные уравнения, указав цвет осадков.

ОПЫТ 2. Растворение осадков.

а) Наливают в пробирку известковую воду $Ca(OH)_2$, через этот раствор пропускают углекислый газ из аппарата Киппа. Наблюдают образование белого осадка средней соли, продолжают пропускать пузырьки CO_2 до растворения белого осадка и получения бесцветного прозрачного раствора кислой соли $Ca(HCO_3)_2$. Написать молекулярные и ионные уравнения образования карбоната кальция и растворения его. Сделать вывод об условии получения кислой соли.

б) В обе пробирки опыта 1б добавляют серной кислоты до растворения осадков. Написать молекулярные и ионные уравнения реакции растворения. Объяснить причину сдвига ионного равновесия;

в) Берут пробирки с осадками опыта 1в. В пробирку с синим осадком добавляют хлороводородной кислоты, в пробирку с розовым осадком - разбавленной щелочи. Напишите молекулярные и ионные уравнения. Наблюдать растворение одного из осадков. Дать объяснения наблюдениям.

О П Ы Т 3. Образование газообразного вещества

Все сульфиты, растворимые и нерастворимые в воде, разлагаются минеральными кислотами с выделением диоксида серы, который определяют как запах горящей серы.

К раствору сульфита натрия приливают разбавленной серной кислоты. Обнаруживают запах SO_2 , стараясь запомнить его. Это позволит впредь распознавать диоксид серы органолептически.

Написать молекулярное и ионное уравнение реакции.

О П Ы Т 4. Образование слабых электролитов

а) Наливают в пробирку 1-2 мл раствора ацетата натрия и добавляют разбавленной серной кислоты. Определяют по запаху образующуюся уксусную кислоту;

б) Наливают в пробирку 1-2 мл раствора хлорида аммония и добавляют разбавленной щелочи. Определяют по запаху выделяющийся аммиак;

в) Наливают в пробирку 3 мл раствора сульфата хрома (III) и приливают к нему по каплям раствор разбавленной щелочи до появления серо-зеленого осадка гидроксида хрома.

Содержимое пробирки разделяют на две части. К одной части приливают раствор серной кислоты, к другой - раствор щелочи. Сравнить цвет полученных растворов. Сделать вывод о характере гидроксида хрома.

Для опытов а), б), в) написать молекулярные и ионные уравнения реакций, объяснить причины сдвига ионных равновесий.

Сделать вывод, в каком направлении протекают реакции ионного обмена в растворах электролитов.

5.2. Контрольные вопросы и задания

1. Составить в молекулярном виде уравнения реакций растворения следующих малорастворимых минералов:

а) стронцианит $SrCO_3$ переводят в водный раствор насыщением CO_2 суспензии минерала в воде;

б) сассолин $B(OH)_3$ обрабатывают избытком раствора едкого натра;

в) гиббсит $Al(OH)_3$ хорошо растворяется известковом молоке;

г) азурит $Cu(OH)_2 \cdot 2CuCO_3$ обрабатывают хлороводородной кислотой;

д) гетит Fe_2O_3 хорошо растворяется в серной кислоте;

е) гемиморфит $Zn(OH)_2 \cdot Zn_3Si_2O_7$ нагревают в растворе гидроксида натрия;

ж) брусит $Mg(OH)_2$ разлагается раствором серной кислоты;

з) борнит $FeS \cdot CuS \cdot 2Cu_2S$ обрабатывают соляной кислотой.

2. При смещении водных растворов одного из следующих веществ: NaOH, KOH, CsOH концентрацией 1 моль/л с одинаковыми объемами 1М раствором HCl, HBr, HNO_3, $HClO_4$ выделяется примерно одно и то же количество теплоты, составляющее 55-59 кДж/моль. О чем это свидетельствует? Напишите уравнения реакции в ионном виде.

3. При смешении 1М водных растворов одной из следующих кислот: азотной, уксусной, бензойной с одинаковыми объема 1М растворов KOH обнаруживаются различные тепловые эффекты. Объясните, приведя уравнения реакций в молекулярно-ионном виде.

4. Укажите причины, по которым реакция

$$Na_2CO_{3(р)} + Ca(OH)_{2(к)} \leftrightarrow CaCO_{3(к)} + 2NaOH_{(р)}$$

обратима, составьте выражение для константы равновесия. Почему в этом процессе образуется только разбавленный раствор гидроксида натрия, а получение концентрированного раствора невозможно?

5. Для переработки карбонатных марганцевых руд предложен способ, основанный на выщелачивании их раствором хлорида кальция:

$$MnCO_{3(к)} + CaCl_{2(р)} \leftrightarrow CaCO_{3(к)} + MnCl_{2(р)}.$$

Можно ли регенерировать раствор хлорида кальция и вывести одновременно марганец в осадок добавлением к продуктам выщелачивания суспензии $Ca(OH)_2$? Напишите уравнение реакции.

6. Растворение соли слабой кислоты в растворах кислот должно проходить тем быстрее, чем больше концентрация ионов водорода. Однако кальцит $CaCO_3$ растворяется в растворе уксусной кислоты быстрее, чем в растворе серной. Почему?

7. В 250 мл раствора содержится 1 г NaOH. Вычислите молярную концентрацию и pH этого раствора.

8. Кислые растворы имеют кислый вкус, щелочные - вкус мыла. Сливаются равные объемы растворов хлороводородной кислоты и гидроксида натрия одинаковой концентрации. Какой вкус полученного раствора?

9. Гашеную известь $Ca(OH)_2$ используют при флотации для создания щелочной среды (pH 12 и более), отделения пирита от сфалерита и сульфи-

дов меди. Как изменяется pH растворов извести при хранении их в открытых емкостях? Напишите уравнение реакции.

6. ГИДРОЛИЗ СОЛЕЙ

Ц е л ь р а б о т ы - Изучение свойств водных растворов, связанных с реакцией гидролиза солей.

Природные воды часто не бывают нейтральными, а имеют либо кислую, либо щелочную среду вследствие гидролиза. При химическом выветривании известняков образуются щелочные растворы, а пиритсодержащих - кислые. Изменение нейтральной реакции среды водного раствора - признак гидролиза соли, обменной химической реакции, протекающей с участием воды .Однако не все соли вступают в реакцию гидролиза. Если растворить в воде хлорид калия KCl, нейтральная реакция среды (pH = 7), характерная для чистой воды, не изменится. Соли, образованные сильным основанием и сильной кислотой (NaCl, $LiNO_3$, CsBr и т.п.), в реакцию гидролиза не вступают.

С водой взаимодействуют: 1) соли, образованные слабыми основаниями и сильными кислотами (NH_4Cl, $CuSO_4$, $Zn(NO_3)_2$ и т.п.); 2) соли, образованные слабыми кислотами и сильными основаниями (Na_2S, KCN, $BaCO_3$ и т.п.); 3) соли, образованные слабыми основаниями и слабыми кислотами (NH_4CH_3COO и т.п.).

Из рассмотренных примеров следует, что в реакцию с водой вступают катионы слабых оснований и анионы слабых кислот. Если эти ионы многозарядны (Fe^{3+}, Cu^{2+}, CO_3^{2-}, SiO_3^{2-} и т.п.), их взаимодействие с водой обычно идет до образования основного или кислого иона (первая ступень гидролиза). Например, соль $FeCl_3$, образованная слабым основанием с сильной кислотой, подвергается гидролизу по катиону:

$$Fe^{3+} + HOH \leftrightarrow FeOH^{2+} + H^+$$

Или в молекулярной форме:

$$FeCl_3 + HOH \leftrightarrow FeOHCl_2 + HCl.$$

В результате гидролиза соли $FeCl_3$ появляется избыток катионов H^+ и раствор приобретает кислую реакцию, pH < 7.

Гидролизу по аниону подвергаются соли, образованные сильным основанием и слабой кислотой. В качестве примера запишем уравнение гидролиза соли Na_2CO_3 в ионном виде:

$$CO_3^{2-} + HOH \leftrightarrow HCO_3^- + OH^-$$

И в молекулярной форме:

$$Na_2CO_3 + HOH \leftrightarrow NaHCO_3 + NaOH.\uparrow$$

Избыток анионов OH^- придает раствору щелочную реакцию, pH > 7.

Если же соль образована слабым малорастворимым основанием и слабой летучей кислотой, то происходит полный необратимый гидролиз. В таблице растворимости такие соли обозначены прочерком, означающим, что эти соли в водных растворах не существуют. Например, гидролиз карбоната железа (III):

$$Fe_2(CO_3)_3 + 6H_2O = 2Fe(OH)_3\downarrow + 3H_2CO_3;$$

$$2Fe^{3+} + 3\,CO_3^{2-} + 6H_2O = 2Fe(OH)_3\downarrow + 3H_2CO_3 \begin{array}{l} \nearrow 3CO_2\uparrow \\ \searrow 3H_2O \end{array}$$

т.е. карбонат железа (III) может существовать только в виде сухой соли, а в растворе он подвергается полному гидролизу, образуя труднорастворимый гидроксид железа (III) и слабую летучую угольную кислоту. В подобных случаях в осадок выпадает наименее растворимый из возможных продуктов гидролиза. Так, растворимость $(CuOH)_2CO_3$ меньше, чем $Cu(OH)_2$, поэтому в зоне окисления минералов меди в известняках встречается малахит

$$2CuSO_4 + 2CaCO_3 + H_2O \leftrightarrow (CuOH)_2CO_3 + CaSO_4 + CO_2,$$

В водном растворе положительные ионы металлов гидратированы. Многие из них связывают воду так прочно, что их можно рассматривать как комплексные ионы. Гидролиз солей, образованных слабыми основаниями и сильными кислотами, происходит за счет молекул воды, входящих в комплексный ион. При этом катион металла выталкивает за пределы внутренней сферы одноименно заряженный ион водорода из молекулы воды, среда становится кислой. Например, при гидролизе хлорида магния координационное число Mg^{2+} равно шести

$$Mg^{2+} + 6H_2O = [Mg(H_2O)_6]^{2+} \Leftrightarrow [Mg(H_2O)_5OH]^+ + H^+;$$

$$MgCl_2 + 6H_2O \Leftrightarrow [Mg(H_2O)_5OH]Cl + HCl\,.$$

Ионы Bi^{3+}, Sb^{3+}, Ti^{4+}, V^{4+} обладают настолько сильным поляризующим действием, что выталкивает из молекулы воды оба иона водорода, вследствие чего образуются ионы BiO^{+} висмутил, SbO^{+} антимонид, TiO^{2+} титанил, VO^{2+} ванадил.

$$SbCl_3 + HOH \Leftrightarrow SbOCl + 2HCl.$$

6.1. Экспериментальная часть

О П Ы Т 1. Образование основной соли при гидролизе

В три пробирки наливают по 3-4 капли нейтрального раствора лакмуса и добавляют по 2 мл растворов: в одну пробирку - дистиллированной воды, в другую - сульфата натрия, в третью - сульфата алюминия. Сравнивают окраску индикатора в воде и растворах солей. Сделать вывод о возможности гидролиза.

Написать молекулярное и ионное уравнение реакции гидролиза: отразить отсутствие гидролиза в пробирке с раствором Na_2SO_4.

О П Ы Т 2. Образование кислой соли при гидролизе

В две пробирки наливают по 3-4 капли нейтрального раствора фенолфталеина и добавляют по 2 мл растворов: хлорида натрия и карбоната натрия. Сравнивают окраску индикатора в воде и растворах солей.
Сделать вывод о возможности гидролиза.

Написать молекулярное и ионное уравнение реакции гидролиза: отразить отсутствие гидролиза а пробирке с раствором NaCl.

О П Ы Т 3. Смещение равновесия гидролиза

Налить в пробирку 1-2 мл раствора нитрата висмута $Bi(NO_3)_3$ и разбавить его водой в 3-5 раз. Наблюдать образование осадка, т.е. помутнение раствора. Составить молекулярное и ионное уравнение реакции гидролиза, зная, что труднорастворимым продуктом является соль $BiONO_3$.

В пробирку с осадком $BiONO_3$ прибавить несколько капель концентрированной азотной кислоты. Наблюдать растворение осадка. Объяснить наблюдаемое, исходя из уравнения гидролиза.

О П Ы Т 4. Влияние нагревания на гидролиз ацетата натрия

К 3-4 мл раствора уксуснокислого натрия CH_3COONa прибавить 1-2 капли фенолфталеина и нагреть до кипения. Обратить внимание на появление розовой окраски, исчезающей при охлаждении раствора.

Написать ионное и молекулярное уравнение реакции гидролиза уксуснокислого натрия. Объясните различие окраски при нагревании и охлаждении раствора.

О П Ы Т 5. Полный гидролиз (совместный гидролиз)

К 1-2 мл раствора сернокислого алюминия $Al_2(SO_4)_3$ прилить такой же объем раствора карбоната натрия Na_2CO_3. Наблюдать выделение углекислого газа и образование осадка гидроксида алюминия. Написать молекулярное и ионное уравнение совместного гидролиза взятых солей.

6.2. Контрольные вопросы и задания

1. На некоторых обогатительных фабриках иногда барабаны (емкости) из-под цианида натрия обезвреживают 10%-ным раствором железного купороса $FeSO_4$. Напишите уравнения реакции, ведущих к образованию в этих условиях циановодородной кислоты, и покажите тем самым, что такой способ растворения цианидов абсолютно недопустим. При подкислении до pH ≤ 9 работать с растворами цианида натрия опасно; безопасно при pH > 10.

2. Раствор основания и раствор кислоты смешивают в эквивалентных соотношениях. Для каких из перечисленных пар раствор будет иметь нейтральную реакцию:

а) $NH_4OH + HCl$, б) $NH_4OH + CH_3COOH$, в) $NaOH + HCl$,

г) $NaOH + CH_3COOH$?

3. Сточные воды обогатительных фабрик, содержащие гидрокарбонат кальция, очищают от коллоидных примесей (удалить которые отстаиванием и фильтрованием невозможно) добавлением к ним сульфата алюминия. Образующийся хлопьевидный $Al(OH)_3$ обволакивает коллоидные частицы примесей и вызывает их осаждение. Объясните образование $Al(OH)_3$ и напишите уравнение реакции.

4. Определить, возможна ли реакция окисления сфалерита кислородом воздуха в стандартных условиях, если

$$ZnS_{(к)} + 2O_{2(г)} + 7H_2O_{(ж)} = ZnSO_4 \cdot 7H_2O_{(р)}.$$

ΔG^0_{298}, кДж/моль	-201	-237	-2564

Сделайте вывод о кислотности рудничных вод, содержащих в качестве продукта выветривания сульфат цинка, записав уравнение реакции гидролиза в молекулярном и ионном виде.

5. При окислении пирита, преобладающего в колчеданных рудах, кислородом, растворенным в воде, выделяется сульфат железа (III). Поступая с нисходящим током растворов в нижние горизонты, он реагирует с породой. Сделайте вывод о составе породы, если наблюдается совместное образование гипса $CaSO_4 \cdot 2H_2O$ и лимонита $Fe(OH)_3$. Напишите уравнение реакции взаимодействия сульфата железа (III) и породы.

6. Объясните, приведя молекулярно-ионное уравнение, почему при нагревании раствора $NaHCO_3$ реакция среды из слабощелочной переходит в сильнощелочную.

7. В водном растворе хлорида цинка при нагревании происходит растворение кусочка металлического цинка. Напишите уравнения реакции, объясняя причину выделения водорода.

8. В жесткой воде ионы железа обычно присутствуют в виде гидрокарбоната железа (II). При хранении такой воды в открытых сосудах, железо окисляется кислородом воздуха, вода мутнеет из-за выпадения в осадок $Fe(OH)_3$. Напишите уравнение реакции, в результате которой образуется гидроксид железа (III).

РАБОТА 1. **Комплексные соединения**

Цель работы - познакомиться с методами получения комплексных соединений и их свойствами.

Широко распространены среди минералов комплексные соединения. Комплексные соединения содержат катионный, анионный или нейтральный комплекс, состоящий из центрального атома или иона и связанных с ним молекул или ионов лигандов. Центральный атом - комплексообразователь - обычно представляет собой акцептор, а лиганды - доноры электронов, и при образовании комплекса между ними возникает донорно-акцепторная, или координационная связь. Комплексообразователь и лиганды образуют внутреннюю сферу комплексного соединения, которая в растворах сохраняет индивидуальность, хотя может иметь место и диссоциация. За счет устойчивости внутренней сферы можно перевести в водный рас-

твор малорастворимые минералы. Например, кераргирит **AgCl,** плохо растворимый в воде, растворяется под действием насыщенного раствора хлорида натрия

$$\mathbf{AgCl + NaCl = Na[AgCl_2].}$$

Шарпит $\mathbf{UO_2CO_3H_2O}$ переходит в насыщенный раствор соды, образуя $\mathbf{Na_4[UO_2(CO_3)_3]}$.

Нантокит растворяется при обработке концентрированным раствором гидроксида аммония:

$$\mathbf{CuCl + 2NH_4OH = [Cu(NH_3)_2]Cl + H_2O.}$$

Устойчивые комплексные соединения $K_3[Fe(CH)_6]$, $Na_2[Zn(OH)_4]$, $K_4[Fe(CH)_6]$ и др. служат в качестве подавителей флотации при обогащении руд. Образование комплексных соединений происходит при умягчении воды, при защите металлов от коррозии и многих других процессах, использующихся в горнодобывающей и горноперерабатывающей промышленности.

В водных растворах комплексные соединения полностью распадаются на ионы внутренней и внешней сферы

$$\mathbf{[Cu(NH_3)_2]Cl = [Cu(NH_3)_2]^+ + Cl^-}.$$

Комплексные ионы диссоциируют только частично, ведут себя как слабые электролиты

$$\mathbf{[Cu(NH_3)_2]+ \leftrightarrow Cu^+ + 2NH_3.}$$

Константа равновесия этого процесса называется константой нестойкости ($\boldsymbol{K_н}$):

$$K_{\text{H}} = \frac{C_{\text{Cu}^+} \cdot C^2_{\text{NH}_3}}{C_{[\text{Cu(NH}_3)_2]^+}}.$$

Чем устойчивее комплексный ион в растворе, тем меньше величина константы нестойкости.

Опыт 1. Диссоциация сульфата железа - аммония

Налить в три пробирки по 2-3 мл раствора соли $\mathbf{NH_4Fe(SO_4)_2}$. В первую пробирку добавить несколько капель раствора тиоцианата калия **KSCN**. **О** наличии, какого иона в растворе свидетельствует появление характерной красной окраски?

Во вторую пробирку добавьте несколько капель 30% -ного раствора щелочи. Слегка нагреть. Какой ион образует бурый осадок, а какой обус-

ловливает появление запаха аммиака? В третью пробирку добавить 1 мл хлорида бария. Какая соль вы падет в осадок?

На три вышеприведенных вопроса ответить, записав четыре уравнения реакций в ионном виде.

Составить уравнение диссоциации исследуемой соли и сделать вывод, какой солью, двойной или комплексной, она является.

Опыт 2. Диссоциация гексацианоферрата (III) калия

Составить уравнение диссоциации гексацианоферрата (III) калия. Налить в две пробирки по 1 мл раствора этой соли. В одну из них добавить несколько капель щелочи, в другую - тиоцианата калия. Записать в ионном виде отсутствие взаимодействия комплексного иона со щелочью в первой пробирке и с тиоцианатом - во второй.

Почему в растворе не обнаружено иона железа (III)? Сделайте вывод, какой солью, двойней или комплексной, является исследуемое вещество. Написать математическое выражение для константы нестойкости комплексного иона.

Опыт 3. Получение сульфата тетраамминмеди (II)

Налить в пробирку 1-2 мл раствора сульфата меди и по каплям добавить раствор аммиака до выпадения осадка основной соли меди **$(CuOH)_2SO_4$.** Написать уравнение реакции образования этой соли в молекулярном и ионном виде.

Прилить избыток 5-6 мл гидроксида аммония. Наблюдать растворение **$(CuOH)_2SO_4$** и образование фиолетового раствора, содержащего комплексный ион тетраамминмеди (II) **$[Cu(NH_3)_4]^{2+}$.**

Написать уравнение реакции образования комплексных солей **$[Cu(NH_3)_4]SO_4$** и **$[Cu(NH_3)_4](OH)_2$** в молекулярном и ионном виде.

Опыт 4. Получение тетраиодомеркурата (II) **калия**

Налить в пробирку 3-4 капли раствора нитрата ртути (II) и добавить по каплям раствор иодида калия до появления ярко-красного осадка иодида ртути.

Дальнейшее прибавление иодида калия вызывает растворение осадка и образование бесцветного раствора комплексной соли **$K_2[HgI_4]$**

Написать уравнения образования и растворения осадка в молекулярном и ионном виде.

Опыт 5. Получение соединения, содержащего в **молекуле комплексный катион и комплексный анион**

В пробирку внести 2-3 мл раствора гексацианоферрата (II) калия и 3-4 мл раствора сульфата никеля. К полученному осадку гексацианофер-рата (II) никеля добавить раствор гидроксида аммония до полного раство-рения осадка. Наблюдать образование бледно-лиловых кристаллов соли **$[Ni(NH_3)_6]$ $[Fe(CN)_6]$.** Написать в ионном виде уравнения реакций образо-вания осадка и растворения осадка.

Опыт 6. Растворение осадков за счет процесса комплексообразования

Процессы комплексообразования вызывают уменьшение равновесной концентрации ионов в насыщенном растворе малорастворимого соедине-ния. Это смещает равновесие в системе раствор - осадок и вызывает растворение осадка.

а) Налить в пробирку 1 мл концентрированного раствора хлорида кальция, добавить 2 мл раствора сульфата натрия. Наблюдать выпадение осадка при встряхивании. Написать уравнение реакции в ионном виде.

Полученный осадок сульфата кальция растворить в насыщенном растворе сульфата аммония. Написать уравнение реакции растворения **$CaSO_4$** (в молекулярной и ионной форме) в результате образования ком-плексной соли **$(NH_4)_2[Ca(SO_4)_2]$.**

б) Налить в пробирку 3-4 капли раствора соли цинка и добавить по каплям разбавленный раствор **NaOH** до выпадения осадка **$Zn(OH)_2$** и последующего растворения его с образованием **$[Zn(OH)_4]_2$.** Написать уравнения реакций в молекулярном виде.

Опыт 7. Комплексные соединения в реакциях обмена

а) Налить в пробирку 1-2 мл раствора гексацианоферрата (II) калия **$K_4[Fe(CN)_6]$** и добавить несколько капель раствора Fe^{3+}. Наблюдать образование осадка берлинской лазури **$Fe_4[Fe(CN)_6]_3$.**

б) Налить в пробирку 1-2 мл раствора гексацианоферрата (III) калия **$K_3[Fe(CN)_6]_3$** и добавить несколько капель раствора, содержащего ион цинка. Отметить окраску осадка **$Zn_3[Fe(CN)_6]_2$.**

Написать молекулярные и ионные уравнения реакция. Сделать вывод об устойчивости комплексных ионов в реакциях обмена.

Контрольные вопросы и задания

1. Укажите внутреннею и внешнюю сферы, комплексообразователь и лиганды в следующих комплексных соединениях:

$K_3[Co(C_2O_4)_3]$, $[Zn(NH_3)_4](NO_3)_2$, $[Cr(CO)_6]$,

$Na_3[FeF_6]$, $[Ti(H_2O)_6]Cl_3$, $H[AuCl_4]$, $[Cr(C_6H_6)_2]$.

2. Определите степень окисления и координационное число комплексообразователя в следующих комплексных соединениях:

$Al[BH_4]_3$, $[Pt(NH_3)_2Cl_2]$, $K_2[CuCl_4]$,

$[Cr(H_2O)_6]Cl_3$, $Rb_2[SnCl_6]$, $Na[Au(CN)_2Cl_2]$,

$[Co(NH_3)_5Br]SO_4$, $Ca[Cr(NH_3)_2(SCN)_4]$, $[Ir(NH_3)_3Cl_3]$.

3. Объясните, какое основание является более сильным и почему: **$Ni(OH)_2$** или **$[Ni(NH_3)_4](OH)_2$** ? Какая кислота сильнее **HCN** или **$H[Ag(CN)]_2$** ?

4. Степень гидролиза какой соли больше и почему: **KCN** или **K[Ag(CN)]2**

5. Объясните уменьшение растворимости **$PbCl_2$** в воде при добавлении разбавленной **HCl** и увеличение растворимости этого осадка при добавлении концентрированной **HCl**.

6. Сколько молей **AgCl** осаждается при добавлении нитрата серебра к раствору **$[Co(NH_3)_5ClICl_2$** в расчете на моль имеющегося кобальта?

РАБОТА 2. Определение молярной массы эквивалента

Цель работы - усвоить одно из важнейших химических понятий - понятие об эквиваленте - и научиться определять молярную массу эквивалента вещества.

Молярная масса - отношение массы вещества к количеству вещества:

$$M = \frac{m}{\nu} \qquad (1)$$

где M - молярная масса вещества; m - масса вещества; ν - количество вещества.

Например, М **(**O**)** =16 г/моль; М (O_2) = 32 г/моль.

Эквивалент (*Э*) **-** это частица вещества, которая может замещать**,** присоединять, высвобождать или каким-либо другим образом эквивалентна одному иону водорода в ионообменных реакциях или одному электрону в окислительно-восстановительных реакциях.

Для определения состава эквивалента вещества необходимо исходить из конкретной реакции. Например:

$Cu(OH)_2 + 2HCl = CuCl_2 + 2H_2O$;

$Cu(OH)_2 + 2H^+ = Cu^{2+} + 2H_2O$.

В данной реакции один ион водорода эквивалентен 1/2 моль **$Cu(OH)_2$**, поэтому эквивалент **$Cu(OH)_2$** равен половине его молекулы.

Фактор эквивалентности (*f*) - число, обозначающее, какая доля от реальной частицы эквивалентна одному иону водорода или одному электрону. Например, в рассмотренном случае фактор эквивалентности**:** **f(Cu(OH)) = 1/2**.

Для оснований фактор эквивалентности определяется количеством гидроксильных ионов **(OH^-)**, которые могут быть замещены либо замещаются в конкретной реакции на кислотные остатки.

Например**, f($Fe(OH)_3$) = 1/3**, но в конкретных реакциях может проявляться неполная кислотность основания и необходимо определять конкретный фактор эквивалентности:

$Fe(OH)_3 + 2HCl = FeOHCl_2 + 2H_2O$; f($Fe(OH)_3$) = 1/2 ;

$Fe(OH)_3 + HCl = Fe(OH)_2Cl + H_2O$; f($Fe(OH)_3$) = 1.

Для кислот фактор эквивалентности определяется количеством ионов водорода, которые могут быть замещены либо замещаются в конкретной реакции на катионы металла.

Например, **f (H_2SO_4) = 1/2**, так как в молекуле серной кислоты два иона водорода могут быть замещены на катион металла, но в реакции

$H_2SO_4 + NaOH = NaHSO_4 + H_2O$; f ($H_2SO_4$) = 1

фактор эквивалентности серной кислоты равен 1.

Фактор эквивалентности кислотного оксида равен фактору эквивалентности соответствующей ему кислоты. Так, фактор эквивалентности оксида углерода (IV) (CO_2) равен 1/2, так как ему соответствует угольная кислота **(H_2CO_3)**.

Но в конкретной реакции фактор эквивалентности определяется количеством эквивалентов реагирующего с оксидом вещества. Так в реакции:

$CO_2 + NaOH = NaHCO_3$; f(CO_2) = 1

Фактор эквивалентности соли и основного оксида определяется произведением степени окисления металла на количестве атомов металла в молекуле. Например:

f (Al_2O_3) = 1/(2·3) = 1/6; f ($FeCl_3$) = 1/(1·3) = 1/3.

Зная фактор эквивалентности и молярную массу вещества, можно рассчитать молярную массу эквивалента (Э) данного вещества, которую часто для краткости называют эквивалентом

$$\mathbf{Э = f \cdot M}, \qquad (2)$$

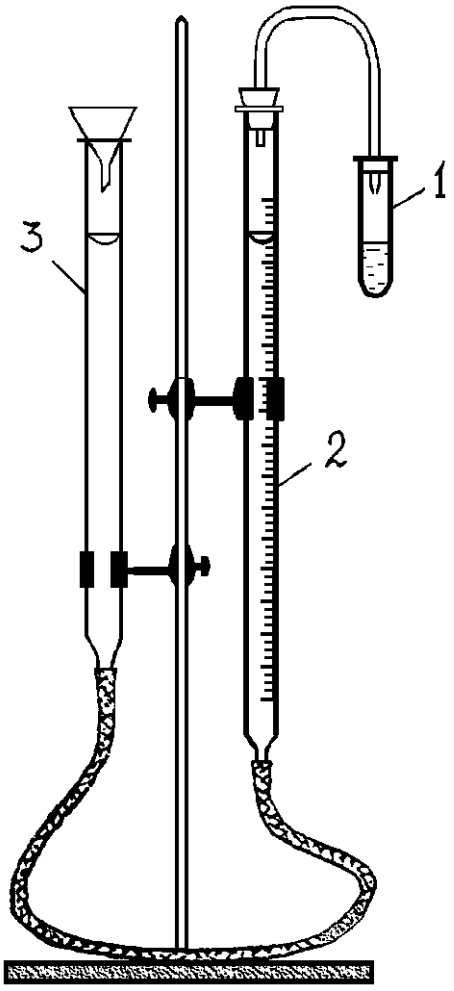
Понятие эквивалента является одним из важнейших в химии, так как позволяет проводить количественные расчеты при взаимодействии веществ, пользуясь законом эквивалентов: "Все вещества реагируют в строго эквивалентных соотношениях". Иными словами, если в химическую реакцию вступило эквивалентов одного вещества, то количество эквивалентов любого другого вещества вступившего с ним в реакцию, будет тоже. Так, 0.1 моль эквивалентов серной кислоты реагирует с 0.1 моль эквивалентов хлорида бария, или 0.1 моль эквивалентов нитрата свинца, или 0.1 моль эквивалентов гидроксида натрия, или 0.1 моль эквивалентов гидроксида меди и т. д.

Количество эквивалентов вещества может быть рассчитано по формуле:

$$\nu_{(\text{эквивалентов})} = \frac{m_{(\text{в–ва})}}{Э_{(\text{в-ва})}} \qquad (3)$$

Так как количества эквивалентов веществ, вступающих в реакцию, одинаково, то одной из формул, выражающих закон эквивалентов, может быть следующая:

$$\frac{m(\text{в - ва 1})}{Э(\text{в - ва 1})} = \frac{m(\text{в - ва 2})}{Э(\text{в - ва 2})} \qquad (4)$$



Пользуясь этой формулой, можно практически определить молярную массу эквивалента вещества. Используемый метод основан на способности исследуемого вещества реагировать с кислотой: выделением газа (водоро-да или диоксида углерода). Работа проводится на приборе, изображенном на рисунке.

Прибор состоит из пробирки (1), бюретки (2) на 100 мл, заполненной водой или раствором хлорида натрия, стеклянной трубки и воронки (3),

выполняющих роль уравнительного сосуда.

Пробирка соединена с бюреткой стеклянной трубкой, на концах надеты резиновые пробки, герметично закры-вающие пробирку и бюретку. Нижний конец бюретки соединен с уравнитель-ным сосудом резиновой "трубкой длиной 40-50 мм. Перед работой испытайте герметичность прибора. Для этого под-нимите воронку на 15-20 см, закрепите ее в этом положении и наблюдайте в те-чение 1-3 минут за постоянством уров-ня жидкости в бюретке. Если уровень остается постоянным, то прибор герметичен.

Опыт 1. Определение эквивалента металла

Получите у лаборанта исследуемый металл. В пробирку налейте 5-6 мл 10 % -ного раствора соляной кислоты. Навеску металла заверните в небольшую полоску фильтровальной бумаги, верхнюю часть бумажки полученного фунтика смочите водой и приложите к внутренней части пробирки так, чтобы после того, как пробирка будет закрыта пробкой, этот фунтик на 1-3 см был ниже края пробирки и не касался кислоты. Убедитесь, что прибор вновь герметичен. Установите бюретку и воронку так, чтобы положение воды в них было точно на одном уровне, но не выше нулевой отметки. Отметьте и запишите положение мениска в бюретке (при этом глаз должен находиться на уровне мениска). Наклоняя пробирку, добейтесь того, чтобы кусочки металла упали на дно пробирки. Наблюдайте выделение водорода и вытеснение воды в уравнительный сосуд. Когда весь металл растворится, дайте пробирке остыть, приведите положение воды в бюретке и воронке к одному уровню и точно отметьте положение мениска в бюретке. Разность двух отсчетов - до и после реакции металла с кислотой - дает объем водорода (**V**), выделившегося при данных условиях (**T** и **P**).

Форма записи результатов опыта

Навеска металла	***m*, г**
Объем выделившегося водорода при данных условиях	**V, мл**
Температура опыта	**T**, К
Барометрическое давление	**P**, Па
Давление насыщенного водяного пара при температуре опыта	**h**, Па

Обработка результатов опыта

Пользуясь уравнением Менделеева-Клапейрона, рассчитайте массы выделившегося водорода:

$$m_{H_2} = \frac{\mathbf{P}_{H_2} \cdot \mathbf{V}_{H_2} \cdot \mathbf{M}_{H_2}}{\mathbf{T} \cdot \mathbf{R}}, \quad \text{г},$$

где $\mathbf{M}_{H_2}$ - молярная масса водорода, 2 г/моль; **T** - температура опыта, К; **R** - газовая постоянная - 8.31 Дж/моль К; $\mathbf{V}_{H_2}$ - объем выделившегося водорода, мл; $\mathbf{P}_{H_2}$ - парциальное давление водорода, Па, рассчитанное по формуле: $\mathbf{P}_{H_2}$ **= P - h,** где Р - атмосферное давление, Па; **h** - давление насыщенного водяного пара при данной температуре, Па (см. таблицу 1)

Таблица 1

t, ^{0}C	**h**, Па	*t*, ^{0}C	**h**, Па	*t*, ^{0}C	**h**, Па
11	1306	16	1813	21	2490
12	1400	17	1933	22	2640
13	1493	18	2066	23	2813
14	1600	19	2200	24	2986
15	1706	20	2333	25	3173

По закону эквивалентов определите молярную массу эквивалента металла:

$$Э_{Me} = \frac{m_{Me}}{m_{H_2}} \cdot Э_{H_2}, \text{ г/моль (экв);}$$

$$Э_{H_2} = \mathbf{f}_{H_2} \cdot \mathbf{M}_{H_2} = 1/2 \cdot 2 \text{ г/моль} = 1 \text{ г/моль}.$$

Узнайте у преподавателя степень окисления растворенного вами металла, определите, какой это металл, и по таблице Д И. Менделеева рассчитайте точную молярную массу эквивалента данного металла (**Э** точн.).

Определите относительную погрешность опыта:

$$\Delta = \frac{Э_{Me} - Э_{точн.}}{Э_{Me}} \cdot 100\% .$$

Контрольные вопросы и задания.

1. Почему при определении молярной массы соли в бюретку заливают не воду, а раствор поваренной соли?
2. Почему при определении объема выделившегося газа необходимо выравнивать уровни жидкости в бюретке и сообщающейся с ней трубке?
3. Какой оксид реагировал с 16г кислорода, если в реакцию вступило 64 грамма оксида, образованного элементом со степенью окисления 44, фактор эквивалентности оксида равен 1/2 ?
4. Определите эквивалент металла, 56 г которого прореагировали с раствором, содержащим 109.5 г соляной кислоты.
5. Зависит ли эквивалент химического элемента от степени окисления элемента или является постоянной величиной?

РАБОТА 3. Окислительно-восстановительные реакции

Цель работы - изучить окислительно-восстановительные свойства химических соединений, составить уравнения окислительно-восстановительных реакций, определить направление окислительно-восстановительных процессов по электродным потенциалам.

Окислительно-восстановительные процессы широко распространены в природе, они протекают в атмосфере и в магматических расплавах. Руды и минералы земной поверхности окисляются при воздействии $\mathbf{O_2}$, $\mathbf{CO_2}$ и влаги, выветриваются, образуя гидроксиды, карбонаты, сульфаты. Например, пирит разлагается во влажном воздухе

$$\mathbf{2FeS_2 + 2H_2O + 7H_2O = 2FeSO_4 + 2H_2SO_4}$$

с выделением серной кислоты. Растворы серной кислоты опускаются вниз, выделяя из сульфидов сероводород, который ниже уровня грунтовых вод в отсутствии кислорода восстанавливает серебро, мышьяк, висмут, медь.

Окислительно-восстановительные реакции сопровождаются перераспределением электронной плотности. Если частица отдает электроны, то степень окисления элемента повышается и он переходит в окисленную формы (ОФ), если принимает, то элемент переходит в восстановленную форму (ВФ). Обе формы составляют сопряженную окислительно-восстановительную пару. В каждой реакции участвуют две сопряженные пары:

$$\underset{\text{ОФ1}}{\mathbf{Cl_2}} + \underset{\text{ВФ}_2}{\mathbf{2I^-}} \rightarrow \underset{\text{ВФ}_1}{\mathbf{2Cl^-}} + \underset{\text{ОФ}_2}{\mathbf{I_2}}.$$

(окислитель) (восстановитель)

Окислительно-восстановительная способность атомов и ионов характеризуется величиной их окислительно-восстановительного (электродного) потенциала, φ^0 ОФ/ВФ - стандартный электродный потенциал.

Располагая значениями электродных потенциалов, можно определить возможность и направление окислительно-восстановительных реакций, зная правило: сопряженная пара с более положительной величиной электродного потенциала выступает в качестве окислителя, а с отрицательной - в качестве восстановителя.

Пример. В каком направлении могут самопроизвольно протекать реакции:

1) $\mathbf{2Fe^{3+} + 2I^- \leftrightarrow 2Fe^{2+} + I_2}$,

2) $\mathbf{2Fe^{3+} + 2Cl^- \leftrightarrow 2Fe^{2+} + Cl_2}$,

если известны величины стандартных потенциалов следующих пар:

ОФ/ВФ	$\mathbf{I_2/2I^-}$	$\mathbf{Fe^{3+}/\ Fe^{2+}}$	$\mathbf{Cl_2/2Cl^-}$
φ^0, **В**	**0.54**	**0.77**	**1.36**

Решение. Увеличение активности ОФ наблюдается с ростом алгебраической величины.

I_2, как ОФ с наименьшим значением, не может окислять ионы $\mathbf{Fe^{3+}}$ и $\mathbf{Cl^-}$**.** Ионы $\mathbf{Fe^{3+}}$ могут окислять иодид-ионы, не способны окислять ионы $\mathbf{Cl^-}$**.** $\mathbf{Cl_2}$ является ОФ пары с наибольшим значением φ^0 и служит окислите-лем

для ионов Fe^{2+}. Поэтому первая реакция протекает в прямом направле-нии, а вторая - в обратном:

1) $2Fe^{3+} + 2I^- = 2Fe^{2+} + I_2$;
2) $2Fe^{2+} + Cl_2 = 2Fe^{3+} + 2Cl^-$.

Опыт 1. Окислительные свойства нитрита натрия

В пробирку налейте 1 мл раствора иодида калия и столько же разбавленной серной кислоты, а затем - на кончике шпателя добавьте сухой соли нитрита натрия.

Отметьте выделение бесцветного газа **NO,** его побурение под действием кислорода воздуха, а также окраску образовавшегося раствора при выделении йода.

Напишите уравнение реакции на основе электронного баланса

$$\varphi^0\ I_2/2I^- = 0.54\ В; \qquad \varphi^0\ NO_2^-/NO = 0.99\ В,$$

сравнивая эти потенциалы, решите, какая из двух пар будет играть роль восстановителя. Может ли в результате реакции образоваться диоксид азота?

Опыт 2. **Восстановительные свойства нитрита натрия**

Налейте в пробирку 1 мл раствора перманганата калия и добавьте на кончике шпателя сухой соли нитрита натрия до изменения окраски раствора. Составьте уравнение реакции, имея в виду, что перманганат-ион в нейтральной среде восстанавливается до диоксида марганца (IV), нитрит-ион окисляется до нитрат-иона, а среда становится щелочной (образуется **КОН)**

$$\varphi^0\ MnO_4^-/MnO_2 = +0.62\ В; \qquad \varphi^0\ NO_3^-/NO_2^- = -0.01\ В,$$

сравнивая эти потенциалы, решить, какая из двух пар будет играть роль окислителя.

Опыт 3. Образование окрашенных перманганат-ионов

Ионы **Mn** окисляются висмутатом натрия в азотнокислой среде с образованием перманганат-ионов:

$$MnSO_4 + NaBiO_3 + HNO_3 \rightarrow HMnO_4 + Bi(NO_3)_3 + NaNO_3 + Na_2SO_4 + H_2O$$

К 1-2 каплям сульфата марганца добавляют 4-5 капель раствора азотной кислоты и на кончике шпателя висмутата натрия.

Реакция протекает без нагревания. Как объяснить появление малиновой окраски?

φ^0 $\mathbf{MnO_4^-/Mn^{2+} = 1.51\ В;}$ φ^0 $\mathbf{NaBiO_3/Bi^{3+} = 1.8\ В,}$

укажите окислитель и восстановитель.

Рассчитайте коэффициенты для проведенной реакции на основе электронного баланса.

Опыт 4. Окислительные свойства сульфита натрия

Налейте в пробирку 4-5 капель разбавленной серной кислоты, добавьте 2-3 капли раствора $\mathbf{Na_2S}$ и $\mathbf{Na_2SO_4}$ на кончике шпателя. Наблюдать выделение серы в виде белой мути

$$\mathbf{Na_2SO_3 + Na_2S + H_2SO_4 \rightarrow S + Na_2SO_4 + H_2O.}$$

Рассчитайте коэффициенты для этой реакции на основе электронного баланса

φ^0 $\mathbf{SO_3^{2-}/S = 0.45\ В;}$ φ^0 $\mathbf{S/S^{2-} = -0.48\ В,}$

укажите окислитель и восстановитель.

Опыт 5. Окислительные свойства перманганата калия в различных средах

В три пробирки налить по 1 мл раствора перманганата калия.

В первую пробирку добавляют 1 мл разбавленной серной кислоты.

Во вторую пробирку наливают 1 мл воды.

В третью пробирку помешают 1 мл щелочи.

Затем в каждую пробирку засыпают по половине стеклянной ложечки сухой соли сульфита натрия.

В первой пробирке образуется ион $\mathbf{Mn^{2+}}$

$$\mathbf{KMnO_4 + Na_2SO_3 + H_2SO_4 \rightarrow MnSO_4 + Na_2SO_4 + K_2SO_4 + H_2O.}$$

Во второй пробирке получается диоксид марганца (IV)

$$\mathbf{KMnO_4 + Na_2SO_3 + H_2O \rightarrow MnO_2 + Na_2SO_4 + KOH.}$$

В третьей пробирке восстановление протекает до $\mathbf{MnO_4^{2-}}$

$$\mathbf{KMnO_4 + Na_2SO_3 + NaOH \rightarrow K_2MnO_4 + Na_2MnO_4 + Na_2SO_4 + H_2O.}$$

Подберите коэффициенты для уравнений методом электронного баланса

φ^0 $\mathbf{MnO_4^-/Mn^{2+}}$ = 1.51 В; φ^0 $\mathbf{MnO_4^-/MnO_2}$ = 0.62 В,

φ^0 $\mathbf{MnO_4^-/MnO_4^{2-}}$ = 0.56 В; φ^0 $\mathbf{SO_4^{2-}/SO_3^{2-}}$ = 0.22 В.

Установить, в какой среде перманганат калия является наиболее сильным окислителем.

Опыт 6. Окислительные свойства дихромата калия.

Налейте в пробирку 1-2 мл раствора $\mathbf{K_2Cr_2O_7}$, столько же разбавленной серной кислоты и добавьте несколько кристаллов сульфата железа до изменения окраски раствора. Напишите уравнение реакции, учитывая, что $\mathbf{Fe^{2+}}$ окисляется до $\mathbf{Fe^{3+}}$, дихромат-ион восстанавливается до $\mathbf{Cr^{3+}}$

φ^0 $\mathbf{Cr_2O_7^{2-}/2Cr^{3+}}$ **= 1.33 В;** φ^0 $\mathbf{Fe^{3+}/Fe^{2+}}$ **= 0.77 В.**

Контрольные вопросы и задания

1. Какие из реакций являются окислительно-восстановительными, укажите для них окислитель, восстановитель и среду

$$\mathbf{Pb_3O_4 + 4HNO_3 = PbO_2 + 2Pb(NO_3)_2 + 2H_2O;}$$
$$\mathbf{2MnO_2 + 3PbO_2 + 6HNO_3 = 2HMnO_4 + 3Pb(NO_3)_2 + 2H_2O;}$$
$$\mathbf{2Na_2CrO_4 + H_2SO_4 = Na_2Cr_2O_7 + Na_2SO_4 + H_2O;}$$
$$\mathbf{4KMnO_4 + 4KOH = 4K_2MnO_4 + O_2 + H_2O;}$$
$$\mathbf{2KMnO_4 + H_2SO_4 = Mn_2O_7 + K_2SO_4 + H_2O.}$$

2. Рассчитайте коэффициенты для реакций

$$\mathbf{Zn + NaAsO_2 + HCl = AsH_3 + ZnCl_2 + H_2O + NaCl;}$$
$$\mathbf{CuS + HNO_3 = CuSO_4 + NO_2 + H_2O;}$$
$$\mathbf{K_2MnO_4 + H_2O = KMnO_4 + MnO_2 + KOH;}$$
$$\mathbf{KOH + Cl_2 = KClO_3 + KCl + H_2O.}$$

3. Какие из приведенных реакций могут проткать самопроизвольно?

$$\mathbf{H_3PO_3 + 2AgNO_3 + H_2O = 2Ag + 2HNO_3 + H_3PO_4;}$$
$$\mathbf{H_3PO_3 + Pb(NO_3)_2 + H_2O = Pb + 2HNO_3 + H_3PO_4;}$$

φ^0 $\mathbf{Ag^+/Ag}$ **= 0.8 В** φ^0 $\mathbf{Pb^{2+}/Pb}$ **= -0.13 В** φ^0 $\mathbf{H_3PO_4/H_3PO_3}$ **= -0.28 В.**

4. Укажите, какое из уравнений соответствует реальному протеканию химической реакции?

$$4N_2H_4 + 8HNO_3 = 5N_2 + 6NO_2 + 12H_2O;$$
$$N_2H_4 + 4HNO_3 = N_2 + 4NO_2 + 4H_2O;$$
$$2N_2H_4 + 16HNO_3 = N_2 + 18NO_2 + 12H_2O.$$

Работа 1. ГАЛЬВАНИЧЕСКИЕ ЭЛЕМЕНТЫ

Цель работы - изучение электрохимических процессов, протекающих при работе гальванических элементов, расчет значений ЭДС гальванических элементов и величин энергии Гиббса по значениям электродных потенциалов.

Химические источники электрической энергии имеют широкое распространение, т.к. для многих современных машин, аппаратов и транспорта требуются автономные источники электрической энергии. Любое горное предприятие используют химические источники тока. Простейший пример химического источника тока - гальванический элемент.

В гальванических элементах протекают процессы превращения химической энергии окислительно-восстановительных реакций в электрическую.

Электрохимическая схема гальванического элемента.

$$Fe \mid FeSO_4 \parallel NiSO_4 \mid Ni \quad \text{или} \quad Fe \mid Fe^{2+} \parallel Ni^{2+} \mid Ni$$

Отрицательным полюсом (анодом) этого гальванического элемента является железо, поскольку его электродный потенциал меньше потенциала никеля.

$$(-)\ Fe \mid FeSO_4 \parallel NiSO_4 \mid Ni\ (+)$$
$$(-)\ Fe^{o} - 2e = Fe^{2+}$$
$$(+)\ Ni^{2+} + 2e = Ni^{o}$$

$$Fe^{o} + Ni^{2+} = Fe^{2+} + Ni^{o}$$

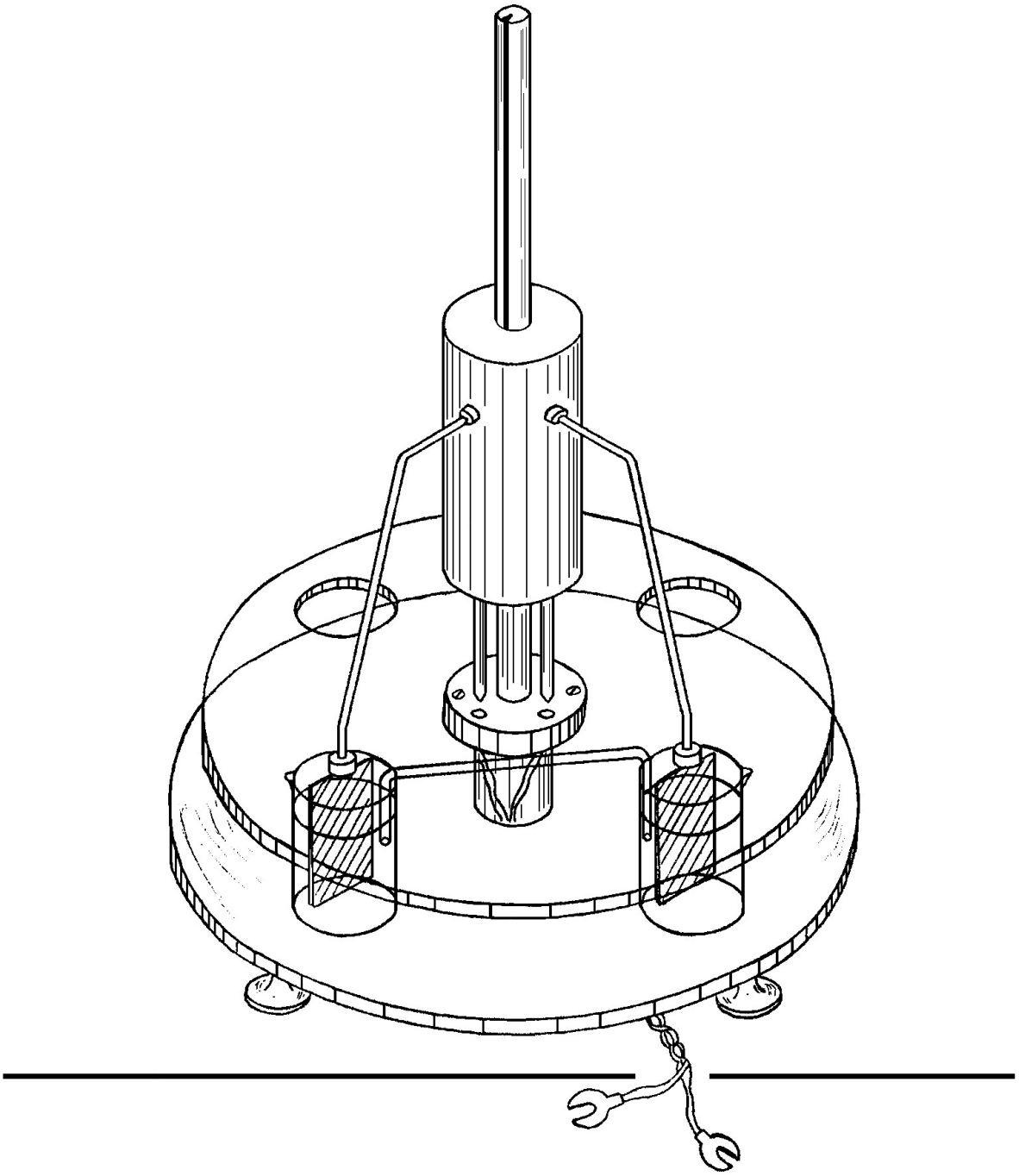
Электродвижущая сила(ЭДС) гальванического элемента определяется по равности электродных потенциалов: ЭДС = $\varphi_{(+)} - \varphi_{(-)}$, соответствующих процессам, протекающим на положительном и отрицательном полю-

сах гальванического элемента. Пользуясь таблицей стандартных электродных потенциалов, можно определить ЭДС этого гальванического элемента:

$$E = \varphi^0_{ок} - \varphi^0_{вос} = \varphi^0_{Ni^{2+}/Ni} - \varphi^0_{Fe^{2+}/Fe} = -0.25 - (-0.44) = 0.19\ В$$

Изменение энергии Гиббса ΔG^0_{298} связанно с ЭДС гальванического элемента соотношением $\Delta G^0_{298} = -nFE$, где n - число электронов, принима-

Общий вид установки для измерения электродвижущей силы гальванического элемента в рабочем состоянии



ющих участие в реакции; F - постоянная Фарадея (96500 Кл/моль); Е - ЭДС гальванического элемента.

Опыт 1. Медно - цинковый гальванический элемент.

В два химических стаканчика налейте равные объемы растворов сульфата цинка (C_M = 1моль/л) и сульфата меди (C_M = 1моль/л). Опустите пластинки цинка и меди в растворы собственных солей. Растворы соедините электролитическим ключом - жидкостным мостиком, заполненным на-

сыщенным раствором хлорида калия. Провода внешней цепи присоедините к гальванометру.

1. Напишите: электрохимическую схему полученного гальванического элемента; процессы, протекающие на отрицательном и положительном полюсах гальванического элемента; суммарную окислительно-восстановительную реакцию в ионной и молекулярной формах.

2. Укажите направление перехода электронов во внешней цепи.

3. По значениям электродных потенциалов рассчитайте ЭДС гальванического элемента.

4. Запишите показание гальванометра в вольтах (В) и сравните его с расчетным значением ЭДС.

Последующие опыты 2, 3 и 4 оформить по той же схеме (пункты 1-4).

Опыт 2. Медно-свинцовый гальванический элемент

Опустите в растворы собственных солей пластинки из меди и свинца. Концентрации растворов задаются преподавателем. Соедините растворы электролитическим ключом. Присоедините провода внешней цепи к гальванометру. Наблюдайте отклонение стрелки гальванометра, указывающее на возникновение электрического тока.

Опыт 3. Медно-кадмиевый гальванический элемент.

В один стаканчик налейте раствор сульфата кадмия (C_M = 1 моль/л), а в другой налейте раствор сульфата меди (C_M = 1 моль/л). Погрузите в эти растворы соответственно пластинки из кадмия и меди, соедините электролитическим ключом. Провода внешней цепи присоедините к гальванометру.

Опыт 4. Свинцово-цинковый гальванический элемент.

Налейте в два химических стаканчика равные объемы растворов солей свинца (II) и цинка, их концентрации задаются преподавателем. Опустите в них соответственно пластинки свинца и цинка. С помощью электролитического ключа соедините растворы солей. Подключите во внешнюю цепь гальванометр.

Контрольные вопросы и задания.

1. Объясните, почему показания гальванометра отличаются от расчетного значения ЭДС?

2. Каким образом можно добиться возрастания ЭДС в гальванических элементах?

3. Какие изменения концентрации растворов солей на электроде - окислителе и электроде - восстановителе приводят к увеличению и уменьшению ЭДС?

4. Халькопирит ($\varphi = 0.42$ В) растворяется в природных водах чрезвычайно медленно. Почему при контакте с пиритом ($\varphi = 0.7$ В) этот процесс ускоряется?

5. Рассчитайте значение ЭДС и энергии Гиббса медно-цинкового гальванического элемента, если концентрация раствора сульфата цинка равна 0.5 моль/л, а концентрация сульфата меди равна - 2 моль/л.

6. Приведите примеры двух гальванических элементов, в одном из которых железо будет отрицательным полюсом (анодом), а в другом будет положительным полюсом (катодом).

Работа 2. ЭЛЕКТРОЛИЗ ВОДНЫХ РАСТВОРОВ СОЛЕЙ.

Цель работы - изучение электрохимических процессов, протекающих при электролизе водных растворов солей с инертным и растворимым анодами, запись процессов, происходящих на катоде и аноде.

Практически нет ни одной отрасли техники, где бы не применялся электролиз. При выполнении строительных работ проводят электрохимиическую обработку глинистых грунтов, при обогащении полезных ископаемых прибегают к электрохимическому кондиционированию флотационной пульпы. В том случае, когда другие методы не обеспечивают необходимой степени очистки воды, используют электрохимическую обработку производственных сточных вод пропусканием через электрокоагуляторы с электродами из железа или алюминия.

При электролизе рассматриваются процессы на электродах: катоде, заряженном отрицательно, и аноде, заряженном положительно. Внешний источник тока выполняет роль своеобразного электронного насоса, который “нагнетает” электроны на катод и “откачивает” электроны с анода. Когда потенциалы электродов достигают определенных значений, на них становится возможным заряд ионов или молекул из раствора - начинается электролиз.

Катодные процессы: На катоде в первую очередь протекает тот процесс восстановления, потенциал которого более положителен. При электролизе водных растворов на катоде выделяются все металлы, потенциалы которых положительнее, чем -1.0 В.

Если в растворе находятся лишь ионы металлов, более активных чем марганец, потенциалы которых отрицательнее, чем -1.0 В, на катоде выделяется водород из воды по реакции:

$$2H_2O + 2e = H_2 + 2OH^-.$$

Анодные процессы: на нерастворимых анодах из Pt, Ti, C происходит процесс окисления того восстановителя, потенциал которого более отрицателен. Практически: если в растворе имеются анионы I^-, Br^-, Cl^-, не содержащие кислород, то они окисляются с выделением I_2, Br_2, Cl_2, соответственно.

$$2Hal^- - 2e = Hal_2.$$

Если же в растворе имеются лишь ионы F^-, или анионы, содержащие кислород, потенциал которых больше 2.0 В, то на аноде выделяется кислород из воды по реакции:

$2H_2O - 4e = O_2 + 4H^+$ в кислой и нейтральной средах

$4OH^- - 4e = O_2 + 2H_2O$ в щелочной среде.

В зависимости от окисляемости материала анода различают процессы с растворимым и нерастворимым (инертным) анодом. Растворимые аноды (большинство металлов) в ходе электролиза окисляются, посылая свои ионы в раствор. Например: $Cu - 2e = Cu^{2+}$, $Ni - 2e = Ni^{2+}$. Инертные электроды при электролизе окислению не подвергаются. К числу наиболее распространенных инертных анодов относятся электроды из платины, графита, титана.

Примеры электролиза водных растворов солей

1. Электролиз водного раствора $SnCl_2$, анод Pt

Катод (-) $Sn^{2+} + 2e = Sn^o$

Анод (+) $2Cl^- - 2e = Cl_2$

2. Электролиз водного раствора $CuSO_4$, анод Cu

Катод (-) $Cu^{2+} + 2e = Cu^o$

Анод(+) $Cu - 2e = Cu^{2+}$

Опыт 1. Электролиз водного раствора сульфата натрия с графитовым анодом

Получите электролизер, заполненный раствором сульфата натрия, с графитовыми электродами и пропустите постоянный электрический ток напряжением 12 В. Через 1-2 минуты сравните интенсивность выделения пузырьков газа на электродах, определите расположение катода и анода.

В околокатодное пространство налейте несколько капель фенолфталеина, а в околоанодное - лакмуса. Окраска индикаторов должна измениться. Объясните наблюдаемое явление, составив электронно - ионные схемы процессов, протекающих на катоде и аноде, и указывая стандартные значения окислительно - восстановительных потенциалов.

Опыт 2. Электролиз водного раствора иодида калия с графитовым анодом

Получите электролизер, заполненный раствором иодида калия с графитовыми электродами, присоедините электроды к сети постоянного тока. Через 1-2 минуты наблюдайте изменение окраски раствора.

Запишите результаты опыта, составив электронно-ионные схемы процессов, протекающих на катоде и аноде с указанием величин стандартных окислительно-восстановительных потенциалов. Объясните, почему и у какого электрода появилась окраска, почему на катоде не выделяется металлический калий.

Опыт 3. Электролиз водных растворов сульфатов кадмия, меди, никеля, цинка, нитрата свинца.

Получите электролизеры, заполненные водными растворами солей, присоедините графитовые электроды к сети постоянного тока. Пропускайте электрический ток в течение получаса, пока на одном из электродов не появится налет металла.

Поменяйте полюса на электродах, т.е. произведите переполюсовку электродов поворотом вилки относительно розетки. Снова пропускайте электрический ток.

Составьте электронно-ионные схемы катодного и анодного процессов с указанием величин стандартных электродных потенциалов, протека-

ющих при электролизе всех солей: а) с графитовым анодом; б) с соответствующим металлическим анодом.

Контрольные вопросы и задания

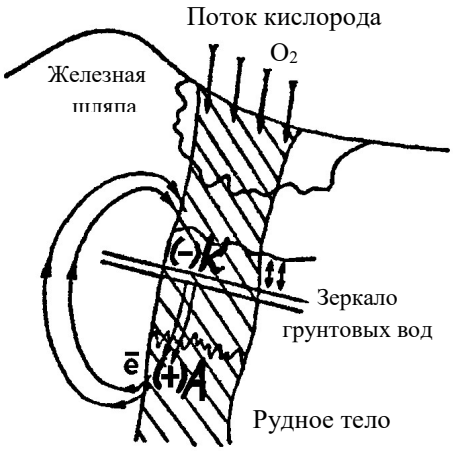
1. Если на электродах могут протекать несколько электрохимических процессов, то какой из них реализуются и что является критерием, определяющим его преимущество?

2. В какой последовательности должны разряжаться на катоде ионы Ag^{+}, Fe^{2+}, Cu^{2+}, Bi^{3+}, Sn^{2+}, если в растворе они содержатся в одинаковой концентрации? Чем эта последовательность определяется?

3. Составьте электронно-ионные схемы катодного и анодного процессов, происходящих на медных электродах при электролизе водного раствора нитрата калия.

4. При электролизе водного раствора соли значение pH в приэлектродном пространстве одного из электронов возросло. Раствор какой соли подвергся электролизу: а) $CdSO_4$; б) $CuCl_2$; в) KBr ?

5. Рудное тело, содержащее сульфидные минералы в количестве, достаточном для того, чтобы обеспечить электропроводность, можно рассматривать как нерастворимый электрод в поле Земли. В грунтовых водах, окружающих рудное тело, концентрация электролитов изменяется с глубиной. Верхний конец проводника играет роль катода, а нижний - анода. Катионы подъемных вод перемещаются к катоду, а ионы - к аноду, как показано на приведенной схеме.



На *а н о д е* происходит окисление, минералы теряют электроны и переходят в раствор.

Например, растворение пирита характеризуется уравнением:

$$FeS_2 + 8H_2O - 14e = Fe^{2+} + 2SO_4^{2-} + 16H^+$$

халькопирита: $CuFeS_2 + 8H_2O - 16e = Cu^{2+} + Fe^{2+} + 2SO_4^{2-} + 16H^+$.

Образующиеся ионы меди (II) вступают в обменные реакции создают так называемую зону вторичного обогащения. Сфалерит замещается ковеллином:

$$ZnS + CuSO_4 = CuS + ZnSO_4$$

халькопирит обогащается медью за счет образования халькозина:

$$CuFeS_2 + CuSO_4 = Cu_2S + FeSO_4 + S.$$

На *к а т о д е* происходит восстановление. Из нескольких возможных катодных процессов протекает тот, потенциал которого более положителен. Катодные процессы в верхней части рудного тела заключается в потреблении электронов, высвободившихся на аноде и переместившихся на катод. Здесь могли бы восстанавливаться катионы, но в первую очередь реагирует атмосферный кислород, приток которого осуществляется непрерывно, а потенциал намного положительнее, чем у прочих участников геохимического процесса.

$$O_2 + 2H_2O + 4e = 4OH^-$$

а) используя уравнение ионно-электронного баланса, составьте суммарную реакцию растворения пирита в молекулярном виде;

б) какова среда (значение водородного показателя) рудничных вод каменноугольных шахт, если уголь содержит примеси сульфидов?

в) составьте уравнение электронного баланса для приведенной выше реакции взаимодействия халькопирита и сульфата меди с образованием халькозина.

Работа 3. ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКАЯ КОРРОЗИЯ МЕТАЛЛОВ

Цель работы - изучение электрохимических процессов, протекающих при работе коррозионных гальванопар.

Десятки миллионов тонн металла ежегодно теряются вследствие коррозии. Горное дело является одним из наиболее металлоемких производств. Вполне возможно сократить потери от коррозии за счет лучшего понимания горными инженерами важнейших физико - химических закономерностей коррозии. Чаще всего разрушение металлов вызывается электрохимической коррозией, которая является результатом эксплуатации металлического оборудования при повышенном содержании коррозионноактивных веществ в шахтах, на карьерах и в горных породах.

Электрохимическая коррозия происходит в средах, проводящих электрический ток, сопровождается направленным движением электронов и ионов. Электролиты могут содержаться даже в тонком невидимом слое влаги, адсорбированной из воздуха поверхностью металла. Реальная поверхность твердых металлов неоднородна. Различные примеси в металле, его структурная неоднородность, механическая деформация металла, различие концентраций коррозионных агентов в растворах, контактирующих с металлом - все это приводит к тому, что на одних участках поверхности коррозирующего металла идет процесс окисления металла (анодный процесс), а на других - процесс восстановления окислителя (катодный процесс).

Схема электрохимической коррозии становится таким образом аналогичной схеме работы короткозамкнутого гальванического элемента, в котором протекает анодное окисление металла и катодное восстановление окислителя. В литературе по коррозии окислитель обычно обозначают специальным термином *деполяризатор.* Самыми распространенными деполяризаторами в процессах электрохимической коррозии являются растворенный кислород и ионы водорода. Соответственно различают процессы с кислородной и водородной деполяризацией.

С кислородной деполяризацией коррозируют металлы, находящиеся во влажной атмосфере, в воде, нейтральных растворах солей, во влажном грунте. Это самый распространенный тип коррозионных процессов.

$$(-) \quad Fe - 2e = Fe^{2+}$$

$$(+) \quad O_2 + 2H_2O + 4e = 4OH^-$$

$$2Fe + O_2 + 2H_2O = 2Fe(OH)_2$$

В процессах коррозии с *водородной деполяризацией* окисление металла происходит под действием ионов водорода:

$2H^+ + 2e = H_2$ в кислой среде;

$2H_2O + 2e = H_2 + 2OH^-$ в щелочной и нейтральной средах.

Коррозия с водородной деполяризацией преобладает в следующих условиях: для большинства металлов в растворах кислот, для очень активных металлов в нейтральных растворах (например, коррозия магния в воде и растворах хлорида натрия), для амфотерных металлов (например, олово, цинк, алюминий) в растворах щелочей.

Коррозию значительно замедляет поляризация. Концентрационная поляризация - накопление ионов металла на аноде и недостаточно быстрое связывание электронов, поступающих на катод, вследствие уменьшения концентрации окислителя в растворе. Газовая поляризация - слой адсорбированного водорода на поверхности катода, затрудняющий дальнейшее восстановление, если окислителями были ионы водорода.

Во многих случаях металл предохраняет от коррозии образующаяся на его поверхности стойкая нерастворимая оксидная пленка. Однако, некоторые анионы, например, хлориды, разрушают такие пленки за счет связывания катионов металлов прочные комплексные ионы, растворимые в воде, которые легко удаляются с поверхности металла тем самым усиливая коррозию.

Коррозию замедляют введением в жидкую фазу ингибиторов. Ингибиторы образуют с металлом нерастворимые соединения-соли или прочно связанные поверхностные соединения и таким образом предохраняют поверхность от дальнейшего окисления. Ингибиторы как бы наносят на поверхность металла слой масляной краски толщиной в одну молекулу.

Опыт 1. Коррозия оцинкованного и луженого железа в кислой среде

В две пробирки наливают по 2-3 мл разбавленной серной кислоты. Затем кусочек пластинки из оцинкованного железа помещают в первую пробирку, а во вторую - кусочек пластинки из луженого железа (покрытого оловом). В обе пробирки доливают по 1 мл раствора гексацианоферрата (III) калия, с помощью которого можно обнаружить Fe^{2+}, которые образу-

ются при коррозии железа. Ион Fe^{2+} с этим реактивом дает характерное синее окрашивание в соответствии с реакцией:

$$3Fe^{2+} + 2[Fe(CN)_6]^{3-} = Fe_3[Fe(CN)_6]_2 \downarrow$$

Через несколько минут наблюдать растворение железа в кислоте, замечая синее окрашивание на срезах одной из пластинок.

Результаты опыта занести в таблицу:

	Оцинкованное железо	Луженое железо
Коррозионная гальванопара		
Процессы (-)		
на полюсах (+)		
Суммарная реакция		
Синеет через минуту		

В строке "коррозионная гальванопара" запишите электрохимическую схему гальванического элемента.

Сделайте вывод, какой металл растворяется при коррозии оцинкованного и луженого железа и может ли быть использован цинк в качестве протектора для защиты стального оборудования.

Слейте кислоту в стакан для слива кислот осторожно, не теряя кусочков железа. Налить воды в пробирки и промыть 2 раза кусочки металла от кислоты, не доставая их из пробирок.

Опыт 2. Коррозия оцинкованного и луженого железа в нейтральной среде.

В две пробирки с кусочками металла из опыта 1 наливают по 2-3 мл раствора хлорида натрия и добавляют в каждую по 1 мл раствора гексацианоферрата (III) калия.

Через несколько минут замечают синее окрашивание на боковых срезах одной из пластинок.

Результаты опыта запишите в такую же таблицу, как и в первом опыте.

Сделайте вывод, какой металл растворяется при коррозии.

Опыт 3. Растворение химически чистого цинка и цинка, частично покрытого медью, в серной кислоте

В пробирку помещают гранулу химически чистого цинка и 2-3 мл разбавленной серной кислоты. Начавшееся растворение цинка через некоторое время замедляется или прекращается совсем.

В другую пробирку наливают 2-3 мл раствора сульфата меди и опускают такую же гранулу цинка. Через 4-5 минут осторожно сливают раствор и промывают омедненный цинк 2-3 раза водой. Воду сливают, добавляют 2-3 мл разбавленной серной кислоты и наблюдают выделение газообразного водорода.

Результаты опыта запишите в виде ответов на следующие вопросы:

1. Объясните, почему замедляется растворение химически чистого цинка в серной кислоте?

2. Составьте электрохимическую схему коррозионной гальванопары, образованной цинком и металлической медью, выделившейся на его поверхности.

3. Запишите процессы, происходящие у полюсов этой коррозионной гальванопары.

4. Сделайте вывод, почему происходит ускорение растворения цинка в контакте с медью.

Опыт 4. Действие ингибитора коррозии

В две пробирки налить 2-3 мл разбавленной серной кислоты, в одну из них добавляют 1 мл раствора уротропина. В две пробирки поместить по несколько кусочков железных стружек. Объясните разницу в действии на металлы обычной ингибированной кислоты.

Опыт 5. Действие стимулятора коррозии

В две пробирки поместить по кусочку алюминиевой пластинки и добавить по 1-2 мл водного раствора сульфата меди. В одну из пробирок всыпать микрошпатель(щепотку) сухого хлорида натрия. Следить, как влияет добавка его на коррозию алюминия.

Контрольные вопросы и задания.

1. Какое покрытие металла называют анодным и какое катодным? Назовите металлы, которые можно использовать для анодного и катодного покрытия железа во влажном воздухе и в сильнокислой среде.

2. Железное изделие покрыли свинцом. Какое это покрытие: анодное или катодное? Почему? Составьте уравнение анодного и катодного процессов коррозии этого изделия при нарушении цельности покрытия во влажном воздухе и в растворе соляной кислоты. Какие продукты коррозии образуются в первом и во втором случаях?

3. Почему некоторые достаточно активные металлы, например, алюминий, не корродируют на воздухе? Назовите другие металлы с аналогичными свойствами.

4. Одинаково ли отношение к коррозии технического и химически чистого металла? чем вызывается коррозия конструкционной стали?

5. Какое железо корродирует быстрее: находящиеся в контакте с оловом или медью? Мотивируйте ваш выбор.

6. Величины электродных потенциалов металлов уменьшается при повышении pH среды. Объясните, почему при изменении нейтральной среды на щелочную коррозионная устойчивость железа, меди, магния и ряда других металлов увеличивается, а алюминия, хрома, цинка, олова уменьшается

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Б1.О.11 ХИМИЯ

Направление
05.03.01 Геология

Профиль:
Гидрогеология, инженерная геология и геоэкология

год набора: 2023

Одобрена на заседании кафедры	Рассмотрена методической комиссией факультета
Химии	Геологии и геофизики
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав.кафедрой _____	Председатель _____
(подпись)	*(подпись)*
Амдур А.М.	Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол №1 от 08.09.2022	Протокол № 1 от 13.09.2022
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

Методические материалы для самостоятельной работы по химии для студентов бакалавриата

Самостоятельная работа студента является важнейшей составной частью образовательной программы подготовки дипломированного специалиста. По курсу «Химия» обязательная самостоятельная работа студента осуществляется в следующих направлениях:

- подготовка к лабораторным работам
-подготовка к контрольным работам
- подготовка к экзамену

Оценка результатов самостоятельной работы организуется как единство двух форм: самоконтроль и контроль со стороны преподавателей.

Данные методические указания предназначены для организации самостоятельной работы студентов при освоении отдельных тем дисциплины. Каждая тема является основой вопросов в экзаменационном билете. При чтении лекций по курсу преподаватель указывает те темы дисциплины, которые выносятся на самостоятельную проработку студентами. Основной объем информации по каждой теме содержится в учебнике по курсу [1]. Для углубленного освоения темы рекомендуется дополнительная литература [2, 3, 4]. Для самоконтроля и приобретения навыков решения задач по отдельным разделам дисциплины в последнем разделе приведены контрольные вопросы и упражнения, которые являются основой подготовки к экзамену.

При освоении указанных ниже тем рекомендуется следующий порядок самостоятельной работы студента.

1. Ознакомьтесь со структурой темы.
2. По учебнику освойте каждый структурный элемент темы. Во всех темах указаны разделы и страницы учебника, содержащие данный материал.
3. При необходимости используйте указанную дополнительную литературу. Консультацию по использованию дополнительной литературы Вы можете получить у преподавателя.
4. Ответьте на контрольные вопросы и выполните рекомендованные упражнения. При затруднениях в ответах на вопросы вернитесь к изучению рекомендованной литературы.
5. Законспектируйте материал. При этом конспект может быть написан в виде ответов на контрольные вопросы и упражнения.

При самостоятельной работе над указанными темами рекомендуется вести записи в конспектах, формируемых на лекционных занятиях по курсу, и в том порядке, в котором данные темы следуют по учебной программе.
Данное учебно-методическое пособие может быть использовано при подготовке ответов на вопросы во время экзамена.

Содержание курса

Тема 1: Классы минеральных веществ. Основные стехиометрические законы химии

Классификация солей, оксидов и гидроксидов. Кислотные и основные свойства. Амфотерность оксидов и гидроксидов. Закон сохранения массы, закон кратных отношений, закон Авогадро, уравнение Менделеева-Клапейрона.

Тема 2: Теоретические основы химических процессов: термодинамика, кинетика, химическое равновесия

Первое начало термодинамики. Энтальпия. Тепловой эффект реакции, термохимические уравнения, закон Гесса. Эндотермические и экзотермические реакции. Скорость реакции, способы увеличения скорости. Закон действия масс, закон Вант-Гоффа. Энергия активации, уравнение Аррениуса. Катализ. Обратимые и необратимые реакции. Химическое равновесие, константа равновесия, принцип Ле Шателье.

Тема 3: Классификация растворов. Способы выражения концентрации растворов.

Растворение как физико-химический процесс. Разбавленные и концентрированные растворы. Насыщенные и ненасыщенные растворы, растворимость. Доля растворенного вещества (массовая, мольная, объёмная), молярность, нормальность, моляльность раствора. Расчеты, необходимые для приготовления растворов.

Тема 4: Растворы электролитов: реакции ионного обмена, гидролиз. Водородный показатель среды. Растворимость, произведение растворимости.

Сильные и слабые электролиты, правило Бертолле. Типы гидролиза, совместный гидролиз. Ионное произведение воды, pH раствора, кислая и щелочная среда. Равновесие в системе раствор-осадок, расчет растворимости осадка в воде и в растворах электролитов.

Тема 5: Окислительно-восстановительные реакции. Метод электронно-ионного баланса.

Типичные окислители и восстановители. Среда как участник окислительно-восстановительной реакции. Расчет коэффициентов реакции с учетом среды.

Тема 6: Электрохимические процессы: коррозия металлов, электролиз, гальванический элемент.

Электрохимические системы, электродные потенциалы. Стандартный водородный электрод, ряд напряжения металлов. Уравнение Нернста, расчет ЭДС гальванического элемента. Коррозия металлов как электрохимический процесс, типы защиты от коррозии. Электролиз водных растворов и расплавов электролитов, законы Фарадея.

Тема: 7 Комплексные соединения.

Двойные и комплексные соли, теория Вернера. Лиганды и комплексообразователи. Изомерия и номенклатура комплексных соединений. Диссоциация комплексных соединений, константа нестойкости.

Рекомендуемая литература

1.Основы общей химии: конспект лекций / Г. А. Казанцева, С. Ю. Меньшиков, А. В. Новосёлова, А. М. Потапов, В. А. Салина, Т. И. Чупахина; под ред. С. Ю. Меньшикова. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2021. – 177 с.

2.Общая химия [Электронный ресурс]: учебник/ Суворов А. В., Никольский Л. Б. - СПб.: Химиздат, 2017. – 624 с. http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785938083035.html

3.Экспресс - обучение по решению химических задач [Электронный ресурс]: учебное пособие / Семенов И.Н. - СПб.: Химиздат, 2017. – 128 с. http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785938082922.html

4. ТЕСТЫ ПО ХИМИИ. Часть I: учебно-методическое пособие для выполнения заданий курса «Химия» для студентов всех специальностей. / Меньшиков С. Ю., Чупахина Т. И., Потапов А.М. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2020. – 31 с.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-
методическому комплексу
_____ С.А.Ушаров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Б1.О.12 ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЕ МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ

Направление
05.03.01 Геология

Направленность:
Гидрогеология, инженерная геология и геоэкология

Автор: Угольников А. В., доцент, к.т.н.

Одобрена на заседании кафедры

Электротехники
(название кафедры)

Зав. кафедрой _____
(подпись)

Угольников А.В.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 09.09.2022
(Дата)

Рассмотрена методической комиссией факультета

Геологии и геофизики
(название факультета)

Председатель _____
(подпись)

Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 13.09.2022
(Дата)

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 3
ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА 4
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ 4
Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса 4
Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам 5
Подготовка и написание контрольной работы 6
Подготовка к выполнению и написанию курсовой работы (проекта) 7
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ 8
Подготовка к зачёту 8
Подготовка к экзамену 8

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студентов – это разнообразные виды деятельности студентов, осуществляемые под руководством, но без непосредственного участия преподавателя в аудиторное и/или внеаудиторное время.

Это особая форма обучения по заданиям преподавателя, выполнение которых требует активной мыслительной, поисково-исследовательской и аналитической деятельности.

Методологическую основу самостоятельной работы студентов составляет деятельностный подход, когда цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, то есть на реальные ситуации, где студентам надо проявить знание конкретной дисциплины, использовать внутрипредметные и межпредметные связи.

Цель самостоятельной работы – закрепление знаний, полученных на аудиторных занятиях, формирование способности принимать на себя ответственность, решать проблему, находить конструктивные выходы из сложных ситуаций, развивать творческие способности, приобретение навыка организовывать своё время

Кроме того самостоятельная работа направлена на обучение студента осмысленно и самостоятельно работать сначала с учебным материалом, затем с научной информацией, заложить основы самоорганизации и самовоспитания с тем, чтобы привить умение в дальнейшем непрерывно повышать свой профессиональный уровень.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирование практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развитие исследовательских умений;
- получение навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;
- уровень образования и степень подготовленности студентов;
- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

В соответствии с реализацией рабочей программы дисциплины в рамках самостоятельной работы студенту необходимо выполнить следующие виды работ:

для подготовки ко всем видам текущего контроля:

- повторение материала лекций;
- самостоятельное изучение курса;
- подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам;
- подготовка к контрольной работе, написание контрольной работы;
- выполнение и написание курсовой работы (проекта);

для подготовки ко всем видам промежуточной аттестации:

- подготовка к зачёту;
- подготовка к экзамену.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов как online, так и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита контрольных и курсовых работ (проектов), защита зачётных работ в виде доклада с презентацией и др.

Текущий контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

Промежуточный контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного для сдачи экзамена / зачёта.

В методических указаниях по каждому виду контроля представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса

Лекционный материал по дисциплине излагается в виде устных лекций преподавателя во время аудиторных занятий. Самостоятельная работа студента во время лекционных аудиторных занятий заключается в ведении записей (конспекта лекций).

Конспект лекций, выполняемый во время аудиторных занятий, дополняется студентом при самостоятельном внеаудиторном изучении некоторых тем курса. Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка основной и дополнительной литературы к дисциплине.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины приведён в рабочей программе дисциплины.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на повторение материала лекций и самостоятельное изучение тем курса:

для овладения знаниями:

- конспектирование текста;
- чтение основной и дополнительной литературы;
- составление плана текста;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- повторная работа над учебным материалом;
- составление таблиц для систематизации учебного материала;
- изучение нормативных материалов;
- составление плана и тезисов ответа на вопросы для самопроверки;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

для формирования навыков и умений:

- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

Вопросы для самопроверки приведены учебной литературе по дисциплине или могут быть предложены преподавателем на лекционных аудиторных занятиях после изучения каждой темы.

Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам

Практические занятия по дисциплине выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций, а также умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач.

На практических занятиях происходит закрепление теоретических знаний, полученных в ходе лекций, осваиваются методики и алгоритмы решения типовых задач по образцу и вариантных задач, разбираются примеры применения теоретических знаний для практического использования, выполняются доклады с презентацией по определенным учебно-практическим, учебно-исследовательским или научным темам с последующим их обсуждением.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к практическим занятиям:

для овладения знаниями:

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- подготовка публичных выступлений;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

для формирования навыков и умений:

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;

– рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

Лабораторные занятия по дисциплине выступают средством формирования у студентов навыков работы с использованием лабораторного оборудования, планирования и выполнения экспериментов, оформления отчётной документации по выполнению лабораторных работ.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к лабораторным занятиям:

для овладения знаниями:

– изучение методик работы с использованием различных видов и типов лабораторного оборудования;
– изучение правил безопасной эксплуатации лабораторного оборудования;
– работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

для закрепления и систематизации знаний:

– составление плана проведения эксперимента;
– составление отчётной документации по результатам экспериментирования;
– аналитическая обработка результатов экспериментов.

для формирования навыков и умений:

– выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
– оформление отчётной документации по выполнению лабораторных работ.

Подготовка и написание контрольной работы

Контрольная работа – индивидуальная деятельность обучающегося по концентрированному выражению накопленного знания, обеспечивает возможность одновременной работы всем обучающимся за фиксированное время по однотипным заданиям, что позволяет преподавателю оценить всех обучающихся. Контрольная работа является средством проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к контрольной работе:

для овладения знаниями:

– чтение основной и дополнительной литературы;
– работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

для закрепления и систематизации знаний:

– работа с конспектом лекций;
– ответы на вопросы для самопроверки.

для формирования навыков и умений:

– решение задач по образцу и вариативных задач;
– выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
– оформление отчётной документации по выполнению контрольной работы.

Контрольная работа может быть выполнена в виде доклада с презентацией.

Доклад с презентацией – это публичное выступление по представлению полученных результатов знаний по определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной теме.

При подготовке доклада с презентацией обучающийся должен продемонстрировать умение самостоятельного изучения отдельных вопросов, структурирования основных положений рассматриваемых проблем, публичного выступления, позиционирования себя перед коллективом, навыки работы с библиографическими источниками и оформления научных текстов.

В ходе подготовки к докладу с презентацией обучающемуся необходимо:

- выбрать тему и определить цель выступления;
- осуществить сбор материала к выступлению;
- организовать работу с источниками;
- -во время изучения источников следует записывать вопросы, возникающие по мере ознакомления, ключевые слова, мысли, суждения; представлять наглядные примеры из практики;
- сформулировать возможные вопросы по теме доклада, подготовить тезисы ответов на них;
- обработать материал и представить его в виде законченного доклада и презентации.

При выполнении контрольной работы в виде доклада с презентацией самостоятельная работа студента включает в себя:

для овладения знаниями:

- чтение основное и дополнительной литературы по заданной теме доклада;
- составление плана доклада;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей по теме доклада

для закрепления и систематизации знаний:

- составление плана и тезисов презентации по теме доклада;
- составление презентации;
- составление библиографического списка по теме доклада;
- подготовка к публичному выступлению;
- составление возможных вопросов по теме доклада и ответов на них.

для формирования навыков и умений:

- публичное выступление;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Варианты контрольных работ и темы докладов приведены в комплекте оценочных средств дисциплины.

Подготовка к выполнению и написанию курсовой работы (проекта)

Курсовая работа (проект) – форма контроля для демонстрации обучающимся умений работать с объектами изучения, критическими источниками, справочной и энциклопедической литературой, логично и грамотно излагать собственные умозаключения и выводы, обосновывать и строить априорную модель изучаемого объекта или процесса, создавать содержательную презентацию выполненной работы.

При выполнении и защите курсовой работы (проекта) оценивается умение самостоятельной работы с объектами изучения, справочной литературой, логично и грамотно излагать собственные умозаключения и выводы, обосновывать выбранную технологическую схему и принятый тип и количество оборудования, создавать содержательную презентацию выполненной работы (пояснительную записку и графический материал).

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к курсовой работе (проекту):

для овладения знаниями:

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- составление плана выполнения курсовой работы (проекта);
- составление списка использованных источников.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа учебно-методическими материалами по выполнению курсовой работы (проекта);
- изучение основных методик расчёта технологических схем, выбора и расчёта оборудования;
- подготовка тезисов ответов на вопросы по тематике курсовой работы (проекта).

для формирования навыков и умений:

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, компоновочных чертежей;
- оформление текстовой и графической документации.

Тематика курсовых работ (проектов) приведены в комплекте оценочных средств дисциплины.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Подготовка к зачёту

Зачёт по дисциплине может быть проведён в виде теста или включать в себя защиту контрольной работы (доклад с презентацией).

Тест – это система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.

При самостоятельной подготовке к зачёту, проводимому в виде теста, студенту необходимо:

- проработать информационный материал (конспект лекций, учебное пособие, учебник) по дисциплине; проконсультироваться с преподавателем по вопросу выбора дополнительной учебной литературы;
- выяснить условия проведения теста: количество вопросов в тесте, продолжительность выполнения теста, систему оценки результатов и т. д.;
- приступая к работе с тестом, нужно внимательно и до конца прочитать вопрос и предлагаемые варианты ответов, выбрать правильные (их может быть несколько), на отдельном листке ответов вписать цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам.

В процессе выполнения теста рекомендуется применять несколько подходов в решении заданий. Такая стратегия позволяет максимально гибко оперировать методами решения, находя каждый раз оптимальный вариант. Не нужно тратить слишком много времени на трудный вопрос, а сразу переходить к другим тестовым заданиям, к трудному вопросу можно обратиться в конце. Необходимо оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

Зачёт также может проходить в виде защиты контрольной работы (доклад с презентацией). Методические рекомендации по подготовке и выполнению доклада с презентацией приведены в п. «Подготовка и написание контрольной работы».

Подготовка к экзамену

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины проводится в форме экзамена.

Билет на экзамен включает в себя теоретические вопросы и практико-ориентированные задания.

Теоретический вопрос – индивидуальная деятельность обучающегося по концентрированному выражению накопленного знания, обеспечивает возможность

одновременной работы всем обучающимся за фиксированное время по однотипным заданиям, что позволяет преподавателю оценить всех обучающихся.

Практико-ориентированное задание – средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по определенной теме.

При самостоятельной подготовке к экзамену студенту необходимо:

- получить перечень теоретических вопросов к экзамену;
- проработать пройденный материал (конспект лекций, учебное пособие, учебник) по дисциплине, при необходимости изучить дополнительные источники;
- составить планы и тезисы ответов на вопросы;
- проработать все типы практико-ориентированных заданий;
- составить алгоритм решения основных типов задач;
- выяснить условия проведения экзамена: количество теоретических вопросов и практико-ориентированных заданий в экзаменационном билете, продолжительность и форму проведения экзамена (устный или письменный), систему оценки результатов и т. д.;
- приступая к работе с экзаменационным билетом, нужно внимательно прочитать теоретические вопросы и условия практико-ориентированного задания;
- при условии проведения устного экзамена составить план и тезисы ответов на теоретические вопросы, кратко изложить ход решения практико-ориентированного задания;
- при условии проведения письменного экзамена дать полные письменные ответы на теоретические вопросы; изложить ход решения практико-ориентированного задания с численным расчётом искомых величин.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

ПРИКЛАДНОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Направление
05.03.01 Геология

Профиль (направленность)
Гидрогеология, инженерная геология и геоэкология

квалификация выпускника: **бакалавр**

Автор: Дружинин А.В., доцент, канд. техн. Наук

Одобрены на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией факультета
Информатики	Геологии и геофизики
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____	Председатель _____
(подпись)	*(подпись)*
Дружинин А.В.	Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 08.09.2022	Протокол № 1 от 13.09.2022
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

Оглавление

ЧАСТЬ I. ПОНЯТИЕ ППП.....3
Тема 1.1 Введение в предмет. Понятие ППП.....4
Тема 1.2 Структура и основные компоненты ППП.....10
Тема 1.3 Эволюция ППП. Примеры современных ППП.....13
ЧАСТЬ II. ППП MS OFFICE.....22
Тема 2.1 Структура и состав MS Office. Основные приложения 23
Тема 2.2 Введение в офисное программирование.....29
Тема 2.3 Макросы. Использование макрорекордера.....34
Тема 2.4 Среда разработки VBE.....38

ЧАСТЬ I. ПОНЯТИЕ ППП
ТЕМА 1.1 ВВЕДЕНИЕ В ПРЕДМЕТ. ПОНЯТИЕ ППП

Цели и задачи дисциплины

- Изучение основных принципов, используемых в разработке интегрированных программных продуктов.
- Изучение структуры, состава и назначения компонентов интегрированного ПО, а также средств организации взаимодействия между компонентами и инструментальных средств расширения функциональности.
- Формирование навыков работы со средствами автоматизации решения прикладных задач.
- Формирование навыков использования встроенных средств разработки.
- Требования к уровню освоения дисциплины
- В результате изучения дисциплины студенты должны:
- знать принципы построения прикладных информационных систем
- уметь использовать современные программные средства для обработки разнородной информации;
- уметь автоматизировать процесс решения прикладных задач с помощью встроенных языков программирования;
- иметь представление о современном состоянии и тенденциях развития рынка прикладного ПО.

Основные понятия и определения

Информационная система (ИС) - организационно упорядоченная совокупность документов (массивов документов) и информационных технологий, в том числе с использованием средств вычислительной техники и связи, реализующих информационные процессы. Информационные системы предназначены для хранения, обработки, поиска, распространения, передачи и представления информации.

Автоматизированная (информационная) система (АС) - совокупность программных и аппаратных средств, предназначенных для хранения и/или управления данными и информацией и производства вычислений и управляемая человеком-оператором (в этом главное отличие автоматизированной системы от автоматической).

Многоуровневое представление ИС - модель представления информационной системы в виде совокупности взаимосвязанных уровней, разделенных по функциональному назначению (рис. 1).

Рис. 1. Многоуровневое представление информационных систем.

Аппаратное обеспечение ИС - комплекс электронных, электрических и механических устройств, входящих в состав информационной системы или сети.

Программное обеспечение (ПО) — совокупность программ и данных, предназначенных для решения определенного круга задач и хранящиеся на машинных носителях.

Программа — последовательность формализованных инструкций, представляющих алгоритм решения некоторой задачи и предназначенная для исполнения устройством управления вычислительной машины. Инструкции программы записываются при помощи машинного кода или специальных языков программирования. В зависимости от контекста термин «программа» может относится к исходным текстам, при помощи которых записывается алгоритм, или к исполняемому машинному коду.

Программист - специалист, занимающийся разработкой и проверкой программ. Различают системных и прикладных программистов.

Пользователь - человек, принимающий участие в управлении объектами и система ми некоторой предметной области и являющийся составным элементом автоматизированной системы.

Прикладное программное обеспечение - программное обеспечение, ориентированное на конечного пользователя и предназначенное для решения пользовательских задач.

Прикладное ПО состоит из:

- отдельных прикладных программ и пакетов прикладных программ, предназначенных для решения различных задач пользователей;
- автоматизированных систем, созданных на основе этих пакетов.

Пакет прикладных программ - комплект программ, предназначенных для решения задач из определенной проблемной области. Обычно применение пакета прикладных программ предполагает наличие специальной документации: лицензионного свидетельства, паспорта, инструкции пользователя и т.п.

Классификация программного обеспечения

Любая классификация подразумевает выбор некоторого группировочного признака (или нескольких), на основании которого и производится отнесение объектов к тому или иному классу. Так, при классификации программного обеспечения по способу распространения можно выделить следующие категории список не полный):

- Commercial Software - коммерческое (с ограниченными лицензией возможностями на использование), разрабатываемое для получения прибыли.
- Freeware - свободное ПО, распространяемое без ограничений на использование, модификацию и распространение.
- Shareware - условно-бесплатное ПО, с частичными ограничениями при работе в ознакомительном режиме (например, определенное количество запусков программы).
- Abandonware - «заброшенное» ПО, поддержка которого непосредственным разработчиком прекращена, но продолжается третьими лицами (например, партнерами или энтузиастами).
- Adware - ПО, в код которого включены рекламные материалы. Такое ПО распространяется бесплатно, но для отключения рекламных блоков необходима оплата.
- Careware - «благотворительное» ПО, оплату за которое разработчик (или распро странитель) просит переводить на благотворительные нужды.

При классификации программного обеспечения по назначению в качестве критерия используют уровень представления ИС, на который ориентирована та или иная программа.
Соответственно выделяют следующие классы ПО:

1. Системное ПО - решает задачи общего управления и поддержания работоспособности системы в целом. К этому классу относят операционные системы, менеджеры загрузки, драйверы устройств, программные кодеки, утилиты и программные средства защиты информации.
2. Инструментальное ПО включает средства разработки (трансляторы, отладчики, интегрированные среды, различные SDK и т.п.) и системы управления базами данных (СУБД).
3. Прикладное ПО - предназначено для решения прикладных задач конечными пользователями.

Прикладное ПО - самый обширный класс программ, в рамках которого возможна дальнейшая классификация, например, по предметным областям. В этом случае группировочным признаком является класс задач, решаемых программой. Приведем несколько примеров:

- Офисные приложения - предназначены для автоматизации офисной деятельности (текстовые редакторы и процессоры, электронные таблицы, редакторы презентаций и т.п.)
- Корпоративные информационные системы - бухгалтерские программы, системы корпоративного управления, системы управления проектами (Project Management),

инструменты автоматизации документооборота (EDM-системы) и управления архивами документов (DWM-системы)

- Системы проектирования и производства - системы автоматизированного проектирования (САПР, CAD/CAM-системы), системы управления технологическими (SCADA) и производственными (MES) процессами
- Научное ПО - системы математического и статистического расчета, анализа и моделирования
- Геоинформационные системы (ГИС)
- Системы поддержки принятия решений (СППР)
- Клиенты доступа к сетевым сервисам (электронная почта, веб-браузеры, передача сообщений, чат-каналы, клиенты файлообменных сетей и т.п.)
- Мультимедийное ПО - компьютерные игры, средства просмотра и редактирования аудио- и видеоинформации, графические редакторы и вьюеры, анимационные редакторы и т.п.

С точки зрения конечного пользователя такая классификация оправданна и наглядна, для разработчика же более значимым фактором является структура прикладной программы, в общем случае состоящей из нескольких компонентов. Назначение этих компонентов, связи между ними и способность к взаимодействию определяют интеграцию прикладного ПО. Чем теснее связаны программные компоненты, тем выше степень интеграции.

В зависимости от степени интеграции многочисленные прикладные программные средства можно классифицировать следующим образом[1]:

1. отдельные прикладные программы;
2. библиотеки прикладных программ;
3. пакеты прикладных программ;
4. интегрированные программные системы.

Отдельная прикладная программа пишется, как правило, на некотором высокоуровневом языке программирования (Pascal, Basic и т.п.) и предназначается для решения конкретной прикладной задачи. Такая программа может быть реализована в виде набора модулей, каждый из которых выполняет некоторую самостоятельную функцию (например, модуль пользовательского интерфейса, модуль обработки ошибок, модуль печати и т.п.).

При этом доступ к функциям модулей из внешних программ невозможен.

Библиотека представляет собой набор отдельных программ, каждая из которых решает некоторую прикладную задачу или выполняет определенные вспомогательные функции (управление памятью, обмен с внешними устройствами и т.п.). Библиотеки программ

[1] Следует отметить отсутствие безусловных границ между перечисленными формами прикладного программного обеспечения

зарекомендовали себя эффективным средством решения вычислительных задач. Они интенсивно используются при решении научных и инженерных задач с помощью ЭВМ.

Условно их можно разделить на библиотеки общего назначения и специализированные библиотеки.

Пакет прикладных программ (ППП) - это комплекс взаимосвязанных программ, ориентированный на решение определенного класса задач. Формально такое определение не исключает из числа пакетов и библиотеки программ, однако у ППП, как отдельной категории, есть ряд особенностей, среди которых: ориентация на решение классов задач, унифицированный интерфейс, наличие языковых средств.

Интегрированная программная система - это комплекс программ, элементами которого являются различные пакеты и библиотеки программ. Примером служат системы автоматизированного проектирования, имеющие в своем составе несколько ППП различного назначения. Часто в подобной системе решаются задачи, относящиеся к различным классам или даже к различным предметным областям.

Понятие пакета прикладных программ

Итак, пакет прикладных программ (ППП) – это комплекс взаимосвязанных программ для решения определенного класса задач из конкретной предметной области. На текущем этапе развития информационных технологий именно ППП являются наиболее востребованным видом прикладного ПО. Это связано с упомянутыми ранее особенностями ППП. Рассмотрим их подробней:

- Ориентация на решение класса задач. Одной из главных особенностей является ориентация ППП не на отдельную задачу, а на некоторый класс задач, в том числе и специфичных, из определенной предметной области. Так, например, офисные пакеты ориентированы на офисную деятельность, одна из задач которой - подготовка документов (в общем случае включающих не только текстовую информацию, но и таблицы, диаграммы, изображения). Следовательно, офисный пакет должен реализовывать функции обработки текста, представлять средства обработки табличной информации, средства построения диаграмм разного вида и первичные средства редактирования растровой и векторной графики.
- Наличие языковых средств. Другой особенностью ППП является наличие в его составе специализированных языковых средств, позволяющих расширить число задач, решаемых пакетом или адаптировать пакет под конкретные нужды. Пакет может представлять поддержку нескольких входных языков, поддерживающих различные парадигмы. Поддерживаемые языки могут быть использованы для формализации исходной задачи, описания алгоритма решения и начальных данных, организации доступа к внешним источникам данных, разработки программных модулей, описания модели предметной области, управления процессом решения в диалоговом режиме и других целей. Примерами

входных языков ППП являются VBA в пакете MS Office, AutoLISP/VisualLISP в Autodesk AutoCAD, StarBasic в OpenOffice.org

- Единообразие работы с компонентами пакета. Еще одна особенность ППП состоит в наличии специальных системных средств, обеспечивавших унифицированную работу с компонентами. К их числу относятся специализированные банки данных, средства информационного обеспечения, средства взаимодействия пакета с операционной системой, типовой пользовательский интерфейс и т.п.
-

ТЕМА 1.2 СТРУКТУРА И ОСНОВНЫЕ КОМПОНЕНТЫ ППП

Несмотря на разнообразие конкретных пакетных разработок, их обобщенную внутреннюю структуру можно представить в виде трех взаимосвязанных элементов1 (рис. 2):

1. входной язык (макроязык, язык управления) - представляет средство общения пользователя с пакетом;
2. предметное обеспечение (функциональное наполнение) - реализует особенности конкретной предметной области;
3. системное обеспечение (системное наполнение) - представляет низкоуровневые средства, например, доступ к функциям операционной системы.

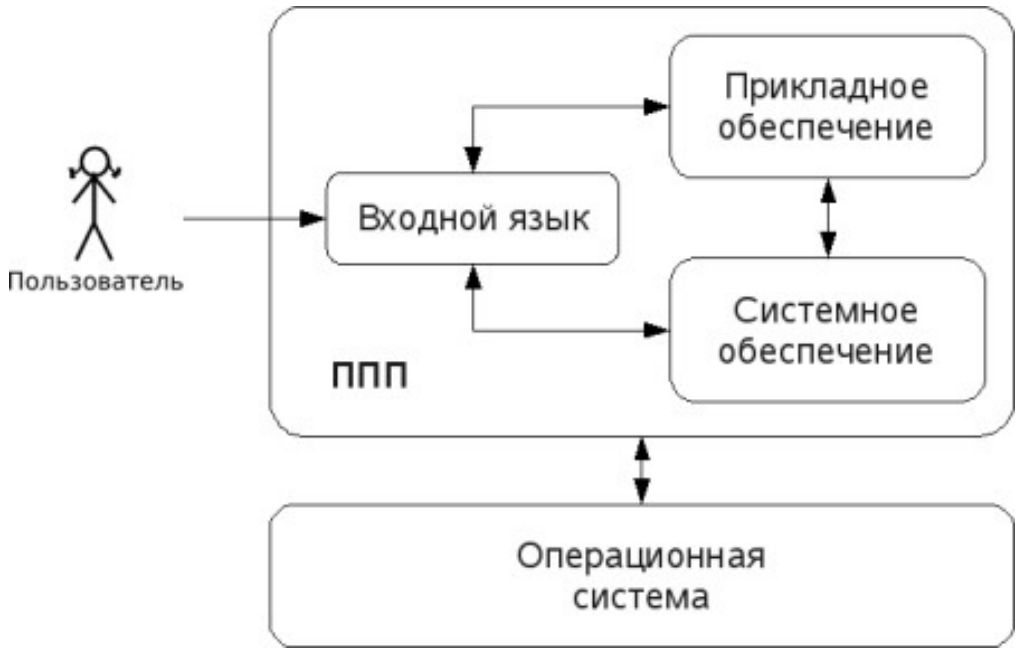


Рис. 2. Структура ППП.

Входной язык - основной инструмент при работе пользователя с пакетом прикладных программ. В качестве входного языка могут использоваться как универсальные (Pascal, Basic и т.п.), так и специализированные, проблемно-ориентированные языки программирования (Cobol - для бизнес-приложений, Lisp - списочные структуры данных, Fortran и MathLAB - математические задачи и т.п.).

Развитый пакет может обладать несколькими входными языками, предназначенными для выполнения различных функций в рамках решаемого класса задач. Так, например, в пакете OpenOffice.org поддерживаются языки StarBasic, Python, JavaScript и Java. StarBasic является основным входным языком, предназначенным для автоматизации работы с пакетом, для этого языка имеется интегрированная среда разработки и встроенный отладчик. Скрипты на языках Python и JavaScript загружаются и исполняются из внешних файлов. На Java (через SDK и функции API OpenOffice) можно создавать модули расширения и полнофункциональные приложения-компоненты.

Входные языки отражают объем и качество предоставляемых пакетом возможностей, а также удобство их использования. Таким образом, именно входной язык является основным показателем возможностей ППП. Однако стоит отметить, что в современных пакетах обращение пользователя к языковым средствам обычно происходит косвенно, через графический интерфейс.

Предметное обеспечение отражает особенности решаемого класса задач из конкретной предметной области и включает:

- программные модули, реализующие алгоритмы (или их отдельные фрагменты) прикладных задач;
- средства сборки программ из отдельных модулей.

Наиболее распространено в настоящее время оформление программных модулей в виде библиотек, подключаемых статически или динамически. В зависимости от использованного разработчиками подхода к проектированию и реализации ППП такие библиотеки содержат встроенные классы и описания их интерфейсов (при использовании объектно-ориентированного программирования). При использовании парадигмы структурного программирования в библиотечных модулях содержатся процедуры и функции, предназначенные для решения некоторых самостоятельных задач. В обоих случаях библиотеки связаны с другими модулями пакета лишь входной и выходной информацией.

Системное обеспечение представляет собой совокупность низкоуровневых средств (программы, файлы, таблицы и т.д.), обеспечивающих определенную дисциплину работы пользователя при решении прикладных задач и формирующих окружение пакета. К системному обеспечению ППП относят следующие компоненты:

- монитор - программа, управляющая взаимодействием всех компонентов ППП;
- транслятор(ы) с входных языков - для ППП характерно использование интерпретируемых языков;
- средства доступа к данным - драйверы баз данных и/или компоненты, представляющие доступ через унифицированные интерфейсы (ODBC, JDBC, ADO, BDE и т.п.);
- информационно-справочный модуль - предоставляет функции поддержки, среди которых информационные сообщения, встроенная справочная системы и т.п.

различные служебные программы, выполняющие низкоуровневые операции (автосохранение, синхронизация совместно используемых файлов и т.д.)

Приведенная логическая структура ППП достаточна условна и в конкретном ППП может отсутствовать четкое разделение программ на предметное и системное обеспечение. Например, программа планирования вычислений, относящаяся к прикладному обеспечению, может одновременно выполнять и ряд служебных функций (информационное обеспечение, связь с операционной системой и т.п.).

Кроме того, одни и те же программы в одном пакете могут относиться к предметному обеспечению, а в другом - к системному. Так, программы построения диаграмм в рамках специализированного пакета машинной графики естественно отнести к предметному обеспечению. Однако те же программы следует считать вспомогательными и относящимися к системному обеспечению, например, в пакете решения вычислительных задач.

ТЕМА 1.3 ЭВОЛЮЦИЯ ППП. ПРИМЕРЫ СОВРЕМЕННЫХ ППП

Этапы развития ППП

Первые ППП представляли собой простые тематические подборки программ для решения отдельных задач в той или иной прикладной области, обращение к ним выполнялось с помощью средств оболочки ОС или из других программ. Современный пакет является сложной программной системой, включающей специализированные системные и языковые средства. В относительно короткой истории развития вычислительных ППП можно выделить *4 основных поколения* (класса) пакетов. Каждый из этих: классов характеризуется определенными особенностями входящих состав ППП компонентов - входных языков, предметного и системного обеспечения.

Первое поколение

В качестве входных языков ППП первого поколения использовались универсальные языки программирования (Фортран, Алгол-60 и т.п.) или языки управления заданиями соответствующих операционных систем. Проблемная ориентация входных языков достигалась за счет соответствующей мнемоники в идентификаторах. Составление заданий на таком языке практически не отличалось от написания программ на алгоритмическом языке.

Предметное обеспечение первых ППП, как правило, было организовано в форме библиотек программ, т.е. в виде наборов (пакетов) независимых программ на некотором базовом языке программирования (отсюда впервые возник и сам термин «пакет»). Такие ППП иногда называют *пакетами библиотечного типа*, или *пакетами простой структуры*.

В качестве системного обеспечения пакетов первого поколения обычно использовались штатные компоненты программного обеспечения ЭВМ: компиляторы с алгоритмических языков, редакторы текстов, средства организации библиотек программ, архивные системы и т.д. Эти пакеты

не требовали сколько-нибудь развитой системной поддержки, и для их функционирования вполне хватало указанных системных средств общего назначения. В большинстве случаев разработчиками таких пакетов были прикладные программисты, которые пытались приспособить универсальные языки программирования к своим нуждам.

Второе поколение

Разработка ППП второго поколения осуществлялась уже с участием системных программистов. Это привело к появлению специализированных входных языков на базе универсальных языков программирования. Проблемная ориентация таких языков достигалась не только за счет использования определенной мнемоники, но также применением соответствующих языковых конструкций, которые упрощали формулировку задачи и делали ее более наглядной. Транслятор с такого языка представлял собой препроцессор (чаще всего макропроцессор) к транслятору соответствующего алгоритмического языка.

В качестве модулей в пакетах этого класса стали использоваться не только программные единицы (т.е. законченные программы на том или ином языке программирования), но и такие объекты, как последовательность операторов языка программирования, совокупность данных, схема счета и др.

Существенные изменения претерпели также принципы организации системного обеспечения ППП. В достаточно развитых пакетах второго поколения уже можно выделить элементы системного обеспечения, характерные для современных пакетов: монитор, трансляторы с входных языков, специализированные банки данных, средства описания модели предметной области и планирования вычислений и др.

Третье поколение

Третий этап развития ППП характеризуется появлением самостоятельных входных языков, ориентированных на пользователей-непрограммистов. Особое внимание в таких ППП уделяется системным компонентам, обеспечивающим простоту и удобство. Это достигается главным образом за счет специализации входных языков и включения в состав пакета средств автоматизированного планирования вычислений.

Четвертое поколение

Четвертый этап характеризуется созданием ППП, эксплуатируемых в интерактивном режиме работы. Основным преимуществом диалогового взаимодействия с ЭВМ является возможность активной обратной связи с пользователем в процессе постановки задачи, ее решения и анализа полученных результатов. Появление и интенсивное развитие различных форм диалогового общения обусловлено прежде всего прогрессом в области технических средств (графическая подсистема ЭВМ и средства мультимедиа, сетевые средства). Развитие аппаратного обеспечения повлекло за собой создание разнообразных программных средств поддержки диалогового режима

работы (диалоговые операционные системы, диалоговые пакеты программ различного назначения и т. д.).

Прикладная система состоит из *диалогового монитора* - набора универсальных программ, обеспечивающих ведение диалога и обмен данными, и базы знаний об области. Информация о структуре, целях и форма диалога задает сценарий, в соответствии с который монитор управляет ходом диалога. Носителями процедурных знаний о предметной области являются прикладные модули, реализующие функции собственной системы. Таким образом, создание прикладной системы сводится к настройке диалогового монитора на конкретный диалог, путем заполнения базы знаний. При этом программировать в традиционном смысле этого слова приходится лишь прикладные модули, знания о диалоге вводятся в систему с помощью набора соответствующих средств - редактора сценариев. Логично требовать, чтобы редактор сценариев также представлял собой диалоговую программу, отвечавшую рассмотренным выше требованиям. Благодаря готовому универсальному монитору программист может сосредоточиться на решении чисто прикладных задач, выделение же знаний о диалоге в сценарий обеспечивает в значительной степени необходимая гибкость программного продукта.

Большое внимание в настоящее время уделяется проблеме создания *«интеллектуальных ППП»*. Такой пакет позволяет конечному пользователю лишь сформулировать свою задачу в содержательных терминах, не указывая алгоритма ее решения. Синтез решения и сборка целевой программы производятся автоматически. При этом детали вычислений скрыты от пользователя, и компьютер становится интеллектуальным партнером человека, способным понимать его задачи. Предметное обеспечение подобного ППП представляет собой некоторую базу знаний, содержащую как процедурные, так и описательные знания. Такой способ решения иногда называют концептуальным программированием, характерными особенностями которого является программирование в терминах предметной области использование ЭВМ уже на этапе постановки задач, автоматический синтез программ решения задачи, накопление знаний о решаемых задачах в базе знаний.

Краткий обзор некоторых ППП

Для иллюстрации ранее рассмотренных материалов приведем несколько примеров современных пакетов прикладных программ из различных предметных областей. Учитывая, что постоянно появляются новые версии программных продуктов, здесь будут рассматриваться не возможности конкретных версий, а лишь основные структурные компоненты, входящие в состав того или иного пакета.

Autodesk AutoCAD

Основное назначение ППП AutoCAD - создание чертежей и проектной документации. Современные версии этого пакета представляют существенно большие возможности, среди

которых построение трехмерных твердотельных моделей, инженерно-технические расчеты и многое другое.

Первые версии системы AutoCAD, разрабатываемой американской фирмой Autodesk, появились еще в начале 80-х годов двадцатого века, и сразу же привлекли к себе внимание своим оригинальным оформлением и удобством для пользователя. Постоянное развитие системы, учет замечаний, интеграция с новыми продуктами других ведущих фирм сделали AutoCAD мировым лидером на рынке программного обеспечения для автоматизированного проектирования.

Языковые средства

В основе языковых средств ППП AutoCAD - технология Visual LISP, базирующаяся на языке AutoLISP (подмножество языка LISP) и используемая для создания приложений и управления в AutoCAD. Visual LISP представляет полное окружение, включающее:

- Интегрированную среду разработки, облегчающую написание, отладку и сопровождение приложений на AutoLISP
- Доступ к объектам ActiveX и обработчикам событий
- Защиту исходного кода
- Доступ к файловым функциям операционной системы
- Расширенные функции языка LISP для обработки списочных структур данных.

Для разработчиков совместимых приложений в AutoCAD включена поддержка ObjectARX. Это программное окружение представляет объектно-ориентированный интерфейс для приложений на языках C++, C# и VB.NET и обеспечивает прямой доступ к структурам БД, графической подсистеме и встроенным командам пакета.

Кроме того, в AutoCAD имеется поддержка языка Visual Basic for Applications (VBA), что позволяет использовать этот пакет совместно с другими приложениями, в частности, из семейства Microsoft Office.

Предметное обеспечение

К предметному обеспечению пакета в первую очередь относятся функции построения примитивов - различных элементов чертежа. Простые примитивы - это такие объекты как точка, отрезок, круг (окружность) и т.д. К сложным примитивам относятся: полилиния, мультилиния, мультитекст (многострочный текст), размер, выноска, допуск, штриховка, вхождение блока или внешней ссылки, атрибут, растровое изображение. Кроме того, есть пространственные примитивы, видовые экраны и пр. Операции построения *большей части* примитивов могут быть выполнены через пользовательский интерфейс, *все* - через команды языка.

Высокоуровневые средства представлены расширениями и приложениями AutoCAD для конкретных предметных областей. Например в машиностроении используется Autodesk Mechanical Desktop - предназначенный для сложного трехмерного моделирования, в том числе валов и пружин.

Для проектирования деталей из листовых материалов предназначена система Copra Sheet Metal Bender Desktop (разработчик - Data-M Software GmbH). Моделирование динамики работы механизмов может выполняться в системе Dynamic Designer (Mechanical Dynamics). В числе известных архитектурных и строительных приложений можно отметить системы АРКО (АПИО-Центр), СПДС GraphiCS (Consistent Software), ArchiCAD. Для проектирования промышленных объектов может использоваться система PLANT-4D (CEA Technology). Это лишь некоторые из областей использования AutoCAD.

Системное обеспечение

Среди системного обеспечения следует отметить основной формат файлов AutoCAD .dwg, который стал стандартом «де факто» для прочих САПР.

К системному же обеспечению относятся типовые и специализированные библиотеки деталей и шаблонов, использование которых позволяет существенно ускорить процесс проектирования. Здесь же упомянем требования отраслевых и государственных стандартов, которым должны соответствовать чертежи и спецификации.

Конфигурация и настройки различных режимов AutoCAD устанавливаются через т.н. системные переменные. Изменяя их значения можно задавать пути к файлам, точность вычислений, формат вывода и многое другое.

Adobe Flash

Adobe (ранее Macromedia) Flash - это технология и инструментарий разработки интерактивного содержания с большими функциональными возможностями для цифровых, веб- и мобильных платформ. Она позволяет создавать компактные, масштабируемые анимированные приложения (ролики), которые можно использовать как отдельно, так и встраивая в различное окружение (в частности, в веб-страницы). Эти возможности обеспечиваются следующими компонентами технологии: языком Action Script, векторным форматом .swf и видеоформатом .flv, всевозможными flash-плейерами для просмотра и редакторами для создания.

Рассмотрим интегрированную среду Adobe Flash как основное средство создания flash-приложений. При этом отметим, что языковые и системные средства относятся не только к этому пакету, а к технологии в целом.

Язык ActionScript

ActionScript — объектно-ориентированный язык программирования, который добавляет интерактивность, обработку данных и многое другое в содержимое Flash-приложений. Синтаксис ActionScript основан на спецификации ECMAScript (сюда же относятся языки JavaScript и JScript). Библиотека классов ActionScript, написанная на C++, представляет доступ к графическим примитивам, фильтрам, принтерам, геометрическим функциям и пр.

ActionScript как язык появился с выходом 5 версии Adobe (тогда еще Macromedia) Flash, которая стала первой программируемой на ActionScript средой. Первый релиз языка назывался ActionScript 1.0. Flash 6 (MX). В 2004 году Macromedia представила новую версию ActionScript 2.0 вместе с выходом Flash 7 (MX 2004), в которой было введено строгое определение типов, основанное на классах программирование: наследование, интерфейсы и т. д. Также Macromedia была выпущена модификация языка Flash Lite для программирования под мобильные телефоны. ActionScript 2.0 является не более чем надстройкой над ActionScript 1.0, то есть на этапе компиляции ActionScript 2.0 осуществляет некую проверку и превращает классы, методы ActionScript 2.0 в прежние прототипы и функции ActionScript 1.0.

В 2005 году вышел ActionScript 3.0 в среде программирования Adobe Flex, а позже в Adobe Flash 9.

ActionScript 3.0 (текущая версия на момент подготовки этого материала) представляет, по сравнению с ActionScript 2.0 качественное изменение, он использует новую виртуальную машину AVM 2.0 и дает взамен прежнего формального синтаксиса классов настоящее классовое (class-based) Объектно-ориентированное программирование. ActionScript 3.0 существенно производительней предыдущих версий и по скорости приблизился к таким языкам программирования, как Java и C++.

С помощью ActionScript можно создавать интерактивные мультимедиа-приложения, игры, веб-сайты и многое другое.

Системное обеспечение

ActionScript исполняется виртуальной машиной (ActionScript Virtual Machine), которая является составной частью Flash Player. ActionScript компилируется в байткод, который включается в SWF-файл.

SWF-файлы исполняются Flash Player-ом. Flash Player существует в виде плагина к веб-браузеру, а также как самостоятельное исполняемое приложение. Во втором случае возможно создание исполняемых exe-файлов, когда swf-файл включается во Flash Player.

Для создания и просмотра видеофайлов в формате flv используются программные кодеки, поддерживающие этот формат.

Прикладное обеспечение

К прикладному обеспечению в рамках технологии Flash относятся средства создания роликов в форматах .swf, .flv и .exe. Основным инструментом является среда среда Adode Flash, включающая различные средства для создания и редактирования мультимедийного содержания, в т.ч. видео- и аудиофайлов, интегрированную среду разработки на ActionScript и множество дополнительных функций упрощения процесса создания роликов.

Пакет MatLab

MatLab (сокращение от англ. «Matrix Laboratory») — пакет прикладных программ для решения задач технических вычислений, и язык программирования, используемый в этом пакете. По данным фирмы-разработчика, более 1000000 инженерных и научных работников используют этот пакет, который работает на большинстве современных операционных систем, включая GNU/Linux, Mac OS, Solaris и Microsoft Windows.

Язык MatLab

MATLAB как язык программирования был разработан Кливом Моулером (англ. Cleve Moler) в конце 1970-х годов. Целью разработки служила задача использования программных математических библиотек Linpack и EISPACK без необходимости изучения языка Фортран. Акцент был сделан на матричные алгоритмы.

Программы, написанные на MATLAB, бывают двух типов — функции и скрипты. Функции имеют входные и выходные аргументы, а также собственное рабочее пространство для хранения промежуточных результатов вычислений и переменных. Скрипты же используют общее рабочее пространство. Как скрипты, так и функции не компилируются в машинный код, а сохраняются в виде текстовых файлов. Существует также возможность сохранять так называемые pre-parsed программы — функции и скрипты, приведенные в вид, удобный для машинного исполнения и, как следствие, более быстрые по сравнению с обычными.

Системное обеспечение

Язык MATLAB является высокоуровневым интерпретируемым языком программирования, включающим основанные на матрицах структуры данных, широкий спектр функций, интегрированную среду разработки, объектно-ориентированные возможности и интерфейсы к программам, написанным на других языках программирования. Имеются интерфейсы для получения доступа к внешним данным, клиентам и серверам, общающимся через технологии Component Object Model (COM) или Dynamic Data Exchange (DDE), а также периферийным устройствам, которые взаимодействуют напрямую с MATLAB. Многие из этих возможностей известны под названием MATLAB API.

Встроенная среда разработки позволяет создавать графические интерфейсы пользователя с различными элементами управления, такими как кнопки, поля ввода и другими. С помощью компонента MATLAB Compiler эти графические интерфейсы могут быть преобразованы в самостоятельные приложения.

Для MATLAB имеется возможность создавать специальные наборы инструментов (англ. toolbox), расширяющие его функциональность. Наборы инструментов представляют собой коллекции функций, написанных на языке MATLAB для решения определенного класса задач.

Прикладное обеспечение

MATLAB предоставляет удобные средства для разработки алгоритмов, включая высокоуровневые с использованием концепций объектно-ориентированного программирования. В нем имеются все необходимые средства интегрированной среды разработки, включая отладчик и профайлер.

MATLAB предоставляет пользователю большое количество (несколько сотен) функций для анализа данных, покрывающие практически все области математики, в частности:

- Матрицы и линейная алгебра — алгебра матриц, линейные уравнения, собственные значения и вектора, сингулярности, факторизация матриц и другие.
- Многочлены и интерполяция — корни многочленов, операции над многочленами и их дифференцирование, интерполяция и экстраполяция кривых и другие.
- Математическая статистика и анализ данных — статистические функции, статистическая регрессия, цифровая фильтрация, быстрое преобразование Фурье и другие.
- Обработка данных — набор специальных функций, включая построение графиков, оптимизацию, поиск нулей, численное интегрирование (в квадратурах) и другие.
- Дифференциальные уравнения — решение дифференциальных и дифференциально-алгебраических уравнений, дифференциальных уравнений с запаздыванием, уравнений с ограничениями, уравнений в частных производных и другие.
- Разреженные матрицы — специальный класс данных пакета MATLAB, использующийся в специализированных приложениях.

В составе пакета имеется большое количество функций для построения графиков, в том числе трехмерных, визуального анализа данных и создания анимированных роликов, функции для создания алгоритмов для микроконтроллеров и других приложений.

ЧАСТЬ II. ППП MS OFFICE

ТЕМА 2.1 СТРУКТУРА И СОСТАВ MS OFFICE. ОСНОВНЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

Структура MS Office и назначение компонентов

ППП Microsoft Office - это совокупность программных средств автоматизации офисной деятельности. В состав пакета входит множество приложений, каждое из которых предназначено для выполнения определенных функций и может быть использовано автономно и независимо от остальных. Весь набор офисных приложений можно разделить на *основные* и *дополнительные*.

Основные компоненты Microsoft Office

Список и назначение основных компонентов, входящих в состав Microsoft Office приведен в таб. 1.

Таблица 1. Основные компоненты Microsoft Office

Название приложения	Функциональное назначение приложения
Microsoft Word	Текстовый процессор
Microsoft Excel	Табличный процессор
Microsoft PowerPoint	Система подготовки презентаций
Outlook	Система управления персональной информацией
Microsoft Access	Система управления базами данных
Microsoft Binder	Система управления подшивками
Microsoft FrontPage	Система управления Web-узлами
Microsoft PhotoDraw	Графический редактор
Microsoft Publisher	Настольная издательская система
Microsoft Project	Система управления проектами
Microsoft Team Manager	Система управления персоналом

Дополнительные компоненты MS Office

Кроме основных компонентов, в семейство Microsoft Office входит большое количество вспомогательных приложений, которые устанавливаются (или не устанавливаются) вместе с основными. Ими можно воспользоваться из основных приложений или вызвать независимо. В таб. 2 перечислены некоторые из вспомогательных приложений.

Таблица 2. Некоторые вспомогательные приложения Microsoft Office

Название приложения	Функциональное назначение приложения
Microsoft Query	Интерпретатор запросов к внешним базам данных
Microsoft Organization Chart	Программа рисования блок-схем
Microsoft WordArt	Программа создания фигурных текстов
Microsoft Equation	Редактор математических формул
Microsoft Map	Программа отображения данных на географических картах
Microsoft Graph	Программа построения диаграмм
Microsoft Photo Editor	Графический редактор
Microsoft Draw	Средство рисования
Microsoft Find Fast	Служба индексации документов

Microsoft Extended Finder	Средство поиска документов в папках файловой системы и электронной почты
Microsoft Script Editor	Редактор сценариев
Microsoft ClipArt	Коллекция картинок и клипов
Панель Microsoft Office	Средство быстрого доступа к приложениям Office

Кроме основных и вспомогательных приложений, могут быть установлены и использованы различные расширения (надстройки). Их можно условно разделить на три группы:

1. *Самостоятельные приложения*, разработанные фирмой Microsoft, которые являются компонентами семейства Microsoft Office, но формально не входят в состав пакета. Примерами являются приложения Microsoft Project и Microsoft Team Manager.
2. *Надстройки* над компонентами Microsoft Office, разработанные фирмой Microsoft и представляющие собой дополнительные функции. Как правило, надстройки оформляются не в виде готовых к выполнению программ, а в виде документов специального типа: шаблонов, рабочих книг, библиотек динамической компоновки (DLL) и т.п.
3. *Приложения третьих фирм*, разработанные для пользователей Microsoft Office. В этот класс попадают как продукты сторонних фирм, так и собственные разработки пользователей. Сюда можно отнести средства распознавания текстов (OCR), автоматического перевода текста, средства управления большими массивами документов (перечисленные задачи не реализованы или слабо развиты в самом пакете MS
   Office).

Приведенный перечень основных компонентов носит условный характер, поскольку состав пакета зависит от следующих факторов:

1. *Устанавливаемый комплект (или редакция) пакета*. Пакет выпускается в нескольких редакциях, и состав приложений в разных редакциях различен.
2. *Источник установки. Установка* может быть выполнена с компакт-диска или с сетевого сервера. Наборы файлов, которые устанавливаются на компьютер, существенно различаются.
3. *Операционная система*. Microsoft Office может работать под управлением различных ОС: MS Windows и Mac OS. Эти операционные системы могут иметь разные версии и модификации, что также влияет на состав устанавливаемых компонентов.
4. *Наличие на компьютере в момент установки предшествующих версий*. Некоторые компоненты старых версий автоматически включаются в состав обновляемой версии Microsoft Office (если они уже установлены на компьютере).

5. *Параметры, заданные при установке*. В случае так называемой выборочной (т.е. по выбору пользователя) установки, можно указать несколько десятков независимых параметров, влияющих на состав пакета.

Несмотря на большое число различных приложений в составе пакета, все они в совокупности образуют единое целое. Для каждого из приложений MS Office характерно наличие следующих отличительных признаков:

1. совместимость по данным;
2. унифицированный интерфейс;
3. единые средства программирования.

Документы Microsoft Office

Единица данных самого верхнего уровня структуризации в Microsoft Office называется **документом**.

Документы классифицируются по типам в зависимости от того, какого сорта информация в них хранится. Как правило, документы разных типов обрабатываются разными приложениями Microsoft Office. Основные типы документов, с которыми работают программы Microsoft Office, перечислены в таб. 3.

Таблица 3. Основные типы документов Microsoft Office

Название	Расширение	Приложение	Краткое описание
Документ	.doc	Word	Основной тип документов Word. Содержит форматированный текст, т.е. текст с дополнительной информацией о шрифтах, отступах, интервалах и т.п., а также рисунки, таблицы и другие элементы
Рабочая книга	.xls	Excel	Основной тип документов Excel. Содержит данные различных типов: формулы, диаграммы и макросы
База данных	.mdb	Access	Основной тип документов Access. Содержит как собственно базу данных, то есть совокупность таблиц, так и соответствующие запросы, макросы, модули, формы и отчеты
Презентация	.ppt	PowerPoint	Основной тип документов PowerPoint. Содержит презентацию, состоящую из набора слайдов, заметок выступающего, раздаточных материалов и другой информации
Публикация	.pub	Publisher	Основной тип документов Publisher. Как и Word, содержит форматированный текст, рисунки, таблицы и т.п.

План проекта	.mpp	Project	Основной тип документов Project. Содержит календарный план проекта, описание задач, ресурсов и их взаимосвязи

Исходя из вышесказанного, можно сделать следующий вывод: входящие в состав пакета MS Office приложения способны тесно взаимодействовать при решении прикладных задач; они создают единую информационную среду и позволяют обмениваться объектами. Документы Microsoft Office являются частными примерами объектов. Поэтому Microsoft Office является *документо-ориентированным пакетом* (средой).

Программная среда

Основным средством разработки приложений в MS Office является комплексное решение на основе языка Visual Basic, а именно - Visual Basic for Application (VBA). Эта технология включает макрорекордер, интерпретатор Visual Basic, интегрированную среду разработки с встроенным отладчиком, библиотеки времени выполнения (runtime library) и библиотеки типов, представляющие объекты пакета. Эти средства позволяют расширять функциональность пакета и адаптировать его к решению специализированных задач.

Интерфейс MS Office

Приложения Microsoft Office имеют унифицированный интерфейс, суть которого заключается в следующем: сходные функции имеют одинаковое обозначение (название команды или значок на кнопке), а несходные функции имеют различные обозначения.

В большей степени унификация коснулась интерфейсов таких приложений, как Microsoft Word, Microsoft Excel и Microsoft PowerPoint.

Одним из достоинств пакета Microsoft Office является последовательное использование графического интерфейса пользователя (Graphical User Interface, GUI), представляемого операционной системой и различных элементов управления. Как правило, отдельные элементы группируются в более крупные конструкции, такие как окна, панели инструментов, меню. Рассмотрим характеристику каждой из этих групп.

Оконный интерфейс

Оконный интерфейс - такой способ организации пользовательского интерфейса программы, когда каждая интегральная часть располагается в *окне* — собственном субэкранном пространстве, находящемся в произвольном месте «над» основным экраном. Несколько окон одновременно располагающихся на экране могут перекрываться, находясь «выше» или «ниже» друг относительно друг

В MS Office использует окна четырех типов:

- окно приложения;
- окно документа; • диалоговое окно;

- форма.

Панели инструментов

Панели инструментов - это элементы пользовательского интерфейса, на которых могут располагаются такие элементы управления, как кнопки быстрого вызова и раскрывающиеся списки. Панели инструментов разных приложений могут содержать кнопки, сходные по функциям и внешнему виду, что упрощает освоение интерфейса Microsoft Office.

Панели инструментов могут быть:

- пристыкованными вдоль границы окна приложения;
- плавающими, т.е. находится в любой части окна приложения;
- представленными в отдельных окнах; в этом случае форму и размеры панели инструментов можно менять произвольно.

Меню

Меню представляет доступ к иерархическим спискам доступных команд. Результатом выбора команды из меню может быть:

- непосредственное выполнение некоторого действия;
- раскрытие еще одного меню;
- раскрытие диалогового окна или формы.

Меню интерфейса Microsoft Office, кроме строки меню любого приложения, можно разделить (по способу перехода к ним) на раскрывающиеся и контекстные (или всплывающие).

Элементы управления

Элементы управления - это объекты оконного интерфейса, реализующие типовые операции с интерфейсом: щелчок мышью, выбор из списка, выбор вариантов, прокрутка и т.п. К элементам управления относятся следующие: кнопки, текстовые поля (или поля ввода), флажки, переключатели, списки и раскрывающиеся списки, полосы прокрутки, палитры, счетчики и прочие, специфичные для некоторых приложений или условий.

ТЕМА 2.2 ВВЕДЕНИЕ В ОФИСНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Офисное программирование — это процесс разработки приложений, предназначенных для автоматизации офисной деятельности с использованием специализированных пакетов (MS Office, OpenOffice.org или подобных).

Офисное программирование имеет ряд особенностей, отличающих его от программирования в общем смысле:

- цели разработки;
- область применения;

- макроязык;
- среда разработки;
- поддержка объектно-ориентированного программирования.

Рассмотрим эти особенности на примере MS Office.

Цели разработки

В офисной среде *программный проект неразрывно связан с документом*, хранится как часть документа и не может существовать независимо от него. *Документ, а не программа, является целью разработки.*

Стандартные возможности среды по работе с документами велики. Однако возможность изменить типовой документ, снабдив его дополнительными функциями – это одна из важнейших задач офисного программирования. Для ее решения офисная среда представляет совокупность библиотек классов, которые составляют каркас (Framework) текстовых документов, электронных таблиц, презентаций, баз данных и приложений на основе этих документов. Всякий раз, когда создается новый документ, его каркас составляют объекты библиотек, заданные по умолчанию. Этот каркас можно существенно изменить, добавив в документ новые свойства. Расширение каркаса не требует от программиста значительных усилий – достаточно включить в него необходимые библиотеки классов.

Область применения

Область применения офисного программирования широка – от настройки отдельных документов до решения задач автоматизации офисной деятельности масштаба предприятия, в т.ч. ориентированных на совместную работу в глобальной сети.

Visual Basic for Application

Visual Basic для приложений (Visual Basic for Application, VBA) – это инструмент разработки приложений, который позволяет создавать программные продукты, решающие практически все задачи, встречающиеся в среде Windows. Эти продукты можно использовать, например, для оформления документов (подготовки текстов) или анализа данных таблиц (электронных таблиц). VBA – уникальное приложение, поскольку оно встраивается в другое приложение и расширяет его функциональные возможности.

Visual Basic for Application (VBA) - стандартный макроязык пакета Microsoft Office, предназначенный для расширения функциональных возможностей приложения в котором используется.

С помощью VBA можно:

- создать собственное диалоговое окно и придать ему требуемый внешний вид;
- создать макросы, расширяющие функциональные возможности приложения, в которое встроен VBA;

- изменить меню приложения Microsoft Office;
- управлять другим приложением Microsoft Office или принадлежащими ему данными;
- объединить данные из нескольких приложений Microsoft Office в одном документе;
- автоматически создавать или изменять страницы Web, совместно используя приложения Microsoft Office и VBA.

Для разработчика доступны следующие инструменты и средства, которые используются при создании проекта VBA:

- отладка приложений без предварительной компиляции;
- средства Win32 API;
- SQL и объекты доступа к данным для управления данными и извлечения их из внешних источников данных, таких как Microsoft SQL Server;
- построение и проверка элементов интерфейса непосредственно в среде разработки VBA (Integrated Development Environment, IDE);
- связывание программ и процедур с событиями, которые возникают в приложениях VBA.

Среда разработки

Среда приложений Office ориентирована в первую очередь на пользователей, а не на программистов и в ней можно создавать документы без всякого программирования. Поэтому программист обычно начинает работать с документами не на пустом месте, а с их заготовками, созданными пользователями, т.е. и сам программист может выступать в роли пользователя. Средства совместной работы над документами Office обеспечивают одновременную работу программистов и пользователей.

Среда MS Office предлагает два способа создания программ, отличающихся подходом к процессу: использование макрорекордера и ручное кодирование (на языке VBA). Эти подходы ориентированы на разные категории: непосредственно пользователей и программистов соответственно.

Макрорекордер (MacroRecorder) – это программный инструмент, записывающий действия пользователя при работе с документами и приложениями, с сохранением записи в виде макроса -исходного кода на языке VBA. При вызове сохраненного макроса воспроизводится вся сохраненная последовательность действий.

Макрорекордер представляет возможность создания программного проекта или, по крайней мере, его отдельных компонентов автоматически, без программирования. Для записи и воспроизведения макроса не требуется специальных знаний, поэтому пользователь может самостоятельно создавать программы (макросы), в общем случае даже не представляя себе, как они работают.

Для программиста макрорекордер полезен тем, что позволяет создавать фрагменты программы автоматически, тем самым увеличивая скорость разработки и уменьшая время отладки.

Интегрированная среда разработки на VBA (Visual Basic Environment, VBE) - встроенное в MS Office средство для написания, тестирования и отладки приложений на VBA. Среда VBE представляет все возможности для создания законченных офисных приложений, включая средства визуального проектирования пользовательского интерфейса. VBE ориентирована на использование программистами для разработки офисных приложений (это отнюдь не означает, что пользователи не могут применять VBE).

Поддержка ООП

Разработка приложений для MS Office тесно связана с парадигмой объектно-ориентированного программирования. Все документы (более того, сами компоненты пакета) в MS Office - суть объекты, наделенные собственными наборами свойств (характеристик объекта), методов (подпрограмм управления свойствами) и событий (подпрограмм, обрабатывающих изменения состояния объекта в результате некоторых действий). Соответственно, для обеспечения более полной интеграции с пакетом, входной язык (VBA) также поддерживает ООП.

Все объекты приложения MS Office образуют иерархическую структуру, которая определяет связь между ними и способ доступа. Такая структура называется объектной моделью (object model). За рамки объектной модели выходят, но также могут использоваться в офисных приложениях, внешние объекты, поддерживающие технологии DDE, OLE/ActiveX и ряд других.

В объектно-ориентированную концепцию удачно вписывается технология *визуального программирования*. Все отображаемые элементы графического интерфейса, такие как формы, элементы управления, меню и панели инструментов являются объектами, наделенными набором свойств и методов и способными реагировать на события (например, щелчки мыши, нажатия клавиш и т.п.). При визуальном подходе не требуется программного задания (хотя это и возможно) их основных свойств (например, ширина или высота, цвет фона и т.п.). Эти свойства можно задать при помощи мыши (например, ширину и высоту формы путем операции "перетаскивания" маркеров) или установить их в окне свойств (название формы, цвет фона формы и т. д.). Таким образом, визуальное программирование делает проектирование интерфейса программы более наглядным и быстрым. При этом сохраняется возможность управлять всеми объектами и программно.

Преимущества офисного программирования

Преимущества, которые получает конечный пользователь, использующий программируемые офисные документы:

- Пользователь получает документы, обладающие новыми функциями и способные решать задачи, характерные для проблемной области пользователя.
- Пользователь находится в единой офисной среде независимо от того, с каким документом он работает в данный момент и какой программист разрабатывал этот документ.
- Большинство доступных при работе с документами функций являются общими для всех документов, поскольку их предоставляет сама офисная среда. Единый стиль интерфейса разных документов облегчает работу с ними.
- Пользователь сам, не будучи программистом, способен создавать простые виды программируемых офисных документов, постепенно совершенствуясь в этой деятельности.

Преимущества, которые получает программист, работающий в Office:

- В распоряжении программиста находится мощная интегрированная среда. Для него эта среда представлена в виде совокупности хорошо организованных объектов, доступных в языке программирования и по принципу работы ничем не отличающихся от встроенных объектов языка или объектов, создаваемых самим программистом.
- Большинство повседневных задач становятся для него простыми, – чтобы их решить, зачастую достаточно стандартных средств.
- Там, где стандартных средств не хватает, где у документа должны появиться новые функциональные возможности, где необходимо создать документ по заказу, вступает в силу язык программирования – VBA, существенная особенность которого – возможность работы с объектами любого из приложений Office.
- Офисное программирование позволяет применять на практике идеи компонентного программирования. Компонентный подход предполагает взаимодействие компонентов, создаваемых в разных программных средах, на разных языках, на разных платформах и находящихся на разных машинах. Работа с компонентами (DLL, ActiveX, AddIns, ComAddIns) является неотъемлемой частью офисного программирования.

ТЕМА 2.3 МАКРОСЫ. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАКРОРЕКОРДЕРА

Макросы

Независимо от используемых операционной системы и программных приложений MS Office пользователь часто выполняет одни и те же последовательности команд для многих

рутинных задач. Вместо повторения последовательности команд каждый раз, когда необходимо выполнить какую-либо задачу, можно создать макрос (macro), который вместо пользователя будет выполнять эту последовательность. Термин macro произошел от греческого слова, означающего расширенный или растянутый.

Макрос – это программа (в контексте офисного программирования - созданная автоматически), состоящая из списка команд, которые должны быть выполнены приложением.

Основными преимуществами использования макросов являются:

- повышение точности и скорости работы, поскольку компьютеры лучше приспособлены для выполнения повторяющихся задач, чем человек;
- при выполнении макросов обычно нет необходимости в присутствии человека-оператора; в случае, если макрос очень длинный и выполняет операции, требующие значительного времени (например, поиск в базе данных и сортировка), пользователь может переключиться на другое приложение.

Макрос служит для объединения нескольких различных действий в одну процедуру, которую можно легко вызвать. Этот список команд состоит в основном из макрокоманд, которые тесно связаны с приложением, в котором создается макрос – т.е. с командами Word, Excel или других приложений Microsoft Office.

Можно выделить *три основные разновидности макросов*:

1. *Командные макросы* – это наиболее распространенные макросы, обычно состоящие из операторов, эквивалентным тем или иным командам меню или параметрам диалоговых окон. Основным предназначением такого макроса является выполнение действий, аналогичных командам меню – т.е. изменение окружения и основных объектов приложения.
2. *Пользовательские функции* – работают аналогично встроенным функциям приложения. Отличие этих функций от командных макросов состоит в том, что они используют значения передаваемых им аргументов, производят некоторые вычисления и возвращают результат в точку вызова, но не изменяют среды приложения.
3. *Макрофункции* – представляют сочетание командных макросов и пользовательских функций. Они могут использовать аргументы и возвращать результат, подобно пользовательским функциям, а также могут изменять среду приложения, как и командные макросы. Чаще всего эти макросы вызываются из других макросов, и активно используются для модульного программирования.

Поддержка макросов позволяет порой обойтись вообще безо всякого программирования: достаточно включить автоматическую запись выполняемых пользователем действий и в результате получить готовый макрос, а затем назначить ему

кнопку на панели инструментов или новую команду меню, которые будут использоваться для вызова. Простые макросы удается создавать, не написав вручную ни одной строки программного кода.

Для разработки же серьезных приложений приходится программировать.

Таким образом, различают 2 способа разработки макроса:

- автоматическое создание, с использованием макрорекордера;
- написание макроса "с нуля", используя язык программирования VBA.

Отметим, что возможен и комбинированный подход: фрагменты будущей программы записываются автоматически, а затем они корректируются и дополняются "рукописным" кодом.

Для записи макросов из приложений Microsoft Office используется **макрорекордер**. Это встроенный инструмент, который фиксирует все действия пользователя, включая ошибки и неправильные запуски. При выполнении макроса интерпретируется каждая записанная макрорекордером команда точно в такой последовательности, в которой пользователь выполнял их во время записи.

Для **записи макроса** в приложении Microsoft Office можно использовать меню "Сервис/Макрос/Начать запись" или выбрать кнопку "Записать макрос" на панели инструментов Visual Basic. До начала записи нужно указать имя макроса и определить, где он будет храниться и как будет доступен. Затем выполнить действия, которые требуется сохранить в макросе. Для завершения записи нужно на панели инструментов "Остановка записи" щелкнуть кнопку "Остановить запись".

Для **выполнения макроса** необходимо:

1. Установить курсор в место вставки выполнения макроса.
2. Выбрать пункт меню "Сервис/Макрос/Макросы".
3. В появившемся диалоговом окне "Макрос" выбрать имя нужного макроса и выбрать "Выполнить".

Чтобы **просмотреть код** записанного макроса, надо выбрать меню "Сервис/Макрос/Макросы". В появившемся диалоговом окне выбрать имя нужного макроса и щелкнуть кнопку "Изменить". Исходный код указанного макроса будет загружен в окно редактора Visual Basic.

Структура записанного макроса

Макросы, создаваемые макрорекордером MS Office, сохраняются в специальной части файла данных, называемой *модулем*. Модуль VBA содержит исходный код программы на языке VBA. Фактически макрос является подпрограммой (а точнее, процедурой) VBA.

Записанный макрос имеет строго определенную структуру. Ниже представлен исходный код простого макроса, созданного в Microsoft Word.

Листинг 1. Пример макроса

```
Sub Hello()
' Макрос изменяет размер, начертание шрифта, выравнивание абзаца и
' выводит надпись в активный документ MS Word
'
        Selection.Font.Size = 24
        Selection.Font.Bold = wdToggle
        Selection.ParagraphFormat.Alignment = wdAlignParagraphCenter
        Selection.TypeText Text:="Hello, World!"
End Sub
```

В общем виде структуру кода макроса можно представить следующим образом[2]:

```
Sub имяМакроса ()
' текст комментария
        Оператор1
        Оператор2 ...
        ОператорN
End Sub
```

Каждый макрос VBA начинается с ключевого слова Sub, за которым следует имя макроса. Строку, содержащую ключевое слово Sub и имя макроса, называют *строкой объявления (declaration)* макроса. За именем макроса всегда следуют пустые круглые скобки (т.к. макрос является процедурой VBA без параметров).

За строкой объявления макроса следуют строки комментариев. *Комментарий (comment)* – это строка в макросе VBA, которая не содержит инструкций, являющихся частью этого макроса. Каждая строка комментария начинается с символа апострофа ('). Комментарии содержат имя макроса и текст, который был введен пользователем в текстовое поле "Описание" ("Description") диалогового окна "Запись макроса" ("Record Macro") в момент записи этого макроса.

Сразу за объявлением макроса следует *тело макроса (body)*. Каждая строка в теле макроса состоит из одного или более операторов VBA. *Оператор VBA (statement)* – это последовательность ключевых слов и других символов, которые вместе составляют одну полную инструкцию для VBA. Макрос VBA состоит из одного или нескольких операторов.

[2] Локализованные версии пакета MS Office позволяют использовать в макросах символы национальных алфавитов (например, в идентификаторах). Однако не следует пользоваться этой сомнительной возможностью во избежании сложностей с отладкой и портированием приложений на VBA.

Конец макроса выделяется ключевой строкой End Sub, завершающей тело макроса.

ТЕМА 2.4 СРЕДА РАЗРАБОТКИ VBE

Visual Basic for Application (VBA) – это система программирования, которая используется как единое средство программирования во всех приложениях Microsoft Office. Всякая система программирования включает в себя, по меньшей мере, три составные части:

1. Язык (или языки) программирования.
2. Среду разработки, т.е. набор инструментов для написания программ, редактирования, отладки и т.п.
3. Библиотеку (или библиотеки) стандартных программ, т.е. набор готовых программ (процедур, функций, объектов и т.д.), которые можно использовать как готовые элементы при построении новых программ.

Для создания офисных приложений в MS Office имеется *интегрированная среда разработки* (Integrated Development Environment, *IDE*) с унифицированным интерфейсом. VBA IDE – это набор инструментов разработки программного обеспечения, таких как редактор Visual Basic (Visual Basic Editor, VBE), средства отладки, средства управления проектом и т.д.

Вызов VBA IDE из любого приложения выполняется через комбинацию клавиш Alt+F11 или меню "Сервис/Макрос/Редактор Visual Basic".

Структура VBE

VBE – это стандартное интерфейсное окно, содержащее меню, панели инструментов, другие окна и элементы, которые применяются при создании проектов VBA. Общий вид окна редактора Visual Basic представлен на рис. 3.

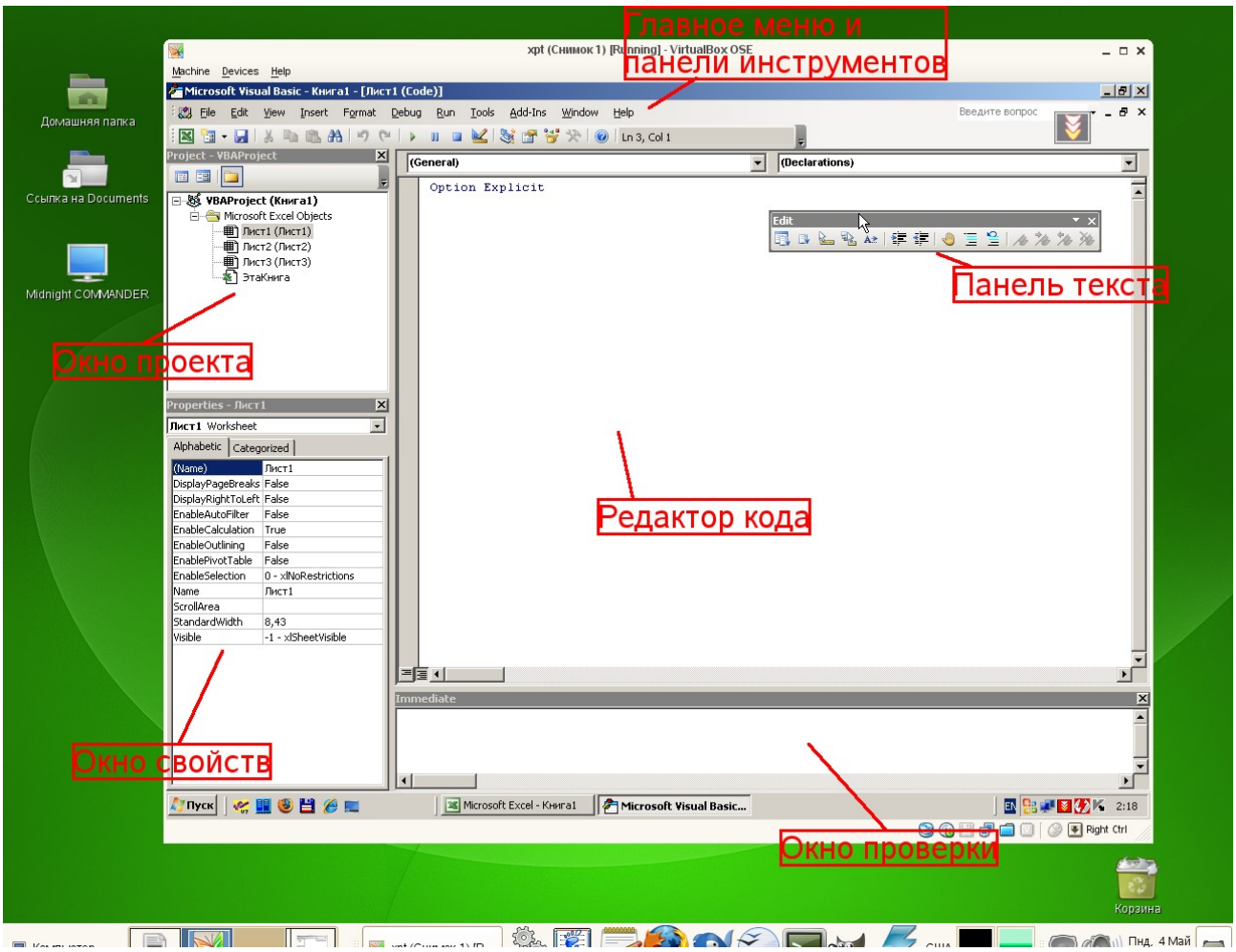


Рисунок 3. Окно редактора Visual Basic

Основными (открывающимися по умолчанию) являются три окна: окно проекта, окно свойств и окно редактирования кода. Краткое описание этих и некоторых других компонентов VBE приведено в таб. 4. Все они доступны через команды, представленные в меню "Вид".

Таблица 4. Назначение компонентов VBE

Наименование окна	**Описание**
Project (Проект)	Предназначено для отображения всех открытых проектов, а также их составляющих: модулей, форм и ссылок на другие проекты
Toolbox (Панель элементов)	Содержит элементы управления для конструирования форм
UserForm	Используется для создания форм путем размещения на них элементов
Наименование окна	**Описание**
	управления

Code (Программа)	Предназначено для просмотра, написания и редактирования программы на языке VBA. Поскольку среда разработки является многооконной, то для каждого модуля проекта можно открыть отдельное окно
Properties (Свойства)	Отображает свойства выделенных объектов. В этом окне можно задавать новые значения свойств формы и элементов управления
Object Browser (Просмотр объектов)	Отображает классы, свойства, методы, события и константы различных библиотек объектов. Используется для быстрого получения информации об объектах
Immediate (Проверка)	Предназначено для быстрого выполнения вводимых в него инструкций. В данном окне также выводятся результаты выполнения вводимых инструкций
Locals (Локальные переменные)	Автоматически показывает все переменные данной процедуры
Watches (Контрольные значения)	Применяется при отладке программ для просмотра значений выражений

Характеристики компонентов VBE

Окно проекта (Project)

Проект – это совокупность всех программных модулей, связанных с документом Microsoft Office. Окно *Project (Проект)* предназначено для быстрого получения информации о различных составляющих проекта.

Проект может содержать модули следующих видов:

- *Объекты основного приложения*. Проекты VBA выполняются совместно с другими приложениями. Приложение, в котором разрабатывается и выполняется проект VBA, называется основным.
- *Модули форм*. В VBA имеется возможность создавать пользовательские формы, предназначенные для ввода или вывода данных, а также процедуры обработки событий, возникающие в этих формах.
- *Модули кода*. Модульность - один из основных принципов парадигмы структурного программирования. Каждый модуль, как правило, содержит подпрограммы, сходные по назначению. Небольшие модули проще отлаживать и использовать повторно. В частности, в VBE имеются средства импорта/экспорта готового кода.
- *Модули классов*. VBA позволяет создавать и использовать собственные объекты. Описание объектов включается в модули класса. Каждый модуль класса содержит полную информацию об одном типе объекта.

С помощью окна проекта можно добавить или удалить какой-либо объект из проекта. Модули кода добавляются в проект командой "Вставить/Модуль". Формы создаются командой "Вставить/UserForm", а модули класса командой "Вставить/Модуль класса".

Окно проекта можно использовать также для быстрой навигации по формам проекта и программному коду. Для этого необходимо выбрать в контекстном меню соответственно команды "Объект" или "Программа".

Окно свойств (Properties)

Список свойств выделенного объекта выводится в окне Properties (Свойства). Для того чтобы выделить объект, необходимо с помощью окна проекта выбрать форму и перейти в режим конструктора, используя команду "View Object". Свойства объекта можно упорядочить в алфавитном порядке (Alphabetic (По алфавиту)) или по категориям (Categorized (По категориям)), выбрав соответствующую вкладку. Предусмотрена также возможность получения быстрой справки по какому-либо свойству объекта. Для этого достаточно установить курсор на нужное свойство и нажать клавишу F1.

Окно просмотра объектов(Object Browser)

Окно Object Browser (Просмотр объектов) предназначено для просмотра объектов, доступных при создании программы. Точнее, в этом окне отображаются не сами объекты, а структура соответствующего класса объектов. Окно просмотра объектов может использоваться для поиска метода или свойства объекта.

Окно Code (Окно редактирования кода)

Окно Code (Программа) представляет собой текстовый редактор, предназначенный для написания и редактирования кода процедур приложения. Это окно появляется на экране, например, при создании нового модуля. Код внутри модуля организован в виде отдельных разделов для каждого объекта, программируемого в модуле. Переключение между разделами выполняется путем выбора значений из списка "Object" ("Объект"), который находится в левом верхнем углу окна. Каждый раздел может содержать несколько процедур, которые можно выбрать из списка "Procedure" ("Процедура") в правом верхнем углу.

Интеллектуальные возможности редактора кода:

1. При написании кода пользователю предлагается список компонентов, логически завершающих вводимую пользователем инструкцию.
2. На экране автоматически отображаются сведения о процедурах, функциях, свойствах и методах после набора их имени.
3. Автоматически проверяется синтаксис набранной строки кода сразу после нажатия клавиши Enter. В результате проверки выполняется выделение определенных фрагментов текста:

- красным цветом – синтаксические ошибки; • синим цветом – зарезервированные ключевые слова;
- зеленым цветом – комментарии.

4. Если курсор расположить на ключевом слове VBA, имени процедуры, функции, свойства или метода и нажать клавишу F1, то на экране появится окно со справочной информацией об этой функции.

Окно редактирования форм (UserForm)

Для создания диалоговых окон, разрабатываемых приложений VBA, используются формы. Редактор форм является одним из основных средств визуального программирования. При добавлении формы в проект (команда "Insert" – "UserForm" ("Вставить" – "UserForm")) на экран выводится незаполненная форма с панелью инструментов Toolbox (Панель элементов).

Используя панель инструментов Toolbox (Панель элементов) из незаполненной формы конструируется требуемое для приложения диалоговое окно. Размеры формы и размещаемых на ней элементов управления можно изменять. Также окно редактирования форм поддерживает операции буфера обмена. Кроме того, команды меню "Format" ("Формат") автоматизируют и облегчают процесс выравнивания элементов управления как по их взаимному местоположению, так и по размерам.

Окна отладочной информации

Окно Immediate (Проверка) позволяет ввести инструкцию и выполнить ее. При этом инструкция должна быть записана в одну строку, директивы которой будут выполнены после нажатия клавиши Enter. Данное окно можно использовать для быстрой проверки действий, выполняемой той или иной инструкцией. Это позволяет не запускать всю процедуру, что удобно при отладке программ.

Окно Locals (Локальные переменные) автоматически отображает все объявленные переменные текущей процедуры и их значения.

Окно Watches (Контрольные значения) применяется при отладке программ для просмотра значений выражений.

Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО
Методической комиссией
горно-механического факультета

«___» _____ 2018 г.
Председатель комиссии
проф. В. П. Барановский

Брагин В. Г., Волков Е. Б., Казаков Ю. М.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Учебное пособие

Издание УГГУ Екатеринбург, 2018

УДК 531
Б 87

Рецензент: *Н. М. Суслов*, д-р техн. наук, заведующий кафедрой ГМК
Уральского государственного горного университета.

Учебное пособие рассмотрено на заседании кафедры технической механики от «07» июня 2018 г. (протокол № 7) и рекомендовано для издания в УГГУ.

Печатается по решению Учебно-методического совета Уральского государственного горного университета.

Брагин В. Г., Волков Е. Б., Казаков Ю. М.

Б 87 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА: Учебное пособие / Ю. М. Казаков, В. Г. Брагин, Е. Б. Волков. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2018. – 250 с.
ISBN 978-5-8019-0460-3

Учебное пособие содержит краткие методические указания, примеры решений задач и упражнения для самостоятельной работы по основным темам курса теоретической механики: статика, кинематика точки и простейшие движения твёрдых тел, сложное движение точки, динамика точки и механической системы. Учебное пособие для студентов всех специальностей очной и заочной форм обучения.

ISBN 978-5-8019-0460-3

©Брагин В. Г., Волков Е. Б.,
Казаков Ю. М., 2018
©Уральский государственный горный университет, 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. СТАТИКА 4
1.1. Основные понятия статики 4
1.2. Система сходящихся сил. Условия равновесия 9
1.3. Произвольная плоская система сил 16
1.4. Равновесие систем тел 26
1.5. Произвольная пространственная система сил 34
1.6. Равновесие тел при наличии сил трения 44
2. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ И ТВЁРДОГО ТЕЛА 55
2.1. Криволинейное движение точки 55
2.2. Поступательное движение и вращение твердого тела 62
вокруг неподвижной оси 62
2.3. Скорости точек при плоскопараллельном движении твёрдого тела 73
2.4. Ускорения точек при плоскопараллельном движении твёрдого тела 84
3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ 100
3.1. Основные понятия и определения сложного движения точки 100
4. ДИНАМИКА ТОЧКИ 114
4.1. Дифференциальные уравнения движения точки 114
4.2. Колебания материальной точки 124
4.3. Теорема об изменении кинетической энергии точки 134
5. ОБЩИЕ ТЕОРЕМЫ ДИНАМИКИ СИСТЕМЫ 146
5.1. Теорема о движении центра масс системы 146
5.2. Теорема об изменении кинетического момента системы
относительно оси 148
5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы 153
5.4. Применение общих теорем динамики системы к описанию
движений твёрдого тела 162
6. ПРИНЦИПЫ МЕХАНИКИ 177
6.1. Принцип Даламбера для системы 177
6.2. Принцип возможных перемещений 182
6.3. Общее уравнение динамики 189
6.4. Уравнения Лагранжа II рода 201
7. ОТВЕТЫ И КРАТКИЕ ПОЯСНЕНИЯ 220
7.1. Ответы к упражнениям главы 1 220
7.2. Ответы к упражнениям главы 2 226
7.3. Ответы к упражнениям главы 3 231
7.4. Ответы к упражнениям главы 4 233
7.5. Ответы к упражнениям главы 5 236
7.6. Ответы к упражнениям главы 6 241
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ 249

1. СТАТИКА

1.1. Основные понятия статики

Статика представляет раздел теоретической механики, в котором освещаются условия равновесия тел под действием систем сил.

Материальной точкой называют простейшую модель материального тела, размерами которого можно пренебречь и которое можно принять за геометрическую точку, имеющую массу, равную массе тела. Совокупность материальных точек называется **системой материальных точек**. Если система материальных точек такова, что движение каждой точки зависит от положения и движения остальных точек системы, то система называется **механической системой материальных точек**. Любое материальное тело представляет собой механическую систему материальных точек. Если точки системы связаны между собой так, что расстояния между любыми двумя точками не изменяются, то система называется **неизменяемой системой**, а тело – **абсолютно твердым телом**.

Силой в механике называют меру механического действия одного материального объекта (например, твердого тела) на другой. Единицей измерения силы в системе СИ является ньютон (Н). Совокупность сил, действующих на механическую систему (в частности, на твёрдое тело), называют **системой сил.**

Если система сил, приложенная к твердому телу, оставляет его в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения, то такая система сил называется **уравновешенной,** или **системой сил, эквивалентной нулю**.

Если одну систему сил, действующих на твердое тело или материальную точку, можно заменить другой системой, не изменяя при этом состояния покоя или движения, в котором находится тело или материальная точка, то такие две системы сил называются **эквивалентными**. Если система сил эквивалентна одной силе, то эта сила называется **равнодействующей** данной системы сил.

Основные виды связей и их реакции

Всякое твердое тело, которое может занимать произвольное положение в пространстве, называется свободным. Если на тело наложены внешние связи, стесняющие (ограничивающие) свободу его перемещений, то тело является несвободным. Сила, с которой данная связь действует на тело, препятствуя его перемещениям, называется **реакцией связи**. Всякое несвободное твердое тело можно рассматривать как свободное, если освободить тело от связей и заменить действие связей их реакциями. **Реакция связи направлена в сторону, противоположную тому направлению, вдоль которого связь препятствует перемещению тела.**

Опора тела на гладкую плоскость (поверхность) без трения. Реакция $\vec{R}$ абсолютно гладкой поверхности приложена в точке касания и направлена перпендикулярно к общей касательной соприкасающихся поверхностей (рис. 1.1, *a*). Такая реакция называется **нормальной реакцией**.

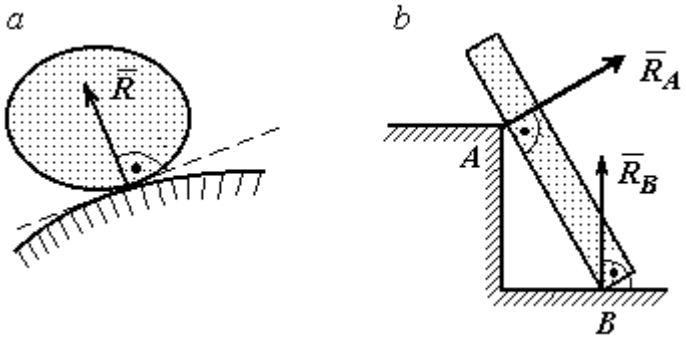


Рис. 1.1. Реакция опоры:

Брус с гладкой поверхностью (рис. 1.1, *b*), опирающийся в точке *B* на гладкий пол и в точке *A* на ребро (точечную опору), имеет реакциями опор $\vec{R}_B$ – реакцию пола и $\vec{R}_A$ – реакцию ребра (точечной опоры). Реакции приложены к брусу и направлены по нормалям к поверхности пола и поверхности бруса.

Цилиндрический шарнир и подвижная опора (каток). Цилиндрический шарнир (на рис. 1.2, *a* обозначен буквой *A*) представляет собой устройство, которое допускает поворот тела в плоскости, перпендикулярной оси шарнира (например, цилиндрическая втулка, надетая на неподвижный цилиндр).

Реакция цилиндрического шарнира $\vec{R}_A$ лежит в плоскости, перпендикулярной оси шарнира. При решении задач неизвестную по величине и направлению реакцию цилиндрического шарнира представляют в виде составляющих, $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, направленных вдоль координатных осей (см. рис. 1.2, *a*). Величина реакции $\vec{R}_A$ определяется по формуле: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$, где $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$ – составляющие реакции.

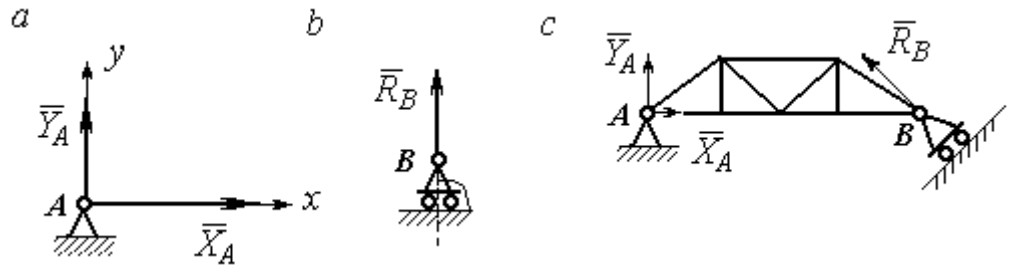


Рис. 1.2. Реакции шарнирных опор:
a – цилиндрический шарнир; *b* – каток; *c* – мостовая конструкция с цилиндрической шарнирной опорой и опорой на каток

Реакция $\vec{R}_B$ опоры на каток (подвижной опоры) (рис. 1.2, *b*) перпендикулярна опорной поверхности.

На рис. 1.2, *c* показаны реакции связей мостовой конструкции с цилиндрической шарнирной опорой и подвижной опорой (катком). Реакция цилиндрического шарнира в точке *A* изображена в виде разложения на взаимно перпендикулярные составляющие $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, реакция $\vec{R}_B$ катка в точке *B* перпендикулярна наклонной плоскости, на которой стоит каток.

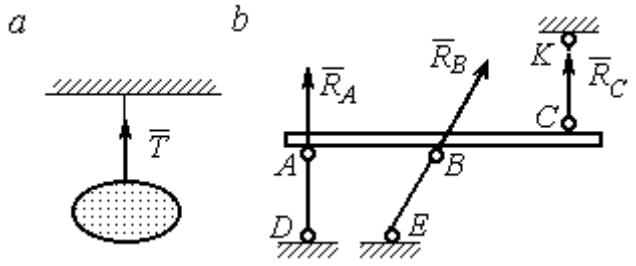


Рис. 1.3. Реакция гибкой нити и невесомого стержня

Гибкая связь и жесткий невесомый стержень. Связь в виде гибкой нерастяжимой нити (каната, троса) препятствует удалению тела от точки подвеса. (рис. 1.3, *a*). Реакция связи $\vec{T}$,

равная натяжению нити, приложена к телу и направлена вдоль нити в сторону противоположную направлению, вдоль которого нить препятствует перемещению тела

Если опорой тела служит невесомый стержень с шарнирами на концах, то реакция прямолинейного стержня приложена к телу и направлена вдоль стержня. Направление реакции стержня противоположно направлению, по которому стержень препятствует перемещению тела.

Реакции невесомых стержней, удерживающих балку, изображённую на рис. 1.3, *b*, направлены исходя из предположения, что балка может перемещаться вниз. При этом стержни *AD* и *BE* сжаты, а стержень *CK* растянут.

Сферический шарнир. Связь в виде сферического шарнира не позволяет перемещать тело в пространстве, но допускает поворот в пространстве вокруг неподвижной точки. Реакция сферического шарнира может иметь любое направление в пространстве. При решении задач реакцию изображают ее составляющими. На рис. 1.4 реакция $\vec{R}_A$ сферического шарнира A разложена на составляющие $\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Z}_A$ по направлениям координатных осей. Величина реакции сферического шарнира определяется по формуле: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2}$.

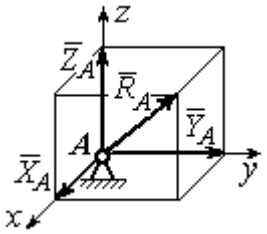


Рис. 1.4. Реакция сферического шарнира

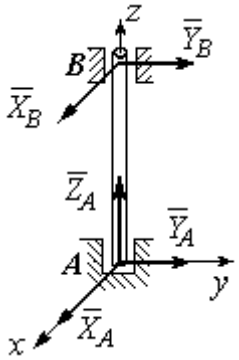


Рис. 1.5. Реакции подшипника и подпятника

Подшипник и подпятник. Подшипник представляет собой цилиндрический шарнир (рис. 1.5, подшипник *B*). Его реакция может иметь любое направление в плоскости, перпендикулярной оси шарнира. При решении задач реакция подшипника раскладывается на две составляющие. Например, на рис. 1.5 реакция $\vec{R}_B$ подшип-

ника *B* разложена на составляющие $\vec{X}_B, \vec{Y}_B$, параллельные координатным осям. Величина реакции подшипника определяется по формуле: $R_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2}$.

Подпятник является цилиндрическим шарниром с упором. В задачах реакция подпятника обычно изображается векторами $\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Z}_A$, представляющими разложение силы реакции подпятника по заданным направлениям координатных осей (см. рис. 1.5, подпятник *A*). Величина реакции подпятника определяется по формуле: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2}$.

Проекция силы на ось и на плоскость

Проекция силы на ось есть алгебраическая величина, равная произведению модуля силы на косинус угла между силой и положительным направлением оси. Если этот угол острый, проекция положительна, если тупой – отрицательна. Если сила перпендикулярна оси, её проекция на ось равна нулю.

Проекции сил $\vec{F}$, $\vec{Q}$, $\vec{P}$, изображённых на рис. 1.6, *a*, на ось *x*: $F_x = F\cos\alpha$, $Q_x = Q\cos\alpha_1 = -Q\cos\varphi$, $P_x = P\cos 90^\circ = 0$.

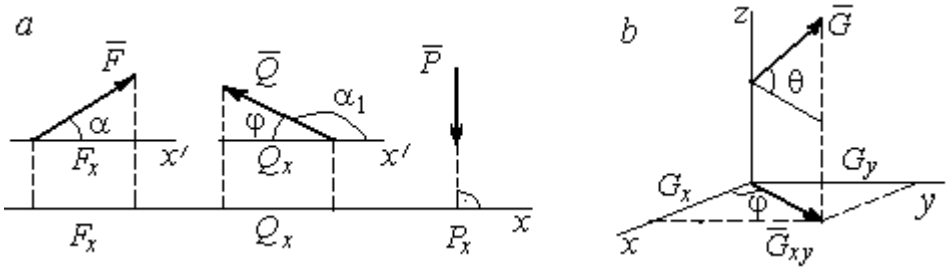


Рис. 1.6. Проекция силы на ось и на плоскость:
a – проекция силы на ось; *b* – проекция силы на плоскость

Проекцией силы на плоскость называется вектор, заключённый между проекциями начала и конца силы $\vec{G}$ на эту плоскость.

На рис. 1.6, *b* вектор $\vec{G}_{xy}$ является проекцией силы $\vec{G}$ на плоскость *xy*. По величине $G_{xy} = G\cos\theta$, где θ – угол между направлением силы $\vec{G}$ и её проек-

ции $\vec{G}_{xy}$. Проекции силы $\vec{G}$ на оси xyz: $G_x = G_{xy}\cos\varphi = G\cos\theta\cos\varphi$, $G_y = G_{xy}\sin\varphi = G\cos\theta\sin\varphi$, $G_z = G\sin\theta$.

1.2. Система сходящихся сил. Условия равновесия

Для равновесия **пространственной системы сходящихся сил** необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из трёх осей прямоугольной системы координат были равны нулю:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0,\ \sum F_{kz} = 0,$$

где F_{kx}, F_{ky}, F_{kz} – проекции всех сил на координатные оси.

Для равновесия **плоской системы сходящихся сил** необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из двух осей прямоугольной системы координат, расположенной в плоскости действия сил, были равны нулю: $\sum F_{kx} = 0$, $\sum F_{ky} = 0$, где F_{kx}, F_{ky} – проекции всех сил на координатные оси.

Примеры решения задач на равновесие сходящейся системы сил

Задача 1. Каток весом 20 кН удерживается на гладкой наклонной плоскости тросом, который одним концом закреплён на поверхности шара, а другим – на вертикальной стене (рис. 1.7). Угол наклона троса к вертикальной стене $\beta = 120°$. Угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 45°$. Определить силу давления катка на плоскость и натяжение троса.

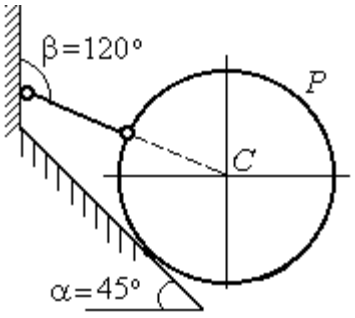


Рис. 1.7. Равновесие шара

Решение

При равновесии на каток действуют сила тяжести $\vec{P}$, реакция троса $\vec{N}$ и реакция опоры $\vec{R}$. Линии действия всех сил находятся в одной плоскости и пересекаются в центре шара. Направления реакций показаны на рис. 1.8.

Условия равновесия плоской сходящейся системы сил:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0.$$

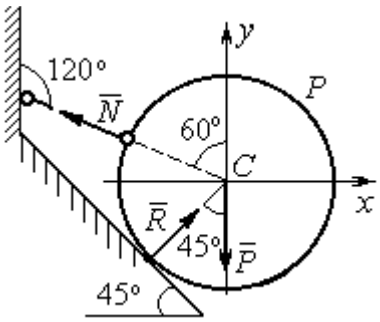


Рис. 1.8. Силы, действующие на каток, при его равновесии

Проведя оси координат, как показано на рис. 1.8, выразим условия равновесия в виде системы уравнений:

$$\sum F_{kx} = -N\cos 30^\circ + R\cos 45^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = N\cos 60^\circ + R\cos 45^\circ - P = 0.$$

Подставляя в уравнения исходные данные задачи, найдем: $N = 14{,}64$ кН, $R = 17{,}93$ кН.

Натяжение троса равно модулю его реакции. Сила давления катка на плоскость равна реакции опоры гладкой плоскости, но направлена в противоположную сторону.

Задача 2. Кронштейн состоит из невесомых стержней *AC* и *BC*, скрепленных друг с другом и с вертикальной стеной шарнирами, как показано на рис. 1.9. Стержень *BC* горизонтален, стержень *AC* составляет с горизонталью угол $\beta = 60^\circ$. К шарниру *C* прикреплены два троса, удерживающие грузы 1 и 2 весом $G_1 = 10$ кН и $G_2 = 12$ кН. Трос, удерживающий груз 1, вертикален, а другой перекинут через блок *D* так, что угол наклона участка троса *CD* к вертикали $\alpha = 60^\circ$. Определить реакции стержней *BC* и *AC*.

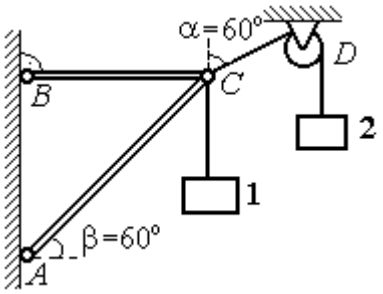


Рис. 1.9. Равновесие кронштейна

Решение

Рассмотрим равновесие узла *C*, в котором закреплены стержни и тросы. На узел *C* действуют реакции $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ тросов, натянутых грузами 1 и 2, и реакции $\vec{N}_1$ и $\vec{N}_2$ стержней *BC* и *AC* (рис. 1.10). Модули реакций тросов $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ равны весу грузов: $T_1 = G_1$, $T_2 = G_2$.

Плоская система сил ($\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$, $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$) является сходящейся. Условия равновесия: $\sum F_{kx} = 0$, $\sum F_{ky} = 0$. Проведя оси координат xCy, как показано на рис. 1.10, и определяя проекции сил на оси, получим систему уравнений:

$$N_1 + N_2\cos 60^\circ - T_2\cos 30^\circ = 0;$$

$$N_2\cos 30^\circ + T_1 - T_2\cos 60^\circ = 0.$$

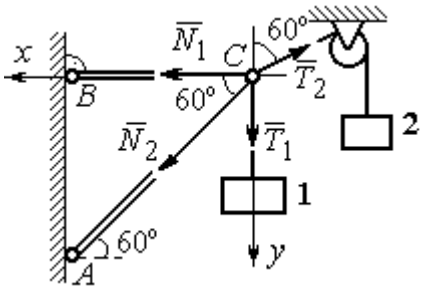


Рис. 1.10. Силы, действующие на узел *C* при его равновесии

Подставим в уравнения исходные данные задачи. С учётом того, что $T_1 = G_1 = 10$ кН, $T_2 = G_2 = 12$ кН, найдём значения реакций: $N_1 = 12{,}7$ кН, $N_2 = -4{,}62$ кН. Отрицательная величина N_2 означает, что вектор $\vec{N}_2$ реакции стержня *AC* направлен в противоположную сторону.

Задача 3. Груз весом $P = 20$ кН поднимается стержневым краном *ABC* посредством каната, перекинутого через блоки *B* и *D* (рис. 1.11). Блок *B* установлен в месте шарнирного соединения невесомых стержней *AB* и *BC*, блок *D* укреплён так, что участок троса *DB* составляет с вертикалью угол $\beta = 60^\circ$. Стержни *AB* и *BC* соединены со стенками шарнирами. Конец троса, несущий груз *P*, переброшен через блок *E* и на отрезке *BE* составляет с вертикалью угол $\alpha = 30^\circ$. Пренебрегая трением в блоке и размерами блока *B*, определить усилия в стержнях *AB* и *BC* при равновесии груза.

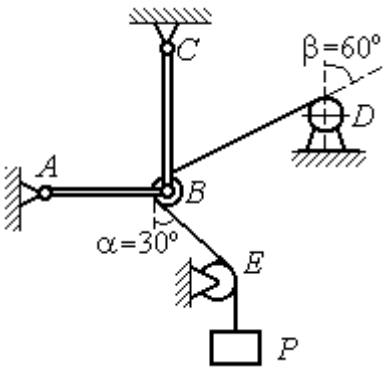


Рис. 1.11. Равновесие стержневой конструкции

Решение

Рассмотрим равновесие блока *B* вместе с отрезками нити *BE* и *BD*. Освободим блок *B* от связей и заменим их реакциями.

Рассматривая блок и отрезок нити как одно целое, можно не учитывать силы взаимного давления нити и блока. На блок действует реакция $\vec{T}$ нити *BD*, приложенная в точке *D*, численно равная весу груза *P*, реакция $\vec{T}'$ нити *BE*, приложенная в точке *E* и также численно равная весу груза *P* и реакции стержней $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$ (см. рис. 1.12).

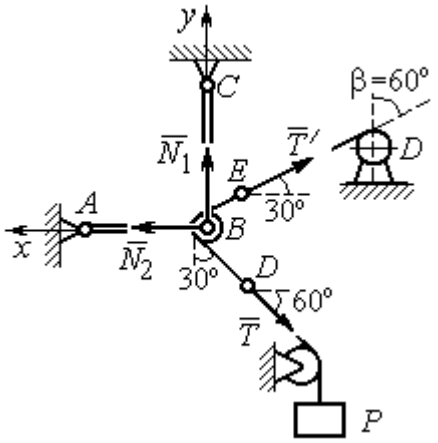


Рис. 1.12. Силы, действующие на блок *B*, при его равновесии

Пренебрегая размерами блока, можно считать систему сил сходящейся. Проведём координатные оси, как показано на рис. 1.12, и выразим условия равновесия плоской сходящейся системы сил в виде системы уравнений:

$$\sum F_{kx} = N_2 - T'\cos 30^\circ - T\cos 60^\circ = 0;\ \sum F_{ky} = N_1 + T'\cos 60^\circ - T\cos 30^\circ = 0.$$

Решая полученную систему уравнений с учётом, что $T' = T = P$ = 20 кН, получим: N_1 = 7,32 кН, N_2 = 27,32 кН.

Задача 4. Шахта ориентируется в вертикальной плоскости с помощью несвободного проволочного отвеса *CBDP*, натянутого грузом весом *P* = 50 Н (рис. 1.13).

Определить натяжения частей отвеса *CB*, *BD*, *DP* и натяжения оттяжек *BA* и *DE*, если угол отклонения оттяжки *BC* от горизонтали $\alpha = 60^\circ$, а отклонение средней части отвеса *BD* от вертикали $\beta = 4^\circ$. Весом проволоки отвеса пренебречь.

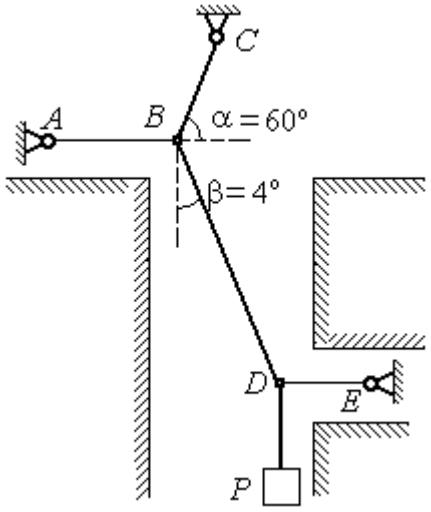


Рис. 1.13. Схема отвеса

Решение

Рассмотрим равновесие узла *D*, в котором сходятся три силы – реакция $\vec{S}$ средней части отвеса, реакция $\vec{T}_E$ оттяжки *DE* и реакция $\vec{T}_P$ отвеса на участке

DP, равная весу груза $T_P = P$ (рис. 1.14). Выберем оси координат *xDy*, как показано на рис. 1.14, и составим уравнения равновесия узла *D:*

$$\sum F_{kx} = S\cos 86^\circ - T_E = 0\,; \;\; \sum F_{ky} = S\cos 4^\circ - T_P = 0\,.$$

Из второго уравнения с учётом, что натяжение отвеса на участке *DP* $T_P = P =$ 50 Н, находим натяжение S на среднем участке отвеса: $S = \dfrac{T_P}{\cos 4^\circ} = 50{,}12$ Н. Из первого уравнения находим натяжение $T_E = S\cos 86^\circ = 3{,}49$ Н.

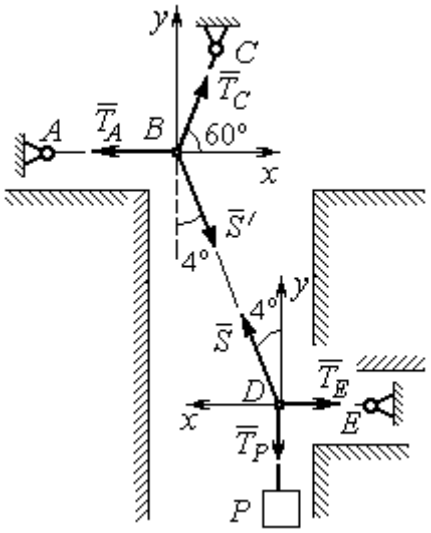


Рис.1.14. Силы, действующие в узлах *B* и *D* при равновесии отвеса

Теперь рассмотрим равновесие узла *B*, на который действуют реакция $\vec{T}_A$ оттяжки *BA*, реакция $\vec{T}_C$ верхней части отвеса *BC* и реакция $\vec{S}'$ средней части отвеса. Вектор силы $\vec{S}'$ противоположен направлению вектора $\vec{S}$: $\vec{S}' = -\vec{S}$, а численно (по принципу равенства действия и противодействия) они равны $S' = S$ (см. рис. 1.14). Выберем оси координат *xBy*, как показано на рис. 1.14, и составим уравнения равновесия узла *B:*

$$\sum F_{kx} = T_C\cos 60^\circ + S'\cos 86^\circ - T_A = 0\,; \quad \sum F_{ky} = T_C\cos 30^\circ - S'\cos 4^\circ = 0\,.$$

Находим натяжение отвеса на верхнем участке *BC* и натяжение T_A оттяжки *BA*: $T_C = \dfrac{S'\cos 4^\circ}{\cos 30^\circ} = 57{,}73$ Н; $T_A = T_C\cos 60^\circ + S'\cos 86^\circ = 32{,}36$ Н.

Задача 5. Груз *P* = 20 кН удерживается двумя стержнями *AC*, *AD* одинаковой длины и цепью *AB*, скреплённых в точке *A*, так, что плоскость треугольника *ADC* горизонтальна (рис. 1.15). Цепь *BA* отклонена от вертикальной стены на угол $\beta = 60^\circ$ и расстояние *CE* = *ED.* Трос закреплён одним концом в точке *A*, а другой его конец, несущий груз, переброшен через блок *K* так, что отрезок

троса *АК* находится в плоскости, параллельной плоскости стены, и составляет с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Крепления стержней шарнирные. Углы у оснований стержней $\angle DCA = \angle CDA = 60^\circ$. Определить реакции стержней и натяжение цепи. Весами стержней пренебречь.

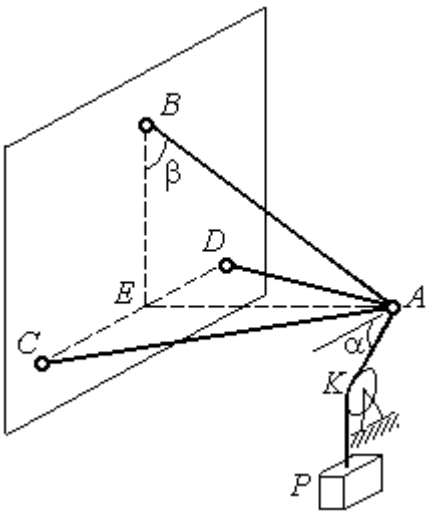


Рис. 1.15. Конструкция пространственного кронштейна

Решение

Рассмотрим равновесие узла *А*. Освобождаем узел от связей, заменяя действие связей реакциями. Реакции стержней $\vec{S}_D$ и $\vec{S}_C$ направлены по стержням, реакция цепи $\vec{S}_B$ направлена вдоль линии натянутой цепи (рис. 1.16). Реакция троса $\vec{T}$ направлена вдоль троса по линии *АК* и численно равна весу груза: $T = P$. Направления реакций выбраны в предположении, что стержни и цепь растянуты.

Выберем систему координат, как показано на рис. 1.16. На узел *А* действует пространственная сходящаяся система сил.

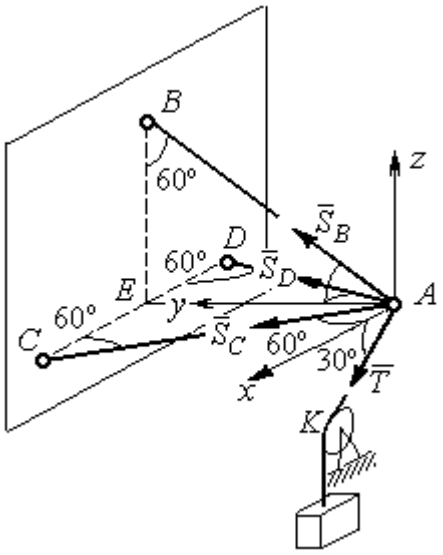


Рис. 1.16. Силы, действующие на узел *А*, при его равновесии

Условия равновесия пространственной сходящейся системы сил $\sum F_{kx} = 0$, $\sum F_{ky} = 0$, $\sum F_{kz} = 0$, где F_{kx}, F_{ky}, F_{kz} – проекции всех сил на координатные оси. Составляем уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = S_C \cos 60^\circ - S_D \cos 60^\circ + T \cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = S_C \cos 30^\circ + S_D \cos 30^\circ + S_B \cos 30^\circ = 0; \quad \sum F_{kz} = S_B \cos 60^\circ - T \cos 60^\circ = 0.$$

Решая эту систему, находим $S_B = T = P = 20$ кН; $S_C = -27{,}32$ кН; $S_D = 7{,}32$ кН. Знак минус величины S_C показывает, что реакция стержня AC имеет обратное направление. Натяжение цепи равно модулю реакции $\vec{S}_B$.

Задача 6. Подъёмное устройство (рис. 1.17) состоит из двух стержневых опор DB и DA и растяжки DC, соединённых в точке D. В точке D к устройству прикреплена вертикальная нить, удерживающая груз весом $P = 50$ кН.

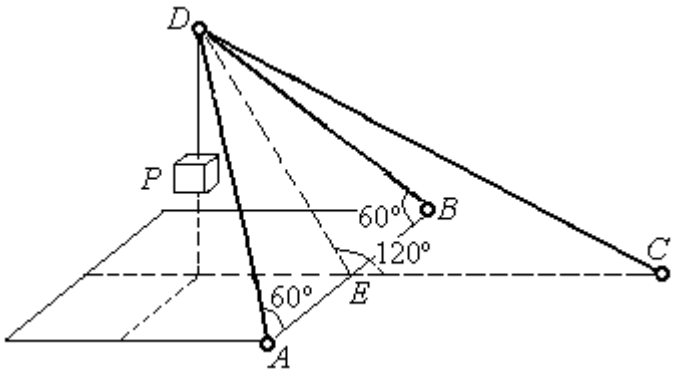


Рис. 1.17. Конструкция подъёмного устройства

Определить реакцию стержневых опор и усилие в растяжке подъёмного устройства, если крепления стержней шарнирные, угол $\angle DEC = 120^\circ$, $AE = EB$, $DE = EC$, а углы в основании опор $\angle DAB = \angle DBA = 60^\circ$.

Решение

Рассматриваем равновесие узла D. Освобождаем узел от связей, заменяя действие связей реакциями. Реакции стержней $\vec{S}_A$, $\vec{S}_B$, $\vec{S}_C$ направлены по стержням, реакция нити $\vec{T}$, численно равная весу тела, направлена вдоль нити (рис. 1.18). Направление реакций выбрано в предположении, что все стержни растянуты.

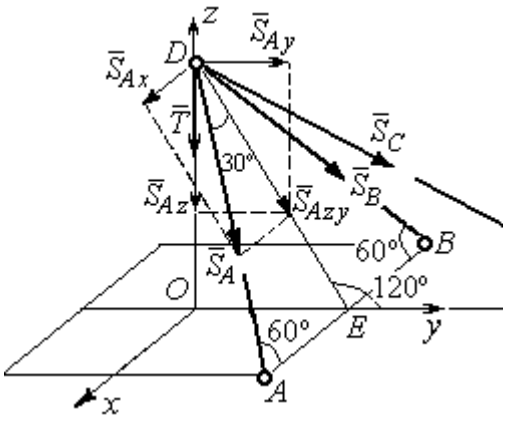


Рис. 1.18. Силы, действующие на узел D, при его равновесии

На узел D действует пространственная сходящаяся система сил. Выберем систему координат $Oxyz$, как показано на рис. 1.18, и составим уравнения равновесия. Заметим, что при определении проекции си-

лы $\vec{S}_A$ на оси координат следует вначале получить её проекции $\vec{S}_{Ax}$ на ось Ox и $\vec{S}_{Azy}$ – на плоскость Oyz, а затем найти проекции силы $\vec{S}_{Azy}$ на оси Oy и Oz. На рис. 1.18 показана последовательность вычисления проекций силы $\vec{S}_A$ на оси координат: $S_{Ax} = S_A\cos60^\circ$, $S_{Ay} = S_{Azy}\cos60^\circ = S_A\cos30^\circ\cos60^\circ$, $S_{Az} = -S_{Azy}\cos30^\circ = -S_A\cos^2 30^\circ$. Определение проекций силы $\vec{S}_B$ производится аналогично. Сила $\vec{S}_C$ расположена в плоскости Oyz и имеет своими проекциями $S_{Cy} = S_C\cos30^\circ$, $S_{Cz} = -S_C\cos60^\circ$. В результате уравнения равновесия узла D принимают вид

$$\sum F_{ky} = S_A\cos30^\circ\cos60^\circ + S_B\cos30^\circ\cos60^\circ + S_C\cos30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{kx} = S_A\cos60^\circ - S_B\cos60^\circ = 0;$$

$$\sum F_{kz} = -S_A\cos^2 30^\circ - S_B\cos^2 30^\circ - S_C\cos60^\circ - T = 0.$$

Решая систему, получим: $S_A = S_B = -50$ кН, $S_C = 50$ кН.

Отрицательные значения S_A и S_B означают, что реакций стержней AD и DB направлены в противоположную сторону. В результате стержни AD и DB сжаты, а стержень DC растянут.

1.3. Произвольная плоская система сил

Система сил, расположенных в одной плоскости, называется **плоской системой сил.**

Алгебраическим моментом $M_O(\vec{F})$ силы $\vec{F}$ относительно центра O, или просто **моментом силы** $\vec{F}$ относительно центра, называют взятое с соответствующим знаком произведение модуля силы $\vec{F}$ и кратчайшего расстояния h от центра до линии действия силы (рис. 1.19, *а*): $M_O(\vec{F}) = \pm Fh$. Величину h называют **плечом силы.** Единица измерения момента – Н·м. Момент считается положительным, если сила $\vec{F}$ стремится повернуть тело вокруг центра в

направлении против хода часовой стрелки, и отрицательным – в обратном случае.

На рис. 1.19, *b* показаны знаки моментов сил $\vec{F}$ и $\vec{Q}$ относительно центра *O*: $M_O(\vec{F}) = +Fh_2$, $M_O(\vec{Q}) = -Qh_1$. Момент силы $\vec{R}$ относительно центра *O* равен нулю: $M_O(\vec{R}) = 0$, так как плечо силы равно нулю.

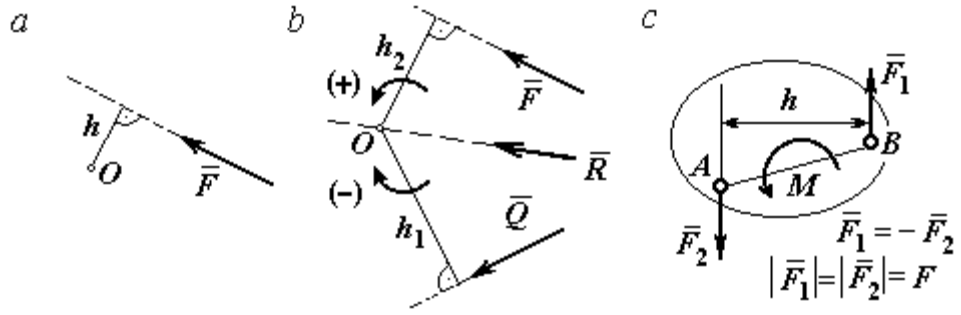


Рис. 1.19. Схемы к вычислению момента силы:
a, *b* – момент силы относительно центра; *c* – момент пары сил

Парой сил, или просто парой (рис.1.19, *c*), называют систему двух равных по модулю сил, параллельных, направленных в противоположные стороны и не лежащих на одной прямой. **Плечом пары** называют кратчайшее расстояние между линиями действия ее сил. Алгебраическим моментом пары сил, или **моментом пары,** называют взятое со знаком плюс или минус произведение модуля одной из сил пары и плеча пары. Правило знаков такое же, как и для момента силы. Пара сил, показанная на рис. 1.19, *c*, имеет плечо h и момент *M*: $M = F_1 h = F_2 h$. Поскольку пара сил характеризуется только ее моментом, на схемах пару часто изображают дуговой стрелкой, показывающей направление поворота твердого тела под действием пары (см. *M* на рис. 1.19, *c*).

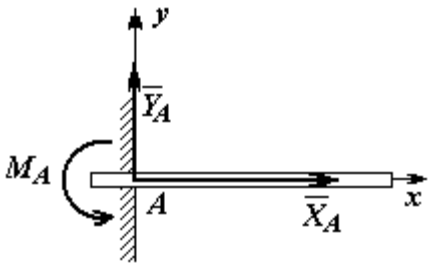


Рис. 1.20. Реакция жесткой заделки

Жесткая заделка. Такая связь (рис. 1.20) препятствует не только линейным перемещениям тела, но и повороту. Реакция жесткой заделки состоит из силы

реакции $\vec{R}_A$ и пары сил с моментом M_A. Силу реакции жесткой заделки $\vec{R}_A$ изображают ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, направленными вдоль координатных осей (см. рис. 1.20). Величина силы реакции $\vec{R}_A$ определяется по формуле: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$.

При вычислении моментов сил часто применяют **теорему Вариньона** о том, что момент равнодействующей системы сил относительно любого центра равен сумме моментов всех сил этой системы относительно того же центра. На рис. 1.21 показана схема применения теоремы Вариньона. Силу $\vec{F}$ раскладываем на составляющие $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, направленные вдоль координатных осей так, что имеет место равенство $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Численно составляющие $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ равны проекциям силы $\vec{F}$ на координатные оси: $F_1 = F\cos\alpha$, $F_2 = F\sin\alpha$. Для каждой из составляющих находим плечи h_1 и h_2 относительно центра *O*. Тогда (с учётом знаков) момент силы $\vec{F}$ относительно центра *O*: $M_O(\vec{F}) = M_O(\vec{F}_1) + M_O(\vec{F}_2) = F_1 h_1 + F_2 h_2$.

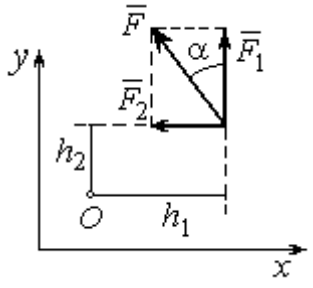


Рис.1.21. Применение теоремы Вариньона

Распределённая нагрузка. Силы, приложенные непрерывно вдоль некоторой поверхности, называются **распределенными**. Распределённая нагрузка характеризуется интенсивностью *q*. Интенсивность нагрузки, равномерно распределённой вдоль прямой, измеряется в Н/м. На рис. 1.22 приведена плоская система сил, равномерно распределённых вдоль прямой. Равнодействующая $\vec{Q}$ сил, равномерно распределённых вдоль прямой, приложена в середине отрезка действия распределённой нагрузки и по модулю равна про-

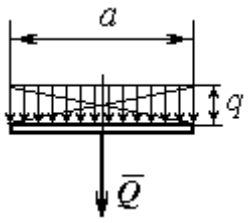


Рис. 1.22. Нагрузка, равномерно распределённая по прямой

изведению интенсивности нагрузки на длину её действия: $Q = qa$, где a – длина отрезка действия распределённой нагрузки.

Основная форма условий равновесия плоской системы сил. Для равновесия плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из двух осей прямоугольной системы координат, расположенной в плоскости действия сил, были равны нулю и сумма моментов сил относительно любого центра, находящегося в плоскости действия сил, была равна нулю:

$$\sum F_{kx} = 0, \ \sum F_{ky} = 0, \ \sum M_A(\vec{F}_k) = 0,$$

где F_{kx}, F_{ky} – проекции всех сил на координатные оси; $M_A(\vec{F}_k)$ – моменты всех сил относительно произвольно выбранного центра A.

Примеры решения задач на равновесие произвольной плоской системы сил

Задача 7. Однородная балка AB весом P = 100 кН прикреплена к стене шарниром A (рис.1.23). Балка удерживается под углом 60° к вертикали при помощи троса, прикреплённого к балке в точке B, перекинутого через блок D и несущего груз Q. Участок троса DB образует с вертикалью угол 30°. В точке C к балке подвешен груз G весом G = 200 кН. Определить вес груза Q, удерживающий балку в равновесии, и реакцию шарнира A, пренебрегая трением в блоке, если расстояние $BC = 0{,}25BA$.

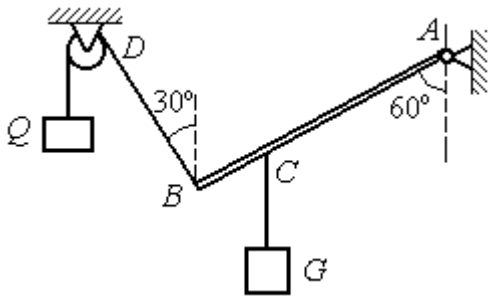


Рис. 1.23. Равновесие балки

Решение

Объектом равновесия является балка AB. На балку действуют сила тяжести $\vec{P}$, приложенная в середине отрезка AB, реакция шарнира A, представлен-

ная в виде двух составляющих $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, направленных вдоль координатных осей, реакция $\vec{T}_1$ нити, удерживающей груз *Q*, и реакция $\vec{T}_2$ нити, удерживающей груз *G*. Направления сил и реакций связей показаны на рис. 1.24.

Силы – $\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$, $\vec{P}$, $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, действующие на балку, составляют произвольную плоскую систему. Условия равновесия произвольной плоской системы сил:

$$\sum F_{kx} = 0\,;\ \sum F_{ky} = 0\,;\ \sum M_A(\vec{F}_k) = 0\,.$$

Выберем систему координат *xAy,* как показано на рис. 1.24.

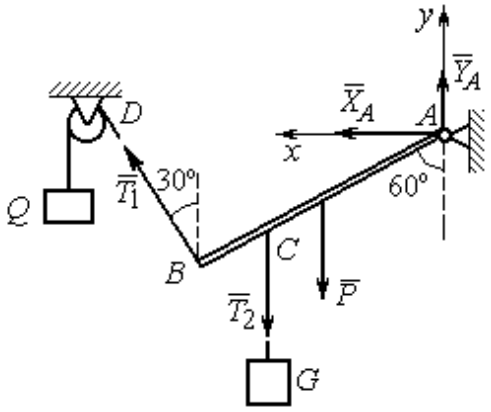


Рис. 1.24. Внешние силы и реакции связей при равновесии балки

Первые два уравнения равновесия имеют вид

$$\sum F_{kx} = X_A + T_1\cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = Y_A + T_1\cos 30^\circ - T_2 - P = 0.$$

Выберем центром точку *A* и будем вычислять моменты сил относительно этого центра. Обозначим (для удобства записи) длину $AB = \ell$. Условие равновесия балки в форме равенства нулю суммы моментов сил относительно центра *A* имеет вид

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -T_1\ell + T_2\frac{3}{4}\ell\cos 30^\circ + P\frac{1}{2}\ell\cos 30^\circ = 0.$$

Подставим данные из условия задачи, с учётом, что реакция нити, удерживающей груз *Q*, по модулю равна весу этого груза: $T_1 = Q$, а реакция нити, удерживающей груз *G*, численно равна весу груза *G*: $T_2 = G$.

Получим систему уравнений:

$$X_A + Q\cdot 0{,}5 = 0,\ \ Y_A + Q\cdot 0{,}866 - 300 = 0,\ \ -Q + 173{,}2 = 0.$$

Решая систему, найдём $Q = 173{,}2$ кН, $X_A = -86{,}6$ кН, $Y_A = 150{,}01$ кН.

Задача 8. Рама *ACE* (рис. 1.25, *a*) в точке *A* закреплена на цилиндрической шарнирной опоре, а в точке *B* поддерживается вертикальным невесомым стержнем *BK*. На раму действуют: пара сил с моментом $M = 8$ кН·м, сила $\vec{F}$, равная по модулю $F = 10$ кН, приложенная в точке *D* под углом 60° к раме, и равномерно распределенная на отрезке *AB* нагрузка интенсивностью $q = 2$ кН/м. В точке *E* под прямым углом к отрезку *CE* рамы прикреплен трос, перекинутый через блок и несущий груз $P = 20$ кН.

Пренебрегая весом балки, определить реакцию шарнира *A* и реакцию стержневой опоры *BK*, если $a = 2$ м.

Решение

Рассмотрим равновесие рамы *ACE*. Выбираем систему координат *xAy*, например, как показано на рис. 1.25, *b*.

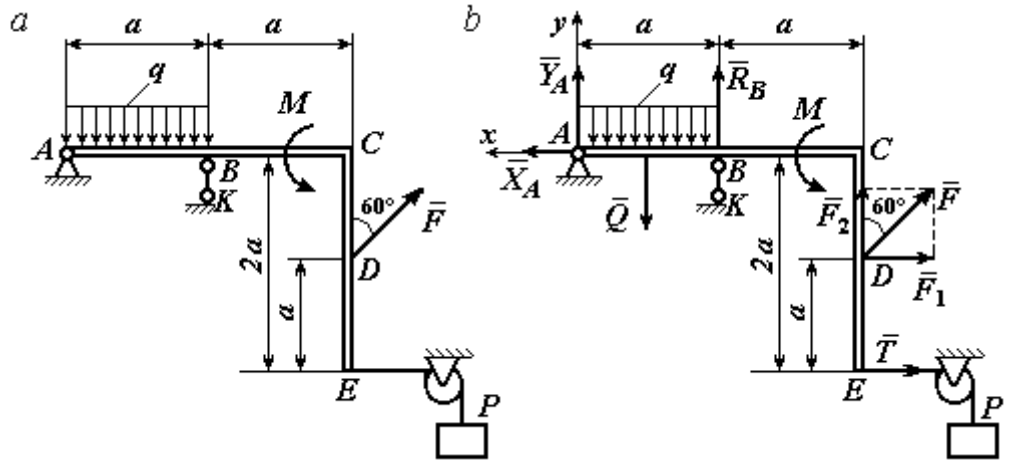


Рис. 1.25. Равновесие рамы:
a – конструкция и нагрузка рамы; *b* – внешние силы и реакции связей при равновесии рамы

Заменяем действие связей их реакциями. Изображаем реакцию $\vec{R}_A$ шарнира *A* двумя ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, направленными, соответственно, вдоль горизонтальной оси *Ax* и вертикальной *Ay*. Реакция $\vec{R}_B$ невесомой стержневой опоры *BK* приложена в точке *B* и направлена вдоль стержня *BK*. Действие груза *P* на раму изображается реакцией троса $\vec{T}$, модуль которой ра-

вен весу груза $T = P$. Заменяем распределенную нагрузку её равнодействующей $\vec{Q}$. Сила $\vec{Q}$ приложена в середине отрезка AB и численно равна: $Q = qa = 2 \cdot 2 = 4$ кН. На рис. 1.25, *b* показано направление внешних сил и реакций при равновесии рамы. Направление реакции стержневой опоры *BK* выбрано в предположении, что стержень сжимается.

При равновесии рамы *ACE* действующие на неё силы составляют уравновешенную произвольную плоскую систему сил ($\vec{Q}, \vec{F}, \vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{R}_B, \vec{T}, M$) ~ 0. Условия равновесия имеют вид $\sum F_{kx} = 0$; $\sum F_{ky} = 0$; $\sum M_A(\vec{F}_k) = 0$. Вычисляя проекции сил на оси *Ax*, *Ay*, первые два уравнения из условий равновесия получим в виде:

$$\sum F_{kx} = X_A - F\cos 30^\circ - T = 0; \quad \sum F_{ky} = Y_A - Q + R_B + F\cos 60^\circ = 0. \qquad (1.1)$$

При составлении третьего уравнения моменты сил будем вычислять относительно центра *A*. В этом случае линии действия сил $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, составляющих реакцию шарнира *A*, проходят через центр *A*, плечи сил равны нулю, и, следовательно, моменты этих сил относительно данного центра равны нулю: $M_A(\vec{X}_A) = 0$, $M_A(\vec{Y}_A) = 0$.

При определении момента силы $\vec{F}$ удобнее воспользоваться теоремой Вариньона. С этой целью представим вектор силы $\vec{F}$ как равнодействующую двух сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, параллельных осям *Ax* и *Ay*: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ (см. рис. 1.25, *b*). Величины сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ определяются как проекции силы *F* на оси координат: $F_1 = F\cos 30^\circ$, $F_2 = F\cos 60^\circ$. По теореме Вариньона момент силы $\vec{F}$ относительно центра *A* равен сумме моментов сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ относительно того же центра *A*: $M_A(\vec{F}) = M_A(\vec{F}_1) + M_A(\vec{F}_2) = F_1 \cdot a + F_2 \cdot 2a$.

В результате уравнение равновесия в форме моментов имеет вид

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -Q \cdot 0{,}5a + R_B a + M + F\cos 60^\circ \cdot 2a + F\cos 30^\circ \cdot a + T2a = 0. \quad (1.2)$$

Подставляя в уравнения равновесия (1.1), (1.2) численные значения из условий задачи, получим систему уравнений относительно неизвестных X_A, Y_A, R_B. Решая эту систему, найдем: X_A= 28,66 кН; Y_A= 59,66 кН; R_B = – 60,66 кН.

Отрицательное значение величины R_B означает, что фактическое направление реакции $\vec{R}_B$ стержневой опоры BK противоположно направлению, показанному на рис. 1.25, *b*, т. е. стержень BK растягивается. Реакция шарнирной опоры *A* – сила $\vec{R}_A$ – находится как геометрическая (векторная) сумма сил $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$. Величина реакции $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{28{,}66^2 + 59{,}66^2} = 66{,}18$ кН.

Задача 9. Прямоугольная рама *ABCED* (рис. 1.26) в точке *A* закреплена жёсткой заделкой. В точке *E* к раме прикреплена нить, составляющая угол 60º к горизонту. Другой конец нити, переброшенный через невесомый блок, несёт груз весом *P* = 15 кН. На раму действуют: пара сил с моментом M = 12 кН·м, сила $\vec{F}$, равная по модулю *F* = 10 кН, приложенная в точке *C* под углом 30° к горизонтальному участку рамы *BE*, и равномерно распределенная на отрезке *BC* нагрузка интенсивностью *q* = 2 кН/м. В точке *D* под углом 60° к горизонту на раму действует сила $\vec{G}$, численно равная 20 кН.

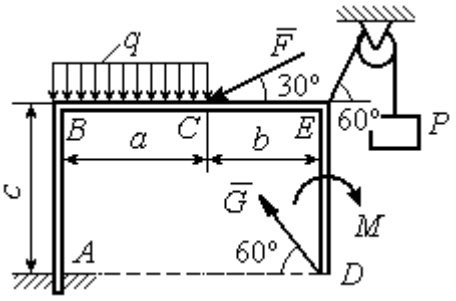


Рис. 1.26. Конструкция рамы

Пренебрегая весом рамы, определить реакцию жесткой заделки в точке *A*, если размеры рамы: *a* = 2 м, *b* = 1 м, *c* = 5 м.

Решение

Объектом равновесия является рама *ABCED.* Связями в данной конструкции являются жесткая заделка рамы в точке *A* и нить, натянутая грузом *P.* Заменяем действие связей их реакциями. Изображаем реакцию жесткой заделки в точке *A* в виде силы, которую представим двумя ее составляющими $-\vec{X}_A$ и

$\vec{Y}_A$, и парой сил с моментом M_A (рис. 1.27). Реакция нити $\vec{T}$, приложенная к раме в точке *E*, направлена вдоль нити и численно равна весу груза $T = P$. Заменяем распределенную нагрузку её равнодействующей $\vec{Q}$. Сила $\vec{Q}$ приложена в середине отрезка *AB* и численно равна: $Q = qa = 4$ кН.

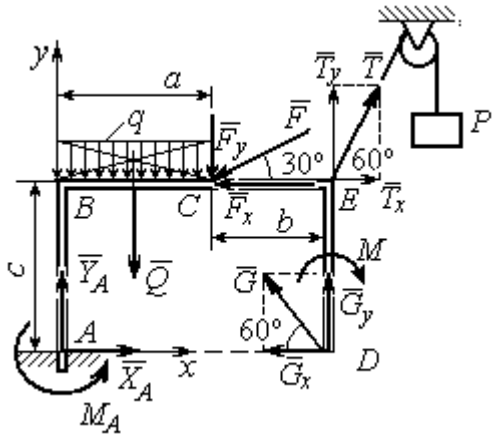


Рис. 1.27. Внешние силы и реакции связей при равновесии рамы

Действующие на раму силы составляют уравновешенную произвольную плоскую систему сил: $(\vec{Q}, \vec{F}, \vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{G}, \vec{T}, M) \sim 0$. Условия равновесия для такой системы сил: $\sum F_{kx} = 0$; $\sum F_{ky} = 0$; $\sum M_A(\vec{F}_k) = 0$.

Выбираем систему координат *xAy*, например, как показано на рис. 1.27, и составляем уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = X_A - F\cos 30^\circ + T\cos 60^\circ - G\cos 60^\circ = 0; \quad (3)$$

$$\sum F_{ky} = Y_A - Q - F\cos 60^\circ + T\cos 30^\circ + G\cos 30^\circ = 0. \quad (4)$$

Моменты сил будем вычислять относительно центра *A*. В этом случае моменты сил $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$ равны нулю: $M_A(\vec{X}_A) = 0$; $M_A(\vec{Y}_A) = 0$.

При определении момента силы $\vec{F}$ удобно воспользоваться теоремой Вариньона. С этой целью представим вектор силы $\vec{F}$ как равнодействующую двух сил $\vec{F}_x$ и $\vec{F}_y$, параллельных осям *Ax* и *Ay*: $\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$ (см. рис. 1.27). Величины сил $\vec{F}_x$ и $\vec{F}_y$ определяются как проекции силы $\vec{F}$ на оси координат: $F_x = F\cos 30^\circ$, $F_y = F\cos 60^\circ$. Плечо вектора силы $\vec{F}_x$ относительно центра *A* равно *c* (как длина перпендикуляра, проведённого из центра *A* на линию действия силы $\vec{F}_x$), плечом силы $\vec{F}_y$ является расстояние *a*. По теореме Вариньона

момент силы $\vec{F}$ относительно центра A равен алгебраической сумме моментов сил $\vec{F}_x$ и $\vec{F}_y$ относительно того же центра:

$$M_A(\vec{F}) = M_A(\vec{F}_x) + M_A(\vec{F}_y) = F_x \cdot c - F_y \cdot a = F\cos 30^\circ \cdot c - F\cos 60^\circ \cdot a .$$

Аналогично вычисляем моменты сил $\vec{G}$ и $\vec{T}$: $M_A(\vec{G}) = G\cos 30^\circ \cdot (a+b)$; $M_A(\vec{T}) = -T\cos 60^\circ \cdot c + T\cos 30^\circ \cdot (a+b)$. В результате уравнение моментов имеет вид:

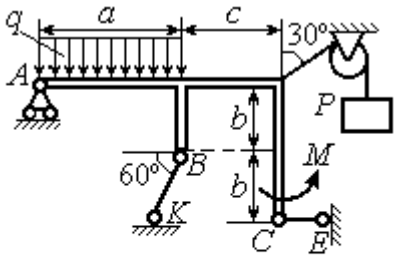
$$\sum M_A(\vec{F}_k) = F\cos 30^\circ \cdot c - F\cos 60^\circ \cdot a - T\cos 60^\circ \cdot c + T\cos 30^\circ \cdot (a+b) +$$

$$+ G\cos 30^\circ \cdot (a+b) - Q\frac{a}{2} - M + M_A = 0. \qquad (1.5)$$

Подставляя в уравнения равновесия (1.3) – (1.5) численные значения из условий задачи, получим систему уравнений относительно неизвестных X_A, Y_A, M_A, откуда найдём значения реакций: X_A= 11,16 кН; Y_A= –21,31 кН; M_A = –70,73 Н·м. Знаки показывают, что составляющая $\vec{Y}_A$ силы реакции жёсткой заделки и момент реакции M_A направлены в противоположную сторону. Величина силы реакции жесткой заделки $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$ = 24,05 кН.

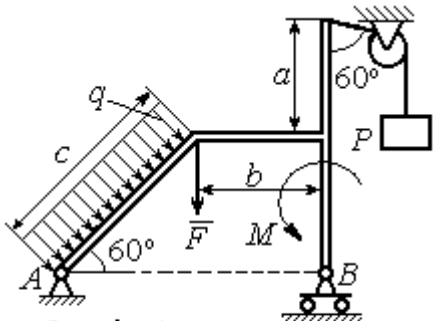
Упражнения

Упражнение 1.1



a = 3 м, b = 1 м, c = 2 м,
P = 15 кН, M = 3 кНм, q = 5 кН/м.
Найти реакцию стержней BK, CE
и реакцию шарнира A

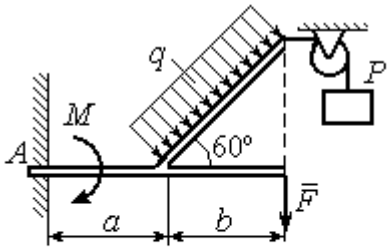
Упражнение 1.2



a = 2 м, b = 1 м, c = 3 м,
M = 3 кНм, q = 3 кН/м,
P = 2 кН, F = 4 кН.
Найти реакцию шарниров A и B

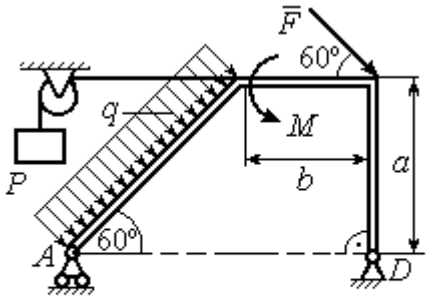
Рис. 1.28. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 1.1, 1.2

Упражнение 1.3



$a = 1$ м, $b = 2$ м, $F = 2$ кН,
$P = 3$кН, $M = 3$ кН·м,
$q = 2$ кН/м
Найти реакцию жесткой заделки

Упражнение 1.4



$a = 3$ м, $b = 1$ м, $P = 2$ кН, $F = 3$ кН,
$M = 3$ кН·м, $q = 2$ кН/м.
Найти реакцию шарниров A и D

Рис. 1.29. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 1.3, 1.4

1.4. Равновесие систем тел

Связи, соединяющие части конструкции, называются **внутренними** в отличие от **внешних** связей, скрепляющих конструкцию с внешними телами, не входящими в данную конструкцию.

Одним из способов решения задач на равновесие сил, действующих на сочленённую конструкцию, является **разбиение конструкции на отдельные тела** и составление уравнений равновесия для каждого из тел, входящих в конструкцию. В уравнения равновесия будут входить только силы, непосредственно приложенные к телу, равновесие которого рассматривается. **При этом реакции внутренних связей, приложенные к разным телам, будут попарно равны по модулю и противоположны по направлению.**

Примеры решения задач на равновесие систем тел

Задача 10. Диск весом Q = 100 кН опирается на вертикальную стенку и на наклонную балку AB. На диск действует сила $\vec{F}$, равная по величине 50 кН (рис. 1.30). Линия действия силы $\vec{F}$ проходит через центр диска под углом 30º к его вертикальному диаметру.

Однородная балка AB весом $G = 80$ кН закреплена в точке A шарнирно и удерживается под углом 60º к стене при помощи вертикального троса, один конец которого закреплён на балке в точке B, а другой – переброшен через блок и несёт груз весом P. Определить давление диска на стенку и на балку, реакцию шарнира A и вес груза P, удерживающий конструкцию в равновесии, если длина балки AB $\ell = 6$ м, радиус диска $r = 1$ м.

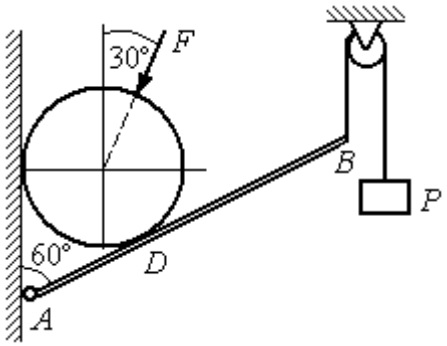


Рис. 1.30. Равновесие составной конструкции

Решение

Объект равновесия включает балку и диск и представляет собой составную конструкцию. Опора диска на балку в точке D является внутренней связью конструкции. Рассмотрим равновесие диска и балки отдельно.

Освобождаем диск от связей. На диск действует сила веса $\vec{Q}$, сила $\vec{F}$ и реакции $\vec{N}$ и $\vec{R}$ опор диска на стену в точке K и на балку в точке D (рис. 1.31). Силы, приложенные к диску, составляют плоскую систему сходящихся сил. Выберем систему координат, как показано на рис. 1.31, и составим уравнения равновесия:

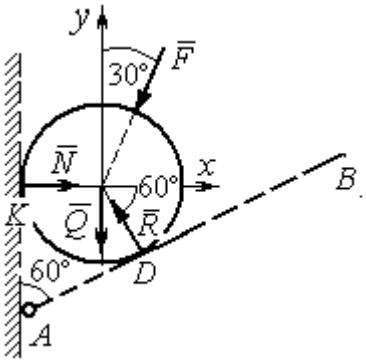


Рис. 1.31. Внешние силы и реакции связей при равновесии диска

$$\sum F_{kx} = -F\cos 60^\circ - R\cos 60^\circ + N = 0; \quad (1.6)$$

$$\sum F_{ky} = -F\cos 30^\circ + R\cos 30^\circ - Q = 0. \quad (1.7)$$

Рассмотрим равновесие балки AB (рис. 1.32).

На балку действуют сила тяжести $\vec{G}$, реакция шарнира A, (на рис. 1.32 показано её разложение на составляющие $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$), реакция нити $\vec{T}$, численно равная весу груза P, и сила $\vec{R}'$ давления диска на балку. Сила давления $\vec{R}'$ про-

тивоположна реакции $\vec{R}$ опоры диска на балку и численно равна ей. Система сил ($\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{G}, \vec{T}, \vec{R}'$), действующих на балку, является произвольной плоской. Условия равновесия такой системы сил: $\sum F_{kx} = 0$; $\sum F_{ky} = 0$; $\sum M_A(\vec{F}_k) = 0$.

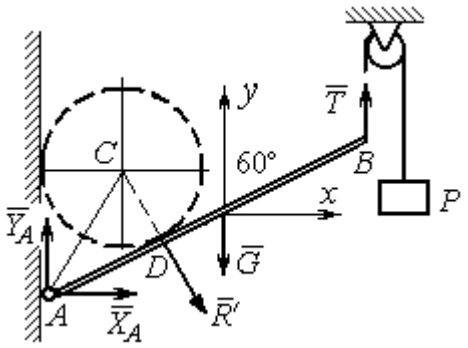


Рис. 1.32. Силы, действующие на балку, при равновесии

Выберем оси, как показано на рис. 1.32, и составим уравнения равновесия, полагая точку A центром, относительно которого производятся вычисления моментов сил:

$$\sum F_{kx} = X_A + R'\cos 60^\circ = 0, \tag{1.8}$$

$$\sum F_{ky} = Y_A - R'\cos 30^\circ - G + T = 0, \tag{1.9}$$

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -R' \cdot AD - G \cdot \frac{\ell}{2}\cos 30^\circ + T\ell\cos 30^\circ = 0. \tag{1.10}$$

Добавив к уравнениям (1.8) – (1.10) равновесия балки AB уравнения (1.6), (1.7) равновесия диска с учётом, что $R' = R$, получим систему пяти уравнений с пятью неизвестными. Подставляя данные из условия задачи и решая совместную систему, найдём: $R = 165{,}47$ кН; $N = 107{,}74$ кН; $P = 95{,}26$ кН; $X_A = -82{,}73$ кН; $Y_A = 128{,}03$ кН.

Сила давления диска на стену равна модулю реакции опоры $\vec{N}$ и направлена в противоположную сторону, сила давления диска на балку равна $\vec{R}'$.

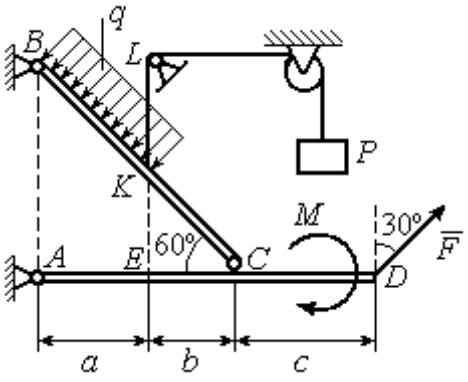


Рис.1.33. Равновесие кронштейна как сочленённой конструкции

Задача 11. Кронштейн состоит из горизонтальной балки AD, прикрепленной к вертикальной стене в точке A, и откоса BC, соединённого с балкой AD в точке C под углом 60º и прикреплённого к вертикальной стене в точке B (рис. 1.33). Все соедине-

ния шарнирные. На конструкцию действуют сила $\vec{F}$, приложенная в точке D под углом 30º к вертикали и равная по модулю F =10 кН, пара сил с моментом M = 8 кН·м и равномерно распределенная на отрезке BK нагрузка интенсивностью q = 3 кН/м. В точке K к балке BC прикреплена нить, другой конец которой, переброшенный через невесомые блоки, несёт груз весом P = 5 кН (см. рис. 1.33).

Определить реакции шарниров A, B и C, если a = 2 м, b = 1 м, c = 3 м, а на отрезке KL нить натянута вертикально.

Решение

Рассмотрим равновесие каждой из составных частей конструкции – балки BC и балки AD. Освобождаем балки от связей и заменяем их реакциями (рис. 1.34).

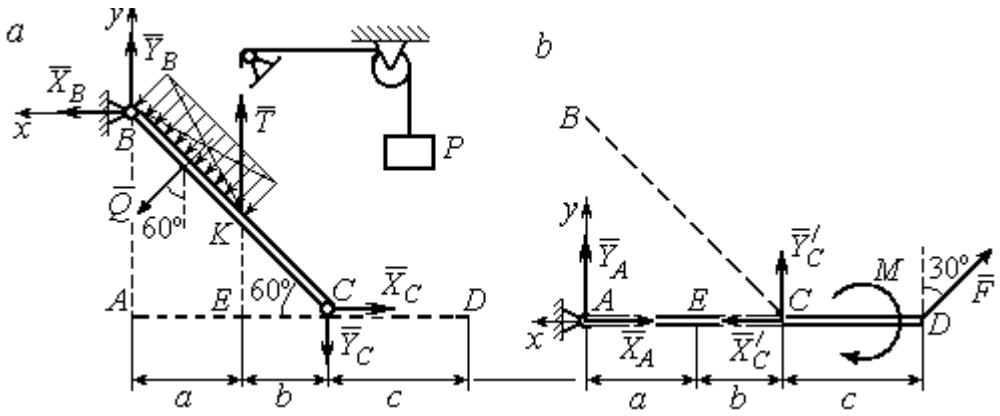


Рис. 1.34. Равновесие элементов конструкции кронштейна:
a - силы, действующие на балку *BC*; *b* - силы, действующие на балку *AD*

На рис. 1.34, *a* показаны реакции внешних и внутренних связей балки BC: реакция $\vec{R}_B$ шарнира B, реакция нити $\vec{T}$, равная по величине весу груза, $T = P$ и реакция $\vec{R}_C$ внутреннего шарнира C. Реакции шарниров B и C представлены в виде разложения на составляющие $\vec{X}_B$, $\vec{Y}_B$ и $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$. Заменяем равномерную нагрузку равнодействующей силой $\vec{Q}$, приложенной в середине отрезка BK (см. рис. 1.34, *a*) и численно равной $Q = q \cdot BK = q \cdot \dfrac{a}{\cos 60^\circ} = q \cdot 2a$.

Система сил ($\vec{Q}$, $\vec{X}_B$, $\vec{Y}_B$, $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$, $\vec{T}$), действующая на балку *BC*, является произвольной плоской уравновешенной системой сил. Выберем оси координат *xBy*, как показано на рис. 1.34, *a*, и составим уравнения равновесия. При этом моменты сил будем вычислять относительно центра *C*:

$$\sum F_{kx} = X_B + Q\cos 30^\circ - X_C = 0; \tag{1.11}$$

$$\sum F_{ky} = Y_B - Q\cos 60^\circ + T - Y_C = 0; \tag{1.12}$$

$$\sum M_C(\vec{F}_k) = X_B \cdot AB - Y_B(a+b) - Tb + Q\left(CK + \frac{1}{2}BK\right) = 0, \tag{1.13}$$

где $AB = (a+b)\mathrm{tg}60^\circ$; $CK = 2b$; $\frac{1}{2}BK = a$.

Рассмотрим равновесие балки *AD* (рис. 1.34, *b*).

На балку действует сила $\vec{F}$, реакция $\vec{R}_A$ шарнира *A* и реакция $\vec{R}'_C$ внутреннего шарнира *C*. Реакция $\vec{R}'_C$ равна по величине и противоположна по направлению реакции $\vec{R}_C$. На рис. 1.34, *b* реакция $\vec{R}_A$ представлена составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, реакция $\vec{R}'_C$ – составляющими $\vec{X}'_C$ и $\vec{Y}'_C$. При этом следует отметить: $\vec{X}'_C = -\vec{X}_C$; $\vec{Y}'_C = -\vec{Y}_C$.

Выберем оси координат *xAy* как показано на рис. 1.34, *b*, и составим уравнения равновесия балки *AD*, вычисляя моменты сил относительно центра *C*:

$$\sum F_{kx} = -X_A + X'_C - F\cos 60^\circ = 0; \tag{1.14}$$

$$\sum F_{ky} = Y_A + Y'_C + F\cos 30^\circ = 0; \tag{1.15}$$

$$\sum M_C(\vec{F}_k) = -Y_A(a+b) + F\cos 30^\circ \cdot c - M = 0. \tag{1.16}$$

Решая совместно систему уравнений (1.11) – (1.16) с учётом исходных данных задачи и равенства модулей сил $X_C = X'_C$ и $Y_C = Y'_C$, находим:

X_A = 5,99 кН, Y_A = 5,99 кН, X_C = 10,99 кН, Y_C = – 14,65 кН;

X_B = 0,6 кН, Y_B = – 13,65 кН,

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = 8{,}47 \text{ кН},\ R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2} = 18{,}31 \text{ кН},$$

$$R_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2} = 13{,}65 \text{ кН}.$$

Задача 12. Вертикальная балка AB с горизонтальной перекладиной LC закреплена в точке A с помощью жесткой заделки (рис. 1.35). Наклонная балка EC с углом наклона к горизонту 60° точке C шарнирно прикреплена к горизонтальной перекладине LC балки AB, а в точке E опирается на каток установленный на горизонтальной поверхности. На конструкцию действуют равномерно распределенная на отрезках BL и DE нагрузка с одинаковой интенсивностью $q = 2$ кН/м, сила $\vec{F}$, приложенная в точке D перпендикулярно балке EC и равная по величине $F = 10$ кН, и пара сил с моментом $M = 5$ кН·м. Определить реакцию жесткой заделки A и реакции шарниров C и E, если параметр a, определяющий размеры конструкции, равен $a = 2$ м.

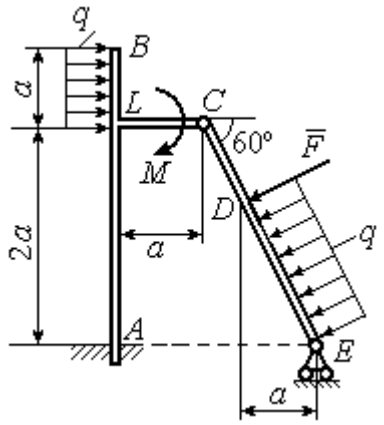


Рис. 1.35. Равновесие сочленённой конструкции

Решение

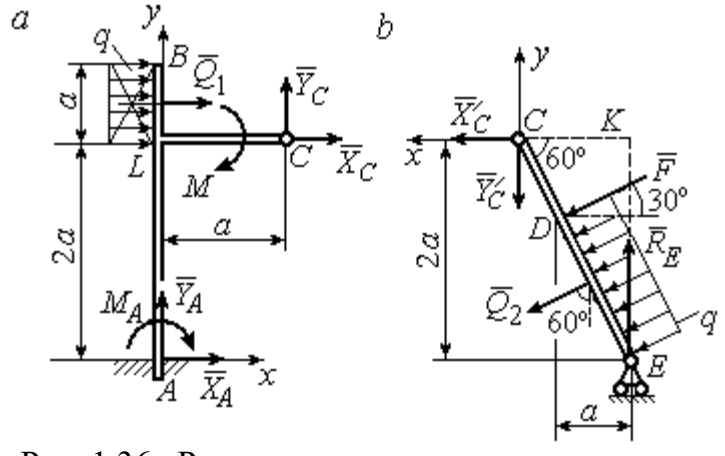


Рис. 1.36. Равновесие элементов конструкции:
a - силы и реакции связей, действующие на балку AB;
b - силы и реакции связей, действующие на балку CE

Разделим систему на две части по шарниру C и рассмотрим равновесие балок ABC и EC отдельно.

Рассмотрим балку ABC (рис. 1.36, *a*). Заменим распределенную нагрузку эквивалентной силой $\vec{Q}_1$, численно равной $Q_1 = qa = 4$ кН. На балку действует сила $\vec{Q}_1$, пара сил с моментом M и реакции связей – жёсткой заделки в точке A и шарнира C.

На рис. 1.36, *a* изображена реакция жесткой заделки в точке *A* в виде силы, разложенной на составляющие $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, и пары с моментом M_{A}. Реакция $\vec{R}_C$ шарнира *C* показана разложением на составляющие $\vec{X}_C, \vec{Y}_C$. Силы образуют произвольную плоскую систему.

Введём систему координат, как показано на рис. 1.36, *a,* и составим уравнения равновесия балки, выбрав центром вычисления моментов сил точку *A*.

Имеем систему

$$\sum F_{kx} = X_A + Q_1 + X_C = 0; \quad \sum F_{ky} = Y_A + Y_C = 0; \tag{1.17}$$

$$\sum M_A\left(\vec{F}_k\right) = -M_A - Q_1 \cdot \left(2a + \frac{a}{2}\right) - M + Y_C a - X_C 2a = 0. \tag{1.18}$$

Рассмотрим теперь равновесие балки *EC* (рис. 1.36, *b*). Заменим распределённую нагрузку эквивалентной силой $\vec{Q}_2$, приложенной в середине отрезка *ED* и равной $Q_2 = \dfrac{qa}{\cos 60^\circ} = q \cdot 2a = 8\,\text{кН}$. На балку действуют силы $\vec{Q}_2$, $\vec{F}$, реакция $\vec{R}_E$ подвижной опоры – катка *E* и реакция $\vec{R}'_C$ шарнира *C*. На рис. 1.36, *b* реакция $\vec{R}'_C$ показана в виде разложения на составляющие $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$. При этом силы $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$ направлены противоположно силам $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$ и равны им по модулю: $X_C = X'_C$; $Y_C = Y'_C$ (см. рис. 1.36, *a*, *b*).

Действующие на балку *EC* силы образуют уравновешенную произвольную плоскую систему сил. Выберем систему координат, как показано на рис. 1.36, *b,* и составим уравнения равновесия, вычисляя моменты сил относительно центра *C*. Получим:

$$\sum F_{kx} = Q_2 \sin 60^\circ + F\cos 30^\circ + \vec{X}'_C = 0, \tag{1.19}$$

$$\sum F_{ky} = R_E - Q_2 \cos 60^\circ - F\sin 30^\circ - Y'_C = 0, \tag{1.20}$$

$$\sum M_C\left(\vec{F}_k\right) = -F \cdot \left(\frac{2a}{\cos 30^\circ} - 2a\right) - Q_2 \cdot \left(\frac{2a}{\cos 30^\circ} - a\right) + R_E \cdot 2a\,\text{tg}30^\circ = 0. \tag{1.21}$$

Подставим в совместную систему (1.17) – (1.21) исходные данные задачи и, воспользовавшись тем, что модули сил $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$ и $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$ равны, найдём:

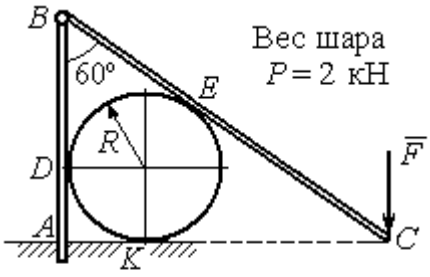
$$X_A = 11{,}59 \text{ кН}; \quad Y_A = -2{,}76 \text{ кН}; \quad M_A = 42{,}87 \text{ кН·м};$$

$$X_C = -15{,}59 \text{ кН}; \quad Y_C = 2{,}76 \text{ кН}; \quad R_E = 11{,}76 \text{ кН}.$$

Полные величины сил реакции жесткой заделки и взаимного давления в шарнире C: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = 11{,}91$ кН; $R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2} = 15{,}83$ кН.

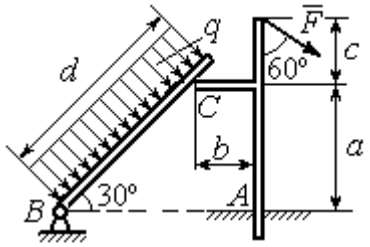
Упражнения

Упражнение 1.5



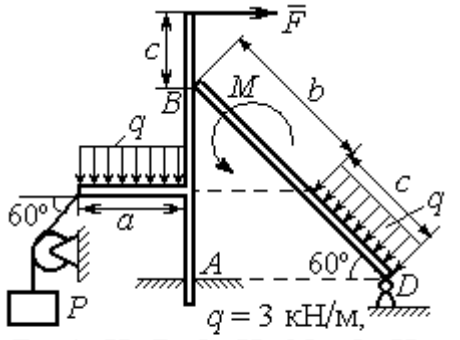
$R = 1$ м, $F = 8$ кН.
Найти реакцию жесткой заделки в точке A, реакцию шарнира B, реакцию опоры шара в точках D, K, E

Упражнение 1.6



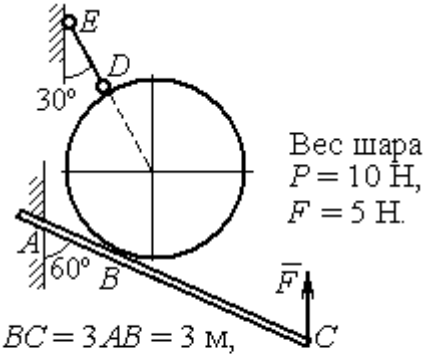
$a = 2$ м, $b = 1$ м, $c = 1$ м, $d = 5$ м,
$q = 3$ кН/м, $F = 4$ кН.
Найти реакцию жесткой заделки в точке A, реакцию шарнира B и реакцию опоры в точке C

Упражнение 1.7



$q = 3$ кН/м,
$F = 4$ кН, $P = 3$ кН, $M = 2$ кН·м,
$a = 2$м, $b = 3$м, $c = 1$м
Найти реакцию заделки A, шарнира D и реакцию опоры B

Упражнение 1.8



$BC = 3AB = 3$ м,
Найти реакцию жесткой заделки A, реакцию стержня DE и реакцию опоры в точке B

Рис. 1.37. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 1.5 – 1.8

1.5. Произвольная пространственная система сил

Моментом силы относительно оси называют момент вектора проекции этой силы на плоскость, перпендикулярную оси, относительно точки пересечения оси с плоскостью. На рис. 1.38 показано вычисление момента силы $\vec{F}$ относительно оси z:

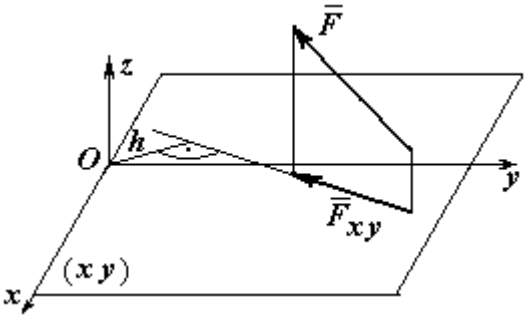


Рис. 1.38. Момент силы относительно оси

$$M_z(\vec{F}) = M_O(\vec{F}_{xy}) = F_{xy}h,$$

где O – точка пересечения оси z с плоскостью xy, перпендикулярной оси z; $\vec{F}_{xy}$ – вектор проекции силы $\vec{F}$ на плоскость xy; h – плечо силы $\vec{F}_{xy}$ относительно центра O. Момент силы относительно оси считается положительным, если при взгляде с положительного направления оси он создаёт вращение против хода часовой стрелки.

Равновесие пространственной системы сил. Для равновесия пространственной системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на оси прямоугольной системы координат x, y, z были равны нулю и суммы моментов всех сил относительно тех же осей также были равны нулю:

$$\sum F_{kx} = 0;\ \sum F_{ky} = 0;\ \sum F_{kz} = 0;$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0;\quad \sum M_y(\vec{F}_k) = 0;\quad \sum M_z(\vec{F}_k) = 0,$$

где F_{kx}, F_{ky}, F_{kz} – проекции всех сил на координатные оси; $M_x(\vec{F}_k)$, $M_y(\vec{F}_k)$, $M_z(\vec{F}_k)$ – моменты всех сил относительно выбранных осей, $k = 1, 2, ...$

Примеры решения задач на равновесие пространственных систем сил

Задача 13. Горизонтальный вал (рис. 1.39) закреплен в подпятнике C и подшипнике K. Вал имеет шкив B радиуса R и шкив D радиуса r.

Оба шкива перпендикулярны оси вала. Рукоять *AE* параллельна оси *Cx*.

Нить, удерживающая груз *Q*, сходит со шкива *D* по касательной в точке *L* параллельно плоскости *zCx*, так что радиус шкива *D*, проведённый в точку схода нити, составляет с вертикальным диаметром угол 30º.

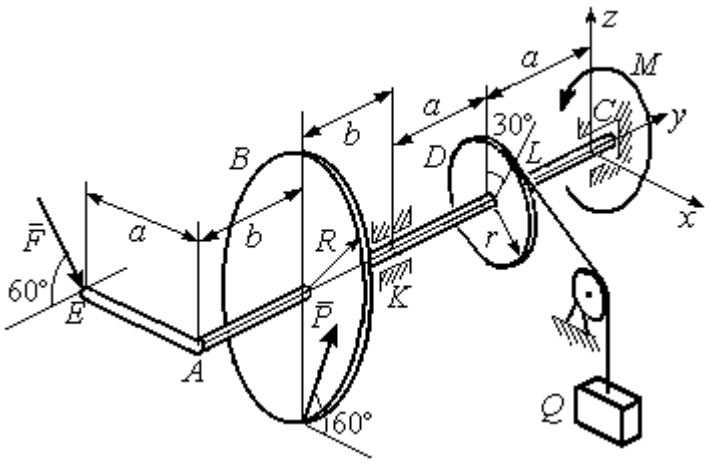


Рис. 1 39. Равновесие вала

На вал действуют силы: $\vec{F}$, $\vec{P}$ и пара сил с моментом *M*. Сила $\vec{F}$ находится в плоскости, параллельной *zCy*, и составляет угол 60° с направлением оси *Cy*. Сила $\vec{P}$ приложена в нижней точке шкива *B*, параллельна плоскости *zCx* и составляет угол 60° с направлением оси *Cx*. Определить вес удерживаемого груза Q и реакции подшипника и подпятника, если $P = 4$ кН; $F = 2$ кН; $M = 3$ кН·м; $R = 0{,}6$ м; $r = 0{,}3$ м; $a = 0{,}8$ м; $b = 0{,}4$ м.

Решение

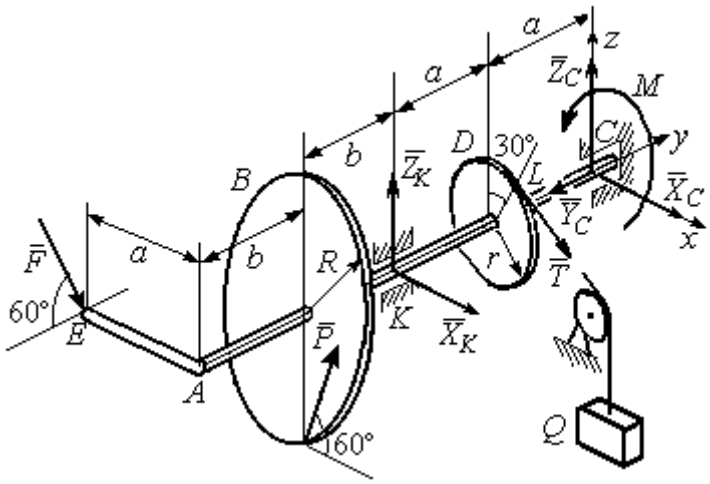


Рис. 1.40. Активные силы и реакции связей, действующие на вал, при его равновесии

Рассмотрим равновесие вала. На вал действуют активные силы $\vec{F}$, $\vec{P}$, пара с моментом *M* и реакции связей. Связями являются нить, натянутая грузом Q, подпятник *C* и подшипник *K*. Освобождаем вал от связей, заменяя их действие реакциями. Реакцию $\vec{R}_C$ подпятника *C* раскладываем на три составляющие: $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$, $\vec{Z}_C$, направленные вдоль координатных осей (рис. 1.40). Реакция $\vec{R}_K$ подшипника *K* лежит в плоскости, пер-

пендикулярной оси вала, и ее составляющими будут вектора $\vec{X}_K, \vec{Z}_K$, направленные вдоль координатных осей *x*, *z*. Реакция нити $\vec{T}$ направлена вдоль нити от точки *L* и по модулю равна весу груза *Q*.

Активные силы и реакции связей составляют произвольную пространственную уравновешенную систему сил. При составлении уравнений равновесия изобразим вал вместе с действующими на него силами в проекциях на координатные плоскости (рис. 1.41).

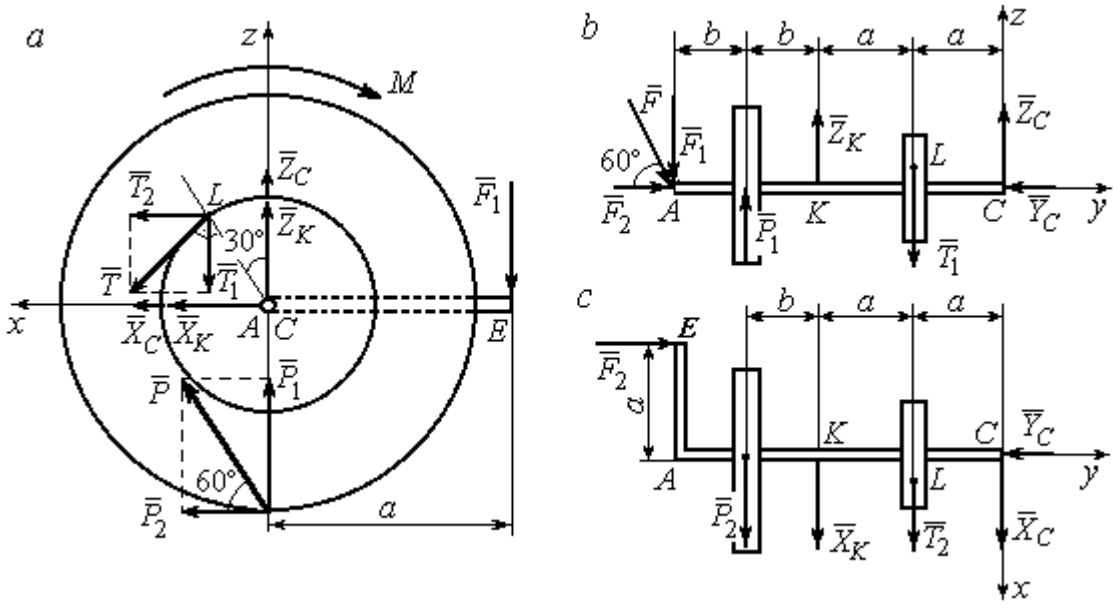


Рис. 1.41. Вал и действующие на него силы в проекциях на координатные плоскости:
a – вид вала в проекции на плоскость *zCx* с положительного конца оси *y*;
b – вид вала в проекции на плоскость *zCy* с положительного конца оси *x*;
c – вид вала в проекции на плоскость *xCy* с положительного конца оси *z*

На рис. 1.41, *a* показаны проекции вала и всех сил на плоскость *zCx*. Вычисляя моменты проекций сил относительно точки *C*, получим значения моментов этих сил относительно оси *y*. При вычислении моментов сил относительно оси *x* достаточно вычислить моменты проекций сил на плоскость *zCy* относительно точки *C* (рис. 1.41, *b*), а вычисляя моменты проекций сил на

плоскость *xCy* относительно точки *C*, получим значения моментов сил относительно оси *z* (рис. 1.41, *c*).

Величины проекций сил определяются равенствами: $P_1 = P\cos 30^\circ$;

$P_2 = P\cos 60^\circ$; $T_1 = T\cos 60^\circ$; $T_2 = T\cos 30^\circ$; $F_1 = F\cos 30^\circ$; $F_2 = F\cos 60^\circ$.

Составляем уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = P\cos 60^\circ + X_K + T\cos 30^\circ + X_C = 0; \ \sum F_{ky} = F\cos 60^\circ - Y_C = 0;$$

$$\sum F_{kz} = P\cos 30^\circ + Z_K - T\cos 60^\circ + Z_C - F\cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = T\cos 60^\circ \cdot a - Z_K \cdot 2a - P\cos 30^\circ \cdot (2a + b) +$$

$$+ F\cos 30^\circ \cdot (2a + 2b) = 0;$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = -F\cos 30^\circ \cdot a - P\cos 60^\circ \cdot R + T \cdot r - M = 0;$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = T\cos 30^\circ \cdot a + X_K \cdot 2a + P\cos 60^\circ \cdot (2a + b) - F\cos 60^\circ \cdot a = 0.$$

Подставляя исходные данные задачи, получим систему шести уравнений с шестью неизвестными, решая которую, найдём:

$$X_C = -8{,}09 \text{ кН}, \ Y_C = 1 \text{ кН}, \ Z_C = 4{,}65 \text{ кН}, \ Z_K = 2{,}92 \text{ кН};$$

$$X_K = -10{,}02 \text{ кН}, \ T = 18{,}6 \text{ кН}.$$

Реакции подпятника и подшипника:

$$R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2 + Z_C^2} = 9{,}4 \text{ кН}, \ R_K = \sqrt{X_K^2 + Z_K^2} = 10{,}44 \text{ кН}.$$

Вес удерживаемого груза *Q* равен реакции нити *T*.

Задача 14. Однородная прямоугольная плита (рис. 1.42) веса 25 кН прикреплена к полу при помощи шарового шарнира *A*, подшипника *B* и удерживается в вертикальном положении стержнем *CO*, лежащим в плоскости, перпендикулярной плоскости плиты так, что $\angle COB = 60^\circ$. В плоскости плиты на неё действуют пара сил с моментом $M = 6$ кН·м, сила $\vec{F}_1$, равная $F_1 = 10$ кН, приложенная на верхней стороне плиты в точке *H* под углом 30º к линии *EC*, и сила $\vec{F}_2$, равная $F_2 = 5$ кН, приложенная в точке *D* параллельно стороне *AB*.

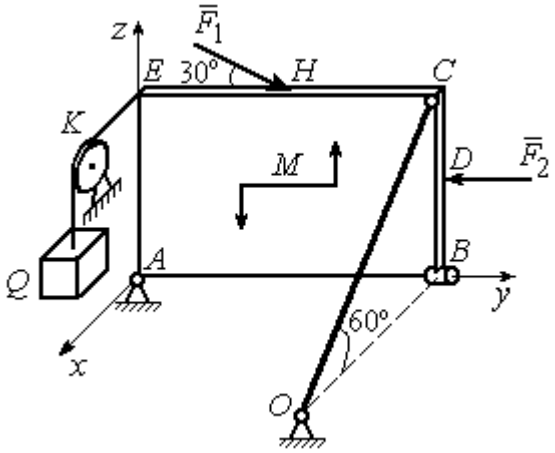


Рис. 1.42. Равновесие плиты

В точке E к плите прикреплён трос, на другом конце которого, перекинутым через блок K, подвешен груз весом $Q = 20$ кН. Отрезок троса EK перпендикулярен плоскости плиты.

Определить реакции шарнира A, подшипника B и реакцию стержня CO, если ширина плиты $AB = 3$ м; высота $AE = 2$ м; $EH = HC$, $CD = DB$.

Решение

Рассмотрим равновесие плиты $ABCE$. На плиту действуют активные силы $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, сила тяжести плиты $\vec{P}$, пара сил с моментом M и реакции связей. Связями являются пространственный шарнир A, нить, натянутая грузом Q, подшипник B и невесомый стержень CO.

Выберем систему координат, как показано на рис. 1.43. Освобождаем плиту от связей, заменяя их действие реакциями. Реакцию $\vec{R}_A$ шарнира A раскладываем на три составляющие: $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, $\vec{Z}_A$, направленные вдоль координатных осей. Реакция нити $\vec{T}$ направлена вдоль нити параллельно оси Ax и равна весу груза $T = Q$, реакция $\vec{R}_B$ подшипника B расположена в плоскости, перпендикулярной оси Ay, и представлена в виде двух своих составляющих $\vec{X}_B$, $\vec{Z}_B$, реакция $\vec{S}$ невесомого стержня CO направлена вдоль стержня. Направления активных сил и реакций связей показаны на рис. 1.43.

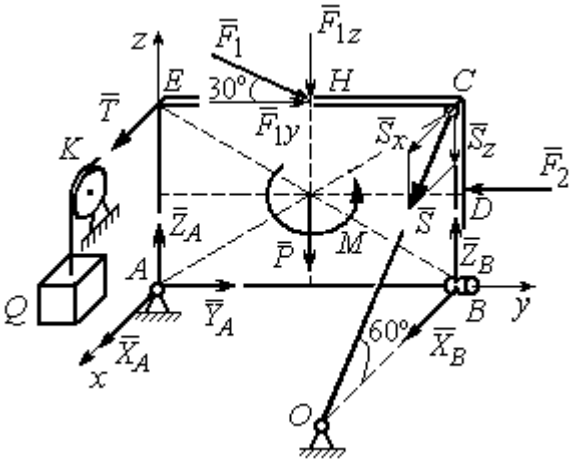


Рис. 1.43. Силы, действующие на плиту, при её равновесии

Силы, действующие на плиту, и реакции связей составляют пространственную уравновешенную систему сил. Составим уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = X_A + T + X_B + S\cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = Y_A - F_2 + F_1\cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{kz} = Z_A - F_1\cos 60^\circ - P + Z_B - S\cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = -F_1\cos 60^\circ \cdot 0{,}5 \cdot AB - F_1\cos 30^\circ \cdot AE - P \cdot 0{,}5 \cdot AB +$$

$$+ F_2 \cdot BD + Z_B \cdot AB - S\cos 30^\circ \cdot AB + M = 0;$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = T \cdot AE + S\cos 60^\circ \cdot CB = 0;$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = -X_B \cdot AB + S\cos 60^\circ \cdot EC = 0.$$

Подставляя исходные данные задачи, получим систему уравнений, решая которую, найдём значения реакций: $S = -40$ кН; $X_B = -20$ кН; $Z_B = -17{,}53$ кН; $X_A = 20$ кН; $Y_A = -3{,}66$ кН; $Z_A = 12{,}89$ кН.

Задача 15. Прямоугольная фрамуга *ACEB* весом $P = 50$ Н, закрепленная в точках *A* и *B* цилиндрическими шарнирами, открыта на угол 60º (рис. 1.44). На фрамуге в точке *H* закреплена верёвка, другой конец которой, переброшенный через невесомый блок *K*, несёт груз *Q*. При этом линия верёвки *HK* параллельна прямой *ED*. На фрамугу действует сила $\vec{F}$, приложенная в верхнем углу в точке *C* перпендикулярно плоскости фрамуги и равная по величине $F = 15$ Н.

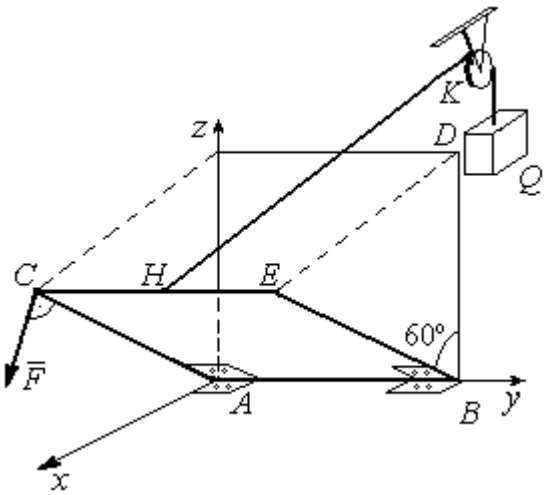


Рис. 1.44. Равновесие фрамуги

Определить вес груза *Q*, необходимый для удержания фрамуги в равновесии и реакции цилиндрических шарниров *A* и *B*, если размеры фрамуги $BE = BD = 2$ м; $AB = 3$ м; $CH = HE$.

Решение

Рассмотрим равновесие фрамуги *ABCE*. Изображаем внешние активные силы: силу $\vec{F}$, силу тяжести фрамуги $\vec{P}$, а также реакции связей. Связями являются два цилиндрических шарнира *A* и *B* (связь, аналогичная подшипнику) и нить, натянутая грузом *Q*. Выберем систему координат *Axyz*, как показано на рис. 1.45. Освобождаем фрамугу от связей, заменяя их действие реакциями. Реакции $\vec{R}_A$ и $\vec{R}_B$ шарниров *A* и *B* раскладываем на взаимно перпендикулярные составляющие: $\vec{X}_A$, $\vec{Z}_A$ и $\vec{X}_B$, $\vec{Z}_B$ в плоскостях, перпендикулярных оси вращения фрамуги (ось *Ay*), реакция нити $\vec{T}$ направлена вдоль нити и равна весу груза $T = Q$. Направления активных сил и реакций связей показаны на рис. 1.45.

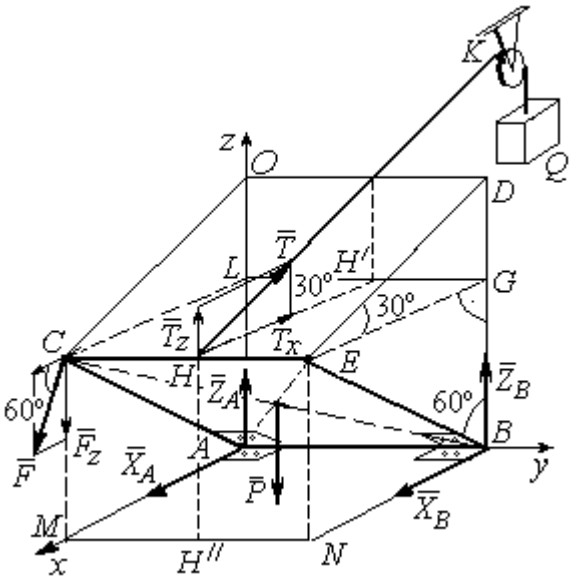


Рис. 1.45. Активные силы и реакции при равновесии фрамуги

Силы, действующие на фрамугу, составляют уравновешенную пространственную систему сил.

Составим уравнения равновесия. При этом для удобства вычисления моментов сил относительно осей изобразим плоскости, перпендикулярные этим осям, с проекциями на них сил, действующих на фрамугу (рис. 1.46). Тогда моменты сил, действующих на фрамугу, например, относительно оси *Ax* определяются как моменты векторов проекций этих сил на плоскость *zAy* относительно точки *A* – пересечения оси *Ax* и перпендикулярной ей плоскости *zAy* (см. рис. 1.46, *a*). Аналогично при вычислении моментов сил относительно оси *Az* достаточно вычислить моменты векторов проекций сил на плоскость *xAy* относительно точки *A* (см. рис. 1.46, *b*).

Значения моментов сил относительно оси Ay получим, вычисляя моменты векторов проекций сил на плоскость zAx относительно точки A (см. рис. 1.46, *c*).

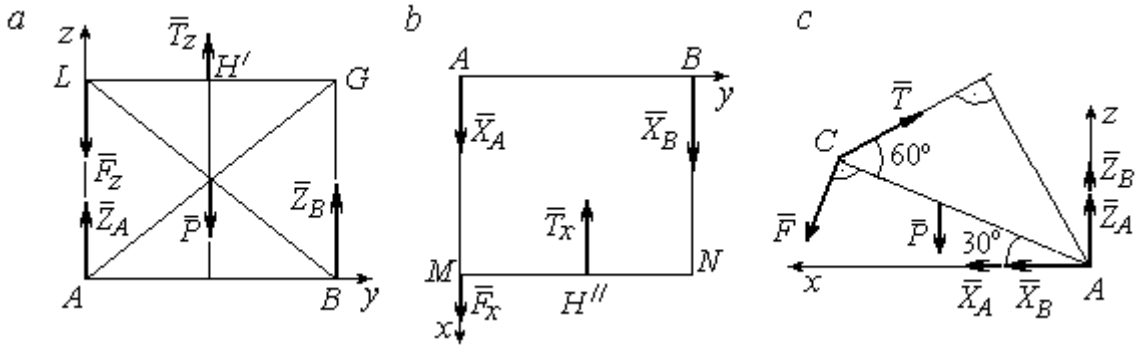


Рис. 1.46. Фрамуга и действующие на неё силы в проекциях на координатные плоскости:
a – проекция на плоскость *zAy* со стороны положительного направления оси *x*; *b* – проекция на плоскость *xAy* со стороны положительного направления оси *z*; *c* – проекция на плоскость *zAx* со стороны положительного направления оси *y*

Уравнения равновесия фрамуги имеют вид:

$$X_A + X_B + F\cos 60^\circ - T\cos 30^\circ = 0;$$

$$Z_A + Z_B - P - F\cos 30^\circ + T\cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = T_z \cdot 0{,}5 \cdot AB - P \cdot 0{,}5 \cdot AB + Z_B \cdot AB =$$

$$= T\cos 60^\circ \cdot 0{,}5 \cdot AB - P \cdot 0{,}5 \cdot AB + Z_B \cdot AB = 0;$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = P \cdot 0{,}5 \cdot AC\cos 30^\circ + F \cdot AC - T \cdot AC\sin 60^\circ = 0;$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = -X_B \cdot AB + T_x \cdot 0{,}5 \cdot AB = -X_B \cdot AB + T\cos 30^\circ \cdot 0{,}5 \cdot AB = 0.$$

Подставляя исходные данные из условия задачи и решая систему, найдём реакции шарниров фрамуги:

$$X_B = 18{,}22 \text{ Н},\ Z_B = 14{,}41 \text{ Н},\ R_B = \sqrt{X_B^2 + Z_B^2} = 23{,}31 \text{ Н};$$

$$X_A = 10{,}83 \text{ Н},\ Z_A = 27{,}41 \text{ Н},\ R_A = \sqrt{X_A^2 + Z_A^2} = 29{,}47 \text{ Н}.$$

Вес груза, удерживающий фрамугу в равновесии, численно равен реакции верёвки: $Q = T = 42{,}37$ Н.

Задача 16. Горизонтальный коленчатый вал *AD* (рис. 1.47) закреплен в подпятнике *A* и подшипнике *C*. Вал имеет шкив радиуса r и рукоять *DH*, перпендикулярные оси вала. Рукоять *DH* образует угол 30º к направлению оси *Ax*. Колено вала расположено в горизонтальной плоскости *xAy*. Нить, удерживающая груз *Q*, намотана на шкив и сходит с него вертикально вниз. На вал действуют силы $\vec{F}$, $\vec{P}$, $\vec{G}$ и пара сил с моментом *M*. Сила $\vec{F}$ приложена в верхней точке вертикального диаметра шкива под углом 30° к направлению оси *Ay* и находится в плоскости *zAy*. Сила $\vec{P}$ приложена в нижней точке *H* рукояти параллельно оси *Az*. Сила $\vec{G}$ приложена в крайней точке *K* стойки колена вала под углом 60º к стойке и находится в плоскости, перпендикулярной оси вала. Пара сил с моментом *M* создаёт вращение вала вокруг оси *Ay*.

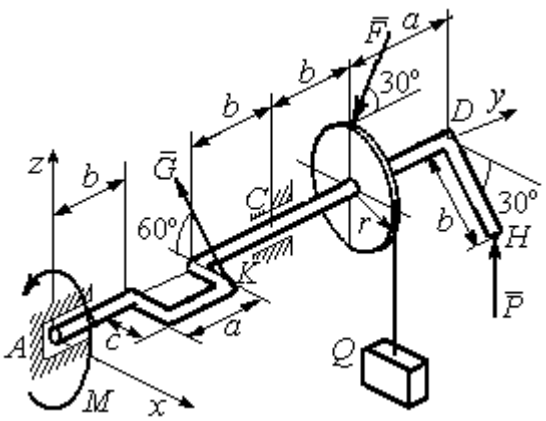


Рис. 1.47. Равновесие вала

Определить вес удерживаемого груза Q и реакции подшипника и подпятника, если: $P = 10$ кН; $F = 12$ кН; $G = 6$ кН; $M = 3$ кН·м; $r = 0{,}3$ м; $a = 0{,}8$ м; $b = 0{,}4$ м; $c = 0{,}2$ м.

Решение

Рассмотрим равновесие вала. На вал действуют активные силы – $\vec{F}$, $\vec{P}$, $\vec{G}$, пара сил с моментом *M* и реакции связей. Связями являются нить, натянутая грузом Q, подпятник *A* и подшипник *C*.

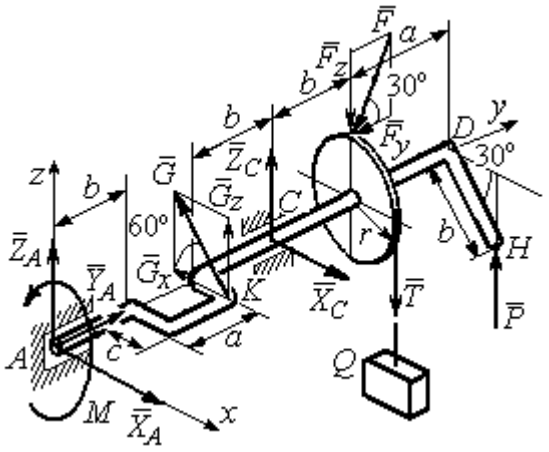


Рис. 1.48. Силы и реакции, действующие на вал при равновесии

Освобождаем вал от связей, заменяя их действие реакциями.

Реакцию подпятника A раскладываем на три составляющие: $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, $\vec{Z}_A$, направленные вдоль координатных осей. Реакция подшипника C лежит в плоскости, перпендикулярной оси вала, и также может быть разложена на составляющие $\vec{X}_C, \vec{Z}_C$, направленные вдоль координатных осей Ax, Az. Реакция нити $\vec{T}$ направлена вдоль нити и по модулю равна весу груза, $T = Q$. Действие на вал активных сил и реакций связи показано на рис. 1.48.

Указанные силы составляют произвольную пространственную уравновешенную систему сил.

Составим уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = X_A - G\cos 60^\circ + X_C = 0;$$

$$\sum F_{ky} = Y_A - F\cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{kz} = Z_A + G\cos 30^\circ + Z_C - F\cos 60^\circ - T + P = 0.$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = G_z(b+a) + Z_C(b+a+b) - F_z(b+a+b+b) + F_y r -$$

$$- T(b+a+b+b) + P(b+a+b+b+a) = 0;$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = -G_z c + Tr - Pb\cos 30^\circ - M = 0;$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = G_x(b+a) - X_C(b+a+b) = 0,$$

где значения проекций сил на оси $G_z = G\cos 30^\circ$; $G_x = G\cos 60^\circ$; $F_z = F\cos 60^\circ$; $F_y = F\cos 30^\circ$.

Подставляя исходные данные и решая систему, получим значения реакций:

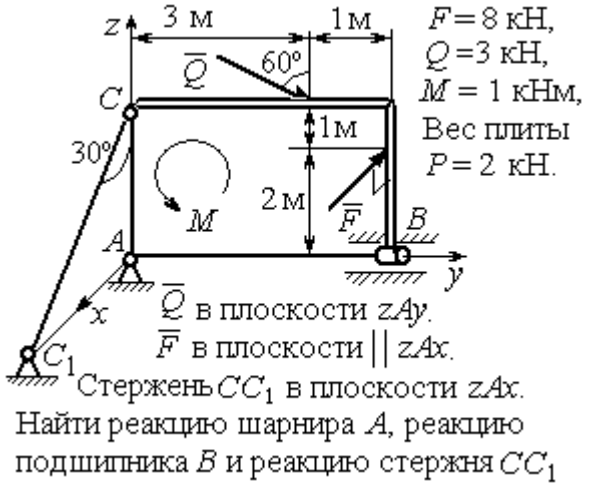
$$X_C = 2{,}25 \text{ кН}; \; Z_C = 13{,}57 \text{ кН}; \; R_C = \sqrt{X_C^2 + Z_C^2} = 15{,}58 \text{ кН};$$

$$Z_A = 0{,}39 \text{ кН}; \; Y_A = 10{,}39 \text{ кН}; \; X_A = 0{,}75 \text{ кН}; \; R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2} = 10{,}42 \text{ кН}.$$

Вес удерживаемого груза равен реакции нити $Q = T = 25{,}03$ кН.

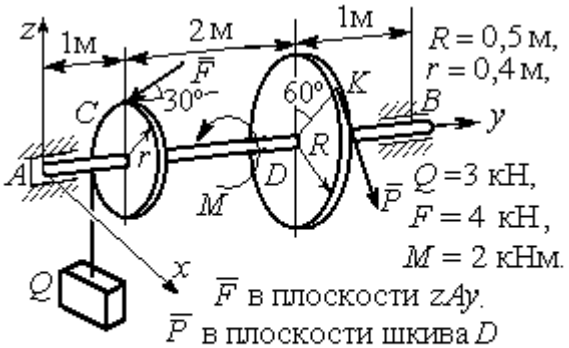
Упражнения

Упражнение 1.9



Найти реакцию шарнира A, реакцию подшипника B и реакцию стержня CC_1

Упражнение 1.10



и направлена по касательной в точке K.
Найти реакцию подпятника A, подшипника B и уравновешивающую силу P

Упражнение 1.11

Упражнение 1.12

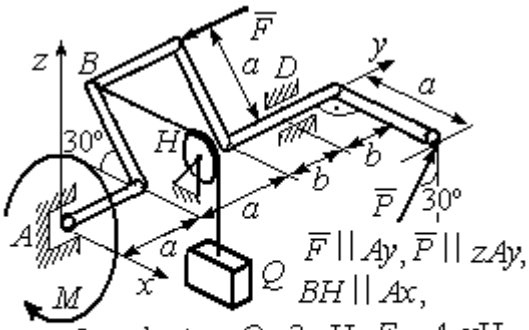


Рис. 1.49. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 1.9 – 1.12

1.6. Равновесие тел при наличии сил трения

Трение скольжения. При наличии трения скольжения полная реакция $\vec{R}$ шероховатой опоры раскладывается на нормальную составляющую $\vec{N}$ опоры и

силу $\vec{F}_{\text{тр с}}$ трения скольжения, направленную по касательной к поверхности в точке опоры.

В покое сила трения скольжения может принимать любые значения от нуля до некоторого предельного значения $F_{\text{тр с}}$, называемого **предельной силой трения скольжения** (рис. 1.50).

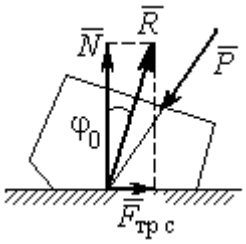


Рис. 1.50. Реакция опоры с трением скольжения

Наибольший угол φ_0, который полная реакция шероховатой поверхности образует с нормалью к поверхности, называется **предельным углом трения**. Предельная сила трения численно равна произведению коэффициента трения на величину нормальной реакции опоры тела на поверхность: $F_{\text{тр с}} = f \cdot N$, где f – безразмерный коэффициент трения, определяемый экспериментально.

Изучение равновесия тел с учетом сил трения сводится к рассмотрению предельного равновесия, когда сила трения принимает предельное значение.

Трением качения называется сопротивление, возникающее при качении одного тела по шероховатой поверхности другого. Реакция шероховатой опоры раскладывается на нормальную составляющую $\vec{N}$ и силу трения качения $\vec{F}_{\text{тр к}}$, направленную по касательной к поверхности качения. При этом за счёт небольшого вдавливания в поверхность качения нормальная реакция опоры $\vec{N}$ смещена в сторону от линии действия силы тяжести $\vec{P}$ так, что вместе с ней образует пару, противодействующую качению (рис. 1.51). В предельном положении равновесия тела смещение нормальной реакции опоры максимально. Величина максимального смещения k называется **коэффициентом трения качения**, измеряемого в единицах длины. Момент,

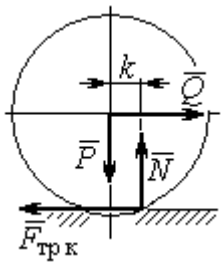


Рис. 1.51. Реакция опоры с трением качения

создаваемый парой $(\vec{N}, \vec{P})$, называется **моментом трения качения** $M_{\text{тр к}} = kN$. Максимальная сила трения качения $\vec{F}_{\text{тр к}}$ определяется из условия, что в предельном положении равновесия момент трения качения равен моменту качения, создаваемого парой $(\vec{F}_{\text{тр к}}, \vec{Q})$ (рис. 1.51).

Если максимальная сила трения качения меньше предельной силы трения скольжения, движение представляет качение без скольжения.

Примеры решения задач на равновесие тел с трением

Задача 17. Груз Q весом 50 Н удерживается нитью на шероховатой наклонной плоскости (рис.1.52). Один конец нити закреплен на грузе Q, а к другому, перекинутому через невесомый блок, подвешен груз весом P. Отрезок нити AB горизонтальный. Угол наклона плоскости составляет 30º к горизонту. Определить максимальное и минимальное значения веса груза P, при которых груз Q может начать скольжение по плоскости без опрокидывания, если коэффициент трения скольжения между грузом Q и наклонной плоскостью $f = 0{,}4$.

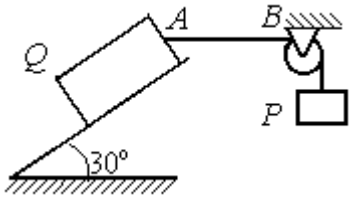


Рис.1.52. Равновесие груза на наклонной плоскости с трением

Решение

Рассмотрим равновесие груза Q при минимальном значении веса груза P. На груз действуют сила тяжести $\vec{Q}$, реакция нити $\vec{T}_{\min}$ и реакция шероховатой поверхности наклонной плоскости, состоящая из нормальной реакции наклонной плоскости $\vec{N}$ и силы трения $\vec{F}_{\text{тр1}}$ (рис. 1.53, *а*). Особенностью задач на равновесие призм является то, что точка приложения нормальной реакции не определена. В случае необходимости она находится из уравнений равновесия.

Определим направление силы трения. Если вес уравновешивающего груза P имеет минимальное значение $P_{\min}$, то при его дальнейшем уменьшении груз Q начнёт двигаться вниз по наклонной плоскости. Таким образом, предельная сила трения $\vec{F}_{\text{тр}1}$, обеспечивающая равновесие при минимальном значении веса груза P, направлена вверх по наклонной плоскости (см. рис. 1.53, *a*).

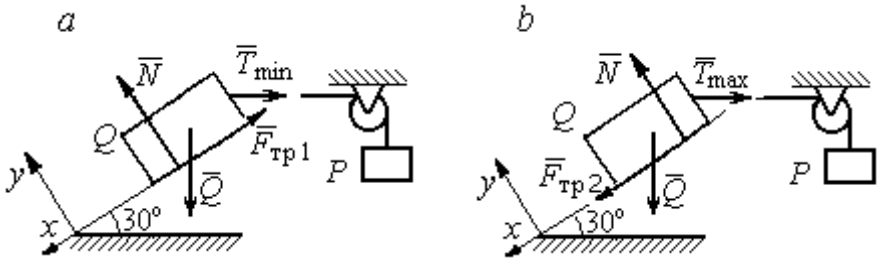


Рис. 1.53. Силы, действующие на груз при равновесии:
a – минимальный вес уравновешивающего груза;
b – максимальный вес уравновешивающего груза

Выберем систему координат, как показано на рис. 1.53, и составим уравнения равновесия в виде проекций сил:

$$\sum F_{kx} = Q\cos 60^\circ - T_{\min}\cos 30^\circ - F_{\text{тр}} = 0;$$

$$\sum F_{ky} = -Q\cos 30^\circ + N - T_{\min}\cos 60^\circ = 0.$$

Полагая в первом уравнении $F_{\text{тр}1} = fN$, решаем систему и находим реакцию нити $T_{\min} = 7{,}21$ Н. Минимальное значение веса уравновешивающего груза равно реакции нити: $P_{\min} = T_{\min} = 7{,}21$ Н.

Рассмотрим равновесие груза Q при максимальном $P_{\max}$ значении веса груза P. На груз действует сила тяжести $\vec{Q}$, реакция нити $\vec{T}_{\max}$ и реакция шероховатой поверхности наклонной плоскости, состоящая, как и в первом случае, из нормальной реакции наклонной плоскости $\vec{N}$ и силы трения $\vec{F}_{\text{тр}2}$ (см. рис. 1.53, *b*).

При определении направления силы трения заметим, что увеличение веса груза P больше максимального вызывает движение груза Q вверх по наклонной плоскости. Тогда предельная сила трения $\vec{F}_{\text{тр}2}$, действующая против возможного движения, должна быть направлена вниз по наклонной плоскости (см. рис. 1.53, *b*). Уравнения равновесия груза Q:

$$\sum F_{kx} = Q\cos 60^\circ - T_{\max}\cos 30^\circ + F_{\text{тр}2} = 0;$$

$$\sum F_{ky} = -Q\cos 30^\circ + N - T_{\max}\cos 60^\circ = 0.$$

Решаем систему, подставляя вместо силы трения её значение $F_{\text{тр}2} = fN$, и находим максимальное значение веса груза P: $P_{\max} = T_{\max} = 63{,}54$ Н.

Таким образом, груз Q будет находиться в равновесии на наклонной плоскости, если вес уравновешивающего груза находится в пределах $8{,}87 < P < 48{,}87$ Н.

Задача 18. Цилиндрический каток радиуса r = 0,5 м, весом P = 50 Н удерживается в равновесии на наклонной плоскости нитью, один конец которой закреплён в центре катка, а другой перекинут через блок и несёт груз весом Q (рис. 1.54). Коэффициент трения качения катка $f_{\text{к}}$ = 0,02 м. Наклонная плоскость составляет угол 30º с горизонтом.

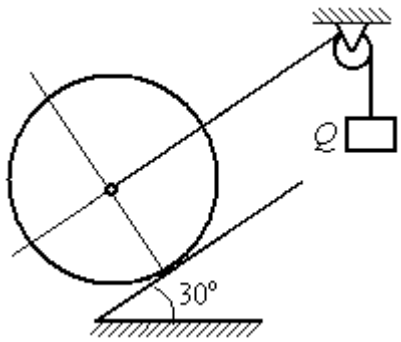


Рис. 1.54. Равновесие катка

Определить наименьшую и наибольшую величину веса Q, при которых каток будет в равновесии. Найти наименьшее значение коэффициента трения скольжения $f_{\text{с}}$, при котором в случае движения каток будет катиться без скольжения.

Решение

Рассмотрим равновесие катка при минимальном значении веса груза Q. На каток действует сила тяжести $\vec{P}$, реакции нити $\vec{Q}_{\min}$ и реакция шероховатой

поверхности наклонной плоскости $\vec{R}$, имеющая своими составляющими нормальную реакцию поверхности $\vec{N}$ и силу трения качения $\vec{F}_{\text{тр1к}}$ (рис. 1.55, *a*).

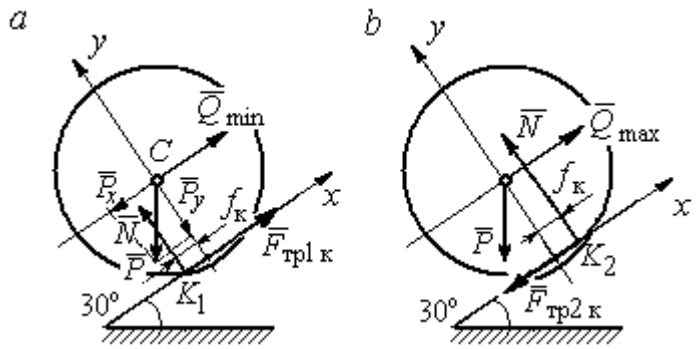


Рис. 1.55. Силы, действующие на каток, при равновесии:
a – минимальный вес груза; *b* – максимальный вес груза

Минимальный вес груза $Q_{\min}$ удерживает каток от качения вниз по наклонной плоскости. В этом случае составляющие реакции шероховатой поверхности наклонной плоскости приложены в точке K_1, слева от нормального к плоскости диаметра катка (см. рис. 1.55, *a*). Выбор точки приложения реакции шероховатой поверхности основан на том, что пара $(\vec{N}, \vec{P}_y)$ должна создавать момент трения качения, противодействующий предполагаемому движению.

На каток действует плоская уравновешенная система сил $(\vec{Q}_{\min}, \vec{F}_{\text{тр1к}}, \vec{N}, \vec{P}) \infty 0$. Выберем систему координат, как показано на рис. 1.55, *a*, и составим уравнения равновесия катка, где уравнение моментов сил составлено относительно точки K_1:

$$\sum F_{kx} = -P\cos 60^\circ + Q_{\min} + F_{\text{тр1к}} = 0;$$

$$\sum F_{ky} = = -P\cos 30^\circ + N = 0;$$

$$\sum M_{K_1}(\vec{F}_k) = P\cos 60^\circ \cdot r - Q_{\min} r - P\cos 30^\circ \cdot f_к = 0.$$

Подставляем данные задачи и находим минимальное значение веса груза, при котором каток находится в равновесии $Q_{\min} = 7{,}68$ Н, величину нормальной реакции наклонной плоскости $N = 43{,}3$ Н и значение силы трения качения, удерживающей каток в равновесии, $F_{\text{тр1к}} = 17{,}32$ Н.

Рассмотрим равновесие катка при максимальном значении веса груза $Q_{\max}$. Здесь нарушение предельного равновесия при увеличении веса груза Q вызывает движение катка вверх по наклонной плоскости. В таком случае точка приложения реакции опоры шероховатой поверхности (точка K_2) расположена справа от нормального к плоскости качения диаметра катка (рис. 1.55, *b*).

На каток действует плоская уравновешенная система сил $(\vec{Q}_{\max}, \vec{F}_{\text{тр2 к}}, \vec{N}, \vec{P}) \infty 0$. Выберем систему координат, как показано на рис. 1.55, *b*. Уравнения равновесия катка, где уравнение моментов сил составлено относительно точки K_2 имеют вид:

$$\sum F_{kx} = -P\cos 60^\circ + Q_{\max} - F_{\text{тр2 к}} = 0;$$

$$\sum F_{ky} = -P\cos 30^\circ + N = 0;$$

$$\sum M_{K_2}(\vec{F}_k) = -P\cos 60^\circ \cdot r + Q_{\max} r - P\cos 30^\circ \cdot f_{\text{к}} = 0.$$

Решая систему, получим: $Q_{\max} = 42{,}32$ Н; $N = 43{,}3$ Н; $F_{\text{тр2 к}} = 17{,}32$ Н.

Таким образом, на шероховатой поверхности каток находится в равновесии, если вес уравновешивающего груза выбран в пределах $7{,}68 \le Q \le 42{,}32$ Н.

При любом движении (вверх или вниз) качение катка будет без скольжения, если предельная сила трения скольжения $F_{\text{тр с}}$ больше аналогичной силы трения качения: $F_{\text{тр с}} > F_{\text{тр к}}$. Величина силы трения скольжения не зависит от направления движения: $F_{\text{тр с}} = f_{\text{с}} N = 43{,}3 f_{\text{с}}$, где $f_{\text{с}}$ – коэффициент трения скольжения. Величина силы трения качения также не зависит от направления движения: $F_{\text{тр к}} = F_{\text{тр1 к}} = F_{\text{тр2 к}} = 17{,}32$ Н. Таким образом, для определения требуемого коэффициента скольжения имеет место неравенство $43{,}3 f > 17{,}32$, откуда $f > 0{,}4$.

Задача 19. Для подъёма и опускания грузов в выработках используется ступенчатый ворот с тормозом, изображённый на рис. 1.56. Радиусы большой и малой ступенек барабана ворота $R = 0{,}5$ м и $r = 0{,}2$ м. Ворот тормозят, надавливая на конец A рычага AB, соединённого цепью CD с концом D тормозного рычага ED с расположенной на нём тормозной колодкой. Коэффициент трения между тормозной колодкой и барабаном ворота $f = 0{,}4$. На малой ступеньке барабана ворота навита верёвка, другой конец которой, переброшенный через невесомые неподвижный блок m и подвижный блок n, удерживает груз Q весом 1 кН (см. рис. 1.56). Угол наклона к горизонту участка верёвки, соединяющей барабан с неподвижным блоком m, составляет 30º.

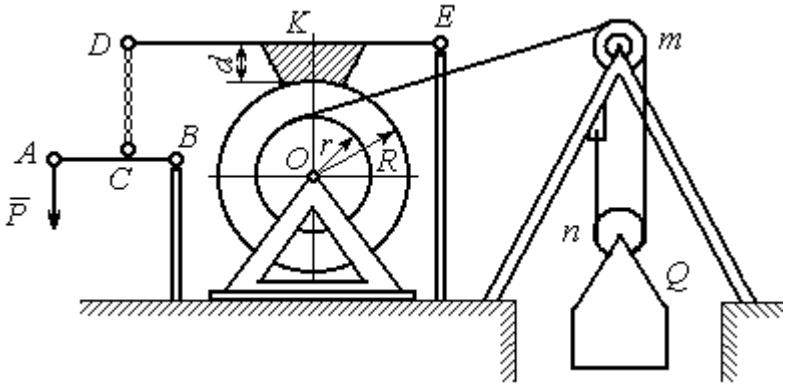


Рис. 1.56. Ворот с колодочным тормозом

Определить величину силы $\vec{P}$, уравновешивающей груз Q, и реакции шарниров O и E, если вес ворота G = 140 Н, высота тормозной колодки $d = 0{,}1$ м, расстояния $AB = 1$ м, $BC = 0{,}1$ м; $ED = 1{,}2$ м; $EK = 0{,}6$ м.

Решение

Рассмотрим отдельно равновесие барабана ворота, тормозного рычага DE и рычага AB (рис. 1.57).

Для того; чтобы определить силу натяжения верёвки, прикреплённой к барабану, рассмотрим равновесие груза вместе с подвижным блоком n (см. рис. 1.57, *а*). На объект равновесия действует сила тяжести груза $\vec{Q}$ и реакции $\vec{T}'$ и $\vec{T}''$ двух ветвей верёвки, огибающей снизу блок n.

Уравнения равновесия такой системы сил:

$$T' + T'' - Q = 0; \qquad T''r_{\text{бл}} = T'r_{\text{бл}},$$

где моменты сил вычислены относительно центра блока; $r_{бл}$ – радиус блока *n*. Решая систему уравнений, получим: $T' = T'' = 0{,}5Q = 500$ Н.

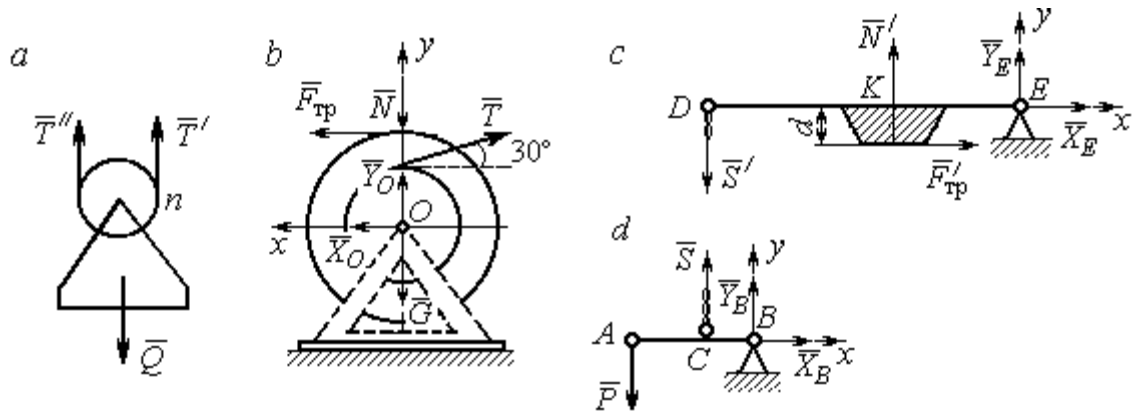


Рис. 1.57. Равновесие элементов конструкции ворота:
a – равновесие груза; *b* – силы, действующие на барабан; *c* – силы, действующие на тормозной рычаг *DE*; *d* – силы, действующие на рычаг *AB*

Рассмотрим равновесие барабана. На барабан действуют: сила веса барабана $\vec{G}$, сила давления $\vec{N}$ со стороны рычага, направленная по радиусу барабана, сила трения $\vec{F}_{тр}$, действующая по касательной к барабану в сторону, противоположную движению барабана при опускании груза, реакция $\vec{R}_O$ шарнира *O*, представленная двумя составляющими $\vec{X}_O, \vec{Y}_O$, и реакция верёвки $\vec{T}$, численно равная модулю силы $\vec{T}'$ (см. рис. 1.57, *b*).

Силы, действующие на барабан, составляют уравновешенную произвольную плоскую систему сил ($\vec{G}$, $\vec{X}_O, \vec{Y}_O$, $\vec{T}$, $\vec{N}$, $\vec{F}_{тр}$) ~ 0. Составим уравнение моментов относительно точки *O*:

$$-Tr + F_{тр}R = 0,$$ откуда с учётом $T = T'$ $F_{тр} = 200$ Н.

Величина силы $\vec{N}$ давления рычага на барабан находится из вида зависимости силы трения $F_{тр} = fN$, тогда $N = \dfrac{F_{тр}}{f} = 500$ Н.

Составим уравнения равновесия барабана в виде проекций сил на оси, выбранные, как показано на рис. 1.57, *b*:

$$\sum F_{kx} = X_O + F_{тр} - T\cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = Y_O + T\cos 60^\circ - N - G = 0.$$

Решая систему, найдём реакцию шарнира *O*:

$$X_O = 233 \text{ Н};\ Y_O = 390 \text{ Н};\ R_O = \sqrt{X_O^2 + Y_O^2} = 454{,}3 \text{ Н}.$$

Рассмотрим теперь равновесие тормозного рычага *DE* (см. рис. 1.57, *c*).

На рычаг действуют сила $\vec{N}'$ давления со стороны барабана и сила трения $\vec{F}'_{\text{тр}}$, приложенные в точке касания тормозной колодки с барабаном, равные по величине и противоположные по направлению, соответственно, силам $\vec{N}$ и $\vec{F}_{\text{тр}}$. Кроме того, в точке *D* на рычаг действует сила $\vec{S}'$, под действием которой рычаг прижимается к барабану, и реакция шарнира *E*, разложенная на составляющие $\vec{X}_E$, $\vec{Y}_E$ вдоль осей *x*, *y*. Уравнения равновесия рычага имеют вид:

$$\sum F_{kx} = X_E + F'_{\text{тр}} = 0; \qquad \sum F_{ky} = Y_E + N' - S' = 0;$$

$$\sum M_E(\vec{F}_k) = S' \cdot DE - N' \cdot EK + F'_{\text{тр}} d = 0.$$

Подставляя в систему данные из условия задачи, с учётом найденных значений $F'_{\text{тр}} = F_{\text{тр}} = 200$ Н, $N' = N = 500$ Н, определим усилие S', с которым тормозной рычаг прижимается к барабану, и реакцию шарнира *E*:

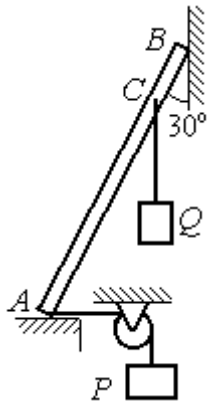
$$S' = 233{,}33 \text{ Н};\ X_E = -200 \text{ Н};\ Y_E = -266{,}67 \text{ Н};\ R_E = \sqrt{X_E^2 + Y_E^2} = 333{,}34 \text{ Н}.$$

Силу $\vec{P}$, необходимую для уравновешивания груза *Q*, найдём рассматривая равновесие рычага *AB* (см. рис. 1.57, *d*) . На рычаг действуют сила $\vec{P}$, реакция цепи $\vec{S}$ и реакция шарнира *B*, показанная на рис. 1.57, *d* составляющими $\vec{X}_B$, $\vec{Y}_B$.

Составим уравнение равновесия рычага в форме равенства нулю суммы моментов сил относительно точки *B*: $P \cdot AB - S \cdot CB = 0$. С учётом того, что модули сил $\vec{S}$ и $\vec{S}'$ равны, найдем $P = 23{,}3$ Н.

Упражнения

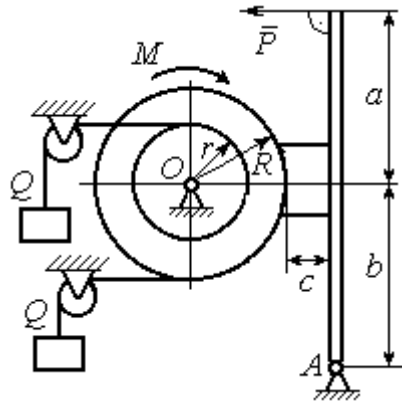
Упражнение 1.13



Невесомый стержень AB опирается в точках A и B на шероховатые поверхности – горизонтальный пол и вертикальную стену. Коэффициент трения между стержнем и полом и между стержнем и стеной $f = 0{,}2$. Угол наклона стержня к вертикальной стене 30°. В точке C к стержню подвешен груз Q. Стержень удерживается в равновесии горизонтальной нитью, прикреплённой в точке A и перекинутой через блок. К другому концу нити подвешен груз P. В каких границах можно изменять вес груза P, не нарушая равновесия стержня?

$AB = 3$ м, $AC = 2$ м, $Q = 200$ Н.

Упражнение 1.14



Шкив O состоит из двух барабанов радиусов R и r. На барабаны навиты верёвки, натянутые одинаковыми грузами Q. К шкиву приложена пара сил с моментом M. Шкив затормаживается с помощью рычажного тормоза. Коэффициент трения между тормозной колодкой и шкивом $f = 0{,}4$. Определить силу $\vec{P}$, приложенную к рычагу тормозной колодки и уравновешивающую шкив. Найти реакцию шарнира A.

$a = b = 1$ м; $c = 0{,}1$ м; $Q = 100$ Н; $M = 120$ Н·м;
$R = 0{,}6$ м; $r = 0{,}2$ м.

Рис. 1.58. Задания для самостоятельного решения. Упражнения № 1.13, 1.14

2. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ И ТВЁРДОГО ТЕЛА

2.1. Криволинейное движение точки

Кривая, которую описывает движущаяся точка, называется **траекторией** точки. Движение точки может быть задано **векторным**, **координатным** или **естественным** способами.

Координатный способ задания движения точки основан на том, что положение точки определяется ее координатами, заданными для каждого момента времени (рис. 2.1): $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$.

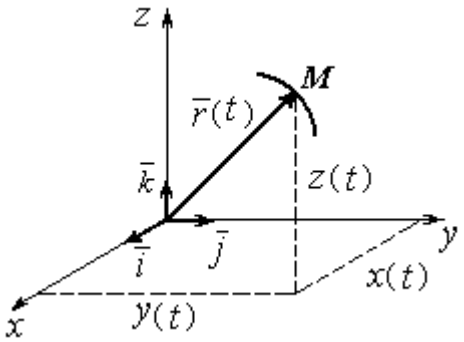


Рис. 2.1. Векторный и координатный способы задания движения точки

Мгновенная скорость, или скорость точки в данный момент времени, является векторной величиной и определяется как производная по времени от радиус-вектора точки: $\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}$. **Вектор скорости точки $\vec{V}$ всегда направлен по касательной к траектории в сторону движения точки.** Величины V_x, V_y, V_z проекций вектора скорости $\vec{V}$ на координатные оси определяются как производные по времени от соответствующих координат: $V_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$; $V_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y}$; $V_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}$. Модуль вектора скорости: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$.

Мгновенное ускорение точки**,** или ускорение в данный момент времени, является векторной величиной и определяется как производная по времени от вектора скорости точки или как вторая производная от радиус-вектора точки: $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$. Величины a_x, a_y, a_z проекций вектора ускорения на координ-

натные оси определяются равенствами: $a_x = \frac{dV_x}{dt} = \dot{V}_x = \ddot{x}$; $a_y = \frac{dV_y}{dt} = \dot{V}_y = \ddot{y}$; $a_z = \frac{dV_z}{dt} = \dot{V}_z = \ddot{z}$. Модуль вектора ускорения: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$.

Естественный способ задания движения используется, если траектория движения точки заранее известна. Тогда положение точки однозначно определяется длиной дуги $O\breve{M} = S(t)$, отсчитываемой от некоторой фиксированной точки *O*, принятой за начало отсчета (рис. 2.2). При этом заранее устанавливаются положительное и отрицательное направления отсчета дуговой координаты.

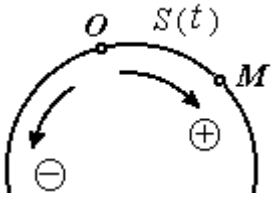


Рис. 2.2. Естественный способ задания движения точки

При естественном способе задания движения вектор скорости точки определяется равенством: $\vec{V} = \dot{S}\vec{\tau} = V_\tau \vec{\tau}$, где S – дуговая координата; $\vec{\tau}$ – единичный вектор касательной к траектории движения, направленный в сторону положительного направления дуговой координаты. Величина $V_\tau = \dot{S}$ называется алгебраической скоростью точки и представляет собой проекцию вектора скорости точки на касательную к траектории.

Вектор ускорения точки $\vec{a}$ раскладывается на составляющие по направлениям естественных осей – касательную (ось τ) и перпендикулярную к ней нормальную (ось *n*):

$$\vec{a} = a_\tau \vec{\tau} + a_n \vec{n} \text{ или } \vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n,$$

где $\vec{\tau}$ – единичный направляющий вектор касательной; $\vec{n}$ – единичный направляющий вектор нормали траектории; a_τ – проекция ускорения точки на касательную называется **касательным ускорением**; a_n – проекция вектора ускорения точки на нормаль называется **нормальным ускорением** (рис. 2.3). Касательная составляющая ускорения характеризует изменение величины скорости точки, нормальная – изменение направления вектора скорости.

Если проекции V_τ и a_τ имеют одинаковые знаки (направлены в одну сторону), движение будет ускоренным, если разных знаков (разнонаправлены) – замедленным (см. рис. 2.3, *a*, *b*).

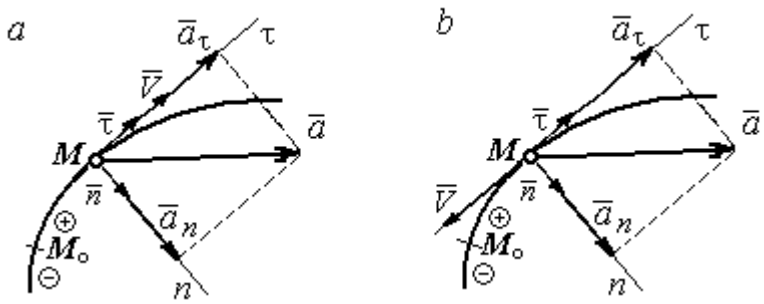


Рис. 2.3. Скорость и ускорение точки. Разложение ускорения на нормальную и касательную составляющие:
a – ускоренное движение; *b* – замедленное движение

Проекции ускорения на естественные оси и модуль вектора ускорения вычисляются по формулам:

$$a_\tau = \ddot{S} = \dot{V}_\tau,\ a_n = \frac{V^2}{\rho};$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}\ ,$$

где ρ – радиус кривизны траектории. Иногда при вычислении касательной составляющей ускорения удобнее пользоваться формулой $a_\tau = \dfrac{a_x V_x + a_y V_y}{V_\tau}$.

Вектор нормальной составляющей ускорения $\vec{a}_n$ всегда направлен к центру кривизны траектории. Вектор касательной составляющей ускорения $\vec{a}_\tau$ направлен в сторону положительного направления касательной (по направлению единичного вектора $\vec{\tau}$), если $\ddot{S} > 0$, и в противоположную сторону – при $\ddot{S} < 0$.

Криволинейное движение точки называется **равномерным**, если проекция вектора скорости на касательную – постоянная величина: $V_\tau = \text{const}$.

Криволинейное движение точки называется **равнопеременным**, если постоянна проекция вектора ускорения на касательную: $a_\tau = \text{const}$.

Примеры решения задач на криволинейное движение точки

Задача 20. Движение точки задано координатным способом уравнениями $x(t) = 2\sin\pi t$, $y(t) = \cos 2\pi t$, где *x*, *y* – в сантиметрах, *t* – в секундах.

Найти траекторию точки, величину и направление скорости и ускорения в моменты времени t_1 = 0,25 с, t_2 = 0,75 с. Определить участки ускоренного и замедленного движений точки.

Решение

Определяем траекторию точки. Из уравнений движения находим $y = \cos 2\pi t = \cos^2 \pi t - \sin^2 \pi t = 1 - 2\sin^2 \pi t = 1 - \frac{x^2}{2}$. Траекторией точки является парабола $y = 1 - \frac{x^2}{2}$ (рис. 2.4). Однако не вся парабола будет траекторией движения, а только та её часть, точки которой согласно уравнениям движения удовлетворяют неравенствам: $-2 \le x \le 2$, $-1 \le y \le 1$.

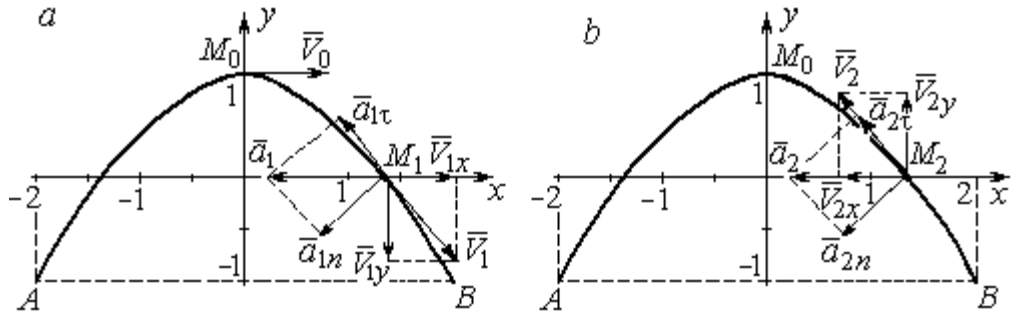


Рис. 2.4. Траектория движения точки:

a – замедленное движение точки на участке от M_0 к *B*;
b – ускоренное движение точки на участке от *B* к M_0

Определяем параметры движения точки в момент времени t_1 = 0,25 с.

Находим координаты x_1, y_1 положения точки M_1:

$$x_1 = x(0{,}25) = 2\sin\frac{\pi}{4} = \sqrt{2} \text{ см}, \quad y_1 = y(0{,}25) = \cos\frac{\pi}{2} = 0.$$

Находим проекции V_{1x}, V_{1y} вектора $\vec{V}_1$ скорости точки на оси системы координат:

$$V_x(t) = \dot{x} = 2\pi\cos\pi t; \; V_y(t) = \dot{y} = -2\pi\sin 2\pi t;$$

$$V_{1x} = V_x(0{,}25) = 2\pi\cos\frac{\pi}{4} = \pi\sqrt{2} \text{ см/с}; \quad V_{1y} = V_y(0{,}25) = -2\pi\sin\frac{\pi}{2} = -2\pi \text{ см/с}.$$

Модуль скорости $V_1 = \sqrt{V_{1x}^2 + V_{1y}^2} = \pi\sqrt{6}$ см/с.

Находим проекции a_{1x}, a_{1y} вектора $\vec{a}_1$ ускорения точки на оси системы координат:

$$a_x(t) = \dot{V}_x = -2\pi^2 \sin\pi t;\ a_y(t) = \dot{V}_y = -4\pi^2 \cos 2\pi t;$$

$$a_{1x} = a_x(0{,}25) = -2\pi^2 \sin\frac{\pi}{4} = -\pi^2\sqrt{2} \text{ см/с}^2;\ a_{1y} = a_y(0{,}25) = -4\pi^2 \cos\frac{\pi}{2} = 0.$$

Модуль вектора ускорения $a_1 = \sqrt{a_{1x}^2 + a_{1y}^2} = \pi^2\sqrt{2}$ см/с.

Положение точки M_1 в момент времени $t_1 = 0{,}25$ с, построение векторов скорости $\vec{V}_1$ и ускорения $\vec{a}_1$ по их проекциям показано на рис. 2.4, *а*.

Для того чтобы определить характер движения точки в положении M_1 – ускоренное или замедленное, найдём направление касательного ускорения. С этой целью разложим известный уже вектор ускорения $\vec{a}_1$ на нормальную и касательную составляющие согласно равенству $\vec{a}_1 = \vec{a}_{1\tau} + \vec{a}_{1n}$. При этом направление касательной совпадает с направлением вектора скорости $\vec{V}_1$, а направление нормали – перпендикулярно ему. Касательное ускорение $\vec{a}_{1\tau}$ оказалось направленным противоположно вектору скорости $\vec{V}_1$ (см. рис. 2.4, *а*). Следовательно, точка в рассматриваемый момент движется замедленно.

В момент времени $t_2 = 0{,}75$ с положение M_2 совпадает с положением M_1:

$$x_2 = x(0{,}75) = 2\sin\frac{3\pi}{4} = \sqrt{2} \text{ см};\ y_2 = y(0{,}75) = \cos 2\pi\frac{3}{4} = 0.$$

Проекции векторов скорости $\vec{V}_2$ и ускорения $\vec{a}_2$ точки на оси координат:

$$V_{2x} = V_x(0{,}75) = 2\pi\cos\frac{3\pi}{4} = -\pi\sqrt{2} \text{ см/с};\ V_{2y} = V_y(0{,}75) = -2\pi\sin 2\pi\frac{3}{4} = 2\pi \text{ см/с};$$

$$a_{2x} = a_x(0{,}75) = -2\pi^2 \sin\frac{3\pi}{4} = -\pi^2\sqrt{2} \text{ см/с}^2;\ a_{2y} = a_y(0{,}75) = -4\pi^2 \cos 2\pi\frac{3}{4} = 0.$$

Модули скорости и ускорения точки в момент времени $t_2 = 0{,}75$ с:

$$V_2 = \sqrt{V_{2x}^2 + V_{2y}^2} = \pi\sqrt{6} \text{ см/с}; \quad a_2 = |a_{2x}| = \pi^2\sqrt{2} \text{ см/с}^2.$$

Положение точки M_2 в момент времени t_2 = 0,75 с, построение векторов скорости $\vec{V}_2$ и ускорения $\vec{a}_2$ по их проекциям, а также разложение вектора ускорения $\vec{a}_2$ на составляющие $\vec{a}_{2n}$ и $\vec{a}_{2\tau}$ показано на рис. 2.4, *b*. В данном случае вектор касательного ускорения совпадает по направлению с вектором скорости (см. рис. 2.4, *b*), поэтому движение ускоренное.

В целом движение точки по траектории происходит следующим образом. Из начального положения M_0 (t_0 = 0) точка с замедлением перемещается по правой ветви параболы. Достигнув положения *B* на траектории (t_B = 0,5 с), точка совершает мгновенную остановку и начинает обратное ускоренное движение. Достигнув положения M_0 (t_{M_0} = 1 с), точка переходит на левую часть параболы, где движется аналогично.

Задача 21. Рудничный поезд выходит на закруглённый участок пути радиуса *R* = 1 км с начальной скоростью 54 км/ч. Считая движение поезда равнопеременным, определить его скорость и ускорение в конце 10-й секунды движения по закруглённому участку, если за это время поезд прошёл путь 500 м.

Решение

Примем за начало отсчёта расстояния точку M_0, где поезд выходит на закруглённый участок пути (рис. 2.5). Предположим, движение поезда равноускоренное и происходит в сторону возрастания дуговой координаты *S*. В этом случае вектор скорости и вектор касательного ускорения направлены в положительную сторону касательной.

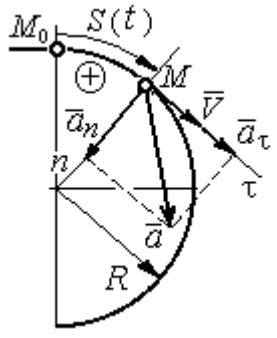


Рис. 2.5. Скорость и ускорение поезда

При равнопеременном движении проекция вектора ускорения на касательную постоянна: a_τ = const. Так как $a_\tau = \dfrac{dV_\tau}{dt}$, то $V_\tau = a_\tau t + C_1$, где V_τ – проекция вектора скорости на касательную

ось. Далее, поскольку $V_\tau = \frac{dS}{dt}$, имеем $S = \frac{a_\tau t^2}{2} + C_1 t + C_2$. Константы интегрирования C_1 и C_2 находятся из начальных условий: при $t = 0$ $S = 0$ и $V_\tau = V_0 =$ = 54 км/ч = 15 м/с. Подставив эти условия в уравнения движения, найдём константы интегрирования: C_1 = 15 м/с; C_2 = 0.

В результате получена система уравнений:

$$V_\tau = a_\tau t + 15; \quad S = \frac{a_\tau t^2}{2} + 15t .$$

По условию задачи через 10 с от начала движения по закруглённому участку поезд прошёл по дуге путь S = 500 м. Подставляя это условие во второе уравнение, получим a_τ = 7 м/с^2. Скорость поезда в конце пройденного пути с учётом известной величины касательного ускорения найдём из первого уравнения V_τ = 85 м/с. Следует заметить, что при указанном движении поезда проекция вектора скорости на касательную ось положительна и равна его модулю: $V_\tau = V$.

Нормальное ускорение поезда при движении по дуге окружности радиуса R = 1000 м в момент времени t = 10 с равно $a_n = \frac{V_\tau^2}{R}$ = 7,23 м/с^2. Величина (модуль) полного ускорения поезда $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$ = 10,06 м/с^2. Разложение вектора ускорения поезда на нормальную и касательную составляющие показано на рис. 2.5.

Задача 22. Вагонетка движется равнопеременно по дуге окружности радиуса R = 80 м. За время движения скорость вагонетки изменилась от начальной V_0 = 18 км/ч до конечной V_1 = 9 км/ч.

Определить характер движения – ускоренное или замедленное. Найти ускорение вагонетки в начале и в конце участка движения, если за это время она прошла путь S = 60 м.

Решение

Выберем некоторую точку на траектории в качестве начальной, а направление положительного отсчёта расстояний – в сторону движения вагонетки.

Уравнения равнопеременного движения точки при начальных условиях: $t = 0$; $S = 0$ и $V_\tau = V_0 = 5$ м/с имеют вид:

$$V_\tau = 5 + a_\tau t; \;\; S = 5t + \frac{a_\tau t^2}{2}.$$

Подставим в уравнения параметры движения в момент времени $t = t_1$, когда скорость вагонетки стала $V_{1\tau} = 2{,}5$ м/с, а пройденный ею путь составил 60 м. Получим систему:

$$-2{,}5 = a_\tau t_1; \;\; 60 = 5t_1 + \frac{a_\tau t_1^2}{2},$$

откуда найдём касательное ускорение: $a_\tau = -0{,}16$ м/с^2.

Отрицательная величина означает, что вектор касательного ускорения направлен в сторону, противоположную направлению вектора скорости, и движение равнозамедленное.

Нормальное ускорение вагонетки в начале движения $a_{n0} = \frac{V_0^2}{R} = 0{,}31$ м/с^2.

Полное ускорение $a_0 = \sqrt{a_{n0}^2 + a_\tau^2} = 0{,}35$ м/с^2. В конце движения нормальное ускорение $a_{n1} = \frac{V_1^2}{R} = 0{,}08$ м/с^2. Полное ускорение $a_1 = \sqrt{a_{n1}^2 + a_\tau^2} = 0{,}18$ м/с^2.

2.2. Поступательное движение и вращение твердого тела вокруг неподвижной оси

Движение твёрдого тела называется **поступательным**, если любой прямолинейный отрезок, связанный с телом, остаётся в процессе движения параллельным самому себе. При **поступательном** движении твёрдого тела все его

точки движутся по одинаковым траекториям, имеют равные скорости и ускорения.

Вращением твёрдого тела вокруг неподвижной оси называется такое его движение, при котором две точки тела остаются неподвижными в течение всего времени движения. Прямая, проходящая через неподвижные точки, называется **осью вращения** тела.

Положение вращающегося тела определяется углом поворота $\varphi = \varphi(t)$ относительно какой-либо системы отсчёта, например, относительно неподвижной плоскости, проходящей через ось вращения.

Вектор угловой скорости вращения тела $\vec{\omega}$ лежит на оси вращения и направлен в сторону, откуда вращение тела видно против хода часовой стрелки. **Алгебраическим значением угловой скорости** вращения тела называют проекцию вектора угловой скорости на ось вращения (ось z) $\omega_z = \dot{\varphi}$. При $\dot{\varphi} > 0$ тело вращается в сторону положительного направления отсчёта угла φ, при $\dot{\varphi} < 0$ – в обратную сторону. Направление угловой скорости обычно показывают дуговой стрелкой вокруг оси вращения. Модуль алгебраического значения угловой скорости вращения тела называется угловой скоростью $\omega = |\omega_z| = |\dot{\varphi}|$.

Алгебраическим значением **углового ускорения** вращающегося тела называют проекцию вектора углового ускорения на ось вращения (ось z) $\varepsilon_z = \dot{\omega}_z = \ddot{\varphi}$. Модуль алгебраического значения углового ускорения вращения тела называется угловым ускорением: $\varepsilon = |\varepsilon_z| = |\dot{\omega}_z| = |\ddot{\varphi}|$.

Вектор углового ускорения направлен вдоль оси вращения. Если $\varepsilon_z \omega_z > 0$ (вектора угловой скорости и углового ускорения сонаправлены), движение ускоренное, если $\varepsilon_z \omega_z < 0$ (векторы угловой скорости и углового ускорения противоположны по направлению), – замедленное.

При равномерном вращении угловая скорость тела (алгебраическое значение) – постоянная величина: ω_z = const. Угол поворота тела изменяется по линейному закону $\varphi = \varphi_0 + \omega_z t$, где φ_0 – начальный угол поворота тела.

При равнопеременном вращении постоянной величиной является алгебраическое значение углового ускорения: ε_z = const. В этом случае справедливы уравнения движения: $\omega_z = \omega_{z0} + \varepsilon_z t$; $\varphi = \varphi_0 + \omega_{z0} t + \dfrac{\varepsilon_z t^2}{2}$.

При вращательном движении тела все его точки движутся по окружностям, радиусы которых равны расстояниям от выбранной точки до неподвижной оси. **Скорость точки** вращающегося твердого тела **(**в отличие от угловой скорости тела) называют **линейной,** или **окружной скоростью** точки. Модуль скорости точки рассчитывается по формуле: $V = \omega h$, где ω – угловая скорость тела; h – расстояние от точки до оси вращения. Вектор скорости направлен по касательной к описываемой точкой окружности в сторону вращения тела.

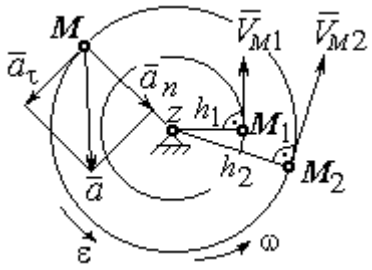


Рис. 2.6. Скорость и ускорение точек вращающегося тела

При вращении тела отношение скоростей двух точек тела равно отношению расстояний от этих точек до оси вращения: $\dfrac{V_{M_1}}{V_{M_2}} = \dfrac{h_1}{h_2}$ (рис. 2.6).

Ускорение точки вращающегося твердого тела рассчитывается как ускорение точки при естественном способе задания движения в виде суммы векторов касательного и нормального ускорений (см. рис. 2.6): $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$, где модули векторов $a_\tau = \varepsilon h$, $a_n = \omega^2 h$; $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$; ω, ε – угловая скорость и угловое ускорение тела, $\varepsilon = |\varepsilon_z|$; h – расстояние от точки до оси вращения. **Вектор касательного ускорения точки** $\vec{a}_\tau$ направлен по касательной к описываемой точкой окружности в сторону движения точки, если вращение тела ускоренное, и в противоположную сторо-

ну, если движение тела замедленное. **Вектор нормального ускорения точки** $\vec{a}_n$ направлен вдоль радиуса описываемой точкой окружности к её центру.

При **передаче вращения** одного тела другому без проскальзывания соотношения между угловыми скоростями и угловыми ускорениями выражаются из равенства скоростей и касательных ускорений в точке контакта: $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}$; $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{r_2}{r_1}$ (рис. 2.7).

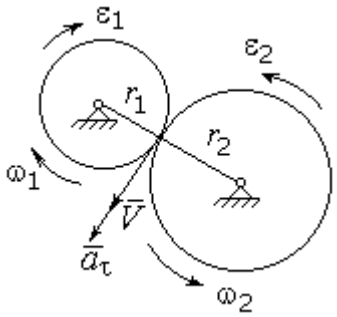


Рис. 2.7. Передача вращения одного тела другому

Примеры решения задач на вращательное движение тел

Задача 23. Вал, начиная вращаться равноускоренно из состояния покоя, за первые 2 мин. сделал 3600 оборотов. Определить угловую скорость вала в конце 2-й минуты и угловое ускорение вала.

Решение

Допустим, вращение вала вокруг оси *z* происходит в сторону положительного направления отсчёта угла. Тогда алгебраические значения угловой скорости и углового ускорения равны модулям соответствующих векторов $\omega_z = \omega$; $\varepsilon_z = \varepsilon$.

Воспользуемся уравнениями равнопеременного вращения вала с нулевыми начальными условиями (начальный угол поворота $\varphi_0 = 0$ и начальная угловая скорость вала $\omega_0 = 0$). Имеем $\omega = \varepsilon t$; $\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2}$.

Подставим в уравнения параметры движения вала в момент времени $t = t_1 = 2$ мин = 120 с; $\varphi_1 = 3600$ об $= 7200\pi$ рад. Получим систему:

$$\omega_1 = \varepsilon \cdot 120, \quad 7200\pi = \frac{\varepsilon \cdot 120^2}{2}, \text{ откуда } \varepsilon = \pi \text{ с}^{-2}; \quad \omega_1 = 120\pi \text{ с}^{-1}.$$

Задача 24. В механизме стрелочного индикатора (рис. 2.8) движение от рейки мерительного штифта 1 передаётся шестерне 2, скреплённой на одной оси с зубчатым колесом 3. Колесо 3 сцепляется, в свою очередь, с шестернёй 4, несущей стрелку-индикатор. Определить угловую скорость стрелки, если движение штифта задаётся уравнением $x = 4\sin\pi t$ и радиусы зубчатых колёс: $r_2 = 6$ см, $r_3 = 10$ см, $r_4 = 4$ см.

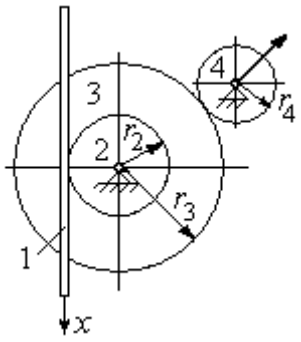


Рис. 2.8. Механизм стрелочного индикатора

Решение

Мерительный штифт движется поступательно вдоль оси x (см. рис. 2.8). Проекция скорости любой точки штифта на ось x $V_{1x} = \dot{x} = 4\pi\cos\pi t$ см/с. Такую же скорость имеет и точка касания штифта с шестернёй 2.

Полагая, что точка касания штифта с шестернёй 2 принадлежит и шестерне, найдём алгебраическое значение угловой скорости шестерни 2: $\omega_{2z} = \dfrac{V_{1x}}{r_2} = \dfrac{4\pi\cos\pi t}{6} = \dfrac{2\pi}{3}\cos\pi t$ рад/с. Зубчатое колесо 3 скреплено с шестернёй 2 на одной оси и имеет ту же угловую скорость $\omega_{3z} = \omega_{2z}$. Вращение колеса 3 через точку зацепления передаётся шестерне 4. Выразим соотношение между алгебраическими значениями угловых скоростей при передаче вращения одного тела другому: $\dfrac{\omega_{3z}}{\omega_{4z}} = \dfrac{r_4}{r_3}$. Отсюда получим: $\omega_{4z} = \dfrac{V_{1x} r_3}{r_2 r_4} = \dfrac{5\pi}{3}\cos\pi t$ с$^{-1}$. Угловая скорость стрелки равна угловой скорости шестерни 4.

Задача 25. Ведущее колесо 1 подъёмного устройства (рис. 2.9) передаёт движение шестерне 2. На одной оси с шестернёй 2 расположен шкив 3, жёстко скреплённый с шестернёй. Шкив 3 соединяется со шкивом 4 бесконечным

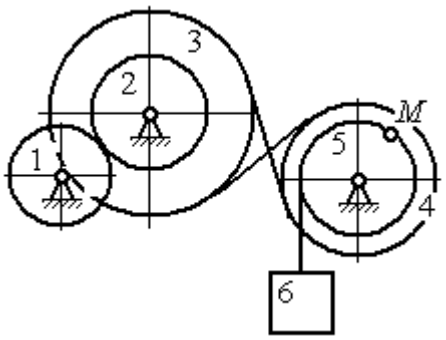


Рис. 2.9. Схема механизма подъёмного устройства

перекрёстным ремнём. Барабан 5 скреплён со шкивом 4 и находится с ним на одной оси. На барабан намотана нить, удерживающая груз 6. По заданному уравнению движения колеса 1 определить скорость, нормальное, касательное и полное ускорения точки M на ободе барабана 5 в момент времени $t_1 = 1$ с, а также скорость и ускорение груза 6. Скольжение между звеньями механизма отсутствует.

Значения радиусов колёса, шкивов и барабана механизма: $r_1 = 20$ см, $r_2 = 10$ см, $r_3 = 40$ см, $r_4 = 16$ см, $r_5 = 8$ см. Уравнение вращения колеса 1: $\varphi_1 = 2t^2 - 5t$ рад.

Решение

Ведущим звеном в механизме является колесо 1. Выберем положительное направление отсчёта угла поворота колеса 1 в сторону, противоположную направлению вращения часовой стрелки. На рис. 2.10 это направление показано дуговой стрелкой φ_1.

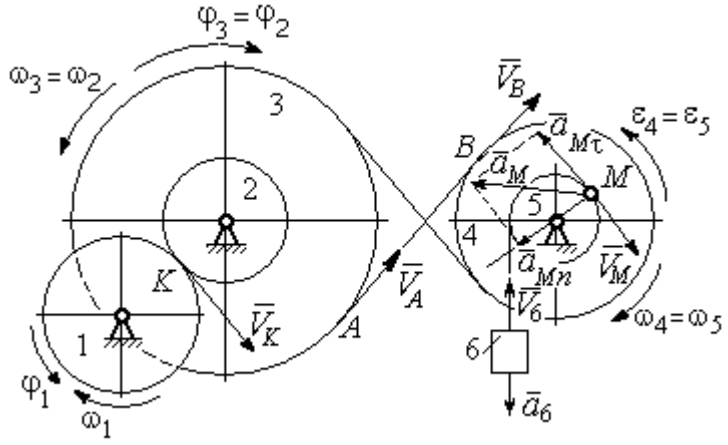


Рис. 2.10. Расчётная схема механизма

Продифференцировав по времени уравнение движения колеса 1, получим алгебраическое значение его угловой скорости: $\omega_{1z} = \dot{\varphi}_1 = 4t - 5$ рад/с. В момент времени $t_1 = 1$ с алгебраическое значение угловой скорости колеса 1 отрицательно: $\dot{\varphi}_1(1) = -1$ рад/с. Это означает, что в данный момент времени колесо 1 вращается в сторону, противоположную положительному направлению отсчёта угла φ_1. Угловая скорость колеса 1 равна модулю: $\omega_1 = |\omega_{1z}| = 1$ рад/с. Направление угловой скорости ω_1 колеса 1 в момент времени $t_1 = 1$ с показано дуговой стрелкой ω_1.

Вращение колеса 1 передаётся шестерне 2 через точку контакта *K*. Из соотношения $\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{r_2}{r_1}$ найдём угловую скорость шестерни 2: $\omega_2=\frac{\omega_1 r_1}{r_2}$. Шкив 3, закреплённый на одной оси с шестернёй 2 имеет такую же угловую скорость, $\omega_3=\omega_2$. Направление угловых скоростей шестерни 2 и шкива 3 показано на рис. 2.10 дуговой стрелкой ω_2.

Передача движения шкива 3 шкиву 4 производится с помощью ремённой передачи. На участке от точки *A*, где ремень сходит со шкива 3, и до точки *B*, где ремень набегает на шкив 4, ремень движется поступательно, поэтому скорости точек *A* и *B* равны: $V_A=V_B$. Выразив скорости точек через угловые скорости тел, имеем равенство $\omega_3 r_3=\omega_4 r_4$, откуда с учётом, что $\omega_3=\omega_2$, найдём угловую скорость шкива 4: $\omega_4=\frac{\omega_3 r_3}{r_4}=\frac{\omega_1 r_1 r_3}{r_2 r_4}$. Угловая скорость барабана 5 равна угловой скорости шкива 4, $\omega_5=\omega_4$. Направление угловых скоростей шкива 4 и барабана 5 показано на рис. 2.10 дуговой стрелкой ω_4.

Величина (модуль) скорости точки *M* рассчитывается по формуле: $V_M=\omega_5 r_5$. В момент времени $t_1=1$ с $\omega_5=\frac{\omega_1 r_1 r_3}{r_2 r_4}=5$ рад/с и $V_M=20$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_M$ направлен по касательной к ободу барабана в точке *M* и направлен в сторону вращения барабана 5 (см. рис. 2.10).

Нить, несущая груз 6, сматываясь с обода барабана, имеет скорость, равную скорости точек обода барабана, и, следовательно, равна скорости точки *M*: $V_6=V_M$. Направление скорости груза 6 определяется направлением вращения барабана 5. При $t_1=1$с груз поднимается со скоростью $V_6=20$ см/с.

Определим ускорение точки *M*. Вектор ускорения точки *M* равен сумме векторов: $\vec{a}_M=\vec{a}_M^{\tau}+\vec{a}_M^{n}$, где $\vec{a}_M^{\tau}$, $\vec{a}_M^{n}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения.

Найдём алгебраическое значение угловой скорости барабана 5: $\omega_{5z} = \dfrac{\omega_{1z} r_1 r_3}{r_2 r_4} = 20t - 25$ рад/с. Алгебраическое значение углового ускорения барабана 5 ε_{5z} равно производной $\varepsilon_{5z} = \dot{\omega}_{5z} = 20$ рад/с^2. Так как в момент времени $t_1 = 1$ с знаки алгебраических значений угловой скорости барабана и его углового ускорения разные ($\omega_{5z} = -5$ рад/с $\vec{a}_M = \vec{a}_M^{\tau} + \vec{a}_M^{n}$ $\varepsilon_{5z} = +20$ рад/с^2), угловое ускорение (по величине равное модулю $\varepsilon_5 = |\varepsilon_{5z}|$) направлено в сторону, противоположную угловой скорости. На рис. 2.10 направление углового ускорения барабана 5 показано дуговой стрелкой ε_5.

Касательное ускорение точки: $a_{M\tau} = \varepsilon_5 r_5 = 80$ см/с^2. Вектор $\vec{a}_{M\tau}$ касательного ускорения точки M направлен по касательной к траектории в точке M в сторону углового ускорения ε_5 (см. рис. 2.10).

Нормальное ускорение точки M рассчитывается как $a_M^n = \omega_5^2 r_5$, где угловая скорость барабана $\omega_5 = |\omega_{5z}|$. В момент времени $t_1 = 1$ с $\omega_5 = 5$ рад/с и величина нормального ускорения: $\vec{a}_M^{\,n} = 100$ см/с^2. Вектор нормального ускорения $\vec{a}_M^{\,n}$ направлен по радиусу к центру барабана 5.

Модуль полного ускорения точки M в заданный момент времени: $a_M = \sqrt{(a_M^{\tau})^2 + (a_M^n)^2} = 128{,}06$ см/с^2. Вектор ускорения $\vec{a}_M$ направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_M^{\,n}$ и $\vec{a}_M^{\tau}$ (см. рис. 2.10).

Ускорение a_6 груза 6 находится из условия, что груз движется прямолинейно. При прямолинейном движении нормальная составляющая ускорения равна нулю. В результате, ускорение груза 6 $a_6 = a_6^{\tau} = \dot{V}_6 = \dot{V}_M = a_M^{\tau} = \varepsilon_5 r_5 = 80$ см/с^2. Направление вектора ускорения груза 6 определяется направлением углового ускорения барабана 5. На рис. 2.10 направление ускорения груза 6 показано вектором $\vec{a}_6$.

Задача 26. По заданному уравнению поступательного движения звена 1 механизма (рис. 2.11, *a*) определить скорость, нормальное, касательное и полное ускорения точки *M* диска 3 в момент времени $t_1 = 1$ с, а также скорость и ускорение звена 4. Скольжение между звеньями механизма отсутствует. Значения радиусов колес механизма и закон движения звена 1: $R_2 = 20$ см, $r_2 = 5$ см, $R_3 = 8$ см, $r_3 = 4$ см, $x_1 = \cos\pi t + \sin\pi t$ см.

Решение

Звено 1 движется поступательно вдоль оси *x*. Положительное направление движения задаётся направлением оси *x* (рис. 2.11, *a*). Продифференцировав по времени уравнение движения звена 1, получим его алгебраическое значение скорости: $V_{1x}(t) = \dot{x}_1 = -\pi\sin\pi t + \pi\cos\pi t$.

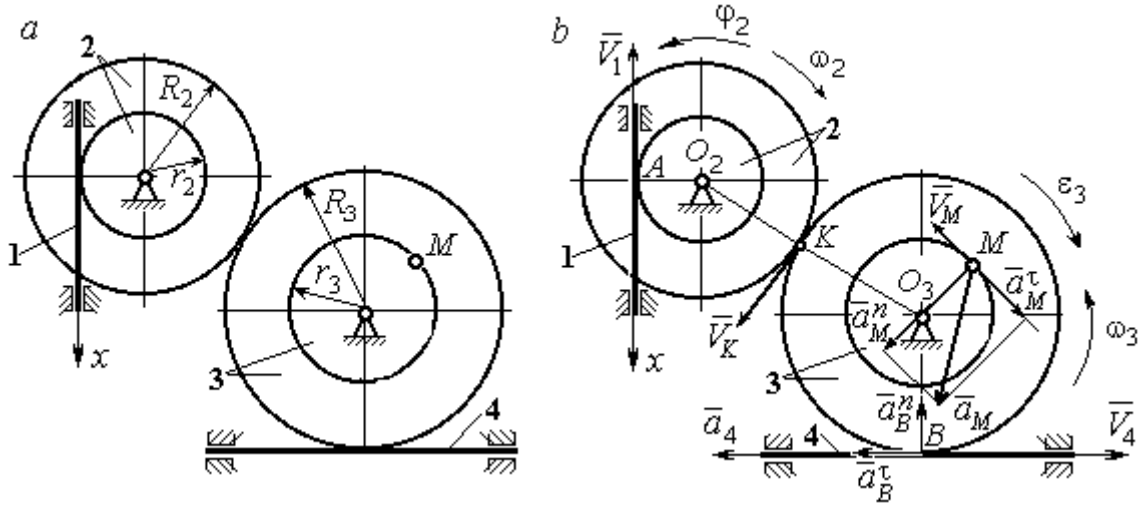


Рис. 2.11. Кинематика поступательного и вращательного движений твердого тела:
a – схема механизма; *b* – расчетная схема для определения скоростей
и ускорений точек механизма

В момент времени $t_1 = 1$ с алгебраическое значение скорости звена 1 отрицательное: $V_{1x}(1) = -\pi$ см/с. Это показывает, что в данный момент времени звено 1 движется в сторону, противоположную положительному направлению оси *x*. Скорость звена 1 равна модулю производной $V_1(1) = |\dot{x}_1| = \pi$ см/с. На рис. 2.11, *b* показано направление вектора скорости $\vec{V}_1$.

Точка A соприкосновения звена 1 с диском 2 имеет ту же скорость, что и звено 1. Угловая скорость диска 2 определяется из равенства $\omega_2 = \frac{V_1}{r_2}$ рад/с. Направление угловой скорости вращения диска 2 показано на рис. 2.11, *b* дуговой стрелкой ω_2.

Передача вращения диска 2 диску 3 происходит в точке *K*. Из соотношения $\frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{R_2}{R_3}$ находим угловую скорость диска 3: $\omega_3 = \frac{V_1 R_2}{r_2 R_3} = \frac{\pi}{2}$. Направление угловой скорости диска 3 показано на рис. 2.11, *b* дуговой стрелкой ω_3.

Модуль скорости точки M $V_M = \omega_3 r_3 = 2\pi$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_M$ направлен по касательной к траектории движения точки *M* в сторону вращения диска 3 (см. рис. 2.11, *b*).

Звено 4 движется поступательно. Величина и направление скорости звена 4 совпадают с величиной и направлением скорости точки *B* касания звена 4 с диском 3: $V_4 = V_B = \omega_3 R_3$. В момент времени $t_1 = 1$ с $V_4 = 4\pi$ см/с. Направление вектора скорости $\vec{V}_4$ определяется направлением вращения диска 3.

Определим ускорение точки *M*. Найдём алгебраическое значение ω_{3z} угловой скорости диска 3: $\omega_{3z} = \frac{V_{1x} R_2}{r_2 R_3} = \frac{\pi}{2}(-\sin\pi t + \cos\pi t)$. Алгебраическое значение ε_{3z} углового ускорения диска 3: $\varepsilon_{3z} = \dot{\omega}_{3z} = -\frac{\pi^2}{2}(\cos\pi t + \sin\pi t)$ и в момент времени $t_1 = 1$ с $\varepsilon_{3z} = \frac{\pi^2}{2}$. Разные знаки алгебраических значений угловой скорости и углового ускорения диска 3 ($\omega_{3z} = -\frac{\pi}{2}; \varepsilon_{3z} = +\frac{\pi^2}{2}$) показывают, что угловое ускорение направлено в сторону, противоположную угловой скорости. На рис 2.11, *b* направление углового ускорения диска 3 показано дуговой стрелкой ε_3.

Касательное ускорение точки M рассчитывается по формуле $a_M^{\tau} = \varepsilon_3 r_3$, где угловое ускорение $\varepsilon_3 = |\varepsilon_{3z}|$. В момент времени $t_1 = 1$ с $a_M^{\tau} = 2\pi^2$ см/с^2. Вектор касательного ускорения точки M $\vec{a}_M^{\tau}$ направлен по касательной к траектории точки M в сторону углового ускорения ε_3 (см. рис. 2.11, *b*).

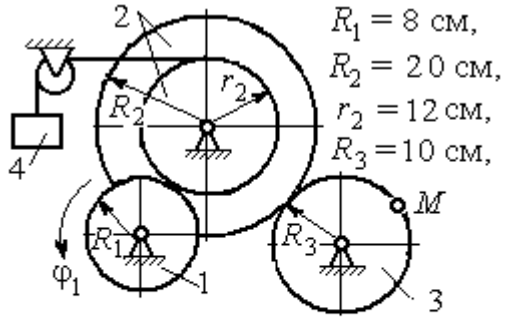
Нормальное ускорение точки M рассчитывается как $a_M^n = \omega_3^2 r_3$. В момент времени $t_1 = 1$ с величина нормального ускорения $a_M^n = \pi^2$ см/с^2. Вектор нормального ускорения $\vec{a}_M^n$ направлен по радиусу к центру диска 3.

Модуль полного ускорения точки M: $a_M = \sqrt{(a_M^n)^2 + (a_M^{\tau})^2} = \pi^2\sqrt{5}$ см/с^2. Вектор полного ускорения $\vec{a}_M$ направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_M^n$ и $\vec{a}_M^{\tau}$.

Звено 4 движется поступательно и прямолинейно. Ускорение звена 4 равно проекции ускорения точки B (касания диска 3 со звеном 4) на линию движения звена 4: $a_4 = a_B^{\tau} = \varepsilon_3 R_3 = 4\pi^2$ см/с^2. Направление ускорения звена 4 совпадает с касательным ускорением точки B.

Упражнения

Упражнение 2.1

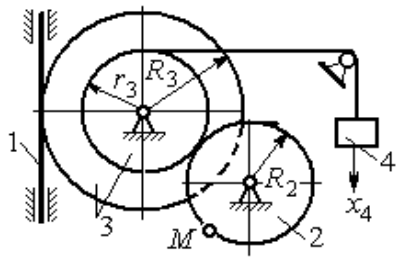


$R_1 = 8$ см, $R_2 = 20$ см, $r_2 = 12$ см, $R_3 = 10$ см,

$\varphi_1 = 3t + 2\sin\frac{\pi t}{2}$ рад,

Найти скорость и ускорение точки M и груза 4 в момент $t = 1$ с

Упражнение 2.2



$R_2 = 0{,}2$ м, $R_3 = 0{,}4$ м, $r_3 = 0{,}3$ м,

$x_4 = t - 1 - \sin\frac{\pi t}{3} + \cos\frac{\pi t}{3}$ м.

Найти скорость и ускорение точки M и звена 1 в момент $t = t_1 = 3$ с.

Рис. 2.12. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 2.1, 2.2

2.3. Скорости точек при плоскопараллельном движении твёрдого тела

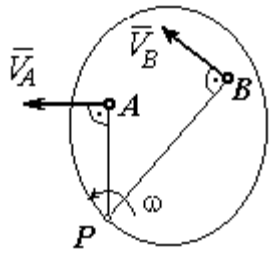
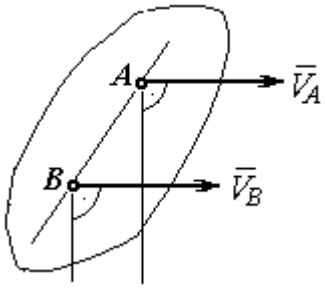
Плоскопараллельным, или плоским движением твердого тела, называется такое движение, при котором все точки тела движутся параллельно некоторой неподвижной (основной) плоскости.

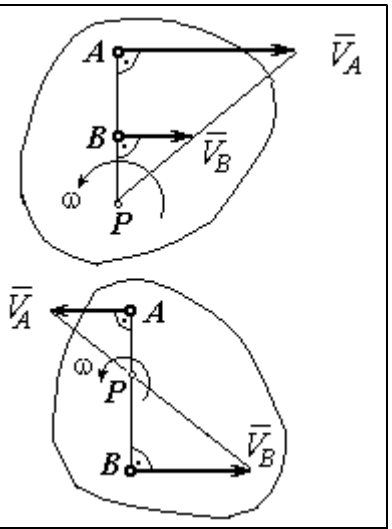
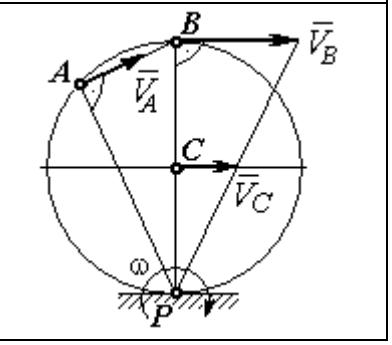
Для скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_M$ двух точек A и M тела, совершающего плоское движение, справедливо утверждение: **проекции скоростей двух точек твердого тела на ось, проходящую через эти точки, равны друг другу:** $V_A\cos\alpha = V_M\cos\beta$, где α, β – углы между векторами скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_M$ и осью, проходящей через точки A и M.

Мгновенным центром скоростей (МЦС) называется точка P плоской фигуры, скорость которой в данный момент времени равна нулю. При известном положении МЦС скорость любой точки плоской фигуры находят так, как если бы движение фигуры было мгновенно вращательным вокруг мгновенного центра скоростей с угловой скоростью, равной угловой скорости плоской фигуры. Способы построения мгновенного центра скоростей приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Способы построения мгновенного центра скоростей

1. Если известны направления скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ каких-нибудь двух точек A и B плоской фигуры, то мгновенный центр скоростей P находится в точке пересечения перпендикуляров, восстановленных из этих точек к векторам скоростей.	
2. Если скорости двух точек $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ параллельны, но точки A и B не лежат на общем перпендикуляре к скоростям, то, как видно из рисунка, мгновенный центр P бесконечно удалён. В этом случае угловая скорость $\omega = 0$ и тело в данный момент движется поступательно (движение является мгновенным поступательным). При таком движении скорость любой точки тела равна $\vec{V}_A$.	

3. Если скорости двух точек $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ параллельны, а точки A и B лежат на общем перпендикуляре к скоростям, то мгновенный центр скоростей P находится как пересечение прямой, соединяющей точки A и B и линии, проходящей через концы векторов, изображающих скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$.	
4. Если плоскопараллельное движение осуществляется путем качения без скольжения одного тела по неподвижной поверхности другого, то мгновенный центр скоростей P расположен в точке касания катящегося тела с неподвижной поверхностью.	

Примеры решения задач на плоскопараллельное движение тела

Задача 27. Приводной механизм насоса находится в положении, показанном на рис. 2.13. Кривошип O_1C вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_{O_1C} = 2$ рад/с вокруг оси, проходящей через точку O_1 перпендикулярно плоскости чертежа. Определить скорость поршня D и угловые скорости шатуна BC, коромысла AB и штока AD, если O_1C = 20 см, $OB = 2 \cdot OA$ = 40 см, AD = 60 см.

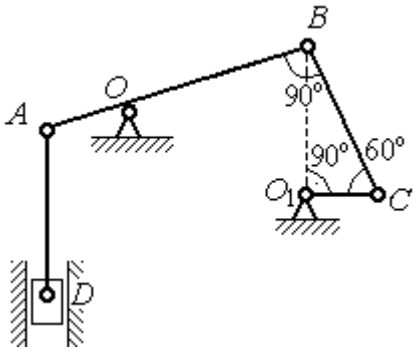


Рис. 2.13. Приводной механизм насоса

Решение

Предположим для определённости, что кривошип O_1C вращается в направлении по ходу часовой стрелки. Вектор $\vec{V}_C$ скорости точки C направлен

перпендикулярно кривошипу O_1C, в сторону его вращения (рис. 2.14). Модуль скорости $V_C = \omega_{O_1C} \cdot O_1C = 40$ см/с.

Коромысло AB качается (вращается) вокруг оси, проходящей через точку O, параллельно оси вращения кривошипа. Скорость точки B направлена перпендикулярно коромыслу AB вдоль шатуна BC (рис. 2.14).

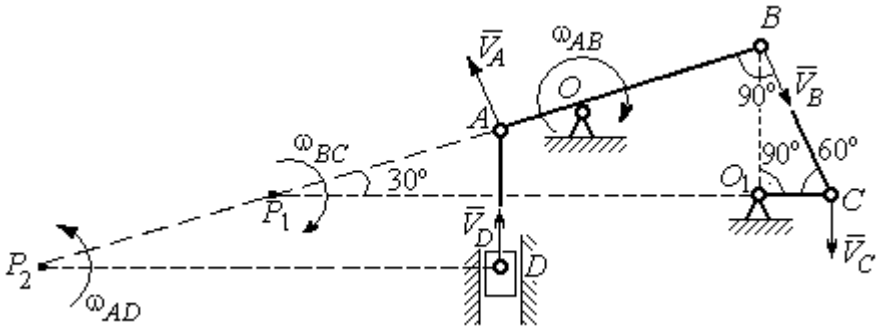


Рис. 2.14. Расчётная кинематическая схема механизма привода насоса

Шатун BC совершает плоскопараллельное движение. Мгновенный центр скоростей шатуна P_1 расположен в точке пересечения перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_C$ и $\vec{V}_B$ точек C и B шатуна. Находим $P_1C = 4O_1C = 80$ см. Угловая скорость вращения шатуна BC $\omega_{BC} = \dfrac{V_C}{CP_1} = 0{,}5$ рад/с. Направление угловой скорости вращения шатуна BC определяется направлением вращения кривошипа O_1C и на рис. 2.14 показано дуговой стрелкой ω_{BC}.

Скорость V_B найдём по теореме о проекциях скоростей. Спроектируем вектора скоростей $\vec{V}_C$ и $\vec{V}_B$ точек C и B на линию BC. Получим $V_B \cos 0^\circ = V_C \cos 30^\circ$. Отсюда $V_B = 20\sqrt{3}$ см/с.

Угловая скорость коромысла AB $\omega_{AB} = \dfrac{V_B}{OB} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ рад/с. Направление угловой скорости коромысла определяется направлением вектора скорости $\vec{V}_B$ и показано дуговой стрелкой ω_{AB}.

Скорость точки A коромысла равна половине скорости точки B: $V_A = \frac{1}{2}V_B = 10\sqrt{3}$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно коромыслу AB в сторону его вращения.

Точка P_2 пересечения перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_D$ является мгновенным центром скоростей штока AD. Тогда угловая скорость штока $\omega_{AD} = \frac{V_A}{AP_2} = \frac{\sqrt{3}}{12}$ рад/с. Направление угловой скорости штока определяется по направлению скорости точки A и на рис. 2.14 показано дуговой стрелкой ω_{AD}.

Скорость поршня $V_D = \omega_{AD} \cdot P_2D = 15$ см/с.

Задача 28. Механизм качалки (рис. 2.15) состоит из кривошипа OA, вращающегося вокруг оси O и несущего в точке A ось подвижной шестерни 2, которая катится по неподвижной шестерне 1. Вращение кривошипа происходит с угловой скоростью $\omega_{OA} = 2$ рад/с. Радиусы шестерён $r_1 = r_2 = 6$ см. К ободу шестерни 2 в точке B шарнирно прикреплён шатун BC длиной $BC = 8$ см, который в точке C передаёт движение коромыслу CO_1 длиной $CO_1 = 16$ см.

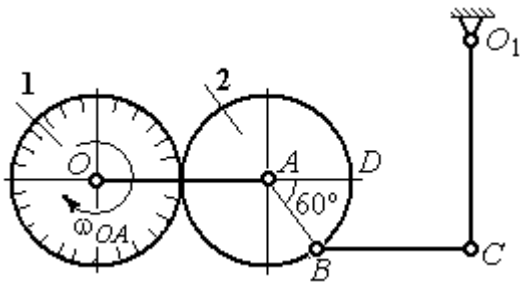


Рис. 2.15. Схема механизма качалки

Определить угловые скорости шестерни 2, шатуна BC, коромысла CO_1, а также скорости точек A, B, C, D в момент, когда кривошип OA и шатун BC горизонтальны и угол $\angle DAB = 60^\circ$.

Решение

Найдём скорость точки A кривошипа: $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 24$ см/с. Вектор скорости точки $\vec{V}_A$ расположен перпендикулярно кривошипу OA и направлен в сторону вращения кривошипа (рис. 2.16).

Мгновенный центр скоростей P_2 шестерни 2 находится в точке касания с неподвижной поверхностью шестерни 1. Угловая скорость шестерни 2 $\omega_2 = \dfrac{V_A}{AP_2} = 4$ рад/с. Направление угловой скорости шестерни 2 определяется направлением вектора скорости $\vec{V}_A$ и на рис. 2.16 показано дуговой стрелкой ω_2.

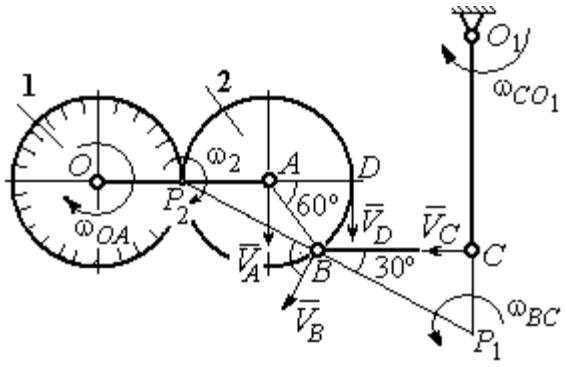


Рис.2.16. Расчётная кинематическая схема механизма качалки

Найдём расстояние P_2B из равнобедренного треугольника P_2AB по теореме косинусов: $P_2B = \sqrt{r^2 + r^2 - 2r^2\cos 120^\circ} = 6\sqrt{3}$ см. Скорость точки B $V_B = \omega_2 \cdot P_2B = 24\sqrt{3}$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_B$ перпендикулярен линии P_2B и направлен в сторону вращения шестерни 2.

Скорость точки D: $V_D = \omega_2 \cdot P_2D = 48$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_D$ перпендикулярен линии P_2D и направлен в ту же сторону (см. рис. 2.16).

Скорость точки C перпендикулярна линии CO_1. Восстанавливая перпендикуляры к скоростям $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$, получим точку пересечения P_1, которая будет мгновенным центром скоростей шатуна BC. Расстояние $P_1B = \dfrac{BC}{\cos 30^\circ} = \dfrac{16}{\sqrt{3}}$ см.

Угловая скорость шатуна $\omega_{BC} = \dfrac{V_B}{P_1B} = \dfrac{9}{2}$ рад/с. Направление угловой скорости определяется по направлению скорости $\vec{V}_B$ и показано дуговой стрелкой ω_{BC}.

Скорость точки C: $V_C = \omega_{BC} \cdot P_1C = \dfrac{36}{\sqrt{3}}$ см/с. Направление вектора скорости определяется направлением вращения шатуна BC.

Угловая скорость коромысла CO_1: $\omega_{CO_1} = \dfrac{V_C}{O_1C} = \dfrac{9}{4\sqrt{3}}$ рад/с.

Задача 29. В планетарном механизме (рис. 2.17) кривошип OA длиной OA = 25 см вращается вокруг неподвижной оси O, перпендикулярной плоскости рисунка, с угловой скоростью ω_{OA} = 3,6 рад/с. На конец A кривошипа насажена шестерёнка 2, находящаяся во внутреннем зацеплении с колесом 1 радиуса r_1 = 45 см, соосным с кривошипом OA и вращающимся с угловой скоростью ω_1 = 1 рад/с. Шатун BC, шарнирно соединённый с шестерёнкой 2 на её ободе в точке B, приводит в движение кривошип CO_1. Определить угловые скорости шестерёнки 2, шатуна BC и кривошипа CO_1, скорости точек A, B, C в положении, показанном на рис.2.17, если длина шатуна BC = 100 см, длина кривошипа CO_1 = 50 см.

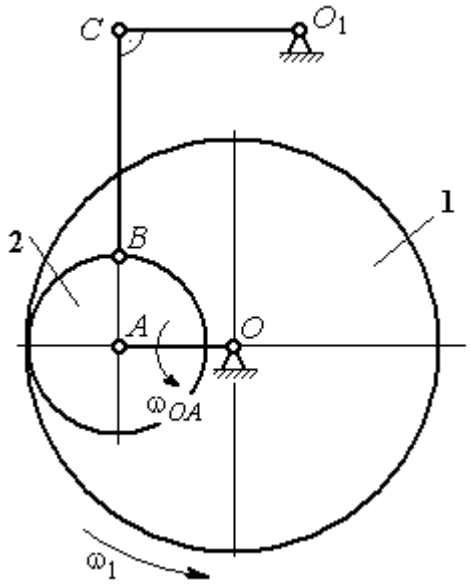


Рис. 2.17. Планетарный механизм

Решение

Найдём скорости точек A и D

$$V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 90 \text{ см/с}; \quad V_D = \omega_1 \cdot r_1 = 45 \text{ см/с}.$$

Вектор скорости $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно кривошипу OA в сторону его вращения. Вектор скорости $\vec{V}_D$ перпендикулярен радиусу OD колеса 1 и направлен в сторону вращения колеса (рис. 2.18).

Мгновенный центр скоростей P_2 шестерни 2 находится на пересечении прямой, соединяющей точки A и D, и линии, проходящей через концы векторов $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_D$, изображающих скорости точек A и D Расстояние P_2D от центра скоростей до точки D находится из пропорции $\frac{V_A}{V_D} = \frac{AP_2}{DP_2} = \frac{DP_2 + 20}{DP_2}$, откуда P_2D = 20 см.

Угловая скорость шестерёнки 2 $\omega_2 = \dfrac{V_D}{P_2 D} = 2{,}25$ рад/с. Направление угловой скорости ω_2 показано на рис. 2.18 дуговой стрелкой ω_2.

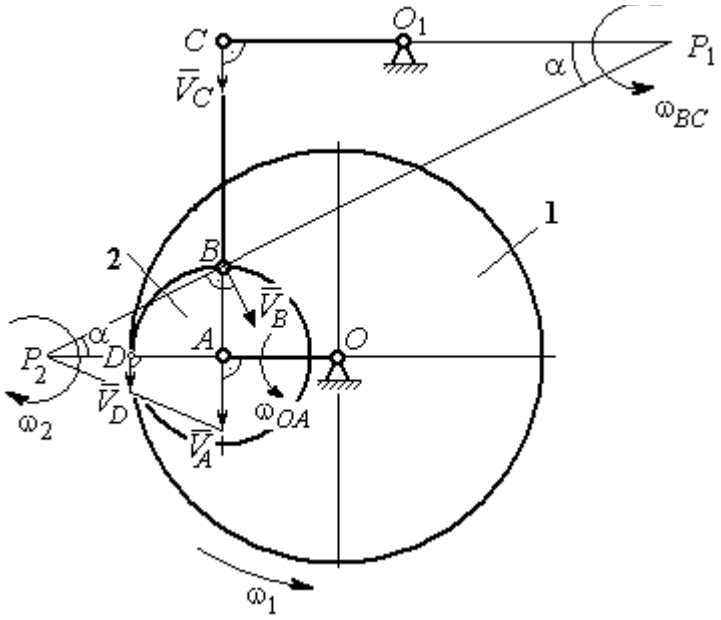


Рис. 2.18. Расчётная кинематическая схема планетарного механизма

Скорость точки *B,* которая находится на ободе шестеренки, $V_B = \omega_2 \cdot P_2 B = = 45\sqrt{5}$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_B$ перпендикулярен линии P_2B и направлен в сторону вращения шестерни 2.

Направим вектор скорости $\vec{V}_C$ перпендикулярно кривошипу CO_1 и восстановим перпендикуляры к скоростям $\vec{V}_C$ и $\vec{V}_B$. Точка P_1 пересечения перпендикуляров является мгновенным центром скоростей шатуна *BC*. Расстояние P_1B найдём из треугольника P_1BC: $P_1B = \dfrac{BC}{\sin\alpha}$, где $\sin\alpha = \dfrac{AB}{P_2B} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$. Тогда $P_1B = 100\sqrt{5}$ см. Угловая скорость шатуна $\omega_{BC} = \dfrac{V_B}{P_1B} = 0{,}45$ рад/с. Скорость точки *C* шатуна *BC* найдём по теореме о проекциях скоростей. Спроектируем скорости $\vec{V}_C$ и $\vec{V}_B$ точек *C* и *B* на линию, проходящую через эти точки Имеем: $V_C \cos 0^\circ = V_B \cos\alpha$, откуда $V_C = 90$ см/с.

Угловая скорость кривошипа CO_1 $\omega_{CO_1} = \dfrac{V_C}{O_1C} = 1{,}8$ рад/с.

Задача 30. В плоском механизме (рис. 2.19) кривошип OA вращается вокруг оси O с угловой скоростью ω_{OA}. На конец A кривошипа насажена шестерня 2, находящаяся во внешнем зацеплении с неподвижным колесом 1. Радиусы колеса и шестерни r_1 и r_2. Шестерня 2 соединяется с колесом 3 шатуном BC, закреплённым на шестерне в точке B и на колесе в точке C. Колесо 3 катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Все соединения шарнирные. Качение шестерни 2 по неподвижному колесу 1 без проскальзывания. Для положения механизма, изображенного на рис. 2.19, определить скорости точек A, B, C и угловые скорости шатуна BC, шестерни 2 и колеса 3, если $\omega_{OA} = 4$ рад/с; $r_1 = 4$ см; $r_2 = r_3 = 8$ см.

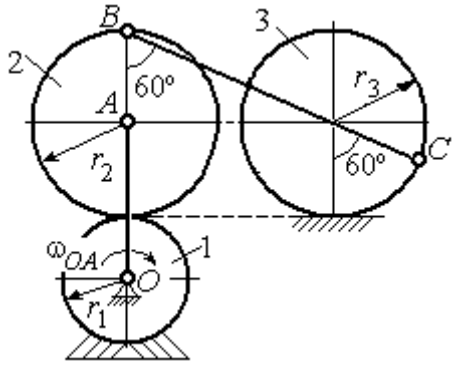


Рис. 2.19. Схема движения плоского механизма

Решение

Рассмотрим вращательное движение кривошипа OA. Скорость точки A кривошипа: $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 48$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно кривошипу OA в сторону его вращения (рис. 2.20).

При качении шестерни 2 по неподвижной поверхности колеса 1 точка их соприкосновения P_2 является мгновенным центром скоростей шестерни.

Угловая скорость шестерни 2 $\omega_2 = \dfrac{V_A}{AP_2} = 6$ рад/с.

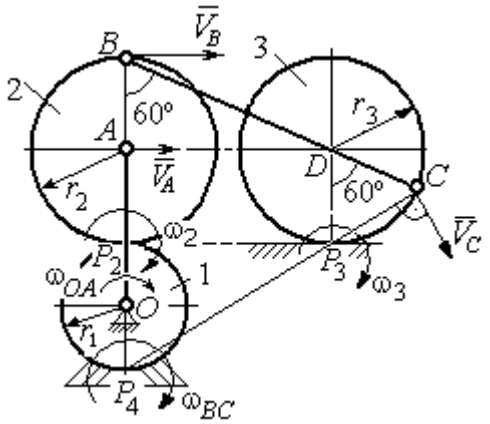


Рис. 2.20. Расчетная схема для определения угловых скоростей звеньев механизма

Скорость точки B шестерни 2 $V_B = \omega_2 \cdot BP_2 = 96$ см/с.

Точка P_3 касания колеса 3 с неподвижной поверхностью является его мгновенным центром скоростей. Вектор $\vec{V}_C$ скорости точки C колеса 3 перпендикулярен линии P_3C и направлен в сторону качения колеса (см. рис. 2.20).

Мгновенный центр скоростей шатуна BC – точка P_4 находится на пересечении перпендикуляров, восстановленных к скоростям точек B и C. По построению $BP_4 = BC = BD + DC = 2r_2 + r_3 = 24$ см. Угловая скорость шатуна BC $\omega_{BC} = \dfrac{V_B}{BP_4} = 4$ рад/с. Так как $BP_4 = CP_4$, скорости точек C и B $V_C = 96$ см/с.

Угловая скорость колеса 3 $\omega_3 = \dfrac{V_C}{CP_3} = 12$ рад/с.

Задача 31. В плоском механизме (рис. 2.21) кривошип OC, вращаясь вокруг неподвижной оси O, приводит в движение два шатуна CD и CE, присоединённых к кривошипу в точке C. Шатун CE прикреплён в точке E к ободу цилиндрического выступа диска 1, который катится без проскальзывания своим выступом по неподвижному горизонтальному рельсу. К другому шатуну CD в точке D прикреплён ползун, перемещающийся вдоль направления вертикального диаметра диска 1. Все соединения шарнирные. Радиусы диска и цилиндрического выступа $R_1 = 3$ см, $r_1 = 2$ см. Длина шатуна $CE = 4$ см. В заданном положении механизма (см. рис. 2.21) шатун CE горизонтален.

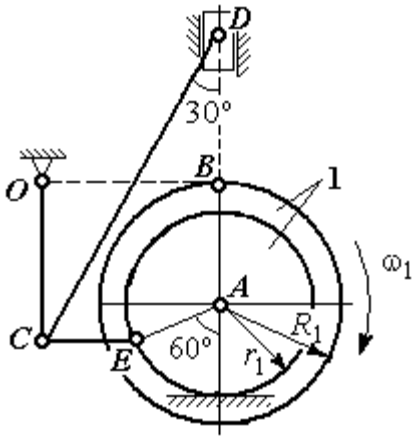


Рис. 2.21. Схема движения плоского механизма

Определить скорости точек A, E, C, D и угловые скорости диска 1, шатунов CE, CD и кривошипа CO, если известна скорость точки B на ободе диска 1 $V_B = 10$ см/с и направление ω_1 угловой скорости диска.

Решение

Изобразим вектор скорости точки B диска 1 в соответствии с заданным направлением его движения. При качении диска 1 по неподвижной поверхности рельса точка P_1 касания обода выступа с поверхностью рельса является его мгновенным центром скоростей (рис. 2.22).

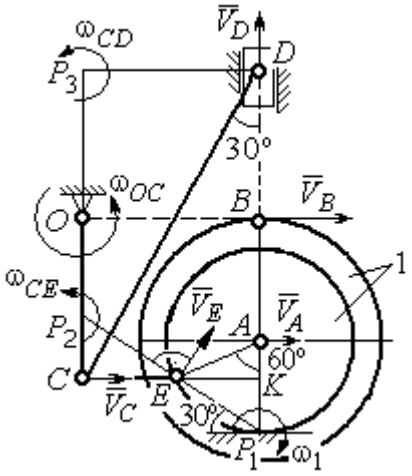


Рис. 2.22. Расчётная схема для определения скоростей точек и угловых скоростей звеньев механизма

Угловая скорость диска 1 $\omega_1 = \dfrac{V_B}{BP_1} = 2$ рад/с. Скорость точки A $V_A = \omega_1 \cdot AP_1 = 4$ см/с. Скорость точки E $V_E = \omega_1 \cdot EP_1 = 4$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ и вектор скорости $\vec{V}_E$ перпендикулярны, соответственно, линиям AP_1 EP_1 и направлены в сторону вращения диска.

Шатун CE совершает плоскопараллельное движение. Скорость точки C шатуна неизвестна по величине, но известно, что вектор скорости $\vec{V}_C$ перпендикулярен кривошипу OC и направлен вдоль CE в сторону точки E. Мгновенный центр скоростей P_2 шатуна CE находится на пересечении перпендикуляров, восстановленных к скоростям $\vec{V}_E$ и $\vec{V}_C$ (см. рис. 2.22).

Расстояние $EP_2 = \dfrac{EC}{\cos 30^\circ} = 4{,}62$ см. Угловая скорость шатуна CE $\omega_{CE} = \dfrac{V_E}{EP_2} = 0{,}86$ рад/с. Направление угловой скорости шатуна, определяемое по направлению скорости точки E, на рис. 2.22 показано дуговой стрелкой ω_{CE}. Скорость точки C шатуна CE $V_C = \omega_{CE} \cdot CP_2 = \dfrac{V_E}{2} = 2$ см/с.

Длина кривошипа $OC = BK = R_1 + r_1 \sin 30^\circ = 4$ см. Угловая скорость кривошипа $\omega_{OC} = \dfrac{V_C}{OC} = 0{,}5$ рад/с.

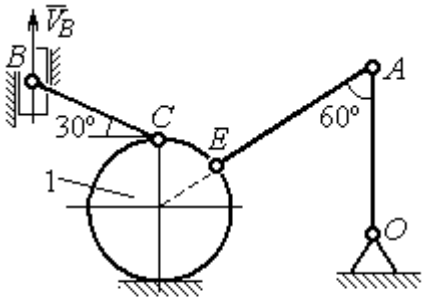
Для шатуна CD известны величина и направление вектора $\vec{V}_C$ скорости точки C и направление вектора $\vec{V}_D$ скорости точки D. Мгновенный центр скоростей шатуна CD находится в точке P_3, полученной на пересечении перпендикуляров, восстановленных к скоростям $\vec{V}_C$ и $\vec{V}_D$.

Расстояние $CP_3 = DK = (CE + r_1 \cos 30^\circ)\operatorname{ctg} 30^\circ = 9{,}92$ см (см. рис. 2.22). Угловая скорость шатуна CD: $\omega_{CD} = \dfrac{V_C}{CP_3} = 0{,}21$ рад/с.

Скорость ползуна D: $V_D = \omega_{CD} DP_3 = \omega_{CD}(CE + r_1 \cos 30^\circ) = 1{,}2$ см/с.

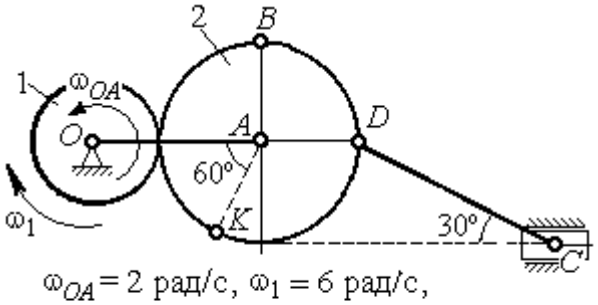
Упражнения

Упражнение 2.3



$R_1 = 2$ см, $OA = AE = 6$ см,
$BC = 5$ см, $V_B = 5$ см/с.
Найти: $\omega_{OA}, \omega_{AE}, \omega_{CB}, \omega_1, V_C, V_A, V_E$

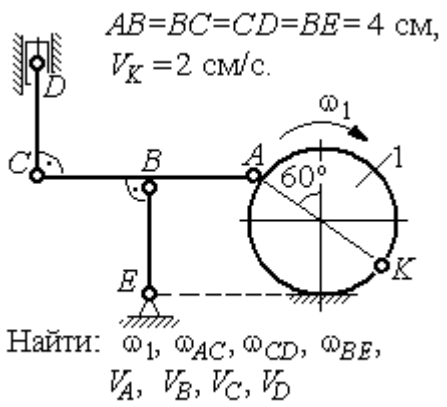
Упражнение 2.4



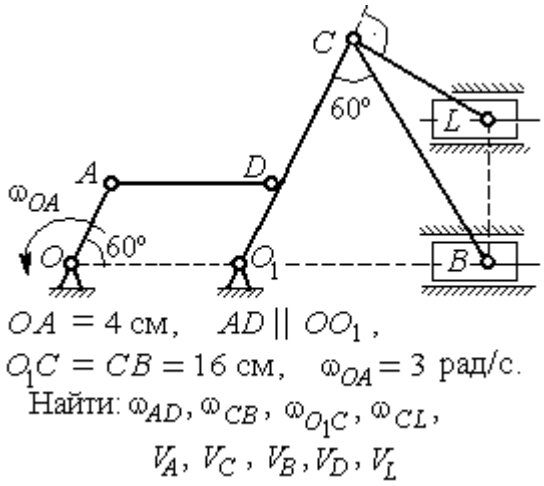
$\omega_{OA} = 2$ рад/с, $\omega_1 = 6$ рад/с,
$r_1 = 3$ см, $r_2 = 6$ см.
Найти: $\omega_2, \omega_{DC}, V_B, V_K, V_D, V_C$

Рис. 2.23. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 2.3, 2.4

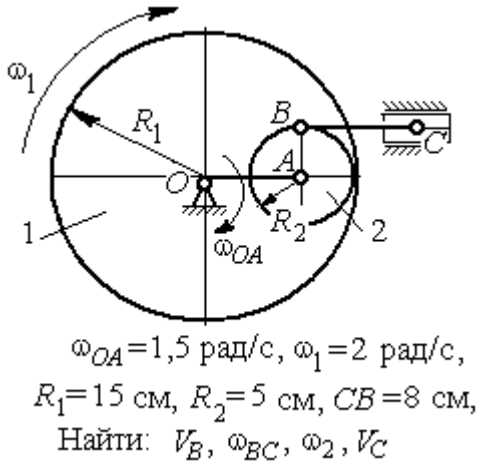
Упражнение 2.5



Упражнение 2.6



Упражнение 2.7



Упражнение 2.8

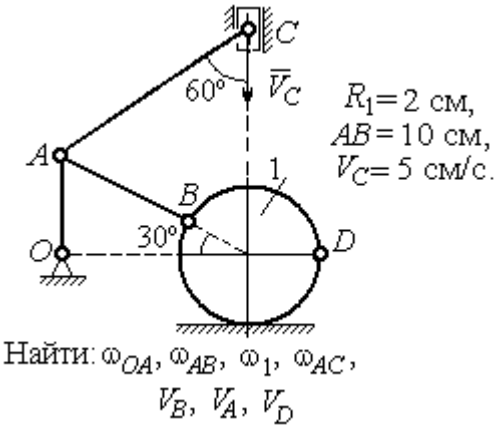


Рис. 2.24. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 2.5 – 2.8

2.4. Ускорения точек при плоскопараллельном движении твёрдого тела

Ускорение любой точки M плоской фигуры при плоскопараллельном движении твердого тела представляется как сумма векторов $\vec{a}_M = \vec{a}_A + \vec{a}^{\tau}_{MA} + \vec{a}^{n}_{MA}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса A; $\vec{a}^{\tau}_{MA}$, $\vec{a}^{n}_{MA}$ – касательная и

нормальная составляющие ускорения точки *M* при вращении фигуры вокруг полюса *A* (рис. 2.25).

Вектор нормального ускорения $\vec{a}^{\,n}_{MA}$ всегда направлен от точки *M* к полюсу *A*. Вектор касательного ускорения $\vec{a}^{\,\tau}_{MA}$ направлен перпендикулярно отрезку *AM* в сторону вращения, если оно ускоренное (см. рис. 2.25, *a*), и против вращения, если оно замедленное (см. рис. 2.25, *b*). Величины касательного и нормального составляющих ускорения точки *M* определяются по формулам:

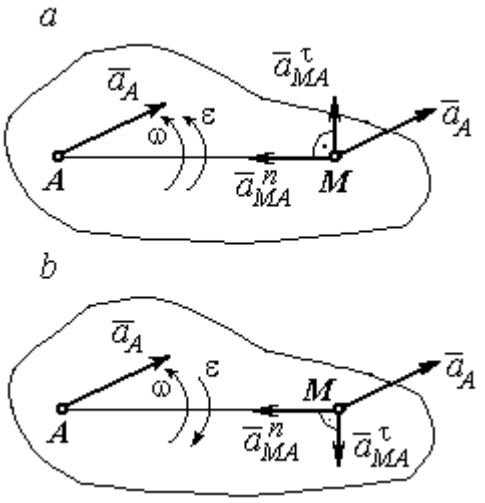


Рис. 2.25. Ускорение точки плоской фигуры:
a – ускоренное движение;
b – замедленное движение

$a^{\tau}_{MA} = \varepsilon \cdot AM$; $a^{n}_{MA} = \omega^2 \cdot AM$, где ω, ε – угловая скорость и угловое ускорение тела (плоской фигуры); AM – расстояние от точки *M* до полюса *A*.

Если при движении плоской фигуры известны траектории движения полюса *A* и точки *M*, то для определения ускорения точки *M* используется векторное равенство $\vec{a}^{\,\tau}_{M} + \vec{a}^{\,n}_{M} = \vec{a}^{\,\tau}_{A} + \vec{a}^{\,n}_{A} + \vec{a}^{\,\tau}_{MA} + \vec{a}^{\,n}_{MA}$, где $\vec{a}^{\,\tau}_{M}$, $\vec{a}^{\,n}_{M}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{A}$, $\vec{a}^{\,n}_{A}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки *M* и полюса *A* при движении их по заданным траекториям.

Примеры решения задач на определение ускорений точек

Задача 32. Поршень *D* гидравлического пресса приводится в движение шарнирно-рычажным механизмом *OABD*. В положении механизма, указанном на рис. 2.26, точка *L* рычага имеет скорость $V_L = 0{,}6$ м/с и ускорение $a_L = 0{,}5$ м/с^2. Длина рычага $OA = 2 \cdot AL = 0{,}6$ м, длина звена $AB = 0{,}4$ м. Определить скорость и ускорение поршня *D*, угловую скорость и ускорение звена *AB*.

Решение

Найдём угловую скорость рычага OL: $\omega_{OL} = \dfrac{V_L}{OL} = \dfrac{2}{3}$ рад/с.

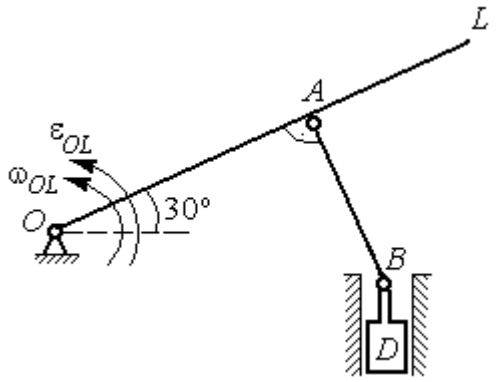


Рис. 2.26. Шарнирно-рычажный механизм гидравлического пресса

Ускорение точки L представляется в виде суммы векторов нормального и касательного ускорений: $\vec{a}_L = \vec{a}_L^{\,\tau} + \vec{a}_L^{\,n}$ (рис. 2.27). Модуль нормального ускорения точки L $a_L^n = \omega_{OL}^2 \cdot OL = 0{,}4$ м/с^2. Модуль её касательного ускорения и угловое ускорение рычага, соответственно, равны:

$$a_L^{\tau} = \sqrt{a_L^2 - (a_L^n)^2} = 0{,}3 \text{ м/с}^2, \quad \varepsilon_{OL} = \frac{a_L^{\tau}}{OL} = \frac{1}{3} \text{ рад/с}^2.$$

Скорость $\vec{V}_A$ точки A перпендикулярна рычагу OL и направлена в сторону вращения рычага. Её модуль $V_A = \omega_{OL} \cdot OA = 0{,}4$ м/с. Скорость $\vec{V}_B$ точки B направлена вертикально вверх вдоль линии движения поршня. Направления векторов скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ показаны на рис. 2.27. Точка P_1 – пересечения перпендикуляров, восстановленных к векторам скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ - определяет положение мгновенного центра скоростей звена AB. Расстояние $AP_1 = P_1B \cdot \cos 30^\circ = 0{,}4\sqrt{3}$ м.

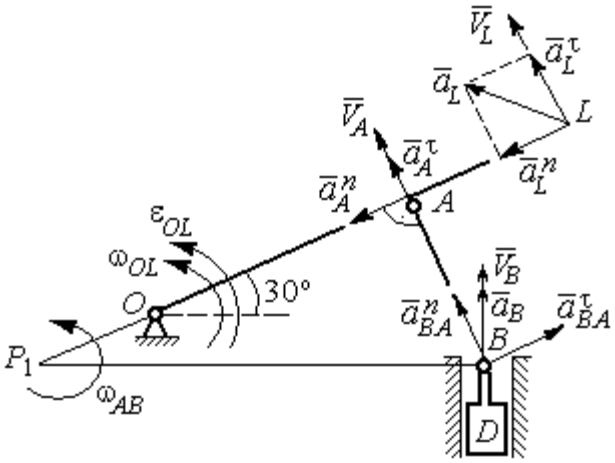


Рис. 2.27. Расчётная кинематическая схема механизма

Угловая скорость звена AB $\omega_{AB} = \dfrac{V_A}{P_1A} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ рад/с.

Представим ускорение точки B через полюс A: $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{\tau}_{BA} + \vec{a}^{n}_{BA}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса A; $\vec{a}^{\tau}_{BA}$, $\vec{a}^{n}_{BA}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки B при вращении звена AB вокруг полюса A. Так как траекторией точки A является окружность с центром в точке O, ускорение этой точки может быть разложено на две составляющие: $\vec{a}_A = \vec{a}^{\tau}_{A} + \vec{a}^{n}_{A}$. В результате ускорение точки B представляется в виде векторной суммы $\vec{a}_B = \vec{a}^{\tau}_{A} + \vec{a}^{n}_{A} + \vec{a}^{\tau}_{BA} + \vec{a}^{n}_{BA}$. Направления векторов ускорений показаны на рис. 2.27.

Модули ускорений:

$$a^{n}_{A} = \omega^{2}_{OL} \cdot OA = 0{,}27 \text{ см/с}^2;\ a^{n}_{BA} = \omega^{2}_{AB} \cdot AB = 0{,}13 \text{ см/с}^2;$$

$$a^{\tau}_{A} = \varepsilon_{OL} \cdot OA = 0{,}2 \text{ см/с}^2.$$

Ускорение $a^{\tau}_{BA} = \varepsilon_{AB} \cdot AB$ остаётся неизвестной величиной, так как угловое ускорение ε_{AB} звена AB неизвестно.

Спроектируем векторное равенство ускорения точки B на оси x, y, где ось x проходит вдоль линии звена AB, ось y – перпендикулярна ей (рис. 2.28). Получим равенства:

$$a_B \cdot \cos 30^\circ = a^{\tau}_{A} + a^{n}_{BA};\ \ a_B \cdot \cos 60^\circ = -a^{n}_{A} + a^{\tau}_{BA}.$$

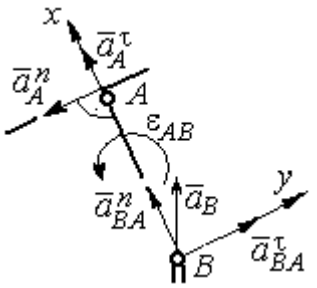


Рис. 2.28. Вычисление проекций векторов ускорений

Решая систему уравнений, находим модуль ускорения точки B: $a_B = 0{,}38$ см/с^2 и величину касательного ускорения: $a^{\tau}_{BA} = 0{,}46$ см/с^2. Угловое ускорение стержня AB $\varepsilon_{AB} = \dfrac{a^{\tau}_{BA}}{AB} = 1{,}15$ рад/с^2. Направление углового ускорения ε_{AB} звена AB определяется направлением вектора $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ касательного ускорения точки B при вращении звена вокруг полюса A (см. рис. 2.28).

Ускорение поршня D равно ускорению точки B: $a_D = a_B = 0{,}38$ см/с^2.

Задача 34. Колесо 1 радиуса $r_1 = 0{,}6$ м катится без скольжения по прямолинейному участку пути и приводит в движение шатун 2, соединённый шарнирно с колесом в точке B на его ободе. На другом конце шатуна в точке C к нему присоединён ползун, перемещающийся горизонтально (рис. 2.29).

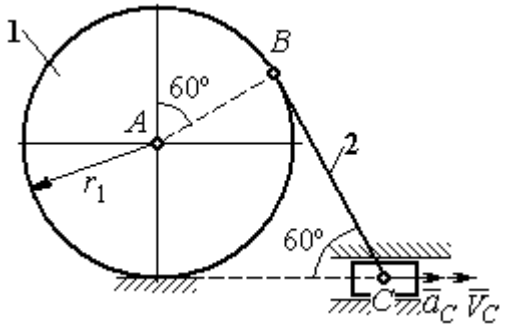


Рис. 2.29. Механизм, связывающий качение колеса с поступательным движением ползуна

В положении механизма, показанном на рис. 2.29, найти ускорение центра A колеса 1, его угловое ускорение, а также угловое ускорение шатуна 2, если заданы скорость и ускорение ползуна C: $V_C = 9$ м/с; $a_C = 4$ м/с^2.

Решение

При качении диска 1 по неподвижной поверхности точка P_1 касания его с поверхностью является мгновенным центром скоростей диска. Вектор скорости $\vec{V}_B$ перпендикулярен линии P_1B. Восстановим перпендикуляры к скоростям $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$. Их пересечение в точке P_2 определяет положение мгновенного центра скоростей шатуна 2 (рис. 2.30).

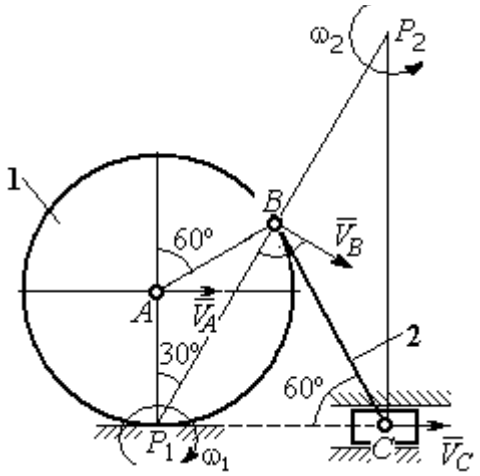


Рис. 2.30. Расчётная схема механизма для определения скоростей точек

Вычислим необходимые расстояния.

Расстояние P_1B (см. рис. 2.30) найдём из треугольника P_1AB по теореме косинусов: $P_1B = r_1\sqrt{3} = 1{,}04$ м. Из построения мгновенных центров скоростей P_1 и P_2 следует: $P_1B = BP_2 = BC$. Расстояние P_2C определяется из треугольника P_1P_2C: $P_2C = P_1P_2 \cdot \cos 30^\circ = 1{,}8$ м.

Угловая скорость шатуна 2 $\omega_2 = \dfrac{V_C}{P_2C}$ = 5рад/с. Направление угловой скорости ω_2 определяется направлением скорости $\vec{V}_C$.

Скорость точки *B* найдём по формуле $V_B = \omega_2 \cdot P_2B$ = 5,2 м/с.

Угловая скорость диска 1 $\omega_1 = \dfrac{V_B}{P_1B}$ = 5 рад/с. Скорость центра колеса 1 $V_A = \omega_1 \cdot P_1A$ = 3 м/с.

Найдём ускорение точки *A*.

Примем точку *B* за полюс и выразим ускорение точки *A* через полюс *B*: $\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}^{\,\tau}_{AB} + \vec{a}^{\,n}_{AB}$, где $\vec{a}_B$ – ускорение полюса *B*; $\vec{a}^{\,\tau}_{AB}$, $\vec{a}^{\,n}_{AB}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки *A* при вращении диска 1 вокруг полюса *B* (рис. 2.31). Направления ускорения точки $\vec{a}_A$ и касательной составляющей ускорения $\vec{a}^{\,\tau}_{AB}$ точки *A* выбраны в предположении ускоренного движения диска.

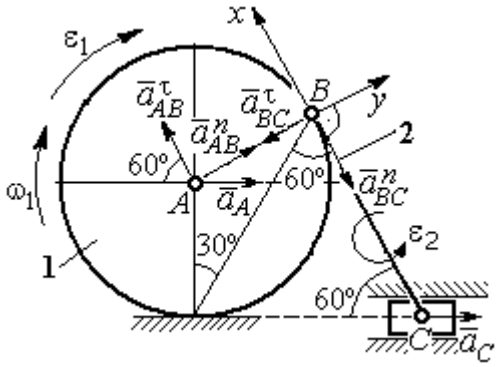


Рис. 2.31. Расчётная схема механизма для определения ускорений точек

Ускорение полюса *B* выразим через полюс *C*: $\vec{a}_B = \vec{a}_C + \vec{a}^{\,\tau}_{BC} + \vec{a}^{\,n}_{BC}$, где $\vec{a}_C$ – ускорение полюса *C*; $\vec{a}^{\,\tau}_{BC}$, $\vec{a}^{\,n}_{BC}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки *B* при вращении шатуна 2 вокруг полюса *C*. Направление касательной составляющей ускорения $\vec{a}^{\,\tau}_{BC}$ точки *B* выбрано в направлении вращения шатуна 2 (см. рис. 2.30) исходя из предположения его ускоренного движения. В результате ускорение точки *A* выражается векторной суммой:

$$\vec{a}_A = \vec{a}^{\,\tau}_{AB} + \vec{a}^{\,n}_{AB} + \vec{a}^{\,\tau}_{BC} + \vec{a}^{\,n}_{BC} + \vec{a}_C.$$

Направления векторов ускорений показаны на рис. 2.31.

Заметим, что в любой момент времени движения колеса 1 расстояние от точки A до мгновенного центра скоростей колеса P_1 остаётся постоянным, равным радиусу колеса. Дифференцируем выражение $V_A = \omega_1 \cdot P_1A = \omega_1 \cdot r_1$. Получим $\frac{dV_A}{dt} = \frac{d\omega_1}{dt} r_1 = \varepsilon_1 \cdot r_1$, откуда с учётом $\frac{dV_A}{dt} = a_A$ (прямолинейное движение точки A) угловое ускорение диска 1 $\varepsilon_1 = \frac{a_A}{r_1}$. В результате, касательное ускорение a^{τ}_{AB} точки A при вращении диска 1 вокруг полюса B $a^{\tau}_{AB} = \varepsilon_1 \cdot AB = a_A$.

Найдём модули векторов ускорений:

$$a^n_{AB} = \omega_1^2 \cdot AB = 15 \text{ м/с}^2;\ a^n_{BC} = \omega_2^2 \cdot BC = 26 \text{ м/с}^2.$$

Ускорение $a^{\tau}_{BC} = \varepsilon_2 \cdot BC$ остаётся неизвестным. Применить здесь способ дифференцирования выражения $V_C = \omega_2 \cdot P_2C$ для определения углового ускорения ε_2 невозможно, так как расстояние P_2C от мгновенного центра скоростей P_2 шатуна 2 до точки C меняется во время движения механизма неизвестным образом.

Спроектируем векторное равенство ускорения точки A на оси x, y, выбранные, как показано на рис. 2.31. Получим систему уравнений:

$$\text{проекция на ось } x\text{: } -a_A\cos60^\circ = a^{\tau}_{AB} - a^n_{BC} - a_C\cos60^\circ;$$

$$\text{проекция на ось } y\text{: } a_A\cos30^\circ = a^n_{AB} - a^{\tau}_{BC} + a_C\cos30^\circ.$$

Из первого уравнения с учётом того, что $a^{\tau}_{AB} = a_A$, найдём ускорение точки A: a_A = 18,67 м/с^2. Положительное значение ускорения точки A означает, что вектор $\vec{a}_A$ направлен так, как показано на рис. 2.31, – в сторону направления вектора скорости $\vec{V}_A$. Из этого следует, что диск 1 движется ускоренно и угловое ускорение направлено в сторону его угловой скорости.

Из второго уравнения получим: $a_{BC}^{\tau} = 2{,}29$ м/с^2. Угловое ускорение шатуна 2: $\varepsilon_2 = \dfrac{\left|a_{BC}^{\tau}\right|}{BC} = 2{,}2$ рад/с^2. Из того, что касательное ускорение a_{BC}^{τ} положительно, следует, что направление вектора $\vec{a}_{BC}^{\tau}$ совпадает с направлением, указанным на рис. 2.31. Это, в свою очередь, означает, что в данном положении механизма угловое ускорение шатуна 2 направлено так, как показано на рис. 2.31, – по направлению его угловой скорости, то есть шатун 2 вращается ускоренно.

Задача 35. По неподвижной шестерне 1 радиуса r_1 обкатывается шестерня 2 радиуса r_2, насаженная в центре на кривошип OA (рис. 2.32). Кривошип OA вращается вокруг оси O с угловой скоростью ω_{OA} и угловым ускорением ε_{OA}. На ободе шестерни 2 в точке B шарнирно прикреплен стержень BC, соединенный другим концом с центром C диска 3, катящегося без скольжения вдоль горизонтальной прямой. Радиус диска 3 равен радиусу шестерни 2: $r_3 = r_2$. Для положения механизма, изображенного на рис. 2.32, определить ускорение точки D и угловое ускорение стержня BC, если $r_1 = 0{,}2$ м, $r_2 = 0{,}4$ м, $\omega_{OA} = 4$ рад/с, $\varepsilon_{OA} = 2$ рад/с^2. Длина стержня $BC = 1$ м.

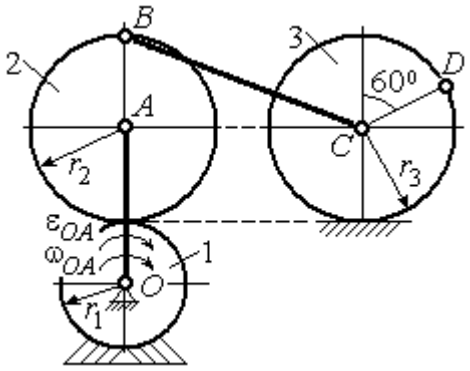


Рис. 2.32. Схема движения плоского механизма

Решение

Найдём угловые скорости звеньев механизма.

Рассмотрим вращательное движение кривошипа OA. Скорость его точки A: $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 2{,}4$ м/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно кривошипу OA в сторону его вращения (рис. 2.33).

При качении подвижной шестерни 2 по неподвижной 1, точка их соприкосновения P_2 является мгновенным центром скоростей шестерни 2. Угловая скорость шестерни 2: $\omega_2 = \dfrac{V_A}{AP_2} =$ 6 рад/с. Скорость точки B шестерни 2: $V_B = \omega_2 \cdot BP_2 =$ 4,8 м/с.

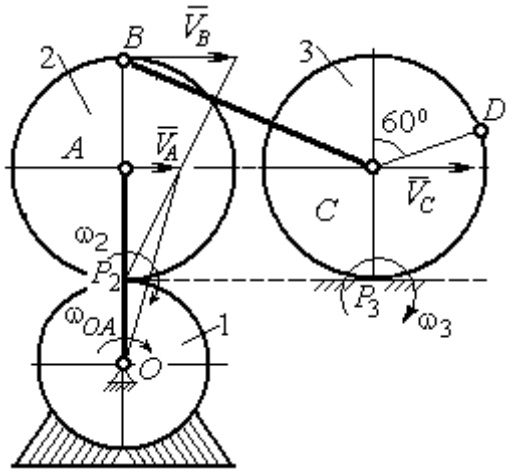


Рис. 2.33. Расчетная схема для определения угловых скоростей звеньев механизма

Для определения угловой скорости стержня BC заметим, что скорости двух точек стержня $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$ параллельны, но точки B и C не лежат на общем перпендикуляре к скоростям. В этом случае мгновенный центр скоростей стержня BC отсутствует (или бесконечно удалён), угловая скорость стержня равна нулю и стержень совершает мгновенное поступательное движение. При таком движении мгновенные скорости всех точек стержня BC одинаковы по величине и направлению. Таким образом, $\omega_{BC} = 0$; $V_C = V_B =$ 4,8 м/с.

При качении диска 3 по неподвижной поверхности без проскальзывания точка P_3 касания диска с поверхностью является его мгновенным центром скоростей. Угловая скорость диска 3: $\omega_3 = \dfrac{V_C}{CP_3} =$ 12 рад/с. Направление угловой скорости ω_3 определяется направлением вектора $\vec{V}_C$.

Найдём ускорения точек и угловые ускорения звеньев механизма.

Выразим ускорение $\vec{a}_C$ точки C, направленное вдоль линии движения центра колеса 3, через полюс B. Ускорение представляется векторной суммой: $\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}^{\,n}_{CB} + \vec{a}^{\,\tau}_{CB}$, где $\vec{a}_B$ – вектор ускорения полюса B; $\vec{a}^{\,n}_{CB}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{CB}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки C при вращении

стержня BC вокруг полюса B. Вектор $\vec{a}^{n}_{CB}$ направлен вдоль стержня от точки C к полюсу B, вектор $\vec{a}^{\tau}_{CB}$ перпендикулярен стержню BC. Направление вектора $\vec{a}^{\tau}_{CB}$ выбрано по предполагаемому угловому ускорению стержня BC, показанному на рис. 2.34 дуговой стрелкой ε_{CB}.

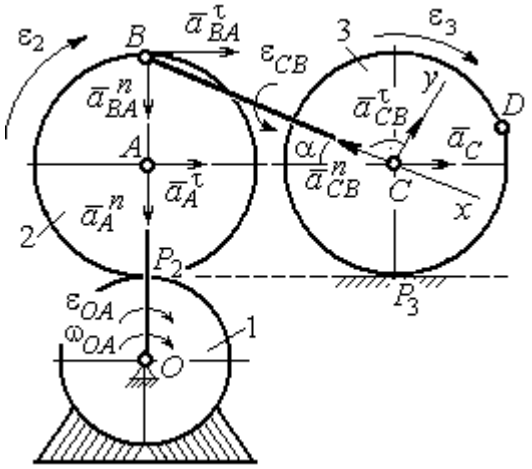


Рис. 2.34. Расчетная схема для определения ускорений точек механизма и угловых ускорений его звеньев

Рассмотрим плоскопараллельное движение шестерни 2 и выразим ускорение точки B через полюс A в виде векторного равенства: $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{n}_{BA} + \vec{a}^{\tau}_{BA}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса A; $\vec{a}^{n}_{BA}$, $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки B при вращении шестерни 2 вокруг полюса A. Вектор $\vec{a}^{n}_{BA}$ направлен вдоль радиуса шестерни от точки B к полюсу A, вектор $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ перпендикулярен линии BA. Направление вектора $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ соответствует ускоренному вращению шестерни 2.

Рассмотрим вращение кривошипа OA. Вектор ускорения точки A кривошипа при вращении его вокруг неподвижной оси O представляется в виде суммы: $\vec{a}_A = \vec{a}^{n}_{A} + \vec{a}^{\tau}_{A}$, где $\vec{a}^{n}_{A}$ и $\vec{a}^{\tau}_{A}$ – вектора нормальной и касательной составляющих ускорения точки A. Вектор $\vec{a}^{n}_{A}$ направлен вдоль кривошипа по направлению к оси вращения, вектор $\vec{a}^{\tau}_{A}$ перпендикулярен кривошипу и направлен в сторону углового ускорения ε_{OA} вращения кривошипа.

В результате для определения ускорения точки C имеем векторное равенство:

$$\vec{a}_C = \vec{a}^{n}_{A} + \vec{a}^{\tau}_{A} + \vec{a}^{n}_{BA} + \vec{a}^{\tau}_{BA} + \vec{a}^{n}_{CB} + \vec{a}^{\tau}_{CB}.$$

Направления всех векторов ускорений показаны на рис. 2.34.

Вычислим модули векторов, составляющих векторную сумму:

$$a_A^n = \omega_{OA}^2 \cdot OA = 9{,}6 \text{ м/с}^2; \quad a_A^\tau = \varepsilon_{OA} \cdot OA = 1{,}2 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 \cdot BA = 14{,}4 \text{ м/с}^2; \quad a_{CB}^n = \omega_{BC}^2 \cdot BC = 0.$$

Заметим, что во время движения шестерни 2 расстояние AP_2 остается постоянным, равным r_2. Дифференцируя равенство $V_A = \omega_2 \cdot AP_2 = \omega_2 r_2$, получим: $\frac{dV_A}{dt} = \frac{d\omega_2}{dt} r_2$. При криволинейном движении точки A производная от скорости равна касательному ускорению: $\frac{dV_A}{dt} = a_A^\tau$. С учётом, что $\frac{d\omega_2}{dt} = \varepsilon_2$, получим: $a_A^\tau = \varepsilon_2 r_2$, откуда $\varepsilon_2 = \frac{a_A^\tau}{r_2} = 3$ рад/с^2 и $a_{BA}^\tau = \varepsilon_2 \cdot BA = 1{,}2$ м/с^2.

Выберем оси Cx, Cy, как показано на рис. 2.34, – вдоль отрезка BC и перпендикулярно ему и спроектируем на них векторное равенство ускорения точки C. Получим систему уравнений:

$$a_C \cos\alpha = a_A^n \sin\alpha + a_A^\tau \cos\alpha + a_{BA}^n \sin\alpha + a_{BA}^\tau \cos\alpha - a_{CB}^n;$$

$$a_C \sin\alpha = -a_A^n \cos\alpha + a_A^\tau \sin\alpha - a_{BA}^n \cos\alpha + a_{BA}^\tau \sin\alpha + a_{CB}^\tau,$$

где α – угол между стержнем BC и линией центров AC, $\sin\alpha = \frac{AB}{BC} = 0{,}4$; $\cos\alpha = 0{,}92$.

Находим из первого уравнения ускорение точки C: $a_C = 12{,}83$ м/с^2, из второго – касательное ускорение точки C при вращении стержня BC вокруг полюса B: $a_{CB}^\tau = 33{,}95$ м/с^2. Величина углового ускорения стержня BC: $\varepsilon_{CB} = \frac{\left|a_{CB}^\tau\right|}{BC} = 33{,}95$ рад/с^2. Положительное значение a_{CB}^τ означает, что вектор касательного ускорения $\vec{a}_{CB}^\tau$ направлен так, как показано на рис. 2.34. Тогда и

направление углового ускорения ε_{CB} стержня BC совпадает с направлением, показанным дуговой стрелкой на рис. 2.34.

При качении диска 3 точка C движется по прямой и расстояние CP_3 остается постоянным, равным радиусу диска 3. В этом случае равенство $V_C = \omega_3 \cdot CP_3 = \omega_3 r_3$ можно продифференцировать по времени. Получим: $\frac{dV_C}{dt} = \frac{d\omega_3}{dt} r_3$. Так как движение точки C является прямолинейным, производная от скорости точки C равна ускорению этой точки: $\frac{dV_C}{dt} = a_C$. Тогда с учётом $\frac{d\omega_3}{dt} = \varepsilon_3$ имеем равенство $a_C = \varepsilon_3 r_3$. Угловое ускорение диска 3: $\varepsilon_3 = \frac{a_C}{r_3} = 32{,}07$ рад/с^2.

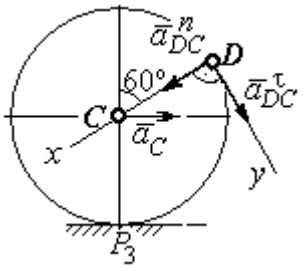


Рис.2.35. Расчетная схема для определения ускорения точки D

Выразим ускорение точки D через полюс C, ускорение которого известно и по величине, и по направлению: $\vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}^n_{DC} + \vec{a}^\tau_{DC}$, где $\vec{a}_C$ – ускорение точки C; $\vec{a}^n_{DC}$, $\vec{a}^\tau_{DC}$ – нормальное и касательное составляющие ускорения точки D при вращении диска 3 вокруг полюса C. Модули ускорений

$$a_C = 12{,}83 \text{ м/с}^2;\ a^n_{DC} = \omega_3^2 DC = 57{,}6 \text{ м/с}^2;\ a^\tau_{DC} = \varepsilon_3 DC = 12{,}83 \text{ м/с}^2.$$

Проведём оси Dx и Dy, как показано на рис. 2.34, и спроектируем векторное равенство ускорения точки D на оси. Получим систему уравнений:

$$a_{Dx} = -a_C \cos 30^\circ + a^n_{DC};\quad a_{Dy} = a_C \cos 60^\circ + a^\tau_{DC}.$$

Подставляя в уравнения проекций значения модулей ускорений, найдём: $a_{Dx} = 46{,}49$ м/с^2; $a_{Dy} = 19{,}25$ м/с^2.

Величина ускорения точки D: $a_D = \sqrt{a^2_{Dx} + a^2_{Dy}} = 50{,}32$ м/с^2.

Заметим, что для определения ускорения точки D невозможно было сразу использовать приём с последовательным выражением ускорения точки D через

ускорения полюсов C, B и A, так как в полученной в результате проекций системе двух уравнений будет три неизвестных величины - a_{Dx}, a_{Dy} и величина ускорения a_{CB}^{τ}.

Задача 36. Механизм качалки (рис. 2.36) включает в себя кривошип OA, вращающийся вокруг неподвижной оси O, шестерню 1 радиуса r_1, насаженную на кривошип в точке A и обкатывающуюся по неподвижной цилиндрической поверхности, и шатун BC, присоединённый одним концом в точке B к шестерне, а другим – в точке C к коромыслу CO_1. В положении, указанном на рис. 2.36, определить угловую скорость и угловое ускорение коромысла CO_1, если ω_{OA} = 2 рад/с; ε_{OA} = 4 рад/с^2; OA = 0,8 м; r_1 = 0,4 м; AB = 0,2 м; BC = 0,6 м. Для этого же положения определить ускорение точки C.

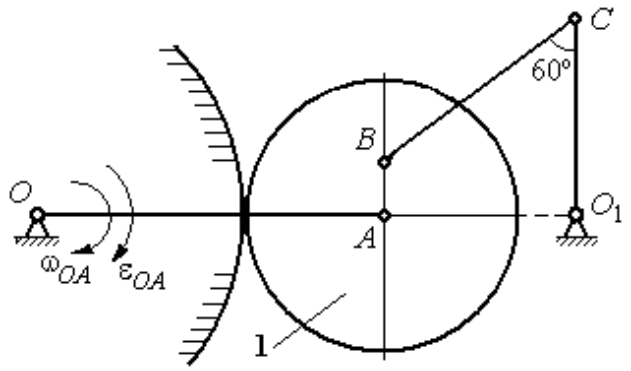


Рис. 2.36. Механизм качалки

Решение

Найдём угловые скорости звеньев механизма.

Скорость точки A кривошипа $V_A = \omega_{OA} \cdot OA$ = 1,6 м/с. Вращаясь, кривошип передаёт движение шестерне 1, которая катится по неподвижной поверхности. Точка касания P_1 шестерни с неподвижной поверхностью является мгновенным центром скоростей шестерни. Тогда её угловая скорость $\omega_1 = \dfrac{V_A}{AP_1}$ = 4 рад/с. Направление угловой скорости показано на рис. 2.37 дуговой стрелкой ω_1.

Расстояние от мгновенного центра скоростей шестерни до её точки B P_1B = 0,45 м. Скорость точки B: $V_B = \omega_1 \cdot P_1B$ = 1,8 м/с. Вектор скорости $\vec{V}_B$ перпендикулярен линии P_1B и направлен в сторону вращения шестерни.

При вращении коромысла CO_1 вокруг неподвижной оси O_1 вектор скорости $\vec{V}_C$ перпендикулярен коромыслу. Точка P_2, лежащая на пересечении перпендикуляров, восстановленных к векторам $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$ – скоростей точек B и C, является мгновенным центром скоростей шатуна BC (рис. 2.37). Расстояние $BK = BC\cos 30^\circ = 0{,}52$ м; $\cos\alpha = \dfrac{AP_1}{BP_1} = 0{,}89$; $P_2B = \dfrac{BK}{\cos\alpha} = 0{,}58$ м. Угловая скорость шатуна $\omega_{BC} = \dfrac{V_B}{BP_2} = 3{,}1$ рад/с. Направление угловой скорости шатуна показано на рис. 2.37 дуговой стрелкой ω_{BC}.

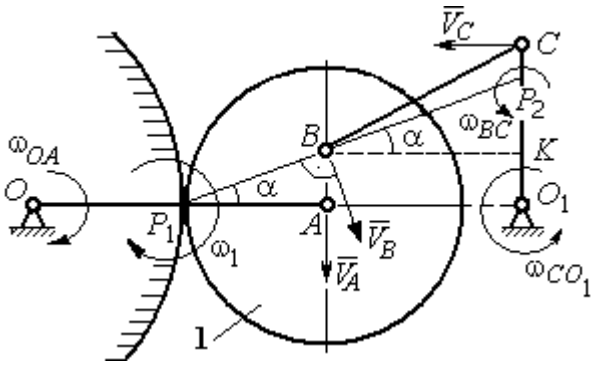


Рис. 2.37. Расчётная схема для определения угловых скоростей звеньев механизма

Расстояние $P_2C = BC \cdot \sin 30^\circ - P_2B \cdot \sin\alpha = 0{,}04$ м. Скорость точки C шатуна BC: $V_C = \omega_{BC} \cdot P_2C = 0{,}12$ м/с. Длина коромысла $CO_1 = CK + KO_1 = 0{,}5$ м, угловая скорость коромысла $\omega_{CO_1} = \dfrac{V_C}{CO_1} = 0{,}24$ рад/с.

Найдём ускорения звеньев механизма.

Считая, что точка C принадлежит шатуну BC, выразим ускорение точки C через полюс B: $\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}^{\,n}_{CB} + \vec{a}^{\,\tau}_{CB}$, где $\vec{a}_B$ – ускорение полюса B; $\vec{a}^{\,n}_{CB}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{CB}$ – нормальная и касательная составляющие вектора ускорения точки C при вращении шатуна вокруг полюса B.

Полагая, что точка B принадлежит шестерне 1, выразим её ускорение через полюс A: $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{\,n}_{BA} + \vec{a}^{\,\tau}_{BA}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение точки A шестерни; $\vec{a}^{\,n}_{BA}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{BA}$ – нормальная и касательная составляющие вектора ускорения точки B при вращении шестерни вокруг полюса A.

Поскольку точка A принадлежит и кривошипу OA, а точка C – коромыслу CO_1, вращающихся вокруг своих неподвижных осей, вектора ускорений этих точек можно представить в виде сумм векторов:

$$\vec{a}_A = \vec{a}_A^{\,n} + \vec{a}_A^{\,\tau},\ \vec{a}_C = \vec{a}_C^{\,n} + \vec{a}_C^{\,\tau},$$

где $\vec{a}_A^{\,n}$, $\vec{a}_A^{\,\tau}$ – нормальная и касательная составляющие вектора ускорения точки A при вращении кривошипа вокруг оси O; $\vec{a}_C^{\,n}$, $\vec{a}_C^{\,\tau}$ – нормальная и касательная составляющие вектора ускорения точки C при вращении коромысла вокруг оси O_1.

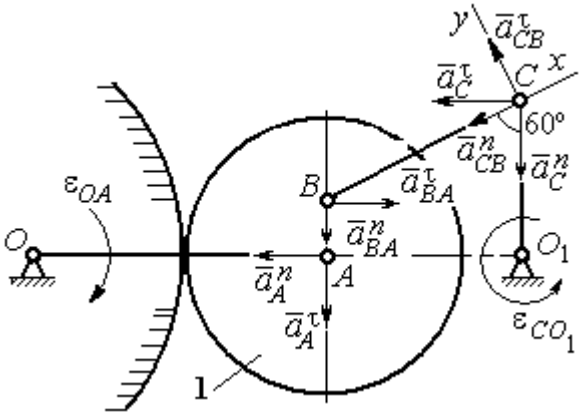


Рис. 2.38. Расчётная схема для определения ускорений точек механизма

В результате подстановок получим полное векторное равенство, связывающее ускорения точек механизма:

$$\vec{a}_C^{\,n} + \vec{a}_C^{\,\tau} = \vec{a}_{CB}^{\,n} + \vec{a}_{CB}^{\,\tau} + \vec{a}_{BA}^{\,n} + \vec{a}_{BA}^{\,\tau} + \vec{a}_A^{\,n} + \vec{a}_A^{\,\tau}.$$

Направления векторов ускорений показаны на рис. 2.38.

Модули векторов ускорений:

$$a_C^n = \omega_{CO_1}^2 \cdot CO_1 = 0{,}03 \text{ м/с}^2;\ \ a_{CB}^n = \omega_{CB}^2 \cdot CB = 5{,}77 \text{ м/с}^2,$$

$$a_A^n = \omega_{OA}^2 \cdot OA = 3{,}2 \text{ м/с}^2;\ a_A^\tau = \varepsilon_{OA} \cdot OA = 3{,}2 \text{ м/с}^2,$$

$$a_{BA}^n = \omega_1^2 \cdot BA = 3{,}2 \text{ м/с}^2;\ \ a_{BA}^\tau = \varepsilon_1 \cdot BA.$$

Для определения ε_1 углового ускорения шестерни 1 продифференцируем равенство $V_A = \omega_1 \cdot AP_1 = \omega_1 r_1$. Получим: $a_A^\tau = \varepsilon_1 r_1$, откуда $\varepsilon_1 = \dfrac{a_A^\tau}{r_1} = 8$ рад/с^2.

Тогда $a_{BA}^\tau = 1{,}6$ м/с^2.

Неизвестными в векторном равенстве ускорений остаются модули векторов $\vec{a}^{\tau}_{CB}$ и $\vec{a}^{\tau}_{C}$. Выберем ось x вдоль шатуна BC, как показано на рис. 2.38, и спроектируем на неё полное векторное равенство.

Получим уравнение:

$$-a^{n}_{C}\cos 60^{\circ} - \vec{a}^{\tau}_{C}\cos 30^{\circ} = -a^{n}_{CB} - a^{n}_{BA}\cos 60^{\circ} + a^{\tau}_{BA}\cos 30^{\circ} - a^{n}_{A}\cos 30^{\circ} - a^{\tau}_{A}\cos 60^{\circ},$$

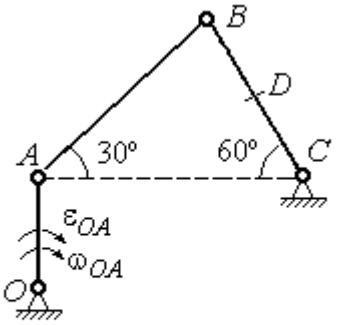
откуда найдём ускорение a^{τ}_{C} = 11,94 м/с^2. Угловое ускорение качалки

$$\varepsilon_{CO_1} = \frac{\left|a^{\tau}_{C}\right|}{CO_1} = 23{,}88 \text{ рад/с}^2.$$

Положительное значение касательного ускорения a^{τ}_{C} свидетельствует о том, что направление вектора ускорения $\vec{a}^{\tau}_{C}$ совпадает с направлением, показанным на рис. 2.38. В эту же сторону направлена и скорость $\vec{V}_C$ точки C (см. рис. 2.37). Следовательно, в данном положении движение качалки ускоренное и угловое ускорение направлено в сторону угловой скорости.

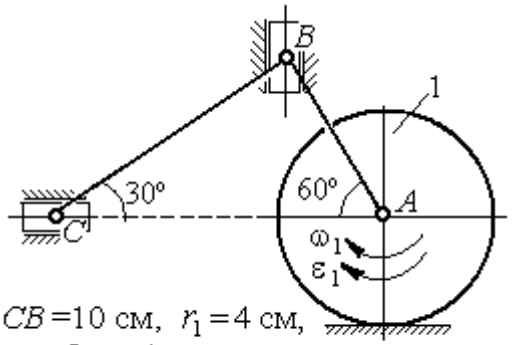
Упражнения

Упражнения 2.9



$OA = 4$ см, $BD = DC = 4$ см,
$\omega_{OA} = 3$ рад/с, $\varepsilon_{OA} = 2$ рад/с^2.
Найти ускорение точки D

Упражнения 2.10



$CB = 10$ см, $r_1 = 4$ см,
$\omega_1 = 3$ рад/с, $\varepsilon_1 = 2$ рад/с^2.
Найти ускорение точки C

Рис. 2.39. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 2.9, 2.10

3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ

3.1. Основные понятия и определения сложного движения точки

Рассматривается подвижное твердое тело и точка, перемещающаяся относительно тела.

Неподвижная система координат, относительно которой определяются движения точки и тела, называется **основной**. Связанная с телом и движущаяся вместе с ним система координат называется **подвижной.**

Движение точки относительно подвижной системы координат (фактически движение точки относительно тела) называется **относительным**. **Переносным** движением называют движение, которое совершает точка вместе с подвижной системой координат (фактически вместе с телом). Движение точки относительно основной (неподвижной) системы координат называется **абсолютным.**

Скорость точки относительно подвижной системы координат называют **относительной скоростью**, ускорение – **относительным ускорением**.

Переносной скоростью точки и **переносным ускорением** называют скорость и ускорение той точки тела, с которой в данный момент совпадает движущаяся точка.

Скорость и ускорение точки относительно основной системы называют **абсолютной скоростью и абсолютным ускорением.**

При вычислении абсолютной скорости используется теорема о сложении скоростей: **скорость абсолютного движения точки равна векторной сумме переносной и относительной скоростей:** $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$, где $\vec{V}$, $\vec{V}_e$, $\vec{V}_r$ – вектора абсолютной, переносной и относительной скоростей точки.

При вычислении абсолютного ускорения используется теорема Кориолиса о сложении ускорений: **абсолютное ускорение точки равно векторной сумме трех ускорений – относительного, переносного и ускорения Кориолиса:** $\vec{a} = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_к$, где $\vec{a}$ – вектор абсолютного ускорения точки; $\vec{a}_e, \vec{a}_r$ –

вектора соответственно переносного и относительного ускорений точки; $\vec{a}_{\text{к}}$ – вектор ускорения Кориолиса.

Вектор ускорения Кориолиса определяется векторным произведением: $\vec{a}_{\text{к}} = 2(\vec{\omega}_e \times \vec{V}_r)$, где $\vec{\omega}_e$ – вектор угловой скорости переносного движения; $\vec{V}_r$ – вектор относительной скорости точки. Модуль ускорения Кориолиса: $|\vec{a}_{\text{к}}| = 2|\vec{\omega}_e| \cdot |\vec{V}_r| \sin\alpha$, где α – угол между вектором угловой скорости переносного движения $\vec{\omega}_e$ и вектором относительной скорости точки $\vec{V}_r$ (рис. 3.1).

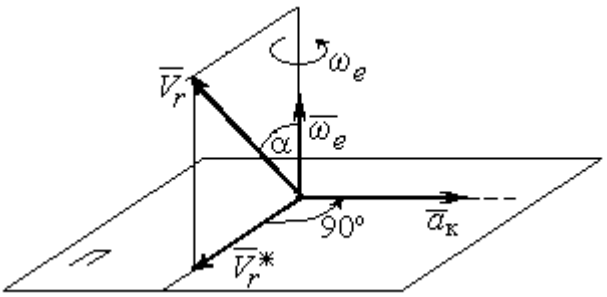


Рис. 3.1. Определение ускорения Кориолиса по правилу Жуковского

На рис. 3.1 показан способ определения вектора ускорения Кориолиса по правилу Н. Е. Жуковского. Правило состоит в следующем. Построим плоскость *П*, перпендикулярную вектору угловой скорости $\vec{\omega}_e$, и спроектируем вектор относительной скорости $\vec{V}_r$ на эту плоскость. Проекцию обозначим $\vec{V}_r^*$ (см. рис. 3.1). Чтобы получить направление ускорения Кориолиса, следует вектор проекции относительной скорости $\vec{V}_r^*$ повернуть на 90° в плоскости *П* вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения.

Если сложное движение точки происходит в плоскости, перпендикулярной оси переносного вращения, направление ускорения Кориолиса можно получить простым поворотом вектора относительной скорости на угол 90° вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения. При этом модуль ускорения Кориолиса $a_{\text{к}} = 2|\omega_e| \cdot |V_r| \sin 90^\circ = 2\omega_e V_r$.

Примеры решения задач на сложное движение точки

Задача 37. Компрессор с криволинейными каналами (рис. 3.2) вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с вокруг оси *O*, перпендикулярной плоскости рисунка. Воздух перемещается по каналу *AB* с постоянной относительной скоростью $V_r = 4$ м/с. Найти ускорение частицы воздуха в начале канала в точке *A* и проекции этого ускорения на оси неподвижной системы координат *xOy*, если радиус $OA = 0{,}5$ м, радиус кривизны канала в точке *A* $\rho = 0{,}8$ м, угол между нормалью *n* к кривой *AB* в точке *A* и радиусом *OA* $\alpha = 30^\circ$.

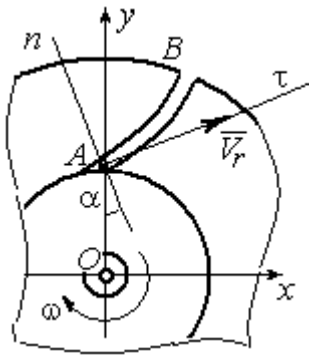


Рис.3.2. Движение воздуха по каналу компрессора

Решение

Переносным движением для частицы воздуха будет вращательное движение компрессора, а скорость точки *A* компрессора, где по условию находится частица воздуха, будет её переносной скоростью: $V_e = \omega \cdot OA = 5$ м/с. Вектор $\vec{V}_e$ переносной скорости частицы перпендикулярен радиусу *OA* и направлен в сторону угловой скорости вращения компрессора (рис. 3.3).

Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости частицы воздуха направлен вдоль касательной к кривой *AB* (стенки канала) в точке *A*.

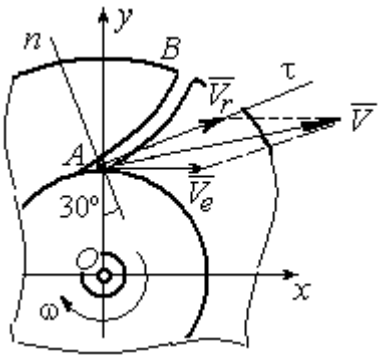


Рис. 3.3. Построение вектора абсолютной скорости частицы

Вектор абсолютной скорости частицы воздуха равен геометрической сумме векторов относительной и переносной скоростей: $\vec{V} = \vec{V}_r + \vec{V}_e$ (см. рис. 3.3). Спроектируем это векторное равенство на оси *x*, *y*. Получим систему уравнений:

$$V_x = V_e + V_r \cos 30^\circ = 8{,}46 \text{ м/с}; \; V_y = V_r \cos 60^\circ = 2 \text{ м/с}.$$

Модуль абсолютной скорости $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 8{,}69$ м/с.

Найдём ускорение частицы воздуха.

Абсолютное ускорение частицы определяется по теореме сложения ускорений:

$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_{\text{к}}.$$

В относительном движении частица движется между стенками канала по криволинейной траектории, и её ускорение $\vec{a}_r$ представляется суммой: $\vec{a}_r = \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_r^{\,\tau}$, где $\vec{a}_r^{\,n}$, $\vec{a}_r^{\,\tau}$ – вектора нормальной и касательной составляющих относительного ускорения частицы.

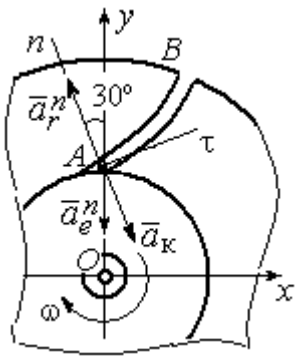


Рис. 3.4. Составляющие ускорения частицы в сложном движении

Переносное ускорение частицы $\vec{a}_e$ есть ускорение точки *A* вращающегося компрессора, которое выражается суммой $\vec{a}_e = \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau}$, где $\vec{a}_e^{\,n}$, $\vec{a}_e^{\,\tau}$ – вектора нормальной и касательной составляющих переносного ускорения частицы.

В результате абсолютное ускорение частицы воздуха в точке А выражается векторной суммой:

$$\vec{a} = \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_{\text{к}}.$$

Вычислим модули ускорений:

$$a_r^{\tau} = \dot{V}_r = 0,\ a_r^n = \frac{V_r^2}{\rho} = 20 \text{ м/с}^2;\ a_e^{\tau} = \varepsilon \cdot OA = \dot{\omega} \cdot OA = 0,$$

$$a_e^n = \omega^2 r = 50 \text{ м/с}^2;\ a_{\text{к}} = 2\omega V_r = 80 \text{ м/с}^2.$$

Направление ускорения Кориолиса определяется простым поворотом вектора относительной скорости на угол 90° вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения. Вектора ускорений показаны на рис. 3.4.

Спроектируем векторное равенство ускорения частицы на оси неподвижной системы координат *xOy*. Получим:

$$a_x = -a_r^n \cos 60^\circ + a_к \cos 60^\circ = 30 \text{ м/с}^2 ;$$

$$a_y = a_r^n \cos 30^\circ - a_e^n - a_к \cos 30^\circ = -101{,}96 \text{ м/с}^2.$$

Модуль ускорения $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 106{,}28$ м/с^2.

Задача 38. При совмещении работы механизмов подъёма груза и поворота крана (рис. 3.5) груз *A* перемещается в горизонтальном и вертикальном направлениях. На участке разгона барабан *B* радиуса $r_1 = 0{,}5$ м, на который навит канат, поддерживающий груз, вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon_1 = 3$ рад/с^2, а кран разворачивается вокруг оси O_1O_2 с угловым ускорением $\varepsilon_2 = 0{,}5$ рад/с^2.

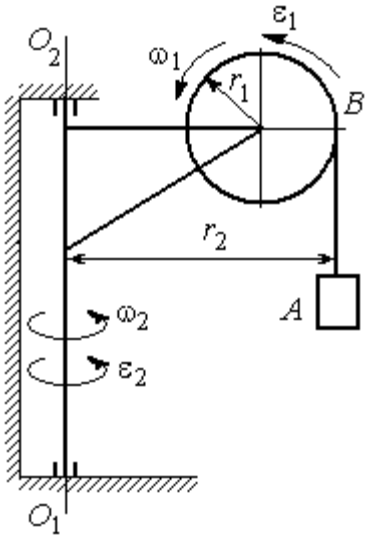


Рис. 3.5. Механизм поворотного крана

Пренебрегая отклонением каната от вертикали, определить скорость и ускорение груза в момент времени $t_1 = 1$ с, если вылет стрелы крана до линии подвеса груза $r_2 = 10$ м.

Решение

Подъём груза *A* на канате является для груза относительным движением, а вращение крана – переносным. Вектор абсолютной скорости груза равен сумме $\vec{V} = \vec{V}_r + \vec{V}_e$, где вектора относительной $\vec{V}_r$ и переносной $\vec{V}_e$ скоростей.

При равноускоренном вращении барабана *B* из состояния покоя его угловая скорость $\omega_1 = \varepsilon_1 t$. В момент времени $t_1 = 1$ с $\omega_1 = 3$ рад/с. Скорость подъёма груза *A* в этот момент $V_r(1) = \omega_1(1) r_1 = 1{,}5$ м/с. Вектор относительной скорости $\vec{V}_r$ направлен вдоль линии движения груза, в сторону его подъёма (рис. 3.6).

Угловая скорость крана при постоянном угловом ускорении $\omega_2 = \varepsilon_2 t$. При $t_1 = 1$ с $\omega_2 = 0{,}5$ рад/с. Переносная скорость груза A равна скорости груза, движущегося вместе со стрелой крана по окружности радиуса r_2: $V_e = \omega_2 r_2 = 5$ м/с. Вектор переносной скорости груза $\vec{V}_e$ направлен по касательной к траектории переносного движения груза в сторону угловой скорости вращения крана (см. рис. 3.6).

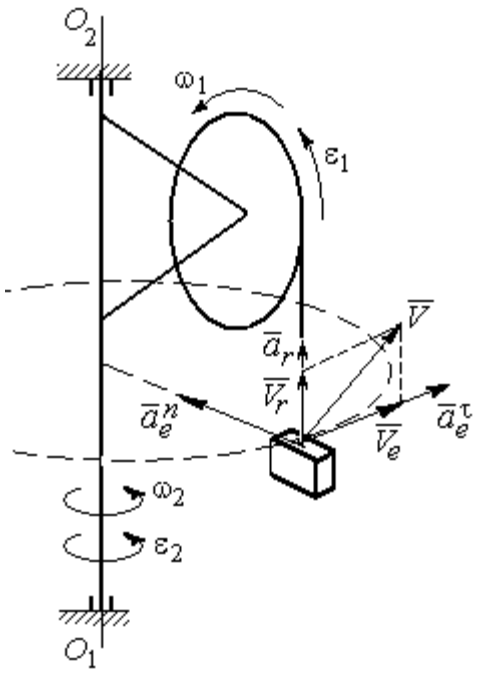


Рис. 3.6. Расчётная схема для определения скорости и ускорения груза на поворотном кране

Так как вектора относительной и переносной скоростей груза взаимно перпендикулярны, модуль абсолютной скорости $V = \sqrt{V_r^2 + V_e^2} = 5{,}22$ м/с.

Найдём абсолютное ускорение груза.

Теорема сложения ускорений имеет вид векторной суммы: $\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_\text{к} = \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_\text{к}$, где $\vec{a}_r^{\,n}$, $\vec{a}_r^{\,\tau}$, $\vec{a}_e^{\,n}$, $\vec{a}_e^{\,\tau}$, $\vec{a}_\text{к}$ – вектора нормального и касательного ускорений груза в относительном и переносном движениях и ускорение Кориолиса. Найдём модули векторов ускорений.

Нормальное относительное ускорение a_r^n груза, движущегося прямолинейно, равно нулю: $a_r^n = 0$, а касательное a_r^τ равно по величине касательному ускорению точки на поверхности барабана: $a_r^\tau = \varepsilon_1 r_1 = 1{,}5$ м/с^2. Направление вектора $\vec{a}_r^{\,\tau}$ относительного касательного ускорения груза определяется направлением углового ускорения барабана.

Переносные нормальное a_e^n и касательное a_e^τ ускорения груза: $a_e^n = \omega_2^2 r_2$ = 2,5 м/с^2; $a_e^\tau = \varepsilon_2 r_2$ = 5 м/с^2. Вектор касательного ускорения $\vec{a}_e^\tau$ направлен в сторону углового ускорения вращения крана.

Ускорение Кориолиса $a_к$ равно нулю, так как вектор $\vec{V}_r$ параллелен вектору $\vec{\omega}_2$: $a_к = 0$.

Направления векторов ускорений, модули которых отличны от нуля, показаны на рис. 3.6. В результате вектор абсолютного ускорения груза представлен в виде разложения на три взаимно перпендикулярных вектора: $\vec{a} = \vec{a}_e^n + \vec{a}_e^\tau + \vec{a}_r^\tau$, поэтому модуль абсолютного ускорения груза $a = \sqrt{(a_e^n)^2 + (\vec{a}_e^\tau)^2 + (\vec{a}_r)^2}$ = 5,79 м/с^2.

Задача 39. Фигура, состоящая из половины диска и построенного на его диаметре равнобедренного треугольника (рис. 3.7), вращается вокруг оси, перпендикулярной плоскости фигуры и проходящей через вершину A треугольника, по закону $\varphi_e = 5t - 2t^2$ рад. Положительное направление вращения отмечено на схеме дуговой стрелкой φ.

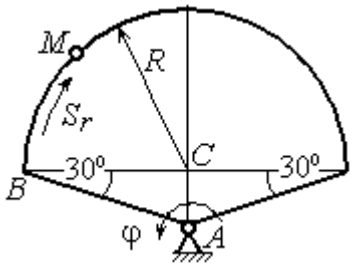


Рис. 3.7. Схема сложного движения точки

По ободу диска из начального положения B движется точка M. Уравнение движения точки: $\overset{\smile}{BM} = S_r = 9\pi t^2$, см.. Положительное направление отсчёта дуги BM показано дуговой стрелкой S_r (см. рис. 3.7). Радиус диска R = 9 см. Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки M в момент времени t_1 = 1 с.

Решение

Переносным движением точки M является вращение фигуры вокруг оси A, относительным – её движение по окружности обода диска.

Положение точки M на окружности определяется центральным углом: $\alpha = \dfrac{S_r}{R}$, где S_r – длина дуги окружности, пройденная точкой. В момент времени $t_1 = 1$ с $S_r = 9\pi$ см и $\alpha = \pi$. Расчётное положение точки M на рис. 3.8 обозначено M_1.

Угловая скорость вращения фигуры равна модулю производной $\omega_e = |\dot{\varphi}_e| = |5 - 4t|$. При $t_1 = 1$ с $\omega_e(1) = 1$ рад/с. Направление угловой скорости определяется знаком производной $\dot{\varphi}_e$. Положительная на данный момент времени величина производной ($\dot{\varphi}_e = 1$) показывает, что вращение фигуры происходит в положительном направлении отсчёта угла φ_e и отмечено на рис. 3.8 дуговой стрелкой ω_e.

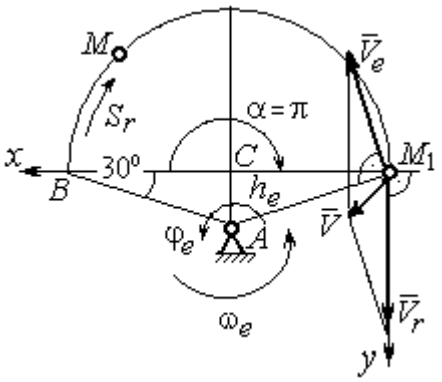


Рис. 3.8. Расчетная схема для вычисления абсолютной скорости точки

Переносная скорость точки V_e – это скорость расчётного положения точки M вращающейся фигуры: $V_e = \omega_e h_e = = \omega_e AM_1 = \dfrac{\omega_e R}{\cos 30^\circ} = 10{,}39$ см/с. Вектор переносной скорости точки $\vec{V}_e$ перпендикулярен отрезку AM_1 и направлен в сторону вращения фигуры (см. рис. 3.8).

Скорость точки в относительном движении определяется как модуль производной: $V_r = |\dot{S}_r| = |18\pi t|$. При $t_1 = 1$ с $V_r = 56{,}5$ см/с. Положительное значение производной $\dot{S}_r = 18\pi > 0$ указывает, что в этот момент времени относительное движение точки происходит в положительном направлении отсчёта дуги окружности, по которой движется точка. Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости точки перпендикулярен отрезку CM_1 и направлен в сторону её движения.

Абсолютная скорость точки равна сумме векторов переносной и относительной скоростей $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$. Для того чтобы найти абсолютную скорость

точки, выберем оси координат M_1x, M_1y, как показано на рис. 3.8, и спроектируем обе части векторного равенства теоремы сложения скоростей на эти оси:

$$V_x = V_e\cos 60^\circ = 5{,}2 \text{ см/с}, \; V_y = -V_e\cos 30^\circ + V_r = 47{,}5 \text{ см/с}.$$

Модуль абсолютной скорости: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 47{,}8$ см/с.

Абсолютное ускорение точки определяется по теореме сложения ускорений: $\vec{a} = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_{\text{к}}$.

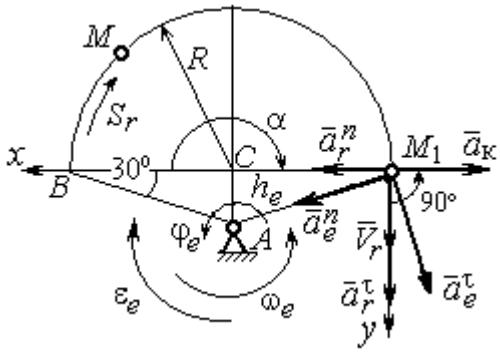


Рис. 3.9. Расчетная схема для определения абсолютного ускорения точки

Переносное ускорение точки представляется в виде суммы: $\vec{a}_e = \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_e^{\,n}$, где $\vec{a}_e^{\,\tau}$ и $\vec{a}_e^{\,n}$ – переносные касательное и нормальное ускорения. В относительном движении точки (по дуге окружности) ускорение также может быть разложено на две составляющие – относительные касательное и нормальное ускорения: $\vec{a}_r = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n}$. В результате теорема о сложении ускорений приобретает вид: $\vec{a} = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_{\text{к}}$.

Вычислим модули и направления векторов ускорений в расчётном положении точки M_1.

Относительное касательное ускорение a_r^{τ} вычисляется по формуле: $a_r^{\tau} = \left|\ddot{S}_r\right|$, где $\ddot{S}_r = 18\pi = 56{,}5$ см/с^2. Так как значение второй производной $\ddot{S}_r$ положительно, вектор ускорения $\vec{a}_r^{\,\tau}$ направлен по касательной в сторону положительного отсчёта траектории относительного движения. Относительное нормальное ускорение точки a_r^n вычисляется по формуле: $a_r^n = \dfrac{V_r^2}{R}$ и в момент $t_1 = 1$ с равно 355,3 см/с^2. Вектор ускорения $\vec{a}_r^{\,n}$ направлен по радиусу диска к центру C (рис. 3.9).

Угловое ускорение фигуры в момент времени $t_1 = 1$ с, $\varepsilon_e = |\ddot{\varphi}_e| = 4$ рад/с^2. Поскольку значение второй производной угла поворота отрицательное ($\ddot{\varphi}_e = -4$ рад/с^2), то угловое ускорение направлено в сторону, противоположную положительному направлению отсчёта угла поворота фигуры, как показано на рис. 3.9 дуговой стрелкой ε_e. Модуль переносного касательного ускорения a_e^τ определяется по формуле $a_e^\tau = \varepsilon_e h_e = \varepsilon_e \cdot AM_1$ и в момент времени $t_1 = 1$ с равен 41,6 см/с^2. Вектор переносного касательного ускорения точки $\vec{a}_e^\tau$ перпендикулярен AM_1 и направлен в сторону углового ускорения фигуры ε_e (см. рис. 3.9). Переносное нормальное ускорение вычисляется по формуле $a_e^n = \omega_e^2 h_e = \omega_e^2 \cdot AM_1$ и на момент времени $t_1 = 1$ с: $a_e^n = 10{,}4$ см/с^2. Вектор переносного нормального ускорения $\vec{a}_e^n$ направлен вдоль отрезка M_1A к оси вращения тела (см. рис. 3.9).

Модуль ускорения Кориолиса в момент времени $t_1 = 1$ с $a_к = 2\omega V_r =$ $=113{,}1$ см/с^2. По условию задачи вектор $\vec{V}_r$ скорости относительного движения точки перпендикулярен вектору $\vec{\omega}_e$ угловой скорости переносного движения. В этом случае для определения направления ускорения Кориолиса достаточно повернуть вектор относительной скорости $\vec{V}_r$ на 90° в сторону переносного движения (см. рис. 3.9).

Для определения абсолютного ускорения точки выберем оси M_1x и M_1y, как показано на рис. 3.9, и спроектируем обе части векторного равенства теоремы сложения ускорений на эти оси. Получим:

$$a_x = -a_e^\tau \cos 60^\circ + a_e^n \cos 30^\circ + a_r^n - a_к = 230{,}4 \text{ см/с}^2;$$

$$a_y = a_e^\tau \cos 30^\circ + a_e^n \cos 60^\circ + a_r^\tau = 97{,}9 \text{ см/с}^2.$$

Модуль абсолютного ускорения

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 250{,}3 \text{ см/с}^2.$$

Задача 40. Диск (рис. 3.10) вращается вокруг оси O_1O_2, проходящей вдоль вертикального диаметра, с угловой скоростью $\omega = 2t^2 + 4\cos\pi t$ рад/с. Положительное направление отсчёта угла поворота диска отмечено на схеме дуговой стрелкой φ. Вдоль другого диаметра диска, наклоненного под углом 30º к вертикальному, движется точка M по закону $CM = S_r = (4t-1)^2 - 1$ см. Расстояние отсчитывается от точки C на краю диска. Положительное направление движения точки M показано стрелкой S_r. Радиус диска $R = 4$ см. Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки M в момент времени $t_1 = 1$ с.

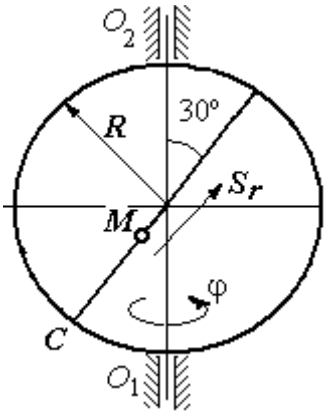


Рис. 3.10. Схема сложного движения точки

Решение

Переносным движением точки M является вращение диска вокруг вертикального диаметра, относительным – её прямолинейное движение вдоль наклонного диаметра диска.

Расстояние S_r, пройденное точкой, к моменту времени $t_1 = 1$ с равно 8 см. При радиусе диска $R = 4$ см точка M в данный момент времени находится на противоположном от точки C конце диаметра. На рис. 3.11 это положение обозначено буквой M_1.

Угловая скорость диска равна модулю производной: $\omega = |\dot{\varphi}| = |2 + 4\cos\pi|$ и при $t_1 = 1$ с $\omega = 2$ рад/с. Направление угловой скорости определяется по знаку производной $\dot{\varphi}$. В данном случае производная имеет отрицательное значение ($\dot{\varphi} = -2$ рад/с). Это означает, что вращение диска происходит в сторону, противоположную положительному направлению отсчёта угла поворота. Направление угловой скорости диска в данный момент времени отмечено на рис. 3.11 дуговой стрелкой ω.

Переносная скорость точки V_e – это скорость точки M_1 на вращающемся диске: $V_e = \omega h_e = \omega \cdot KM_1$, где $KM_1 = h_e$ – расстояние от оси вращения диска до точки M_1. Очевидно, $KM_1 = 0{,}5R = 2$ см. При $t_1 = 1$ с величина переносной скорости $V_e = 4$ см/с. Вектор переносной скорости $\vec{V}_e$ перпендикулярен плоскости диска $O_1M_1O_2$ и направлен в сторону вращения диска (рис. 3.11, *a*).

(На рис. 3.11, *a* символ ⊙ рядом с вектором означает, что данный вектор направлен перпендикулярно плоскости рисунка «к нам», символ ⊕ – «от нас».)

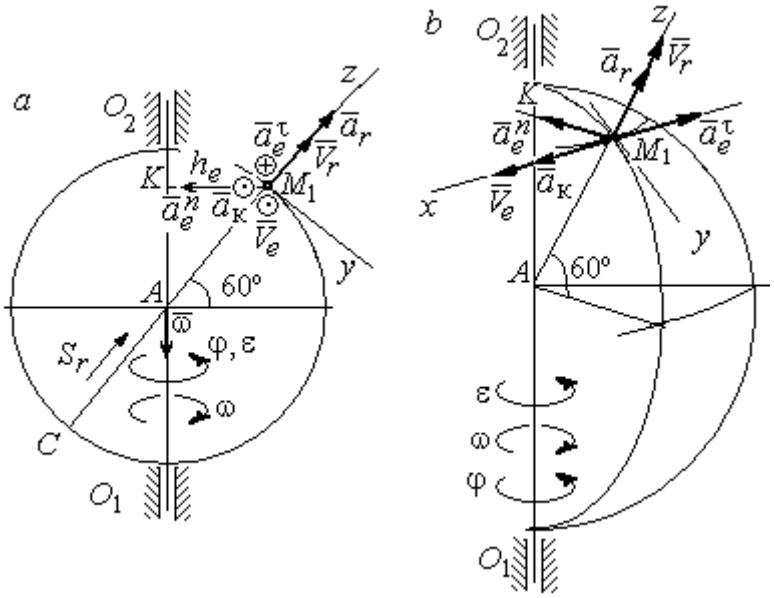


Рис. 3.11. Расчётная схема определения абсолютной скорости и ускорения точки:
a – плоская модель движения;
b – пространственная модель движения

Относительная скорость точки равна модулю производной: $V_r = \left|\dot{S}_r\right| = \left|8(4t - 1)\right|$. При $t_1 = 1$ с $V_r = 24$ см/с. Положительное значение самой производной $\dot{S}_r$ указывает, что относительное движение точки в данный момент времени происходит в положительном направлении. Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости точки в положении M_1 направлен вдоль диаметра диска CM_1 в сторону движения.

Абсолютная скорость точки равна сумме векторов переносной и относительной скоростей: $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$. Так как векторы $\vec{V}_e$ и $\vec{V}_r$ взаимно перпендикулярны, модуль абсолютной скорости $V = \sqrt{V_e^2 + V_r^2} = 24{,}33$ см/с. Вектор абсолютной скорости на рис. 3.11 не показан.

Абсолютное ускорение точки определяется векторной суммой, которая при прямолинейном относительном и вращательном переносном движениях представляется в виде: $\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_e^{\tau} + \vec{a}_e^{n} + \vec{a}_{\text{к}}$.

Относительное ускорение точки $a_r = \left|\ddot{S}_r\right| = 32$ см/с^2. Так как значение второй производной $\ddot{S}_r$ положительно, вектор ускорения $\vec{a}_r$ в точке M_1 направлен по линии движения точки в сторону положительного направления (см. рис. 3.11).

Угловое ускорение диска $\varepsilon = \left|\dot{\omega}\right| = \left|4t - 4\pi\sin\pi t\right|$. В момент времени $t_1 = 1$ с $\varepsilon = 4$ рад/с^2. Положительное значение производной в данный момент времени ($\dot{\omega} = 4$ рад/с^2) означает, что угловое ускорение ε направлено в сторону положительного направления отсчёта угла поворота диска. Направление углового ускорения показано на рис. 3.11 дуговой стрелкой ε. Модуль переносного касательного ускорения a_e^{τ} определяется по формуле $a_e^{\tau} = \varepsilon h_e$, и при $t_1 = 1$ с $a_e^{\tau} = 8$ см/с^2. Вектор ускорения $\vec{a}_e^{\tau}$ перпендикулярен плоскости диска $O_1M_1O_2$ в точке M_1 и направлен в сторону углового ускорения (противоположно вектору скорости).

Переносное нормальное ускорение a_e^{n} рассчитывается по формуле $a_e^{n} = \omega^2 h_e = \omega^2 \cdot KM_1$, и при $t_1 = 1$ с $a_e^{n} = 8$ см/с^2. Вектор переносного нормального ускорения $\vec{a}_e^{n}$ направлен вдоль отрезка M_1K к оси вращения диска (см. рис. 3.11).

Вектор скорости относительного движения точки $\vec{V}_r$ составляет с вектором угловой скорости переносного движения $\vec{\omega}$ угол 150º. Модуль ускорения Кориолиса на момент времени $t_1 = 1$ с $a_{\text{к}} = 2\left|\omega\right\|V_r\left|\sin 150^\circ = 48\right.$ см/с^2. Направление вектора ускорения Кориолиса определяем по правилу Жуковского. Так, вектор относительной скорости точки $\vec{V}_r$ проектируем на плоскость, перпенди-

кулярную вектору $\vec{\omega}$ (т. е. на плоскость, перпендикулярную оси вращения тела). На рис 3.11, *а* это будет проекция на линию KM_1. Далее следует повернуть вектор проекции относительной скорости вокруг оси вращения на 90° в сторону угловой скорости вращения диска. На рис 1.11, *а* вектор ускорения Кориолиса перпендикулярен плоскости рисунка в точке M_1 и направлен «на нас».

Для определения абсолютного ускорения точки выберем оси координат M_1x, M_1y и M_1z, как показано на рис. 3.11 (на рис. 3.11, *а* ось M_1x направлена перпендикулярно рисунку «к нам» и на рисунке не показана). Спроектируем обе части векторного равенства теоремы сложения ускорений на оси

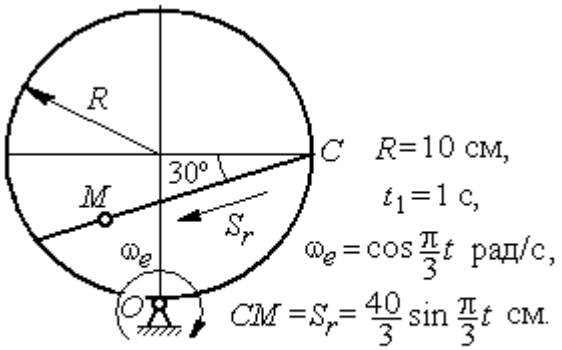
$$a_x = -a_e^{\tau} + a_{\text{к}} = 40 \text{ см/с}^2; \quad a_y = -a_e^n \cos 30^\circ = 6{,}93 \text{ см/с}^2;$$

$$a_z = a_r - a_e^n \cos 60^\circ = 28 \text{ см/с}^2.$$

Модуль абсолютного ускорения $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = 49{,}32$ см/с^2.

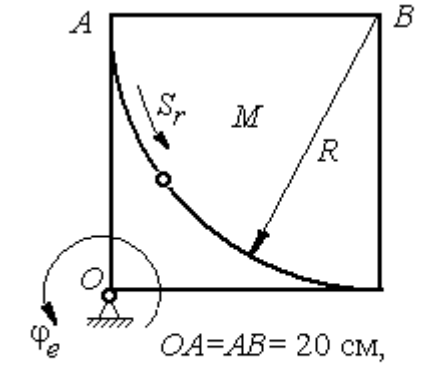
Упражнения

Упражнение 3.1



Найти скорость и ускорение точки M в момент $t = t_1$

Упражнение 3.2



Найти скорость и ускорение точки M в момент $t = t_1 = 1$ с

Рис. 3.12. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 3.1, 3.2

4. ДИНАМИКА ТОЧКИ

4.1. Дифференциальные уравнения движения точки

Движение материальной точки под действием системы сил $\vec{F}_1,\ \vec{F}_2,\ldots,\ \vec{F}_K$ в прямоугольной декартовой системе координат *Oxyz* описывается **дифференциальными уравнениями:**

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = \sum F_{kx}\ ,\ m\frac{d^2y}{dt^2} = \sum F_{ky}\ ,\ m\frac{d^2z}{dt^2} = \sum F_{kz}\ .$$

Обозначая вторые производные от координат по времени двумя точками, уравнения движения можно записать в виде:

$$m\ddot{x} = \sum F_{kx}\ ;\ m\ddot{y} = \sum F_{ky}\ ;\ m\ddot{z} = \sum F_{kz}\ ,$$

где m – масса точки; x, y, z – текущие координаты точки; $\ddot{x}$, $\ddot{y}$, $\ddot{z}$ – проекции вектора ускорения точки на оси координат; $\sum F_{kx}$, $\sum F_{ky}$, $\sum F_{kz}$ – алгебраические суммы проекций всех сил на оси координат.

Для удобства интегрирования дифференциальные уравнения движения иногда представляют в виде:

$$m\frac{dV_x}{dt} = \sum F_{kx}\ ;\ \ m\frac{dV_y}{dt} = \sum F_{ky}\ ;\ \ m\frac{dV_z}{dt} = \sum F_{kz}\ ,$$

где $V_x = \dot{x}$, $V_y = \dot{y}$, $V_z = \dot{z}$ – проекции вектора скорости точки на оси координат.

В естественной системе координат движение материальной точки описывается уравнениями в естественной форме:

$$m\frac{dV}{dt} = \sum F_{k\tau}\ ;\ \ m\frac{V^2}{\rho} = \sum F_{kn}\ ;\ 0 = \sum F_{kb}\ ,$$

где ρ – радиус кривизны траектории; τ, n, b – оси естественного трехгранника – касательная, нормаль и бинормаль.

В общем случае правые части дифференциальных уравнений зависят от времени, положения и скорости точки. Интегрирование дифференциальных

уравнений производится в зависимости от их вида методами, известными из курса математики.

Примеры решения задач на интегрирование уравнений движения

Задача 41. При обогащении по трению разделение частиц производится следующим образом. Барабанный питатель (рис. 4.1) сообщает частице в точке A сортировочного стола AB начальную скорость V_0, направленную вдоль поверхности стола, наклоненного под углом α к горизонту. Нижний край стола в точке B поднят на высоту h над уровнем пола. Частица скользит по столу, испытывая силу трения скольжения с коэффициентом трения f. Дойдя до края стола в точке B, частица отрывается от него и совершает свободное падение с высоты h. На каком расстоянии $CK = \ell$ на полу нужно установить стенку приёмного устройства, чтобы частицы с коэффициентом трения меньше заданного $f < f_1$ перелетали за точку C и попадали в приёмник, а с большим коэффициентом $f > f_1$ – не долетали до него.

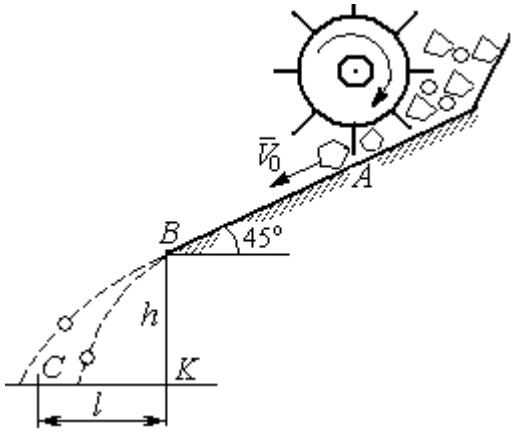


Рис. 4.1. Разделение частиц по трению

Начальная скорость частицы $V_0 = 1$ м/с, длина сортировочного стола $AB = S = 1{,}2$ м, угол наклона $\alpha = 45°$, высота точки отрыва $BK = h = 1{,}5$ м, заданный коэффициент трения для разделения частиц $f_1 = 0{,}4$.

Решение

Из условия задачи следует, что частица с коэффициентом трения, равным заданному, $f = f_1$ в конце своего движения (скольжение по столу + свободное падение) должна попасть ровно в точку C (см. рис. 4.1).

Рассмотрим первый участок движения такой частицы – прямолинейное движение по шероховатой поверхности наклонного стола. На частицу действуют сила тяжести $\vec{P}$, реакция опоры $\vec{N}$ и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$. Выберем систему координат *xAy*, направив ось *x* вдоль линии движения, а ось *y* – перпендикулярно ей (рис. 4.2). Движение частицы описывается уравнениями:

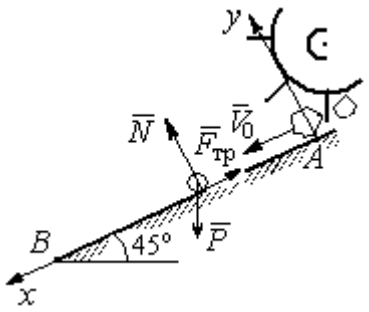


Рис. 4.2. Движение частицы по наклонной плоскости

$$m\ddot{x} = \sum F_{kx} = P\cos 45^\circ - F_{\text{тр}};$$

$$m\ddot{y} = \sum F_{ky} = -P\cos 45^\circ + N.$$

Поскольку вдоль оси *y* частица не перемещается, то $\ddot{y} = 0$. Тогда второе уравнение движения представляется в виде: $-P\cos 45^\circ + N = 0$, откуда реакция опоры частицы $N = mg\cos 45^\circ$. Сила трения, которую испытывает частица, двигаясь по сортировочному столу: $F_{\text{тр}} = fN = fmg\cos 45^\circ$, где f – коэффициент трения.

Подставляя в уравнение движения частицы, выражение силы трения и полагая ускорение $\ddot{x} = \dfrac{dV_x}{dt}$, получим дифференциальное уравнение

$$\frac{dV_x}{dt} = g(1-f)\cos 45^\circ \text{ или при } f = f_1 = 0{,}4: \ \frac{dV_x}{dt} = 4{,}18.$$

После интегрирования найдём скорость и закон движения частицы как функции времени: $V_x = 4{,}18t + C_1$; $x = 2{,}09t^2 + C_1 t + C_2$.

Константы интегрирования C_1, C_2 находятся из начальных условий движения. Подставляя начальные условия $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = V_x(0) = V_0$ в уравнение движения частицы, найдём $C_2 = 0$, $C_1 = V_0$.

Окончательно движение частицы на прямолинейном участке *AB* сортировочного стола описывается системой уравнений: $V_x = 4{,}18t + 1$; $x = 2{,}09t^2 + t$.

Допустим частица достигает края стола B в момент времени $t = t_B$. Её координата равна длине сортировочного стола: $x(t_B) = S$, а скорость равна скорости отрыва её от стола: $V_x(t_B) = V_B$. Подставим эти условия в уравнения движения, получим систему: $V_B = 4{,}18t_B + 1$, $S = 2{,}09t_B^2 + t_B$, откуда скорость частицы в точке отрыва её от стола $V_B = \sqrt{1 + 8{,}36S}$. При длине стола S = 1,2 м скорость отрыва V_B = 3,32 м/с.

Рассмотрим участок BC свободного падения частицы, брошенной с высоты h с начальной скоростью V_B, направленной под углом 45° к горизонту (рис. 4.3). В полёте на частицу действует только сила тяжести $\vec{P}$. Выберем прямоугольную систему координат xKy с началом координат в точке K (см. рис. 4.3). Дифференциальные уравнения движения точки

$$m\ddot{x} = 0;\ m\ddot{y} = -P = -mg \text{ или } \ddot{x} = 0,\ \ddot{y} = -g.$$

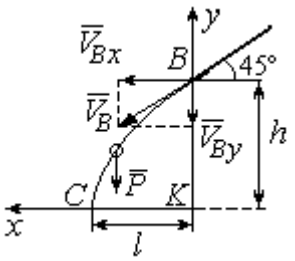


Рис. 4.3. Свободное падение частицы

Интегрируя первое уравнение, получим, что движение частицы вдоль оси x описывается уравнениями $\dot{x} = C_3;\ x = C_3t + C_4$. Константы интегрирования C_3 и C_4. определяются из начальных условий движения: при t = 0 , $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = V_{Bx}$, где V_{Bx} – проекция вектора скорости $\overline{V}_B$ на ось x, $V_{Bx} = V_B\cos45^\circ$ = 2,35 м/с. После подстановки начальных условий в уравнение движения частицы получим: C_4 = 0, C_3 = 2,35. В результате, движение частицы вдоль оси x при её свободном падении описывается уравнением $x = 2{,}35t$.

Проинтегрируем уравнение движения частицы в направлении оси y. Получим: $\dot{y} = -gt + C_5$ и $y = -g\dfrac{t^2}{2} + C_5t + C_6$. Начальные условия движения частицы вдоль оси y: при t = 0 , $y(0) = h$ = 1,5 м, $\dot{y}(0) = V_{By} = -V_B\cos45^\circ = -2{,}35$ м/с, где V_{By} – проекция вектора скорости $\overline{V}_B$ на ось y. Подставляя начальные

условия в уравнение движения, найдём: $C_6 = h$; $C_5 = V_{By} = -2{,}35$. Таким образом, движение частицы вдоль оси y при её свободном падении описывается уравнением $y = -4{,}91t^2 - 2{,}35t + 1{,}5$.

В момент $t = t_{\text{п}}$ падения частицы на пол её вертикальная координата обращается в нуль: $y = 0$, а горизонтальная – равна дальности полёта: $x = \ell$. Подставляя эти условия в уравнения движения частицы, получим систему:

$$\ell = 2{,}35t_{\text{п}},\ 0 = -4{,}91t_{\text{п}}^2 - 2{,}35t_{\text{п}} + 1{,}5.$$

Исключая в системе время $t_{\text{п}}$, выразим уравнение для определения дальности горизонтального полёта: $\ell^2 + 1{,}12\ell - 1{,}68 = 0$. Отсюда находим: $\ell = 0{,}85$ м.

Таким образом, частицы с коэффициентом трения $f = 0{,}4$ в конце своего движения падают на горизонтальную поверхность на расстоянии 0,85 м от края стола. Очевидно, именно здесь необходимо установить разделительную стенку приёмного устройства. Частицы с меньшим коэффициентом трения ($f < 0{,}4$) будут улетать за стенку, а при большем ($f > 0{,}4$) – недолетать. К примеру, длина горизонтального полёта частицы с коэффициентом трения $f = 0{,}3$ составляет 0,89 м, а при $f = 0{,}5$ равна 0,61 м.

Задача 42. Материальная точка массой $m = 1$ кг движется прямолинейно по горизонтальной поверхности под действием силы $F = 10 - kt$ Н, где k – коэффициент пропорциональности; $k = \text{const}$; t – время в секундах. Определить величину коэффициента k, при котором скорость точки за первую секунду от начала движения увеличится от начального значения $V_0 = 2$ м/с до величины $V_1 = 10$ м/с, а также путь, пройденный точкой до остановки.

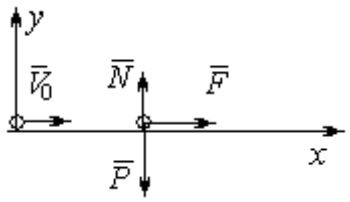


Рис. 4.4. Прямолинейное движение точки

Решение

Для описания движения точки выберем прямоугольную систему координат x, y с началом в том месте, откуда точка начала движение (рис. 4.4).

На точку действуют сила тяжести $\vec{P}$, реакция опоры $\vec{N}$ и заданная сила $\vec{F}$. Направление силы $\vec{F}$ на рис. 4.4 соответствует начальному этапу движения, когда проекция силы на ось *x* положительная. Движение точки описывается уравнением $m\ddot{x} = F_x = 10 - kt$.

Положим $\ddot{x} = \dfrac{dV}{dt}$. Здесь в силу того, что движение происходит только вдоль одной координаты, индекс *x* у скорости опущен. Учитывая массу точки, получим уравнение $\dfrac{dV}{dt} = 10 - kt$. Разделив переменные и проинтегрировав полученное уравнение, найдём закон изменения скорости точки $V = 10t - k\dfrac{t^2}{2} + C_1$. Выражая скорость через производную от координаты $V = \dfrac{dx}{dt}$, получим дифференциальное уравнение $\dfrac{dx}{dt} = 10t - k\dfrac{t^2}{2} + C_1$, интегрируя которое, найдём уравнение движения точки $x = 5t^2 - k\dfrac{t^3}{6} + C_1 t + C_2$.

Подставляя начальные условия (при $t = 0$, $V = V_0 = 2$ м/с, $x = 0$) в уравнения, получим: $C_1 = 2$, $C_2 = 0$. Окончательно движение точки описывается системой уравнений: $V = 10t - k\dfrac{t^2}{2} + 2$; $x = 5t^2 - k\dfrac{t^3}{6} + 2t$.

Известно, что через 1 с от начала движения точка приобрела скорость $V_1 = 10$ м/с. Подставляя это условие в первое уравнение, найдём $k = 4$.

В момент t_1 точка остановилась и её скорость обращается в нуль: $V(t_1) = 0$, а координата равна пройденному пути: $x(t_1) = S$. Подставляя эти условия в уравнения движения с учетом вычисленного значения коэффициента *k*, получим систему: $0 = 10t_1 - 2t_1^2 + 2$; $S = 5t_1^2 - \dfrac{2}{3}t_1^3 + 2t_1$, откуда находим путь, пройденный точкой до остановки: $S = 51{,}86$ м.

Задача 43. Материальная точка массой m = 1 кг, находясь на высоте h_1 = 2 м над уровнем Земли, подброшена вертикально вверх (ось x) с начальной скоростью V_0 = 4 м/с (рис. 4.5, *a*). При движении на точку действует сила сопротивления, пропорциональная квадрату скорости, так, что проекция её на вертикаль направлена в сторону, противоположную движению, $R_x = -0{,}5mV^2$ Н, где V – скорость точки. Определить, на какой высоте h_2 от уровня Земли скорость падающей обратно точки достигнет значения начальной стартовой скорости.

Решение

Решение задачи осуществляется в два этапа. На первом этапе рассматривается движение точки вверх с высоты h_1 с начальной скоростью V_0 и определение максимальной высоты полёта H, на втором этапе – падение точки вниз с высоты H без начальной скорости (рис. 4.5, *b*).

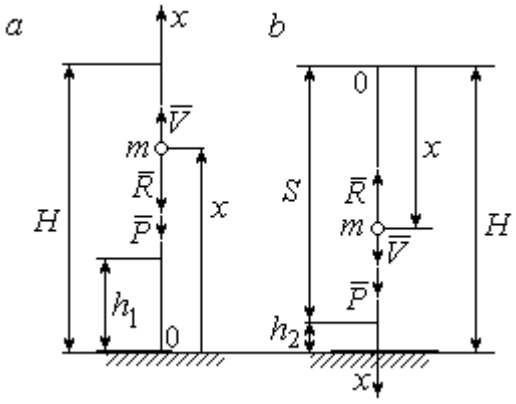


Рис. 4.5. Силы, действующие на точку в полёте:
a – движение точки вверх;
b – движение точки вниз

Рассмотрим первый этап движения и найдём максимальную высоту подъёма точки. На рис. 4.5, *a* показаны силы, действующие на точку в полёте: сила тяжести $\vec{P}$ и сила сопротивления $\vec{R}$. Ось x, вдоль которой происходит движение точки, выбрана по направлению движения, начало координат – на уровне Земли (см. рис. 4.5, *a*).

Дифференциальное уравнение движения точки в проекции на ось x: $m\ddot{x} = \sum F_x = P_x + R_x$, где проекции сил тяжести и сопротивления на ось x: $P_x = -P = -mg$; $R_x = -0{,}5mV^2$. Полагая $\ddot{x} = \dfrac{dV}{dt}$, получим уравнение движения точки в виде: $\dfrac{dV}{dt} = -(g + 0{,}5V^2)$.

Учитывая, что $\frac{dV}{dt}=\frac{dV}{dx}\frac{dx}{dt}=V\frac{dV}{dx}=\frac{dV^2}{2dx}$, исходное уравнение движения представляется в виде, удобном для интегрирования: $\frac{dV^2}{g+0{,}5V^2}=-2dx$.

Проинтегрировав это уравнение, находим: $\ln(g+0{,}5V^2)=-x+C$.

В начальном положении, т. е. при $t = 0$, точка находилась на высоте $x = h_1$, а скорость её $V = V_0$. Подставив эти значения в проинтегрированное уравнение, получим: $C=h_1+\ln(g+0{,}5V_0^2)$. Окончательно положение точки в полёте определяется выражением $x=h_1+\ln\left(\frac{g+0{,}5V_0^2}{g+0{,}5V^2}\right)$.

При максимальном подъёме точки, т. е. при $x=H$, её скорость обращается в нуль: $V = 0$. Подставляя H, получим: $H=h_1+\ln\left(1+\frac{V_0^2}{2g}\right)$. При начальной скорости $V_0 = 4$ м/с, с учётом высоты точки старта $h_1 = 2$ м, высота подъёма точки относительно уровня Земли $H = 2{,}6$ м.

Рассмотрим второй этап решения задачи – движение точки вниз с максимальной высоты H без начальной скорости. Выберем ось x по направлению движения и поместим начало координат в точке, откуда началось движение вниз (рис. 4.5, *b*). Дифференциальное уравнение движения падающей точки: $m\frac{dV}{dt}=P_x+R_x = mg-0{,}5mV^2$, которое, как и в предыдущем случае, приводится к виду: $\frac{dV^2}{g-0{,}5V^2}=2dx$.

Проинтегрировав это уравнение, находим: $\ln(g-0{,}5V^2)=-x+C_1$.

В начальном положении, т. е. при $t = 0$, координата точки и скорость равны нулю: $x = 0$, $V = 0$. Подставив эти значения, находим: $C_1=\ln g$.

Окончательно положение падающей точки определяется выражением $x = \ln\left(\frac{g}{g - 0{,}5V^2}\right)$.

Расстояние S, которое пролетела точка с высоты H, приобретя скорость, V_0: $S = \ln\left(\frac{g}{g - 0{,}5V_0^2}\right)$. Высота h_2 этого положения от уровня Земли: $h_2 = H - S$ (см. рис. 4.5, *b*). С учётом величины начальной скорости $V_0 = 4$ м/с, максимальной высоты подъёма точки $H = 2{,}6$ м высота $h_2 = 0{,}91$ м.

Задача 44. Точка 1 движется горизонтально с постоянной скоростью V_1 на высоте h. Точка 2 массой m_2 находится в начале координат (рис. 4.6).

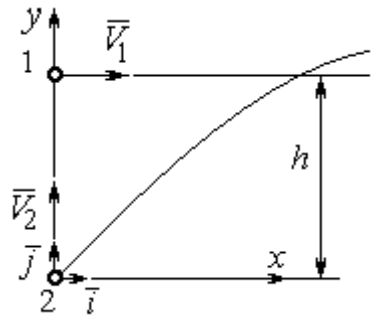


Рис. 4.6. Схема встречного движения точек

В момент, когда обе точки находились на одной вертикали y, точка 2 стартовала вертикально вверх со скоростью V_2. В полёте на точку 2 действует отклоняющая сила $\vec{F}_2$, которая представлена в виде разложения по единичным векторам $\vec{i}$, $\vec{j}$ системы координат xy: $\vec{F}_2 = p\vec{i} + q\vec{j}$, где p, q – const. С какой скоростью V_2 должна стартовать точка 2, чтобы обе точки встретились.

Решение

Рассмотрим движение точки 2. На точку действует сила тяжести $\vec{P}_2$ и сила $\vec{F}_2$, проекции которой на оси x, y: $F_{2x} = p$, $F_{2y} = q$ (рис. 4.7).

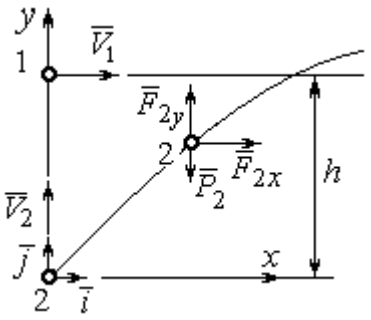


Рис. 4.7. Расчётная схема встречи точек

Уравнения движения точки в проекциях на оси xy имеют вид:

$$m_2\ddot{x} = p,\ m_2\ddot{y} = q - m_2 g.$$

Дважды интегрируя первое уравнение, полу-

чим: $\dot{x} = \frac{p}{m_2}t + C_1$; $x = \frac{p}{2m_2}t^2 + C_1 t + C_2$. Константы интегрирования найдём из условия, что в начальный момент вторая точка стартовала из начала координат вертикально, то есть при $t = 0$ $x = 0$ и $\dot{x} = V_{2x} = 0$. Подставляя начальные условия в уравнения движения, получим: $C_1 = 0$, $C_2 = 0$. Таким образом, движение точки 2 вдоль оси x описывается уравнением $x = \frac{p}{2m_2}t^2$.

Аналогично, дважды интегрируя второе уравнение движения, получим зависимость скорости движения точки 2 от времени и закон её движения вдоль оси y: $\dot{y} = \left(\frac{q}{m_2} - g\right)t + C_3$; $y = \left(\frac{q}{m_2} - g\right)\frac{t^2}{2} + C_3 t + C_4$. Из начальных условий: при $t = 0$ $y = 0$, $\dot{y} = V_{2y} = V_2$ следует: $C_3 = V_2$, $C_4 = 0$.

В результате закон движения точки 2 вдоль оси y: $y = \left(\frac{q}{m_2} - g\right)\frac{t^2}{2} + V_2 t$.

Обозначим t_1 – время движения точек до встречи. В момент встречи высота точки 2 $y(t_1) = h$, а расстояние по горизонтали, которое прошла точка 2 до встречи, должно быть равно расстоянию, пройденному точкой 1 за это же время. Подставляя условия встречи в уравнения движения, получим систему:

$$V_1 t_1 = \frac{p}{2m_2}t_1^2; \qquad h = \left(\frac{q}{m_2} - g\right)\frac{t_1^2}{2} + V_2 t_1,$$

откуда найдём: $V_2 = \frac{h}{t_1} - \left(\frac{q}{m_2} - g\right)\frac{t_1}{2}$, где $t_1 = \frac{2V_1 m_2}{p}$.

Упражнения

Упражнение 4.1. Тело массы m = 2 кг поднимается по прямой по шероховатой поверхности, составляющей угол 30° с горизонтом. Коэффициент трения f = 0,4. На тело действует сила $F = kt + 0{,}5P$, направленная в сторону движения, параллельно плоскости. Определить величину коэффициента k и начальную скорость тела, направленную вверх по наклонной плоскости, если за первую секунду тело прошло путь S = 2 м, а скорость увеличилась вдвое относительно начальной.

Упражнение 4.2. Материальную точку массы m = 1 кг, находящуюся на высоте H = 10 м над уровнем Земли, бросили под углом φ = 30° к горизонту с начальной скоростью V_0. Свободное движение точки происходит в вертикальной плоскости. Определить начальную скорость V_0 и горизонтальную дальность полета l при падении точки на Землю, если высоту h =7 м она пересекла через 1 с от начала движения.

4.2. Колебания материальной точки

Если материальная точка массой m движется вдоль оси Оx под действием линейной восстанавливающей силы, равной $F = cx$, где c – постоянный коэффициент, x – отклонение точки от положения равновесия, куда поместили начало координат, то дифференциальное уравнение свободных прямолинейных колебаний имеет вид:

$$m\ddot{x} + cx = 0, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = 0,\ \omega^2 = \frac{c}{m},$$

где ω – угловая частота колебаний.

Решение дифференциального уравнения свободных колебаний представляется в виде $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t$. Постоянные интегрирования C_1 и C_2 находятся из начальных условий.

Если кроме восстанавливающей силы на материальную точку действует переменная возмущающая сила, колебания точки называются **вынужденными.** В случае гармонического возмущения $Q = H\sin pt$, где H, p – амплитуда и угловая частота возмущающей силы, дифференциальное уравнение вынужденных колебаний материальной точки относительно положения равновесия

$$m\ddot{x} + cx = H\sin pt, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = h\sin pt,\ \omega^2 = \frac{c}{m},\ h = \frac{H}{m}$$

где ω – угловая частота собственных колебаний; h – относительная амплитуда возмущающей силы.

Общее решение неоднородного дифференциального уравнения вынужденных колебаний при отсутствии резонанса (частота собственных колебаний точки не совпадает с частотой возмущающей силы $p \neq \omega$) имеет вид:

$x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t + \dfrac{h}{\omega^2 - p^2}\sin pt$, а в случае возникновения резонанса ($p = \omega$) определяется формулой: $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t - \dfrac{ht}{2p}\cos pt$. Значения произвольных постоянных C_1 и C_2 находятся с учётом начальных условий движения.

Колебания груза на двух параллельных пружинах с жесткостью c_1 и c_2 можно рассматривать как колебания груза на одной пружине с эквивалентной жесткостью $c_{экв} = c_1 + c_2$, где $c_{экв}$ – жесткость эквивалентной пружины. При последовательном соединении пружин коэффициент жесткости эквивалентной пружины $c_{экв} = \dfrac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}$.

Примеры решения задач на колебания точки

Задача 45. Подъёмное устройство (рис. 4.8) опускает груз Q массой $m = 400$ кг в шахту при помощи упругого троса с коэффициентом жесткости $c = 8 \cdot 10^4$ Н/м с постоянной скоростью $V = 10$ м/с. В некоторый момент во время спуска трос защемило в блоке. Пренебрегая массой троса, определить дальнейшее движение груза и найти максимальную силу натяжения троса.

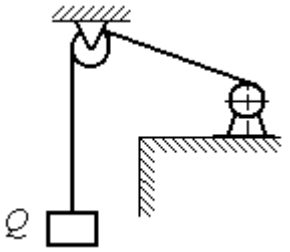


Рис. 4.8. Подъёмное устройство

Решение

После того как произошло защемление троса в обойме блока, вертикальную часть троса длиной ℓ_0 можно рассматривать как пружину с закреплённым верхним концом, а груз – материальной точкой.

Расчетная схема колебаний груза Q на пружине показана на рис. 4.9.

Ось *Ox*, вдоль которой происходят колебания груза, направлена вертикально вниз. Начало отсчёта координаты *x* (точка *O*) выбрано в положении нерастянутой пружины.

На рис. 4.9, *a* положение нерастянутой пружины соответствует положению груза на тросе в момент его защемления. В произвольном положении груза (рис. 4.9, *b*), обозначенном координатой *x*, к нему приложены две силы: сила тяжести $\vec{Q}$ и сила упругости пружины $\vec{F}_{\text{упр}}$. Проекция силы упругости пружины на ось *Ox*: $F_{\text{упр}\,x} = -c\Delta\ell = -cx$, где $\Delta\ell$ – удлинение пружины. Дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось *Ox* имеет вид: $m\ddot{x} = Q - cx$. В результате получаем неоднородное дифференциальное уравнение колебаний:

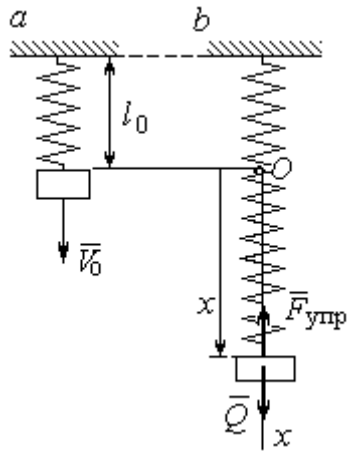


Рис. 4.9. Расчётная схема колебаний груза:
a – положение груза на начало колебаний; *b* – положение груза в произвольный момент времени

$$m\ddot{x} + cx = mg \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = g,$$

где ω – угловая частота собственных колебаний, $\omega = \sqrt{\dfrac{c}{m}} = 14{,}14$ рад/с.

Решение неоднородного дифференциального уравнения представляется в виде $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t + \dfrac{g}{\omega^2}$, где первые два слагаемых представляют общее решения однородного уравнения, последнее – частное решение неоднородного

Для определения произвольных постоянных C_1 и C_2 используем начальные условия движения: при $t = 0$ груз находился в положении $x = 0$, а его скорость равнялась скорости груза $\dot{x} = V_0 = 10$ м/с. Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения колебаний, полу-

чим: $C_1 = -\frac{g}{\omega^2} = -0{,}69$ м. Для определения второй константы вычислим скорость груза: $\dot{x} = -C_1\omega\sin\omega t + C_2\omega\cos\omega t$. Подставив начальное значение скорости груза при $t = 0$, получим: $C_2 = \frac{V_0}{\omega} = 0{,}71$ м. Окончательно, движение груза после защемления троса в обойме блока описывается уравнением

$$x = -0{,}69\cos 14{,}14t + 0{,}71\sin 14{,}14t + 0{,}69.$$

Представим уравнение колебаний в виде $x = A\sin(\omega t + \alpha) + \frac{g}{\omega^2}$, где A – амплитуда собственных колебаний груза $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$, α – фаза колебаний; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{C_1}{C_2}$. Максимальное растяжение троса равно максимальному значению координаты груза: $x_{\max} = \max[A\sin(\omega t + \alpha) + \frac{g}{\omega^2}] = A + \frac{g}{\omega^2} = 1{,}68$ м. Соответственно, максимальное усилие в тросе равно значению силы упругости при максимальном растяжении: $F_{\text{упр max}} = cx_{\max} = 134{,}4$ кН.

Задача 46. Рабочий орган вибрационной машины представляет собой массивное тело, расположенное на гладкой наклонной плоскости между двумя пружинами (см. рис. 4.10). Угол наклона плоскости к горизонту 60º. Масса груза $m = 9$ кг. Пружины, зажимающие груз, имеют коэффициенты жесткости $c_1 = 300$ Н/м и $c_2 = 600$ Н/м.

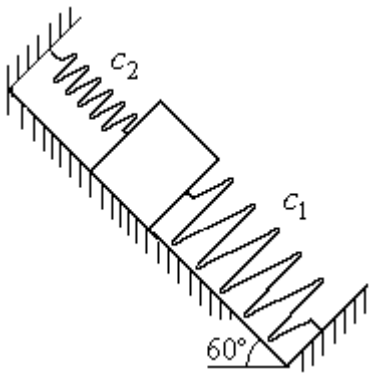


Рис. 4.10. Колебания груза на наклонной плоскости

В начальный момент груз, когда пружины не деформированы, груз оттягивают вниз по наклонной плоскости на расстояние $\Delta\ell = 0{,}12$ м и отпускают без начальной скорости.

Найти период колебаний, амплитуду и уравнение движения груза.

Решение

Колебания груза, зажатого между двумя пружинами, представим как колебания груза, прикреплённого к одной пружине эквивалентной жёсткости: $c_э = c_1 + c_2$ = 900 Н/м (рис. 4.11). Ось, вдоль которой происходят колебания, направим вниз по наклонной плоскости. Начало отсчёта координаты груза x выберем в положении его статического равновесия (точка O) (см. рис. 4.11).

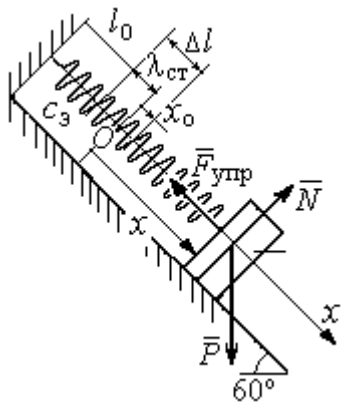


Рис. 4.11. Схема колебаний груза на эквивалентной пружине

Дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось Ox: $m\ddot{x} = P_x - F_{упр\,x}$. Проекция силы упругости пружины на ось Ox: $F_{упр\,x} = -c_э \Delta\ell$, где $\Delta\ell = (x + \lambda_{ст})$ – удлинение пружины, включающее её растяжение $\lambda_{ст}$ относительно положения нерастянутой пружины и растяжение x относительно начала координат.

Удлинение пружины $\lambda_{ст}$ определяется из условия равновесия груза на наклонной плоскости в положении статического равновесия:

$$P\cos 30^\circ - F_{упр} = 0{,}87mg - c_э\lambda_{ст} = 0.$$

Находим $\lambda_{ст} = \dfrac{0{,}87mg}{c_э} = 0{,}085$ м.

Подставляя выражение силы упругости, с учётом условия статического равновесия груза ($0{,}87mg = c_э\lambda_{ст}$), получим дифференциальное уравнение колебаний: $m\ddot{x} = -c_э x$ или $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$, где ω – угловая частота собственных колебаний груза, $\omega = \sqrt{\dfrac{c_э}{m}} = 10$ рад/с.

Общее решение уравнения колебаний $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t$.

Для определения произвольных постоянных C_1 и C_2 вычислим начальные условия движения груза.

Координата начального положения груза на оси Ox (см. рис. 4.11) $x_0 = \Delta\ell - \lambda_{ст} = 0{,}035$ м. Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения колебаний при $t = 0$, получим: $C_1 = x_0 = 0{,}035$ м. Для определения второй константы вычислим скорость груза: $\dot{x} = -C_1\omega_2 \sin\omega_2 t + C_2\omega_2 \cos\omega_2 t$. Подставив начальное значение скорости груза: при $t = 0$ $\dot{x} = V_0 = 0$, получим $C_2 = 0$. Окончательно уравнение движения груза относительно его положения статического равновесия $x(t) = 0{,}035\cos 10t$ м. Амплитуда колебаний $A = 0{,}035$ м. Период колебаний $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 0{,}63$ с.

Задача 47. Пружинный амортизатор состоит из двух одинаковых вертикально стоящих пружин, к верхним концам которых прикреплена невесомая горизонтальная площадка (рис. 4.12). Жёсткость каждой пружины c = 350 Н/м. Груз массой m = 5 кг падает с высоты h = 0,3 м.

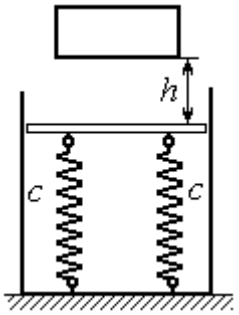


Рис. 4.12. Пружинный амортизатор

Коснувшись площадки, груз начинает двигаться вместе с ней. Определить максимальную осадку амортизатора и уравнение движения груза.

Решение

Заменим две пружины амортизатора одной с жесткостью, эквивалентной двум пружинам: $c_э = 2c$ = 700 Н/м. Расчётная схема колебаний груза показана на рис. 4.13. Начало координат оси x (точка O), вдоль которой происходят колебания, выбрано на уровне статического равновесия груза.

При движении (на рис. 4.13, c предполагается движение груза вниз) на груз действуют сила упругости $\vec{F}_{упр}$ и сила тяжести $\vec{P}$. Уравнение движения груза в проекции на ось x: $m\ddot{x} = P - F_{упр} = P - c_э\Delta\ell$, где $\Delta\ell$ – удлинение (или сжатие) пружины относительно недеформированного состояния.

В произвольном положении груза, обозначенном координатой x (см. рис. 4.13, *c*), сжатие пружины относительно её недеформированного состояния (см. рис. 4.13, *a*) составляет величину: $\Delta\ell = x + \lambda_{ст}$. Величина $\lambda_{ст}$ находится из условия статического равновесия груза, которое выражается равенством (рис. 4.13, *b*): $P - F_{упр\,ст} = P - c_э\lambda_{ст} = 0$.

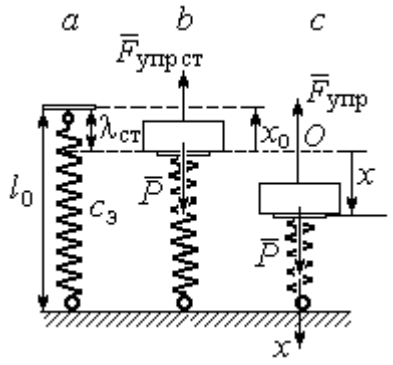


Рис. 4.13. Расчётная схема колебаний на эквивалентной пружине:
a – недеформированная пружина;
b – положение статического равновесия груза; *c* – произвольное положение

Подставляя это условие в уравнение движения груза, получим дифференциальное уравнение колебаний: $m\ddot{x} + c_э x = 0$ или $m\ddot{x} + \omega^2 x = 0$, где $\omega = \sqrt{\dfrac{c_э}{m}}$ = 11,83 рад/с – угловая частота колебаний.

Общее решение однородного уравнения колебаний представляется в виде $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t$, где C_1 и C_2 – произвольные постоянные, вычисляемые по начальным условиям движения груза.

По условию задачи груз падает на площадку, установленную на недеформированных пружинах. Это означает, что начальная координата груза при его движении на пружинах соответствует положению недеформированной пружины: $x_0 = -\lambda_{ст} = -\dfrac{mg}{c_э} = -0{,}07$ м.

Начальная скорость колебаний груза равна скорости груза при падении его с высоты 1 м. Интегрируя уравнение движения груза во время падения $m\ddot{s} = mg$, где s – путь, пройденный телом, получим зависимость скорости от пройденного пути: $V^2 = 2gs$. Полагая s = 0,3, найдём скорость груза при его встрече с площадкой: V = 2,43 м/с. Проекция начальной скорости колебаний груза на ось x положительна: $V_{0x} = V$ = 2,43 м/с.

Подставив начальные условия в общее решение уравнения колебаний, получим: $C_1 = x_0 = -0{,}07$ м; $C_2 = \frac{V_{0x}}{\omega} = 0{,}2$ м. Окончательно уравнение колебаний груза на амортизаторе $x = -0{,}07\cos 11{,}83t + 0{,}2\sin 11{,}83t$. Амплитуда колебаний $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2} = 0{,}21$ м. Проседание амортизатора H отсчитывается от положения нерастянутых пружин: $H = A + \lambda_{ст} = 0{,}28$ м.

Задача 48. Для регистрации (записи) вертикальных колебаний тяжёлых платформ используется пружинный виброграф (рис. 4.14). Схема действия прибора состоит в следующем. Массивная платформа A совершает вертикальные гармонические колебания по закону $\xi = \xi(t)$. На платформе установлена вертикальная стойка с горизонтальной перекладиной, к которой прикреплена пружина жесткостью c. К нижнему концу пружины подвешен груз P массой m с индикаторной стрелкой B (см. рис. 4.14). Вертикальная шкала индикаторной стрелки закреплена на платформе A. В начальный момент груз на пружине находился в покое в положении статического равновесия. Определить закон колебаний стрелки B вдоль шкалы, если масса груза $m = 1$ кг, жесткость пружины $c = 10$ Н/м, платформа совершает вертикальные колебания по закону $\xi = a\sin pt$ см, где амплитуда $a = 0{,}02$ м, частота колебаний платформы $p = 7$ рад/с.

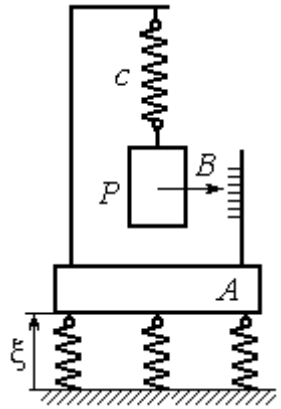


Рис.4.14. Регистратор вертикальных колебаний

Решение

Выберем неподвижную ось x, связанную, например, с неподвижной поверхностью, на которой стоит платформа. Начало координат – точку O выберем на уровне статического равновесия груза на пружине при неподвижной платформе. Произвольное положение груза отмечено координатой x (рис. 4.15).

Растяжение пружины при неподвижной платформе составляет величину $x+\lambda_{ст}$, где $\lambda_{ст}$ – удлинение пружины в положении статического равновесия груза, определяемое из условия $P-c\lambda_{ст}=0$. Вместе с тем колебание платформы вызывает аналогичное смещение точки подвеса пружины. В результате растяжение пружины при произвольном положении груза равно сумме: $\Delta\ell=(x+\lambda_{ст}+\xi)$.

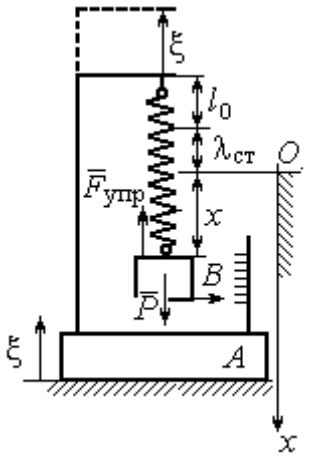


Рис. 4.15. Расчётная схема колебаний груза

На груз действуют сила тяжести $\vec{P}$ и сила упругости пружины $\vec{F}_{упр}$. Дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось *Ox*: $m\ddot{x}=P_x+F_{упр\,x}$, где проекции $P_x=P$, $F_{упр\,x}=-c\Delta\ell=-c(x+\lambda_{ст}+\xi)$. Расчётная схема колебаний груза показана на рис. 4.15.

С учётом условия статического равновесия груза $P-c\lambda_{ст}=0$ получим дифференциальное уравнение вынужденных колебаний груза в виде:

$$\ddot{x}+\omega^2x=-h\sin pt,$$

где ω – угловая частота собственных колебаний груза, $\omega=\sqrt{\dfrac{c}{m}}=3{,}16$ рад/с;

h – относительная амплитуда вынужденных колебаний, $h=\dfrac{ca}{m}$ = 0,2 м/с^2;

p – угловая частота вынужденных колебаний, p = 7 рад/с.

Решение уравнения вынужденных колебаний представляется суммой $x=x_1+x_2$, где x_1 является общим решением однородного уравнения $\ddot{x}_1+\omega^2x_1=0$, а x_2 – частное решение уравнения вынужденных колебаний: $\ddot{x}_2+\omega^2x_2=-h\sin pt$.

Решив однородное уравнение, находим: $x_1=C_1\cos\omega t+C_2\sin\omega t$.

При отсутствии резонанса (а в данном случае частота вынужденных колебаний груза не совпадает с частотой собственных $\omega \neq p$) частное решение уравнения вынужденных колебаний ищем в виде $x_2 = b\sin pt$. Подставляя частное решение в уравнение вынужденных колебаний, получим уравнение $-bp^2\sin pt + \omega^2 b\sin pt = -h\sin pt$, откуда находим коэффициент: $b = \dfrac{h}{p^2 - \omega^2}$.

В результате общее решение уравнения колебаний принимает вид:

$$x = x_1 + x_2 = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t + \frac{h}{p^2 - \omega^2}\sin pt,$$

где константы C_1 и C_2 подлежат определению.

В начальный момент груз находился на пружине в положении статического равновесия, и потому его начальная координата и скорость равны нулю Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения вынужденных колебаний при t = 0, получим C_1= 0. Для определения второй константы вычислим скорость груза в произвольный момент времени: $\dot{x} = -C_1\omega\sin\omega t + C_2\omega\cos\omega t + \dfrac{hp}{p^2 - \omega^2}\cos pt$. Подставив начальное значение скорости груза, найдём $C_2 = -\dfrac{hp}{\omega(p^2 - \omega^2)} = -0{,}01$ м.

Таким образом, колебания груза относительно неподвижной системы координат описываются уравнением $x = -0{,}01\sin 3{,}16t + 0{,}05\sin 7t$ и представляют абсолютное движение груза. Для того чтобы найти закон движения груза относительно платформы – относительное движение, нужно из его абсолютного движения исключить переносное – колебания платформы. Поскольку стрелка прибора закреплена на грузе, а шкала – на платформе, то закон движения стрелки относительно шкалы:

$$x_r = x - \xi = -0{,}01\sin 3{,}16t + 0{,}05\sin 7t - 0{,}02\sin 7t = -0{,}01\sin 3{,}16t + 0{,}03\sin 7t.$$

Упражнения

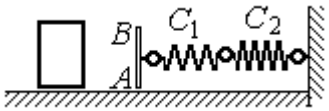


Рис. 4.16. Схема движения груза

Упражнение 4.3. Груз массы m = 0,5 кг, получив начальную скорость V_0 = 6 м/с, движется по горизонтальной поверхности, испытывая силу сопротивления, равную по величине $F = kV$ и направленную в сторону, противоположную движению. Через 1 с груз соединяется с невесомой вертикальной площадкой AB и продолжает движение вместе с ней, уже без сопротивления. К площадке прикреплены две горизонтальные последовательно соединённые пружины жёсткостью C_1 = 120 и C_2 = 40 Н/м (рис. 4.16).

Найти величину максимального сжатия пружины, если k = 0,5 Н/м/с. Определить закон движения груза.

Упражнение 4.4. Груз массы m =1 кг прикреплен к конструкции, состоящей из трёх вертикальных пружин одинаковой жёсткости C = 160 Н/м (рис. 4.17), и находится в равновесии. В некоторый момент времени грузу сообщают скорость V = 4 м/с, направленную вверх.

Найти амплитуду и частоту колебаний груза.

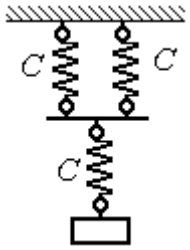


Рис. 4.17. Схема крепления груза на пружинах

4.3. Теорема об изменении кинетической энергии точки

Работой постоянной по величине и направлению силы $\vec{F}$ на прямолинейном перемещении точки приложения силы M (рис. 4.18) называется скалярная величина $A(\vec{F}) = FS\cos\alpha$, где F – модуль силы; S – конечное перемещение точки приложения силы; α – угол между направлением вектора силы и направлением перемещения точки приложения силы.

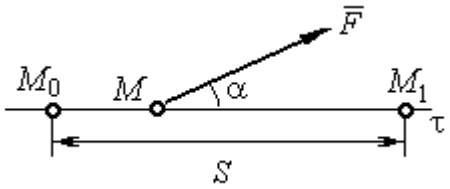


Рис. 4.18. Работа постоянной силы на прямолинейном участке

Работа силы тяжести материальной точки при перемещении её из положения M_0 в положение M_1 равна произведению $A_{(M_0M_1)} = \pm Ph$, где P – величина силы тяжести точки; h – вертикальное перемещение точки (рис. 4.19).

Работа силы тяжести положительна, если начальная точка движения выше конечной (см. рис. 4.19, *a*), и отрицательна, если начальная точка ниже конечной (см. рис. 4.19, *b*).

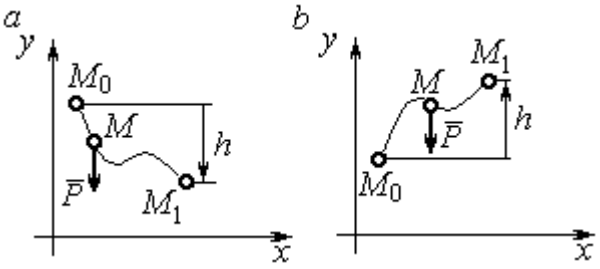


Рис. 4.19. Работа силы тяжести:
a – перемещение точки сверху вниз;
b – перемещение точки снизу вверх

Работа силы упругости пружины при перемещении вдоль линии действия силы из положения недеформированной пружины на расстояние *h* определяется формулой $A(\vec{F}_{\text{упр}}) = -\frac{ch^2}{2}$, где c – коэффициент жесткости (или жёсткость) пружины.

Кинетической энергией материальной точки называется скалярная величина $T = \frac{1}{2}mV^2$, где m – масса точки; V – её скорость.

Теорема об изменении кинетической энергии точки. Изменение кинетической энергии материальной точки при переходе её из начального положения в текущее равно алгебраической сумме работ всех действующих на неё сил: $\frac{mV_1^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = \sum A_{(M_0M_1)}$, где V_0, V_1 – скорость точки в начальном положении M_0 и в положении M_1; $\sum A_{(M_0M_1)}$ – сумма работ всех сил, действующих на точку, при перемещении её из положения M_0 в положение M_1. При несвободном движении точки в сумму работ сил войдёт и работа реакций связи.

Для определения реакций связи при несвободном движении точки используются уравнения движения в проекциях на оси естественной системы координат – касательную и нормальную: $m\frac{dV}{dt} = \sum F_\tau$, $m\frac{V^2}{\rho} = \sum F_n$, где $\sum F_\tau$, $\sum F_n$ – суммы проекций сил на касательную и нормальную оси естественной системы координат, ρ – радиус кривизны траектории точки.

Примеры решения задач с использованием теоремы об изменении кинетической энергии точки

Задача 49. Подъёмное устройство в шахте опускает груз массой 500 кг с постоянной скоростью V_0 = 6 м/с. После обрыва каната подъёмника срабатывает предохранительное устройство, которое создаёт силу трения между лифтом подъёмного устройства и стенками шахты. Какую силу трения, считая её постоянной, должно создать предохранительное устройство, чтобы остановить лифт на протяжении пути 10 м.

Решение

Рассмотрим падение груза после обрыва каната подъёмника. На груз действуют сила тяжести $\vec{P}$ и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$, направленная в сторону, противоположную движению. Считая груз материальной точкой, составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки. Получим выражение $\frac{mV^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = Ps - F_{\text{тр}}s$, где V_0, V – скорость груза в начале движения (сразу после обрыва каната) и в конце; s – путь, проходимый грузом за время движения. В конце движения груз должен остановиться, то есть V = 0. Тогда уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки принимает вид: $-\frac{mV_0^2}{2} = \left(P - F_{\text{тр}}\right)s$, откуда находим требуемую для остановки груза силу трения: $F_{\text{тр}} = P + \frac{mV_0^2}{2s}$. Подставляя условия задачи, получим: $F_{\text{тр}}$ = 5,81 кН

Задача 50. Тонкий стержень, расположенный в вертикальной плоскости, состоит из двух дуг сопряженных окружностей радиусов R = 1 м и r = 0,5 м (рис. 4.20). Линия OO_1, соединяющая центры окружностей, составляет с горизонтом угол 30°. На стержень надет шарик весом P = 10 Н. В точке A, положение которой на дуге радиуса R определяется углом α = 60°, шарику сообщают начальную скорость V_0, после чего он скользит по стержню без трения. Опре-

делить значение начальной скорости, при которой шарик достигнет наивысшей точки B со скоростью, равной половине начальной. При найденном значении начальной скорости рассчитать давление шарика на стержень в точке C, положение которой на дуге радиуса r определяется углом $\beta = 90°$ относительно линии центров.

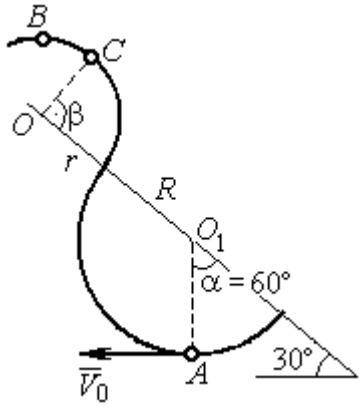


Рис. 4.20. Движение шарика по изогнутому стержню

Решение

При движении шарика по стержню без трения на него действуют сила тяжести $\vec{P}$ и реакция опоры $\vec{N}$. При этом работу совершает только сила тяжести шарика. Реакция гладкой поверхности стержня в любой момент времени перпендикулярна поверхности стержня и потому её работа равна нулю.

По теореме об изменении кинетической энергии точки при движении её из начального положения A в положение B имеем равенство:

$$\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_A^2}{2} = A(P) = -Ph_{(AB)},$$

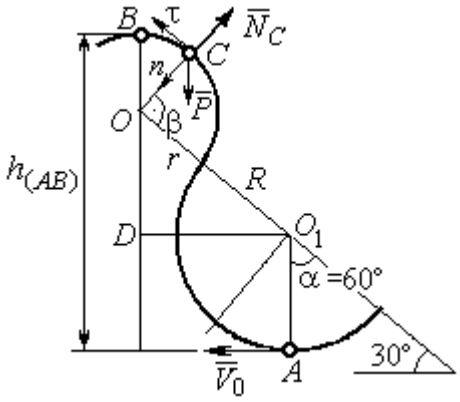


Рис. 4.21. Расчётная схема движения шарика

где $h_{(AB)}$ – перепад высот точек B и A, $h_{(AB)} = R + DO + r = \frac{3}{2}(R + r)$ (см. рис. 4.21); V_A, V_B – скорость шарика в точках A и B, причём $V_A = V_0$, $V_B = 0{,}5V_0$.

В результате уравнение, составленное на основании теоремы об изменении кинетической энергии, принимает вид: $\frac{3V_0^2}{8} = g\frac{3}{2}(R + r)$, откуда $V_0 = 2\sqrt{(R + r)g} = 7{,}67$ м/с.

На рис. 4.21 показаны силы, приложенные к шарику, в момент, когда он находится в точке *C*. Проведём в точке *C* оси естественной системы координат – касательную $C\tau$ и нормаль Cn. Уравнение движения шарика в проекции на нормальную ось имеет вид: $m\dfrac{V_C^2}{r} = P\cos 30^\circ - N_C$, откуда найдём реакцию N_C.

Для определения скорости шарика в точке *C* воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из положения *C* в положение *B*. Получим равенство $\dfrac{mV_B^2}{2} - \dfrac{mV_C^2}{2} = -Ph_{(CB)}$, где $h_{(CB)}$ – перепад высот при движении шарика из начального положения *C* в положение *B*. С учётом известных значений $V_B = 0{,}5V_0 =$ 3,84 м/с и $h_{(CB)} = r\cos 30^\circ =$ 0,43 м получим: $V_C = \sqrt{V_B^2 + 2gh_{(CB)}} =$ 4,82 м/с.

Из уравнения движения шарика находим реакцию опоры $N_C = P\cos 30^\circ - m\dfrac{V_C^2}{r} =$ – 38,7 Н.

Отрицательное значение реакции опоры шарика показывает, что фактическое направление реакции противоположно тому, как показано на рис. 4.21. Искомое давление шарика на трубку равно модулю реакции опоры.

Задача 51. Желоб состоит из шероховатой наклонной прямой *AB* и гладкой дуги окружности радиуса *r* = 0,8 м, сопряжённых в точке *B* так, что прямая *AB* является касательной к окружности в точке *B* (рис. 4.22). Положение точки *B* на дуге задаётся углом 30º относительно вертикального диаметра окружности. Тяжёлый шарик массой *m* = 0,5 кг начинает движение из точки *A* со скоростью $V_0 = 0{,}2$ м/с.

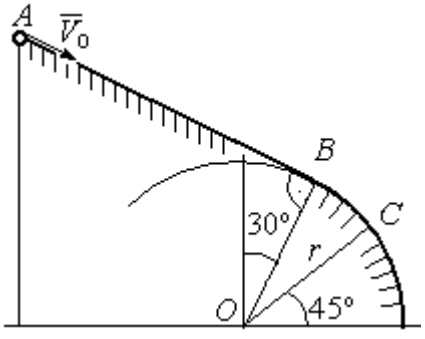


Рис. 4.22. Движение точки по составному желобу

Какой длины *S* должен быть желоб *AB*,

чтобы шарик оторвался от окружности в точке C, определяемой углом 45º относительно горизонтального диаметра, если при движении по прямой AB шарик испытывает сопротивление скольжения с коэффициентом трения $f = 0{,}4$.

Решение

Рассмотрим движение шарика по дуге окружности. Проведём в точке C оси естественной системы координат – касательную $C\tau$ и нормаль Cn (рис. 4.23). На шарик действуют сила тяжести $\vec{P}$, реакция $\vec{N}_C$ опоры в точке C. Уравнение движения шарика в проекции на ось Cn имеет вид: $m\dfrac{V_C^2}{r} = P\cos 45^\circ - N_C$, где V_C – скорость шарика в точке C. Реакция опоры $N_C = P\cos 45^\circ - m\dfrac{V_C^2}{r}$.

В момент отрыва шарика в точке C реакция опоры обращается в ноль: $N_C = 0$. В результате получаем уравнение $V_C^2 = rg\cos 45^\circ$, из которого находим скорость шарика в момент его отрыва от опоры: $V_C = 2{,}36$ м/с.

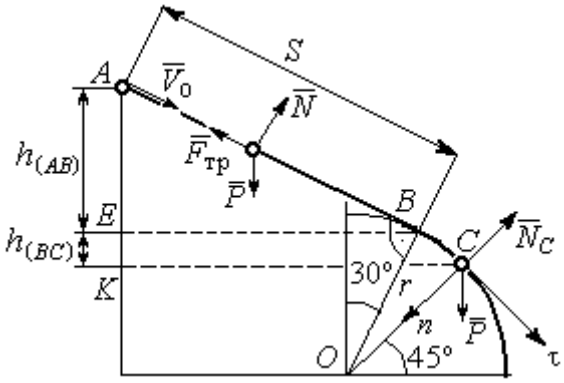


Рис. 4.23. Расчётная схема движения точки

Рассмотрим движение шарика из начального положения A в положение C. На шарик действуют сила тяжести $\vec{P}$, нормальная реакция опоры $\vec{N}$ и, при движении по наклонной прямой AB, сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ (см. рис. 4.23). Работу совершают сила тяжести шарика и сила трения. Реакция опоры $\vec{N}$ и в том и другом случае перпендикулярна траектории движения, и её работа равна нулю.

Составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки $\dfrac{mV_C^2}{2} - \dfrac{mV_A^2}{2} = Ph_{(AC)} - F_{\text{тр}}S$, где S – длина участка AB; $h_{(AC)}$ – перепад высот на участке AC (см. рис. 4.23); $h_{(AC)} = h_{(AB)} + h_{(BC)} = S\sin 30^\circ + r\left(\cos 30^\circ - \cos 45^\circ\right)$.

Модуль силы трения: $F_{\text{тр}} = fN$. Для того чтобы найти реакцию N опоры шарика на наклонную поверхность желоба AB, составим проекцию уравнения движения шарика на ось y, перпендикулярную AB (на рис. 4.23 не показана). Получим: $m\ddot{y} = N - P\cos 30^\circ = 0$. Отсюда $N = P\cos 30^\circ$ и сила трения $F_{\text{тр}} = fP\cos 30^\circ$.

Из уравнения теоремы об изменении кинетической энергии точки найдём выражение для определения длины S участка AB:

$$\frac{V_C^2 - V_A^2}{2g} = S\sin 30^\circ + r\left(\cos 30^\circ - \cos 45^\circ\right) - fPS\cos 30^\circ,$$

откуда получим $S = 1$ м.

Задача 52. Груз подвешен на нити длиной $l = 1$ м, закреплённой в неподвижной точке O (рис. 4.24). В начальный момент груз находился в положении A, при котором линия OA составляет с вертикалью угол $60°$. В этом положении грузу сообщают начальную скорость $\vec{V}_0$, перпендикулярно нити. Достигнув горизонтального положения, нить, натянутая грузом, встречает препятствие в виде тонкой проволоки в точке O_1, расположенной на середине длины нити, и дальше навивается на неё.

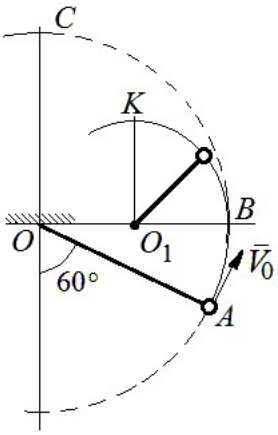


Рис. 4.24. Схема движения груза на нити

Какую минимальную начальную скорость нужно сообщить грузу в точке A, чтобы после встречи нити с проволокой в O_1 груз проскочил верхнюю точку траектории K. На какую максимальную высоту (относительно горизонтального диаметра OB) поднимется груз, двигаясь из той же точки A и с той же начальной скоростью, если нить будет двигаться беспрепятственно. Определить скачок натяжения нити в точке B при переходе груза с одной траектории на другую.

Решение

Построим оси естественной системы координат $n K \tau$ в точке K траектории – окружности радиуса $0{,}5l$ с центром O_1 (рис. 4.25, *a*). Во время движения на груз действуют сила тяжести и реакция нити. Уравнение движения груза в проекции на ось Kn имеет вид: $m\dfrac{V_K^2}{r} = P + N_K$, где V_K – скорость

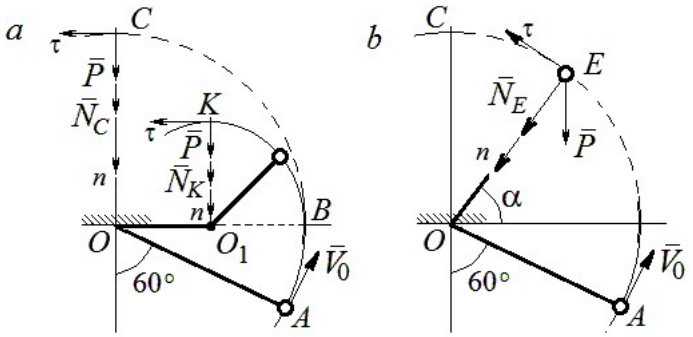


Рис. 4.25. Расчётная схема движения груза:
a – нить навивается на препятствие;
b – свободное движение

груза в точке K; N_K – реакция нити; r – радиус окружности движения груза; $r = 0{,}5l$. Из уравнения движения находим реакцию нити: $N_K = m\dfrac{2V_K^2}{l} - P$.

Так как нить представляет собой гибкую связь, то условием достижимости грузом точки K является требование, что при движении нить должна быть натянута, иначе говоря, всюду во время движения должно выполняться неравенство $N_K \geq 0$. С учётом уравнения движения груза это приводит к неравенству, выражающему требование к скорости в конечной точке: $V_K^2 \geq \dfrac{1}{2}gl$.

Скорость груза в точке K найдём на основании теоремы об изменении кинетической энергии точки при движении груза из положения A в положение K. Имеем равенство $\dfrac{mV_K^2}{2} - \dfrac{mV_0^2}{2} = -Ph_{(AK)}$, где $h_{(AK)}$ – перепад высот точек A и K; $h_{(AK)} = l$ (см. рис. 4.25, *a*). Решая полученное уравнение, найдём зависимость скорости груза в точке K от начальной: $V_K^2 = V_0^2 - 2gl$. С учётом выполнения неравенства натяжения нити получим: $V_0 \geq \sqrt{\dfrac{5}{2}gl}$.

При минимальной начальной скорости $V_0 = \sqrt{\frac{5}{2}gl}$ груз достигает верхней точки *K*. Однако, натяжение нити в точке *K* обращается в нуль: $N_K = 0$ и нить в этом месте перестаёт быть натянутой. Груз продолжает движение, но уже в виде свободного падения с начальной скоростью $V_K = \sqrt{\frac{1}{2}gl}$.

Определим, на какую высоту поднимется груз из положения *A* с минимальной начальной скоростью $V_0 = \sqrt{\frac{5}{2}gl}$, если нить движется беспрепятственно (см. рис. 4.25, *b*). Построим в точке *E* оси естественной системы координат $nE\tau$ аналогично тому, как это было сделано в точке *K*. Уравнение движения груза в проекции на ось *En* имеет вид: $m\frac{V_E^2}{l} = P\sin\alpha + N_E$, где V_E – скорость груза в точке *E*; N_E – проекция реакции нити на нормальную ось.

Для определения скорости груза в точке *E* составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки при движении груза из начального положения *A* в положение *E*. Получим: $\frac{mV_E^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = -Ph_{(AE)}$, где $h_{(AE)}$ – перепад высот точек *A* и *E*; $h_{(AE)} = \frac{l}{2} + l\sin\alpha$ (см. рис. 4.25, *b*). Решая полученное уравнение относительно скорости V_E при заданной начальной скорости $V_0 = \sqrt{\frac{5}{2}gl}$, найдём: $mV_E^2 = \frac{3}{2}mgl - 2mgl\sin\alpha$. С другой стороны, из уравнения движения груза (учитывая, что в точке *E* натяжение нити равно нулю: $N_E = 0$) получим: $mV_E^2 = Pl\sin\alpha$. Приравнивая выражения, получим $\sin\alpha = \frac{1}{2}$. Высота подъёма относительно горизонтального радиуса составляет $\frac{1}{2}l$.

Для определения скачка натяжения нити при переходе груза в точке B с окружности радиуса l на окружность радиуса $\frac{1}{2}l$, т. е. в момент, когда нить начинает навиваться на проволоку, напишем проекции уравнения движения груза на нормальную ось в точке B. Получим для малой окружности $\frac{2mV_B^2}{l} = N_B$ и для большой $\frac{mV_B^2}{l} = N'_B$, где N_B и N'_B – проекции реакции нити в точке B при движении груза по окружности радиусов $\frac{1}{2}l$ и l. Из уравнений видно, что переход груза с большой окружности на малую вызывает двукратное увеличение натяжения нити: $N'_B = \frac{3}{2}mg$, $N_B = 3mg$.

Задача 53. Шарик массой m = 0,5 кг движется в вертикальной плоскости из положения A внутри трубки, которая состоит из полуокружности AB радиуса R = 0,6 м и прямолинейного участка BD, сопряжённого в точке B с окружностью (рис. 4.26). Диаметр полуокружности AB составляет с горизонталью угол 60°. Начальная скорость шарика V_0 = 5 м/с. В конце кругового участка в точке B шарик упирается в недеформированную пружину жесткостью c = 100 Н/м. Найти величину S максимального сжатия пружины.

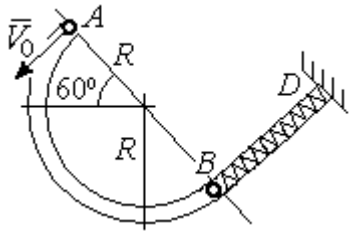


Рис. 4.26. Схема движения шарика

Решение

Найдём скорость шарика в точке B. Для этого составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из начального положения A в положение B. Получим: $\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_A^2}{2} = A(P) = Ph_{(AB)}$, где $h_{(AB)}$ – перепад высот точек A и B, $h_{(AB)} = 2R\sin 60^\circ = 1{,}04$ м (рис. 4.27).

Решая уравнение, найдём скорость шарика в точке B: $V_B = \sqrt{V_A^2 + 2gh_{(AB)}} = 6{,}74$ м/с.

Для того, чтобы найти величину максимального сжатия пружины, рассмотрим движение шарика на прямолинейном отрезке трубки BD. На этом отрезке работу совершают сила тяжести шарика и сила упругости пружины, приложенные к шарику (см. рис. 4.27).

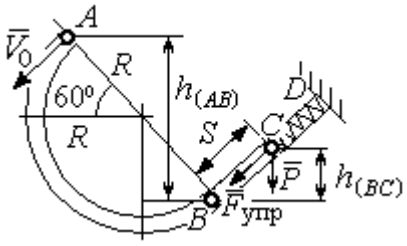


Рис. 4.27. Расчетная схема движения шарика

Обозначим S – максимальное сжатие пружины, равное BC. На основании теоремы об изменении кинетической энергии точки, применённой к движению шарика на отрезке BC, имеем уравнение $\frac{mV_C^2}{2} - \frac{mV_B^2}{2} = A(P) + A(F_{упр}) = -Ph_{(BC)} - \frac{cS^2}{2}$,

где $h_{(BC)}$ – перепад высот точек B и C; $h_{(BC)} = S\sin 30^\circ = 0{,}5S$ (см. рис. 4.27).

В точке C максимального сжатия пружины скорость шарика обращается в нуль: $V_C = 0$. Подставляя это условие, с учётом $V_B = 6{,}74$ м/с, получим уравнение для определения величины максимального сжатия пружины: $S^2 + 0{,}05S - 0{,}23 = 0$.

Выбирая положительный корень уравнения, находим: $S = 0{,}45$ м.

Упражнения

Упражнение 4.5. Лётчик в самолёте пикирует из точки A по прямой, составляющей с горизонтом угол φ, с начальной скоростью V_0. Пройдя расстояние $AB = l$, самолёт продолжает движение по дуге окружности радиуса R, сопряженной с прямой AB в точке B (рис. 4.28).

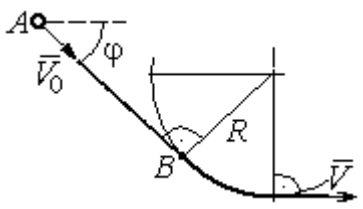


Рис. 4.28. Схема движения самолёта

Каким должен быть радиус окружности, чтобы в точке C – выхода самолёта на горизонтальный полёт - сила давления человека на корпус самолёта не превосходила его тройной вес.

Упражнение 4.6. Пружина жесткостью C = 100 Н/м, сжатая из недеформированного состояния на расстояние $KA = a = 0{,}3$ м, выталкивает шарик массой $m = 0{,}5$ кг, который отделяется от неё в точке K и продолжает движение в трубке по дуге KCB, окружности радиуса R = 1 м, затем – по горизонтальному участку BD. Определить давление шарика на трубку в точке C. Какой путь пройдёт шарик до остановки по прямой BD, если здесь на него действует сила трения с коэффициентом $f = 0{,}4$.

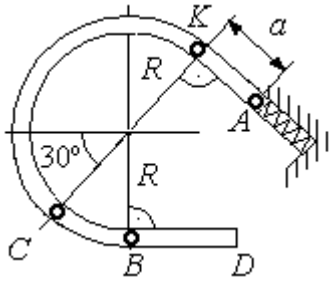


Рис. 4.29. Схема движения шарика в трубке

5. ОБЩИЕ ТЕОРЕМЫ ДИНАМИКИ СИСТЕМЫ

5.1. Теорема о движении центра масс системы

Центром масс системы материальных точек называют точку C, координаты которой x_C, y_C, z_C удовлетворяют равенствам:

$$mx_C = \sum m_k x_k \ , \quad my_C = \sum m_k y_k \ , \ mz_C = \sum m_k z_k \ ,$$

где m – масса системы: $m = \sum m_k$; m_k, x_k, y_k, z_k – массы и координаты материальных точек системы.

Теорема о движении центра масс системы. Центр масс механической системы движется как материальная точка с массой, равной массе системы, и к которой приложены внешние силы, действующие на систему: $m\vec{a}_C = \sum \vec{F}_k^e$, где $\vec{a}_C$ – вектор ускорения центра масс системы; $\sum \vec{F}_k^e$ – сумма всех внешних сил, действующих на систему.

Пример решения задач на применение теоремы о движении центра масс

Задача 54. Груз 1, находящийся на верхнем основании прямоугольной пирамиды *ABCD*, соединен с грузом 2 нерастяжимой нитью, перекинутой через блок C (рис. 5.1). Определить перемещение пирамиды, если груз 2 опустился на высоту 1 м. Масса груза 1 m_1 = 15 кг, груза 2 m_2 = 20 кг, пирамиды m = 50 кг. Трение при движении груза 1 по пирамиде и пирамиды по горизонтальной поверхности не учитывать.

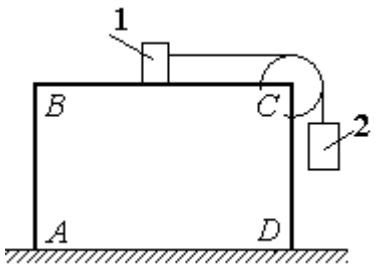


Рис. 5.1. Пирамида с системой подвижных грузов

Решение

Рассматриваем механическую систему, состоящую из двух грузов, соединённых нерастяжимой нитью, блока *C* и пирамиды *ABCD*.

Внешние силы, приложенные к системе: силы тяжести грузов и пирамиды – $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}$ и нормальная реакция $\vec{N}$ опоры поверхности, на которой стоит пирамида. Направления векторов внешних сил показаны на рис. 5.2.

Выберем неподвижную систему координат *Axy*, как показано на рис. 5.2. Все внешние силы, действующие на механическую систему, вертикальны, поэтому дифференциальное уравнение, составленное на основании теоремы о движении центра масс механической системы в проекции на ось *Ax,* имеет вид:

$$(m + m_1 + m_2)\ddot{x}_C = P_{1x} + P_{2x} + P_x + N_x = 0$$

$$\text{или} \quad \ddot{x}_C = 0,$$

где x_C – координата центра масс системы.

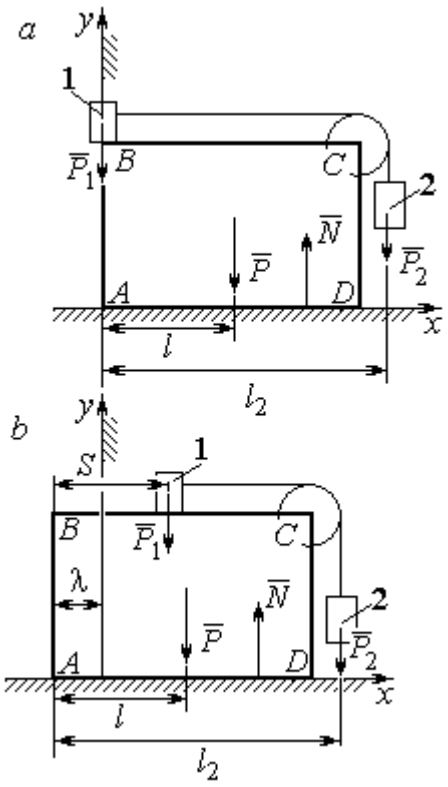


Рис. 5.2. Расчётная схема перемещения пирамиды: *a* – начальное положение; *b* – положение пирамиды при перемещении грузов на расстояние *S*

Проинтегрировав его дважды, получим закон движения центра масс системы: $x_C = C_1 t + C_2$, где константы интегрирования C_1 и C_2 находятся из начальных условий. Предположим, в начальный момент движение в механической системе отсутствовало и координата центра масс системы была равна x_{C0} (на рис. 5.2, *a* не показана), то есть при $t = 0$ $x_C(0) = x_{C0}$ и $\dot{x}_C(0) = 0$. Подставляя начальные условия, получим: $C_1 = 0$, $C_2 = x_{C0}$. В результате закон движения центра масс системы имеет вид: $x_C = x_{C0}$. Последнее означает, что при любом перемещении тел в системе координата центра масс системы на оси *Ax* остаётся постоянной, равной своему начальному значению.

Предположим, в начальный момент времени груз 1 находился у левого края призмы, как показано на рис. 5.2, *a*.

Начальная координата x_{C0} центра масс системы находится из равенства $(m_1 + m_2 + m)x_{C0} = \sum m_k x_k = m_1 \cdot 0 + m_2 l_2 + ml$, где l_2 – расстояние от начала координат до линии действия силы тяжести груза 2 (координата центра масс гру-

за 2 на оси Ax); l – аналогичное расстояние до линии действия силы тяжести пирамиды (см. рис. 5.2, *a*). Тогда начальная координата центра масс системы: $x_{C0} = \dfrac{m_2 l_2 + ml}{(m_1 + m_2 + m)}$.

Положение грузов в системе, после того как груз 1 переместился на расстояние *S*, и положение призмы показано на рис. 5.2, *b*. На рисунке отмечено, что при перемещении груза 1 вправо на расстояние *S* призма *ABCD* сместилась влево на расстояние λ. Координата x_{C1} центра масс для нового положения системы определяется из равенства:

$$(m_1 + m_2 + m)x_{C1} = m_1(S - \lambda) + m_2(l_2 - \lambda) + m(l - \lambda).$$

Выражая отсюда координату x_{C1} и приравнивая её начальному значению координаты центра масс $x_{C0} = x_{C1}$, найдём перемещение пирамиды $\lambda = \dfrac{m_1 S}{(m_1 + m_2 + m)}$. Подставляя данные задачи, получим $\lambda = 0{,}18$ м.

5.2. Теорема об изменении кинетического момента системы относительно оси

Момент инерции однородного диска радиусом *R*, массой *m* относительно оси *z*, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска: $J_z = \dfrac{1}{2}mR^2$. **Для неоднородных тел момент инерции** относительно оси *z* вычисляется по формуле: $J_z = mi_z^2$, где i_z – радиус инерции тела.

Кинетическим моментом (моментом количества движения) системы относительно неподвижной оси *z* называется величина, равная сумме моментов количеств движения точек относительно этой оси $\vec{L}_z = \sum M_z(m_k \vec{V}_k)$.

Для твёрдого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси *z*, кинетический момент: $L_z = J_z\omega$, где J_z и ω – момент инерции и угловая скорость

тела. **Теорема об изменении кинетического момента системы относительно оси**. Производная по времени от кинетического момента системы относительно неподвижной оси z равна сумме моментов внешних сил относительно той же оси: $\frac{dL_z}{dt} = \sum M_z(\vec{F}_k^e)$.

Примеры решения задач на применение теоремы об изменении кинетического момента системы

Задача 55. Для подъёма груза используется лебёдка со ступенчатым барабаном и противовесом. Груз 1 массой m_1 поднимается на канате, навитом на барабан 2 массой m_2 радиуса R. Противовес 3 массой m_3 прикреплён к канату, который навит на малую ступень барабана радиуса r (рис. 5.3). Радиус инерции барабана относительно оси вращения i_z. На барабан действует постоянный момент сил сопротивления $M_c = 60$ Н·м. В начале движения к барабану лебёдки прикладывается вращающий момент, пропорциональный времени: $M_{вр} = 620 + 30t$ Н·м, который через 2 с отключается. Определить, на какую высоту поднимется груз, если движение началось из состояния покоя. Массы грузов и барабана: $m_1 = 100$ кг, $m_2 = 50$ кг, $m_3 = 20$ кг. Радиусы ступеней барабана и радиус инерции: $R = 0{,}6$ м; $r = 0{,}4$ м; $i_z = 0{,}5$ м.

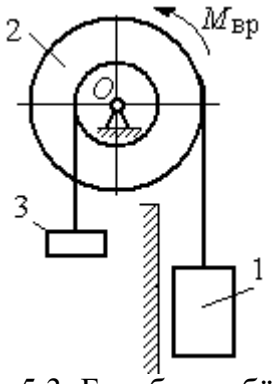


Рис. 5.3. Барабан лебёдки с грузом и противовесом

Решение

Решение следует рассматривать на двух этапах. На первом груз поднимается под действием вращающего момента, на втором – по инерции.

Рассмотрим механическую систему, состоящую из груза 1, барабана 2 и противовеса 3. На систему действуют силы тяжести груза $\vec{P}_1$, барабана $\vec{P}_2$, противовеса $\vec{P}_3$, реакция шарнира $\vec{R}$, пара сил с моментом, равным моменту вра-

щения $M_{вр}$, и пара сил с моментом сопротивления M_c. Направления векторов сил и моментов показаны на рис. 5.4. Выберем начало оси *y*, вдоль которой поднимается груз на первом участке движения, в точке начала движения (см. рис. 5.4).

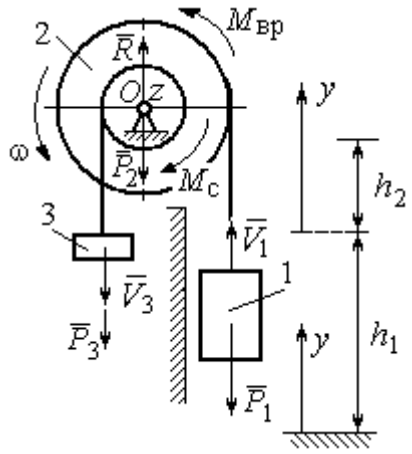


Рис. 5.4. Силы, действующие на систему во время движения

Воспользуемся теоремой об изменении кинетического момента системы относительно оси *z*, проходящей через центр *O*: $\frac{dL_z}{dt} = \sum M_z(\vec{F}_k^e)$. Кинетический момент системы относительно оси *z* равен сумме кинетических моментов барабана, груза и противовеса: $L_z = L_z^{бар} + L_z^{гр} + L_z^{пр}$. Кинетический момент барабана, вращающегося вокруг неподвижной оси *z*: $L_z^{бар} = J_z\omega$, где J_z – момент инерции барабана относительно оси *z*, $J_z = m_2 i_z^2$; ω – угловая скорость барабана. Рассматривая груз и противовес как материальные точки, найдём их кинетические моменты относительно оси *z*: $L_z^{гр} = M_z(m_1\vec{V}_1) = m_1V_1R$; $L_z^{пр} = M_z(m_3\vec{V}_3) = m_3V_3r$.

Суммарный кинетический момент системы:

$$L_z = L_z^{бар} + L_z^{гр} + L_z^{пр} = m_2 i_z^2\omega + m_1V_1R + m_3V_3r.$$

Выразим скорости груза 1 и противовеса 3 через угловую скорость барабана: $V_1 = \omega R$, $V_3 = \omega r$ - и подставим их в выражение кинетического момента. Получим $L_z = (m_2 i_z^2 + m_1R^2 + m_3r^2)\omega = (m_2 i_z^2 + m_1R^2 + m_3r^2)\frac{V_1}{R}$.

Суммарный момент внешних сил относительно оси *z*

$$\sum M_z(\vec{F}_k^e) = M_{вр} - M_c - P_1R + P_3r.$$

Дифференциальное уравнение движения груза:

$$(m_2 i_z^2 + m_1R^2 + m_3r^2)\frac{dV_1}{dt} = \left(M_{вр} - M_c - P_1R + P_3r\right)R,$$

или с учётом данных задачи $\frac{dV_1}{dt} = 0{,}58 + 0{,}35t$.

Дважды интегрируя это уравнение с нулевыми начальными условиями, найдём скорость груза V_1 и проходимый им путь y как функции времени:

$$V_1(t) = 0{,}58t + 0{,}175t^2;\ \ y(t) = 0{,}29t^2 + 0{,}058t^3.$$

Из уравнений движения найдём: при $t = 2$ с (конец первого участка) груз поднялся на высоту $h_1 = y(2) = 1{,}62$ м и имел скорость $V_1 = V_1(2) = 1{,}86$ м/с.

На втором участке движения груз продолжает подниматься вверх. Уравнение движения груза здесь аналогично первому участку, за исключением вращающего момента (см. рис. 5.4):

$$(m_2 i_z^2 + m_1 R^2 + m_3 r^2)\frac{dV_1}{dt} = \left(-M_c - P_1 R + P_3 r\right)R, \text{ или } \frac{dV_1}{dt} = -6{,}61.$$

Представим ускорение груза в виде: $\frac{dV_1}{dt} = \frac{dV_1 dy}{dy dt} = V_1 \frac{dV_1}{dy}$. Теперь уравнение движения груза на втором участке имеет вид: $V_1 \frac{dV_1}{dy} = -6{,}61$. Интегрируя его, получим зависимость скорости груза от пройденного пути $\frac{V_1^2}{2} = -6{,}61y + C_3$. Выберем начало второго участка на высоте h_1. Из начальных условий движения груза: при $t = 0$, $y = 0$, $V_1 = 1{,}86$ м/с, получим: $C_3 = 1{,}73$.

Максимальную высоту h_2, на которую поднялся груз на втором участке, определим из условия, что в этой точке скорость груза обращается в нуль. Имеем $0 = -6{,}61h_2 + 1{,}73$, откуда $h_2 = 0{,}26$ м. Максимальная высота подъёма груза $H = h_1 + h_2 = 1{,}88$ м.

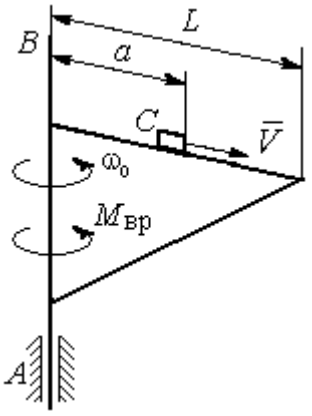


Рис. 5.5. Поворотный кран

Задача 56. Тележка C поворотного подъёмного крана (рис. 5.5) движется с постоянной относительно стрелы скоростью $V = 0{,}5$ м/с. Длина стрелы

L = 10 м, масса тележки с грузом m_1 = 100 кг, момент инерции крана относительно оси вращения AB без учёта тележки и груза J = 1800 кг·м^2. Двигатель крана создаёт постоянный вращающий момент $M_{вр}$ = 400 Н·м. Определить угловую скорость крана в момент, когда тележка достигнет края стрелы, если в начальный момент конструкция вращалась с угловой скоростью ω_0 = 2 рад/с, а тележка находилась на расстоянии a = 1 м от оси вращения.

Решение

На систему действуют внешние силы: $\vec{P}_1$ – сила тяжести тележки с грузом, $\vec{P}_2$ – сила тяжести поворотного крана (на рис. 5.6 показана в условном центре тяжести крана); $\vec{R}_x$, $\vec{R}_y$ – составляющие реакции подшипника A и пара сил с моментом, равным вращающему моменту $M_{вр}$ (см. рис. 5.6). Применим к описанию движения системы теорему об изменении кинетического момента системы относительно оси вращения z, направленной вдоль линии AB.

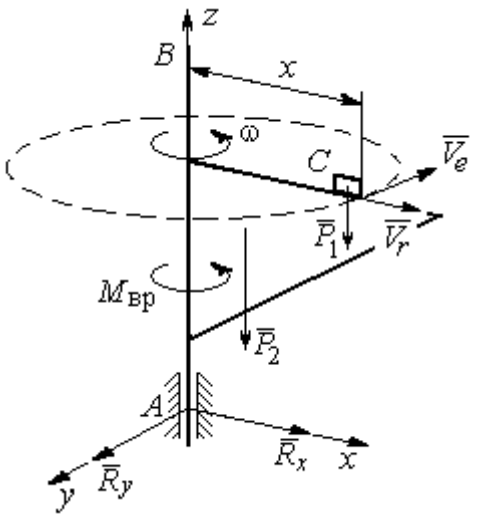


Рис. 5.6. Внешние силы, действующие на кран при его движении

Поскольку силы тяжести параллельны оси вращения крана, а составляющие реакции шарнира A пересекают её, то моменты этих сил относительно оси z равны нулю и теорема об изменении кинетического момента системы принимает вид: $\frac{dL_z}{dt} = M_{вр}$. Интегрируя это уравнение при постоянном вращающем моменте, получим равенство: $L_z - L_{z0} = M_{вр}t$, где L_z, L_{z0} – кинетический момент системы в текущий и начальный моменты времени.

Кинетический момент системы L_z равен сумме: $L_z = L_z^{кран} + L_z^{груз}$. Кинетический момент крана как твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной

оси: $L_z^{\text{кран}} = J\omega$. Полагая тележку с грузом материальной точкой, определим её кинетический момент $L_z^{\text{груз}}$, как момент вектора количества движения тележки относительно оси *z*. Тележка с грузом участвует в сложном движении. Вектор абсолютной скорости тележки $\vec{V}_{\text{абс}}$ равен сумме $\vec{V}_{\text{абс}} = \vec{V}_r + \vec{V}_e$, где $\vec{V}_r$ относительная скорость тележки (перемещение по стреле крана); $\vec{V}_e$ – переносная скорость (движение вместе с краном). Воспользовавшись теоремой Вариньона при вычислении момента количества движения тележки с грузом, получим:

$$L_z^{\text{груз}} = M_z(m_1\vec{V}_{\text{абс}}) = M_z(m_1\vec{V}_e + m_1\vec{V}_r) = M_z(m_1\vec{V}_e) = m_1V_ex = m_1\omega x^2.$$

В результате суммарный кинетический момент системы в текущий момент времени $L_z = L_z^{\text{кран}} + L_z^{\text{груз}} = \left(J + m_1x^2\right)\omega$. Тогда начальный кинетический момент систем: $L_{z0} = \left(J + m_1a^2\right)\omega_0$.

Подставляя выражения начального и текущего кинетического моментов в уравнение движения, получим: $\left(J + m_1x^2\right)\omega - \left(J + m_1a^2\right)\omega_0 = M_{\text{вр}}t$, откуда закон изменения угловой скорости крана $\omega = \dfrac{M_{\text{вр}}t + \left(J + m_1a^2\right)\omega_0}{\left(J + m_1x^2\right)}$. Момент времени $t_{\text{к}}$, когда тележка достигнет края стрелы ($x = L$), найдём из условия движения тележки по стреле с постоянной скоростью: $Vt_{\text{к}} = L - a$. С учётом данных задачи угловая скорость крана в этот момент $\omega(t_{\text{к}}) = 0{,}93$ рад/с.

5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы

Кинетическая энергия тела при поступательном движении $T = \dfrac{1}{2}mV_C^2$, где m – масса тела; V_C – скорость центра масс тела; **при вращательном движении** вокруг неподвижной оси z: $T = \dfrac{1}{2}J_z\omega^2$, где J_z – момент инерции тела относительно оси *z*; ω – угловая скорость тела; **при плоскопа-**

раллельном движении: $T = \frac{1}{2} m V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega^2$, где m – масса тела; V_C, ω – скорость центра масс и угловая скорость тела; J_{zC} – момент инерции тела относительно оси z, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения.

Работа постоянной силы F при прямолинейном перемещении точки приложения силы $A = FS\cos\alpha$, где S – перемещение точки; α – постоянный угол между перемещением и направлением силы. **Работа пары сил с постоянным моментом** M при повороте тела на конечный угол φ вычисляется по формуле: $A = \pm M\varphi$, где φ – угол поворота тела. Работа считается положительной, если пара сил стремится повернуть тело в направлении его вращения, и отрицательной – в противном случае.

Мощностью силы F называют величину, равную скалярному произведению силы на скорость точки её приложения: $N = \vec{F} \cdot \vec{V}$, где V – скорость точки приложения силы. При плоском движении тела мощность силы равна сумме скалярных произведений: $N = \vec{F} \cdot \vec{V}_O + \vec{M}_O \cdot \vec{\omega}$, где V_O – скорость точки, выбранной полюсом; ω – угловая скорость тела; $\vec{M}_O = M_O(\vec{F})$ – момент силы относительно полюса. Если в качестве полюса выбрать точку K – мгновенный центр скоростей, то мощность силы $N(\vec{F}) = \vec{M}_K(\vec{F}) \cdot \vec{\omega}$, где $M_K(\vec{F})$ – момент силы относительно мгновенного центра скоростей.

Теорема об изменении кинетической энергии системы в дифференциальной форме. Производная по времени от кинетической энергии системы равна сумме мощностей внешних и внутренних сил $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e) + \sum N(\vec{F}_k^i)$.

Теорема об изменении кинетической энергии системы на конечном перемещении. Изменение кинетической энергии системы при перемещении её

из начального состояния в текущее равно сумме работ внешних и внутренних сил, действующих на систему: $T - T_0 = \sum A(\vec{F}_k^e) + \sum A(\vec{F}_k^i)$.

Механические системы, состоящие из абсолютно твердых тел, соединенных гибкими нерастяжимыми нитями, называются **неизменяемыми**. В неизменяемых системах сумма работ и сумма мощностей внутренних сил равны нулю: $\sum A(\vec{F}_k^i) = 0$.

Примеры решения задач на применение теоремы об изменении кинетической энергии системы

Задача 57. Планетарный механизм, позволяющий получать повышенные передаточные отношения угловых скоростей, состоит из трех одинаковых колёс, соединённых кривошипом *OA* (рис. 5.7). Колесо 1 неподвижно, кривошип *OA* вращается с угловой скоростью ω_{OA} и приводит в движение колёса 2 и 3. Полагая массы колёс и их радиусы одинаковыми, равными *m* и *r,* и пренебрегая массой кривошипа, найти кинетическую энергию механизма.

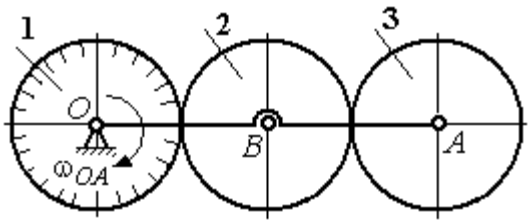


Рис. 5.7. Планетарный механизм

Решение

Кинетическая энергия механизма *T* равна сумме энергий колёс 2 и 3: $T = T_2 + T_3$. Энергия колеса 1 равна нулю потому, что оно неподвижно, а энергия кривошипа равна нулю, так как массой кривошипа пренебрегаем. При движении механизма колесо 2, увлекаемое кривошипом, катится по неподвижной поверхности первого колеса. Энергия колеса 2:

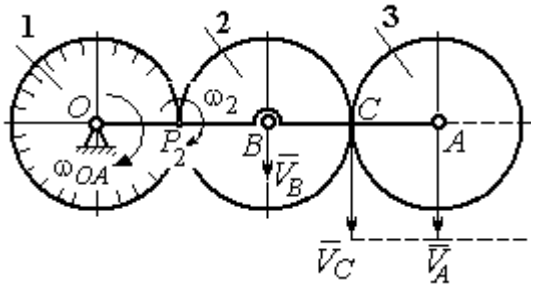


Рис. 5.8. Расчётная схема вычисления энергии механизма

$T_2 = \frac{mV_B^2}{2} + \frac{J_{2B}\omega_2^2}{2}$, где V_B – скорость центра масс колеса 2, J_{2B} – момент инерции колеса 2 относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости колеса, $J_{2B} = \frac{mr^2}{2}$.

Выразим кинетическую энергию колеса 2 через угловую скорость ω_{OA} кривошипа OA.

Скорость точки B, лежащей на кривошипе OA: $V_B = \omega_{OA} \cdot OB = \omega_{OA} 2r$.

Так как точка P_2 касания колёс 1 и 2 является мгновенным центром скоростей колеса 2 (рис. 5.8), угловая скорость колеса 2 $\omega_2 = \frac{V_B}{BP_2}$. В результате получим: $\omega_2 = 2\omega_{OA}$. Подставив зависимости V_B и ω_2 в выражение кинетической энергии колеса 2, найдём:

$$T_2 = \frac{m(\omega_{OA} 2r)^2}{2} + \frac{mr^2}{2} \cdot \frac{(2\omega_{OA})^2}{2} = 3m\omega_{OA}^2 r^2.$$

Вычислим кинетическую энергию колеса 3. Найдём скорость точки C, считая, что она принадлежит колесу 2: $V_C = \omega_2 \cdot P_2C = 4\omega_{OA} r$. Скорость точки A – центра колеса 3 определим, полагая, что точка A лежит и на кривошипе: $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 4\omega_{OA} r$. Скорости двух точек A и C колеса 3 равны и параллельны, причём линия AC перпендикулярна векторам скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_C$ (см. рис. 5.8). В этом случае мгновенный центр скоростей отсутствует и колесо 3 совершает мгновенно-поступательное движение. Энергия поступательного движения колеса 3: $T_3 = \frac{mV_A^2}{2} = \frac{m(4\omega_{OA} r)^2}{2} = 8m\omega_{OA}^2 r^2$.

Окончательно, энергия механизма: $T = T_2 + T_3 = 11m\omega_{OA}^2 r^2$.

Задача 58. Горизонтальный желоб DE опирается на блок 1 и на каток 3 одинакового радиуса r (рис. 5.9). Блок 1 весом P_1 вращается вокруг неподвиж-

ной оси O_1. Каток 3 катится по горизонтальному рельсу без проскальзывания. На одной оси с катком 3 жестко связано колесо 2 радиуса R. Их общий вес равен Q, а общий радиус инерции относительно оси z, проходящей через центр масс C перпендикулярно плоскости катка, равен i_z. Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом M. Массой желоба пренебрегаем. Скольжение между желобом и блоком 1, а также катком 3 отсутствует. Определить ускорение центра масс колеса 2 и катка 3 и угловое ускорение блока 1, если: P_1 = 40 Н, Q = 60 Н, F = 50 Н, M = 45 Н·м, R = 0,8 м, r = 0,6 м, i_z = 0,4 м.

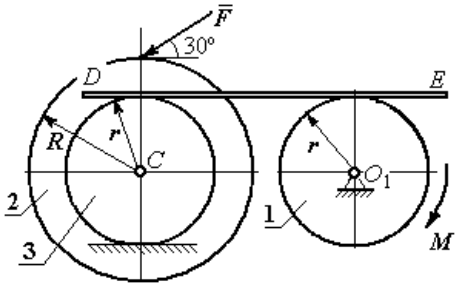


Рис. 5.9. Схема движения механической системы

Решение

Для решения задачи воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии для неизменяемых механических систем: $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e)$, где T – энергия системы в её текущем положении; $\sum N(\vec{F}_k^e)$ – суммарная мощность внешних сил.

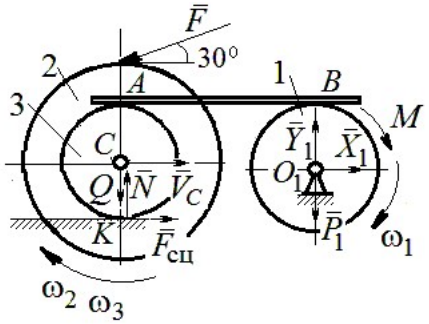


Рис. 5.10. Расчетная схема для исследования движения системы

Предположим, во время движения системы блок 1 вращается по ходу часовой стрелки.

Угловые скорости ω_1, ω_2 блока 1, катка 3 и скорость $\vec{V}_C$ центра масс катка 3 показаны на рис. 5.10. Угловая скорость колеса 2 и катка 3 равны: $\omega_3 = \omega_2$.

Кинетическая энергия вращательного движения блока 1 $T_1 = \frac{1}{2} J_{zO_1} \omega_1^2$,

где J_{zO_1} – осевой момент инерции блока, $J_{zO_1} = \frac{m_1 r^2}{2}$.

Фигура, состоящая из катка 3 и колеса 2, двигается плоскопараллельно. Кинетическая энергия фигуры определяется по формуле: $T_2 = \frac{1}{2} m V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_2^2$, где m – общая масса катка и колеса, $m = \frac{Q}{g}$, J_{zC} – момент инерции фигуры относительно оси z, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска, $J_{zC} = m i_z^2$,

У катка 3 мгновенный центр скоростей находится в точке касания его с неподвижной поверхностью (точка K на рис. 5.10). Тогда $\omega_3 = \frac{V_C}{r}$. Скорость точки A катка $V_A = \omega_3 2r = 2V_C$. Приравнивая скорость точки A на катке 2 к скорости точки B на блоке 1, получим $\omega_1 = \frac{2V_C}{r}$.

Найдём кинетическую энергию системы, выраженную через скорость центра масс катка 3:

$$T = T_1 + T_2 = \frac{P_1}{g} V_C^2 + \frac{Q}{2g}\left(1 + \frac{i_z^2}{r^2}\right) V_C^2 = \frac{V_C^2}{2g}\left[2P_1 + Q\left(1 + \frac{i_z^2}{r^2}\right)\right].$$

Найдем сумму мощностей внешних сил.

На блок 1 действуют: сила тяжести $\vec{P}_1$, пара сил с моментом M и реакция шарнира O_1, разложенная на составляющие $\vec{X}_1$, $\vec{Y}_1$ (рис. 5.10). Мощности силы тяжести $\vec{P}_1$ и сил реакции $\vec{X}_1$, $\vec{Y}_1$ подшипника O_1 равны нулю, так как нет перемещения точек приложения этих сил. Момент M направлен в сторону вращения блока 1, его мощность $N(M) = M\omega_1 = M\frac{2V_C}{r}$.

На каток 3 (вместе с жестко связанным с ним колесом 2) действуют: сила $\vec{F}$, сила тяжести $\vec{Q}$ катка и колеса, нормальная реакция опоры $\vec{N}$ и сила сцепления $\vec{F}_{\text{сц}}$ катка 3 с поверхностью.

Мощности сил $\vec{N}$ и $\vec{F}_{\text{сц}}$ равны нулю, так как точкой приложения этих сил является мгновенный центр скоростей катка 3, скорость которого равна нулю. Мощность силы тяжести $\vec{Q}$ равна нулю, так как угол между вектором силы и вектором скорости точки C равен 90°.

Для определения мощности силы $\vec{F}$, приложенной к колесу, выберем в качестве полюса точку K – мгновенный центр скоростей диска 2. С учётом того, что скорость $V_K = 0$, получим:

$$N(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{V}_K + \vec{M}_K(\vec{F}) \cdot \vec{\omega}_2 = \vec{M}_K(\vec{F})\vec{\omega}_2 =$$

$$= -F(r+R)\omega_2 \cos 30° = -FV_C\left(1+\frac{R}{r}\right)\cos 30°.$$

Поскольку вращение, создаваемое моментом силы $\vec{F}$ относительно центра K, противоположно выбранному направлению угловой скорости катка, мощность силы $\vec{F}$ отрицательная.

Суммарная мощность внешних сил:

$$\sum N(F^e) = -FV_C\left(1+\frac{R}{r}\right)\cos 30° + M\frac{2V_C}{r}.$$

Составляем уравнение теоремы об изменении кинетической энергии системы. Находим производную по времени от кинетической энергии системы $\frac{dT}{dt} = \frac{V_C}{g}a_C\left[2P_1 + Q\left(1+\frac{i_z^2}{r^2}\right)\right]$ и приравниваем суммарной мощности внешних сил. Получим:

$$\frac{1}{g}a_C\left[2P_1 + Q\left(1+\frac{i_z^2}{r^2}\right)\right] = -F\left(1+\frac{R}{r}\right)\cos 30° + \frac{2M}{r},$$

откуда с учётом исходных данных задачи ускорение центра масс диска 2 $a_C = 2{,}88$ м/с^2. Для определения углового ускорения блока 1 продифференцируем по времени равенство $\omega_1 = \dfrac{2V_C}{r}$. Получим: $\varepsilon_1 = \dfrac{2a_C}{r} = 9{,}6$ рад/с^2.

Задача 59. Каток радиуса *r*, весом *P* закатывают вверх по наклонной плоскости приложив в центре катка силу $\vec{F}$ под углом 30° к наклонной плоскости (рис. 5.11). Сама плоскость наклонена под углом 30° к горизонту. Величина силы *F* = 2*P*. В начальном положении центр катка имел скорость V_0.

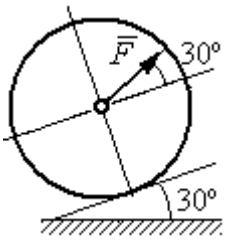


Рис. 5.11. Движение катка на наклонной плоскости

На какое расстояние *S* переместился центр катка, если в конце перемещения его скорость удвоилась.

Решение

Применим теорему об изменении кинетической энергии на конечном перемещении системы: $T - T_0 = \sum A(F_k)$. На каток действует сила тяжести $\vec{P}$, сила $\vec{F}$, нормальная реакция опоры $\vec{N}$ и сила $\vec{F}_{\text{сц}}$ сцепления диска с наклонной плоскостью (рис. 5.12). При перемещении центра катка на расстояние *S* вдоль наклонной плоскости работу совершают только сила $\vec{F}$: $A(\vec{F}) = F\cos 30° S$ и сила тяжести: $A(\vec{P}) = -Ph$, где *h* – перепад высот при перемещении центра масс катка. Работа реакции опоры и силы сцепления равна нулю.

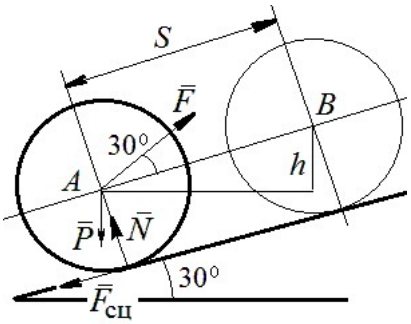


Рис. 5.12. Расчётная схема движения катка

Кинетическая энергия катка $T = \dfrac{1}{2}mV_A^2 + \dfrac{1}{2}J_{zA}\omega^2$, где J_{zA} – момент инерции фигуры относительно оси *z*, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска, $J_{zA} = \dfrac{mr^2}{2}$. Выражая угловую скорость катка через

скорость центра масс $\omega = \dfrac{V_A}{r}$, с учётом выражения момента инерции катка, получим энергию катка в виде: $T = \dfrac{3}{4} m V_A^2$.

Составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии при перемещении центра катка на расстояние S: $\dfrac{3}{4} m V_B^2 - \dfrac{3}{4} m V_A^2 = F\cos 30° S - Ph$, где $V_A = V_0$ $V_B = 2V_0$, $F = 2P$, $h = S\sin 30°$.

Найдём искомое перемещение: $S = \dfrac{9V_0^2}{4g\left(2\cos 30° - \sin 30°\right)}$.

Упражнения

Упражнение 5.1. Крановая тележка массы m_1 может перемещаться по горизонтальной балке без трения (рис. 5.13). В центре масс тележки закреплён трос длиной l, на другом конце которого привязан груз массы m_2. Трос может совершать колебательные движения в вертикальной плоскости. В начальный момент трос был в вертикальном положении. Определить горизонтальное перемещение тележки в зависимости от угла наклона троса. Весом троса пренебречь.

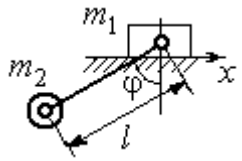


Рис. 5.13. Движение крановой тележки

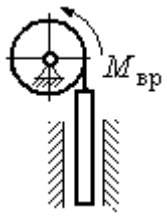


Рис. 5.14. Схема механизма лебёдки

Упражнение 5.2. К барабану лебёдки, поднимающей штангу, приложен вращающий момент, пропорциональный времени $M_{ВР} = kt$ (рис. 5.14). Штанга массы m_1 поднимается посредством каната, навитого на барабан массы m_2 и радиуса r. В начальный момент система находилась в покое. Определить угловую скорость барабана, считая его однородным диском.

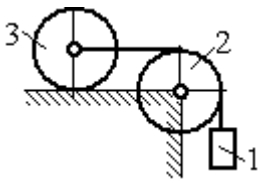


Рис. 5.15. Схема движения системы

Упражнение 5.3. Груз 1 массы m_1 подвешен на нерастяжимом тросе, другой конец которого переброшен через блок 2 и закреплён в центре масс катка 3 (рис. 5.15). Каток 3 катится по горизонтальной поверхности без проскальзывания. Блок 2 и каток 3 – однородные диски массы m_2 и m_3, радиуса r. В начальный момент система находилась в покое. Определить скорость груза, когда он опустится на высоту h, если к катку 3 приложен момент M.

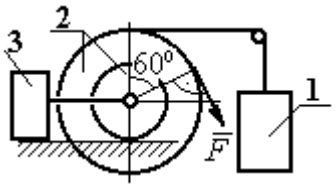


Рис. 5.16. Схема механизма катка

Упражнение 5.4. Механическая система включает два груза 1 и 3 одинакового веса P и каток 2 весом $2P$, радиусом $R = 2r$ с цилиндрическим выступом радиусом r (рис. 5.16). Каток катится выступом по неподвижной поверхности без проскальзывания. К катку по касательной к окружности приложена сила $F = 2P$. Найти ускорение центра масс катка, если его радиус инерции относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения: $i_{zC} = r\sqrt{2}$.

5.4. Применение общих теорем динамики системы к описанию движений твёрдого тела

Поступательное движение твердого тела описывается дифференциальными уравнениями: $m\ddot{x} = \sum F^e_{kx}$, $m\ddot{y} = \sum F^e_{ky}$, $m\ddot{z} = \sum F^e_{kz}$ - или в алгебраической форме $ma_{Cx} = \sum F^e_{kx}$, $ma_{Cy} = \sum F^e_{ky}$, $ma_{Cz} = \sum F^e_{kz}$, где m – масса тела; $\ddot{x} = a_{Cx}$, $\ddot{y} = a_{Cy}$, $\ddot{z} = a_{Cz}$ – проекции ускорения центра масс тела на координатные оси; F^e_{kx}, F^e_{ky}, F^e_{kz} – проекции внешних сил.

Вращательное движение твердого тела относительно неподвижной оси z описывается дифференциальным уравнением: $J_z \dfrac{d\omega}{dt} = \sum M_z(\vec{F}^e_k)$ или алгебраическим уравнением: $J_z\varepsilon = \sum M_z(\vec{F}^e_k)$, где ω, ε – угловая скорость и угловое ускорение тела; $\sum M_z(\vec{F}^e_k)$ – сумма моментов внешних сил относительно оси z; J_z – момент инерции тела относительно оси z.

Плоскопараллельное движение твердого тела описывается уравнениями движения центра масс и вращательного движения тела относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения.

В проекции на координатные оси уравнения плоскопараллельного движения тела имеют вид:

$$ma_{Cx} = \sum F_{kx}^e ;\ ma_{Cy} = \sum F_{ky}^e ;\ J_{zC}\varepsilon = \sum M_{zC}(\vec{F}_k^e),$$

где a_{Cx}, a_{Cy} – проекции ускорения центра масс тела; F_{kx}^e, F_{ky}^e – проекции на оси координат внешних сил, действующих на тело; J_{zC} – момент инерции тела относительно оси *z*, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения; ε – угловое ускорение тела; $M_{zC}(\vec{F}_k^e)$ – моменты внешних сил относительно оси, проходящей через центр масс.

Проводя динамический расчет механической системы, следует рассматривать движение каждого тела системы в отдельности, предварительно освободив его от связей и заменив их действие реакциями.

Примеры решения задач на составление уравнений движения твердых тел

Задача 59. Лебёдка поднимает груз 1 массы $m_1 = 50$ кг посредством троса, переброшенного через блок 3 и навитого на барабан 2 массы $m_2 = 20$ кг, радиуса $r = 0{,}8$ м (рис. 5.17). К барабану приложен постоянный вращающий момент $M_{вр} = 480$ Н·м. Определить ускорение груза, натяжение троса и реакцию шарнира барабана 2. Весом троса и массой блока 3 пренебречь, барабан считать сплошным цилиндром.

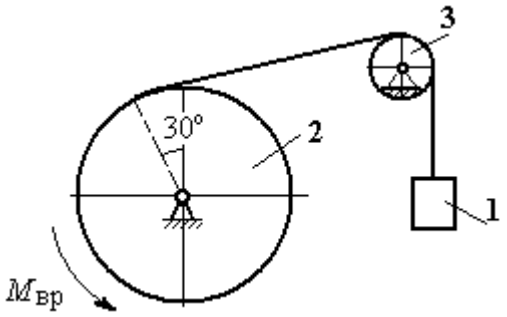


Рис. 5.17. Механизм лебёдки

Решение

Составим уравнение движения груза 1. Для этого освобождаем груз от связей, заменив действие троса реакцией. На груз действует сила тяжести $\vec{P}_1$ и реакция троса $\vec{H}_1$ (рис. 5.18). Выберем ось *x* по направлению движения груза. Уравнение движения груза в проекции на ось *x*: $m_1 a_1 = H_1 - P_1$.

Рассмотрим движение барабана 2. Освободим барабан от связей и заменим их действие реакциями.

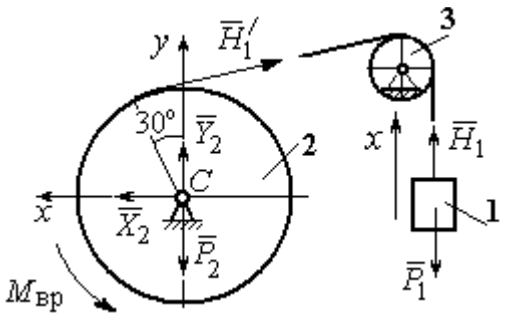


Рис. 5.18. Внешние силы и реакции, действующие на груз и барабан при движении системы

На барабан действует сила тяжести $\vec{P}_2$, пара сил с моментом вращения $M_{вр}$, реакция троса $\vec{H}_1'$ и реакция шарнира (на рис. 5.18 разложена на составляющие $\vec{X}_2$, $\vec{Y}_2$). Так как массой блока 3 пренебрегаем, то модули сил $\vec{H}_1$ и $\vec{H}_1'$ равны. Направления действия сил и момента показаны на рис. 5.18.

Уравнение вращательного движения барабана относительно оси z: $J_z\varepsilon_2 = \sum M_z(F_k) = M_{вр} - H_1'r$, где момент инерции барабана $J_z = \dfrac{m_2 r^2}{2}$.

Продифференцируем по времени равенство $V_1 = \omega_2 r$ и выразим угловое ускорение барабана через ускорение груза 1. Получим $\varepsilon_2 = \dfrac{a_1}{r}$. Подставляя выражение углового ускорения в уравнение вращательного движения барабана с учётом равенства модулей сил $\vec{H}_1$ и $\vec{H}_1'$, напишем уравнения движения барабана и груза в виде системы уравнений:

$$m_1 a_1 = H_1 - P_1, \;\; m_2 a_1 = \frac{2M_{вр}}{r} - 2H_1,$$

откуда находим a_1= 1,82 м/с^2, H_1 = 581,8 Н. Натяжение троса численно равно реакции.

Для определения реакции шарнира составим (формально) уравнение движения центра масс блока 2 в проекциях на оси x, y (см. рис. 5.18):

$$m_2 a_{Cx} = X_2 - H_1'\cos 30^\circ = 0, \; m_2 a_{Cy} = Y_2 + H_1'\cos 60^\circ - P_2 = 0.$$

Отсюда $X_2 = 503{,}84$ Н, $Y_2 = -94{,}7$ Н, $R_2 = \sqrt{X_2^2 + Y_2^2} = 512{,}66$ Н.

Задача 60. Барабан весом G, радиусом R имеет цилиндрический выступ радиусом r (рис. 5.19). Барабан скатывается по наклонной плоскости с углом наклона 30°, опираясь на неё поверхностью выступа. К барабану приложены постоянные силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. Сила $\vec{F}_1$ направлена по касательной к поверхности барабана. Сила $\vec{F}_2$ действует под углом 30° к диаметру барабана, перпендикулярному наклонной плоскости. В начальный момент времени барабан приведён в равновесие парой сил с моментом M.

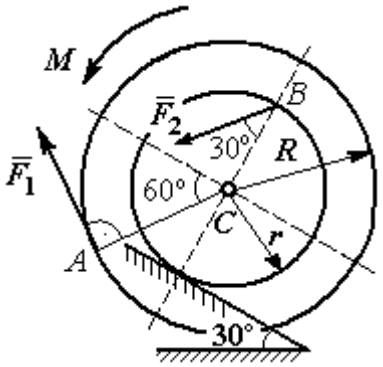


Рис. 5.19. Схема движения барабана по наклонной плоскости

Определить угловое ускорение барабана и закон движения центра масс, если в положении равновесия величину уравновешивающего момента увеличить в 1,2 раза. Исходные данные для решения задачи: R = 0,6 м, r = 0,2 м, G = 100 Н, F_1 = 60 Н, F_2 = 25 Н, радиус инерции барабана i_z = 0,4 м.

Решение

На барабан действуют силы $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, сила тяжести $\vec{G}$, пара сил с неизвестным моментом M, нормальная реакция опоры $\vec{N}$ и сила $\vec{F}_{сц}$ сцепления барабана с поверхностью. Сила сцепления приложена в точке K касания выступа барабана с наклонной плоскостью и направлена вдоль неё (рис. 5.20).

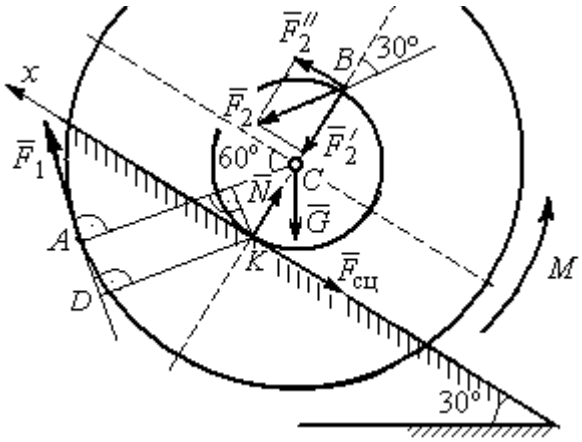


Рис. 5.20. Силы, действующие на барабан, во время движения

Для определения момента M, приводящего барабан в равновесие, запишем уравнение равно-

весия в виде равенства нулю моментов сил $\sum M_K(\vec{F}_k^e) = 0$ относительно точки *K*. Точка *K* выбрана с той целью, что в уравнение не будет входить момент неизвестной силы сцепления.

На рис. 5.20 показано разложение силы $\vec{F}_2$: $\vec{F}_2 = \vec{F}_2' + \vec{F}_2''$. Значения составляющих определяются как проекции: $F_2' = F_2\cos 30°$, $F_2'' = F_2\sin 30°$.

Применяя теорему Вариньона, вычислим момент силы $\vec{F}_2$ относительно точки *K*: $M_K(\vec{F}_2) = M_K(\vec{F}_2') + M_K(\vec{F}_2'') = F_2\sin 30° \cdot 2r$.

Момент силы $\vec{F}_1$ относительно точки *K*:

$$M_K(\vec{F}_1) = -F_1 \cdot KD = -F_1(R - r\cos 30°).$$

В результате уравнение моментов сил при равновесии барабана принимает вид

$$\sum M_K(\vec{F}_k^e) = -F_1(R - r\cos 30°) + F_2\sin 30° \cdot 2r - Gr\sin 30° + M = 0.$$

Подставляя сюда исходные данные задачи, находим величину уравновешивающего момента $M = 30{,}61$ Н·м. Направление момента показано дуговой стрелкой на рис. 5.20.

Увеличим значение момента *M*, удерживающего барабан в равновесии, в 1,2 раза: $M_1 = 1{,}2M$. Возникшее после этого качение барабана вверх по наклонной плоскости представляет собой плоскопараллельное движение, которое описывается с применением теорем о движении центра масс и об изменении кинетического момента.

Уравнение движения центра масс барабана в проекции на ось *x*, направленную вверх по наклонной плоскости, имеет вид:

$$m\ddot{x}_C = F_1\cos 30° + F_2\cos 60° - G\cos 60° - F_{\text{сц}},$$

где x_C – координата центра масс барабана.

Применив теорему об изменении кинетического момента барабана относительно оси *z*, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости

движения и считая моменты сил положительными, если они создают вращение в сторону движущегося вверх барабана, выразим уравнение вращательного движения барабана вокруг оси z в виде:

$$J_{zC}\ddot{\varphi} = -F_1 R + F_2 r\cos 60° + F_{\text{сц}} r + M_1,$$

где φ – угол поворота барабана; J_{zC} – момент инерции барабана, $J_{zC} = mi_z^2$; i_z – радиус инерции. С учётом соотношения $\ddot{\varphi} = \dfrac{\ddot{x}_C}{r}$ получим уравнение:

$$m\ddot{x}_C\left(1 + \frac{i_z^2}{r^2}\right) = -F_1\left(\frac{R}{r} - \cos 30°\right) + 2F_2\cos 60° - G\cos 60° + \frac{M_1}{r}.$$

После подстановки данных задачи находим дифференциальное уравнение движения центра масс: $\ddot{x}_C = 0{,}6$. Дважды интегрируя его с нулевыми начальными условиями (так как движение началось из состояния покоя), находим закон движения центра масс: $x_C = 0{,}3t^2$ м. Из уравнения следует, что барабан движется в сторону положительного направления оси x.

Угловое ускорение барабана $\varepsilon = \ddot{\varphi} = \dfrac{\ddot{x}_C}{r} = 3$ рад/с^2.

Задача 61. Механизм (рис. 5.21) включает в себя груз 1, каток 2 и ступенчатый барабан 3, соединённых нерастяжимыми нитями. Движение механизма происходит из состояния покоя в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, силы

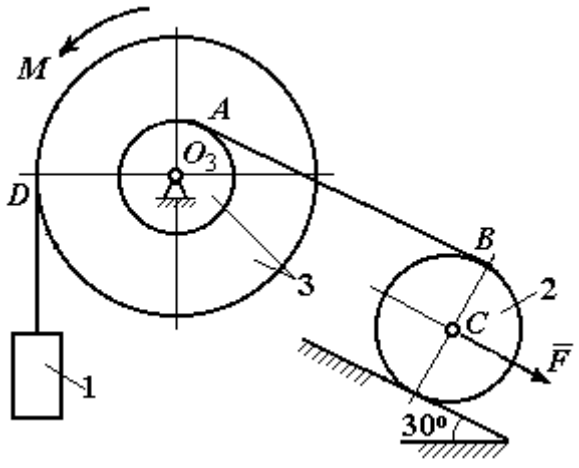


Рис. 5.21. Конструкция механической системы

$\vec{F}$, приложенной в центре масс катка 2, и пары сил с моментом M, приложенной к барабану 3. Качение катка 2 по наклонной плоскости с углом наклона к горизонту 30º происходит без проскальзывания.

Каток 2 считать однородным диском радиуса R_2. Радиусы ступеней барабана 3: R_3, r_3, радиус инерции барабана i_3.

Найти ускорение груза 1, силы натяжения нитей и динамическую реакцию шарнира барабана 3, если $P_1 = P_2 = 2P$; $P_3 = 3P$, $F = 3P$; $M = Pr$, $R_2 = 2r$; $R_3 = 3r$; $r_3 = r$; $i_3 = r\sqrt{3}$.

Решение

Рассмотрим движение каждого тела системы отдельно, предварительно освободив тела от связей и заменив их действие реакциями. На рис. 5.22 изображены силы, действующие на тела системы, после освобождения их от связей и направление движения каждого тела.

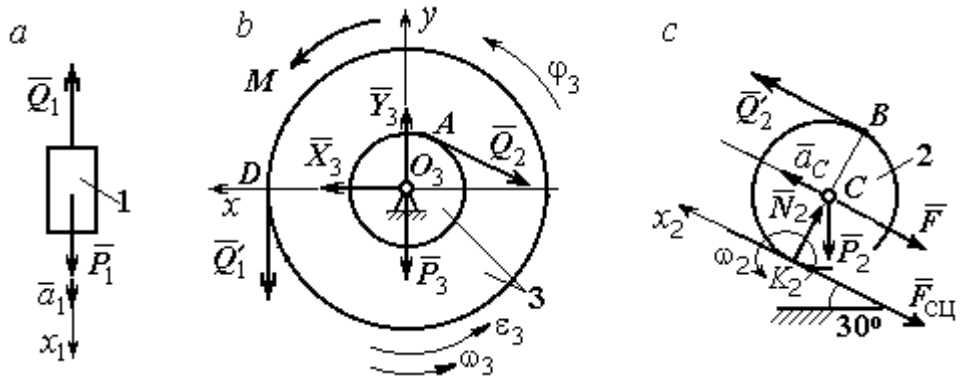


Рис. 5.22. Расчетные схемы для описания движения тел, входящих в систему

Допустим, груз движется вниз со скоростью V_1, ускорением a_1. К нему приложена сила тяжести $\vec{P}_1$ и реакция нити $\vec{Q}_1$ (рис. 5.22, *a*). Направим ось x_1 в сторону движения груза. Уравнение движения груза вдоль оси x_1 имеет вид:

$$m_1 a_1 = \sum F_{kx} = P_1 - Q_1 = 2P - Q_1 .$$

Барабан 3 вращается вокруг неподвижной оси z, проходящей через центр масс O_3. На диск 3 действует сила тяжести $\vec{P}_3$, реакция подшипника $\vec{R}_3$ (на

рис. 5.22, *b* показано разложение реакции на составляющие $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$), пара сил с моментом *M* и реакции нитей $\vec{Q}_1'$ и $\vec{Q}_2$.

При составлении уравнения вращательного движения барабана моменты сил относительно оси считаем положительными, если они создают поворот в сторону вращения барабана. Уравнение вращения барабана 3 имеет вид:

$$J_{zO_3}\varepsilon_3 = \sum M_{zO_3}(F_k) = Q_1' R_3 + M - Q_2 r_3 = Q_1' 3r + Pr - Q_2 r,$$

Момент инерции барабана относительно оси *z*: $J_{zO_3} = m_3 i_3^2 = \dfrac{9Pr^2}{g}$;

Каток 2 совершает плоскопараллельное движение. К нему приложена сила тяжести $\vec{P}_2$, сила $\vec{F}$, реакция нити $\vec{Q}_2'$, нормальная реакция $\vec{N}_2$ наклонной плоскости и сила $\vec{F}_{\text{сц}}$ сцепления диска с поверхностью (рис. 5.22, *c*).

Выберем ось x_2 по направлению движения центра масс катка 2. Плоскопараллельное движение катка описывается уравнениями движения его центра масс в проекции на ось x_2 и вращения вокруг оси, походящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска:

$$m_2 a_C = Q_2' - F - F_{\text{сц}} - P_2 \cos 60^\circ = Q_2' - 3P - F_{\text{сц}} - P;$$

$$J_C \varepsilon_2 = Q_2' R_2 + F_{\text{сц}} R_2 = Q_2' 2r + F_{\text{сц}} 2r, \quad J_C = \frac{m_2 R_2^2}{2}.$$

При составлении второго уравнения момент силы считается положительным, если он создаёт поворот в сторону вращения катка.

К системе четырех уравнений, описывающих движения тел в системе, необходимо добавить уравнения связей между ускорениями точек и угловыми ускорениями тел. Предположим, скорость центра масс катка 2 равна V_C (см. рис. 5.22, *c*). Угловая скорость катка $\omega_2 = \dfrac{V_C}{CK_2} = \dfrac{V_C}{R_2}$, где CK_2 – расстояние от

центра масс катка 2 до его мгновенного центра скоростей. Продифференцировав по времени последнее равенство, получим: $\varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = \dfrac{\dot{V}_C}{R_2} = \dfrac{a_C}{2r}$.

Скорость точки B катка 2 $V_B = \omega_2 \cdot BK_2 = 2V_C$. Приравняв скорость точки A к скорости точки B (см. рис. 5.21), получим: $2V_C = V_B = V_A = \omega_3 r_3 = \omega_3 r$, откуда $\omega_3 = \dfrac{2V_C}{r}$. После дифференцирования найдём: $\varepsilon_3 = \dfrac{2a_C}{r}$.

Скорость груза 1 связана со скоростью центра масс катка 2 следующим образом: $V_1 = V_D = \omega_3 R_3 = \dfrac{2V_C}{r} 3r = 6V_C$. Тогда ускорение груза 1 $a_1 = 6a_C$.

После подстановки уравнений связи в уравнения движения с учётом равенства модулей сил $\vec{Q}_1'$ и $\vec{Q}_1$, а также $\vec{Q}_2$ и $\vec{Q}_2'$ получим систему:

$$\frac{12P}{g} a_C = 2P - Q_1; \quad \frac{18P}{g} a_C = 3Q_1 + P - Q_2,$$

$$\frac{2P}{g} a_C = Q_2 - 4P - F_{\text{сц}}; \quad \frac{P}{g} a_C = Q_2 + F_{\text{сц}},$$

откуда находим: $a_C = 0{,}09g$, $Q_1 = 0{,}92P$, $Q_2 = 2{,}14P$.

Динамические реакции $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$, действующие на ось вращающегося барабана 3 (рис. 5.22, *b*), определяются из уравнений, которые можно получить, формально применив к барабану теорему о движении центра масс. Так как центр масс барабана 3 неподвижен, его ускорение равно нулю, $a_{O_3} = 0$. Тогда уравнения движения его центра масс в проекциях на оси x, y имеют вид:

$$m_3 a_{O_3 x} = X_3 - Q_2 \cos 30^\circ = 0;$$

$$m_3 a_{O_3 y} = Y_3 - Q_1 - P_3 - Q_2 \cos 60^\circ = 0.$$

Подставляя значения $Q_1 = 0{,}92P$ и $Q_2 = 2{,}14P$, находим составляющие реакции оси барабана 3: $X_3 = Q_2 \cos 30^\circ = 1{,}85P$, $Y_3 = Q_1 + P_3 + Q_2 \cos 60^\circ = 4{,}98P$.

Полная величина реакции оси барабана 3: $R_3 = \sqrt{X_3^2 + Y_3^2} = 5{,}31P$.

Задача 62. Подъёмное устройство (рис. 5.23) состоит из однородного диска 1 массой m_1, радиусом r_1, ступенчатого диска 2 массой $m_2 = 3m_1$, радиусом $R_2 = 4r_1$ и радиусом ступеньки $r_2 = r_1$ и груза 3 массой $m_3 = 2m_1$. Система движется из состояния покоя в вертикальной плоскости под действием сил тяжести и пары сил с моментом $M = m_1 g r_1$, приложенной к диску 1. Определить ускорение груза 3 и натяжение нити груза 3, если радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, походящей через центр масс, перпендикулярно плоскости диска 2, $i_{2C} = 2r_1$.

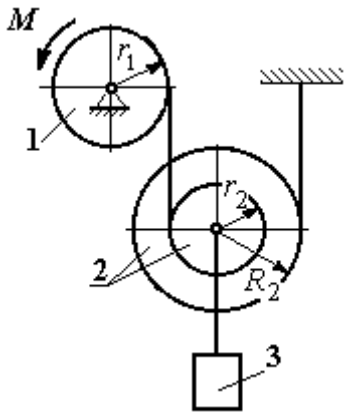


Рис. 5.23. Конструкция подъёмного устройства

Решение задачи осуществить с применением теоремы об изменении кинетической энергии системы и проверить его методом динамического расчёта, составляя уравнения движения тел, входящих в систему.

Решение

1. Для неизменяемой системы (состоящей из абсолютно твёрдых тел, соединённых нерастяжимыми нитями), движущейся из состояния покоя, теорема об изменении кинетической энергии на конечном перемещении имеет вид $T = \sum A(\vec{F}_k^e)$. Схема движения механизма в предположении, что груз 3 опускается, показана на рис. 5.24.

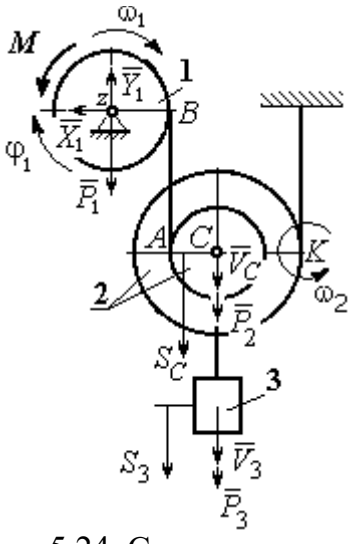


Рис. 5.24. Схема движения механизма

Диск 1 вращается вокруг неподвижной оси z. Кинетическая энергия диска 1: $T_1 = \dfrac{J_{1z}\omega_1^2}{2}$, где момент инерции диска $J_{1z} = \dfrac{m_1 r_1^2}{2}$.

У диска 2 плоскопараллельное движение. Кинетическая энергия диска 2: $T_2 = \frac{m_2 V_C^2}{2} + \frac{J_{2C}\omega_2^2}{2}$, где V_C – скорость центра масс диска 2. Момент инерции диска 2 относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно движению диска, $J_{2C} = m_2 i_{2C}^2$.

Кинетическая энергия груза 3: $T_3 = \frac{m_3 V_3^2}{2}$.

Энергия механизма равна сумме энергий тел, входящих в систему:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = \frac{J_{1z}\omega_1^2}{2} + \frac{m_2 V_C^2}{2} + \frac{J_{2C}\omega_2^2}{2} + \frac{m_3 V_3^2}{2}.$$

Выразим угловые скорости дисков 1 и 2 и скорость центра масс диска 2 через скорость груза 3.

Скорость центра масс диска 2 равна скорости груза 3, $V_C = V_3$. Угловая скорость диска 2 $\omega_2 = \frac{V_C}{CK} = \frac{V_3}{R_2}$, где CK – расстояние от центра диска 2 до его мгновенного центра скоростей.

Скорость точки B нити равна скорости точки A. Из равенства $\omega_1 r_1 = \omega_2 (R_2 + r_2)$ найдём: $\omega_1 = \frac{(r_2 + R_2)}{r_1}\omega_2 = \frac{(r_2 + R_2)}{r_1}\frac{V_3}{R_2}$.

Подставляя найденные зависимости в выражение энергии системы, получим кинетическую энергию механизма:

$$T = \frac{V_3^2}{2}\left[\frac{m_1}{2}\left(1 + \frac{r_2}{R_2}\right)^2 + m_2\left(1 + \frac{i_{2C}^2}{R_2^2}\right) + m_3\right] = \frac{209}{64} m_1 V_3^2.$$

Во время движения механизма работу совершают силы тяжести $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ и пара сил с моментом M. Перемещения S_C и S_3 точек приложения сил $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ и угол φ_1 поворота диска 1 показаны на рис. 5.24.

Сумма работ сил $\sum A(\vec{F}_k^e) = P_3S_3 + P_2S_C - M\varphi_1$. Работа момента отрицательная, так как заданное направление момента противоположно выбранному направлению вращения колеса 1.

Выразим перемещение центра масс диска 2 и угол поворота диска 1 через перемещение груза 3. Проинтегрировав равенство скоростей $V_3 = V_C$, получим равенство перемещений: $S_3 = S_C$. Аналогично, из равенства $\omega_1 = \frac{(r_2 + R_2)}{r_1}\frac{V_3}{R_2}$ следует соотношение $\varphi_1 = \frac{(r_2 + R_2)}{r_1}\frac{S_3}{R_2}$.

В итоге суммарная работа внешних сил в механизме:

$$\sum A(\vec{F}_k^e) = \left[P_3 + P_2 - M\frac{(r_2 + R_2)}{r_1 R_2} \right] S_3 = \frac{15}{4} m_1 g S_3 .$$

Составляя уравнение теоремы об изменении кинетической энергии системы, получим равенство:

$$\frac{209}{64} m_1 V_3^2 = \frac{15}{4} m_1 g S_3 \text{ или } V_3^2 = \frac{240}{209} g S_3 .$$

Продифференцируем последнее равенство. Получим: $2V_3\frac{dV_3}{dt} = \frac{240}{209} g \frac{dS_3}{dt}$.

Так как $\frac{dS_3}{dt} = V_3$, а $\frac{dV_3}{dt} = a_3$, находим ускорение груза 3: $a_3 = \frac{120}{209} g$ м/с^2.

Для того чтобы найти натяжение нити груза 3, необходимо написать уравнение его движения. Выделим груз 3 из системы, заменив действие нити её реакцией H_3. Выберем ось x по направлению движения груза. Применим к описанию движения груза теорему о движении центра масс, написав её проекцию на ось x: $m_3 a_3 = P_3 - H_3$, где H_3 –реакция нити. При известном ускорении a_3 находим реакцию нити $H_3 = \frac{178}{209} m_1 g$. Натяжение нити численно равно реакции, но направлено в противоположную сторону.

2. Для решения задачи вторым способом – путём составления уравнений движения тел, входящих в состав механизма, освободим тела от связей и заменим их реакциями. На рис. 5.25 изображены силы и реакции, действующие на каждое тело, после освобождения его от связей, а также направления угловых ускорений тел и ускорения центров масс.

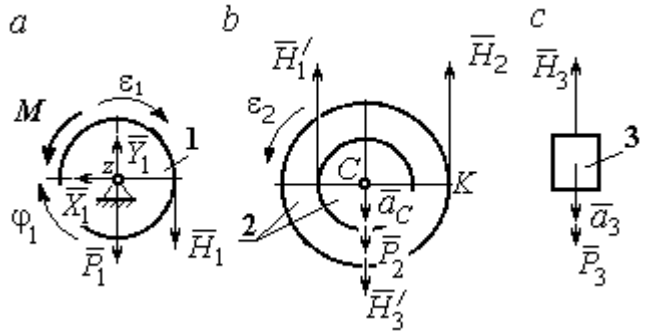


Рис. 5.25. Внешние силы и реакции связей, действующие на тела системы

Диск 1 вращается вокруг неподвижной оси *z*. На диск действует сила тяжести $\vec{P}_1$, реакция подшипника $\vec{X}_1$, $\vec{Y}_1$, пара сил с моментом *M* и реакция нити $\vec{H}_1$. Вращение диска описывается уравнением: $J_{1z}\varepsilon_1 = \sum M_z(F_k) = H_1 r_1 - M$. Момент инерции диска 1 относительно оси *z*, $J_{1z} = \dfrac{m_1 r_1^2}{2}$.

Диск 2 (рис. 5.25, *b*) совершает плоскопараллельное движение. К нему приложена сила тяжести $\vec{P}_2$ и реакции нитей $\vec{H}_1'$, $\vec{H}_2$ и $\vec{H}_3'$. Плоскопараллельное движение диска 2 описывается уравнением движения его центра масс в проекции на вертикальную ось и уравнением вращения диска вокруг оси, походящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска:

$$m_2 a_C = P_2 - H_1' - H_2 + H_3'; \;\; J_{2C}\varepsilon_2 = H_2 R_2 - H_1' r_2 .$$

Момент инерции диска 2 $J_{2C} = m_2 i_{2C}^2$. При составлении уравнения вращательного движения диска 2 момент силы считается положительным, если он создаёт поворот в сторону вращения диска.

Груз 3 совершает поступательное движение. К нему приложены сила тяжести $\vec{P}_3$ и реакция нити $\vec{H}_3$ (рис. 5.25, *c*). Уравнение движения груза 3 в проекции на вертикальную ось, направленную в сторону его движения, имеет вид:

$$m_3 a_3 = P_3 - H_3 ,$$

Выразим угловые ускорения дисков 1 и 2 и ускорение центра масс диска 2 через ускорение груза 3. Для этого нужно продифференцировать соответствующие кинематические соотношения между скоростями. Так, из найденных ранее выражений: $V_3 = V_C$, $\omega_2 = \dfrac{V_3}{R_2}$, $\omega_1 = \dfrac{(r_2 + R_2)}{r_1}\dfrac{V_3}{R_2}$ следует: $a_3 = a_C$, $\varepsilon_2 = \dfrac{a_3}{R_2}$, $\varepsilon_1 = \dfrac{(r_2 + R_2)}{r_1}\dfrac{a_3}{R_2}$.

Подставляя кинематические соотношения между ускорениями в уравнения движения тел с учётом равенства модулей сил $\vec{H}_1$ и $\vec{H}_1'$, а также $\vec{H}_3$ и $\vec{H}_3'$, получим систему уравнений, описывающих движение звеньев механизма:

$$\frac{5}{8}m_1 a_3 = H_1 - m_1 g;\ \ 3m_1 a_3 = 3m_1 g - H_1 - H_2 + H_3;$$

$$3m_1 a_3 = 4H_2 - H_1;\ \ 2m_1 a_3 = 2m_1 g - H_3.$$

Решая систему, найдём $a_3 = \dfrac{120}{209}g$ м/с^2, $H_3 = \dfrac{178}{209}m_1 g$. Выражения ускорения a_3 груза 3 и натяжения нити H_3 совпадают с аналогичными выражениями, полученными в пункте 1 при решении данной задачи с применением теоремы об изменении кинетической энергии.

Упражнения

Упражнение 5.5. Система состоит из двух катков 1 и 2, соединённых невесомым стержнем (рис. 5.26). Каток 1 весом P, радиуса r. Каток 2 весом $2P$, радиуса $3r$ имеет цилиндрический выступ радиуса r. Невесомый стержень, параллельный плоскости качения катков, закреплён в центре катка 1 и передаёт движение катка 1 катку 2 в верхней точке вертикального диаметра цилиндрического выступа без проскальзывания. Качение катков без скольжения. К катку 1 приложена пара сил с моментом $M = 4Pr$. В центре масс катка 2 приложена сила $F = 2P$. Радиус инерции катка 2 относительно оси, проходящей через центр катка перпендикулярно плоскости движения, $i_2 = r\sqrt{2}$. Найти ускорение центра масс катка 1 и реакцию стержня.

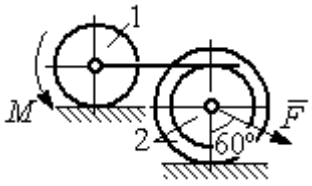


Рис. 5.26. Система катков

Упражнение 5.6. С помощью подъёмного устройства (рис. 5.27) производится подъём груза 1. Нить, закреплённая одним концом на неподвижной поверхности, спускается, охватывает снизу блок 2 массы $m_2 = m$, радиуса r, затем поднимается и проходит параллельно горизонтальной плоскости, где к концу её привязан груз 3 массы $m_3 = m$, передвигающийся по плоскости под действием силы $F = 2{,}5mg$. Нити, удерживающие блок 2, вертикальны. Груз 1 массы $m_1 = 3m$ прикреплён к оси блока 2. Найти ускорение груза 1 и натяжения нитей, удерживающих блок 2.

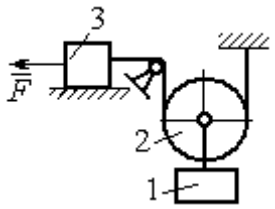


Рис. 5.27. Подъёмное устройство

Упражнение 5.7. Груз 1 массы $m_1 = m$, спускается вниз по наклонной плоскости без трения (рис. 5.28). Нить, прикреплённая к грузу 1, другим своим концом намотана на барабан катка 2 радиуса $R = 2r$ и при движении груза заставляет барабан катиться по горизонтальной поверхности цилиндрическим выступом радиуса r. Качение происходит без проскальзывания. К центру катка привязана другая нить, посредством которой каток тащит за собой груз 3 массы $m_3 = 2m$, скользящий по горизонтальной поверхности без трения. Масса катка $m_2 = 3m$, радиус инерции катка относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения $i_2 = r\sqrt{3}$. По касательной к ободу катка 2 приложена сила $F = mg$ (точка приложения силы см. рис. 5.28). Определить ускорение груза 1 и натяжения нитей.

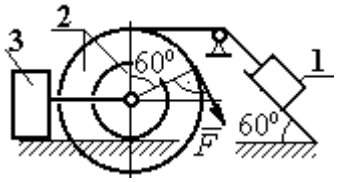


Рис. 5.28. Схема движения механической системы

6. ПРИНЦИПЫ МЕХАНИКИ

6.1. Принцип Даламбера для системы

Силой инерции материальной точки называют векторную величину, модуль которой равен произведению массы точки на модуль её ускорения. Направлен вектор силы инерции точки в сторону, противоположную ускорению $\vec{R}^{\text{и}} = -m\vec{a}$, где m – масса точки; $\vec{a}$ – вектор ускорения точки.

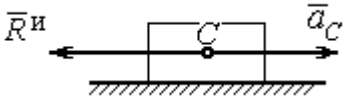


Рис. 6.1. Главный вектор сил инерции при поступательном движении твердого тела

При поступательном движении тела с ускорением центра масс $\vec{a}_C$ главный вектор сил инерции $\vec{R}^{\text{и}}$ по модулю $R^{\text{и}} = ma_C$, приложен в центре масс тела и направлен в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_C$ (рис. 6.1).

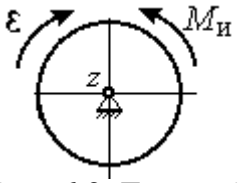


Рис. 6.2. Главный момент сил инерции при вращении тела вокруг оси, проходящей через центр масс

При вращении тела вокруг неподвижной оси z, проходящей через центр масс, главный вектор сил инерции обращается в нуль. Главный момент $\vec{M}^{\text{и}}$, сил инерции относительно оси вращения равен по величине $M^{\text{и}} = J_z\varepsilon$, где J_z – момент инерции тела относительно оси z; ε – угловое ускорение тела. Направлен главный момент сил инерции в сторону, противоположную угловому ускорению (рис. 6.2).

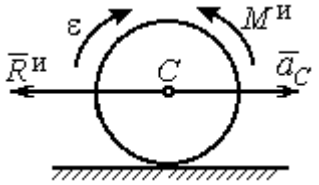


Рис. 6.3. Главный вектор и главный момент сил инерции при плоскопараллельном движении твердого тела

При плоскопараллельном движении тела с ускорением центра масс $\vec{a}_C$ и угловым ускорением ε главный вектор сил инерции $\vec{R}^{\text{и}}$ равен по модулю $R^{\text{и}} = ma_C$, приложен в центре масс тела и направлен в сторону, противоположную ускорению центра масс $\vec{a}_C$ (рис. 6.3). Главный момент сил инерции $\vec{M}^{\text{и}}$ относи-

тельно оси, проходящей через центр масс тела перпендикулярно плоскости движения: $M^{\text{и}} = J_C\varepsilon$, где J_C – момент инерции тела относительно оси вращения, и направлен в сторону, противоположную угловому ускорению.

Если в любой момент времени к каждой из точек системы кроме действующих на нее внешних сил присоединить соответствующие силы инерции, то полученная система сил будет уравновешенной.

Принцип Даламбера даёт возможность составлять уравнения движения механической системы в виде уравнений равновесия (метод кинетостатики):

$$\sum \vec{F}_k^e + \vec{R}^{\text{и}} = 0,\ \sum \vec{M}_O(\vec{F}_k^e) + \vec{M}_O^{\text{и}} = 0,$$

где $\vec{F}_k^e$ –внешние силы, действующие на систему; $\vec{R}^{\text{и}}$ – главный вектор сил инерции; $\vec{M}_O(\vec{F}_k^e)$, $\vec{M}_O^{\text{и}}$ – моменты внешних сил и главный момент сил инерции относительно произвольного центра *O*.

Примеры решения задач на применение принципа Даламбера

Задача 63. Груз 1 массы m_1 = 10 кг спускается вниз по наклонной грани клина, образующей угол 60º с горизонтом, и посредством нити, переброшенной через блок 2, укреплённый в верхней точке клина, приводит в движение груз 3 массы m_3 = 5 кг (рис. 6.4). Клин *ABC* массы m_4 = 15 кг стоит гранью *AC* на горизонтальной гладкой поверхности и упирается в выступ *E*.

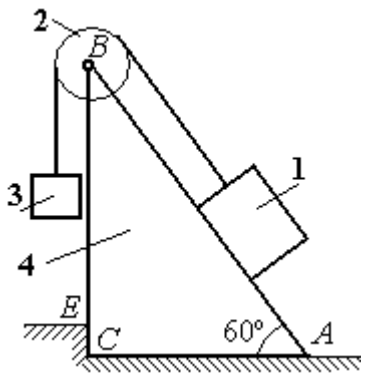


Рис. 6.4. Клин с грузами

Найти давление клина на выступ. Массой блока 2 и нити пренебречь.

Решение

Выберем систему, состоящую из клина *ABC*, блока 2, грузов 1 и 3 и нити, соединяющей грузы. Внешние силы, действующие на систему, – силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_3$ и $\vec{P}_4$ грузов 1, 3 и клина 4, горизонтальная реакция $\vec{R}_x$ упора клина в вы-

ступ и вертикальная реакция $\vec{R}_y$ опоры на горизонтальную поверхность. Реакция нити, реакция опоры груза 1 на наклонную поверхность клина и реакция шарнира *B* блока 2 для данной системы являются внутренними.

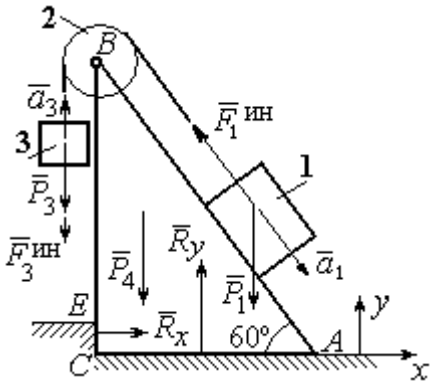


Рис. 6.5. Внешние силы и силы инерции, действующие на систему

Допустим, груз 1 движется вниз, груз 3 – вверх. Приложим силы инерции. Направления ускорений грузов и сил инерции показаны на рис. 6.5.

В соответствии с принципом Даламбера, полученная система сил находится в равновесии. Условие равновесия: $\sum \vec{F}_k^e + \vec{F}_1^{ин} + \vec{F}_3^{ин} = 0$.

Выберем оси *xy,* как показано на рис. 6.5, и спроектируем векторное равенство на ось *x*. Получим: $R_x - F_1^{ин}\cos 60^\circ = 0$, где модуль силы инерции $F_1^{ин} = m_1 a_1$.

Найдём ускорение груза 1. С этой целью рассмотрим отдельно движение грузов 1 и 3 (рис. 6.6 *a*, *b*).

Рассматривая груз 1 как отдельную систему, изобразим внешние силы: силу тяжести $\vec{P}_1$, реакцию нити $\vec{T}'$ и реакцию опоры $\vec{N}$ (см. рис. 6.6, *b*). Присоединим силу инерции $\vec{F}_1^{ин}$ и составим уравнение равновесия полученной системы сил в проекции на ось *x*, расположенную вдоль наклонной грани клина: $P_1 \sin 60^\circ - T' - F_1^{ин} = 0$, где $F_1^{ин} = m_1 a_1$.

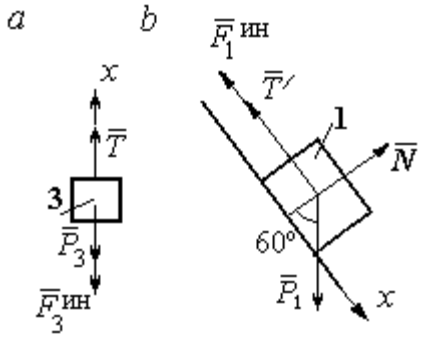


Рис. 6.6. Равновесие грузов

Для груза 3 внешними силами будут сила тяжести $\vec{P}_3$ и реакция нити $\vec{T}$. Присоединим к грузу 3 силу инерции $\vec{F}_3^{ин}$ (см. рис. 6.6, *a*) и составим уравне-

ние равновесия системы сил в проекции на ось *x*, выбранную по направлению движения груза 3: $T - P_3 - F_3^{\text{ин}} = 0$, где модуль силы инерции $F_3^{\text{ин}} = m_3 a_3$.

Решая полученную систему с учётом, что модули реакций нити и модули ускорений грузов равны: $T = T'$ и $a_1 = a_3$, находим ускорение грузов. Получим: $a_1 = a_3 = \dfrac{(m_1 \sin 60^\circ - m_3)g}{m_1 + m_3}$. Тогда давление клина на уступ:

$$R_x = F_1^{\text{ин}} \cos 60^\circ = m_1 g \frac{(m_1 \sin 60^\circ - m_3)}{(m_1 + m_3)} \cos 60^\circ .$$

Подставляя данные из условия задачи, найдём R_x = 11,97 Н.

Задача 64. Для подъёма грузов используется лебёдка со ступенчатым воротом, изображённая на рис. 6.7. Радиусы большой и малой ступенек барабана ворота r_1 и r_2, радиус инерции барабана относительно оси вращения i_3. Лебёдка установлена на горизонтальной балке *AB*, которая закреплена в точке *A* на неподвижном цилиндрическом шарнире и опирается на каток в точке *B*. Груз 1 поднимается на верёвке, навитой на большую ступеньку ворота. На малой ступеньке барабана ворота закреплена другая верёвка, удерживающая противовес 2. К барабану лебёдки приложен постоянный вращающий момент $M_{\text{вр}}$.

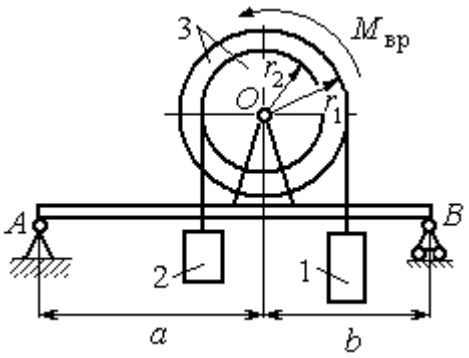


Рис. 6.7. Лебёдка на балке

Найти реакции опор балки во время движения груза, если радиусы ступенек барабана r_1 = 0,8 м, r_2 = 0,2 м, радиус инерции барабана относительно оси вращения i_3 =0,6 м, масса груза 1 m_1 = 100 кг, противовеса 2 m_2 =30 кг, масса барабана m_1 = 50 кг, величина вращающего момента $M_{\text{вр}}$ = 1050 Н·м, расстояния от крайних точек балки *A* и *B* до линии вертикального диаметра барабана *a* = 2 м, *b* = 1 м.

Решение

Выберем систему, включающую только барабан 3, грузы 1 и 2 и нити, связывающие грузы с барабаном (рис. 6.8). Внешние силы, действующие на эту систему, – пара сил, создающая вращающий момент $M_{\text{вр}}$, силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ грузов 1, 2 и барабана 3 и реакция $\vec{R}_O$ опоры барабана на шарнир в точке O. Натяжения нитей для данной системы являются внутренними и на рис. 6.8 не показаны.

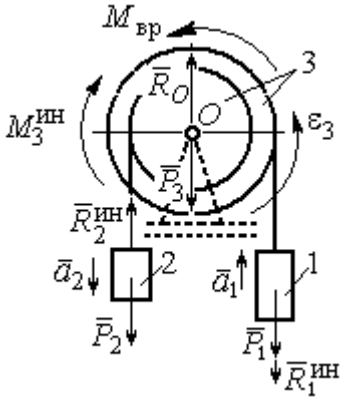


Рис. 6.8. Расчётная схема равновесия барабана

Приложим силы инерции. Направления главных векторов сил инерции $\vec{R}_1^{\text{ин}}$, $\vec{R}_2^{\text{ин}}$ и момента сил инерции $M_3^{\text{ин}}$ показаны на рис. 6.8.

Согласно принципу Даламбера, полученная система внешних сил и сил инерции является уравновешенной. Составим уравнения равновесия:

$$R_O + R_2^{\text{ин}} - P_2 - P_3 - P_1 - R_1^{\text{ин}} = 0;\ \ M_{\text{вр}} - M_3^{\text{ин}} - R_2^{\text{ин}} r_2 + P_2 r_2 - P_1 r_1 - R_1^{\text{ин}} r_1 = 0,$$

где $R_1^{\text{ин}} = m_1 a_1$, $R_2^{\text{ин}} = m_2 a_2$, $M_3^{\text{ин}} = J_{3O}\varepsilon_3$, $J_{3O} = m_3 i_3^2$.

Из второго уравнения с учётом кинематических соотношений: $\varepsilon_3 = \dfrac{a_1}{r_1}$ и $a_2 = \dfrac{r_2}{r_1} a_1$, найдём ускорение груза 1: $a_1 = \dfrac{r_1(M_{\text{вр}} + P_2 r_2 - P_1 r_1)}{m_3 i_3^2 + m_2 r_2^2 + m_1 r_1^2}$. Подставляя данные задачи, получим a_1 = 3,49 м/с^2.

Вычислим модули сил инерции $R_1^{\text{ин}} = m_1 a_1$=349 Н; $R_2^{\text{ин}} = m_2 a_2$ = 26,17 Н.

Подставляя модули сил инерции в первое уравнение условий равновесия, найдём реакцию опоры барабана на шарнир O:

$$R_O = -R_2^{\text{ин}} + P_2 + P_3 + P_1 + R_1^{\text{ин}} = 2088{,}63 \text{ Н}.$$

Для определения реакций опор балки AB выберем объектом равновесия саму балку (рис. 6.9). На балку действуют сила $\vec{R}'_O$ давления со стороны шарнира O, реакция шарнира в точке A (на рис. 6.9 разложенная на составляющие $\vec{R}_{Ax}$, $\vec{R}_{Ay}$) и реакция $\vec{R}_{By}$ опоры балки на шарнир в точке B. Составим уравнения равновесия балки:

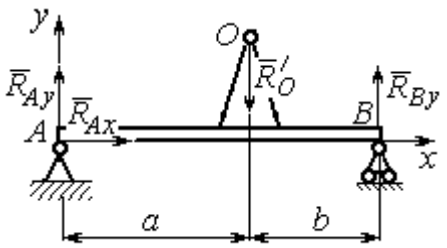


Рис. 6.9. Равновесие балки

$$\sum F_x = R_{Ax} = 0,\ \sum F_y = R_{Ay} - R'_O + R_{By} = 0,$$

$$\sum M_A(F) = R_{By}(a+b) - R'_O a = 0.$$

Решая систему с учётом того, что модули сил $\vec{R}'_O$ и $\vec{R}_O$ равны, найдём реакции опор балки: $R_{By} = R_O \dfrac{a}{a+b} = 1392{,}42$ Н; $R_{Ay} = R_O - R_{By} = 696{,}21$ Н.

Для сравнения реакции опор балки при неподвижном барабане $R_{By} = 1419{,}18$ Н, $R_{Ay} = 346{,}62$ Н.

Упражнение

Упражнение 6.1. Груз 1 соединён с грузом 2 нерастяжимой нитью, переброшенной через неподвижный блок (рис. 6.10). Опускаясь вниз, груз 2 перемещает груз 1 по горизонтальной поверхности призмы 3 без трения. Призма стоит на горизонтальной гладкой поверхности и упирается левым краем в выступ. Определить силу давления призмы на пол, если массы грузов 1, 2 и призмы 3 одинаковы и равны m. Массой нити и блока пренебречь.

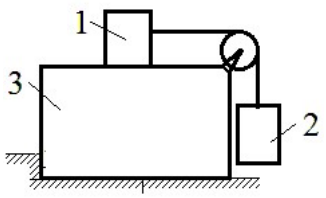


Рис. 6.10. Схема движения грузов в системе

6.2. Принцип возможных перемещений

Возможными перемещениями механической системы называют любую совокупность элементарных (бесконечно малых) перемещений точек системы из занимаемого в данный момент времени положения, которые допускаются всеми наложенными на систему связями.

Идеальными связями в механической системе называют такие связи, для которых сумма элементарных работ их реакций на любом возможном перемещении равна нулю.

Принцип возможных перемещений.

Если все приложенные к точкам системы внешние и внутренние силы разделить на **активные силы** и **реакции связей**, то для равновесия механической системы с идеальными связями необходимо и достаточно, чтобы сумма элементарных работ всех активных сил была равна нулю на любом возможном перемещении системы: $\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = 0$.

Примеры решения задач на применение принципа возможных перемещений

Задача 65. В талевом механизме барабан 1 состоит из двух соосных жестко связанных валов (рис. 6.11). При поднятии груза верхний трос барабана 1 наматывается на вал большего радиуса R_1, нижний – сматывается с вала меньшего радиуса r_1.

Какой вращающий момент M, постоянный по величине, нужно приложить к барабану, чтобы уравновесить груз весом P, прикреплённый в центре блока 4. Массами блоков и троса пренебречь.

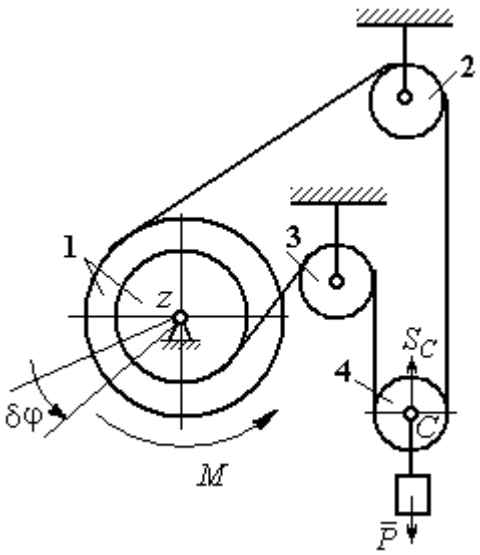


Рис. 6.11. Уравновешивание талевого механизма

Решение

Активными силами в системе являются сила тяжести груза $\vec{P}$ и уравновешивающий момент M. По принципу возможных перемещений для равновесия системы необходимо и достаточно выполнения условия:

$$\delta A(M) + \delta A(\vec{P}) = 0, \text{ или } M\delta\varphi_1 - P\delta S_C = 0.$$

где $\delta\varphi_1$ и δS_C – возможные перемещения барабана и груза.

Найдём связь между перемещениями $\delta\varphi_1$ и δS_C. Предположим, в механизме осуществляется подъём груза. На рис. 6.12 показано построение мгновенного центра скоростей блока 4 – точки *K*. Здесь скорость точки *A* блока 4 (рис. 6.12) равна скорости точек обода малого вала барабана 1, а скорость точки *B* – скорости точек обода большого вала. Составим пропорцию $\frac{V_B}{V_A}=\frac{BK}{AK}=\frac{r_4+CK}{r_4-CK}$, где r_4 – радиус блока 4 (см. рис.6.12). Подставляя выражения для скоростей точек *A* и *B* $V_A=\omega_1 r_1$, $V_B=\omega_1 R_1$, найдём расстояние: $CK=\frac{(R_1-r_1)r_4}{R_1+r_1}$.

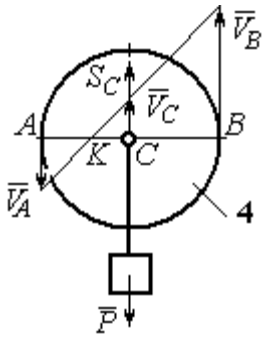


Рис. 6.12. Распределение скоростей точек блока 4

Угловая скорость блока 4 $\omega_4=\frac{V_B}{r_4+CK}=\frac{\omega_1(R_1+r_1)}{2r_4}$. Скорость его центра: $V_C=\omega_4\cdot CK=\frac{\omega_1(R_1-r_1)}{2}$. Выразим соотношение между скоростью точки *C* и угловой скоростью барабана 1 в дифференциальной форме: $dS_C=d\varphi_1\frac{(R_1-r_1)}{2}$. Поскольку действительное перемещение является одним из возможных (т. е. $ds=\delta s$, $d\varphi=\delta\varphi$), получим связь между возможными перемещениями барабана 1 и груза: $\delta S_C=\frac{\delta\varphi_1(R_1-r_1)}{2}$.

Подставляя найденное соотношение в уравнение принципа возможных перемещений, представим его в окончательном виде: $M\delta\varphi_1-P\frac{\delta\varphi_1(R_1-r_1)}{2}=0$, откуда найдём значение уравновешивающего момента: $M=\frac{P(R_1-r_1)}{2}$.

Задача 66. Брус 1 весом $P_1 = P$ лежит на цилиндрическом катке 2 и на блоке 3 одинаковых радиусов r, и одинакового веса $P_2 = P_3 = 2P$ (рис. 6.13). Каток 2 катится без проскальзывания по наклонной плоскости с углом наклона 30º к горизонту. Блок 3 вращается вокруг неподвижной оси z и к нему приложена пара сил с моментом $M = Pr$. Каток и блок расположены так, что брус 1 параллелен наклонной плоскости.

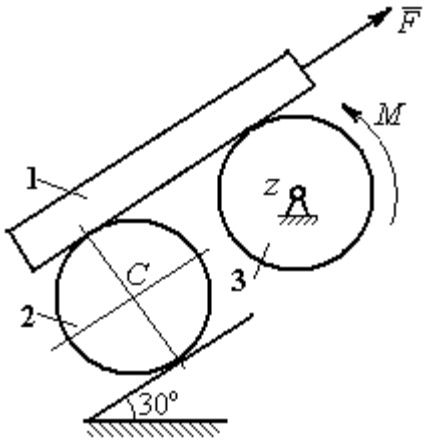


Рис. 6.13. Равновесие механической системы

Какую силу F, параллельную наклонной плоскости, нужно приложить к брусу 1, чтобы удержать его в равновесии. Скольжение между брусом и катком, брусом и блоком отсутствует.

Решение

Рассмотрим механизм, состоящий из бруса 1, катка 2 и блока 3. Активными силами, действующими на механизм, являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$ и $\vec{P}_3$ бруса, катка и блока, пара сил с моментом M, приложенная к блоку 3, и сила $\vec{F}$, приложенная к брусу. Связи в механизме идеальные, так как работа реакции $\vec{N}_2$ опоры катка 2 на плоскость, работа силы $\vec{F}_{сц}$ сцепления катка с плоскостью и работа реакции шарнира блока 3 при любом перемещении системы равны нулю. Направления векторов сил в системе показаны на рис. 6.14.

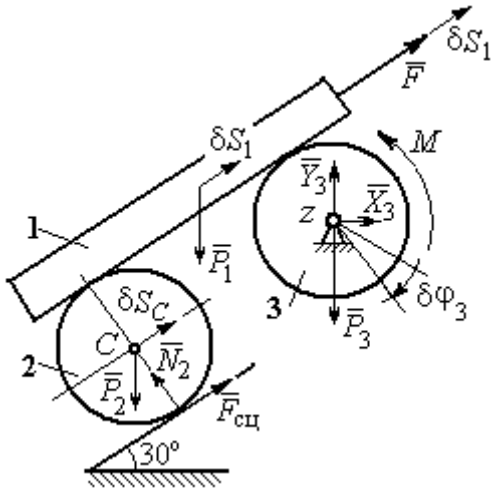


Рис. 6.14. Расчётная схема применения принципа возможных перемещений

Придадим системе возможное перемещение, сдвинув брус 1 на расстояние δS_1 вдоль линии действия силы $\vec{F}$, вверх по наклонной плоскости. Тогда

центр катка 2 переместится на расстояние δS_C, а блок 3 повернётся на элементарный угол $\delta\varphi_3$ (см. рис. 6.14).

Для определения условий равновесия применим к системе принцип возможных перемещений. Получим уравнение:

$$-P_1\delta S_1\cos 60^\circ - P_2\delta S_C\cos 60^\circ - M\delta\varphi_3 + F\delta S_1 = 0.$$

Выразим все перемещения через перемещение бруса δS_1. Допустим, скорость бруса равна V_1. Тогда $V_C = \frac{V_1}{2}$, и, следовательно, $\delta S_C = \frac{\delta S_1}{2}$.

Угловая скорость блока 3 $\omega_3 = \frac{V_1}{r}$, отсюда $\delta\varphi_3 = \frac{\delta S_1}{r}$.

Подставляя найденные соотношения в уравнение принципа возможных перемещений с учётом данных задачи, находим $F = 2P$.

Задача 67. Уравновешивание роликового катка 3 с противовесом 1 осуществляется с помощью пары сил с моментом *M*, приложенных к блоку 2. Каток состоит из двух соосных жестко связанных дисков (рис. 6.15) радиусов *r* и *R* = 2*r* с общей массой 3*m*. Масса груза 1 равна *m*. При движении каток катится без скольжения по вертикальной поверхности, касаясь её диском меньшего радиуса. Вертикальная пружина с закреплённым верхним концом своим нижним концом удерживает каток за центр масс. Жесткость пружины $c = mg / r$.

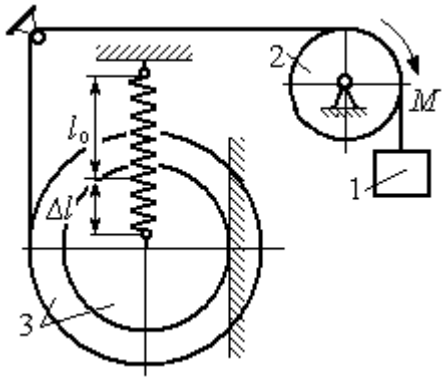


Рис. 6.15. Уравновешивание роликового катка

Какой величины уравновешивающий момент *M* приложен к блоку 2, если при равновесии катка пружина растянулась относительно недеформированного состояния на величину $\Delta l = r$.

Решение

Рассмотрим механическую систему, состоящую из груза 1, блока 2 и катка 3. Активными силами, действующими на механизм, являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$ и $\vec{P}_3$ – груза, блока и катка, пара сил с моментом M, приложенная к блоку 2, и сила $\vec{F}_{\text{упр}}$ упругости пружины, приложенная к центру катка. Реакциями связей в механизме являются: сила $\vec{F}_{\text{сц}}$ сцепления катка с плоскостью и реакция $\vec{R}_2$ шарнира блока 2. Реакция $\vec{N}_2$ опоры катка 2 на вертикальную плоскость равна нулю (на рис. 6.16 не показана).

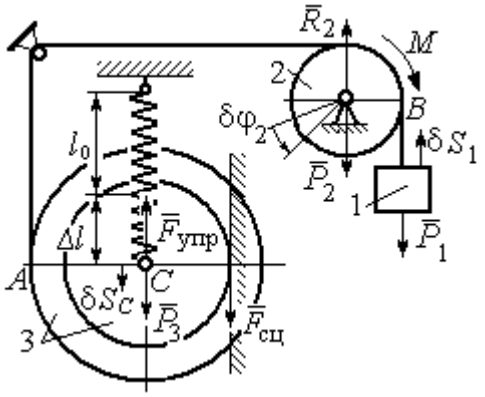


Рис. 6.16. Расчётная схема уравновешивания ролика

Допустим, система находится в равновесии. Дадим центру катка возможное перемещение δS_C, направленное вертикально вниз. При этом блок 2 повернётся на угол $\delta\varphi_2$, а груз 1 получит бесконечно малое перемещение δS_1. Направления возможных перемещений показаны на рис. 6.16.

Составим уравнение принципа возможных перемещений:

$$P_3\delta S_C - F_{\text{упр}}\delta S_C + M\delta\varphi_2 - P_1\delta S_1 = 0,$$

где сила упругости в положении равновесия системы $F_{\text{упр}} = c\Delta l$.

Выразим перемещения $\delta\varphi_2$, δS_1 блока 2 и груза 1 через перемещение центра катка δS_C. Предположим, при возможном перемещении скорость центра масс катка равна V_C. Скорость груза 1 равна скорости точки A на ободе большого диска катка: $V_1 = V_A = \dfrac{R+r}{r}V_C$. Здесь учтено, что точка касания катка

с вертикальной поверхностью является его мгновенным центром скоростей. Угловая скорость блока 2 $\omega_2 = \dfrac{V_A}{r} = \dfrac{R+r}{r^2} V_C$.

Представляя кинематические соотношения в дифференциальном виде, получим необходимые связи между возможными перемещениями:

$$\delta S_1 = \frac{R+r}{r}\delta S_C = 3\delta S_C; \quad \delta\varphi_2 = \frac{R+r}{r^2}\delta S_C = \frac{3\delta S_C}{r}.$$

Окончательно уравнение принципа возможных перемещений выражается в виде: $P_3\delta S_C - c\Delta l\delta S_C + M\dfrac{3\delta S_C}{r} - P_1 3\delta S_C = 0$. Величина уравновешивающего момента $M = \dfrac{1}{3}mgr$.

Упражнения

Упражнение 6.2. Штамповка деталей осуществляется при помощи рычажного пресса (рис. 6.17). Найти соотношение между силой F, приложенной к внешнему рычагу, и силой Q, сжимающей деталь A вдоль центральной оси.

Длины рычагов a, b, c, d показаны на рис. 6.17.

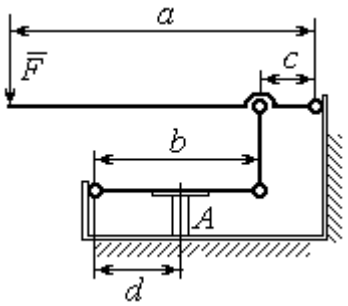


Рис. 6.17. Рычажный пресс

Упражнение 6.3. Конструкция состоит из двух валов, находящихся во внешнем зацеплении, и двух грузов, удерживающихся нитями, намотанными валы (рис. 6.18).

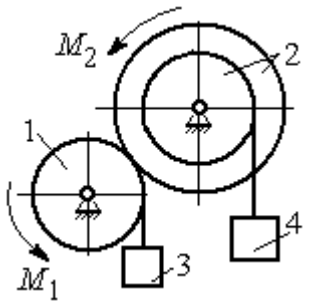


Рис. 6.18. Схема уравновешивания валов

Радиус вала 1 $R_1 = r$. Вал 2 состоит из двух барабанов, жестко скреплённых на одной оси. Радиусы барабанов: $R_2 = 3r$, $r_2 = r$.

Найти величину уравновешивающего момента M_2, приложенного к валу 2, если к валу 1 приложена пара сил с моментом $M_1 = 2Pr$, а грузы 3 и 4 одинакового веса P.

6.3. Общее уравнение динамики

При движении механической системы с идеальными связями в каждый момент времени сумма элементарных работ активных сил и сил инерции на любом возможном перемещении равна нулю:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0,$$

где $\delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}})$, $\delta A(\vec{R}_k^{\text{и}})$ – элементарные работы активных сил и сил инерции, приложенных к точкам системы на её возможном перемещении.

При вычислении элементарных работ активных сил и сил инерции используют обычные формулы для вычисления работы сил на элементарном перемещении точек их приложения.

Примеры решения задач на применение общего уравнения динамики

Задача 68. Механическая система включает груз 1, ступенчатый диск 2 (каток), катящийся ступенькой по неподвижному рельсу, и однородный диск 3 (блок), вращающийся вокруг неподвижной оси, соединённых нерастяжимыми нитями (рис. 6.19). Качение ступенчатого диска происходит без скольжения. К грузу 1 приложена сила $\vec{F}$ под углом 30° к горизонтальному направлению движения груза. К блоку 3 приложена пара сил с моментом M. Найти закон движения центра масс катка 2 и реакцию шарнира блока 3 в момент времени t = 1 с, если P_1 = 10 Н; P_2 = 20 Н; P_3 = 15 Н; $F = 5(t+1)$ Н; $M = 3(1+2t)$ Н·м; R_2 = 0,8 м; r_2 = 0,2 м; R_3 = 0,4 м; момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, i_{2C} = 0,6 м.

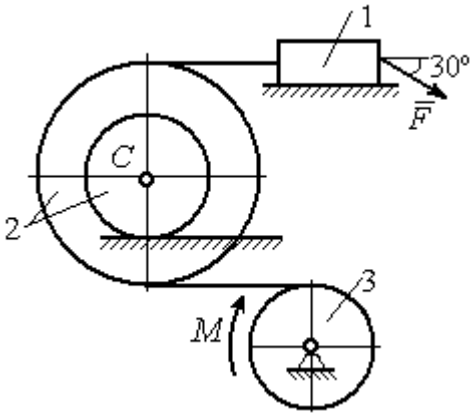


Рис. 6.19. Схема движения механической системы

Решение

В рассматриваемой механической системе активными силами являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, сила $\vec{F}$ и пара сил с моментом M (рис. 6.20).

Реакциями связей являются нормальные реакции опор: $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$, сила сцепления катка 2 с неподвижной поверхностью $\vec{F}_{сц}$ и реакция шарнира O блока 3 (на рис. 6.20 реакция показана в виде разложения на составляющие $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$). Связи идеальные, так как скольжение груза 1 происходит по гладкой поверхности, качение диска 2 без проскальзывания, а ось вращения блока 3 неподвижна.

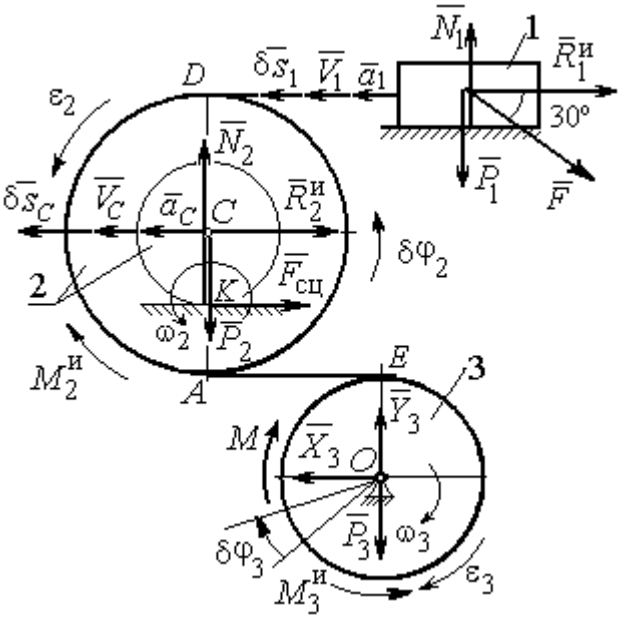


Рис. 6.20. Расчётная схема исследования движения механической системы

Предположим, система движется так, что блок 3 вращается с угловой скоростью ω_3 и угловым ускорением ε_3 в направлении поворота, создаваемого моментом M. Соответствующие направления скорости $\vec{V}_C$ и ускорения $\vec{a}_C$ центра масс катка 2, его угловой скорости ω_2 и ускорения ε_2, а также направление скорости $\vec{V}_1$ и ускорения $\vec{a}_1$ груза 1 показаны на рис. 6.20.

Присоединим к телам системы силы инерции. Главные векторы $\vec{R}_1^{и}$, $\vec{R}_2^{и}$ сил инерции груза 1 и катка 2 приложены в центрах масс груза и катка и направлены в сторону, противоположную ускорениям $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_C$. Главные моменты $\vec{M}_2^{и}$, $\vec{M}_3^{и}$ сил инерции катка 2 и блока 3 направлены в сторону, противоположную угловым ускорениям ε_2 и ε_3.

Главные векторы и главные моменты сил инерции показаны на рис. 6.20.

Для механической системы с идеальными связями общее уравнение динамики имеет вид:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0 .$$

Угловая скорость катка 2 $\omega_2 = \dfrac{V_C}{CK} = \dfrac{V_C}{r_2}$. Здесь учтено, что в точке K находится мгновенный центр скоростей катка (см. рис. 6.20). Скорость точки E блока 3 равна скорости точки A катка 2 (см. рис. 6.20):

$$V_E = V_A = \omega_2 \cdot AK = \omega_2 (R_2 - r_2) = V_C \frac{R_2 - r_2}{r_2} .$$

Угловая скорость блока 3 $\omega_3 = \dfrac{V_E}{R_3} = V_C \dfrac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}$.

Скорость груза 1 равна скорости точки D катка 2:

$$V_1 = V_D = \omega_2 \cdot DK = \omega_2 (R_2 + r_2) = V_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2} .$$

Соотношения между ускорениями определяются путем дифференцирования установленных кинематических равенств:

$$a_1 = a_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}, \quad \varepsilon_2 = \frac{a_C}{r_2}, \quad \varepsilon_3 = a_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2} .$$

Если выразить скоростные кинематические соотношения в дифференциальном виде, то, полагая действительное перемещение возможным (т. е. $ds = \delta s$, $d\varphi = \delta\varphi$), получим соотношения между перемещениями:

$$\delta s_1 = \delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}, \ \delta\varphi_2 = \frac{\delta s_C}{r_2}, \ \delta\varphi_3 = \delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2} .$$

Найдем элементарные работы активных сил.

Работы сил тяжести груза 1 и катка 2 равны нулю, так как перемещения точек приложения сил перпендикулярны векторам сил.

Работа силы тяжести блока 3 также равна нулю, поскольку точка прило-

жения силы тяжести блока 3 не перемещается:

$$\delta A(\vec{P}_1) = P_1 \delta s_1 \cos 90^\circ = 0;\ \ \delta A(\vec{P}_2) = P_2 \delta s_C \cos 90^\circ = 0;\ \delta A(\vec{P}_3) = 0.$$

Работу совершают только пара сил с моментом M и сила $\vec{F}$:

$$\delta A(\vec{M}) = M\delta\varphi_3 = M\delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2};$$

$$\delta A(\vec{F}) = F\delta s_1 \cos 150^\circ = -F\delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}\cos 30^\circ.$$

В результате сумма элементарных работ активных сил:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = \delta A(\vec{M}) + \delta A(\vec{F}) =$$

$$= M\delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2} - F\delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}\cos 30^\circ = (0{,}85 + 23{,}35t)\delta s_C.$$

Определим модули главных векторов и главных моментов сил инерции:

$$R_1^{\text{и}} = m_1 a_1 = \frac{P_1}{g}\frac{(R_2 + r_2)}{r_2} a_C,\ \ R_2^{\text{и}} = m_2 a_C = \frac{P_2 a_C}{g};$$

$$M_2^{\text{и}} = J_{2C}\varepsilon_2 = \frac{P_2}{g} i_{2C}^2 \frac{a_C}{r_2};$$

$$M_3^{\text{и}} = J_{3O}\varepsilon_3 = \frac{P_3 R_3}{2g}\frac{(R_2 - r_2)}{r_2} a_C,$$

где J_{2C} – момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, $J_{2C} = m_2 i_{2C}^2$; i_{2C} – радиус инерции катка; J_{3O} – осевой момент инерции блока 3, $J_{3O} = \frac{m_3 R_3^2}{2}$.

Найдем элементарные работы сил инерции:

$$\delta A(\vec{R}_1^{\text{и}}) = -R_1^{\text{и}}\delta s_1 = -\frac{P_1 (R_2 + r_2)^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{R}_2^{\text{и}}) = -R_2^{\text{и}}\delta s_C = -\frac{P_2 a_C}{g}\delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{M}_2^{\text{и}}) = -M_2^{\text{и}}\delta\varphi_2 = -\frac{P_2 i_2^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{M}_3^{\text{и}}) = -M_3^{\text{и}}\delta\varphi_3 = -\frac{P_3(R_2 - r_2)^2 a_C}{2 g r_2^2}\delta s_C.$$

Сумма элементарных работ сил инерции:

$$\sum\delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = -\frac{P_1(R_2 + r_2)^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C - \frac{P_2 a_C}{g}\delta s_C - \frac{P_2 i_2^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C -$$

$$-\frac{P_3(R_2 - r_2)^2 a_C}{2 g r_2^2}\delta s_C = -52{,}75\, a_C \delta s_C, \text{ где } g = 9{,}81 \text{ м/с}^2.$$

С учетом проделанных вычислений общее уравнение динамики принимает вид: $\sum\delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum\delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = (0{,}85 + 23{,}35t)\delta s_C - 52{,}75\, a_C \delta s_C = 0$, откуда найдём ускорение центра масс катка 2 как функцию времени:

$$a_C(t) = 0{,}02 + 0{,}45t.$$

Представляя ускорение a_C в виде второй производной координаты движения центра масс $a_C = \ddot{s}_C$, получим дифференциальное уравнение $\ddot{s}_C = 0{,}02 + 0{,}45t$. Дважды проинтегрировав это уравнение с нулевыми начальными условиями, найдём закон движения центра масс:

$$s_C = 0{,}01t^2 + 0{,}075t^3.$$

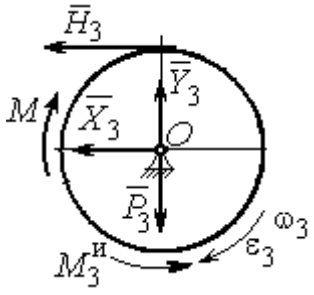


Рис. 6.21. Вращение блока 3

Рассмотрим вращательное движение блока 3, освободив его от связей. На блок действуют сила тяжести $\vec{P}_3$, реакция подшипника, разложенная на составляющие $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$, пара сил с моментом M и реакция нити $\vec{H}_3$ (рис. 6.21). Присоединим к блоку 3 силы инерции. При вращательном движении блока вокруг оси, проходящей через центр масс, главный вектор сил инерции равен ну-

лю. Главный момент сил инерции $M_3^{\text{и}}$ направлен в сторону, противоположную угловому ускорению блока 3.

По принципу Даламбера система сил, приложенных к блоку 3, включая силы инерции, находится в равновесии. Составим уравнение равновесия в виде равенства нулю суммарного момента всех сил относительно оси вращения: $M - H_3 R_3 - M_3^{\text{и}} = 0$, откуда найдём реакцию нити: $H_3 = \dfrac{M}{R_3} - \dfrac{M_3^{\text{и}}}{R_3}$. Подставляя в уравнение величину модуля главного момента сил инерции блока 3 $M_3^{\text{и}}(1) = 0{,}7$ Н·м и значение момента, приложенного к блоку 3, в момент времени $t = 1$ с, $M(1) = 9$ Н·м найдём реакцию нити $H_3(1) = 20{,}75$ Н.

Уравнения равновесия, составленные в виде проекций сил на вертикальную и горизонтальную оси (см. рис. 6.21), имеют вид:

$$X_3 + H_3 = 0,\ Y_3 - P_3 = 0.$$

Составляющие реакции шарнира блока 3 в момент времени $t = 1$ с: $X_3 = -20{,}75$ Н, $Y_3 = 15$ Н. Полная реакция шарнира $R_3 = \sqrt{X_3^2 + Y_3^2} = 25{,}6$ Н.

Задача 69. Груз 2 весом P_2, поднимаемый лебёдкой (рис. 6 22), подвешен в центре подвижного блока 3 весом P_3. Нерастяжимая нить одним концом прицеплена к грузу 1 весом P_1, лежащему на наклонной плоскости. Другой конец, переброшенный через невесомый блок B, охватывает снизу подвижный блок 3 радиуса r и закреплён в вертикальном положении. К грузу 1 приложена сила $\vec{F}$, направленная вдоль наклонной плоскости.

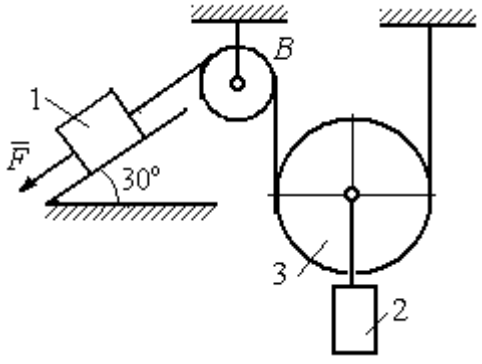


Рис. 6.22. Схема подъёмного устройства

Найти закон движения поднимаемого груза, если $P_1 = P_3 = P$, $P_2 = 3P$, $F = 2P$ и движение началось из состояния покоя.

Решение

Применим к решению задачи общее уравнение динамики. В данной механической системе активными силами являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ и сила $\vec{F}$ (рис. 6.23). Реакциями связей являются реакция шарнира блока *B* и реакция опоры груза 1 (на рис. 6.23 не показаны). Связи идеальные, так как работа реакций связей равна нулю.

Предположим, груз 1 спускается вниз по наклонной плоскости с ускорением a_1. Приложим к телам системы силы инерции. Главные вектора сил инерции $\vec{R}_1^{\text{ин}}$ и $\vec{R}_2^{\text{ин}}$ грузов 1 и 2, движущихся поступательно, приложены в центрах масс грузов и направлены противоположно векторам ускорений тел. Главный вектор $\vec{R}_3^{\text{ин}}$ сил инерции блока 3 приложен в центре масс блока 3 и направлен противоположно вектору ускорения его центра масс. Главный момент сил инерции $M_3^{\text{ин}}$ относительно оси, проходящей через центр масс блока 3 перпендикулярно плоскости движения, направлен в сторону, противоположную направлению углового ускорения блока 3, совпадающего с направлением углового движения. Направления главных векторов и главного момента сил инерции тел показаны на рис. 6.23.

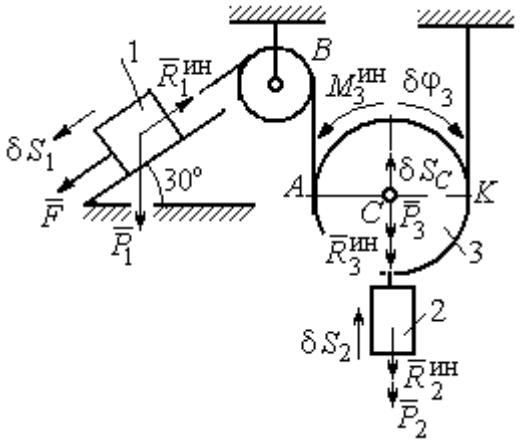


Рис.6.23. Активные силы и силы инерции, приложенные к системе

Дадим системе возможное перемещение, при котором груз 1 спустился вниз по наклонной плоскости на расстояние δS_1. В соответствии с приложенными в системе связями центр масс подвижного блока 2 и груз 2 переместились вверх на высоту δS_C, а сам блок повернулся на угол $\delta\varphi_3$ (см. рис. 6.23).

Составим общее уравнение динамики $\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0$. Получим

$$F\delta S_1 + P_1 \delta S_1 \cos 60° - P_2 \delta S_2 - P_3 \delta S_C -$$

$$- R_1^{\text{ин}} \delta S_1 - R_2^{\text{ин}} \delta S_C - R_3^{\text{ин}} \delta S_C - M_3^{\text{ин}} \delta \varphi_3 = 0,$$

где модули сил инерции $R_1^{\text{ин}} = m_1 a_1$, $R_2^{\text{ин}} = m_2 a_2$, $R_3^{\text{ин}} = m_3 a_C$, $M_3^{\text{ин}} = \dfrac{m_3 r^2}{2} \varepsilon_3$.

Выразим перемещение δS_2 и ускорение a_2 груза 2, а также поворот $\delta \varphi_3$ и угловое ускорение ε_3 подвижного блока 3 через перемещение δS_1 и ускорение a_1 груза 1.

Угловая скорость блока 3 $\omega_3 = \dfrac{V_A}{AK} = \dfrac{V_1}{2r}$. Здесь учтено, что точка K блока 3 является его мгновенным центром скоростей. Тогда, элементарный поворот блока $\delta \varphi_3 = \dfrac{\delta S_1}{2r}$, а его угловое ускорение $\varepsilon_3 = \dfrac{a_1}{2r}$.

Скорость центра масс блока 3 и скорость груза 2: $V_2 = V_C = \dfrac{V_1}{2}$. Из этого равенства следует, что: $\delta S_2 = \delta S_C = \dfrac{\delta S_1}{2}$, $a_2 = a_C = \dfrac{a_1}{2}$.

Подставляя найденные соотношения в общее уравнение динамики с учётом данных задачи, окончательно получим уравнение: $\dfrac{1}{2} P \delta S_1 = \dfrac{17}{8g} P a_1 \delta S_1$. Отсюда $a_1 = \dfrac{4}{17} g = 0{,}23g$. Ускорение груза 2, $a_2 = \dfrac{a_1}{2} = 0{,}12g$.

Представим ускорение груза 2 в виде второй производной координаты его движения. Получим дифференциальное уравнение: $\ddot{S}_2 = 0{,}12g$. Дважды проинтегрировав его с нулевыми начальными условиями, найдём закон движения груза: $S_2 = 0{,}06gt^2$.

Задача 70. Грузы 1 и 2 весом $P_1 = 20$ Н и $P_2 = 30$ Н привязаны к нерастяжимой нити. Нить переброшена через неподвижные блоки B и D и охватывает снизу подвижный блок 3 весом $P_3 = 40$ Н (рис. 6.24). Определить ускорения грузов 1 и 2 и центра масс блока 3. Весом неподвижных блоков B и D пренебречь.

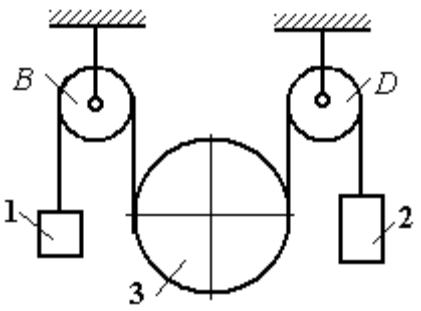


Рис. 6.24. Механическая система с двумя степенями свободы

Решение

В данной механической системе активными силами являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ (рис. 6.25), а реакциями связей – реакции шарниров блоков B и D. Связи идеальные, так как оси вращения блоков B и D неподвижны.

Применим к решению задачи общее уравнение динамики. Система имеет две степени свободы. В этом случае общее уравнение динамики необходимо составлять для каждого из независимых перемещений.

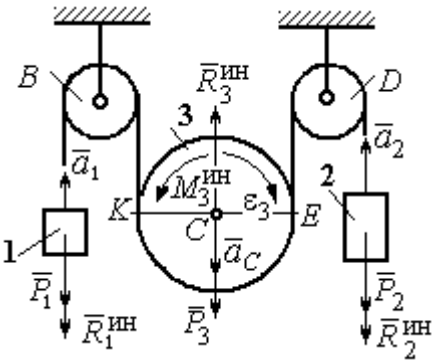


Рис.6.25. Активные силы и силы инерции, приложенные к системе

Предположим, система движется так, что оба груза 1 и 2 равноускоренно перемещаются вверх. Скорости грузов $\vec{V}_1$, $\vec{V}_2$, ускорения – $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_2$. Блок 3 опускается вниз с ускорением центра $\vec{a}_C$, вращается и имеет угловое ускорение ε_3, направленное по ходу часовой стрелки (см. рис. 6.25).

Приложим к телам системы силы инерции (см. рис. 6.25). Модули сил инерции: $R_1^{ин} = m_1 a_1$, $R_2^{ин} = m_2 a_2$, $R_3^{ин} = m_3 a_C$. Главный момент сил инерции блока 3 $M_3^{ин} = J_{3C}\varepsilon_3$, где осевой момент инерции $J_{3C} = \dfrac{m_3 r^2}{2}$. Направления векторов сил и моментов сил инерции показаны на рис. 6.25.

Для вычисления углового ускорения блока 3 воспользуемся векторным представлением ускорения точки при плоскопараллельном движении тела. Выберем точку K за полюс. Ускорение точки E определяется равенством $\vec{a}_E = \vec{a}_K + \vec{a}^{\,n}_{EK} + \vec{a}^{\,\tau}_{EK}$, где $\vec{a}_K$ – ускорение полюса K; $\vec{a}^{\,n}_{EK}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{EK}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки E при вращении блока 3 вокруг полюса K (рис. 6.26). Спроектируем векторное равенство на вертикальную ось $E\tau$. Получим: $a_{E\tau} = a_{K\tau} + a^{\tau}_{EK}$, где $a_{E\tau}$ и $a_{K\tau}$ – проекции ускорений точек E и K на вертикальную ось.

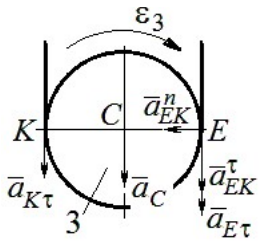


Рис. 6.26. Схема вычисления углового ускорения блока 3

Поскольку модуль ускорения точки K нити равен модулю ускорения груза 1, то $a_{K\tau} = a_1$. Модуль ускорения точки E нити равен модулю ускорения груза 2 и $a_{E\tau} = a_2$. Так как $a^{\tau}_{EK} = \varepsilon_3 AK = \varepsilon_3 2r$, то $\varepsilon_3 = \dfrac{a_{E\tau} - a_{K\tau}}{2r} = \dfrac{a_2 - a_1}{2r}$.

Составляя такое же векторное уравнение для определения ускорения центра масс блока 3 (точки C) и проектируя его на вертикальную ось, найдём:

$$a_C = a_{K\tau} + a^{\tau}_{CK} = a_1 + \varepsilon_3 r = \frac{a_2 + a_1}{2}.$$

Выберем в качестве независимых координат s_1, s_2 – положения грузов 1 и 2, отсчитываемые от неподвижных осей вращения блоков B и D. Возможные перемещения грузов обозначим δs_1 и δs_2.

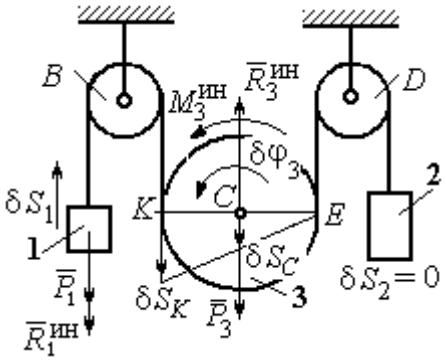


Рис.6.27. Движение системы при перемещении груза 1.

Дадим системе возможное перемещение, при котором груз 1 поднимается вверх на расстояние δs_1, а груз 2 – неподвижен. При таком движении нить, соединяющая груз 2 с блоком 3, неподвижна вплоть до точки E (рис. 6.27).

Вращение блока 3 происходит против направления хода часовой стрелки. Точка E является мгновенным центром скоростей блока 3, и угловая скорость блока $\omega_3 = \dfrac{V_K}{2r} = \dfrac{V_1}{2r}$. Скорость центра масс блока $V_C = \dfrac{1}{2}V_1$. Тогда элементарный поворот блока 3 $\delta\varphi_3 = \dfrac{\delta s_1}{2r}$ и элементарное перемещения центра масс $\delta s_C = \dfrac{1}{2}\delta s_1$.

На данном возможном перемещении работу совершают как активные силы – силы тяжести $\vec{P}_1$ и $\vec{P}_3$ груза 1 и блока 3, так и силы инерции – $\vec{R}_1^{\text{ин}}$, $\vec{R}_3^{\text{ин}}$ и пара сил инерции с моментом $M_3^{\text{ин}}$.

Составим общее уравнение динамики:

$$\sum \delta A\left(\vec{F}_k^{\text{акт}}\right) + \sum \delta A\left(\vec{R}_k^{\text{ин}}\right) = -P_1\delta s_1 + P_3\delta s_C - R_1^{\text{ин}}\delta s_1 - R_3^{\text{ин}}\delta s_C + M_3^{\text{ин}}\delta\varphi_3 = 0.$$

Здесь работа сил инерции

$$R_1^{\text{ин}}\delta s_1 = m_1 a_1 \delta s_1, \quad R_3^{\text{ин}}\delta s_C = m_3 a_C \delta s_C = \frac{P_3}{g}\left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right)\cdot\frac{1}{2}\delta s_1;$$

$$M_3^{\text{ин}}\delta\varphi_3 = J_{3C}\varepsilon_3\delta\varphi_3 = \frac{P_3 r^2}{2g}\cdot\frac{a_2 - a_1}{2r}\cdot\frac{\delta s_1}{2r}.$$

В результате общее уравнение динамики представляется выражением

$$-P_1\delta s_1 + \frac{1}{2}P_3\delta s_1 - \frac{P_1}{g}a_1\delta s_1 - \frac{P_3}{g}\left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right)\cdot\frac{1}{2}\delta s_1 + \frac{P_3 r^2}{2g}\cdot\frac{a_2 - a_1}{2r}\cdot\frac{\delta s_1}{2r} = 0,$$

которое преобразуется к виду:

$$(3P_3 + 8P_1)a_1 + P_3 a_2 = (4P_3 - 8P_1)g.$$

Дадим системе другое независимое возможное перемещение, при котором груз 2 движется вверх ($\delta s_2 \neq 0$), а груз 1 неподвижен ($\delta s_1 = 0$).

При этом перемещении нить, соединяющая груз 1 и блок 3 неподвижна вплоть до точки K (рис. 6.28). Вращение блока 3 происходит по направлению хода часовой стрелки. Точка K является мгновенным центром скоростей бло-

ка 3. Тогда $\omega_3 = \frac{V_E}{2r} = \frac{V_2}{2r}$ и скорость центра масс блока $V_C = \frac{1}{2}V_2$. Элементарный поворот блока 3 $\delta\varphi_3 = \frac{\delta s_2}{2r}$ и перемещение центра масс $\delta s_C = \delta s_E = \frac{1}{2}\delta s_2$.

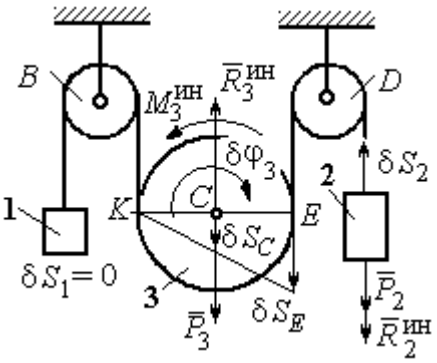


Рис. 6.28. Движение системы при перемещении груза 2

При таком движении работу совершают силы тяжести $\vec{P}_2$ и $\vec{P}_3$, силы инерции $\vec{R}_2^{ин}$, $\vec{R}_3^{ин}$ и пара сил с моментом $M_3^{ин}$.

Составим общее уравнение динамики на возможном перемещении δs_2 (см. рис. 6.28):

$$-P_2\delta s_2 - R_2^{ин}\delta s_2 + P_3\delta s_C - R_3^{ин}\delta s_C - M_3^{ин}\delta\varphi_3 = 0,$$

которое преобразуется к виду

$$-P_2\delta s_2 - \frac{P_2}{g}a_2\delta s_2 + \frac{1}{2}P_3\delta s_2 - \frac{P_3}{g}\left(\frac{a_1+a_2}{2}\right)\frac{1}{2}\delta s_2 - \frac{P_3 r^2}{2g}\left(\frac{a_2-a_1}{2r}\right)\frac{\delta s_2}{2r} = 0$$

или к виду

$$(8P_2 + 3P_3)a_2 + P_3 a_1 = (4P_3 - 8P_2)g.$$

Подставляя данные задачи в оба уравнения динамики, соответствующие независимым перемещениям δs_1 и δs_2, получим систему уравнений:

$$7a_1 + a_2 = 0, \quad 2g + 9a_2 + a_1 = 0.$$

Решение системы: $a_1 = \frac{1}{31}g$, $a_2 = -\frac{7}{31}g$ представляет ускорения грузов 1 и 2. Ускорение центра масс блока 3 находится по формуле $a_C = \frac{a_1 + a_2}{2} = -\frac{3}{31}g$.

Знаки ускорений определяют направления движений тел: груз 1 движется в выбранном направлении – вверх, груз 2 – вниз, центр блока 3 – вверх.

Упражнения

Упражнение 6.4. В механической системе (рис. 6.29) блок 1 радиуса *r* и каток 2 соединены горизонтальным невесомым стержнем. Скольжение между стержнем и катками отсутствует. Каток 2 состоит из двух шкивов радиусов *r* и *R* = 2*r*, скреплённых на одной оси. Каток катится, опираясь малым шкивом на горизонтальную поверхность, без проскальзывания. Груз 3 представляет собой поршень, двигающийся по горизонтальной поверхности без трения и прикреплённый к центру масс катка 2. К блоку 1 приложена пара сил с переменным моментом $M_{\text{вр}} = mgr\sin\omega t$.

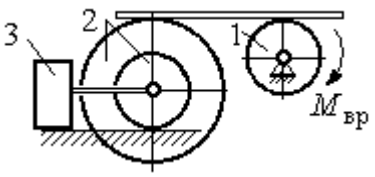


Рис. 6.29. Схема движения механической системы

Найти закон движения поршня 3, если массы грузов $m_1 = m_3 = m$, общая масса катка 2 $m_2 = 2m$, момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, $i_2 = 1{,}5r$. Движение началось из состояния покоя.

Упражнение 6.5. Груз 1, двигаясь горизонтально, приводит в движение ступенчатый барабан 2 посредством нерастяжимой нити, намотанной на его малую ступень (рис. 6.30). К барабану на нитях, намотанных на большую и малую ступеньки, подвешены два груза 3 и 4. На груз 1 действует сила $F = P(t+1)$. Определить закон движения груза 3, если веса грузов одинаковы и равны *P*, вес барабана 2 равен 2*P*, радиусы ступенек барабана *r* и 2*r*, радиус инерции барабана $i_2 = r\sqrt{2}$, и движение началось из состояния покоя.

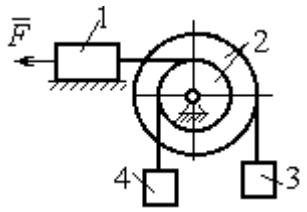


Рис. 6.30. Схема подъёмника

6.4. Уравнения Лагранжа II рода

Обобщенными координатами называется совокупность любых *s* независимых параметров $q_1, q_2, \ldots, q_S$, однозначно определяющих положение системы в любой момент времени.

Если системе сообщить возможное перемещение, при котором все обобщенные координаты изменятся на элементарные (бесконечно малые) величины $\delta q_1, \delta q_2, \ldots, \delta q_S$, называемые **вариациями обобщенных координат**, то все действующие активные силы совершат элементарную работу, которая может быть представлена в виде: $\delta A = Q_1 \cdot \delta q_1 + Q_2 \cdot \delta q_2 + \ldots + Q_s \cdot \delta q_S$.

Величина Q_k, $k = 1, 2, \ldots, s$, равная коэффициенту при вариации δq_k обобщенной координаты, называется **обобщенной силой**, соответствующей данной обобщенной координате. Расчет обобщенных сил осуществляется путем последовательного придания системе возможных перемещений, при которых варьируется только одна из обобщенных координат, а вариации остальных координат равны нулю.

Для материальной системы с идеальными связями дифференциальные уравнения движения в обобщенных координатах – **уравнения Лагранжа II рода** – имеют вид: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} = Q_k$, $k = 1,2,...,s$, где s – число степеней свободы системы; T – кинетическая энергия системы; $q_1, q_2, \ldots, q_s$ – обобщенные координаты; $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \ldots, \dot{q}_s$ – обобщенные скорости.

Примеры решения задач на составление уравнений Лагранжа

Задача 71. В механизме домкрата (рис. 6.31) движение зубчатого колеса 1 передаётся шестерне 2, к которой соосно прикреплено зубчатое колесо 3, имеющее зацепление с зубчатой рейкой 4, на которой поднимается груз 5 массы m_5 = 50 кг.

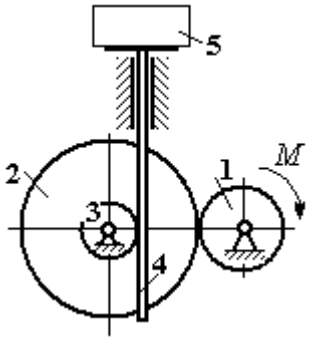


Рис. 6.31. Схема механизма домкрата

Радиусы зубчатых колёс r_1 = 5 см, r_2 = 12 см, r_3 = 6 см. Зубчатые колёса считать сплошными однородными дисками. Массы колёс m_1 = 0,8 кг, m_2 = 1,6 кг, m_3 = 0,6 кг, масса зубчатой рейки m_4 = 1 кг.

Какой величины постоянный вращающий момент нужно приложить к колесу 1 для того, чтобы в момент времени $t = 2$ с груз 5 имел скорость V_5 = 1 м/с, если движение системы начинается из состояния покоя.

Решение

Домкрат является механической системой с одной степенью свободы. Выберем в качестве обобщённой координаты координату *x*, отмечающую положение груза 5 (рис. 6.32).

Уравнение Лагранжа для обобщённой координаты *x* имеет вид: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right)-\frac{\partial T}{\partial x}=Q_x$, где T – кинетическая энергия системы; $\dot{x}$ – обобщённая скорость; Q_x – обобщённая сила.

Кинетическая энергия колеса 1: $T_1=\frac{J_1\omega_1^2}{2}$, где ω_1 – угловая скорость колеса 1; J_1 – момент инерции колеса, $J_1=\frac{m_1 r_1^2}{2}$.

Кинетические энергии шестерни 2 и зубчатого колеса 3, у которых угловые скорости одинаковы, соответственно: $T_2=\frac{J_2\omega_2^2}{2}$, $T_3=\frac{J_3\omega_2^2}{2}$, где ω_2 – угловая скорость шестерни 2; J_2, J_3 – моменты инерции шестерни 2 и зубчатого колеса 3 относительно оси, проходящей через общий центр масс, $J_2=\frac{m_2 r_2^2}{2}$, $J_3=\frac{m_3 r_3^2}{2}$. Скорость груза 5 равна скорости зубчатой линейки $V_5=V_4$. Кинетическая энергия зубчатой линейки 4 и груза 5: $T_4=\frac{m_4 V_4^2}{2}$, $T_5=\frac{m_5 V_4^2}{2}$.

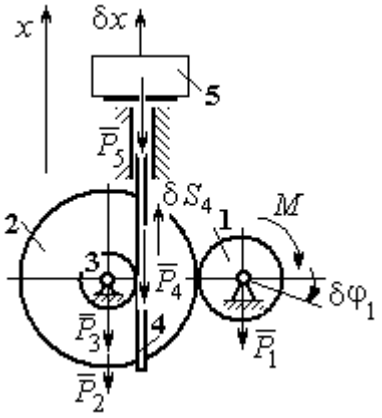


Рис. 6.32. Возможные перемещения звеньев механизма

Выразим угловые скорости колёс через скорость груза (зубчатой линейки).

Имеем: $\omega_2 = \omega_3 = \dfrac{V_4}{r_3}$ (см. рис. 6.32). Кроме того, из равенства $\omega_2 r_2 = \omega_1 r_1$ следует $\omega_1 = \dfrac{\omega_2 r_2}{r_1} = \dfrac{V_4 r_2}{r_1 r_3}$.

Подставляя полученные соотношения в выражения кинетических энергий тел и с учётом данных задачи, получим кинетическую энергию системы:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 =$$

$$= \frac{m_1 r_1^2}{4}\left(\frac{V_4 r_2}{r_1 r_3}\right)^2 + \frac{m_2 r_2^2}{4}\left(\frac{V_4}{r_3}\right)^2 + \frac{m_3 r_3^2}{4}\left(\frac{V_4}{r_3}\right)^2 + \frac{m_4 V_4^2}{2} + \frac{m_5 V_4^2}{2} =$$

$$= \left[\frac{m_1 + m_2}{2}\left(\frac{r_2}{r_3}\right)^2 + \frac{m_3}{2} + m_4 + m_5\right]\frac{V_4^2}{2} = 28{,}05\, V_4^2 = 28{,}05\, \dot{x}^2 .$$

Вычислим обобщённую силу.

Дадим возможное перемещение δx грузу 5. При этом линейка 4 переместится на расстояние δs_4, а зубчатое колесо 1 повернётся на угол $\delta\varphi_1$. Найдём сумму работ всех сил, приложенных к системе, на этом возможном перемещении. Получим: $\delta A = -P_5 \delta x - P_4 \delta s_4 + M \delta\varphi_1$. Работа сил тяжести зубчатых колёс $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$ и $\vec{P}_3$ равна нулю, так как точки приложения этих сил неподвижны.

Из ранее полученных скоростных соотношений следуют равенства перемещений: $\delta s_4 = \delta x$, $\delta\varphi_1 = \dfrac{r_2}{r_1 r_3}\delta x$. В результате сумма работ сил на возможном перемещении системы выражается в виде $\delta A = \left(-m_5 g - m_4 g + M\dfrac{r_2}{r_1 r_3}\right)\delta x$. Отсюда обобщённая сила Q_x, соответствующая координате x: $Q_x = -(m_5 + m_4)g + M\dfrac{r_2}{r_1 r_3} = -500{,}31 + 40M$.

Составим уравнение Лагранжа.

С учётом, что $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) = 56{,}1\,\ddot{x}$ и $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$, дифференциальное уравнение движения имеет вид: $56{,}1\,\ddot{x} = -500{,}31+40M$ или $\ddot{x} = -8{,}92+0{,}71M$.

Интегрируя это уравнение с нулевыми начальными условиями, получим закон изменения скорости груза 5: $V_5 = \dot{x} = (-8{,}92+0{,}71M)t$.

По условию задачи при $t = 2$ с $V_5 = 1$ м/с. Подставляя эти данные в уравнение, получим: $M = 13{,}27$ Н·м.

Задача 72. Механическая система состоит из ступенчатого блока 2, катка 3, соединённых невесомым брусом 1, и невесомой пружины жесткостью c. Радиусы ступеней блока r и $R = 1{,}5r$, радиус катка 3 равен r. Брус, лежащий на катке 3 и блоке 2, во время движения остаётся параллельным линии качения катка 3 (рис. 6.33). В центре катка 3 приложена сила $\vec{F}$, направленная вверх параллельно наклонной плоскости, а к блоку 2 – пара сил с моментом M. Качение катка по неподвижной поверхности без скольжения. Проскальзывание между брусом 1 и дисками отсутствует. Передача движения пружины блоку 2 производится посредством невесомого жесткого вертикального стержня, прижатого к малой ступеньке блока без скольжения. Радиус инерции блока 2 относительно оси вращения $i_z = r\sqrt{2}$. Веса тел: $P_3 = P$, $P_2 = 2P$, приложенная сила $F = 2P$, момент $M = Pr$, жесткость пружины $c = P/r$.

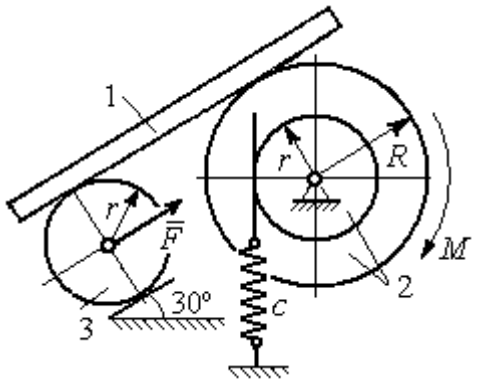


Рис. 6.33. Механическая система с одной степенью свободы

Определить закон угловых колебаний блока 2 при $P = 10$ Н, $r = 0{,}2$ м, если в начальный момент пружина находилась в нерастянутом состоянии, а блоку 2 придали угловую скорость $\omega_0 = 0{,}5$ рад/с в сторону вращения, создаваемого заданным моментом.

Решение

Рассматриваемая механическая система (рис. 6.34) имеет одну степень свободы. В качестве обобщённой координаты q выберем перемещение x верхнего края пружины, отсчитываемого от уровня недеформируемой пружины (см. рис. 6.34). Обобщённая скорость $\dot{q} = \dot{x}$.

Уравнение Лагранжа II рода, описывающее движение системы, имеет вид $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial T}{\partial x} = Q_x$, где T – кинетическая энергия системы; Q_x – обобщенная сила, соответствующая обобщенной координате x.

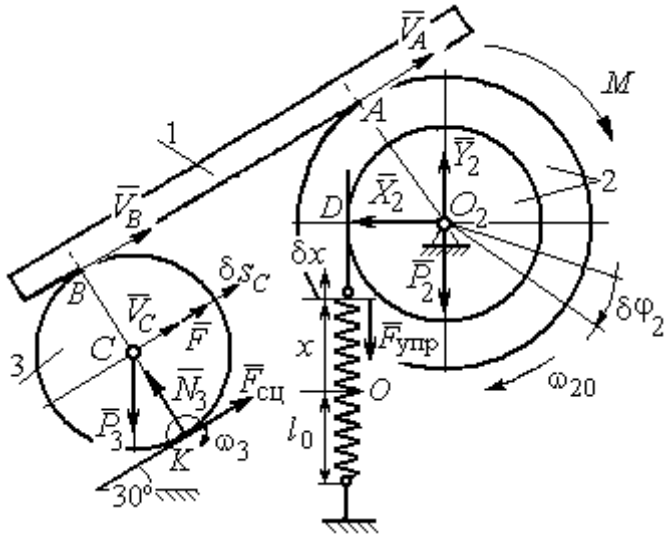


Рис. 6.34 Расчётная схема колебаний механической системы с одной степенью свободы

Вычислим кинетическую энергию системы. Энергия вращательного движения блока 2: $T_2 = \frac{1}{2} J_{2z} \omega_2^2$, где ω_2 – угловая скорость блока; J_{2z} – момент инерции блока 2 относительно оси z, $J_{2z} = m_2 i_z^2$. Каток 3 совершает плоскопараллельное движение. Его кинетическая энергия $T_3 = \frac{1}{2} m_3 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_3^2$, где V_C, ω_3 – скорость центра масс катка 3 и его угловая скорость; J_{zC} – момент инерции катка относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, $J_{zC} = \frac{1}{2} m_3 r^2$; r – радиус катка.

Выразим угловые скорости ω_2, ω_3, а также скорость V_C через обобщённую скорость $\dot{x}$.

Заметим, что скорость точки D блока 2 равна скорости движения верхнего края пружины: $V_D = \dot{x}$ (см. рис. 6.34). Угловая скорость блока 2: $\omega_2 = \dfrac{V_D}{r} = \dfrac{\dot{x}}{r}$. Скорость точки A блока 2: $V_A = \omega_2 R = \dfrac{\dot{x}R}{r}$.

Так как брус совершает поступательное движение, то скорости точек A и B равны: $V_B = V_A$. Угловая скорость катка 3 (точка K касания катка 3 с неподвижной поверхностью является его мгновенным центром скоростей): $\omega_3 = \dfrac{V_B}{2r} = \dfrac{V_A}{2r} = \dfrac{\dot{x}R}{2r^2}$. Скорость центра катка 3: $V_C = \dfrac{V_B}{2} = \dfrac{\dot{x}R}{2r}$.

Подставляя найденные кинематические соотношения с учётом исходных данных задачи, получим кинетическую энергию тел системы:

$$T_2 = \frac{1}{2} J_{2z} \omega_2^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2P}{g} \left(r\sqrt{2}\right)^2 \left(\frac{\dot{x}}{r}\right)^2 = \frac{2P}{g} \dot{x}^2;$$

$$T_3 = \frac{1}{2} m_3 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_3^2 = \frac{1}{2} \frac{P}{g} \left(\frac{\dot{x}R}{2r}\right)^2 + \frac{1}{2} \frac{Pr^2}{2g} \left(\frac{\dot{x}R}{2r^2}\right)^2 = \frac{3P}{4g} \left(\frac{R}{2r}\right)^2 \dot{x}^2.$$

Полная кинетическая энергия системы:

$$T = T_2 + T_3 = \frac{P}{g} \left(2 + \frac{3}{4} \left(\frac{R}{2r}\right)^2\right) \dot{x}^2.$$

Найдём обобщённую силу. Произвольное положение системы определяется обобщённой координатой x, показывающей растяжение пружины. Дадим пружине в произвольном положении возможное (бесконечно малое) перемещение δx в положительном направлении оси x (см. рис. 6.34). При этом блок 2 повернётся на угол $\delta\varphi_2 = \dfrac{\delta x}{r}$, центр масс катка 3 сдвинется на расстояние $\delta s_C = \dfrac{R}{2r} \delta x$. На заданном перемещении системы работу совершают сила тяжести катка 3, пара сил с моментом M, сила $\vec{F}$ и сила упругости пружины.

Элементарная работа вращающего момента M: $\delta A(M) = M\delta\varphi_2 = M\dfrac{\delta x}{r}$.

Работа силы тяжести катка 3: $\delta A(\vec{P}_3) = P_3\delta s_C\cos 120^\circ = -P_3\dfrac{R}{4r}\delta x$.

Работа силы F: $\delta A(\vec{F}) = F\delta s_C = F\dfrac{R}{2r}\delta x$.

Модуль силы упругости пружины, растянутой из недеформированного положения на расстояние x: $F_{\text{упр}} = cx$. Сила упругости направлена в сторону, противоположную растяжению (см. рис. 6.34). Её работа при перемещении δx вычисляется по формуле $\delta A(\vec{F}_{\text{упр}}) = F_{\text{упр}}\delta x\cos 180° = -cx\delta x$.

Сумма работ сил на рассматриваемом возможном перемещении системы с учётом данных задачи:

$$\delta A = M\frac{\delta x}{r} - P_3\frac{R}{4r}\delta x + F\frac{R}{2r}\delta x - cx\delta x = P\left(\frac{17}{8} - \frac{x}{r}\right)\delta x,$$

откуда обобщённая сила $Q_x = P\left(\dfrac{17}{8} - \dfrac{x}{r}\right)$.

Вычислим необходимые производные кинетической энергии: $\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) = \dfrac{2P}{g}\left(2 + \dfrac{3}{4}\left(\dfrac{R}{2r}\right)^2\right)\ddot{x}$, $\dfrac{\partial T}{\partial x} = 0$ и, подставляя их в общий вид уравнений Лагранжа, получим дифференциальное уравнение колебаний верхнего края пружины:

$$\frac{2P}{g}\left(2 + \frac{3}{4}\left(\frac{R}{2r}\right)^2\right)\ddot{x} = P\left(\frac{17}{8} - \frac{x}{r}\right), \text{ или } \ddot{x} + 10{,}2x = 4{,}34 \text{ (здесь } g = 9{,}81 \text{ м/с}^2\text{)}.$$

Решение дифференциального уравнения представляется в виде суммы: $x = x_{\text{одн}} + x_{\text{частн}}$. Общее решение однородного уравнения имеет вид $x_{\text{одн}} = C_1\sin kt + C_2\cos kt$, где C_1, C_2 – произвольные постоянные; k – круговая частота собственных колебаний пружины, $k = \sqrt{10{,}2}$ = 3,19 рад/с. Частное ре-

шение неоднородного уравнения ищется в виде константы $x_{\text{част}} = b$. Подставив его в уравнение колебаний, получим: $b = 0{,}42$. Таким образом, общее решение неоднородного уравнения имеет вид $x(t) = C_1 \sin 3{,}19t + C_2 \cos 3{,}19t + 0{,}42$.

Произвольные постоянные C_1, C_2 находятся из начальных условий. По условию задачи в начальный момент пружина была в нерастянутом состоянии. Тогда начальная координата пружины (её верхнего края) $x(0) = 0$. Подставляя значение начальной координаты в общее решение неоднородного уравнения при $t = 0$, получим $C_2 = -0{,}42$. Скорость верхнего края пружины в начальный момент времени $\dot{x}(0)$ равна начальной скорости $V_D(0)$ точки D блока 2. Поскольку в начальный момент времени блоку 2 сообщили угловую скорость $\omega_{20} = 0{,}5$ рад/с, то при $r = 0{,}2$ м $\dot{x}(0) = V_D(0) = \omega_{20} r = 0{,}1$ м/с.

Вычисляем скорость движения края пружины, взяв производную: $\dot{x}(t) = 3{,}19 C_1 \cos 3{,}19t - 3{,}19 C_2 \sin 3{,}19t$. Подставляя начальное значение скорости, получим $C_1 = 0{,}03$.

Окончательно уравнение движения верхнего края пружин: $x(t) = 0{,}03 \sin 3{,}19t - 0{,}42 \cos 3{,}19t + 0{,}42$ м. Уравнение колебательного движения блока 2: $\varphi_2 = \dfrac{x}{r} = 0{,}15 \sin 3{,}19t - 2{,}1 \cos 3{,}19t + 2{,}1$ рад.

Задача 73. Прямоугольная призма 3 весом $2P$ лежит на катке 1 радиуса r и веса P и опирается на невесомый блок 2 (рис. 6.35). Каток 1 катится по неподвижной горизонтальной поверхности без скольжения. По наклонной поверхности призмы скатывается без скольжения каток 4 весом P и радиуса r. Угол наклона поверхности призмы к горизонту составляет

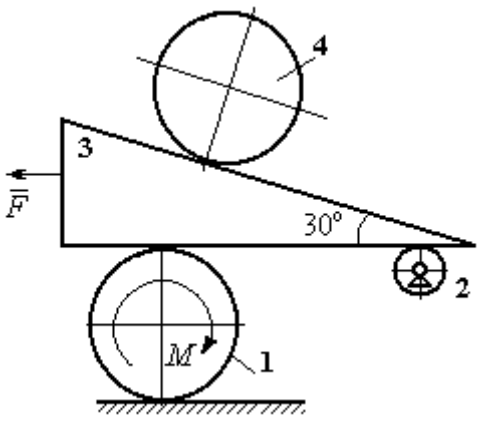


Рис. 6.35. Механическая система с двумя степенями свободы

30º. На каток 1 действует пара сил с постоянным моментом $M = 3Pr$, а на призму 3 – горизонтальная сила $\vec{F}$ с модулем $F = P$. Катки считать однородными дисками. Проскальзывание между катками 1, 4 и призмой отсутствует. В начальный момент система находилась в покое.

Определить закон движения призмы 3 и закон движения катка 4 относительно призмы.

Решение

Рассматриваемая механическая система – катки и призма имеет две степени свободы, так как перемещение катка 4 относительно призмы 3 не зависит от перемещения самой призмы и катка 1. За обобщенные координаты выберем перемещение x_4 центра масс катка 4 относительно края призмы и перемещение x_3 края призмы 3 относительно произвольной неподвижной вертикальной плоскости (рис. 6.36). Обобщенные скорости: $\dot{x}_4$, $\dot{x}_3$.

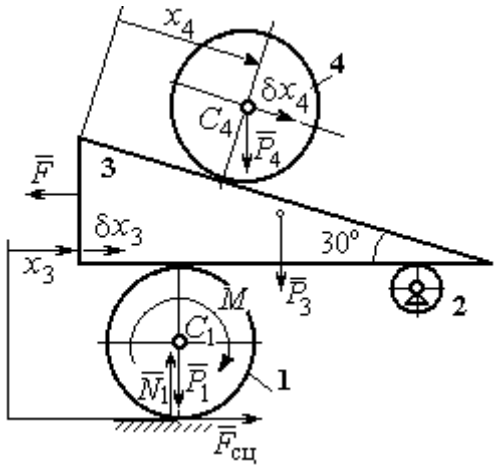


Рис. 6.36. Возможные перемещения механической системы

Уравнения Лагранжа II рода, описывающие движение системы в обобщённых координатах:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_4}\right) - \frac{\partial T}{\partial x_4} = Q_{x_4};$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3}\right) - \frac{\partial T}{\partial x_3} = Q_{x_3},$$

где T – кинетическая энергия системы; Q_{x_4}, Q_{x_3} – обобщенные силы, соответствующие указанным обобщенным координатам.

Вычислим кинетическую энергию тел в системе.

Каток 1 совершает плоскопараллельное движение. Кинетическая энергия катка $T_1 = \frac{1}{2} m_1 V_{C_1}^2 + \frac{1}{2} J_{C_1} \omega_1^2$, где V_{C_1} – скорость центра масс катка, $V_{C_1} = \frac{1}{2}\dot{x}_3$; J_{C_1} – момент инерции катка относительно оси, проходящей через центр масс

перпендикулярно плоскости движения, $J_{C_1} = \frac{m_1 r^2}{2}$; ω_1 – угловая скорость катка 1, $\omega_1 = \frac{\dot{x}_3}{2r}$.

Призма 3 совершает поступательное движение со скоростью $V_3 = \dot{x}_3$. Её кинетическая энергия $T_3 = \frac{m_3 V_3^2}{2} = \frac{m_3 \dot{x}_3^2}{2}$.

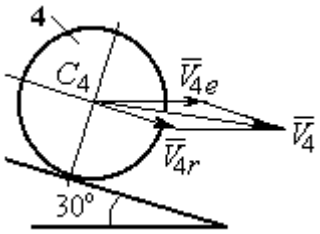


Рис. 6.37. Скорость центра масс катка 4

При расчёте кинетической энергии катка 4 по формуле $T_4 = \frac{1}{2} m_4 V_4^2 + \frac{1}{2} J_{C_4} \omega_4^2$ необходимо учитывать, что каток 4 совершает сложное движение. Здесь относительное движение катка – его качение по наклонной поверхности призмы, переносное – поступательное перемещение вместе с призмой.

Вектор абсолютной скорости центра масс катка 4 $\vec{V}_4$ представляется в виде суммы $\vec{V}_4 = \vec{V}_{4e} + \vec{V}_{4r}$ (рис. 6.37), где $\vec{V}_{4e}$ – вектор переносной скорости катка, равный по модулю скорости призмы: $V_{4e} = \dot{x}_3$; $\vec{V}_{4r}$ – вектор относительной скорости центра масс катка, равный по величине $V_{4r} = \dot{x}_4$. Модуль абсолютной скорости центра масс катка 4 (по теореме косинусов):

$$V_4^2 = V_{4e}^2 + V_{4r}^2 - 2V_{4e}V_{4r}\cos 150^\circ = \dot{x}_3^2 + \dot{x}_4^2 + 2\dot{x}_3\dot{x}_4\cos 30^\circ .$$

Поскольку переносное движение катка 4 поступательное, угловая скорость катка ω_4 равна его угловой скорости в относительном движении $\omega_4 = \frac{V_{4r}}{r} = \frac{\dot{x}_4}{r}$.

В результате выражение кинетической энергии системы, в обобщённых скоростях имеет вид:

$$T = \frac{1}{2} m_1 V_{C_1}^2 + \frac{1}{2} J_{C_1} \omega_1^2 + \frac{1}{2} m_3 V_3^2 + \frac{1}{2} m_4 V_4^2 + \frac{1}{2} J_{C_4} \omega_4^2 =$$

$$= \frac{P}{2g}\left(\frac{27}{8}\dot{x}_3^2 + \frac{3}{2}\dot{x}_4^2 + \dot{x}_3\dot{x}_4\sqrt{3}\right).$$

Дадим системе возможное перемещение по координате x_3, оставляя координату x_4 без изменения: $\delta x_3 > 0, \delta x_4 = 0$. При таком движении системы каток 4 не скатывается по призме, а движется поступательно вместе с ней. В этом случае работа сил тяжести катков 1, 4 и призмы равна нулю, так как нет вертикального перемещения точек приложения этих сил. Работу на этом перемещении будет производить только сила $\vec{F}$ и пара сил с моментом M, приложенная к катку 1. Суммарная элементарная работа

$$\delta A = -F\delta x_3 + M\delta\varphi_1 = \left(-F + \frac{M}{2r}\right)\delta x_3 .$$

Здесь учтено, что элементарный угол поворота катка 1 связан с перемещением призмы соотношением: $\delta\varphi_1 = \frac{\delta x_3}{2r}$. Отсюда обобщённая сила, соответствующая координате x_3: $Q_{x_3} = -F + \frac{M}{2r} = \frac{1}{2}P$.

Дадим системе другое независимое перемещение – по координате x_4, оставляя координату x_3 без изменения: $\delta x_4 > 0, \delta x_3 = 0$. При этом возможном перемещении вся система стоит, кроме катка 4, который скатывается по наклонной поверхности призмы. При таком движении системы работу совершает только сила тяжести катка 4. Выражая элементарную работу $\delta A = P_4\delta x_4\cos 60^\circ = \frac{1}{2}P\delta x_4$, найдём обобщённую силу, соответствующую координате x_4: $Q_{x_4} = \frac{1}{2}P$.

Составим уравнения Лагранжа. С этой целью вычислим необходимые производные кинетической энергии

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3}\right) = \frac{27P}{8g}\ddot{x}_3 + \frac{P\sqrt{3}}{2g}\ddot{x}_4;\ \ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_4}\right) = \frac{3P}{2g}\ddot{x}_4 + \frac{P\sqrt{3}}{2g}\ddot{x}_3;\ \ \frac{\partial T}{\partial x_3} = 0,\ \frac{\partial T}{\partial x_4} = 0.$$

Подставляя результаты расчётов в общий вид уравнений Лагранжа, получим систему дифференциальных уравнений:

$$\frac{27P}{8g}\ddot{x}_3 + \frac{P\sqrt{3}}{2g}\ddot{x}_4 = \frac{1}{2}P, \quad \frac{3P}{2g}\ddot{x}_4 + \frac{P\sqrt{3}}{2g}\ddot{x}_3 = \frac{1}{2}P$$

или

$$6{,}75\ddot{x}_3 + 1{,}73\ddot{x}_4 = g\,; \quad 3\ddot{x}_4 + 1{,}73\ddot{x}_3 = g\,.$$

Решаем данную систему как алгебраическую относительно ускорений $\ddot{x}_3$, $\ddot{x}_4$. Получим: $\ddot{x}_3 = 0{,}07g,\ \ddot{x}_4 = 0{,}29g$.

Интегрируя дважды эти уравнения с нулевыми начальными условиями, получим закон движения призмы ($x_3 = 0{,}035gt^2$) и центра масс катка 4 относительно призмы ($x_4 = 0{,}145gt^2$). Движение призмы и катка 4 относительно призмы происходит в положительном направлении осей.

Задача 74. Механическая система состоит из трёх тел – груза 1, катка 2 и блока 3 (рис. 6.38). Невесомый стержень, соединяющий каток 2 с блоком 3, параллелен горизонтальной плоскости качения катка 2. К центру катка 2 прикреплена горизонтальная пружина, другой конец которой соединён с грузом 1. Коэффициент жесткости пружины *c*. Груз 1 весом P_1 движется без трения по горизонтальной поверхности. Каток 2 весом P_2 катится по горизонтальной поверхности без скольжения. Радиус катка 2 равен *r*. Блок 3 считать однородным диском весом P_3 радиуса *R*. К блоку 3 приложена пара сил с моментом *M*. Движение катка 2 блоку 3 передаётся горизонтальным невесомым стержнем. Скольжение между стержнем и дисками отсутствует. В начальный момент система находилась в покое. При этом груз 1 находился в положении, при котором

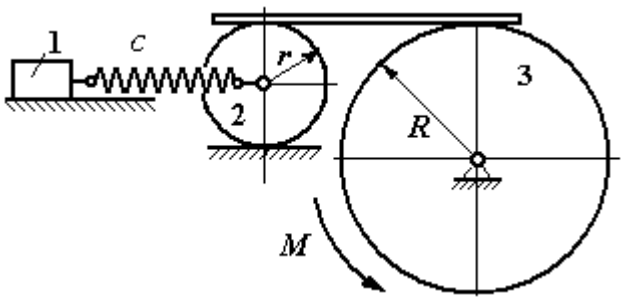


Рис. 6.38. Колебания механической системы с двумя степенями свободы

пружина была растянута относительно своего недеформированного состояния на величину Δl_0.

Найти закон абсолютного движения груза 1, если известно P_1 = 10 Н, P_2 = 20 Н, P_3 = 30 Н, M = 5 Н·м, R = 24 см, c = 207 Н/м, Δl_0 = 5 см.

Решение

Рассматриваемая механическая система имеет две степени свободы. В качестве обобщенных координат выберем удлинение пружины x_1 относительно недеформированного состояния и угол φ_3 поворота блока 3 (рис. 6.39). При этом x_1 является относительной координатой движения груза, а φ_3 – абсолютной координатой вращения блока 3.

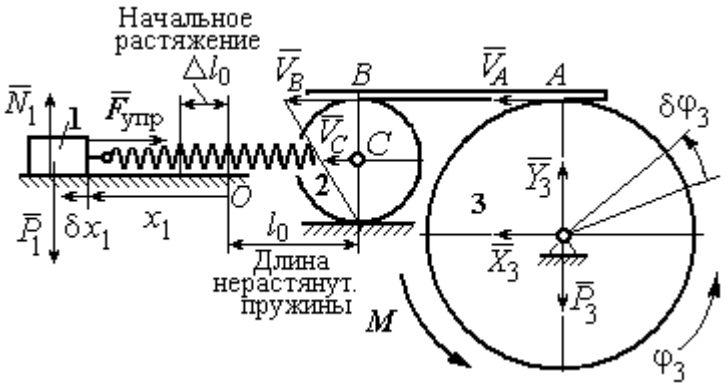


Рис. 6.39. Расчётная схема колебаний механической системы

Рассмотрим сложное движение груза 1. Относительное движение груза – это его движение на пружине в предположении, что точка крепления пружины неподвижна. Относительная скорость $V_{1r} = \dot{x}_1$. Переносное движение – это перемещение груза вместе с фиксированной длиной пружины (иначе, заменяя пружину жестким стержнем). Переносная скорость груза 1 $V_{1e} = V_C$, где V_C – скорость центра масс катка 2.

На рис. 6.39 показано распределение скоростей точек катка 2, откуда следует: $V_C = \frac{1}{2} V_B$. Имеем: $V_B = V_A = \omega_3 R = \dot{\varphi}_3 R$ и $V_C = \frac{1}{2}\dot{\varphi}_3 R$.

Для того чтобы найти модуль абсолютной скорости груза 1, спроектируем векторное равенство теоремы сложения скоростей $\vec{V}_1 = \vec{V}_{1r} + \vec{V}_{1e}$ на горизон-

тальную ось. Полагая, что движение системы происходит в положительном направлении отсчета обобщённых координат, получим: $V_1 = \dot{x}_1 + \frac{1}{2}\dot{\varphi}_3 R$.

Уравнения Лагранжа II рода, описывающие движение системы:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1}\right) - \frac{\partial T}{\partial x_1} = Q_x, \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_3}\right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_3} = Q_\varphi,$$

где T – кинетическая энергия системы; Q_x, Q_φ – обобщенные силы, соответствующие обобщенным координатам x_1 и φ_3.

Вычислим кинетическую энергию системы и выразим её через обобщённые скорости.

Кинетическая энергия поступательного движения груза 1 определяется выражением $T_1 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2$, где V_1 следует рассматривать как абсолютную скорость груза. Тогда $T_1 = \frac{1}{2} m_1 \left(\dot{x}_1 + \frac{1}{2}\dot{\varphi}_3 R\right)^2$. Каток 2 совершает плоскопараллельное движение. Кинетическая энергия катка $T_2 = \frac{3}{4} m_2 V_C^2$, причём $V_C = \frac{1}{2}\dot{\varphi}_3 R$. Тогда $T_2 = \frac{3}{16} m_2 \dot{\varphi}_3^2 R^2$. Кинетическая энергия вращающегося блока 3: $T_3 = \frac{1}{2} J_{3z} \omega_3^2$, где J_{3z} – осевой момент инерции блока 3, $J_{3z} = \frac{m_3 R^2}{2}$. Окончательно $T_3 = \frac{1}{4} m_3 \dot{\varphi}_3^2 R^2$.

Кинетическая энергия системы имеет вид:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1 + \frac{1}{2}\dot{\varphi}_3 R)^2 + \frac{3}{16} m_2 \dot{\varphi}_3^2 R^2 + \frac{m_3 R^2}{4} \dot{\varphi}_3^2 =$$

$$= \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1 \dot{\varphi}_3 R + \left(\frac{1}{8} m_1 + \frac{3}{16} m_2 + \frac{1}{4} m_3\right) \dot{\varphi}_3^2 R^2.$$

Дадим системе возможное перемещение, при котором изменяется координата груза x_1 ($\delta x_1 > 0$), а другая координата – угол поворота блока 3 φ_3 остаётся постоянной ($\delta\varphi_3 = 0$). В этом случае груз 1 движется горизонтально, блок 3 и каток 2 – неподвижны. При таком движении работу будет производить только упругая сила пружины.

Модуль силы упругости пружины пропорционален её растяжению и в произвольном положении груза равен: $F_{\text{упр}} = c\Delta\ell = cx_1$. Направление силы упругости противоположно растяжению (см. рис. 6.39).

Сумма элементарных работ сил на заданном перемещении системы δx_1: $\delta A = -F_{\text{упр}}\delta x_1 = -cx_1\delta x_1$. Отсюда обобщенная сила Q_x, соответствующая координате x_1: $Q_x = -cx_1 = -207x_1$ Н.

Дадим системе другое возможное перемещение, при котором пружина не растягивается: $\delta x_1 = 0$, а блок 3 повернулся на угол $\delta\varphi_3$: $\delta\varphi_3 > 0$. В этом случае пружина рассматривается как жёсткий стержень, связывающий груз 1 с центром масс катка 2. В результате при повороте блока 3 груз 1 и точка *C* движутся одинаково в горизонтальном направлении. На этом перемещении системы работу совершает только пара сил с моментом *M*, приложенная к блоку 3. Имеем $\delta A = M\delta\varphi_3$, и, следовательно, обобщённая сила $Q_\varphi = M = 5$ Н·м.

Составим уравнения Лагранжа, для чего вычислим производные от кинетической энергии по обобщенным скоростям и координатам:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} = m_1\dot{x}_1 + \frac{1}{2}m_1R\dot{\varphi}_3;\quad \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_3} = \frac{1}{2}m_1R\dot{x}_1 + \left(\frac{1}{4}m_1 + \frac{3}{8}m_2 + \frac{1}{2}m_3\right)\dot{\varphi}_3R^2;$$

$$\frac{\partial T}{\partial x_1} = 0,\quad \frac{\partial T}{\partial \varphi_3} = 0.$$

Полные производные по времени:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1}\right) = m_1\ddot{x}_1 + \frac{1}{2}m_1R\ddot{\varphi}_3;\quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_3}\right) = \frac{1}{2}m_1R\ddot{x}_1 + \left(\frac{1}{4}m_1 + \frac{3}{8}m_2 + \frac{1}{2}m_3\right)\ddot{\varphi}_3R^2.$$

Приравнивая полные производные обобщённым силам, получим уравнения Лагранжа окончательно в виде системы алгебраических уравнений относительно ускорений $\ddot{x}_1$ и $\ddot{\varphi}_3$:

$$1{,}02\ddot{x}_1 + 0{,}12\ddot{\varphi}_3 = -207x_1;\ \ 0{,}12\ddot{x}_1 + 0{,}15\ddot{\varphi}_3 = 5.$$

Разрешая систему относительно ускорения $\ddot{x}_1$, получим уравнение относительных колебаний груза:

$$\ddot{x}_1 + 225x_1 = -4{,}35.$$

Решение линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами представляется в виде суммы общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного: $x_1 = x_{\text{одн}} + x_{\text{частн}}$.

Общее решение однородного уравнения $x_{\text{одн}} = C_1 \sin kt + C_2 \cos kt$, где C_1, C_2 – произвольные постоянные; k – круговая частота собственных колебаний груза 1, $k = \sqrt{225} = 15$ рад/с. Частное решение неоднородного уравнения ищется в виде константы $x_{\text{част}} = b$. Подставив его в уравнение колебаний, получим: $b = -0{,}02$.

Таким образом, общее решение неоднородного уравнения

$$x_1(t) = C_1 \sin 15t + C_2 \cos 15t - 0{,}02.$$

Начальная координата x_{01} груза 1 определяется из условия, что в начальный момент времени при $t = 0$ груз находился в положении, при котором пружина была растянута относительно своего недеформированного состояния на расстояние $\Delta l_0 = 0{,}05$ м. Следовательно, $x_{01} = 0{,}05$. Подставляя значение начальной координаты в общее решение неоднородного уравнения при $t = 0$, получим: $C_2 = 0{,}07$.

Относительная скорость груза 1 в любой момент времени: $\dot{x}_1(t) = C_1 15 \cos 15t - C_2 15 \sin 15t$. По условию задачи начальная скорость груза 1

$\dot{x}_1(0) = 0$. После подстановки начального условия в выражение для скорости груза 1 получим: $C_1 = 0$.

Окончательно уравнение относительного движения груза 1:

$$x_1(t) = 0{,}07\cos 15t - 0{,}02 \text{ м}.$$

Найдём уравнение вращательного движения блока 3. Для этого в дифференциальное уравнение $0{,}12\ddot{x}_1 + 0{,}15\ddot{\varphi}_3 = 5$ подставим значение второй производной решения относительных колебаний груза 1. Получим: $\ddot{\varphi}_3 = 33{,}33 + 12{,}6\cos 15t$. Полагая $\ddot{\varphi}_3 = \dfrac{d\omega_3}{dt}$, получим дифференциальное уравнение первого порядка: $\dfrac{d\omega_3}{dt} = 33{,}33 + 12{,}6\cos 15t$, откуда найдём угловую скорость блока 3: $\omega_3 = 33{,}33t + 0{,}84\sin 15t + C_3$.

Аналогично, положив $\omega_3 = \dfrac{d\varphi_3}{dt}$, найдём закон вращательного движения блока 3: $\varphi_3 = 16{,}665t^2 - 0{,}056\cos 15t + C_3 t + C_4$.

Начальные условия движения блока: при $t = 0$, $\varphi_3(0) = 0$, $\omega_3(0) = 0$. Подставляя начальные условия в уравнения движения, получим: $C_4 = 0{,}056$, $C_3 = 0$.

Окончательно уравнение вращательного движения блока 3:

$$\varphi_3 = 16{,}665t^2 - 0{,}056\cos 15t + 0{,}056.$$

Абсолютное движение s_1 груза 1 представляется суммой относительного и переносного движений:

$$s_1 = x_1 + S_C = x_1 + \frac{1}{2}R\varphi_3 = 2t^2 - 0{,}06\cos 15t - 0{,}01.$$

Упражнения

Упражнение 6.6. Каток весом $P_1 = 2P$, радиуса r, движущийся без проскальзывания по вертикальной стене, удерживается вертикальной пружиной жесткостью $C = 4P / r$, прикреплённой одним концом к центру катка, другим – к неподвижной поверхности (рис. 6.40). К нити, намотанной на барабан катка, подвешен груз 2 весом $P_2 = P$. На груз действует сила $F = P$, к катку приложена пара сил с моментом $M = Pr$.

Найти закон движения груза 2 и максимальное растяжение пружины, если движение системы началось из состояния покоя при недеформированной пружине.

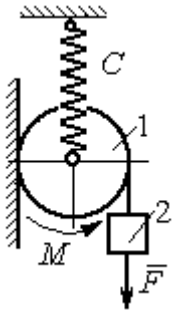


Рис. 6.40. Схема движения катка

Упражнение 6.7. Грузы 1 и 2 весом $P_1 = 20$ Н и $P_2 = 30$ Н привязаны к нерастяжимой нити. Нить переброшена через неподвижные блоки B и D и охватывает снизу подвижный блок 3 весом $P_3 = 40$ Н (рис. 6.41).

Определить ускорения грузов 1 и 2 и центра масс блока 3. Весом нити и неподвижных блоков B и D пренебречь.

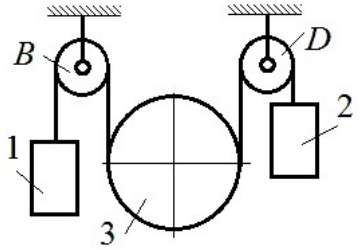


Рис. 6.41. Механическая система с двумя степенями свободы

Упражнение 6.8. Каток 1, радиуса r весом P катится по горизонтальной поверхности. К катку приложена пара сил с моментом $M = 2Pr$. Каток передаёт движение невесомой тележке (см. рис. 6.42). В кузове тележки находится каток 2 такого же радиуса r и веса P, который движется по горизонтальной поверхности кузова под действием силы $F = P$, приложенной в центре катка. Найти закон движения центра катка 2 относительно тележки, если движение системы началось из состояния покоя.

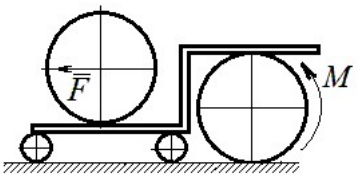


Рис. 6 42. Движение катка в кузове тележки

7. ОТВЕТЫ И КРАТКИЕ ПОЯСНЕНИЯ

7.1. Ответы к упражнениям главы 1

1.1

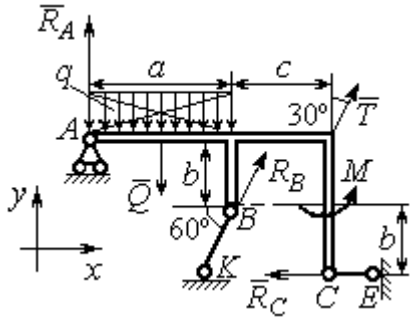


Рис. 7.1. Расчётная схема к упражнению 1.1

$T = 15$ кН, $Q = 15$ кН.

$$R_B\cos60^\circ + T\cos60^\circ - R_C = 0;$$

$$R_A - Q + R_B\cos30^\circ + T\cos30^\circ = 0;$$

$$-Q\cdot\frac{a}{2} + R_B\cos30^\circ\cdot a + R_B\cos60^\circ\cdot b + T\cos30^\circ\cdot(a+c) + M - R_C\cdot 2b = 0.$$

$R_B = -3{,}8$ кН, $R_C = 5{,}6$ кН, $R_A = 5{,}3$ кН.

1.2

$Q = 9$ кН. $T = 2$ кН.

$$X_A + T\cos30^\circ + Q\cos30^\circ = 0;$$

$$Y_A - Q\cos60^\circ + R_B - T\cos60^\circ - F = 0;$$

$$-Q\cdot\frac{c}{2} + R_B(b + c\cos60^\circ) - Fc\cos60^\circ + M - T\cos60^\circ(b + c\cos60^\circ) - T\cos30^\circ(a + c\sin60^\circ) = 0.$$

$R_B = 10{,}02$ кН, $X_A = -9{,}53$ кН, $Y_A = -0{,}52$ кН.

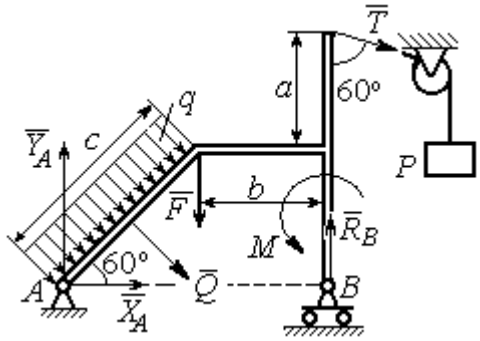


Рис. 7.2. Расчётная схема к упражнению 1.2

1.3

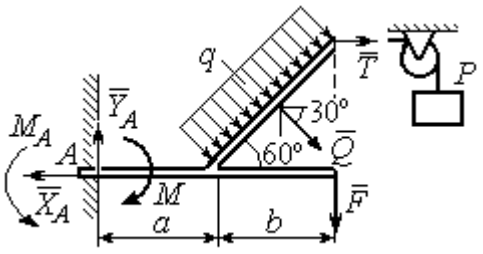


Рис. 7.3. Расчётная схема к упражнению 1.3

$Q = 8$ кН. $T = 3$ кН.

$$-X_A + T + Q\cos30^\circ = 0;$$

$$Y_A - Q\cos60° - F = 0;$$

$$-T2b\cos30° - F(a+b) + M_A - M - Q\cos60°\left(a + \frac{b}{2}\right) - Q\cos30^\circ\left(b\cos30^\circ\right) = 0.$$

$M_A = 18{,}61$ кН·м, $X_A = 9{,}93$ кН, $Y_A = 6$ кН.

1.4

$Q = 6{,}93$ кН, $T = 2$ кН.

$$-X_B - T + Q\cos 30^\circ + F\cos 60^\circ = 0;$$

$$R_A - Q\cos 60^\circ + Y_B - F\cos 30^\circ = 0;$$

$$-\frac{Qa}{2\cos 30^\circ} + Y_B\left(b + \frac{a}{2\cos 30^\circ}\right) + Ta - Fa\cos 60^\circ -$$

$$-F\cos 30^\circ\left(b + \frac{a}{2\cos 30^\circ}\right) + M = 0.$$

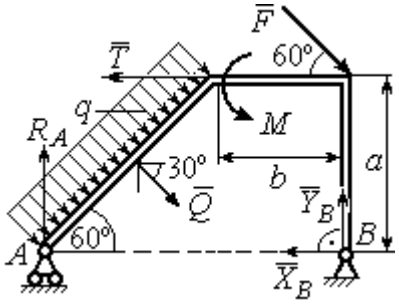


Рис.7.4. Расчётная схема к упражнению 1.4

$R_A = 0{,}72$ кН, $X_B = -5{,}5$ кН, $Y_B = 5{,}34$ кН.

1.5

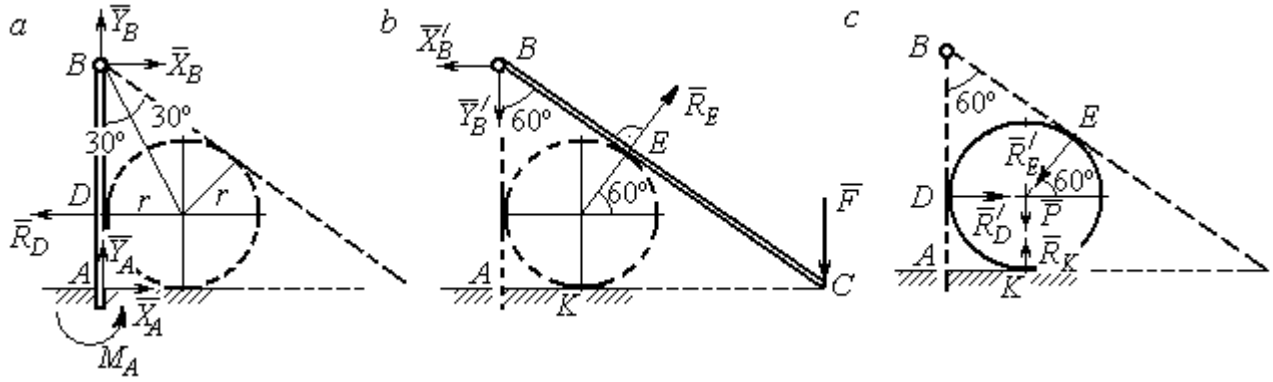


Рис. 7.5. Расчётные схемы к упражнению 1.5:
a – равновесие балки *AB*; *b* – равновесие балки *BC*; *c* – равновесие шара

$X_B = X'_B$, $Y_B = Y'_B$, $R_D = R'_D$, $R_E = R'_E$.

Балка *AB*. $AB = r + BD = r + r\operatorname{ctg}30^\circ = 2{,}73$ м.

$$X_A - R_D + X_B = 0, \quad Y_A + Y_B = 0, \quad M_A + R_D \cdot r - X_B \cdot AB = 0.$$

Балка *BC*. $BE = BD = 1{,}73$ м. $AC = BC\cos 30^\circ = 2AB\cos 30^\circ = 4{,}73$ м.

$$R_E\cos 60^\circ - X'_B = 0, \quad RE\sin 60\circ - Y'B - F = 0, \quad R_E \cdot BE - F \cdot AC = 0.$$

Шар.

$$R'_D - R'_E\cos 60^\circ = 0, \quad R_K - P - R'_E\cos 30^\circ = 0.$$

$R_E = 21{,}87$ кН, $Y_B = 10{,}94$ кН, $X_B = 10{,}94$ кН, $R_D = 10{,}94$ кН;

$R_K = 20{,}94$ кН, $X_A = 0$, $Y_A = -10{,}94$ кН, $M_A = 18{,}93$ кН·м.

1.6

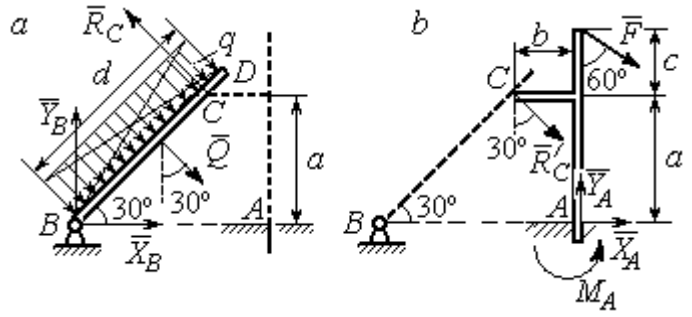


Рис. 7.6. Расчётные схемы к упражнению № 1.6:
a – равновесие балки *BD*; *b* – равновесие балки *AC*

Балка BD. $Q = 15$ кН.

$$X_B + Q\cos 60^\circ - R_C \cos 30^\circ = 0;$$

$$Y_B - Q\cos 30^\circ + R_C \cos 60^\circ = 0;$$

$$-Q\frac{d}{2} + R_C\, 2a = 0.$$

Балка AC. $R_C = R'_C$.

$$X_A + R'_C\cos 60^\circ + F\cos 30^\circ = 0,\ Y_A - R'_C\cos 30^\circ - F\cos 60^\circ = 0;$$

$$M_A - R'_C\cos 60^\circ \cdot a + R'_C\cos 30^\circ \cdot b - F\cos 30^\circ (a + c) = 0.$$

$$X_B = 0{,}61 \text{ кН},\ \ Y_B = 8{,}3 \text{ кН},\ R_C = 9{,}37 \text{ кН};$$

$$X_A = -8{,}15 \text{ кН},\ \ Y_A = 10{,}11 \text{ кН},\ \ M_A = 11{,}65 \text{ кН·м}.$$

1.7

Балка AB. $Q_1 = 6$ кН.

$T = P = 3$ кН.

$$X_A + R_B - T\cos 60^\circ + F = 0;$$

$$Y_A - Q_1 - T\cos 30^\circ = 0;$$

$$M_A - R_B(b + c)\cos 30^\circ + Q_1\frac{a}{2} +$$

$$+ T\cos 30^\circ a + T\cos 60^\circ c\cos 30^\circ -$$

$$- F\left[c + (b + c)\cos 30^\circ\right] = 0.$$

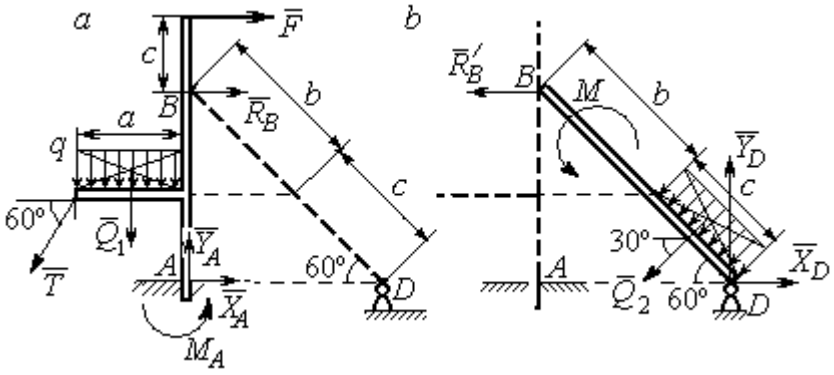


Рис. 7.7. Расчётные схемы к упражнению 1.7:
a – равновесие балки *AB*; *b* – равновесие балки *BD*

Балка DB. $Q_2 = 3$ кН. $R'_B = R_B$.

$$X_D - R'_B - Q_2\cos 30^\circ = 0,\ \ Y_D - Q_2\cos 60^\circ = 0,\ M + R'_B(b + c)\cos 30^\circ + Q_2\frac{c}{2} = 0.$$

$$X_A = -1{,}49 \text{ кН},\ Y_A = 8{,}6 \text{ кН},\ M_A = 8{,}86 \text{ кН},\ R_B = -1{,}01 \text{ кН};$$

$$X_D = 1{,}59 \text{ кН},\ \ Y_D = 1{,}5 \text{ кН}.$$

1.8

Шар.

$$R_B\cos60^\circ - R_D\cos60^\circ = 0;$$

$$R_B\cos30^\circ + R_D\cos30^\circ - P = 0.$$

Балка AC. $R'_B = R_B$.

$$X_A - R'_B\cos60^\circ = 0;$$

$$Y_A - R'_B\cos30^\circ + F = 0;$$

$$M_A - R'_B AB + F \cdot AC\cos30^\circ = 0.$$

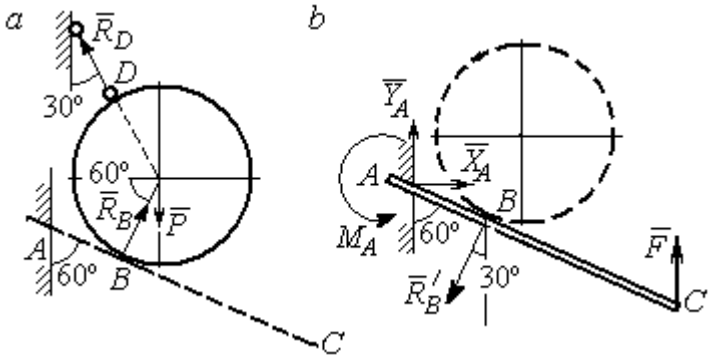


Рис. 7.8. Расчётные схемы к упражнению 1.8:
a – равновесие шара; *b* – равновесие балки *AC*

$X_A = 2{,}89$ кН, $Y_A = 0$ кН, $M_A = -11{,}55$ кН·м, $R_B = 5{,}77$ кН, $R_D = 5{,}77$ кН.

1.9

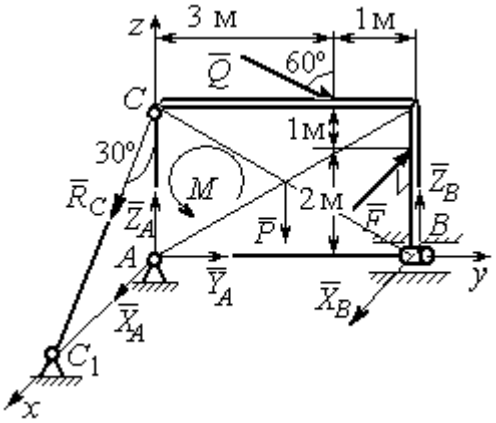


Рис. 7.9. Расчётная схема
к упражнению 1.9

$$X_A + R_C\cos60^\circ + X_B - F = 0;$$

$$Y_A + Q\cos30^\circ = 0;$$

$$Z_A - R_C\cos30^\circ - Q\cos60^\circ + Z_B - P = 0;$$

$$M - Q\cos60^\circ \cdot 3 - Q\cos30^\circ \cdot 3 + Z_B \cdot 4 - P \cdot 2 = 0;$$

$$R_C\cos60^\circ \cdot 3 - F \cdot 2 = 0,\ -X_B \cdot 4 + F \cdot 4 = 0.$$

$X_A = 5{,}34$ кН, $Y_A = 2{,}6$ кН;

$Z_A = 8{,}92$ кН, $R_C = 10{,}67$ кН;

$X_B = 8$ кН, $Z_B = 3{,}82$ кН.

1.10

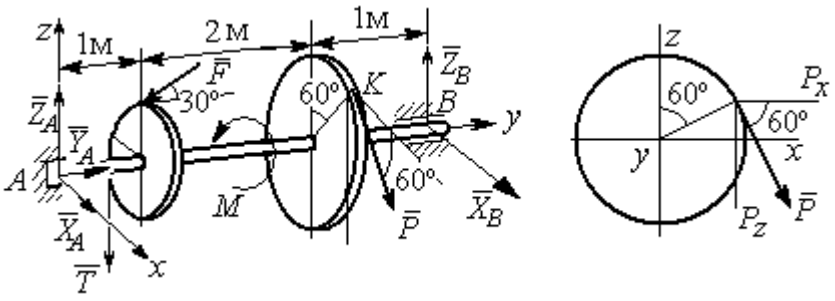


Рис. 7.10. Расчётные схемы к упражнению 1.10

$T = Q = 3$ кН.

$$X_A + P\cos 60^\circ + X_B = 0,\ \ Y_A - F\cos 30^\circ = 0;$$

$$Z_A - F\cos 60^\circ - P\cos 30^\circ - T + Z_B = 0.$$

$$-T\cdot 1 - F\cos 60^\circ \cdot 1 + F\cos 30^\circ \cdot r - P\cos 30^\circ \cdot 3 + Z_B \cdot 4 = 0;$$

$$-Tr + PR - M = 0,\ \ -P\cos 60^\circ \cdot 3 + X_B \cdot 4 = 0.$$

$X_A = 5{,}6$ кН, $Y_A = 3{,}46$ кН, $Z_A = 5{,}48$ кН, $P = 6{,}4$ кН, $X_B = 2{,}4$ кН, $Z_B = 5{,}06$ кН.

1.11

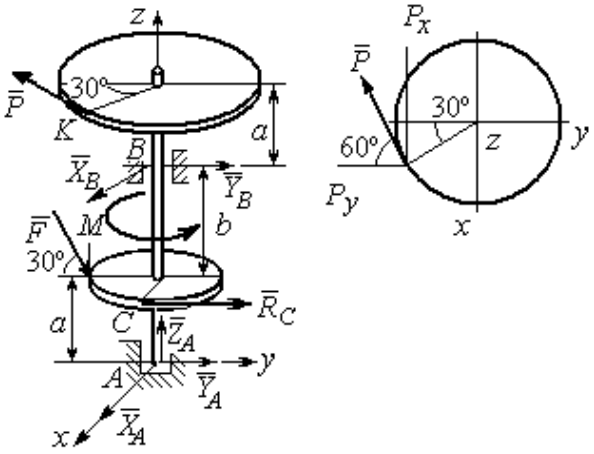


Рис. 7.11. Расчётные схемы к упражнению 1.11

$R_C = Q = 3$ кН.

$$X_A + X_B - P\cos 30^\circ = 0;$$

$$Y_A + Y_B - P\cos 60^\circ + R_C + F\cos 30^\circ = 0;$$

$$Z_A - F\cos 60^\circ = 0;$$

$$-Y_B(a+b) + P\cos 60^\circ(2a+b) - R_C a - -$$

$$F\cos 30^\circ \cdot a + F\cos 60^\circ \cdot r = 0;$$

$$X_B(a+b) - P\cos 30^\circ(2a+b) = 0;$$

$$-PR + R_C r + M = 0.$$

$X_A = -1{,}85$ кН, $Y_A = -5{,}64$ кН, $Z_A = 2$ кН, $P = 6{,}4$ кН, $X_B = 7{,}39$ кН, $Y_B = 2{,}38$кН.

1.12

$$T = Q = 3 \text{ кН}.$$

$$X_A + T + X_D = 0;\ Y_A - F + P\cos 60^\circ = 0,$$

$$Z_A + Z_D + P\cos 30^\circ = 0;$$

$$Fa\sin 30^\circ + Z_D(b+2a) + P(2b+2a)\cos 30^\circ = 0;$$

$$Ta\sin 30^\circ - Pa\cos 30^\circ + M = 0;$$

$$-Ta - X_D(b+2a) + Pa\cos 60^\circ + Fa\cos 30^\circ = 0.$$

$$X_A = 0{,}8 \text{ кН},\quad Y_A = 2{,}56 \text{ кН},\ \ Z_A = 1{,}3 \text{ кН};$$

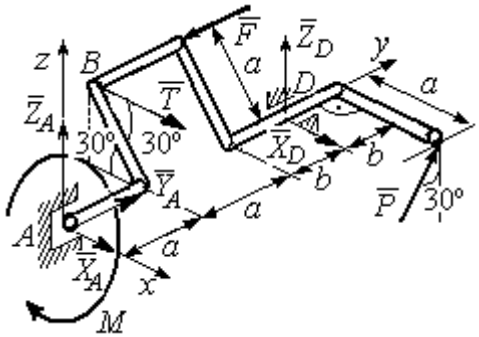


Рис. 7.12. Расчётная схема к упражнению 1.12

$$P = 2{,}89 \text{ кН},\ X_D = 0{,}76 \text{ кН},\ Z_D = -3{,}80 \text{ кН}.$$

1.13

Минимальный вес груза P:

$$T_{\min} + F_{\text{тр}\,A} - N_B = 0;$$

$$F_{\text{тр}\,B} + N_A - Q = 0;$$

$$F_{\text{тр}\,B} \cdot AB\sin 30° + N_B \cdot AB\cos 30° - Q \cdot AC\sin 30° = 0$$

Максимальный вес груза P:

$$T_{\max} - F_{\text{тр}\,A} - N_B = 0;$$

$$-F_{\text{тр}\,B} + N_A - Q = 0;$$

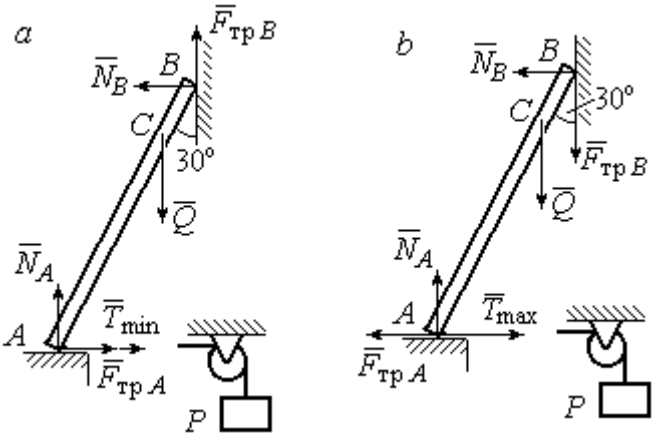


Рис. 7.13. Расчётные схемы к упражнению 1.13:
a – расчёт минимального веса груза;
b – расчёт максимального веса груза

$$-F_{\text{тр}\,B} \cdot AB\sin 30° + N_B \cdot AB\cos 30° - Q \cdot AC\sin 30° = 0;$$

$$F_{\text{тр}\,A} = f N_A,\ \ F_{\text{тр}\,B} = f N_B.$$

$$T_{\min} = 31.77 \text{ Н} < P < T_{\max} = 130{,}51 \text{ Н}.$$

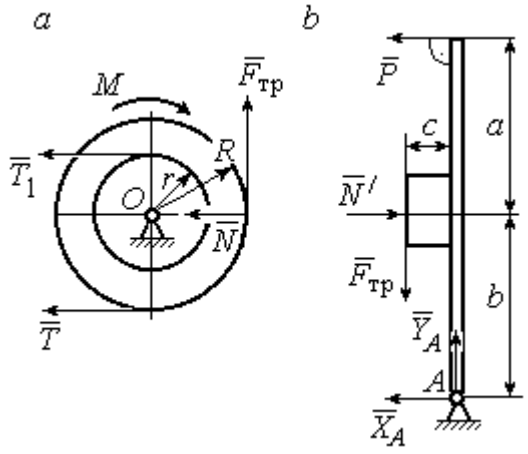


Рис. 7.14. Расчётные схемы
к упражнению 1.14:
a – равновесие шкива; *b* – равновесие рычага

1.14

Шкив. $T = T_1 = Q$.

$$T \cdot R - T_1 r + M - F_{\text{тр}} R = 0.$$

$$F_{\text{тр}} = 266{,}67 \text{ Н};$$

$$N = \frac{F_{\text{тр}}}{f} = 666{,}67 \text{ Н}.$$

Рычаг. $N = N'$. $F_{\text{тр}} = F'_{\text{тр}}$.

$$P(a+b) - N' \cdot b + F'_{\text{тр}} c = 0.$$

$$P = 320 \text{ Н}.$$

$$-X_A - P + N' = 0;$$

$$Y_A - F'_{\text{тр}} = 0.$$

$$X_A = 346{,}67 \text{ Н},\ Y_A = 266{,}67 \text{ Н}.$$

7.2. Ответы к упражнениям главы 2

2.1

$$\omega_{1z} = \dot{\varphi}_1 = 3 + \pi\cos\frac{\pi t}{2},\ \omega_1(1) = |\omega_{1z}(1)| = 3 \text{ рад/с}.$$

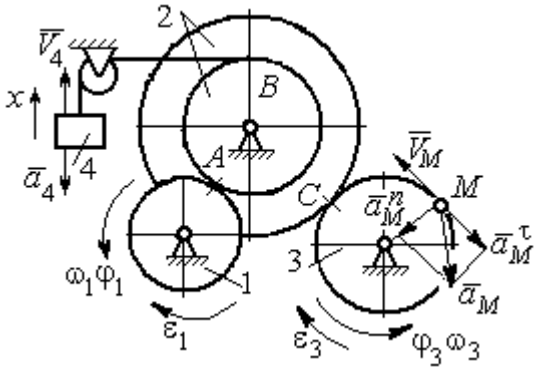


Рис. 7.15. Расчётная схема к упражнению 2.1

$$\omega_{3z} = \omega_{1z}\frac{R_1}{r_2}\frac{R_2}{R_3} = \left(3 + \pi\cos\frac{\pi t}{2}\right)\frac{4}{3};$$

$$\omega_3(1) = |\omega_{3z}(1)| = 4 \text{ рад/с}.$$

$$V_M(1) = \omega_3(1)R_3 = 40 \text{ см/с}.$$

$$\varepsilon_{3z} = \dot{\omega}_{3z} = -\frac{2\pi^2}{3}\sin\frac{\pi t}{2},\quad \varepsilon_{3z}(1) = -\frac{2\pi^2}{3};$$

$$\varepsilon_3(1) = |\varepsilon_{3z}(1)| = \frac{2\pi^2}{3} = 6{,}58 \text{ рад/с}^2.$$

$$\bar{a}_M = \bar{a}_M^n + \bar{a}_M^\tau,\ a_M^n(1) = \omega_3^2(1)R_3 = 160 \text{ см/с}^2,\ a_M^\tau(1) = \varepsilon_3(1)R_3 = 65{,}8 \text{ см/с}^2.$$

$$a_M(1) = 173 \text{ см/с}^2.$$

$$V_{4x} = V_A = \omega_{1z}R_1 = \left(3 + \pi\cos\frac{\pi t}{2}\right)8;\ V_4(1) = |V_{4x}(1)| = 24 \text{ см/с}.$$

$$\dot{V}_{4x} = -4\pi^2\sin\frac{\pi t}{2},\ \dot{V}_{4x}(1) = -4\pi^2;\ a_4(1) = |\dot{V}_{4x}(1)| = 39{,}48 \text{ см/с}^2.$$

2.2

$$V_{4x} = \dot{x}_4 = 1 - \frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi t}{3} - \frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi t}{3};$$

$$V_{4x}(3) = 2{,}05 \text{ м/с},\ V_4 = |V_{4x}(3)|$$

$$\omega_{3z} = \frac{V_{4x}}{r_3} = \frac{1}{r_3}\left(1 - \frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi t}{3} - \frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi t}{3}\right);$$

$$\omega_{3z}(3) = 6{,}83 \text{ рад/с};\ \omega_3 = |\omega_{3z}(3)|.$$

$$\varepsilon_{3z} = \dot{\omega}_{3z} = \frac{1}{r_3}\left(\frac{\pi^2}{9}\sin\frac{\pi t}{3} - \frac{\pi^2}{9}\cos\frac{\pi t}{3}\right).$$

$$\varepsilon_{3z}(3) = 3{,}65 \text{ рад/с}^2;\ \varepsilon_3 = |\varepsilon_{3z}(3)|.$$

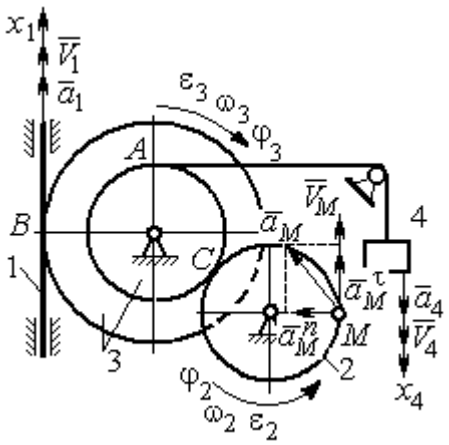


Рис. 7.16. Расчётная схема к упражнению 2.2

$$\frac{\omega_3}{\omega_2}=\frac{R_2}{r_3};\ \ \omega_2=\omega_3\frac{r_3}{R_2}=10{,}25\ \text{рад/с};\ V_M=\omega_2 R_2=2{,}05\ \text{м/с}.$$

$$\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2}=\frac{R_2}{r_3};\ \ \varepsilon_2=\varepsilon_3\frac{r_3}{R_2}=5{,}47\ \text{рад/с}^2.$$

$$a_M^n=\omega_2^2 R_2=20{,}4\ \text{м/с}^2;\ \ a_M^\tau=\varepsilon_2 R_2=1{,}09\ \text{м/с}^2.$$

$$a_M=\sqrt{\left(a_M^n\right)^2+\left(a_M^\tau\right)^2}=20{,}43\ \text{м/с}^2.$$

$$V_1=\omega_3 R_3=2{,}73\ \text{м/с};\ a_1=\dot V_1=\dot\omega_3 R_3=\varepsilon_3 R_3=2{,}19\ \text{м/с}^2.$$

2.3

$$BP_2=BC\cos30^\circ=4{,}33\ \text{см};\ CP_2=2{,}5\ \text{см}.$$

$$\omega_{BC}=\frac{V_B}{BP_2}=1{,}15\ \text{рад/с};\ \ V_C=\omega_{BC}CP_2=2{,}87\ \text{см/с};$$

$$\omega_1=\frac{V_C}{CP_1}=0{,}72\ \text{рад/с};\ EP_1=2R_1\cos30^\circ=3{,}46\ \text{см};$$

$$V_E=\omega_1 EP_1=2{,}49\ \text{см/с};\ EP_3=2AE\cos30^\circ=10{,}39\ \text{см};$$

$$\omega_{AE}=\frac{V_E}{EP_3}=0{,}24\ \text{рад/с};\ EA=AP_3;$$

$$V_A=\omega_{AE}AP_3=1{,}44\ \text{см/с},\ \ \omega_{AO}=\frac{V_A}{AO}=0{,}24\ \text{рад/с}.$$

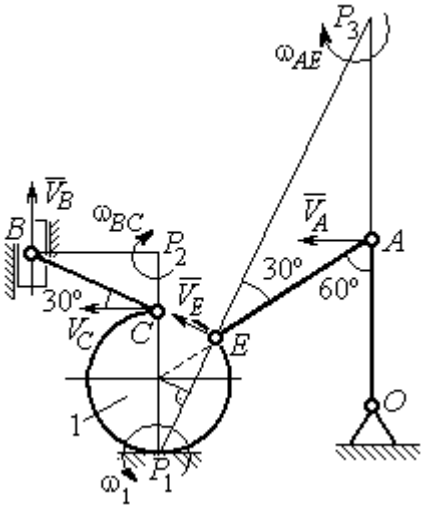


Рис. 7.17. Расчётная схема к упражнению 2.3

2.4

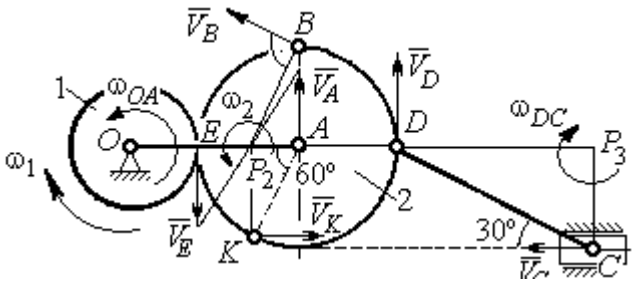


Рис. 7.18. Расчётная схема к упражнению 2.4

E – точка касания дисков.

$$V_E=\omega_1 r_1=18\ \text{см/с}.$$

$$V_A=\omega_{OA}\left(r_1+r_2\right)=18\ \text{см/с}.$$

$$EP_2=P_2A=3\ \text{см},\ \omega_2=\frac{V_E}{EP_2}=6\ \text{рад/с}.$$

$$V_K=\omega_2 P_2K=31{,}18\ \text{см/с}.$$

$$V_B=\omega_2 P_2B=40{,}25\ \text{см/с};\ V_D=\omega_2 P_2D=54\ \text{см/с}.$$

$DC = 2r_2$, $\omega_{DC} = \dfrac{V_D}{DP_3} = 5{,}197$ рад/с; $V_C \cos 30^\circ = V_D \cos 60^\circ$, $V_C = 31{,}18$ см/с.

2.5

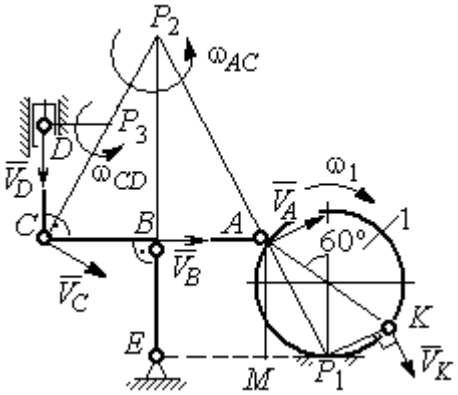


Рис. 7. 19. Расчётная схема к упражнению 2.5.

$BE = 1{,}5R_1$; $R_1 = 2{,}67$ см.

$KP_1 = R_1$; $\omega_1 = \dfrac{V_K}{KP_1} = 0{,}75$ рад/с.

$AP_1 = \dfrac{AM}{\cos 30^\circ} = 4{,}62$ см; $V_A = \omega_1 P_1 A = 3{,}46$ см/с.

$AP_2 = 2AB = 8$ см; $\omega_{AC} = \dfrac{V_A}{AP_2} = 0{,}43$ рад/с.

$V_B \cos 0^\circ = V_A \cos 30^\circ$; $V_B = 2{,}99$ см/с.

$\omega_{BE} = \dfrac{V_B}{BE} = 0{,}75$ рад/с; $V_C = V_A = 3{,}46$ см/с; $CP_3 = \dfrac{DC}{\cos 30^\circ} = 4{,}62$ см;

$\omega_{CD} = \dfrac{V_C}{CP_3} = 0{,}75$ рад/с; $V_D \cos 0^\circ = V_C \cos 60^\circ$; $V_D = 1{,}73$ см/с.

2.6

$V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 12$ см/с; $\omega_{AD} = 0$, $V_D = V_A$.

$\omega_{O_1C} = \dfrac{V_D}{DO_1} = 3$ рад/с;

$V_C = \omega_{O_1C} \cdot O_1C = 48$ см/с.

$CB = CP = 16$ см; $\omega_{CB} = \omega_{CL} = \dfrac{V_C}{CP} = 3$ рад/с.

$PL = \dfrac{CP}{\cos 30^\circ} = 18{,}48$ см; $PB = 2BC \cos 30^\circ$.

$V_L = \omega_{CL} \cdot PL = 55{,}44$ см/с;

$V_B = \omega_{CB} \cdot PB = 83{,}13$ см/с.

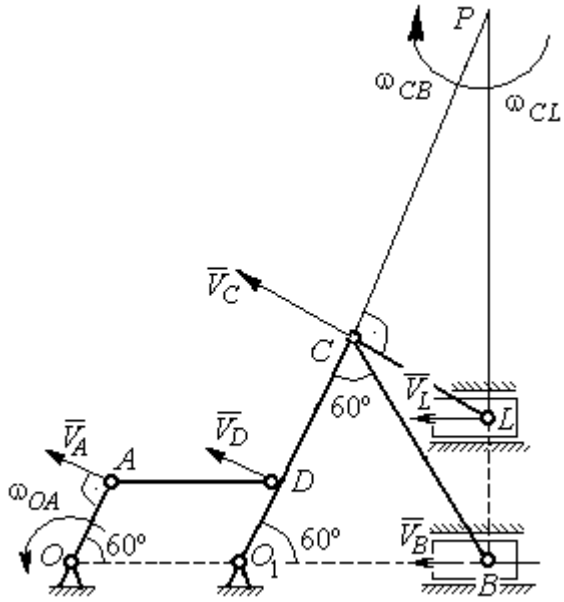


Рис. 7.20. Расчётная схема к упражнению 2.6.

2.7

$V_D = \omega_1 R_1 = 30$ см/с; $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 15$ см/с.

$$\omega_2 = \frac{V_A}{AP_2} = 3 \text{ рад/с}.$$

$$V_B = \omega_2 \cdot P_2 B = 21{,}21 \text{ см/с}.$$

$V_C \cos 0^\circ = V_B \cos 45^\circ$; $V_C = 15$ см/с.

$CP_3 = CB$; $\omega_{BC} = \dfrac{V_C}{CP_3} = 1{,}87$ рад/с.

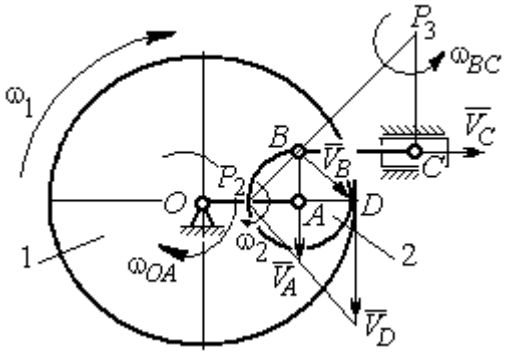


Рис. 7.21. Расчётная схема к упражнению 2.7

2.8

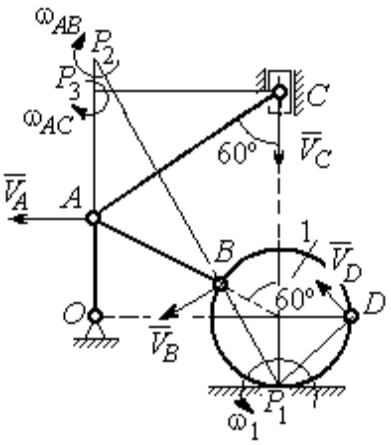


Рис. 7.22. Расчётная схема к упражнению 2.8

$AC = AB + R_1 = 12$ см; $CP_3 = AC \cos 30^\circ = 10{,}39$ см.

$\omega_{AC} = \dfrac{V_C}{CP_3} = 0{,}48$ рад/с; $V_A = \omega_{AC} \cdot AP_3 = 2{,}89$ см/с.

$$AB = AP_2; \quad \omega_{AB} = \frac{V_A}{AP_2} = 0{,}29 \text{ рад/с}.$$

$$BP_2 = 2AB \cos 30^\circ = 17{,}32 \text{ см}.$$

$$V_B = \omega_{AB} BP_2 = 5{,}02 \text{ см/с}.$$

$OA = (AB + R_1)\sin 30° = 6$ см; $\omega_{OA} = \dfrac{V_A}{AO} = 0{,}48$ рад/с.

$BP_1 = 2R_1 \cos 30^\circ = 3{,}46$ см; $\omega_1 = \dfrac{V_B}{BP_1} = 1{,}45$ рад/с.

$DP_1 = R_1\sqrt{2} = 2{,}82$ см; $V_D = \omega_1 DP_1 = 4{,}09$ см/с.

2.9

$V_A = \omega_{OA} OA = 12$ см/с; $AP = 2AB = 2BC \cdot \text{tg}60^\circ = 27{,}71$ см.

$\omega_{AB} = \dfrac{V_A}{AP} = 0{,}43$ рад/с; $V_B \cos 0^\circ = V_A \cos 30^\circ$; $V_B = 10{,}38$ см/с.

$$\omega_{BC} = \frac{V_B}{BC} = 1{,}29 \text{ рад/с}.$$

$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}^n_{BA} + \bar{a}^\tau_{BA}$; $\bar{a}_B = \bar{a}_C + \bar{a}^n_{BC} + \bar{a}^\tau_{BC}$, $a_C = 0$.

$$\bar{a}_A = \bar{a}_O + \bar{a}^n_{AO} + \bar{a}^\tau_{AO},\ a_O = 0.$$

$$\bar{a}^n_{BC} + \bar{a}^\tau_{BC} = \bar{a}^n_{AO} + \bar{a}^\tau_{AO} + \bar{a}^n_{BA} + \bar{a}^\tau_{BA}.$$ Найти a^τ_{BC}

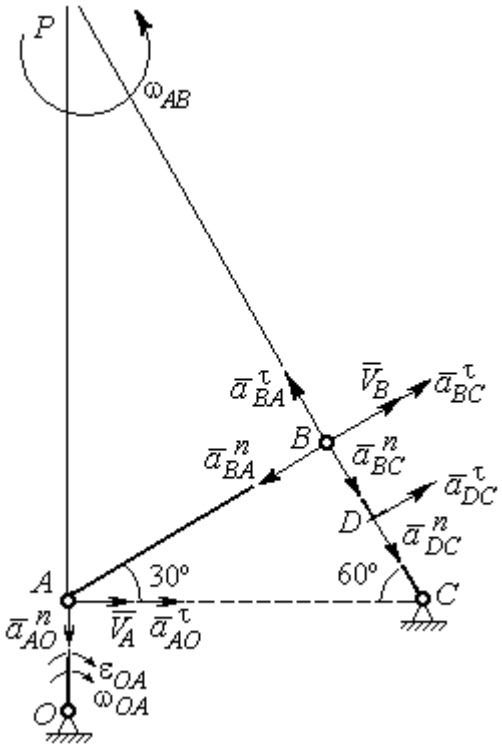


Рис. 7.23. Расчётная схема к упражнению 2.9

$$a^n_{AO} = \omega^2_{AO} \cdot AO = 36 \text{ см/с}^2;$$

$$a^\tau_{AO} = \varepsilon_{AO} \cdot AO = 8 \text{ см/с}^2;$$

$$AB = BC \cdot \text{tg}60^\circ = 13{,}86 \text{ см}.$$

$$a^n_{BA} = \omega^2_{AB} \cdot AB = 2{,}56 \text{ см/с}^2;\ \ a^\tau_{AB} = \varepsilon_{AB} AB.$$

$$a^n_{BC} = \omega^2_{BC} \cdot BC = 13{,}31 \text{ см/с}^2;\ \ a^\tau_{BC} = \varepsilon_{BC} BC.$$

Проекция на AB:

$$a^\tau_{BC} = -a^n_{AO}\cos 60^\circ +$$

$$+ a^\tau_{AO}\cos 30^\circ - a^n_{BA} = 13{,}63 \text{ см/с}^2.$$

$$\varepsilon_{BC} = \frac{\left|a^\tau_{BC}\right|}{BC} = 1{,}7 \text{ рад/с}^2.$$

$$\bar{a}_D = \bar{a}^n_{DC} + \bar{a}^\tau_{DC}.$$

$$a^n_{DC} = \omega^2_{BC} \cdot DC = 6{,}65 \text{ см/с}^2;\ \ a^\tau_{DC} = \varepsilon_{BC} \cdot DC = 6{,}8 \text{ см/с}^2.$$

$$a_D = \sqrt{\left(a^n_{DC}\right)^2 + \left(a^\tau_{DC}\right)^2} = 9{,}51 \text{ см/с}^2.$$

2.10

$$V_A = \omega_1 r_1 = 12 \text{ см/с};\ P_2 A = \frac{1}{2} BC = 5 \text{ см}.$$

$$\omega_{AB} = \frac{V_A}{P_2 A} = 2{,}4 \text{ рад/с}.$$

$$V_B \cos 30^\circ = V_A \cos 60^\circ;\ V_B = 6{,}93 \text{ см/с}.$$

$$P_3 B = BC\cos 30^\circ = 8{,}66 \text{ см};$$

$$\omega_{BC} = \frac{V_B}{P_3 B} = 0{,}8 \text{ рад/с}.$$

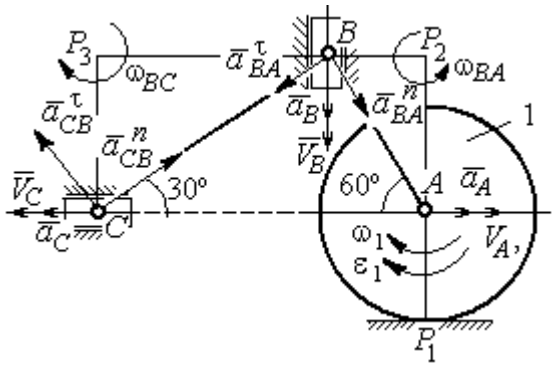


Рис. 7.24. Расчётная схема к упражнению 2.10

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}^n_{BA} + \bar{a}^\tau_{BA}.$$ Найти a_B.

Проекция на BA: $a_B\cos30° = a_A\cos60° + a^n_{BA}$.

$$a_A = a^\tau_A = \varepsilon_1 r_1 = 8 \text{ см/с}^2;\ AB = BC\operatorname{tg}30° = 5{,}77 \text{ см}.$$

$$a^n_{BA} = \omega^2_{BA}\cdot BA = 33{,}23 \text{ см/с}^2;\ \ a_B = 43{,}03 \text{ см/с}^2.$$

$$\bar a_C = \bar a_B + \bar a^n_{CB} + \bar a^\tau_{CB}.$$

Проекция на BC: $a_C\cos60° = a_B\cos60° - a^n_{CB}$,

$$a^n_{CB} = \omega^2_{CB}\cdot CB = 6{,}4 \text{ см/с}^2;\ \ a_C = a_B - 2a^n_{CB} = 30{,}23 \text{ см/с}^2.$$

7.3. Ответы к упражнениям главы 3

3.1

$$CM_1 = S_r(1) = \frac{40}{3}\sin\frac{\pi}{3} = 11{,}55 \text{ см}.$$

Так как $CM_1\cos30° = 10$ см $= R$, то точка M_1 лежит на вертикальном диаметре.

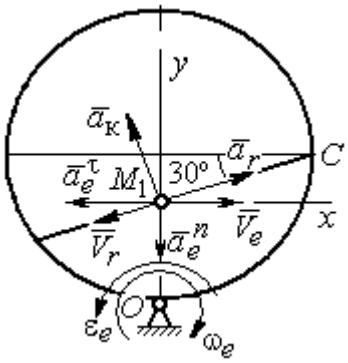


Рис. 7.25. Расчётная схема к упражнению 3.1

$$V_r = \dot S_r = \frac{40\pi}{9}\cos\frac{\pi t}{3};\ V_r(1) = 6{,}98 \text{ см/с}.$$

$$\omega_e(1) = 0{,}5 \text{ рад/с};\ OM_1 = R - \frac{1}{2}CM_1 = 4{,}23 \text{ см}.$$

$$V_e = \omega_e OM_1;\ \ V_e(1) = 2{,}12 \text{ см/с}.$$

$$\bar V_M = \bar V_e + \bar V_r.$$

$$V_{Mx} = V_e - V_r\cos30° = -3{,}93 \text{ м/с};\ V_{My} = -V_r\cos60° = -3{,}49 \text{ м/с};$$

$$V_M = \sqrt{(V_{Mx})^2 + (V_{My})^2} = 5{,}26 \text{ см/с}.$$

$$\bar a_M = \bar a_e + \bar a_r + \bar a_к.$$

$$\bar a_e = \bar a^n_e + \bar a^\tau_e,\ \ a^n_e = \omega^2_e OM_1;\ \ a^n_e(1) = 1{,}06 \text{ см/с}^2.$$

$$\dot\omega_e = -\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi t}{3},\ \ \dot\omega_e(1) = -0{,}91 \text{ рад/с}^2;\ \ \varepsilon_e = |\dot\omega_e(1)| = 0{,}91 \text{ рад/с}^2,$$

$$a^\tau_e(1) = \varepsilon_e\cdot OM_1 = 3{,}85 \text{ см/с}^2.$$

$$\dot{V}_r = -\frac{40\pi^2}{27}\sin\frac{\pi t}{3},\ \dot{V}_r(1) = -12{,}66;\ a_r = \left|\dot{V}_r(1)\right| = 12{,}66 \text{ см/с}^2$$

$$a_к = 2\left|\omega_e\right| \cdot \left|V_r\right|;\ \ a_к(1) = 6{,}98 \text{ см/с}^2.$$

$$\bar{a}_M = \bar{a}_e^n + \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_r + \bar{a}_к.$$

$$a_{Mx} = -a_e^\tau + a_r\cos 30° - a_к\cos 60° = 3{,}62 \text{ см/с}^2;$$

$$a_{My} = -a_e^n + a_r\cos 60° + a_к\cos 30° = 11{,}31 \text{ см/с}^2.$$

$$a_M = \sqrt{(a_{Mx})^2 + (a_{My})^2} = 11{,}87 \text{ см/с}^2.$$

3.2

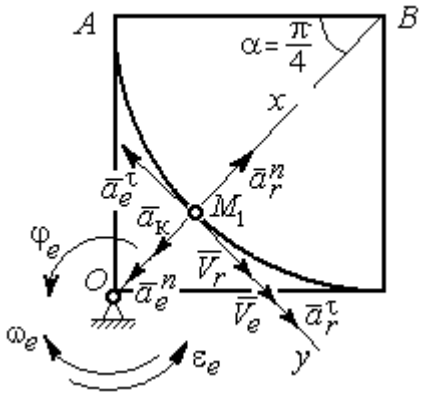


Рис. 7.26. Расчётная схема к упражнению 3.2

Положение M_1:

$$\alpha = \frac{S_r(1)}{R} = \frac{\pi}{4};\ \ OM_1 = 8{,}28 \text{ см}.$$

$$\dot{S}_r = 10\pi t;\ \ V_r = \left|\dot{S}_r(1)\right| = 31{,}42 \text{ см/с}.$$

$$\dot{\varphi}_e = 2t - 5,$$

$$\dot{\varphi}_e(1) = -3 \text{ рад/с},\ \ \omega_e = \left|\dot{\varphi}_e(1)\right| = 3 \text{ рад/с}.$$

$$V_e = \omega_e \cdot OM_1 = 24{,}6 \text{ см/с}.$$

$$\bar{V}_M = \bar{V}_e + \bar{V}_r \cdot\ V_{Mx} = V_e + V_r = 56{,}02 \text{ см/с};$$

$$V_{My} = 0;\ V_M = 56{,}02 \text{ см/с}.$$

$$\bar{a}_M = \bar{a}_e + \bar{a}_r + \bar{a}_к = \bar{a}_e^n + \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_r^n + \bar{a}_r^\tau + \bar{a}_к.$$

$$\bar{a}_e = \bar{a}_e^n + \bar{a}_e^\tau\ \cdot\ a_e^n = \omega_e^2 \cdot OM_1 = 74{,}52 \text{ см/с}^2;$$

$$\dot{\omega}_e = 2 \text{ рад/с}^2;\ \varepsilon_e = \left|\dot{\omega}_e\right|;\ \ a_e^\tau(1) = \varepsilon_e OM_1 = 16{,}56 \text{ см/с}^2;$$

$$\bar{a}_r = \bar{a}_r^n + \bar{a}_r^\tau \cdot \dot{V}_r = 10\pi;\ a_r^\tau = \left|\dot{V}_r\right| = 10\pi = 31{,}42 \text{ см/с}^2;$$

$$a_r^n(1) = \frac{V_r^2}{R} = 49{,}36 \text{ см/с}^2;\ \ a_к = 2\left|\omega_e\right| \cdot \left|V_r\right|;\ \ a_к(1) = 62{,}84 \text{ см/с}^2.$$

$$a_{Mx} = -a_e^n + a_r^n - a_к = -88 \text{ см/с}^2;\ a_{My} = -a_e^\tau + a_r^\tau = 14{,}86 \text{ см/с}^2.$$

$$a_M = \sqrt{(a_{Mx})^2 + (a_{My})^2} = 89{,}24 \text{ см/с}^2.$$

7.4. Ответы к упражнениям главы 4

4.1

$$m\ddot{x} = F - P\cos 60° - F_{\text{тр}}, \quad m\ddot{y} = N - P\cos 30° = 0.$$

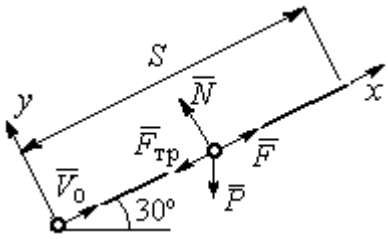


Рис. 7.27. Расчётная схема к упражнению 4.1

$$F_{\text{тр}} = fN = fmg\cos 30°;$$

$$\ddot{x} = \frac{1}{2}kt - 3{,}4, \quad \dot{x} = \frac{1}{4}kt^2 - 3{,}4t + V_0;$$

$$x = \frac{1}{12}kt^3 - 1{,}7t^2 + V_0 t.$$

Конечные условия: $t = 2$ с; $x = S = 2$ м; $V = 2V_0$.

$$V_0 = k - 6{,}8; \quad 1 = \frac{1}{3}k - 3{,}4 + V_0.$$

$$k = 8{,}4; \; V_0 = 1{,}6 \text{ м/с}.$$

4.2

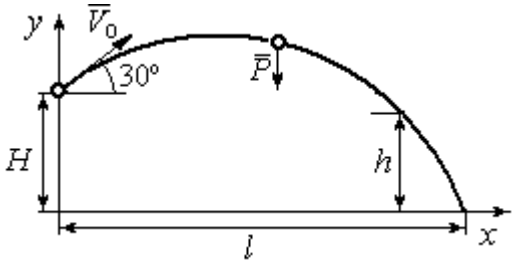


Рис. 7.28. Расчётная схема к упражнению 4.2

Уравнения движения точки:

$$m\ddot{x} = 0; \; \dot{x} = V_0\cos 30°; \; x = V_0 t\cos 30°.$$

$$m\ddot{y} = -P; \dot{y} = -gt + V_0\cos 60°;$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 t\cos 60° + H.$$

Краевое условие пролёта высоты h:

$t = 1$ с; $y = h = 7$ м.

Подставляя краевые условия в уравнение движения, находим: $V_0 = 3{,}81$ м/с.

Краевое условие падения точки:

$$t = t_{\text{пад}}; \; x = l; \; y = 0.$$

Подстановка в уравнения движения условия приводит к системе:

$$l = V_0 t_{\text{пад}}\cos 30°; \; 0 = -\frac{1}{2}gt_{\text{пад}}^2 + V_0 t_{\text{пад}}\cos 60° + H.$$

Находим: $t_{\text{пад}} = 1{,}64$ с; $l = 5{,}41$ м.

4.3

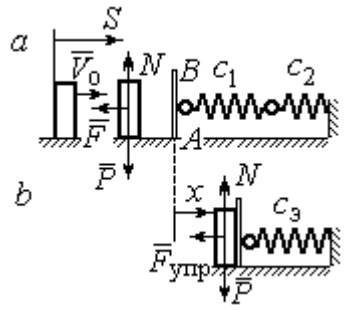


Рис. 7.29. Расчётная схема к упражнению 4.3: *a* – движение груза до начала колебаний; *b* – колебания груза

Уравнение движения груза (рис. 7.29, *a*):

$$m\ddot{S} = -F = -k\dot{S}.$$

Начальные условия: $t = 0;\ S = 0;\ \dot{S} = V_0$.

Решение: $S = \dfrac{mV_0}{k}\left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right) = 6\left(1 - e^{-t}\right)$ м.

Скорость груза: $\dot{S} = 6e^{-t}$.

Скорость груза в момент соединения с площадкой AB: $V_1 = \dot{S}(1) = 0{,}21$ м/с.

Уравнение колебаний груза на эквивалентной пружине (рис. 7.29, *b*):

$$m\ddot{x} = -F_{упр} = -c_э x;\ c_э = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} = 30 \text{ Н/м}.$$

Начальные условия движения: $t = 0;\ x = 0;\ \dot{x} = V_1$.

Общий вид решения: $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t;\ \omega = \sqrt{\dfrac{c_э}{m}} = 7{,}75$ рад/с,

где константы: $C_1 = 0;\ C_2 = \dfrac{V_1}{\omega} = 0{,}28$ м. Закон движения груза $x = 0{,}28\sin 7{,}75t$.

Максимальное сжатие 0,28 м.

4.4

Жесткость эквивалентной пружины

$$c_э = \frac{c \cdot 2c}{c + 2c} = \frac{2}{3}c.$$

Уравнение колебаний:

$$m\ddot{x} = P - F_{упр} = P - c_э(\lambda_{ст} + x) = -c_э x.$$

Общее решение:

$$x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t;\ \omega = \sqrt{\frac{c_э}{m}} = 10{,}33 \text{ рад/с}.$$

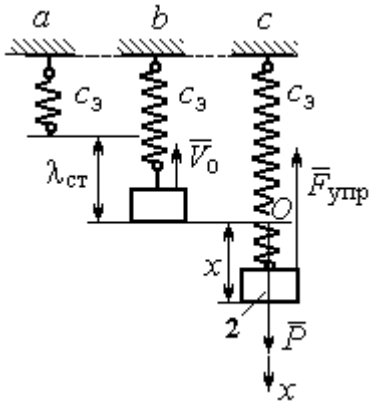


Рис. 7.30. Расчётная схема к упражнению 4.4: *a* – нерастянутая пружина; *b* – положение статического равновесия; *c* – произвольное положение груза

Начальные условия: $t = 0;\ x = 0;\ \dot{x} = -V_0$.

Находим константы интегрирования: $C_1 = 0;\ C_2 = \dfrac{V_0}{\omega} = 0{,}39$ м.

Закон движения груза: $x = 0{,}39\sin 10{,}33t$.

Амплитуда $A = 0{,}39$ м, частота $\omega = 10{,}33$ рад/с.

4.5

Скорость человека, находящегося в самолёте, в нижней точке траектории (точка C):

$$\frac{mV_C^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = mg\left[l\sin\varphi + r(1-\cos\varphi)\right].$$

Откуда $V_C^2 = V_0^2 + 2g\left[l\sin\varphi + r(1-\cos\varphi)\right]$.

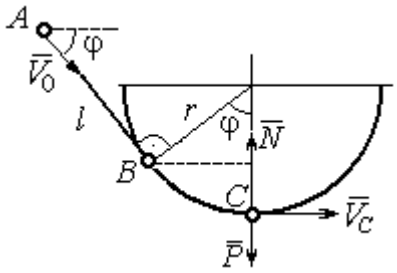


Рис. 7.31. Расчётная схема к упражнению 4.5

Уравнение движения человека, двигающегося вместе с самолётом, в проекции на нормаль в точке C: $\dfrac{mV_C^2}{r} = N - P$, где N – реакция корпуса самолёта. Сила давления человека на корпус самолёта по величине равна реакции, но направлена в противоположную сторону.

Из условия $N \le 3P$ следует неравенство: $V_C^2 \le 2gr$, или

$V_0^2 + 2g\left[l\sin\varphi + r(1-\cos\varphi)\right] \le 2gr$. Откуда $r \ge \dfrac{V_0^2 + 2gl\sin\varphi}{2g\cos\varphi}$.

4.6

Из уравнения теоремы об изменении кинетической энергии шарика в точке B с учётом, что $V_A = 0$, найдём:

$$\frac{mV_B^2}{2} = \frac{ca^2}{2} + mg\left[R + R\cos 60° - a\cos 30°\right].$$

Составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки на участке BD:

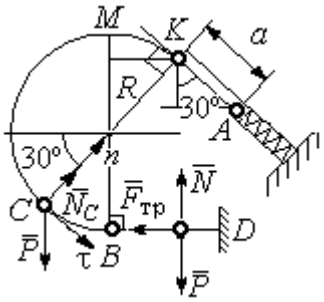


Рис. 7.32. Расчётная схема к упражнению 4.6

$-\frac{mV_B^2}{2} = -fNs$, где s – путь точки до остановки. С учётом данных задачи, получим: s = 5,39 м.

Уравнение движения шарика в проекции на нормальную ось в точке C

$$\frac{mV_C^2}{R} = N_C - P\cos 60°.$$

Для вычисления реакции опоры шарика на трубу имеем равенство $N_C = \frac{mV_C^2}{R} + P\cos 60° = \frac{1}{R}\left[mV_B^2 - 2mgR(1-\cos 60°)\right] + mg\cos 60°$, где кинетическая энергия шарика в точке B: $mV_B^2 = ca^2 + 2mgR\left[(1+\cos 60°) - \frac{a}{R}\cos 30°\right]$. Получим: $N_C = 18{,}71$ Н. Давление шарика на трубку равно реакции опоры и направлено в противоположную сторону.

7.5. Ответы к упражнениям главы 5

5.1

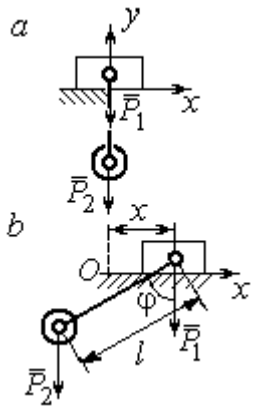


Рис. 7.33. Расчётная схема к упражнению 5.1:
a – начальное положение системы;
b – произвольное положение

x_0 – координата центра тяжести системы в начальном положении, x_0 = 0 (см. рис.7.33); x – текущая координата центра тележки; x_1 – координата центра тяжести системы в её произвольном положении: $x_1 = \frac{m_1 x - m_2(l\sin\varphi - x)}{m_1 + m_2}$.

Уравнение закона сохранения движения центра масс системы: $x_1 = x_0$, или

$$m_1 x - m_2(l\sin\varphi - x) = 0.$$

Отсюда зависимость координаты движения тележки от положения груза 2: $x = \frac{m_2 l}{m_1 + m_2}\sin\varphi$.

5.2

Теорема об изменении кинетического момента системы относительно оси z: $\dfrac{dL_z}{dt} = \sum M_z(\vec{F}_k^e)$.

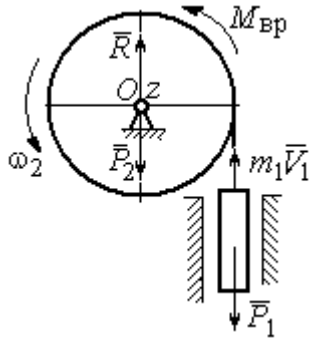


Рис. 7.34. Расчётная схема к упражнению 5.2

Кинетический момент системы:

$$L_z = L_z^{\text{бар}} + L_z^{\text{гр}} = \frac{m_2 r^2}{2}\omega + m_1 V_1 r = \left(m_1 + \frac{m_2}{2}\right)\omega r^2.$$

Суммарный момент внешних сил относительно оси z: $\sum M_z(\vec{F}_k^e) = M_{\text{вр}} - P_1 r = kt - m_1 g r$.

Дифференциальное уравнение вращения барабана:

$$\left(m_1 + \frac{m_2}{2}\right) r^2 \frac{d\omega}{dt} = kt - m_1 g r.$$

При нулевых начальных условиях $\omega = \dfrac{kt^2 - 2m_1 grt}{(2m_1 + m_2)r^2}$.

5.3

Уравнение теоремы об изменении кинетической энергии для неизменяемых систем на конечном перемещении: $T - T_0 = \sum A(F_k)$, $T_0 = 0$.

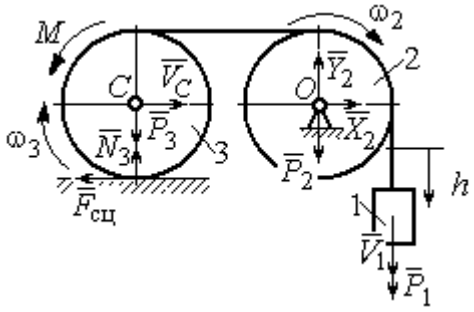


Рис. 7.35. Расчётная схема к упражнению 5.3

Кинетическая энергия груза 1: $T_1 = \dfrac{m_1 V_1^2}{2}$. Энергия вращательного движения блока 2: $T_2 = \dfrac{1}{2} J_O \omega_2^2$, где осевой момент инерции блока: $J_O = \dfrac{m_2 r^2}{2}$, угловая скорость блока $\omega_2 = \dfrac{V_1}{r}$. Кинетическая энергия катка 3: $T_3 = \dfrac{1}{2} m_3 V_C^2 + \dfrac{1}{2} J_C \omega_3^2$, где момент инерции катка относительно оси, проходя-

щей через центр масс перпендикулярно плоскости диска, $J_C = \frac{m_3 r^2}{2}$, угловая скорость катка и скорость его центра масс $\omega_3 = \frac{V_1}{2r}$, $V_C = \frac{V_1}{2}$.

Энергия системы: $T = T_1 + T_2 + T_3 = (8m_1 + 4m_2 + 3m_3)\frac{V_1^2}{16}$.

Суммарная работа вешних сил на перемещении h: $\sum A(F_k) = P_1 h - M\frac{h}{2r}$.

Уравнение теоремы об изменении кинетической энергии:

$$(8m_1 + 4m_2 + 3m_3)\frac{V_1^2}{16} = \left(m_1 g - \frac{M}{2r}\right)h.$$

Скорость груза на высоте h: $V_1 = 4\sqrt{\frac{\left(m_1 g - \frac{M}{2r}\right)h}{8m_1 + 4m_2 + 3m_3}}$.

5.4

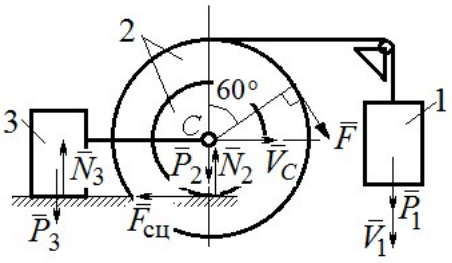


Рис. 7.36. Расчётная схема к упражнению 5.4

Для решения задачи используется теорема об изменении кинетической энергии в дифференциальной форме: $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e)$, где T – энергия системы в её текущем положении; $\sum N(\vec{F}_k^e)$ – суммарная мощность внешних сил.

Допустим, груз 1 движется вниз со скоростью V_1. Скорость центра масс катка V_C.

Кинетическая энергия катка 2: $T_2 = \frac{1}{2}m_2 V_C^2 + \frac{1}{2}J_{zC}\omega_2^2$. Здесь $m_2 = \frac{2P}{g}$, $J_{zC} = m_2 i_z^2$, $\omega_2 = \frac{V_C}{r}$. В результате кинетическая энергия катка $T_2 = \frac{3P}{g}V_C^2$.

Скорость груза 3 $V_3 = V_C$. Кинетическая энергия груза 3 $T_3 = \frac{P}{g}V_C^2$.

Скорость груза 1 $V_1 = \omega_2 3r = 3V_C$. Кинетическая энергия груза 1: $T_1 = \dfrac{9P}{2g}V_C^2$.

Суммарная кинетическая энергия (энергия системы): $T = T_1 + T_2 + T_3 = \dfrac{17P}{2g}V_C^2$. Производная $\dfrac{dT}{dt} = \dfrac{17P}{g}V_C\dfrac{dV_C}{dt} = \dfrac{17}{g}V_C a_C$.

Мощности сил $\vec{P}_2$, $\vec{N}_2$, $\vec{F}_{\text{сц}}$, $\vec{P}_3$, $\vec{N}_3$ равны нулю.

Мощность силы $\vec{F}$, приложенной к колесу, определяется по формуле: $N(\vec{F}) = \vec{F}\cdot\vec{V}_C + \vec{M}_C(\vec{F})\cdot\vec{\omega}_2 = FV_C\cos 60° + FR\omega_2$. Мощность силы $\vec{P}_1$ $N(\vec{P}_1) = P_1V_1$. Суммарная мощность внешних сил: $\sum N(F^e) = 7PV_C$.

Составляем уравнение теоремы об изменении кинетической энергии системы: $\dfrac{17P}{g}V_C a_C = 7PV_C$, откуда $a_C = \dfrac{7}{17}g$ м/с^2.

5.5

Рассмотрим движение катков отдельно, заменив невесомый стержень реакцией. Предположим, катки движутся направо (см. рис. 7.37). Уравнения движения катков:

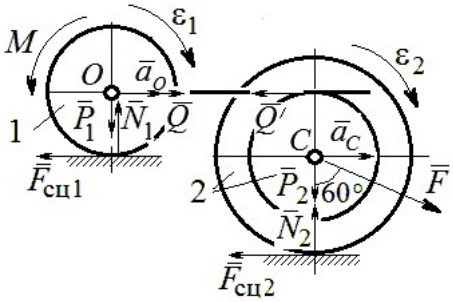


Рис. 7.37. Расчётная схема к упражнению 5.5

$$m_1 a_O = Q - F_{\text{сц1}},\ J_{1O}\varepsilon_1 = F_{\text{сц1}}r - M;$$

$$m_2 a_C = -Q' - F_{\text{сц2}} + F\cos 30°;$$

$$J_{2C}\varepsilon_2 = F_{\text{сц2}}3r - Q'r.$$

Здесь $\vec{Q}$ – реакция невесомого стержня, $|\vec{Q}| = |\vec{Q}'|$; $\vec{F}_{\text{сц1}}$, $\vec{F}_{\text{сц2}}$ – силы сцепления катков с поверхностями качения; моменты инерции катков $J_{1O} = \dfrac{m_1 r^2}{2}$, $J_{2C} = m_2 i_2^2$. Подставляя кинематические соотношения $\varepsilon_2 = \dfrac{a_C}{3r}$; $a_O = \dfrac{4}{3}a_C$; $\varepsilon_1 = \dfrac{4a_C}{3r}$, с учётом данных задачи, получим систему уравнений:

$$\frac{4P}{3g}a_C = Q - F_{\text{сц}1};\ \ \frac{2P}{3g}a_C = F_{\text{сц}1} - 4P;$$

$$\frac{2P}{g}a_C = -Q - F_{\text{сц}2} + P\sqrt{3};\ \ \frac{4P}{3g}a_C = 3F_{\text{сц}2} - Q.$$

Находим ускорение центра катка 2: $a_C = \dfrac{3\left(3\sqrt{3}-16\right)g}{46} \approx -\ 0{,}7g$. Каток движется в противоположную сторону. Реакция стержня $Q = 2{,}6P$.

5.6

Выделяем звенья механизма, заменяя действия нитей их реакциями. Допустим, направления движений тел в системе соответствуют подъёму груза 1.

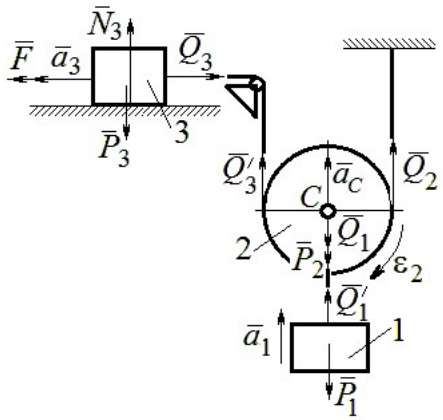


Рис. 7.38. Расчётная схема к упражнению 5.6

Уравнения движения тел:

$$m_3a_3 = F - Q_3,\ m_2a_C = Q_3' + Q_2 - P_2 - Q_1;$$

$$J_{2C}\varepsilon_2 = Q_3'r - Q_2r,\ m_1a_1 = Q_1' - P_1.$$

С учётом, что $\left|\vec{Q}_3\right| = \left|\vec{Q}_3'\right|$, $\left|\vec{Q}_1\right| = \left|\vec{Q}_1'\right|$ и $a_C = a_1$, $a_3 = 2a_1$, $\varepsilon_2 = \dfrac{a_1}{r}$, $J_{2C} = \dfrac{m_2r^2}{2}$, подставляя данные задачи, получим систему уравнений:

$$2ma_1 = 2{,}5mg - Q_3;\ \ ma_1 = Q_3 + Q_2 - mg - Q_1;$$

$$\frac{ma_1}{2} = Q_3 - Q_2;\ m_1a_1 = Q_1 - P_1.$$

Решая систему, находим: $a_1 = \dfrac{2}{17}g \approx 0{,}12g$; $Q_3 = 2{,}26mg$; $Q_2 = 2{,}15mg$.

5.7

Заменяем действия нитей реакциями. Предположим, груз 1 спускается по наклонной плоскости. Уравнения движения тел:

$$m_1a_1 = P_1\cos 30° - Q_1;\ \ m_3a_3 = Q_3;$$

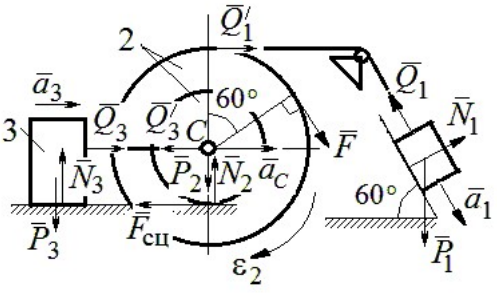


Рис. 7.39. Расчётная схема к упражнению 5.7

$$m_2 a_C = Q_1' - Q_3' - F_{\text{сц}} + F\cos 60^\circ;\ J_{2C}\varepsilon_2 = Q_1' R + FR + F_{\text{сц}} r,\ J_{2C} = m_2 i_2^2.$$

Соотношения ускорений: $\varepsilon_2 = \dfrac{a_1}{R+r}$, $a_C = \dfrac{a_1 r}{R+r}$, $a_3 = a_C$. Подставляя данные задачи, с учётом, что модули сил $Q_1' = Q_1$ и $Q_3' = Q_3$, получим систему уравнений:

$$ma_1 = mg\frac{\sqrt{3}}{2} - Q_1;\ \frac{2}{3}ma_1 = Q_3;$$

$$ma_1 = Q_1 - Q_3 - F_{\text{сц}} + \frac{1}{2}mg;\ 3ma_1 = 2Q_1 + 2mg + F_{\text{сц}}.$$

Находим $a_1 = \dfrac{3}{46}\left(5+3\sqrt{3}\right)g \approx 0{,}44g;\ Q_1 = 0{,}21mg;\ Q_3 = 0{,}44mg$.

7.6. Ответы к упражнениям главы 6

6.1

Внешние силы, действующие на систему: силы тяжести – $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ и реакции опор $\vec{N}_3$, $\vec{R}_3$ Приложим к телам системы, силы инерции $\vec{R}_1^{\text{ин}}$, $\vec{R}_2^{\text{ин}}$ (рис. 7.40, *a*). В соответствии с принципом Даламбера, полученная система сил находится в равновесии. Составляем условие равновесия системы сил в проекциях на горизонтальную и вертикальную оси:

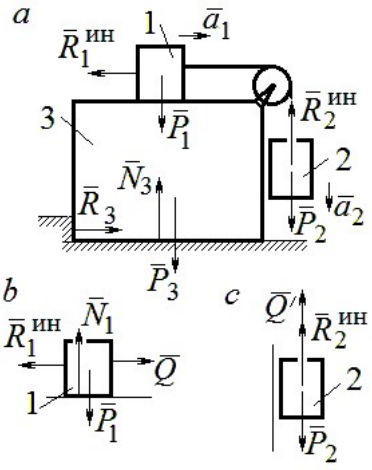


Рис. 7.40. Расчётная схема к упражнению 6.1

$$R_3 - R_1^{\text{ин}} = 0,\ N_3 - P_3 - P_1 - P_2 + R_2^{\text{ин}} = 0.$$

Для вычисления сил инерции рассмотрим отдельно грузы 1 и 2, заменяя действие соединяющей их нити реакцией (рис. 7.40, *b*, *c*). Присоединим к грузам силы инерции и, применив принцип Даламбера, составим уравнения равновесия систем сил - для груза 1 в проекции на горизонтальную ось, для груза 2 – на вертикальную:

$$Q - R_1^{\text{ин}} = 0;\ P_2 - Q' - R_2^{\text{ин}} = 0,$$

где $R_1^{\text{ин}} = m_1 a_1$, $R_2^{\text{ин}} = m_2 a_2$.

Решая полученную систему с учётом равенства модулей сил $Q = Q'$ и ускорений грузов $a_1 = a_2$, находим ускорение грузов: $a_1 = a_2 = 0{,}5g$. Тогда давление призмы на горизонтальную поверхность: $N_3 = 2{,}5mg$.

6.2

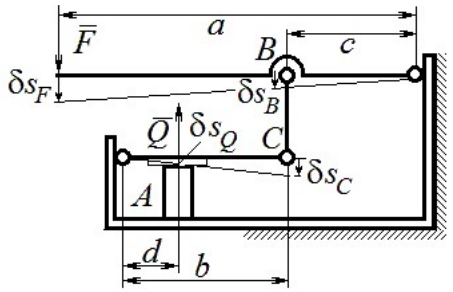


Рис. 7.41. Расчётная схема к упражнению 6.2

Активными силами в системе являются силы $\vec{F}$ и $\vec{Q}$. Для равновесия системы необходимо и достаточно выполнения условия: $\delta A(\vec{F}) + \delta A(\vec{Q}) = 0$ или $F\delta s_F - Q\delta s_Q = 0$, где δs_F и δs_Q – возможные перемещения точек приложения сил $\vec{F}$ и $\vec{Q}$.

Имеем соотношения: $\dfrac{\delta s_F}{\delta s_B} = \dfrac{a}{c}$, $\dfrac{\delta s_C}{\delta s_Q} = \dfrac{b}{d}$, где δs_B и δs_C – возможные перемещения точек B и C, причём $\delta s_B = \delta s_C$. Тогда $\delta s_Q = \dfrac{cd}{ab}\delta s_F$ и сила, сжимающая деталь A под прессом, равна $Q = \dfrac{ab}{cd}F$.

6.3

Активными силами, совершающими работу при движении системы, являются силы тяжести $\vec{P}_3$, $\vec{P}_4$ и пары сил с моментами M_1 и M_2. Связи идеальные.

Для равновесия системы необходимо и достаточно выполнения условия:

$$\delta A(\vec{P}_3) + \delta A(\vec{P}_4) + \delta A(M_1) + \delta A(M_2) = 0 \text{ или}$$

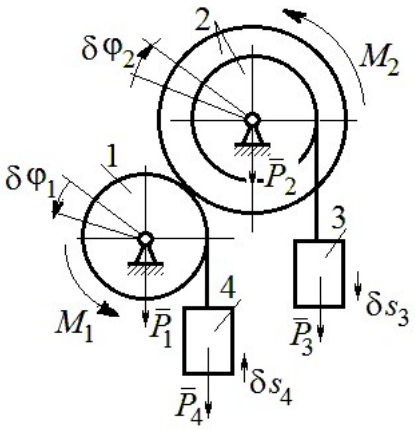


Рис. 7.42. Расчётная схема к упражнению 6.3

$$P_3\delta s_3 - P_4\delta s_4 + M_1\delta\varphi_1 - M_2\delta\varphi_2 = 0,$$

где $\delta s_3, \delta s_4$ – элементарные перемещения грузов 3, 4; $\delta\varphi_1, \delta\varphi_2$ – элементарные повороты валов 1 и 2. Выразим все перемещения через угол поворота вала 2: $\delta s_3 = \delta\varphi_2 r$, $\delta\varphi_1 = 3\delta\varphi_2$, $\delta s_4 = 3r\delta\varphi_2$ и подставим в уравнение равновесия. Получим: $M_2 = 4Pr$.

6.4

Система с идеальными связями. Активными силами являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ и пара сил с моментом $M_{\text{вр}}$ (рис. 7.43).

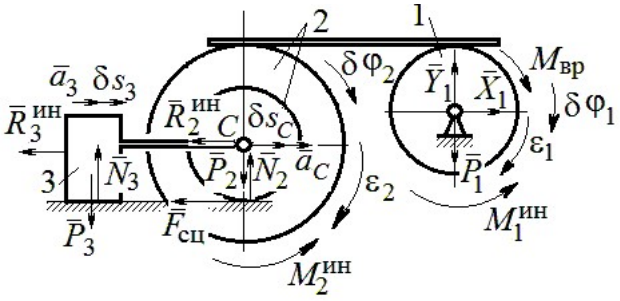


Рис. 7.43. Расчётная схема к упражнению 6.4

Направления поворотов дисков и их угловые ускорения показаны на рис. 7.43 дуговыми стрелками $\delta\varphi_1, \varepsilon_1$ и $\delta\varphi_2, \varepsilon_2$. Направления движения центра масс катка 2, груза 3 и их ускорения обозначены: $\delta s_C, a_C$ и $\delta s_3, a_3$.

Кинематические соотношения между перемещениями и ускорениями:

$$\delta s_C = \delta s_3,\ a_C = a_3,\ \delta\varphi_2 = \frac{\delta s_3}{r},\ \varepsilon_2 = \frac{a_3}{r},\ \delta\varphi_1 = \frac{3\delta s_3}{r},\ \varepsilon_1 = \frac{3a_3}{r}.$$

Присоединим к телам системы силы инерции.

Модули главных векторов сил инерции: $R_3^{\text{ин}} = m_3 a_3 = ma_3$;

$$R_2^{\text{ин}} = m_2 a_C = 2ma_3;\ M_2^{\text{ин}} = m_2 i_2^2 \varepsilon_2 = 4{,}5mra_3;\ M_1^{\text{ин}} = \frac{m_1 R_1^2}{2}\varepsilon_1 = 1{,}5mra_3.$$

Элементарные работы активных сил:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = M_{\text{вр}}\delta\varphi_1 = (mg\sin\omega t)3\delta s_3.$$

Элементарные работы сил инерции:

$$\sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{ин}}) = -R_3^{\text{ин}}\delta s_3 - R_2^{\text{ин}}\delta s_C - M_2^{\text{ин}}\delta\varphi_2 - M_1^{\text{ин}}\delta\varphi_1 =$$

$$= -ma_3\delta s_3 - 2ma_3\delta s_3 - 4{,}5ma_3\delta s_3 - 1{,}5ma_3 3\delta s_3 = -12ma_3\delta s_3.$$

Общее уравнение динамики имеет вид:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{ин}}) = m(3g\sin\omega t - 12a_3)\delta s_3 = 0.$$

Ускорение груза 3: $a_3 = 0{,}25g\sin\omega t$, или $\ddot{s}_3 = 0{,}25g\sin\omega t$. Интегрируя дифференциальное уравнение с нулевыми начальными условиями, получим закон движения груза: $s_3 = \dfrac{0{,}25g}{\omega}\left(t - \dfrac{1}{\omega}\sin\omega t\right)$.

6.5

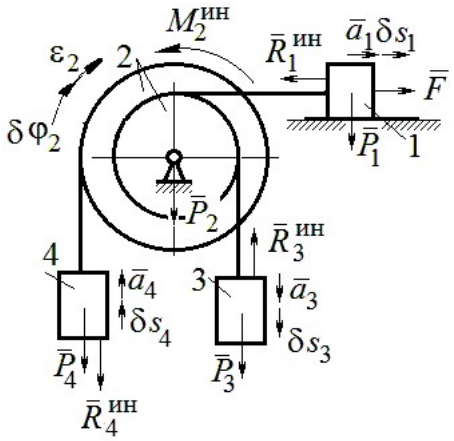


Рис. 7.44. Расчётная схема к упражнению 6.5

Система с идеальными связями. Активные силы и главные вектора сил инерции показаны на рис. 7.44.

Элементарные работы активных сил: $\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = F\delta s_1 + P_3\delta s_3 - P_4\delta s_4$ и сил инерции $\sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{ин}}) = -R_1^{\text{ин}}\delta s_1 - R_3^{\text{ин}}\delta s_3 - R_4^{\text{ин}}\delta s_4 - M_2^{\text{ин}}\delta\varphi_2$, где модули сил инерции: $R_1^{\text{ин}} = \dfrac{P_1}{g}a_1$, $R_3^{\text{ин}} = \dfrac{P_3}{g}a_3$, $R_4^{\text{ин}} = \dfrac{P_1}{g}a_4$, $M_2^{\text{ин}} = \dfrac{P_2}{g}i_2^2\varepsilon_2$.

Кинематические соотношения: $\delta s_3 = \delta s_1$, $a_3 = a_1$, $\delta s_4 = 2\delta s_1$, $a_4 = 2a_1$, $\delta\varphi_2 = \dfrac{\delta s_1}{r}$, $\varepsilon_2 = \dfrac{a_1}{r}$. Общее уравнение динамики:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{ин}}) = P(t+1)\delta s_1 + P\delta s_1 - 2P\delta s_1 -$$

$$-\left(\frac{P}{g}a_1\delta s_1 + \frac{P}{g}a_1\delta s_1 + \frac{2P}{g}2a_1 2\delta s_1 + \frac{2P}{g}2r^2\frac{a_1}{r}\frac{\delta s_1}{r}\right) = P\left(t - \frac{14a_1}{g}\right)\delta s_1 = 0.$$

Находим уравнение движения груза 3: $a_3 = a_1 = \dfrac{1}{14}gt$, или $\ddot{x}_3 = \dfrac{1}{14}gt$.

Проинтегрировав дифференциальное уравнение с нулевыми начальными условиями, получим закон движения груза 3: $x_3 = \dfrac{1}{84}gt^3 \approx 0{,}012gt^3$.

6.6

Рассматриваемая механическая система (рис. 7.45) имеет одну степень свободы. Уравнение Лагранжа: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right)-\frac{\partial T}{\partial x}=Q_x$, где T – кинетическая энергия системы: Q_x – обобщенная сила.

В качестве обобщённой координаты x выберем положение точки C относительно недеформированной пружины, отмеченной на рис. 7.45 величиной l_0. Обобщённая скорость $\dot{x}$.

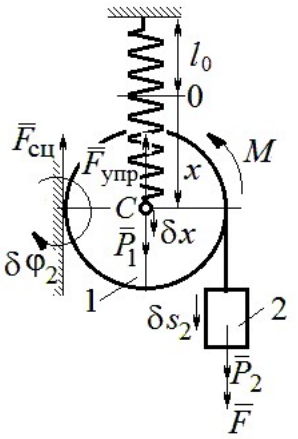


Рис. 7.45. Расчётная схема к упражнению 6.6

Кинетическая энергия катка: $T_1=\frac{1}{2}m_1V_C^2+\frac{1}{2}J_{zC}\omega_1^2$, где ω_1, V_C – угловая скорость катка и скорость его центра масс, $V_C=\dot{x}$, $\omega_1=\frac{V_C}{r}=\frac{\dot{x}}{r}$; момент инерции $J_{zC}=\frac{1}{2}m_1r^2$. Кинетическая энергия груза 2: $T_2=\frac{1}{2}m_2V_2^2$, где V_2 – скорость груза 2, $V_2=2V_C=2\dot{x}$. Кинетическая энергия системы, выраженная через обобщённую скорость: $T=T_1+T_2=\frac{7P}{2g}\dot{x}^2$.

В произвольном положении системы, определяемом координатой x, дадим центру масс катка возможное перемещение δx (см. рис. 7.45). Элементарная работа активных сил $\sum\delta A(F_{\text{к}})=P_1\delta x-F_{\text{упр}}\delta x+(P_2+F)\delta s_2-M\delta\varphi_1$. Полагая перемещения $\delta s_2=2\delta x$, $\delta\varphi_1=\frac{\delta x}{r}$, модуль силы упругости $F_{\text{упр}}=cx$ и с учётом данных задачи, получим $\sum\delta A(F_{\text{к}})=(3P-cx)\delta x$. Обобщённая сила $Q_x=3P-cx$.

Уравнение Лагранжа $\frac{7P}{g}\ddot{x}=3P-cx$, или $\ddot{x}+\frac{4g}{7r}x=\frac{3g}{7}$.

Решение уравнения (с нулевыми начальными условиями): $x = \frac{3}{4} r\left(1 - \cos\omega t\right)$. Закон движения груза: $s_2 = 2x = \frac{3}{2} r\left(1 - \cos\omega t\right)$.

6.7

Рассматриваемая система имеет две степени свободы. Обобщённые координаты – расстояния x_1, x_2 соответственно до грузов 1 и 2, отсчитываемые от неподвижных центров блоков *B* и *D* (рис. 7.46, *a*). Обобщённые скорости $\dot{x}_1$, $\dot{x}_2$. Кинетическая энергия грузов и блока 3:

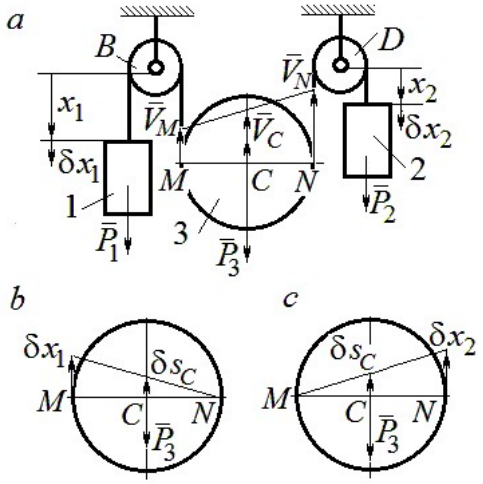


Рис. 7.46. Расчётная схема к упражнению 6.7: *a* – кинематика механизма; *b*, *c* – возможные перемещения блока 3 при вычислении обобщённых сил

$$T_1 = \frac{P_1 \dot{x}_1^2}{2g},\ T_2 = \frac{P_2 \dot{x}_2^2}{2g};$$

$$T_3 = \frac{P_3}{2g}\left(\frac{\dot{x}_1 + \dot{x}_2}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\frac{P_3 r^2}{2g}\left(\frac{\dot{x}_2 - \dot{x}_1}{2r}\right)^2.$$

Здесь учтено (см. рис. 7.46, *a*): что

$$V_C = \frac{V_N + V_M}{2} = \frac{\dot{x}_2 + \dot{x}_1}{2};$$

$$\omega_2 = \frac{V_N - V_M}{2r} = \frac{\dot{x}_2 - \dot{x}_1}{2r}.$$

Дадим системе возможное перемещение по координате x_1, оставляя координату x_2 постоянной: $\delta x_1 \neq 0$, $\delta x_2 = 0$. На этом перемещении сумма элементарных работ внешних сил (см. рис. 7.46, *a*, *b*):

$$\sum \delta A(F_к) = P_1 \delta x_1 - P_3 \delta s_C = \left(P_1 - \frac{1}{2} P_3\right)\delta x_1.$$

Обобщённая сила $Q_{x_1} = P_1 - \frac{1}{2} P_3$.

Дадим системе другое независимое возможное перемещение – по координате x_2, так, что $\delta x_1 = 0$, $\delta x_2 \neq 0$. При этом перемещении сумма элементарных работ внешних сил (см. рис. 7.46, *a*, *c*):

$$\sum \delta A(F_{\text{к}}) = P_2 \delta x_2 - P_3 \delta s_C = \left(P_2 - \frac{1}{2} P_3 \right) \delta x_2 .$$

Обобщённая сила $Q_{x_2} = P_2 - \frac{1}{2} P_3$.

Уравнения Лагранжа

$$\left(P_1 + \frac{3}{8} P_3 \right) \frac{\ddot{x}_1}{g} + \frac{1}{8} P_3 \frac{\ddot{x}_2}{g} = P_1 - \frac{1}{2} P_3 , \quad \frac{1}{8} P_3 \frac{\ddot{x}_1}{g} + \left(P_2 + \frac{3}{8} P_3 \right) \frac{\ddot{x}_2}{g} = P_2 - \frac{1}{2} P_3 \text{ или}$$

$$7\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2 = 0 , \; \ddot{x}_1 + 9\ddot{x}_2 = 2g .$$

Ускорения грузов: $\ddot{x}_1 = -\frac{1}{31} g$, $\ddot{x}_2 = \frac{7}{31} g$. Ускорение центра масс блока $\ddot{x}_C = \frac{\ddot{x}_2 + \ddot{x}_1}{2} = \frac{6}{31} g$. Груз 1 и центр блока 3 движутся вверх, груз 2 – вниз. (Сравнить с задачей 70.)

6.8

Система с двумя степенями свободы. Обобщённые координаты: x_1 – положение центра масс катка 1 (точки C_1) относительно неподвижной вертикальной стены; x_2 – положение центра масс катка 2 (точки C_2) относительно подвижного края платформы.

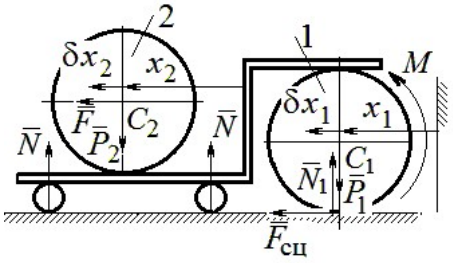


Рис. 7.47. Расчётная схема к упражнению 6.8

Кинетическая энергия системы

$$T = \frac{3}{4} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} \left[m_2 \left(\dot{x}_2 + 2\dot{x}_1 \right)^2 + \frac{m_2 r^2}{2} \left(\frac{\dot{x}_2}{r} \right)^2 \right] = \frac{P}{g} \left(\frac{11}{4} \dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2 + 2\dot{x}_1 \dot{x}_2 \right).$$

Дадим системе возможное перемещение по координате x_1 $\left(\delta x_1 \neq 0 \right)$, оставляя другую координату x_2 неизменной $\left(\delta x_2 = 0 \right)$. Работу совершают момент M и сила $\overline{F}$. Суммарная работа

$$\sum \delta A(F_{\text{к}}) = M \delta \varphi_1 + F \delta s_{C_2} = M \frac{\delta x_1}{r} + F 2 \delta x_1 = 4 P \delta x_1 .$$

Обобщённая сила $Q_{x_1} = 4P$.

При другом независимом возможном перемещении $\delta x_1 = 0$, $\delta x_2 \neq 0$ суммарная работа внешних сил $\sum \delta A(F_к) = F\delta x_2$ и обобщённая сила, соответствующая координате x_2, равна $Q_{x_2} = P$.

Уравнения Лагранжа

$$\frac{P}{g}\left(\frac{11}{2}\ddot{x}_1 + 2\ddot{x}_2\right) = 4P,\ \frac{P}{g}\left(2\ddot{x}_2 + 2\ddot{x}_1\right) = P, \text{ или}$$

$$11\ddot{x}_1 + 4\ddot{x}_2 = 8g,\ 2\ddot{x}_2 + 2\ddot{x}_1 = g$$

Ускорение центра катка 1 $\ddot{x}_1 = \frac{6}{7}g$. Тележка катится в направлении оси x_1. Ускорение центра катка 2 относительно тележки $\ddot{x}_2 = -\frac{5}{14}g$. Закон относительного движения центра катка 2 при нулевых начальных условиях: $x_2 = -\frac{5}{28}gt^2$. Каток катится к правому борту тележки.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Бать М. И., *Джанелидзе Г. Ю.*, *Кельзон А. С.* Теоретическая механика в примерах и задачах: Т. 1–2.– СПб.: Лань, 2010.

Бутенин Н. В., *Лунц Я. Л.*, *Меркин Д. Р.* Курс теоретической механики: В 2-х томах.– М.: Наука, 2009.

Вебер Г. Э., *Ляпцев*, *С. А*. Лекции по теоретической механике. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2008.

Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики: учебник для втузов. – М.: Высшая школа, 2010.

Учебное издание

Валерий Григорьевич Брагин
Евгений Борисович Волков
Юрий Михайлович Казаков

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Учебное пособие

Редактор *Л.В. Устьянцева*

Компьютерная версия

Подписано в печать 26.10.2018 г.
Бумага писчая. Формат бумаги 60×84 1/16.
Гарнитура Times New Roman. Печать на ризографе.
Печ. л. 15,625. Уч. изд. л. 10,5. Тираж экз. Заказ №
Издательство УГГУ
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30
Уральский государственный горный университет
Отпечатано с оригинал-макета
в лаборатории множительной техники УГГУ

Министерство образования и науки РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный
горный университет»

Е. Б. Волков, Ю. М. Казаков

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Учебно-методическое пособие
для самостоятельной работы студентов

Екатеринбург
2017

Министерство образования и науки РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО
Методической комиссией
горно-механического факультета
«15» декабря 2017 г.
Председатель комиссии
проф. В. П. Барановский

Е. Б. Волков, Ю. М. Казаков

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Учебно-методическое пособие
для самостоятельной работы студентов

Издание УГГУ Екатеринбург, 2017

В 67

Рецензент: *Н. М. Суслов*, д-р техн. наук, заведующий кафедрой ГМК
Уральского государственного горного университета

Учебно-методическое пособие рассмотрено на заседании кафедры технической механики от 19.12.2016 г. (протокол № 2) и рекомендовано для издания в УГГУ.

Печатается по решению Редакционно-издательского совета Уральского государственного горного университета.

Волков Е. Б., Казаков Ю. М.

В67 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА: Учебно-методическое пособие для самостоятельной работы студентов. / Е. Б. Волков, Ю. М. Казаков, Уральский государственный горный университет. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2017. 156 с.

Учебно-методическое пособие для самостоятельной работы студентов содержит краткие методические указания, контрольные задания и примеры выполнения заданий по темам: «Статика твердого тела. Равновесие произвольной плоской и пространственной систем сил», «Кинематика вращательного и плоскопараллельного движений твердого тела. Определение скоростей и ускорений точек твёрдого тела», «Сложное движение точки», «Динамика точки. Дифференциальные уравнения движения точки. Гармонические и вынужденные колебания точки. Применение теоремы об изменении кинетической энергии при исследовании движения точки», «Применение общих теорем динамики к исследованию движения механической системы», «Принципы механики. Применение общего уравнения динамики к исследованию движения механической системы», «Уравнения Лагранжа II рода».

Учебно-методическое пособие для студентов всех специальностей очной формы обучения.

© Волков Е. Б., Казаков Ю. М., 2017
©Уральский государственный горный университет, 2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. СТАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА 4
1.1. Основные виды связей и их реакции 4
1.2. Моменты силы относительно центра и относительно оси. Пара сил. Момент пары 5
1.3. Условия равновесия систем сил 7
1.4. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел 8
1.5. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил 17
2. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ И ТВЕРДОГО ТЕЛА 26
2.1. Кинематика точки. Основные параметры движения точки 26
2.2. Вращение тела вокруг неподвижной оси 28
2.3. Плоскопараллельное движение твёрдого тела 29
2.4. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек твердого тела при поступательном и вращательном движениях 32
2.5. Задание К2. Определение скоростей точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении 38
2.6. Задание К3. Определение ускорений точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении 46
3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ 57
3.1. Основные понятия сложного движения точки 57
3.2. Задание К4. Определение скорости и ускорения точки при сложном движении 60
4. ДИНАМИКА ТОЧКИ 73
4.1. Дифференциальные уравнения движения точки. 73
4.2. Задание Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки ... 73
4.3. Колебания материальной точки 80
4.4. Задание Д2. Исследование колебаний точки 84
4.5. Теорема об изменении кинетической энергии точки. 95
4.6. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии 96
5. ДИНАМИКА МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ 103
5.1. Описание движений твёрдых тел на основе общих теорем динамики системы. 103
5.2. Задание Д4. Динамический расчет механической системы 104
5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы. 112
5.4. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии 114
6. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА 124
6.1. Принципы механики. Общее уравнение динамики 124
6.2. Задание Д6. Исследование механической системы с применением общего уравнения динамики 126
6.3. Уравнения Лагранжа II рода 136
6.4. Задание Д7. Исследование механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа 137
6.5. Задание Д8. Исследование механической системы с двумя степенями свободы 145
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ 155

1. СТАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

Статика представляет раздел теоретической механики, в котором изучаются условия равновесия твердых тел под действием системы сил.

1.1. Основные виды связей и их реакции

Опора тела на гладкую плоскость (поверхность) без трения. Реакция приложена в точке касания и направлена перпендикулярно к общей касательной соприкасающихся поверхностей. При опоре углом, или на угол (рис. 1.1, *a*), реакция направлена по нормали к одной из поверхностей. **Гибкая связь**. Если на тело наложена связь в виде гибкой нерастяжимой нити (каната, троса), то реакция связи $\vec{T}$, равная натяжению нити, приложена к телу и направлена вдоль нити (рис. 1.1, *b*).

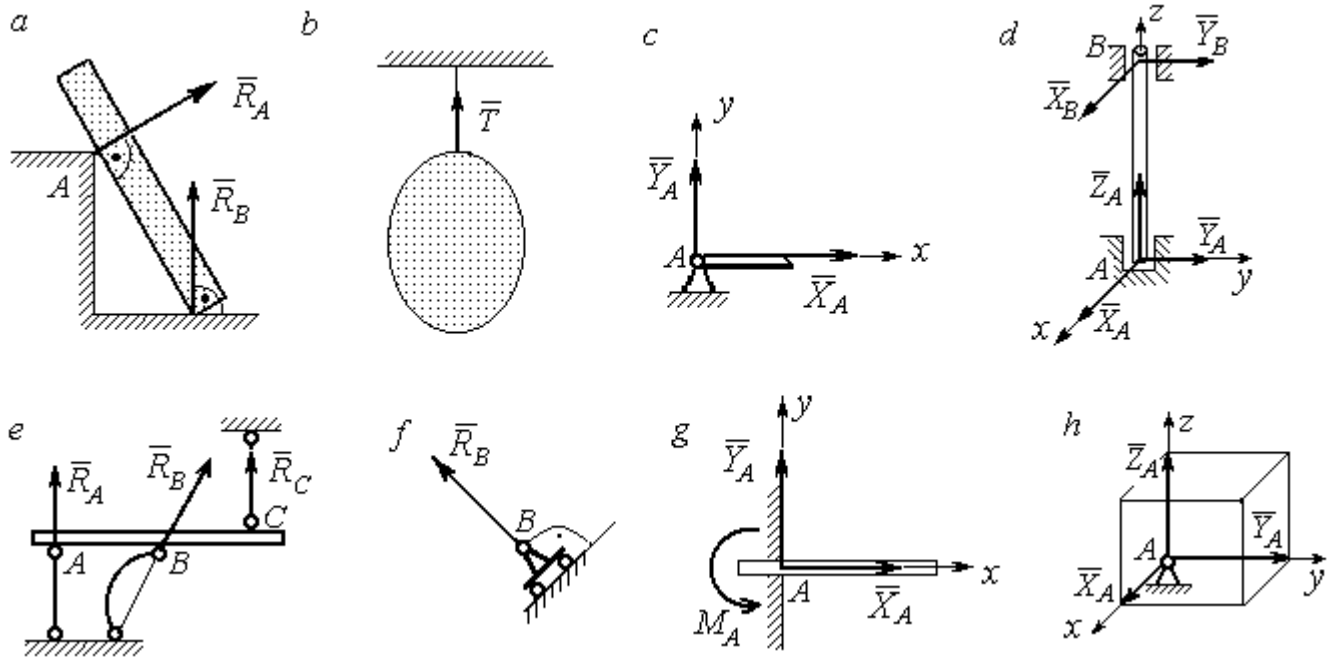


Рис. 1.1. Виды связей и их реакции:
a – реакция опоры тела на гладкую поверхность без трения; *b* – реакция связи гибкой нерастяжимой нити; *c* – реакция цилиндрического шарнира; *d* – реакция подшипника и подпятника; *e* – реакция невесомого стержня; *f* – реакция подвижной опоры; *g* – реакция жесткой заделки; *h* – реакция пространственного шарнира

Цилиндрический шарнир (подшипник) создает соединение, при котором одно тело может вращаться по отношению к другому. Реакция цилиндрического шарнира лежит в плоскости, перпендикулярной оси шарнира. При решении задач реакцию цилиндрического шарнира $\vec{R}_A$ изображают ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, взятыми по направлениям координатных осей (рис. 1.1, *c*). Реакция подшипника $\vec{R}_B$ (рис. 1.1, *d*) также изображается своими составляющими $\vec{X}_B$ и $\vec{Y}_B$, взятыми по направлениям координатных осей в плоскости, перпендикулярной оси вращения подшипника. Величина реакции определяется по формуле: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$. **Реакция прямолинейного невесомого стержня с шарнирными соединениями на краях** направлена вдоль самого стержня, а криволинейного – вдоль линии, соединяющей точки крепления стержня (рис. 1.1, *e*). **Реакция подвижной опоры** $\vec{R}_B$ (рис. 1.1, *f*) направлена по нормали к поверхности, на которую опираются катки опоры. **Жесткая заделка** (рис. 1.1, *g*) препятствует не только линейным перемещениям тела, но и повороту. Реакция заделки состоит из силы реакции $\vec{R}_A$ и пары сил с моментом M_A. При решении задач силу реакции жесткой заделки $\vec{R}_A$ изображают ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, взятыми по направлениям координатных осей. Модуль реакции определяется по формуле $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$. Виды связей и их реакции показаны на рис. 1.1.

1.2. Моменты силы относительно центра и относительно оси. Пара сил. Момент пары

Алгебраическим моментом силы *F* относительно центра *O* $M_O(\vec{F})$, или просто **моментом силы** $\vec{F}$ относительно центра *O*, называют взятое с соответствующим знаком произведение модуля силы $\vec{F}$ на кратчайшее расстояние *h* от центра *O* до линии действия силы: $M_O(\vec{F}) = \pm Fh$ (рис. 1.2, *a*).

Величину h называют **плечом силы**. Момент силы относительно центра считается положительным, если сила стремится повернуть тело вокруг центра против хода часовой стрелки, и отрицательным – в обратном случае.

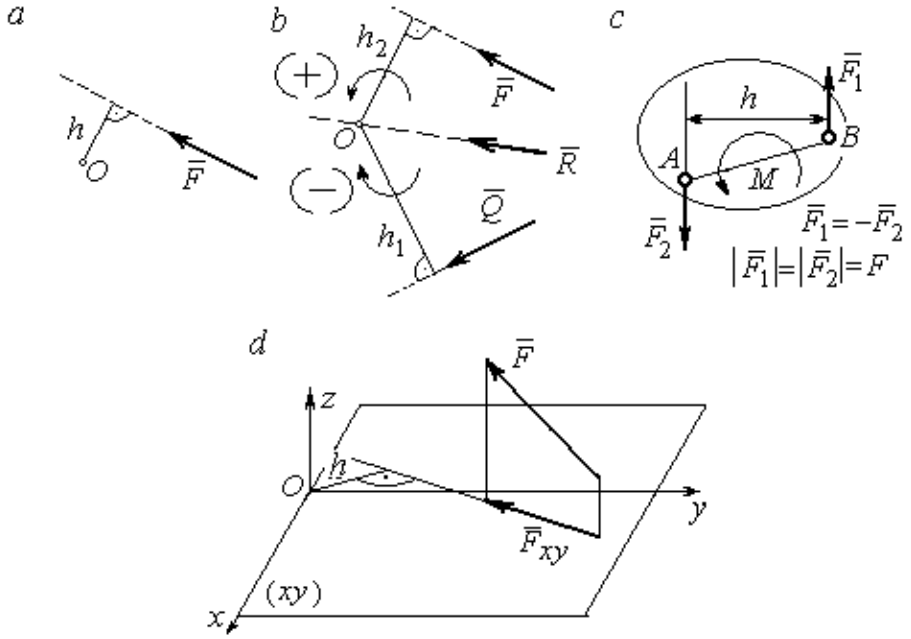


Рис. 1.2. Схемы для вычисления моментов сил:
a, *b* – момент силы относительно центра; *c* – момент пары сил;
d – момент силы относительно оси

На рис. 1.2, *b* показано, что момент силы $\vec{F}$ относительно центра O положительный, а момент силы $\vec{Q}$ относительно того же центра – отрицательный. Момент силы $\vec{R}$ относительно центра O равен нулю, так как линия действия этой силы проходит через центр O и плечо силы равно нулю.

Парой сил, или просто парой (рис.1.2, *c*), называют систему двух равных по модулю сил, параллельных, направленных в противоположные стороны и не лежащих на одной прямой. Алгебраическим моментом пары сил, или **моментом пары,** называют взятое со знаком плюс или минус произведение модуля одной из сил пары на плечо пары – кратчайшее расстояние между линиями действия ее сил. Правило знаков такое же, как и для момента силы. На рисунках пару часто изображают дуговой стрелкой, показывающей направление поворота твердого тела под действием пары (см. M на рис. 1.2, *c*).

Моментом силы относительно оси называют момент проекции этой силы на плоскость, перпендикулярную оси, относительно точки пересечения оси с этой плоскостью. На рис. 1.2, *d* показано вычисление момента силы F относительно оси *z*: $M_z(\vec{F}) = F_{xy}h$, где F_{xy} – проекция силы $\vec{F}$ на плоскость *xy*, перпендикулярную оси *z*, *h* – плечо проекции F_{xy} относительно центра *O* – точки пересечения оси *z* и плоскости *xOy*.

1.3. Условия равновесия систем сил

Плоской системой сил называется система сил, расположенных в одной плоскости.

Основная форма условий равновесия плоской системы сил. Для равновесия плоской системы сил, приложенных к твердому телу, необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из двух осей прямоугольной системы координат, расположенной в плоскости действия сил, были равны нулю и сумма моментов сил относительно любого центра, находящегося в плоскости действия сил, также была равна нулю:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0,\ \sum M_A(\vec{F}_k) = 0,$$

где F_{kx}, F_{ky} – проекции всех сил на координатные оси; $M_A(\vec{F}_k)$ – моменты всех сил относительно произвольно выбранного центра A.

Пространственной системой сил называется система сил, расположенных произвольно в пространстве.

Для **равновесия пространственной системы сил** необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на оси прямоугольной системы координат были равны нулю и суммы моментов всех сил относительно тех же осей также были равны нулю:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0,\ \sum F_{kz} = 0,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0,\ \sum M_y(\vec{F}_k) = 0,\ \sum M_z(\vec{F}_k) = 0,$$

где F_{kx}, F_{ky}, F_{kz} – проекции всех сил на координатные оси x, y, z; $M_x(\vec{F}_k)$, $M_y(\vec{F}_k)$, $M_z(\vec{F}_k)$ – моменты всех сил относительно выбранных осей.

Равновесие систем тел

Связи, соединяющие части конструкции, называют **внутренними,** в отличие от **внешних** связей, скрепляющих конструкцию с внешними телами, не входящими в данную конструкцию. Одним из способов решения задач на равновесие сил, действующих на сочленённую конструкцию с внутренними связями, является **разбиение конструкции на отдельные тела** и составление уравнений равновесия для каждого из тел, входящих в конструкцию. При этом в уравнения равновесия должны входить только силы, непосредственно приложенные к тому телу, равновесие которого рассматривается.

1.4. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел

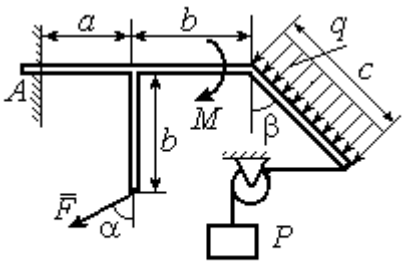
Каждый вариант задания включает две задачи по темам: «Равновесие произвольной плоской системы сил» и «Равновесие системы тел».

В задачах требуется определить реакции связей конструкции исходя из условия равновесия произвольной плоской системы сил. Весом стержневых подпорок, поддерживающих балочные конструкции, и блоков, через которые перекинуты невесомые нити, пренебречь.

Варианты заданий даны на рис. 1.3 – 1.6. Исходные данные приведены в табл. 1.1. Из таблицы исходных данных выбираются значения тех параметров, которые указаны на схемах.

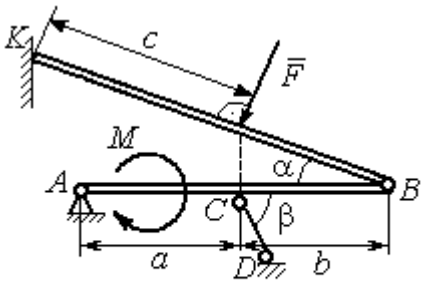
Варианты № 1, 11, 21

Задача 1



Найти реакцию жесткой заделки в точке A

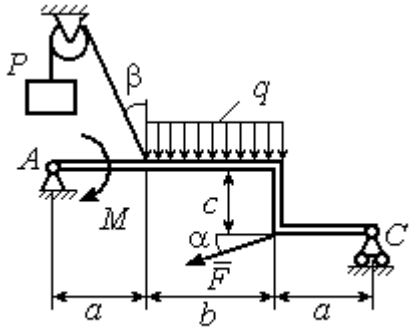
Задача 2



Найти реакции шарниров A, B, реакцию стержня CD и реакцию опоры в точке K

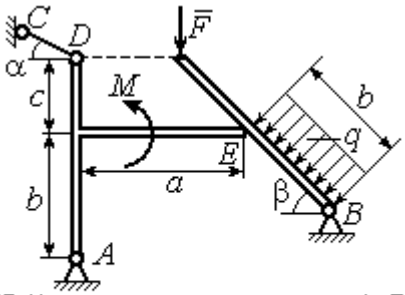
Варианты № 2, 12, 22

Задача 1



Найти реакции шарниров A и C

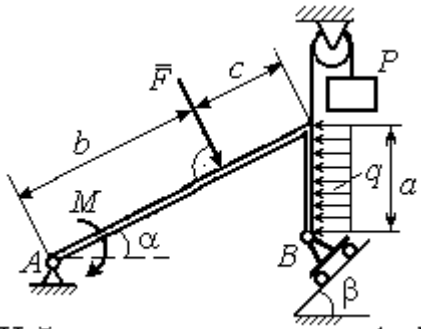
Задача 2



Найти реакции шарниров A, B, реакцию опоры в точке E и реакцию стержня CD

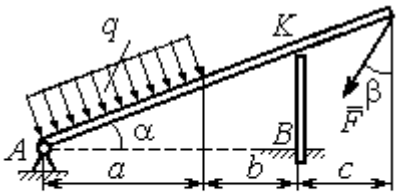
Варианты № 3, 13, 23

Задача 1



Найти реакцию шарниров A и B

Задача 2

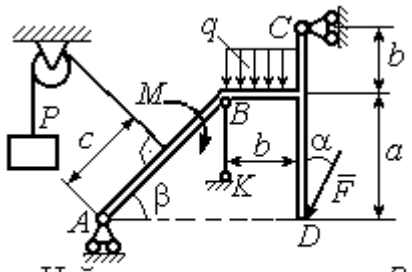


Найти реакцию шарнира A, реакцию опоры в точке K и реакцию жесткой заделки в точке B

Рис. 1.3. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 1 – 3, 11 – 13, 21 – 23

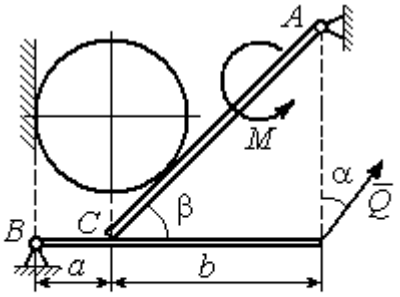
Варианты № 4, 14, 24

Задача 1



Найти усилие в стержне BK и реакцию шарниров A, C

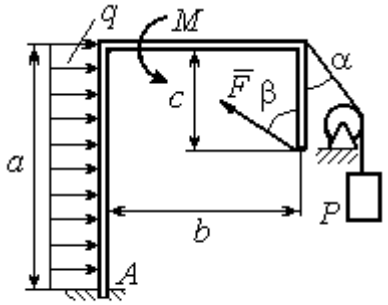
Задача 2



Вес шара P. Найти реакцию шарниров A, B, давление шара на балку и стенку, реакцию опоры балки в точке C и уравновешивающую силу Q

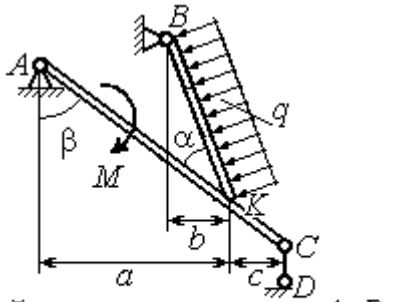
Варианты № 5, 15, 25

Задача 1



Найти реакцию жесткой заделки в точке A

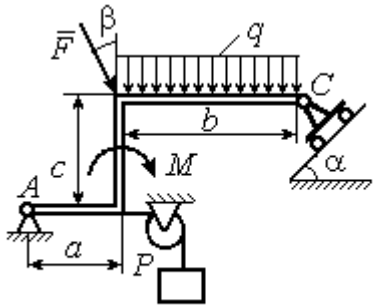
Задача 2



Найти реакцию шарнирв A, B, реакцию стержня CD и реакцию опоры в точке K

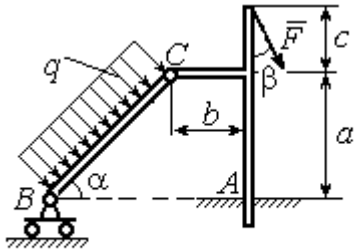
Варианты № 6, 16, 26

Задача 1



Найти реакции шарниров A и C

Задача 2

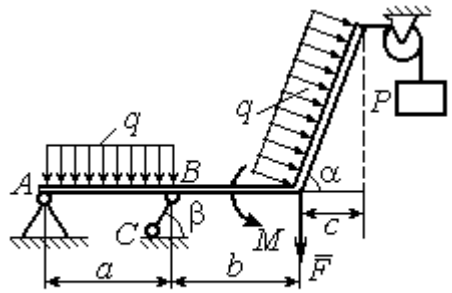


Найти реакцию жесткой заделки в точке A и реакции шарниров B и C

Рис. 1.4. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 4 – 6, 14 – 16, 24 –26

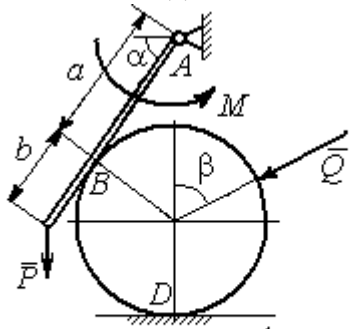
Варианты № 7, 17, 27

Задача 1



Найти реакцию стержня BC и реакцию шарнира A

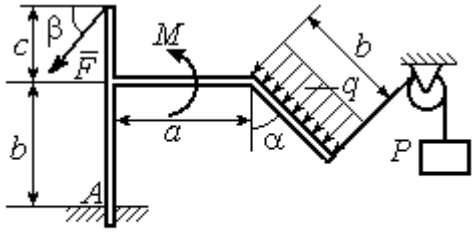
Задача 2



Найти реакцию шарнира A, давление балки на шар, реакцию опоры шара в точке D и уравновешивающую силу Q

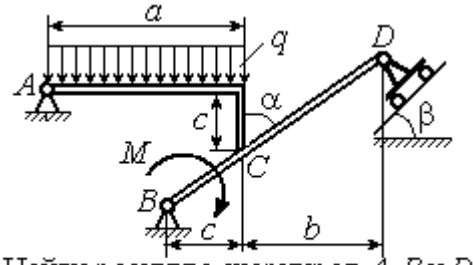
Варианты № 8, 18, 28

Задача 1



Найти реакцию жесткой заделки в точке A

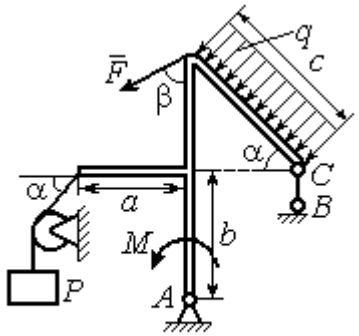
Задача 2



Найти реакцию шарниров A, B и D и реакцию опоры в точке C

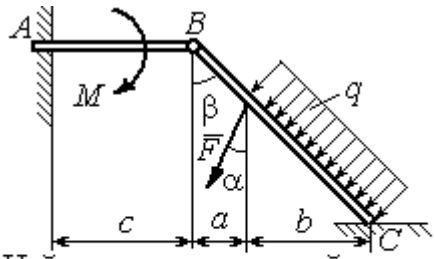
Варианты № 9, 19, 29

Задача 1



Найти реакцию стержня BC и реакцию шарнира A

Задача 2



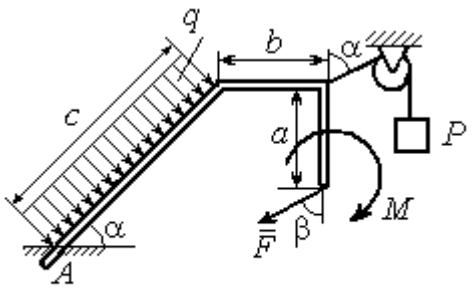
Найти реакцию жесткой заделки в точке A, реакцию шарнира B и реакцию опоры в точке C

Рис. 1.5. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 7 – 9, 17 – 19, 27 – 29

Окончание вариантов задания С1

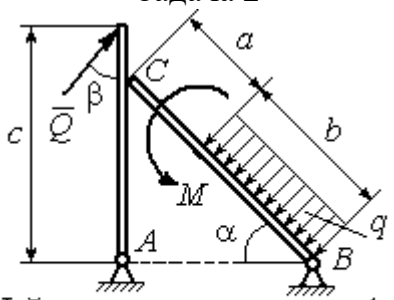
Варианты № 10, 20, 30

Задача 1



Найти реакцию жесткой заделки в точке A

Задача 2



Найти реакцию шарниров A, B, реакцию опоры в точке C и уравновешивающую силу Q

Рис. 1.6. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 10, 20, 30

Таблица 1.1

Исходные данные задания С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел.

Номер варианта задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
P, кН	6	5	6	12	6	6	10	3	8	5	10	4	8	10	8
F, кН	12	6	10	5	12	8	6	5	6	2	12	8	12	6	10
q, кН/м	5	4	2	3	6	3	5	2	2	4	6	2	3	4	5
M, кН·м	12	8	6	8	12	5	12	8	4	6	8	12	10	6	10
α, град	45	60	30	60	30	30	45	60	30	30	45	30	60	45	60
β, град	60	30	45	30	60	90	60	60	30	45	30	45	30	60	30
a, м	3	4	3	4	3	4	3	4	1	2	2	3	2	3	4
b, м	3	3	4	3	2	4	3	3	2	3	3	3	4	3	2
c, м	4	2	2	2	3	2	2	1	5	4	4	2	1	2	2

Номер варианта задания	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
P, кН	10	8	10	6	4	6	12	10	5	6	8	6	8	4	6
F, кН	6	12	12	8	3	14	10	8	15	10	12	8	10	10	2
q, кН/м	5	3	4	3	2	3	2	5	4	2	3	4	5	2	4
M, кН·м	10	6	8	6	5	12	4	6	8	10	12	10	6	4	8
α, град	60	60	30	45	60	30	60	45	30	60	45	30	30	30	45
β, град	45	30	30	60	60	45	30	60	30	45	90	30	60	45	30
a, м	3	4	3	1	2	2	4	1	4	3	4	3	2	1	2
b, м	2	4	3	3	4	1	4	3	2	2	2	2	2	2	2
c, м	3	2	2	4	5	4	2	2	1	1	1	2	1	3	5

Пример выполнения задания С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел.

Задача 1**.** Рама *ACE* (рис. 1.7) в точке *A* закреплена на цилиндрической шарнирной опоре, а в точке *B* поддерживается вертикальным невесомым стержнем *BK*. На раму действуют: пара с моментом $M = 8$ Нм, сила $F = 10$ Н, приложенная в точке *D* под углом 60° к раме, и равномерно распределенная нагрузка интенсивностью $q = 2$ Н/м, приложенная на отрезке *AB*. В точке *E* под прямым углом к участку балки *CE* прикреплен трос, несущий груз $P = 20$ Н. Пренебрегая весом балки, определить реакцию шарнира *A* и реакцию стержневой опоры *BK*, если $a = 2$ м.

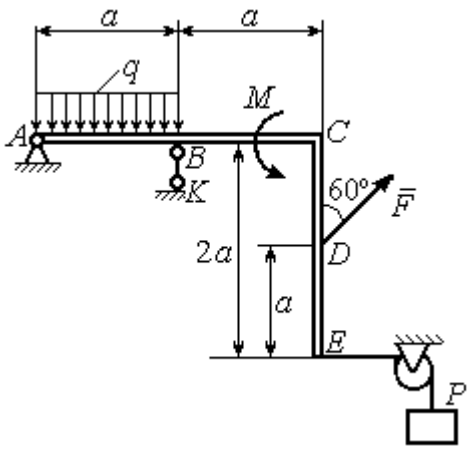


Рис. 1.7. Конструкция рамы

Решение

Выбираем систему координат *xAy*, например, как показано на рис. 1.8. Заменяем действие связей их реакциями. Изображаем реакцию шарнира *A* двумя ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, направленными вдоль горизонтальной и вертикальной осей (см. рис. 1.8). Реакция $\vec{R}_B$ невесомой стержневой опоры *BK* приложена в точке *B* и направлена вдоль стержня *BK*. Заменяем распределенную нагрузку её равнодействующей $\vec{Q}$. Сила $\vec{Q}$ приложена в середине отрезка *AB* и по модулю равна $Q = qa = 4$ Н. Действие груза *P* на раму изображается реакцией $\vec{T}$, равной по величине весу груза.

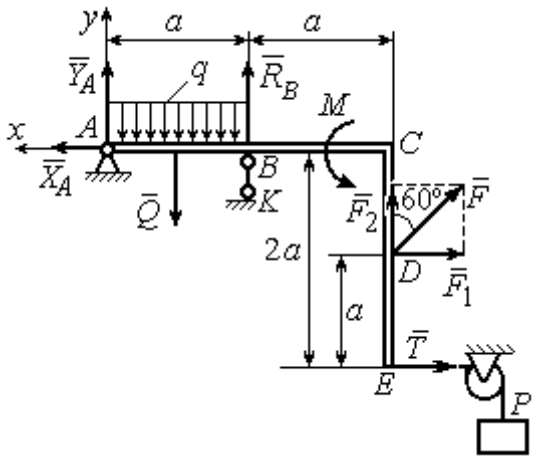


Рис. 1.8. Силы и реакции связей, действующие на раму при её равновесии

При равновесии рамы действующие на неё силы составляют уравновешенную произвольную плоскую систему. Условия равновесия системы сил имеют вид: $\sum F_{kx} = 0$, $\sum F_{ky} = 0$, $\sum M_A(\vec{F}_k) = 0$. Вычисляя проекции сил на оси *x*, *y*, и моменты сил относительно центра *A*, уравнения равновесия получим в виде:

$$\sum F_{kx} = X_A - F\cos 30^\circ - T = 0, \quad \sum F_{ky} = Y_A - Q + R_B + F\cos 60^\circ = 0.$$

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -Q\frac{a}{2} + R_B a + M + F\cos 60^\circ \cdot 2a + F\cos 30^\circ \cdot a + T2a = 0.$$

Здесь для вычисления момента силы $\vec{F}$ относительно центра *A* использована теорема Вариньона: $M_A(\vec{F}) = M_A(\vec{F}_1) + M_A(\vec{F}_2) = F_1 \cdot a + F_2 \cdot 2a$, где $F_1 = F\cos 30^\circ$, $F_2 = F\cos 60^\circ$ (см. рис. 1.8).

Подставляя в уравнения равновесия исходные данные задачи, получим систему уравнений относительно неизвестных X_A, Y_A, R_B:

$$X_A - 28{,}66 = 0, \quad Y_A + R_B + 1 = 0, \quad R_B \cdot 2 + 121{,}32 = 0.$$

Решая систему, найдем X_A = 28,66 Н, Y_A = 59,66 Н, R_B = – 60,66 Н.

Отрицательное значение величины R_B означает, что фактическое направление реакции R_B стержневой опоры *BK* противоположно направлению, показанному на рис. 1.8. Численное значение реакции шарнира

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{28{,}66^2 + 59{,}66^2} = 66{,}18 \text{ Н}.$$

Задача 2. Балка *ABLC* с вертикальной частью *AB* и горизонтальной перекладиной *LC* закреплена в точке *A* с помощью жесткой заделки (рис. 1.9). Наклонная балка *EC* с углом наклона к горизонту 60° в точке *C* шарнирно прикреплена к горизонтальной перекладине *CL*, а в точке *E* закреплена на шарнирно-подвижной опоре, установленной на горизонтальной поверхности. На конструкцию действуют равномерно распределенная на отрезках *BL* и *DE* нагрузка с одинаковой интенсивностью $q = 2$ кН/м, сила $\vec{F}$, приложенная в точке *D* перпендикулярно балке *EC* и равная по величине $F = 10$ кН, и пара сил

с моментом M = 5 кН·м. Определить реакцию жесткой заделки A и реакции шарниров C и E, если a = 2 м.

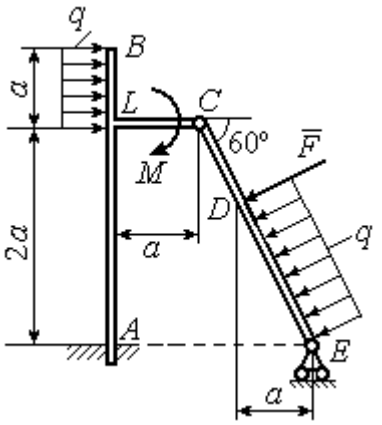


Рис. 1.9. Равновесие конструкции двух балок, соединённых шарниром

Решение

Разделяем систему на две части по шарниру C и рассмотрим равновесие балок $ABLC$ и EC отдельно. Изобразим обе балки и расставим внешние силы и реакции связей (рис. 1.10). Рассмотрим балку $ABLC$ (рис. 1.10, *a*). Заменим распределенную нагрузку эквивалентной силой $\vec{Q}_1$, приложенной в середине отрезка BL, направленной в сторону действия нагрузки и равной $Q_1 = q \cdot a$ = 4 кН. Кроме силы $\vec{Q}_1$ и пары сил с моментом M на балку действуют реакция жёсткой заделки в точке A, имеющая своими составляющими силы $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$ и пару сил с моментом M_A, а также реакция шарнира C, разложенная на составляющие $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$ (см. рис. 1.10, *a*). Действующие на раму силы составляют уравновешенную плоскую систему сил. Выберем систему координат xAy, как показано на рис. 1.10, *a*, и составим уравнения равновесия:

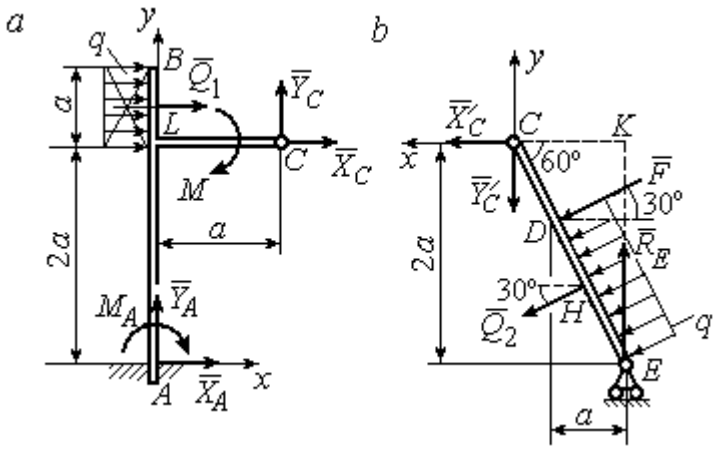


Рис. 1.10. Равновесие частей конструкции:
a - силы и реакции связей, действующие на балку $ABLC$;
b - силы и реакции связей, действующие на балку CE

$$\sum F_{kx} = X_A + Q_1 + X_C = 0, \quad \sum F_{ky} = Y_A + Y_C = 0,$$

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -M_A - Q_1 \cdot \left(2a + \frac{a}{2}\right) - M + Y_C a - X_C 2a = 0.$$

Рассмотрим равновесие балки *EC*. Заменим равномерную нагрузку эквивалентной силой $\vec{Q}_2$, приложенной в середине отрезка *ED*, направленной в сторону действия нагрузки и равной по модулю $Q_2 = q \cdot 2a = 8\,\text{кН}$. На балку кроме сил $\vec{Q}_2$, $\vec{F}$ действуют реакции связей: $\vec{R}_E$ – реакция шарнирно-подвижной опоры в точке *E* и $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$ – составляющие реакции шарнира *C*. Силы $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$ направлены противоположно силам $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$ и равны им по модулю $X_C = X'_C$, $Y_C = Y'_C$ (см. рис. 1.10, *a*, *b*). Действующие на балку *EC* силы образуют плоскую уравновешенную систему сил. Выберем систему координат *xCy,* как показано на рис. 1.10, *b,* и составим уравнения равновесия. При этом центром, относительно которого будем считать моменты сил, выберем точку *C*. Получим:

$$\sum F_{kx} = Q_2 \sin 60^\circ + F\cos 30^\circ + \vec{X}'_C = 0,\ \sum F_{ky} = R_E - Q_2 \cos 60^\circ - F\sin 30^\circ - Y'_C = 0,$$

$$\sum M_C\left(\vec{F}_k\right) = -F \cdot CD - Q_2 \cdot CH + R_E \cdot CK = 0.$$

Здесь плечи сил: $CD = \dfrac{2a}{\cos 30^\circ} - 2a$, $CH = \dfrac{2a}{\cos 30^\circ} - a$, $CK = 2a\,\text{tg}30^\circ$. Заменяя в уравнениях величины X'_C на X_C, а Y'_C на Y_C и подставляя исходные данные, получим систему уравнений:

$$X_A + X_C + 4 = 0,\ Y_A + Y_C = 0,\ -M_A - 4X_C + 2Y_C - 25 = 0,$$

$$X_C + 15{,}59 = 0,\ -Y_C + R_E - 9 = 0,\ 2{,}31R_E - 27{,}14 = 0,$$

откуда найдём величины реакции жесткой заделки и реакции шарниров:

$$X_A = 11{,}59\ \text{кН},\ Y_A = -2{,}76\ \text{кН},\ M_A = 42{,}87\ \text{кН·м},$$

$$X_C = -15{,}59\ \text{кН},\ Y_C = 2{,}76\ \text{кН},\ R_E = 11{,}76\ \text{кН}.$$

Модули реакций жесткой заделки *A* и шарнира *C*:

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = 11{,}91\ \text{кН},\ R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2} = 15{,}83\ \text{кН}.$$

1.5. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил

В заданиях рассматривается равновесие однородной плиты или вала (прямого или с «ломаной» осью) с насаженным на него шкивом.

Вал закреплен подпятником и подшипником и удерживается в равновесии. На вал действуют сила $\vec{F}$, пара сил с моментом M и сила $\vec{P}$. На шкив вала намотана нить, к свободному концу которой, перекинутому через невесомый блок, подвешен груз весом Q. Для вала определить реакции подшипника и подпятника и величину уравновешивающей силы Q (или момента M).

Плита весом P закреплена пространственным шарниром, подшипником и удерживается в заданном положении невесомым стержнем. На плиту действуют силы $\vec{F}$, $\vec{Q}$ и пара сил с моментом M. Для плиты найти реакции сферического и цилиндрического шарниров и реакцию стержня.

Варианты задания даны на рис. 1.11 – 1.13. Исходные данные для выполнения задания приведены в табл. 1.2.

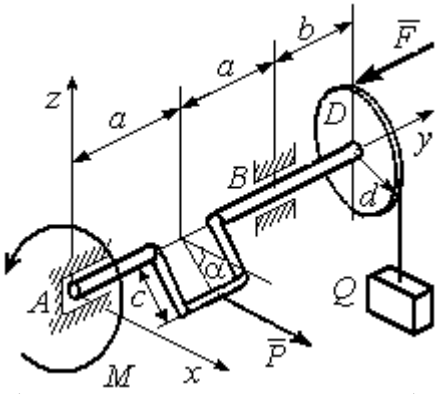
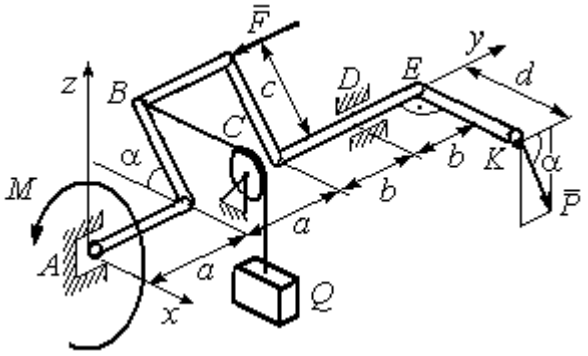
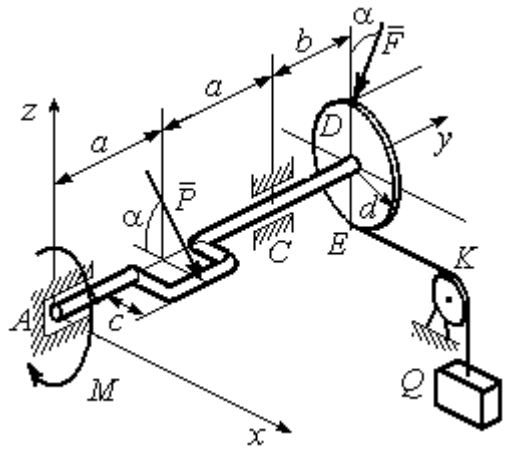
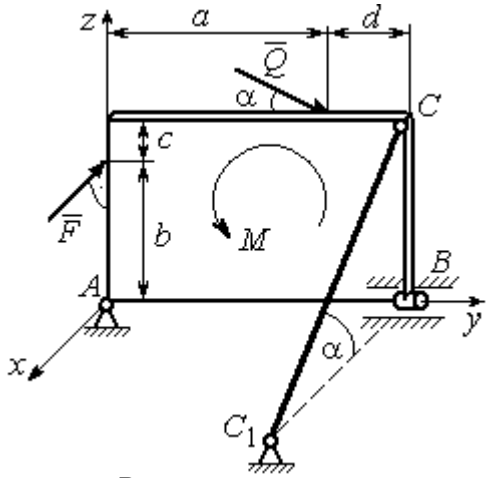
Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**
	
Сила $\vec{F}$ параллельна оси Ay; сила $\vec{P}$ параллельна оси Ax; нить, удерживающая груз, сходит со шкива вертикально. Найти реакции подпятника и подшипника в точках A и B и величину уравновешивающего груза Q	Сила $\vec{F}$ параллельна оси Ay; сила $\vec{P}$ лежит в плоскости, параллельной zAy; отрезок нити BC параллелен оси Ax; рукоять вала EK параллельна оси Ax. Найти реакции подпятника и подшипника в точках A и D и величину уравновешивающего момента M

Рис. 1.11. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил.
Номера вариантов задания 1 – 2, 11 – 12, 21 – 22

Варианты № 3, 13, 23	**Варианты № 4, 14, 24**
	
Сила $\vec{F}$, лежит в плоскости *zAy*; сила $\vec{P}$ лежит в плоскости, параллельной *zAx*, отрезок нити *EK* параллелен оси *Ax*. Найти реакции подпятника и подшипника в точках *A* и *C*, а также величину уравновешивающего груза *Q*	Плита весом *P* расположена в плоскости *zAy*; пара сил с моментом *M* действует в плоскости плиты; стержень CC_1 расположен в плоскости, параллельной *zAx*; сила $\vec{Q}$ действует в плоскости плиты; сила $\vec{F}$ перпендикулярна плоскости плиты. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках *A* и *B* и реакцию стержня CC_1

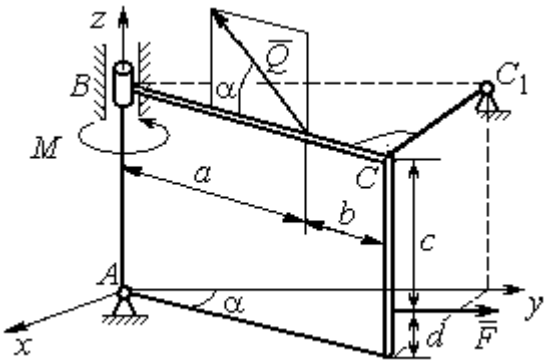
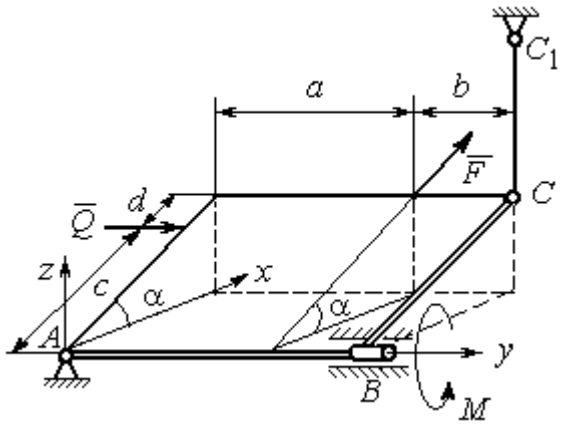
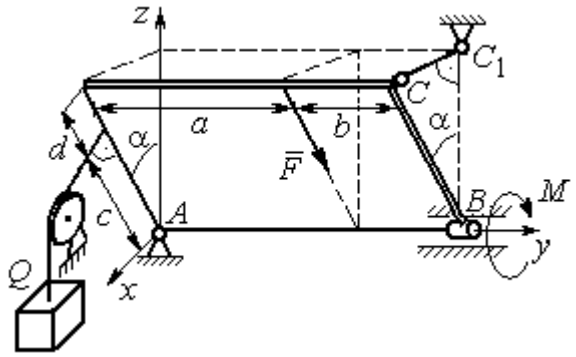
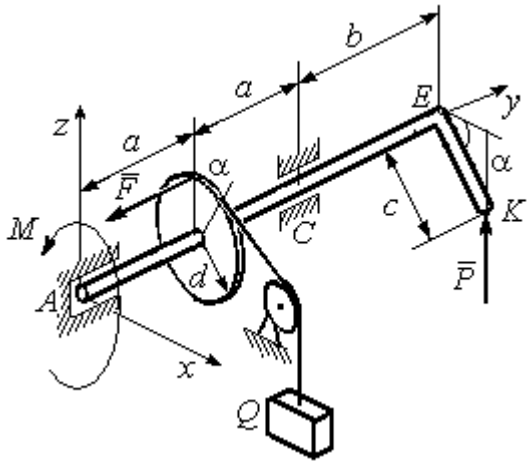
Варианты № 5, 15, 25	**Варианты № 6, 16, 26**
	
Плита весом *P* отклонена на угол α от вертикальной плоскости *zAy*; сила $\vec{Q}$ лежит в плоскости плиты; сила $\vec{F}$ параллельна оси *Ay*; стержень CC_1 перпендикулярен плоскости плиты. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках *A* и *B* и реакцию стержня CC_1	Плита весом *P* отклонена на угол α от горизонтальной плоскости *xAy*; сила $\vec{Q}$ перпендикулярна боковой стенке плиты и параллельна оси *Ay*; сила $\vec{F}$ расположена в плоскости плиты и параллельна её боковым стенкам; стержень CC_1 параллелен оси *Az*. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках *A* и *B* и реакцию стержня CC_1

Рис. 1.12. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил.
Номера вариантов задания 3 – 6, 13 – 16, 23 – 26

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	
Плита весом *P* отклонена на угол α от вертикальной плоскости *zAy*; нить, удерживающая груз *Q*, находится плоскости *zAx*, прикреплена к боковой стенке плиты и перпендикулярна ей; сила $\vec{F}$ параллельна боковым стенкам плиты; стержень CC_1 перпендикулярен плоскости *zAy*. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках *A* и *B* и реакцию стержня CC_1	Рукоять *EK* перпендикулярна оси вала и наклонена под углом α к горизонтальной плоскости *xAy*; сила $\vec{P}$ параллельна оси *Az*; сила $\vec{F}$ параллельна оси A*y*; нить, удерживающая груз *Q*, сходит со шкива по касательной. Найти реакции подпятника *A*, подшипника *C*, и величину уравновешивающего груза *Q*

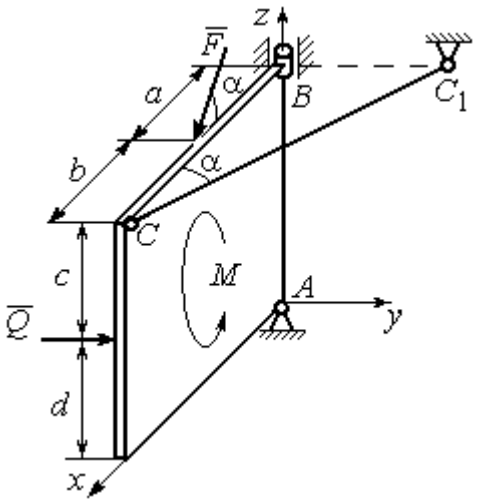
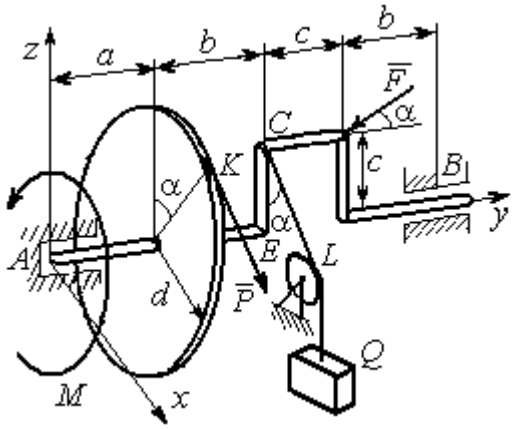
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	
Плита весом *P* находится в вертикальной плоскости *zAx*; стержень CC_1 расположен в плоскости, параллельной *xAy*; пара сил с моментом *M* действует в плоскости плиты; сила $\vec{Q}$ перпендикулярна плоскости плиты; сила $\vec{F}$ лежит в плоскости плиты. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках *A* и *B* и реакцию стержня CC_1	Сила $\vec{F}$ находится в плоскости *zAy*; стойка *CE* находится в плоскости *zAy*; отрезок *CL* нити, удерживающей груз, находится в плоскости параллельной *xAz*; сила $\vec{P}$ находится в плоскости шкива и направлена по касательной к ободу в точке *K*. Найти реакции подпятника *A*, подшипника *B* и величину уравновешивающего момента *M*

Рис. 1.13. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил.
Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 1.2

Исходные данные для задания С2.
Равновесие пространственной системы сил

Номер варианта задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
P, кН	5	4	6	10	16	15	12	10	15	14
F, кН	8	6	12	6	10	10	8	12	12	10
Q, кН	–	12	–	12	8	12	10	–	10	12
M, кН·м	12	–	10	8	12	6	8	6	8	–
α, град	60	30	30	30	60	60	60	30	30	60
a, м	1,2	0,8	1,4	0,6	1,2	0,9	1,4	0,4	0,8	0,8
b, м	1,0	0,6	1,1	0,4	0,8	0,4	0,6	1,2	0,2	0,6
c, м	0,8	0,5	0,8	0,3	1,4	0,8	1,2	0,8	0,4	0,4
d, м	0,4	0,4	0,6	0,2	0,4	0,2	0,4	0,6	0,6	0,6

Номер варианта задания	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
P, кН	8	10	10	15	14	10	16	9	10	12
F, кН	6	12	16	8	12	14	10	15	8	10
Q, кН	–	14	–	10	10	12	14	–	12	14
M, кН·м	10	–	12	12	12	8	10	10	10	–
α, град	30	60	60	60	30	30	30	60	60	30
a, м	0,8	1,3	0,9	0,5	1,3	1,2	1,6	0,6	0,9	1,2
b, м	0,6	1,1	0,6	0,4	0,9	0,6	0,8	1,2	0,3	0,8
c, м	0,4	0,8	0,5	0,2	1,5	0,9	1,2	0,4	0,6	0,6
d, м	0,2	0,4	0,4	0,1	0,5	0,4	0,6	0,2	0,2	0,8

Номер варианта задания	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
P, кН	10	12	5	8	10	14	18	12	14	10
F, кН	12	8	15	10	12	8	10	15	9	8
Q, кН	–	10	–	12	14	10	16	–	12	6
M, кН·м	12	–	16	14	8	10	8	12	10	–
α, град	90	30	60	30	45	30	30	60	60	30
a, м	0,6	0,8	1,1	1,2	1,5	0,8	1,0	0,8	1,2	0,9
b, м	0,8	0,6	0,9	1,0	0,9	0,6	0,8	1,4	0,6	0,4
c, м	0,4	1,2	0,8	0,6	1,5	0,9	1,1	0,5	0,8	0,6
d, м	0,4	1,5	0,5	0,2	0,4	0,3	0,3	0,4	0,6	0,5

Примеры решения задания С2. Равновесие пространственной системы сил

Задача 1. Горизонтальный вал (рис. 1.14) закреплен в подпятнике *C* и подшипнике *K*. Вал имеет шкив I радиуса *R* и шкив II радиуса *r*, перпендикулярные оси вала. Рукоять *AE* параллельна оси *Cx*. Нить, удерживающая груз *Q*, сходит со шкива I по касательной вертикально вниз. На вал действуют силы $\vec{F}$, $\vec{P}$ и пара сил с моментом *M*, закручивающая вал вокруг оси *Cy*. Сила $\vec{F}$ находится в плоскости, параллельной *zCy*, и составляет угол 60° с направлением оси *Cy*. Сила $\vec{P}$ приложена в точке *B* шкива II, определяемой центральным углом 30º, и направлена по касательной. Определить величину уравновешивающего момента *M* и реакции подшипника и подпятника, если $P = 4$ кН, $F = 2$ кН, $Q = 3$ кН, $R = 0{,}6$ м, $r = 0{,}3$ м, $a = 0{,}8$ м, $b = 0{,}4$ м.

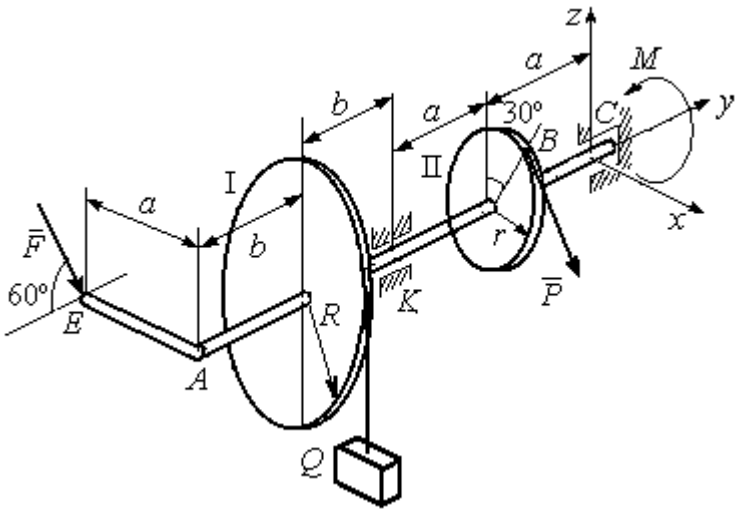


Рис. 1.14. Схема вала и его нагрузка

Решение

Рассмотрим равновесие вала. На вал действуют внешние силы $\vec{F}$, $\vec{P}$, пара сил с моментом *M* и реакции связей. Связями являются нить, натянутая грузом *Q*, подпятник *C* и подшипник *K*. Освобождаем вал от связей, заменяя их действие реакциями. Реакцию подпятника *C* раскладываем на три со-

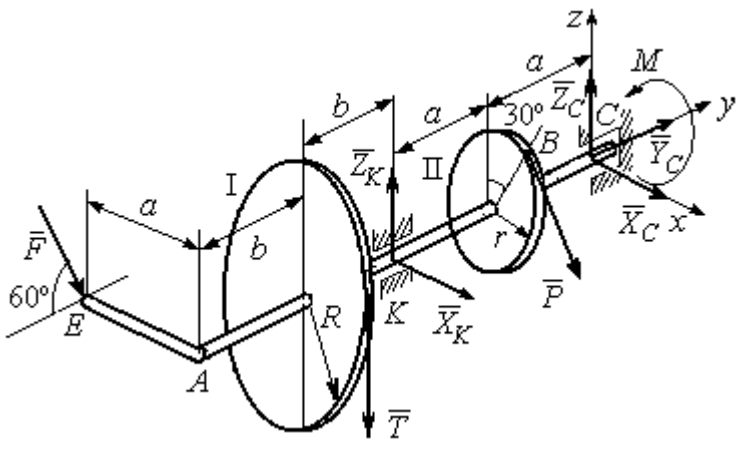


Рис. 1.15. Внешние силы и реакции связей вала

ставляющие: $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$, $\vec{Z}_C$, направленные вдоль координатных осей. Реакция подшипника *K* лежит в плоскости, перпендикулярной оси вала, и ее составляющими будут вектора $\vec{X}_K, \vec{Z}_K$, направленные вдоль координатных осей *x*, *z*. Реакция нити $\vec{T}$ направлена вдоль нити от точки *K* и по модулю равна весу груза. Действие на вал внешних сил и реакций связи показано на рис. 1.15.

Внешние силы, действующие на вал, и реакции связей составляют произвольную пространственную систему сил, эквивалентную нулю ($\vec{P}, \vec{F}, \vec{X}_K, \vec{Z}_K, \vec{T}, \vec{X}_C, \vec{Y}_C, \vec{Z}_C, M$) ∞ 0, для которой уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0\,,\ \sum F_{ky} = 0\,,\ \sum F_{kz} = 0\,,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0\,,\ \sum M_y(\vec{F}_k) = 0\,,\ \sum M_z(\vec{F}_k) = 0\,.$$

Для удобства при составлении уравнений равновесия изобразим вал вместе с действующими на него силами в проекциях на координатные плоскости (рис. 1.16)

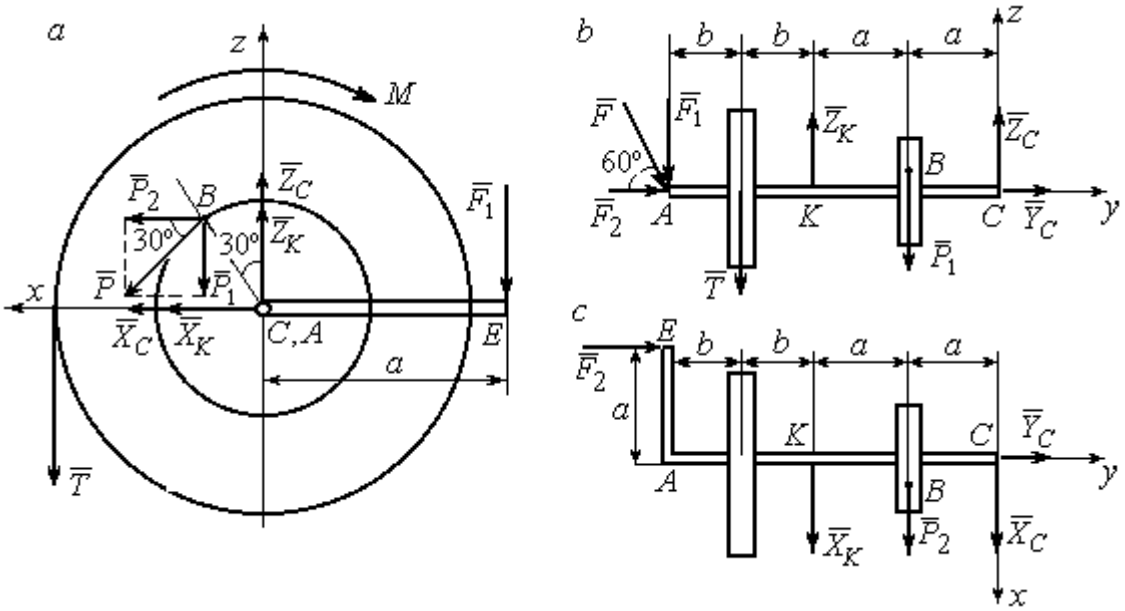


Рис. 1.16. Вал и действующие на него силы в проекциях на координатные плоскости:
a – вид вала в проекции на плоскость *zCx* с положительного конца оси *y*;
b – вид вала в проекции на плоскость *zCy* с положительного конца оси *x*;
c – вид вала в проекции на плоскость *xCy* с положительного конца оси *z*.

На рис. 1.16, *а* показаны проекции всех сил на плоскость *zCx*. Вычисляя моменты проекций этих сил относительно точки *C*, получим значения моментов исходных сил относительно оси *y*.

Для вычисления моментов сил относительно оси *x* достаточно найти моменты проекций сил на плоскость *zCy* относительно точки *C* (см. рис. 1.16, *b*), а вычисляя моменты проекций сил на плоскость *xCy* относительно точки *C*, получим значения моментов сил относительно оси z.

Составляем уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = P_2 + X_K + X_C = 0,\ \sum F_{ky} = F_2 + Y_C = 0,$$

$$\sum F_{kz} = -P_1 + Z_K - T + Z_C - F_1 = 0,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = P_1 a - Z_K 2a - T(2a + b) + F_1(2a + 2b) = 0,$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = -F_1 a + TR + Pr - M = 0,$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = P_2 a + X_K 2a - F_2 a = 0.$$

Подставляя исходные данные задачи, с учётом того, что

$$P_1 = P\cos 60^\circ = 0{,}5P,\ P_2 = P\cos 30^\circ = 0{,}87P,$$

$$F_1 = F\cos 30^\circ = 0{,}87F,\ F_2 = F\cos 60^\circ = 0{,}5F$$ (см. рис. 1.16 *а*, *b*),

получим систему уравнений:

$$0{,}87 \cdot 4 + X_K + X_C = 0,\ \ 2 \cdot 0{,}5 + Y_C = 0,\ -4 \cdot 0{,}5 + Z_K - 3 + Z_C - 2 \cdot 0{,}87 = 0,$$

$$0{,}5 \cdot 4 \cdot 0{,}8 - 1{,}6Z_K - 3 \cdot 0{,}87(2 \cdot 0{,}8 + 0{,}4) + 2 \cdot 0{,}87(2 \cdot 0{,}8 + 2 \cdot 0{,}4) = 0,$$

$$-0{,}87 \cdot 0{,}8 + 3 \cdot 0{,}6 + 4 \cdot 0{,}3 - M = 0,\ 0{,}87 \cdot 4 \cdot 0{,}8 + 1{,}6 \cdot X_K - 2 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}8 = 0.$$

Решая систему, найдём: $X_C = -2{,}24$ кН, $Y_C = -1$ кН, $Z_C = 6{,}39$ кН, $X_K = -1{,}24$ кН, $Z_K = 0{,}35$ кН, $M = 2{,}3$ кН·м.

Окончательно, реакция подпятника $R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2 + Z_C^2} = 6{,}84$ кН,

реакция подшипника $R_K = \sqrt{X_K^2 + Z_K^2} = 1{,}29$ кН.

Задача 2. Плита весом *P* расположена в вертикальной плоскости *zAy*. В точке А плита закреплена пространственным шарниром, а в точке *B* на оси *y* опирается на цилиндрический шарнир (подшипник). Плита удерживается в равновесии при помощи невесомого стержня CC_1, прикреплённого шарниром к плите в её верхнем углу, в точке *C* перпендикулярно плоскости плиты (рис. 1.17).

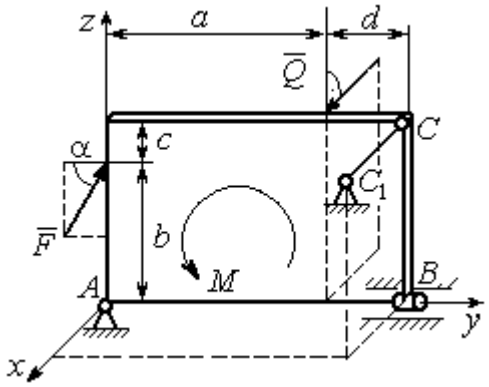


Рис. 1.17. Равновесие плиты

На плиту действует сила $\vec{Q}$, приложенная на краю плиты перпендикулярно её плоскости, и сила $\vec{F}$, лежащая в плоскости плиты и направленная под углом α к горизонту (см. рис. 1.17). Кроме того, в плоскости плиты на неё действует пара сил с моментом *M*. Найти реакции шарниров *A* и *B* и усилие в стержневой подпорке CC_1 при равновесии плиты, если параметры нагрузки: *P* = 1 кН, *Q* = 500 Н, *F* = 400 Н, *M* = 300 Н·м, $\alpha = 35^\circ$, *a* = 2 м, *b* = 1,5 м, *c* = 0,2 м, *d* = 0,4 м.

Решение

Заменим связи плиты их реакциями. Реакция шарнира *A* раскладывается на три составляющие: $\vec{X}_A$ $\vec{Y}_A$, $\vec{Z}_A$ по направлениям координатных осей. Направления координатных осей показаны на рис. 1.17. Реакция подшипника *B* лежит в плоскости, перпендикулярной оси подшипника, и ее составляющими будут вектора $\vec{X}_B, \vec{Z}_B$, направленные вдоль координатных осей *x*, *z*. Реакция стержня $\vec{T}$ направлена вдоль стержня. Действие сил и реакций показано на рис.1.18.

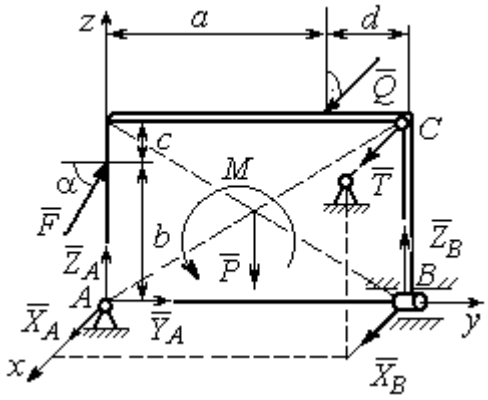


Рис. 1.18. Действие сил и реакций при равновесии плиты

Пространственная система сил, действующих на плиту, является уравновешенной: ($\vec{P}$, $\vec{F}$, $\vec{X}_B$, $\vec{Z}_B$, $\vec{T}$, $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, $\vec{Z}_A$, M) ∞ 0. Уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0\,,\ \sum F_{ky} = 0\,,\ \sum F_{kz} = 0\,,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0\,,\ \sum M_y(\vec{F}_k) = 0\,,\ \sum M_z(\vec{F}_k) = 0\,.$$

В вычислениях моментов сил относительно осей будем считать момент положительным, если при взгляде со стороны положительного направления оси, сила вращает тело (плиту) против хода часовой стрелки. Получим:

$$\sum F_{kx} = 0\,,\ X_A + Q + X_B + T = 0,$$

$$\sum F_{ky} = 0\,,\ Y_A + F\cos\alpha = 0,$$

$$\sum F_{kz} = 0\,,\ Z_A + F\sin\alpha - P + Z_B = 0$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0\,,\ -F\cos\alpha \cdot b - P \cdot 0{,}5(a+d) + Z_B(a+d) + M = 0,$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = 0\,,\ Q \cdot (b+c) + T \cdot (b+c) = 0,$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = 0\,,\ -Q \cdot a - T \cdot (a+d) - X_B \cdot (a+d) = 0.$$

Подставив исходные данные задачи, получим систему уравнений:

$$X_A + 500 + X_B + T = 0,\ \ Y_A + 400 \cdot 0{,}82 = 0,\ Z_A + 400 \cdot 0{,}57 - 1000 + Z_B = 0,$$

$$-400 \cdot 0{,}82 \cdot 1{,}5 - 1000 \cdot 0{,}5 \cdot 2{,}4 + Z_B \cdot 2{,}4 + 300 = 0,$$

$$500 \cdot 1{,}7 + T \cdot 1{,}7 = 0,\quad -500 \cdot 2 - T \cdot 2{,}4 - X_B \cdot 2{,}4 = 0,$$

откуда находим значения составляющих реакций:

$$T = -500\ \text{Н},\ X_B = 83{,}33\ \text{Н},\ Z_B = 580\ \text{Н},$$

$$X_A = -83{,}33\ \text{Н},\ Y_A = -328\ \text{Н},\ Z_A = 192\ \text{Н}.$$

Полные реакции пространственного шарнира A:

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2} = 389{,}09\ \text{Н},$$

цилиндрического шарнира B: $R_B = \sqrt{X_B^2 + Z_B^2} = 585{,}95$ Н.

2. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ И ТВЕРДОГО ТЕЛА

Кинематикой называется раздел механики, в котором изучаются свойства движения материальных тел без учета их масс и действующих на них сил.

2.1. Кинематика точки. Основные параметры движения точки

Кривая, которую описывает движущаяся точка, называется **траекторией** точки. Движение точки может быть задано **векторным**, **координатным** или **естественным** способами.

Векторный способ основан на определении положения точки ее радиусом-вектором в виде векторного уравнения $\vec{r} = \vec{r}(t)$. При **координатном способе** задания движения точки положение точки определяется ее координатами, заданными для каждого момента времени: $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$. **Естественный способ** задания движения используется, если заранее известна траектория движения точки. Тогда положение точки однозначно определяется длиной дуги $\breve{OM} = S(t)$, отсчитываемой от некоторой фиксированной точки *O*, принятой за начало отсчета.

Мгновенная скорость, или скорость точки в данный момент времени, является векторной величиной и определяется как производная по времени от радиуса-вектора точки: $\vec{V} = \dot{\vec{r}}$. Вектор скорости точки $\vec{V}$ всегда направлен по касательной к траектории в сторону движения точки.

При координатном способе задания движения величины проекций вектора скорости $\vec{V}$ на координатные оси определяются как производные по времени от соответствующих координат: $V_x = \dot{x}$, $V_y = \dot{y}$, $V_z = \dot{z}$. Модуль вектора скорости: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$. При естественном способе задания движения вектор скорости точки определяется равенством: $\vec{V} = \dot{S}\vec{\tau}$, где $S = S(t)$ – закон измене-

ния длины дуги, $\vec{\tau}$ –единичный вектор касательной к траектории движения, направленный в сторону возрастающих расстояний.

Величина $V = |\dot{S}|$ называется алгебраической скоростью точки. При $\dot{S} > 0$ вектор скорости $\vec{V}$ направлен по единичному вектору $\vec{\tau}$ – в сторону возрастающих расстояний. При $\dot{S} < 0$ он имеет направление, противоположное единичному вектору $\vec{\tau}$, т. е. в сторону убывающих расстояний.

Мгновенное ускорение, или ускорение точки в данный момент времени, является векторной величиной и определяется как производная по времени от вектора скорости точки или как вторая производная от радиус-вектора точки: $\vec{a} = \dot{\vec{V}} = \ddot{\vec{r}}$. При координатном способе проекции вектора ускорения $\vec{a}$ на координатные оси – величины a_x, a_y, a_z – определяются равенствами: $a_x = \dot{V}_x = \ddot{x}$, $a_y = \dot{V}_y = \ddot{y}$, $a_z = \dot{V}_z = \ddot{z}$. Модуль вектора ускорения равен: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$.

При естественном способе задания движения вектор ускорения точки $\vec{a}$ раскладывается на две взаимно перпендикулярные составляющие $\vec{a}_n$ и $\vec{a}_\tau$, параллельные осям n и τ естественной системы координат, и представляется в виде равенства $\vec{a} = a_\tau \vec{\tau} + a_n \vec{n}$, или $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$, где $\vec{\tau}$ – единичный направляющий вектор оси, касательной к траектории (касательная ось); $\vec{n}$ – единичный направляющий вектор главной нормали траектории. Величина a_n называется **нормальным ускорением** точки и вычисляется по формуле: $a_n = \dfrac{V^2}{\rho}$, где ρ – радиус кривизны траектории. (У окружности радиус кривизны равен её радиусу, у прямой линии – бесконечности.) Вектор $\vec{a}_n$ нормальной составляющей ускорения всегда направлен к центру кривизны траектории. При движении по окружности радиус кривизны траектории равен радиусу окружности, а центр кривизны траектории совпадает с центром окружности. Величина a_τ называется **касательным ускорением** и равна модулю второй производной от заданно-

го закона изменения длины дуги: $a_\tau = |\ddot{S}|$, где $S = S(t)$ – закон изменения длины дуги. Направление вектора касательного ускорения $\vec{a}_\tau$ зависит от знака второй производной $\ddot{S}$. При $\ddot{S} > 0$ вектор $\vec{a}_\tau$ в направлен в сторону возрастающих расстояний, по направлению единичного вектора $\vec{\tau}$, при $\ddot{S} < 0$ – в сторону убывающих расстояний (противоположно единичному вектору $\vec{\tau}$). Вектор полного ускорения $\vec{a}$ направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_n$ и $\vec{a}_\tau$. Модуль вектора ускорения: $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$.

2.2. Вращение тела вокруг неподвижной оси

Движение тела, при котором все точки некоторой его прямой остаются неподвижными, называется **вращательным**, а указанная прямая называется осью вращения. Вращение тела задается углом поворота $\varphi = \varphi(t)$ подвижной плоскости, связанной с телом, относительно некоторого ее начального положения. Направление вращения с возрастанием угла поворота считается положительным.

Величина **угловой скорости** вращения тела равна модулю производной от угла поворота тела по времени: $\omega = |\dot{\varphi}|$. Направление угловой скорости вращения тела зависит от знака производной $\dot{\varphi}$. При $\dot{\varphi} > 0$ вращение происходит в положительном направлении, в сторону возрастания угла поворота, при $\dot{\varphi} < 0$ – в отрицательном. Направление угловой скорости обычно показывают дуговой стрелкой вокруг оси вращения. Вектор угловой скорости $\vec{\omega}$ направлен вдоль оси вращения в сторону, откуда вращение тела видно против хода часовой стрелки.

Величина **углового ускорения** при вращении тела равна модулю второй производной от угла поворота тела по времени: $\varepsilon = |\ddot{\varphi}|$. Если $\ddot{\varphi}$ одного знака с

φ, то угловое ускорение ускоряет вращение тела, если разных знаков, то угловое ускорение замедляет вращение.

При вращательном движении тела все его точки движутся по окружностям, радиусы которых равны расстояниям от выбранной точки до неподвижной оси. **Скорость точки вращающегося твердого тела (**в отличие от угловой скорости тела) называют **линейной,** или **окружной скоростью** точки. Величина скорости рассчитывается по формуле: $V = \omega h$, где ω – величина угловой скорости тела; h – расстояние от точки до оси вращения. Вектор скорости точки лежит в плоскости описываемой точкой окружности и направлен по касательной к ней в сторону вращения тела. Отношение скоростей двух точек вращающегося тела равно отношению расстояний от этих точек до оси: $\frac{V_{M1}}{V_{M2}} = \frac{h_1}{h_2}$.

Ускорение точки вращающегося твердого тела рассчитывается как ускорение точки при естественном способе задания движения в виде суммы векторов касательного и нормального ускорений: $\vec{a}_M = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$. Величины касательного, нормального и полного ускорений точки вращающегося тела, соответственно: $a_\tau = \varepsilon h$, $a_n = \omega^2 h$, $a_M = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$, где ω, ε – угловая скорость и угловое ускорение тела; h – расстояние от точки до оси вращения.

2.3. Плоскопараллельное движение твёрдого тела

Плоскопараллельным, или плоским движением твердого тела, называется такое движение, при котором все точки тела движутся параллельно некоторой неподвижной плоскости. Плоское движение представляется в виде суммы мгновенного поступательного движения, при котором все точки плоской фигуры движутся со скоростью выбранной точки-полюса, и мгновенного вращательного движения вокруг этого полюса.

Скорость любой точки M плоской фигуры равна векторной сумме вектора скорости точки-полюса и вектора скорости точки M при вращении тела вокруг этого полюса: $\vec{V}_M = \vec{V}_A + \vec{V}_{MA}$, где $\vec{V}_M$ – скорость точки M; $\vec{V}_A$ – скорость полюса A; $\vec{V}_{MA}$ – вектор скорости точки M при вращении тела вокруг полюса A, модуль скорости $V_{MA} = \omega \cdot MA$, где ω – угловая скорость мгновенного вращательного движения тела вокруг полюса; MA – расстояние между полюсом A и точкой M.

Мгновенным центром скоростей называется такая точка P плоской фигуры, скорость которой в данный момент времени равна нулю. Выбрав в качестве полюса мгновенный центр скоростей, скорость любой точки плоской фигуры находят так, как если бы мгновенное движение фигуры было вращательным вокруг мгновенного центра скоростей.

Способы построения мгновенного центра скоростей

1. Если известны направления скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ каких-нибудь двух точек A и B плоской фигуры, то мгновенный центр скоростей находится в точке пересечения перпендикуляров, восстановленных из этих точек к векторам скоростей (рис. 2.1, *a*).

2. Если скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ двух точек A и B плоской фигуры известны и параллельны друг другу, а линия AB перпендикулярна $\vec{V}_A$ (и, конечно, $\vec{V}_B$), то мгновенный центр скоростей определяется как точка пересечения линий, проведенных через основания и вершины векторов скоростей (построение показано на рис. 2.1, *b*, *c*).

3. Если скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ двух точек A и B параллельны друг другу, но линия AB, соединяющая эти точки, не перпендикулярна векторам скоростей (рис. 2.1, *d*), то мгновенная угловая скорость тела равна нулю и движение тела

в данный момент времени является мгновенным поступательным. В этом случае скорости всех точек равны по величине и направлению.

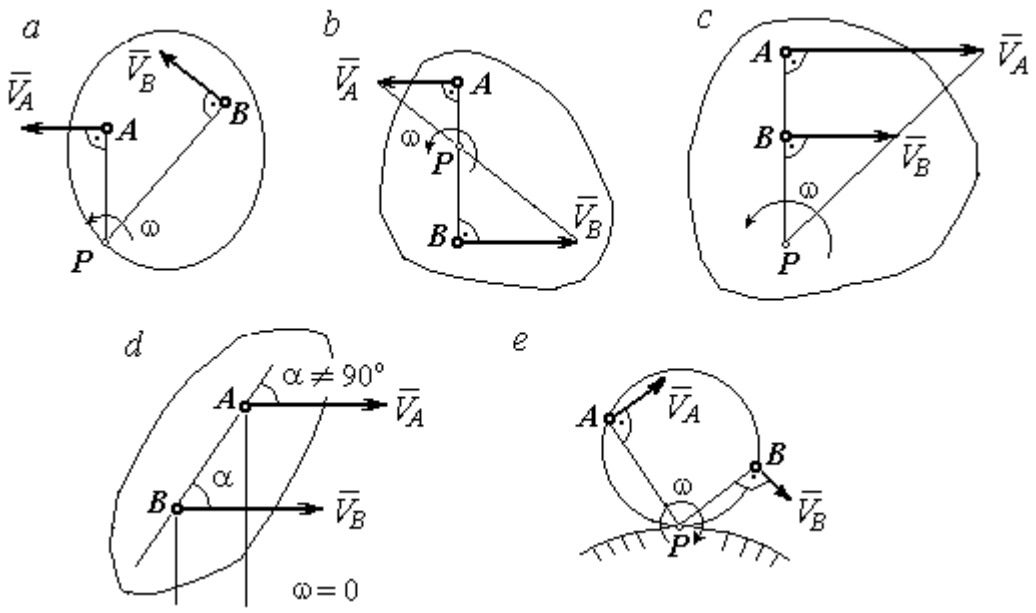


Рис. 2.1. Способы построения мгновенного центра скоростей

4. Если плоскопараллельное движение осуществляется путем качения без скольжения одного тела по неподвижной поверхности другого, то мгновенный центр скоростей расположен в точке касания катящегося тела с неподвижной поверхностью (рис. 2.1, *e*).

Ускорение любой точки *M* плоской фигуры при плоскопараллельном движении твердого тела представляется как сумма векторов – ускорения полюса и ускорения точки *M* при вращении фигуры вокруг полюса. Учитывая, что ускорение точки вращающегося тела представляется как сумма нормального и касательного ускорений, получим:

$$\vec{a}_M = \vec{a}_A + \vec{a}^{\tau}_{MA} + \vec{a}^{n}_{MA},$$

где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса A; $\vec{a}^{\tau}_{MA}$, $\vec{a}^{n}_{MA}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки M при вращении фигуры вокруг полюса A.

Вектор нормального ускорения $\vec{a}^{\,n}_{MA}$ всегда направлен от точки M к полюсу A. Вектор касательного ускорения $\vec{a}^{\,\tau}_{MA}$ направлен перпендикулярно отрезку AM в сторону вращения, если оно ускоренное (рис. 2.2, *a*), и против вращения, если оно замедленное (рис. 2.2, *b*). Численно величины касательного и нормального составляющих ускорения точки M определяются по формулам:

$$a^{\tau}_{MA} = \varepsilon \cdot AM\,,\quad a^{n}_{MA} = \omega^2 \cdot AM\,,$$

где ω, ε – угловая скорость и угловое ускорение тела (плоской фигуры); AM – расстояние от точки M до полюса A (см. рис. 2.2).

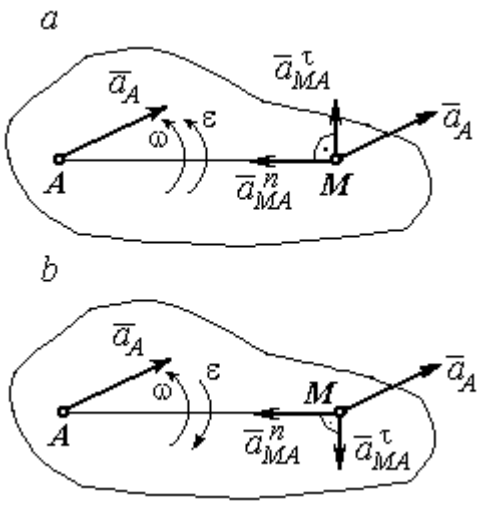


Рис. 2.2. Ускорение точки плоской фигуры:
a – ускоренное движение;
b – замедленное движение

Если при движении плоской фигуры известны траектории движения полюса A и точки M, то для определения ускорения точки M используется векторное равенство

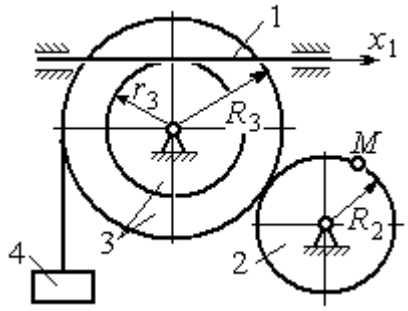
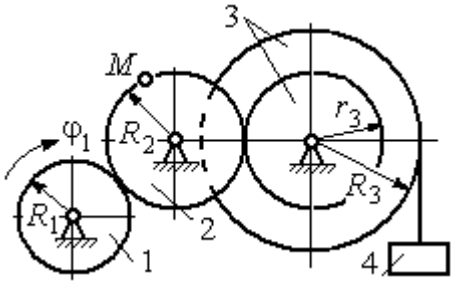
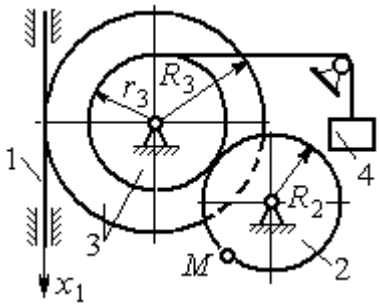
$$\vec{a}^{\,\tau}_{M} + \vec{a}^{\,n}_{M} = \vec{a}^{\,\tau}_{A} + \vec{a}^{\,n}_{A} + \vec{a}^{\,\tau}_{MA} + \vec{a}^{\,n}_{MA},$$

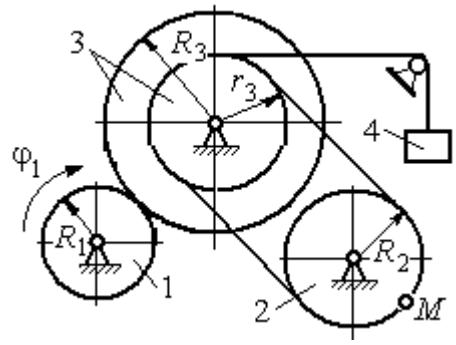
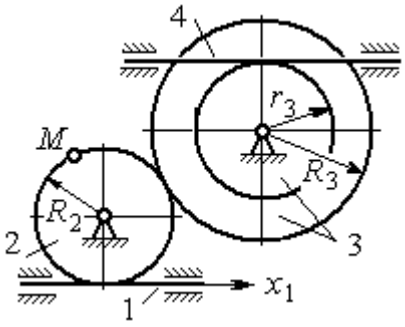
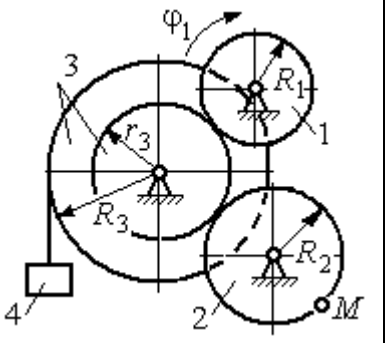
где $\vec{a}^{\,\tau}_{M}$, $\vec{a}^{\,n}_{M}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{A}$, $\vec{a}^{\,n}_{A}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки M и полюса A при движении их по заданным траекториям.

2.4. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек твердого тела при поступательном и вращательном движениях

По заданному движению одного из звеньев механизма $x_1 = x_1(t)$ (варианты 1, 3, 5, 7, 9) или $\varphi_1 = \varphi_1(t)$ (варианты 2, 4, 6, 8, 10) найти в момент времени t_1 скорость, касательное, нормальное и полное ускорения точки M звена механизма, совершающего вращательное движение, а также скорость и ускорение звена 4, совершающего поступательное движение.

Варианты заданий даны на рис. 2.3, 2.4. Исходные данные представлены в табл. 2.1.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22	Варианты № 3, 13, 23
		

Варианты № 4, 14, 24	Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
		

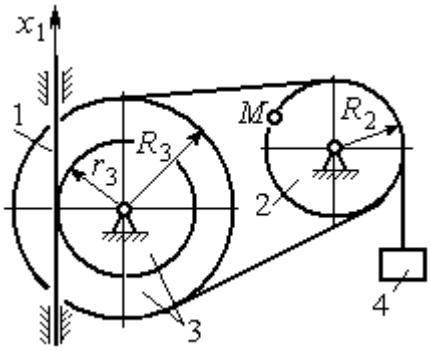
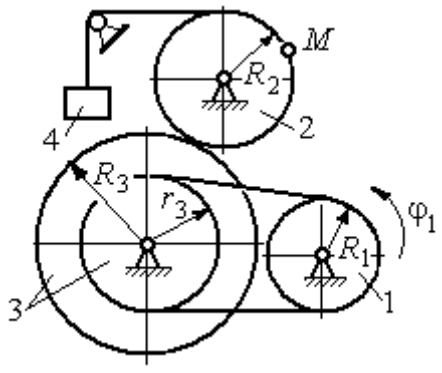
Варианты № 7, 17, 27	Варианты № 8, 18, 28
	

Рис. 2.3. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела. Номера вариантов задания 1 – 8, 11 – 18, 21 – 28

Окончание вариантов задания К1

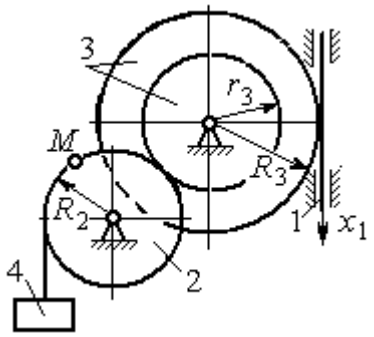
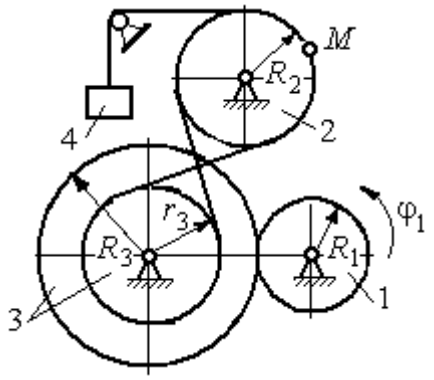
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	

Рис. 2.4. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела. Номера вариантов задания 9 – 10, 19 – 20, 29 – 30

Таблица 2.1

Исходные данные вариантов задания К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела

Номер варианта задания	R_1,см	R_2, см	R_3, см	r_3, см	$x_1(t)$, см $\varphi_1(t)$, рад	t_1, с
1	–	40	45	35	$x_1(t) = (3t-1)^2$	2
2	10	20	38	18	$\varphi_1(t) = t^2 + 6\cos(\pi t/6)$	3
3	–	30	42	18	$x_1(t) = 5t^2 - 2\cos(\pi t/2)$	1
4	15	30	45	20	$\varphi_1(t) = 5t^2 + \cos(\pi t/2)$	2
5	–	30	40	20	$x_1(t) = 6t - \cos(\pi t/3)$	3
6	10	20	30	10	$\varphi_1(t) = t^3 - \cos(\pi t/2)$	1
7	–	30	40	30	$x_1(t) = 2\sin(\pi t/2) + \cos(\pi t/2)$	2
8	8	10	30	25	$\varphi_1(t) = 5t + \cos(\pi t/2)$	2
9	–	18	30	18	$x_1(t) = 5t + \cos(\pi t/3)$	3
10	15	30	50	20	$\varphi_1(t) = 2t^2 + \sin(\pi t/4)$	2
11	–	30	40	25	$x_1(t) = (t^2 - 3t)$	2
12	12	20	40	28	$\varphi_1(t) = 3t^2 + 6\sin(\pi t/6)$	3
13	–	25	60	42	$x_1(t) = 2t^2 + \cos(\pi t/2)$	1
14	10	30	45	30	$\varphi_1(t) = 3t^2 + 2\cos(\pi t/2)$	2

Окончание табл. 2.1

Номер варианта задания	R_1,см	R_2, см	R_3, см	r_3, см	$x_1(t)$, см $\varphi_1(t)$, рад	t_1, с
15	–	20	30	20	$x_1(t)=3t^2-\cos(\pi t/3)$	3
16	12	18	40	20	$\varphi_1(t)=2t^3+\cos(\pi t/2)$	1
17	–	20	35	15	$x_1(t)=2\sin(\pi t/2)-\cos(\pi t/2)$	2
18	15	18	40	25	$\varphi_1(t)=5t+\cos(\pi t/2)$	1
19	–	22	50	18	$x_1(t)=t^2+\cos(\pi t/3)$	3
20	10	20	45	10	$\varphi_1(t)=2t^2+\sin(\pi t/4)$	4
21	–	20	40	20	$x_1(t)=t+(3t-4)^2$	2
22	8	18	42	18	$\varphi_1(t)=2t^2+12\cos(\pi t/6)$	3
23	–	45	60	40	$x_1(t)=4t^2+\sin(\pi t/2)$	1
24	5	15	30	20	$\varphi_1(t)=2t^2+4\cos(\pi t/2)$	2
25	–	15	35	25	$x_1(t)=2t^2+\cos(\pi t/3)$	3
26	18	20	35	20	$\varphi_1(t)=2t^3+\sin(\pi t/2)$	1
27	–	15	35	15	$x_1(t)=2\sin(\pi t/2)-\cos(\pi t/2)$	1
28	10	12	40	25	$\varphi_1(t)=2t^2+\cos(\pi t/2)$	1
29	–	35	50	10	$x_1(t)=t^3-\cos(\pi t/2)$	1
30	10	20	40	10	$\varphi_1(t)=2t^2+\cos(\pi t/4)$	4

Пример выполнения задания К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела

По заданному уравнению движения звена 1 механизма (рис. 2.5, *а*) определить скорость, нормальное, касательное и полное ускорения точки *M* на момент времени t_1, а также скорость и ускорение звена 4, если значения радиусов колес механизма и закон движения звена 1: R_2= 20 см, r_2= 5 см, R_3= 8 см, r_3 = 4 см, $x_1 = 2t^2 - 5t$ см, t_1=1 с.

Решение

Отметим на схеме положительные направления отсчета углов поворота дисков 2 и 3, соответствующие заданному положительному направлению движения звена 1.

Направления показаны на рис 2.5, *b* дуговыми стрелками φ_2, φ_3, а положительное направление движения звена 4 – направлением оси x_4.

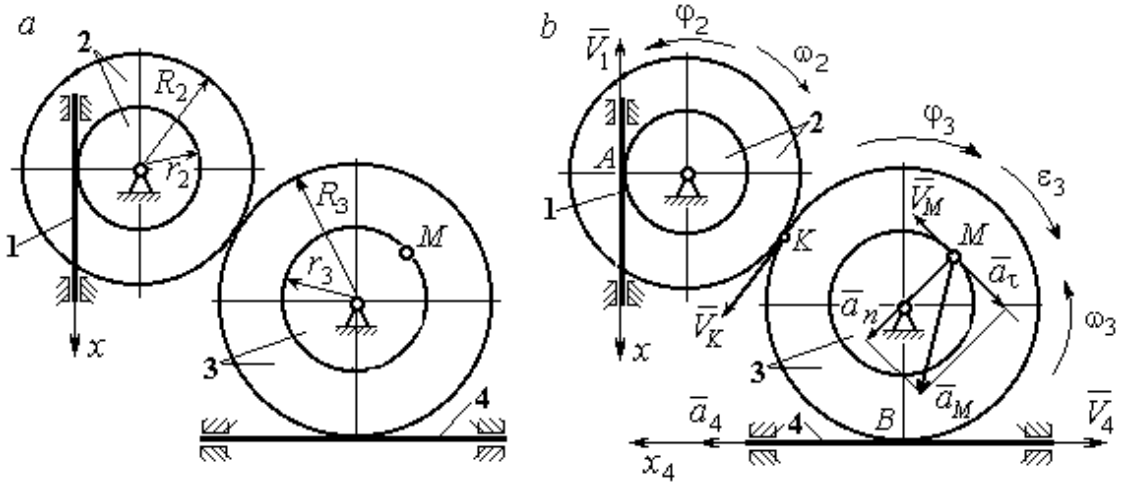


Рис. 2.5. Кинематика вращательного движения твердого тела:
a – схема механизма; *b* – расчетная схема для определения скоростей и ускорений точек механизма

Звено 1 движется поступательно. Движение задано координатным способом в виде закона изменения координаты x. Дифференцируем по времени уравнение движения: $\dot{x} = 4t - 5$ см/с. В момент времени $t_1 = 1$ с значение производной: $\dot{x}(1) = -1$ см/с. Отрицательное значение производной $\dot{x}$ показывает, что в данный момент времени звено 1 движется в отрицательном направлении оси *x*. Скорость звена 1 равна модулю производной: $V_1 = |\dot{x}|$. На рис. 2.5, *b* направление движения звена 1 в момент времени $t_1 = 1$ с показано вектором скорости $\vec{V}_1$, направленным в сторону, противоположную положительному направлению оси *x*. Эту же скорость будет иметь точка *A* – точка контакта звена 1 с диском 2, лежащая на расстоянии r_2 от оси вращения диска. Следовательно, $V_1 = V_A = \omega_2 r_2$, где ω_2 – угловая скорость диска 2. Отсюда угловая скорость диска: $\omega_2 = \dfrac{V_A}{r_2} = \dfrac{|4t-5|}{5} = |\dot{\varphi}_2|$ рад/с. При $t_1 = 1$ с значение производной отрицательно: $\dot{\varphi}_2(1) = -0{,}2$ рад/с. Это означает, что в заданный момент времени вращение диска 2 с угловой скоростью $\omega_2(1) = |\dot{\varphi}_2(1)| = 0{,}2$ рад/с происходит

в отрицательном для диска 2 направлении. На рис. 2.5, *b* направление вращения диска 2 показано дуговой стрелкой ω_2 в сторону, противоположную положительному направлению отсчета угла φ_2. При передаче вращения диска 2 диску 3 величины угловых скоростей дисков обратно пропорциональны радиусам дисков, которым принадлежит точка контакта: $\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{R_3}{R_2}$. Тогда, угловая скорость диска 3 $\omega_3 = \omega_2 \frac{R_2}{R_3} = |2t - 2{,}5| = |\dot{\varphi}_3|$ рад/с.

В момент времени $t_1 = 1$с значение производной $\dot{\varphi}_3$ отрицательно: $\dot{\varphi}_3(1) = -0{,}5$ рад/с, и, следовательно, вращение диска 3 в данный момент времени с угловой скоростью $\omega_3(1) = |\dot{\varphi}_3(1)| = 0{,}5$ рад/с происходит в сторону, противоположную положительному направлению отсчета угла φ_3, как показано на рис. 2.5, *b*. Величина (модуль) скорости точки *M* рассчитывается по формуле: $V_M = \omega_3 r_3$. В момент времени $t_1 = 1$ с модуль скорости $V_M(1) = 2$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_M$ расположен по касательной к траектории движения точки *M* (окружности) и направлен в сторону вращения диска 3 (см. рис. 2.5, *b*).

Звено 4 движется поступательно. Скорость звена 4 равна скорости точки касания его с диском 3: $V_4 = V_B = \omega_3 R_3 = |2t - 2{,}5| \cdot 8 = |\dot{x}_4|$. В момент времени $t_1 = 1$ с значение производной от координаты движения звена 4 отрицательно: $\dot{x}_4(1) = -4$ см/с. В результате, вектор скорости $\vec{V}_4(1)$, равный по модулю $V_4(1) = 4$ см/с, направлен вдоль оси x_4 в сторону, противоположную ее положительному направлению (см. рис. 2.5, *b*).

Угловое ускорение диска 3: $\varepsilon_3(t) = |\dot{\omega}_3| = |\ddot{\varphi}_3| = 2$ рад/с^2. Из того, что угловая скорость ω_3 и угловое ускорение $\dot{\omega}_3$ диска 3 имеют разные знаки, следует, что вращение диска 3 замедленное. Угловое ускорение диска направлено в сторону положительного направления отсчета угла поворота φ_3, диска 3 (см. рис. 2.5, *b*).

Касательное ускорение a_τ точки M рассчитывается по формуле $a_\tau = \varepsilon_3 r_3$ и в момент времени $t_1 = 1$ с: $a_\tau = 8$ см/с^2. Так как вращение диска 3 замедленное, вектор касательного ускорения точки M $\vec{a}_\tau(t)$ направлен в сторону, противоположную вектору скорости $\vec{V}_M(1)$ (см. рис. 2.5, *b*). Нормальное ускорение a_n точки M рассчитывается как $a_n = \omega_3^2 r_3$. В момент времени $t_1 = 1$ с величина нормального ускорения: $a_n(1) = 1$ см/с^2. Вектор нормального ускорения $\vec{a}_n(1)$ направлен по радиусу к центру диска 3 (см. рис. 2.5, *b*). Полное ускорение точки M в заданный момент времени: $a_M(1) = \sqrt{a_\tau^2(1) + a_n^2(1)} = 8{,}06$ см/с^2. Вектор полного ускорения $\vec{a}_M$ направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_n$ и $\vec{a}_\tau$.

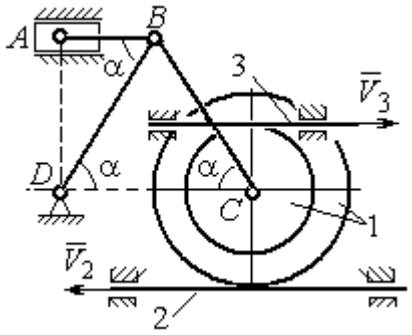
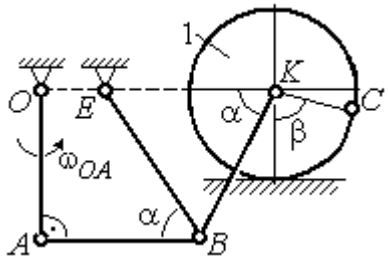
Ускорение a_4 звена 4 находится из условия, что звено 4 движется поступательно и прямолинейно. При прямолинейном движении нормальная составляющая ускорения равна нулю. Тогда $a_4 = a_{4\tau} = \dot{V}_4 = = \dot{V}_B = |\dot{\omega}_3| R_3 = \varepsilon_3 R_3$.

Так как угловое ускорение диска 3 является постоянной величиной, ускорение a_4 не зависит от времени: $a_4 = 16$ см/с^2. Вектор ускорения $\vec{a}_4$ направлен вдоль оси x_4 в сторону положительных значений.

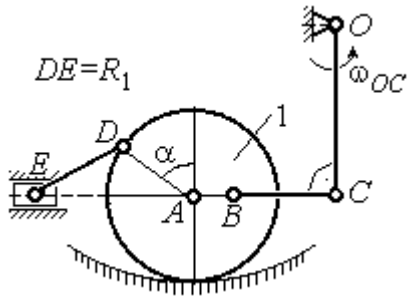
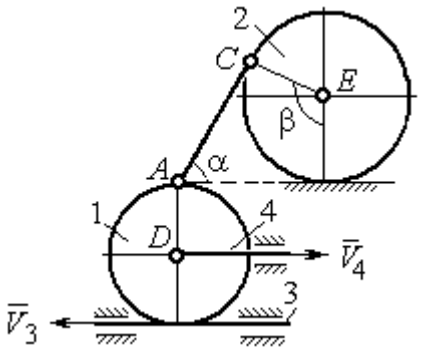
2.5. Задание К2. Определение скоростей точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении

Для заданного положения плоского механизма определить скорости точек и угловые скорости звеньев механизма.

Варианты заданий показаны на рис. 2.6 – 2.8. Исходные данные вариантов заданий выбираются из таблиц, приведённых на рисунках схем механизмов.

Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**
 Найти: $V_A, V_B, V_C, \omega_{AB}, \omega_{BC}, \omega_1, \omega_{BD}$	 Найти: V_A, V_B, V_K, $\omega_1, \omega_{AB}, \omega_{OA}$, ω_{BE}, ω_{BK}

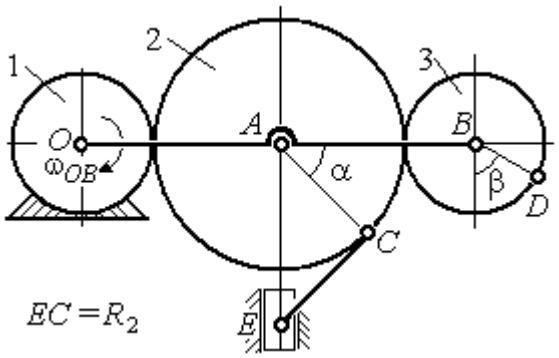
Номер варианта задания	R_1, см	r_1, см	AD, см	α, град	V_2, см/с	V_3, см/с	Номер варианта задания	R_1, см	OA, см	OE, см	α, град	β, град	V_C, см/с
1	10	5	20	30	8	10	**2**	3	5	4	30	60	10
11	12	8	25	45	10	4	**12**	4	8	6	45	90	8
21	10	6	15	60	5	5	**22**	5	12	2	60	120	12

Варианты № 3, 13, 23	**Варианты № 4, 14, 24**
 Найти: V_A, V_B, V_C, V_D, V_E, $\omega_{BC}, \omega_1, \omega_{DE}$	 Найти: V_A, V_C, V_E, $\omega_1, \omega_2, \omega_{AC}$

Номер варианта задания	R_1, см	OC, см	AB, см	BC, см	α, град	ω_{OC}, рад/с	Номер варианта задания	R_1, см	R_2, см	α, град	β, град	V_3, см/с	V_4, см/с
3	12	18	10	35	60	4	**4**	10	15	30	60	8	4
13	10	15	10	25	90	8	**14**	6	10	45	90	4	6
23	15	20	5	20	120	6	**24**	10	12	60	120	3	3

Рис. 2.6. Задание К2. Определение скоростей точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

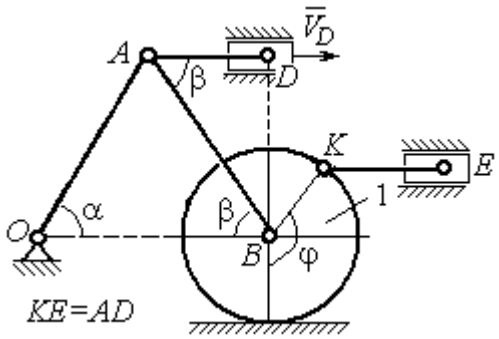
Варианты № 5, 15, 25



Найти: V_A, V_B, V_C, V_D, V_E, ω_2, ω_3, ω_{EC}

Номер варианта задания	R_1, см	R_2, см	R_3, см	α, град	β, град	ω_{OB}, рад/с
5	10	20	12	60	0	6
15	6	18	10	90	90	8
25	20	25	15	120	180	4

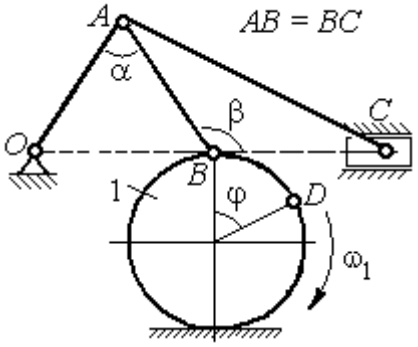
Варианты № 6, 16, 26



Найти: $V_A, V_B, V_K, V_E,$ ω_1, ω_{OA}, ω_{AB}, ω_{AD}, ω_{KE}

Номер варианта задания	R_1, см	OA, см	α, град	β, град	φ, град	V_D, см/с
6	10	20	30	60	60	12
16	12	26	30	30	90	8
26	15	30	60	60	120	15

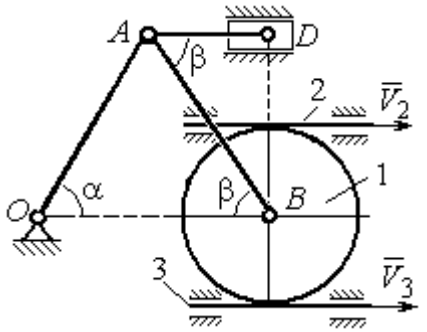
Варианты № 7, 17, 27



Найти: $V_A, V_B, V_C, \omega_1, \omega_{OA}, \omega_{AB}, \omega_{AC}$

Номер варианта задания	R_1, см	AB, см	α, град	β, град	φ, град	V_D, см/с
7	10	20	30	60	60	12
17	12	25	60	120	90	16
27	8	16	30	60	120	10

Варианты № 8, 18, 29

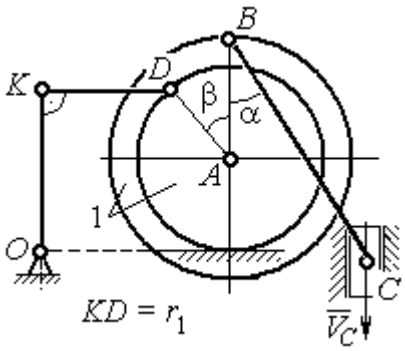
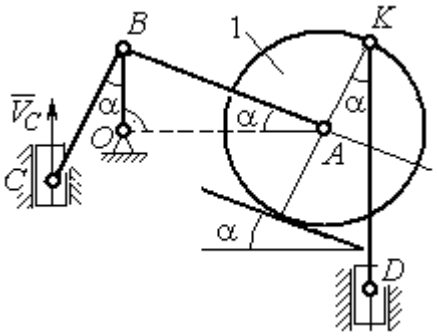


Найти: V_A, V_B, V_D, $\omega_1, \omega_{OA}, \omega_{AB}, \omega_{AD}$

Номер варианта задания	R_1, см	OA, см	α, град	β, град	V_2, см/с	V_3, см/с
8	10	20	30	60	12	4
18	12	26	30	30	8	2
28	15	30	60	60	6	3

Рис. 2.7. Задание К2. Определение скоростей точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 5 – 8, 15 – 18, 25 – 28

Окончание вариантов задания К2

Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
 Найти: $\omega_{OK}, \omega_{KD}, \omega_{BC}, \omega_1,$ V_A, V_B, V_K, V_D	 Найти: $V_A, V_B, V_D, V_K,$ $\omega_{CB}, \omega_1, \omega_{OB}, \omega_{AB}, \omega_{KD}$

Номер варианта задания	R_1, см	r_1, см	α, град	β, град	BC, см	V_C, см/с	Номер варианта задания	R_1, см	CB, см	OB, см	KD, см	α, град	V_C, см/с
9	20	12	45	60	60	8	**10**	10	20	30	60	30	4
19	24	16	60	90	50	4	**20**	12	26	30	50	45	2
29	16	10	30	120	40	6	**30**	15	30	60	60	60	3

Рис. 2.8. Задание К2. Определение скоростей точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 9 – 10, 19 – 20, 29 – 30

Пример выполнения задания К2. Определение скоростей точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении

Задача 1. Плоский механизм (рис. 2.9) состоит из стержня OC и подвижных дисков 2 и 3 радиусами r_2, r_3, шарнирно закрепленными на стержне, соответственно, в точках A и C. Стержень OC вращается вокруг неподвижного центра O с угловой скоростью ω_{OC}. Диск 2, увлекаемый стержнем OC, катится без проскальзывания по неподвижной поверхности диска 1 радиусом r_1. Диск 3, также увлекаемый стержнем OC, катится без проскальзыва-

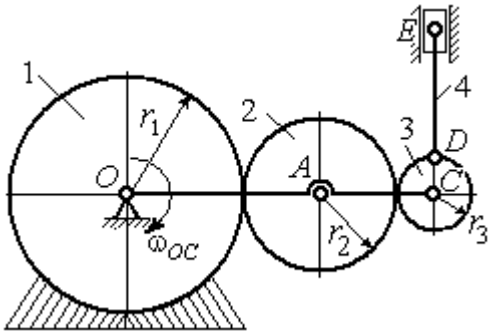


Рис. 2.9. Схема плоского механизма

ния по подвижному диску 2. В точке *D*, расположенной на краю диска 3, шарнирно прикреплен стержень 4, к которому в точке *E* шарнирно прикреплен поршень *E*, способный совершать только вертикальное перемещение. Для заданного положения механизма (см. рис. 2.9), когда стержень *OC* горизонтален, стержень *DE* направлен по линии вертикального диаметра диска 3, найти скорости точек *A*, *C*, *D*, *E*, угловые скорости дисков 2, 3 и стержня 4, если: r_1 = 6 см, r_2 = 4 см, r_3 = 2 см, *DE* = 10 см, ω_{OC} = 1 рад/с.

Решение

Определим скорость точки *A*, общей для стержня *OC* и диска 2: $V_A = \omega_{OC}(r_1 + r_2)$ = 10 см/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ перпендикулярен стержню *OC* и направлен в сторону его вращения (рис. 2.10).

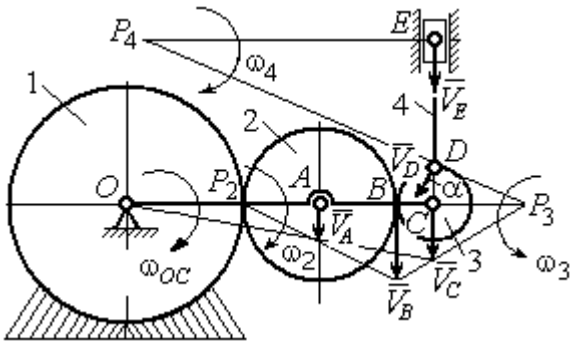


Рис. 2.10. Расчетная схема для определения скоростей точек механизма и угловых скоростей его звеньев

Диск 2 катится по неподвижной поверхности диска 1. Точка касания диска 2 с неподвижным диском 1 является мгновенным центром скоростей диска 2. На рис. 2.10 центр скоростей диска 2 обозначен точкой P_2. В этом случае скорость точки *A* может быть определена через угловую скорость диска ω_2 следующим образом: $V_A = \omega_2 \cdot AP_2 = 4\omega_2$. Так как V_A = 10 см/с, получим ω_2 = 2,5 рад/с.

Для того чтобы найти угловую скорость диска 3, необходимо определить положение его мгновенного центра скоростей. С этой целью вычислим скорости точек *B* и *C*. Скорость точки *B* может быть найдена через угловую скорость диска 2: $V_B = \omega_2 \cdot BP_2$ = 20 см/с. Вектор скорости $\vec{V}_B$ перпендикулярен отрезку BP_2 и направлен в сторону мгновенного вращения диска 2 вокруг своего центра скоростей P_2.

Скорость точки C определяется через угловую скорость стержня OC: $V_C = \omega_{OC}(r_1 + 2r_2 + r_3)$ = 16 см/с. Вектор скорости $\vec{V}_C$ перпендикулярен стержню OC и направлен в сторону его вращения (см. рис. 2.10).

Построение мгновенного центра скоростей P_3 диска 3 по известным скоростям $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$ показано на рис. 2.10. Его положение определяется из условия, что отношение скоростей двух точек тела, совершающего плоскопараллельное движение, равно отношению расстояний от этих точек до мгновенного центра скоростей: $\frac{V_B}{V_C} = \frac{r_3 + CP_3}{CP_3}$. Разрешая пропорцию относительно неизвестной величины CP_3, получим: CP_3= 8 см. Скорость точки C выражается через угловую скорость диска 3 $V_C = \omega_3 \cdot CP_3$. Отсюда величина угловой скорости диска 3: $\omega_3 = \frac{V_C}{CP_3}$= 2 рад/с. Направление мгновенного вращения диска 3 вокруг своего центра скоростей определяется известными направлениями скоростей точек C и B, принадлежащих диску 3 (см. рис. 2.10). Скорость точки D $V_D = \omega_3 \cdot DP_3$ = $=2 \cdot \sqrt{2^2 + 8^2}$ = 16,5 см/с. Вектор скорости $\vec{V}_D$ перпендикулярен отрезку DP_3 и направлен в сторону мгновенного вращения диска 3 вокруг центра P_3.

Для определения скорости поршня E воспользуемся теоремой о проекциях скоростей точек плоской фигуры, согласно которой проекции скоростей двух точек плоской фигуры на ось, проходящую через эти точки, равны между собой. Проведем ось через точки D и E. По построению, угол α между вектором $\vec{V}_D$ и осью DE равен углу $\angle DP_3C$ (см. рис. 2.10). Тогда, $\cos\alpha = \frac{CP_3}{DP_3} = \frac{8}{\sqrt{2^2 + 8^2}} = 0{,}97$, откуда $\alpha = 14^\circ$. На основании теоремы о проекциях скоростей точек плоской фигуры имеем равенство: $V_D \cos\alpha = V_E \cos 0$, откуда скорость точки E: V_E=16 см/с.

Мгновенный центр скоростей стержня 4 – точка P_4 – определяется как точка пересечения перпендикуляров к векторам скоростей $\vec{V}_D$ и $\vec{V}_E$, восстановленных, соответственно, из точек *D* и *E* (см. рис. 2.10). Угловая скорость стержня 4, совершающего мгновенный поворот вокруг своего центра скоростей, равна: $\omega_4 = \dfrac{V_E}{EP_4}$, где EP_4 – расстояние от точки *E* до мгновенного центра скоростей звена 4, $EP_4 = DE \cdot \mathrm{ctg}\alpha$ = 40 см. В результате, $\omega_4 = 0{,}4$ рад/с. Направление мгновенного вращения звена 4 вокруг своего центра скоростей определяется направлением скорости точки *D*.

Задача 2. В плоском стержневом механизме (рис. 2.11) кривошипы *OA* и *ED* вращаются вокруг неподвижных центров *O* и *E*. В крайней точке *D* кривошипа *ED* к нему прикреплён шатун *DB*, второй конец которого в точке *B* прикреплён к кривошипу *OA*. Шатун *AC* прикреплён в точке *A* к кривошипу *AO*, а другим своим концом – к ползуну *C*, способному совершать только вертикальное движение. Все соединения шарнирные. В заданном положении механизма кривошип *OA* вертикален, шатун *DB* расположен горизонтально, кривошип *ED* наклонен под углом 60° к горизонтали, а шатун *AC* отклонён на угол 30° от вертикального положения кривошипа *AO*. Найти скорости всех отмеченных на схеме точек и угловые скорости всех звеньев, если линейные размеры звеньев механизма *AC* = 6 см, *AB* = 2 см, *BO* = 8 см, *DB* = 10 см и скорость ползуна в данный момент V_C = 4 см/с.

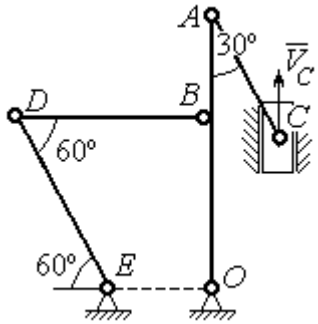


Рис. 2.11. Стержневой механизм

Решение

Кривошипы *OA* и *ED* совершают вращательные движения вокруг неподвижных центров. Скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ точек *A* и *B* перпендикулярны кривоши-

пу OA, а скорость $\vec{V}_D$ точки D перпендикулярна кривошипу ED. Направления векторов скоростей точек показаны на рис. 2.12.

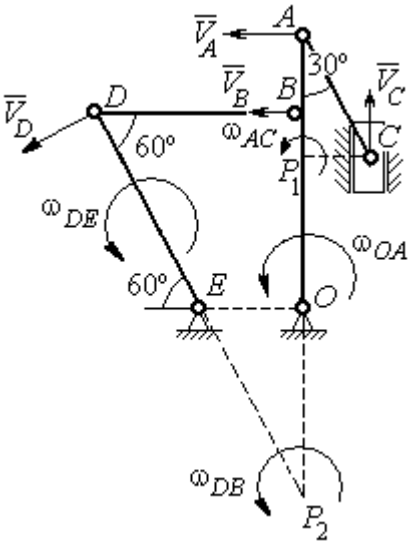


Рис. 2.12. Расчётная схема определения скоростей точек механизма и угловых скоростей его звеньев

Шатун AC совершает плоскопараллельное движение. Его мгновенный центр скоростей P_1 находится как точка пересечения перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_C$. Угловая скорость звена AC равна $\omega_{AC} = \dfrac{V_C}{P_1C} = \dfrac{V_C}{AC \cdot \sin 30^\circ} = \dfrac{4}{3}$ рад/с. Далее, полагая, что точка A принадлежит шатуну AC, найдем её скорость:

$$V_A = \omega_{AC} \cdot P_1A = \frac{4}{3} AC \cdot \cos 30^\circ = 4\sqrt{3} \text{ см/с.}$$

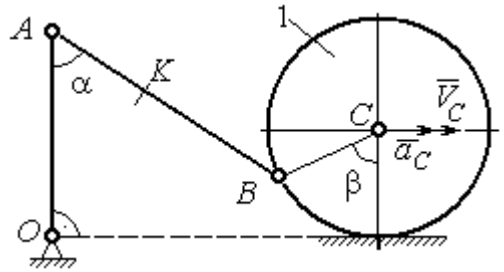
Теперь, исходя из того, что точка A принадлежит как шатуну AC, так и кривошипу OA, найдём его угловую скорость: $\omega_{AO} = \dfrac{V_A}{AO} = 0{,}4\sqrt{3}$ рад/с. Скорость точки B кривошипа $V_B = \omega_{AO} \cdot OB = 3{,}2\sqrt{3}$ см/с.

Шатун DB совершает плоскопараллельное движение. Зная направления скоростей точек B и D, построим мгновенный центр скоростей P_2 звена DB как точку пересечения перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_D$ (см. рис. 2.12). Тогда, угловая скорость шатуна DB $\omega_{DB} = \dfrac{V_B}{P_2B} = \dfrac{3{,}2\sqrt{3}}{DB \cdot \operatorname{tg} 60^\circ} = 0{,}32$ рад/с. Скорость точки D $V_D = \omega_{DB} \cdot P_2D = 0{,}32 \dfrac{DB}{\sin 30^\circ} = 6{,}4$ см/с. Угловая скорость кривошипа DE $\omega_{DE} = \dfrac{V_D}{DE} = \dfrac{6{,}4}{(OB / \sin 60^\circ)} = 0{,}69$ рад/с.

2.6. Задание К3. Определение ускорений точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении

Для заданного положения плоского механизма определить ускорения точек звеньев механизма и угловые ускорения звеньев. Варианты заданий и исходные данные приведены на рис. 2.13 – 2.15.

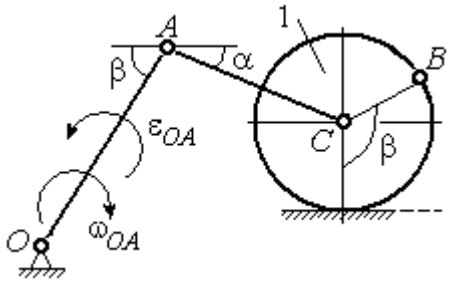
Варианты № 1, 11, 21



Найти: $a_A, a_K, \varepsilon_{AB}$

Номер варианта задания	AB, см	AK, см	α, град	β, град	R_1, см	V_C, см/с	a_C, см/с^2
1	16	10	60	120	10	12	6
11	20	16	30	60	8	10	8
21	18	10	60	180	6	8	4

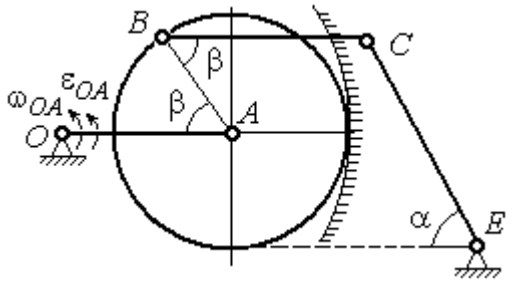
Варианты № 2, 12, 22



Найти: $a_C, a_B, \varepsilon_{AC}$

Номер варианта задания	R_1, см	OA, см	AC, см	α, град	β, град	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2
2	5	10	12	30	60	2	4
12	8	24	20	30	120	1	2
22	6	12	15	60	90	2	3

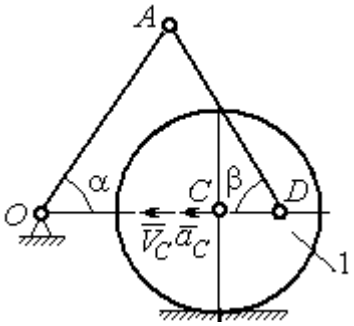
Варианты № 3, 13, 23



Найти: a_C, a_B, ε_{BC}

Номер варианта задания	BC, см	AO, см	α, град	β, град	R_1, см	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2
3	16	15	60	90	10	2	3
13	18	12	90	60	8	3	2
23	14	12	30	120	10	2	4

Варианты № 4, 14, 24

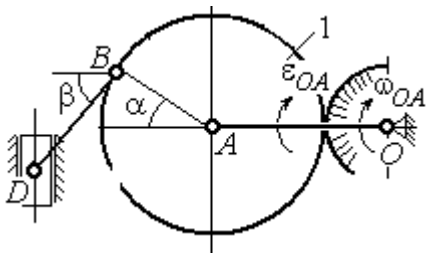


Найти: $a_A, a_D, \varepsilon_{DA}$

Номер варианта задания	R_1, см	OA, см	DC, см	α, град	β, град	V_C, см/с	a_C, см/с^2
4	10	28	5,78	60	30	10	2
14	8	24	4,62	30	90	8	3
24	6	20	6	45	45	12	2

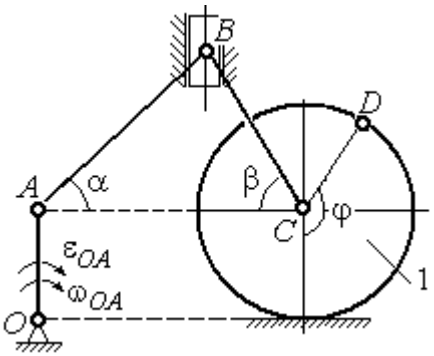
Рис. 2.13. Задание К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

Варианты № 5, 15, 25



Найти: $a_D, a_B, \varepsilon_{BD}$

Варианты № 6, 16, 26

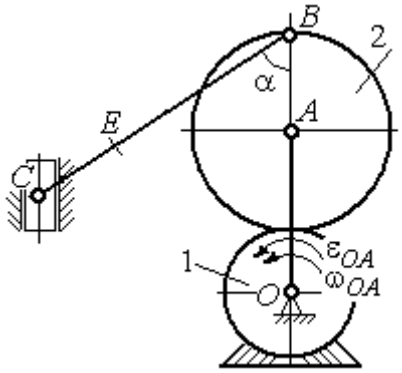


Найти: $a_B, a_D, \varepsilon_{BC}$

Номер варианта задания	*OA*, см	*BD*, см	α, град	β, град	R_1, см	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2
5	16	10	60	30	10	4	3
15	18	8	90	45	12	2	4
25	14	12	30	60	8	3	2

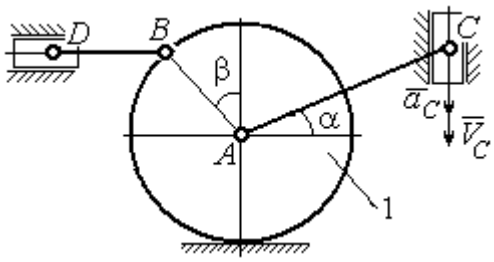
Номер варианта задания	R_1, см	*AB*, см	φ, град	α, град	β, град	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2
6	6	18	60	30	30	2	3
16	8	20	90	60	30	2	4
26	5	16	120	30	60	3	4

Варианты № 7, 17, 27



Найти: $a_E, a_C, \varepsilon_{BC}$

Варианты № 8, 18, 28



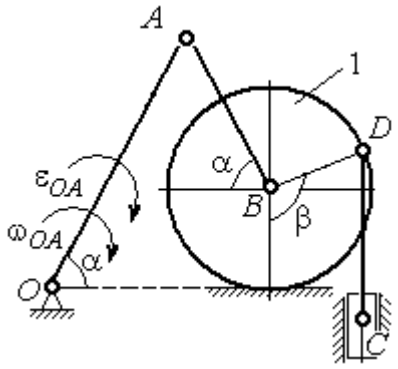
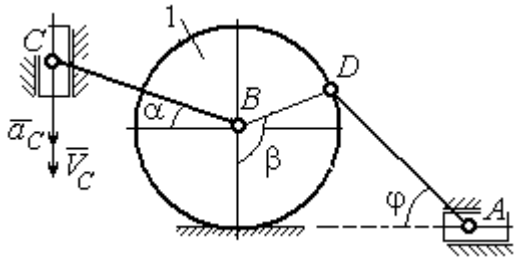
Найти: $a_D, a_B, \varepsilon_{BD}$

Номер варианта задания	*BC*, см	*BE*, см	α, град	R_1, см	R_2, см	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2
7	22	10	60	2	10	2	3
17	28	15	30	3	6	3	4
27	20	8	45	4	8	2	2

Номер варианта задания	R_1, см	*BD*, см	*AC*, см	α, град	β, град	V_C, см/с	a_C, см/с^2
8	4	5	12	60	60	12	5
18	6	10	16	45	90	10	8
28	8	8	16	30	120	8	6

Рис. 2.14. Задание К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 5 – 8, 15 – 18, 25 – 28

Окончание вариантов задания К3

Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
 Найти: $a_C, a_B, \varepsilon_{AB}$	 Найти: $a_A, a_B, \varepsilon_{CB}$

Номер варианта задания	OA, см	DC, см	α, град	β, град	R_1, см	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2	Номер варианта задания	R_1, см	BC, см	φ, град	α, град	β, град	V_C, см/с	a_C, см/с^2
9	18	10	30	120	4	2	3	**10**	6	14	60	30	120	15	3
19	20	12	60	60	6	3	4	**20**	5	18	45	60	90	10	5
29	18	8	60	90	4	2	3	**30**	4	16	30	45	60	12	4

Рис. 2.15. Задание К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 9 – 10, 19 – 20, 29 – 30

Примеры решения задания К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении

Задача 1. Ступенчатый барабан 1 с радиусами ступенек R = 0,5 м и r = 0,3 м катится окружностью малой ступеньки по горизонтальной поверхности без скольжения (рис. 2.16). Барабан приводится в движение шатуном AC, один конец которого соединён с центром барабана в точке A, а другой – с ползуном C, перемещающимся вертикально. В положении механизма, когда шатун AC отклонён от вертикали на угол 60°, найти ускорение точки B барабана, лежащей на его горизонтальном диаметре, если заданы скорость и ускорение ползуна C: V_C = 9м/с, a_C = 4 м/с^2.

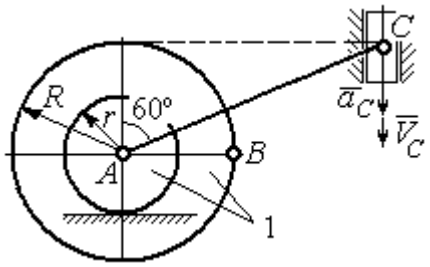


Рис. 2.16. Схема движения плоского механизма

Решение

Найдём угловые скорости ω_{AC}, ω_1 шатуна AC и барабана 1. Шатун совершает плоское движение. Его мгновенный центр скоростей P_2 находится на пересечении перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_C$ (рис. 2.17). По условию, скорость точки C направлена вертикально вниз. Точка A принадлежит как шатуну AC, так и барабану 1. При качении барабана по горизонтальной поверхности скорость его центра – точки A параллельна поверхности качения барабана.

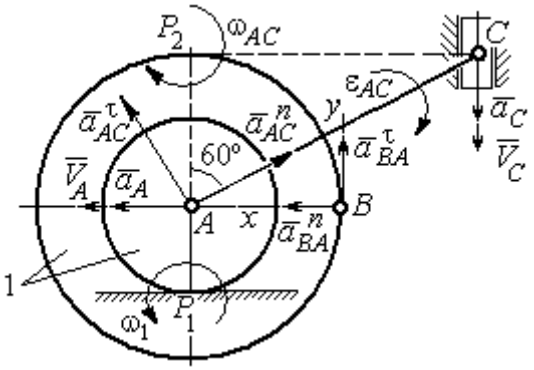


Рис. 2.17. Расчётная схема определения скоростей и ускорений точек механизма

Угловая скорость шатуна $\omega_{AC} = \dfrac{V_C}{CP_2} = \dfrac{9}{R\,\mathrm{tg}60^\circ} = 6\sqrt{3}$ рад/с. Скорость точки A шатуна $V_A = \omega_{AC} \cdot AP_2 = 3\sqrt{3}$ м/с. Угловая скорость барабана 1 $\omega_1 = \dfrac{V_A}{AP_1} = 10\sqrt{3}$ рад/с.

При расчёте угловой скорости барабана учтено, что качение барабана по неподвижной поверхности представляет собой плоское движение, при котором мгновенный центр скоростей находится в точке касания с поверхностью (в точке P_1 на рис. 2.17).

Выразим ускорение $\vec{a}_A$ точки A через полюс C на основании векторного равенства: $\vec{a}_A = \vec{a}_C + \vec{a}^{\,\tau}_{AC} + \vec{a}^{\,n}_{AC}$, где $\vec{a}_C$ – ускорение точки C, выбранной в качестве полюса; $\vec{a}^{\,\tau}_{AC}$, $\vec{a}^{\,n}_{AC}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки A при вращении шатуна AC вокруг полюса C. Вектор нормального ускорения $\vec{a}^{\,n}_{AC}$ направлен вдоль шатуна AC от точки A к полюсу C и равен по величине $a^n_{AC} = \omega^2_{AC} \cdot AC = (6\sqrt{3})^2 \cdot 2R = 108$ м/с^2. Вектор касательного ускорения

$\vec{a}_{AC}^{\tau}$, модуль которого вычисляется по формуле $a_{AC}^{\tau} = \varepsilon_{AC} \cdot AC$, направлен перпендикулярно отрезку AC.

На данном этапе величина вектора касательного ускорения не может быть вычислена, поскольку угловое ускорение шатуна AC ε_{AC} неизвестно. На рис. 2.17 направление вектора касательного ускорения $\vec{a}_{AC}^{\tau}$ выбрано из предположения, что вращение шатуна ускоренное и направление углового ускорения совпадает с направлением его угловой скорости.

Направление вектора $\vec{a}_A$ ускорения точки A определяется из того, что центр барабана движется по прямой, параллельной горизонтальной поверхности качения. На рис. 2.17 направление вектора ускорения $\vec{a}_A$ выбрано из предположения, что качение барабана ускоренное.

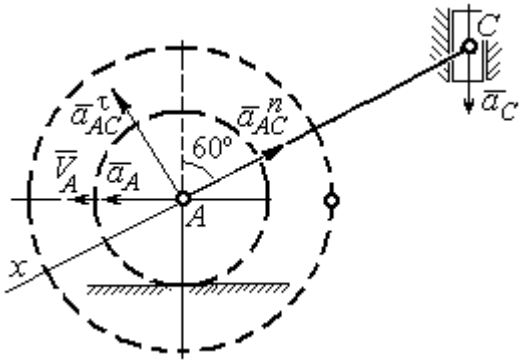


Рис. 2.18. Схема для определения ускорения центра барабана

Выберем ось x вдоль линии AC (рис. 2.18) и спроектируем векторное равенство $\vec{a}_A = \vec{a}_C + \vec{a}_{AC}^{\tau} + \vec{a}_{AC}^{n}$ на эту ось. При таком выборе оси проекция неизвестного ускорения $\vec{a}_{AC}^{\tau}$ обращается в нуль. Получим $a_A \cos 30^\circ = a_C \cos 60^\circ - a_{AC}^{n}$. Отсюда найдём ускорение центра барабана $a_A = \dfrac{1}{\cos 30^\circ}\left(a_C \cos 60^\circ - a_{AC}^{n}\right) = -122{,}4$ м/с^2. Отрицательное значение ускорения точки A означает, что на рис. 2.17, 2.18 вектор ускорения $\vec{a}_A$ должен иметь противоположное направление. Таким образом, вектор ускорения $\vec{a}_A$ направлен в сторону, противоположную вектору скорости $\vec{V}_A$, и движение барабана замедленное.

Для того чтобы найти ускорение точки B, выразим его через полюс A на основании векторного равенства $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^{\tau} + \vec{a}_{BA}^{n}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение

точки A, выбранной в качестве полюса; $\vec{a}_{BA}^{\,\tau}$, $\vec{a}_{BA}^{\,n}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки B при вращении барабана вокруг полюса A.

Модуль вектора нормального ускорения $\vec{a}_{BA}^{\,n}$ равен по величине $a_{BA}^{n} = \omega_1^2 \cdot BA = (10\sqrt{3})^2 \cdot R = 150$ м/с^2. Вектор направлен вдоль радиуса барабана от точки B к полюсу A (см. рис. 2.17).

Модуль вектора касательного ускорения $\vec{a}_{BA}^{\,\tau}$ вычисляется по формуле $a_{BA}^{\tau} = \varepsilon_1 \cdot BA$, где ε_1 – угловое ускорение барабана. Значение углового ускорения катящегося барабана (в отличие от углового ускорения ε_{AC} шатуна AC) может быть найдено. Расчёт основан на том, что при движении барабана расстояние AP_1 от точки A до центра скоростей барабана P_1 остаётся постоянным, равным r. Тогда выражение $V_A = \omega_1 \cdot AP_1 = \omega_1 \cdot r$ для расчёта скорости точки A можно продифференцировать. Получим $\dfrac{dV_A}{dt} = \dfrac{d\omega_1}{dt} \cdot r$. Так как точка A движется по прямой, производная от скорости точки равна её полному ускорению, а производная от угловой скорости барабана равна его угловому ускорению. Тогда имеем: $a_A = \varepsilon_1 \cdot r$, откуда находим угловое ускорение $\varepsilon_1 = \dfrac{a_A}{r} = 40{,}8$ рад/с^2, а затем и модуль вектора касательного ускорения $a_{BA}^{\tau} = \varepsilon_1 \cdot BA = 20{,}4$ м/с^2.

Заметим, что для вычисления углового ускорения ε_{AC} шатуна AC подобные рассуждения неприменимы. Формулу $V_A = \omega_{AC} \cdot AP_2$ невозможно продифференцировать, так как при движении механизма расстояние AP_2 от точки A до центра скоростей P_2 шатуна AC является неизвестной функцией времени.

Выберем систему координат xBy как показано на рис. 2.17, и спроецируем на эти оси векторное равенство $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^{\,\tau} + \vec{a}_{BA}^{\,n}$. Полагая, что движение барабана ускоренное (т. е. вектора ускорений $\vec{a}_A$ и $\vec{a}_{BA}^{\,\tau}$ направлены, как показано на рис. 2.17), получим значения составляющих ускорения точки B:

$a_{Bx} = a_A + a_{BA}^n$, $a_{By} = a_{BA}^\tau$. Подставляя значения ускорений, найдём $a_{By} = 20{,}4$ м/с^2, $a_{Bx} = -122{,}4 + 150 = 27{,}6$ м/с^2. Вектор полного ускорения точки B направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_{Bx}$, $\vec{a}_{By}$. Величина ускорения точки B: $a_B = \sqrt{a_{Bx}^2 + a_{By}^2} = 34{,}32$ м/с^2.

Задача 2. В плоском механизме (рис. 2.19) кривошип OA вращается вокруг оси O с угловой скоростью ω_{OA} и угловым ускорением ε_{OA}. Диск 2, шарнирно присоединённый к кривошипу в точке A, катится без проскальзывания по неподвижному диску 1. Радиусы дисков R_1 и R_2. На краю диска 2 в точке B шарнирно прикреплен стержень BC, соединенный с центром C диска 3. Радиус диска 3 равен радиусу диска 2: $R_3 = R_2$. Диск 3 катится без скольжения по горизонтальной поверхности, по прямой. Для положения механизма, изображенного на рис. 2.19, определить ускорение точки D и угловое ускорение стержня BC, если $\omega_{OA} = 4$ рад/с, $\varepsilon_{OA} = 2$ рад/с^2, $R_1 = 4$ см, $R_2 = 8$ см. Длина стержня $BC = 20$ см.

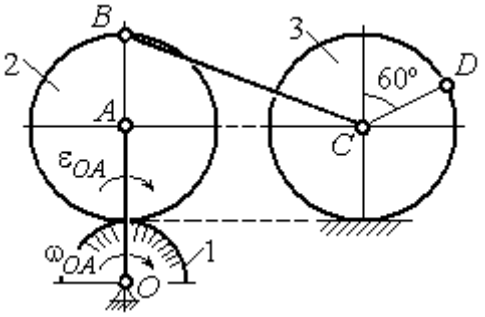


Рис. 2.19. Схема движения плоского механизма

Решение

Определение угловых скоростей звеньев механизма.

Рассмотрим вращательное движение кривошипа OA. Скорость точки A: $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 48$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно кривошипу OA в сторону движения кривошипа (рис. 2.20).

При движении диска 2 точка P_2 соприкосновения второго диска с неподвижным первым является мгновенным центром скоростей диска 2. Угловая скорость диска 2: $\omega_2 = \dfrac{V_A}{AP_2} = \dfrac{48}{8} = 6$ рад/с.

Скорость точки B диска 2: $V_B = \omega_2 BP_2 = 6 \cdot 16 = 96$ см/с.

Для определения угловой скорости стержня BC заметим, что скорости двух точек стержня $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$ параллельны, но точки B и C не лежат на общем перпендикуляре к скоростям. В этом случае мгновенный центр скоростей стержня BC отсутствует (бесконечно удалён), угловая скорость стержня равна нулю: $\omega_{BC} = 0$, а стержень совершает мгновенное поступательное движение. В результате имеем: $V_C = V_B = 96$ см/с.

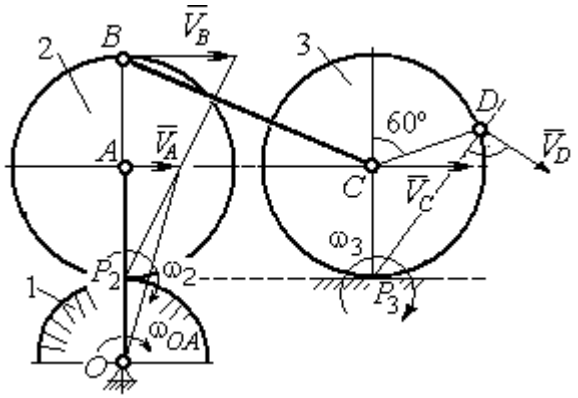


Рис. 2.20. Расчетная схема для определения угловых скоростей звеньев механизма

При качении диска 3 по неподвижной поверхности без проскальзывания точка P_3 касания его с поверхностью является мгновенным центром скоростей. Тогда угловая скорость диска 3: $\omega_3 = \dfrac{V_C}{CP_3} = 12$ рад/с. Скорость точки D диска 3: $V_D = \omega_3 \cdot DP_3$. Величину DP_3 находим из треугольника P_3DC. В результате $DP_3 = 2R_3\cos 30^\circ = 13{,}8$ см и $V_D = 165{,}6$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_D$ направлен в сторону движения диска 3 перпендикулярно линии DP_3 и (см. рис. 2.20).

Определение ускорений точек механизма.

Представим ускорение $\vec{a}_C$ точки C векторной суммой $\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}^{\,n}_{CB} + \vec{a}^{\,\tau}_{CB}$, где $\vec{a}_B$ – ускорение точки B, выбранной в качестве полюса; $\vec{a}^{\,n}_{CB}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{CB}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки C при вращении стержня BC вокруг полюса B, $a^n_{CB} = \omega^2_{CB} \cdot CB$, $a^{\tau}_{CB} = \varepsilon_{CB} \cdot CB$.

Нормальная составляющая ускорения точки C $a^n_{CB} = 0$, так как стержень CB совершает мгновенное поступательное движение и $\omega_{BC} = 0$.

Направление касательной составляющей $\vec{a}^{\tau}_{CB}$ неизвестно, так как неизвестно направление углового ускорения стержня ε_{CB}. Для определённости выберем направление углового ускорения стержня BC в сторону против хода часовой стрелки. На рис. 2.21 это направление показано дуговой стрелкой ε_{CB}.

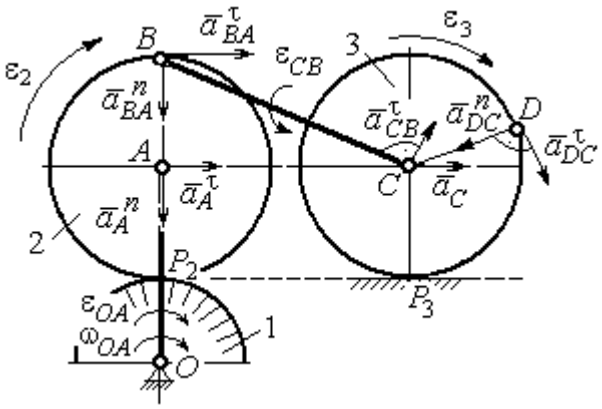


Рис. 2.21. Расчетная схема для определения ускорений точек механизма и угловых ускорений его звеньев

В соответствии с выбранным направлением углового ускорения вектор $\vec{a}^{\tau}_{CB}$ строится перпендикулярно линии стержня BC в сторону углового ускорения ε_{CB} (см. рис. 2.21).

Выразим ускорение точки B через полюс A: $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{n}_{BA} + \vec{a}^{\tau}_{BA}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса A; $\vec{a}^{n}_{BA}$, $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки B при вращении диска 2 вокруг полюса A. Величина нормальной составляющей ускорения точки B $a^{n}_{BA} = \omega_2^2 \cdot BA = 288$ см/с^2. Вектор $\vec{a}^{n}_{BA}$ направлен вдоль радиуса BA от точки B к полюсу A (см. рис. 2.21). Касательное ускорение точки B при вращении диска 2 вокруг полюса A вычисляется по формуле $a^{\tau}_{BA} = \varepsilon_2 \cdot BA$. Для определения углового ускорения ε_2 диска 2 заметим, что во время движения диска 2 расстояние AP_2 остается постоянным, равным R_2. Дифференцируя равенство $V_A = \omega_2 \cdot AP_2 = \omega_2 R_2$, получим: $\frac{dV_A}{dt} = \frac{d\omega_2}{dt} R_2$, или $a^{\tau}_A = \varepsilon_2 R_2$, откуда $\varepsilon_2 = \frac{a^{\tau}_A}{R_2}$.

Для того чтобы найти величину a^{τ}_A, рассмотрим вращательное движение кривошипа OA вокруг неподвижной оси O. Ускорение точки A представляется в виде векторного равенства $\vec{a}_A = \vec{a}^{n}_A + \vec{a}^{\tau}_A$, где $\vec{a}^{n}_A$ и $\vec{a}^{\tau}_A$ – известные

нормальная и касательная составляющие ускорения точки A кривошипа OA: $a_A^n = \omega_{OA}^2 \cdot OA = 192$ см/с^2, $a_A^\tau = \varepsilon_{OA} \cdot OA = 24$ см/с^2. Направления векторов нормального ускорения $\vec{a}_A^n$ и касательного ускорения $\vec{a}_A^\tau$ показаны на рис. 2.21.

Теперь найдём величину углового ускорения диска 2 и модуль касательного ускорения a_{BA}^τ точки B при вращении диска 2 вокруг полюса A: $\varepsilon_2 = \dfrac{a_A^\tau}{R_2} =$ $= 3$ рад/с^2, $a_{BA}^\tau = \varepsilon_2 \cdot BA = 24$ см/с^2.

Для определения ускорения точки C имеем векторное равенство $\vec{a}_C = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau + \vec{a}_{CB}^\tau$. Выберем оси Cx, Cy, как показано на рис. 2.22, – вдоль отрезка BC и перпендикулярно ему и спроецируем на них имеющееся векторное равенство. Получим:

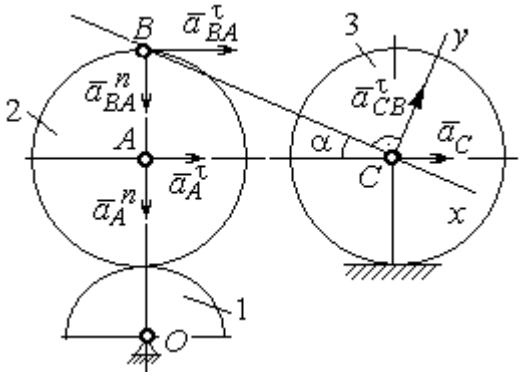


Рис. 2.22. Расчетная схема для вычисления ускорения точки С

$$a_C \cos\alpha = a_A^n \sin\alpha + a_A^\tau \cos\alpha + a_{BA}^n \sin\alpha + a_{BA}^\tau \cos\alpha;$$

$$a_C \sin\alpha = a_A^n \cos\alpha + a_A^\tau \sin\alpha + a_{BA}^n \cos\alpha + a_{BA}^\tau \sin\alpha + a_{CB}^\tau,$$

где α – угол между стержнем BC и линией центров AC; $\sin\alpha = \dfrac{AB}{BC} = 0{,}4$; $\cos\alpha = 0{,}92$. Решая систему, найдём: $a_C = 256{,}7$ см/с^2, $a_{CB}^\tau = -358{,}12$ см/с^2.

Модуль углового ускорения стержня BC: $\varepsilon_{CB} = \dfrac{\left|a_{CB}^\tau\right|}{BC} = 17{,}9$ рад/с^2.

Знак «минус» величины a_{CB}^τ означает, что вектор касательного ускорения $\vec{a}_{CB}^\tau$ на рис. 2.21 – 2.22 следует направить в противоположную сторону. Направление углового ускорения стержня BC, показанное на рис. 2.21 дуговой стрелкой ε_{CB}, также следует заменить на противоположное.

Выразим ускорение точки D через полюс C: $\vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}^{\,n}_{DC} + \vec{a}^{\,\tau}_{DC}$, где $\vec{a}_C$ – известное ускорение точки C; $\vec{a}^{\,n}_{DC}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{DC}$ – нормальное и касательное составляющие ускорения точки D при вращении диска 3 вокруг полюса C. Величина нормального ускорения точки D: $a^n_{DC} = \omega_3^2 \cdot DC = 1152$ см/с^2. Вектор ускорения $\vec{a}^{\,n}_{DC}$ направлен по радиусу от точки D к полюсу C (рис. 2.23).

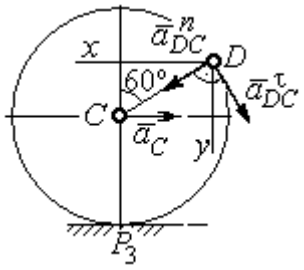


Рис.2.23. Расчетная схема для определения ускорения точки D

Для расчёта касательной составляющей a^{τ}_{DC} ускорения точки D найдём угловое ускорение диска 3. Продифференцируем по времени равенство $V_C = \omega_3 \cdot CP_3 = \omega_3 R_3$. Получим: $\frac{dV_C}{dt} = \frac{d\omega_3}{dt} R_3$, или $a_C = \varepsilon_3 R_3$. Угловое ускорение диска 3: $\varepsilon_3 = \frac{a_C}{R_3} = 32{,}09$ рад/с^2. Тогда величина касательной составляющей ускорения точки D: $a^{\tau}_{DC} = \varepsilon_3 \cdot DC = 256{,}7$ см/с^2. Направление вектора $\vec{a}^{\,\tau}_{DC}$ соответствует ускоренному движению диска 3.

Проведём оси Dx и Dy, как показано на рис. 2.23, и спроецируем векторное равенство ускорения точки D на оси:

$$a_{Dx} = -a_C + a^n_{DC}\cos 30^\circ - a^{\tau}_{DC}\cos 60^\circ, \quad a_{Dy} = a^n_{DC}\cos 60^\circ + a^{\tau}_{DC}\cos 30^\circ.$$

Решая систему, находим значения проекций модуля ускорения $a_{Dx} = 612{,}5$ см/с^2, $a_{Dy} = 798{,}3$ см/с^2. Величина ускорения точки D:

$$a_D = \sqrt{a^2_{Dx} + a^2_{Dy}} = 1006{,}2 \text{ см/с}^2.$$

3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ

3.1. Основные понятия сложного движения точки

В неподвижной системе координат рассматривается подвижное твердое тело и точка, перемещающаяся относительно тела.

Траектория точки в её движении относительно тела называется **относительной траекторией.** Скорость точки в этом движении называют **относительной скоростью**, ускорение – **относительным ускорением**.

Траектория точки, перемещающейся вместе с телом, называется переносной траекторией точки, скорость точки при таком её движении – **переносной скоростью**, а ускорение – **переносным ускорением**.

Суммарное движение точки вместе с телом и относительно тела называется **сложным движением**. Траектория точки относительно неподвижной системы координат называется **абсолютной траекторией точки**, скорость и ускорение – **абсолютной скоростью и абсолютным ускорением.**

При вычислении абсолютной скорости используется теорема о сложении скоростей: **при сложном движении абсолютная скорость точки равна геометрической сумме относительной и переносной скоростей:** $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$, где $\vec{V}$, $\vec{V}_e$, $\vec{V}_r$ – вектора абсолютной, переносной и относительной скоростей точки.

В случае, когда относительное движение точки задается естественным способом в виде закона изменения пути $S = S(t)$, величина относительной скорости точки равна модулю производной: $V_r = \left|\dot{S}_r\right|$. Если переносное движение точки есть вращение тела вокруг неподвижной оси, скорость точки в переносном движении будет: $V_e = \omega_e h_e$, где ω_e – величина угловой скорости вращения тела; h_e – кратчайшее расстояние от места положения точки на теле до оси вращения тела.

При вычислении абсолютного ускорения используется теорема Кориолиса о сложении ускорений: **при сложном движении абсолютное ускорение точки равно геометрической сумме трех ускорений – относительного, переносного и ускорения Кориолиса** $\vec{a} = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_к$, где $\vec{a}$ – вектор абсолютного ускорения точки; $\vec{a}_e, \vec{a}_r$ – вектора соответственно переносного и относительного ускорений точки; $\vec{a}_к$ – вектор ускорения Кориолиса. (Иногда его называют поворотным ускорением.)

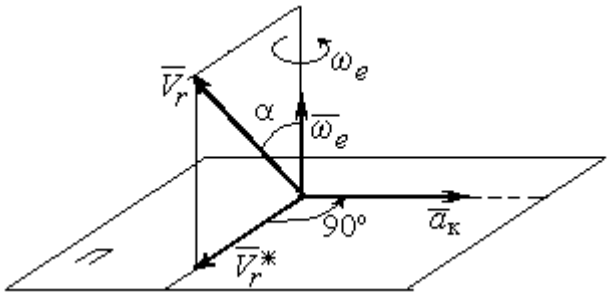


Рис. 3.1. Определение направления ускорения Кориолиса по правилу Жуковского

Вектор ускорения Кориолиса определяется векторным произведением $\vec{a}_к = 2(\vec{\omega}_e \times \vec{V}_r)$, где $\vec{\omega}_e$ – вектор угловой скорости переносного движения; $\vec{V}_r$ – вектор относительной скорости точки. Модуль ускорения Кориолиса: $|\vec{a}_к| = 2|\vec{\omega}_e| \cdot |\vec{V}_r| \sin\alpha$, где α – угол между вектором угловой скорости переносного движения и вектором относительной скорости точки (см. рис. 3.1). Направление вектора ускорения Кориолиса может быть получено по правилу построения вектора векторного произведения.

На рис. 3.1 показана последовательность выбора направления вектора ускорения Кориолиса по правилу Н. Е. Жуковского. Правило состоит в следующем: пусть имеется точка, движущаяся с относительной скоростью $\vec{V}_r$. Построим плоскость П, перпендикулярную вектору переносной угловой скорости $\vec{\omega}_e$, и спроецируем вектор $\vec{V}_r$ на эту плоскость. Проекцию обозначим $\vec{V}_r^*$ (см. рис. 3.1). Чтобы получить направление ускорения Кориолиса, следует вектор проекции относительной скорости $\vec{V}_r^*$ повернуть на 90° в плоскости П вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения.

Если сложное движение точки происходит в плоскости, перпендикулярной оси переносного вращения, направление ускорения Кориолиса можно получить простым поворотом вектора относительной скорости на угол 90° вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения.

Относительное ускорение $\vec{a}_r$ представляется как сумма векторов относительного касательного $\vec{a}_r^{\tau}$ и относительного нормального $\vec{a}_r^{n}$ ускорений: $\vec{a}_r = \vec{a}_r^{\tau} + \vec{a}_r^{n}$. Переносное ускорение точки $\vec{a}_e$ тела имеет своими составляющими переносное касательное $\vec{a}_e^{\tau}$ и переносное нормальное $\vec{a}_e^{n}$ ускорения так, что $\vec{a}_e = \vec{a}_e^{\tau} + \vec{a}_e^{n}$.

Таким образом, абсолютное ускорение точки в сложном движении можно представить в виде векторного равенства

$$\vec{a} = \vec{a}_r^{\tau} + \vec{a}_r^{n} + \vec{a}_e^{\tau} + \vec{a}_e^{n} + \vec{a}_{\text{к}}.$$

Модули относительного касательного и относительного нормального ускорений при естественном способе задания относительного движения точки равны: $a_r^{\tau} = \left|\dot{V}_r\right|$, $a_r^{n} = \dfrac{V_r^2}{\rho}$, где ρ – радиус кривизны относительной траектории. При движении точки по окружности радиус кривизны равен радиусу окружности, при движении по прямой – бесконечности, и в этом случае $a_r^{n} = 0$.

При вращательном переносном движении точки значения переносного касательного и нормального ускорений вычисляются по формулам: $a_e^{\tau} = \varepsilon_e h_e$, $a_e^{n} = \omega_e^2 h_e$, где ε_e – угловое ускорение вращательного переносного движения, $\varepsilon_e = \left|\dot{\omega}_e\right|$; h_e – расстояние от точки до оси вращения тела; ω_e – величина угловой скорости вращения тела.

Вектора ускорений строятся по общим правилам построения векторов нормального и касательного ускорений.

При поступательном переносном движении ускорение Кориолиса и переносное нормальное ускорение равны нулю: $a_{\text{к}} = 0,\ a_e^n = 0$. Абсолютное ускорение точки при поступательном переносном движении можно представить в виде векторного равенства $\vec{a} = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau}$.

3.2. Задание К4. Определение скорости и ускорения точки при сложном движении

Задание включает две задачи с вращательным и поступательным видами переносного движения точки.

Задача 1. Вращение тела относительно неподвижной оси задается законом изменения угла поворота: $\varphi_e = \varphi_e(t)$ или законом изменения его угловой скорости: $\omega_e = \omega_e(t)$. Движение точки относительно тела отсчитывается от её начального положения в точке C и задается законом изменения длины дуги окружности или отрезка прямой линии: $CM = S_r = S_r(t)$.

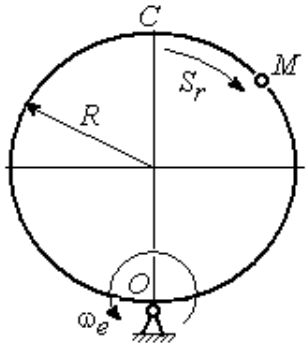
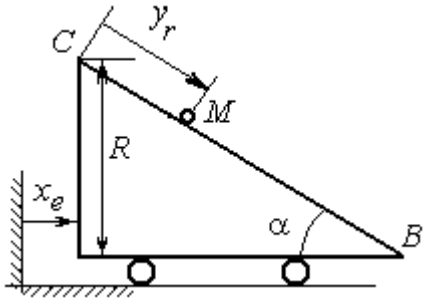
Определить абсолютные скорость и ускорение точки в заданный момент времени t_1.

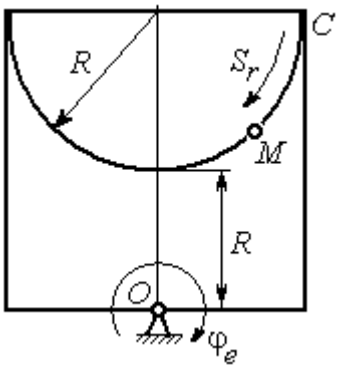
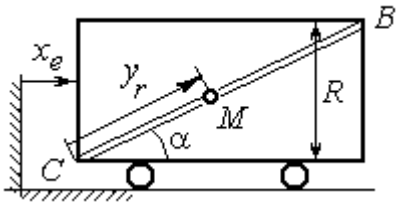
Задача 2. Поступательное движение тела, несущего точку, задается законом изменения координаты $x_e = x_e(t)$. Движение точки относительно тела отсчитывается от её начального положения в точке C и задается законом изменения длины дуги окружности или отрезка прямой линии: $CM = y_r = y_r(t)$.

Определить абсолютные скорость и ускорение точки в момент времени t_2, который либо задаётся в исходных данных задачи, либо на схемеописаны условия, из которых он находится.

Номера вариантов заданий даны на рис. 3.2 – 3.5.

Варианты исходных данных приведены в табл. 3.1.

Варианты № 1, 11, 21	
Задача 1	Задача 2
	 В момент $t = t_2$ точка M прошла половину пути CB

Варианты № 2, 12, 22	
Задача 1	Задача 2
	 В момент $t = t_2$ точка M прошла 2/3 пути CB

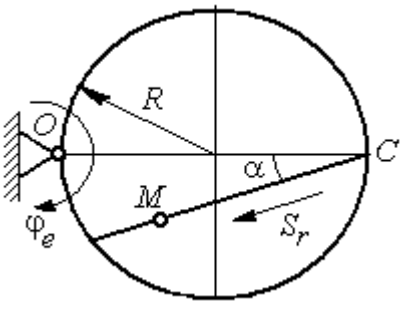
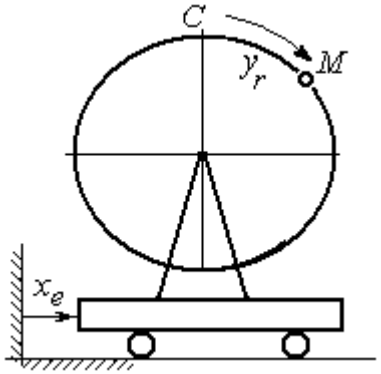
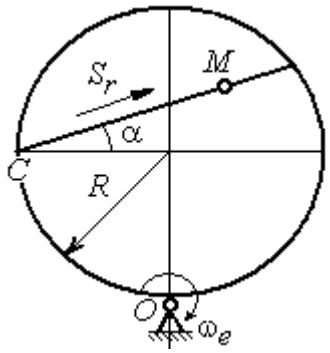
Варианты № 3, 13, 23	
Задача 1	Задача 2
	

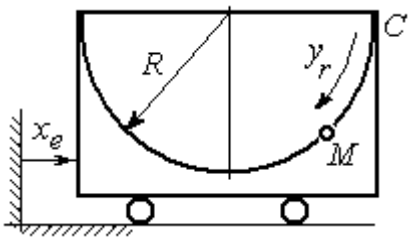
Рис. 3.2. Задание К4. Сложное движение точки.
Номера вариантов задания 1 – 3, 11 – 13, 21 – 23

Варианты № 4, 14, 24

Задача 1

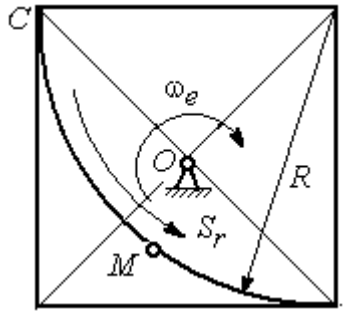


Задача 2

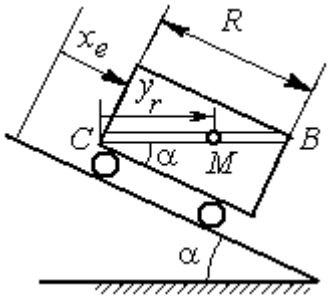


Варианты № 5, 15, 25

Задача 1



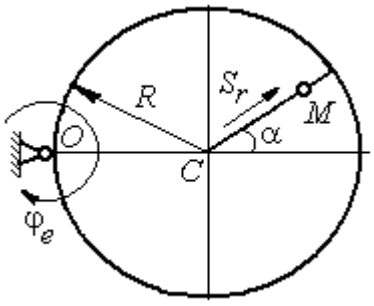
Задача 2



В момент $t = t_2$ точка M прошла путь CB

Варианты № 6, 16, 26

Задача 1



Задача 2

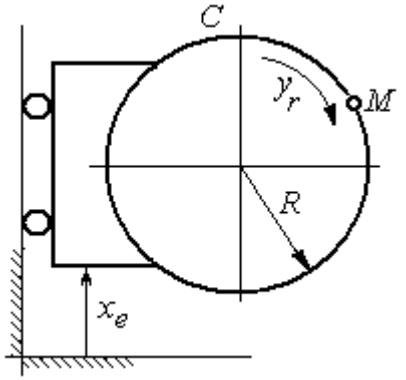
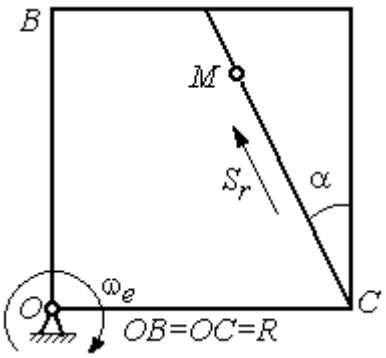


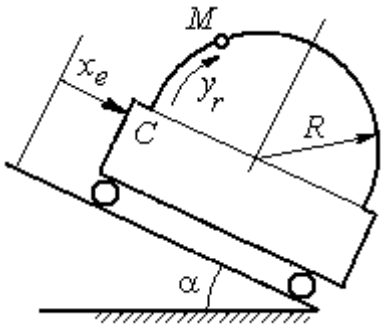
Рис. 3.3. Задание К4. Сложное движение точки.
Номера вариантов задания 4 – 6, 14 – 16, 24 – 26

Варианты № 7, 17, 27

Задача 1

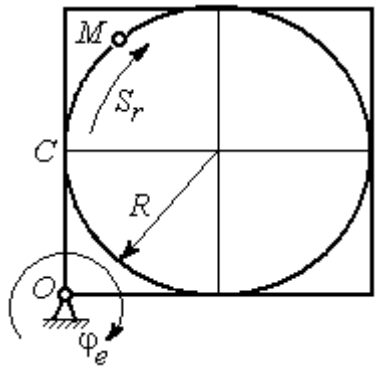


Задача 2

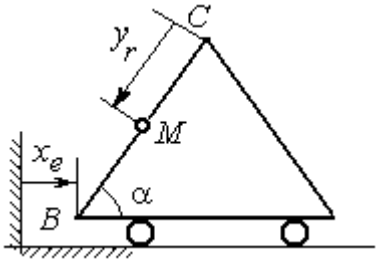


Варианты № 8, 18, 28

Задача 1



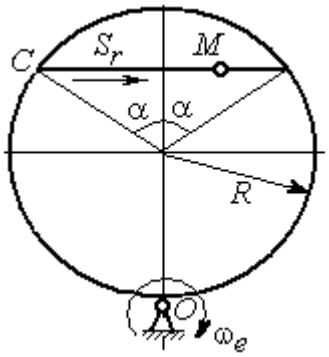
Задача 2



В момент $t = t_2$ точка M прошла половину пути $CB = R$

Варианты № 9, 19, 29

Задача 1



Задача 2

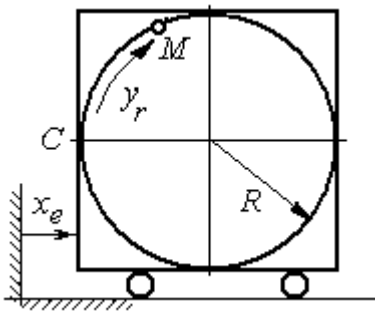
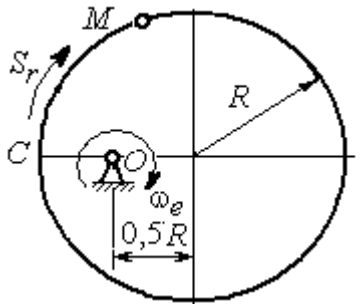


Рис. 3.4. Задание К4. Сложное движение точки.
Номера вариантов задания 7 – 9, 17 – 19, 27 – 29

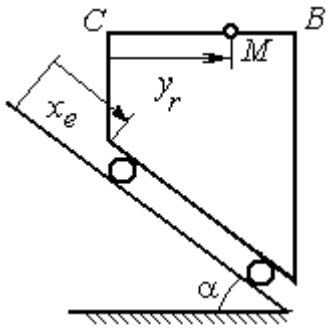
Окончание вариантов задания К4

Варианты № 10, 20, 30

Задача 1



Задача 2



В момент $t = t_2$ точка M прошла половину пути $CB = R$

Рис. 3.5. Задание К4. Сложное движение точки.
Номера вариантов задания 10, 20, 30

Таблица 3.1

Исходные данные для заданий по сложному движению точки

Номер варианта задания	Номер задачи	R, см	α, град	$C\breve{M} = S_r(t)$, см $C\breve{M} = y_r(t)$, см	$\varphi_e(t)$, рад; $\omega_e(t)$, рад/с $x_e(t)$, см	t_1, с t_2, с
1	1	3	–	$S_r = 2\pi\sin(\pi t/6)$	$\omega_e = 4t^2$	1
	2	4	30	$y_r = 4t^2$	$x_e = 2\cos(\pi t/6)$	–
2	1	2	–	$S_r = 4\pi\sin^2(\pi t/6)$	$\varphi_e = 6\cos(\pi t/3)$	1
	2	3	60	$y_r = t^2 + t$	$x_e = 1 + \cos(\pi t)$	–
3	1	4	30	$S_r = 2\sqrt{3}\left[t + \sin(\pi t/2)\right]$	$\varphi_e = 4t - t^2$	1
	2	6	–	$y_r = \pi\left[2t + \sin\pi t\right]$	$x_e = 5t - t^2$	1
4	1	4	60	$S_r = 2(t^3 + t)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	3	–	$y_r = \pi\left[2t + \cos(\pi t/2)\right]$	$x_e = t^3 - 4t$	1
5	1	6	–	$S_r = 4\pi\sin^2(\pi t/6)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/3)$	1
	2	2	30	$y_r = t^2 + 2t$	$x_e = t^2 - 4t$	–
6	1	6	60	$S_r = t + 10\sin(\pi t/6)$	$\varphi_e = 2t^2 - 5t$	1
	2	3	–	$y_r = 4\pi\sin(\pi t/6)$	$x_e = \left[1 - \cos(\pi t/4)\right]$	1
7	1	8	30	$S_r = 2(t^3 + 3t)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	4	30	$y_r = 2\pi t^2$	$x_e = t^3 - 5t$	1

Продолжение табл. 3.1

Номер варианта задания	Номер задачи	R, см	α, град	$C\breve{M} = S_r(t)$, см $C\breve{M} = y_r(t)$, см	$\varphi_e(t)$, рад; $\omega_e(t)$, рад/с $x_e(t)$, см	t_1, с t_2, с
8	1	8	–	$S_r = 2\pi\left[t^2 + \sin\pi t\right]$	$\varphi_e = t^2 - 5t$	2
	2	6	30	$y_r = t(t+1)$	$x_e = \cos\pi t$	–
9	1	8	30	$S_r = 2t^2$	$\omega_e = \cos(\pi t/8)$	2
	2	3	–	$y_r = 4\pi\sin^2(\pi t/4)$	$x_e = (3-2t)^2$	1
10	1	6	–	$S_r = \pi(2t^3 + \sin\pi t)$	$\omega_e = 5t - 2t^3$	1
	2	4	30	$y_r = t^2 + 2t$	$x_e = 1 + \cos\pi t$	–
11	1	6	–	$S_r = 8\pi\sin(\pi t/12)$	$\omega_e = 2 + \cos(\pi t/4)$	2
	2	6	60	$y_r = 4\sin\pi t$	$x_e = t^2 - 2t$	–
12	1	18	–	$S_r = \pi(2t^2 + 2t)$	$\varphi_e(t) = 3t - t^2$	2
	2	6	30	$y_r = 2t^2 + t$	$x_e = 1 + \cos(\pi t)$	–
13	1	10	60	$S_r = t^3 + t$	$\varphi_e = 6\cos(\pi t/6)$	2
	2	6	–	$y_r = 6\pi\cos(\pi t/3)$	$x_e = t(t+1)$	1
14	1	4	30	$S_r = 8\sqrt{3}\sin(\pi t/12)$	$\omega_e = (3-2t)^2$	2
	2	3	–	$y_r = 2\pi\sin(\pi t/6)$	$x_e = 2t^2 - 5t$	1
15	1	8	–	$S_r = 4\pi\sin^2(\pi t/4)$	$\omega_e = 2 + \cos(\pi t/4)$	1
	2	5	60	$y_r = 5t + t^2$	$x_e = \cos(\pi t/6)$	–
16	1	12	90	$S_r = 3\left[t + \sin(\pi t/2)\right]$	$\varphi_e = 2t - 3t^2$	1
	2	15	–	$y_r = \pi(4t + t^2)$	$x_e = 6\sin(\pi t/3)$	1
17	1	6	45	$S_r = 3\sqrt{2}\left[t^2 + 2\sin\pi t\right]$	$\omega_e(t) = 4t^2 - 6$	1
	2	6	60	$y_r = 8\pi\sin(\pi t/12)$	$x_e = \sqrt{2}\sin(\pi t/8)$	2
18	1	8	–	$S_r = 4\pi\sqrt{2}\sin(\pi t/8)$	$\varphi_e = 18t - 4t^2$	2
	2	8	60	$y_r = 3t + 2t^2$	$x_e = \sin\pi t$	–
19	1	8	60	$S_r = 2\sqrt{3}\left[t + \sin(\pi t/2)\right]$	$\omega_e = 5t - t^2$	1
	2	9	–	$y_r = 6\pi\cos(\pi t/3)$	$x_e = \cos(\pi t/6)$	1
20	1	4	–	$S_r = 4\pi\sin(\pi t/6)$	$\omega_e = 3t - 5$	1
	2	6	60	$y_r = 3t + 2t^2$	$x_e = \pi\sin\pi t$	–
21	1	3	–	$S_r = 4\pi\sqrt{2}\sin(\pi t/8)$	$\omega_e = 6t - 14$	2
	2	8	45	$y_r = (t^2 + 3t)$	$x_e = t + 2\sin\pi t$	–

Окончание табл. 3.1

Номер варианта задания	Номер задачи	R, см	α, град	$C\breve{M} = S_r(t)$, см $C\breve{M} = y_r(t)$, см	$\varphi_e(t)$, рад; $\omega_e(t)$, рад/с $x_e(t)$, см	t_1, с t_2, с
22	1	4	–	$S_r = 2\pi(t^2 + 2t)$	$\varphi_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	9	60	$y_r = 8\sin\pi t$	$x_e = 5t - t^2$	–
23	1	6	45	$S_r = 12\sin(\pi t/8)$	$\varphi_e = t^2 + \cos(\pi t/4)$	2
	2	6	–	$y_r = 6\pi[t + \sin(\pi t/6)]$	$x_e = 5t - t^2$	1
24	1	6	45	$S_r = 12\sin(\pi t/8)$	$\omega_e = t + 4\cos(\pi t/4)$	2
	2	6	–	$y_r = \pi(t^2 + 2t)$	$x_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
25	1	6	–	$S_r = 2\pi t^2$	$\omega_e = 3\sin(\pi t/3)$	1
	2	4	45	$y_r = 2t(t + 3t)$	$x_e = 2(t^3 - 3t)$	–
26	1	6	120	$S_r = t^2 + t$	$\varphi_e = 12\cos(\pi t/12)$	2
	2	9	–	$y_r = \pi\sqrt{3}\sin(\pi t/3)$	$x_e = 2(t^2 - 3t)$	1
27	1	10	60	$S_r = \sqrt{3}(t^2 + t)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$	2
	2	9	30	$y_r = \sqrt{3}\pi\sin(\pi t/3)$	$x_e = t + 4\cos(\pi t/4)$	1
28	1	2	–	$S_r = 6\pi\sin(\pi t/6)$	$\varphi_e = 2t + \cos(\pi t/2)$	1
	2	6		$y_r = 2t + 3t^2$	$x_e = t + \sin\pi t$	–
29	1	8	30	$S_r = (t^2 + 2t)$	$\omega_e = 6\sin(\pi t/12)$	2
	2	3	–	$y_r = 2\pi\sqrt{3}\sin(\pi t/3)$	$x_e = 5t - t^2$	1
30	1	2	–	$\pi(t^2 + 2t)$	$\omega_e(t) = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	3	60	$y_r = t + t^2$	$x_e = t + \sin\pi t$	–

Пример выполнения задания К4. Сложное движение точки

Задача 1. Фигура, состоящая из половины диска и равнобедренного треугольника (рис. 3.6), вращается вокруг оси, перпендикулярной плоскости фигуры и проходящей через вершину A треугольника. Вращательное движение задается законом изменения угла поворота фигуры $\varphi_e = 5t - 2t^2$ рад.

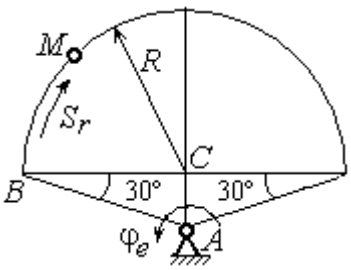


Рис. 3.6. Схема сложного движения точки

Положительное направление вращения отмечено на схеме дуговой стрелкой φ_e. По ободу диска от точки *B* движется точка *M*. Движение точки относительно диска задается законом изменения длины дуги окружности: $\overset{\cup}{BM} = S_r = 9\pi t^2$ см. Положительное направление движения точки *M* на рис. 3.6 показано дуговой стрелкой S_r. Радиус диска $R = 9$ см.

Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки *M* в момент времени $t_1 = 1$ с.

Решение

Вращение фигуры будет для точки *M* переносным движением. Относительное движение точки *M* – её движение по окружности обода диска.

Для определения **положения точки** *M* на ободе диска вычислим расстояние, которое она прошла на заданный момент времени. Длина дуги окружности, пройденной точкой за 1 с: $S_r(1) = 9\pi$ см. Положение точки *M* определяется центральным углом $\alpha = \dfrac{S_r(1)}{R} = \dfrac{9\pi}{9} = \pi$. Положение точки в момент времени $t_1 = 1$ с отмечено на рис. 3.7 точкой M_1.

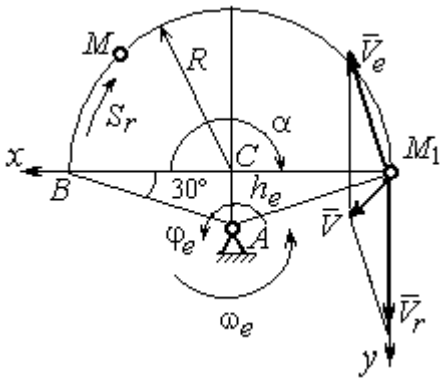


Рис. 3.7. Расчетная схема для вычисления абсолютной скорости точки при сложном движении

Для определения **скорости переносного движения** точки вычисляем значение производной: $\dot{\varphi}_e = 5 - 4t$. Угловая скорость вращения фигуры: $\omega_e = |\dot{\varphi}_e|$. При $t_1 = 1$ с $\dot{\varphi}_e(1) = 1$ рад/с. Положительная величина производной $\dot{\varphi}_e(1)$ показывает, что вращение фигуры в данный момент происходит в положительном направлении, что отмечено дуговой стрелкой ω_e на рис. 3.7.

В момент времени $t_1 = 1$ с точка *M* находится в положении M_1. Скорость V_e переносного движения точки в момент времени $t_1 = 1$ с $V_e(1) = \omega_e(1)h_e$, где

расстояние от точки M_1 до оси вращения фигуры $h_e = AM_1 = \dfrac{R}{\cos 30^\circ} = 6\sqrt{3}$ см.

Тогда $V_e(1) = 6\sqrt{3}$ см/с.

Вектор скорости переносного движения точки $\vec{V}_e$ перпендикулярен линии AM_1 и направлен в сторону вращения фигуры (см. рис. 3.7).

Относительное движение точки задано естественным способом, как закон изменения длины дуги *BM*. В этом случае **скорость относительного движения** точки $V_r = \left|\dot{S}_r\right| = \left|18\pi t\right|$. При t_1 = 1 с $V_r(1) = \left|\dot{S}_r(1)\right| = 18\pi$ = 56,5 см/с. Положительное значение производной $\dot{S}_r(1)$ указывает, что относительное движение точки в положении M_1 происходит в положительном направлении, указанном на рис. 3.7 дуговой стрелкой S_r. Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости точки в положении M_1 направлен по касательной к траектории относительного движения в сторону положительного направления движения (см. рис. 3.7).

Абсолютную скорость точки находим по теореме сложения скоростей $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$. Направление вектора абсолютной скорости, полученное по правилу сложения векторов, показано на рис. 3.5. Для определения величины абсолютной скорости выбираем прямоугольные оси координат M_1xy (см. рис. 3.7) и проецируем обе части векторного равенства теоремы сложения скоростей на эти оси. Получим:

$$V_x = V_e \cos 60^\circ = 3\sqrt{3} = 5{,}2 \text{ см/с};$$

$$V_y = -V_e \cos 30^\circ + V_r = -6\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 56{,}5 = 29{,}5 \text{ см/с}.$$

Модуль абсолютной скорости: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{5{,}2^2 + 29{,}5^2} = 29{,}95$ см/с.

Абсолютное ускорение точки определяем по теореме Кориолиса, которая при вращательном переносном движении имеет вид:

$$\vec{a} = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_{\text{к}}.$$

Относительное касательное ускорение a_r^τ вычисляется по формуле: $a_r^\tau = \left|\ddot{S}_r\right|$. По условию задачи вторая производная $\ddot{S}_r = 18\pi$ = 56,5 см/с^2 – постоянная величина. Так как значение второй производной $\ddot{S}_r$ положительно, вектор ускорения $\vec{a}_r^\tau$ направлен по касательной к траектории относительного движения в точке M_1 в сторону положительного направления относительного движения, отмеченного дуговой стрелкой S_r.

Относительное нормальное ускорение точки вычисляется по формуле $a_r^n = \dfrac{V_r^2}{R}$ и в момент $t_1 = 1$ с равно: $a_r^n(1) = \dfrac{V_r^2(1)}{R} = \dfrac{(18\pi)^2}{9} = 355{,}3$ см/с^2. Вектор ускорения $\vec{a}_r^n$ направлен по радиусу диска к центру C (см. рис. 3.8).

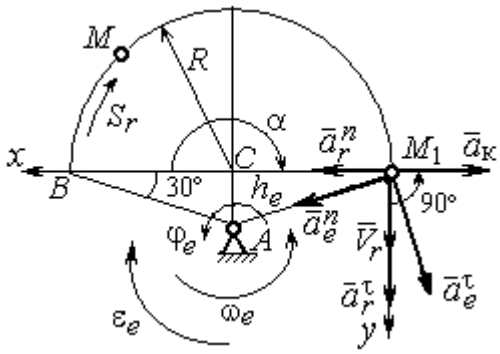


Рис. 3.8. Расчетная схема для определения абсолютного ускорения точки

Переносное касательное ускорение вычисляется по формуле: $a_e^\tau = \varepsilon_e h_e$, где угловое ускорение $\varepsilon_e = \left|\ddot{\varphi}_e\right|$. Вычислим производную $\ddot{\varphi}_e = -4$ рад/с^2. Угловое ускорение $\varepsilon_e = \left|\ddot{\varphi}_e\right| = 4$ рад/с^2 постоянно и не зависит от времени.

Отрицательное значение производной $\ddot{\varphi}_e < 0$ при условии, что расчетная величина угловой скорости положительна: $\dot{\varphi}_e > 0$, означает, что вращательное движение замедленное и переносное угловое ускорение ε_e направлено в сторону, противоположную направлению вращения.

Вектор $\vec{a}_e^\tau$ переносного касательного ускорения точки в её положении M_1 перпендикулярен линии AM_1 и направлен противоположно вектору переносной скорости $\vec{V}_e$ (см. рис. 3.8). Модуль переносного касательного ускорения: $a_e^\tau = a_e^\tau = \varepsilon_e h_e = 24\sqrt{3} = 41{,}6$ см/с^2.

Переносное нормальное ускорение a_e^n рассчитывается по формуле: $a_e^n = \omega_e^2 h_e$ и в момент времени $t_1 = 1$ с $a_e^n(1) = \omega_e^2(1)h_e = 6\sqrt{3} = 10{,}4$ см/с^2. Вектор переносного нормального ускорения $\vec{a}_e^n$ направлен по линии AM_1 к оси вращения (см. рис. 3.8).

По условию задачи вектор скорости относительного движения точки $\vec{V}_r$ лежит в плоскости, перпендикулярной оси переносного вращения, то есть перпендикулярен вектору угловой скорости переносного движения $\vec{\omega}_e$. Тогда модуль **ускорения Кориолиса** при $t_1 = 1$ с $a_к = 2\omega_e V_r = 2 \cdot 1 \cdot 18\pi = 113{,}1$ см/с^2.

Так как вектор относительной скорости точки $\vec{V}_r \perp \vec{\omega}_e$, то по правилу Жуковского для определения направления ускорения Кориолиса достаточно повернуть вектор относительной скорости точки $\vec{V}_r$ на 90° в сторону переносного движения вокруг оси, параллельной оси вращения и проходящей через точку M_1 (см. рис. 3.8). Для определения абсолютного ускорения спроецируем на прямоугольные оси xM_1y (см. рис. 3.8) векторное равенство $\vec{a} = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_к$. Получим: $a_y = a_e^{\tau}\cos 30^\circ + a_e^n \cos 60^\circ + a_r^{\tau} = 97{,}9$ см/с^2, $a_x = -a_e^{\tau}\cos 60^\circ + a_e^n \cos 30^\circ + a_r^n - a_к = 228{,}4$ см/с^2. Модуль абсолютного ускорения: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 248{,}5$ см/с^2.

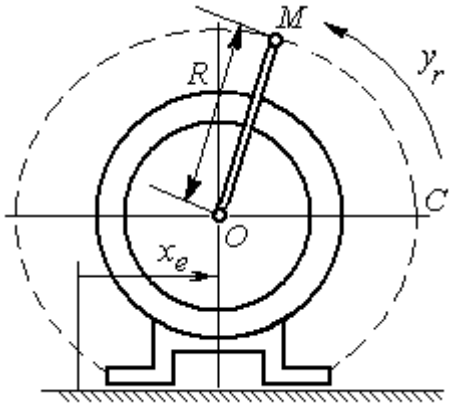


Рис. 3.9. Схема движения точки стержня, укреплённого на электромоторе

Задача 2. К вращающемуся валу электромотора прикреплён стержень OM длины $R = 6$ см. Во время работы электромотора точка M стержня из начального положения C перемещается по дуге окружности согласно уравнению $CM = y_r = \pi t^2$ см. При этом электромотор, установленный без креплений, совершает горизонтальные гармонические колебания на фундаменте по закону

$x_e = 5\sin(\pi t/3)$ см. Определить абсолютное ускорение точки M в момент времени $t_1 = 1$ с.

Решение

Точка M совершает сложное движение – относительно электромотора и вместе с ним. Относительным движением точки будет её движение по дуге окружности радиуса R, переносным – поступательное горизонтальное, прямолинейное движение электромотора.

Найдём положение точки относительно электродвигателя в заданный момент времени. Угол α, отсчитываемый стержнем OM от начального положения OC, в момент времени $t_1 = 1$ с составляет $\alpha = \dfrac{y_r(t_1)}{R} = \dfrac{\pi}{6} = 30°$. Положение точки в момент времени $t_1 = 1$ с отмечено на рис. 3.10 буквой M_1.

Относительное движение точки задано естественным способом, как закон изменения длины дуги. Относительная скорость $V_r = \dot{y}_r = 2\pi t$. В момент времени $t_1 = 1$ с V_r = 6,28 см/с. Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости направлен перпендикулярно стержню OM_1.

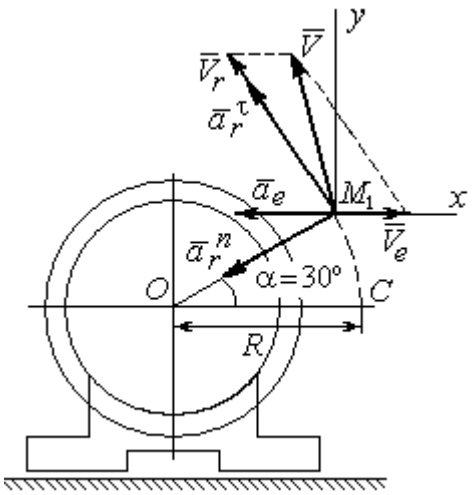


Рис. 3.10. Расчётная схема вычисления абсолютной скорости и абсолютного ускорения точки

Скорость точки в переносном движении – это скорость горизонтального движения электродвигателя:

$$V_e = \dot{x}_e = \frac{5\pi}{3}\cos(\pi t/3).$$

В момент времени $t_1 = 1$с $V_e = \dfrac{5\pi}{3}\cos 60° = 2{,}62$ см/с. Вектор $\vec{V}_e$ переносной скорости точки M направлен параллельно линии движения электродвигателя (см. рис. 3.10).

Абсолютная скорость точки определяется на основании теоремы сложения скоростей при сложном движении: $\vec{V}_M = \vec{V}_e + \vec{V}_r$. Для того чтобы найти величину абсолютной скорости, выберем оси xM_1y, как показано на рис. 3.10, и спроецируем векторное равенство сложения скоростей на эти оси. Получим: $V_{Mx} = V_e - V_r\cos 60^\circ = -0{,}52$ см/с (проекция направлена в отрицательную сторону оси x), $V_{My} = V_r\cos 30^\circ = 5{,}44$ см/с. Модуль абсолютной скорости $V_M = \sqrt{V_{Mx}^2 + V_{My}^2} = 5{,}46$ см/с. Вектор абсолютной скорости направлен по диагонали параллелограмма, построенного на векторах $\vec{V}_e$ и $\vec{V}_r$.

При поступательном переносном движении точки $\omega_e = 0$ и потому $a_к = 0$. Относительное ускорение точки при движении по окружности раскладывается на две составляющие $\vec{a}_r = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n}$, направленные вдоль стержня OM и перпендикулярно ему. Кроме того, при прямолинейном относительном движении $a_e^n = 0$. В результате, теорема о сложении ускорений принимает вид $\vec{a}_M = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_e$, где модули векторов вычисляются по формулам $a_r^{\tau} = \dot{V}_r$, $a_r^n = \dfrac{V_r^2}{R}$, $a_e = a_e^{\tau} = \dot{V}_e = -\dfrac{5\pi^2}{9}\sin(\pi t/3)$ и в момент времени $t_1 = 1$с равны $a_r^{\tau} = 6{,}28$ см/с^2, $a_r^n = 6{,}57$ см/с^2, $a_e = -4{,}75$ см/с^2. Направления векторов ускорений показаны на рис. 3.10. Для вычисления модуля абсолютного ускорения точки спроецируем векторное равенство сложения ускорений на оси выбранной ранее системы координат xM_1y. Получим:

$$a_{Mx} = -a_r^{\tau}\cos 60^\circ - a_r^n\cos 30^\circ - a_e = -4{,}08 \text{ см/с}^2;$$

$$a_{My} = a_r^{\tau}\cos 30^\circ - a_r^n\cos 60^\circ = 2{,}15 \text{ см/с}^2.$$

Величина абсолютного ускорения $a_M = \sqrt{a_{Mx}^2 + a_{My}^2} = 4{,}61$ см/с^2.

4. ДИНАМИКА ТОЧКИ

4.1. Дифференциальные уравнения движения точки

Движение точки под действием системы сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, …, $\vec{F}_K$ в прямоугольной декартовой системе координат *Oxyz* описывается **дифференциальными уравнениями:** $m\frac{d^2x}{dt^2} = \sum F_{kx}$, $m\frac{d^2y}{dt^2} = \sum F_{ky}$, $m\frac{d^2z}{dt^2} = \sum F_{kz}$ или, обозначая вторые производные от координат по времени двумя точками, уравнениями: $m\ddot{x} = \sum F_{kx}$, $m\ddot{y} = \sum F_{ky}$, $m\ddot{z} = \sum F_{kz}$, где m – масса точки; x, y, z – текущие координаты точки; $\ddot{x}$, $\ddot{y}$, $\ddot{z}$ – проекции вектора ускорения точки на оси координат; $\sum F_{kx}$, $\sum F_{ky}$, $\sum F_{kz}$ – алгебраические суммы проекций сил на оси координат.

Интегрирование дифференциальных уравнений производится в зависимости от их вида методами, известными из курса математики.

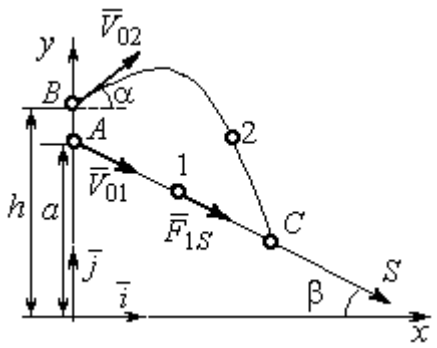
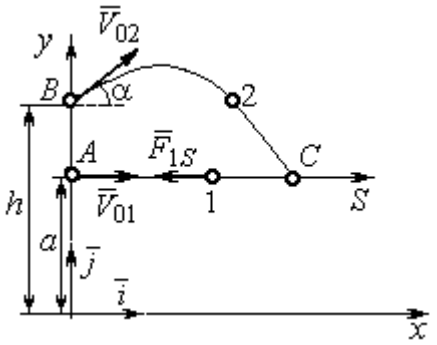
4.2. Задание Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки

Две материальные точки движутся в вертикальной плоскости *xOy*. Точка 1 массой m_1, получив в начальном положении *A* скорость V_{01}, движется вдоль гладкой оси *AS*, наклоненной под углом β к горизонту. Во время движения на точку 1 действуют сила тяжести и постоянная сила $\vec{F}_1$, направленная вдоль оси *AS*. Направление вектора проекции силы на ось $\vec{F}_{1S}$ показано на схеме.

Одновременно с точкой 1 начинает движение точка 2 массой m_2 из положения *B* на оси *y*. На точку 2 действуют сила тяжести и постоянная сила $\vec{F}_2$. Направление вектора силы $\vec{F}_2$ определяется его разложением по единичным векторам $\vec{i}$, $\vec{j}$ координатных осей *x*, *y*.

Определить величину и направление (угол α) начальной скорости V_{02} точки 2, чтобы в момент времени t_1 точки 1 и 2 встретились на оси AS в точке C. Момент времени t_1 задаётся в условиях задачи или определяется по дополнительным условиям встречи.

Варианты заданий представлены на рис. 4.1, 4.2. Исходные данные приведены в табл. 4.1.

Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**
 Встреча в точке C в момент, когда скорость точки 1 увеличилась в 1,5 раза относительно начальной	 Встреча в точке C в момент, когда точка 1 максимально удалилась от места старта

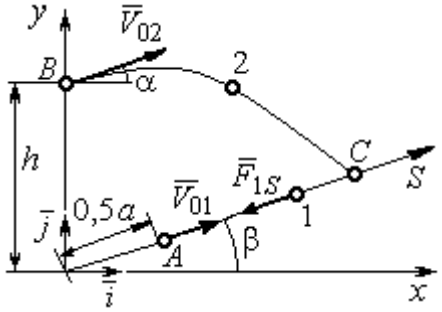
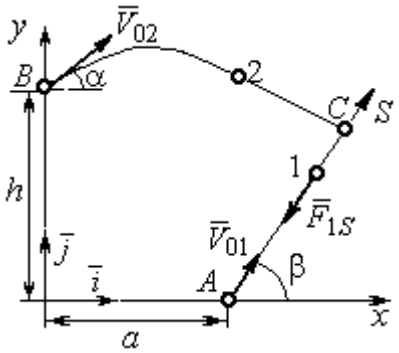
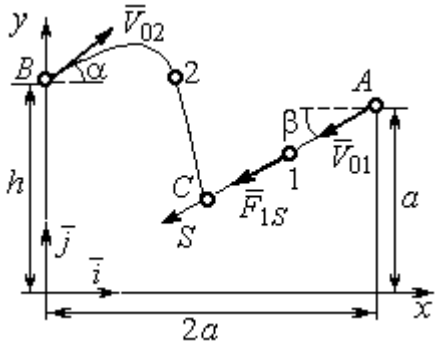
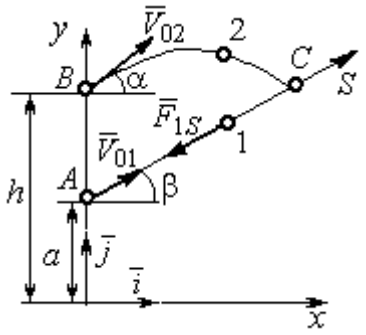
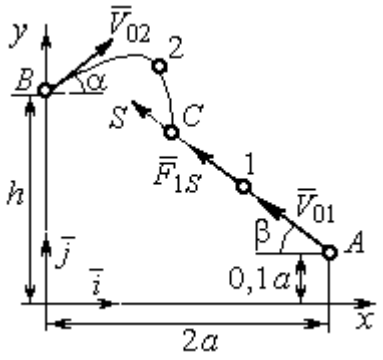
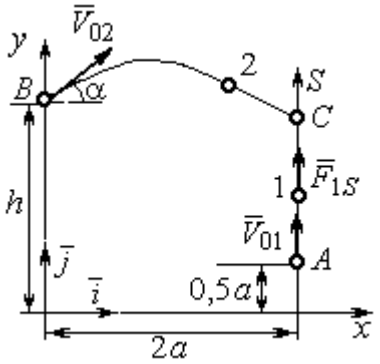
Варианты № 3, 13, 23	**Варианты № 4, 14, 24**
 Встреча в точке C в момент, когда скорость точки 1 уменьшилась в 2 раза относительно начальной	 Встреча в точке C в момент времени $t_1 = 0{,}5$ с

Рис. 4.1. Задание Д1. Интегрирование уравнений движения точки.
Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

Варианты № 5, 15, 25	**Варианты № 6, 16, 26**
	
Встреча в точке *C* в момент, когда скорость точки 1 увеличилась в 1,5 раза относительно начальной	Встреча в точке *C*, когда точка 1 максимально удалилась от места старта

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	
Встреча в точке *C* в момент времени $t_1 = 0{,}4$ с	Встреча в точке *C* в момент максимального подъёма точки 1

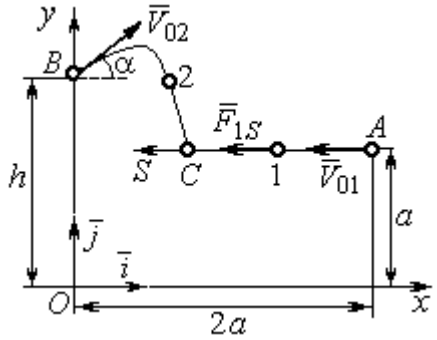
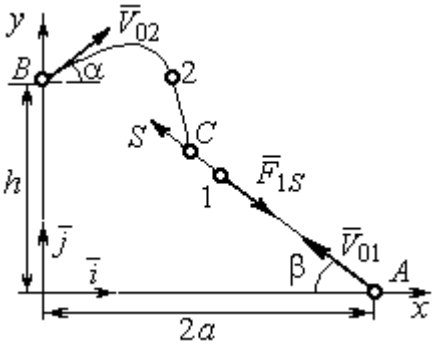
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	
Встреча в точке *C* в момент времени $t_1 = 0{,}6$ с	Встреча в точке *C* в момент, когда точка 1 достигла максимальной высоты подъёма

Рис. 4.2. Задание Д1. Интегрирование уравнений движения точки.
Номера вариантов задания 5 – 10, 15 – 20, 25 – 30

Таблица 4.1

Исходные данные задания Д1. Интегрирование уравнений движения точки

Номер варианта задания	m_1, кг	F_{1S}, Н	V_{01}, м/с	β, град	m_2, кг	$\vec{F}_2$, Н	a, м	h, м
1	1	3	3	30	2	$7\vec{i}$	2	4
2	3	6	2	0	2	$4\vec{i}+12\vec{j}$	1,5	1
3	2	5	4	35	1,5	$10\vec{i}+4\vec{j}$	2	2,5
4	1	10	2	60	2	$4\vec{i}+8\vec{j}$	2,2	2
5	1	3	3	30	2	$5\vec{i}$	3	4,5
6	0,8	6	6	50	3	$3\vec{i}+12\vec{j}$	1,5	4
7	2	5	4,5	40	1	$10\vec{i}+2\vec{j}$	3	2,5
8	1	2	3,5	90	2	$6\vec{i}+8\vec{j}$	1,2	2
9	2	4	4	0	1	$3\vec{i}+2\vec{j}$	2	2,5
10	1	3	3	55	1,5	$4\vec{i}$	1	1,5
11	0,5	2	3	60	2	$3\vec{i}+8\vec{j}$	1,5	2,5
12	0,2	3	4	0	1	$5\vec{i}-2\vec{j}$	1	2,5
13	1	2	6	50	1,5	$6\vec{i}-4\vec{j}$	0,8	2
14	0,5	6	4	35	1	$3\vec{i}-2\vec{j}$	2,5	2
15	0,2	3	3	50	2	$2\vec{i}-2\vec{j}$	3	4
16	2	4	6	40	2	$3\vec{i}+12\vec{j}$	1	1,5
17	1	6	5	60	1,5	$5\vec{i}+4\vec{j}$	3	2,5
18	1	2	2	90	2	$4\vec{i}+4\vec{j}$	2	2
19	1	3	2	2	2	$2\vec{i}+10\vec{j}$	1	1,5
20	5	4	2	30	1	$3\vec{i}-2\vec{j}$	1,5	1,5
21	0,2	4	4	45	1	$6\vec{i}-2\vec{j}$	1	3
22	0,4	3	2	0	2	$4\vec{i}+6\vec{j}$	1,5	2,5
23	1	3	8	60	2	$4\vec{i}+2\vec{j}$	1,2	1,5
24	0,5	8	3	30	2	$6\vec{i}+7\vec{j}$	2	1,5
25	2	4	4	60	1	$2\vec{i}-2\vec{j}$	3,5	4
26	1	3	5	50	2	$4\vec{i}+6\vec{j}$	0,5	1,5
27	1,5	3	6	30	2	$4\vec{i}+4\vec{j}$	2	2,5
28	2	5	3	90	2	$6\vec{i}+7\vec{j}$	2	1,5
29	2	4	4	0	1	$5\vec{i}-2\vec{j}$	1,5	2
30	1	3	2,5	70	2	$4\vec{i}+6\vec{j}$	1	1

Пример выполнения задания Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки

На рис. 4.3 представлена схема движения материальных точек в вертикальной плоскости *xOy*. Точка 1 массой $m_1 = 2$ кг, получив в начальном положении *A* скорость $V_{01} = 4$ м/с, движется вдоль гладкой оси *AS* с углом наклона $\beta = 30^{\circ}$. Во время движения на точку 1 действуют сила тяжести $\vec{P}_1$ и постоянная сила $\vec{F}_1$, проекция которой на ось *AS* равна $F_{1S} = 4{,}5$ Н. Направление вектора проекции силы $\vec{F}_{1S}$ на ось *AS* показано на рис. 4.3.

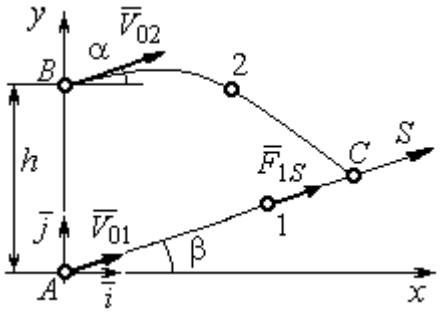


Рис. 4.3. Схема совместного движения точек

Одновременно с началом движения точки 1 из положения *B* на оси *y* высотой $h = 1$ м начинает движение точка 2 массой $m_2 = 1{,}2$ кг. На точку 2 действуют сила тяжести $\vec{P}_2$ и сила $\vec{F}_2$, направление которой определяется разложением по единичным векторам $\vec{i}$, $\vec{j}$ осей *x*, *y* декартовой системы координат: $\vec{F}_2 = 2{,}4\vec{i} + 4{,}5\vec{j}$, Н. Определить величину и направление (угол α) начальной скорости V_{02} точки 2, чтобы в момент времени t_1, когда скорость точки 1 уменьшилась в 2 раза по сравнению с начальным значением, обе они встретились на оси *AS* в точке *C*.

Решение

Рассмотрим движение точки 1. В текущий момент времени на точку 1 действует сила тяжести $\vec{P}_1$, нормальная реакция $\vec{N}_1$ наклонной оси *AS* и сила $\vec{F}_1$, величина проекции которой на ось *AS* равна F_{1S} (рис. 4.4). Дифференциальное уравнение движения точки 1 $m_1\ddot{S} = F_{1S} - P_1\sin\beta$, или $m_1\dfrac{dV_{1S}}{dt} = 4{,}5 - m_1 g\sin\beta$. С учетом исходных данных, полагая ускорение свободного падения $g = 9{,}81$ м/с^2, дифференциальное уравнение движения точки 1

приводится к виду: $\frac{dV_{1S}}{dt} = -2{,}66$. Разделим переменные, представив дифференциальное уравнение в виде $dV_{1S} = -2{,}66dt$. Проинтегрировав его, получим зависимость скорости точки 1 от времени: $V_{1S} = -2{,}66t + C_1$. Для того чтобы определить закон движения точки 1, представим скорость точки как производную от координаты $V_{1S} = \frac{dS}{dt}$. Получим дифференциальное уравнение $\frac{dS}{dt} = -2{,}66t + C_1$, проинтегрировав которое, найдём уравнение движения точки 1: $S = -1{,}33t^2 + C_1t + C_2$. Константы интегрирования C_1, C_2 находятся из начальных условий: при $t = 0$, $S = 0$, $\dot{S} = V_{1S} = V_{01} = 4$ м/с. Подставляя первое из условий в уравнение движения точки 1, получим $C_2 = 0$. Подставим начальное значение скорости в уравнение $\dot{S} = -2{,}66t + C_1$, выражающее зависимость скорости точки 1 от времени. Получим $C_1 = 4$. Таким образом, движение точки 1 вдоль оси AS описывается уравнением: $S = -1{,}33t^2 + 4t$.

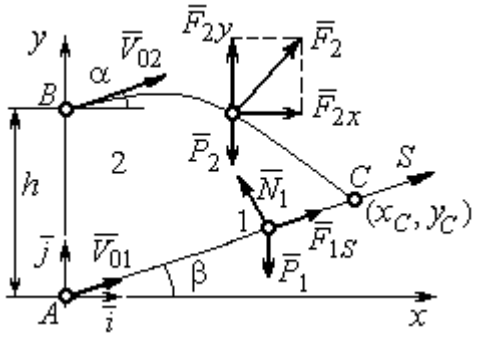


Рис. 4.4. Силы, действующие на точки 1 и 2, во время их движения

По условию задачи встреча двух точек происходит в момент времени t_1, когда скорость первой точки уменьшилась в 2 раза по сравнению с начальной: $V_{1S}(t_1) = \frac{V_{01}}{2} = 2$ м/с. Подставляя это условие в уравнение, выражающее зависимость скорости точки 1 от времени, получим: $2 = -2{,}66t_1 + 4$, откуда найдём момент времени встречи $t_1 = 0{,}75$ с. Расстояние AC, пройденное точкой 1 до встречи, определяется как путь, пройденный этой точкой за время $t_1 = 0{,}75$ с, $AC = S(t_1) = -1{,}33 \cdot 0{,}75^2 + 4 \cdot 0{,}75 = 2{,}25$ м. Координаты точки встречи x_C, y_C определяются из равенств: $x_C = S(t_1)\cos 30^\circ = 1{,}95$ м; $y_C = S(t_1)\sin 30^\circ = 1{,}12$ м.

Рассмотрим движение точки 2. В текущий момент времени на нее действует сила тяжести $\vec{P}_2$ и сила $\vec{F}_2 = 2{,}4\vec{i} + 4{,}5\vec{j}$, проекции которой на оси координат $F_{2x} = 2{,}4$ Н, $F_{2y} = 4{,}5$ Н. Дифференциальные уравнения движения точки 2 в проекциях на оси координат *x*, *y* имеют вид:

$$m_2\ddot{x} = F_{2x} = 2{,}4\,, \quad m_2\ddot{y} = -P_2 + F_{2y} = -m_2 g + 4{,}5\,,$$

или после подстановки исходных данных: $\ddot{x} = 2\,, \quad \ddot{y} = -6{,}06\,.$

Представим в первом уравнении проекцию ускорения точки 2 на ось *x* как производную от соответствующей проекции скорости $\ddot{x} = \dfrac{dV_{2x}}{dt}$. После разделения переменных получим дифференциальное уравнение $dV_{2x} = 2dt$. Проинтегрируем его и найдем зависимость горизонтальной составляющей скорости точки 2 от времени: $V_{2x} = 2t + C_3$. Заменим в этом уравнении проекцию скорости точки на ось *x* на производную от координаты $V_{2x} = \dfrac{dx}{dt}$. После интегрирования получим уравнение, описывающее движение точки 2 вдоль оси *x*, $x = t^2 + C_3 t + C_4$. Для того чтобы найти постоянные C_3 и C_4, воспользуемся граничными условиями движения точки 2 – известной начальной координатой движения точки и вычисленной координатой точки встречи, то есть при $t = 0$, $x = 0$, а при $t_1 = 0{,}75$ с $x(t_1) = x_C = 1{,}95$ м. Подставляя граничные условия в уравнение движения точки 2, получим $C_4 = 0$, $C_3 = 1{,}85$. Таким образом, уравнение движения точки 2 вдоль оси x: $x = t^2 + 1{,}85t$.

Закон движения точки 2 вдоль оси *y* находим путем интегрирования второго дифференциального уравнения. Его представим в виде: $\dfrac{dV_{2y}}{dt} = -6{,}06$. После разделения переменных и первого интегрирования получим зависимость проекции скорости точки 2 на ось *y* от времени: $V_{2y} = -6{,}06t + C_5$. Заменив проекцию скорости точки 2 на ось *y* производной от координаты $V_{2y} = \dfrac{dy}{dt}$, вто-

рично проинтегрируем. В результате движение точки 2 вдоль оси y описывается уравнением: $y = -3{,}03t^2 + C_5 t + C_6$. Для определения констант C_5 и C_6 используем граничные условия: при $t = 0$ $y(0) = h = 1$ м, а при $t_1 = 0{,}75$ с $y(t_1) = y_C$ =1,12 м. Получим $C_6 = 1$, $C_5 = 2{,}43$. Таким образом, точка 2 движется вдоль оси y по закону: $y = -3{,}03t^2 + 2{,}43t + 1$.

Проекции скорости точки 2 на оси координат как функции времени имеют вид: $V_{2x}(t) = \dot{x} = 2t + 1{,}85$, $V_{2y}(t) = \dot{y} = -6{,}06t + 2{,}43$. Значения проекций при $t = 0$: $V_{02x} = V_{2x}(0) = 1{,}85$ м/с, $V_{02y} = V_{2y}(0) = 2{,}43$ м/с. Величина начальной скорости: $V_{02} = \sqrt{{V_{02x}}^2 + {V_{02y}}^2} = 3{,}05$ м/с.

Угол наклона вектора скорости в начальный момент определяется из равенства: $\mathrm{tg}\alpha = \dfrac{V_{02y}}{V_{02x}} = \dfrac{2{,}43}{1{,}85} = 1{,}31$. Откуда $\alpha = 52{,}64^\circ$.

4.3. Колебания материальной точки

Силы, возникающие при отклонении материальной точки от положения равновесия и направленные так, чтобы вернуть точку в это положение, называются **восстанавливающими**. Восстанавливающие силы, линейно зависящие от расстояния от точки до положения её равновесия, называются **линейными восстанавливающими силами**. Так, сила упругости пружины $F = c\Delta\ell$, где c – коэффициент жесткости (или просто жёсткость) пружины; $\Delta\ell$ – удлинение пружины, является линейной восстанавливающей силой.

Дифференциальное уравнение движения материальной точки массой m вдоль оси Оx под действием линейной восстанавливающей силы, представляет собой уравнение гармонических колебаний и имеет вид:

$$m\ddot{x} + cx = 0, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = 0,$$

где x – отклонение точки от положения равновесия, куда поместили начало

координат; ω – угловая частота колебаний, $\omega^2 = \frac{c}{m}$. Единица измерения угловой частоты – рад/с.

Решение дифференциального уравнения свободных колебаний представляется суммой $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t$, где постоянные интегрирования C_1 и C_2 находятся из начальных условий. **Амплитуда свободных колебаний** $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$. Промежуток времени, в течение которого точка совершает одно полное колебание, называется **периодом колебаний**: $T = \frac{2\pi}{\omega}$. Величина, обратная периоду $\nu = \frac{1}{T}$ определяет число полных колебаний точки за 1 с и называется **частотой колебаний**. Частота колебаний измеряется в герцах (Гц). Частота, равная 1 Гц, соответствует одному полному колебанию в секунду. Угловая частота связана с частотой колебаний соотношением $\omega = 2\pi\nu$.

Если на материальную точку кроме восстанавливающей силы действует сила сопротивления движению, пропорциональная скорости точки, $\vec{R} = -\mu\vec{V}$, где μ – коэффициент сопротивления, то дифференциальное уравнение движения точки с сопротивлением относительно положения равновесия имеет вид $m\ddot{x} + \mu\dot{x} + cx = 0$, или $\ddot{x} + 2n\dot{x} + \omega^2 x = 0$, где n – коэффициент затухания, $n = \frac{\mu}{2m}$; ω – угловая частота собственных колебаний точки без учёта сопротивления, $\omega^2 = \frac{c}{m}$.

При $n < \omega$ движение точки представляет затухающие колебания. Общее решение дифференциального уравнения колебаний с сопротивлением $x = e^{-nt}(C_1\cos\omega_1 t + C_2\sin\omega_1 t) = Ae^{-nt}\sin(\omega_1 t + \alpha)$, где C_1 и C_2 – постоянные интегрирования; ω_1 – угловая частота затухающих колебаний, $\omega_1 = \sqrt{\omega^2 - n^2}$;

$A_1 = Ae^{-nt}$ – амплитуда затухающих колебаний, $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$; α – начальная фаза колебаний, $\text{tg}\alpha = \dfrac{C_1}{C_2}$.

При $n > \omega$ движение точки апериодическое, затухающее. Общее решение дифференциального уравнения движения точки с таким сопротивлением имеет вид $x = e^{-nt}(C_1 e^{\omega_2 t} + C_2 e^{-\omega_2 t})$, где $\omega_2 = \sqrt{n^2 - \omega^2}$.

При $n = \omega$ движение точки происходит согласно уравнению $x = e^{-nt}(C_1 t + C_2)$.

Если кроме восстанавливающей силы на материальную точку действует переменная возмущающая сила, колебания точки называются **вынужденными.**

При действии гармонической возмущающей силы $F = H\sin pt$, где H, p – амплитуда и угловая частота колебаний возмущающей силы, дифференциальное уравнение вынужденных колебаний материальной точки относительно положения равновесия и при отсутствии сил сопротивления имеет вид

$$m\ddot{x} + cx = H\sin pt, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = h\sin pt,$$

где ω – угловая частота собственных гармонических колебаний, $\omega^2 = \dfrac{c}{m}$; h – относительная амплитуда возмущающей силы, $h = \dfrac{H}{m}$.

Общее решение неоднородного дифференциального уравнения вынужденных колебаний представляется как сумма общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного.

При отсутствии резонанса, когда частота собственных колебаний не совпадает с частотой возмущающей силы $p \neq \omega$, решение имеет вид: $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t + \dfrac{h}{\omega^2 - p^2}\sin pt$, а в случае резонанса, когда $p = \omega$, – вид: $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t - \dfrac{ht}{2p}\cos pt$. Значения произвольных постоянных C_1 и C_2

определяются из общего решения неоднородного уравнения с учетом начальных условий движения. Амплитуда собственных колебаний груза $A_{\text{соб}} = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$. Амплитуда вынужденных колебаний при отсутствии резонанса $A_{\text{вын}} = \dfrac{h}{\omega^2 - p^2}$. При резонансе амплитуда вынужденных колебаний растет как линейная функция времени $A_{\text{вын}} = \dfrac{ht}{2p}$.

Если возмущающее воздействие заключается в **принудительном гармоническом колебании точки подвеса пружины**, например, по закону $S = a\sin pt$, где a, p – амплитуда и угловая частота колебаний точки подвеса пружины, дифференциальное уравнение вынужденных колебаний материальной точки относительно положения равновесия при отсутствии сил сопротивления имеет вид $\ddot{x} + \omega^2 x = h\sin pt$, где ω – угловая частота собственных гармонических колебаний, $\omega^2 = \dfrac{c}{m}$; h – относительная амплитуда возмущающего колебания, $h = \dfrac{ca}{m}$. Общее решение неоднородного дифференциального уравнения вынужденных колебаний при принудительном гармоническом колебании точки подвеса пружины может быть получено аналогично случаю возмущения гармонической силой.

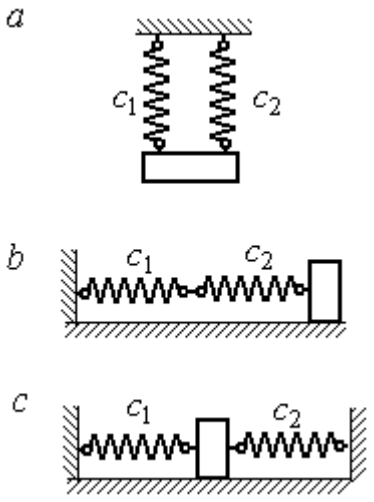


Рис. 4.5. Способы крепления груза на двух пружинах:
a – две параллельные пружины;
b – последовательно соединённые пружины; *c* – крепление груза между пружинами

Система пружин заменяется одной с эквивалентной жесткостью. Так, колебания груза на двух параллельных пружинах с коэффициентами жесткости c_1 и c_2 (рис. 4.5, *a*) можно рассматривать как колебания груза на одной пружине эквивалент-

ной жесткости $c_{\text{экв}} = c_1 + c_2$, где $c_{\text{экв}}$ – коэффициент жесткости эквивалентной пружины. При последовательном соединении пружин (рис. 4.5, *b*) коэффициент жесткости эквивалентной пружины $c_{\text{экв}} = \dfrac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}$. Если груз расположен между двумя пружинами (рис. 4.5, *c*), тогда $c_{\text{экв}} = c_1 + c_2$. Коэффициент жесткости эквивалентной пружины равен сумме коэффициентов жесткости пружин.

4.4. Задание Д2. Исследование колебаний точки

Задание Д2 на исследование колебаний точки включает две задачи.

Задача 1. Исследование гармонических колебаний точки.

Найти уравнение движения груза массой m_1 (или одновременно двух грузов массой m_1 и m_2) на пружине жесткостью c_1 (или на двух пружинах жесткостью c_1 и c_2). Расположение грузов на пружине и описание условий, при которых начались колебания, приведено на схемах. Определить амплитуду и частоту колебаний.

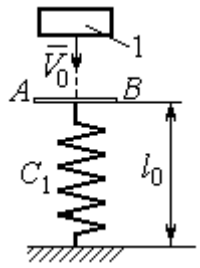
Задача 2. Исследование вынужденных колебаний точки.

Груз движется на пружинах, расположенных вертикально или горизонтально. При движении груза по горизонтальной поверхности трение не учитывается. Жёсткость пружин c_1 и c_2. Направление возмущающего усилия $F = F(t)$, приложенного к грузу, или возмущающего движения точки крепления пружин $S = S(t)$, а также описание условий начала колебаний приведено на схемах. В задачах, где на схемах присутствует амортизатор, создающий сопротивление движению груза, сила сопротивления пропорциональна скорости движения груза и находится по формуле: $\vec{R} = -\mu \vec{V}$ Н, где μ – коэффициент сопротивления; V – скорость груза. Определить уравнение колебаний груза, амплитуды собственных и вынужденных колебаний.

Варианты заданий даны на рис. 4.6 – 4.9. Исходные данные в табл. 4.2.

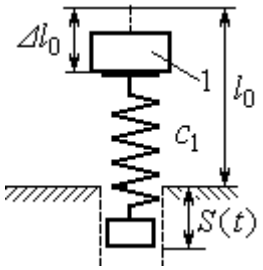
Варианты № 1, 11, 21

Задача 1



Невесомая пластина AB укреплена на нерастянутой пружине. Груз 1, получив начальную скорость V_0, падает вертикально вниз. Через 1 с после начала падения груз достигает пластины и продолжает движение вместе с ней

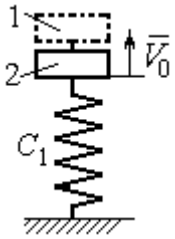
Задача 2



К верхнему концу пружины, сжатой на величину $\Delta\ell_0$, прикрепляют груз 1 и отпускают без начальной скорости. Одновременно нижний конец пружины начинает двигаться по закону $S = S(t)$

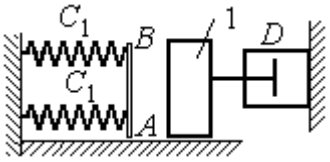
Варианты № 2, 12, 22

Задача 1



В положении статического равновесия двух грузов (1 и 2), установленных на пружине, груз 1 убрали, а грузу 2 сообщили скорость V_0, направленную вверх

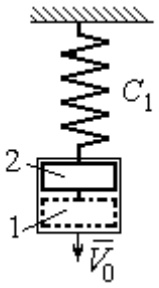
Задача 2



Груз 1 движется по гладкой горизонтальной поверхности с начальной скоростью V_0. Через 1 с груз упирается в площадку AB, укреплённую на недеформированных пружинах, соединённых параллельно, и продолжает движение вместе с ней. Во время движения (до упора в площадку AB и вместе с ней) груз испытывает сопротивление, создаваемое демпфером D

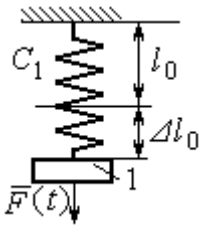
Варианты № 3, 13, 23

Задача 1



В положении статического равновесия груза 2, укреплённого на пружине, к нему присоединили груз 1 и оба груза толкнули вниз со скоростью V_0

Задача 2

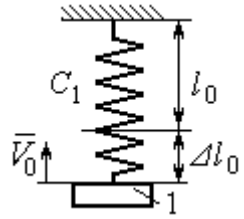


Недеформированную пружину оттянули вниз на расстояние $\Delta\ell_0$, подцепили груз 1 и отпустили без начальной скорости. Одновременно на груз стала действовать возмущающая сила $\vec{F}(t)$

Рис. 4.6. Задание Д2. Исследование колебаний точки.
Варианты задания 1 – 3, 11 – 13, 21 – 23

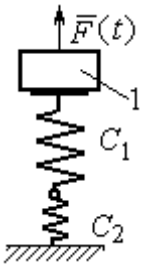
Варианты № 4, 14, 24

Задача 1



К недеформированной пружине подцепили груз 1, оттянули его вниз на расстояние $\Delta\ell_0$ и сообщили скорость V_0, направленную вверх

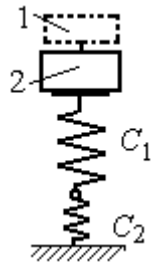
Задача 2



Грузу 1, укреплённому на двух последовательно соединённых пружинах в положении статического равновесия, сообщили начальную скорость V_0, направленную вниз. Одновременно на груз стала действовать возмущающая сила $\vec{F}(t)$

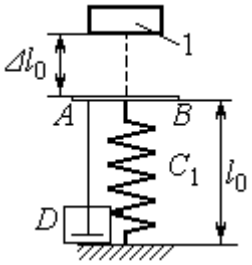
Варианты № 5, 15, 25

Задача 1



В положении статического равновесия грузов 1 и 2, укреплённых на двух вертикальных последовательно соединённых пружинах, убрали груз 1, а груз 2 отпустили без начальной скорости

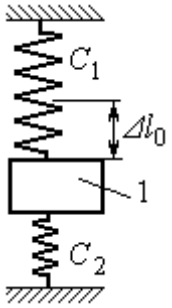
Задача 2



Груз 1 падает с высоты $\Delta\ell_0$ на площадку AB, установленную на недеформированной пружине, и продолжает движение вместе с ней. Демпфер D создаёт сопротивление движению груза на пружине

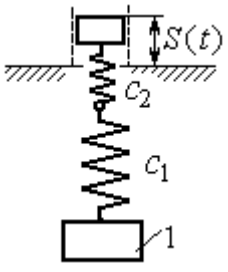
Варианты № 6, 16, 26

Задача 1



Груз 1 поместили между двумя недеформированными пружинами, затем оттянули вниз на расстояние $\Delta\ell_0$ и отпустили без начальной скорости

Задача 2

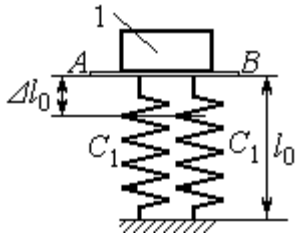


К недеформированным пружинам, соединённым последовательно, подцепили груз 1 и толкнули его вниз со скоростью V_0. Одновременно верхний конец пружины начинает двигаться по закону $S = S(t)$

Рис. 4.7. Задание Д2. Исследование колебаний точки.
Варианты задания 4 – 6, 14 – 16, 24 – 26

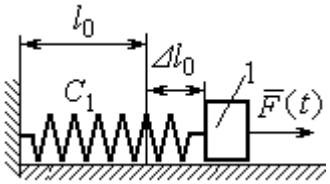
Варианты № 7, 17, 27

Задача 1



К недеформированным пружинам приложили груз 1, переместили его вниз на величину $\Delta\ell_0$ и сообщили скорость V_0, направленную вниз

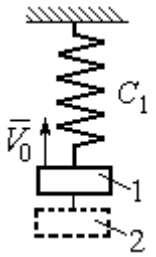
Задача 2



К нерастянутой пружине, расположенной на горизонтальной гладкой поверхности, подцепили груз 1, оттянули его на расстояние $\Delta\ell_0$ и отпустили. Одновременно на груз стала действовать горизонтальная возмущающая сила $\vec{F}(t)$

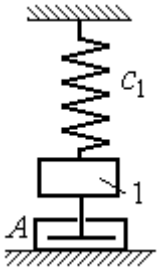
Варианты № 8, 18, 28

Задача 1



Грузы 1 и 2 находятся на пружине в положении статического равновесия. Груз 2 удаляют, а грузу 1 сообщают скорость V_0, направленную вверх

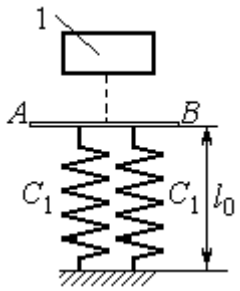
Задача 2



В положении статического равновесия груза 1 ему сообщили скорость V_0, направленную вниз. Демпфер *A* создаёт сопротивление движению груза

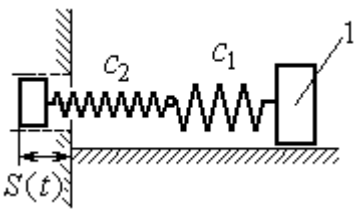
Варианты № 9, 19, 29

Задача 1



Груз 1 без начальной скорости падает вниз. Пройдя путь 1 м, груз достигает невесомой пластины *AB*, укреплённой на недеформированных, параллельно соединённых пружинах, и дальше движется вместе с ней

Задача 2



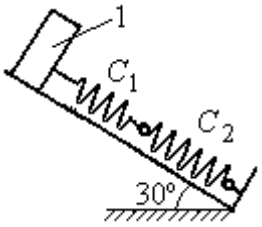
К двум горизонтальным пружинам, соединённым последовательно, в положении их нерастянутого состояния прицепили груз 1 и сообщили ему горизонтальную скорость V_0, направленную в сторону сжатия пружин. Одновременно левый конец пружинной системы начинает двигаться по закону $S = S(t)$

Рис. 4.8. Задание Д2. Исследование колебаний точки.
Варианты задания 7 – 9, 17 – 19, 27 – 29

Окончание вариантов задания Д2

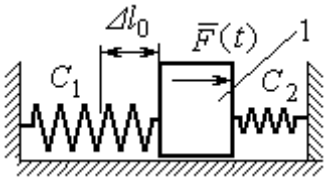
Варианты № 10, 20, 30

Задача 1



В положении статического равновесия груза 1, укреплённого на двух последовательно соединённых пружинах, сообщили скорость V_0, направленную вниз по наклонной плоскости

Задача 2



Между двумя горизонтальными недеформированными пружинами на гладкую поверхность поместили груз 1, оттянули его влево на расстояние $\Delta\ell_0$ и отпустили без начальной скорости. Одновременно на груз стала действовать возмущающая сила $\vec{F}(t)$

Рис. 4.9. Задание Д2. Исследование колебаний точки.
Варианты задания 10, 20, 30

Таблица 4.2

Исходные данные задания Д2. Исследование колебаний точки

Номер варианта задания	Номер задачи	m_1, кг	m_2, кг	V_0, м/с	c_1, Н/м	c_2, Н/м	$\Delta\ell_0$, м	μ, Н·с/м	$F(t)$, Н	$S(t)$, м
1	1	2,5	–	2,0	200	–	–	–	–	–
	2	2,0	–	–	210	–	0,1	–	–	0,02sin12t
2	1	1,5	2,0	4	250	–	–	–	–	–
	2	2,0	–	4	220	–	–	1,0	–	–
3	1	2,0	1,5	3	250	–	–	–	–	–
	2	1,2	–	–	200	–	0,14	–	12sin5t	–
4	1	2,0	–	3	180	–	0,1	–	–	–
	2	1,5	–	2	150	120	–	–	8sin12t	–
5	1	1,0	2,0	–	120	100	–	–	–	–
	2	1,0	–	–	50	–	0,5	18	–	–
6	1	1,2	–	–	120	180	0,12	–	–	–
	2	1,4	–	2,4	120	180	–	–	–	0,03sin14t
7	1	1,6	–	3,2	140	–	0,15	–	–	–
	2	1,5	–	–	120	–	0,12	–	12sin6t	–
8	1	1,0	2,0	3,0	150	–	–	–	–	–
	2	2,0	–	3,5	120	–	–	15	–	–

Продолжение табл. 4.2

Номер варианта задания	Номер задачи	m_1, кг	m_2, кг	V_0, м/с	c_1, Н/м	c_2, Н/м	$\Delta\ell_0$, м	μ, Н·с/м	$F(t)$, Н	$S(t)$, м
9	1	1,5	–	–	100	–	–	–	–	–
	2	1,4	–	2,0	100	110	–	–	–	0,015sin8t
10	1	2,5	–	2,5	110	100	–	–	–	–
	2	2,0	–	–	110	52	0,08	–	5sin9t	–
11	1	2,0	–	4,0	300	–	–	–	–	–
	2	1,0	–	–	200	–	0,12	–	–	0,01sin4t
12	1	1,8	2,4	4	220	–	–	–	–	–
	2	1,0	–	5	240	–	–	0,6	–	–
13	1	1,5	1,5	2	200	–	–	–	–	–
	2	1,8	–	–	180	–	0,08	–	10sin10t	–
14	1	2,0	–	2	200	–	0,12	–	–	–
	2	2,0	–	2	150	120	–	–	10sin8t	–
15	1	1,5	2,0	–	120	250	–	–	–	–
	2	1,5	–	–	120	–	0,4	4	–	–
16	1	2,0	–	–	150	75	0,1	–	–	–
	2	2,0	–	2,5	150	75	–	–	–	0,01sin5t
17	1	1,5	–	2,1	160	–	0,11	–	–	–
	2	1,8	–	–	150	–	0,1	–	8sin12t	–
18	1	2,0	1,0	2,5	80	–	–	–	–	–
	2	1,5	–	2,5	50	–	–	21	–	–
19	1	1,6	–	–	120	–	–	–	–	–
	2	1,2	–	2,0	85	120	–	–	–	0,015sin7t
20	1	2,0	–	2,0	90	100	–	–	–	–
	2	2,5	–	–	100	90	0,12	–	6sin10t	–
21	1	2,0	–	1,6	220	–	–	–	–	–
	2	2,5	–	–	250	–	0,14	–	–	0,01sin10t
22	1	2,2	1,5	3	180	–	–	–	–	–
	2	1,5	–	4	280	–	–	0,8	–	–
23	1	2,2	1,2	2	220	–	–	–	–	–
	2	1,6	–	–	200	–	0,12	–	5sin7t	–

Окончание табл. 4.2

Номер варианта задания	Номер задачи	m_1, кг	m_2, кг	V_0, м/с	c_1, Н/м	c_2, Н/м	$\Delta\ell_0$, м	μ, Н·с/м	$F(t)$, Н	$S(t)$, м
24	1	1,6	–	2,4	160	–	0,13	–	–	–
	2	1,0	–	3	150	300	–	–	6sin10t	–
25	1	0,8	1,2	–	120	80	–	–	–	–
	2	0,8	–	–	180	–	0,4	12	–	–
26	1	1,4	–	–	100	120	0,15	–	–	–
	2	1,8	–	2,2	150	120	–	–	–	0,015sin8t
27	1	2	–	4,0	150	–	0,12	–	–	–
	2	2	–	–	162	–	0,13	–	5sin9t	–
28	1	1,5	2,0	2,0	140	–	–	–	–	–
	2	1,5	–	3,1	180	–	–	12	–	–
29	1	1,0	–	–	140	–	–	–	–	–
	2	2,0	–	2,4	75	150	–	–	–	0,08sin5t
30	1	1,6	–	3	75	150	–	–	–	–
	2	1,5	–	3	80	70	0,15	–	8sin10t	–

Пример выполнения задания Д2. Исследование колебаний точки

Задача 1. Груз 1 весом P = 20 Н, лежащий на гладкой наклонной плоскости, прикреплён к недеформированной пружине, расположенной параллельно плоскости (рис. 4.10). Угол наклона плоскости к горизонту 30º, коэффициент жесткости пружины c = 400 Н/м. В начальный момент груз переместили вверх по наклонной плоскости (сжали пружину) на расстояние $\Delta\ell_0$ = 0,1 м относительно нерастянутой пружины и отпустили без начальной скорости.

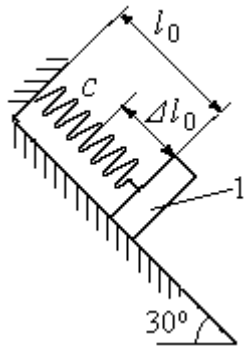


Рис. 4.10. Схема крепления груза и условия начала колебаний

Определить уравнение колебаний груза 1, а также частоту и амплитуду колебаний.

Решение

Расчетная схема колебаний груза 1 показана на рис. 4.11. Направим ось *Ox*, вдоль которой происходят колебания груза, вниз вдоль наклонной плоскости. Начало отсчёта координаты *x* выберем в положении статического равновесия груза (см. рис. 4.11) В произвольном положении груза, обозначенном координатой *x*, к нему приложены три силы: сила тяжести $\vec{P}$, реакция опоры наклонной плоскости $\vec{N}$ и сила упругости пружины $\vec{F}_{\text{упр}}$. Проекция силы упругости пружины на ось *Ox*: $F_{\text{упр}\,x} = -c\Delta\ell$, где $\Delta\ell$ – удлинение пружины относительно её нерастянутого положения, включающее её растяжение *x* относительно выбранного начала координат и растяжение $\lambda_{\text{ст}}$ при статическом равновесии груза на наклонной плоскости.

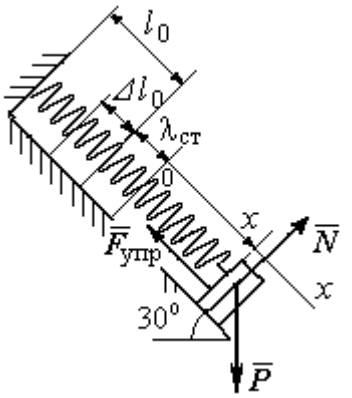


Рис. 4.11. Расчётная схема колебаний груза

С учетом выражения силы упругости получим дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось *Ox*:

$$m\ddot{x} = P\sin 30^\circ - c(x + \lambda_{\text{ст}}).$$

В положении статического равновесия сила упругости уравновешивается силой, равной проекции силы тяжести на ось *x*: $P\sin 30^\circ - c\lambda_{\text{ст}} = 0$. Подставляя это выражение условия статического равновесия груза в уравнение движения, получим дифференциальное уравнение колебаний груза:

$$m\ddot{x} = -cx, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = 0,$$

где ω – угловая частота колебаний; $\omega = \sqrt{\dfrac{c}{m}} = 14{,}01$ рад/с.

Общее решение уравнения колебаний $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t$.

Для определения произвольных постоянных C_1 и C_2 вычислим координату x_0 начального положения груза на оси *Ox*.

Растяжение пружины в положении статического равновесия $\lambda_{ст} = \dfrac{P\sin 30^\circ}{c} = 0{,}025$ м. Координата начального положения груза определяется величиной сжатия пружины и, поскольку начало отсчёта координаты x выбрано в положении статического равновесия груза, равна (со знаком!): $x_0 = -(\Delta\ell_0 + \lambda_{ст}) = -0{,}125$ м (см. рис. 4.11).

Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения колебаний при $t = 0$, получим $C_1 = -0{,}125$ м. Для определения второй константы вычислим скорость груза в произвольный момент времени: $\dot{x} = -C_1\omega\sin\omega t + C_2\omega\cos\omega t$. Подставим сюда начальное значение скорости груза при $t = 0$ $\dot{x} = V_0 = 0$, получим $C_2 = 0$. Окончательно уравнение движения груза 1 относительно положения статического растяжения пружины:

$$x(t) = -0{,}125\cos 14{,}01t \text{ м}.$$

Амплитуда колебаний груза $A = 0{,}125$ м.

Задача 2. Груз 1 весом $P = 20$ Н подвешен на недеформированной вертикальной пружине (рис. 4.12). Жесткость пружины $c = 800$ Н/м. В начальный момент груз был оттянут вниз в положение, при котором пружина растянулась на расстояние $\Delta\ell_0 = 0{,}1$ м, и в этом положении ему сообщена начальная скорость $V_0 = 2$ м/с, направленная вверх.

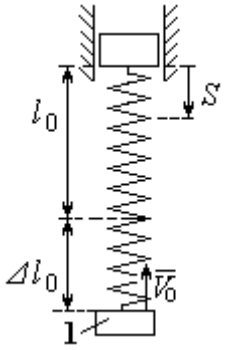


Рис. 4.12. Схема крепления груза и условия начала колебаний

Одновременно с началом движения груза верхний конец пружины стал совершать гармонические колебания по закону $S = a\sin 10t$, где $a = 0{,}02$ м.

Определить уравнение колебаний груза 1, а также частоту и амплитуду собственных колебаний.

Решение

Расчетная схема колебаний груза 1 показана на рис. 4.13. Направим ось *Ox*, вдоль которой происходят колебания груза, вертикально вниз. Начало отсчёта координаты *x* выберем в положении статического равновесия груза (см. рис. 4.13, *c*, *d*). В произвольном положении груза, обозначенном координатой *x*, к нему приложены две силы: сила тяжести $\vec{P}$ и сила упругости пружины $\vec{F}_{\text{упр}}$.

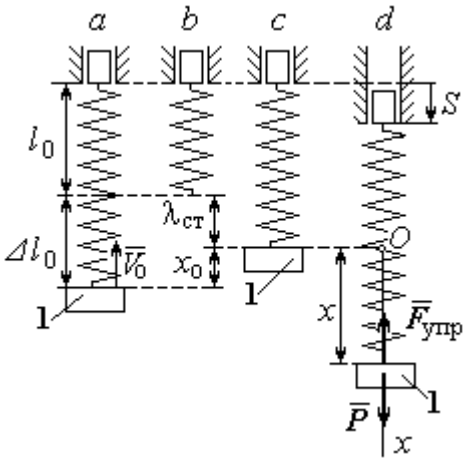


Рис. 4.13. Расчётная схема вынужденных колебаний груза: *a* – положение груза на начало колебаний; *b* – недеформированная пружина; *c* – статическое растяжение пружины под действием веса груза; *d* – положение груза в произвольный момент времени и перемещение точки подвеса пружины

Проекция силы упругости пружины на ось *Ox*

$$F_{\text{упр}\,x} = -c\Delta\ell = -c(x + \lambda_{\text{ст}} - S),$$

где $\Delta\ell$ – удлинение пружины, включающее её растяжение *x* относительно начала координат, растяжение $\lambda_{\text{ст}}$ при статическом равновесии груза и уменьшение растяжения при смещении верхнего конца, $\Delta\ell = (x + \lambda_{\text{ст}} - S)$.

С учетом выражения силы упругости получим дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось *Ox*:

$$m\ddot{x} = P - c(x + \lambda_{\text{ст}} - S).$$

В положении статического равновесия выполняется условие равенства сил: $P - c\lambda_{\text{ст}} = 0$.

После подстановки его в уравнение движения груза получаем дифференциальное уравнение вынужденных колебаний:

$$m\ddot{x} = -cx + cS, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = h\sin pt,$$

где ω – угловая частота собственных колебаний, $\omega = \sqrt{\frac{c}{m}}$, ω = 19,81 рад/с; h – относительная амплитуда вынужденных колебаний, $h = \frac{ca}{m}$ = 7,85 м/с^2; p – угловая частота вынужденных колебаний, p = 10 рад/с.

При отсутствии резонанса (здесь $\omega \neq p$) общее решение уравнения вынужденных колебаний имеет вид $x = C_1 \cos\omega t + C_2 \sin\omega t + \frac{h}{\omega^2 - p^2} \sin pt$.

Для определения произвольных постоянных C_1 и C_2 вычислим координату x_0 начального положения груза на оси Ox. Координата начального положения груза (см. рис. 4.13, *b*) $x_0 = \Delta\ell_0 - \lambda_{ст}$. Растяжение пружины в положении статического равновесия $\lambda_{ст} = \frac{P}{c}$ = 0,02 м, тогда x_0 = 0,08 м. Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения вынужденных колебаний при t = 0, получим: $C_1 = x_0$ = 0,08 м.

Для определения второй константы вычислим скорость груза в произвольный момент времени: $\dot{x} = -C_1 \omega \sin\omega t + C_2 \omega \cos\omega t + \frac{hp}{\omega^2 - p^2} \cos pt$. Проекция скорости груза в начальный момент на ось Ox $V_{0x} = -V_0$. Подставив начальное значение скорости груза при t = 0 $\dot{x} = V_{0x} = -V_0$, получим: $C_2 = -\frac{V_0}{\omega} - \frac{hp}{\omega(\omega^2 - p^2)}$ = – 0,11 м. Окончательно уравнение движения груза 1 относительно положения статического равновесия, м.

$$x(t) = 0{,}08\cos 19{,}82t - 0{,}11\sin 19{,}82t - 0{,}03\sin 10t.$$

Амплитуда вынужденных колебаний $A_{вын} = \frac{h}{\omega^2 - p^2}$ = 0,03 м. Амплитуда собственных колебаний груза $A_{соб} = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$ = 0,14 м.

4.5. Теорема об изменении кинетической энергии точки

Работой $A(\vec{F})$ силы $\vec{F}$, постоянной по модулю и направлению, на конечном прямолинейном перемещении S_1 точки приложения силы называется величина $A(\vec{F}) = FS_1\cos\alpha$. Если угол α острый, работа силы положительна. Если угол α тупой, – отрицательна. При $\alpha = 90°$ сила перпендикулярна перемещению точки и работа силы равна нулю.

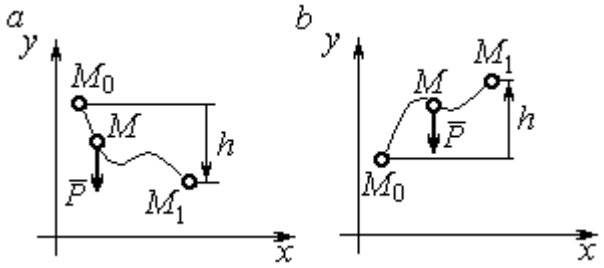


Рис. 4.14. Схема для вычисления работы силы тяжести:
a – перемещение точки сверху вниз;
b – перемещение точки снизу вверх

Работа силы тяжести материальной точки (вертикальной силы) при перемещении точки из положения M_0 в положение M_1 равна произведению модуля силы тяжести на вертикальное перемещение точки $A_{(M_0M_1)} = \pm Ph$, где P – величина силы тяжести точки; h – величина вертикального перемещения точки (рис. 4.14). Работа силы тяжести положительная, если начальная точка движения выше конечной, и отрицательная, – если ниже.

Работа силы упругости пружины на прямолинейном перемещении вдоль линии действия силы из положения недеформированной пружины на расстояние h определяется формулой $A(F_{\text{упр}}) = -\dfrac{ch^2}{2}$, где c – коэффициент жесткости (или просто жёсткость) пружины.

Кинетической энергией материальной точки называется скалярная величина $T = \dfrac{1}{2}mV^2$, где m – масса точки; V – её скорость. **Теорема об изменении кинетической энергии точки** заключается в том, что изменение кинетической энергии точки за конечный промежуток времени равно алгебраической сумме работ всех действующих на неё сил: $\dfrac{mV_1^2}{2} - \dfrac{mV_0^2}{2} = \sum A_{(M_0M_1)}$, где V_0,

V_1 – скорость точки в начальном положении M_0 и в положении M_1; $\sum A_{(M_0M_1)}$ – сумма работ всех сил, действующих на точку, при её перемещении из положения M_0 в положение M_1.

При несвободном движении точки сумма работ сил включает работу реакций связи. Если движение происходит без трения по неподвижной гладкой поверхности, то реакция связи направлена по нормали к поверхности и её работа при любом перемещении точки равна нулю.

Для определения реакций связи при несвободном движении точки используются уравнения движения точки в проекциях на оси естественной системы координат – касательную и нормальную: $m\frac{dV}{dt} = \sum F_\tau$, $m\frac{V^2}{\rho} = \sum F_n$, где $\sum F_\tau$, $\sum F_n$ – суммы проекций сил на касательную и нормальную оси естественной системы координат; ρ – радиус кривизны траектории точки.

4.6. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии

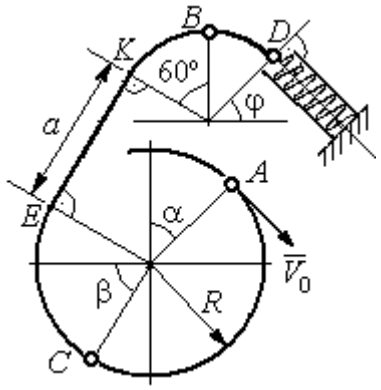
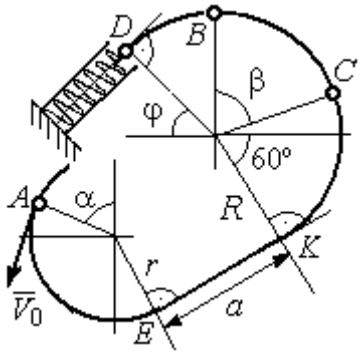
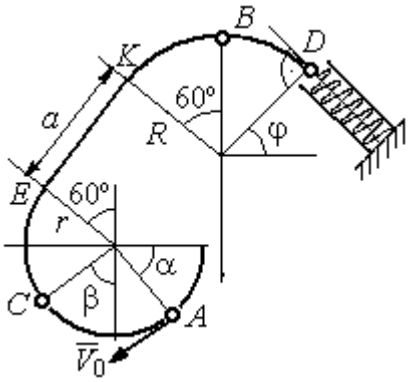
Тонкий стержень с надетым на него шариком массой *m* расположен в вертикальной плоскости и состоит из дуг окружностей радиусами *r* и *R* = 2*r*, соединённых прямолинейным отрезком *ЕК*, сопряжённым с дугами окружностей в точках *Е* и *К*. В этих точках шарик переходит с одного участка стержня на другой, не изменяя величины и направления скорости. Длина отрезка *ЕК* = *a*.

В точке *А*, положение которой на дуге окружности определяется углом α, шарику сообщают начальную скорость V_0. По дугам окружностей шарик скользит без трения, а при движении по прямолинейному отрезку *ЕК* на него действует постоянная сила трения с коэффициентом трения *f*. На участках с вертикальным отрезком *ЕК* считать, что шарик прижимается к стержню силой, равной половине веса шарика.

Достигнув на дуге окружности точки *D*, шарик упирается в недеформированную пружину жёсткостью *c* и, продолжая движение по сопряженной прямой, сжимает её. Положение точки *D* определяется углом φ.

Определить величину максимального сжатия пружины, если шарик проходит наивысшее положении траектории – точку *B* со скоростью $V_B = kV_0$. При найденном значении начальной скорости рассчитать давление шарика на стержень в точке *C*, положение которой на дуге определяется углом β.

Варианты заданий приведены на рис. 4.15, 4.16. Исходные данные задания в табл. 4.3.

Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**	**Варианты № 3, 13, 23**
		

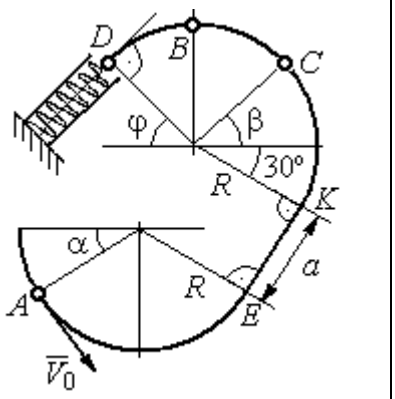
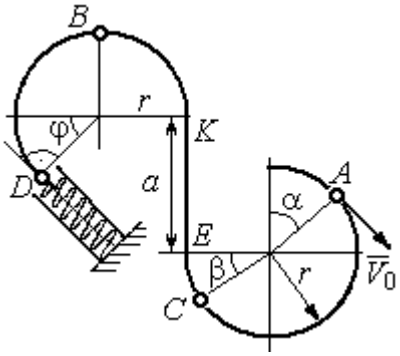
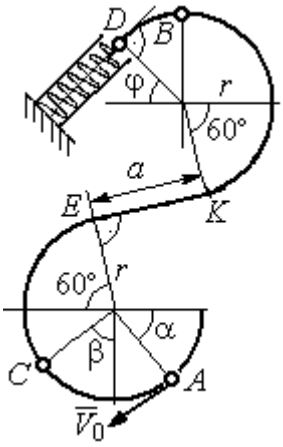
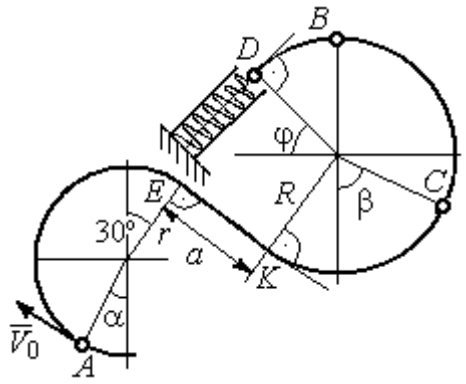
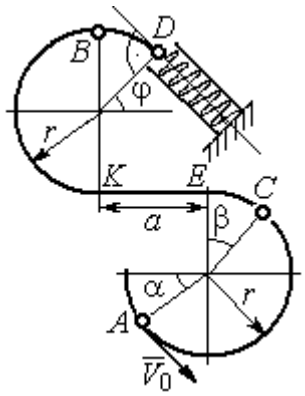
Варианты № 4, 14, 24	**Варианты № 5, 15, 25**	**Варианты № 6, 16, 26**
		

Рис. 4.15. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии.
Номера вариантов задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

Окончание вариантов задания Д3

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	

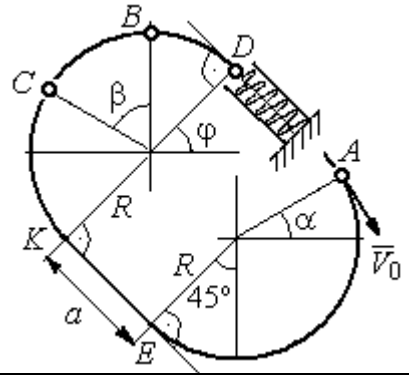
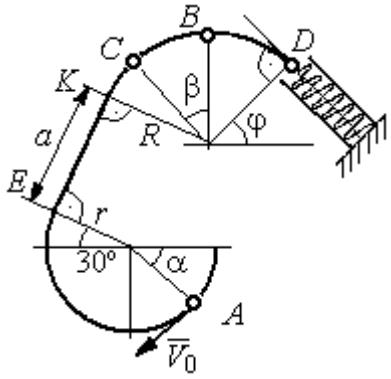
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	

Рис. 4.16. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии.
Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 4.3

Исходные данные задания Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Номер варианта задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
m, кг	0,8	0,5	0,6	0,4	1,0	0,6	0,9	0,5	0,3	0,4	0,8	0,6	0,5	0,3	1,0
α, град	30	45	0	30	30	0	0	45	30	0	60	30	30	45	60
β , град	60	30	60	0	60	30	60	60	30	45	30	60	60	30	30
φ, град	0	60	30	0	0	30	45	0	30	45	30	30	0	30	45
r, м	0,4	0,4	0,5	0,3	0,6	0,5	0,3	0,6	0,4	0,5	0,3	0,5	0,4	0,5	0,8
a, м	0,5	0,6	0,9	1,4	0,8	1,2	0,5	0,5	1,4	0,5	0,8	0,5	0,8	0,6	0,6
f	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4	0,3	0,5	0,3	0,4	0,3	0,4	0,5	0,3	0,4	0,3
k	0,3	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,3	0,4
c, Н/м	100	80	90	80	120	100	90	80	60	80	90	60	80	60	110

Окончание табл. 4.3

Номер варианта задания	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
m, кг	0,6	0,5	0,6	0,4	0,8	0,5	0,4	1,0	0,6	0,5	0,4	0,8	0,4	0,6	0,8
α, град	60	30	0	45	60	90	90	60	60	90	30	60	60	45	90
β , град	60	30	45	90	60	45	90	60	60	30	30	60	60	0	60
φ, град	45	60	60	60	30	90	0	90	45	60	60	90	30	60	0
r, м	0,6	0,4	0,8	0,5	0,6	0,6	0,6	0,4	0,6	0,8	0,4	0,4	0,8	0,6	0,4
a, м	0,4	1,2	0,9	1,2	1,2	0,9	0,6	1,5	1,4	0,8	1,2	0,9	0,6	0,8	0,5
f	0,3	0,4	0,4	0,5	0,3	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4
k	0,4	0,3	0,3	0,4	0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,3
c, Н/м	80	60	90	60	100	90	80	110	80	60	60	80	60	80	100

Пример выполнения задания Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Тонкий стержень, расположенный в вертикальной плоскости, состоит из двух дуг окружностей, сопряженных в точках E и K с прямолинейным отрезком EK длиной $a = 0{,}6$ м (рис. 4.17). Радиусы окружностей $R = 1$ м и $r = 0{,}5$ м. Диаметры дуг окружностей, проведённые в точках E и K, составляют с горизонтом угол 30°. На стержень надет шарик массой $m = 0{,}5$ кг. В точке A, положение которой на дуге радиуса R определяется углом $\alpha = 60°$ (см. рис. 4.17), шарику сообщают начальную скорость V_0, после чего он начинает движение. По дугам окружностей шарик скользит без трения. При движении по прямой EK на него действует постоянная сила трения с коэффициентом трения $f = 0{,}2$. Достигнув точки D на верхней дуге, шарик упирается в пружину жесткостью $c = 100$ Н/м и, двигаясь по сопряжённой прямой без трения, сжимает её. Найти величину максимального сжатия пружины, если наивысшее положение на траектории (точку B) шарик проходит со скоростью $V_B = kV_0$ при $k = 0{,}3$. При

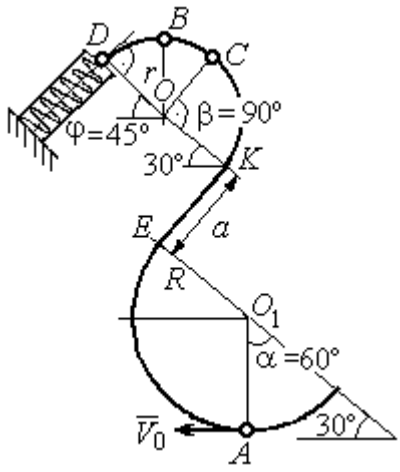


Рис. 4.17. Схема движения шарика

найденном значении начальной скорости рассчитать давление шарика на стержень в точке *C*, положение которой на дуге определяется углом $\beta = 90°$.

Решение

Рассмотрим движение шарика по стержню из начального положения *A* в наивысшее положение – точку *B*.

При движении шарика по дугам окружностей работу совершает только сила тяжести. Реакция гладкой поверхности стержня в любой момент времени перпендикулярна поверхности стержня, и потому её работа при перемещении шарика равна нулю.

На участке движении шарика по прямой *EK* на него действуют сила тяжести $\vec{P}$, нормальная реакция опоры $\vec{N}_{EK}$ и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ (рис. 4.18, *b*). Работу совершают сила тяжести и сила трения. Работа реакции опоры стержня равна нулю.

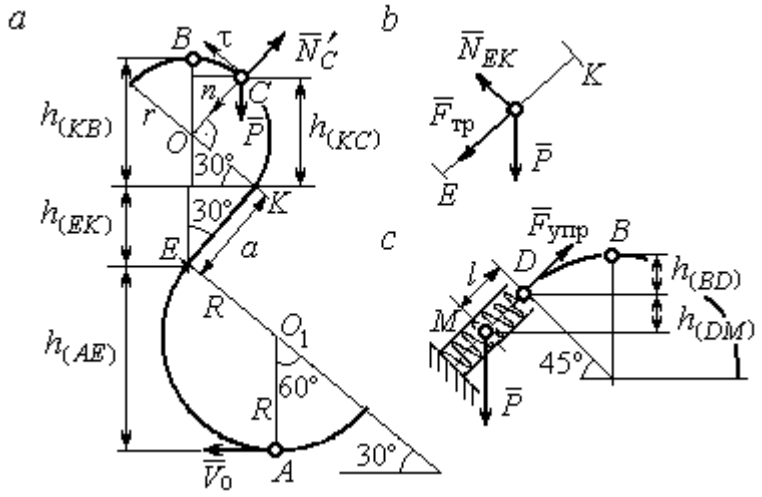


Рис. 4.18. Силы, действующие на шарик во время движения и перепады высот

Обозначим $h_{(AB)}$ – перепад высот точек *A* и *B* на траектории; V_A – начальная скорость шарика в точке *A*, $V_A = V_0$; V_B – его скорость в точке *B*, $V_B = 0{,}3V_0$.

Для вычисления перепада высот точек *A* и *B* имеем выражение (рис. 4.18, *a*):

$$h_{(AB)} = h_{(AE)} + h_{(EK)} + h_{(KB)} = R(1+\sin 30^\circ) + a\cos 30^\circ + r(1+\sin 30^\circ).$$

Будем считать шарик материальной точкой. Применяя теорему об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из положения *A* в положение *B*, получим: $\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_A^2}{2} = A(\vec{P}) + A(\vec{F}_{\text{тр}})$, где $A(\vec{P}) = -Ph_{(AB)}$,

$A(\vec{F}_{\text{тр}}) = -F_{\text{тр}}a$ – работы, соответственно, силы тяжести на участке движения *AB* и силы трения на отрезке *EK*. Сила трения равна $F_{\text{тр}} = f \cdot N_{EK} = f \cdot mg\cos 60^\circ$ (рис. 4.18, *a*, *b*).

В результате, теорема об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из начального положения *A* в конечное положение *B* принимает вид: $\frac{m(0{,}3V_0)^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = -\,mg\left[(R+r)(1+\sin 30^\circ) + a(\cos 30^\circ + f \cdot \cos 60^\circ)\right]$.

После подстановки данных задачи, получим: $0{,}91V_0^2 = 55{,}517$, откуда находим необходимое значение начальной скорости шарика: $V_0 = 7{,}81$ м/с.

Найдём давление шарика на стержень в точке *C*.

Проведём в точке *C* оси естественной системы координат – касательную $C\tau$ и нормаль Cn (рис. 4.18, *a*). Уравнение движения шарика в точке *C* в проекции на нормальную ось имеет вид: $m\frac{V_C^2}{r} = P\cos 30^\circ - N'_C$, где V_C – скорость шарика в точке *C*, N'_C – реакция стержня, приложенная к шарику. Направление реакции на рис. 4.18, *a* соответствует предположению, что шарик давит на стержень в направлении центра дуги окружности.

Для определения скорости шарика в точке *C* воспользуемся тем, что скорость шарика в точке *B* уже известна, и применим теорему об изменении кинетической энергии при движении шарика из начального положения *C* в конечное положение *B*. На этом участке движения работу совершает только сила тяжести шарика. Получим $\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_C^2}{2} = -Ph_{(CB)}$, где V_C, V_B – значения скорости шарика в точках *C* и *B*; $h_{(CB)}$ – перепад высот точек *C* и *B*; $h_{(CB)} = r(1-\sin 30^\circ) = 0{,}5r$ (см. рис. 4.18, *a*). В результате теорема об изменении кинетической энергии принимает вид: $mV_C^2 = mV_B^2 + 2mgh_{(CB)}$ или $V_C^2 = V_B^2 + gr$. Отсюда, при условии $V_B = 0{,}3V_0 = 2{,}34$ м/с, найдём $V_C = 3{,}22$ м/с.

Реакция опоры шарика: $N'_C = P\cos 30^\circ - m\dfrac{V_C^2}{r} = -6{,}12$ Н.

Отрицательное значение реакции опоры шарика означает, что вектор реакции $\vec{N}'_C$ в точке C (см. рис. 4.18, *а*) направлен в противоположную сторону. Давление шарика на стержень в точке C равно модулю реакции опоры.

Найдём величину максимального сжатия пружины.

Рассмотрим движение шарика на участке от точки *B* до положения максимально сжатой пружины – точки *M*. Движение на этом участке происходит по дуге окружности *BD* и по прямой *DM*. При этом сила тяжести совершает работу на всём участке движения, а сила упругости – на отрезке сжатия пружины. Обозначим величину максимального сжатия пружины $MD = l$.

По теореме об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из положения *B* в *M* получим: $\dfrac{mV_M^2}{2} - \dfrac{mV_B^2}{2} = A(\vec{P}) + A(\vec{F}_{\text{упр}})$, где V_M, V_B – скорость шарика в точках *M* и *B*. Работа силы тяжести $A(\vec{P}) = Ph_{(BM)} =$ $= P\left[h_{(BD)} + h_{(DM)}\right] = mg\left[r\left(1 - \cos 45^\circ\right) + l\cos 45^\circ\right]$. Работа силы упругости на прямолинейном участке *DM* длиной *l*: $A(\vec{F}_{\text{упр}}) = -\dfrac{cl^2}{2}$. Условие максимального сжатия пружины означает, что в точке *M* скорость шарика обращается в нуль: $V_M = 0$, тогда теорема об изменении кинетической энергии точки принимает вид: $-\dfrac{mV_B^2}{2} = mg\left[r\left(1 - \cos 45^\circ\right) + l\cos 45^\circ\right] - \dfrac{cl^2}{2}$. Подставляя данные задачи и с учётом того, что скорость шарика в наивысшей точке *B* найдена из предыдущих рассуждений $V_B = 2{,}34$ м/с, получим квадратное уравнение для определения величины максимального сжатия пружины $50l^2 - 3{,}468l - 2{,}085 = 0$. В качестве ответа принимается положительный корень уравнения $l = 0{,}24$ м.

5. ДИНАМИКА МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

5.1. Описание движений твёрдых тел на основе общих теорем динамики системы

Поступательное движение твердого тела описывается теоремой о движении центра масс механической системы. В проекциях на координатные оси дифференциальные уравнения поступательного движения твердого тела имеют вид: $m\ddot{x}_C = \sum F^e_{kx}$, $m\ddot{y}_C = \sum F^e_{ky}$, $m\ddot{z}_C = \sum F^e_{kz}$, где m – масса тела; x_C, y_C, z_C – координаты центра масс тела; F^e_{kx}, F^e_{ky}, F^e_{kz} – проекции на оси координат внешних сил, действующих на твердое тело.

Вращательное движение твердого тела относительно неподвижной оси z описывается теоремой об изменении кинетического момента.

Дифференциальное уравнения вращательного движения тела имеет вид:

$$J_z \frac{d\omega}{dt} = \sum M_z(\vec{F}^e_k) \quad \text{или} \quad J_z \ddot{\varphi} = \sum M_z(\vec{F}^e_k),$$

где ω – угловая скорость тела; $\omega = \dot{\varphi}$; φ – угол поворота тела; $\sum M_z(\vec{F}^e_k)$ – моменты внешних сил относительно оси z; J_z – момент инерции тела относительно оси z.

Уравнение вращательного движения можно представить в алгебраической форме: $J_z\varepsilon = \sum M_z(\vec{F}^e_k)$, где ε – угловое ускорение тела; $\varepsilon = \dot{\omega}$.

Плоскопараллельное движение твердого тела описывается на основании теорем о движении центра масс и изменении кинетического момента относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения. В проекции на координатные оси уравнения плоскопараллельного движения тела имеют вид:

$$ma_{Cx} = \sum F^e_{kx}, \quad ma_{Cy} = \sum F^e_{ky}, \quad J_{zC}\varepsilon = \sum M_{zC}(\vec{F}^e_k),$$

где a_{Cx}, a_{Cy} – проекции ускорения центра масс тела на координатные оси; F^e_{kx},

F_{ky}^{e} – проекции на оси координат внешних сил, действующих на тело; J_{zC} – момент инерции тела относительно оси *z*, проходящей через центр масс, перпендикулярно плоскости движения; ε – угловое ускорение тела; $M_{zC}(\vec{F}_k^{e})$ – моменты внешних сил относительно оси, проходящей через центр масс.

Проводя динамический расчет механической системы, следует рассматривать движение тел системы в отдельности, предварительно освободив их от связей и заменив действие связей реакциями. Далее на основании общих теорем динамики системы следует составить уравнения движения каждого тела.

5.2. Задание Д4. Динамический расчет механической системы

Механизм состоит из трёх тел – груза 1, катка 2 и блока 3, соединенных нерастяжимыми нитями или невесомыми стержнями.

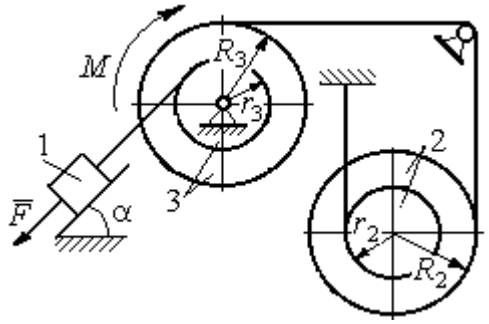
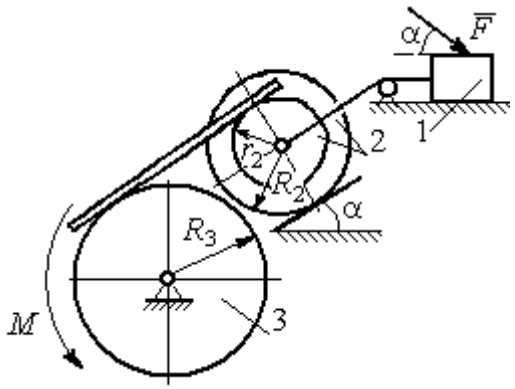
Движение механизма происходит в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом *M*. Направление действия силы $\vec{F}$ определяется углом α. Качение катка 2 происходит без скольжения. Проскальзывание между дисками и соединяющими их невесомыми стержнями или нитями отсутствует.

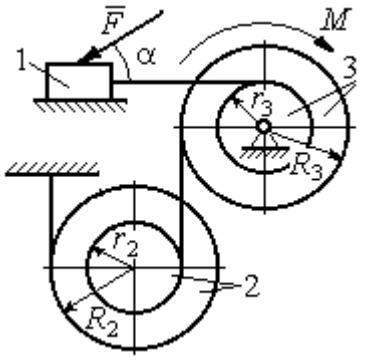
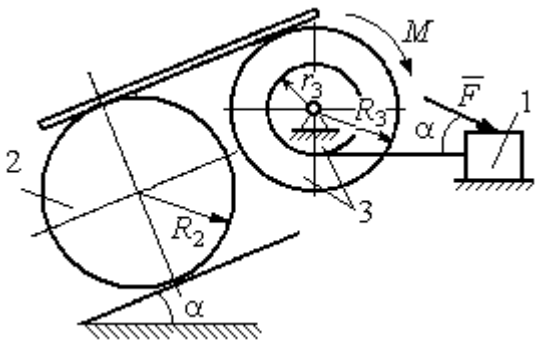
Радиусы ступеней катка 2 и блока 3 на схемах обозначены R_2, r_2 и R_3, r_3.

Сплошные диски считать однородными. Радиусы инерции неоднородных (ступенчатых) дисков относительно осей, проходящих через центры масс перпендикулярно плоскости движения, равны i_{z2}, i_{z3}.

Найти ускорение груза 1 и динамические реакции, действующие на ось блока 3.

Варианты заданий представлены на рис. 5.1, 5.2. Исходные данные приведены в табл. 5.1.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
	

Варианты № 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24
	

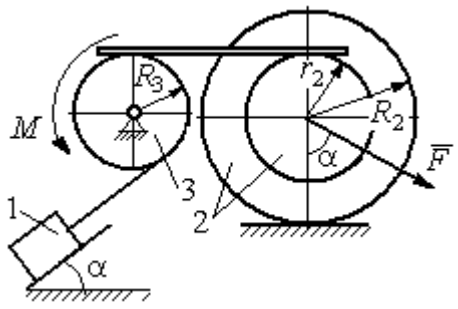
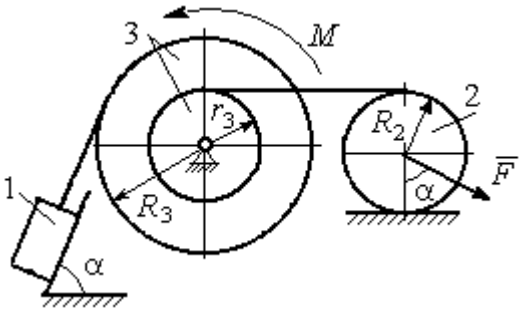
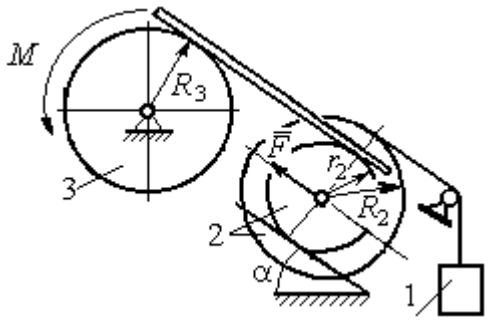
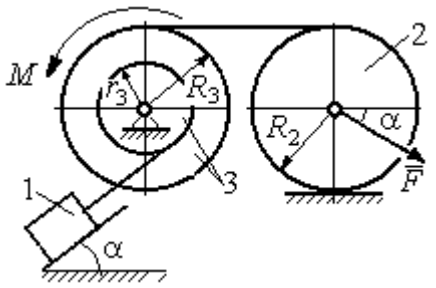
Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
	

Рис. 5.1. Задание Д4. Динамический расчёт механической системы.
Номера вариантов задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	

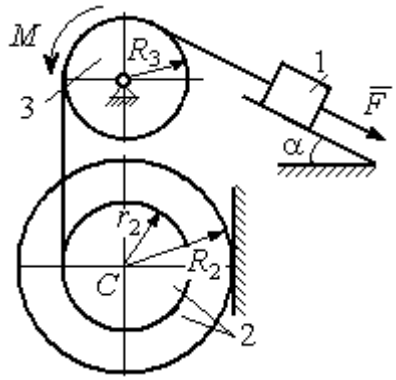
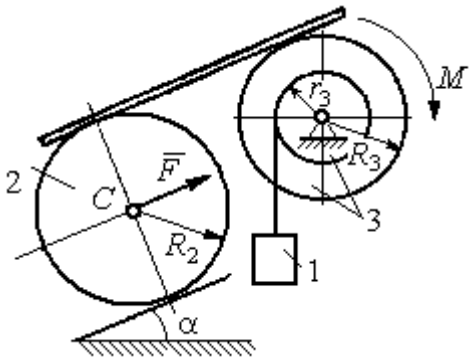
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	

Рис. 5.2. Задание Д4. Динамический расчёт механической системы.
Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 5.1

Исходные данные задания Д4. Динамический расчёт механической системы

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	P_3, Н	F, Н	M, Н·м	α, град	R_2, м	r_2, м	R_3, м	r_3, м	i_{z2}, м	i_{z3}, м
1	P	P	$2P$	P	$2Pr$	60	$3r$	r	$2r$	r	$2r$	$r\sqrt{2}$
2	$3P$	P	$3P$	$3P$	Pr	30	$2r$	r	$2r$	–	$2r$	–
3	$4P$	$3P$	$4P$	$2P$	$2Pr$	60	$2r$	r	$2r$	r	$2r$	$2r$
4	$2P$	$2P$	$4P$	P	$4Pr$	45	$3r$	–	$3r$	r	–	$r\sqrt{2}$
5	P	$3P$	$3P$	$2P$	$3Pr$	30	$3r$	r	r	–	$2r$	–
6	P	$2P$	$4P$	$4P$	$6Pr$	60	$3r$	–	$3r$	r	–	$r\sqrt{2}$
7	P	$2P$	$3P$	$2P$	$3Pr$	45	$3r$	r	r	-	$r\sqrt{3}$	–

Окончание табл. 5.1

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	P_3, Н	F, Н	M, Н·м	α, град	R_2, м	r_2, м	R_3, м	r_3, м	i_{z2}, м	i_{z3}, м
8	$2P$	$3P$	$3P$	P	$3Pr$	30	$2r$	–	$2r$	r	–	$r\sqrt{3}$
9	$3P$	P	$3P$	P	$2Pr$	30	$2r$	r	$2r$	–	$r\sqrt{2}$	–
10	P	P	$3P$	P	$2Pr$	60	$3r$	–	$3r$	r	–	$r\sqrt{3}$
11	P	P	$3P$	$2P$	$3Pr$	30	$3r$	$2r$	$2r$	r	$r\sqrt{2}$	$r\sqrt{2}$
12	$2P$	P	$2P$	$4P$	Pr	60	$3r$	r	$3r$	–	$r\sqrt{3}$	–
13	$3P$	P	$3P$	$3P$	$2Pr$	30	$3r$	$2r$	$2r$	r	$2r$	$r\sqrt{2}$
14	$2P$	P	$3P$	$2P$	$4Pr$	60	$2r$	–	$3r$	$2r$	–	$2r$
15	P	$2P$	$4P$	P	$4Pr$	45	$3r$	$2r$	$2r$	–	$r\sqrt{3}$	–
16	P	$3P$	$4P$	$2P$	$3Pr$	30	$2r$	–	$2r$	r	–	$r\sqrt{2}$
17	P	P	$3P$	$2P$	$6Pr$	60	$3r$	r	$3r$	-	$r\sqrt{3}$	
18	$2P$	$2P$	$3P$	P	$3Pr$	60	$2r$	–	$3r$	r	–	$r\sqrt{2}$
19	$2P$	P	$2P$	$3P$	$4Pr$	30	$3r$	r	$3r$	–	$2r$	–
20	P	P	$3P$	P	$2Pr$	45	$2r$	–	$2r$	r	–	$r\sqrt{3}$
21	$2P$	P	$4P$	$2P$	$4Pr$	60	$2r$	r	$3r$	r	$r\sqrt{2}$	$2r$
22	P	P	$2P$	$5P$	$2Pr$	45	$3r$	$2r$	$2r$	–	$2r$	–
23	$2P$	$2P$	$3P$	$3P$	$2Pr$	60	$3r$	r	$2r$	r	$2r$	$r\sqrt{2}$
24	$4P$	P	$3P$	P	$3Pr$	30	$2r$	–	$3r$	r	–	$r\sqrt{3}$
25	P	$3P$	$2P$	P	$2Pr$	60	$3r$	r	r	–	$r\sqrt{3}$	–
26	P	$3P$	$4P$	$3P$	$3Pr$	45	$2r$	–	$3r$	$2r$	–	$r\sqrt{3}$
27	P	P	$4P$	$2P$	$4Pr$	30	$2r$	r	$2r$	-	$r\sqrt{3}$	
28	$2P$	$3P$	$3P$	P	$6Pr$	30	$2r$	–	$3r$	$2r$	–	$r\sqrt{2}$
29	$2P$	P	$2P$	$2P$	$2Pr$	45	$2r$	r	r	–	$2r$	–
30	P	P	$4P$	P	$4Pr$	60	$3r$	–	$3r$	$2r$	–	$2r$

Пример выполнения задания Д4. Динамический расчёт механической системы

Механизм (рис. 5.3) состоит из груза 1, однородного диска – катка 2 и неоднородного диска – блока 3, соединённых друг с другом нерастяжимыми нитями. Система движется в вертикальной плоскости из состояния покоя.

Движение происходит под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, равных по модулю: $P_1 = 2P$, $P_2 = 2P$, $P_3 = 3P$, силы $\vec{F}$, приложенной в центре масс катка 2, равной по величине: $F = 3P$, и пары сил с моментом $M = Pr$,

приложенных к блоку 3. Механизм является неизменяемой механической системой. Радиус катка 2 $R_2 = 2r$. Качение катка по наклонной плоскости происходит без проскальзывания. Радиусы ступенчатого блока 3: $R_3 = 3r$, $r_3 = r$. Радиус инерции блока 3 $i_3 = r\sqrt{3}$.

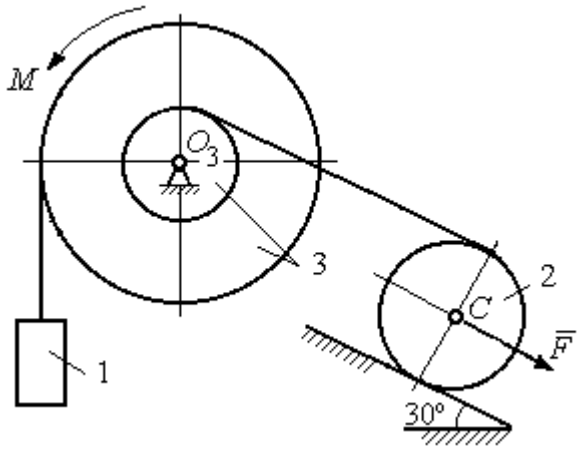


Рис. 5.3. Схема механической системы

Применяя метод динамического расчета механической системы найти ускорение груза 1 и динамические реакции, действующие на ось вращающегося блока 3.

Решение

Освобождаем систему от связей. На рис. 5.4 изображены внешние силы, действующие на каждое тело, после освобождения его от связей.

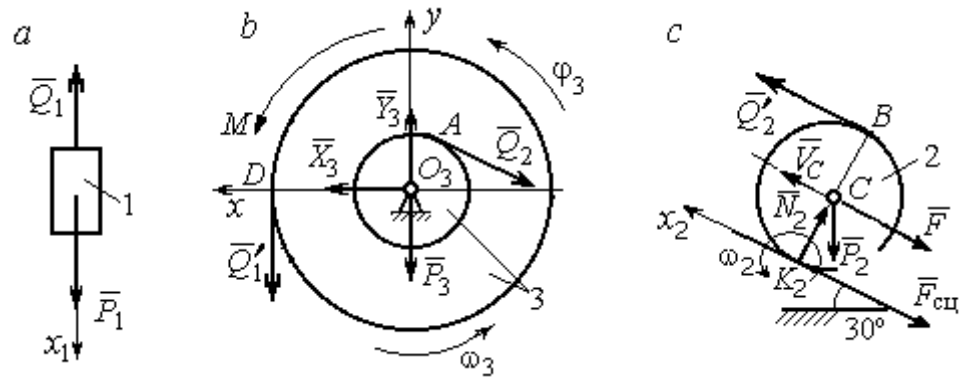


Рис. 5.4. Расчетные схемы для описания движения тел, входящих в систему:
a – поступательное движение груза 1; *b* – вращательное движение блока 3;
c – плоское движение катка 2

Груз 1 совершает поступательное движение. К нему приложены сила тяжести $\vec{P}_1$ и реакция нити $\vec{Q}_1$ (рис. 5.4, *a*). Предположим, груз 1 движется вниз, и направим ось x_1 в сторону движения груза.

Уравнение движения груза в проекции на ось x_1 в соответствии с теоремой о движении центра масс механической системы имеет вид:

$$m_1 a_1 = \sum F_{kx} = P_1 - Q_1 = 2P - Q_1,$$

где m_1, a_1 – соответственно, масса груза 1 и его ускорение, $m_1 = \frac{P_1}{g} = \frac{2P}{g}$.

Блок 3 вращается вокруг неподвижной оси *z*, проходящей через его центр масс O_3, перпендикулярно плоскости диска. Направление вращения блока, соответствующее выбранному движению вниз груза 1, показано на рис. 5.4, *b* дуговой стрелкой ω_3.

На блок действуют сила тяжести $\vec{P}_3$, силы реакции подшипника $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$, момент *M* и реакции нитей $\vec{Q}_1'$ и $\vec{Q}_2$ (см. рис. 5.4, *b*). При составлении уравнения вращательного движения блока 3 моменты сил считаем положительными, если они поворачивают блок в сторону его вращения.

Уравнение вращения блока 3 имеет вид:

$$J_{zO_3} \varepsilon_3 = \sum M_{zO_3}(F_k) = Q_1' R_3 + M - Q_2 r_3 = Q_1 3r + Pr - Q_2 r,$$

где J_{zO_3} – момент инерции блока 3 относительно оси *z*; ε_3 – угловое ускорение диска 3, $J_{zO_3} = m_3 i_3^2 = \frac{P_3}{g}(r\sqrt{3})^2 = \frac{9Pr^2}{g}$.

Каток 2 совершает плоскопараллельное движение. К нему приложены сила тяжести $\vec{P}_2$, сила $\vec{F}$, реакция нити $\vec{Q}_2'$ и реакция наклонной плоскости, состоящая из нормальной реакции опоры $\vec{N}_2$ и силы сцепления катка с поверхностью $\vec{F}_{\text{сц}}$. Согласно принципу равенства действия и противодействия, модули сил $\vec{Q}_2$ и $\vec{Q}_2'$ равны. На рис. 5.4, *c* показаны направления действия сил, приложенных к диску 2. В соответствии с направлением движения груза 1, центр масс катка 2 движется вверх параллельно наклонной плоскости. Направление движения центра масс катка 2 показано направлением оси x_2. Направление вращения катка 2 показано дуговой стрелкой угловой скорости ω_2 (см. рис 5.4, *c*).

Плоскопараллельное движение катка 2 описывается уравнением движения его центра масс и уравнением вращения вокруг оси, проходящей через

центр масс, перпендикулярно плоскости диска. Составляя уравнение движения, получим:

$$m_2 a_C = Q_2' - F - F_{\text{сц}} - P_2 \cos 60^\circ = Q_2 - 3P - F_{\text{сц}} - P,$$

$$J_C \varepsilon_2 = Q_2' R_2 + F_{\text{сц}} R_2 = Q_2 2r + F_{\text{сц}} 2r,$$

где m_2 – масса катка 2, $m_2 = \frac{P_2}{g} = \frac{2P}{g}$; a_C, ε_2 – ускорение центра масс и угловое ускорение катка 2; J_C – момент инерции однородного катка 2 относительно оси, проходящей через центр масс, перпендикулярно плоскости диска, $J_C = \frac{m_2 R_2^2}{2} = \frac{P R_2^2}{g} = \frac{4 P r^2}{g}$. В уравнении вращательного движения диска момент силы считается положительным, если создаваемый им поворот направлен в сторону вращения диска,

К системе четырех уравнений, описывающих движения тел в системе, необходимо добавить уравнения связей. Если предположить, что скорость центра масс катка 2 равна V_C, то угловая скорость катка определится по формуле: $\omega_2 = \frac{V_C}{CK_2} = \frac{V_C}{R_2}$, где CK_2 – расстояние от центра масс катка 2 до его мгновенного центра скоростей (см. рис. 5.4, *c*). Продифференцировав по времени последнее равенство, получим уравнение связи между ускорением центра масс катка 2 и его угловым ускорением: $\varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = \frac{\dot{V}_C}{R_2} = \frac{a_C}{R_2} = \frac{a_C}{2r}$.

Скорость точки *B* катка 2 (см. рис. 5.4, *c*) $V_B = \omega_2 \cdot BK_2 = \frac{V_C}{R_2} 2R_2 = 2V_C$.

Точка *B* катка 2 и точка *A* блока 3 соединены нитью (см. рис. 5.3), поэтому их скорости равны. Приравняв скорости точек *A* и *B*, получим равенство: $2V_C = V_B = V_A = \omega_3 r_3 = \omega_3 r$, откуда $\omega_3 = \frac{2V_C}{r}$. После дифференцирования последнего выражения найдём соотношение между ускорениями: $\varepsilon_3 = \frac{2a_C}{r}$.

Скорость груза 1 связана со скоростью центра масс диска 2 следующим образом: $V_1 = V_D = \omega_3 R_3 = \dfrac{2V_C}{r} 3r = 6V_C$. Тогда $a_1 = 6a_C$.

В результате получены четыре уравнения, описывающие движение тел в системе:

$$\frac{2P}{g} a_1 = 2P - Q_1, \quad \frac{9Pr^2}{g} \varepsilon_3 = Q_1 3r + Pr - Q_2 r;$$

$$\frac{2P}{g} a_C = Q_2 - 3P - F_{\text{сц}} - P, \quad \frac{4Pr^2}{g} \varepsilon_2 = Q_2 2r + F_{\text{сц}} 2r$$

и три уравнения связей: $\varepsilon_2 = \dfrac{a_C}{2r}$, $\varepsilon_3 = \dfrac{2a_C}{r}$, $a_1 = 6a_C$.

После подстановки уравнений связи в уравнения движения тел получим систему четырёх уравнений с четырьмя неизвестными:

$$\frac{12P}{g} a_C = 2P - Q_1, \quad \frac{18P}{g} a_C = 3Q_1 + P - Q_2,$$

$$\frac{2P}{g} a_C = Q_2 - 4P - F_{\text{сц}}, \quad \frac{P}{g} a_C = Q_2 + F_{\text{сц}},$$

которая может быть решена любым известным из курса математики способом.

Например, исключив из первых двух уравнений величину Q_1, а из третьего и четвёртого уравнений – величину $F_{\text{сц}}$, получим систему двух уравнений с двумя неизвестными:

$$\frac{54P}{g} a_C = 7P - Q_2, \; \frac{3P}{g} a_C = 2Q_2 - 4P,$$

откуда $a_C = \dfrac{10}{111} g$, $Q_2 = \dfrac{79}{37} P$. Величину натяжения нити Q_1 находим из первого уравнения исходной системы: $Q_1 = \dfrac{34}{37} P$.

Для вычисления динамической реакции R_3 оси блока 3 заметим, что центр масс блока 3 неподвижен и его ускорение равно нулю, $\vec{a}_{O_3} = 0$. Тогда уравнения движения центра масс блока 3 в проекциях на оси x, y имеют вид :

$$m_3 a_{O_3 x} = X_3 - Q_2 \cos 30^\circ = 0,\ m_3 a_{O_3 y} = Y_3 - Q_1 - P_3 - Q_2 \cos 60^\circ = 0,$$

где X_3, Y_3, – проекции реакции R_3 оси вращающегося блока 3 на оси x, y (см. рис. 5.4, *b*). Отсюда, с учетом значений $Q_1 = 0{,}919P$ и $Q_2 = 2{,}135P$, проекции динамической реакции оси блока 3: $X_3 = Q_2 \cos 30^\circ = 1{,}85P$, $Y_3 = Q_1 + P_3 + Q_2 \cos 60^\circ = 4{,}98P$. Полная величина динамической реакции оси блока 3: $R_3 = \sqrt{X_3^2 + Y_3^2} = 5{,}31P$.

5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы

Кинетическая энергия тела при поступательном движении: $T = \frac{1}{2} m V_C^2$, где m – масса тела; V_C – скорость центра масс тела. **Кинетическая энергия тела при вращательном движении** вокруг неподвижной оси z: $T = \frac{1}{2} J_z \omega^2$, где J_z – момент инерции тела относительно оси z; ω – угловая скорость тела. Для дисков с равномерно распределённой массой момент инерции относительно оси z, проходящей через центр масс: $J_z = \frac{1}{2} m R^2$, где R – радиус диска. Для тел с неравномерно распределённой массой $J_z = m i_z^2$, где i_z – радиус инерции. **Кинетическая энергия тела при плоскопараллельном движении:** $T = \frac{1}{2} m V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega^2$, где m – масса тела; V_C, ω – скорость центра масс и угловая скорость тела; J_{zC} – момент инерции тела относительно оси z, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения.

Работа постоянной по модулю и направлению силы $\vec{F}$ на конечном прямолинейном перемещении S точки приложения силы: $A(F) = FS\cos\alpha$, где α – угол между вектором силы и перемещением. Если угол α острый, работа

положительна. Если тупой – отрицательна. При $\alpha = 90°$ сила перпендикулярна перемещению точки и работа силы равна нулю.

Работа пары сил с постоянным моментом M при повороте тела на конечный угол φ: $A = \pm M\varphi$, где φ – угол поворота тела. Работа считается положительной, если пара сил стремится повернуть тело в направлении его вращения, и отрицательной – в противном случае.

Мощностью силы $\vec{F}$ называют величину $N(F)$, равную скалярному произведению силы на скорость точки её приложения: $N(F) = \vec{F} \cdot \vec{V} = F \cdot V\cos\alpha$, где V – скорость точки приложения силы; α – угол между вектором силы и вектором скорости точки приложения силы.

При плоском движении тела мощность силы выражается суммой скалярных произведений векторов: $N = \vec{F} \cdot \vec{V}_O + \vec{M}_O(\vec{F}) \cdot \vec{\omega} = F \cdot V_O\cos\alpha \pm F h_O \omega$, где $\vec{V}_O$ – вектор скорости точки, выбранной полюсом; $\vec{\omega}$ – вектор угловой скорости тела; $\vec{M}_O$ – вектор момента силы $\vec{F}$ относительно полюса; h_O – плечо силы $\vec{F}$ относительно полюса *O*.

Теорема об изменении кинетической энергии системы в дифференциальной форме. Производная по времени от кинетической энергии системы равна сумме мощностей внешних и внутренних сил $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e) + \sum N(\vec{F}_k^i)$, где T – кинетическая энергия системы; $\sum N(\vec{F}_k^e)$, $\sum N(\vec{F}_k^i)$ – сумма мощностей, соответственно, внешних и внутренних сил.

Теорема об изменении кинетической энергии системы на конечном перемещении. Изменение кинетической энергии системы на её конечном перемещении равно сумме работ внешних и внутренних сил, действующих на систему $T - T_0 = \sum A(\vec{F}_k^e) + \sum A(\vec{F}_k^i)$, где T, T_0 – кинетическая энергия системы, соответственно, в текущем и начальном состояниях; $\sum A(\vec{F}_k^e)$, $\sum A(\vec{F}_k^i)$ – сум-

ма работ внешних и внутренних сил при перемещении системы из начального состояния в текущее.

Механические системы, состоящие из абсолютно твердых тел, соединенных гибкими нерастяжимыми нитями, называются **неизменяемыми**. В неизменяемых системах сумма работ внутренних сил и, следовательно, сумма мощностей этих сил равны нулю. Поэтому для таких систем в теореме об изменении кинетической энергии достаточно учитывать только внешние силы.

5.4. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Неизменяемая механическая система состоит из ступенчатого и однородного дисков, соединённых нерастяжимой нитью или невесомым стержнем. Нити и стержни, соединяющие диски, параллельны плоскостям качения дисков. Качение дисков без скольжения. Скольжение между невесомым стержнем и дисками отсутствует.

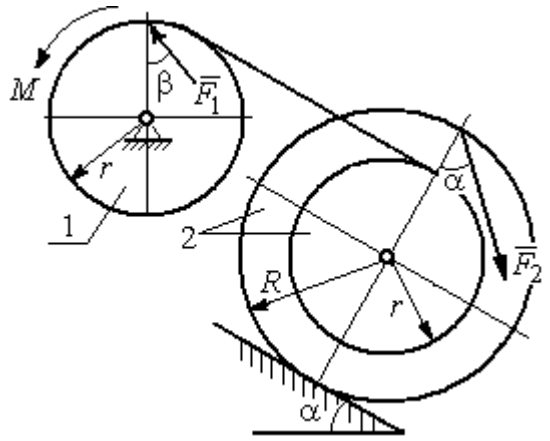
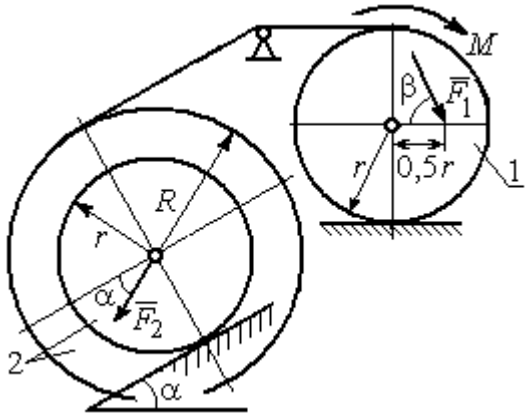
Вес дисков P_1 и P_2. Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и пары сил с моментом *M*. Направления действия сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и наклон плоскости (если он есть) определяются углами α или β, показанными на схемах механизмов.

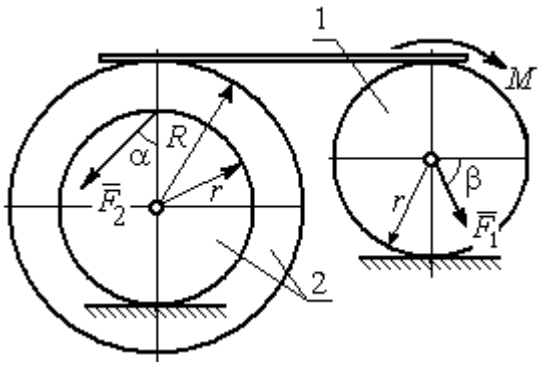
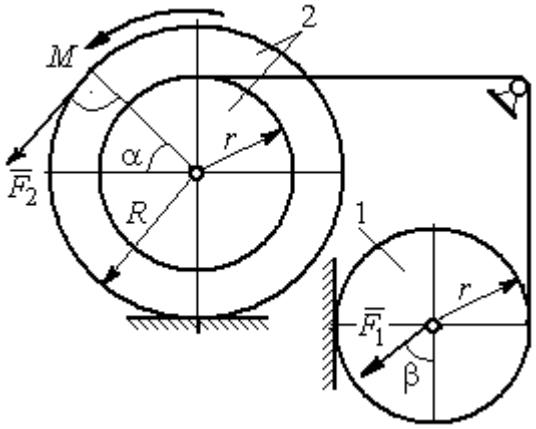
Радиус однородного диска *r*. Радиусы ступеней ступенчатого диска *R* и *r*. Радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен i_z.

1. Найти ускорение центра масс диска 2.

2. Найти реакцию опоры диска 2 на плоскость (её нормальную составляющую и силу сцепления диска с плоскостью).

Варианты задания приведены на рис. 5.5, 5.6, исходные данные представлены в табл. 5.2.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
	

Варианты № 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24
	

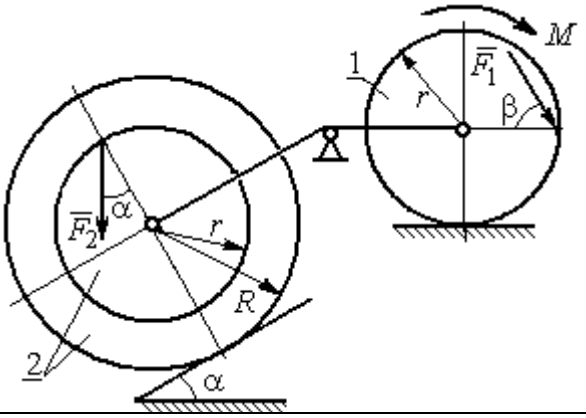
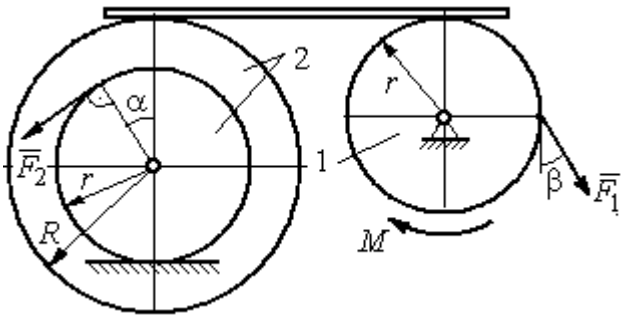
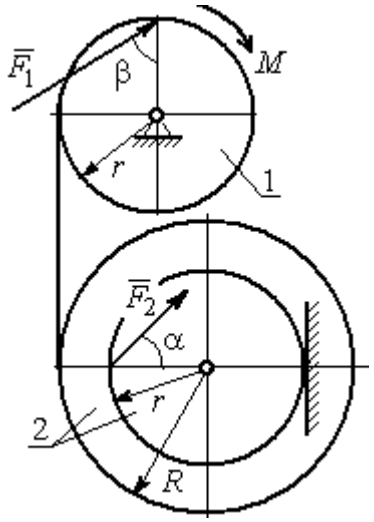
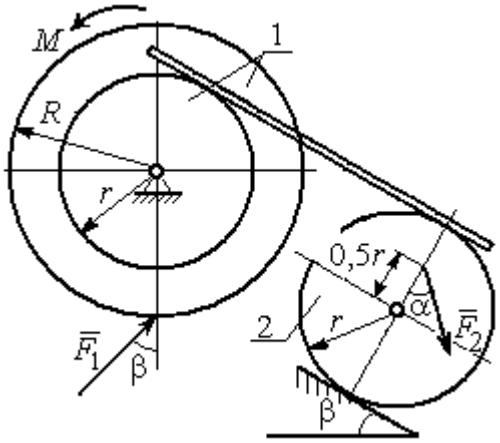
Вариант № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
	

Рис. 5.5. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии. Варианты задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

Окончание вариантов задания Д5

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	

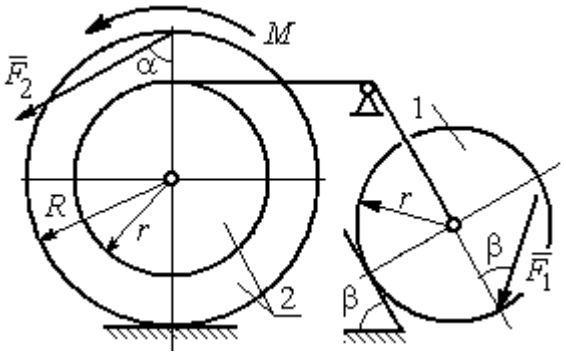
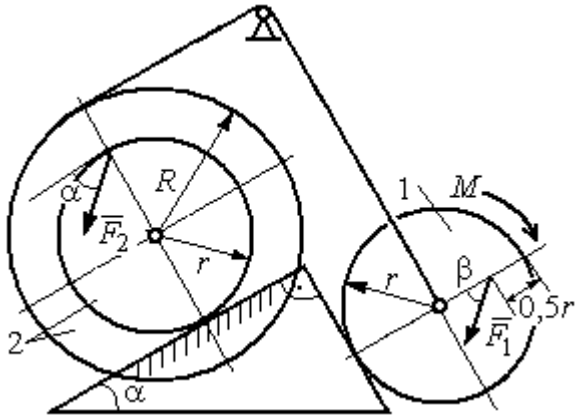
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты 10, 20, 30**
	

Рис. 5.6. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии. Варианты задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 5.2

Исходные данные задания Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	F_1, Н	F_2, Н	M, Н·м	α, град	β, град	R, м	r, м	i_z, м
1	10	20	15	20	25	30	60	0,4	0,3	0,3
2	20	30	10	20	20	60	30	0,6	0,3	0,4
3	10	15	12	20	25	60	60	1,2	0,6	0,8
4	12	25	20	25	35	30	30	1,5	0,5	1,2

Окончание табл. 5.2

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	F_1, Н	F_2, Н	M, Н·м	α, град	β, град	R, м	r, м	i_z, м
5	15	20	10	20	30	60	30	0,8	0,4	0,7
6	18	20	18	22	22	45	60	1,2	0,4	0,9
7	15	25	10	8	20	45	45	0,9	0,6	0,7
8	25	22	10	12	30	45	60	1,0	0,8	0,9
9	12	25	18	10	32	30	30	0,8	0,6	0,7
10	10	15	8	10	28	60	30	1,4	0,7	1,2
11	15	22	20	25	30	60	45	0,6	0,4	0,5
12	20	25	15	40	30	30	60	0,8	0,4	0,6
13	10	20	10	25	30	45	30	1,0	0,5	0,9
14	12	15	18	15	25	30	30	0,9	0,3	0,8
15	20	25	20	20	30	45	60	1,0	0,5	0,8
16	10	15	10	15	16	60	45	1,2	0,4	1,1
17	18	25	12	10	30	30	30	1,5	0,9	1,3
18	25	20	10	15	20	60	60	0,8	0,5	0,7
19	12	25	10	10	32	60	60	1,2	0,9	1,1
20	15	20	8	20	25	30	45	0,8	0,4	0,7
21	10	25	25	15	30	45	30	0,7	0,5	0,6
22	18	20	20	20	35	60	45	1,4	0,7	0,9
23	10	15	10	30	30	30	30	1,4	0,7	0,8
24	10	15	12	20	20	30	30	1,2	0,4	0,8
25	12	18	20	18	30	60	30	1,2	0,6	1,1
26	10	12	12	15	15	30	30	0,9	0,3	0,8
27	15	22	10	12	20	45	60	0,8	0,6	0,7
28	22	20	8	16	8	30	45	0,6	0,2	0,4
29	18	25	10	8	32	60	60	1,2	0,8	1,1
30	20	25	8	20	28	30	30	0,8	0,4	0,6

Пример выполнения задания Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Механическая система состоит из ступенчатого и однородного дисков, соединённых невесомым стержнем (рис. 5.7). Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести, сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и пары сил с моментом M. Направления действия сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ определяются углами α и β.

Диск 1 вращается вокруг неподвижной оси O_1. Диск 2 катится прямолинейно по горизонтальной поверхности. Качение диска 2 без проскальзывания.

Невесомый стержень, соединяющий диски, расположен горизонтально. Скольжение между стержнем и дисками отсутствует.

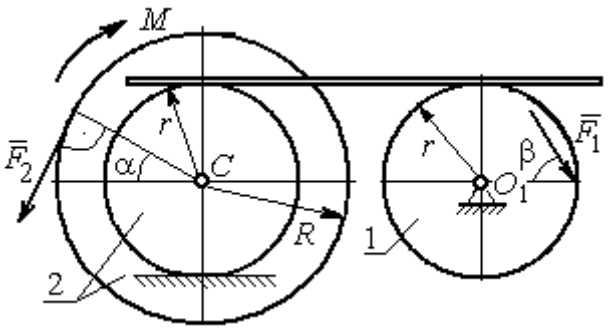


Рис. 5.7. Схема движения механической системы

Определить ускорение центра масс диска 2, угловое ускорение дисков, усилие в стержне, динамическую реакцию шарнира O_1, реакцию опоры диска 2 (её нормальную составляющую и силу сцепления диска с поверхностью качения), если модули сил тяжести $P_1 = 40$ Н, $P_2 = 60$ Н, модули сил $F_1 = 80$ Н, $F_2 = 30$ Н, величина момента $M = 35$ Н·м, углы наклона сил $\alpha = 30°$, $\beta = 45°$, радиусы дисков $R = 0{,}8$ м, $r = 0{,}6$ м, радиус инерции диска 2 $i_z = 0{,}4$ м.

Решение

Предположим, что во время движения системы диск 1 вращается по ходу часовой стрелки. Угловые скорости ω_1 и ω_2 дисков 1 и 2 и скорость центра масс диска 2 показаны на рис. 5.8.

На диск 1 действуют силы: $\vec{F}_1$, сила тяжести $\vec{P}_1$ и реакция шарнира O_1, разложенная на составляющие $\vec{X}_1$, $\vec{Y}_1$. На диск 2: сила $\vec{F}_2$, сила тяжести $\vec{P}_2$, пара сил с моментом M, нормальная реакция опоры $\vec{N}$ и сила сцепления диска 2 с поверхностью $\vec{F}_{сц}$. Направления действия сил показаны на рис. 5.8.

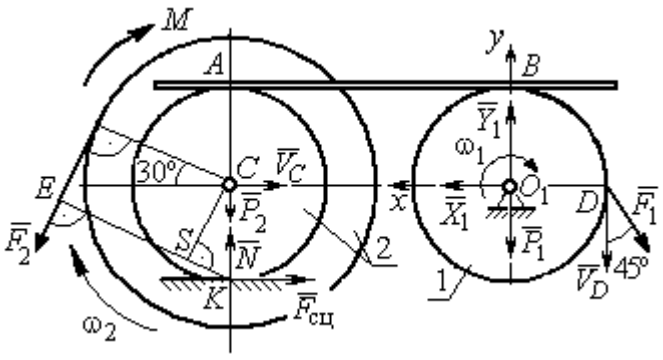


Рис. 5.8. Расчетная схема для исследования движения системы

Для решения задачи воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии системы в дифференциальной форме. По условию задачи рассматриваемая система неизменяемая и, следовательно, сумма мощностей внутренних сил равна нулю. В этом случае теорема об изменении кинетической энергии системы принимает вид $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e)$, где T – энергия системы в текущем положении; $\sum N(\vec{F}_k^e)$ – суммарная мощность внешних сил.

Найдём кинетическую энергию системы и выразим её через скорость центра масс диска 2.

Кинетическая энергия вращательного движения диска 1: $T_1 = \frac{1}{2} J_{zO_1} \omega_1^2$, где ω_1 – угловая скорость диска 1; J_{zO_1} – осевой момент инерции диска 1, $J_{zO_1} = \frac{m_1 r^2}{2}$. Диск 2 движется плоскопараллельно. Его кинетическая энергия определяется по формуле: $T_2 = \frac{1}{2} m_2 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_2^2$, где V_C, ω_2 – скорость центра масс и угловая скорость диска 2; J_{zC} – момент инерции ступенчатого диска 2 относительно оси *z*, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска, $J_{zC} = m_2 i_z^2$.

У диска 2 мгновенный центр скоростей находится в точке касания его с неподвижной поверхностью (точка *K* на рис. 5.8). Тогда скорость точки *C* определяется по формуле $V_C = \omega_2 \cdot CK = \omega_2 r$, откуда $\omega_2 = \frac{V_C}{r}$. Скорость точки *A* $V_A = \omega_2 \cdot AK = \omega_2 2r$, или $V_A = 2V_C$.

Так как нет проскальзывания между стержнем и дисками, скорость точки *A* на диске 2 равна скорости точки *B* на диске 1, причём $V_B = \omega_1 r$. Приравнивая скорости $V_B = V_A$, найдем $\omega_1 = \frac{2V_C}{r}$.

С учетом найденных зависимостей кинетические энергии дисков 1 и 2 и суммарная энергия системы имеют вид

$$T_1 = \frac{1}{2} J_{zO_1} \omega_1^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_1 r^2}{2g} \left(\frac{2V_C}{r} \right)^2 = \frac{P_1}{g} V_C^2;$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m_2 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_2^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_2}{g} V_C^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{P_2}{g} i_z^2 \left(\frac{V_C}{r} \right)^2;$$

$$T = T_1 + T_2 = \frac{P_1}{g} V_C^2 + \frac{1}{2} \frac{P_2}{g} \left(1 + \frac{i_z^2}{r^2} \right) V_C^2 .$$

Производная по времени от кинетической энергии системы

$$\frac{dT}{dt} = 2V_C \frac{dV_C}{dt} \left[\frac{P_1}{g} + \frac{P_2}{2g} \left(1 + \frac{i_z^2}{r^2} \right) \right].$$

Найдем сумму мощностей внешних сил. Отметим, что мощности силы тяжести $\vec{P}_1$ и сил реакции $\vec{X}_1$, $\vec{Y}_1$ подшипника O_1 равны нулю, так как нет перемещения точек приложения этих сил. Мощности сил $\vec{N}$ и $\vec{F}_{\text{сц}}$ – нормальной реакции опоры диска 2 и силы сцепления диска с плоскостью также равны нулю, так как точкой приложения этих сил является мгновенный центр скоростей диска 2, скорость которого равна нулю. Мощность силы $\vec{P}_2$ равна нулю, так как угол между вектором силы и скоростью точки приложения силы – точки C – равен 90° (см. рис. 5.8). Для определения мощности силы $\vec{F}_2$, приложенной к диску 2, воспользуемся формулой расчета мощности силы при плоскопараллельном движении тела. Выберем в качестве полюса точку K – мгновенный центр скоростей диска 2, скорость которого $V_K = 0$ (см. рис. 5.8). В этом случае мощность силы $\vec{F}_2$ равна: $N(\vec{F}_2) = \vec{M}_K \cdot \vec{\omega}_2 = -F_2 h_K \omega_2$, где $\vec{M}_K = M_K(\vec{F}_2)$ – вектор момента силы $\vec{F}_2$ относительно центра K; $\vec{\omega}_2$, ω_2 – вектор и модуль угловой скорости диска 2; h_K – плечо силы $\vec{F}_2$ относительно центра K. Мощ-

ность силы $\vec{F}_2$ отрицательная, так как направление момента силы $\vec{F}_2$ относительно точки K противоположно направлению угловой скорости диска 2.

В результате, мощность силы $\vec{F}_2$:

$$N(\vec{F}_2) = -F_2 h_K \omega_2 = -F_2(R + r\cos 60^\circ)\omega_2 = -F_2 V_C\left(\frac{1}{2} + \frac{R}{r}\right).$$

Здесь $h_K = EK = ES + SK = R + r\cos 60^\circ$ (см. рис. 5.8).

Заметим, что для вычисления мощности силы F_2 можно использовать в качестве полюса центр масс диска – точку C. Имеем:

$$N(\vec{F}_2) = \vec{F}_2 \cdot \vec{V}_C + \vec{M}_C(F_2) \cdot \vec{\omega}_2 = F_2 V_C \cos 120^\circ - F_2 R\omega_2 = -F_2 V_C\left(\frac{1}{2} + \frac{R}{r}\right).$$

Момент M направлен в сторону вращения диска 2. Его мощность положительная: $N(M) = M\omega_2 = M\dfrac{V_C}{r}$. Мощность силы $\vec{F}_1$, приложенной в точке D, $N(\vec{F}_1) = F_1 V_D \cos 45^\circ = F_1 V_C \sqrt{2}$. Здесь учтено очевидное равенство $V_D = V_A = 2V_C$ (см. рис. 5.8).

Суммарная мощность внешних сил:

$$\sum N(F^e) = -F_2 V_C\left(\frac{1}{2} + \frac{R}{r}\right) + M\frac{V_C}{r} + F_1 V_C\sqrt{2}.$$

В результате теорема об изменении кинетической энергии системы приводится к виду

$$2V_C\frac{dV_C}{dt}\left[\frac{P_1}{g} + \frac{P_2}{2g}\left(1 + \frac{i_z^2}{r^2}\right)\right] = -F_2 V_C\left(\frac{1}{2} + \frac{R}{r}\right) + M\frac{V_C}{r} + F_1 V_C\sqrt{2},$$

откуда ускорение центра масс диска 2:

$$a_C = \frac{dV_C}{dt} = \frac{\left[-F_2\left(\frac{1}{2} + \frac{R}{r}\right) + \frac{M}{r} + F_1\sqrt{2}\right]g}{\left[2P_1 + P_2\left(1 + \frac{i_z^2}{r^2}\right)\right]}.$$

Подставляя исходные данные задачи, получим: $a_C = 6{,}85$ м/с^2.

Для определения углового ускорения диска 2 продифференцируем по времени равенство $\omega_2 = \frac{V_C}{CK} = \frac{V_C}{r}$. Дифференцирование здесь допустимо, так как во время движения диска 2 расстояние от точки *C* до мгновенного центра скоростей диска 2 – точки *K* – не меняется.

Найдем $\varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = \frac{\dot{V}_C}{r} = \frac{a_C}{r}$ = 11,42 рад/с^2. Угловое ускорение диска 1 находится путём дифференцирования равенства $\omega_1 = 2\omega_2$. Имеем: $\varepsilon_1 = 2\varepsilon_2 = 22{,}84$ рад/с^2.

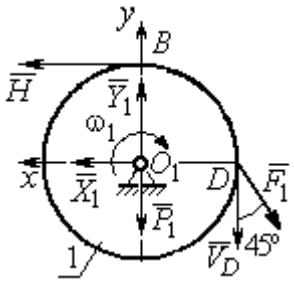


Рис. 5.9. Силы, действующие на диск 1 во время движения

Для того чтобы определить реакцию стержня, освобождаемся от стержня, заменяем его реакцией $\vec{H}$ и составляем уравнения движения дисков 1 и 2.

Силы, действующие на диск 1 во время движения, показаны на рис. 5.9. Уравнение вращательного движения диска 1 в алгебраической форме: $J_{zO_1}\varepsilon_1 = \sum M_z(\vec{F}_k^e)$, где ε_1 – угловое ускорение диска; J_{zO_1} – момент инерции диска 1 относительно оси *z*, проходящей через точку O_1 перпендикулярно плоскости диска, $J_{zO_1} = \frac{m_1 r^2}{2}$; $\sum M_{zO_1}(\vec{F}_k^e)$ – сумма моментов внешних сил относительно оси *z*.

Считая моменты сил положительными, если они создают поворот диска в сторону его вращения, составим сумму моментов внешних сил относительно оси *z*: $\sum M_{zO_1}(\vec{F}_k^e) = F_1 r\cos 45^\circ - Hr$. В результате уравнение вращательного движения диска 1 принимает вид: $\frac{P_1 r^2}{2g}\varepsilon_1 = F_1 r\cos 45^\circ - Hr$.

Подставляя в уравнение исходные данные задачи с учетом найденного значения углового ускорения диска 1 ε_1 = 22,84 рад/с^2, найдем реакцию стержня *H* = 28,63 Н.

Для определения динамической реакции шарнира O_1 диска 1 применим теорему о движении центра масс. Выберем оси координат O_1x и O_1y, как показано на рис. 5.9, и составим уравнение движения центра масс диска 1 в проекциях на оси координат с учётом того, что сам центр масс неподвижен и его ускорение равно нулю.

Получим систему:

$$H + X_1 - F_1\sin 45^\circ = 0, \quad Y_1 - P_1 - F_1\cos 45^\circ = 0.$$

Отсюда, с учётом найденной величины усилия в стержне $H = 28{,}63$ Н, находим составляющие динамической реакции шарнира: $X_1 = 27{,}94$ Н, $Y_1 = 96{,}57$ Н. Полная реакция шарнира $R_{O_1} = \sqrt{X_1^2 + Y_1^2} = 100{,}53$ Н.

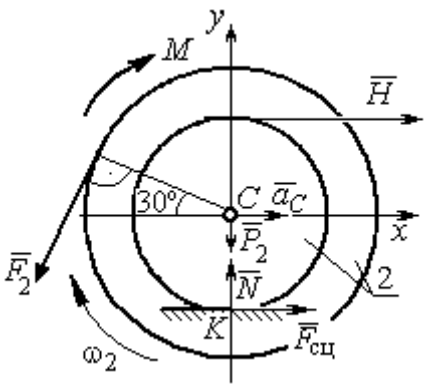


Рис. 5.10. Силы, действующие на диск 2 во время движения

Для определения величины силы сцепления диска 2 с поверхностью качения и нормальной составляющей реакции опоры диска используем теорему о движении центра масс. Силы, приложенные к диску 2, и выбранная система координат xCy показаны на рис. 5.10. Уравнения движения центра масс диска 2 в проекциях на оси x, y имеют вид:

$$m_2 a_C = H + F_{\text{сц}} - F_2\cos 60^\circ;$$

$$0 = -F_2\cos 30^\circ - P_2 + N.$$

С учетом найденных значений реакции стержня $H = 28{,}63$ Н и ускорения центра масс диска 2 $a_C = 6{,}85$ м/с^2, находим силу сцепления и нормальную реакцию опоры: $F_{\text{сц}} = 28{,}27$ Н, $N = 85{,}98$ Н.

Полная реакция опоры $R_K = \sqrt{N^2 + F_{\text{сц}}^2} = 90{,}51$ Н.

6. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

6.1. Принципы механики. Общее уравнение динамики

Силой инерции материальной точки называют векторную величину, модуль которой равен произведению массы точки на модуль её ускорения, направленную противоположно этому ускорению $\vec{R}^{\text{и}} = -m\vec{a}$, где m – масса точки; $\vec{a}$ – вектор ускорения точки.

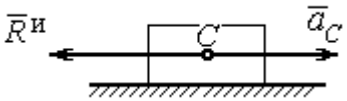


Рис. 6.1. Главный вектор сил инерции при поступательном движении твердого тела

При поступательном движении тела с ускорением центра масс $\vec{a}_C$ система сил инерции, приложенных к каждой точке тела, приводится к главному вектору сил инерции $\vec{R}^{\text{и}}$, равному по величине $R^{\text{и}} = ma_C$, приложенному в центре масс тела и направленному в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_C$ (рис. 6.1).

При вращении тела вокруг неподвижной оси z, проходящей через центр масс, главный вектор сил инерции, приведённый к центру масс тела, обращается в нуль (так как ускорение центра масс равно нулю). Таким образом, система сил инерции приводится к паре сил с моментом $\vec{M}^{\text{и}}$, равным главному моменту сил инерции относительно оси вращения. Величина главного момента сил инерции $M^{\text{и}} = J_z\varepsilon$, где J_z – момент инерции тела относительно оси z; ε – угловое ускорение тела. Направлен главный момент сил инерции в сторону, противоположную угловому ускорению (рис. 6.2).

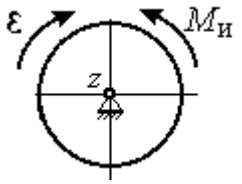


Рис. 6.2. Главный момент сил инерции при вращении тела вокруг оси, проходящей через центр масс

При плоскопараллельном движении тела с ускорением центра масс $\vec{a}_C$ и угловым ускорением ε система сил инерции, приложенных к каждой точке тела, приводится к силе $\vec{R}^{\text{и}}$, равной главному вектору сил инерции, и паре сил с моментом $\vec{M}^{\text{и}}$, равным главному моменту сил инерции относительно оси,

проходящей через центр масс тела перпендикулярно плоскости движения (рис. 6.3). Главный вектор сил инерции равен по модулю произведению массы тела на ускорение его центра масс: $R^{и} = ma_C$, приложен в центре масс тела и направлен в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_C$ центра масс. Главный момент сил инерции равен по величине произведению момента инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, на угловое ускорение тела: $M^{и} = J_C\varepsilon$, где J_C – момент инерции тела. Направлен главный момент сил инерции в сторону, противоположную угловому ускорению (см. рис. 6.3).

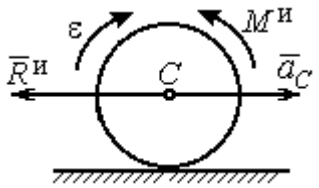


Рис. 6.3. Главный вектор и главный момент сил инерции при плоскопараллельном движении твердого тела

Принцип Даламбера для системы. Если в любой момент времени к каждой из точек системы кроме действующих на нее внешних и внутренних сил присоединить соответствующие силы инерции, то полученная система сил будет уравновешенной. Принцип Даламбера даёт возможность составлять уравнения движения механической системы в виде уравнений равновесия:

$$\sum \vec{F}_k^e + \vec{R}^{и} = 0, \ \sum \vec{M}_O(\vec{F}_k^e) + \vec{M}_O^{и} = 0,$$

где $\vec{F}_k^e$ – внешние силы, приложенные к системе; $\vec{R}^{и}$ – главный вектор сил инерции; $\vec{M}_O(\vec{F}_k^e)$ – момент внешних сил, приложенных к системе, относительно произвольного центра *O*; $\vec{M}_O^{и}$ – главный момент сил инерции относительно центра *O*.

Силы, действующие на систему, можно подразделить на активные и реакции связей. **Идеальными связями** в механической системе называют такие связи, для которых сумма элементарных работ их реакций на любом возможном перемещении равна нулю.

Принцип возможных перемещений. Для равновесия механической системы с идеальными связями необходимо и достаточно, чтобы сумма

элементарных работ всех активных сил, приложенных к точкам системы, была равна нулю на любом возможном перемещении системы: $\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = 0$, где $\delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}})$ – элементарная работа активных сил на возможном перемещении.

Совместное применение принципа Даламбера и принципа возможных перемещений приводит к формулировке общего уравнения динамики.

Общее уравнение динамики. При движении механической системы с идеальными связями в каждый момент времени сумма элементарных работ всех приложенных активных сил и сил инерции на любом возможном перемещении равна нулю: $\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0$, где $\delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}})$, $\delta A(\vec{R}_k^{\text{и}})$ – элементарные работы активных сил и сил инерции, приложенных к системе, на её возможном перемещении.

При вычислении элементарных работ активных сил и сил инерции используют обычные формулы для вычисления работы сил на элементарном перемещении точек их приложения. При этом переменные силы на элементарном перемещении точек их приложения считаются постоянными.

6.2. Задание Д6. Исследование механической системы с применением общего уравнения динамики

Механическая система с идеальными связями включает груз и два диска – однородного радиусом R или r и ступенчатого. Ступенчатый диск состоит из двух одноосных цилиндров радиусом R и r. Радиусы дисков указаны на схеме. Тела соединены нерастяжимыми нитями или невесомыми стержнями. Система движется в вертикальной плоскости из состояния покоя под действием сил тяжести, постоянной силы $\vec{F}$, а также пары сил с переменным моментом M. Направление действия силы $\vec{F}$ и наклон плоскости движущихся тел определяются углами α и β. Радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен i_z.

Качение дисков без проскальзывания. Скольжение между невесомым стержнем и дисками отсутствует. Движение грузов по плоскости без трения. Нити и стержни, соединяющие груз и диски, параллельны соответствующим плоскостям, по которым двигаются тела.

Найти уравнение движения центра масс диска 3. Определить реакцию шарнира диска 2 в момент времени $t = 1$ с.

Варианты задания приведены на рис. 6.4, 6.5. Исходные данные выбираются из табл. 6.1.

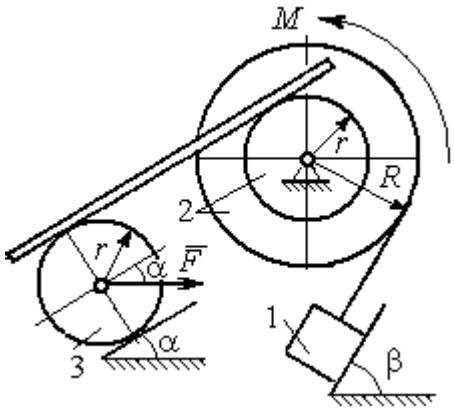
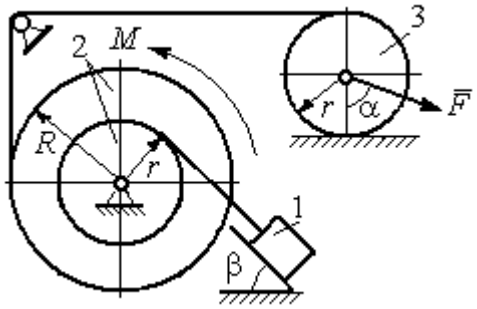
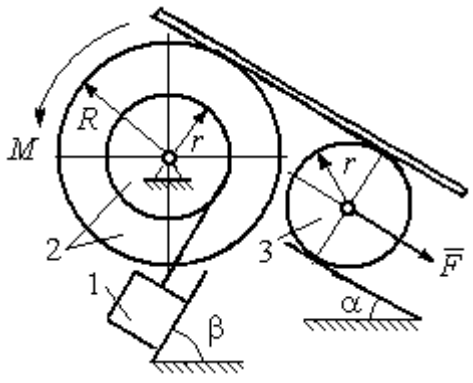
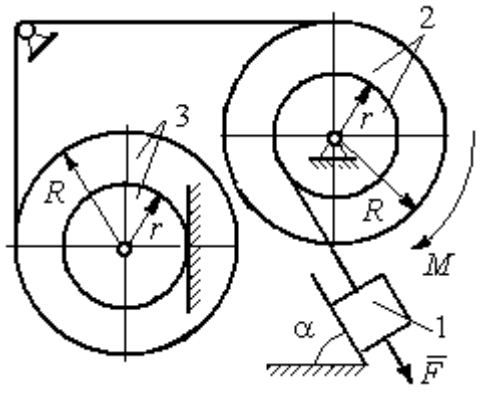
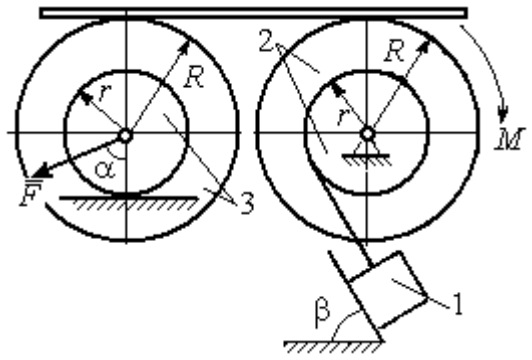
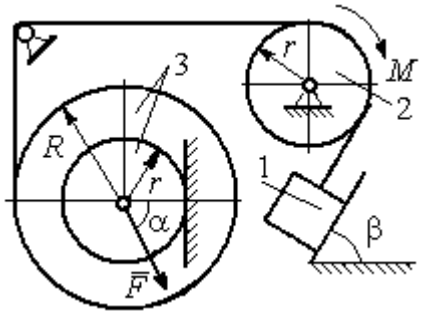
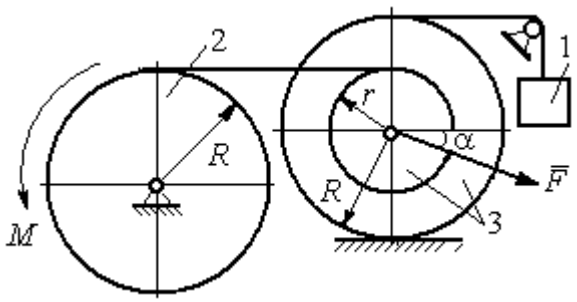
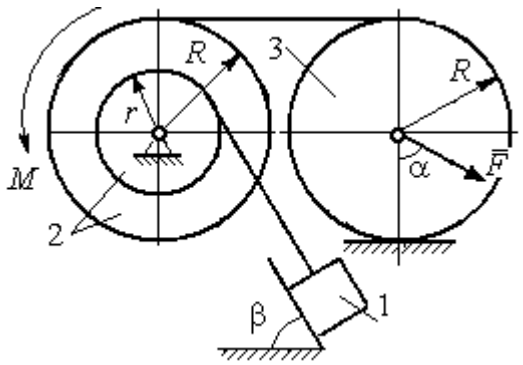
Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**
	
Варианты 3, 13, 23	**Варианты № 4, 14, 24**
	

Рис. 6.4. Задание Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики.
Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

Варианты № 5, 15, 25	**Варианты № 6, 16, 26**
	

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	

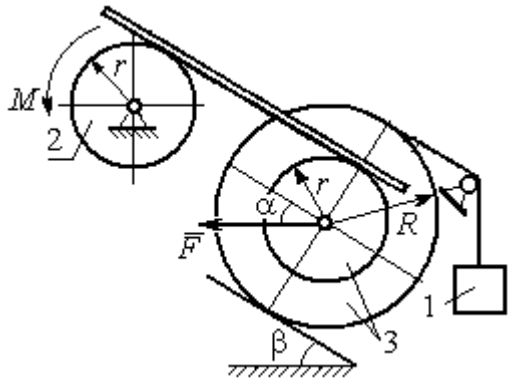
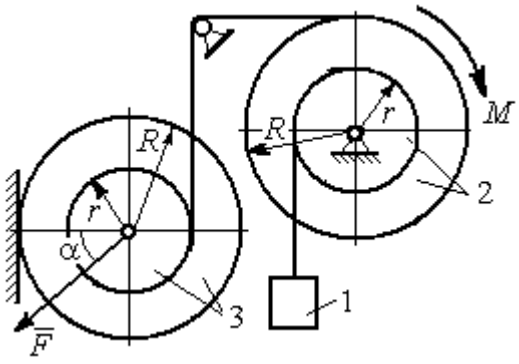
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	

Рис. 6.5. Задание Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики. Номера вариантов задания 5 – 10, 15 – 20, 25 – 30

Таблица 6.1

Исходные данные задания Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	P_3, Н	F, Н	M, Н·м	α, град	β, град	R, м	r, м	i_z, м
1	10	20	8	20	$3(2+t^2)$	30	60	0,6	0,3	0,4
2	10	22	15	15	$4(t+3)$	30	30	0,8	0,4	0,6
3	5	18	10	6	$8(t^2+1)$	90	30	0,4	0,3	0,3
4	5	22	10	5	$14(t^2+t+1)$	30	–	0,6	0,5	0,6
5	5	20	16	9	$3(t^2+4)$	45	60	0,6	0,3	0,5
6	10	16	14	15	$4(5+t)$	60	30	1,0	0,6	0,8
7	6	20	20	8	$9(3t^2+2)$	45	–	0,8	0,6	0,8
8	16	25	15	12	$5(t^2+4)$	30	60	1,2	0,6	0,8
9	5	20	12	8	$4(3+5t)$	60	30	0,6	0,4	0,5
10	6	25	8	10	$5(3t+6)$	30	–	1,0	0,8	0,9
11	4	22	8	15	$2+ t^2$	45	45	0,8	0,4	0,6
12	15	18	15	10	$5(t+3)$	30	60	1,0	0,5	0,7
13	6	20	10	4	$5(t^2+2)$	30	60	0,6	0,5	0,4
14	10	25	15	8	$16(t+2)$	60	–	0,8	0,6	0,7
15	8	18	20	10	$6(t+2)$	30	90	1,2	0,6	1,0
16	8	18	12	12	$5(3+t^2)$	90	60	0,8	0,6	0,7
17	5	20	10	10	$2t^2+20$	60	–	0,9	0,6	0,8
18	20	15	20	15	$3(t+4)$	60	30	0,8	0,4	0,7
19	8	20	12	10	$4(3+t)$	45	45	1,2	0,4	0,8
20	12	20	10	6	$6(3t+4)$	45	–	1,0	0,6	0,9
21	15	25	12	12	$6+t^2$	60	60	0,6	0,3	0,5
22	20	22	18	15	$2(2t+9)$	45	45	0,8	0,4	0,6
23	8	24	12	8	$7(3t^2+2)$	30	45	0,8	0,5	0,6
24	12	20	18	10	$6(t+4)$	90	–	0,5	0,3	0,4
25	5	20	12	12	$9(2+t^2)$	60	30	1,4	0,7	1,2
26	10	12	10	8	$6(2+t)$	30	45	1,2	0,8	0,9
27	6	18	16	14	$8(2t^2+3)$	30	–	0,8	0,2	0,6
28	10	20	20	20	$3(t^2+3)$	45	30	0,6	0,3	0,5
29	10	18	8	12	$5(4+t+ t^2)$	30	60	1,2	0,8	0,9
30	8	18	10	15	$8(t^2+5)$	60	–	1,0	0,8	0,9

Пример выполнения задания Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики

Механическая система состоит из груза 1, движущегося поступательно, ступенчатого диска 2 (каток), катящегося по неподвижной поверхности цилин-

дрической ступенькой, и однородного диска 3 (блок), вращающегося вокруг неподвижной оси, проходящей через центр масс блока (рис. 6.6). Качение катка 2 без проскальзывания, скольжение груза 1 – без трения. Движение системы происходит под действием сил тяжести, силы $\vec{F}$, приложенной к грузу 1 и пары сил с моментом M, приложенной к диску 3.

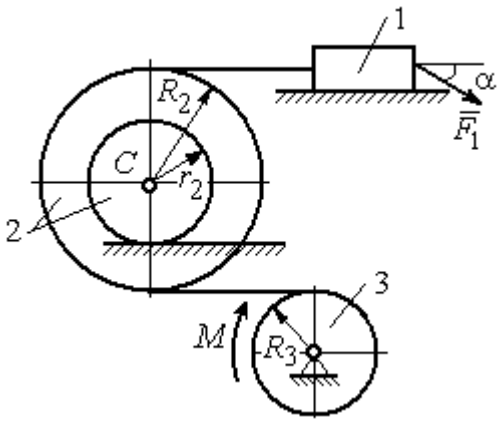


Рис. 6.6. Схема движения механической системы

Найти уравнение движения центра масс катка 2 если движение системы началось из состояния покоя. Определить реакцию шарнира диска 3 в момент t = 1 с, если: P_1 = 10 Н; P_2 = 20 Н; P_3 = 15 Н; $F = 5(t+1)$ Н; $M = 6(1+2t)$ Н·м; R_2 = 0,8 м; r_2 = 0,2 м; R_3 = 0,4 м; i_{2C} = 0,6 м.

Решение

В рассматриваемой механической системе активными силами являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, сила $\vec{F}$ и пара сил с моментом M (рис. 6.7). Связи идеальные, так как скольжение груза 1 происходит по гладкой поверхности без трения, качение диска 2 без проскальзывания, а ось вращения блока 3 неподвижна.

Предположим, направление движения в системе задаёт пара сил с моментом M, приложенная к блоку 3. Обозначим ω_3, ε_3 – угловая скорость и угловое ускорение блока 3, V_C, a_C – скорость и ускорение центра масс катка 2, V_1, a_1 – скорость и ускорение груза 1. Направления векторов скоростей и ускорений точек и угловых скоростей и ускорений тел в соответствии с выбранным направлением движения системы показаны на рис. 6.7.

Общее уравнение динамики имеет вид:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0 .$$

Присоединим к телам системы силы инерции. Груз 1 движется поступательно. Главный вектор сил инерции груза 1 $\vec{R}_1^{\text{и}}$ приложен в центре масс груза и направлен в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_1$ груза 1. Модуль главного вектора сил инерции груза 1 $R_1^{\text{и}} = m_1 a_1$, где m_1 – масса груза 1; a_1 – величина ускорения груза 1.

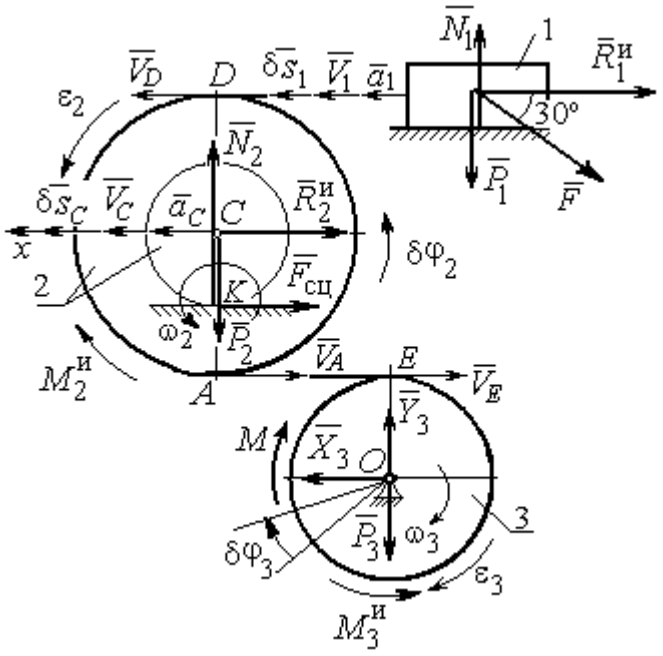


Рис. 6.7. Расчётная схема исследования движения механической системы

Система сил инерции катка 2, приводятся к силе, равной главному вектору сил инерции $\vec{R}_2^{\text{и}}$, приложенному в центре масс катка 2, и паре сил с моментом, равным главному моменту сил инерции $\vec{M}_2^{\text{и}}$ относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения. Главный вектор сил инерции направлен в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_C$, и составляет $R_2^{\text{и}} = m_2 a_C$, где m_2 – масса катка 2; a_C – величина ускорения центра масс. Главный момент сил инерции: $M_2^{\text{и}} = J_{2C}\varepsilon_2$, где J_{2C} – момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения; ε_2 – угловое ускорение катка 2. Направлен главный момент сил инерции $M_2^{\text{и}}$ в сторону, противоположную угловому ускорению ε_2.

Главный вектор сил инерции, приложенных к блоку 3 и приведённых к центру масс блока, равен нулю, так как блок вращается вокруг неподвижной оси, проходящей через центр масс, и ускорение центра масс блока равно нулю. В результате силы инерции блока 3 приводятся к паре сил, момент которой ра-

вен главному моменту сил инерции $\vec{M}_3^{\text{и}}$ относительно оси вращения. Главный момент сил инерции блока 3 равен по величине $M_3^{\text{и}} = J_{3O}\varepsilon_3$, где J_{3O} – момент инерции блока 3 относительно оси вращения; ε_3 – угловое ускорение блока 3, и направлен в сторону, противоположную угловому ускорению ε_3. Главные векторы и главные моменты сил инерции показаны на рис. 6.8.

Определим кинематические соотношения между скоростями точек системы и выразим их через скорость V_C центра масс катка 2. Каток 2 катится по неподвижной поверхности без скольжения. Мгновенный центр скоростей катка находится в точке *K* касания катка с поверхностью (см. рис. 6.7). Угловая скорость катка 2 $\omega_2 = \dfrac{V_C}{CK} = \dfrac{V_C}{r_2}$. Скорость точки *A* катка 2: $V_A = \omega_2 \cdot AK = \omega_2(R_2 - r_2) = V_C \dfrac{R_2 - r_2}{r_2}$. Скорость точки *E* блока 3 равна скорости точки *A* катка 2, $V_E = V_A$. Тогда угловая скорость блока 3:

$$\omega_3 = \frac{V_E}{R_3} = \frac{V_A}{R_3} = V_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Скорость груза 1 равна скорости точки *D* катка 2:

$$V_1 = V_D = \omega_2 \cdot DK = \omega_2(R_2 + r_2) = V_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}.$$

Соотношения между ускорениями определяются путем дифференцирования установленных кинематических равенств:

$$a_1 = a_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}, \quad \varepsilon_2 = \frac{a_C}{r_2}, \quad \varepsilon_3 = a_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Для того чтобы найти соотношения между перемещениями, выразим кинематические равенства между скоростями в дифференциальном виде и, полагая, что действительное перемещение является возможным, т. е. $ds = \delta s$, $d\varphi = \delta\varphi$, получим соотношения между возможными перемещениями:

$$\delta s_1 = \delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}, \ \ \delta\varphi_2 = \frac{\delta s_C}{r_2}, \ \ \delta\varphi_3 = \delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Сообщим системе возможное перемещение, совпадающее с действительным. Элементарная работа реакций связи на любом возможном перемещении системы равна нулю, так как связи в системе идеальные.

Найдем элементарные работы активных сил и выразим их через перемещение центра масс катка 2. Прежде заметим, что элементарные работы сил тяжести груза 1 и катка 2 равны нулю, так как направления перемещений точек приложения этих сил перпендикулярны векторам сил:

$$\delta A(\vec{P}_1) = P_1 \delta s_1 \cos 90^\circ = 0, \ \delta A(\vec{P}_2) = P_2 \delta s_C \cos 90^\circ = 0.$$

Элементарная работа силы тяжести блока 3 равна нулю, так как точка приложения силы тяжести блока 3 не перемещается: $\delta A(\vec{P}_3) = 0$.

Элементарная работа пары сил с моментом M, приложенных к блоку 3:

$$\delta A(\vec{M}) = M\delta\varphi_3 = M\delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Элементарная работа силы $\vec{F}$:

$$\delta A(\vec{F}) = F\delta s_1 \cos 150^\circ = -F\delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2} \cos 30^\circ.$$

Сумма элементарных работ всех активных сил:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = \delta A(\vec{M}) + \delta A(\vec{F}) = M\delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2} - F\delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2} \cos 30^\circ =$$

$$= \left[6(1 + 2t)\left(\frac{0{,}8 - 0{,}2}{0{,}4 \cdot 0{,}2} \right) - 5(t + 1)\left(\frac{0{,}8 + 0{,}2}{0{,}2} \right) 0{,}866 \right] \delta s_C = (23{,}35 + 68{,}35t)\delta s_C.$$

Определим модули главных векторов и главных моментов сил инерции в зависимости от ускорения a_C центра масс катка 2:

$$R_1^{\text{и}} = m_1 a_1 = \frac{P_1}{g} a_1 = \frac{P_1 (R_2 + r_2)}{g r_2} a_C, \quad R_2^{\text{и}} = m_2 a_C = \frac{P_2 a_C}{g},$$

$$M_2^{\text{и}} = J_{2C}\varepsilon_2 = m_2 i_{2C}^2 \varepsilon_2 = \frac{P_2}{g} i_{2C}^2 \frac{a_C}{r_2},$$

$$M_3^{\text{и}} = J_{3O}\varepsilon_3 = \frac{m_3 R_3^2}{2}\varepsilon_3 = \frac{P_3 R_3^2}{2g}\frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}a_C = \frac{P_3 R_3 (R_2 - r_2)}{2g r_2}a_C,$$

где J_{2C} – момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, $J_{2C} = m_2 i_{2C}^2$; i_{2C} – радиус инерции катка 2; J_{3O} – момент инерции блока 3 относительно оси вращения, проходящей через его центр масс, $J_{3O} = \frac{m_3 R_3^2}{2}$.

Найдем элементарные работы сил инерции на возможном перемещении системы и выразим их в зависимости от перемещения δs_C центра масс катка 2:

$$\delta A(\vec{R}_1^{\text{и}}) = R_1^{\text{и}}\delta s_1 \cos 180^\circ = -\frac{P_1 (R_2 + r_2)^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{R}_2^{\text{и}}) = R_2^{\text{и}}\delta s_C \cos 180^\circ = -\frac{P_2 a_C}{g}\delta s_C,\ \delta A(\vec{M}_2^{\text{и}}) = -M_2^{\text{и}}\delta\varphi_2 = -\frac{P_2 i_2^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{M}_3^{\text{и}}) = -M_3^{\text{и}}\delta\varphi_3 = -\frac{P_3 (R_2 - r_2)^2 a_C}{2 g r_2^2}\delta s_C.$$

Сумма элементарных работ сил инерции:

$$\sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = -\frac{P_1 (R_2 + r_2)^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C - \frac{P_2 a_C}{g}\delta s_C - \frac{P_2 i_2^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C - \frac{P_3 (R_2 - r_2)^2 a_C}{2 g r_2^2}\delta s_C =$$

$$= -\frac{a_C \delta s_C}{g}\left[\frac{10(0{,}8 + 0{,}2)^2}{0{,}2^2} + 20 + \frac{20 \cdot 0{,}6^2}{0{,}2^2} + \frac{15(0{,}8 - 0{,}2)^2}{2 \cdot 0{,}2^2}\right] = -52{,}75\, a_C \delta s_C,$$

где $g = 9{,}81$ м/с^2.

С учетом проделанных вычислений общее уравнение динамики принимает вид:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = (23{,}35 + 68{,}35t)\delta s_C - 52{,}75\, a_C \delta s_C = 0,$$

откуда ускорение центра масс катка 2:

$$a_C = 0{,}44 + 1{,}29t.$$

Выберем ось x по направлению движения центра масс катка 2 (см. рис. 6.7). Проектируя вектор $\vec{a}_C$ ускорения точки C на ось x, получим дифференциальное уравнение $a_C = \ddot{x}_C = 0{,}44 + 1{,}29t$. Интегрируя дважды это уравнение, найдём закон движения: $x_C = 0{,}44\dfrac{t^2}{2} + 1{,}29\dfrac{t^3}{6} + C_1 t + C_2$. Подставляя сюда начальные условия: $t = 0$, $V_C = 0$, $x_C = 0$, найдём константы интегрирования: $C_1 = C_2 = 0$. Окончательно уравнение движения центра масс диска 2 представим в виде:

$$x_C = 0{,}22t^2 + 0{,}21t^3.$$

Рассмотрим вращательное движение блока 3, освободив его от связей. На блок действуют сила тяжести $\vec{P}_3$, реакция подшипника, разложенная на составляющие $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$, пара сил с моментом M и реакция нити $\vec{H}_3$ (см. рис. 6.8). Реакция нити, равная силе натяжения нити, приложена к блоку 3, направлена вдоль нити, связывающей каток 2 и блок 3. Присоединим к блоку 3 силы инерции. Направления сил, моментов пар сил и главного момента сил инерции, действующих на блок 3, показаны на рис. 6.8.

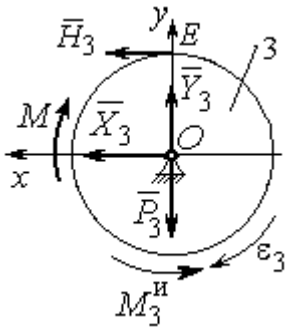


Рис. 6.8. Расчётная схема определения натяжения нити и реакции шарнира блока 3

По принципу Даламбера система сил, приложенных к блоку 3, включая силы инерции, находится в равновесии. Составим уравнение равновесия в виде равенства нулю суммарного момента всех сил (включая силы инерции) относительно оси вращения. Получим $M - H_3 R_3 - M_3^{и} = 0$, где $M_3^{и} = J_{3O}\varepsilon_3 = \dfrac{P_3 R_3 (R_2 - r_2) a_C}{2 g r_2}$. Из уравнения находим величину натяжения нити:

$$H_3 = \frac{M}{R_3} - \frac{P_3(R_2 - r_2)a_C}{2gr_2} = \frac{6(1+2t)}{R_3} - \frac{P_3(R_2 - r_2)}{2gr_2}(0{,}44 + 1{,}29t) = 13{,}99 + 27{,}04t.$$

В момент времени $t = 1$ с натяжение нити: $H_3 = 41{,}04$ Н.

Так как главный вектор сил инерции блока 3 равен нулю, то составленные по принципу Даламбера уравнения равновесия блока 3 в виде проекций сил на вертикальную и горизонтальную оси содержат только внешние силы. Имеем: $X_3 + H_3 = 0$, $Y_3 - P_3 = 0$ (см. рис. 6.8). Отсюда находим составляющие реакции шарнира блока 3 в момент времени t = 1 с: $X_3 = -H_3$= – 41,04 Н, $Y_3 = P_3$= 15 Н. Отрицательное значение горизонтальной составляющей реакции шарнира X_3 означает её противоположное направление.

Полная реакция шарнира $R_3 = \sqrt{X_3^2 + Y_3^2}$ = 43,69 Н.

6.3. Уравнения Лагранжа II рода

Обобщенными координатами механической системы называется совокупность любых s независимых параметров $q_1, q_2, \ldots, q_S$, однозначно определяющих положение системы в любой момент времени.

Если системе сообщить возможное перемещение, при котором все обобщенные координаты изменяются на элементарные (бесконечно малые) величины $\delta q_1, \delta q_2, \ldots, \delta q_S$, называемые вариациями обобщенных координат, то все действующие активные силы совершат элементарную работу, которая может быть представлена в виде $\delta A = Q_1 \cdot \delta q_1 + Q_2 \cdot \delta q_2 + \ldots + Q_s \cdot \delta q_S$. Величина Q_k, равная коэффициенту при вариации δq_k обобщенной координаты, называется **обобщенной силой**, соответствующей данной обобщенной координате. Расчет обобщенных сил осуществляется путем последовательного придания системе возможных перемещений, при которых варьируется только одна из обобщенных координат, а вариации остальных координат равны нулю.

Для материальной системы с идеальными связями дифференциальные уравнения движения в обобщенных координатах – **уравнения Лагранжа II рода** – имеют вид:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} = Q_k, \quad k = 1, 2, \ldots, s,$$

где T – кинетическая энергия системы; $q_1, q_2, \ldots, q_S$ – обобщенные координаты; $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \ldots, \dot{q}_S$ – обобщенные скорости; s – число степеней свободы системы.

6.4. Задание Д7. Исследование механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа

Механическая система состоит из трёх тел – бруса 1, блока 2, катка 3 и невесомой пружины жесткостью c. Брус 1, соединяющий каток 3 с блоком 2, расположен параллельно линии качения катка 3. Радиусы ступеней ступенчатого диска и радиус однородного диска указаны на схеме.

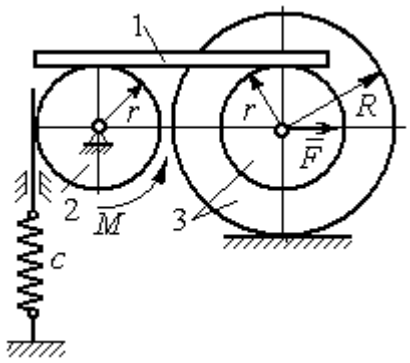
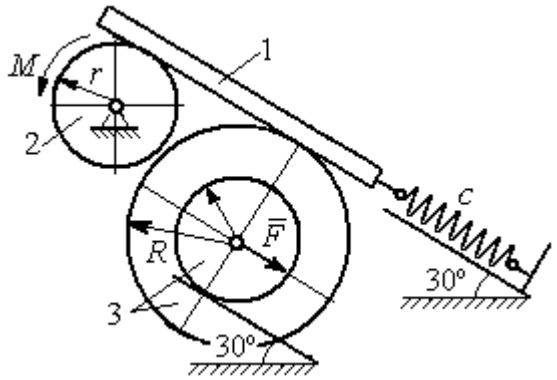
Качение катка 3 происходит без проскальзывания. Скольжение между брусом и дисками отсутствует. В задачах, где пружина соединяется с блоком 2, передача движения блоку 2 производится посредством невесомого стержня без скольжения.

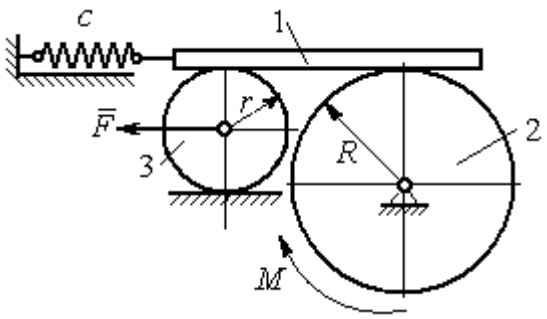
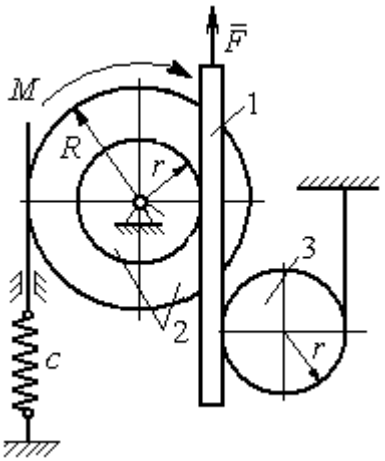
Радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен i_z.

Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом M.

Определить закон движения бруса 1 и закон угловых колебаний блока 2, если в начальный момент пружина находилась в нерастянутом состоянии, а блоку 2 придали угловую скорость ω_{20}, направленную в сторону заданного момента пары сил.

Варианты заданий даны на рис. 6.9, 6.10. Варианты исходных данных в табл. 6.2. Отрицательные значения величин F или M в табл. 6.2 означают, что при заданных модулях силы или момента направление вектора силы $\vec{F}$ или момента M на схеме следует изменить на противоположные.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
	

Варианты № 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24
	

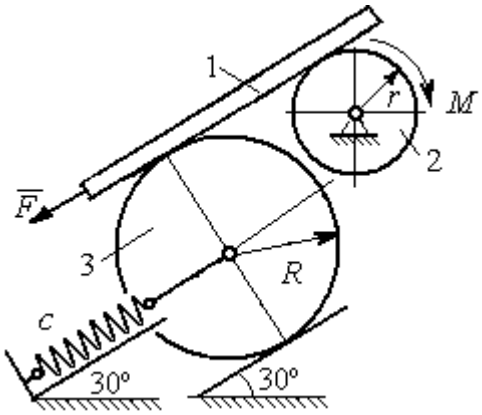
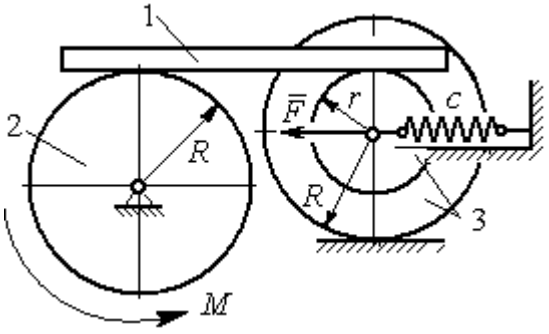
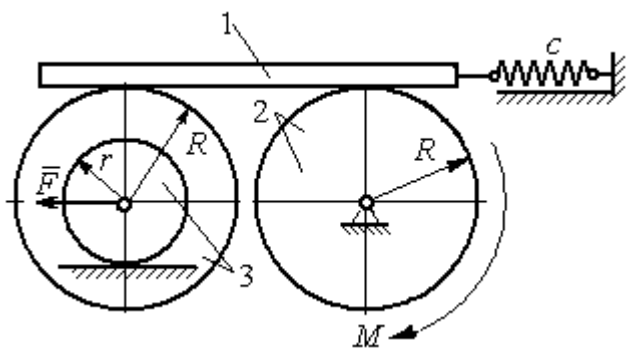
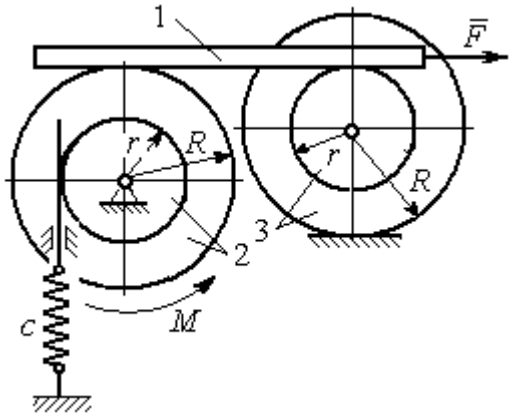
Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
	

Рис. 6.9. Задание Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы. Номера вариантов задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

Окончание вариантов задания Д 7

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	

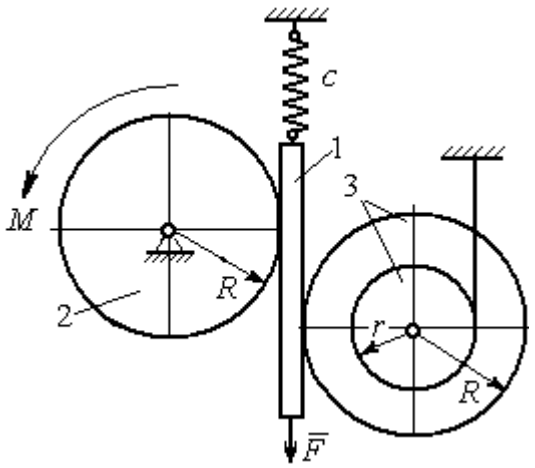
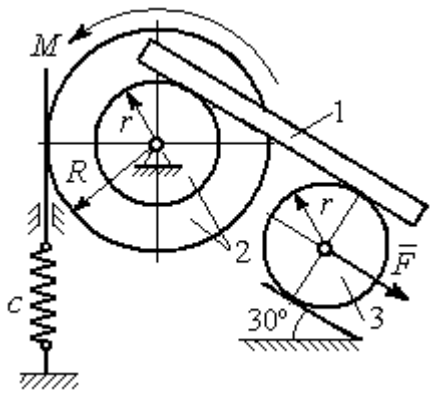
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	

Рис. 6.10. Задание Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы. Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 6.2

Исходные данные задания Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	P_3, Н	F, Н	M, Н·м	c, Н/м	ω_{20}, рад/с	R, м	r, м	i_z, м
1	8	12	18	15	3	50	0,3	0,6	0,3	0,4
2	10	8	15	12	5	55	0,4	0,8	0,5	0,6
3	5	18	10	8	4	60	0,2	0,5	0,3	–
4	5	20	12	10	6	70	0,5	0,6	0,5	0,6
5	5	8	16	8	8	65	0,2	0,6	0,3	–

Окончание табл. 6.2

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	P_3, Н	F, Н	M, Н·м	c, Н/м	ω_{20}, рад/с	R, м	r, м	i_z, м
6	8	10	14	6	2	50	0,1	1,0	0,6	0,8
7	10	12	15	12	3	65	0,2	0,8	0,6	0,7
8	12	15	15	6	2	50	0,3	1,2	0,6	0,8
9	5	20	12	8	4	75	0,1	0,6	0,4	0,5
10	6	25	8	5	12	60	0,4	1,0	0,8	0,9
11	4	10	12	–10	–2	60	0,2	0,8	0,4	0,6
12	5	8	15	–8	3	50	0,5	1,0	0,5	0,7
13	6	15	8	–12	–4	65	0,4	0,6	0,5	–
14	10	25	10	6	10	55	0,1	0,8	0,6	0,7
15	8	6	20	–10	2	70	0,2	1,2	0,6	–
16	10	12	12	–5	6	60	0,3	0,8	0,6	0,7
17	12	16	12	–6	–2	55	0,4	0,9	0,6	0,8
18	10	20	20	10	4	60	0,1	0,8	0,4	0,7
19	8	20	12	–10	6	65	0,2	1,2	0,4	0,8
20	12	20	10	–3	6	50	0,24	1,0	0,6	0,9
21	5	12	15	12	–3	55	0,3	0,6	0,5	0,55
22	10	15	18	6	–2	65	0,1	0,8	0,4	0,6
23	8	20	12	–8	2	45	0,2	0,8	0,6	–
24	12	20	18	–4	–8	70	0,4	0,5	0,3	0,4
25	6	10	15	–6	–2	60	0,1	1,4	0,7	–
26	8	12	10	10	–3	65	0,2	1,2	0,8	0,9
27	6	18	16	5	–3	70	0,2	0,8	0,2	0,6
28	8	12	12	–6	2	65	0,3	0,6	0,3	0,5
29	10	18	20	–10	4	60	0,2	1,2	0,8	0,9
30	8	18	10	8	6	75	0,1	1,0	0,8	0,9

Пример выполнения задания Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа

Механическая система состоит из трёх тел – бруса 1, блока 2, катка 3 и невесомой пружины жесткостью c. Брус, соединяющий каток 3 с блоком 2, расположен параллельно линии качения катка 3 (рис. 6.11). Радиусы ступеней ступенчатого диска R и r, радиус однородного диска r. Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом M. Движение катка 3 по неподвижной поверхности происходит без проскальзывания. Скольжение между брусом и дисками отсутствует.

Передача движения от пружины блоку 2 производится посредством невесомого вертикального стержня без скольжения. Радиус инерции блока 2 относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, i_z.

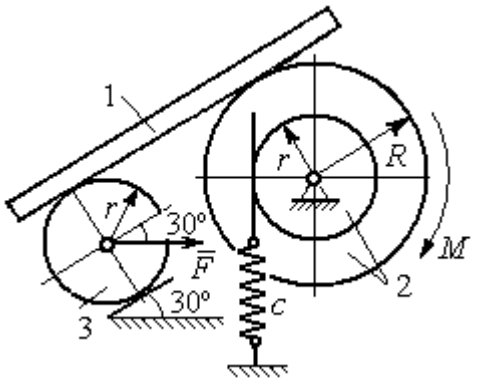


Рис. 6.11. Механическая система с одной степенью свободы

Исходные данные задачи: $P_1 = P$ Н, $P_2 = 2P$ Н, $P_3 = P$ Н, $F = 2P$ Н, $M = Pr$ Н·м, $R = 1{,}5r$ м, $i_z = r\sqrt{2}$ м, $c = P/r$ Н/м.

Определить законы движения блока 2 и бруса 1 при $P = 10$ Н, $r = 0{,}2$ м, если в начальный момент пружина находилась в нерастянутом состоянии, а блоку 2 придали угловую скорость $\omega_0 = 0{,}5$ рад/с, направленную в сторону заданного момента пары сил.

Решение

Рассматриваемая механическая система (рис. 6.11) имеет одну степень свободы, так как в системе не допускается независимое друг от друга движение тел. В качестве обобщённой координаты q выберем перемещение x верхнего края пружины, отсчитываемого от уровня, при котором пружина длиной l_0 находилась в нерастянутом состоянии (рис. 6.12). Обобщённая скорость $\dot{q} = \dot{x}$.

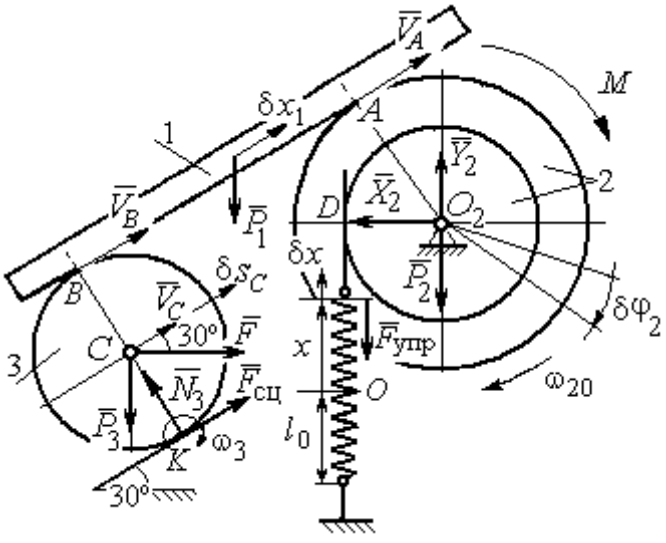


Рис. 6.12. Расчётная схема колебаний механической системы с одной степенью свободы

Уравнение Лагранжа II рода, описывающее движение системы с одной степенью свободы, имеет вид $\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) - \dfrac{\partial T}{\partial x} = Q_x$, где T –

кинетическая энергия системы, Q_x – обобщенная сила, соответствующая обобщенной координате *x*.

Вычислим кинетическую энергию системы как сумму кинетических энергий бруса, блока и катка: $T = T_1 + T_2 + T_3$. Кинетическая энергия поступательного движения бруса 1: $T_1 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2$, где m_1, V_1 – масса и скорость бруса. Энергия вращательного движения блока 2: $T_2 = \frac{1}{2} J_{2z} \omega_2^2$, где ω_2 – угловая скорость блока, J_{2z} – момент инерции блока 2 относительно оси *z*, $J_{2z} = m_2 i_z^2$.

Каток 3 совершает плоскопараллельное движение. Его кинетическая энергия $T_3 = \frac{1}{2} m_3 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_3^2$, где V_C – скорость центра масс катка 3; J_{zC} – момент инерции катка относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, $J_{zC} = \frac{1}{2} m_3 r^2$; *r* – радиус катка; ω_3 – угловая скорость катка.

Выразим скорость V_1 бруса 1, угловые скорости ω_2, ω_3 блока 2 и катка 3, а также скорость V_C центра масс катка 3 через обобщённую скорость $\dot{x}$.

Заметим, что скорость точки *D* блока 2 равна скорости верхнего края пружины $V_D = \dot{x}$. Угловая скорость блока 2 $\omega_2 = \frac{V_D}{r} = \frac{\dot{x}}{r}$. Скорость бруса 1 равна скорости точки *A* блока 2 и вычисляется по формуле $V_1 = V_A = \omega_2 R = \frac{\dot{x} R}{r}$. Так как брус совершает поступательное движение, то $V_B = V_1$. Угловая скорость катка 3 $\omega_3 = \frac{V_B}{2r} = \frac{V_1}{2r} = \frac{\dot{x} R}{2r^2}$. Здесь при определении угловой скорости катка 3 учтено, что точка *K* касания катка 3 с неподвижной поверхностью является мгновенным центром скоростей катка. Скорость центра катка 3 $V_C = \frac{V_B}{2} = \frac{\dot{x} R}{2r}$.

Подставляя исходные данные задачи с учётом найденных кинематических соотношений, получим кинетическую энергию тел системы

$$T_1=\frac{1}{2}m_1V_1^2=\frac{P}{2g}\left(\frac{\dot{x}R}{r}\right)^2=1{,}125\frac{P}{g}\dot{x}^2,\ \ T_2=\frac{1}{2}J_{2z}\omega_2^2=\ \frac{1}{2}\cdot\frac{2P}{g}\left(r\sqrt{2}\right)^2\left(\frac{\dot{x}}{r}\right)^2=2\frac{P}{g}\dot{x}^2,$$

$$T_3=\frac{1}{2}m_3V_C^2+\frac{1}{2}J_{zC}\omega_3^2=\frac{1}{2}\frac{P}{g}\left(\frac{\dot{x}R}{2r}\right)^2+\frac{1}{2}\frac{Pr^2}{2g}\left(\frac{\dot{x}R}{2r^2}\right)^2=0{,}422\frac{P}{g}\dot{x}^2.$$

Тогда полная кинетическая энергия системы:

$$T=T_1+T_2+T_3=3{,}547\frac{P}{g}\dot{x}^2.$$

Произвольное положение системы определяется обобщённой координатой *x*, показывающей растяжение пружины. Дадим пружине, находящейся в произвольном положении, возможное (бесконечно малое) перемещение δx в положительном направлении оси *x* (см. рис. 6.12). При этом блок 2 повернётся на угол $\delta\varphi_2$: $\delta\varphi_2=\frac{\delta x}{r}$, брус 1 переместится на расстояние δx_1: $\delta x_1=\frac{\delta xR}{r}$, центр масс катка 3 сдвинется на расстояние δS_C: $\delta S_C=\frac{\delta xR}{2r}$. Все перемещения получены из установленных ранее кинематических соотношений и показаны на рис. 6.12.

При заданном возможном перемещении системы работу совершают силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_3$ бруса 1 и катка 3, пара сил с моментом *M*, сила $\vec{F}$ и сила упругости пружины (см. рис. 6.12). Элементарная работа вращающего момента *M*, приложенного к блоку 2, будет $\delta A(M)=M\delta\varphi_2=M\frac{\delta x}{r}$. Работа силы тяжести бруса 1 определяется равенством $\delta A(P_1)=P_1\delta x_1\cos120^\circ=-P_1\delta x_1\cos60^\circ=-\frac{P_1\delta xR}{2r}$. Работы силы тяжести катка 3 и силы *F*: $\delta A(P_3)=P_3\delta s_C\cos120^\circ=-P_3\frac{\delta xR}{4r}$, $\delta A(F)=F\frac{\delta xR}{2r}\cos30^\circ$. Модуль силы упругости пружины, растянутой из неде-

формированного положения на расстояние x: $F_{\text{упр}} = cx$. Сила $\vec{F}_{\text{упр}}$ упругости направлена в сторону, противоположную растяжению (см. рис. 6.12). Работа силы упругости при перемещении вдоль линии действия на расстояние δx вычисляется по формуле $\delta A(\vec{F}_{\text{упр}}) = F_{\text{упр}}\delta x\cos 180^\circ = -cx\delta x$.

Сумма работ сил на рассматриваемом возможном перемещении системы с учётом данных задачи составляет

$$\delta A = \delta A(M) + \delta A(P_1) + \delta A(P_3) + \delta A(F) + \delta A(F_{\text{упр}}) =$$

$$= M\frac{\delta x}{r} - \frac{P_1\delta xR}{2r} - P_3\frac{\delta xR}{4r} + F\frac{\delta xR}{2r}\cos 30^\circ - cx\delta x = P(1{,}174 - 5x)\delta x,$$

откуда обобщённая сила $Q_x = P(1{,}174 - 5x)$.

Составим уравнения Лагранжа. Вычислим частные производные от кинетической энергии по обобщенной скорости $\dot{x}$ и координате x: $\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = 7{,}094\frac{P}{g}\dot{x}$, $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$. Определим полную производную по времени: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) = 7{,}094\frac{P}{g}\ddot{x}$. Результаты расчетов подставим в уравнения Лагранжа II рода и получим дифференциальное уравнение колебаний верхнего края пружины:

$$7{,}094\frac{P}{g}\ddot{x} = P(1{,}174 - 5x), \text{ или при } g = 9{,}81 \text{ м/с}^2,\ \ddot{x} + 6{,}91x = 1{,}62.$$

Решение дифференциального уравнения представляется в виде суммы общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного: $x = x_{\text{одн}} + x_{\text{частн}}$. Общее решение однородного уравнения имеет вид $x_{\text{одн}} = C_1\sin kt + C_2\cos kt$, где C_1, C_2 – произвольные постоянные; k – круговая частота собственных колебаний пружины, $k = \sqrt{6{,}91} = 2{,}63$ рад/с. Частное решение неоднородного уравнения ищется в виде константы $x_{\text{частн}} = b$. Подставив его в уравнение колебаний, получим $b = 0{,}23$. Таким образом, общее решение неоднородного уравнения имеет вид $x(t) = C_1\sin 2{,}63t + C_2\cos 2{,}63t + 0{,}23$.

Произвольные постоянные C_1, C_2 находятся из начальных условий. По условию задачи в начальный момент пружина была в нерастянутом состоянии. Тогда начальная координата пружины (её верхнего края) $x(0) = 0$. Скорость верхнего края пружины в начальный момент времени $\dot{x}(0)$ равна начальной скорости $V_D(0)$ точки *D* блока 2. Поскольку в начальный момент времени блоку 2 сообщили угловую скорость ω_{20}, то $\dot{x}(0) = V_D(0) = \omega_{20} r = 0{,}1$ м/с.

Подставляя значение начальной координаты в общее решение неоднородного уравнения при $t = 0$, получим $C_2 = -0{,}23$.

Вычисляем скорость движения пружины, взяв производную: $\dot{x}(t) = 2{,}63C_1 \cos 2{,}63t - 2{,}63C_2 \sin 2{,}63t$. Подставляя начальное значение скорости, получим $C_1 = 0{,}038$. Окончательно уравнение движения верхнего края пружин: $x(t) = 0{,}038 \sin 2{,}63t - 0{,}23 \cos 2{,}63t + 0{,}23$ м.

Уравнения колебательных движений бруса 1 и блока 2 найдём из ранее полученных кинематических соотношений:

$$x_1 = \frac{xR}{r} = 1{,}5\, x(t) = 0{,}057 \sin 2{,}63t - 0{,}34 \cos 2{,}63t + 0{,}34 \text{ м};$$

$$\varphi_2 = \frac{x}{r} = 5\, x(t) = 0{,}19 \sin 2{,}63t - 1{,}15 \cos 2{,}63t + 1{,}15 \text{ рад}.$$

Амплитуда колебаний бруса $A = \sqrt{0{,}057^2 + 0{,}34^2} = 0{,}35$ м.

6.5. Задание Д8. Исследование механической системы с двумя степенями свободы

Механическая система, состоящая из четырёх тел, из состояния покоя движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, $\vec{P}_4$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом *M*. Качение тел во всех случаях происходит без проскальзывания, скольжение грузов по поверхностям – без трения. Радиусы дисков одинаковы и равны *R*. Найти уравнения движения системы в обоб-

щённых координатах. Варианты заданий и рекомендуемые обобщённые координаты даны на рис. 6.13, 6.14, варианты исходных данных – в табл. 6.3.

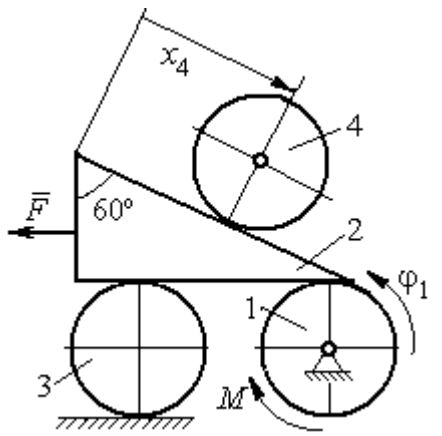
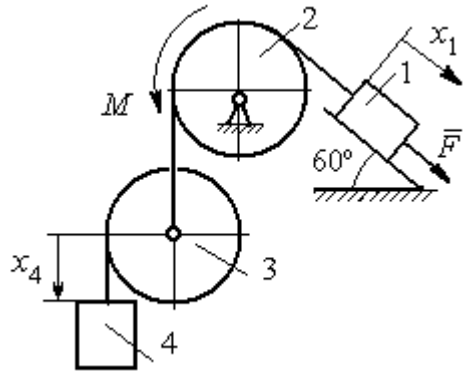
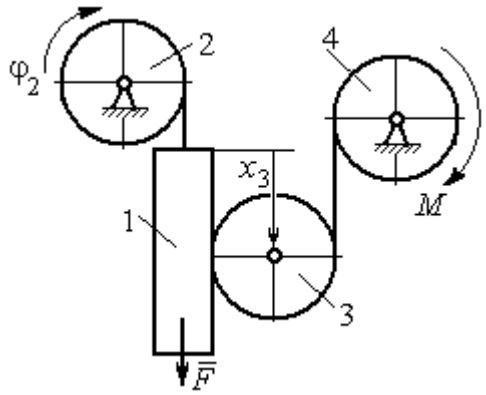
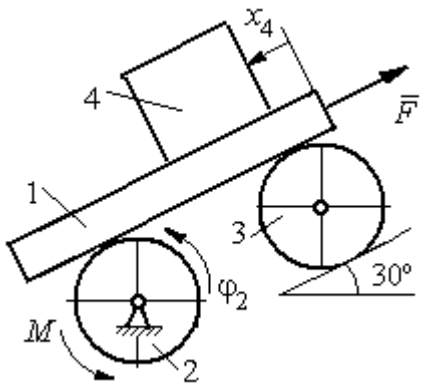
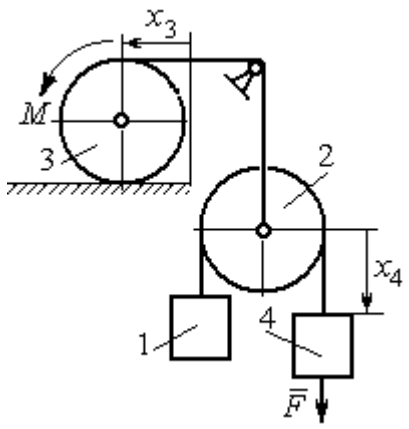
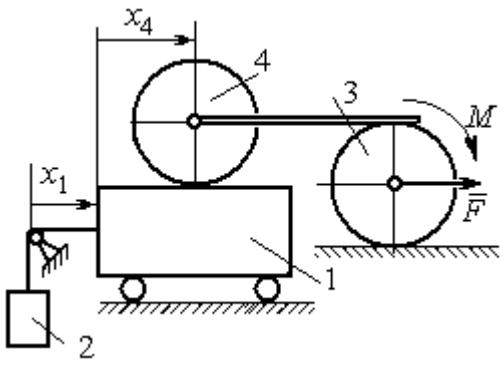
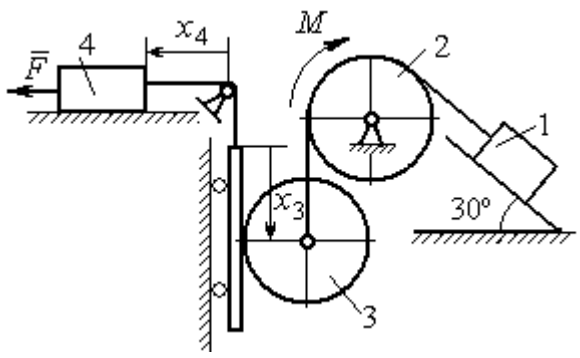
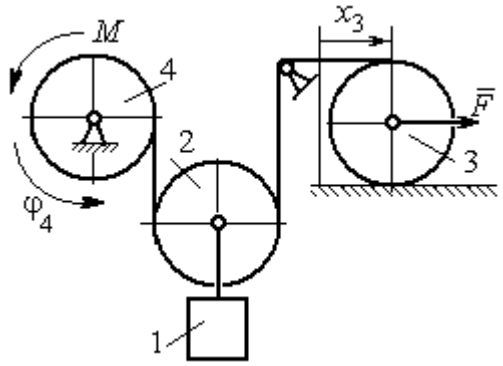
Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**
	
Варианты № 3, 13, 23	**Варианты № 4, 14, 24**
	
Варианты № 5, 15, 25	**Варианты № 6, 16, 26**
	

Рис. 6.13. Задание Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы. Номера вариантов задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

Окончание вариантов задания Д8

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	

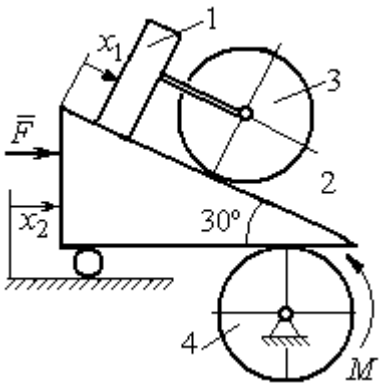
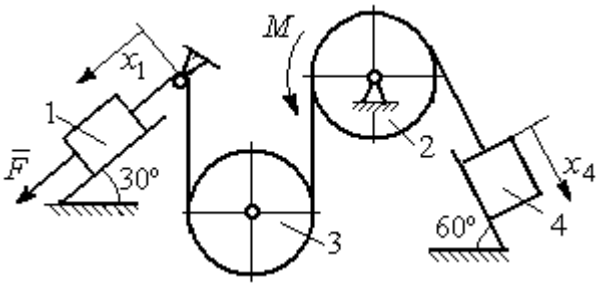
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	

Рис. 6.14. Задание Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы. Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 6.3

Исходные данные задания Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы

Номер варианта задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
P_1, Н	P	$2P$	P	$1{,}5P$	P	$3P$	P	$1{,}2P$	$3P$	P	$2P$	P	P	$2P$	P
P_2, Н	$3P$	$3P$	$4P$	$3P$	$2P$	P	$2P$	$3P$	P	$2P$	$3P$	$2P$	$3P$	$4P$	$3P$
P_3, Н	$2P$	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	$2P$	$3P$	P	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	$2P$	P	$2P$
P_4, Н	$2P$	P	P	$2P$	$3P$	$3P$	P	P	$2P$	P	P	P	$2P$	$2P$	$2P$
R, м	$2r$	$1{,}5r$	$2{,}5r$	$1{,}2r$	$2r$	r	$1{,}5r$	r	$2r$	r	$1{,}5r$	$1{,}2r$	$2r$	$2r$	$2r$
F, Н	P	$2P$	P	$3P$	P	P	$2P$	$4P$	P	$2P$	P	$2P$	$1{,}5P$	$4P$	$2P$
M, Н·м	$2Pr$	$3Pr$	$4Pr$	$3Pr$	$3Pr$	$4Pr$	$2Pr$	$2Pr$	$3Pr$	$2Pr$	$3Pr$	$4Pr$	$3Pr$	$3Pr$	$2Pr$

Окончание табл. 6.3

Номер варианта задания	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
P_1, Н	$4P$	$1{,}5P$	P	$2P$	P	P	$1{,}5P$	$1{,}5P$	$2P$	P	P	$2P$	$1{,}2P$	$3P$	$1{,}2P$
P_2, Н	$2P$	$2P$	$2P$	$4P$	$3P$	$4P$	$3P$	$4P$	$3P$	$2P$	$2P$	$1{,}2P$	$2P$	$3P$	$2P$
P_3, Н	$2P$	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	P	$2P$	$3P$	$2P$	P	P	$3P$
P_4, Н	$1{,}5P$	$2P$	$3P$	P	$2P$	$2P$	$2P$	P	$2P$	$3P$	P	P	$2P$	P	$2P$
R, м	$1{,}5r$	r	$1{,}5r$	$2r$	r	$1{,}2r$	$2r$	$1{,}5r$	$2r$	r	$1{,}5r$	$2r$	r	$1{,}2r$	$2r$
F, Н	$2P$	$2P$	P	$3P$	$4P$	$2P$	$3P$	$2P$	$3P$	P	$3P$	$1{,}5P$	$4P$	$2P$	$3P$
M, Н·м	$3Pr$	$2Pr$	$4Pr$	Pr	$4Pr$	$4Pr$	$2Pr$	Pr	$4Pr$	$2Pr$	$4Pr$	$2Pr$	$2Pr$	$3Pr$	$2Pr$

Пример выполнения задания Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы

Платформа 3 лежит горизонтально на катке 5 и блоке 4 одинакового радиуса R (рис. 6.15). На платформу действует горизонтальная сила $\vec{F}$. К блоку 4, вращающемуся вокруг неподвижной оси, приложена пара сил с моментом M. Каток 5 катится по горизонтальной поверхности. К краю платформы одним концом прикреплена горизонтальная нить, а к другому концу, перекинутому через невесомый блок, прикреплён груз 6, движущийся вертикально. На платформе 3 установлен каток 2 радиуса R. К центру катка прикреплена нить, расположенная параллельно платформе и натянутая грузом 1, движущимся вертикально (см. рис. 6.15). Движение системы началось из состояния покоя. Качение тел без проскальзывания. Определить уравнения движения системы в обобщённых координатах, если $R = 2r$, веса тел $P_1 = P_6 = P$, $P_3 = 3P$, $P_4 = P_5 = P_2 = 2P$, $F = P$, $M = 3Pr$.

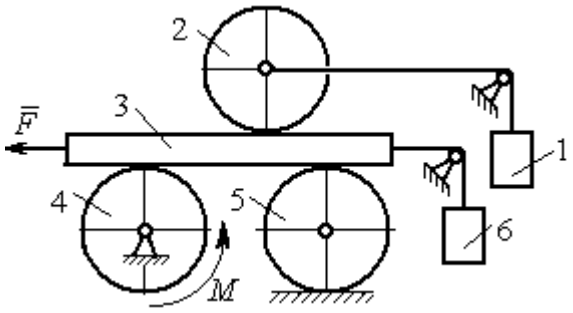


Рис. 6.15. Механическая система с двумя степенями свободы

Решение

Рассматриваемая механическая система, включающая катки 2, 5, платформу 3, блок 4 и грузы 1, 6, имеет две степени свободы, так как перемещение

катка 2 относительно платформы 3 не зависит от перемещения самой платформы. За обобщенные координаты выберем перемещение x_2 центра масс катка 2 относительно края платформы и перемещение x_3 платформы 3 относительно произвольной неподвижной вертикальной плоскости (рис. 6.16). Обобщенные скорости – скорость $\dot{x}_2$ центра масс катка 2 относительно края платформы и скорость платформы $\dot{x}_3$ относительно неподвижной вертикали. Уравнения Лагранжа II рода, описывающие движение системы:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2}\right)-\frac{\partial T}{\partial x_2}=Q_{x_2}, \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3}\right)-\frac{\partial T}{\partial x_3}=Q_{x_3},$$

где T – кинетическая энергия системы; Q_{x_2}, Q_{x_3} – обобщенные силы, соответствующие указанным обобщенным координатам.

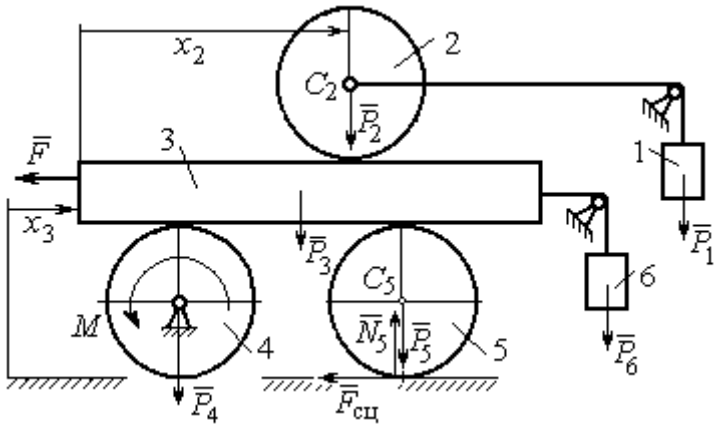


Рис. 6.16. Действующие силы
и обобщённые координаты механической системы

Вычислим кинетическую энергию системы как сумму кинетических энергий тел.

Платформа 3 совершает поступательное движение. Кинетическая энергия платформы $T_3=\frac{P_3}{2g}V_3^2$, где V_3 – скорость платформы, причём, в соответствии с выбором обобщённых координат и скоростей, $V_3=\dot{x}_3$.

Блок 4 вращается вокруг неподвижной оси. Энергия вращательного движения блока $T_4=\frac{1}{2}J_4\omega_4^2$, где J_4, ω_4 – осевой момент инерции блока 4 и его угловая скорость. Угловая скорость блока 4 $\omega_4=\frac{V_3}{R_4}=\frac{\dot{x}_3}{2r}$.

Каток 5 совершает плоскопараллельное движение, его кинетическая энергия вычисляется по формуле: $T_5 = \frac{1}{2}\frac{P_5}{g}V_{C_5}^2 + \frac{1}{2}J_5\omega_5^2$, где J_5 – момент инерции катка относительно оси вращения, проходящей через его центр масс; ω_5, V_{C_5} – угловая скорость и скорость центра масс катка 5. Для определения скорости центра масс катка 5 заметим, что точка касания катка с платформой имеет скорость, равную скорости платформы, а точка *K* касания катка с неподвижной горизонтальной поверхностью является его мгновенным центром скоростей. Следовательно, скорость центра катка равна половине скорости платформы: $V_{C_5} = \frac{1}{2}V_3 = \frac{1}{2}\dot{x}_3$. Угловая скорость катка 5 $\omega_5 = \frac{V_3}{2R_5} = \frac{\dot{x}_3}{4r}$ (рис. 6.17, *a*).

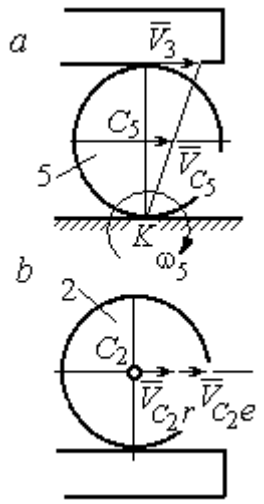


Рис. 6.17. Скорости центров катков 2 и 5

При расчёте кинетической энергии катка 2 необходимо учитывать, что каток совершает сложное движение. Качение катка по поверхности платформы является относительным движением, перемещение его вместе с платформой – переносным. Абсолютная скорость V_{C_2} центра масс катка 2 представляется в виде векторной суммы $\vec{V}_{C_2} = \vec{V}_{C_2r} + \vec{V}_{C_2e}$ (рис. 6.17, *b*), где $\vec{V}_{C_2e}$ – вектор переносной скорости катка, равный по модулю скорости платформы, $V_{C_2e} = V_3 = \dot{x}_3$; $\vec{V}_{C_2r}$ – вектор относительной скорости центра масс катка, равный по величине скорости центра масс катка 2 относительно края платформы, $V_{C_2r} = \dot{x}_2$. Модуль абсолютной скорости центра масс катка 2 равен сумме $V_{C_2} = V_{C_2r} + V_{C_2e} = \dot{x}_2 + \dot{x}_3$ (рис. 6.17, *b*).

Угловая скорость переносного движения катка 2 равна нулю, поскольку переносное движение катка – это поступательное движение платформы. В результате угловая скорость катка 2 равна его угловой скорости в относительном

движении: $\omega_2 = \dfrac{V_{C_2 r}}{R_2} = \dfrac{\dot{x}_2}{2r}$. Кинетическая энергия катка 2 рассчитывается по формуле: $T_2 = \dfrac{1}{2}\dfrac{P_2}{g}V_{C_2}^2 + \dfrac{1}{2}J_2\omega_2^2$, где J_2 – осевой момент инерции катка 2; ω_2 – угловая скорость катка; V_{C_2} – абсолютная скорость центра масс катка 2.

Движение грузов 1 и 6 поступательное, их кинетические энергии вычисляются по формулам: $T_1 = \dfrac{P_1}{2g}V_1^2$, $T_6 = \dfrac{P_6}{2g}V_6^2$. При этом скорость груза 1 равна абсолютной скорости центра катка 2: $V_1 = V_{C_2} = \dot{x}_2 + \dot{x}_3$, а скорость груза 6 равна скорости платформы: $V_6 = V_3 = \dot{x}_3$.

Выразим кинетическую энергию системы через обобщённые скорости. Кинетическая энергия:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 + T_6 =$$

$$= \frac{P_1}{2g}V_1^2 + \frac{1}{2}\frac{P_2}{g}V_{C_2}^2 + \frac{1}{2}J_2\omega_2^2 + \frac{P_3}{2g}V_3^2 + \frac{1}{2}J_4\omega_4^2 + \frac{1}{2}\frac{P_5}{g}V_{C_5}^2 + \frac{1}{2}J_5\omega_5^2 + \frac{P_6}{2g}V_6^2,$$

где значения скоростей: $V_1 = \dot{x}_2 + \dot{x}_3$, $V_{C_2} = \dot{x}_2 + \dot{x}_3$, $\omega_2 = \dfrac{\dot{x}_2}{2r}$, $V_3 = \dot{x}_3$, $\omega_4 = \dfrac{\dot{x}_3}{2r}$, $V_{C_5} = \dfrac{1}{2}\dot{x}_3$, $\omega_5 = \dfrac{\dot{x}_3}{4r}$, $V_6 = \dot{x}_3$. Значения осевых моментов инерции катков: $J_2 = \dfrac{P_2 R_2^2}{2g} = \dfrac{4Pr^2}{g}$, $J_4 = \dfrac{P_4 R_4^2}{2g} = \dfrac{4Pr^2}{g}$, $J_5 = \dfrac{P_5 R_5^2}{2g} = \dfrac{4Pr^2}{g}$. Подставляя значения скоростей, моментов инерции и данные задачи, получим выражение кинетической энергии системы в виде

$$T = \frac{P}{2g}(\dot{x}_2 + \dot{x}_3)^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2P}{g}(\dot{x}_2 + \dot{x}_3)^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{4Pr^2}{g}\left(\frac{\dot{x}_2}{2r}\right)^2 + \frac{3P}{2g}\dot{x}_3^2 +$$

$$+\frac{1}{2}\cdot\frac{4Pr^2}{g}\left(\frac{\dot{x}_3}{2r}\right)^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2P}{g}\left(\frac{\dot{x}_3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{4Pr^2}{g}\left(\frac{\dot{x}_3}{4r}\right)^2 + \frac{P}{2g}\dot{x}_3^2 =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{P}{g}\dot{x}_2^2 + \frac{3P}{2g}(\dot{x}_2 + \dot{x}_3)^2 + \frac{23P}{8g}\dot{x}_3^2 = \frac{2P}{g}\dot{x}_2^2 + \frac{3P}{g}\dot{x}_2\dot{x}_3 + \frac{35P}{8g}\dot{x}_3^2.$$

Дадим системе возможное перемещение по координате x_3, оставляя координату x_2 без изменения: $\delta x_3 > 0, \delta x_2 = 0$ (рис. 6.18). При таком перемещении каток 2 стоит на платформе и движется поступательно вместе с ней. В этом случае работа сил тяжести $\vec{P}_2$, $\vec{P}_5$, $\vec{P}_3$ катков 2, 5 и платформы 3 равна нулю, так как перемещения точек приложения этих сил перпендикулярны векторам сил (см. рис. 6.18). Работа силы тяжести $\vec{P}_4$ равна нулю, так как точка приложения силы лежит на неподвижной оси вращения блока 4.

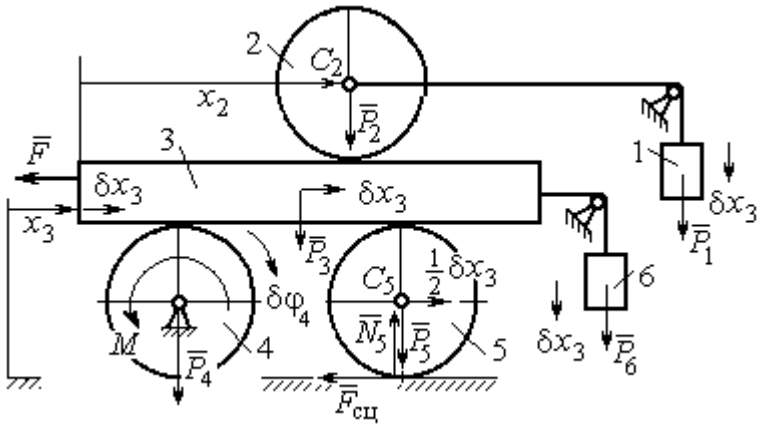


Рис. 6.18. Возможное перемещение системы при вариации обобщённых координат $\delta x_3 > 0$, $\delta x_2 = 0$

Работу будут производить сила $\vec{F}$, пара сил с моментом M и силы тяжести грузов $\vec{P}_1$ и $\vec{P}_6$. Суммарная работа сил на перемещении δx_3: $\delta A = -F\delta x_3 - M\delta\varphi_4 + P_1\delta x_3 + P_6\delta x_3$.

Представим полученное ранее соотношение $\omega_4 = \dfrac{\dot{x}_3}{2r}$ в дифференциальном виде: $d\varphi_4 = \dfrac{dx_3}{2r}$. Поскольку дифференциалы координат также являются возможными перемещениями, получим нужное соотношение $\delta\varphi_4 = \dfrac{\delta x_3}{2r}$. Теперь элементарную работу сил на возможном перемещении δx_3 с учётом значений сил можно представить в виде:

$$\delta A = -P\delta x_3 - 3Pr\frac{\delta x_3}{2r} + P\delta x_3 + P\delta x_3 = -\frac{1}{2}P\delta x_3,$$

отсюда обобщённая сила, соответствующая координате x_3: $Q_{x_3} = -\dfrac{1}{2}P$.

Дадим системе другое независимое перемещение – по координате x_2, оставляя координату x_3 без изменения: $\delta x_2 > 0, \delta x_3 = 0$ (рис. 6.19).

При этом возможном перемещении вся система стоит, кроме катка 2, который катится по поверхности неподвижной платформы, и груза 1, который опускается вертикально вниз. Работу совершает только сила тяжести груза 1. Выражая работу в виде $\delta A = P_1 \delta x_2 = P \delta x_2$, найдём обобщённую силу, соответствующую координате x_2: $Q_{x_2} = P$.

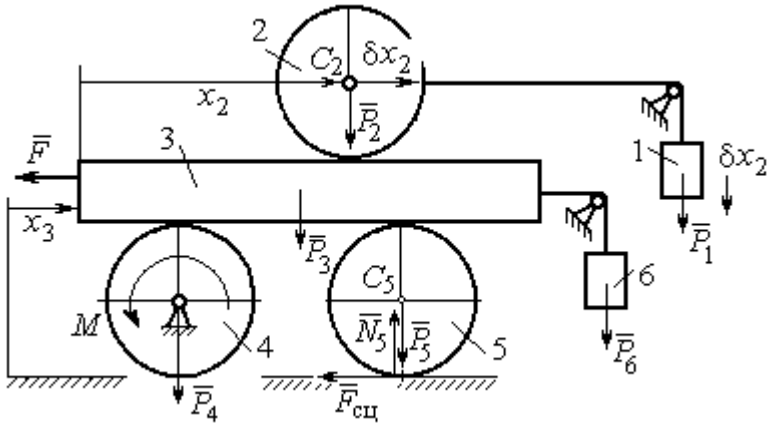


Рис. 6.19. Возможное перемещение системы при вариации обобщённых координат $\delta x_2 > 0$, $\delta x_3 = 0$

Составим уравнения Лагранжа. С этой целью вычислим частные производные от кинетической энергии по обобщенным скоростям $\dot{x}_3$ и $\dot{x}_2$:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3} = \frac{3P}{g}\dot{x}_2 + \frac{35P}{4g}\dot{x}_3, \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2} = \frac{4P}{g}\dot{x}_2 + \frac{3P}{g}\dot{x}_3$$

и по обобщённым координатам: $\frac{\partial T}{\partial x_3} = 0, \frac{\partial T}{\partial x_4} = 0.$

Определим полные производные по времени от частных производных кинетической энергии по скоростям:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3}\right) = \frac{3P}{g}\ddot{x}_2 + \frac{35P}{4g}\ddot{x}_3, \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2}\right) = \frac{4P}{g}\ddot{x}_2 + \frac{3P}{g}\ddot{x}_3.$$

Подставляя результаты расчётов в уравнения Лагранжа с учётом вычисленных значений обобщённых сил, получим систему дифференциальных уравнений, описывающих движение системы в обобщённых координатах:

$$12\ddot{x}_2 + 35\ddot{x}_3 = -2g, \quad 4\ddot{x}_2 + 3\ddot{x}_3 = g.$$

Алгебраическим решением системы служат значения ускорений:

$$\ddot{x}_3 = -\frac{5}{26}g = -0{,}19g \quad \text{и} \quad \ddot{x}_2 = \frac{41}{104}g = 0{,}39g.$$

Полученные выражения представляют собой дифференциальные уравнения, проинтегрировав которые дважды с нулевыми начальными условиями (движение началось из состояния покоя), найдём уравнения абсолютного движения платформы и относительного движения центра масс катка 2:

$$x_3 = -0{,}095gt^2, \quad x_2 = 0{,}195gt^2.$$

Отрицательное значение координаты x_3 означает, что движение платформы происходит в отрицательном направлении оси x_3 (см. рис. 6.16).

Абсолютное движение центра катка 2 представляется суммой относительного и переносного движений: $x_{C_2} = x_2 + x_3 = 0{,}1gt^2$.

Уравнение вращательного движения катка 2 находится на основании выражения $\varphi_2 = \frac{1}{R_2}x_2 = \frac{1}{2r}x_2 = 0{,}097\frac{gt^2}{r}$. Вращение блока 4 описывается уравнением $\varphi_4 = \frac{1}{R_4}x_3 = \frac{1}{2r}x_3 = -0{,}047\frac{gt^2}{r}$.

Движение катка 5 описывается двумя уравнениями: уравнением движения центра масс катка $x_{C_5} = \frac{1}{2}x_3 = -0{,}047gt^2$ и уравнением вращательного движения катка $\varphi_5 = \frac{x_3}{2R_5} = -0{,}024\frac{gt^2}{r}$.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Бать М. И., *Джанелидзе Г. Ю.*, *Кельзон А. С.* Теоретическая механика в примерах и задачах. Т. 1–2.– СПб.: Лань, 2010.

Бутенин Н. В., *Лунц Я. Л.*, *Меркин Д. Р.* Курс теоретической механики: в 2-х томах.– М.: Наука, 2009.

Вебер Г. Э., *Ляпцев С. А*. Лекции по теоретической механике. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2008.

Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики: учебн. для втузов. – М.: Высшая школа, 2010.

Учебное издание

Евгений Борисович Волков
Юрий Михайлович Казаков

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

сборник заданий для расчетно-графических работ

Учебно-методическое пособие
для самостоятельной работы студентов

Редактор *Л.В. Устьянцева*

Подписано в печать
Бумага писчая. Формат бумаги 60×84 1/16.
Гарнитура Times New Roman. Печать на ризографе.
Печ. л. 9,75 Уч. изд. л. 6,5 Тираж экз. Заказ №

Издательство УГГУ
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30
Уральский государственный горный университет.
Отпечатано с оригинал-макета
в лаборатории множительной техники УГГУ

4. ДИНАМИКА ТОЧКИ 73
4.1. Дифференциальные уравнения движения точки. 73
4.2. Задание Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки.... 73
4.3. Колебания материальной точки 80
4.4. Задание Д2. Исследование колебаний точки 84
4.5. Теорема об изменении кинетической энергии точки. 95
4.6. Задание Д3. Исследование движения точки
с применением теоремы об изменении кинетической энергии 96
5. ДИНАМИКА МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ 103
5.1. Описание движений твёрдых тел на основе общих теорем динамики системы . 103
5.2. Задание Д4. Динамический расчет механической системы 104
5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы. 112
5.4. Задание Д5. Исследование движения механической системы
с применением теоремы об изменении кинетической энергии 114
6. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА 124
6.1. Принципы механики. Общее уравнение динамики 124
6.2. Задание Д6. Исследование механической системы
с применением общего уравнения динамики 126
6.3. Уравнения Лагранжа II рода 136
6.4. Задание Д7. Исследование механической системы с одной степенью свободы
с применением уравнений Лагранжа 137
6.5. Задание Д8. Исследование механической системы с двумя степенями свободы 145
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ 155

Министерство науки и высшего образования РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

Б1.О.15 РАЗВИТИЕ НАВЫКОВ КРИТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ

Направление подготовки
05.03.01 *Геология*

Профиль
Гидрогеология, инженерная геология и геоэкология

год набора: 2023

Автор: Гладкова И. В., доцент, к.ф.н.

Одобрена на заседании кафедры	Рассмотрена методической комиссией
Философии и культурологии	Факультета геологии и геофизики
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____	Председатель _____
(подпись)	*(подпись)*
Беляев В. П.	Бондарев В. И.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 07.09.2022	Протокол № 1 от 13.09.2022

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
1	Методические рекомендации по работе с текстом лекций	5
2	Методические рекомендации по подготовке к опросу	8
3	Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)	9
4	Методические рекомендации по написанию эссе	11
5	Методические рекомендации по подготовке к семинарским занятиям	14
6	Методические рекомендации по подготовке к дискуссии	15
7	Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	17
	Заключение	20
	Список использованных источников	21

ВВЕДЕНИЕ

Инициативная самостоятельная работа студента есть неотъемлемая составная часть учебы в вузе. В современном формате высшего образования значительно возрастает роль самостоятельной работы студента. Правильно спланированная и организованная самостоятельная работа обеспечивает достижение высоких результатов в учебе.

Самостоятельная работа студента (СРС) - это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия, при сохранении ведущей роли студентов.

Целью СРС является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками по профилю будущей специальности, опытом творческой, исследовательской деятельности, развитие самостоятельности. Ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровней. Самостоятельная работа студента – важнейшая составная часть учебного процесса, обязательная для каждого студента, объем которой определяется учебным планом. Методологическую основу СРС составляет деятельностный подход, при котором цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, т. е. на реальные ситуации, в которых студентам надо проявить знание конкретной дисциплины. Предметно и содержательно СРС определяется государственным образовательным стандартом, действующими учебными планами и образовательными программами различных форм обучения, рабочими программами учебных дисциплин, средствами обеспечения СРС: учебниками, учебными пособиями и методическими руководствами, учебно-программными комплексами и т.д.

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

Самостоятельная работа студента - это особым образом организованная деятельность, включающая в свою структуру такие компоненты, как:

- уяснение цели и поставленной учебной задачи;
- четкое и системное планирование самостоятельной работы;
- поиск необходимой учебной и научной информации;
- освоение информации и ее логическая переработка;

- использование методов исследовательской, научно-исследовательской работы для решения поставленных задач;
- выработка собственной позиции по поводу полученной задачи;
- представление, обоснование и защита полученного решения;
- проведение самоанализа и самоконтроля.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы: аудиторная и внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию: текущие консультации, коллоквиум, прием и разбор домашних заданий и другие.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия: подготовка презентаций, составление глоссария, подготовка к практическим занятиям, подготовка рецензий, аннотаций на статью, подготовка к дискуссиям, круглым столам.

СРС может включать следующие формы работ:

- изучение лекционного материала;
- работа с источниками литературы: поиск, подбор и обзор литературы и электронных источников информации по заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий, выдаваемых на практических занятиях: тестов, докладов, контрольных работ и других форм текущего контроля;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельное изучение; подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к контрольной работе или коллоквиуму;
- подготовка к зачету, экзамену, другим аттестациям;
- написание реферата, эссе по заданной проблем;
- выполнение расчетно-графической работы;
- выполнение выполнение курсовой работы или проекта;
- анализ научной публикации по определенной преподавателем теме, ее реферирование;
- исследовательская работа и участие в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения. Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

Подготовка к самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

.

1. Методические рекомендации по работе с текстом лекций

На лекционных занятиях необходимо конспектировать учебный материал. Обращать внимание на формулировки, определения, раскрывающие содержание тех или иных понятий, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском мастерстве. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента, и помогает усвоить учебный материал.

Желательно оставлять в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений, фиксировать вопросы, вызывающие личный интерес, варианты ответов на них, сомнения, проблемы, спорные положения. Рекомендуется вести записи на одной стороне листа, оставляя вторую сторону для размышлений, разборов, вопросов, ответов на них, для фиксирования деталей темы или связанных с ней фактов, которые припоминаются самим студентом в ходе слушания.

Слушание лекций - сложный вид интеллектуальной деятельности, успех которой обусловлен *умением слушать*, и стремлением воспринимать материал, нужное записывая в тетрадь. Запись лекции помогает сосредоточить внимание на главном, в ходе самой лекции продумать и осмыслить услышанное, осознать план и логику изложения материала преподавателем.

Такая работа нередко вызывает трудности у студентов: некоторые стремятся записывать все дословно, другие пишут отрывочно, хаотично. Чтобы избежать этих ошибок, целесообразно придерживаться ряда правил.

1. После записи ориентирующих и направляющих внимание данных (тема, цель, план лекции, рекомендованная литература) важно попытаться проследить, как они раскрываются в содержании, подкрепляются формулировками, доказательствами, а затем и выводами.

2. Записывать следует основные положения и доказывающие их аргументы, наиболее яркие примеры и факты, поставленные преподавателем вопросы для самостоятельной проработки.

3. Стремиться к четкости записи, ее последовательности, выделяя темы, подтемы, вопросы и подвопросы, используя цифровую и буквенную нумерацию (римские и арабские цифры, большие и малые буквы), красные строки, выделение абзацев, подчеркивание главного и т.д.

Форма записи материала может быть различной - в зависимости от специфики изучаемого предмета. Это может быть стиль учебной программы (назывные предложения), уместны и свои краткие пояснения к записям.

Студентам не следует подробно записывать на лекции «все подряд», но обязательно фиксировать то, что преподаватели диктуют – это базовый конспект, содержащий основные положения лекции: определения, выводы, параметры, критерии, аксиомы, постулаты, парадигмы, концепции, ситуации, а также мысли-маяки (ими часто являются афоризмы, цитаты, остроумные изречения). Запись лекции лучше вести в сжатой форме, короткими и четкими фразами. Каждому студенту полезно выработать свою систему сокращений, в которой он мог бы разобраться легко и безошибочно.

Даже отлично записанная лекция предполагает дальнейшую самостоятельную работу над ней (осмысление ее содержания, логической структуры, выводов). С целью доработки конспекта лекции необходимо в первую очередь прочитать записи, восстановить текст в памяти, а также исправить описки, расшифровать не принятые ранее сокращения, заполнить пропущенные места, понять текст, вникнуть в его смысл. Далее прочитать материал по рекомендуемой литературе, разрешая в ходе чтения возникшие ранее затруднения, вопросы, а также дополняя и исправляя свои записи. В ходе доработки конспекта углубляются, расширяются и закрепляются знания, а также дополняется, исправляется и совершенствуется конспект. Доработанный конспект и

рекомендуемая литература используется при подготовке к практическому занятию. Знание лекционного материала при подготовке к практическому занятию обязательно.

Особенно важно в процессе самостоятельной работы над лекцией выделить новый понятийный аппарат, уяснить суть новых понятий, при необходимости обратиться к словарям и другим источникам, заодно устранив неточности в записях. Главное - вести конспект аккуратно и регулярно, только в этом случае он сможет стать подспорьем в изучении дисциплины.

Работа над лекцией стимулирует самостоятельный поиск ответов на самые различные вопросы: над какими понятиями следует поработать, какие обобщения сделать, какой дополнительный материал привлечь.

Важным средством, направляющим самообразование, является выполнение различных заданий по тексту лекции, например, составление ее развернутого плана или тезисов; ответы на вопросы проблемного характера, (скажем, об основных тенденциях развития той или иной проблемы); составление проверочных тесты по проблеме, написание по ней реферата, составление графических схем.

По своим задачам лекции могут быть разных жанров: *установочная лекция* вводит в изучение курса, предмета, проблем (что и как изучать), а *обобщающая лекция* позволяет подвести итог (зачем изучать), выделить главное, усвоить законы развития знания, преемственности, новаторства, чтобы применить обобщенный позитивный опыт к решению современных практических задач. Обобщающая лекция ориентирует в истории и современном состоянии научной проблемы.

В процессе освоения материалов обобщающих лекций студенты могут выполнять задания разного уровня. Например: задания *репродуктивного* уровня (составить развернутый план обобщающей лекции, составить тезисы по материалам лекции); задания *продуктивного* уровня (ответить на вопросы проблемного характера, составить опорный конспект по схеме, выявить основные тенденции развития проблемы); задания *творческого* уровня (составить проверочные тесты по теме, защитить реферат и графические темы по данной проблеме). Обращение к ранее изученному материалу не только помогает восстановить в памяти известные положения, выводы, но и приводит разрозненные знания в систему, углубляет и расширяет их. Каждый возврат к старому материалу позволяет найти в нем что-то новое, переосмыслить его с иных позиций, определить для него наиболее подходящее место в уже имеющейся системе знаний.

.

2. Методические указания по подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

Письменный опрос

Письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента. При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

Устный опрос

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются для освещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии [1].

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).
8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)[2].

---

[1] Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

[2]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. Объем временина на подготовку к устному опросу зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

3.Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)

Доклад – публичное сообщение по заданной теме, представляющее собой развернутое изложение на определенную тему, вид самостоятельной работы, который используется в учебных и внеаудиторных занятиях и способствует формированию навыков исследовательской работы, освоению методов научного познания, приобретению навыков публичного выступления, расширяет познавательные интересы, приучает критически мыслить.

При подготовке доклада используется дополнительная литература, систематизируется материал. Работа над докладом не только позволяет учащемуся приобрести новые знания, но и способствует формированию важных научно-исследовательских навыков самостоятельной работы с научной литературой, что повышает познавательный интерес к научному познанию.

Приветствуется использование мультимедийных технологий, подготовка докладов-презентаций.

Доклад должен соответствовать следующим требованиям:

- тема доклада должна быть согласованна с преподавателем и соответствовать теме занятия;

- иллюстрации (слайды в презентации) должны быть достаточными, но не чрезмерными;

- материалы, которыми пользуется студент при подготовке доклада-презентации, должны тсоответствовать научно-методическим требованиям ВУЗа и быть указаны в докладе;

- необходимо соблюдать регламент: 7-10 минут выступления.

Преподаватель может дать тему сразу нескольким студентам одной группы, по принципу: докладчик и оппонент. Студенты могут подготовить два выступления с противоположными точками зрения и устроить дискуссию по проблемной теме. Докладчики и содокладчики во многом определяют содержание, стиль, активность данного занятия, для этого необходимо:

- использовать технические средства;
- знать и хорошо ориентироваться в теме всей презентации (семинара);
- уметь дискутировать и быстро отвечать на вопросы;
- четко выполнять установленный регламент: докладчик - 7-10 мин.; содокладчик - 5 мин.; дискуссия - 10 мин;
- иметь представление о композиционной структуре доклада.

После выступления докладчик и содокладчик, должны ответить на вопросы слушателей.

В подготовке доклада выделяют следующие этапы:

1. Определение цели доклада: информировать, объяснить, обсудить что-то (проблему, решение, ситуацию и т. п.)

2. Подбор литературы, иллюстративных примеров.

3. Составление плана доклада, систематизация материала, композиционное оформление доклада в виде печатного /рукописного текста и электронной презентации.

Общая структура доклада

Построение доклада включает три части: вступление, основную часть и заключение.

Вступление.

Вступление должно содержать:

- название презентации (доклада);
- сообщение основной идеи;
- обоснование актуальности обсуждаемого вопроса;

- современную оценку предмета изложения;
- краткое перечисление рассматриваемых вопросов;
- живую интересную форму изложения;
- акцентирование оригинальности подхода.

Основная часть.

Основная часть состоит из нескольких разделов, постепенно раскрывающих тему. Возможно использование иллюстрации (графики, диаграммы, фотографии, карты, рисунки) Если необходимо, для обоснования темы используется ссылка на источники с доказательствами, взятыми из литературы (цитирование авторов, указание цифр, фактов, определений). Изложение материала должно быть связным, последовательным, доказательным.

Задача основной части - представить достаточно данных для того, чтобы слушатели и заинтересовались темой и захотели ознакомиться с материалами. При этом логическая структура теоретического блока не должны даваться без наглядных пособий, аудио-визуальных и визуальных материалов.

Заключение.

Заключение - это ясное четкое обобщение, в котором подводятся итоги, формулируются главные выводы, подчеркивается значение рассмотренной проблемы, предлагаются самые важные практические рекомендации. Требования к оформлению доклада. Объем машинописного текста доклада должен быть рассчитан на произнесение доклада в течение 7 -10 минут (3-5 машинописных листа текста с докладом).

Доклад оценивается по следующим критериям:

Критерии оценки доклада, сообщения	*Количество баллов*
Содержательность, информационная насыщенность доклада	2
Наличие аргументов	2
Наличие выводов	2
Наличие презентации доклада	2
Владение профессиональной лексикой	2
Итого:	10

Электронные презентации выполняются в программе MS PowerPoint в виде слайдов в следующем порядке: • титульный лист с заголовком темы и автором исполнения презентации; • план презентации (5-6 пунктов - это максимум); • основная часть (не более 10 слайдов); • заключение (вывод). Общие требования к стилевому оформлению презентации: • дизайн должен быть простым и лаконичным; • основная цель - читаемость, а не субъективная красота; цветовая гамма должна состоять не более чем из двух-трех цветов; • всегда должно быть два типа слайдов: для титульных и для основного текста; • размер шрифта должен быть: 24–54 пункта (заголовок), 18–36 пунктов (обычный текст); • текст должен быть свернут до ключевых слов и фраз. Полные развернутые предложения на слайдах таких презентаций используются только при цитировании; каждый слайд должен иметь заголовок; • все слайды должны быть выдержаны в одном стиле; • на каждом слайде должно быть не более трех иллюстраций; • слайды должны быть пронумерованы с указанием общего количества слайдов

4. Методические рекомендации по написанию эссе

Эссе - это самостоятельная письменная работа на тему, предложенную преподавателем. Цель эссе состоит в развитии навыков самостоятельного творческого мышления и письменного изложения собственных мыслей. Писать эссе чрезвычайно полезно, поскольку это позволяет автору научиться четко и грамотно формулировать мысли, структурировать информацию, использовать основные категории анализа, выделять причинно-следственные связи, иллюстрировать понятия соответствующими примерами, аргументировать свои выводы; овладеть научным стилем речи.

Эссе должно содержать: четкое изложение сути поставленной проблемы, включать самостоятельно проведенный анализ этой проблемы с использованием концепций и аналитического инструментария, рассматриваемого в рамках дисциплины, выводы, обобщающие авторскую позицию по поставленной проблеме. В зависимости от специфики дисциплины формы эссе могут значительно дифференцироваться. В некоторых случаях это может быть анализ имеющихся статистических данных по изучаемой проблеме, анализ материалов из средств массовой информации и использованием изучаемых моделей, подробный разбор предложенной задачи с развернутыми мнениями, подбор и детальный анализ примеров, иллюстрирующих проблему и т.д.

Построение эссе - это ответ на вопрос или раскрытие темы, которое основано на классической системе доказательств.

Структура эссе

1. *Титульный лист* (заполняется по единой форме);

2. *Введение* - суть и обоснование выбора данной темы, состоит из ряда компонентов, связанных логически и стилистически.

На этом этапе очень важно правильно *сформулировать вопрос, на который вы собираетесь найти ответ в ходе своего исследования.*

3. *Основная часть* - теоретические основы выбранной проблемы и изложение основного вопроса.

Данная часть предполагает развитие аргументации и анализа, а также обоснование их, исходя из имеющихся данных, других аргументов и позиций по этому вопросу. В этом заключается основное содержание эссе и это представляет собой главную трудность. Поэтому важное значение имеют подзаголовки, на основе которых осуществляется структурирование аргументации; именно здесь необходимо обосновать (логически, используя данные или строгие рассуждения) предлагаемую аргументацию/анализ. Там, где это необходимо, в качестве аналитического инструмента можно использовать графики, диаграммы и таблицы.

В зависимости от поставленного вопроса анализ проводится на основе следующих категорий:

Причина - следствие, общее - особенное, форма - содержание, часть - целое, постоянство - изменчивость.

В процессе построения эссе необходимо помнить, что один параграф должен содержать только одно утверждение и соответствующее доказательство, подкрепленное графическим и иллюстративным материалом. Следовательно, наполняя содержанием разделы аргументацией (соответствующей подзаголовкам), необходимо в пределах параграфа ограничить себя рассмотрением одной главной мысли.

Хорошо проверенный (и для большинства — совершено необходимый) способ построения любого эссе - использование подзаголовков для обозначения ключевых моментов аргументированного изложения: это помогает посмотреть на то, что предполагается сделать (и ответить на вопрос, хорош ли замысел). Такой подход поможет следовать точно определенной цели в данном исследовании. Эффективное использование подзаголовков - не только обозначение основных пунктов, которые необходимо осветить.

Их последовательность может также свидетельствовать о наличии или отсутствии логичности в освещении темы.

4. *Заключение* - обобщения и аргументированные выводы по теме с указанием области ее применения и т.д. Подытоживает эссе или еще раз вносит пояснения, подкрепляет смысл и значение изложенного в основной части. Методы, рекомендуемые для составления заключения: повторение, иллюстрация, цитата, впечатляющее утверждение. Заключение может содержать такой очень важный, дополняющий эссе элемент, как указание на применение (импликацию) исследования, не исключая взаимосвязи с другими проблемами.

Структура аппарата доказательств, необходимых для написания эссе

Доказательство - это совокупность логических приемов обоснования истинности какого-либо суждения с помощью других истинных и связанных с ним суждений. Оно связано с убеждением, но не тождественно ему: аргументация или доказательство должны основываться на данных науки и общественно-исторической практики, убеждения же могут быть основаны на предрассудках, неосведомленности людей в вопросах экономики и политики, видимости доказательности. Другими словами, доказательство или аргументация - это рассуждение, использующее факты, истинные суждения, научные данные и убеждающее нас в истинности того, о чем идет речь.

Структура любого доказательства включает в себя три составляющие: тезис, аргументы и выводы или оценочные суждения.

Тезис - это положение (суждение), которое требуется доказать. *Аргументы* - это категории, которыми пользуются при доказательстве истинности тезиса. *Вывод* - это мнение, основанное на анализе фактов. *Оценочные суждения* - это мнения, основанные на наших убеждениях, верованиях или взглядах. *Аргументы* обычно делятся на следующие группы:

1. *Удостоверенные факты* — фактический материал (или статистические данные).
2. *Определения* в процессе аргументации используются как описание понятий, связанных с тезисом.
3. *Законы* науки и ранее доказанные теоремы тоже могут использоваться как аргументы доказательства.

Требования к фактическим данным и другим источникам

При написании эссе чрезвычайно важно то, как используются эмпирические данные и другие источники (особенно качество чтения). Все (фактические) данные соотносятся с конкретным временем и местом, поэтому прежде, чем их использовать, необходимо убедится в том, что они соответствуют необходимому для исследований времени и месту. Соответствующая спецификация данных по времени и месту — один из способов, который может предотвратить чрезмерное обобщение, результатом которого может, например, стать предположение о том, что все страны по некоторым важным аспектам одинаковы (если вы так полагаете, тогда это должно быть доказано, а не быть голословным утверждением).

Всегда можно избежать чрезмерного обобщения, если помнить, что в рамках эссе используемые данные являются иллюстративным материалом, а не заключительным актом, т.е. они подтверждают аргументы и рассуждения и свидетельствуют о том, что автор умеет использовать данные должным образом. Нельзя забывать также, что данные, касающиеся спорных вопросов, всегда подвергаются сомнению. От автора не ждут определенного или окончательного ответа. Необходимо понять сущность фактического материала, связанного с этим вопросом (соответствующие индикаторы? насколько надежны данные для построения таких индикаторов? к какому заключению можно прийти на основании имеющихся данных и индикаторов относительно причин и следствий? и т.д.), и продемонстрировать это в эссе. Нельзя ссылаться на работы, которые автор эссе не читал сам.

Как подготовить и написать эссе?

Качество любого эссе зависит от трех взаимосвязанных составляющих, таких как:

1. Исходный материал, который будет использован (конспекты прочитанной литературы, лекций, записи результатов дискуссий, собственные соображения и накопленный опыт по данной проблеме).

2. Качество обработки имеющегося исходного материала (его организация, аргументация и доводы).

3. Аргументация (насколько точно она соотносится с поднятыми в эссе проблемами).

Процесс написания эссе можно разбить на несколько стадий: обдумывание - планирование - написание - проверка - правка.

Планирование - определение цели, основных идей, источников информации, сроков окончания и представления работы.

Цель должна определять действия.

Идеи, как и цели, могут быть конкретными и общими, более абстрактными. Мысли, чувства, взгляды и представления могут быть выражены в форме аналогий, ассоциации, предположений, рассуждений, суждений, аргументов, доводов и т.д.

Аналогии - выявление идеи и создание представлений, связь элементов значений.

Ассоциации - отражение взаимосвязей предметов и явлений действительности в форме закономерной связи между нервно - психическими явлениями (в ответ на тот или иной словесный стимул выдать «первую пришедшую в голову» реакцию).

Предположения - утверждение, не подтвержденное никакими доказательствами.

Рассуждения - формулировка и доказательство мнений.

Аргументация - ряд связанных между собой суждений, которые высказываются для того, чтобы убедить читателя (слушателя) в верности (истинности) тезиса, точки зрения, позиции.

Суждение - фраза или предложение, для которого имеет смысл вопрос: истинно или ложно?

Доводы - обоснование того, что заключение верно абсолютно или с какой-либо долей вероятности. В качестве доводов используются факты, ссылки на авторитеты, заведомо истинные суждения (законы, аксиомы и т.п.), доказательства (прямые, косвенные, «от противного», «методом исключения») и т.д.

Перечень, который получится в результате перечисления идей, поможет определить, какие из них нуждаются в особенной аргументации.

*Источники***.** Тема эссе подскажет, где искать нужный материал. Обычно пользуются библиотекой, Интернет-ресурсами, словарями, справочниками. Пересмотр означает редактирование текста с ориентацией на качество и эффективность.

Качество текста складывается из четырех основных компонентов: ясности мысли, внятности, грамотности и корректности.

Мысль - это содержание написанного. Необходимо четко и ясно формулировать идеи, которые хотите выразить, в противном случае вам не удастся донести эти идеи и сведения до окружающих.

Внятность - это доступность текста для понимания. Легче всего ее можно достичь, пользуясь логично и последовательно тщательно выбранными словами, фразами и взаимосвязанными абзацами, раскрывающими тему.

Грамотность отражает соблюдение норм грамматики и правописания. Если в чем-то сомневаетесь, загляните в учебник, справьтесь в словаре или руководстве по стилистике или дайте прочитать написанное человеку, чья манера писать вам нравится.

Корректность — это стиль написанного. Стиль определятся жанром, структурой работы, целями, которые ставит перед собой пишущий, читателями, к которым он обращается.

5. Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой *дискуссию* в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие подведением итогоа обсуждения, заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия, демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Готовясь к конкретной теме занятия следует ознакомиться с новыми официальными документами, статьями в периодических журналах, вновь вышедшими монографиями.

6. Методические рекомендации по подготовке к дискуссии

Современная практика предлагает широкий круг типов семинарских занятий. Среди них особое место занимает *семинар-дискуссия,* где в диалоге хорошо усваивается новая информация, видны убеждения студента, обсуждаются противоречия (явные и скрытые) и недостатки. Для обсуждения берутся конкретные актуальные вопросы, с которыми студенты предварительно ознакомлены. Дискуссия является одной из наиболее эффективных технологий группового взаимодействия, обладающей особыми возможностями в обучении, развитии и воспитании будущего специалиста.

Дискуссия (от лат. discussio - рассмотрение, исследование) - способ организации совместной деятельности с целью интенсификации процесса принятия решений в группе посредством обсуждения какого-либо вопроса или проблемы.

Дискуссия обеспечивает активное включение студентов в поиск истины; создает условия для открытого выражения ими своих мыслей, позиций, отношений к обсуждаемой теме и обладает особой возможностью воздействия на установки ее участников в процессе группового взаимодействия. Дискуссию можно рассматривать как *метод интерактивного обучения* и как особую технологию, включающую в себя другие методы и приемы обучения: «мозговой штурм», «анализ ситуаций» и т.д.

Обучающий эффект дискуссии определяется предоставляемой участнику возможностью получить разнообразную информацию от собеседников, продемонстрировать и повысить свою компетентность, проверить и уточнить свои представления и взгляды на обсуждаемую проблему, применить имеющиеся знания в процессе совместного решения учебных и профессиональных задач.

Развивающая функция дискуссии связана со стимулированием творчества обучающихся, развитием их способности к анализу информации и аргументированному, логически выстроенному доказательству своих идей и взглядов, с повышением коммуникативной активности студентов, их эмоциональной включенности в учебный процесс.

Влияние дискуссии на личностное становление студента обусловливается ее целостно - ориентирующей направленностью, созданием благоприятных условий для проявления индивидуальности, самоопределения в существующих точках зрения на определенную проблему, выбора своей позиции; для формирования умения взаимодействовать с другими, слушать и слышать окружающих, уважать чужие убеждения, принимать оппонента, находить точки соприкосновения, соотносить и согласовывать свою позицию с позициями других участников обсуждения.

Безусловно, наличие оппонентов, противоположных точек зрения всегда обостряет дискуссию, повышает ее продуктивность, позволяет создавать с их помощью конструктивный конфликт для более эффективного решения обсуждаемых проблем.

Существует несколько видов дискуссий, использование того или иного типа дискуссии зависит от характера обсуждаемой проблемы и целей дискуссии.

Дискуссия- диалог чаще всего применяется для совместного обсуждения учебных и производственных проблем, решение которых может быть достигнуто путем взаимодополнения, группового взаимодействия по принципу «индивидуальных вкладов» или на основе согласования различных точек зрения, достижения консенсуса.

Дискуссия - спор используется для всестороннего рассмотрения сложных проблем, не имеющих однозначного решения даже в науке, социальной, политической жизни, производственной практике и т.д. Она построена на принципе «позиционного противостояния» и ее цель - не столько решить проблему, сколько побудить участников дискуссии задуматься над проблемой, уточнить и определить свою позицию; научить аргументировано отстаивать свою точку зрения и в то же время осознать право других иметь свой взгляд на эту проблему, быть индивидуальностью.

Условия эффективного проведения дискуссии:

- информированность и подготовленность студентов к дискуссии,

- свободное владение материалом, привлечение различных источников для аргументации отстаиваемых положений;

- правильное употребление понятий, используемых в дискуссии, их единообразное понимание;

- корректность поведения, недопустимость высказываний, задевающих личность оппонента; установление регламента выступления участников;

- полная включенность группы в дискуссию, участие каждого студента в ней.

Подготовка студентов к дискуссии: если тема объявлена заранее, то следует ознакомиться с указанной литературой, необходимыми справочными материалами, продумать свою позицию, четко сформулировать аргументацию, выписать цитаты, мнения специалистов.

В проведении дискуссии выделяется несколько этапов.

Этап 1-й, введение в дискуссию: формулирование проблемы и целей дискуссии;

определение значимости проблемы, совместная выработка правил дискуссии; выяснение однозначности понимания темы дискуссии, используемых в ней терминов, понятий.

Этап 2-й, обсуждение проблемы: обмен участниками мнениями по каждому вопросу. Цель этапа - собрать максимум мнений, идей, предложений, соотнося их друг с другом.

Этап 3-й, подведение итогов обсуждения: выработка студентами согласованного мнения и принятие группового решения.

Далее подводятся итоги дискуссии, заслушиваются и защищаются проектные задания. После этого проводится "мозговой штурм" по нерешенным проблемам дискуссии, а также выявляются прикладные аспекты, которые можно рекомендовать для включения в курсовые и дипломные работы или в апробацию на практике.

Семинары-дискуссии проводятся с целью выявления мнения студентов по актуальным и проблемным вопросам.

7. Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

Экзамен (зачет) - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неусвоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь

на то, что это не попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала. кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неутомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины. Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или и учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На

консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальный сон, иначе в день экзамена не будет чувства бодрости и уверенности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства.

Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

1) систематическая самостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;

2) добросовестное выполнение заданий;

3) выяснение и уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;

4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

5) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам развития навыков критического мышления.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально - ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

2. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

3. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности (на материале немецкого языка): Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5

Министерство образования Российской Федерации
УРАЛЬСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ ГОРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ

В.Н. Бабич, Е.И. Шангина

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ «БЛОК-ДИАГРАММА» ПО ДИСЦИПЛИНЕ «НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ. ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА» ДЛЯ СТУДЕНТОВ НАПРАВЛЕНИЯ 553200 – «ГЕОЛОГИЯ И РАЗВЕДКА ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ»

ЕКАТЕРИНБУРГ
2003

УРАЛЬСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ ГОРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ

Методическое пособие

по выполнению индивидуальной графической работы «Блок-диаграмма» по дисциплине «Начертательная геометрия. Инженерная графика» для студентов направления 553200 – «Геология и разведка полезных ископаемых»

2-е издание, стереотипное

Издание УГГГА Екатеринбург, 2003

Методическое пособие по выполнению индивидуальной графической работы «Блок-диаграмма» по дисциплине «Начертательная геометрия. Инженерная графика» для студентов направления 553200 – «Геология и разведка полезных ископаемых». /В. Н. Бабич, Е. И. Шангина. - 2-е изд. стереотипное. - Екатеринбург: Изд-во УГГГА, 2003. – 15 с.

В работе рассмотрены теоретические вопросы по курсу «Проекции с числовыми отметками». Предложена методика решения задач по темам «Топографические поверхности», «Нахождение общих элементов плоскости и топографической поверхности», «Сечение топографической поверхности плоскостью», «Аксонометрические проекции».

Методическое пособие рассмотрено на заседании кафедры инженерной графики 26.09.2001 года (протокол №6) и рекомендовано для издания в УГГГА.

Рецензент – Ю. И. Самохвалов, доцент УГГГА

© Шангина Е. И., 2001

© Шангина Е. И., 2003

© Уральская государственная горно-геологическая академия, 2001

© Уральская государственная горно-геологическая академия, 2003

ВВЕДЕНИЕ

Эпюр выполняется на формате Al (594* 841) в масштабе 1:1000 и включает в себя решение следующих задач:
- построение линии выхода пласта на поверхность;
- построение прямого разреза (вкрест простирания);
- построение вертикальных профилей АВ, ВС, СД, ДА, определяемых сторонами заданного плана;
- построение линии среза пласта по горизонту 92,5;
- построение блок-диаграммы (ячеечной), ограниченного вертикальными профилями АВ, ВС, CD, DA и плоскостью нулевого уровня в аксонометрии с линией выхода пласта на поверхность.

Исходные параметры всех вариантов сведены в таблицу №1 и задаются следующим образом:
1. Месторождение ограничено двумя параллельными плоскостями -плоскостью кровли пласта (верхняя плоскость) и плоскостью подошвы (нижняя плоскость). Плоскость кровли пласта задаётся точкой **F**(x,y,z), азимутом падения интервалом **l** (масштабом падения плоскости), параметры которых представлены в табл. l.
2. Горизонтальная мощность $\mathbf{H_г}$ пласта нужна для построения плоскости, называемой подошвой, которая также задана в табл. 1.
3. Построение блок-диаграммы осуществляется в стандартной аксонометрической проекции, указанной ее номером. В конце таблицы для каждой стандартной аксонометрической проекции этот номер присвоен. Пример выполнения графической работы представлен на рис. 7.

Построение линии выхода пласта на поверхность

Для нахождения линии пересечения плоскости с топографической поверхностью необходимо найти ряд общих точек, которые одновременно принадлежат плоскости и заданной поверхности. На плане топографическая поверхность задается изогипсами - плоскими линиями, параллельными горизонтальной плоскости проекций, каждая из которых имеет свою высотную отметку. Надо построить горизонтали плоскости кровли, имеющие такие же высотные отметки, что и изогипсы на плане.

Плоскость кровли задана точкой **F**, азимутом падения и интервалом **l** (см. табл.1). Построив плоскость кровли на плане (задав ее масштабом зало-жения), находим линию пересечения плоскости кровли с топографической поверхностью. Точки, принадлежащие линии пересечения, получаются в результате пересечения соответствующих изогипс и горизонталей плоскости кровли, т. е. имеющих одинаковые высотные отметки, если таковые имеются в пределах плана (рис. 1).

Найденные общие точки соединяют плавной кривой, которая будет яв-ляться линией пересечения плоскости и топографической поверхности.

Полученная линия кровли пласта обводится красным цветом

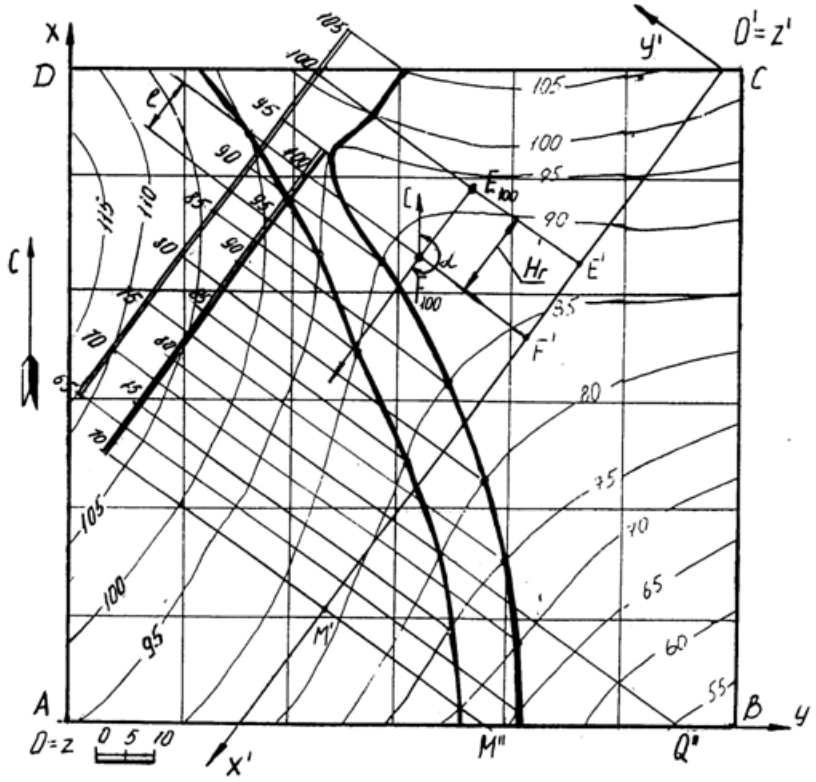


Рис.1

Пересечение плоскости подошвы пласта и топографической поверхности

Плоскость кровли пласта и плоскость подошвы пласта - две параллельные плоскости. Следовательно, на чертеже горизонтали этих плоскостей будут соответственно параллельны, масштабы заложения равны, направления падения их совпадают.

Горизонтальная мощность пласта определяется расстоянием между плоскостями кровли и подошвы пласта, измеряемое в горизонтальном направлении и в нашем случае равна $\mathbf{H}_г$ (см. табл.1). Следовательно, отложив от точки **F** расстояние, равное $\mathbf{H}_г$ по направлению восстания плоскости пласта (т. к. плоскость подошвы ниже плоскости кровли), получим точку **E** с такой же высотной отметкой, как и у точки **F** (рис.1). Направление и масштаб заложения подошвы пласта будут такими же, как и у кровли пласта. Плоскость подошвы пласта определяется точкой **E**, азимутом падения и интервалом **l**.

Строят те горизонтали подошвы пласта, высотные отметки которых совпадают с высотными отметками изогипс. Находят общие точки, которые соединяют плавной кривой линией. Полученная линия подошвы пласта обводится синим цветом.

Полное построение линии выхода пласта на поверхность показано на рис.1.

Построение прямого разреза (вкрест простирания)

На плане выбирают вертикальную плоскость, перпендикулярную к горизонталям пласта (в удобном месте, как показано на рис. 1). Полученный разрез называется прямым или вкрест простирания.

Разрез ограничивается нулевой плоскостью, топографической поверх-ностью и прямыми пересечения плоскости прямого разреза с ближайшими вертикальными плоскостями, ограниченными прямоугольником ABCD.

Для построения прямого разреза вводят декартову систему координат x'O'y' на плане, где ось O'x' совпадает с плоскостью разреза, ось O'y' перпен-дикулярна к оси O'x' (по часовой стрелке), ось z' проецируется в точку (рис. 1).

Вертикальный прямой разрез будет определяться осью O'x' и осью O'z', где координата z' будет равна числовой отметке соответствующей изогипсы (рис. 2). Таким образом, получают построение вертикального прямого (вкрест простирания) разреза, на котором строят следы пласта.

Для построения следов пласта на разрезе вкрест простирания поступают так. По горизонтали переносят точку **F** на след плоскости вертикального

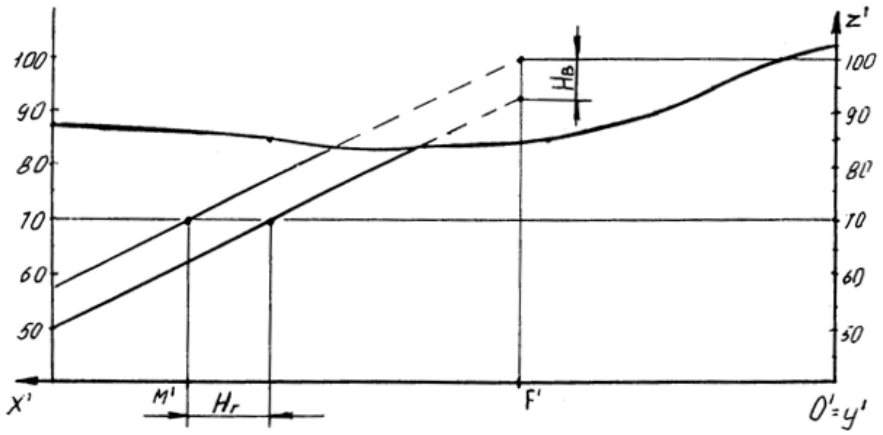


Рис. 2

Построение вертикальных профилей AB, BC, CD, DA выполняется анало-гично. Пример построения вертикального профиля AB показан на рис. 3. Для построения подошвы от прямой следа плоскости кровли пласта откладывают вертикальную мощность **$H_в$**, взятую с разреза вкрест простирания и проводят прямую, параллельную следу плоскости кровли.

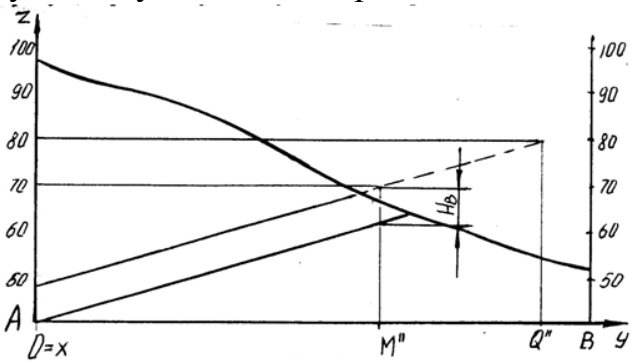


Рис.3

Нахождение высотной отметки точки, не лежащей на изогипсе

Для построения высотной отметки точки а (рис. 4), не лежащей на изогипсе, поступают следующим образом:
- через точку А проводят кратчайшую прямую I II между изогипсами 50 и 60;
- из точки пересечения с изогипсой 60 проводят прямую под произвольным углом, на которой откладывают отрезок, равный разности высотных отметок (т. е. 10) в заданном масштабе – точка II';
- соединяют полученную точку II' с точкой II, имеющей отметку 50 и с помощью подобных треугольников переносят точку А на прямую I II', которую называют «высотной шкалой».

Таким образом точка А имеет высотную отметку 57.

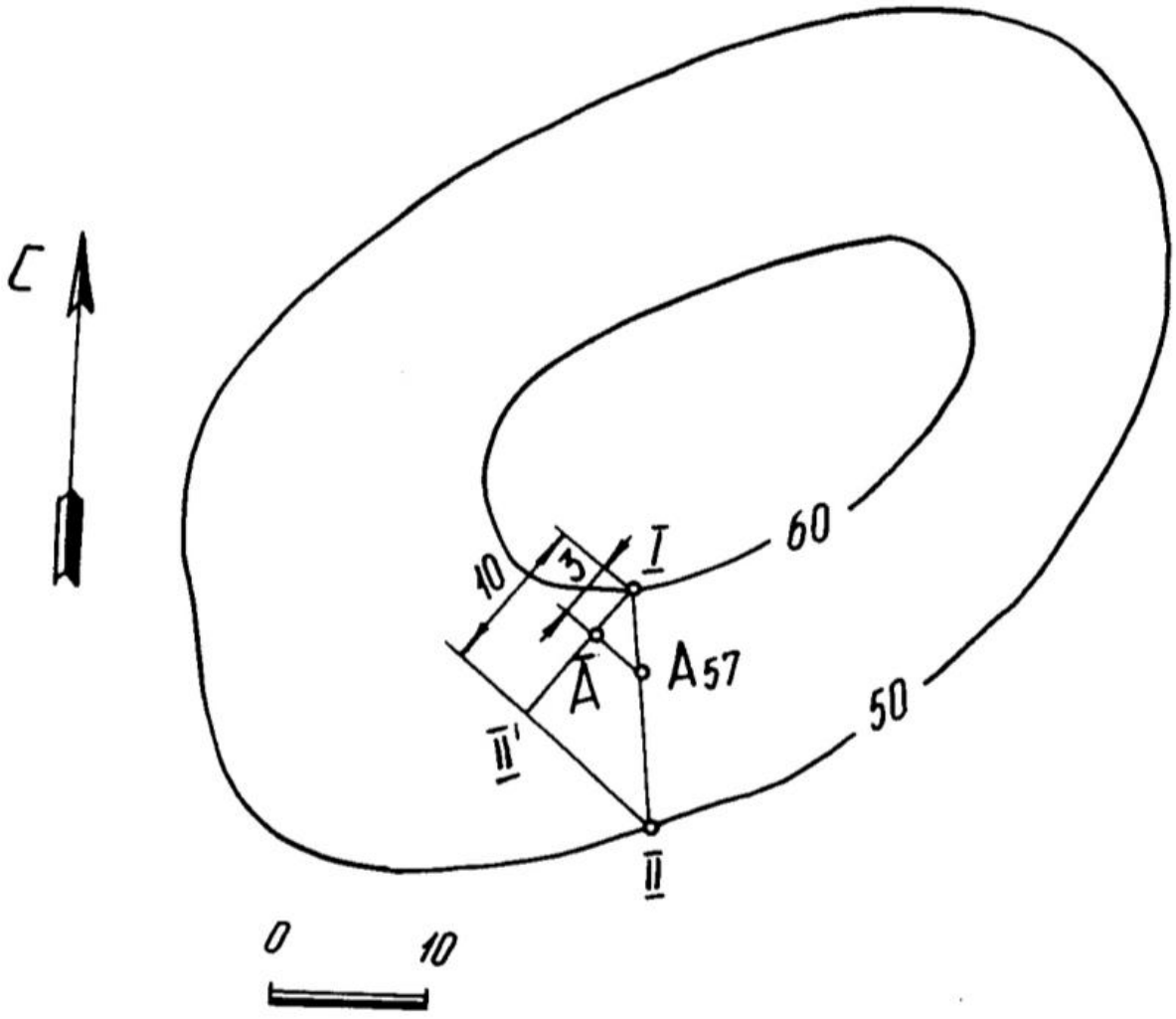
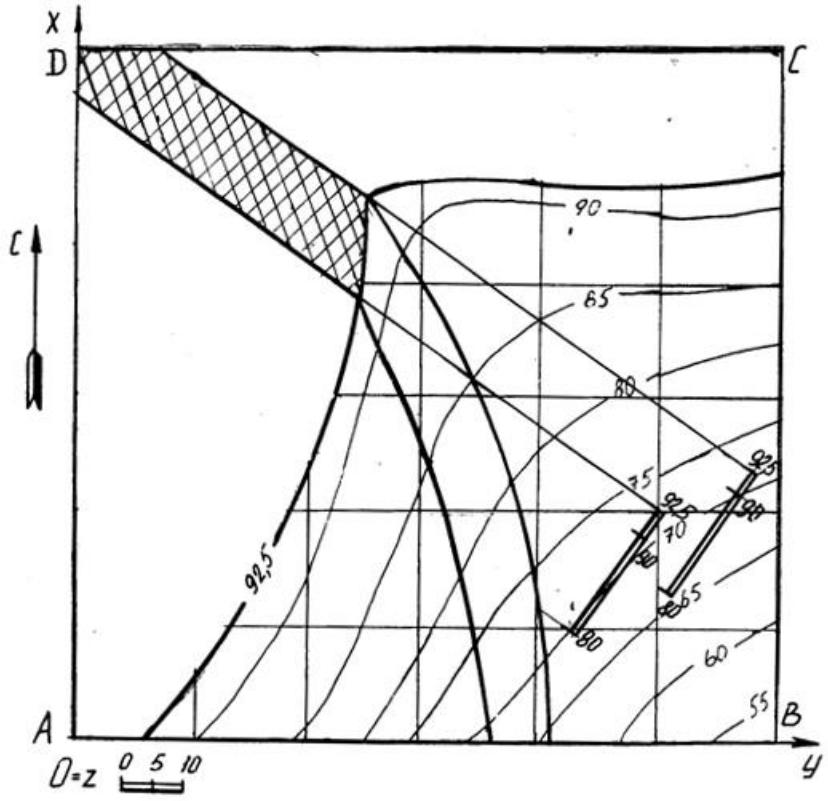


Рис. 4

Построение плана среза по горизонту 92,5

Для построения плана среза воспользуемся умением находить высотные отметки точек, не лежащих на изогипсах, который был рассмотрен ранее.

Количество точек, необходимых для построения изогипсы 92,5, определяется самостоятельно в зависимости от конфигурации рядом лежащих изогипс. План среза по горизонту 92,5 показан на рис. 5.



Построение блок диаграммы части месторождения, ограниченного вертикальными профилями AB, BC, CD, DA и плоскостью нулевого уровня в аксонометрии с линией выхода пласта на поверхность

Блок диаграммой будем называть аксонометрическую проекцию части земной коры, ограниченную четырьмя вертикальными плоскостями, горизонтальной плоскостью (например, с отметкой ноль) и топографической поверхностью. Блок диаграмма строится ячеечная, т. е. заданный план разбивается на квадраты, размеры которых 250*250. Затем построения осуществляются по следующему алгоритму.

Алгоритм построения:

- на план наносим декартову систему координат, у которой ось X совпадает с AD, ось Y совпадает с DC, ось Z совпадает с точкой D;
- строим декартову систему координат в указанной аксонометрической проекции (прямоугольная изометрия, прямоугольная диметрия, косоугольная фронтальная диметрия, косоугольная горизонтальная изометрия - военная песпектива, косоугольная фронтальная изометрия – кавальерная проекция) согласно ГОСТ 2.317 – 69;

- построение осуществляется по координатам тех точек, которые имеют точные высотные отметки, с учетом коэффициентов искажения по координатным осям. Пример построения показан на рис. 6.

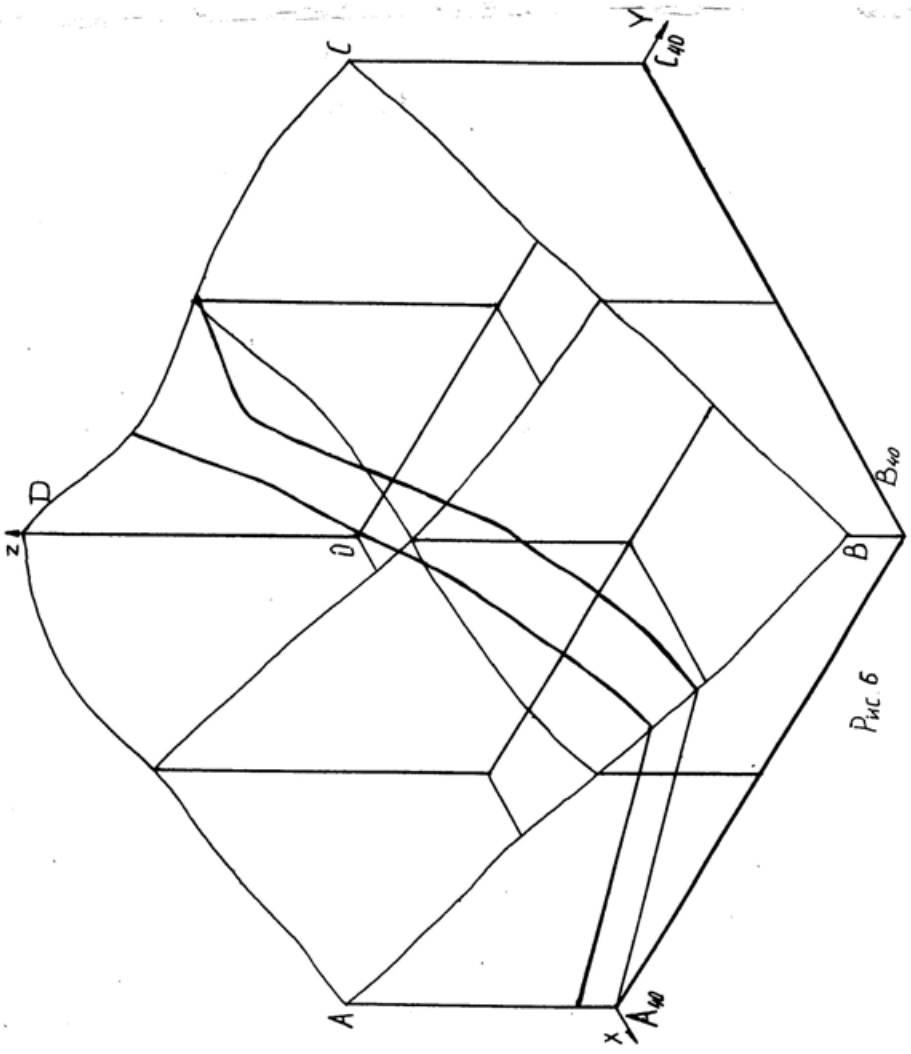
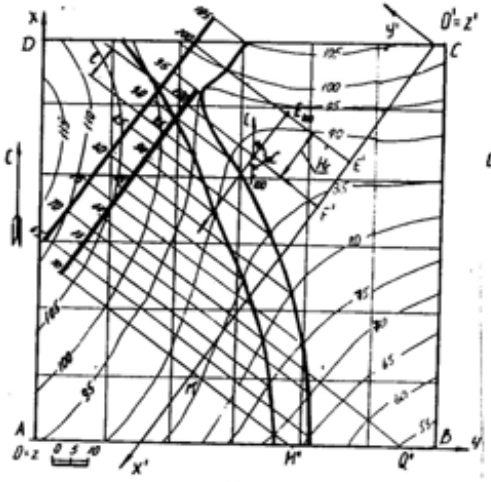
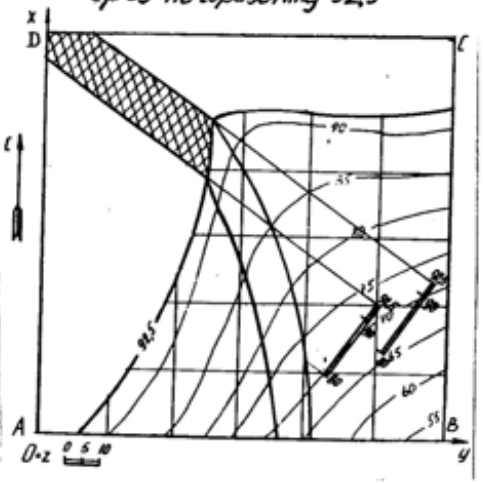


Рис 6

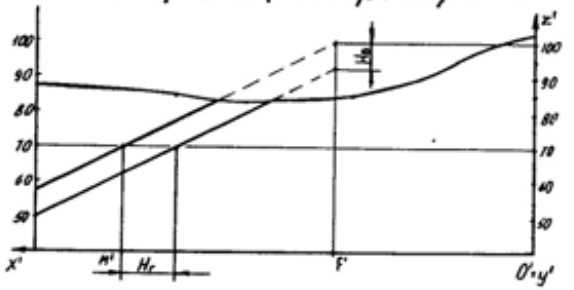
План



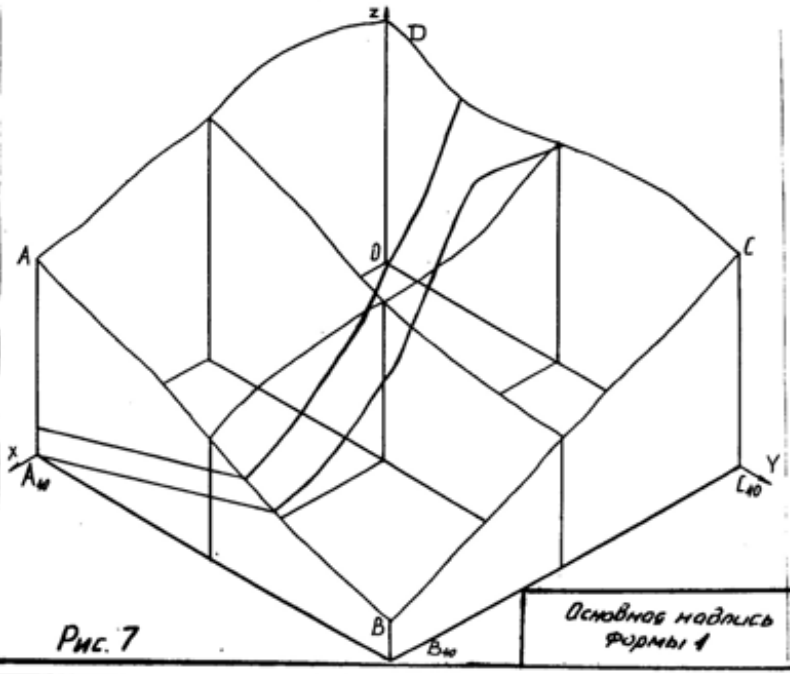
Срез погоризонту 92,5



Розрез вкрест простирания



Блок-диограмма



Вертикальные разрезы

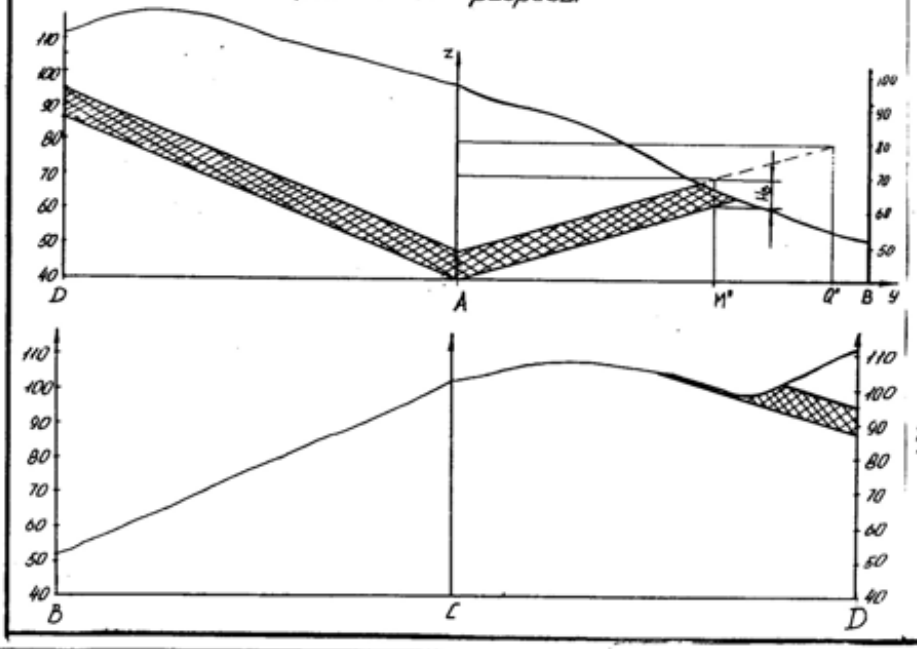


Рис. 7

Основной надпись формы 1

Таблица 1

Номер варианта	Точка F			Азимут падения α°	Интервал плоскости кровли l, мм	Горизонтальная мощность $H_г$, мм	Вид аксонометрии
	x	y	z				
1	2	3	4	5	6	7	8
1	46	10	120	210	20	180	1
2	20	85	110	170	20	75	2
3	67	40	100	210	20	30	3
4	78	25	120	190	20	50	4
5	98	110	105	80	20	30	5
6	40	135	105	30	20	15	1
7	60	60	85	225	20	45	2
8	38	105	100	135	14	17	3
9	46	10	120	210	20	155	4
10	20	85	110	170	20	95	5
11	67	40	100	210	20	100	1
12	78	25	120	190	20	85	2
13	98	100	105	80	20	15	3
14	40	135	105	30	20	45	4
15	60	60	85	225	20	65	5
16	38	105	100	135	14	31	1
17	55	40	95	190	20	70	2
18	46	10	120	210	20	135	3
19	20	85	110	170	20	110	4
20	67	40	100	210	20	125	5
21	78	25	120	190	20	105	1
22	135	20	120	260	20	135	2
23	20	110	115	30	20	30	3
24	98	35	80	225	20	45	4
25	38	105	100	135	14	60	5
26	46	10	120	210	20	115	1
27	115	135	130	170	20	20	2
28	27	42	100	210	20	75	3
29	115	135	130	170	20	50	4
30	97	95	115	210	20	70	5
31	135	20	120	260	20	145	1
32	58	177	80	135	14	31	2
33	27	42	100	210	20	95	3
34	115	135	130	170	20	65	4
35	97	95	115	210	20	95	5

Продолжение табл. 1

1	2	3	4	5	6	7	8
36	58	177	80	135	14	42	1
37	27	42	100	210	20	115	2
38	98	35	80	225	20	25	3
39	58	177	80	135	14	68	4
40	27	42	100	210	20	140	5

1 - прямоугольная изометрия (изометрия)
2 - прямоугольная диметрия (диметрия)
3 – косоугольная фронтальная диметрия (кабинетная проекция)
4 - косоугольная фронтальная изометрия (кавальерная проекция)
5 - косоугольная горизонтальная изометрия (военная перспектива)

МИНОБРНАУКИ РФ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-
методическому комплексу
_____ С.А. Чиков

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

Б1.О.16 ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Направление подготовки
05.03.01 Геология

Профиль
Гидрогеология, инженерная геология и геоэкология

год набора: 2023

Авторы: Фролов А. П., доцент, к. т. н., Насолдина И. Ю., ассистент

Одобрены на заседании кафедры
Инженерная графика
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
Шангина Е.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 29.08.2022
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией факультета
Геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
д.г-м.н., проф. Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 13.09.2022
(Дата)

Екатеринбург

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ..... 6
1. ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ 6
2. МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЭПЮРА..... 6
3. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ ЭПЮРА 8
4. ПРИЛОЖЕНИЕ 1 16
5. СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ..... 17

ВВЕДЕНИЕ

Методическое пособие «Эпюр № 1выполнено на основе учебного пособия А. И. Образцова, изданного в 1953 году.

Данное пособие предназначено для оказания помощи студентам при выполнении графической работы «Эпюр №1» по курсу «Начертательная геометрия».

Цель работы - научиться строить линию пересечения заданных плоских фигур, определять видимость этих фигур на проекциях.

Графическая работа «Эпюр №1» является первым самостоятельным заданием студента по дисциплине «Начертательная геометрия». Для выполнения этой работы студент должен изучить следующие разделы начертательной геометрии: «Точка и прямая», «Плоскость», «Взаимное положение прямой и плоскости», «Взаимное положение двух плоскостей».

1. ОБЩИЕ **УКАЗАНИЯ**

Графическая работа «Эпюр №1» выполняется в масштабе 1:1 на формате А3 (297×420 мм). В правом нижнем углу формата А3 студент выполняет основную надпись – форма 1 по ГОСТ 2.104-68. Пример заполнения основной надписи приведен в Приложении I. В левом верхнем углу формата выполняется дополнительная графа 26 (14×70 мм). Пример выполнения графической работы дан в Приложении I.

В соответствии с ГОСТ 2.303-68 задание выполняется следующими типами линий:

- линии видимого контура толщиной S, равной 0,6÷0,8 мм;

- линии построения – сплошные тонкие, толщиной от $\frac{S}{3}$ до $\frac{S}{2}$;

- линии невидимого контура – штриховые, толщиной от $\frac{S}{3}$ до $\frac{S}{2}$;

- следы вспомогательных плоскостей-посредников изображаются разомкнутыми линиями, длиной 8-10 мм, толщиной от 1,5 *S* до 2*S*.

2. МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЭПЮРА

Вариант задания включает в себя три различные геометрические плоские фигуры:

- фигура № 1 задана координатами трех точек, фигура № 2 (многоугольник) полностью задана координатами трех точек и оставшимися точками, у которых одна из координат заменяется условием их принадлежности к плоской фигуре № 2;

- фигура № 3 занимает проецирующее положение (фронтально-проецирующее или горизонтально-проецирующее) и задается очерком в виде кольца, серпа, круга или его части.

Выполнение эпюра состоит из графического решения нескольких задач:

1) достроить недостающую проекцию многоугольника;
2) построить проекции линии пересечения треугольника *ABC* и многоугольника;
3) построить проекции линии пересечения: треугольника с плоскостью частного положения; многоугольника с плоскостью частного положения;
4) определить видимость элементов фигур на чертеже, считая фигуры непрозрачными.

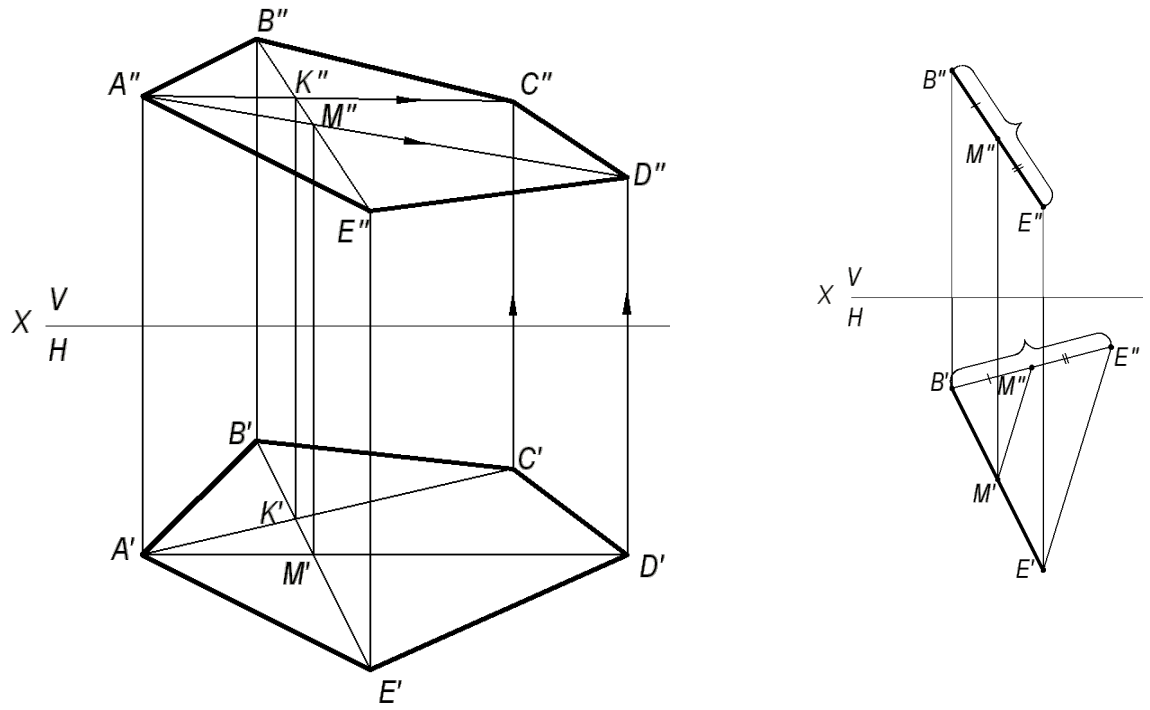
Исходные данные заданы численными значениями координат и сведены в таблицу.

3. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ ЭПЮРА

Для выполнения графической работы студенту необходимо решить ряд задач.

Задача 1. Построение исходного чертежа многоугольника (рис. 1).

Горизонтальная проекция многоугольника *ABCDE* задана полностью, а фронтальная проекция только тремя проекциями точек *A″B″E″*. Необходимо достроить фронтальную проекцию точек *C* , *D*. При построении недостающей проекции заданного многоугольника необходимо соблюдать условие принадлежности точек данной фигуры к плоскости. Чтобы точки *C, D* лежали в плоскости, определенной тремя точками *A*, *B* и *E*, необходимо, чтобы они находились на прямых, лежащих в этой плоскости. Этими прямыми являются диагонали *AC*, *AD* и *BE*, горизонтальные проекции которых можно построить (рис. 1*а*).



а) *б*)

Рис. 1. Построение исходного чертежа многоугольника:

а- построение недостающих проекций вершин многоугольника; *б*- пропорциональное деление отрезка *BE*

На фронтальной проекции пятиугольника проводят проекцию диагонали *B″E″*. В плоскости пятиугольника лежат точки пересечения диагоналей *K* и *M*, горизонтальные проекции которых *K′* и *M′* имеются, а фронтальные проекции получаются в результате пересечения линий проекционной связи, проведенных из *K′* и *M′*, с диагональю *B″E″*. По двум точкам строятся фронтальные проекции других

двух диагоналей *A″K″* и *A″M″*, на них должны лежать проекции точек *C″* и *D″*, которые определяются по их горизонтальным проекциям.

В случае, если линия совпадает по направлению с линией проекционной связи или круто наклонена к оси проекций, то недостающая проекция точки строится из условия пропорционального деления отрезка: если точка делит отрезок на пропорциональные части, то проекция этой точки делит проекции этого отрезка в том же отношении. На рис. 1*б* нужно построить горизонтальную проекцию точки *M′*. Из проекции точки *B′* проводят линию под углом меньше 90° к *B′E′* и на ней от проекции точки *B′* откладывают отрезки равные *B″M″* и *B″E″*. Соединяют *E′* и *E″* и параллельно этому направлению проводят от М″ линию до пересечения с *B′E′*. Получают искомую горизонтальную проекцию *M′*.

Задача 2. Построить точку пересечения прямой *MN* с плоскостью треугольника *AB*C.

Если прямая линия не параллельна плоскости, то она пересекает эту плоскость в действительной точке (см. рис. 2).

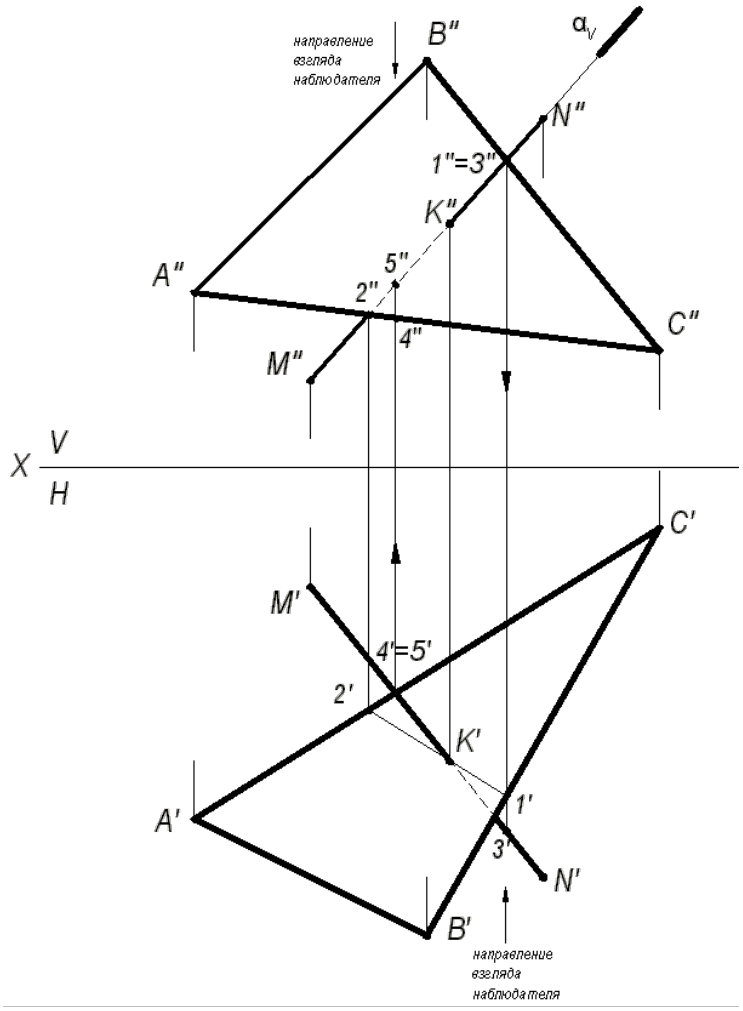


Рис. 2. Построение точки пересечения прямой с плоскостью

Алгоритм решения задачи:

1) Через заданную прямую *MN* проводим вспомогательную плоскость-посредник α, перпендикулярную фронтальной плоскости проекций. Следовательно, на фронтальной плоскости проекций *V* все точки плоскости-посредника α будут проецироваться в прямую линию, совпадающую с фронтальной проекцией прямой *M″N″*.

2) Находим линию пересечения вспомогательной плоскости-посредника α с заданной плоскостью треугольника *ABC*. На чертеже линия (1,2).

3) Находим искомую точку пересечения *K* прямой *MN* с плоскостью треугольника *ABC*. Она определяется как пересечение искомой прямой с найденной линией пересечения вспомогательной плоскости-посредника с плоскостью треугольника *ABC*.

Определение видимости на чертеже.

В начертательной геометрии плоскости считаются непрозрачными, поэтому необходимо на проекциях определить видимость.

Для определения видимости на чертеже используем метод конкурирующих точек, сущность которого заключается в выборе двух скрещивающихся прямых.

Для определения видимости на фронтальной плоскости проекций *V* поступают так. Выбираем две скрещивающиеся прямые *B″C″* и *M″N″*, фронтальные проекции которых пересекаются в точках 1 и 3. По горизонтальной проекции определяем, что проекция точки 3′, лежащая на проекции прямой *M′N′*, будет закрывать проекцию точки 1′, лежащую на проекции прямой *B′C′*, т. к она будет ближе к наблюдателю. На чертеже направление взгляда наблюдателя показано стрелкой. Следовательно, на фронтальной плоскости проекций проекция *M″N″* будет закрывать проекцию *B″C″*. Границей видимости является проекция точки пересечения К″.

Для определения видимости на горизонтальной плоскости проекций *H* выбираем две скрещивающиеся прямые *A′C′* и *M′N′*, горизонтальные проекции которых пересекаются в точках 4′ и 5′. По фронтальной проекции определяем, что проекция точки 5″, лежащая на проекции прямой *M″N″*, будет закрывать проекцию точки 4″, лежащую на проекции прямой *A″C″*, т. к. она будет ближе к наблюдателю. На чертеже направление взгляда наблюдателя показано стрелкой. Следовательно, на горизонтальной плоскости проекций проекция *M′N′* будет закрывать проекцию *A′C′*. Границей видимости является проекция точки пересечения *K′*.

Задача 3. Построение линии пересечения двух плоскостей, одна из которых занимает частное положение.

Даны две плоскости: плоскость Δ*ABC* – плоскость общего положения, плоскость Δ*DEK* – плоскость частного положения, которая расположена перпендикулярно фронтальной плоскости проекций (рис. 3).

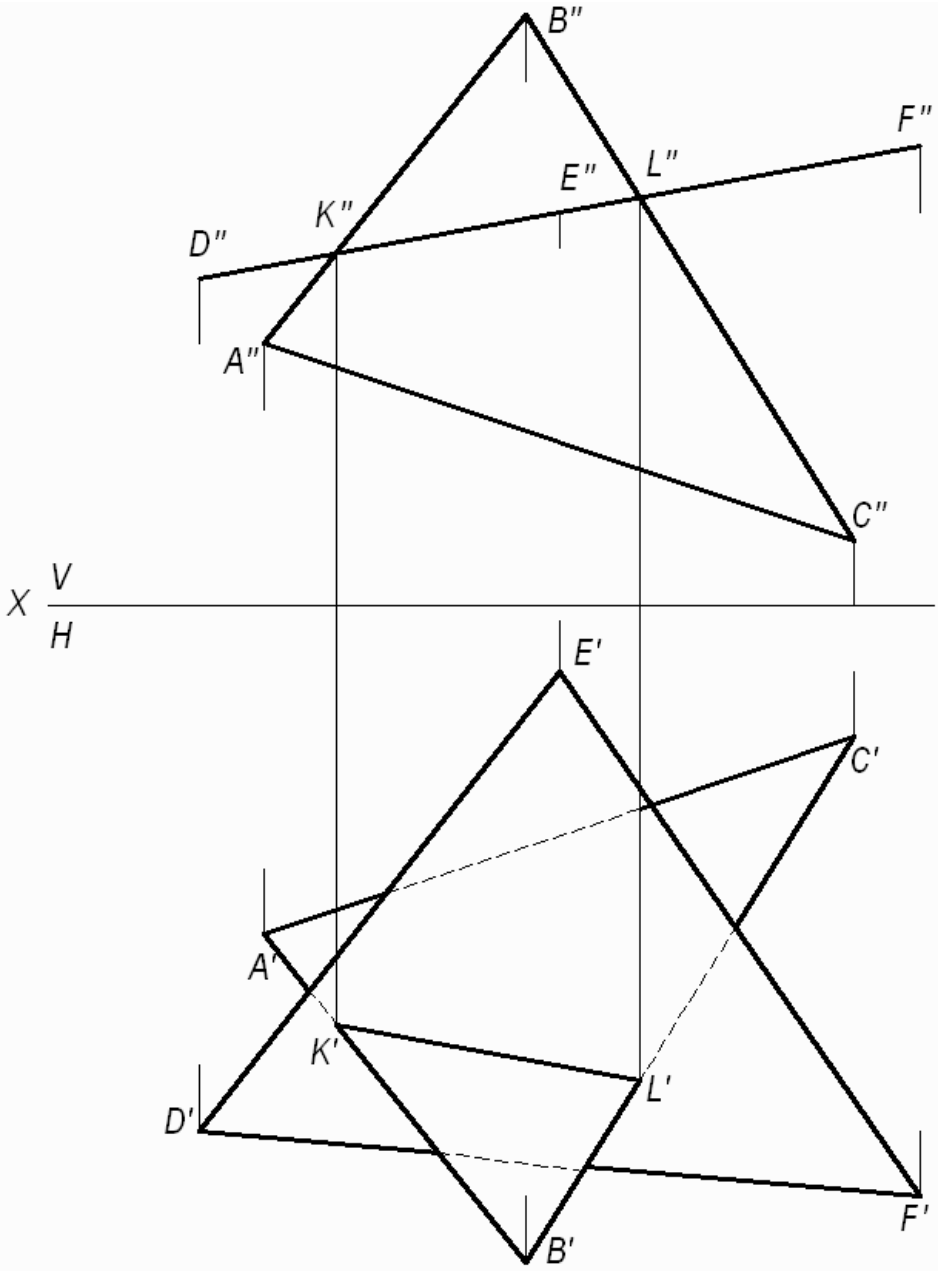


Рис. 3. Построение линии пересечения двух плоскостей, одна из которых занимает частное положение

Фронтальная проекция Δ*DEK* совпадает с фронтальным следом плоскости и фронтальной проекцией линии пересечения треугольников.

(*KL*) - линия пересечения двух треугольников. Проекции этой линии пересечения – фронтальную и горизонтальную строят исходя из свойства

принадлежности точек *K* и *L* сторонам (*AB*) и (*BC)*, соответственно. Видимость треугольников на горизонтальной плоскости проекций определяем методом конкурирующих точек, рассмотренном в задаче 2.

Задача 4. Построение линии пересечения двух плоскостей общего положения.

Даны две плоскости общего положения, заданные треугольниками *ABC* и *DEK*. Построить линию пересечения двух треугольников, определить видимость треугольников на проекциях.

Прямая линия, получаемая при взаимном пересечении двух плоскостей, определяется двумя точками, каждая из которых одновременно принадлежит обеим плоскостям. Общие точки определяются решением основной позиционной задачи начертательной геометрии – построение точки пересечения прямой с плоскостью (см. рис. 2).

Для решения данной задачи проводят вспомогательные плоскости-посредники частного положения (проецирующие плоскости). Решение задачи приведено на рис. 4.

Алгоритм решения задачи:

1. Определяют первую точку линии пересечения двух треугольников – точку *M*.

1.1. Фронтально-проецирующая плоскость α проведена через сторону *DK* и задана на чертеже фронтальным следом α_V.

1.2. Плоскость α пересекает плоскость треугольника *ABC* по прямой (1,2), на чертеже строят две проекции этой прямой.

1.3. Прямая (1,2) пересекает сторону *DK* в точке *M*, строят две проекции точки *M″* и *M′*.

2. Определяют вторую точку искомой линии пересечения двух треугольников – точку *N*.

2.1. Горизонтально-проецирующая плоскость β проведена через сторону *AB* и задана на чертеже горизонтальным следом β_H.

2.2. Плоскость β пересекает плоскость треугольника *DEK* по прямой (3,4), на чертеже строят две проекции этой прямой.

2.3. Прямая (3,4) пересекает *AB* в точке *N*, строят две проекции точки *N″* и *N′*.

Плоскости треугольников *ABC* и *DEK* пересекаются по прямой *MN*.

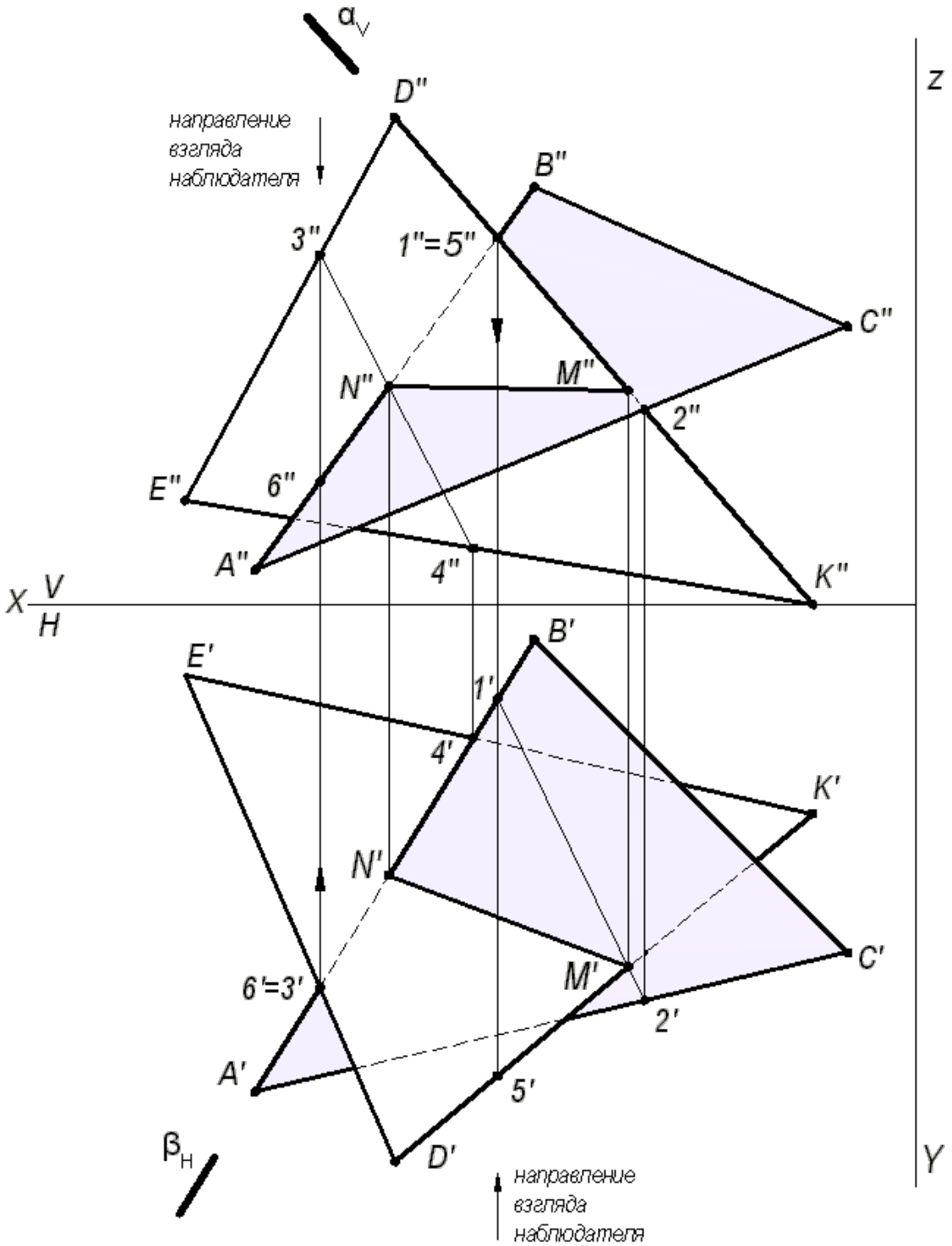


Рис. 4. Построение линии пересечения двух треугольников

3. Видимость плоских фигур на проекциях определяют методом конкурирующих точек.

Для определения видимости на фронтальной плоскости проекций *V* выбираем две скрещивающиеся прямые *D″K″* и *A″B″*, фронтальные проекции которых пересекаются в точках 1″ и 5″. По горизонтальной проекции определяем, что

проекция точки 5′, лежащая на проекции прямой *D′K′*, будет закрывать проекцию точки 1′, лежащую на проекции прямой *A′B′*, т. к. она будет ближе к наблюдателю. Следовательно, на фронтальной плоскости проекция *D″K″* будет закрывать проекцию *A″B″*. Границей видимости является проекция линии пересечения *M″N″*.

Для определения видимости на горизонтальной плоскости проекций *H* выбираем две скрещивающиеся прямые *A′B′* и *D′E′*, горизонтальные проекции которых пересекаются в точках 3′ и 6′. По фронтальной проекции определяем, что проекция точки 3″, лежащая на проекции прямой *D″E″*, будет закрывать проекцию точки 6″, лежащую на проекции прямой *A″B″*, т.к. она будет ближе к наблюдателю. Следовательно, на горизонтальной плоскости проекция *D′E′* будет закрывать проекцию *A′B′*. Границей видимости является проекция линии пересечения *N′M′*.

Задача 5. Построить две проекции линии пересечения плоскости α - общего положения, заданной следами и плоскости β - общего положения, заданной параллельными прямыми *a* и *b*.

Для решения данной задачи проводят вспомогательные плоскости-посредники частного положения (плоскости уровня), пересекающие заданные плоскости по прямым, недостающие проекции которых легко строятся и пересекаются в пределах чертежа.

Графическое решение задачи приведено на рис. 5.

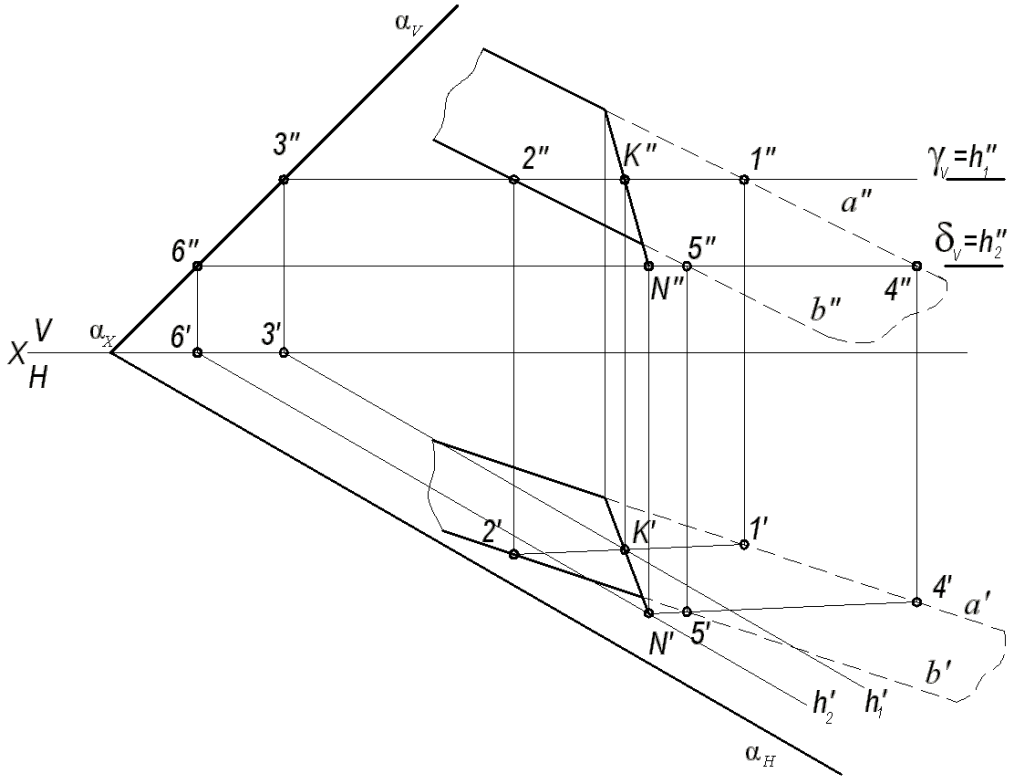
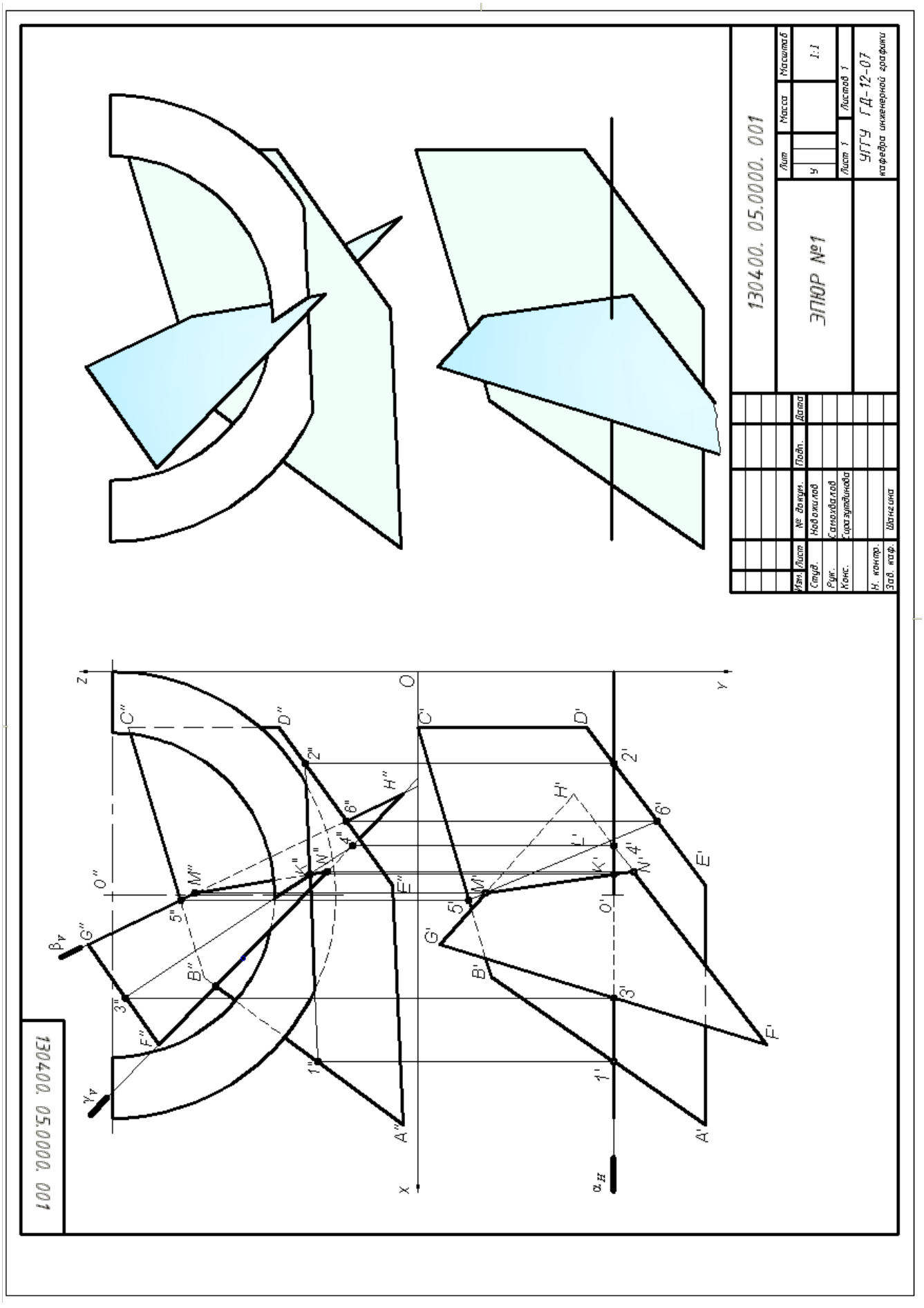


Рис. 5. Построение линии пересечения двух плоскостей

Вспомогательная горизонтальная плоскость-посредник γ задана следом γ_V и пересекает плоскость α по горизонтали, проходящей через точку 3, а плоскость β по горизонтали (1, 2). Горизонтальные проекции этих горизонталей пересекаются в точке *K*. Строят фронтальную проекцию точки *K*, используя свойство принадлежности точки прямой линии. Точка *K* принадлежит обеим плоскостям α и β. Вторая точка *N*, общая для двух плоскостей α и β, определяется второй вспомогательной плоскостью-посредником частного положения δ (на чертеже задана следом δ_V). Искомая прямая (*KN*) является линией пересечения двух плоскостей α и β.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1



СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гордон В.О., Семенцов-Огиевский М. А. Курс начертательной геометрии. Учеб. пособие. М.: Высшая школа. 2007.272 с.

2. Самохвалов Ю. И. Начертательная геометрия. Учебное пособие. Екатеринбург: Изд-во УГГУ. 2011. 121 с.

3. Самохвалов Ю. И., Шангина Е. И. Начертательная геометрия. Инженерная графика. Учебно-методическое пособие. Екатеринбург: Изд-во УГГУ. 2011. 96 с.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А.Упоров

Методические материалы для самостоятельной работы

Б1.О.19 КРИСТАЛЛОГРАФИЯ И МИНЕРАЛОГИЯ

Специальность
05.03.01 Геология

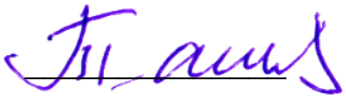
Специализация
Гидрогеология, инженерная геология и геоэкология

Одобрено на заседании кафедры
Минералогии, петрографии и геохимии
(название кафедры)
Зав.кафедрой _____
(подпись)
Зедгенизов Д.А.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 09.09.2022
(Дата)

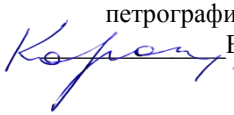
Рассмотрено методической комиссией факультета
Геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 13.09.2022
(Дата)

Екатеринбург

Методические материалы согласованы с выпускающей кафедрой Гидрогеологии, инженерной геологии и геоэкологии

Заведующий кафедрой  Тагильцев С.Н.

Минобрнауки РФ
Уральский государственный горный университет

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой минералогии,
петрографии и геохимии

В.А. Коротеев

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.В.05 КРИСТАЛЛОГРАФИЯ И МИНЕРАЛОГИЯ

Специальность 21.05.02 «Прикладная геология»

Специализация №4
Прикладная геохимия, минералогия, петрология

Автор: Суставов С.Г., доцент, канд. г.-м. наук

Одобрены на заседании кафедры
Минералогии, петрографии и геохимии

Протокол №7 от 17.04.2019г.

Екатеринбург
2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

Стр.
ПРЕДИСЛОВИЕ 4
ВВЕДЕНИЕМ 5
ВНЕШНИЕ ПРИЗНАКИ МИНЕРАЛОВ 6
Морфология кристаллов 7
Строение агрегатов 10
Блеск 11
Цвет, черта 12
Твердость 15
Спайность и отдельность 17
Упругость, пластичность, хрупкость 18
Плотность 19
Магнитные свойства 19
ПОРЯДОК ОПРЕДЕЛЕНИЯ МИНЕРАЛОВ 20
КЛЮЧ К ТАБЛИЦАМ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МИНЕРАЛОВ 22
УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ 23
ПРИНЯТЫЕ СОКРАЩЕНИЯ 23
ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА 24
ТАБЛИЦЫ МИНЕРАЛОВ 26
УКАЗАТЕЛЬ МИНЕРАЛОВ 168

ПРЕДИСЛОВИЕ

Знакомство с минералами начинается с восприятия тех или иных внешних признаков, определение которых возможно без каких-либо приборов, с помощью наиболее простых приспособлений. Диагностика по внешним признакам является наиболее простым и универсальным методом при определении минералов. Вместе с тем от диагноста требуется "острая" наблюдательность и хорошая память. В практической минералогии, как правило, невозможно определение минерала по словесному описанию. Практическая минералогия – "чувственная" наука и в ней справедливо правило: лучше один раз увидеть, чем сто раз услышать, и лучше один раз в руках подержать, чем сто раз увидеть. Рассматривая минерал в витрине музея можно получить информацию только о его цвете и форме выделения. Держа образец в руках дополнительно можно достаточно надежно определить его блеск, плотность, сопутствующие минералы. Внимательный осмотр образцов опытным специалистом дает большую информацию, которая не только позволяет определить минерал, но, в некоторых случаях, указать месторождение. В свое время курс практической минералогии был разра-ботан основателем кафедры – К.К.Матвеевым сразу после революции. Для проведения лабораторных занятий необходим определитель минералов. Первоначально для этой цели использовалось руководство А.Вейсбаха и К.Фукса. В дальнейшем был из-дан определитель Ф.И.Рукавишникова в 1938 году. Позднее этот определитель обновлялся и расширялся в 1956 году В.Н.Свяжиным, а в 1970 году Г.Н.Вертушковым и В.Н.Авдониным.

Минералогия, как и другие науки, не стоит на месте - растет поток информации о минералах. Это привело к физическому и моральному старе-нию определителя 1970 года. Все это послужило причиной к переработке, расширению и некоторому изменению таблиц и принципа расположения мине-ралов в структуре определителя. При написании определителя основной упор делался на те свойства минералов, определение которых может производить любой студент, знакомый с основами геометрической кристаллографии и конституцией минералов. Первое издание таблиц было осуществлено автором в 1995 году, в настоящее время пришла пора несколько изменить

и дополнить существующие таблицы описанием внешних признаков минералов.

Вместе с этим таблицы выполнены в таком виде, что могут быть использованы для диагностики минералов в полевых условиях и в курсах по практической минералогии, в геммологии и других науках.

ВВЕДЕНИЕ

Таблицы для определения минералов по внешним признакам составлены в соответствии с программой курса "Кристаллография и минералогия" для специальности 21,05.02 – " Прикладная геология". Минеральные виды, представленные в таблицах, приведены в соответствие со сводкой по систематике (Флейшер М.. 1990), лишь некоторые изоморфные ряды описаны как единый минерал при отсутствии данных по крайним членам ряда.

При пользовании определителем необходимо различать понятия: минерал и минеральный вид, которые нередко в некоторой литературе отождествляют. Минерал, как объект исследования науки минералогии, известен с глубокой древности. Первоначально к минералам наряду с кристаллами причислялись "земли", горные породы, торф, каменный уголь. В настоящий период под минералом понимается продукт природной физико-химической реакции, имеющий индивидуализированный химический состав, изменяющийся в определенных границах и обладающий или обладавший кристаллической структурой, которая разрушена под влиянием радиоактивного облуче-ния. По мере детального изучения отдельных минералов было установлено, что они, в свою очередь, состоят из двух или нескольких веществ, имеющих строго индивидуализированный состав, но обладающих однотипной структурой. Эти исследования позволили выделить новое понятие – минеральный вид являющийся фундаментальной единицей современных минералогических классификаций. Таким образом, минеральный вид является частью, более общего, понятия минерал. Например: минерал гранат состоит из отдельных видов: гроссуляр, андрадит, уваровит, пироп, спессартин, альмандин; минерал оливин содержит в своем составе виды: форстерита и фаялита и т.д. В настоящее время для сложных многокомпонентных твердых растворов, которыми являются некоторые минералы, понятие минерал отождествляется с названием группы в классификации.

ВНЕШНИЕ ПРИЗНАКИ МИНЕРАЛОВ

Каждый минеральный вид имеет определенный химический состав и структуру, которые находятся в тесной взаимосвязи и определяют его конституцию. Конституция определяет свойства, присущие минералу, и его морфологию. Свойства, определяемые визуально или с использованием простых испытаний, называются внешними признаками. Искусство диагностики минералов определяется овладением этими признаками. В отдельных случаях внешние признаки настолько специфичны, что позволяют однозначно определить минерал. В других случаях они позволяют выделить группу минералов, в которой определение конкретного вида требует тщательного анализа.

К внешним признакам относятся морфология кристаллов, строение агрегатов, блеск, цвет, черта, твердость, спайность, отдельность, упругость, пластичность, хрупкость, плотность, магнитные свойства

.

Морфология кристаллов

Форма кристалла определяется его структурой и влиянием окружающей среды. Появление тех или иных простых форм на кристалле определяется законом Бравэ, согласно которому при образовании кристаллов развитие и частота появления основных форм зависят от густоты расположения атомов, ионов на их гранях. В соответствии с принципом Кюри, внешняя симметрия кристалла будет сохранять толь-ко те элементы симметрии, которые совпадают с подобными элементами симметрии среды. Степень развития кристалла в разных направлениях определяет его облик. Выделяются следующие типы облика (рис. 1):
1) изометричный (а) – кристалл примерно одинаково развит по трем взаимно перпендикулярным направлениям; 2) увеличение в одном направлении последовательно приводит к короткопризматическому (б), длиннопризматическому (в), игольчатому, волокнистому облику; 3) сжатие в одном на-правлении определяет таблитчатый (г), пластинчатый (д),чешуйчатый, листоватый облик.

Неравномерное развитие кристалла в разных направлениях определяет бочонковидный, клиновидный, скипетровидный, сноповидный и другие облики.

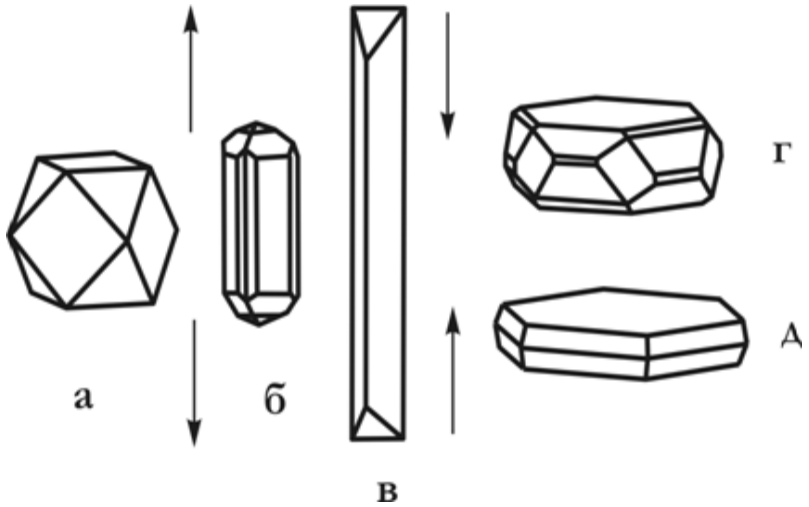


Рис. 1. Типы облика кристаллов.
а-изометричный, б-короткопризматический, в-длиннопризматический, г-таблитчатый, д-пластинчатый

Габитус кристалла определяется преобладающими гранями простых форм, представленных в огранении. Например, у пирита облик изометричный, а габитус кубический, пента-гондодекаэдрический или октаэдрический.

Грани кристаллов нередко покрыты мелкими бороздами или штрихами. Для ряда минералов присутствие штриховки является важным диагностическим признаком. В одних случаях она наблюдается в виде параллельных штрихов, в других штрихи пересекаются под определенными углами. Так, на гранях призмы кристаллов кварца наблюдается поперечная штриховка, а на гранях призмы топаза и берилла – вертикальная.

По своему происхождению штриховка может быть *комбинационной*, обусловленная узкими вицинальными гранями двух простых форм (берилл, турмалин и др.), *двойниковой*, являющейся результатом полисинтетического двойникования минералов (сфалерит, корунд, плагиоклазы и др.) *индукционной,* появляющейся в месте соприкосновения двух одновременно растущих индивидов.

Кристаллы редко бывают одиночными, обычно они образуют сростки. Различают *закономерные и случайные* сростки, среди первых

выделяются параллельные, двойниковые и эпитаксические сростки. Параллельными сростками называются такие срастания кристаллов минералов, в которых все грани первого кристалла параллельны соответствующим граням второго.

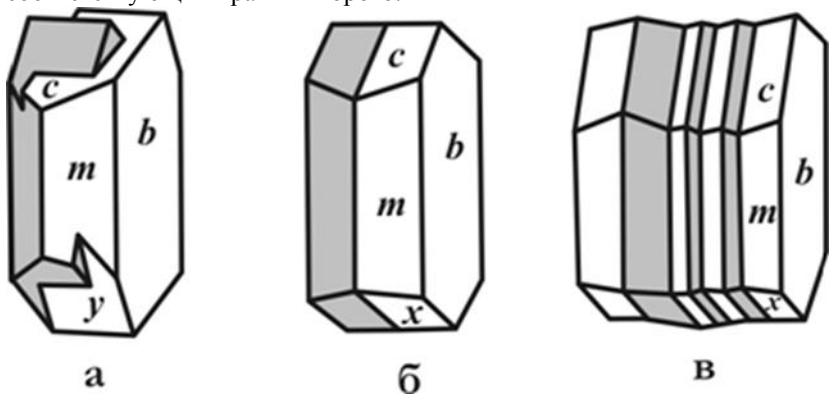


Рис.2. Виды двойниковых срастаний.
а-двойник прорастания, б-двойник срастания,
в-полисинтетический двойник

Двойниками называются закономерные срастания двух кристаллов одного и того же минерала, в которых один индивид может быть выведен из другого отражением в плоскости или поворотом на 180° вокруг оси. В зависимости от количества сросшихся в двойниковом положении индивидов различают тройники, четверники, пятерническийки и т. д. В зависимости от расположения элементов простые двойники подразделяются на *двойники прорастания* (рис.2а) и *двойники срастания* (рис. 2б). Наряду с простыми двойниками широко распространены *полисинтетические двойники*. В них каждые два соседних индивида находятся в двойниковом положении (рис.2в).

Эпитаксическими сростками называются срастания двух различных минералов, в которых хотя бы некоторые кристаллографические элементы оказываются параллельными. Это объясняется сходством кристаллических структур и параметров решеток у минералов в эпитаксическом сростке

Строение агрегатов

Незакономерное срастание множества индивидов одного или разных минералов называется агрегатом. Форма минеральных агрегатов

в значительной степени зависит от формы отдельных кристаллов и механизма их образования. В случае изометричных зерен агрегаты по величине их подразделяются на тонкозернистые (зерна на глаз неразличимы), мелкозернистые (зерна менее 1мм, но различимы на глаз), среднезернистые (1-5 мм), крупнозернистые (5-20 мм), гигантозернистые (зерна крупнее 20 мм).

В том случае, если индивиды имеют вытянутую в разной степени форму, то они образуют *шестоватые, игольчатые, волокнистые* агрегаты. Если кристаллы обладают *уплощенной* формой, то агрегаты приобретают *пластинчатое, чешуйчатое, листоватое* строение.

По механизму образования выделяют следующие агрегаты. В открытых полостях из низкотемпературных растворов на стенках осаждаются натечные агрегаты, которые могут иметь *сталактитовое, гроздевидное, сосцевидное или почковидное* строение. Из коллоидных суспензий (гелей) образуются *колломорфные* агрегаты.

В том случае, если открытая полость не полностью заполняется раствором, то на стенках полости происходит образование друз или щеток кристаллов. Друзы сложены удлиненными кристаллами и имеют зону геометрического отбора. Последняя предполагает преимущественный рост тех индивидов, удлинение которых совпадает с нормалью к стенке полости. Щетки обычно представлены изометричными индивидами, в которых геометрический отбор прошел, и все кристаллы имеют одинаковую ориентировку.

Мелкие стяжения сферической или эллипсоидальной формы носят название оолитов и сферолитов. *Оолиты* обычно сцементированы друг с другом в горную породу. Они имеют концентрически-скорлуповатое строение, отдельные слои их отлагаются вокруг центра (например, песчинки или пузырька воздуха). *Сферолиты* обладают радиально-волокнистым строением и образуются в открытой полости. *Конкреции* - стяжения округлой формы, радиально-лучистого или скорлуповатого строения, рост которых происходил от центра к периферии.

При быстрой кристаллизации минерала в трещине или хорошо проницаемой породе образуются плоские или объемные ветвистые агрегаты (*дендриты*). Наряду с основными типами минеральных агрегатов, имеются разности, наименования которых отражают внешние особенности этих агрегатов, например *звездчатые, сетчатые, ячеистые, шлаковидные, землистые*

Блеск

Блеск – это визуальная характеристика отраженного от поверхности минерала света, учитывающая и долю отраженного света, и особенности отражения. Блеск минералов по мере его усиления подразделяется на *стеклянный, алмазный, полуметаллический и металлический.* У прозрачных и хорошо просвечивающих минералов, с повышением показателя преломления, слабый стеклянный блеск постепенно сменяется более сильный алмазным. Для минералов с высоким коэффициентом поглощения и большой отражательной способностью, т.е. непрозрачных даже в тонком порошке, характерен металлический блеск. У части минералов блеск промежуточный между алмазным и металлическим; такие минералы или просвечивают хотя бы в тонком порошке, или заметно поглощают и рассеивают свет. Промежуточный по степени блеск называют *полуметаллическим.*

Переход от одной градации степени блеска к другой постепенный и достаточно условный. При мелкошероховатой поверхности у сильно поглощающих или непрозрачных минералов характер блеска тусклый (магнетит); у просвечивающих и прозрачных - *матовый* (каолин, любые землистые агрегаты). Характер поверхности нередко зависит от особенностей излома - при отсутствии спайности излом может быть мелкобугорчатым, а блеск - *жирным* (кварц, нефелин).

На вид блеска большое значение оказывают характер поверхности и строение агрегата. *Шелковистый* блеск отмечается у параллельно-волокнистых агрегатов за счет своеобразного отражения и рассеяния света волокнами. Такой блеск особенно заметен при падении света вдоль волокон (селенит, хризотил-асбест). Прозрачные минералы с совершенной спайностью отражают свет не только от внешней плоскости, но и от возникающих в глубине образца трещинок. Подобное мерцающее отражение сопровождается интерференцией света, создающей нежную радужную окраску. Этот вид блеска называют *перламутровым* (гейландит, гипс, кальцит).

Цвет, черта

Цвет – это свойство вещества вызывать у человека определенное зрительное ощущение в соответствии со спектральным составом

отражаемого или пропускаемого излучения. Исходя из физической сущности, удобно разделить окраску минералов на собственную и чуждую. *Собственная окраска* обусловлена особенностями конституции минерала – его химическим составом и структурой. Наиболее распространенный вид собственной окраски минералов вызывается характером светопоглощения. При этом возникают разные варианты.

1. Если свет не взаимодействует с минералом, то минерал остается бесцветным и прозрачным, как, например, горный хрусталь. При полном поглощении видимого спектра света минерал становится черным и непрозрачным. При поглощении происходит возбуждение электронов в верхнем слое, которые мгновенно возвращаются обратно, испуская световые лучи, что проявляется в металлическом блеске. Цветовые оттенки у сильно поглощающих минералов возникают в случае энергетической неравнозначности переходов электронов, и потому часть лучей света поглощается минералом.

2. Наиболее характерно проявляется неравномерность поглощения света как причина окраски у прозрачных минералов-диэлектриков, в составе которых находятся химические элементы-хромофоры. Хромофорами являются ионы переходных металлов периодической системы Д.И. Менделеева. Наиболее важные из них V, Cr, Mn, Fe, Co, Ni, Cu. В зависимости от конституции кристаллом поглощаются разные лучи. Минерал окрашивается в цвет, дополнительный к поглощенному. Окраска, вызываемая хромофорами следующая: V^{3+} – зеленый (тсаворит), голубой (танзанит); Cr^{3+} – зеленый (уваровит, изумруд), красный (рубин); Mn^{2+} – розовый (родохрозит, родонит); Fe^{2+} – зеленый (актинолит, хризолит), красный (альмандин); Fe^{3+} – желтый (хризоберилл); Co^{2+} – голубой (шпинель), розовый (эритрин); Ni^{2+} -зеленый (непуит); Cu^{2+} – зеленый (малахит), синий (азурит), голубой (бирюза).

3. В прозрачных минералах окраска может быть вызвана явлением переноса заряда. Так возникает окраска синего корунда (сапфира) с изоморфной примесью железа и титана. Появление окраски объясняется образованием пары $Fe^{2+} + Ti^{4+}$, которая за счет переноса заряда (электрона) внутри пары и поглощения лучей с соответствующей длиной волны образует пару $Fe^{3+} + Ti^{3+}$ и минерал приобретает синий цвет.

4. Неравномерное светопоглощение некоторых минералов может

быть вызвано наличием в их кристаллической решетке электронно-дырочных центров окраски. В черном кварце (морионе) в позициях кремния располагаются ионы $A1^{3+.}$ Для компенсации валентностей в кристаллическую решетку внедряются катионы щелочных металлов или H^+. Под действием радиоактивного или рентгеновского излучения происходит смещение электрона от кислорода к Al^{3+} с поглощением части света; ионы O^- становятся центрами окраски. Аналогичным образом возникает окраска у флюорита.

Чуждая окраска определяется вростками пигментирующих окрашенных минералов, цветными пленками разной природы и другими причинами, не связанными с особенностями конституции минерала.

Кроме этого окраска зависит от спектра светового пучка и от направления. Наиболее ярко эта особенность проявляется в минералах с незначительной примесью хрома. Например, александрит при дневном освещении зеленый, а при искусственном - красный. Зависимость от направления – это анизотропия окраски. В ромбическом кордиерите с примесью Fe цвет разный по всем трем кристаллографическим осям. Он темно-синий вдоль оси z, светло-синий вдоль оси x, желтовато-серый вдоль оси y. Это явление называется плеохроизмом и наблюдается у всех окрашенных минералов под микроскопом.

Окраска минерала определяется степенью его дисперсности: гематит в кристаллах железо-черный, а в порошке - вишнево-красный. Порошок остается после прочерчивания минералом по фарфоровой пластинке. Цвет черты, наряду с цветом минерала в массе, является важным диагностическим признаком.

Черта минерала помогает при отсутствии навыков правильно определить блеск. У минералов с металлическим блеском черта обычно черная и темнее, чем цвет минерала в массе. У минералов с полуметаллическим блеском черта аналогична цвету минерала в массе или светлее, но всегда отчетливо видна на фарфоровой пластинке. Преобладают коричневые оттенки. Минералы с алмазным блеском имеют черту красной, оранжевой или желтой окраски разной яркости и тона. У бесцветных минералов с алмазным блеском черта белая, но они при этом как бы святятся внутри. У минералов со стеклянным блеском черта белая или светло-серая с неясным оттенком.

Тот участок минерала, которым мы проводили черту, у них белеет.

Твердость

Твердость - способность минерала противодействовать внешнему воздействию, будь то царапание, вдавливание или шлифование. Метод динамического определения заключается в диагностике твердости относительно эталонов шкалы Мооса, которая состоит из десяти минералов-эталонов:

1) тальк $Mg_3[Si_4O_{10}](OH)_2$;
2) гипс $Ca[SO_4] \times 2H_2O$;
3) кальцит $Ca[CO_3]$;
4) флюорит CaF_2;
5) апатит $Ca_5[PO_4]_3F$;
6) ортоклаз $K[AlSi_3O_8]$;
7) кварц SiO_2;
8) топаз $Al_2[SiO_4](F,OH)_2$;
9) корунд Al_2O_3;
10) алмаз C.

Определение твердости осуществляется царапанием острым углом минерала эталона. Появление мельчайшей царапины указывает на более высокую твердость определяемого минерала. Вместо минералов-эталонов нередко используют заменители – ноготь (2), оконное стекло (5), напильник (6,5-7). Минералы с твердостью 1 легко пишут по бумаге. Оконное стекло очень удобно, так как имеет ровную поверхность и любая царапина на нем заметна.

При определении твердости следует помнить, что более мягкие минералы будут на более твердых оставлять черту, которую легко стереть в отличие от царапины. Во многих случаях такую черту принимают за царапину. Во избежание ошибки необходимо провести пальцем-царапина останется на месте, а черта сотрется.

На результаты определения относительной твердости влияет анизотропия, которая достаточно сильно проявляется в низко симметричных минералах и в самих эталонах. Например, у кианита она варьирует от 4,5 вдоль удлинения таблитчатых кристаллов до 6,5-7 в поперечном направлении.

Спайность и отдельность

Спайность - способность минералов раскалываться по определенным кристаллографическим направлениям с образованием ровных блестящих поверхностей, параллельных друг другу и заметных по одновременному отблеску при отражении падающего света.

По степени совершенства выделяют следующие виды спайности:

• весьма совершенная – индивид при небольшом усилии легко расщепляется на плоскости большой площади (слюды, молибденит);

• совершенная - требует большее усилие для менгее ровной поверхности (сфалерит, кальцит);

• несовершенная – ровные поверхности проявляются редко, имеют минимальную площадь и обнаруживаются с трудом (кварц, оливин).

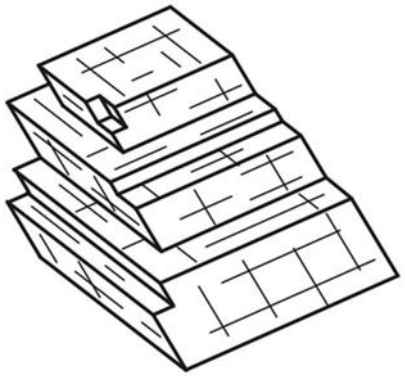


Рис. 3. Совершенная спайность в кальците

Причина возникновения спайности заключается в присутствии ослабленных направлений в структуре, которые проявляются после механического воздействия. Кристаллографическая направленность плоскостей спайности предполагает, что спайность ориентирована по какой-то простой форме. При определении спайности, кроме степени совершенства важно определять количество направлений и угол между плоскостями спайности, так как в ряде случаев является важным диагностическим признаком. Например, у амфиболов и пироксенов спайность в двух направлениях и близкая окраска, но у первых угол между плоскостями спайности 120о, а у вторых – 90о

При определении спайности важно не путать плоскости спайности с гранями кристалла. Плоскости спайности более гладкие и совершенные, чем естественные грани, которые могут иметь штриховку, следы растворения и т.д.

В некоторых минералах при раскалывании образуются ровные, кристаллографичные, иногда блестящие поверхности, напоминающие спайные. Возникновение подобных плоскостей носит название *отдельность* и связано с наличием закономерных включений вдоль зон роста кристалла, в результате возникновения структур распада или полисинтетического двойникования. Отличительным признаком отдельности является конечный размер пластинок, если они вызваны двойникованием, и матовое отражение плоскостей, при наличии включений.

Упругость, пластичность, хрупкость

Упругость минералов проявляется в их способности восстанавливать форму и начальный объем после снятия напряжения. Это свойство, например, позволяет различить минералы группы слюд, чешуйки которых возвращаются в первоначальное положение после изгиба, от минералов группы хлоритов внешне достаточно схожих, но не обладающих упругими свойствами.

Пластичность – это свойство минерала необратимо деформироваться под действием механической нагрузки, превышающей предел упругости. Пластические деформации приводят к механическому двойникованию, смятию или изгибу зерен с сохранением их целостности. Это характерно для антимонита, кальцита, гипса, молибденита, кианита, слюд. Некоторые минералы при этом способны к течению с изменением первоначальной формы и претерпевают грануляцию или перекристаллизацию (галенит, галит, арсенопирит). С пластичностью в прямой зависимости находится такое свойство, как ковкость минералов. У металлов это свойство проявляется в расплющивании их в тонкие пластинки. У некоторых сульфидов (халькозин, акантит, галенит), обладающих слабой ковкостью, царапина блестящая, а не пылит, в отличии от хрупких минералов, что является диагностическим признаком.

Хрупкость – это способность минералов разрушаться при небольших деформациях после превышения предела прочности. Хрупкость минералов определяет их способность к измельчению, важную характеристику при обработке руд и их обогащении.

Плотность

Плотность – это мера массы в единице объема. Плотность минералов варьирует от 0,8 у некоторых органических минералов до 22,7 г/см^3 у осмистого иридия. Она зависит от кристаллической структуры и химического состава минерала. Высокая плотность характерна для минералов с компактной структурой, низкая – для минералов со слоистой и каркасной структурой (например, алмаз - 3,5 г/см^3, графит - 2,2 г/см^3). Плотность возрастает с увеличением массы атома или иона и уменьшается с увеличением их размеров. Например, плотность плагиоклазов изменяется от 2,61 г/см^3 (альбит) до 2,76 г/см3 (анортит).

Основная масса минералов имеет плотность, которая находится в интервале от 2,5 до 5,2 г/см3, и лишь немногие имеют более высокие или низкие значения. По степени распространенности и плотности минералы условно можно разделить на легкие (плотность менее 2,5 г/см3), средние (2,5-4 г/см3) и тяжелые (более 4 г/см3). Плотность мономинерального образца приближенно можно оценить, сравнивая с образцами с известной плотностью и близкого объема.

Магнитные свойства

По магнитным свойствам минералы подразделяются на магнитные, слабомагнитные и немагнитные. Магнитные минералы притягиваются постоянным магнитом. К ним относятся магнетит, моноклинный пирротин и некоторые разности ильменита. Некоторые разности магнетита ведут себя как постоянный магнит, т.е. притягивают к себе железные предметы и магнитные минералы. К слабомагнитным отно-сятся те минералы, которые приобретают магнитные свойства под действием электрического поля. Так ведут себя, например, все минералы, содержащие железо: геденбергит, альмандин, железистый сфалерит (марматит) и т. д.

ПОРЯДОК ОПРЕДЕЛЕНИЯ МИНЕРАЛОВ

В определителе все минералы по блеску разделены на четыре группы: с металлическим, полуметаллическим, алмазным и стеклянным блеском. Минералы с металлическим блеском цветные, непрозрачные, черта темнее, чем цвет минерала в массе. Минералы с полуметаллическим блеском цветные, непрозрачные, черта аналогична цвету минерала в массе или светлее, но всегда отчетливая.

Минералы третьей и четвертой групп прозрачны в той или иной степени. Минералы с алмазным блеском могут быть бесцветны или окрашены. Первые встречаются довольно редко и узнаются по сильному блеску, видимому невооруженным глазом. В том случае, если они обладают окраской, черта у них варьирует от бледно-желтой до красной.

Минералы со стеклянным блеском имеют в большинстве белую черту, реже она светлую окраску. Минерал в том месте, с которого получена черта, белеет.

Таким образом, при определении минерала в первую очередь.

необходимо определить: блеск, черту, цвет. Это позволяет достаточно надежно отнести минерал к тому или иному разделу.

Подразделение минералов с металлическим блеском внутри раздела производится по цвету. В подразделе цветности минералы располагаются по твердости.

Минералы с полуметаллическим и алмазным блеском разделены по цве-ту черты и цвету в "массе" или в образце. Расположение минералов в подразделах производится по твердости.

В минералах со стеклянным блеском первоначальное подразделение осуществляется по цвету черты. Это позволяет выделить подраздел цветных минералов, имеющих яркую окраску, близкую или аналогичную цвету минерала в "массе" (зеленую, синюю и др.). В отдельный подраздел объединены минералы темной окраски (темно-зеленая, грязно-зеленая, черная), имеющие серую черту различных оттенков. Черта слабо контраст-на. В последнем, наиболее многочисленном, подразделе находятся минералы с белой чертой. Внутри минералы расположены по твердости.

Такое построение определителя дает возможность, при правильном определении блеска, цвета минерала, его твердости и черты, найти несколько сходных минералов или единственный с данными свойствами. При наличии нескольких минералов, необходимо получение дополнительных данных по морфологии, химизму и генезису определяемого минерала.

При определении необходимо помнить, что все свойства минерала находятся во взаимозависимости и отражают конституцию данного минераль-ного вида. Это не позволяет определить минерал по одному, наугад взятому свойству

КЛЮЧ К ТАБЛИЦАМ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МИНЕРАЛОВ.

1. Минералы с металлическим блеском. Цветные непрозрачные.
   Черта серая. Темно-серая или черная.
   1.1. Цвет белый, серый до черного. Стр. 20
   1. 2 Цвет желтый, красный. Стр. 36
2. Минералы с полуметаллическим блеском. Цветные, непрозрачные.

Черта аналогична цвету минерала в массе или светлее, но всегда отчетливая.

2.1. Черта бурая, буровато-черная, черная.
Цвет черный, серо-черный. Стр. 44

2. 2. Черта красновато-бурая, желтовато-бурая, зеленовато-серая.
Цвет темно-красный, темно-бурый, черный. Стр.50

3. Минералы с алмазным блеском. Бесцветные или цветные, идеально прозрачные или прозрачные в той или иной степени.

3.1. Черта оранжевая, красная.
Цвет минерала оранжевый, красный до черного. Стр. 56

3.2. Черта желтая, светло-желтая, белая.
Цвет минералов желтый, коричневый до черного, иногда бесцветный. Стр. 60

4. Минералы со стеклянным блеском. Прозрачные в той или иной степени.

Черта чаще белая, реже светлоокрашенная, минерал белеет в том месте, с которого получена черта.

4.1. Черта имеет отчетливую окраску: зеленую, голубую, синюю, желтовато-бурую. Цвет минерала аналогичен цвету черты или несколько темнее. Стр. 74

4. 2. Черта имеет зеленоватый или сероватый оттенок, выраженный неясно. Преобладающая окраска минералов зеленая, темно-зеленая, черная. Стр.82

4.3. Черта белая
Твердость 1 – 3 Стр. 94

4.3. Черта белая
Твердость 3 – 5 Стр. 114

4.3. Черта белая.
Твердость 5 - 7 Стр. 130

4.3. Черта белая.
Твердость 7- 9 Стр. 154

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

X – минералы известные на Урале;
* – минерал широко распространен и образует крупные выделения;
# – минерал открыт на Урале.

Минералы непомеченные символами на Урале не известны. Известные на Урале минералы отмечены по работе [7].

ПРИНЯТЫЕ СОКРАЩЕНИЯ

в п.п.тр. — в пламени паяльной трубки;
в. сов. — весьма совершенная;
выд. — выделение;
конц. — концентрированной
м-ния — месторождения;
направл. — направление;
несов. — несовершенная;
раствор. — растворяется
сов. — совершенная;
УФ — ультрафиолетовый свет;
и т.д. — и так далее.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

Булах А.Г. Минералогия с основами кристаллографии – М.: Недра, 1989. – 351 с.

Вертушков Г.Н., Авдонин В.Н. Физические и химические свойства минералов и определитель минералов по внешним признакам – Св.:СГИ, 1970. – 172 с.

Годовиков А.А. Минералогия. – М.: Недра, 1975. – 520 с.

Лазаренко Е.К. Курс минералогии. – М.: Высшая школа, 1971. – 608 с.

Минералы. Справочник. /Под ред. Ф.В.Чухрова, Э.Н. Бонштедт-Куплетской. Т.I – IV— Наука, 1960-2004

Флейшер М. Словарь минеральных видов. Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 206 с.

Юшкин Н.П., Иванов О.К., Попов В.А. Введение в топоминералогию Урала. М.: Наука, 1986, - 294 с.

I. Минералы с металлическим блеском. Цветные непрозрачные
Черта серая, темно -серая или черная

Таблица 1

Название, химический состав	Сингония, облик кристаллов и строение агрегатов	Спайность, излом	Цвет, черта	Твер-дость	Плот ность	Химические свойства, особые приметы	Сходные минера-лы	Сопутствую -щие минералы	Условия нахождения
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
			1.1. Цвет белый, се		**рый до черного.**				
* Молибденит (молибдено-вый блеск) MoS_2	Гексагональная, боченковидные кристаллы, чешуйчатые, листоватые агрегаты	В. сов. по {0001} в одном направл	Свинцово-серый с голубоватым оттенком. Серовато-черная при растирании зеленеет	1	4,7-4,8	Трудно раствор. в HNO_3 до MoO_3. Мажет руки, жирный на ощупь	Графит, тетради-мит	Шеелит, вольфра-мит, касситерит, висмутин и др	Высоко- и среднетемпера-турные гидротермальные жилы, скарны, меднопорфи-ровые м-ния
* Графит C	Гексагональная, пластинчатые кристаллы, чешуйчатые, пластинчатые агрегаты	В.сов. по {0001} в одном направл.	Свинцово-серый до оловянно-белого. Стально-черная	1	2,1-2,2	При нагрева-нии с дымящей HNO_3 чешуйки вспучиваются. Мажет руки, жирный на ощупь	Молиб-денит, валле-риит	Полевой шпат, кварц, биотит, рутил и др	Магматический, пневматолито-гидротермальные жилы, скарны, метаморфические породы
X Тетрадимит Bi_2Te_2S	Тригональная, таблитчатый, чешуйчатый, листоватый	В. сов. по (0001) в одном направл	Свинцово-серый до оловянно-белого. Стально-черная	1,5-2	7,2-7,3	Конц. горяч. H_2SO_4 Окрашивает в малиновый цвет. Листочки гибкие, но не упругие, пишет на бумаге	Молиб-денит, теллуро-висмутит	Теллуриды, золото, пирит, халькопи-рит, галенит	Кварцевые жилы

Продолжение таблицы 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Теллурвисмутит Bi_2Te_3	Тригональная, пластинчатый, листоватый	Сов. по {0001} в одном направл.	Свинцово-серый . Стальночерная	1,5-2	7,8-7,9	В откр. трубке дает белый дым TeO_2 . Листочки гибкие, но не упругие	Тетрадимит	Теллуриды, золото, сульфиды	Золотоносные кварцевые жилы
* Ковеллин CuS	Гексагональная, порошковатые, сажистые массы	В. сов. по {0001} в одном направл	Индигово-синий. Серая до черной	1,5-2	4,6-4,8	Раствор. в горячей HNO_3 с выд, S: раствор приобретает. зеленый цвет. Специфическая окраска		Халькозин, борнит, халькопирит	Зона окисления медноколчеданных м-ний
*Антимонит (сурьмяный блеск, стибнит) Sb_2S_3	Ромбическая, призматические кристаллы, спутанно-волокнистые и зернистые агрегаты	Сов. по {010} в одном направл	Свинцово-серый, слегка голубоватый. Черная, при растирании краснеет	2	4,5-4,7	Раствор. в HCl с выд. H_2S. На плоскостях спайности часто двойниковая штриховка	Висмутин, джемсонит, буланжерит	Обычно один, реже с киноварью, флюоритом, баритом	Низкотемпературные гидротермальные м-ния
* Висмутин (висмутовый блеск) Bi_2S_3	Ромбическая, призматические и игольчатые кристаллы, зернистые агрегаты	Сов. по {010} в одном направл	Оловянно-белый до свинцово-серого. Свинцово-серая	2-2,5	6,8	Легко раствор. в HNO_3 и горячей HCl. На плоскостях спайности часто двойниковая штриховка, перпендикулярная удлинению	Антимонит, висмутовые сульфосоли	Самородный висмут, молибденит, касситерит, вольфрамит	Высоко- и среднетемпературные гидротермальные жилы, пегматиты, скарны

Продолжение таблицы 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
*Висмут Bi	Тригональная, шестоватый, зернистый	Сов. по {0001} в одном направл., хорошая по {2021} в трех направл.	Серебристо-белый с желтоватым оттенком, красная побежалость. Оловянно-белая	2-2,5	9,8	Легко раствор в HNO_3 , после разбавления выпадает белый осадок. По характерной красной побежалости	Тетрадимит	Касситерит, вольфрамит, молибденит, висмутин и др	Пегматиты, скарны, кварцевые жилы
*Акантит Ag_2S	Моноклинная, редко кристаллы, сплошные массы или параморфозы по аргентиту	Отсутствует. Раковистый, неровный	Железо-черный. Черная, блестящая	2-2,5	7,2-7,3	Раствор. в HNO_3 с выд. S. Характерна низкая твердость, сильная ковкость, зерна раздавливаются с трудом	Халькозин, серебро	Серебро, прустит, пираргирит, галенит, кальцит, барит	Кварцевые, кварц-кальцитовые и серебро-арсенидные жилы; зона вторичного сульфидного обогащения
* Серебро Ag	Кубическая, волосовидные, моховидные и проволочные фор-мы, дендриты	Отсутствует. Крючковатый	Серебряно-белый, с поверхности серый или черный налет. Белая блестящая	2,5-3	10,1-11,1	Раствор. в HNO_3, при добавлении HCl выпадает белый осадок. Характерен цвет, крючковатый излом, высокая ковкость	Изоферроплатина	Акантит, прустит, пираргирит, галенит, кальцит, барит	Низкотемпературные гидротермальные жилы с арсенидами, зона вторичного сульфидного обогащения
* Халькозин (медный блеск) Cu_2S	Ромбическая, Призматические и пластинчатые кристалы, сплошные плотные массы	Несов. по {110}. Раковистый	Несов. по {110}. Раковистый	2,5-3	5,5-5,8	Раствор. в HNO_3 с выд. S. Ковок. Царапина от иглы блестящая	Акантит, джарлеит, дигенит, анилит, блеклые руды	Борнит, ковеллин, халькопирит, самородная медь	Низкотемпературные гидротермальные образования, зона вторичного сульфидного обогащения

Продолжение таблицы 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Галенит (свинцовый блеск) PbS	Кубическая, зернистые агрегаты, реже плотные и натечные, обычны кристаллы	Сов. по {100}, в трех направл., иногда отдельность по {111}	Свинцово-серый, у тонко-зернистых агрегатов более светлый. Серовато-черная	2,0-3,0	7,4-7,6	Раствор. в HNO_3 с выд. S, при добавлении HCl выпадает белый осадок. Слабо ковок. Типичен цвет, спайность в трех направл. и высокая плотность	Антимо-нит	Сфалерит, пирит, халь-копирит, кварц, кальцит, барит	Средне- и низко-температурный гидротермальные жилы, скарны
* Джемсонит $Pb_4FeSb_6S_{14}$	Моноклинная, игольчатые и волосовидные кристаллы, перистые и шестоватые агрегаты	Ясная по {001} в одном направл., несов. по {110} и {010}. Неровный	Свинцово-серый, иногда пестрая побежалость. Темно-серая, серовато-черная	2,0-3,0	5,5-6,0	Раствор. в горячей HCl, при охлажде-нии выпадает $PbCl_2$. Характерна поперечная спайность	Булан-жерит, менеги-нит	Пирит, сфалерит, галенит, тетраэдрит, буланжерит	Второстепенный минерал средне-температурных гидротермальных жил
*Буланжерит $Pb_5Sb_4S_{11}$	Моноклинная, игольчатые, призматичес-кие кристаллы, волокнистые агрегаты	Сов. по {100} в одном направл	Свинцово-серый до железо-черного. Серовато-черная с коричневым оттенком	2,5-3,0	6,0-6,2	Раствор. в горячей HCl с выд. H_2S. От джемсонита отличается отсутствием поперечной спайности	Джемсо-нит, менегинит	Галенит, сфалерит, арсенопи-рит, пирит, джемсонит	Средне- и низко-температурные гидротермальные жилы и метасома-тические залежи

Продолжение таблицы 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
*Мышьяк As	Тригональная, ромбоэдрический, зернистый, концентрически скорлуповатый	Сов. по {0001}. Неровный	Оловянно-белый, на свежем изломе быстро тускнеет до серовато-черного. Серая	3,5	5,6-5,8	Раствор. в HNO_3. При нагревании сублимирует, издавая чесночный запах	Сурьма, висмут	Прустит, пираргирит, аргентит, блеклые руды, кальцит, реальгар	В кварцевых и кварц-карбонатных жилах
*Сурьма Sb	Тригональная, зернистый, натечный, почковидный	Сов. по {0001}, ясная по {2021}. Неровный	Оловянно-белый с желтой побежалостью. Буровато-серая	3-3,5	6,6-6,8	Раствор. в HNO_3 При нагревании сублимирует, образуя белый осадок	Висмут, мышьяк	Антимонит, бертьерит, арсенопирит, висмут, минералы серебра	В кварц-сульфидых жилах
* Теннантит (мышьяковая блеклая руда) $(Cu,Fe)_{12}As_4S_{13}$	Кубическая, Тетраэдрические кристаллы, сплошные зернистые агрегаты	Отсутствует Раковистый, неровный	Стально-серый до железо-черного. Черная с вишнево-красным оттенком	3,0-4,0	4,4-4,7	Разлагается в HNO_3 с выд. S. Блеклый тон окраски, хрупкость	Тетраэдрит, халькозин	Халькопирит, сфалерит, галенит, пирит, айкинит, бурнонит	Широко распространен, средне- и низкотемпературный гидротермальный минерал
* Тетраэдрит (сурьмяная блеклая руда) $(Cu,Fe)_{12}Sb_4S_{13}$	Кубическая, Тетраэдрические кристаллы, сплошные зернистые агрегаты	Отсутствует Раковистый, неровный	Стально-серый до железо-черного. Черная	3-4,5	4,9-5,1	Разлагается в HNO_3 с выд. S. Блеклый тон окраски, хрупкость	Халькозин, теннантит	Халькопирит, сфалерит, галенит, пирит, айкинит, бурнонит	Широко распространен, средне- и низкотемпературный гидротермальный минерал
Станин Cu_2FeSnS_4	Тетрагональная, зернистые массы	Несов. по {110} и {001}	Стально-серый до железо-черного. Черная	3,0-4,0	4,3-4,5	Разлагается в HNO_3 с выд S и SnO_2, раствор синий	Блеклые руды	Касситерит, халькопирит, сфалерит, пирит, арсеноприт, пирротин	В кварцевых и пегматитовых жилах

Продолжение таблицы 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Железо Fe	Кубическая, изометричный, зернистый	Сов. по {100} в трех направл. Крючковатый	Стально-серый до железо-черного. Стально-серая	4,0	7,3-7,7	Раствор. в HNO_3 и HCl с выд. водорода. Магнитно и ковко	Серебро, висмут	Графит, пирротин, шпинель	В основных изверженных породах
X Тетраферро-платина (ферро-платина) PtFe	Тетрагональная, мелкие зерна	Нет. Неровный	Темно-серый до черного. Черная	4,0	12,0-15,0	Разлагается в царской водке. Магнитна и относительно хрупка	Железо, хромшпинели	Изоферро-платина, туламенит, хромшпинели	Магматический в ультраосновных изверженных породах, россыпях
* Изоферро-платина (поликсен) Pt_3Fe	Кубическая, кубические кристаллы, мелкие зерна и самородки	Отсутствует. Крючковатый	Серебряно-белый до стально-серого. Черная	4,0-4,5	14,0-18,65	Разлагается в царской водке. Слабо магнитна, ковка	Осмий, рутений	Тетраферро платина, иридосмин, хромшпинели	Магматический в ультраосновных изверженных породах, россыпях
* Саффлорит $CoAs_2$	Ромбическая, изометричный, зернистый, шестоватый	Несов. по {110	Оловянно-белый до свинцово-серого. Серовато-черная	4,5-5,0	7,0-7,3	Раствор. в HNO_3 , раствор розовый	Арсенопирит, леллингит, раммельсбергит	Шмальтин, хлоантит, раммельсбергит, лелленгит, серебро, аргентит	В железорудных скарнах и в карбонатных и кварц-карбонатных жилах
* Леллингит $FeAs_2$	Ромбическая, призматический, зернистый	До ясной по {010} и {101} в трех направл.	Серебряно-белый до стально-серого. Серовато-черная	5,0-6,0	7,0-7,4	Раствор. в HNO3 Распространен менее, чем арсенопирит	Арсенопирит, раммельсбергит, саффлорит	Никелин, раммельсбергит, мышьяк, касситерит, танталит	В ультраосновных изверженных породах, скарнах, кварц-карбонатных и пегматитовых жилах.

Продолжение таблицы 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Раммельс-бергит $NiAs_2$	Ромбическая, призматичес-кий, зернистый	До ясной по {110} в двух направл.	Оловянно-белый с красноватым оттенком. Серовато-черная	5,0-6,0	6,9-7,2	Раствор. в HNO_3, раствор зеленый. Слабо ковок	Арсенопи-рит, саффло-рит	Шмальтин, хлоантит, раммельс-бергит , никелин, висмут, минералы серебра	В арсенидно-карбонатных и сульфидно-кварцевых жилах
* Кобальтин (кобальтовый блеск) CoAsS	Кубическая, зернистые агрегаты, иногда кристаллы	Сов. по {100} в трех направл. Неровный, раковистый	Серебряно-белый с красноватым оттенком. Серовато-черная	5,5	6,1-6,4	Разлагается в горячей HNO_3 с выд. S и As_2O_3; раствор розовый. Форма кристаллов и розовый оттенок	Арсенопи-рит, сперрилит	Пирротин, халькопи-рит, арсенопи-рит, сфалерит, висмутин	Высоко- и среднетемпе-ратурные гид-ротермальные жилы, скарны
* Герсдорфит NiAsS	Кубическая, {100},{110}, {111}, {311}, зернистый	Сов. по {100} в трех направл. Неровный	Оловянно-белый до стально-белого. Серовато-черная	5,0-5,5	5,6-6,2	Разлагается в горячей HNO_3 , раствор зеленый. Редкий	Ульманит, арсено-пирит	Арсениды Co и Ni, халькопи-рит, ульманит, пирит, висмутин	В кварцевых и карбонатно-кварцевых жилах
*Арсенопирит (мышьяко-вый колчедан) FeAsS	Моноклинная, призма-тические и изометричные кристаллы, зерни-стые и шестоватые агрегаты	Несов. по {101}, {010}. Неровный	Оловянно-белый до стально-серого. Серовато-черная	5,5-6,0	5,9-6,3	Разлагается в горячей HNO3 с выд. S. Широко распространен. Форма крис-таллов, твер-дость, чесноч-ный запах при ударе	Кобаль-тин, гудмундит	Пирит, халькопи-рит, пирротин, сфалерит, висмутин	В кварцевых и пегматитовых жилахТипичный гид-ротермальный минерал ши-рокого диапа-зона температур, скарны

Продолжение таблицы 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х Гудмундит FeSbS	Моноклинная, призматические кристаллы, зернистые агрегаты	Отсутствует. Неровный	Серебряно-белый. Черная	6,0	6,7-6,9	Разлагается в горячей HNO_3. Редкий. Реакция на Sb	Арсенопирит, кобальтин	Арсенопирит, молибденит, пирротин, халькопирит	Среднетемпературный гидротермальный минерал
Х Скуттерудит (шмальтин) $CoAs_2$	Кубическая, плотные зернистые агрегаты, нередко кристаллы	Несов. по {100}. Неровный, раковистый	Оловянно-белый. Серовато-черная	5,5-6,0	6,5-6,8	Раствор. в HNO_3 с образованием розового раствора. Ассоциация с другими арсенидами и форма кристаллов	Никельскуттерудит, саффлорит	Кобальтин, арсенопирит, пирротин, арсениды Co и Ni	Среднетемпературный гидротермальный минерал
Х Никельскуттерудит (хлоантит) $NiAs_{2-3}$	Кубическая, плотные зернистые агрегаты, нередко кристаллы	Несов. по {100}. Неровный	Оловянно-белый до стально-серого. Серовато-черная	5,5-6,0	6,4-6,8	Раствор. в HNO_3 с образованием зеленого раствора. Ассоциация с никелином, форма кристаллов	Скуттерудит, рамельсбергит	Арсениды Co и Ni, кобальтин, герсдорфит	Среднетемпературный гидротермальный минерал
Пиролюзит MnO_2	Тетрагональная, призматические кристаллы, землистые, скрытокристаллические агрегаты	Сов. по {110} в двух направл	Стально-серый, железо-серый в кристаллах. Черный в землистых агрегатах. Черная	6,0-6,5	4,7-5,2	Растворяется в HCl с выд. Cl_2.	Окислы и гидроокислы Mn	Романешит, криптомелан, браунит, родохрозит, гетит	Типичный минерал коры выветривания, зоны окисления, морских осадков, гидротермальный в жилах

Продолжение таблицы 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Сперрилит $PtAs_2$	Кубическая, {100}, {110}, {111}, {302}, обычно хорошо образованные кристаллы	Несов. по {100}. Раковистый	Оловянно-белый. Темно-серая	6,0-7,0	10,58	В кислотах не раствор. В п.п.тр. на угле плавится , образуя платину и As_2O_3	Иридистая платина	Пирротин, халькопи-рит, пентландит, магнетит	Медно-никелевые сульфидные руды, россыпи
*Осмий Os (иридосмин, сысерскит)	Гексагональ-ная, Пластинчатые и боченковид-ные кристаллы	Сов по {0001} в одном направл	Серый, стально-серый	6,0-7,0	21,0-23,0	В кислотах не раствор., в п.п.тр. темнеет, издавая резкий запах OsO_4 . Слабо магнитен, ковок	Платина	Платина, хромит, магнетит, платиноиды	Ультраосновные породы, россыпи
X Иридий Ir (невьянскит)	Кубическая, изометричные зерна и кристаллы	Раковистый	Оловянно-белый	6,0-7,0	22,0-25,0	В кислотах не раствор., сплавы с KNO_3 раствор. В воде, образуя синий осадок окиси иридия. Слабо ковок	Сперри-лит, платина	Иридосмин, хромит, магнетит, платиноиды	Ультраоснов-ные платиноносные массивы, россыпи
1. 2 Цвет жел					**тый, красный**				
* Медь Cu	Кубическая, {100}, {111}, (110); дендриты, проволочки	Отсутст-вует. Крючко-ватый	Светло-розовая в свежем изломе, мед-но-красная при окислении. Медно красная, блестящая	2,5-3,0	8,4-8,9	Легко раствор. в HNO_3. Ковкость, цвет, вторичные продукты	Аурикуп-рид	Халькозин, куприт, кальцит, гетит, атакамит	Гидротермаль-ная в основных и ультраосновных изверженных породах, в зоне окисления

Продолжение таблицы 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Золото Au	Кубическая, {111}, {100}, {110}; чешуйки, листочки, самородки	Отсутствует. Крючковатый	Золотисто-желтый до светло-желтого, иногда розоватый оттенок. Золотисто-желтая, блестящая	2,5-3,0	15,6-18,3	Раствор. в царской водке. Цвет, высокая ковкость, отсутствие продуктов окисления	Халькопирит, аурикуприд	Арсенопирит, пирит, галенит, сфалерит, халькопирит и др	Гидротермальное в кварцевых жилах, конгломератах, черных сланцах, в зоне окисления
* Борнит $Cu5FeS_4$	Кубическая, {100}, {110}, {111}; зернистый	Несов. по {111}. Мелкораковистый	Темный медно-красный, с пестрой побежалостью. Серовато-черная	3,0	4,9-5,3	Раствор. в HNO_3 с выд. S. Цвет в свежем изломе и низкая твердость	Никелин, пирротин, ковеллин	Халькопирит, халькозин, галенит, пирит, сфалерит	Гидротермальный в основных изверженных породах и кварцевых жилах, скарнах, зоне окисления
X Миллерит Ni S	Тригональная, игольчатый, волокнистый, зернистый	Сов.по {1011} и {1012}. Неровный	Бледно латунно-жел-тый, иногда с побежалостью. Зеленовато-черная	3,0-3,5	5,2-5,6	Раствор. в HNO_3 , раствор в зеленый цвет. Игольчатая форма выделений	Халькопирит	Пирит, Халькопирит, сульфиды и арсениды Ni и Co, кальцит	Медно-никелевые месторождения, кварцевые и кварц-карбонатные жилы
*Халькопирит (медный колчедан) $CuFeS_2$	Тетрагональная, зернистые агрегаты, иногда тетраэдрические кристаллы	Несов. по {112} и {101}. Раковистый, неровный	Латунно-желтый, нередко пестрая побежалость. Зеленовато-черная	3,0-4,0	4,1-4,3	Раствор. в HNO_3 с выд. S. Цвет, твердость, хрупкость	Пирит, золото, талнахит	Пирротин, пирит, арсенопирит, галенит, сфалерит и др.	Высоко- и среднетемпературный гидротермальный минерал в основных породах, скарнах

Продолжение таблицы 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Талнахит $Cu_9Fe_8S_{16}$	Кубическая, зернистый	Несов. Раковистый	Латунно-желтый, на свежем сколе быстро образуется побежалость	3-4	4,3-4,4	Раствор. В HNO_3	Халькопирит	Кубанит	Медно-никелевые месторождения в основных породах
Х Пентландит (никелевый колчедан) $(Fe,Ni)_8S_9$	Кубическая, зернистые агрегаты и структуры распада в пирротине	Сов. по {111} в четырех направл. Раковистый	Бронзово-желтый. Зеленовато-черная	3-4,0	4,5-5	Раствор. в HNO_3, окрашивая раствор в зеленый цвет. Ассоциация и характерная спайность	Пирротин, пирит	Пирротин, халькопирит, талнахит, магнетит, кубанит	Магматический в основных изверженных породах
* Пирротин гексагональный $Fe_{1-x}S$	Гексагональная, таблитчатые и призматические кристаллы	Несов. по {1010}, отдельность по {0001}. Неровный	Бронзово-желтый с буроватой побежалостью. Серовато-черная до черной	3,5-4,5	4,6-4,7	В HNO_3 и HCl разлагается с трудом. Бронзово-желтая окраска	Троилит, кубанит	Халькопирит, пентландит, пирит, сфалерит, арсенопирит	Среднетемпературный гидротермальный минерал, в основных породах,скарнах, кварцевых жилах
* Клинопирротин (магнитный колчендан) Fe_7S_8	Моноклинная, зернистые агрегаты	Отдельность по {001}. Неровный	Бронзово-желтый. Серовато-черная до черной	3,5-4,5	4,6-4,7	Раствор. в HNO_3. Бронзово-желтая окраска и магнитность	Троилит, кубанит, пирротин гексагональный	Халькопирит, пентландит, пирит, сфалерит, арсенопирит	Среднетемпературный гидротермальный минерал, в основных породах, скарнах,кварцевых жилах
Х Троилит FeS	Гексагональная, зернистый	Неровный	Бронзово-желтый.	4	4,6-4,8	Легко раствор. в HCL с выд. H_2S. Парамагнитен	Пирротин	Халькопирит, пенландит	Медно-никелевыу месторождения в основных породах, серпентинизированные гипербазиты, включения в метеоритах

Окончание таблицы 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х Туламенит PtFeCu (купро-платина)	Кубическая, зернистый	Кубическая, зернистый	Неровный	4	14,6	В кислотах не раствор. Сильно магнитен	Пирротин	Изоферр-платина, тетраферроплатина, хромшпинелиды	В ультраснов-ных изверженных породах
Х Никелин NiAs	Гексагональная, почковидные, зернистые агрегаты	Несов.по {1010}. Неровный	Бледно медно-красный. Буровато-черная	5-5,5	7,6-7,8	Легко раствор. в HNO_3	Борнит, пирротин	Шмальтин, хлоантит, саффлорит, раммельсбергит, скуттерудит	В медно-никелевых месторождениях в основных изверженных породах, карбонатных и кварц-карбонатных жилах
* Марказит (лучистый колчедан) FeS_2	Ромбическая, копьевидные и таблитчатые кристаллы, конкреции, натечные агрегаты	Ясная по {101}. Неровный	Латунно-желтый с серым оттенком. Черная	6-6,5	4,9	Разлагается в HNO_3 с выд. S. Форма выд	Пирит, арсенопирит	Пирит, халькопирит, галенит, сфалерит, пирротин	Низкотемпературный гидротермальный минерал, в зоне окисления
* Пирит (серный колчедан) FeS_2	Кубическая, зернистые агрегаты, коломорфные массы, хорошо образованные кристаллы	Несов. по {100}, отдельность по {111}. Раковистый	Светлый латунно-желтый. Зеленовато-черная	6-6,5	4,9-5,2	С трудом разлагается в HNO_3 с выд, S. Форма кристаллов, твердость, окраска	Марказит, халькопирит, арсенопирит	Халькопирит, сфалерит, арсенопирит и др.	Наиболее широко распространенный сульфид

2. Минералы с полуметаллическим блеском. Цветные непрозрачные
Черта аналогична цвету минерала в массе или светлее, но всегда отчетливая

Таблица 2

Название, химический состав	Сингония, облик кристаллов и строение агрегатов	Спайность, излом	Цвет, черта	Твер-дость	Плот ность	Химические свойства, особые приметы	Сходные минера-лы	Сопутству-ющие минералы	Условия нахождения
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
			2.1. Черта бурая, буро вато-черная, черная. Цвет черный, серо-черный						
Х Ферберит $FeWO_4$	Моноклинная, зернистые аг-регаты,призма-тические и таблитчатые кристаллы	Сов. по {010} в одном нап-равлении. Неровный	Черный. Черная	4,5	7,3-7,5	Раствор. в HNO_3 и HCl. Ассоциация, окраска, спайность	Танталит, сфалерит, кассите-рит	Касситерит, висмутин, топаз, берилл, флюорит	Высокотемпера-турный гидро-термальный ми-нерал кварцевых жил, грейзенов, пегматитов
Х Уранинит UO_2	Кубическая, массивный, колломорф-ный - насту-ран,	Неровный, раковистый	Стально-серый до черного. Черная, буровато-черная, слегка блестящая	5-6,0	7,5-10,	Раствор. в H_2SO_4 и HCl. Радиоактив-ность, окраска, форма выд	Ильменит	Монацит, ксенотим, циртолит, алланит, биотит	Гидротермаль-ный минерал, в пегматитах, грейзенах, квар-цевых жилах и цементе конгломератов
# Ильменит $FeTiO_3$ (титанис- тый железняк	Тригональная, таблитчатый {0001}, {1011},{1014}, зернистый	Неровный, раковистый	Железо-черный до стально-серого. черная	5-6	5,6-6,4	В кислотах не раствор. Слабо магнитен	Гематит, магнетит, хромит	Гематит, магнетит, циркон, титанит, апатит, полевые шпаты	В основных изверженных горных породах, пегматитовых и кварцевых жилах, амфиболитах
Х Самарскит $(Y,Ce,U,Fe^{+3})\times$ $\times(Nb,Ta)_5O_{16}$	Моноклинная, псевдо-ромбический, призматич, метамиктный	Раковистый	Смоляно-чер-ный, бархати-сто-черный. Бурая до черной	5-6	5,6-6,4	Разлагается в кислотах при кипячении. Сильно радиоактивен	Колумбит	Колумбит, монацит,то-паз, берилл, циркон, шерл	В щелочных пегматитах

Продолжение таблицы 2

2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х Эшинит $(Ce,Ca,Th,)\times$ $\times(Ti,Nb)\times$ $\times(O,OH)_6$	Ромбическая, призматический, отдельные зерна	Раковистый, неровный	Буровато-черный до черного. Бурая	5-6	4,9-5,3	Разлагается в конц. H_2SO_4. Сильно радиоактивен, имеет красные и желто-бурые внутренние рефлексы	Самарскит, колумбит, фергусонит	Монацит, биотит, циркон, магнетит, апатит, алланит	В щелочных пегматитах
* Романешит (псиломелан) $(Ba, H_2O) \times$ $\times(Mn^{4+}, Mn^{3+})_5$ $\times O_{10}$	Моноклин-ная; натеч-ные, почко-видные, плотные агрегаты	Неровный, скорлупова-тый	Темный стально-серый до черного. Коричневато-черная	5-6	4,0-4,7	Легко с выд. Cl_2. Окрашивает пламя в зеленый цвет	Криптомелан, пиролюзит	Пиролюзит, якобсит, браунит, гаусманит	Типичный минерал коры выветривания, зоны окисления, морских осадков, редко гидротермальный
* Криптомелан $K(Mn^{4+},$ $Mn^{2+})_8O_{16}$	Моноклин-ная, псевдотетрагональный, тонкозернистый, тонковолокнистый, почковидный	Неровный	Стально-серый до черного. Коричневато-черная	6-6,5	4,2-4,4	Раствор. в HCl и HNO_3	Романешит, пиролюзит	Манганит, романешит, пиролюзит, браунит, якобсит, исутит	В метаморфизованных марганцевых м-ниях и их зоне окисления, осадочных марганцевых рудах, в пегматитовых и кварц-карбонатных жилах
* Магнетит (магнитный железняк) $Fe^{2+}Fe^{3+}{}_2O^4$	Кубическая, {111}, {110}, {311},зернистый, землистый. Мушкетовит - псевдоморфоза по гематиту	Отдельность по {111}. Неровный, раковистый	Черный, темно-серый. Черная	5,5-6	4,8-5,3	Раствор. в HCl при нагревании. Сильно магнитен	Ильменит, гематит, хромит	Ильменит, гематит, фторапатит, андрадит, эпидот, диопсид	Магматический в основных изверженных породах; метасоматический в скарнах; железистые кварциты

Продолжение таблицы 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х Лопарит $(Ce,Na, Ca)\times\times(Nb,Ti)O^3$	Кубическая, псевдокубический {100}, {111}, двойники прорастания по{111}	Несов. по {100}. Неровный	Черный, серовато-черный. Коричнево-бурая	5,5-6	4,7-4,9	В кислотах нераствор. Характерно нахождение в щелочных породах	Перовскит	Микроклин, нефелин, альбит, эгирин, арфедсонит, эвдиалит, апатит	В щелочных изверженных породах и их пегматитах
Х Якобсит $MnFe_2O_4$	Кубическая, {110}, {111}, {311}, зернистый	Отдельность по{111}	Черный, буровато-черный. Бурая, буровато-черная	5,5-6,5	4,8-4,9	Раствор. в HCl с выдел. хлора. Слабо или сильно магнитен	Браунит, магнетит	Гематит,тефроит, гаусманит, гранат, эпидот, родохрозит	В гидротермальных и метаморфических месторождениях, скарнах
* Хромит (хромистый железняк) $FeCr_2O_4$	Кубическая, зернистый, нодулярный, редко кристаллы	Отсутствует. Неровный	Черный, буровато-черный. Бурая, иногда серая	5,5-7,5	4,5-4,8	В кислотах раствор. при сплавлении с $KHSO_4$. Бурая черта, высокая твердость, иногда слабая магнитность	Гематит, магнетит, ильменит	Форстерит, серпентин, магнетит, уваровит	Магматический в ультраосновных изверженных породах, россыпях
* Ферроколумбит $Fe,Mn)Nb_2O_6$	Ромбическая, Призматический, пластинчатый, сплошной, зернистый	Ясная по {010}. Раковистый, неровный	Черный. Черная, буровато-черная	6	4,9-5,4	В кислотах не раствор. Слабо магнитен	Самарскит, ильменит, вольфрамит	Магнетит, ильменит, альмандин, циркон, ксенотим	В кислых и щелочных изверженных породах их пегматитах и карбонатитах
Ферротанталит $(Fe,Mn)Ta_2O_6$	Ромбическая, Призматический, пластинчатый	Ясная по {010}. Раковистый	Черный, буровато-черный. Буровато-черная	6-6,5	6,4-8,2	В кислотах не раствор	Самарскит, ильменит, вольфрамит	Сподумен, поллуцит, лепидолит, берилл, турмалин, топаз	В гранитных пегматитах

Продолжение таблицы 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2.2. Черта красновато-бурая, же Цвет темно-красный					**лтовато-бурая, зеленовато-серая. темно-бурый, черный**				
Х Манганит $MnO(OH)$	Моноклинная, натечные, плотные и зернистые массы, конкреции, оолиты	В. сов. по {010} и сов. по {110}. Неровный	Темный стально-серый до железо-черного. Красновато-бурая, бурая	3,5-4	4,2-4,3	Раствор. в конц. H_2SO_4 и конц. HCl с выд. хлора. Цвет черты и твердость	Гетит, гаусманит, браунит	Родохрозит, пиролюзит, гетит, романешит, браунит, барит	В осадочных м-ниях марганца, реже, низкотемпературный гидротермальный минерал
Х Алабандин MnS	Кубическая, {100}, {110}, {111}, зернистый	Сов. по {100} в трех направл	Железо-черный до сталь-но-серого, часто бурая побежалость. Зеленовато-серая	3,5-4	3,9-4,1	Бурно раствор. в HCl и HNO_3 с выдел. H_2S. Слабо магнитен	Сфалерит, гауерит	Родохрозит, тефроит, галенит, сфалерит,пирофанит, рододит, пирок-смангит	В низкотемпературных гидротермальных жилах и метаморфогеных марганцевых рудах
Мангантаталит $Mn\ Ta_2O_6$	Ромбическая, призматически зернистый	Ясная по{010}	Буровато-красный, тем-но-красный. Темно-красная	6	7,5	В кислотах не раствор. Прозрачен в тонких сколах	Манган-колумбит, гейкелит	Пирофанит, воджинит, эшинит(Ce)	В редкометальных и литиевых пегматитах
* Сфалерит (цинковая обманка) ZnS Fe - марматит	Кубическая, часто кристаллы, зернистый, скорлуповатый, колломорфный, землистый	Сов. по {110} в шести направл.	Бурый, черный, красно-вато-бурый, желтый, зеле-ный. Бурая, желтовато-бурая	3,5-4	3,9-4,1	Раствор. в конц. HNO_3 с выд. серы, в HCl с выд. H_2S. Форма кристаллов и спайность	Вольфрамит, вюрцит	Галенит, халькопирит, пирит, блеклые руды, кальцит, кварц	Гидротермальный минерал широкого диапазона температур

Продолжение таблицы 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х Гюбнерит $Mn(WO_4)$	Моноклинная, призматические кристаллы, зернистые и радиально-лучистые агрегаты	Сов. по {010} в одном направл. Неровный	Красновато-бурый до коричневато-черного. Желтовато-бурая до красновато-коричневой	4-4,5	7,1-7,3	Разлагается в горячих конц. H_2SO_4 и HCl. Форма зерен, окраска, спайность	Сфалерит, касситерит	Триплит, висмутин, шеелит, касситерит, молибденит	Высокотемпературный гидротермальный минерал, грейзены и пегматиты
* Гейкелит $MgTiO_3$	Тригональ-ная, отдельные зерна и сплошные массы, редко кристаллы	Ясная по {1011}, отдельность по {0001}. Раковистый	Красно-бурый до черного. Буровато-красная	5	3,8-4,1	В кислотах не растворяется. В тонких осколках просвечивает красным. Редок	Пирофанит, ильменит	Шпинель, циркон, хромит, диопсид, форстерит	Магматический в ультраосновных изверженных породах, в россыпях, реже гидротермальный
* Гетит FeO(OH)	Ромбическая, почковидные, натечные выделения параллельно-волокнистого строения	Сов. по {010} и менее сов. по {100}. Занозистый, неровный	Желтовато-бурый до черного. Желтовато-бурая, бурая	5-5,5	4,1-4,3	Медленно раствор. в HCl. Параллельно-волокнистое строение и желтый оттенок черты	Гематит, лепидокркит	Гематит, лепидокрокит, кальцит	Гипергенный минерал зоны окисления и коры выветривания; осадочные образования, реже, гидротермальный
Х Гаусманит $Mn^{2+}Mn^{3+}{}_2O_4$	Тетрагональная, бипирамидальный, зернистый	Ясная по {001} в одном направл. неровный	Коричневато-черный до черного. Коричневая, красновато-бурая	5-5,5	4,7-4,9	В HCl раствор. с выделен. хлора	Браунит, гейкелит, магнетит	Пиролюзит, псилимелан, браунит, гематит, тефроит, родохрозит	В метаморфизованных марганцевых м-ниях, скарнах и гидротермальных жилах

Окончание таблицы 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х Пирофанит $MnTiO_3$	Тригональная, тонкотаблитчатый, зернистый	Отчетливая по {0221}	Буровато-красный до черно-крас-ного. Охряно-желтая до красновато-бурой	5-6	4,4-4,6	В кислотах не раствор. В тонких листочках просвечивает красным	Ильменит, гейкелит, рутил	Пирохроит, родонит, спессартин, родохрозит, алабандин, натролит	В метаморфических марганцевых месторождениях и пегматитах щелочных массивов
Мангано-колумбит $MnNb_2O_6$	Ромбическая, призматический, зернистый	Ясная по {010}, раковистый	Красновато-бурый до черного. Красновато-бурая	6	5,4	В кислотах не растворяется. Красные рефлексы	Мангано-танталит, гейкелит	Самарскит, эвксенит, фергусонит	В редкометальных пегматитах
Х Торианит ThO_2	Кубическая, {100}, {111}, зернистый	Несов по {110}, неровный	Серовато-коричневый до черного. Зеленовато-серая	6,5-7,5	8,4-10,0	Растворяется в HNO_3 и H_2SO_4	Уранинит, торит	Циркон, монацит, берилл, флюорит, ильменит, рутил	В кислых изверженных породах и их метаморфических аналогах, пегматитах, карбонатитах и россыпях
* Гематит (железный блеск) Fe_2O_3	Тригональная, плотные зернистые, тонкочешуйчатые, пластинчатые, натечные агрегаты и кристаллы	Отдельность по {0001} и {1011}. Раковистый	Стально-серый до черного, землистые агрегаты – буровато-красные. Вишнево-красная	5-6	5,0-5,3	Раствор. в конц. HCl. Специфическая черта, цвет и магнитность после прокаливания	Вольфрамит, хромит	Магнетит, кварц, рутил, сидерит, шамозит, ильменит	В железистых кварцитах, скарнах, жилах альпийского типа и кварцевых, коре выветривания

3. Минералы с алмазным блеском . Или прозрачные в

Бесцветные или цветные, идеально прозрачные той или иной степени

Таблица 3

Название, химический состав	Сингония, облик кристаллов и строение агрегатов	Спайность, излом	Цвет, черта	Твер-дость	Плот ность	Химические свойства, особые приметы	Сходные минера-лы	Сопутствую -щие минералы	Условия нахождения
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
			3.1. Черта оранжевая, Цвет минерала оранжевый,			**красная красный до черного**			
X Реальгар AsS	Моноклинная, призматичес-кие кристаллы зернистые агрегаты, налеты	Сов. по {010} в одном направл. Полурако-вистый	Огненно-красный до оранжево-жел-того. Оранжево-красная, огненно-краная	1,5-2	3,56	Разлагается в HNO_3 с выд. S, в HCl выпадают желтые хлопья. Окраска и ассоциация	Крокоит, киноварь	Аурипиг-мент, антимонит, киноварь, сажистый пирит	Низкотемпера-турный гидротер-мальный минерал. В жилах и вулканических возгонах
X Глет (литаргит) PbO	Тетрагональ-ная, таблит-чатый, корочки, примазки	Ясная по {110} в двух направл	Красный, оранжево-красный. Красная	2	9,3	Раствор. в HCl, HNO_3 и H_2SO_4, в последней образуется осадок $PbSO_4$	Сурик, киноварь	Церуссит, сурик, англезит, вульфенит, свинец	В зоне окисления свинцовых месторождений
X Киноварь HgS	Тригональная, зернистые аг-регаты, сплошные порошкова-тые массы, реже крсталлы	Сов. по {1010} в трех направл. Неровный	Ярко-красный, коричневато-красный. Ярко-красная	2-2,5	8,0-8,2	Разлагается царской водкой. При нагревании сублимирует. Цвет, спайность, высокая плотность	Куприт, кермезит	Антимо-нит, пирит, реальгар, арсенопи-рит	Низкотемпера-турный гидротер-мальный мине-рал. Преимуществен-но, в жилах

Продолжение таблицы 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х Прустит Ag_3AsS_3	Тригональная, призматический, ромбоэдрический, зернистый	До ясной по {1011}. Раковистый	Ярко-красный, темнее на свету. Кирпично-красная	2,0-2,5	5,55-5,64	Разлагается в HNO_3 с выдел. S	Пираргирит, реальгар	Аргентит, пираргирит, серебро, мышьяк	В карбонатно-кварцевых жилах
Х Пираргирит Ag_3SbS_3	Тригональная, призматический, зернистый	До ясной по {1011}. Раковистый, неровный	Вишнево-красный до красновато-черного. Пурпурно-красная	2,0-2,5	5,8-5,9	Разлагается в HNO_3 с выдел. S и Sb_2O_3	Прустит	Галенит, серебро, прустит, аргентит	В карбонатно-кварцевых жилах
Х Сурик $Pb^{4+}Pb_2O_4$	Тетрагональная, плотный или порошковатый	Неровный	Ярко-красный до буровато-красного. Желто-оранжевая	2,0-3,0	8,2-9,2	Раствор. в HCl с выдел. Cl, в HNO_3 образуется $Pb(NO_3)_2$ и коричневый осадок PbO_2. Редок	Глет	Галенит, церуссит, массикот, вульфенит	В зоне окисления свинцовых месторождений
# Крокоит $Pb(CrO_4)$	Моноклинная, призматические и игольчатые кристаллы, массивные агрегаты	Ясная по {110} в двух направл. Раковистый, неровный	Гиацинтово-красный, оранжево-красный. Желтовато-оранжевая	2,5-3,0	6,0-6,1	Раствор. в HCl с выд. Cl и $PbCl_2$. Ассоциация и окраска	Реальгар, фенико-хроит	Вокеленит, пироморфит, миметезит, церуссит	Зона окисления сульфидных м-ний

Продолжение таблицы 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Куприт Cu_2O	Кубическая, мелкозер-нистый, по-рошковатый, кубические и столбчатые кристаллы - вискеры	До ясной по {111}. Неровный, раковистый	Темно-крас-ный, кирпич-но-красный до черного. Буровато-красная	3,5-4	5,9-6,2	Легко раствор. в HNO_3. Ассоциация со вторичными минералами меди	Киноварь, прустит. Пирарги-рит	Медь, малахит, гетит, псевдомал-ахит	Зона богатых окисных руд медносульфид-ных м-ний
* Лепидокро-кит (рубиновая слюдка) FeO(OH)	Ромбическая, мелко-чешуйчатый, радиально-пластинча-тый, таблит-атые крис-таллы	Сов. по {010} и {001} в двух направл. Неровный	Рубиново-красный, вишнево-красный. Оранжево-красная	4-5	3,8-4,1	Раствор. в HCl. Красноватый оттенок черты и парагенезис	Гетит, гематит	Гетит, гематит, пирит	В бурых железняках зоны окисления, бокситах, почвах

3.2. Черта желтая

Цвет минералов желтый, коричне

светло-желтая, белая.

вый до черного, иногда бесцветный

*Сера S	Ромбическая, зернистые, порошкова-тые, сливные агрегаты и дипирами-дальные кристаллы	Несов. по {001}, {110}. Раковистый, неровный	Серно-желтый, медово-желтый, зеленовато- и буровато-желтый. Белая	1-2	2,1	Легко горит. Раствор. в сероуглероде и скипидаре. Цвет, хруп-кость, блеск, горючесть	Розицкит, аурипиг-мент	Гипс, ангидрит, галит, кальцит, арагонит	В вулканических отложениях, оса-дочных породах и зоне окисления сульфидных м-ний
* Ферримолиб-дит $Fe_2(MoO_4)_3\times$ $\times 7H_2O$	Ромбическая, радиально-волокнистые и порошковатые агрегаты	Сов. по {001}. Неровный	Канареечно-желтый, зеленовато-желтый. Бледно-желтая	1-2	4,5	Раствор. в кис-лотах. Форма выд. и развитие по молибдениту	Ярозит, ферро-тунгстит	Молибде-нит, вольфра-мит, полевой шпат	Зона окисления молибденовых м-ний

Продолжение таблицы 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Тюямунит $Ca(UO_2)_2 \times \times (VO_4)_2 \times \times 8H_2O$	Ромбическая, чешуйчатые и пластинчатые агрегаты	Сов. по {001} в одном направл	Канареечно-желтый, зеленовато-желтый. Желтая	1-2	3,7-4,5	Раствор. в кислотах. Цвет, форма выд. Радиоактивность	Карнотит, урановые слюдки	Карнотит, уранинит, коффинит, роскоэлит	Зона окисления урановых м-ний и терригенные осадочные породы (песчаники)
Х Арсенолит As_2O_3	Кубическая, октаэдрический, землистый,	Сов. по {111} в 4-х направл. Раковистый	Бесцветный, белый, желтый. Белая	1,5	3,7-3,9	Частично раствор. в горячей воде. Возгоняется в виде белого дыма	Сенармон-тит, валентинит	Мышьяк, арсенопирит, теннантит, реальгар, аурипигмент	Зона окисления сульфидных м-ний
Х Аурипигмент As_2S_3	Моноклинная, кристаллы, пластинчатые и волокнистые агрегаты, порошковатые массы	В. сов. по {010} в одном направл	Золотисто-желтый, лимонно-желтый. Светло-желтая	1,5-2	3,5	Раствор. царской водке и щелочах с выпадением бурого осадка. Цвет, низкая твердость и спайность	Сера	Реальгар, антимонит, пирит, арсенопирит, гетчеллит	Низкотемпературные гидротермальные м-ния и отложения горячих источников
Х Сенармонтит Sb_2O_3	Кубическая, октаэдрический, зернистый	Раковистый, неровный	Бесцветный, серовато-белый. Белая	2-2,5	5,2-5,8	Легко раствор. в HCl. Ассоциация с антимонитом и вторичными минералами Sb	Валентинит, арсенолит	Антимонит, кремезит, сурьма	Зона окисления сурьмяных м-ний

Продолжение таблицы 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Карнотит $K_2(UO_2)_2(VO_4)_2\times\times 3H_2O$	Ромбическая, пластинчатый, землистый	Сов. по {001} в одном направл	Ярко-желтый до лимонно-желтого. Желтая	2-2,5	4,5-5,0	Легко раствор. в кислотах. Яркий цвет, приуроченность к осадочному комплексу, радиоактивность	Отенит, тюямунит	Тюямунит, фольбортит, россит, уранинит, асфальтит	Зона окисления урановых м-ний и в песчаниках
X Вульфенит $Pb(MoO)_4$	Тетрагональная, дипирамидальный, пластинчатый, зернистый	Ясная по {011}	Оранжево-желтый, серовато-желтый. Белая	2,5-3	6,5-7	Раствор. в кислотах	Штольцит, шеелит	Пироморфит, ванадинит, церуссит, галенит, миметизит	Зона окисления сульфидных м-ний
X Штольцит $Pb(WO)_4$	Тетрагональная, дипирамидальный, зернистый	Несов. по {011}. Раковис-тый, неровный	Красновато-желтый, желтовато-серый, соломенно-желтый. Белая	2,5-3	7,9-8,3	Раствор. в HCl с выдел. WO_3	Вульфенит, шеелит	Ванадинит, миметизит, вульфенит, церуссит, лимонит	Зона окисления сульфидных м-ний
# Вокеленит $b_2Cu(CrO_4)\times\times(PO_4)(OH)$	Моноклинная, клиновидный, зернистый	Неровный	Оливково-зеленый до черного. Зеленовато-желтая	2,5-3	6,5-7,1	Раствор. в HNO_3	Лаксманит, форнасит	Крокоит, пироморфит, миметизит, ванадинит	Зона окисления сульфидных м-ний

Продолжение таблицы 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х Ванадинит $Pb_5(VO_4)_3Cl$	Гексагональная, призматические кристаллы и мелкозернистые корочки	Раковистый, неровный	Оранжево-красный, коричнево-красный, коричнево-желтый. Бледно-желтая	2,5-3	6,5-7,1	Легко растворяется в HCl и HNO_3 Форма кристаллов, цвет и ассоциация	Миметезит	Миметезит, пироморфит, деклуазит, церуссит, вульфенит	Зона окисления свинцовых м-ний
* Ярозит $KFe_3(SO_4)_2 \times \times (OH)_6$	Тригональная, ромбоэдрические кристаллы, тонкочешуйчатые плотные агрегаты	В. сов. по {0001} в одном направл.	Охристо-желтый до коричнево-желтого. Желтая	2,5-3,5	3,1-3,3	Раствор. в кислотах. Жирный на ощупь	Гетит, лимонит	Лимонит, гематит, гетит	Зона окисления сульфидных м-ний
* Церуссит $Pb(CO_3)$	Ромбическая, пластинчатые и бипирамидальные кристаллы, зернистые и натечные агрегаты	Ясная по {110} и {021}. Раковистый	Бесцветный, белый, серый, желтый. Белая	3-3,5	6,5	Раствор. в кислотах с выд. CO_2. Форма кристаллов, блеск, плотность и ассоциация	Англезит	Англезит, смитсонит, вульфенит, малахит, галенит	Зона окисления свинцовых м-ний
* Сфалерит (цинковая обманка) ZnS	Кубическая, тетраэдрические кристаллы, зернистый, реже землистый - брункит	Сов. по{110} в шести направл. Раковистый	Желтый, зеленый (клейофан), красный, бурый. Светло-желтая	3,5-4	3,9-4,1	Раствор. в конц. HNO_3 с выд. S, в HCl с выд. H_2S. Форма кристаллов, спайность и блеск	Гринокит, вюрцит	Галенит, блеклая руда, халькозин, борнит	В полиметаллических м-ниях, в известняках и колчеданных рудах

Продолжение таблицы 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х Миметизит $Pb_5(AsO_4)_3$ Cl	Гексагональная, призматический, зернистый	Неровный	Бесцветный, белый, желтый, бурый. Белая	3,5-4	7,2-7,3	Раствор. в HNO_3 и HCl, где выпадает $PbCl_2$	Пироморфит, ванадинит	Пироморфит, ванадинит, церуссит, вульфенит, бедантит	Зона окисления свинцовых м-ний
* Пироморфит $Pb_5(PO_4)_3Cl$	Гексагональная, призматические кристаллы и зернистые агрегаты	Неровный	Желтый, желтовато-зеленый, бурый. Белая	3,5-4	7-7,1	Раствор. в кислотах. Легко плавится, после охлаждения приобретает полиэдрическую форму	Миметезит, ванадинит	Церуссит, лимонит, крокоит, вокеленит, вульфенит	Зона окисления свинцовых м-ний
* Шеелит $Ca(WO)_4$	Тетрагональная, дипирамидальные кристаллы и зернистые агрегаты	Ясная по {101}. Неровный	Белый, серый, бледно-желтый, оранжево-красный. Белая	4,5-5	5,8-6,2	Раствор. в HCl с выд. WO_3 Плотность, форма кристаллов, люминесцирует в УФ-лучах	Кварц	Вольфрамит, касситерит, гранат, эпидот, флюорит	Кварцевые жилы и скарны
* Пирохлор $(Ca,Na)_2 \times \times (Nb,Ta)_2 \times \times O_6(OH,F)$	Кубическая, октаэдрические кристаллы и мелкокристаллические агрегаты	Отдельность по {111} Раковистый	Желто-бурый, янтарно-желтый, зеленовато-желтый. Светло-желтая	5-5,5	4,2-5	С трудом раствор. в HCl. Разлагается в конц. H_2SO_4. Форма кристаллов, цвет	Циркон, шеелит, перовскит	Циркон, ильменит, биотит, апатит, титанит, алланит	Нефелиновые сиениты, альбитизированные граниты, щелочные основные породы и карбонатиты

Продолжение таблицы 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Перовскит $CaTiO_3$	Ромбическая (псевдокубическая), кубический, октаэдрический, зернистый редко	Несов. по {100}. Раковис-тый, неровный	Черный, буровато-черный, красновато-бурый, буровато-желтый. Белая, буровато-серая	5,5	4,1-4,3	Раствор. в HF и при кипячении в конц. H_2SO_4	Хромит	Хлорит, кальцит, гранат, диопсид, магнетит, ильменит	В ультраосновных и щелочных породах, карбонатитах и контактово измененных известняках
* Анатаз TiO_2	Тетрагональная, остродипирамидальные кристаллы, зернистые агрегаты	Сов. по {001} и {111} в пяти направл. Раковистый	Синий до черного, лимонно-желтый, красновато-коричневый. Белая	5-6	3,9-4	В кислотах не раствор. Цвет и форма кристаллов	Кассите-рит, рутил	Адуляр, брукит, ильменит, титанит, апатит	Жилы альпийского типа, акцессорный минерал магматических и метаморфических пород
* Брукит TiO_2	Ромбическая, уплощенно-призматические и призматические кристаллы	Несов. по {110}. Раковистый	Желтый, желтовато-коричневый до черного. Белая до бледно-желтой	5,5-6	4--4,1	В кислотах не раствор. Уплощенная форма кристаллов, цвет и ассоциация	Рутил	Анатаз, титанит, адуляр, рутил, ильменит	Жилы альпийского типа, акцессорный минерал метаморфических пород
* Рутил TiO_2	Тетрагональная, призматические и игольчатые кристаллы, коленчатые двойники и зернистые агрегаты	Сов. по {110} в двух направл. Раковистый, неровный	Светло-желтый, красновато-бурый до черного (нигрин). Светло-желтая до бледно-коричневой	6-6,5	4,2-4,3	В кислотах не раствор. Широко распространен. Форма кристаллов, твердость	Кассите-рит, циркон, турмалин	Апатит, ильменит, брукит, гематит	В апатитовых жилах и гнездах, в основных изверженных и метаморфических породах и кварцевых жилах

Окончание таблицы 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х Касситерит SnO_2	Тетрагональная, призматические кристаллы, зернистые и колломорфные агрегаты (деревянистое олово)	Несов. по {110} и {100}. Полураковистый, неровный	Желтый, красновато-бурый до коричнево-черного. Белая до темно-бурой	6-7	6,8-7	Зерна при кипячении с цинком в HCl покрываются пленкой олова. Плотность, форма кристаллов	Рутил, циркон	Вольфрамит, касситерит, висмутин, арсенопирит, шеелит	В кварцевых и пегматитовых жилах, грейзенах, скарнах, кислых магматических породах и россыпях
* Циркон $Zr[SiO]_4$	Тетрагональная, обычно призматические или дипирамидальные кристаллы, иногда метамиктные	Несов. по {110} и {111}. Раковистый	Желтый (жаргон), желто-бурый, красный (гиацинт), красно-коричневый. Белая до светло-желтой	7-7,5	3,9-4,6	Слабо разлагается в конц. H_2SO_4. Преимущественно в кристаллах, люминесцирует в УФ-лучах, иногда радиоактивен	Рутил, касситерит, монацит	Монацит, ксенотим, титанит, алланит, биотит, ильменит	Акцессорный минерал кислых и щелочных изверженных пород и их пегматитов, россыпи
Х Алмаз С	Кубическая, округлые кристаллы, зернистые сростки (борт, баллас, карбонадо)	Сов. по {111} в четырех направл. Раковистый	Бесцветный, голубой, желтый, зеленый, розовый, коричневый до черного. Белая	10	3,5-3,6	В кислотах не растворяется. Форма кристаллов, блеск, ассоциация, люминесценция в УФ и рентгеновских лучах	Лонсдейлит, муассанит	Пироп, гейкелит, хромдиопсид, форстерит, флогопит	Кимберлитовые и лампроитовые трубки взрыва, россыпи

3. Минералы с алмазным блеском. Черта чаще белая, реже светло окрашенная, прозрачные в той, или иной степени минерал белеет в том месте, с которого получена черта

Таблица 4

Название, химический состав	Сингония, облик кристаллов и строение агрегатов	Спайность, излом	Цвет, черта	Твер-дость	Плот ность	Химические свойства, особые приметы	Сходные минералы	Сопутству-ющие минералы	Условия нахождения
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4.1. Черта имеет отчетливую окраску: Цвет минерала аналогичен цвету черты, или несколько темнее зеленую, голубую, синюю, розовую.									
* Вивианит $Fe_3(PO_4)_2 \times \times 8H_2O$	Моноклинная, призматичес-кие до игольчатых кристаллы, землистые агрегаты, конкреции, стяжения	Сов. по {010} в одном направл. Неровный	Свежий - бесцветный, на воздухе быстро синеет до сине-черного. Голубоватая до синей	1,5-2	2,68	Легко раствор. в кислотах. Окраска и приуроченность к органическим остаткам		Анапаит, фосфаты железа и марганца	Осадочные железорудные м-ния, торфяники
* Эритрин $Co_3(AsO_4)_2 \times \times 8H_2O$	Моноклинная, призма-тические и игольчатые кристаллы, землистые агрегаты, выцветы, налеты	Сов. по {010} в одном направл. Неровный	Малиново-красный, пер-сиково-крас-ный, бледно-розовый. Бледно-розовая, розовая	1,5-2,5	3-3,1	Раствор. в кислотах, окрашивая раствор в розовый цвет. Окраска и развитие по арсенидам и сульфоар-сенидам	Родохрозит	Кобальтин, саффлорит, скуттеру-дит, аннабергит, кальцит	Зона окисления арсенидных и сульфоарсенид-ных м-ний кобальта и никеля

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
*Глауконит $K(Fe^{+3}Mg)\times[AlSi_3O_{10}]\times\times(OH)$	Моноклинная, землистые массы, червеобразные и шаровидные мелкие стяжения	В. сов. по {001}	Зеленый, зеленовато-бурый до зеленовато-черного. Зеленая	2-3	2,4-3	Разлагается в HCl с образованием скелета SiO_2. Цвет, форма выд. и парагенезис	Хлориты, селадонит	Селадонит, слоистые силикаты	В осадочных терригенных горных породах и почвах
Лампрофиллит $Na_2(Sr,Ba)_2Ti_3\times\times(SiO_4)_4(OH,F)_2$	Моноклинная, призматический, радиально-лучистый	В. сов. по {001}	Золотисто-бурый, бронзово-желтый. Буровато-желтая	2-3	3,4-3,5	Разлагается в царской водке с выдел. кремнезема. Грубопластинчатый	Астрофиллит	Эвдиалит, мурманит, эгирин, рамзаит, нефелин	В щелочных изверженных породах и их пегматитах
* Аннабергит $Ni_3(AsO_4)_2\times\times8H_2O$	Моноклинная, призматические и игольчатые кристаллы, землистые агрегаты, выцветы, налеты	Сов. по {010}. Неровный	Яблочно-зеленый, гряз-но-зеленый до белого. Бледно-зеленая до белой	2,5-3	3,0-3,2	Раствор. в кислотах, окрашивая раствор в нежно-зеленый цвет. Окраска и развитие по арсенидам и сульфоарсенидам никеля	Моренозит	Симплезит, моренозит, малахит, адамин, эритрин	Зона окисления арсенидных и сульфоарсенидных м-ний кобальта и никеля
Х Астрофиллит $(K,Na)_3\times(Fe^{2+},Mn)_7\times Ti2\times[Si_8O_{24}]\times(O,OH)_7$	Триклинная, таблитчатые, игольчатые кристаллы, радиально-лучистые, волокнистые агрегаты	В. сов. по {001} в одном направл	Золотисто-желтый, бронзово-желтый. Буровато-желтая	3	3,28-3,42	Легко раствор. в HCl. Магнитен после прокаливания	Лампрофиллит	Эгирин, арфедсонит, канкринит, аьбит, натролит, титанит, апатит	В щелочных изверженных породах и их пегматитах

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Атакамит $Cu_2Cl(OH)_3$	Ромбическая, призматический, пластинчатый, мелкозернистый	Сов. по {010}. Раковистый	Изумрудно-зеленый до черно-зеленого. Яблочно-зеленая	3-3,5	3,8-3,9	Легко раствор. в кислотах. Окрашивает пламя в голубой цвет	Малахит, брошантит	Куприт, гипс, пара-атакамит, брошантит, малахит и др	В зоне окисления медных м-ний в областях с засушливым климатом
* Малахит $Cu(CO_3) \times \times Cu(OH)_2$	Моноклинная, натечные, почковидные и радиально-лучистые агрегаты, редко призматические кристаллы	Сов. по {201} и {010}. Неровный раковистый	Ярко-зеленый, темно-зеленый до черно-зеленого. Бледно-зеленая	3,5	4-4,1	Легко раствор. в кислотах с выдел. CO_2. Широко распространен, положительная реакция на CO_2	Атакамит, адамин	Медь, куприт, азурит, хризоколла	В зоне окисления медных сульфидных м-ний
* Азурит $Cu_3(CO_3)_2 \times \times (OH)_2$	Моноклинная, таблитчатые кристаллы, зернистые и землистые агрегаты	Сов. по {001} ясная по {100}. Раковистый	Лазурно-синий до темно-синего, голубой в землистых агрегатах. Голубая	3,5-4	3,7-3,9	Легко раствор. в кислотах с выд. CO_2. Окраска, форма кристаллов и ассоциация	Линарит	Малахит, куприт, тенорит, кальцит, хризоколла	В зоне окисления медных сульфидных м-ний
* Брошантит $Cu_4(SO_4) \times \times (OH)_6$	Моноклинная, призматический, игольчатый, зернистый, плотный	Сов. по {100}. Неровный	Светло-зеленый, изумрудно-зеленый, черно-зеленый. Бледно-зеленая	3,5-4	3,9-4,1	Раствор. в кислотах	Малахит, атакамит	Малахит, азурит, куприт, линарит, церуссит, атакамит	В зоне окисления медных сульфидных м-ний

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х Псевдомалахит $Cu_5(PO_4)_2 \times \times (OH)_2$	Моноклинная, призматический, натечный, радиально-волокнистый	Ясная по {010}	Голубовато-зеленый, темно-зеленый. Бледно-зеленая	4,5-5	4-4,3	Легко раствор. в кислотах. Специфический голубоватый оттенок	Малахит, хризоколла	Малахит, хризоколла, тенорит, пироморфит, лимонит	В зоне окисления сульфидных медных м-ний
Диоптаз $Cu_6[Si_6O_{18}] \times \times 6H_2O$	Тригональная, призматический, сливной	Сов. по {1011}. Раковистый	Голубовато-зеленый, ярко-зеленый. Голубовато-зеленая	5	3,1-3,5	Разлагается в HCl и HNO_3 с выдел. Студенистого кремнезема	Хризоколла, планшеит	Хризоколла, планшеит, азурит, малахит, церуссит, вульфенит	В зоне окисления сульфидных медных м-ний на контакте с известняками
Х Людвигит $(Mg,Fe)_2Fe^{+3} \times \times [BO_3]O_2$	Ромбическая, шестоватые и тонкоигольчатые агрегаты, сплошные зернистые массы	Неровный, занозистый	Темно-зеленый до черного. Зеленовато-серая, серая	5	3,6-4,7	Раствор. в кислотах. Форма выделения, ассоциация	Шерл, геденбергит	Гумит, форстерит, диопсид, магнетит	Контактово-метасоматические м-ния
Х Лазурит $6Na[AlSiO_4] \times \times 2Ca(SO_4,S,Cl_2)$	Кубическая, Зернистые агрегаты, редко ромбододекаэдрические кристаллы	Несов. по {110}. Неровный	Голубой, ярко-синий, сине-фиолетовый, темно-синий. Голубая	5,5-6	2,4-2,5	Раствор. в кислотах с выд. студенистого кремнезема и сероводорода. Цвет, ассоциация	Содалит, вишневит, нозеан	Кальцит, диопсид, скаполит, пирит	Контакт щелочных изверженных пород и известняков
Пьемонтит $Ca_3(Al,Mn,Fe)_2 \times \times [SiO_4][Si_2O_2] \times \times O(OH)$	Моноклинная, призматический, зернистый	Сов. по {001}, несов. по {100}. Неровный	Вишнево-красный, красновато-бурый, тем-но-коричневый. Вишнево-красная	6-6,5	3,4-3,5	В кислотах не раствор., в п.п.тр. вспучивается, легко плавится	Тулит, родонит	Спессартин, браунит, гаусманит	В метаморфизованных марганцевых осадках, глаукофановых и зеленых сланцах

4.2. Черта имеет зеленоватый или се
Преобладающая окраска минералов

1	2	3	4	5
*Вермикулит $(Mg, Fe^{2+},Al)_3 \times$ $\times[(Al,Si)_4O_{10}] \times$ $\times(OH)\times 4H_2O$	Моноклинная, пластинчатый, чешуйчатый	В. сов. по{001} в одном направл	Золотисто–желтый, желто-бурый, бурый. Бледно-коричневая, бледно-зеленая	1,5-2
Х Гриналит $(Fe^{2+},Fe^{3+})_{2-3}\times$ $\times[Si_2O_5](OH)_4$	Моноклинная, пластинчатый, чешуйчатый	В. сов. по{001}	Темно-зеленый, темно-бурый. Зеленая, бурая	2-2,5
* Шамозит $(Fe^{2+},Mg,)_5Al\times$ $\times[Al\ (Si,Al)_3\times$ $\times O_{10}]\ (OH)_8$	Моноклинная, листо-атые, мелко- и тонкоче-шуйчатые агрегаты	В. сов. по {001}	Темно-зеленый до черного. Серо-зеленая	2,5-3
* Аннит $K(Mg,Fe)_3\times$ $\times[AlSi_3O_{10}]$ $(OH)_2$	Моноклинная, столбчатые и пластинчатые кристаллы, чешуйчатые и пластинчатые агрегаты	В. сов. по {001} в одном направл	Черный с зеленоватым, красноватым или золотистым оттенком. Коричневая	2-3

роватый оттенок, выраженный неясно.
Зеленая, темно-зеленая, черная

Продолжение таблицы 4

6	7	8	9	10
2,3	Легко разлагается в кислотах с образованием порошковатого SiO_2. Вспучивается при нагревании	Гидробиотит	Калиевые полевые шпаты, апатит, циркон	Образуется при выветривании в виде псевдоморфоз по биотиту и флогопиту, встречается в почвах
2,8-3	Раствор. в HCl. Сплавляется в черное стекло	Кронштедтит	Сидерит, пирит, марказит	Образуется при гидролизе железистых силикатов
3-3,4	Раствор. в HCl с выд. студенистого SiO_2. Форма выд., цвет, сплавляется в черное стекло	Гриналит	Сидерит, пирит, марказит	Осадочные железорудные м-ния
3-3,1	Разлагается в H_2SO_4 с образованием скелета SiO_2. Цвет, упругость листочков и ассоциация	Биотит, флогопит	Полевые шпаты, титанит, циркон, кварц	Кислые и средние магматические горные породы и их пегматиты, метаморфические породы

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Рибекит $Na_2Fe_3^{2+}Fe_2^{3+}\times$ $\times[Si_4O_{11}]_2\times$ $\times(OH,F)$	Моноклинная, призматический, зернистый	Сов. по {110} в двух направл. под углом 124°	Светло-зеленый, серо-зеленый до зеленовато–черного. Зеленовато-серая до белой	5-6	3-3,4	В кислотах не раствор.	Глаукофан	Полевые шпаты, мусковит, кварц	Акцессорный минерал в кислых изверженных породах, фенитах, железистых кварцитах, пегматитах
*Паргасит $NaCa_2$ $(Mg,Fe^{2+})_4\times$ $\times Al[Al_2Si_6O_{22}]$ $\times(OH)_2$	Моноклинная, шестоватые и зернистые агрегаты	Сов. по {110} в двух направл. под углом 124°. Неровный	Светло-зеленый, серо-зеленый до зеленовато-черного. Зеленовато-серая	5-6	3-3,2	В кислотах не раствор. Цвет, ассоциация и оп-тические конс-танты	Гастингсит	Кальцит, доломит, форстерит, диопсид, флогопит	Метаморфизованные карбонатизированные ультраосновные породы, скарны, эклогиты
*Гастингсит $NaCa_2($ $Fe^{2+},Mg)_4\times$ $Fe^{3+}[Al_2Si_6O_{22}\times$ $\times(OH)_2$	Моноклинная, несовершенные кристалы, шестоватые и зернистые агрегаты,	Сов. по {110} в двух направл. под углом 124° Неровный	Зеленовато-коричневый, коричневый до зелено-вато-черного. Серо-зеленая	5-6	3,1-3,3	В кислотах не раствор. Цвет, ассоциация и оптические константы	Паргасит	Пироксен, форстерит, плагиоклаз, ильменит, апатит	Основные магматические, метаморфические и метасоматические породы
* Гиперстен $(Fe,Mg)_2[Si_2O_6]$	Ромбическая, плотные зернистые агрегаты, пластинчатые сростания с клинопироксенами	Сов. по {110} в двух направл. под углом 88°. Неровный	Темно-зеленый, серовато-чер-ный, томпаково-бурый. Серая, коричневато-серая	5-6	3,4-3,7	Частично раствор. в HCl. Сплавляется в черную эмаль Форма зерен, угол между плоскостями спайности	Энстатит, бронзит	Авгит, салит, плагиоклаз, гастингсит, магнетит, биотит	Породообразующий минерал магматических и метамофических пород

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Грюнерит $(Fe^{2+},Mg)_7 \times \times [Si_8O_{22}] \times \times (OH)_2$	Моноклинная, игольчатый, радиально-лучистый, волокнистый	Сов. по {110} в двух направл. под углом 124°	Желтый, бурый, зеленовато-серый. Зеленовато-серая	5.5	3-3.5	В кислотах не раствор. Плавится в чер-ное магнитное стекло	Даннеморит	Актинолит, кварц, магнетит, гематит, анкерит, биотит	В контактово и регионально метаморфизованных породах и метасоматических жилах
* Арфедсонит $Na_3(Fe^{2+},Mg) \times \times Fe^{3+} [Si_8O_{22}] \times \times (OH)_2$	Моноклинная, призматические и игольчатые кристаллы, радиально-лучистые, шестоватые агрегаты	Сов. по {110} в двух направл. под углом 124°. Неровный, занозистый	Зеленый, зеленовато-черный, черный. Зеленовато-серая, голубовато-серая	5.5-6	3-3.5	В кислотах не раствор. Легко плавится в магнитное стекло Форма зерен, окраска, спайность, ассоциация	Гастингсит, эгирин	Эгирин, гастингсит, куммингтонит, микроклин, плагиоклаз	Щелочные изверженные породы и их пегматиты, щелочные граниты, карбонатиты, метасоматиты
X Ильваит $CaFe^{2+}{}_2Fe^{3+} \times \times [Si_2O_7]O \times \times (OH)_2$	Ромбическая, призматический, изометричный, зернистый, шестоватый	Сов. по {010} и {001} в двух направл.	Черный с буроватым или зеленоватым оттенком. Темно-серая с зеленоватым оттенком	5.5-6	3.8-4.1	Разлагается в HCl с образованием студенистого осадка SiO_2 Сплавляется в черный стекловатый магнитный шарик	Людвигит, энигманит	Кварц, кальцит, геденбергит, даннеморит, магнетит, гранат, эпидот	В известковых скарнах, медно-никелевых сульфидных м-ниях и гидротермально измененных породах
*Авгит $(Ca,Na) \times \times (Mg,Fe,Al,Ti) \times [(Si,Al)_2O_6]$	Моноклинная, короткопризматические кристаллы, сплошные зернистые массы	Сов. по {110} и отдельность по {100}. Раковистый, неровный	Зеленый, черно-зеленый до черного. Зеленовато-бурая	5.5-6	3.2-3.6	Частично разлагается в HCl. По форме кристаллов в эффузивах или оптически	Диопсид	Плагиоклаз, оливин, магнетит, пижонит	Породообразующий минерал магматических пород, в гнейсах и кварцитах

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
*Актинолит $Ca_2(Mg,Fe^{2+})_5 \times \times [Si_8O_{22}] (OH)_2$	Моноклинная, шестоватые, тонко-лучистые и волокнистые (асбест) агрегаты, плотные массы - нефрит	Сов. по {110} в двух направл. под углом 124°. Неровный, занозистый	Зеленый, серовато-зеленый, голубовато-зеленый. Белая до бледно-зеленой	5-6	3.1-3.2	В кислотах не раствор. Плавится с трудом в серо-зеленоватое стекло. Окраска, форма кристаллов и ассоциация	Тремолит, эпидот, турмалин	Альбит, эпидот, клинохлор, кальцит, доломит, глаукофан	Породообразующий минерал зеленосланцевой фации метаморфизма
* Тефроит $Mn_2[SiO_4]$	Ромбическая, призматический, зернистый	Сов. по {010} и {001}. Раковистый	Пепельно-серый, бурый, оливково– и черно-зеленый. Серая	5.5-6	3.8-4.3	Раствор. в HCl с выдел. студенистого кремнезема. Иногда слабо магнитен	Фаялит	Родонит, спессартин, родохрозит, барит, гаусманит, бустамит	В железо-марганцевых м-ниях, скарнах, метаморфизованных марганцевых осадках
Алланит-Ce (ортит) $(Ce,Ca,Y)_2 (Al, Fe^{3+})_3 \times [SiO_4] \times \times [Si_2O_7]O(OH)$	Моноклинная, пластинчатые, досковидные кристаллы, сливные агрегаты	Отсутству-ет. Неровный, раковистый	Темно-зеленый, смоляно-черный, светло-коричневый. Серая, светло-зеленая	5.5-6	3.3-4.2	Раствор. в HCl с выд. порошковатого SiO_2. Нередко радиоактивен. Форма кристаллов, цвет, радиоактивность	Меланит, стенструпин	Альбит, апатит, флюорит, биотит, гастингсит, магнетит	Акцессорный минерал гранитов и сиенитов, их пегматитов, карбонатиты
Диопсид $CaMg[Si_2O_6]$	Моноклинная, призматические кристаллы зернистые шестоватые и радиально-лучистые агрегаты,	Сов. по {110} в двух направл. под углом 88˚, отдельность по {100}. Неровный	Светло-зеленый, серо-фиолетовый, розовый, белый. Белая до бледно-зеленой	5.5-6	3.2-3.4	Слабо раствор. в HCl. Форма кристаллов и окраска	Геденбергит, гиперстен	Кальцит, флогопит, апатит, магнетит, клинохлор, шпинель	Породообразующий минерал магматических пород, их пегматитов, метаморфических пород, скарнов

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Геденбергит $CaFe[Si_2O_6]$	Моноклинная, крупношестоватые и радиально-лучистые агрегаты, иногда зонально-концентрические	Сов. по {110} в двух направл. под углом 88˚, отдельность по {100}. Неровный	Темно-зеленый до черно-зеленого. Светло-серая с зеленоватым оттенком	5,5-6,5	3,4-3,6	Частично разлагается в HCl. Легко сплавляется в черный магнитный шарик. Спайность и ассоциация	Людвигит, шерл	Фаялит, магнетит, кварц, ильваит, полевые шпаты	Породообразующий минерал оливинсодержащих сиенитов, железистых кварцитов, скарнов
* Глаукофан $Na_2Mg_3Al_2\times\times[Si_4O_{11}]_2\times\times(OH)_2$	Моноклинная, призматические кристаллы, шестоватые и волокнистые (асбест) агрегаты	Сов. по {110} в двух направл. под углом 124˚. Занозистый, неровный	Серо-синий, ярко-синий, голубовато-черный. Голубовато-серая	6-6,5	3-3,3	В кислотах не раствор. Окраска и нахождение в метаморфических породах	Рибекит, рихтерит	Эпидот, альмандин, альбит, лавсонит, пумпеллиит	Кристаллические сланцы, эклогиты, метасоматиты
* Эгирин $NaFe[Si_2O_6]$	Моноклинная, радиально-лучистые,спутанно-волокнистые агрегаты, реже игольчатые кристаллы	Сов. по {110} в двух направл. под углом 88˚. Занозистый, неровный	Светло-зеленый, зеленовато-черный до черного. Светло-зеленая	6-6,5	3,4-3,7	В кислотах не раствор. Форма кристаллов, окраска, спайность, ассоциация	Арфедсонит, энигманит	Полевые шпаты, нефелин, корунд, магнетит	Кислые и щелочные породы, их пегматиты, железистые кварциты, гидротермалиты
* Жадеит $NaAl[Si_2O_6]$	Моноклинная, плотные агрегаты спутанно-волокнистого строения, зернистые массы	Сов. по {110} вдвух направл. под углом 88˚.Неровный до занозистого	Белый, серый, зеленовато-серый, зеленый, синий. Белая	6-6,5	3,1-3,4	В кислотах не раствор. Форма выд., окраска, высокая вязкость	Нефрит	Альбит, кварц, анальцим, натролит, эпидот, цоизит	Метаморфические породы, контактово-метасоматические тела, ультраосновные породы

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х Рамзаит $Na_2Ti_2[Si_2O_6]O_3$	Ромбическая, призматический, зернистый, волокнистый	В. сов. по {100}, сов. по {210}	В. сов. по {100}, сов. по {210}	6-6,5	3,1-3,5	Раствор. в HF. Легко плавится в черный непрозрачный шарик	Катаплеит, эльпидит	Эгирин, лопарит, эвдиалит, астрофиллит, альбит, натролит	В щелочных породах и их пегматитах
*Хлоритоид $(Fe^{+2},Mg)\times\times(Al, Fe^{+3})\times Al_3[SiO_4]_2O_2\times\times(OH)_4$	Моноклинная, чешуйчатые агрегаты, плохо ограненные порфиробласты	Сов. по {001} в одном направл. Неровный	Темно-зеленый, зеленовато-черный. Светло-зеленая, зеленовато-серая	6,5	3,5-3,6	Разлагается в H_2SO_4. Сплавляется в черное слабомагнитное стекло. Высокая твердость и плотность, ассоциация	Клинохлор, клинтонит	Биотит, альмандин, кварц, мусковит, ильменит, эпидот	Метаморфические породы, роговики, кварцевые жилы
* Фаялит $Fe_2[SiO_4]$	Ромбическая, зернистые агрегаты, редко призматические кристаллы	Ясная по {100}, {010}. Раковистый, неровный	Темно-зеленый до черного, темно-бурый. Зеленовато-серая	6-6,5	4,39	Раствор. в HCl с выд. студенистого SiO_2. Сплавляется в магнитный шарик. Цвет, твер-дость, ассоциация	Оливин	Флогопит, шорломит, перовскит, апатит, мелилит	Кислые и щелочные породы, их пегматиты, железорудные скарны, карбонатиты
* Шерл $NaFe^{2+}{}_3Al_6\times\times[Si_6O_{18}]\times\times(BO_3)_3(OH,F)_4$	Тригональная, призматические кристаллы, шестоватые, радиальнолучистые, зернистые агрегаты	Отсутствует, Раковистый, неровный	Зеленовато-черный, черный. Зеленовато-серая, серая	7-7,5	2,9-3,2	В кислотах не раствор. Легко сплавляется в темно-коричневую эмаль. Форма поперечного сечения, твердость	Эгирин, людвигит	Кордиерит, кварц, ортоклаз, биотит, апатит, магнетит	Кислые и щелочные изверженные и метаморфические породы и их пегматиты, грейзены, кварцевые жилы, скарны

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Бюргерит $NaFe_3^{3+}Al_6 \times \times (BO_3)_3 \times \times [Si_6O_{18}]\ O_3F$	Тригональный, призматический, игольчатый	Сов. по {1120}	Темно-бурый, буровато-черный. Буровато-серая	7	3,3	В кислотах не раствор.	Везувиан, кварц	Геденбергит, волластонит, форстерит, плагиоклаз	В магнезиальных скарнах с борной минерализацией, пегматитах и кислых вулканитах
				4.3 Чер та белая Твер дость 1-3					
* Тальк $Mg_3[Si_4O_{10}] \times \times (OH)_2$	Моноклинная, листоватые, чешуйчатые и скрытокристаллические (стеа-тит) агрегаты	В. сов. по {001} в одном напправл. Неровный	Бледно-зеленый, белый с желтоватым или розоватым оттенком	1	2,7-2,8	В кислотах не раствор. Твердость, жирный на ощупь	Пирофиллит, каолинит	Тремолит, флогопит, серпентин, доломит, гематит	Гидротермально измененные ультраосновные породы и метаморфические породы
Сассолин $B(OH)_3$	Триклинная, таблитчатый, чешуйчатый, натечный	В. сов. по {001}	Бесцветный, белый	1	1,5	Растворяется в воде, спирте. Раствор спирта окрашивает пламя в бледно-зеленый цвет. Редок	Бура	Бораты и сульфаты	В вулканических озерах и источниках, в отложениях фумарол
* Пирофиллит $Al_2[Si_4O_{10}] \times \times (OH)_2$	Моноклинная, листоватые, чешуйчатые и скрытокристал-лические (агальматолит) агрегаты	В. сов. по {001} в одном напправл. Неровный	Белый, светло-зеленый, буроватый, красноватый	1-1,5	2,7-2,9	Раствор. в кислотах. Твердость, жирный на ощупь, ассоциация	Тальк, каолинит	Каолинит, монтмориллонит, хлорит, кварц	В метаморфических породах, околорудных метасоматитах, вторичных кварцитах и кварцевых жилах

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Термонатрит $Na_2(CO)_3 \times H_2O$	Ромбическая, таблитчатый, выцветы, мучнистый	Несов. по {010}	Бесцветный, белый, серый, желтый	1-1,5	2,7-2,9	Легко раствор. в воде	Сода, трона	Сода, трона, гейлюссит, кальцит	В отложениях соляных озер и фумарол, выцветы в аридных областях
* Сода (натрон) $Na_2(CO_3) \times \times 10H_2O$	Моноклинная, призматический, зернистый, рыхлый	Ясная по{001}. Раковистый	Бесцветный до белого, серый, желтый	1-1,5	1,48	Легко раствор. в воде, в кислотах с шипением выделяет CO_2	Термонатрит, трона	Термонатрит, трона, гейлюсит, кальцит	В отложениях содовых озер и вулканических областей
* Бейделлит $(Na,Ca)_{0,5}Al_2 \times \times [(Si,Al)_4O_{10} \times \times (OH)_2 \times nH_2O$	Моноклинная, пластинчатый, землистый	В. сов. по {001}	Белый, желтый, бурый	1,5	2,6	Раствор. в кислотах	Монтморилонит, сапонит	Каолинит, монтморилонит, галлуазит, кварц, полевые шпаты	В коре выветривания основных вул-анических пород, в продуктах гидротермального изменения рудных м-ний
* Нашатырь $(NH_4)Cl$	Кубическая, тетрагонтриоктаэдрический {110}, {211}, {100}, зернистый, рыхлый	Несов. по {111}. Раковистый	бесцветный, белый, желтый, коричневый	1-2	1,53	Легко раствор. в воде. При нагревании сублимирует	Сильвин, галит, масканьит	Буссенготит, масканьит, копейскит, аммониоярозит, сильвин	В отложениях фумарол и продуктах горения угольных терриконов
Бишофит $MgCl_2 \times 6H_2O$	Моноклинная, призматический, зернистый, волокнистый	Раковис-тый, неровный	Бесцветный, белый, красный	1-2	1,65	Легко раствор. в воде. Вкус горький, жгучий	Карналит	Галит, кизерит, карналлит, сильвин, ангидрит	В м-ниях морских солей и осадках озер

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Сапонит $(Ca_{0,5}, Na)_{0,3} \times \times (Mg, Fe^{2+})_3 \times \times [(Si,Al)_4O_{10}] \times \times (OH)_2$	Моноклинная, пластинчатый, землистый	В. сов. по {001}. Ровный до раковистого	Буро-зеленый до шоколадно-ко-ричневого	1-2	2,3-2,5	Раствор. в кислотах. Жирный на ощупь	Нонтронит	Кальцит, монтморил-лонит, каолинит, хлорит, тальк, тремолит, флогопит	В коре выветривания основных вулканических пород, в продуктах гидротермально-го изменения рудных м-ний
* Нонтронит $Na_{0.33}Fe^{3+}{}_2 \times \times [(Si,Al)_4O_{10}] \times \times (OH)_2 \times nH_2O$	Моноклинная, пластинчатые и землистые агрегаты	В. сов. по {001}. Неровный	Желтовато-зеленый до буро-зеленого и темно-бурого	1-2	2,3-2,5	Раствор. в кислотах. Окраска и условия нахождения	Сапонит, монтмо-риллонит	Монтмо-риллонит, магнезит, арагонит, кварц	Кора выветривания ультраосновных пород
* Галлотрихит $FeAl_2 [SiO_4] \times \times 22H_2O$	Моноклинная, игольчатый, волокнистый, спутанно-волокнистый	Несов. по {010}	Бесцветный, белый, желтоватый, зеленоватый	1,5-2	1,9-2	Раствор. в воде	Пиккерин-гит, били-нит, дитрихит	Алуноген, мелантерит, копиапит, гипс	Продукт окисле-ния пирит-содержащих пород колче-данных м-ний и угленосных отложений
* Мирабилит $Na_2(SO_4) \times \times 10H_2O$	Моноклинная, призматичес-кий, зернистый	Сов. по {100}. Раковистый	Бесцветный, белый	1,5-2	1,49	Легко раствор. в воде. Вкус солонова-то-горький, при нагревании теряет воду и переходит в тенардит	Глауберит	Гипс, галит, тенардит, трона, глауберит, астраханит, эпсомит	В отложениях соляных озер в засушливых областях

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
*Монтмориллонит $(Na,Ca)_{0.33} \times \times (Al,Mg)_2 \times \times [Si_4O_{10}](OH)_2$	Моноклинная, землистые агрегаты	В. сов.по {001}. Ровный	Белый, розовый, красный	1-2	2,1-2,3	Раствор. в кислотах. Жирный на ощупь, сильно разбухает в воде, становится пластичным	Каолинит, галлуазит	Иллит, хлорит, каолинит, галлуазит, палыгорскит, сепиолит	Кора выветривания вулканических пород, продукты изменения околорудных пород, почвы
* Гипс $Ca(SO_4) \times H_2O$	Моноклинная, зернистые, волокнистые (селенит) агрегаты	Сов. по {010} в одном направл. Ясная по {100}. Ровный, до занозистого	Бесцветный, белый, голубова-тый, розовый, желтый, оранжевый	2	2,3	Слабо раствор. в воде, растворяется в HCl. Спайность , твердость, отсутствие реакции на CO_2	Брушит, бобьерит	Ангидрит, сера, арагонит, кальцит, кварц	Хемогенные осадочные породы, зона окисления сульфидных м-ний, кварцевые жилы и фумаролы
* Сильвин KCl	Кубическая, зернистые, землистые, волокнистые, шестоватые агрегаты, натеки, выцветы	Сов. по {100} в трех направл. Раковистый	Бесцветный, белый, голубой, желтый, красный	2	1,993	Раствор. в воде. Окрашивает пламя в фиолетовый цвет. Пластичен, вкус горьковато соленый	Галит	Ангидрит, галит, кизерит, карналит, каинит, эпсомит, полигалит	Соляные залежи морского происхождения, выцветы на почве, вулканические продукты
* Мелантерит $Fe(SO_4) \times 7H_2O$	Моноклинная, призматический, зернистый, сталактиты	Сов. по {001} и {110}. Раковистый	Травяно-зеленый, синевато-зеленый	2	1,8-2,2	Легко раствор. в воде	Моренозит	Пизанит, галотрихит, пиккерингит, копиапит, алуноген	В зоне окисления сульфидных м-ний

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х Госларит $Zn(SO_4)\times 7H_2O$	Ромбическая, зернистый	Сов. по {010}	Бесцветный, белый, желтый	2	1,8-2	Легко раствор. в воде	Эпсомит, мирабилит	Меланте-рит, дитри-хит, гало-трихит, ко-пиапит, алуноген	В зоне окисления сульфидных м-ний
* Галит NaCl	Кубическая, зеристые агрегаты, сталактиты	Сов. по {100} в трех напр-авл. Раковистый	Бесцветный, белый, синий, желтый, красный	2-2,5	2,2	Легко раствор. в воде. Окрашивает пламя в жел-тый цвет. Спайность, соленый вкус, ассоциация	Сильвин	Сильвин, карналит, лангбей-нит, гипс, ангидрит, полигалит	Соляные залежи, солончаки
Х Пирохроит $Mn(OH)_2$	Тригональная, таблитчатый, ромбоэдричес-кий, чешуйчатый, волокнистый	Сов. по {0001} в одном направл	Бесцветный, на свету становится бронзово-бу-рым, черным. При окислении бурая	2-2,5	3,2-3,3	Легко раствор. в HCL	Брусит	Манганит, доломит, магнетит, гаусманит, родохрозит, кальцит, пироаурит	В кварц-карбонатных жилах
Х Бура $Na_2[B_4O_5\times$ $\times (OH)_4]\times$ $\times 8H_2O$	Моноклинная, призматическ-ий, зернистый	Несов. по {110}. Неровный	Бесцветный, белый, розовый, серый	2-2,5	1,72	Раствор. воде. Вкус сладкова-то-щелочной, на поверхнос-ти теряет воду и белеет	Соссолин	Галит, тро-на, тенар-дит, глаубе-рит, гипс, гейлюсит, углексит	В хемогенных отложениях озер
* Эпсомит $Mg(SO_4)\times 7H_2O$	Ромбическая, призматичес-кий, зернистый, волокнистый	Сов. по {001}	Белый, серый, бурый	2-2,5	1,7	Легко раствор. в воде. Вкус горький, вяжущий	Госларит, мирабилит	Ангидрит, гипс, поли-галит, ме-лантерит, галотрихит, квасцы	В соляных отло-жениях, в зоне окисления суль-фидных м-ний

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Каолинит $Al_2[Si_2O_5] \times \times (OH)_4$	Триклинная, тонкочешуйчатые, землистые агрегаты	В. сов. по {001}. Плоскораковистый	Белый, серый, бурый	2-2,5	2,6-2,7	В кислотах не раствор. С водой становится пластичным. Окраска, высокая пластичность, мылкий на ощупь	Монтмориллонит, галлуазит	Монтмориллонит, галлуазит, иллит, палыгорскит, сепиолит	Кора выветривания кислых пород
*Галлуазит $Al_2[Si_2O_5](OH)_4$	Моноклинная, землистые, плотные агрегаты	В. сов. по {001}. Плоскораковистый	Белый, голубоватый, бурый	2	2-2,2	В кислотах не раствор. Генезис и специальные методы	Каолинит, монтмориллонит	Каолинит, бейделлит, иллит, монтмориллонит	Кора выветривания кислых пород и гидротермальные жилы
* Сепиолит $Mg_4[Si_6O_{15}](OH)_2 \times \times 6H_2O$	Ромбическая, спутано-волокнистый, глиноподобный	Неровный, плоскоракови стый	Белый, серовато-белый, желтый, бурый	2-2,5	2,0	Раствор. в HCl с выд. SiO_2	Палыгорски	Кальцит, барит, арагонит, опал, магнезит	В коре выветривания серпентинитов, карбонатных осадочных породах
* Палыгорскит $(Mg, Al)_2 \times [Si_4O_{10}] (OH) \times \times 4H_2O$	Ромбическая, моноклинная, войлокоподобный (горная кожа), листы, пленки	Неровный	Белый, желтовато-серый, буроватый, зеленоватый	2-2,5	2,1-2,3	Разлагается в конц. H_2SO_4 с выд. скелета SiO_2	Сепиолит	Доломит, магнезит, монтмориллонит, каолинит	В коре выветривания серпентинитов, осадочных породах и гидротермальным путем
* Флогопит $KMg_3 \times \times [AlSi_3O_{10}] \times \times (OH)_2$	Моноклинная, пластинчатые, листоватые, чешуйчатые агрегаты	В. сов. по {001} в одном направл	Бесцветный, буровато-желтый, красновато-коричневый	2-2,5	2,8-3	Разлагается в концентрированной H_2SO_4 Ассоциация	Биотит	Диопсид, форстерит, шпинель, гиалофан, гумит, апатит	Перидотиты, кимберлиты, контактово-метасоматические породы и метаморфизованные карбонатные толщи

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Карналлит $KMgCl_3 \times \times 6H_2O$	Ромбическая, зернистые агрегаты, смеси с галитом, волокнистые образования	Раковистый	Бесцветный, розовый, желтый, красный, бурый	2,5	1,6	Легко раствор. в воде, сорбируя ее из атмосферы. Вкус горький, жгучий	Галит, сильвин	Галит, сильвин, ангидрит, кизерит, каинит, эпсомит	В залежах калийных солей
* Криолит Na_3AlF_6	Моноклин-ая, зернистые агрегаты	Отдельность по {001} и {110}. Неровный	Бесцветный, белый, сероватый, грязно-бурый	2,5	2,96	Раствор. в кислотах. Легко плавится, окрашивая пламя в желтый цвет	Хиолит, флюорит	Томсенолит, колумбит, пирохлор, топаз, рибекит, альбит, герксутит	Акцессорный минерал щелочных гранитов и пегматитов
* Гиббсит (гидраргиллит) $Al(OH)_3$	Моноклинная, землис-тые агрегаты, червеобраз-ные выд., оолиты, натечные образоания	В. сов. по {001} в одном направл. Ровный, раковистый	Бесцветный, белый, сероватый	2,5-3	2,3-2,4	Легко раствор. в горячих щелочах и H_2SO_4. Спайность, форма выд., ассоциация	Бемит, брусит, норстрандит	Каолинит, галлуазит, аллофан, нефелин	Бокситы, щелочные породы как продукт изменения натролита и нефелина
* Брусит $Mg(OH)_2$	Тригональ-ная, чешуй-чатые, волок-нистые (немалит), натечные выд., сфероиды	В. сов. по {0001} в одном направл. Чешуйча-тый до занозистого	Бесцветный, белый, сероватый, желтоватый, зеленоватый, голубоватый	2,5	2,4	Легко раствор. в кислотах. В пламени паяльной трубки не плавится.Растворимость в HCl	Гипс, гиббсит	Серпентины, перикласз, доломит, арагонит,тальк, гидромагнезит	Метаморфизованные доломиты, мраморы, серпентиниты, известковые скарны
* Хризотил $Mg_3[Si_2O_5] \times \times (OH)_4$	Моноклинная, волокнистые и параллель-ношестова-тые (асбест), плотные агрегаты	В. сов. по {001}. Ровный до занозистого	Белый, желтоватый, зеленый разных оттенков	2,5	2,55	Раствор. в HCl с образованием волокнистого скелета. Форма выд., окраска, ассоциация	Лизардит, амфибо-лы, Ni - хлориты	Лизардит, антигорит, тальк, магнетит, брусит, гидромагнезит	Гидротермально-измененные гипербазиты и контактово-измененные карбонатно-магнезиальные породы

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Лизардит $Mg_3[Si_2O_5] \times \times (OH)_4$	Моноклинная, тонкозернистые агрегаты	В. сов. по {001}. Ровный до раковистого и занозистого	Зеленый, желтовато-зеленый, темно-зеленый	2,5	2,55	Раствор. в HCl с образованием порошковатого SiO_2. Высокая распространенность	Хризотил, Ni-хлориты, Ni-монтмориллониты	Хризотил, актинолит, тальк, магнетит, брусит, гидромагнезит	Гидротермально-измененные и контактово-измененные карбонатно-магнезильные породы
Х Кукеит $LiAl_4 \times \times [Al\ Si_3O_{10}] \times \times (OH)_8$	Моноклинная, таблитчатый	В. сов. по {001}	Зеленый, желтовато-зеленый, темно-зеленый	2,5	2,67	В кислотах не раствор	Донбасит, тальк, хлорит	Поллуцит, петалит, амблигонит, рубеллит, танталит	В литиевых пегматитах
*Халькантит $Cu(SO_4) \times 5H_2O$	Триклинная, пластинчатые и зернистые агрегаты, натечные образования	Несов. по {110}. Раковистый	Небесно-голубой до ярко-синего	2,5	2,1-2,3	Легко раствор. в воде. Вкус металлический, вяжущий. Окраска и условия нахождения	Пизанит	Меланте-рит, пикерингит, алуноген, копиапит	Зона окисления медно-колчеданных м-ний
Улексит $NaCa[B_5O_6 \times \times (OH)_6] \times 5H_2O$	Триклинная, тонковолокнистый, спутанноволокнис-тый	Сов. по {010} и несов. по {110}	Бесцветный, белый	2,5	1,9-2,0	Раствор. в горячей воде. Плавится со вспучиванием	Ашарит, тонковолокнистые бораты	Бура, галит, глауберит, трона, мирабилит, колеманит	В бороносных соляных залежах морского и озерного происхождения
* Клинохлор $(Mg, Fe^{2+})_5Al \times \times [AlSi_3O_{10}] \times \times (OH)_8$	Моноклинная, таблитчатый, пластинчатый, листоватый, чешуйчатый	В. сов. по {001} в одном направл	Белый, серый (лейхтенбергит), зеленый, фиолетовый (кеммеририт)	2,5	2,6-2,8	Раствор. при кипячении в H_2SO_4 Окраска, спайность, чешуйки не упругие	Хлориты, мусковит	Магнетит, перовскит, гранат, эпидот, везувиан, титанит	В метаморфических породах фации зеленых сланцев, скарнах, в измененных ультраосновных породах

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Мусковит $KAl_2[AlSi_3O_{10}\times\times(OH,F)_2$	Моноклинная, коротко-столбчатые кристаллы, листоватые, чешуйчатые агрегаты (серицит)	В. сов. по {001} в одном нап-равл, несов. по {110} и {010}	Бесцветный, белый, зеленый, изумрудно-зеле-ный (фуксит)	2,5-3	2,8-3,1	В кислотах не раствор. Ассоциация	Лепидолит, циннвальд-дит, парагонит	Кварц, полевые шпаты, хлорит, доломит	Кислые изверженные и метаморфические породы, пегма-ти-ы, грейзены
* Парагонит $NaAl_2\times\times[AlSi_3O_{10}]\times\times(OH)_2$	Моноклинная, листова-тые, чешуй-чатые агрегаты	В. сов. по {001} в одном нап-равл	Бесцветный, белый, зеленовато-белый	2,5-3	2,9	В кислотах не раствор	Мусковит	Роговая обманка, альмандин, плагиокла-зы, кианит	Метаморфичес-кие породы богатые Na
*Лепидолит $K(Li,Al)_3\times\times[AlSi_3O_{10}]\times\times(F,OH)_2$	Моноклин-ная, таблитчатые, чешуйчатые, скорлупова-тые агрегаты	В. сов. по {001} в одном нап-равл	Белый, розо-вато-фиолето-вый, персиково-красный	2-3 до 4	2,8-2,9	В кислотах не раствор. Цвет, характер ассоциации	Мусковит	Сподумен, петалит, альбит, рубеллит, флюорит, топаз	Гранитные пегматиты и грейзены
* Судоит (рипидолит, прохлорит) $Mg_2(Al,Fe^{3+})_3\times\times[AlSi_3O_{10}]\times\times(OH)_8$	Моноклин-ная, листоватые, чешуйчатые агрегаты	В. сов. по {001}, в одном нап-равл	Белый, бледно-зеленый, зеленый	2-3	2,6-2,7	Частично разлагается кислотами. Цвет, спай-ность, ассоциа-ция, гибкость	Клинохлор	Эпидот, альбит, актинолит, кварц, рутил, титанит	Зеленокаменные породы. Жилы альпийского типа
X Гидроборацит $CaMgB_6O_8\times\times(OH)_6\times3H_2O$	Моноклинная, игольчатый, спутанно-волокнистый	Сов. по {010}. Неровный, занозистый	Бесцветный, белый, сероватый, желтоватый	2,5-3	2,17	Легко раствор. в кислотах Форма выд., ассоциация	Улексит	Колеманит, иньоит, индерит, улексит, кальцит	В бороносных соляных залежах озерного и морского происхождения

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Виллиомит NaF	Кубическая, зернистые агрегаты	Сов. по {100} в трех направл. Раковистый, неровный	Карминово-красный, темно-вишневый	2-0,2	2,79	Легко раствор. в воде. Цвет, спайность, ассоциация	Флюорит	Эвколит, астрофиллит, содалит, ловчоррит, полевой шпат	Щелочные породы и их пегматиты
Х Тенардит $Na_2(SO_4)$	Ромбическая, дипирамидальный, пинакоидальный, зернистый, выцветы	Сов. по {010}, ясная по {101}	Бесцветный, белый, сероватый, желтоватый	2,5-3	2,17	Легко раствор. в воде. Вкус горько-соленый (глауберова соль)	Мирабилит, эпсомит	Мирабилит, глауберит, эпсомит, гипс, сода, галит	В озерных отложениях засушливых областей и отложениях фумарол
Х Полигалит $K_2Ca_2Mg(SO_4)_4 \times\times 2H_2O$	Триклинная, таблитчатый, шестоватый, волокнистый	Средняя по {110	Бесцветный, белый, розовато-красный, кирпично-красный	2,5-3,5	2,78	Раствор. в воде с выд. гипса и сингенита	Пикромерит	Галит, гипс, ангидрит, карналлит	В соляных зележах и вулканических продуктах
* Амезит $Mg_2Al[AlSiO_5]\times\times(OH)_4$	Триклинная, Пластин-чатые и чешуйчатые агрегаты	В. сов. по {001} в одном направл	Белый, бледно-зеленый, фиолетовый (хром-амезит)	2,5-3	2,7-2,8	Медленно раствор. в HCl. Спайность, форма выд., ассоциация	Клинохлор	Диаспор, рутил, магнетит, лейкоксен, миллерит	Измененные ультраосновные породы и метаморфические м-ния наждака
Иниоит $Ca[B_3O_3(OH)_5]\times\times 4H_2O$	Моноклин-ная, толсто-таблитчатый, зернистый	Сов. по{001} и {010}	Бесцветный, белый	2,5-3	1,88	Раствор. в горячей воде	Колеманит, гипс	Гипс, колеманит, гидроборацит, улексит, курнаковит	В бороносных соляных залежах

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х Англезит $Pb(SO_4)$	Ромбическая, призматичес-кий, бипира-мидальный, зернистый, натечный	Сов. по {001}, ясная по {210}	Бесцветный, белый, желтоватый, коричневатый	2,5-3	6,38	Медленно раствор. в HNO_3 Парагенезис	Церуссит	Церуссит, галенит, лимонит, малахит, азурит	Зона окисления свинцовых м-ний
Циннвальдит $KLiFe^{2+}Al\times$ $\times[AlSi_3O_{10}]\times$ $\times(F,OH)_2$	Моноклинная, листова-тые, чешуй-чатые агрегаты	В. сов. по {001} в одном направл	Серый, бу-ровато- или зеленовато-серый	2,5-3,5	2,9-3,2	В кислотах не раствор. Цвет. Тип ассоциации	Мусковит, лепидолит	Вольфра-мит, шее-лит, топаз, флюорит, турмалин, кварц	Грейзены и олово-вольфрамовые кварцевые жилы
			4.3 Черта Твер		**белая ость 3-5**				
Х Ссайбелиит (ашарит) $Mg_2[B_2O_4(OH)]\times$ $\times(OH)$	Моноклинная, спутанно-волокнистый, землистый	Сов. по {110}. Неровный, раковистый	Белый, сероватый, желтоватый	3	2,65	Медленно раствор. в кислотах. Форма выд., ассоциация	Гидроборацит	Улексит, гидроборацит, пандермит, гипс	Скарны, хемогенные бороносные залежи, серпентинит
Х Ньюбериит $Mg(HPO_4)\times3H_2O$	Ромбическая, призматичес-кий, порош-коватый, землистый	Сов. по {010}.	Бесцветный, белый, серый, голубой, розовый	3	2,1	Легко раствор. в HCl	Брушит	Грейгит, аллофан, брушит	В отложениях гуано и ископаемых бивнях мамонтов
* Кальцит $Ca(CO_3)$	Тригональная, хорошо образован-ные кристал-лы, сталакти-ты, зернис-тые агрегаты	Сов. по {1010} в трех направл. Раковистый	Бесцветный, белый, серый, голубой, розовый	3	2,72	Легко раствор. в кислотах с выд. CO_2. Штриховка полисинтити-ческого двойникования	Арагонит	Кварц, доломит, флюорит, барит, сульфиды и арсениды	Карбонатные, кварц-карбонат-ные жилы, метаморфичес-кие и осадочные породы

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Витерит $Ba(CO_3)$	Ромбическая, дипирамидальный, зернистый	Ясная по {010}, несов. по {110}. Неровный	Бесцветный, белый, серый, желтый	3-3,5	4,2-4,3	Раствор. в кислотах. Имеет высокую плотность	Стронциа-нит	Барит, галенит, кальцит, сфалерит	В гидротер-мальных барит-витеритовых жилах
* Целестин $Sr(SO_4)$	Ромбическая, Чечевице-образные кристаллы, пластинчато-волокнистые прожилки, зернистые агрегаты	Сов. по {001} и {210} в трех напр-равл. Неровный	Бледно-голубой, голубо-вато-серый, белый, красный	3-3,5	3,9-4	Слабо раствор. в кислотах. Голубая окраска, форма выд., спайность	Барит	Доломит, гипс, стронциа-нит, галит, галенит, сфалерит	Хемогенные осадочные толщи эвапоритов и кварцевые жилы
* Барит $Ba(SO_4)$	Ромбическая, пластинчатые и зернистые агрегаты, сферические конкреции	Сов. по {001} и {210} в трех напр-равл. Неровный	Бесцветный, белый, голу-боватый, светло-сиреневый	3-3,5	4,5	В кислотах не раствор. Форма кристаллов. Спайность, твердость, плотность	Целестин, ангидрит	Флюорит, кальцит, кварц, галенит, сфалерит, витерит	Гидротермальны е жилы, желваки и конкреции осадочных пород
*Ангидрит $Ca(SO_4)$	Ромбическая, хорошо образованные кристаллы, зернистые агрегаты	Сов.по {010},{100} {001} в трех напр-равл. Неровный	Бесцветный, белый, голу-боватый, светло-сиреневый	3,5	2,98	Раствор. в кислотах. Спайность, отсутствие реакции на CO_2	Гипс, карбонаты	Гипс, кальцит, доломит, пирит и другие сульфиды	Хемогенные осадочные породы, гидротермаль-ные жилы, колчеданные и скарновые м-ния
Х Кизерит $Mg(SO_4)\times H_2O$	Моноклинная, бипирамидальный, зернистый, выцветы	Сов. по {111} и {110}. Неровный	Бесцветный, белый, желтый	3,5	2,57	Раствор. в воде	Эпсомит, ссомольно-кит	Эпсомит, госларит, лимонит	В соляных залежах и зоне окисления колчеданных м-ний

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Бемит AlO(OH)	Ромбическая, Скрытокристаллические, землистые, фарфоровидные агрегаты	Сов. по {010}. Неровный до раковистого, иногда мелкозанозистый	Бесцветный, белый, желтый	3,5-4,0	3,0-3,1	В кислотах не раствор. Ассоциация, форма выд., спайность	Гиббсит	Гиббсит, диаспор, каолинит, гидроокислы Fe	Бокситы и продукты изменения фельдшпатоидов и натролита в щелочных пегматитах
* Арагонит $Ca(CO_3)$	Ромбическая, игольчатые и зернистые плотные агрегаты. Корки, натеки	Ясная по {010} Неровный	Бесцветный, белый, желтоватый, серый	3,5-4,0	2,9-3,0	Раствор. в кислотах с выд. CO_2. Форма кристаллов, ассоциация	Кальцит, доломит	Кальцит, магнезит, опал, лимонит	Хемогенные и биогенные осадки, кора выветривания ультраосновных пород
* Доломит $CaMg(CO_3)_2$	Тригональная, грубозернистые, тонкозернистые агрегаты	Сов. по {1011 } в трех направл. Неровный	Бесцветный, белый, желтый, буроватый	3,5-4,0	2,8-3,0	Медленно раствор. в HCl. Характер двойникования, ассоциация, спайность	Кальцит, магнезит	Сидерит, кальцит, кварц, арсениды, Co и Ni, магнезит	Хемогенные осадочные породы, кварц-карбонатные жилы и измененные ультраосновные породы
* Анкерит $Ca(Mg, Fe)\times\times(CO_2)$	Тригональная, ромбоэдрический, зернистый	Сов. по {1011} в трех направл	Бесцветный, белый, желтоватый, бурый	3,5-4,0	2,9-3,1	Слабо раствор. в холодной HCl.	Доломит, сидерит	Кварц, доломит, сидерит, гематит, пирит, галенит, сфалерит	В карбонатитах, гидротермальных, полиметаллических м-ниях и кварц-карбонатных жилах
Х Алунит $K\ Al_3(SO_4)_2\times\times(OH)_6$	Тригональная, мелкозернистые,скрытокристалличесские плотные агрегаты	Сов. по {0001}. Неровный	Белый, желтоватый, серый	3,5-4,0	2,6-2,9	Медленно раствор. в разбавленной H_2SO_4. Точная диагностика осуществляется оптически	Каолинит, зуниит	Гиббсит, каолинит, гипс, кварц, галлуазит	Измененные вулканогенные породы, зона гипергенеза осадочных толщ

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Лангбейнит $Mg(SO_4)\times$ $\times K_2(SO_4)$	Кубическая, почковидный, зернистый	Раковистый	Бесцветный, желтоватый, розоватый, серый	3,5-4,0	2,83	Очень медленно раствор. в воде	Каинит	Галит, сильвин, карналлит, тенардит	Морские соляные отложения
Х Вавеллит $Al_3(PO_4)_2\times$ $\times(OH)_3\times 5H_2O$	Ромбическая, призматический, радиально-волокнистый, опаловидный	Сов. по {110} и {010}. Неровный	Бледно-зеленый, зеленый, желтый, бурый, голубой, белый	3,5-4,0	2,36	Легко раствор. в кислотах	Варисцит	Апатит, марказит, воксит, варисцит	В бокситах, углисто-кремнистых сланцах, лимонитах, кварцевых жилах
* Стильбит (десмин) $NaCa_2[Al_5Si_{13}\times$ $\times O_{36}]\times 14H_2O$	Моноклинная, пластинчатый, сноповидный, радиально-лучистый	Сов. по {010}, ясная по {100}	Белый, желтоватый, красноватый	3,5-4,0	2,1-2,2	Раствор. в HCl с выд. порошковатого SiO_2. Наиболее распространен	Цеолиты	Эпидот, натролит, гейландит, ломонтит, кальцит	В пустотах траппов и других эффузивов, рудных жилах, скарнах, сланцах
* Гейландит (Ca, Na)$[Al_{2-x}\times$ $\times Si_{2+x}O_8]_2\times$ $\times 5H_2O$	Моноклинная, пластинчатый, чешуйчатый	Сов. по {010} в одном направл	Бесцветный, белый, розоватый, красно-коричневый	3,5-4,0	2,2	Раствор. в HCl с выд. студенистого SiO_2	Клиноптилолит	Кварц, кальцит, стильбит, гранат, аксинит	В пустотах основных эффузивов, скарнах, жилах альпийского типа
* Скородит $Fe(AsO_4)\times 2H_2O$	Ромбическая, плотные, шлакоподобные массы, корки, желваки, землистые скопления	Несов. по {201}. Раковистый, неровный	Серовато-зеленый, яблочно-зеленый, буровато-серый	3,5-4,0	3,3	Раствор. в HCl. Вторичный по арсенопириту Окраска, приуроченность к зоне окисления сульфоарсенидов	Мансфильдит, халькосидерит	Фармакосидерит, бедантит, вивианит, лимонит, гипс	Зона окисления сульфидных м-ний

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Сидерит $Fe(CO_3)$	Тригональная, зернистые и землистые агрегаты. Оолиты, конкреции	Сов. по {1011} в трех направл. Неровный	Желтовато-серый, горохово-желтый, желтовато-бурый	3,5-4,5	3,9-4,0	Раствор. в HCl с выд. CO_2. Цвет, спайность, твердость	Анкерит	Доломит, лимонит, пирротин, марказит, кварц	Хемогенные осадочные породы и кварц-карбонатные жилы
* Родохрозит $Mn(CO_3)$	Тригональная, зернистые агрегаты	Сов. по {1011}в трех направл. Неровный	Розовый, темно-красный, желтовато-серый	3,5-4,5	3,6-3,7	Раствор. в HCl с выд. CO_2. Твердость, пленка гидроокислов и окислов Mn	Родонит, кальцит	Кварц, арсенопирит, сфалерит, галенит, родонит, спессартин	Гидротермальные жилы, контактово-метаморфические мния и осадочные толщи
*Маргарит $CaAl_2\times$ $\times [Al_2Si_2O_{10}]\times$ $\times (OH)_2$	Моноклинная, листоватые, чешуйчатые агрегаты	Сов. по {001} в одном направл. Неровный	Жемчужно-белый с сероватым, розоватым, желтоватым оттенками	3,5-4,5	3,0-3,1	С трудом раствор. в H_2SO_4. Парагенезис, блеск, твердость	Клинтонит	Парагонит, хлоритоид, графит, эпидот, наждак, диаспор	Кристаллические сланцы, наждаки и слюдиты
* Флюорит CaF_2	Кубическая, зернистые и землистые (ратовкит) агрегаты	Сов. по {111} в четырех направл. Раковистый, неровный	Бесцветный, зеленый, фиолетовый, голубой, синевато-черный	4,0	3,18	Раствор. в концентрированной H_2SO_4 с выд. HF. Отсутствие реакции на CO_2	Криолит, карбонаты	Кварц, берилл, турмалин, касситерит, вольфрамит, топаз, халцедон	Грейзены, скарны, гидротермальные и пегматитовые жилы

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Магнезит $Mg(CO_3)$	Тригональная, зернистые, фарфоровид-ные, мелопо-добные агрегаты	Сов. по {1011} в трех направл. Раковистый	Бесцветный, белый, желтый, серый	4,0-4,5	3,0-3,1	Раствор. в HCl при нагревании с выд. CO_2. Форма выд.	Кальцит, доломит	Опал, арагонит, лимонит, доломит, кальцит, барит	Коры выветривания ультраосновных пород и гидро-термально-мета-мофические залежи
Х Бастнезит $(Ce, La)(CO_3)F$	Гексагональ-ная, таблитчатый, зернистый	Несов. по {0001}, часто отдельность	Желтый до красно-коричневого	4,0-4,5	4,5-4,9	Раствор. в крепких кис-лотах при нагревании	Паризит, синхизит	Альбит, эгирин, титанит, циркон, ортит, барит, кальцит	В фенитах и щелочных пегматитах, карбонатитах, карбонатных жилах
Колеманит $Ca_2(Ba_2O_{11})\times$ $\times 5H_2O$	Моноклинная, изометричный, призматический, зернистый, шестоватый	Сов. по {010} в одном направл. Неровныйр аковистый	Бесцветный, белый, серый	4,5	2,42	Раствор. в HCl	Индеборит, иньоит	Гидроборац ит, иньоит, улексит, ашарит, карналлит, бишофит	Лагунные отложения солей и диапировые купола
Варисцит $Al(PO_4)\times 2H_2O$	Ромбическая, дипирамидаль-ный, зернистый	Сов по {010}в одном направл. Неровный	Бледно-зеленый, голубовато-зеленый до бесцветного	4,5	2,6-2,8	Раствор. в кислотах при нагревании	Вавеллит, штренгит	Вавеллит, крандаллит, апатит, халцедон, лимонит	В корах выветривания пород богатых алюминием
Хлорапатит $Ca_5(PO_4)_3(Cl,F)$	Моноклинный, псевдогекса-гональный, призматичес-кий, зернистый	Несов. по {001}	Бесцветный, белый	4,5-5,0	3,1-3,2	Раствор. в кислотах	Фтор-апатит	Диопсид, андрадит, магнетит, эпидот	Некоторые основные интру-зивные породы и контактово-ме-тасоматические м-ния

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х Ксенотим $Y(PO_4)$	Тетрагональная, зернистые агрегаты	Сов. по {100} в двух направл. Раковистый	Желтовато-бурый, красный, серый	4,0-5,0	3,0-3,1	Раствор. в HCl при нагревании с выд. CO_2. Форма выд	Кальцит, доломит	Опал, арагонит, лимонит, доломит,кальцит, барит	Коры выветривания ультраосновных пород и гидротермально-метаморфические залежи
* Шабазит $(Na. Ca)[Al\times\times Si_2O_6]_2\times 6H_2O$	Тригональная, ромбоэдрический, зернистый	Ясная по {1011}. Раковистый	Бесцветный, белый с красноватым или буроватым оттенком	4,0-5,0	4,5-4,9	Раствор. в крепких кислотах при нагревании	Паризит, синхизит	Альбит,эгирин, титанит,циркон, ортит,барит кальцит	В фенитах и щелочных пегматитах, карбонатитах, карбонатных жилах
Х Смитсонит $Zn(CO_3)$	Тригональная, скорлуповатые, почковидные, натечные выделения	Сов. по { 1011}. Неровный	Белый, желтовато-коричневый, зеленый, голубой	4,0-4,5	2,42	Раствор. в HCl	Индеборит, иньоит	Гидроборацит, иньоит, улексит, ашарит, карналлит, бишофит	Лагунные отложения солей и диапировые купола
* Фторапофиллит $KCa_4[Si_4O_{10}]_2\times\times F\times 8H_2O$ Гидроксилапофиллит $KCa_4[Si_4O_{10}]_2\times\times(OH,F)\times 8H_2O$	Тетрагональная, дипирамидальный, призматический, шестоватый	Сов. по {001} в одном направл. Раковистый	Бесцветный, белый, розовый, красный, зеленый	4,5-5,0	2,6-2,8	Раствор. в кислотах при нагревании	Вавеллит, штренгит	Вавеллит, крандаллит, апатит, халцедон, лимонит	В корах выветривания пород богатых алюминием
* Волластонит $Ca_3[Si_3O_9]$	Триклинная шестоватые, радиально-лучистые, тонковолокнистые, листоватые агрегаты	Сов. по {100}, средняя по {001}. Неровный	Белый, сероватый, желтоватый	4,5-5,0	3,1-3,2	Раствор. в кислотах	Фторапатит	Диопсид, андрадит, магнетит, эпидот	Некоторые основные интрузивные породы и контактово-метасоматические м-ния

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х Пектолит $NaCa_2[Si_3O_8]\times$ $\times(OH)$	Триклинная призматический, шестоватый, волокнистый	Сов. по {100} и {001} вдвух нап-равл	Белый, светло-серый, бледно-розовый	4,5-5,0	2,9-3,1	Раствор. в HCl с выд. студенистого SiO_2.	Волласто-нит	Кальцит, цеолиты	В миндалинах и трещинах эффузивных пород
* Фторапатит (апатит) $Ca_5[PO_4]_3F$	Гексагональная, призматические и пластинчатые кристаллы, зернистые агрегаты	Ясная по {0001}. Раковистый, неровный	Бесцветный, белый, желтый, синий, фиолетовый, розовый	5,0	3,1-3,2	Раствор. в кислотах. Форма кристаллов, твердость	Берилл	Нефелин, эгирин, титанит, скаполит, форстерит, магнетит	Кислые и щелочные породы, карбонатиты и пегматиты
* Карбонат-фторапатит $Ca_5[PO_4,CO_3]_3F$	Ромбическая, пластинчатый, шестоватый, волокнистый	Сов. по {110} в двух направл. Неровныйр аковис-тый	Бесцветный, голубой, зеленый, серый, бурый до черного	3,5-5,0	2,6-3,0	Раствор. в HCl с выд. CO_2. Форма выдел	Фторапа-тит, хлорапатит	Монтморил-лонит, каолинит, кварц, кальцит	В терригенных и хемогенных осадочных породах
Гемиморфит (каламин) $Zn_4[Si_2O_7]\times$ $\times(OH)_2\times H_2O$	Тетрагональный, призматический, зернистый	Сов по {110} и {010}. раковистый	Бесцветный, белый	5,0	3,4-3,5	После прокаливания легко раствор. в кислотах с выд. студенистого SiO_2	Смитсонит	Смитсонит, виллемит, цинкит, малахит и др.	В зоне окисления полиметаллических м-ний
Х Селлаит MgF_2				5,0	3,1-3,2	Раствор. в конц. H_2SO_4. Относительно редок	Флюорит	Ангидрит, гипс, флюорит, молибденит, касситерит, флогопит	В кварцевых жилах, фумаролах, доломитах и мраморах

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х Клинтонит (ксантофиллит) $Ca(Mg,Al)_3[(Si,Al)_4O_{10}](OH)_2$	Моноклинная, пластинчатый, чешуйчатый	Сов по {001} в одном направл	Бледно-зеленый, желтовато-зеленый, белый	5,0	3,07	В кислотах не раствор	Маргарит	Диопсид, хондродит, гуммит, кальцит, апатит	В магнезиальных скарнах богатых алюминием
*Анальцим $Na[AlSi_2O_6]\times$ $\times H_2O$	Кубическая, тетрагонтриоктаэдрический, зернистый	Несов. по {100}. Неровный	Бесцветный, белый, розовый	4,5-5,5	2,2-2,3	Раствор. в HCl с выд. студенистого SiO_2	Лейцит	Кальцит, натролит, нефелин	В щелочных магматических породах, миндалинах основных эффузивов
* Вишневит $6Na[AlSiO_4]\times$ $\times Ca(SO_4)2H_2O$	Гексагональная, зернистые агрегаты, реакционные каймы и псевдоморфозы по нефелину	Сов. по {1011} в трех направл. Неровный, раковистый	Светло-голу-бой до голу-бовато-синего	5,0	2,3-2,4	Легко раствор. в HCl с выд. студенистого SiO_2. Окраска и ассоциация	Содалит, лазурит	Нефелин, полевые шпаты, эгирин, циркон, титанит	Позднемагматический в нефелиновых сиенитах и их пегматитах
			4.3. Черта Тверд		**белая ость 5-7**				
Х Датолит $CaB[SiO_4](OH)$	Моноклинная, призматический, зернистый, плотный	Ясная по {100}. Неровный	Бесцветный, белый, голубовато-зеле-ный, желтовато-зеленый	5,0-5,5	2,9-3,0	Раствор. в HCl с выд. студенистого SiO_2. Окрашивает пламя в желтовато-зеленый цвет	Кварц, топаз, андалузит	Цеолиты, пренит, кальцит, кварц, аксинит, гранат, волластонит, данбурит	Жилы альпийского типа, контактово-метасоматические м-ния
* Канкринит $6Na[AlSiO_4]\times$ $\times Ca(CO_3)2H_2O$	Гексагональная, зернистые агрегаты, реакционные каймы по нефелину	Сов. по {1010} в трех направл. Неровный	Белый, серый, желый, красноватый	5,0-5,5	2,4-2,5	Раствор. в HCl с выд. CO_2 и студенистого SiO_2. Спайность, окраска	Нефелин, ортоклаз, микроклин	Нефелин, альбит, титанит, циркон, эгирин	Позднемагматический в нефелиновых сиенитах и их пегматитах

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
# Монацит (Ce,La,Nd) × ×(PO_4)	Моноклинная, таблитчатые кристаллы, реже зернистые агрегаты	Сов. по {100}, отдельность по {001}. Раковистый	Желтый, красно-ко-ричневый, коричне-вый, иногда белый	5,0-5,5	5,0-5,2	С трудом разлагается кислотами. Форма кристаллов, твердость, плотность	Ксено-им, титанит	Ксенотим, алланит, уранинит, циртолит, биотит, молибденит	Акцессорный минерал гранитов, пегматитов, фенитов, грейзенов, гнейсов и жил альпийского типа
Эвдиалит $Na_4(Ca,Ce)_2$ × ×$FeZr[Si_8O_{22}]$× ×$(OH, Cl)_2$	Тригональная, ромбоэдрический, таблитчатый, зернистый	Неровный, раковистый	Красный, малиново-красный, вишнево-красный	5,0-5,5	2,8-3,0	Раствор. в HCl с выд. студенистого SiO_2	Гранаты	Апатит, биотит, магнетит, титанит, эгирин, полевые шпаты	Нефелиновые сиениты и их пегматиты
* Натролит $Na_2[Al_2Si_3O_{10}]$× ×$2H_2O$	Ромбическая, призматические до игольчатых кристаллы; шестоватые,радиально лучистые агрегаты	Сов. по{110} в двух направл. Неровный, раковистый	Бесцветный, белый, желтый, красный	5,0-5,5	2,2-2,3	Легко раствор. в HCl с выд. студенистого SiO_2. Спайность, форма выд., ассоциация	Томсонит	Анальцим, шабазит, сколецит, гейландит	Постмагматический минерал щелочных пород, их пегматитов; гидротермальный в жилах и миндалинах эффузивов
Гаюин $Na_6Ca_2[SiO_4]_6$× ×$(SO)_2$	Кубическая, додэкаэдрический, октаэдрический, зернистый	Несов. по {110}	Ярко-синий, голубой, зеленовато-синий, белый	5,0-5,5	2,4-2,5	Раствор. в HCl с выд. геля SiO_2, добавление $BaCl_2$ –осадок $BaSO_4$	Содалит, лазурит, вишневит	Санидин, лейцит, нефелин, титанит	В вулканических щелочных породах
* Титанит (сфен) $CaTi[SiO_4]O$	Моноклинная, конвер-тообразные кристаллы; зернистые агрегаты	Сов. по {110}. Неровный до занозистого	Желтый, коричневый до черного, изумрудно-зеленый, белый	5,0-6,0	3,3-3,6	Раствор. в H_2SO_4. Форма кристаллов, окраска, спайность	Циркон, гранаты	Нефелин, канкринит, циркон, биотит, апатит, флогопит, диопсид	Первичный минерал щелочных пород и гранитов; встречается в скарнах, гнейсах, жилах альпийского типа

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Виллемит $Zn_2[SiO_4]$	Тригональная, призматический	Несов. по {0001} и {1012}. Раковистый	Бесцветный, белый, желтоватый, розоватый	5,0-6,0	4,0-4,2	Раствор. в HCl с выд. студенистого SiO_2	Гемиморфит	Кварц, гентгельвин, ганит, циркон, фенакит, сфалерит	В зоне окисления полиметаллических м-ний, скарнах и кварцевых жилах
Бирюза $CuAl_6(PO_4)\times\times(OH)_8\times 4H_2O$	Триклинная, плотные тонкозернистые агрегаты	Сов. по {001}. Мелкораковистый	Голубой, синевато-зеленый	5,0-6,0	2,6-2,8	С трудом раствор. в HCl. Окраска и форма выд	Халькосидерит	Вавеллит, амблигонит, халцедон, каолинит, гетит	Кора выветривания фосфатсодержащих осадочных и вулканических горных пород
* Антофиллит $(Mg,Fe)_7\times\times[Si_8O_{22}](OH)_2$	Ромбическая, лучистые, радиально-сноповидные, шестоватые, волокнистые (асбест) агрегаты	Сов. по {110} в двух направл. Неровный	Бесцветный, серовато-зеленый, зеленовато-бурый	5,5-6,0	2,8-3,2	В кислотах не раствор. От других амфиболов отличается оптически; от хризотил-асбеста по ассоциации	Тремо-лит, жед-рит	Энстатит, тальк, кордиерит, паргасит, плагиоклаз	Метаморфизованные ультрабазиты, магнезиальные скарны, регионально метаморфизованные породы
* Куммингтонит $(Mg,Fe)_7[Si_8O_{22}]\times\times(OH)_2$	Моноклинная, волокнистый, зернистый	Сов. по {110}в двух направл. под углом 124°	Белый, светло-зеленый, серый, бурый	5,5-6,0	3,2-3,3	В кислотах не раствор	Антофиллит, тремолит	Стильпномелан, грюнерит, анкерит, ильменит, кварц	В контактово и регионально-метаморфизованных породах
Х Рихтерит $Na_2Ca(Mg,Fe^{+2})\times\times[Si_8O_{22}](OH)_2$	Моноклинная, призматический, зернистый, волокнистый	Сов. по {110}в двух направл. под углом 124°	Желтый, бурый, буровато-красный, светло-зеленый	5,0-6,0	2,9-3,5	В кислотах не раствор. Мало распространен	Актинолит, тремолит, жедрит	Кальцит, магнетит, доломит, флогопит, актинолит, хлорит, титанит	В метаморфизованных карбонатных породах, гидротермально-измененных породах

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Тремолит $Ca_2Mg_5\times$ $\times[Si_8O_{22}](OH)_2$	Моноклинная, шестоватые, волокнистые агрегаты, иногда призматические кристаллы	Сов. по {110} в двух направл. Плоскораковистый (нефрит)	Бесцветный, белый, светло-серый, светло-зеленый	5,5-6,0	3,0-3,1	В кислотах не раствор. От других амфиболов отличается оптически; от эпидота по спайнсти	Антофиллит, жедрит	Диопсид, форстерит, флогопит, скаполит, кварц, серпентин	Метаморфические и метасоматические породы, образовавшиеся по карбонатным и ультраосновным породам
Нозеан $Na_8[AlSiO_4]_6\times$ $\times(SO_4)$	Кубическая, зернистый	Несов. по {110}	Серый, синий, белый	5,5-6,0	2,3-2,4	Раствор. в HCl с выд. геля SiO_2, добавление $BaCl_2$—осадок $BaSO_4$	Содалит, лазурит, гаюин	Санидин, слюда, титанит	В вулканических щелочных породах
* Содалит $Na_8[AlSiO_4]_6Cl_2$	Кубическая, Зернистые агрегаты, псевдоморфозы по нефелину, ромбододекаэдрические кристаллы	Ясная по {110}. Неровный	Синий, се-рый, зеленоватый, розовый (гакманит)	5,5-6,0	2,1-2,3	Раствор. в HCl с выд. студенистого SiO_2. Спайность, окраска, ассоциация	Вишневит, лазурит, гаюин	Нефелин, канкринит, эгирин, микроклин, титанит, апатит	Щелочные породы и их пегматиты
* Лейцит $K[AlSi_2O_6]$	Тетрагональная, тетрагонтриоктаэдрические кристаллы, реже зернистые агрегаты	Отсутствует. Раковистый	Бесцветный, белый, серый	5,5-6,0	2,4-2,5	Раствор. в HCl с выд. порошковатого SiO_2. Форма выд. и условия нахождения	Анальцим	Ортоклаз, нефелин, санидин	Молодые щелочные эффузивные породы
* Нефелин $Na[AlSiO_4]$	Гексагональная, вкрапленники, зернистые массы; реже короткопризматические кристаллы	Несов. по {1010}. Неровный	Желтый, красный, зеленый, бесцветный	5,5-6,0	2,6-2,7	Легко раствор. в кислотах с выд. геля SiO_2	Канкринит, кальсилит	Полевые шпаты, аннит, арфведсонит, эгирин, титанит, апатит	Щелочные магматические горные породы

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Мариалит $Na_4[AlSi_3O_8]_3Cl$	Тетрагональная, призматические кристаллы, зернистые, шестоватые и сливные агрегаты	Сов. по {100}, несов. по {110}. Неровный	Бесцветный, белый, серый, желтоватый	5,5-6,0	2,6	В кислотах практически не раствор. Форма кристаллов, спайность, ассоциация	Мейонит, полевые шпаты	Диопсид, плагиоклаз, флогопит, апатит, волластонит	Метаморфические и контактово-метасоматические м-ния
Мейонит $Ca_4[Al_2Si_2O_8]_3\times\times(CO_3)$	Тетрагональная, призматические кристаллы, зернистые, шестоватые и сливные агрегаты	Сов. по {100}, несов. по {110}. Неровный	Бесцветный, серый, фиолетовый (главколит), грязно-зеле-ный, бурый	5,5-6,0	2,75	Частично раствор. в HCl с выд. геля SiO_2. Форма кристаллов, спайность, ассоциация	Мариа-лит, по-левые шпаты	Флогопит, диопсид, апатит, кальцит, эпидот, гранат	Метаморфические и контактово-метасоматические м-ния
Амблигонит $LiAl(PO_4)F$	Триклинная, зернистый	Сов. по {100}, несов. по {110}. Неровный	Белый, кремово-белый, желтовато-белый	5,5-6,0	3,0-3,1	С трудом раствор. в кислотах. Окрашивает пламя в красный цвет	Монтебразит, сподумен	Сподумен, литиофиллит, апатит,лепидолит, петалит,поллуцит	В гранитных пегматитах богатых литием
Х Мелилит $Ca,Na)_2(Mg,Al)\times\times[(Si,Al)_2O_7]$ промежуточный член ряда окерманит-геленит)	Тетрагональная, призматический, зернистый	Сов. по {100}, несов. по {110}. Неровный	Белый, бледно-желтый, зеленовато-желтый, розовый	5,5-6,0	3,0-3,1	Раствор. в HCl с выд. геля SiO_2	Хондродит, гумит	Форстерит, диопсид, шпинель, паргасит, флогопит, кальцит	Щелочные ультраосновные породы, контакты основных пород и известняков
Х Клиногумит $4Mg_2[SiO_4]\times\times Mg(OH, F)$	Моноклинная, изометричный, зернистый	Несов. по {001}. Неровный, раковистый	Желтый, желтовато-серый, красно-коричневый	5,5-6,0	3,2-3,4	Раствор. в HCl с выд. геля SiO_2	Хондродит, гумит	Форстерит, диопсид, шпинель, паргасит, флогопит, кальцит	Магнезиальные скарны, кальцефиры и пегматиты

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Диопсид $CaMg[Si_2O_6]$	Моноклинная, зернистые, шестоватые и радиально-лучистые агрегаты, призматические кристаллы	Сов. по {110} в двух напрвл. под угл 88˚, отдельность{100}. Неровный	Светло-зеленый, серо-фиолетовый, розовый, белый. Белая до бледно-зеленой	5,5-6,0	3,2-3,4	Слабо раствор. в HCl. Форма кристаллов и окраска	Геденбергит, гиперстен	Кальцит, флогопит, апатит, магнетит, клинохлор, шпинель	Породообразующий минерал магматических пород, их пегматитов, метаморфических пород, скарнов
* Опал $SiO_2 \times nH_2O$	Аморфный; плотный, натечный	Аморфный; плотный, натечный	Отсутствует. Раковистый	5,5-6,5	1,9-2,2	Раствор. в HF. Форма выд. и условия нахождения	Аллофан	Магнезит, арагонит, нонтронит	Кора выветривания ультраосновных пород, в миндалинах эффузивов среднего и кислого состава
* Родонит $CaMn_4[Si_5O_{15}]$	Триклинная, зернистые агрегаты, редко призматические кристаллы	Сов. по {100}, {010} и {001}. Неровный	Розовый, ярко-красный и коричнево-красный	5,5-6,5	3,4-3,8	Раствор. в HCl выд.порошковатогоSiO_2.Окраска,спайность, твер-до-ть и ассоциация	Родохрозит, пироксмангит	Тефроит, спессартин, пироксмангит, гиалофан, алабандин	Метаморфические горные породы и скарны
* Жедрит $(Mg,Fe^{+2})_5Al_2 \times \times[(Al,Si)_2 \times \times Si_6O_{22}](OH)_2$	Ромбическая, призматический, шестоватый, волокнистый	Сов. по {110}в двух напрвл. под углом 124°	Буровато-коричневый, зеленовато-коричневый, желтовато-серый	6,0	2,9-3,3	В кислотах не раствор.Окраска,наличие пертитовых вростков, спайность	Микроклин, плагиоклазы	Кварц, слюды, силлиманит, ставролит, альмандин	Породообразующий в кислых и щелочных изверженных породах, их пегматитах и метаморфических породах
* Ортоклаз $K[AlSi_3O_8]$	Моноклинная, призматические кристаллы зернистые агрегаты	Сов. по {001} и {010} в двух направл. под углом 90°. Неровный	Серый, желтоватый, красноватый; иризирует (лунный камень)	6,0	2,6	В кислотах не раствор. Окраска, наличие пертитовых вростков, спайность	Микроклин, плагиоклазы	Кварц, слюды, силлиманит, ставролит, альмандин	Породообразующий в кислых и щелочных изверженных породах, их пегматитах и метаморфических породах

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Микроклин $K[AlSi_3O_8]$	Триклинная, зернистые агрегаты и призматические кристаллы	Сов. по {001} и {010} в двух направл. под углом 90°. Неровный	Серо-желтый, красный, зеленый (амазонит); иризирует (лунный камень)	6,0	2,6	В кислотах не раствор. Окраска, наличие пертитовых вростков, спайность	Ортоклаз, плагиоклазы	Ортоклаз, плагиоклазы	В кислых и щелочных изверженных породах и их пегматитах
Плагиоклазы: непрерывный ряд твердых растворов от * альбита $Na[AlSi_3O_8]$ до * анортита $Ca[Al_2Si_2O_8]$	Триклинная, призматические и пластинчатые кристаллы, зернистые агрегаты	Сов. по {001} и {010} в двух направл. под углом 90°. Неровный	Бесцветный, белый, зеленоватый, серый	6,0	2,6-2,8	Богатые анортитовой молекулой раствор. в HCl с выд. геля SiO_2 Окраска, полисинтетическое двойникование Ассоциация	Ортоклаз, мейонит, мариалит	Кварц, слюды, микроклин, пироксены, амфиболы	Породообразующий в изверженных породах, их пегматитах, метаморфических породах, жилах альпийского типа
* Цоизит $Ca_2Al_3[SiO_4] \times \times [Si_2O_7]O(OH)$	Ромбическая, призматические кристаллы и зернистые агрегаты	Сов. по{100} и несов. по {001}. Неровный	Белый, серый, зеленоватый, розовый (тулит), голубой (танзанит)	6,0	3,2-3,3	Раствор. в HCl после прокаливания с выд. геля SiO_2. Окраска	Клиноцоизит, эпидот	Альбит, эпидот, кальцит, серицит, кварц, рутил	Метаморфизованные основные породы и кварцевые жилы
* Энстатит $Mg_2[Si_2O_6]$	Ромбическая, Призматические кристаллы и зернистые агрегаты	Сов.по {110} в двух направл. под углом 88°. Неровный	Белый, серый, желтоватый, зеленоватый, оливково-зеленый, бурый	6,0	3,2-3,3	В кислотах не раствор. Окраска, спайность, ассоциация	Диопсид, бронзит	Кианит, оливин, тальк, шпинель, флогопит, антофиллит	Породообразующий ультраосновных и основных магматических пород и кимберлитов

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х Петалит $(Li,Na)[AlSi_4O_{10}]$	Моноклинная, призма-тический, зернистый, плотный	Сов. по {001}, несов, по{201}. Неровный	Бесцветный, белый, серый, розовый	6,0	2,4-2,5	В кислотах не раствор	Диопсид, бронзит	Лепидолит, сподумен, амблигонит, альбит, кварц, титанит	Литиевые пегматиты
* Кианит $Al_2[SiO_4]O$	Триклинная, радиально-лучистые, шестоватые агрегаты, призматичес-кие кристаллы	Сов. по {100}, ясная по {010}. Занозистый	Голубой, синий, серый, белый, зеленый, желтый	4,5-7,0	3,5-3,7	В кислотах не раствор. Окраска, форма выд., спайность	Силлима-нит	Кварц, мусковит, хлоритоид, ставролит, альбит	Породообразу-ющий в метаморфичес-ких породах и кварцевых жилах
* Пренит $Ca_2Al[AlSi_3O_{10}]\times$ $\times(OH)_2$	Ромбическая, призматичес-кий, пластин-чатый, корки, радиально пластинча-тый	Сов. по {001}. Неровный	Зеленоватый, белый, серый, желтый	6,0-6,5	2,8-3,0	Медленно раствор. в HCl	Халцедон, цеолиты	Кварц, дио-псид, грос-суляр, цеоли-ты, халцедон, кальцит	В метаморфи-зованных ос-новных поро-дах и скарнах
Х Хондродит $2Mg_2[SiO_4]\times$ $\times Mg(F,OH)_2$	Моноклин-ная, изомет-ричный, зернистый	Несов. по {001}. Раковистый	Медовый, желтый, коричневый	6,0-6,5	3,2-3,3	Раствор. в HCl с выд. геля SiO_2	Гумит, клиногумит	Оливин, диопсид, шпинель, флогопит, магнетит	В магнезиаль-ных скарнах и кальцефирах
Х Гумит $3Mg_2[SiO_4]\times$ $\times Mg(OH,F)_2$	Ромбическая, изометрич-ный, боченковидный	Несов. по {001}. Раковистый	Желтый до коричневого	6,0-6,5	3,2-3,3	Раствор. в HCl с выд. геля SiO_2. Распро-странен менее хондродита и клиногумита	Хондродит, клиногумит	Оливин, флогопит, тремолит, шпинель, апатит	В магнезиаль-ных скарнах, кальцефирах и бруситовых мраморах

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Жадеит $NaAl[Si_2O_6]$	Моноклинная, плотный, спутанно-волокнистый, реже зернистый	Сов. по {110} в двух направл. под углом 88°. Неровный	Бесцветный, белый, зеленый, серый	6,0-6,5	3,3-3,4	В кислотах не раствор. Высокая прочность, форма выд., окраска	Нефрит, тремолит	Альбит, анальцим, натролит, тремолит, кварц, альмандин	В метаморфических и контактово-метасоматических м-ниях по гипербазитам
* Клиноцоизит $Ca_2Al_3[SiO_4]\times$ $\times[Si_2O_7]O(OH)$	Моноклинная, призматические кристаллы, зернистые агрегаты	Сов. по {001} и несов. по {100}. Неровный	Бесцветный, светло-серый, желтый, серовато-зеленый	6,5	3,3-3,4	После прокаливания раствор. в HCl с выд. студенистого SiO_2. Форма выд. и условия нахождения	Цоизит, эпидот	Альбит, кальцит, серицит, эпидот, пренит, титанит	Метаморфические основные породы и жилы альпийского типа
X Поллуцит $(Cs,Na)_2\times$ $\times [Al_2Si_4O_{12}]\times$ $\times H_2O$	Кубическая, Зернистый	Отсутствует. Раковистый	Бесцветный, белый	6,5	2,9	С трудом раствор. в HCl с выд. порошковатого SiO_2. Форма выд. и условия нахождения	Кварц, чкаловит	Петалит, альбит, кварц, лепидолит, амблигонит	Литиевые пегматиты
# Диаспор $AlO(OH)$	Ромбическая, призматческие кристаллы, пластинчатые и чешуйчатые агрегаты	Сов. по {010} в одном направл	Бесцветный, белый, желтовато-бурый, серый, розовый	6,5-7,0	3,3-3,5	В кислотах не раствор. Форма выд., спайность, ассоциация	Гиббсит	Пирофиллит, серицит, корунд, хлоритоид, зуниит, андалузит	Вторичные кварциты, метаморфические породы, жилы альпийского типа
* Везувиан $Ca_{10}Al_4(Mg,Fe)_2\times$ $\times[SiO_4][Si_2O_7]\times$ $\times (OH)_4$	Тетрагональная, призматические кристаллы, зернистые и сливные агрега-ты	Несов. по{110} и {100}. Неровный, раковистый	Зеленый, желтый, бурый, серый, черно-бурый, фиолетовый	6,5	3,3-3,5	После прокаливания раствор. в HCl с выд. геля SiO_2. Форма кристаллов, окраска, ассоциация	Гранаты, эпидот	Диопсид, гроссуляр, волласто-нит, эпидот, монтичеллит, флогопит, геленит	Скарны, родингиты,метасоматические породы по ультрабазитам, пегматиты и карбонатные жилы

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
*Эпидот $Ca_2(Al,Fe)_3 \times \times [SiO_4] \times \times [Si_2O_7]O(OH)$	Моноклинная, призматические и таблитчатые кристаллы, зернистые агрегаты	Сов. по {001} и несов. по {100}. Неровный	Желтовато-зеленый, темно-зеленый (пушкинит), коричневый, черный	6,0-7,0	3,3-3,5	После прокаливания раствор. в HCl с выд. геля SiO_2. Окраска, спайность, ассоциация	Везувиан, гранаты	Альбит, гастингсит, андрадит, везувиан, скаполит	Метаморфические основные породы, скарны и жилы альпийского типа
* Силлиманит $Al[AlSiO_5]$	Ромбическая, игольчатые кристаллы, волокнистые агрегаты (фибролит)	Сов. по {010}. Неровный, занозистый	Бесцветный, белый, серый, бурый, зеленоватый	6,5-7,5	3,2	В кислотах не раствор. Форма выд. и условия нахождения	Кианит, тремолит	Андалузит, диаспор, корунд, кварц, кианит, ставролит, плагиоклаз	Метаморфичес-кие породы, вторичные кварциты, пегматиты и жилы альпийского типа
* Форстерит $Mg_2[SiO_4]$	Ромбическая, призматические и таблитчатые кристаллы, зернистые агрегаты	Ясная по {100} и {010}. Неровный	Белый, желтоватый, зеленоватый, фиолетовый	6,5-7,0	3,2-3,6	Раствор. в HCl с выд. геля SiO_2 Форма выд., окраска, ассоциация	Апатит, пироксены, гумит	Диопсид, энстатит, хромит, магнетит, лабрадор, перовскит, флогопит, пироп	Ультраосновные породы, кимберлиты, базальты, магнезиальные скарны
* Ферроаксинит $Ca_2FeAl_2 \times \times [BSi_4O_{15}](OH)$	Триклинная, клиновидный, зернистый	Сов. по {100}, несов. по {001}, {110}. Неровный	Серо-фиолетовый, буро-фиолетовый	6,5-7,0	3,2-3,3	В кислотах не раствор.	Серендибит, данбурит	Кварц, хлорит, эпидот, титанит, адуляр, датолит	Жилы в основных породах, околоскарновая минерализация и жилы альпийского типа

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х Манганак-синит $Ca_2MnAl_2[BO_4]\times$ $\times[Si_4O_{12}]$ (OH)	Триклинная, клиновидный, зернистый	Сов. по {100}, несов. по {001}, {110}. Неровный	Желтовато-бурый, зеленовато-бурый	6,5-7,0	3,2-3,3	В кислотах не раствор.	Тициенит	Кварц, барит, браунит, пиролюзит, бустамит, волластонит, гранат	Марганцевые метаморфические и скарновые м-ния
* Сподумен $LiAl[Si_2O_6]$	Моноклинная, уплощенно-призматические кристаллы и зернистые агрегаты	Сов. по {110}в двух направл., отдельность по {100} и {010}. Раковистый	Белый, серый, розовый (кунцит), зеленый (гидденит), желтый	6,5-7,0	3,0-3,2	Слабо раствор. в HCl. Пламя окрашивает в алый цвет (Li). Форма выд., спайность, ассоциация	Микроклин, пироксены	Кварц, альбит, микроклин, лепидолит, эльбаит, поллуцит	Литиевые гранитные пегматиты
* Гроссуляр $Ca_3Al_2[SiO_4]_3$	Кубическая, кристаллы простые формы {110} и {211}, зернистые до сливных агрегаты	Отсутствует, иногда отдельность по {110}. Раковистый, неровный	Белый, желтый, зеленый (цаворит-Cr), розовато-красный (гессонит)	6,5-7,0	3,2-3,8	В кислотах не раствор. Форма кристаллов, твердость, окраска	Спессартин, везувиан	Диопсид, волластонит, титанит, датолит, везувиан, скаполит	Скарны, метаморфизованные известняки
* Андрадит $Ca_3Fe_2[SiO_4]_3$	Кубическая, кристаллы простые формы {110} и {211}, зернистые до сливных агрегаты	Отсутствует. Раковистый, неровный	Желтовато-бурый, зеленый (деманоид), бурый до черного (шорломит)	6,5-7,5	3,5-4,1	После прокаливания разлагается в HCl с выд. геля SiO_2. Форма кристаллов, твердость, окраска	Везувиан, гроссуляр	Диопсид, геденбергит, эпидот, везувиан, актинолит	Скарны, кремнистые известняки, гидротермальные жилы в гипербазитах

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Андалузит $Al_2[SiO_4]O$	Ромбическая, зернистые и шестоватые агрегаты, призматические кристаллы	Сов. по {110} по {100} до ясной. Неровный	Серый, желтый, бурый, розовый, красный, зеленый (виридин)	6,5-7,5	3,1-3,2	В кислотах не раствор. Форма кристаллов, твердость, окраска	Кианит, кордиерит	Кордиерит, силлима-нит, став-ролит	Метаморфические породы, роговики, вторичные кварциты и жилы альпийского типа
* Халцедон (тонковолокнистая разновидность кварца) SiO_2	Тонковолокнистые агрегаты, концентрически-полосчатый (агат), сталактиты	Отсутствует. Раковистый	Белый, се-рый, голубой, желтовато-красный (сердолик), зеленый (хризопраз)	6,5-7,0	2,55-2,64	Растворяется в HF. Форма выд., окраска, излом	Люссатин, кварцин	Кварц, кальцит, цеолиты	Миндалины эффузивных пород, кора выветривания гипербазитов, гидротермальные жилы
* Кристобалит (высокотемпературный) SiO_2	Тетрагональная; скрытокристаллический, натечный	Неровный, раковистый	Бесцветный, белый	6,5-7,0	2,2-2,3	Растворяется в HF. Форма выд. и условия нахождения	Тридимит, кварц	Тридимит, кальцит, цеолиты, опал	Эффузивные породы и кора выветривания гипербазитов
X Данбурит $Ca[B_2Si_2O_8]$	Ромбическая, призматический, зернистый	Несов. по {001}. Раковистый	Бесцветный, желтый, розовый, бурый	7,0	2,9-3,0	В кислотах не раствор	Топаз, кварц	Волластонит, геденбергит, датолит, аксинит, кварц	Скарны и гипс-ангидритовые толщи
* Эльбаит $Na(Li,Al)_3Al_6\times$ $\times[Si_6O_{18}](BO_3)_3\times$ $\times(OH)_4$	Тригональная, зернистые, шестоватые агрегаты и призматические кристаллы	Несов. по {1011} и {1120} Раковистый, неровный	Бесцветный (ахроит), красный, розовый (рубеллит), зеленый	7,0	3,0-3,1	В кислотах не раствор. Сечение кристаллов, окраска, твердость	Дравит, корунд, шпинель	Альбит, лепидолит, петалит, берилл	Гранитные пегматиты богатые литием

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Кварц SiO_2	Тригональная, зернистые и шестоватые агрегаты и призматические кристаллы	Несов. по{1011}, {0111}, {1010}, отдельность по {1011} . Раковистый	Бесцветный, белый, дымчатый, желтый, розо-вый, фиоле-товый, чер-ный	7,0	2,65	Раствор. в HF. Форма выд., твердость, окраска	Топаз, данбурит, нефелин, кордиерит	Полевые шпаты, слюды, сульфиды	Породообразующий в кислых изверженных породах, в пегматитовых, кварцевых жилах и жилах альпийского типа
Х Увит $CaMg_4Al_5 \times \times (BO_3)_3[Si_6O_{18}] \times \times (OH)_4$	Тригональная, призматический, игольчатый, волокнистый	Несов, по {1120} Раковистый	Голубовато-серый, синевато-черный	7,0	3,1	В кислотах не раствор. Сечение кристаллов, окраска, твердость	Кордиерит, сапфирин	Флогопит, плагиоклаз, ортоклаз	В известковых скарнах, апокарбонатных грейзенах, метаморфических породах
			4.3. Черта		**белая**				
			Тверд		**ость 7-9**				
*Дравит $NaMg_3Al_6 \times \times [Si_6O_{18}] \times \times (BO_3)_3 (OH)_4$	Тригональная, зернистые, шестоватые, волокнистые агрегаты и призматические кристаллы	Несов. по {1011}и {11$\bar{2}$0} Раковистый, неровный	Бесцветный (ахроит), бурый, зеленовато-бурый, травянисто-зеленый, синий	7,0-7,5	3,0-3,2	В кислотах не раствор. Сечение кристаллов, окраска, твердость	Везувиан, ставролит	Касситерит, кварц, полевой шпат, флюорит, доломит	Метаморфизованные или скарнированные карбонатные породы, метасоматиты по основным и ультраосновным породам
* Пироп $Mg_3Al_2[SiO_4]_3$	Кубическая, округлые зерна	Отсутствует. Раковистый, неровный	Огненно-красный, кроваво-красный, рубиновый, розовый	7,0-7,5	3,5-4,0	В кислотах не раствор. Форма кристаллов, окраска, ассоциация	Альмандин, шпинель	Сапфирин, силлиманит, гиперстен, кордиерит	В эклогитах, кимберлитах, перидотитах и серпентинитах

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Спессартин $Mn_3Al_2[SiO_4]_3$	Кубическая, кристаллы с простыми формами {110},{211}и зернистые агрегаты	Отсутствует. Раковистый, неровный	Оранжево-красный, розовый, желтый, красно-коричневый	7,0-7,5	3,8-4,3	После прокаливания разлагается в HCl с выд. геля SiO_2. Форма кристаллов, окраска, ассоциация	Гроссуляр, гумит	Шерл, мусковит, кварц, трифилин, апатит, альбит, родонит, тефрои	Пегматитовые жилы, метаморфизованные марганцевые м-ния
* Альмандин $Fe_3Al_2[SiO_4]_3$	Кубическая, зернистые до сливных агрегаты, кристаллы с простыми формами {110} и {211}	Отсутствует. Раковистый, неровный	Красно-коричневый, темно-красный, фиолетово-красный	7,0-7,5	3,7-4,3	В кислотах не раствор. В п. п.тр. сплавляется в магнитный шарик. Форма кристаллов, окраска, ассоциация	Пироп	Силлиманит, кианит, ставролит, полевой шпат, биотит	Мусковитовые пегматиты, регионально метаморфизованные породы
Ставролит $FeAl_4[SiO_4]_2O_2\times$ $\times (OH)_2$	Ромбическая, призматические крсталлы, крестообразные двойники, зернистые агрегаты	Сов. по {010} и {100}. Неровный	Желтовато-коричневый до буровато-черного	7,0-7,5	3,6-3,8	В кислотах не раствор. Форма кристаллов, твердость, ассоциация	Шерл, пироксены	Мусковит, кианит, силлиманит, альмандин, кварц, ильменит	Гнейсы и кристалличесские сланцы
* Циркон $Zr[SiO_4]$	Тетрагональная, призматические и дипирамидальные кристаллы, зерна, радиальнолучистые агрегаты	Несов. по {110} и {111}. Раковистый	Желтый (жаргон), желто-бурый, красный (гиацинт), красно-коричневый	7,0-7,5	3,9-4,6	Слабо разлагается в конц. H_2SO_4. Преимущественно в кристаллах, люминесцирует в УФ-лучах, иногда радиоактивен	Касситорит, рутил	Полевые шпаты, ильменит, титанит, алланит, магнетит, монацит	Акцессорный минерал кислых и щелочных изверженных пород и их пегматитов, в гнейсах и кристаллических сланцах

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Борацит $Mg_3[B_7O_{13}]Cl$	Ромбическая, призматический, зернистый	Раковистый	Бесцветный, белый, сероватый, желтоватый, зеленоватый	7,0-7,5	2,9	Медленно расвор. в HCl		Доломит, гипс, ангидрит, галит, сильвин, ашарит	В соляных минях
* Кордиерит $(Mg,Fe)_2Al_3 \times \times [AlSi_5O_{18}]$	Ромбическая, призматический, зернистый	Средняя по {010} и {100}, отдельность по {001}. Раковистый	Синий, фиолетовый, дымчато-синий, бурый	7,0-7,5	2,5-2,8	Частично раствор. при кипячении в HCl	Кварц, сапфир, осумилит	Кварц, биотит, полевой шпат, силлиманит, андалузит, корунд	В метаморфических породах, кислых изверженных породах и их пегматитах
* Уваровит $Ca_3Cr_2[SiO_4]_3$	Кубическая; зернистые агрегаты и кристаллы с простыми формами {110} и {211}	Отсутствует. Раковистый, неровный	Изумрудно-зеленый до темно-зеленого	7,5	3,4-3,8	В кислотах не раствор. Окраска, форма кристаллов, ассоциация	Демантоид, цаворит	Хромит, хромовые хлориты, хромвезувиан, хромтитанит	Ультраосновные породы и залежи хромита
* Берилл $Be_3Al_2[Si_6O_{18}]$	Гексагональная, зернис-тые агрега-ты, призматические кристаллы	Несов. по {0001} и {$10\bar{1}0$}. Раковистый, неровный	Бесцветный, белый (гошенит), желтый (гелиодор), голубой (аквамарин), зеленый (изумруд), розовый (воробьевит)	7,5-8,0	2,6-2,9	В кислотах не раствор. Твердость, форма кристаллов, ассоциация	Апатит, фенакит, топаз	Морион, микроклин, биотит, шерл, сподумен, колумбит, флогопит	Пегматиты, грейзены, высокотемпературные кварцевые жилы, контактово-метасоматические породы
* Фенакит $Be_2[SiO_4]$	Тригональная, чечевицеобразный, призматический, зернистый	Несов. По {$11\bar{2}0$}. Раковистый	Бесцветный, желтоватый, розовый, коричневый	7,5-8,0	3,0	В кислотах не раствор	Кварц, топаз	Морион, альбит, топаз, берилл, флогопит, шерл, гранат	Пегматиты, слюдиты контактового типа, гидротермальные жилы

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
*Топаз $Al_2[SiO_4](F,OH)_2$	Ромбическая, зернистые агрегаты, призматические кристаллы	Сов. по {001}. Раковистый, неровный	Бесцветный, желтый, голубой, фиолетово-голубой, розовый	8,0	3,4-3,6	В кислотах не раствор. Форма кристаллов, спайность, плотность	Кварц, фенакит	Кварц, берилл, флюорит, полевые шпаты, турмалин	Гранитные пегматиты и грейзены, реже вторичные кварциты и кварцевые жилы
* Шпинель $MgAl_2O_4$	Кубическая, октаэдрические кристаллы, зернистые агрегаты	Раковистый, неровный	Бесцветный, красный, зеленый, синий, черный	8,0	3,6-4,1	С трудом раствор. в конц. H_2SO_4. Форма кристаллов, твердость, ассоциация	Гранат, корунд	Форстерит, диопсид, кальцит, флогопит, гумит, паргасит, андрадит	Магнезиальные скарны, роговики, гнейсы, акцессорный в основных и кислых породах
* Хризоберилл $BeAl_2O_4$	Ромбическая, зернистые агрегаты, пластинчатые и дипирамидальные кристаллы, тройники	Сов. по {011}, несов. по {010}. Раковистый, неровный	Желтый, зеленовато-желтый, зеленый (александрит), бесцветный	8,0	3,5-4,0	В кислотах не раствор. Окраска, форма кристаллов, твердость	Берилл	Берилл, фенакит, флюорит, апатит, турмалин, гранат	Пегматиты и скарны
* Корунд Al_2O_3	Тригональная, зернистые агрегаты (наждаки), таблитчатые и дипирамидальные кристаллы	Отдельность по {0001} и {1011}. Раковистый, неровный	Серый, синий (сапфир), красный (рубин), бесцветный, желтый, зеленый	9,0	4,0-4,4	В кислотах не раствор. Твердость, окраска, ассоциация	Шпинель	Полевой шпат, биотит, гранат, маргарит, диаспор, андалузит	Сиениты, пегматиты, плагиоклазиты, гнейсы и высокоглиноземистые метаморфиты (наждаки)

	стр.
Авгит	86
Агальматолит	94
Агат	152
Адуляр	140
Азурит	78
Акантит	24
Аквамарин	158
Актинолит	88
Алабандин	50
Александрит	160
Алланит –Ce	88
Алмаз	72
Алунит	118
Альбит	142
Альмандин	156
Амазонит	142
Амблигонит	138
Амезит	112
Анальцим	130
Анатаз	70
Ангидрит	116
Англезит	114
Андалузит	152
Андрадит	150
Анкерит	118
Аннабергит	76
Аннит	82
Анортит	142
Антимонит	22
Антофиллит	134
Арагонит	118
Арфедсонит	86
Арсенолит	62
Арсенопирит	32
Астрофиллит	76
Атакамит	78
Аурипигмент	62
Ахроит	152
Баллас	72
Барит	116
Бастнезит	124
Бейделлит	96
Бемит	118
Берилл	158
Биотит	82
Бирюза	134
Бишофит	96
Борацит	158
Борнит	38
Борт	72
Брошантит	78
Брукит	70
Брункит	66
Брусит	106
Буланжерит	26
Бура	102
Бюргерит	94
Вавеллит	120
Ванадинит	66
Варисцит	124
Везувиан	146
Вермикулит	82
Вивианит	74
Виллемит	134
Виллиомит	112
Виридин	152
Висмут	24
Вискер	60
Волластонит	126
Висмутин	22
Витерит	116
Вишневит	130
Вокелит	.64
Воробьевит	158
Вульфенит	64
Галенит	26
Галит	102
Галлуазит	104
Галлотрихит	98
Гастингсит	84
Гаусманит	52
Гаюин	132
Геденбергит	90
Гейкелит	52
Гейландит	120
Геленит	138
Гелиодор	158
Гематит	54
Гемиморфит	128
Герсдорфит	32
Гессанит	150
Гетит	52
Гиацинт	72
Гиббсит	106
Гидденит	150
Гидраргиллит	106
Гидроборацит	110
Гидроксантофллит	126
Гиперстен	84
Гипс	100
Главколит	138
Глауконит	76
Глаукофан	90
Глет	56
Горная кожа	104
Гошенит	158
Госларит	102
Графит	20
Гриналит	82
Гроссуляр	150
Грюнерит	86
Гудмундит	34
Гумит	144
Гюбнерит	52
Данбурит	152
Датолит	130
Демантоид	150
Деревянистое олово	72
Десмин	120
Джемсонит	26
Диаллаг	88
Диаспор	146
Диопсид	88, 140
Диоптаз	80
Доломит	118
Дравит	154
Жадеит	90, 146
Жедрит	140
Железо	30
Золото	38
Изоферроплатина	30
Изумруд	158
Ильваит	86
Ильменит	44
Иньоит	112
Иридий	36
Каламин	128
Кальцит	114
Канкринит	130
Карбонадо	72
Каолинит	104
Карбонат-фторапатит	128

Карналлит 106
Карнотит 64
Касситерит 72
Кварц 154
Кеммеририт 1 08
Кианит 144
Кизерит 116
Киноварь 56
Клейофан 66
Клиногумит 138
Клинопирротин 40
Клинохлор 108
Клиноцоизит 146
Клинтонит 130
Кобальтин 32
Ковеллин 22
Колеманит 124
Колофан 128
Кордиерит 158
Корунд 160
Криолит 106
Криптомелан 46
Кристобалит 152
Крокоит 58
Ксантофиллит 130
Ксенотим 126
Кукеит 108
Кумингтонит 134
Кунцит 150
Куприт 60
Лазурит 80
Лампрофиллит 76
Лангбейнит 120
Лейхтенбергит 108
Лейцит 136
Леллингит 30
Лепидокрокит 60
Лепидолит 110
Лизардит 108
Лопарит 48
Людвигит 80
Магнезит 124
Магнетит 46
Малахит 78
Манганит 50
Манганоаксинит 150
Манганоколумбит 54
Манганотанталит 50
Маргарит 122
Мариалит 138
Марказит 42
Марматит 50
Медь 36
Мейонит 138
Мелантерит 100
Меллилит 138
Микроклин 142
Миллерит 38
Миметизит 68
Мирабилит 98
Молибденит 20
Монацит 132
Монтмориллонит 100
Мусковит 110
Мушкетовит 46
Мышьяк 28
Настуран 44
Натролит 132
Нашатырь 96
Немалит 106
Нефелин 136
Нефрит 88
Нигрин 70
Никелин 42

Никельскуттерудит 34
Нозеан 136
Нонтронит 98
Ньюберит 114
Опал 140
Ортоклаз 140
Осьмий 36
Палыгорскит 104
Парагонит 110
Паргасит 84
Пектолит 128
Пентландит 40
Перовскит 70
Петалит 144
Пираргирит 58
Пирит 42
Пиролюзит 34
Пироморфит 68
Пироп 154
Пирофанит 54
Пирофиллит 94
Пирохлор 68
Пирохроит 102
Пирротин 40
Плагиоклазы 142
Полигалит 112
Поллуцит 146
Пренит 144
Прустит 58
Псевдомалахит 80
Псиломелан 46
Пушкинит 148
Пьемонтит 80
Рамзаит 92
Раммельсбергит 32
Ратовкит 122
Реальгар 56
Рибекит 84
Рихтерит 134
Родонит 140
Родохрозит 122
Романешит 46
Рубин 160
Рубеллит 150
Рутил 70
Самарскит 44
Сапонит 98
Сапфир 160
Сассолин 94
Саффлорит 30
Свинчак 26
Селенит 100
Селлаит 128
Сенармонтит 62
Сепиолит 104
Сера 60
Сердолик 152
Серебро 24
Серицит 110
Сидерит 122
Силлиманит 148
Сильвин 100
Скородит 120
Скуттерудит 34
Смитсонит 126
Сода 96
Содалит 136
Сперрилит 36
Спессартин 156
Сподумен 150
Ссайбелиит 114
Ставролит 156
Станин 28
Стеатит 94

Стильбит 120
Судоит 110
Сурик 58
Сурьма 28
Сфалерит 50, 66
Сфен 132
Тальк 94
Талнахит 40
Танзанит 142
Теллуровимутит 22
Тенардит 122
Теннантит 28
Термонатрит 96
Тетрадимит 20
Тетраферроплатина 30
Тетраэдрит 28
Тефроит 88
Титанит 132
Топаз 160
Торианит 54
Тремолит 136
Троилит 40
Туламенит 42
Тулит 142
Тюямунит 62
Уваровит 158
Увит 154
Улексит 108
Уранинит 44
Фаялит 92
Фенакит 158
Ферберит 44
Ферримолибдит 60
Ферроаксинит 148
Ферроколумбит 48
Ферротанталит 48
Флогопит 104
Флюорит 122
Форстерит 148
Фторапатит 128
Фторапофиллит 126
Фуксит 110
Халцедон 152
Халькантит 108
Халькозин 24
Халькопирит 38
Хлорапатит 124
Хлоритоид 92
Хондродит 144
Хризоберилл 160
Хризопраз 152
Хризотил 106
Хромит 48
Цаворит 148
Целестин 116
Церуссит 66
Циннвальдит 114
Циркон 72, 156
Цоизит 142
Шабазит 126
Шамозит 82
Шеелит 68
Шерл 92
Шорломит 150
Шпинель 160
Штольцит 64
Эвдиалит 132
Эгирин 90
Эльбаит 152
Энстатит 142
Эпидот 148
Эпсомит 102
Эритрин 74
Эшинит 46
Якобсит 48
Ярозит 66

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А. Упоров

Методические материалы для самостоятельной работы

Б1.О.24 ПЕТРОГРАФИЯ МАГМАТИЧЕСКИХ, МЕТАМОРФИЧЕСКИХ И ОСАДОЧНЫХ ПОРОД

Специальность
05.03.01 Геология

Специализация
Гидрогеология, инженерная геология и геоэкология

Одобрен на заседании кафедры	Рассмотрен методической комиссией
Минералогии, петрографии и геохимии	Факультета геологии и геофизики
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав.кафедрой _____	Председатель _____
(подпись)	*(подпись)*
Зедгенизов Д.А.	Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 09.09.2022	Протокол № 1 от 13.09.2022
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

Методические материалы согласованы с выпускающей кафедрой Гидрогеологии, инженерной геологии и геоэкологии

Заведующий кафедрой _____ Тагильцев С.Н.

Федеральное агентство по образованию
ГОУ ВПО
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО
Методической комиссией
факультета геологии и
геофизики УГГУ
«16» ноября 2010 г.
Председатель комиссии
проф. С.Н. Тагильцев

О. А. Суставов

ПЕТРОГРАФИЯ МАГМАТИЧЕСКИХ И МЕТАМОРФИЧЕСКИХ ПОРОД, ПЕТРОЛОГИЯ

Учебно-методическое пособие
к практическим занятиям (часть 1)
для студентов специальности 21.05.02 Прикладная геология

Издание УГГУ Екатеринбург, 2011

С 89

Рецензент – *В. И. Русин*, доктор геол.-минер. наук, профессор кафедры МПГ Уральского государственного горного университета

Учебно-методическое пособие рассмотрено на заседании кафедры минералогии, петрографии и геохимии 2 ноября 2010 г. (протокол №2) и рекомендовано для издания в УГГУ.

Суставов О. А.

С 89 ПЕТРОГРАФИЯ МАГМАТИЧЕСКИХ ИМЕТАМОРФИЧЕСКИХПОРОД, ПЕТРОЛОГИЯ : Учебно-методическое пособие к практическим занятиям (часть 1) / О. А. Суставов. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. - 64 с.

Рассматривается методика изучения минералов в петрографических шлифах и дается микроскопическая характеристика наиболее распространенных минералов магматических и метаморфических пород. Приводятся некоторые понятия кристаллооптики, данные об устройстве и поверках микроскопа, о методах изучения минералов при выключенном анализаторе и в скрещенных николях, с использованием параллельного и сходящегося света. Подробно описываются практические приемы работы с микроскопом при диагностике и описании породообразующих минералов. Пособие может быть использовано при проведении аудиторных лабораторных занятий и для самостоятельной работы студентов.
Учебно-методическое пособие предназначено для студентов специальности 21.05.02 Прикладная геология

© Суставов О. А., 2011

© Уральский государственный горный университет, 2011

Оглавление

1.МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ МИНЕРАЛОВ ПОД МИКРОСКОПОМ4

1.1. Некоторые понятия кристаллооптики 4

1.2. Устройство и поверки микроскопа..... 6

1.3. Исследования при выключенном анализаторе.....11

1.4. Исследования при включенном анализаторе в параллельном свете...17

1.5. Исследования при включенном анализаторе в сходящемся свете.....27

1.6. План описания минерала под микроскопом 30

1.7. Примеры описания минералов в шлифе.....31

1.8. Контрольные вопросы.....33

2. ПОРОДООБРАЗУЮЩИЕ МИНЕРАЛЫ34

2.1. Минералы магматических пород.....34

2.2. Минералы метаморфических пород.....52

2.3. Контрольные вопросы.....60

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК61

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ61

1. МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ МИНЕРАЛОВ ПОД МИКРОСКОПОМ

1.1. Некоторые понятия кристаллооптики

Кристаллооптика – раздел физики, изучающий законы распространения света в кристаллах и возникающие при этом оптические эффекты.

В *естественном (неполяризованном)* свете векторы напряженности электрического поля ориентированы во всех направлениях, перпендикулярных световому лучу. В *плоскополяризованном* свете эти векторы расположены в одной плоскости, перпендикулярной направлению распространения светового луча; эта плоскость называется *плоскостью колебаний* света.

В *оптическикически изотропных* веществах свет распространяется во всех направлениях с равной скоростью. То есть показатель преломления *n* таких веществ во всех направлениях одинаков. Оптически изотропными являются жидкости, аморфные твердые тела (стекла, смолы) и кристаллы кубической сингонии.

Кристаллы остальных сингоний, кроме кубической, *оптически анизотропны.* Луч естественного света, попадая в оптически анизотропный кристалл, разделяется на два плоскополяризованных луча, имеющих неодинаковые скорости распространения и взаимно перпендикулярные плоскости колебаний. Скорость одного или обоих лучейзависит от направления их распространения в кристалле. Поэтому соответствующие этим лучам показатели преломления изменяются в зависимости от направления в кристалле. Разность наибольшего (n_g) и наименьшего (n_p) показателей преломления кристалла (n_g - n_p)называется его *двойным лучепреломлением (двупреломлением).*

В оптически анизотропных кристаллах имеются направления, по которым двойного лучепреломления не происходит (скорости распространения обоих лучей в этих направлениях одинаковы). Эти направления называются *оптическими осями*. Кристаллы средних сингоний: гексагональной, тетрагональной и тригональной, имеют одну оптическую ось (*оптически одноосные*кристаллы; оптическая ось в них совпадает с осью симметрии высшего порядка – L_6, L_4,L_3). Кристаллы низших сингоний: ромбической, моноклинной и триклинной, имеют две оптических оси (*оптически двуосные* кристаллы).

Поверхность, построенная на величинах показателей преломления, значения которых откладываются по направлению колебаний светового луча называется о*птической индикатрисой*.

В кристаллах кубической сингонии оптическая индикатриса имеет форму шара–показатели преломления имеют одинаковую величину во всех направлениях.

В одноосных кристаллах (гексагональная, тетрагональная и тригональная сингонии) индикатриса представляет собой эллипсоид вращения, ось вращения которого совпадает с оптической осью.

В двуосных кристаллах (ромбическая, моноклинная и триклинная сингонии)оптическая индикатриса имеет форму трехосного эллипсоида – с тремя взаимно перпендикулярными и неравными друг другу по величине осямиN_g, N_m и N_p.

В кристаллах ромбической сингонии оси N_g, N_m и N_pсовпадают с осями L_2 или нормалями к плоскостям симметрии.

В кристаллах моноклинной сингонии одна из осей индикатрисы совпадает с кристаллографической осью ***b***. Часто с осью ***b*** совпадает ось N_m, а плоскость N_gN_p совпадает с кристаллографической плоскостью (010). Оси N_gиN_p, лежащие в этой плоскости, образуют с кристаллографическими осями ***a***и ***c***некоторые углы, постоянные для каждого минерала.

В кристаллах триклинной сингонии оси индикатрисы N_g, N_m и N_pне совпадают с кристаллографическими осями.

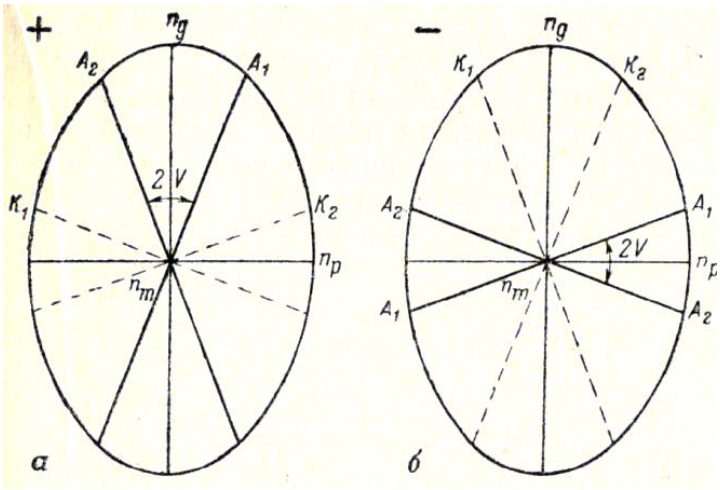


Рис. 1. Разрез индикатрисы оптически положительного (*а*) и оптически отрицательного (*б*) кристаллов; A_1 и A_2 – оптические оси, K_1 и K_2 – соответствующие им круговые сечения

В оптических индикатрисах двуосных кристаллов имеется два перпендикулярных оптическим осям *круговых сечения* с радиусомN_m(K_1 и K_2 на рис. 1). Сечение N_gN_p называется *плоскостью оптических осей*(в этом сечении располагаются оптические оси). Острый угол между оптическими осями называется *углом оптических осей*(*2V*). Оси индикатрисы N_gиN_pявляются биссектрисами угла *2V*(рис. 1). Одна из них делит пополам острый угол между оптическими осями и поэтому называется *острой биссектрисой*, другая является биссектрисой тупого угла между оптическими осями и называется *тупой биссектрисой*.

Если острой биссектрисой является N_g,кристалл называется *оптически положительным*(+), если острой биссектрисой является N_p– *оптически отрицательным*(-).

Произвольное сечение индикатрисы двуосного кристалла представляет собой эллипс, большая полуось которого меньше N_g (обозначаетсяN_g'), а малая полуось большеN_p (обозначается N_p').

1.2. Устройство и поверки микроскопа

Устройство микроскопа

Микроскопы серии **ПОЛАМ** (рис. 2) состоят из осветительной и наблюдательной систем.

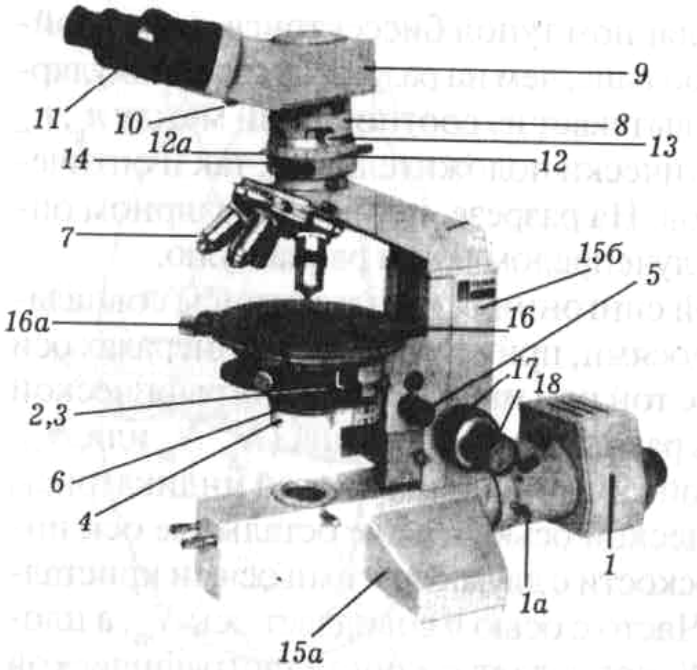


Рис. 2. Схема устройства поляризационного микроскопа серии Полам (объяснения в тексте)

Осветительная система включает в себя*осветитель1*, закрепленный с помощью винта *1а*, и *конденсорное устройство2*, состоящее из двух линз, верхняя из которых съемная. Выше конденсора помещена *диафрагма* с рукояткой *3.4* – откидная осветительная линза в оправе. Конденсорное устройство может перемещаться вверх и вниз вращением рукоятки *5*. В нижней части конденсорного устройства помещен*поляризатор*6, закрепленный винтом. При ослаблении винта поляризатор можно вращать за кольцо оправы.

Наблюдательная система состоит из сменных объективов *7*, тубуса *8*, а также монокулярной насадки *9* с диафрагмой *10* и окуляром *11*. В некоторых микроскопах имеется бинокулярная насадка.

В тубусе размещены *анализатор* и *линза Бертрана*.Анализаторможно поворачивать с помощью кольца *12* и фиксировать винтом. Анализатор вводится и выводится рукояткой *12а*. Рукоятка *13* служит для включения и выключения линзы Бертрана. В нижней части тубуса имеется расположенный под углом 45° к плоскости симметрии микроскопа паз *14*, предназначенный для введения компенсаторов.

Все узлы микроскопа укреплены на *штативе* с основанием *15а* и тубусодержателем *15б*, в который смонтирован механизм фокусировки, перемещающий *предметный столик16*. Грубое перемещение направляющей механизма фокусировки осуществляется рукоятками *17*, точное – рукоятками

18.Предметный столик представляет собой вращающийся диск, имеющий по окружности лимб с градусными делениями. Два нониуса *16а* дают возможность измерять углы поворота столика. Винты у нониусов обеспечивают фиксацию предметного столика.

Главными частями микроскопа **МП-6** (рис. 3) является штатив, тубус, предметный столик и осветительное устройство.

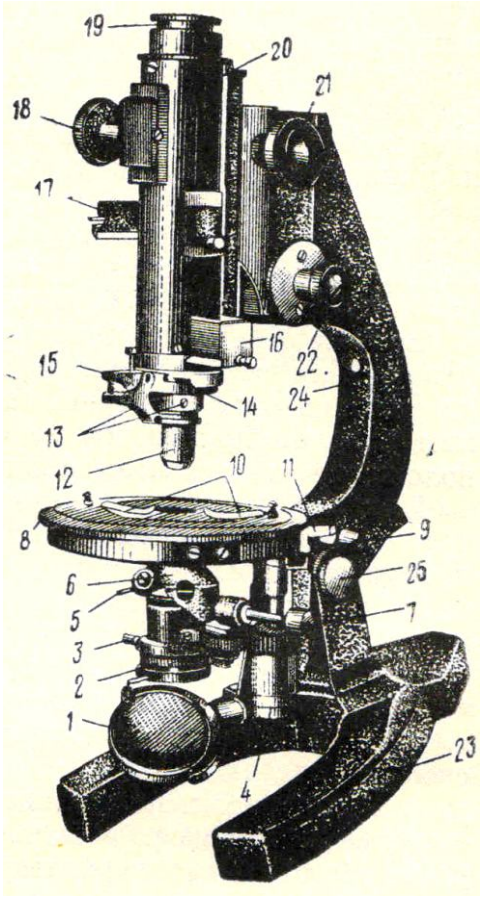


Рис. 3. Поляризационный микроскоп МП-6:
1 – осветительное зеркало;
2 – поляризатор; 3 – стопорный винт поляризатора; 4 – винт подъема поляризатора; 5 – рукоятка диафрагмы;6 – линза Лазо;
7 – рукоятка линзы Лазо;
8 – предметный столик;
9 – стопорный винт столика;
10 – зажимы для крепления шлифа;
11 – нониус; 12 – объектив;
13 – центрировочные винты;
14 – прорезь для компенсатора;
15 – щипцы для крепления объектива; 16 – анализатор;
17 – линза Бертрана; 18 – винт линзы Бертрана; 19 – окуляр;
20 – тубус; 21 – винт грубой наводки; 22 – винт тонкой наводки;
23 – основание штатива; 24 – ручка тубусодержателя; 25 – стопорный винт штатива

Штатив состоит из массивной неподвижной нижней части*23* и верхней подвижной части*24*, на которой закреплены все другие устройства микроскопа. Обе части штатива соединены шарнирно, что позволяет наклонять верхнюю часть микроскопа на наблюдателя и закреплять ее с помощью стопорного винта в удобном для работы положении.

Тубус – цилиндр, который может перемещаться с помощью винта грубой наводки *21* и микрометренного винта *22*, позволяющих ставить объект на фокус. В нижней части тубуса имеются щипцы *15*, закрепляющие *объектив*. Выше располагается *анализатор*, который можно вводить и выводить из тубуса. Выше анализатора находится *линза Бертрана*, которую также можно вводить в тубус и выводить из него; эта линза используется при исследованиях в сходящемся свете, а при работе в параллельном свете выключается. В верхнее отверстие тубуса вставляется*окуляр19*.

Предметный столик – массивный диск, вращающийся вокруг вертикальной оси. Внешний край столика градуирован, что позволяет с помощью нониусов *11* производить отсчеты углов поворота. Препарат закрепляется на столике с помощью пружинящих зажимов *10*.

Осветительное устройство располагается под предметным столиком. В его нижней части находится двустороннее осветительное*зеркало1*. В большинстве случаев можно пользоваться его вогнутой стороной. Над зеркалом расположен*поляризатор2*, выше которого находится *диафрагма*, регулирующая степень освещенности объекта и изолирующая боковые лучи. Над диафрагмой установлен *конденсор*, направляющий поток параллельных световых лучей на исследуемый объект. Выше располагается *линза Лазо6*, которая используется для получения сходящегося светового пучка, необходимого при исследованиях коноскопическим методом. При изучении минералов в параллельном свете линза Лазо не используется и с помощью специального рычага *7* выводится из оптической системы микроскопа.

Осветительное устройство поднимается и опускается с помощьювинта*4*, расположенного вертикально под столиком слева.

К каждому микроскопу приложен набор объективов с увеличениями3^x, 8^x, 20^x, 40^x и 60^x.

Шлиф

Горные породы изучают под микроскопом в срезах толщиной около 0,03 мм, которые называются *шлифами*. Шлиф изготавливают следующим образом. С помощью алмазной пилы отпиливают небольшую пластинку горной породы, пришлифовывают ее с одной стороны на специальном станке, а затем приклеивают ровной стороной на *предметное* стекло. В качестве клея используют канадский бальзам – прозрачное смолоподобное вещество с показателем преломления около 1.537. Приклеенную к стеклу пластинку горной породы шлифуют с противоположной стороны до толщины около 0.03 мм, покрывают вторым слоем канадского бальзама и тонким *покровным стеклом.*

Подготовка микроскопа к работе

Для подготовки микроскопа к работе необходимо:

1. Установив микроскоп на рабочем месте, поворотом тубусодержателя придать тубусу удобный для работы наклон.

2. Поднять осветительное устройство винтом вверх до упора. Вывести из оптической системы микроскопа линзу Бертрана, анализатор, линзу Лазо, полностью открыть диафрагму.

3. Поставить объектив нужного увеличения (при рядовой работе обычно 8^xили9^x). На оправе объектива имеется два стерженька для установки центрировочных винтов и наклонный фиксирующий штифт для закрепления объектива щипцами тубуса. Для установки объектива нужносначала с помощью винта грубой наводки несколько приподнять тубус, а затем, сжав пальцами

левой руки щипцы, **правой** рукой надеть объектив на кольцеобразный выступ тубуса микроскопа.Затем нужно повернуть объектив против часовой стрелки так, чтобы фиксирующий штифт вошел в прорезь зажима, после чего отпустить щипцы.

4. Поворотами осветительного зеркала добиться наиболее яркой и равномерной освещенности поля зрения.

5. На предметный столик положить шлиф (покровным стеклом кверху) и с помощью зажима закрепить его.

6. Навести изображение шлифа на резкость при помощи винтов грубой и точной наводки (чтобы не повредить шлиф, лучше это делать, постепенно увеличивая расстояние между шлифом и объективом). Работая с объективами с увеличением 20^x, 40^x и 60^x, фокусные расстояния которых очень малы, наведение на резкостьследует производить с особой осторожностью, чтобы не раздавить шлиф и не повредить линзы объективов. Для этогосначала нужно, глядя сбоку на конец объектива, осторожно с помощью винта грубой наводки подвести объектив близко к поверхности шлифа, а затем, смотря в окуляр, увеличивать фокусное расстояние до появления отчетливого изображения объекта.

7. Чтобы глаза не уставали,рекомендуется научиться, глядя одним глазом в окуляр микроскопа, оставлять другой глаз при работе открытым. Для этого вначале можно работать с надетым на тубус бумажным экраном.

Перед тем, как приступать к изучению шлифа, следует выполнить **поверки микроскопа.**

1. *Поверка скрещенности николей.*

Скрещенным называется такое положение поляризатора и анализатора, при котором плоскость колебаний света, пропускаемого анализатором, перпендикулярна плоскости колебаний света, пропускаемого поляризатором.

Поверка делается без шлифа. При выключенном анализаторе устанавливается освещенное поле зрения. Затем включается анализатор. Если николи скрещены, поле зрения при включенном анализаторе будет темным, почти черным. Если же при включенном анализаторе поле зрения просветлено, то николи не скрещены. В этом случае нужно открепить стопорный винт поляризатора, повернуть поляризатор за оправу на некоторый угол до полного угасания поля зрения и в этом положении закрепить винт.

Эту же поверкуподобным образом можноделатьипо участку канадского бальзама в шлифе.

2.*Поверка совпадения нитей окуляра снаправлениями колебанийполяризатора и анализатора.*

Находим в шлифе зерно мусковита или биотита с хорошо различимыми трещинами спайности и устанавливаем это зерно при включенном анализаторе на угасание (делаем зерно максимально темным). Выключаем анализатор. Трещины спайности в зерне должны быть параллельны одной из нитей окуляра.

Если такой параллельности нет и в положении угасания трещины спайности ориентированыпод некоторым(обычно небольшим)угломк нити окуляра, то следует несколько повернуть окуляр - до совпадения нити окуляра с направлением трещин спайности.

3. *Определение направления колебаний света в поляризаторе.*

Поверка производится при выключенном анализаторе с помощью зерна биотита с хорошо заметными трещинами спайности. Вращая столик микроскопа,наблюдаем, как при повороте столикабиотит меняет окраску (плеохроирует). В тот момент, когда биотит приобретает самую густую окраску, трещины спайности ориентированы параллельно плоскости колебаний света в поляризаторе (совпадающей либо с вертикальной, либо с горизонтальной нитью окуляра). Следут записать, с какой именно нитью сопадает направление колебаний света в поляризаторе.

4. *Центрировка объектива.*

Центрировка объектива заключается в совмещении оптической оси объектива с осью микроскопа.При отцентрированном объективе зерно, поставленноена пересечение нитей окуляра, при вращении столика не смещается и все время остается на пересечении нитей окуляра. Если же объектив не отцентрирован, топри вращении столика зерно будет отклоняться от пересечения нитей окуляра.

Для этой поверки выбираем в шлифе какую-либо хорошо заметную точку и, передвигая шлиф на столике, ставим ее на перекрестие нитей окуляра (*1* на рис.4), а затем вращаем столик микроскопа, следя за точкой. Если при вращении столика точка смещается относительно центра креста нитей, то объектив следует центрировать (обнаружив нарушение центрировки, следует сначала проверить,правильно ли вставлен объектив).

Для центрировки нужно повернуть столик микроскопа в положение, когда наблюдаемая точка максимально отклонилась от перекрестия нитей окуляра (*2* на рис. 4), надеть на специальные штифтына корпусе объектива

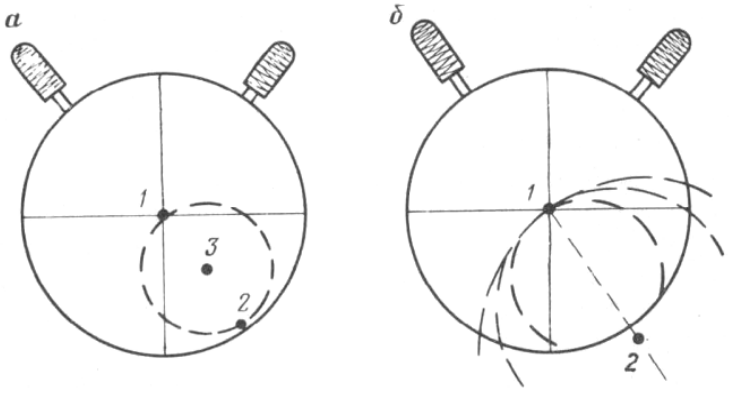


Рис. 4. Схема центрировки

центрировочные ключи и, вращая их, переместить точку в сторону перекрестия нитей на половину расстояния от точки до перекрестия нитей (в положение *3* на рис. 4, *а*). Затем передвинуть шлиф руками на столике так, чтобы точка вновь

попала в центр креста нитей. Повторять эти операции, пока точка при вращении столика не будет отклоняться от центра креста нитей.

Иногда, при сильной расцентрированности объектива, наблюдаемая точка при повороте столика микроскопа уходит за пределы поля зрения. В этом случае следует поворачивать предметный столик на некоторый угол то в одну, то в другую сторону, чтобы мысленно определить, где располагается центр окружности, которую описывает точка (направление *1 – 2* на рис. 4,*б*). Затем вращением центрировочных винтов перемещаем предполагаемый центр окружности, которую описывает точка, к перекрестию нитей окуляра.После этого, передвигая шлиф руками, снова ставим точку на центр поля зрения и повторяем описанные выше операции (иногда это приходится делать несколько раз) до достижения центрировки.

1.3. Исследования при выключенном анализаторе

Размер зерен.Приближенно размеры зерен в шлифах можно оценить, сравнивая зерна с диаметром поля зрения микроскопа.Величину диаметра поля зрения (с точностью до десятых долей миллиметра) можноопределить, поставив на столик микроскопа вместо шлифа линейку с миллиметровыми делениями.

Для более точного измерения размеров зерен используется окуляр 6^xс микрометрическойшкалой. Цена минимального деления этой шкалыпри использовании объектива 8^x или 9^x- около 0.02 мм.

Для точного определения цены деления шкалы окуляра используется объект-микрометр, представляющий собой металлическую пластинку, в центре которой вставлено стекло с нанесенной линейной шкалой длиной 1 мм, разделенной на 100 делений. Объект-микрометр устанавливается на столике микроскопа как обычный шлиф. В тубус микроскопа вставляется окуляр со шкалой. Перемещая на столике объект-микрометр, совмещаем начало обеих шкал. Определяем, скольким делениям шкалы окуляра соответствует шкала объект-микрометра и вычисляем цену деления окуляра. Например: длина всей шкалы объект-микрометра (1 мм) соответствует 54 малым делениям шкалы окуляра. Отсюда 1 малое деление шкалы окуляра равно 1 мм : 54 = 0,0185 мм.

Форма зерен. Зерна минералов могут иметьпризматическую, таблитчатую, пластинчатую, а также изометрическую и неправильную форму. При изучениишлифов объемная форма зерен минерала устанавливается на основе сопоставления между собой имеющихся в шлифе плоских разрезов минерала. На рис. 5представлены продольные и поперечные разрезыкристаллов призматической, таблитчатой и пластинчатой формы.

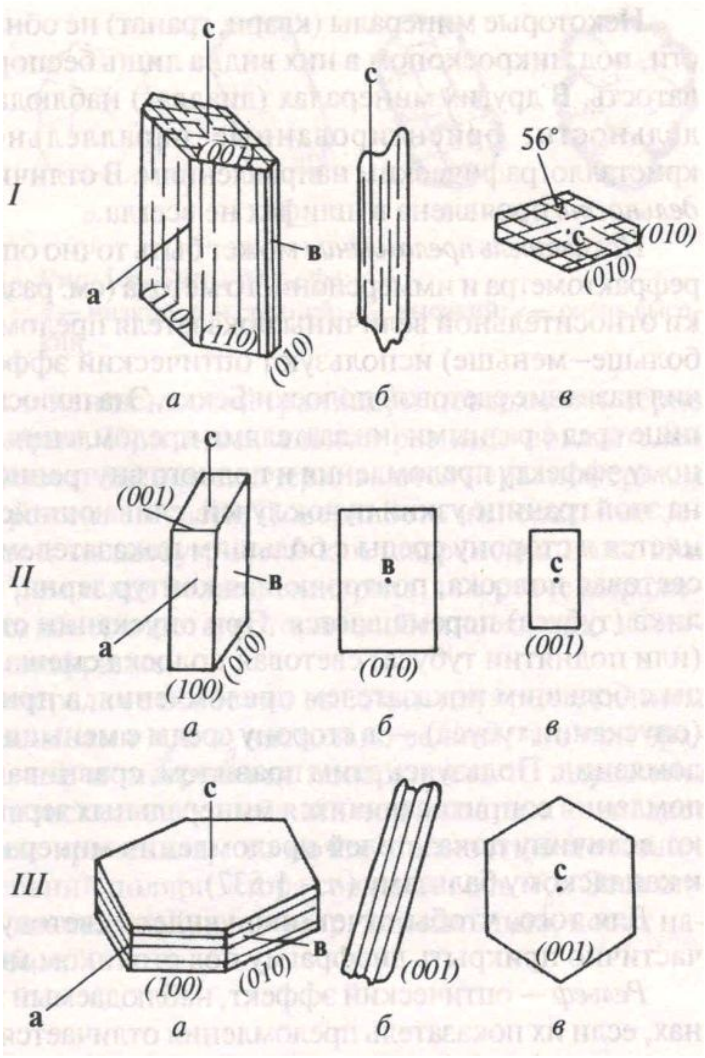


Рис. 5. Кристаллы призматической (*I*), таблитчатой (*II*) и пластинчатой (*III*) формы:
а – объемная форма кристаллов;
б, *в* – разрезы:
б – продольные,
в - поперечные

Спайность.Спайность наблюдается в шлифе в виде серии трещин, пересекающих минерал. Она видна не во всех сечениях кристаллов, а хорошо различается лишь там, где трещины спайности ориентированы по отношению к плоскости шлифа под углом, близким к 90 °. Так, у слюд в разрезах, перпендикулярных уплощенности кристаллов, видны четкие трещиныспайности, а в разрезах, проходящих параллельно уплощенности кристаллов, трещин спайности не видно (см. рис. 5,*III*). У минералов, обладающих
спайностью в двух направлениях, в шлифе чаще всего наблюдаются разрезы с трещинами спайности, проходящими лишь в одном направлении (см. рис. 5,*I, б*). Поэтому заключение оспайности минерала следует основывать на просмотрев шлифе всех зереданного минерала.

У минералов с *весьма совершенной* спайностью (слюды) тонкиепараллельные трещины спайности идут через весь кристалл (см. рис. 5, *III, б*).Минералы с *совершенной* спайностью (пироксены, амфиболы) характеризуются общим параллельным расположением трещин, но эти трещины прерывисты и не всегда строго параллельныдруг другу (см. рис. 5, *I, б*).*Несовершенная* спайность (оливин) характеризуется отсутствием строгой

параллельности, прерывистостью, иногда ветвлением и пересечением трещин, при наличии общего направления в их расположении. Иногда несовершенная спайность проявлена в виде редких и коротких трещин (нефелин). Если минералспайностью не обладает, то трещины отсутствуют или имеют неровную форму и ориентированы беспорядочно.

При наличии спайности по двум направлениям (см. рис. 5, *I*) измеряется угол между плоскостями спайности. Порядок работы при определении угла между плоскостями спайности следующий:

1) находим разрез, перпендикулярный трещинам спайности обоих направлений: трещины должны быть тонкими и не смещаться в сторону при подъеме и опускании тубуса микроскопа;

2) совмещаем трещины спайности одного направления с одной из нитей окуляра;берем отсчет по лимбу столика;

3) вращением столика совмещаем с той же нитью окуляра трещины спайности второго направления; снова берем отсчет. Разность отсчетов - угол между плоскостями спайности. Принято измерять острый угол между плоскостями спайности.

Цвет. При работе с выключенным анализатором различают зерна*непрозрачные*, которые выглядят совершенно черными (это главным образом рудные минералы, их определение проводится на специальных микроскопах в отраженном свете), и*прозрачные* – бесцветные и окрашенные.

Цветминерала в шлифе отличается от цвета того жеминерала в образце. Многие минералы, отчетливо окрашенные в образцах, под микроскопом оказываются бесцветными. Цвет минерала обычно характеризуетсясловом из двух частей: например, сине-зеленый, светло-коричневый. Некоторые минералы в анизотропных сечениях при вращении столика микроскопа изменяют интенсивность окраски, а иногда и цвет (*плеохроируют).*

Показатель преломления.Показатель преломления минерала оценивается в шлифепутем егосравнения с показателем преломления канадского бальзама (1.537 ± 0.004) или с показателями преломления окружающих минералов.Эта оценка производится исходя из наблюдения у изучаемого минерала описываемых ниже рельефа, характера ограничений, шагреневой поверхности и полоски Бекке (лучше всего они видныпри частично прикрытой диафрагме и опущенном осветительном устройстве).

Рельеф – оптический эффект, свойственный зернам минералов, показатели преломления которых отличаются от показателя преломления канадского бальзама.У минералов с показателями преломления, более высокими, чем у канадского бальзама, рельеф *положительный*– минерал кажется более толстым, чем другие минералы, как бы рельефно выступающим над общей поверхностью шлифа.У минералов с показателями преломления, более низкими, чем у канадского бальзама,рельеф*отрицательный*– кажется, что минерал образует впадину на поверхности шлифа.

Рис. 6. Резкие ограниче-ния и шагреневая поверхностьу минералов с высоким показателем преломления

Чем больше отличается показатель преломления изучаемого зерна от канадского бальзама или соседних зерен, тем сильнее выражен рельеф данного зерна. При равенстве показателей преломления минерала и канадскогобальзама рельеф у минерала отсутствует.

Ограничения. Граница между минералом и канадским бальзамом, или между двумя бесцветными минералами, находящимися в непосредственном контакте друг с другом, четко заметна в том случае, если их показатели преломления различны. Чем больше разница в показателях преломления соприкасающихся минералов, или минерала и канадского бальзама, тем ограничения становятся более резкими(рис. 6).

Шагреневая поверхность. При изготовлении шлифов на поверхностях срезов зерен образуются микроскопические неровности. У минералов с показателями преломления, близкими к канадскому бальзаму, эти неровности не заметны и поверхность зерен выглядит гладкой. Еслиже показатели преломления минерала значительно отличаются от канадского бальзама, то неровности на поверхности зерна становятся заметнее и поверхность зернакажется шероховатой, мелкобугристой - как шагреневая кожа или кожура апельсина. Чем больше отличие показателей преломления зерна от показателя преломления канадского бальзама, тем резче выражена шагреневая поверхность этого зерна (см. рис. 6).

На границе двух соприкасающихся бесцветных минералов, обладающих близкими показателями преломления, при внимательном наблюдении заметно явление окрашивания минералов в зеленоватые и розоватые тона (*дисперсионный эффект*). Бесцветный минерал, имеющий более высокий показатель преломления, приобретает светло-зеленоватую окраску, а бесцветный минерал с более низким показателем преломления - розоватую окраску. Этот эффект становится более отчетливым при прикрытой диафрагме и некотором расфокусировании изображения.

Умение видеть дисперсионный эффект особенно важно при расмотрении мелких бесцветных включений одного минерала в другом, например, мелких вростков плагиоклаза в калиевом полевом шпате (пертиты) или, наоборот, калиевого полевого шпата в плагиоклазе (антипертиты). Отличить калиевый полевой шпат от кварца и плагиоклаза в мелкозернистых агрегатах иногда можно только по дисперсионному эффекту.

По характеру ограничений,рельефу и шагреневойповерхности В.Н.Лодочников подразделяет все бесцветные минералы на 7 групп (табл. 1).

Для более точного определения относительного показателя преломления используется так называемая световая *полоска Бекке*. Это возникающая при расфокусировании микроскопа узкая световая полоска, повторяющая контур зерна. Наиболее четко она видна при использовании объективов с увеличением

20^x и более. При увеличении расстояния между объективом и шлифом полоска Бекке перемещается в сторону вещества с *бóльшим* показателем преломления,

Таблица 1

Группы В.Н.Лодочникова

Группа	Показатель преломления	Ограничения, шагреневая поверхность	Рельеф	Примерыминералов
1	1.41-1.47	ясные	отрицательный	опал
2	1.47-1.53	слабые	«	калиевый полевой шпат
3	1.53-1.55	отсутствуют	нет	кварц, кислый плагиоклаз
4	1.55-1.60	слабые	положительный	мусковит, основной плагиоклаз
5	1.61-1.66	ясные	«	апатит
6	1.66-1.78	резкие	«	пироксен, оливин
7	более 1.78	очень резкие	«	титанит, циркон

априуменьшении расстояния между объективом и шлифом –в сторону вещества с*меньшим* показателем преломления.

Порядок работы при определении показателя преломления минерала:

1) Находим зерно определяемогоминерала на границе с канадскимбальзамом (на краю шлифа или на границе с заполненной канадским бальзамом трещиной внутри шлифа). При включенном анализаторе зерно имеет некоторую интерференционную окраску, а канадский бальзам черный и остается черным при вращении столика микроскопа.

2) Выключаем анализатор, несколько опускаем осветительное устройство и частично прикрываем диафрагму.

3) Определяем рельеф, характер ограничений и шагреневой поверхности изучаемого зерна.

4) Находим границу между зерном и канадским бальзамом. При подъеме и опускании тубуса наблюдаем полоску Бекке и отмечаем направление ее перемещения.

5) По таблице 1 оцениваем величину показателя преломления минерала.

Для оценки показателя преломления по определенной оси индикатрисы (N_g, N_m, N_p) нужно совместить эту ось с направлением колебаний света в поляризаторе (как определять наименования осей индикатрисы – см. в разделе 1.3). Для этого зерно ставится на угасание при включенном анализаторе, а затем анализатор выключается и производится наблюдение. Видимые рельеф,

ограничения, шагреневая поверхность и поведение полоски Бекке определяются величиной показателя преломления по той оси индикатрисы, которая совмещена с направлением колебаний света в поляризаторе.

Псевдоабсорбция. Как отмечено выше, наблюдаемые под микроскопом рельеф и шагреневая поверхность минерала зависят от того, какой показатель преломления минерала совпадает с направлением колебаний света, пропускаемого поляризатором. У большинства минералов разница в величине показателей преломления по разным направлениям невелика. Поэтому при вращении минерала на столике микроскопа (то есть при совмещении различных направлений изучаемого минерала с плоскостью колебаний света в поляризаторе) заметных изменений рельефа и шагреневой поверхности минерала чаще всего не наблюдается.

Но у некоторых минералов с особенно высоким двупреломлением (например, у карбонатов) один показатель преломлениямного выше канадского бальзама, адругойблизок илиниже канадского бальзама (например, у кальцита один показатель преломления равен 1.658,а другой - 1.486). В этом случае при вращении столика микроскопа рельеф и шагреневая поверхность зерна то выражены очень отчетливо – рис. 7, слева (когда с плоскостью колебаний света в поляризаторе совпадает наибольший показатель преломления), то почти полностью исчезают - рис. 7, справа (когда с плоскостью колебаний света в поляризаторе совпадает наименьший показатель преломления). Этот оптический эффект носит название псевдоабсорбции.

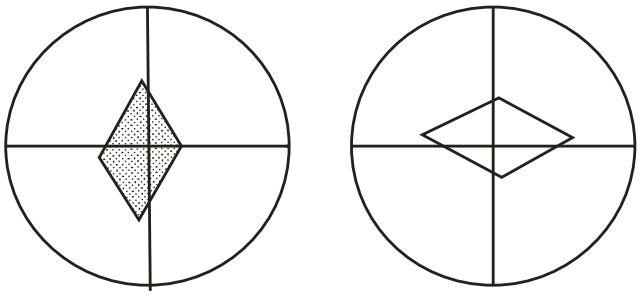


Рис. 7. Явление псевдоабсорбции

Степень проявления псевдоабсорбции у одного и того же минерала зависит от сечения минерала. В том разрезе минерала, где располагаются наибольший и наименьший показатели преломления, псевдоабсорбция выражена наиболее резко. В произвольном косом сечении псевдоабсорбция проявлена слабее. А в сечении, перпендикулярном оптической оси (в этом сечении показатель преломления одинаков во всех направлениях), псевдоабсорбция отсутствует.
Сильной псевдоабсорбцией обладают карбонаты, несколько слабее она проявлена у мусковита, а опытный глаз иногда улавливает псевдоабсорбцию даже у таких минералов, как кварц.

1.4. Исследования при включенном анализаторе в параллельном свете

Двупреломление минерала

В оптически анизотропных веществах луч света, входя в кристалл, раздваивается.Образовавшиесядва луча распространяются в кристалле с разными скоростями. В результате один луч обгоняет другой - между ними возникает разность хода*R*(обычно измеряется в нанометрах).Величина разности хода *R*пропорциональна толщине кристалла *d* (толщине шлифа) и величине N_g' - N_p' в данном сечении кристалла:

$$R=d(N_g' - N_p')$$

При прохождениидвухобразовавшихся в кристалле световых лучей через анализатор происходитинтерференция этих лучей (вследствие наличия между ними разности хода *R*). В результате кристаллприобретает при включенном анализаторе*интерференционную окраску*. Каждому значению разности хода *R*соответствует своя интерференционная окраска.

Интерференционная окраска возникает, если разность хода *R* не равна нулю. Если же разность хода *R* равна нулю (это имеет место при$N_g' - N_p' = 0$, то есть когда сечение индикатрисы в данном зерне имеет форму круга),то свет через кристалл не проходит и кристалл выглядит в скрещенных николях черным. Форму круга имеют сечения оптической индикатрисы аморфных веществ и кристаллов кубической сингонии (оптически изотропных веществ), а также перпендикулярные оптическим осям сечения индикатрисы кристаллов остальных сингоний (такие сечения называются оптически изотропными сечениями).

Таким образом, аморфные вещества (в том числе стекло и канадский бальзам), кристаллы кубической сингонии и перпендикулярные оптическим осям сечения одноосных и двуосных кристаллов в скрещенных николях выглядят темными (черными) и не просветляются при вращении столика микроскопа.

Унекоторыхаморфных веществ и кристаллов кубической сингонии иногда отмечается слабаяаномальнаяанизотропия(вследствие внутренних напряжений и т.п.),проявляющаяся в скрещенных николяхв слабой серой интерференционной окраске. Это свойственно, например, некоторым гранатам. Участки, обнаруживающие двупреломление, нередко располагаются в кристаллах граната зонально и секториально. Аномальная анизотропия в некоторых случаях проявляетсяив таком аморфном веществе, как вулканическое стекло.

При повороте столика микроскопа на 360 ° анизотропное сечение минерала четыре раза гаснет (становится черным) и четыре раза просветляется, приобретая ту или иную интерференционную окраску (максимальная яркость наступает при повороте столика на 45° от положения угасания).Угасание

происходит в тотмомент, когда оси индикатрисы совпадают с направлениями колебаний света в поляризаторе и анализаторе(рис. 8). В правильно настроенном микроскопе нити окуляра ориентированы параллельно этим направлениям, так что*в момент угасания нити окуляра указывают на положение осей индикатрисы*вданном разрезе минерала.

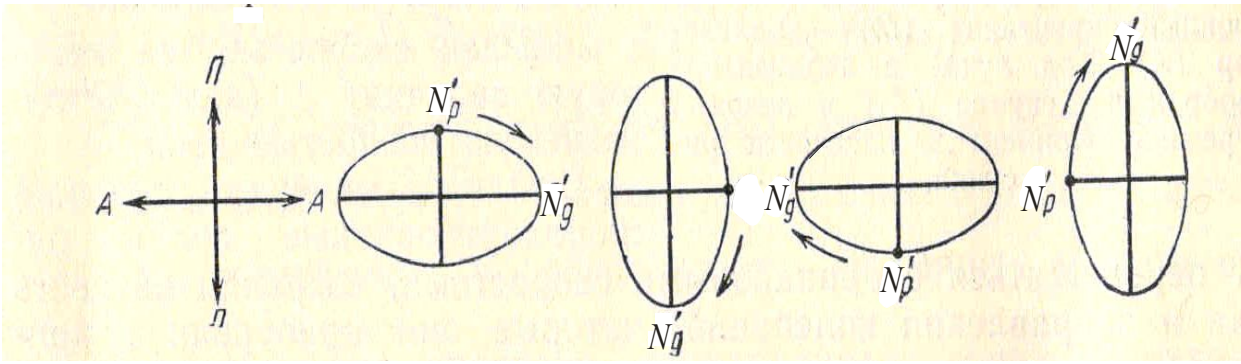


Рис. 8. Четырехкратное угасание минерала в анизотропном сечениипри повороте столика микроскопа на 360° (*П, А* – плоскости колебаний света в поляризаторе и анализаторе)

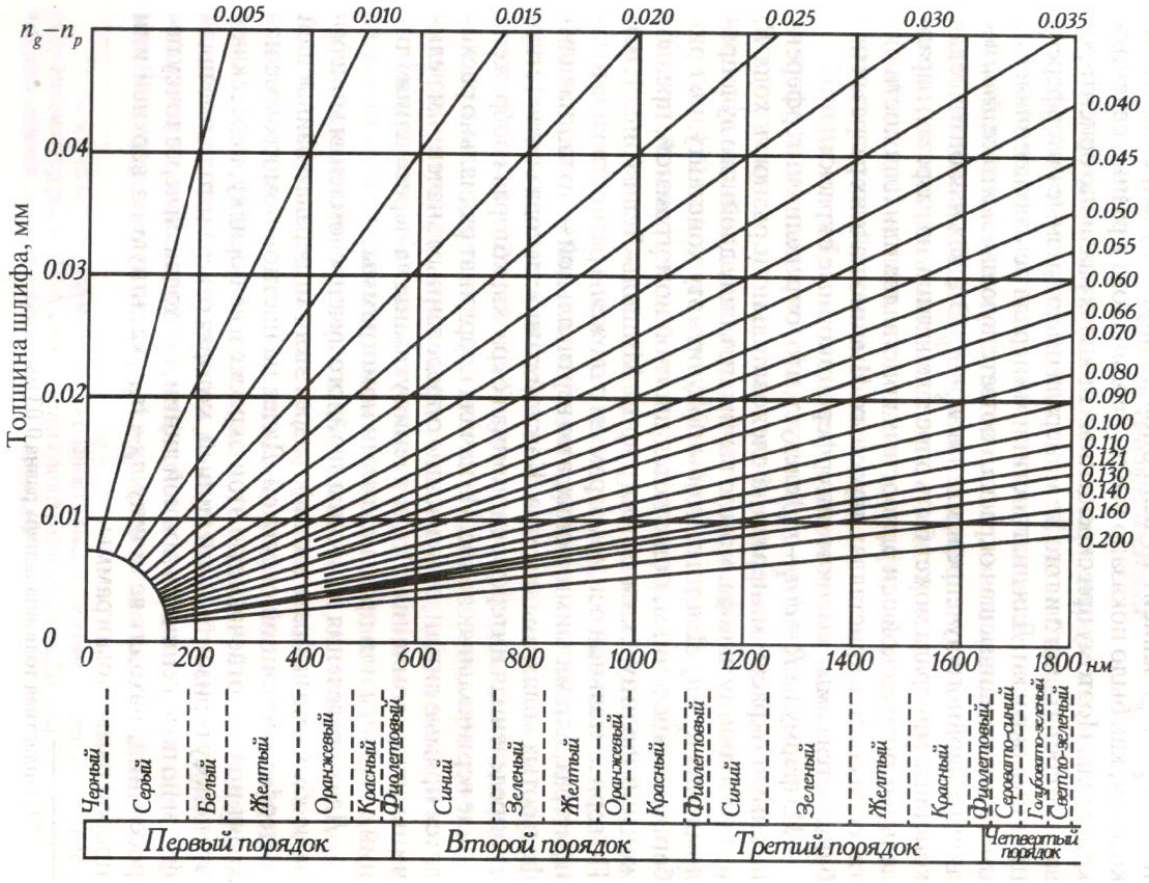


Рис. 9. Номограмма Мишель-Леви. Внизу – цвета интерференционной окраски и соответствующие им значения разности хода *R* (в нанометрах). Объяснения в тексте.

Наблюдаемые у кристаллов интерференционные окраски делятся на порядки (*I, II, III*и так далее), границы между которыми проводятся по фиолетовой окраске (рис. 9). Первый порядок начинается с низких цветов интерференции – темно-серого, серого, белого, далее желтого, и заканчивается красным, а затем фиолетовым цветом (последний соответствует разности хода около 550 нм).

Цвета интерференции *II* и *III* порядков повторяются в одинаковой последовательности: каждый порядок начинается с синего цвета, затем следуют зеленый, желтый, красный цвет. Фиолетовый цвет на границе *II* и *III* порядка отвечает разности хода 1100 нм, на границе *III* и *IV* порядков – 1650 нм (см. рис. 9). При больших разностях хода интерференционные окраски становятся все более бледными и выше *III* порядка трудно различимы.

У некоторых минералов величинадвупреломления для световых лучей разного цвета несколько отличается по величине (дисперсия двупреломления). Это приводит к образованию *аномальных* (отличающихся от приводимых на рис. 9) интерференционных окрасок – ржаво-бурых, красно-фиолетовых, индигово-синих в *I* порядке и очень ярких и пестрых в более высоких порядках. Аномальные интерференционные окраски характерны для хлорита, эпидота и некоторых других минералов.

При наблюдении интерференционной краски минерала нужно уметь определять ее порядок. Это можно сделать, рассматривая края зерен минерала.Нужно найти в шлифе зерно минерала, край которого скошен на клин. В пределах клина толщина зерна постепенно увеличивается.Поэтому всоответствующей клину каемке на краю зерна наблюдается последовательный(как на номограмме Мишель-Леви) переход от низких цветовинтерференционной окраски*I* порядка в самой тонкой части клинак все более высокойинтерференционной окраске, соответствующей толщине основной части зерна.

Например, если зернов своей основной части имеет желтую интерференционнуюокраску*II*порядка(рис. 10),то в периферической клиновидной части зерна будут последовательно наблюдаться серая, белая, желтая, красная окраска *I* порядка, затем синяя и зеленая окраска*II*порядка,

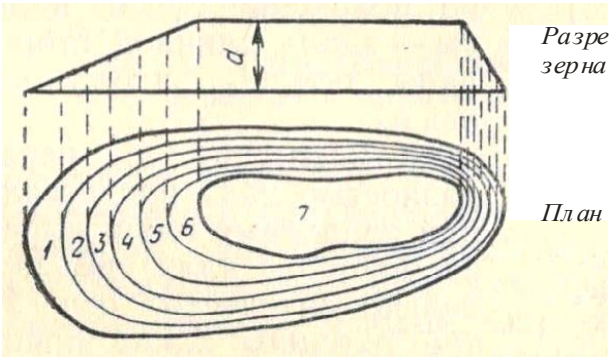


Рис. 10. Образование цветных каемок в краевых скошенных на клин частях зерна: 1 – серый *I*; 2 – белый*I*; 3 – желтый*I*; 4-красный*I*; 5-синий*II*; 6-зеленый *II*; 7 – желтый *II* (*I, II* – порядок интерференционной окраски)

после чего идет свойственная основной части зерна желтая интерференционная окраска *II* порядка (см. рис. 10). Прослеживая эти цветные каемки на краю

зерна (сравнивая последовательность цветов с номограммой Мишель-Леви), можно определить, какой порядок имеет интерференционная окраска, которую имеет основная часть изучаемого зерна.

Ширина цветных каемок на краях зерен зависит от угла наклона клина на краю зерна.Если при пологом клине можно наблюдать последовательную смену всех цветов интерференции (см. рис. 10, слева), топри крутом наклоне клина(см. рис. 10, справа) некоторые цвета выпадают, а другие (обычно синий и зеленый) сливаются в одну темную полоску. Для определения порядка окраски может быть использованаи такаяслившаяся сине-зеленая полоска:отсутствие этой полоски говорит о *I* порядке интерференционной краскиминерала, одна полоска указывает на *II* порядок, а наличие вдоль края зерна двух таких полосок указывает на*III*порядок интерференционной окраски в основной части зерна.

Интерференционную окраску может несколько искажатьсобственнаяокраскаминерала (наблюдаемая при выключенном анализаторе, например, у биотита или роговой обманки). Например, зерно роговой обманки (зеленое при выключенном анализаторе) с красной интерференционнойокраской*I* порядка будет выглядеть при включенном анализаторе из-за зеленой собственной окраски не красным, а бурым. То есть при изучении минералов с интенсивной собственной окраской следует иметь ввиду, что для определния истинной интерференционной окраски следует «вычитать» из наблюдаемой интерференционной окраски собственную окраску минерала .

Из формулы $R=d(N_g' - N_p')$следует, что в скрещенныхниколях различно ориентированные зерна(зерна с различными значениями $N_g' - N_p'$) одного и того жеанизотропного минерала имеют разные значения *R*, то есть разнуюинтерференционную окраску.Таким образом, один и тот же минералв зависимости от сечения может иметь в шлифе различнуюинтерференционную окраску.Эта окраска минимальная (черная) в разрезах, перпендикулярных оптической оси, наивысшая в разрезах, соответствующих$N_g - N_p$, и промежуточная в прочих разрезах.

В случае наивысшей интерференционной краски приведенная выше формула имеет вид$R=d(N_g - N_p)$. Используя эту формулу, можно определять толщину шлифа (*d)* и двупреломление минерала ($N_g - N_p$).

Определение толщины шлифа. Чаще всего производится по кварцу. Для этой цели находимв шлифе зерно кварца с наивысшей интерференционной окраской. По таблице Мишель-Леви определяем разность хода лучей *R* для этой окраски. Затемпо формуле $d=R/(N_g - N_p) = R/0.009$(0.009 – величина $N_g - N_p$ кварца) вычисляем толщину шлифа (*R* и *d*должны быть выражены в одинаковых единицах измерения – нанометрах или миллиметрах).

Определить толщину шлифа по кварцу с помощью номограммы Мишель-Леви можно и не прибегая к вычислениям. По горизонтальной оси номограммы (см. рис. 9) отложены разности хода в нанометрах (каждой

разности хода соответствует определенная интерференционная окраска), а по вертикальной оси – толщина шлифа в сотых долях миллиметра. Из начала координат радиально расходятся прямые линии, отвечающие определенным значениям величины двупреломления, указанным на пересечениях линий с верхним или правым краями номограммы.

Для определения толщины шлифа находим точку пересечения наклонной линии, соответствующей двупреломлению 0.009, и вертикальной линии, соответствующей значению разности хода *R* наблюдаемой в данном шлифе наивысшей интерференционной окраски кварца. После этого по оси ординат считываем соответствующее этой точке значение толщины шлифа.

В тех случаях, когда в породе нет кварца, для определения толщины шлифа можно использовать плагиоклаз, условно приняв его двупреломление равным 0,008 (такое двупреломление имеют встречающиеся в ряде бескварцевых магматических пород плагиоклазы состава андезин-лабрадор).

*Определение двупреломления минерала.*В шлифе находим зерноизучаемого минерала с наивысшей интерференционной окраской (для этого просматриваем все зерна данного минерала и оцениваем интерференционную окраску каждого зерна). По номограмме Мишель-Левиопределяем разность хода *R*для найденной наивысшей интерференционной окраски. Зная толщину шлифа *d*, по формулеN_g - N_p=*R*/ *d*вычисляем величину двупреломления (N_g - N_p) минерала.

Графическое определение двупреломления N_g - N_pпо номограмме Мишель-Леви производится следующим образом. От взятого по оси ординат значения толщины данного шлифа перемещаемся слева направодо определенной нами наивысшей интерференционной окраски минерала. Из полученной точки по наклонной линии поднимаемся вверх направо и считываем на конце этой линии значение двупреломления минерала.

Таблица 2

Интерференционная окраска минералов в зависимости от двупреломления (по А. Н. Феногенову, с изменениями)

Двупреломление	Интерференционная окраска в шлифах стандартной толщины (0,03 мм)	Характерные минералы
Менее 0.005 (очень слабое)	Серая, светло-серая	Апатит, нефелин
0.005 – 0.010 (слабое)	Белая, светло-желтая	Кварц (0.009), полевые шпаты
0.011-0.030 (умеренное)	Желто-оранжевая, красная *I* порядка до желто-зеленой *II* порядка	Роговая обманка, авгит
0.31 – 0.100 (сильное)	Желтая *II* порядка до *V* порядка	Оливин, биотит, циркон
Более 0.100 (очень сильное)	Перламутровые, бело-розовые окраски высших порядков –*IV* порядок и выше	Карбонаты, титанит, рутил

Двупреломление минерала может быть: 1) очень слабым, 2) слабым, 3) умеренным, 4) сильным (табл. 2). Граница двупреломления 0.030 (между умеренным и сильным двупреломлением) соответствует появлению в скошенных на клин краях зерен повторяющихся цветных полосок, по которым можно определять порядок интерференционной окраски (см. выше). При оченьсильном двупреломлении порядок интерференционной окраски установить практически невозможно.

Угол угасания

Угол угасания– это угол между одной из осей индикатрисы и какой-либо кристаллографической плоскостью (гранью кристалла, трещиной спайности, двойниковым швом). Если угол угасания равен нулю, угасание называется прямым, если не равен нулю – косым (рис. 11).В случае, если указанные выше кристаллографические плоскости в зерне не выражены (например, в зернах кварца неправильной формы), характер угасанияминерала не определяется.

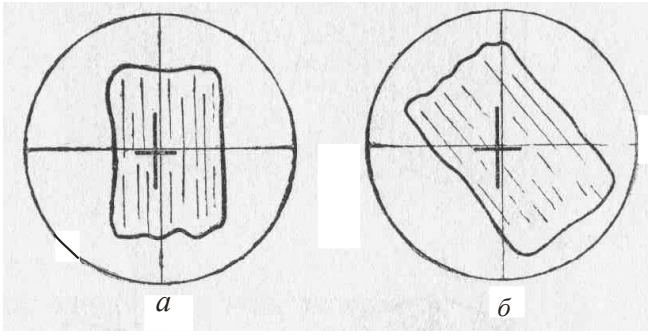


Рис. 11. Характер угасания минерала:
а – прямое, б – косое (минерал зарисован в положении угасания, черные линии в центре – оси оптическойиндикатрисы зерна)

Минералам гексагональной, тетрагональной, тригональной и ромбической сингоний в большинстве разрезов свойственно прямое угасание.Минералы моноклинной сингонии в разрезах, перпендикулярных (010), обладают прямым угасанием, а в разрезе,параллельном(010) (такой разрез характеризуется наивысшей интерференционной окраской),– косым. Минералы триклинной сингонииобладают во всех разрезах косым угасанием.

Для определения характера угасания какого-либо зерна нужно установить грань кристалла или трещины спайности параллельно вертикальной нити окулярного креста и, включив анализатор, посмотреть, будет зерно при скрещенныхниколях находиться в положении угасания или нет. Если минералв этом положении гаснет, значит угасание прямое, а если минералпросветлен, то угасание косое.

Если угасание косое, то следует измерить угол угасания. Для этого нужно повернуть столик микроскопа из положения, когда грань кристалла или трещины спайности параллельны вертикальной нити,в положение угасания зерна. Угол поворота равен углу угасания. Достигать положения угасания

можно, поворачивая столик как вправо, так и влево. При измерении угла угасания столик вращают в сторону ближайшего угасанияминерала, чтобы угол угасания был менее 45°.

При определении угла угасания следует указывать, по отношению к какой осиоптической индикатрисы он измерен. В положении угасания оси оптической индикатрисы зерна располагаются параллельно нитям окуляра, но нужно определить наименования этих осей.

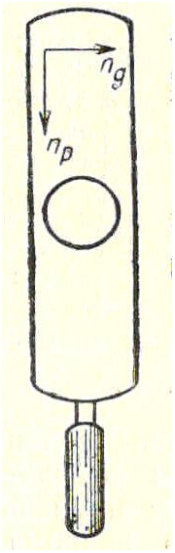


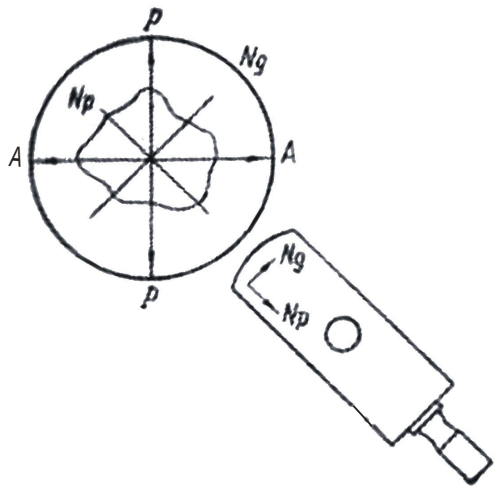
Рис. 12 . Компенсатор

Определение наименований осей индикатрисы производится с помощью*компенсаторов,*которые представляют собой кристаллические пластинки с известной разностью хода и фиксированным положением осей индикатрисы. Вдоль длинной стороны компенсаторов расположена ось N_p, а поперек длинной стороны -N_g(рис. 12).

Во многих случаях используется компенсатор с разностью хода 550-560 нм. Введенный в специальную прорезь тубуса микроскопа (см. рис. 1, 2), он дает красно-фиолетовую интерференционную окраску, поэтому его называют «красным».

Для определениянаименования осей индикатрисысначала ставим исследуемый минералв положение угасания. В этом положении оси индикатрисы параллельны нитям окуляра (см. рис.11). Затем поворачиваем столик микроскопа на 45 ° против часовой стрелки. Этим мы поворачиваем ось индикатрисы, которая совпадала с вертикальной нитью микроскопа, в положение, ориентированное параллельно прорези тубусамикроскопа, в которую вставляется компенсатор.

Вводим компенсатор и наблюдаем изменение интерференционной окраскиминерала. Если оси индикатрисыминералаN_p иN_g*совпадают*по направлению с одноименными осями компенсатора(рис. 13), то происходит



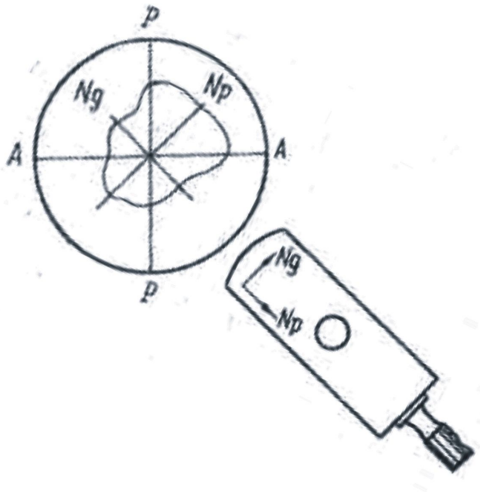


Рис. 13. Совпадение одноименныхРис. 14. Совпадение разноименных осей индикатрисы осейиндикатрисы

сложение разностей хода минерала и компенсатора – интерференционная окраска *повышается*. Если оси индикатрисы минерала и компенсатора *не совпадают* по направлению (рис. 14), то общая разность хода уменьшается и интерференционная окраска *понижается*. Если компенсатором с разностью хода 550-560 нм устанавливают наименования осей индикатрисы зерна с интерференционной окраской **I порядка**, то повышение или понижение интерференционной окраски определяется по отношению к компенсатору.

Например, минералобладает белой интерференционной окраской*I*порядка (R = 200 нм). При совпадении одноименных осей индикатрисы в минерале и в компенсаторе происходит сложение разностей хода (R = 200 + 560 = 760 нм) и интерференционная окраска повышается (относительно красной окраски компенсатора - 550-560 нм) до сине-зеленой *II* порядка (760 нм). При обратном расположении осей индикатрисы разность хода уменьшается (R = 560 - 200 = 360 нм) и интерференционная окраска понижается (относительно красной окраски компенсатора - 550-560 нм) до желтой *I*порядка (360 нм).

Компенсатор с разностью хода550-560 нм может быть использован и при определении наименования осей индикатрисы минералов **с высокой интерференционной окраской**. Как отмечалось ранее, на скошенных краях зерен таких минералов могут наблюдаться участки (чаще всего в виде полосок покраям зерен) с низкой интерференционной окраской (серой, белой, желтой*I*порядка). По ним описанным выше способом можно определить наименование осей индикатрисы. В случае совпадения одноименных осей индикатрисы компенсатора и зерна серая окраска на скошенномкрае зерна при введении компенсатора станет синей или зеленой и, наоборот, если у компенсатора и зерна совпадут разноименные оси, серая окраска на скошенном крае зерна станет желтой или оранжевой.

При работе с компенсатором рекомендуется контролировать правильность измерений, определяя у изучаемого зерна наименования обеих осей индикатрисы. Если в одном положении было, например, совпадение направления осей индикатрисы в зерне и в компенсаторе, то после поворота на 90° должен наблюдаться противоположный эффект.

Для определения наименования осей индикатрисы может быть использован также *кварцевый клин*– компенсатор, толщинакоторого увеличивается от одного его конца к другому. Направление тонкого конца обозначается на оправе острым углом треугольника (рис. 15). По мере введения кварцевого клина в прорезь тубуса микроскопа тонким концом вперед толщина

.

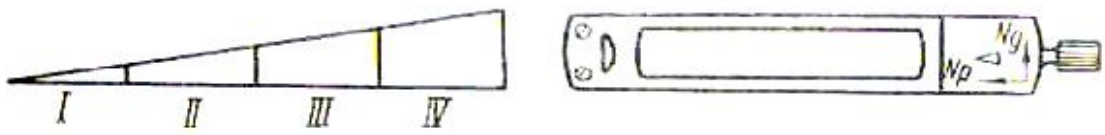


Рис. 15 . Кварцевый клин

наблюдаемой в поле зрения части компенсатора возрастает и видимая интерференционная окраска компенсатора последовательно повышается - от *I* до *III* и *IV* порядка (см. рис. 15), как на номограмме Мишель-Леви.

Кварцевый клин позволяет различать повышение или понижение интерференционной окраски по скошенным краям зерен высокодвупреломляющихминералов(«метод бегущих полосок»).

Если при вдвигании кварцевого клина цветные полоски интерференционной окраски на скошенном крае зерна перемещаются*от центра*минерала к его краям, тооси эллипса в клине и в минерале *совпадают*. Если же цветные полоски при вдвигании клина перемещаются от краев зерна к центру, то оси эллипса в клине и в минерале не совпадают. Чтобы передвижение цветных полосок было заметно, следует вдвигать клин не слишком медленно. Следует иметь ввиду, что при несовпадении осей эллипса передвижение полосок обычно заметно лучше, чем при совпадении осей.

Порядок работы при определении угла угасания:

1) Находим зерно с наивысшейинтерференционной окраской и системой четких параллельных трещин спайности; ставим зерно на центр нитей окуляра.

2) Поворотом столика микроскопа ставим трещины спайности параллельно вертикальной нити окуляра. Берем отсчет на лимбе столика микроскопа.

3) Поворачиваем столик микроскопа до ближайшего положенияугасанияминерала(то есть совмещаемодну из осей индикатрисы с вертикальной нитью окуляра). Снова берем отсчет на лимбе столика микроскопа. Разность первого и второго отсчетов - угол угасания.

4) В положении угасания зерно зарисовываем, отмечаемнаправления осей индикатрисы (параллельно нитям окуляра), трещин спайности и показываем измеренный угол угасания (чтобы лучше видеть спайность, зарисовку можно делать, выключив в положении угасания анализатор).

5) С помощью компенсатора определяем наименование оси индикатрисы, по отношению к которой измерен угол угасания. Подписываем наименования осей индикатрисы на зарисовке.

Записываем результаты измерения угла угасания: например, cN_g = 15°(угол между спайностью и N_g равен 15°).

Знакудлинения

Знак удлиненияхарактеризует ориентировку оптическойиндикатрисы относительно направления вытянутости кристалловили относительно трещин спайности в вытянутых сечениях кристаллов.

Удлинение считается положительным, если ось индикатрисы N_g совпадает с длинной осью кристалла (трещинами спайности) или отклоняется от нее не более, чем на 30° ($cN_g \leq 30°$). Если же такое положение занимает ось N_p($cN_p \leq 30°$), то удлинение считается отрицательным. При углах угасания, равных 30-45°, знак удлинения не определяют.

Плеохроизм

Плеохроизм– способностьминерала неодинаково поглощать свет разных частей спектра по различным направлениям. Плеохроизм проявляется в изменении собственной окраскиминерала (наблюдается при выключенном анализаторе)при вращении столика микроскопа: поворачивая столик микроскопа, мы изменяем положение зерна относительно плоскости колебаний света,выходящего из поляризатора.

Различают три типа плеохроизма:

1) изменяется интенсивность окраски, а цвет сохраняется (например,у биотита, который может плеохроировать от светло- до темно-бурого цвета);

2) изменяется как интенсивность окраски, так и цветминерала (например,у роговаяобманки, которая можетпри вращении столика микроскопа менять окраску от светло-желтой до темно-зеленой);

3) изменение окраски не сопровождается изменением ее интенсивности (например, у гиперстена, которыйплеохроирует от бледно-розового до бледно-зеленого).

Для определения окраски по N_g и N_pиспользуют зерноминерала с наивысшей интерференционной окраской.Сначала в зерне определяют положение и наименования осей индикатрисы. Затем устанавливают зерно в положение угасания. Выключают анализатор и наблюдают окраску по той оси индикатрисы, которая в данный момент совмещена с плоскостью колебаний поляризатора (например,N_g). Затем поворотом столика на 90° совмещают с направлением колебаний света в поляризаторе другую ось индикатрисы (например,N_p) и, выключив анализатор, наблюдают соответствующую ей окраску.

Для определения окраски по N_m(у двуосных минералов)используются разрезы с наинизшей интерференционной окраской. В скрещенныхниколях такие разрезы черные или темно-серые и остаются таковыми при вращении столика микроскопа.Разрез с наинизшей интерференционной окраскойсоответствует круговому сечению индикатрисы, радиусомкоторого является N_m, так что при любом повороте столика микроскопа собственная окраска минерала (наблюдаемая при выключенном анализаторе) в этом разрезе одинакова и характеризует N_m.Чаще всего окраска по N_mявляется промежуточной между окрасками по N_gи N_p.

Записав цвета по осям индикатрисы (запись ведется с указанием окраски и ее интенсивности, например: N_g– темно-зеленая,N_p– светлая зеленовато-желтая), составляем*схему абсорбции*(поглощения света).

Если окраска по N_gболее темная, чем поN_m, а последняя более темная, чем поN_p, то схема абсорбции называется*прямой* (обозначается$N_g>N_m>N_p$). Такая схема абсорбции наблюдается, например, у биотита.

Если окраска по N_pболее темная, чем N_m, а последняя более темная, чем по N_g, то схема абсорбции называется*обратной* (обозначается$N_g<N_m<N_p$), например, у эгирина.

В тех случаях, когда меняется только окраска, а густота окраски не меняется, исследование плеохроизма ограничивается записями окрасок по осям индикатрисы: например, у гиперстена:N_g– бледно-зеленая,N_p– бледно-розовая.

1.5. Исследованияпри включенном анализаторе в сходящемся свете

Метод исследования в сходящемся свете (коноскопический метод) основан на использовании прохождения через кристалл сходящегося (в виде конуса) пучка плоскополяризованных лучей, которые пересекаются в центре кристалла. При этом под микроскопомнаблюдается не сам кристалл, а его интерференционная (коноскопическая) фигура.

Исследования в сходящемся свете позволяют определить оностьминерала, его оптический знак и приближенно величину угла оптических осей (*2V*) двуосныхминералов.

Методика работы

Изучениеминералов коноскопическим методом проводится привключенном анализаторе с введенной в осветительную систему микроскопа линзой Лазо (см. рис. 2, 3), создающей сходящийся пучок лучей. Пройдя через кристалл, лучи становятся расходящимися. Чтобы затемсобрать эти лучи, используют объектив с увеличением 40^x или 60^x. После прохождениясобранных лучей через анализатор возникает оптический эффект, называемый интерференционной, или коноскопической, фигурой. Ее рассматривают при вынутом окуляре или через окуляр, но с линзой Бертрана.

Чаще всего в сходящемся свете изучают разрезы, перпендикулярные к оптической оси, или близкие к этому направлению.

Порядок работы:

1. В параллельном свете с объективом 8^x или 9^x находим разрезминерала с наиболее низкой интерференционной окраской – черной или темно-серой, не меняющейся или почти не меняющейся при вращении столика микроскопа (в случаеминерала с высокимдвупреломлением можно использовать и сечения с белой и желтоватой окраской *I* порядка). Если минералокрашен, то без анализатора такое зерно не должно обнаруживать плеохроизма. Зерно должно быть достаточно крупным – при большом увеличении (60^x или 40^x) занимать не менее четверти поля зрения.

Помещаем это зерно в центр поля зрения. При выключенном анализаторе добиваемся наиболее яркого и равномерного освещения поля зрения; полностью открываем диафрагму, поднимаем осветительное устройство вверх до упора.

2) Меняем объектив 8^x или 9^xна объектив 60^x или 40^x (предварительно хорошо отцентрированный) и еще раз проверяем, что шлиф установлен покровным стеклом вверх. Объектив с большим увеличением имеет короткое

фокусное расстояние. Это расстояние меньше толщины предметного стекла и при попытке сфокусировать его на минерал в шлифе, положенном покровным стеклом вниз, шлиф может быть раздавлен и объектив испорчен.

Наводим на фокус. Чтобы не раздавить шлиф, сначала опускаем тубус винтом грубой наводки, смотря сбоку на объектив. Подводим объектив к шлифу так, чтобы между входной линзой объектива и поверхностью шлифа остался лишь незначительный просвет (меньше миллиметра). После этого, глядя в окуляр, начинаем поднимать тубус и наводим на резкость.

3) Включаем анализатор и линзу Лазо, а затем вводим линзу Бертрана или вынимаем окуляр. Наблюдаем коноскопическую фигуру (без окуляра она будет маленькой и четкой, а с окуляром и линзой Бертрана – менее четкой, но зато более крупной).

Разрез, перпендикулярный оптической оси одноосного кристалла

В данном разрезе коноскопическая фигура имеет вид темного креста, ветви (балки)которогоориентированы вдоль нитей окуляра и пересекаются в центре поля зрения (в точке выхода оптической оси).При вращении столика микроскопа крест не изменяет своего положения (рис. 16).

У минералов с низким двупреломлением (кварц, нефелин) контуры коноскопического креста расплывчатые, между балками креста - интерференционная окраска *I* порядка. У минералов с высоким двупреломлением балки креста более тонкие и четкие, между балками располагаются цветные кольца интерференционной окраски нескольких порядков.

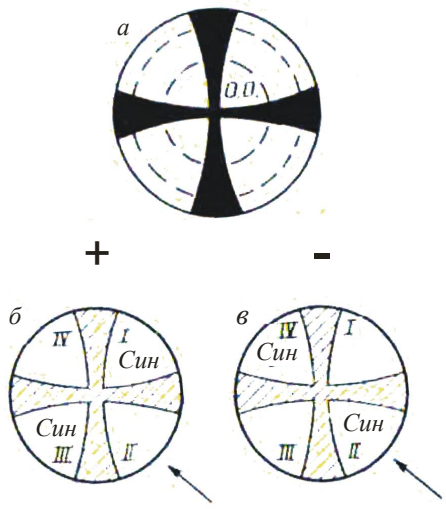


Рис. 16. Коноскопическая фигура одноосного кристалла в разрезе, перпендикулярном оптической оси (*а*), и определение оптического знака в этом разрезе с помощью компенсатора (*б, в*)

Для определения оптического знака кристалла можно использовать компенсатор с разностью хода 560-570 нм. Получив коноскопическую фигуру,вводим компенсатор в прорезь тубуса микроскопа и наблюдаем изменение интерференционной окраски у перекрестия балок креста. Если во *II* и *IV* квадрантах появляется желтая окраска первого порядка, а в *I* и *III* квадрантах– синяя окраска второго порядка, то кристалл оптически положителен (рис. 16, *б*). Если во *II* и *IV* квадрантах возникает синяя окраска второго порядка, а в*I*и*III* квадрантах – желтая окраска первого порядка, то кристалл оптическиотрицателен (рис. 16, *в*). Сам крест приобретает при этом красную окраску, соответствующую разности хода компенсатора (*R* = 560-570 нм).

Если разрез не строго перпендикулярен оптической оси, то центр коноскопической фигуры (креста)будет смещен относительноперекрестия

нитей окуляра. При вращении столика микроскопа центр креста будет описывать окружность вокруг центра поля зрения, а балки креста будут перемещаться параллельно нитям окуляра. Горизонтальная балка при этом перемещается снизу вверх или сверху вниз, а вертикальная – справа налево или слева направо (рис. 17).

Рис. 17. Коноскопическая фигура одноосного кристалла в косом разрезе (стрелками показано направление вращения столика)

При определении оптического знака в данном случае крест коноскопической фигуры следует перед введением компенсатора установить так, чтобы большая часть поля зрения была занята *II* или *IV* квадрантом (см. рис. 16),а далее вести определение, как описано выше.

Разрез, перпендикулярный оптической оси двуосного кристалла

Коноскопическая фигура имеет видтемной изогнутойполосы *–изогиры*, проходящей через центр поля зрения (выход оптической оси). При вращении столика микроскопа изогира поворачивается вокруг центра поля зрения, то выпрямляясь (при совпадении с одной из нитей окуляра), то изгибаясь (рис. 18).

Если разрез ориентирован строго перпендикулярно оптической оси, изогира при вращении столика микроскопа из поля зрения не выходит. Если же разрез ориентирован не совсем перпендикулярно оптической оси, то изогира

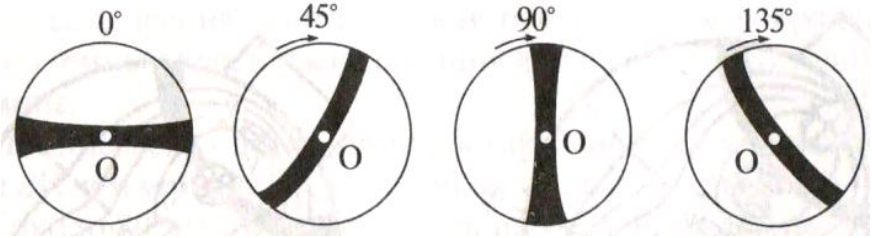


Рис.18.Коноскопическая фигура двуосного кристалла в разрезе, перпендикулярном оптической оси (О), и ее поведение при вращении столика микроскопа (показано стрелками)

при вращении столика может уходить за пределы поля зрения, перемещаясь*диагонально* по отношению к нитям окуляра (это отличает сечения двуосных кристаллов от косых разрезоводноосных кристаллов, когда балки креста перемещаются *параллельно* нитям окуляра).

По степени изогнутости изогиры приближенно можно оценить величину угла *2V*. Для этого изогиру нужно установить под углом 45° к нитям окуляра. Чем больше угол оптических осей, тем меньше изогнута изогира, а при угле *2V*, равном 90°, она становится прямолинейной (рис. 19).

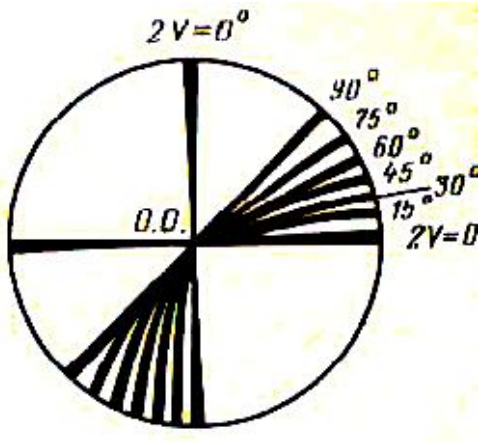


Рис.19 . Диаграмма для приближенной оценки величины угла *2V* в разрезе, перпендикулярном оптической оси

Для определения оптического знака двуосногоминерала следует повернуть столик микроскопа так, чтобы изогира располагалась поперек направленияввведения компенсатора (рис. 20). Если при введенномкомпенсаторе навыпуклой стороне изогиры появится синий, а на вогнутой– желтый цвет, то минерал оптическиположительный. Если распределение окрасок обратное, то минералоптически отрицательный (см. рис. 20). Сама изогира в обоих случаях принимает красную окраску.

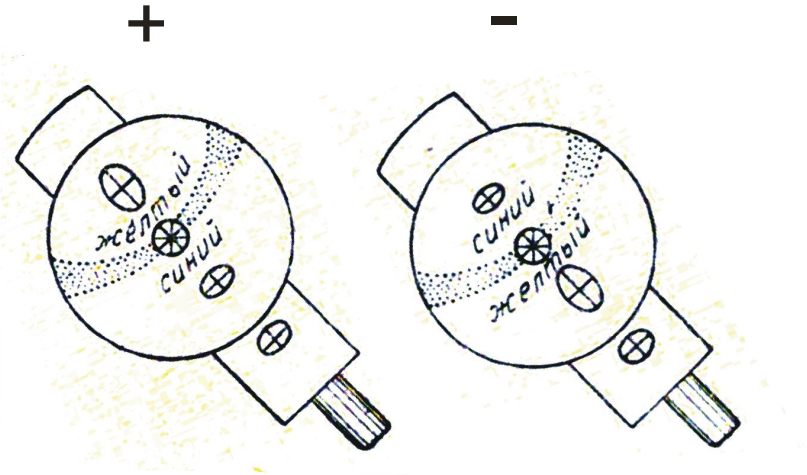


Рис. 20. Определение оптического знака двуосного кристалла в разрезе, перпендикулярном оптической оси (рисунок с введенным компенсатором)

1.6. План описания минерала под микроскопом

Приступая к описанию исследуемогоминерала, нужно сначала внимательно просмотреть весь шлиф(при выключенном и при включенном анализаторе) и примерно оценить, сколько и какие минералыимеются в шлифе. После этого изучаемый минерал описывают в следующем порядке.

При выключенном анализаторе

1. Процентное содержание минерала в породе – путем сравнения площади, занимаемой минералом, с площадью поля зрения.

2. Размеры зерен минерала. Измеряют длину и ширину преобладающих по размеру зерен.

3. Форма зерен в различных разрезах и, как вывод, пространственная форма кристалла.

4. Спайность. Отмечают наличие или отсутствие спайности, степень ее совершенства, число направлений спайности, величину угламежду плоскостями спайности.

5. Цвет и плеохроизм минерала.

6. Показатель преломления: направление перемещения полоски Бекке, характер ограничений, рельефа, шагреневой поверхности, группа по таблице Лодочникова. Псевдоабсорбция.

При включенном анализаторе

А. В параллельном свете

7. Толщина шлифа.

8. Двупреломление, с указанием наивысшей интерференционной окраски и метода определения.

9. Угасание и ориентировка осей индикатрисы с зарисовкой.

10. Характер удлинения.

11. Схема плеохроизма с указанием окраски по осям индикатрисы.

Б. В сходящемся свете

12. Осность.

13. Оптический знак.

14. *2V* (грубая оценка).

1.7. Примеры описанияминералов в шлифе

(по Л.И.Кравцовой и М.Н.Чукашевой, с изменениями)

1. Зернаминерала в шлифе имеют преимущественно вытянутую форму с прямолинейными ограничениямипараллельно спайности и неровными поперек спайности. Реже встречается неправильная, близкая к изометричной, форма зерен. В разрезах вытянутой формы наблюдается весьма совершенная спайность в виде тонких почти непрерывных линий вдоль удлинения. В зернах изометричной формы спайности не наблюдается. Судя по этим данным, минералимеет пластинчатую форму.

Минерал в шлифе прозрачен, бесцветен. Показатель преломленияявыше, чем у канадского бальзама, так как полоска Бекке при поднятии тубуса микроскопа перемещается в сторонуминерала. Ограничения и шагреневая поверхность относительно слабые. По этим признакам минералотносится к IV группе таблицы Лодочникова.

Минерал обладает псевдоабсорбцией: при совмещении спайности с вертикальной нитью окуляра ограничения и шагреневая поверхность более отчетливы, чем при совмещении спайности с горизонтальной нитью.

В скрещенныхниколях минералимеет прямое угасание относительно спайности и положительное удлинение ($cN_g = 0°$).

Толщина шлифа определена по кварцу. Наивысшаяинтерференционная окраска кварца желтовато-белая *I*порядка, что соответствует разности хода 300 нм. Зная, что у кварца$N_g - N_p$ =0.009, по номограмме Мишель-Леви находим, что толщина шлифа равна 0.033 мм.

Наивысшая интерференционная окраска исследуемогоминерала красная*II* порядка (разность хода 1050 нм), что соответствует, по номограмме Мишель-Леви, величине двупреломления $N_g - N_p$,равной 0.032.

Для определения остостиминерала использовано зерно изометричной формы с белой интерференционной окраской *I*порядка. В сходящемся свете наблюдалась интерференционная фигура в виде изогиры, из чего можно сделать вывод, что минерал двуосен. По кривизне изогиры $2V$ = 40-50°. Оптический знакминерала отрицательный – на вогнутой стороне изогиры при введении компенсатора появляется синяя окраска.

Судя по приведенным данным, изученный минерал – мусковит.

2. Минерал образует сечения прямоугольной удлиненной формы, с отношением длины к ширине 4:1 (со спайностью вдоль удлинения), а также ромбовидной формы (со спайностью по двум направлениям под углом 124°). Из этого можно сделать вывод, чтокристаллы минерала имеют призматический облик.

Минерал прозрачный, окрашен в зеленый цвет и обнаруживает плеохроизм, проявляющийся в изменении цвета и интенсивности окраски. По показателю преломления минералсоответствует Vгруппе таблицы Лодочникова: имеет ясные ограничения, ясную шагреневую поверхность и положительный рельеф.

В скрещенных николях в отдельных зернах (преимущественно в поперечных разрезах) наблюдаются простые двойники. Наивысшая интерференционная окраска синяя *II* порядка, разность хода 700 нм (определено по естественному клину на краю зерна). Толщина шлифа определена по плагиоклазу, двупреломлениекоторого принято равным 0.008. Наивысшая интерференционная окраска плагиоклаза в шлифе белая *I* порядка, соответствующая разности хода 250 нм. По этим данным толщина шлифа, определенная по номограмме Мишель-Леви, равна 0.031 мм. Используя данное значение толщины шлифа, определяем по номограмме двупреломление изучаемого минерала: $N_g - N_p$= 0.022.

Угасание относительно спайности в разрезе с наивысшей интерференционной окраской косое: cN_g = 18°, удлинение положительное.Прямая схема абсорбции $N_g > N_m > N_p$: окраска поN_g – густая сине-зеленая, по N_m- буровато-зеленая, поN_p – светлая желто-зеленая.

Осность определялась в изотропном сечении. В сходящемся свете наблюдалась интерференционная фигура в виде слабоизогнутой изогиры - минерал двуосный, угол $2V$ около 70-80°. Оптический знак отрицательный –

при введенном компенсаторе на вогнутой стороне изогиры наблюдалась синяя окраска.

По полученным данным минерал диагностируется как амфибол (роговая обманка).

1.8. Контрольные вопросы

1. Дайте определение понятия «оптическая ось кристалла».
2. Что означает величина *2V*?
3. Каков оптический знак кристалла, если острой биссектрисой угла *2V*является N_g?
4. Для чего в микроскопе предназначена диафрагма?
5. Существует ли связь между положением нитей в окуляре микроскопа и расположением плоскостей поляризации в поляризаторе и анализаторе?
6. Как ориентирована плоскость колебаний поляризатора в Вашем микроскопе?
7. Как производится центрировка микроскопа?
8. Чему равняется цена минимального деления шкалы окуляр-микрометра с объективом 8^x?
9. Какие оптические свойстваминералов определяются при выключенном анализаторе?
10. При каком положении николей (поляризатора и анализатора) наблюдают плеохроизм?
11. Что является причиной псевдоабсорбции?
12. Каково положение осей индикатрисы в зерне минерала в момент его угасания?
13. Дайте определение понятия «сила двойного лучепреломления».
14. Перечислите цвета интерференции, относящиеся к *I*порядку.
15. В каких разрезах индикатрисы интерференционная окраска кристалла наивысшая, и в каких наинизшая?
16. Для определения каких констант используются разрезы с наивысшей интерференционной окраской?
17. Какованаивысшаяинтерференционная окраска у пироксена, если N_g= 1.654,N_p= 1.664, а толщина шлифа равна 0.03 мм?
18. Какова толщина шлифа, если плагиоклаз имеет наивысшуюинтерференционную окраску желтую *I* порядка (разность хода 400 нм) при N_g-N_p= 0.008 ?
19. Какое зерноминерала выбирается для определения угла угасания?
20. Какая ось индикатрисы совпадает с длинной стороной компенсатора?
21. В каких разрезах плеохроичныхминералов можно наблюдать окраску по N_m?
22. По каким признакам выбирается в шлифе зерноминерала для определения осности и оптического знака?

23. Как в сходящемся свете отличить минерал тетрагональной сингонии отминерала ромбической сингонии?
24. Чем отличается коноскопическая фигура одноосного и двуосного кристаллов в разрезах, перпендикулярныхоптической оси?
25. Чем отличается коноскопическая фигура в разрезе, перпендикулярном оптической оси, у двуосныхминералов при угле *2V*, близком к 90°, и при угле *2V*, близком к 0°?

2. ПОРОДООБРАЗУЮЩИЕ МИНЕРАЛЫ

2.1. Минералы магматических пород

Кварц

SiO_2. Низкотемпературный кварц относится к тригональной сингонии, а высокотемпературный – к гексагональной.

В интрузивных породах форма зерен кварца чаще всего неправильная.В вулканических и жильныхпородах кварцобразует вкрапленники в форме гексагональной дипирамиды (продольные сечения таких вкрапленников могут иметьквадратную форму) или в виде изометричных округлых выделений.

Без анализатора прозрачный, бесцветный, без спайности и вторичных изменений. Иногда наблюдается волнистое угасание.

Показатели преломления(наибольший - 1.553, наименьший - 1.544)больше показателя преломления канадскогобальзама. Относится к *III*группе Лодочникова –шагреневая поверхность отсутствует, рельеф слабый положительный,ограничения заметны слабо.

Двупреломление 0.009. Интерференционная окраска серая, белая, в утолщенных шлифах – желтая *I* порядка. Одноосный, положительный.

Кварц может быть сходен в шлифах с несдвойникованным плагиоклазом. В этом случае его можноотличить от плагиоклаза по осности и отсутствию спайности. От калиевых полевых шпатов кварц отличается более высоким показателем преломления и осностью. Кварц можно спутать с нефелином, от которого он отличается оптическим знаком и отсутствием вторичных изменений. С кварцем в шлифах сходен также свежий кордиерит, но последний нередко имеет двойниковое строение и двуосен.

Нефелин $Na_3K(A1SiO_4)_4$

Гексагональная сингония. Идиоморфные зерна нефелина имеют форму гексагональных призм и дают срезыпрямоугольнойили правильной шестиугольной формы. Во многих случаях образует зерна неправильной формы.

Без анализатора прозрачный, бесцветный (измененный – сероватый, мутный).Спайность плохо выражена и может не наблюдаться.

Показатель преломления близок к показателю преломления канадскогобальзама (n_o= 1.532-1.547, n_e= 1.529-1.542).Рельеф и шагреневая поверхность отсутствуют.

Двупреломление0.003 –0,005.Интерференционнаяокраска серая*I* порядка. Иногда почти изотропный.

Одноосный, отрицательный. Для определения осности нефелина следует выбирать совершенно изотропные сечения, так как вследствие низкого двупреломления он дает расплывчатуюконоскопическую фигуру (это является одним из отличий нефелина от кварца, укоторого даже в недостаточно изотропных сечениях получается отчетливая коноскопическая фигура).

Нефелин легче других минералов магматических породподвергаетсявторичным изменениям – замещению канкринитом, цеолитами, серицитом (показатель преломления канкринита и цеолитов ниже, чем у канадскогобальзама и у нефелина;канкринит в скрещенныхниколях по ярким цветам интерференции напоминает мусковит, откоторого отличается низким показателем преломления, отрицательным знаком удлинения и одноосностью;цеолитам свойственно низкое двупреломление и розовый дисперсионный эффект).

Нефелин обладает сходством с кварцем и калиевым полевым шпатом. От кварца нефелин отличается меньшим двупреломлением, оптическим знаком, а также по присутствию продуктов изменения и иногда – слабо проявленной спайности. Показатель преломления нефелина не может служить достаточным критерием для отличия его от кварца, так как он изменчив и по величине иногда больше, чем у канадского бальзама. Совместно с кварцем нефелин не встречается. Калиевые полевые шпаты, в отличие от нефелина, имеют отчетливо отрицательный рельеф, совершенную спайность иоптически двуосны (кроме санидина).

Калиевые полевые шпаты

Калиевые полевые шпаты - санидин, ортоклаз, микроклин - имеют общий состав $K(AlSi_3O_8)$. Санидин и ортоклаз моноклинные, микроклин триклинный. Они являются тремя структурными разновидностями одного минерального вида «калиевый полевой шпат».

В шлифах эти минералы представлены идиоморфными таблитчатыми зернами (в эффузивных породах), либо зернами изометрической или неправильной формы (в ряде интрузивных и метаморфических пород).

Неизмененные калиевые полевые шпаты обычно бесцветны. Они обладают совершенной спайностью по двум направлениям - в моноклинных кристаллах угол между плоскостями спайности 90°, а в триклинных - незначительно отличается от 90°. В шлифах взернахкалиевого полевого шпатачасто виднолишь одно направлениеспайности.

Характерны низкие показатели преломления -ниже, чем у канадского бальзама, и ниже, чем у любогоплагиоклаза, в том числе альбита.Это важнейший диагностическийпризнак калиевых полевых шпатов, отличающий

их от кварца и плагиоклазов. В связи с этим присутствие калиевого полевого шпата в шлифе можно устанавливать при выключенном анализаторе по дисперсионному эффекту (см. раздел 1.3). Особенно полезно использовать дисперсионный эффект, когда калиевый полевой шпатобразует мелкие зерна, которыеможно спутать с зернами несдвойникованного кислого плагиоклаза и кварца.

Интерференционная окраска калиевых полевых шпатов низкая (темно-серая, серая) – двупреломление редко превышает 0.007, а у санидина может иногда опускаться до 0.003.

Измененные (пелитизированные) калиевые полевые шпаты без анализатора выглядятбуроватыми (в отличие от сероватых соссюритизированныхплагиоклазов).

Санидин– наименее упорядоченная разновидность калиевых полевых шпатов. Кристаллизуется при температуре более 800°Си сохраняется при условии быстрого охлажденияминерала(в эффузивных породах).

В шлифахсанидинсвежий, типичны водяно-прозрачные кристаллы с прямым угасанием относительно (010), простыми двойниками и очень малой, в отличие от остальных полевых шпатов, величиной угла *2V*(0-40°), в силу чего в сходящемся свете санидин дает коноскопическую фигуру одноосного кристалла.

Ортоклаз– калиевыйполевой шпат с промежуточной степенью упорядоченности между санидином и микроклином. В шлифах отличается от санидина большим углом *2V*(40-80°) и нередкой пелитизацией.

Микроклин - наиболее упорядоченный калиевый полевой шпат. Образуется при температуре ниже 600-650°Св условиях медленного охлаждения или является продуктом преобразования ортоклаза и санидина, возникших при более высокой температуре.

Микроклин узнается по максимальному углу *2V* (80-85 °), косому угасанию относительно (010) и частому присутствию характерных полисинтетических двойников решетчатого облика, в которых сочетаются альбитовый и периклиновый законы двойникования (микроклиновая решетка). Двойниковая решетка микроклина отличается от перекрещивающихся полисинтетических двойниковплагиоклаза узловатым строением и нерезкими границами полосок. Решетчатые двойники видны в плоскости (100). В других разрезах наблюдаются полоски одного направления, которые отличаются от прямых и параллельных двойников плагиоклаза расплывчатыми контурами.

В некоторых случаях в отдельных участках зерен решетчатая структура микроклина может становиться все более тонкой, вплоть до ее полного видимого исчезновения;в таких участкахмикроклин под микроскопом неотличим от ортоклаза. Поэтому при микроскопической диагностике калиевых полевых шпатов следует выделять санидин (с малым углом *2V*), микроклин (с решетчатой структурой) и нерешетчатый калиевый полевой шпат, который может быть как ортоклазом, так и микроклином.

Для точной диагностики калиевых полевых шпатов используют столик Федорова и рентгеноструктурный анализ.

Из-за большой разницы в размерах ионов калия (1,33 Å) и натрия (0,98 Å) изоморфизм между ними в калиевых полевых шпатах осуществляется только при высоких температурах и при быстрой кристаллизации. При последующем медленном понижении температуры первоначально гомогенная кристаллическая фаза распадается на калиевую и натриевую: в калиевом полевом шпате образуются тонкие закономерно ориентированные вростки альбита - *пертиты*; вростки калиевого полевого шпата в плагиоклазе - *антипертиты.*

Наряду с пертитами, образующимися при распаде высокотемпературного твердого раствора калишпат-альбитового состава (пертиты распада) встречаются также пертиты замещения, которые образуютсяв результате замещения калиевого полевого шпата альбитом при постмагматической альбитизации.

Закономерные прорастания калиевого полевого шпата и кварца графической структуры называются *микропегматитовыми*.

По отношению к серицитизации калиевые полевые шпаты обычно более устойчивы, чем плагиоклазы. Поэтому в одной и той же породе серицитизированныеплагиоклазымогут соседствовать с совершенно свежими несерицитизированными зернамикалиевого полевого шпата.

Калиевый полевой шпат можно спутать в шлифах с кварцем, нефелиномы плагиоклазом.

Кварц не имеет спайности и практически не замещается вторичными минералами, а потому не имеет мутноватого облика. В случае же водяно-прозрачных разностей калиевого полевого шпата (санидина и адуляра), главным отличием является показатель преломления, который у кварца во всех сечениях больше, а у калиевых полевых шпатов меньше, чем у канадскогобальзама. Кварц одноосный и положительный, а из всех полевых шпатов одноосным может быть только санидин; при этом его оптический знак отрицательный. При одинаковой толщине шлифа интерференционная окраска кварца (светло-серая, белая) чаще всего выше, чем у калиевых полевых шпатов (серая).

Нефелин одноосен, чем сходен с санидином. Но показатель преломления нефелина в зависимости от сечения может быть то выше, то ниже, чем у канадского бальзама. Идиоморфные зерна нефелина часто дают сечения прямоугольной или квадратной формы с прямым угасанием, в то время как для калиевого полевого шпата характерно косое угасание.

Микроклин при наличии микроклиновой решетки может быть по ней отличим от других минералов, в том числе от плагиоклазов. У плагиоклазов границы двойников прямые, тогда как у микроклина двойники веретеновидные с расплывчатыми границами. Несдвойникованные плагиоклазы и калиевые

полевые шпатымежду собой отличаются с трудом - по характеру вторичных изменений (пелитизация калиевых полевых шпатов и серицитизация, соссюритизацияплагиоклазов) и по показателю преломления.

У плагиоклазов, более основных, чем олигоклаз, показатель преломления всегда выше канадского бальзама, и лишь у кислых плагиоклазов он может быть ниже канадскогобальзама. У калиевых полевых шпатов показатель преломления еще ниже, чем у кислых плагиоклазов. В мелкозернистых агрегатах для отличия калиевого полевого шпата от плагиоклазов может быть использован упоминавшийся выше дисперсионный эффект.

Плагиоклазы

Плагиоклазы(триклинная сингония) представляют собой изоморфные смеси альбита $Na(AlSi_30_8)$ и анортита $Ca(A1_2Si_20_8)$; процентное содержание анортита в плагиоклазеназываетсяномером плагиоклаза.

Номер плагиоклаза
0 - 10 альбиткислый плагиоклаз
10 - 30олигоклаз"
30 - 50андезинсредний плагиоклаз
50 - 70лабрадоросновной плагиоклаз
70 - 90битовнит"
90 - 100анортит "

Форма кристалловплагиоклазов чаще всего таблитчатая. Как и калиевые полевые шпаты, плагиоклазы в шлифах бесцветны – водяно-прозрачны, или же содержат скопления мельчайших включений, придающие им мутноватый характер. Спайность по двум направлениям под углом около 87°.

Показатели преломления плагиоклазов: n_g= 1.538-1.590, $n_{p=}$ 1.527-1.572. Значения показателей преломления возрастают с увеличением номера плагиоклаза: у альбита показатель преломления несколько ниже, чем у канадскогобальзама, у олигоклаза примерно равен, а у средних и тем более основных плагиоклазов он выше, чем у канадскогобальзама (в связи с этим у основныхплагиоклазов появляется шагреневая поверхность).

Двупреломление 0.007-0.013 (минимальное – у олигоклаза), так что при включенном анализаторе при нормальной толщине шлифа наблюдается интерференционная окраска, подобная интерференционной окраске кварца (серовато-белая, белая, реже желтоватая*I* порядка), и лишь у плагиоклазов, близких по составу к анортиту, она может быть желтой*I* порядка.

Оптически двуосные, с большим углом *2V* (±70-90°).

Очень характерно наличие полисинтетических двойников,особенно по альбитовому (имеют отрицательное удлинение) и периклиновому (имеют положительное удлинение) законам.У основныхплагиоклазов обычны редкие широкие двойниковые полосы, у кислых – более многочисленные тонкие двойниковые полоски. Двойники, особенно по альбитовому закону, настолько

характерны для плагиоклазов, что позволяют отличать по ним плагиоклазы от другихминералов.

Периклиновые и альбитовые двойники могут одновременно присутствовать в одном и том же зернеплагиоклаза. В этом случае наблюдается решетчатая структура, напоминающая такую же структуру микроклина, но отличающаяся тем, что двойниковые полоски всегда ограничены прямыми линиями, а не имеют веретеновидный облик с раздувами и пережимами, как у микроклина.

Зернам плагиоклазов свойственна зональность, наиболее хорошо развитая в вулканических породах, но практически всегда присутствующая и в плутоническихпородах. От центра к краям зеренплагиоклаза в большинстве случаев наблюдается повышение содержания альбитового компонента (прямая зональность). Реже встречается обратная зональность, характеризующаяся снижением содержания альбитового компонента к краям зерен. Иногда наблюдается ритмическая зональность с более сложным изменением состава от центра к краям зеренплагиоклаза.

Мирмекиты – червеобразные и каплевидные (в зависимости от разреза) вростки кварца в плагиоклазе на стыке его с калиевым полевым шпатом.

Вторичные изменения плагиоклазов: по кислымплагиоклазам развивается серицит, по основным – соссюрит (тонкозернистая смесь альбита, кальцита иминералов группы эпидота), пренит (сходен с серицитом, в отличие от которого имеет более высокий показатель преломления и отрицательное удлинение в разрезах со спайностью). Поэтому кислые и основные плагиоклазы можно в первом приближении различать по характеру вторичных изменений.

Серицитизированные плагиоклазы в шлифе при наблюдении без анализатора бесцветны, а соссюритизированные – из-за высокого рельефаминералов группы эпидота –серые, реже буроватые (при очень тонкозернистой соссюритизации). В скрещенных николях соссюрит имеет серую интерференционную окраску; высокие цвета интерференции имеют лишь отдельные достаточно крупные зерна эпидота.

Основные плагиоклазы легче подвергаются вторичным изменениям, чем кислые.Поэтому в зернах плагиоклаза, обладающих прямой зональностью, при почти полном разложении центральных частей зерен (имеющих более основной состав)наружные зоны роста (имеющие более кислый состав) могут быть чистыми, почти не затронутыми вторичными изменениями.

Плагиоклазыв шлифах можно спутать с калиевыми полевыми шпатами, кварцем, нефелином.

От калиевых полевых шпатов средние и основные плагиоклазы отличаются отчетливо положительным рельефом (калиевые полевые шпаты имеют отрицательный рельеф). Несдвойникованные кислые плагиоклазы отличаются от калиевых полевых шпатов вторичными изменениями: калиевые полевые шпаты подвергаются пелитизации, а плагиоклазы – серицитизации и

соссюритизации.Плагиоклазс одновременно присутствующими альбитовыми и периклиновыми двойниками можно спутать с микроклином, имеющим микроклиновую решетку. Но двойники плагиоклазов имеют четкие и прямые границы, в то время как микроклиновая решетка имеет многочисленные раздувы и пережимы.

При отсутствии двойников плагиоклазы отличаются от кварца наличием спайности и вторичных изменений, а также тем, что кварц является одноосным положительным минералом, в то время как плагиоклазы двуосны.

От нефелина плагиоклазы отличаются частым присутствием двойников и более высоким двупреломлением; кроме того, нефелин,в отличие от плагиоклазов – одноосный отрицательный минерал.

Определение состава плагиоклаза

Полная и надежная диагностика плагиоклазов, включающая в себя определение их состава, степени упорядоченности и закона двойникования, под микроскопом может быть проведена с использованием специальных федоровского и иммерсионного методов. Более точное определение составаплагиоклазов (с учетом зональности кристаллов) производитсяс помощью электронного микрозонда. Однако достаточно надежные оценки составаплагиоклаза можно получить с помощью поляризационного микроскопа и без использования специальных методик. Рассмотрим один из методов определения состава плагиоклазов, основанный на данных по ориентировке оптической индикатрисы в кристаллах плагиоклаза разного состава.

Метод Мишель-Леви (метод максимального симметричного угасания)

Для определения номераплагиоклаза используются зерна с хорошо выраженными двойниками по альбитовому закону (эти двойники имеют отрицательное удлинение).

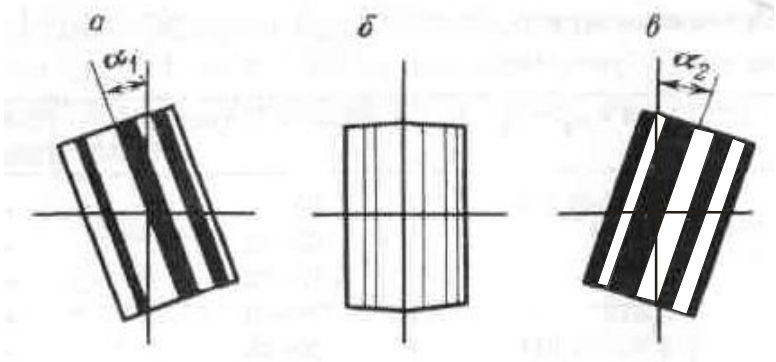


Рис. 21. Зерно плагиоклаза с симметричным угасанием альбитовых двойников:
а,в – моменты угасания первой (*а*)и второй (*в*) систем двойников;
б – при совпадении двойникового шва с вертикальной нитью окуляра
(двойниковые полоски имеют одинаковую интерференционную окраску)

При выборе зерен для замеров необходимо следовать следующим критериям:

1) граница между двойниковыми полосками должна быть четкая и резкая, при поднятии и опускании тубуса микроскопа она не должна смещаться в сторону;

2) в положении, когда двойниковый шов параллелен вертикальной нити окуляра, двойники по обе стороны от нее должны иметь одинаковую интерференционную окраску, то есть в этом положении двойниковое строение становится неразличимым (рис. 21, *б*)

Кроме того, следует стараться выбирать такие разрезы, которые при совмещении двойникового шва с вертикальной нитью окуляра являются более светлыми (углы угасания двойников в таких разрезахбольше).

Найдя нужное зерно, измеряем угол угасания сначала для одной системы двойниковых полосок (поворотом столика в одну сторону – α_1 на рис. 21, *а*), а затем - для второй системы двойниковых полосок (поворотом столика в другую сторону– α_2 на рис. 21, *в*). Разница между углами угасания обеих систем двойников не должна превышать 3 - 4 ° («симметричное угасание»). Из двух полученных значений определяют средний угол симметричного угасания.

Измерение угла симметричного угасания производят у трех - пяти зерен и из полученных замеров берут максимальное значение, по которому определяют номер плагиоклаза, используя диаграмму, приведенную на рис. 22. Надиаграмме по горизонтальной оси указаны номера плагиоклазов, а по вертикальной – углы угасания(если показатель преломления плагиоклаза выше, чем у канадского бальзама, угол угасания берется со знаком плюс, а если меньше или равен показателю преломления канадского бальзама – со знаком минус).

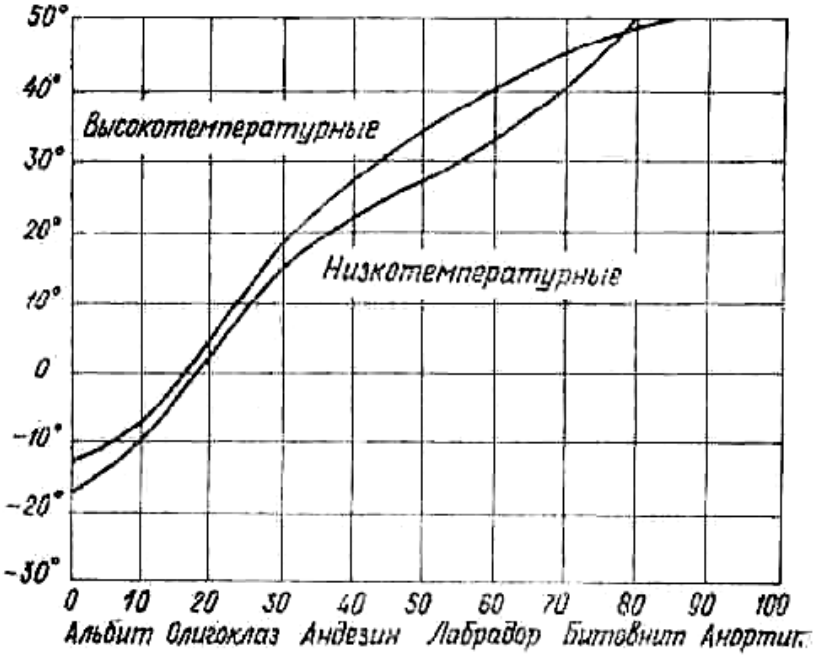


Рис. 22. Диаграмма для определения состава плагиоклазов методом Мишель-Леви (методом максимального симметричного угасания)

Нижняякривая на диаграмме отображает изменение состава низкотемпературных плагиоклазов - по ней определяют плагиоклазы интрузивных и метаморфических пород. Верхняя кривая отображает состав высокотемпературных плагиоклазов – по ней определяют плагиоклазы кайнотипных эффузивных пород.

Биотит

$K(Mg,Fe)_3(AlSi_3O_{10})(OH)_2$.Моноклинная сингония. Относится к магнезиально-железистым триоктаэдрическим слюдам, образующим ряды флогопит –аннити истонит –сидерофиллит. Межвидовым названием «биотит» обозначают изоморфные смеси упомянутыхминералов.

В шлифахбиотит бурый, зеленовато-бурый, красно-бурый (красно-бурый оттенок окраски вызывает повышенное содержание TiO_2, зеленый - высокое содержание окисного железа).

Образует чешуйки с весьма совершенной спайностью в одном направлении. Характерно полное отсутствие каких-либо пересекающих спайность поперечных трещин, как это обычно бывает у амфиболов и пироксенов.

В разрезах со спайностью наблюдается резкая шагреневая поверхность и относительно высокий рельеф (n_g = 1.610 – 1.697, n_p = 1.571 – 1.616). Показатели преломления и двупреломление биотита возрастают с увеличением содержания в нем железа. Характерен резкий плеохроизм с прямой схемой абсорбции ($N_g \approx N_m > N_p$), причем по N_gи N_m цвет густой бурый или зеленый, а по N_p цветслабый, иногда почти бесцветный. В разрезах, параллельных спайности, шагреневая поверхность, рельеф и плеохроизм выражены слабее. Нередко в биотите встречаются включения циркона, монацита и другихминералов, окруженные плеохроичными «двориками» с более густой, иногда почти черной, окраской.

Двупреломление 0.039-0.081.Интерференционная окраска биотита часто затушевывается густой собственной окраской, поэтому разрез с наивысшей интерференционной окраской, необходимый для определения двупреломления,часто отыскивается струдом.Угасание относительно спайности прямое, удлинение положительное.

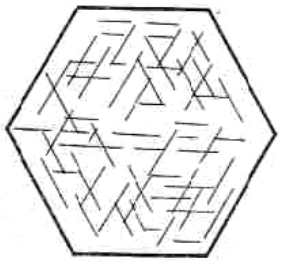


Рис. 23. Сагенит – тонкие иголки рутила, образующие сетку в хлорите, заместившем биотит

Двуосный, отрицательный. Угол *2V* часто приближается к 0°, из-за чего коноскопическая фигура в сходящемся свете близка к кресту.

В эффузивных породах вкрапленники биотита нередко окружены непрозрачной опацитовой каймой, образующейся за счет превращения биотита в магнетит.

При вторичных изменениях биотит замещается хлоритом и мусковитом. Переход биотита в хлоритсопровождается осветлением биотита, появлением зеленой окраски и уменьшением

двупреломления. Часто наместебиотита вместе схлоритом образуются линзовидные скопления эпидота и титанита по трещинам спайности, а также тонкие иголки рутила. Последние, пересекаясь под углом 60°, иногда образуютв хлорите,замещающем биотит, сетку, называемую сагенитовой (рис. 23).

От хлорита биотит отличается резким плеохроизмом, более высоким двупреломлением и отсутствием аномальных цветов интерференции. От турмалина сходной окраски биотитотличается наличиемспайности, двуосностью, положительным удлинением.От амфиболов биотит в разрезах со спайностью отличается прямым угасанием, резким плеохроизмом и более высоким двупреломлением. В разрезах, где спайность не видна, биотит отличается от амфиболов более низкими показателями преломления и небольшим углом *2V*.

Мусковит

$KAl_2(AlSi_3O_{10})(OH)_2$. Моноклинная сингония. Относится к диоктаэдрическим слюдам.

В шлифахбесцветный или слабо желтоватый, буроватый, зеленоватый. Образует чешуйки с весьма совершенной спайностью в одном направлении. В разрезах со спайностью наблюдается псевдоабсорбция (n_g= 1.588 – 1.624, n_p = 1.552 – 1.570).

Двупреломление 0.036 – 0.054. В разрезах со спайностью обладает чистыми и яркими цветами интерференции *II* и начала *III* порядков. В разрезах, параллельных спайности, мусковит имеет низкую интерференционную окраску – серовато-белую или желтоватую*I* порядка, как у кварца. От кварца в этих разрезах мусковит отличается более высоким показателем преломления и двуосной отрицательной коноскопической фигурой.

Мелкочешуйчатая разновидность мусковита (*серицит*) в случае, если чешуйки тоньше толщины шлифа, обладает более низкими цветами интерференции, чем мусковит.

Угасание относительно спайности прямое, удлинение положительное. Угол *2V*=35 – 50°.

Мусковит можно спутать с тальком, пренитом, канкринитом и другими бесцветными минералами, обладающими отчетливой спайностью и высокими цветами интерференции. От талька мусковит отличается по минеральным ассоциациям и углу *2V* (у талька *2V*не превышает 30°). Канкринит имеет показатели преломления ниже канадского бальзама.

Мусковит встречается в гранитах, аплитах, пегматитах, а также во многих метаморфических породах. При высоких давлениях он может кристаллизоваться из гранитной магмы, но чаще образуется в результате метасоматического замещения биотитаи полевых шпатов. Серицит - самый распространенный продукт постмагматического изменения плагиоклазов.

Амфиболы

Амфиболы – одна из наиболее распространенных группминералов в земной коре. Они кристаллизуются в широком диапазоне температур и давлений, встречаютсявмагматическихи метаморфических породах.

Моноклинныекальциевые амфиболы - тремолит□$Ca_2Mg_5(Si_8O_{22})(OH)_2$-ферроактинолит□$Ca_2Fe_5(Si_8O_{22})(OH)_2$. Из их формул можно вывести формулыминералов, которые раньше обозначались как*роговые обманки*(в них кремний и другие катионы частично замещены алюминием с одновременным вхождением одновалентных и других катионов). Роговымиобманками объединенно называют амфиболы магматических пород до точного определения их состава. Встречающиеся в базальтах роговые обманки с высоким отношением Fe^{2+}/Fe^{3+} называют базальтическими роговымиобманками.

Кристаллам амфиболов свойственна вытянутая призматическая, до игольчатой, форма,отчетливый положительный рельеф и ясная шагреневая поверхность. Все наиболее распространенные амфиболы, кроме тремолита, который почти бесцветен, окрашены в зеленые, бурые, реже синие цвета и обладают плеохроизмом.

Самый надежный признак при микроскопической диагностике амфиболов- наличие спайности под углом 124°, которая обнаруживается в поперечных разрезах. В продольных разрезах видна система параллельных трещин спайности и секущие их косые неправильные трещинки.

Во всех разрезах моноклинных амфиболов, кроме перпендикулярных (010), наблюдается косое угасание, причем углы угасания cN_gне превышают 30°. Иногда встречаются простые и полисинтетические двойники по (100).

Двупреломление амфиболов колеблется в широких пределах. Наибольшего значения оно достигает у базальтической роговойобманки, минимального - у щелочных амфиболов.

Угол *2V*амфиболов большой и почти всегда отрицательный.

*Обыкновенная роговаяобманка.*Окрашена в зеленые и бурые цвета, плеохроирует с изменением лишь густоты, но не оттенка окраски (в отличие от эгирина, обычно плеохроирующего от бурого до зеленого, а также от щелочныхамфиболов).Следует помнить, что наиболее резко плеохроизм проявляется в разрезах с наивысшей интерференционной окраской, в которых располагаются оси N_gи N_p. Для определения окраски по N_m можно использовать изотропные сечения или разрезы со спайностью по двум направлениям, где ось N_mпроходит вдоль длинной диагонали ромба, образуемого трещинами спайности.

Двупреломление 0.014-0.026. Углы угасания (cN_g)14-25°. Удлинение положительное.

*Базальтическая роговаяобманка.*Образуетпорфировые вкрапленники в вулканических породах. Характерен резкий плеохроизм от соломенно-желтого до красно-бурого цвета, чем похожа на биотит. Базальтическая роговаяобманка сходна с биотитом такжетем, что имеет углы угасания, близкие к прямому (0-15°), и высокоедвупреломление (цвета интерференции*III*порядка). Наилучшее отличие от биотита– наличие поперечных разрезов с призматической спайностью. В сходящемся свете базальтическая роговаяобманка, в отличие от биотита, дает двуосную фигуру с большим углом *2V*.

Как и биотит, базальтическая роговая обманкаможет быть подвержена опацитизации, которая проявляется в ее замещении агрегатом мельчайших зерен черного железорудногоминерала и пироксена. При частичной опацитизации черный минералразвивается в краевых частях кристаллов. Когда кристаллы опацитизированы целиком, о роговойобманке можно судить по характерной форме кристаллов, особенно по ромбовидным поперечным сечениям. Наличие опацитизированных амфиболов свойственно эффузивным и гипабиссальным магматическим породам.

Тремолит. Образует радиально-лучистые и волокнистые агрегаты сильно вытянутых кристаллов. Бесцветен, в сочетании с довольно высоким двупреломлением, косым угасанием и положительным удлинением. В магматических породах встречается как продукт изменения магнезиальных силикатов (оливина, пироксена).

Актинолит. Окрашен в светлые зеленоватые тона и обнаруживает слабый плеохроизм (от светло-синевато-зеленого или светло-зеленого по N_gдо бледно-желтого или светло-желто-зеленого по N_p). Углы угасания (cN_g)11-17°. Двупреломление 0.020. В магматических породах встречается как вторичный минерал.

Щелочные амфиболы. Отличаются от остальных амфиболов специфическими сине-черными, фиолетовыми и сиреневыми цветами плеохроизма, обратной схемой абсорбции и отрицательным удлинением (кроме встречающегося в метаморфических породах глаукофана, имеющего положительное удлинение и прямую схему абсорбции). Углы угасания 2-20°, двупреломление ниже 0.012 (интерференционная окраска обычно затемняется густой собственной окраской минерала).

Характерна дисперсия оптических осей, проявляющаяся в отсутствии полного угасания – вместо полного угасания получается тусклая синеватая окраска, сменяющаяся при вращении столика микроскопа на красноватую окраску.

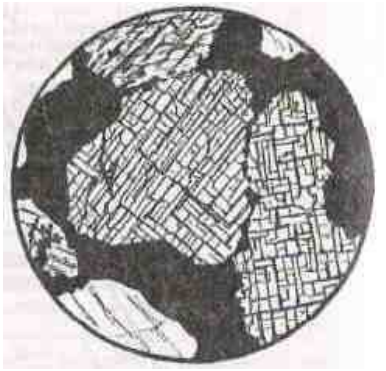
Арфведсонитхарактеризуетсярезким плеохроизмом с голубовато-зеленой или сине-зеленой окраской по N_p(обратная схема абсорбции), низким двупреломлением и отрицательным удлинением.

Рибекит окрашен в более яркие тона. Плеохроизм очень резкий – от густо-синего, почти черного, по N_p,до светлого желтоватого поN_g(обратная

схема абсорбции). Двупреломление очень низкое, угол угасания мал (1-8°), удлинение отрицательное.

Пироксены

Пироксены – одни из наиболее распространенных мафических силикатов многих высокотемпературных пород магматического и метаморфического происхождения.



Магнезиально-железистые пироксены кристаллизуются в ромбической (энстатит $Mg_2(Si_2O_6)$ и ферросилит $Fe_2(Si_2O_6)$) и моноклинной (клиноэнстатит и клиноферросилит) сингониях. Раньше промежуточные составы ряда энстатит – ферросилит имели свои названия (бронзит, гиперстен, феррогиперстен), которые сейчас упразднены.

Кальциевые пироксены. Диопсид $CaMg(Si_2O_6)$ – геденбергит $CaFe(Si_2O_6)$.

Натриевые пироксены. Эгирин $NaFe(Si_2O_6)$, жадеит $NaAl(Si_2O_6)$.

По преобладающим миналам пироксенам дают составные названия типа диопсид-геденбергит, геденбергит-эгирин и т.п.

Авгит – это диопсид, или диопсид-геденбергит, или диопсид-эгирин несколько усложненного состава, имеющий характерные аномальные цвета интерференции.

Омфацит – диопсид-геденбергит, обогащенный жадеитовым и эгириновым миналом. Типичен для эклогитов.

ость
ении,
ом оси

В ультраосновных и основныхмагматических породахпироксены представлены энстатитом (и его более железистыми разновидностями, называемыми ранее гиперстеном и бронзитом) и диопсид-геденбергитом (в нем всегда есть примесь натриевого и алюминиевого миналов).

В средних и кислых интрузивных породах встречается диопсид (с изоморфной примесью геденбергита и эгирина),вщелочныхпородах – эгирин-диопсид, диопсид-геденбергит-эгирин (его называют эгирин-авгитом), эгирин.

В горных породах типа диабазов или базальтов пироксены чаще всего представлены диопсид-геденбергитом, но всегда с примесью натрия, алюминия, титана.

Все пироксены имеют ряд общих признаков, позволяющих уверенно отличать их под микроскопом от другихминералов. Это прежде всего два направления совершенной спайности, пересекающихся под углом 87-89° (рис.

24), и высокие (1.65 – 1.80) показатели преломления (определяют высокий рельеф и резкую шагреневую поверхность пироксенов).

Для кальциевых и магниевых пироксенов (диопсид, энстатит) характерны зернистые агрегаты короткопризматических кристаллов, железистые пироксены (эгирин, геденбергит) образуют шестоватые и игольчатые кристаллы, радиально-лучистыеагрегаты.В шлифах пироксены премущественнобесцветны или окрашены в слабые зеленоватые цвета и не плеохроируют (кроме гиперстена и эгирина).

При вторичных изменениях пироксены замещаются амфиболами, слюдами, хлоритом, иногда серпентином и тальком (особенно энстатит).

Ортопироксены

Отличаются от клинопироксенов прямым угасанием (в связи с этим название «ортопироксены») и более низким двупреломлением. Следует, однако,иметь ввиду, что в сечениях, ориентированных не перпендикулярно плоскостям спайности, или поперечных двум плоскостям спайности, угасание будет косым. Для определения угла угасания нужно использовать удлиненные сечения с наиболее четкими следами спайности. Иногда cN_gдостигает10° - из-за присутствия ориентированных вдоль плоскостей спайности субмикроскопических вростков клинопироксена (эти вростки иногда бывают и крупными, различимыми в скрещенныхниколях).

Энстатит бесцветен,cN_g= 0°, двупреломление 0.009. Оптически положителен.

Гиперстен плеохроирует от бледно-розового до бледно-зеленого (очень слабо). Угол угасания cN_g0-10°, двупреломление до 0.013. Оптически отрицателен (как и бронзит). Смена оптического знака в ряду энстатит – ферросилит соответствует составу En_{88}.

В эффузивных породах вокруг вкрапленников ортопироксенов может быть опацитовая кайма.

При вторичных изменениях ортопироксены могут замещаться ромбическими амфиболами. В низкотемпературных условиях по ортопироксену образуются тонкозернистые псевдоморфозы ориентированного талька с магнетитом. Типично также замещение ортопироксенов, особенно энстатита, серпентином. В отличие от петельчатых псевдоморфоз серпентина по оливину, серпентин по ортопироксену ориентирован, образуя так называемый *бастит* – пластинчатые псевдоморфозы антигорита.

Клинопироксены

Отличаются от ортопироксенов косым угасанием (поэтому и называются «клинопироксены») и более высоким двупреломлением. Угол угасания определяется в разрезах с наивысшейинтерференционной окраской.

Иногда встречается похожая на совершенную спайность «диаллаговая» отдельность. Угол между этой отдельностью и спайностью около 54°, напоминая сечение амфиболов.

Клинопироксены могут содержать вростки ромбического пироксена;при вторичных изменениях замещаютсяуралитом (волокнистым зеленым амфиболом), хлоритом, эпидотом, карбонатами.

Диопсид-геденбергит – бесцветный или слабозеленоватый, без плеохроизма. cN_g= 38-48°, двупреломление 0.030-0.018.

Авгит – слегка буроватый, иногда слабо плеохроирует (имеет розовато-буроватую окраску по N_g - в отличие от гиперстена, укотороготакая окраска поN_p). Присутствие титана придает авгиту фиолетовый оттенококраски. cN_g= 40-54°, то есть при cN_gменее 48° авгит по углу угасания не отличается от пироксенов ряда диопсид-геденбергит.

Для авгита характерна дисперсия осей эллипсоида, проявляющаяся в неполном угасании (у пироксенов ряда диопсид-геденбергит дисперсия незначительна и они имеют четкое угасание).

В эффузивных породах вкрапленники авгита нередко имеют зональную окраску и обусловленное сильной дисперсией оптических осей зональное и секториальное угасание (фигура песочных часов). Двупреломление ниже 0.025.

Диопсид и авгит обладают близкими оптическими свойствами. Увеличение угла угасания в авгите, а также некоторая разница в двупреломлении (у диопсида оно несколько выше) далеко не всегда могут быть однозначно установлены из-за неточной ориентировки разрезов. Поэтому отличить авгит от диопсида под микроскопом удается далеко не всегда. Для точнойдиагностики пироксенов необходимо использовать микрозонд.

Эгирин-авгиту свойственен сильный плеохроизм,cN_g= 54-85°; наблюдаются все переходы от эгирин-авгита к эгирину.

Эгирин – характерны длиннопризматический облик и густая окраска с обратной схемой абсорбции – зеленая по N_pи более светлая зеленовато-желтая по N_g. Отрицательное удлинение, cN_p до 8°, двупреломление 0.037-0.059. При определении двупреломления следует иметь ввиду, что интерференционная окраска эгирина затушевывается его густой собственной окраской.

Таким образом,для эгирина в шлифах характерны интенсивная зеленая окраска, очень высокий рельеф и шагреневая поверхность, высокая интерференционная окраска*II*и *III* порядка, близкое к прямому угасание и отрицательное удлинение. От сходных по окраске амфиболов эгирин отличается обратной схемой абсорбции, малым углом угасания, отрицательным удлинением, высокой интерференционной окраской и углом между трещинами спайности.

Оливин

Оливин представляет собой непрерывный ряд изоморфных смесей от форстерита $Mg_2(SiO_4)$ до фаялита $Fe_2(SiO_4)$. Ромбическая сингония.

В шлифах бесцветный. В интрузивных породах форма зерен неправильная, изометричная. В эффузивных породах порфировые вкрапленники оливина могут иметь форму несколько вытянутых шестиугольников, иногда с отчетливой спайностью, в то время как в оливине из

интрузивных пород спайность отсутствует или отмечается лишь в редких зернах.

Имеет самый высокийпоказатель преломления из всех мафическихминералов (n_g = 1.669 – 1.975, n_p = 1.636 – 1.827), вследствие чего обладает резким положительным рельефом и четко выраженной шагреневой поверхностью.

Высокоедвупреломление (форстерит 0.033, фаялит 0.052), вследствие чего имеет высокую интерференционную окраску.В зернах со спайностью угасание прямое.

Угол *2V* форстерита +85°, фаялита -48°. Смена оптического знака в ряду форстерит – фаялит соответствует Fo_{88}.У большинства природных оливинов магматических пород, которые содержат от 10 до 30% $Fe_2(SiO_4)$, оптический знак нередко определить не удается: изогира коноскопической фигуры в разрезе, перпендикулярном оптической оси, обычно прямая, то есть не имеет различимой кривизны, необходимой для определения оптического знака.

Свежим оливин бывает редко, даже в кайнотипных эффузивных породах он по трещинам и по периферии зерен окрашен в бурый цвет гидроксидами железа. При вторичныхизменениях наиболее характерными продуктами замещения оливина является серпентин и иддингсит (биотитоподобная смесь смектита, хлорита, серпентина и гетита). Серпентин развивается преимущественно по магнезиальному оливину, иддингсит – по железистому. Иногда отмечается замещение тальком, карбонатом, хлоритом.Вокруг зерен оливина могут наблюдаться реакционные оболочки, сложенные пироксеном и амфиболом.

Оливин в шлифах нередко имеет значительное сходство с минералами из группы пироксенов. Оливин отличается от пироксенов следущими особенностями.

1. При выключенном анализаторе оливин магматических пород всегда бесцветен, а пироксены нередко имеют буроватый или зеленоватый оттенок; этот оттенокслабый и может отсутствовать, но если он заметен, определяемый минералне может быть оливином.

2. Пироксены обладают совершенной спайностью; оливинже имеет несовершенную спайность и во многих случаях она в шлифах не обнаруживается.

3. Коноскопическая фигура оливинав разрезах, перпендикулярных оптической оси, характеризуется тем, что изогира приближается к прямой, так как для большинства оливинов угол *2V* близок к 90°. Моноклинные пироксены имеют угол *2V*около 60° и отчетливо изогнутую изогиру.

4. Наиболее обычные продукты изменения оливина – серпентин и иддингсит. Серпентин образуется и по ромбическим пироксенам, но в соответствии с формой первичныхзерен псевдоморфозы серпентина по оливину имеют в шлифах изометричную форму, а по пироксену – прямоугольную. Вторичными минералами, замещающими моноклинные пироксены, являются актинолит и хлорит.

Акцессорные минералы

Нерудные акцессорные минералы в шлифах выделяются своей преимущественно правильной формой зерен и высоким рельефом. Они обычно устойчивы и не подвержены вторичным изменениям.

Anatum$Ca_5(PO_4)(F,Cl)$, гексагональная сингония. Образует столбчатые и таблитчатые кристаллы с прямоугольными и гексагональными сечениями. Бесцветный, без спайности, с высоким рельефом и ясной шагреневой поверхностью (n_o = 1.633 – 1.667, n_e = 1.630 – 1.664). Наличие тория и урана в апатите обусловливает появление плеохроичных двориков вокруг его кристаллов, включенных в биотит или амфибол.

Низкая серая интерференционная окраска (двупреломление 0.003). Угасание прямое, удлинение отрицательное. Одноосный, отрицательный.

В небольших количествах встречается во всех магматических породах. Максимальные содержания апатита характерны для щелочных пород, в которых он может переходить в разряд главных породообразующихминералов.

В шлифах апатит имеет сходство с андалузитом и силлиманитом. Но эти минералы оптически двуосны, обладают совершенной спайностью и их кристаллы в поперечных сечениях имеют форму ромба или прямоугольника. Двупреломление этихминералов более высокое, чем у апатита (интерференционная окраскапоследнегоне поднимается выше серой окраски*I* порядка).

*Циркон*Zr(SiO4), тетрагональная сингония.Образует короткостолбчатые или призматические кристаллы с дипирамидальными окончаниями и округлые зерна. В поперечных сечениях дает четырех- и восьмиугольники.

Бесцветный, с очень резкими чернымиограничениями из-за очень высокого показателя преломления (1.924 – 2.015); в скрещенныхниколях имеет высокуюинтерференционную окраску (двупреломление 0.044 – 0.055). Угасание прямое, удлинение положительное. Одноосный, положительный.

Часто образует включения в биотите, амфиболе и других минералах. Эти включения обычно окружены интенсивно окрашенными и резко плеохроирующими ореолами, образование которых связано с радиационным воздействием циркона.

В очень мелких зернах циркон в шлифах практически неотличим от монацита и ксенотима.

Циркон – один из наиболее распространенных акцессорныхминералов, встречается практически во всех типах горных пород.Наиболее высокие содержания циркона – в щелочных породах.

Титанит$CaTi(SiO_4)$, моноклинная сингония.Характерна клиновидная форма кристаллов.Бесцветный, серый, часто буроватый.Очень резкие ограничения, очень высокий рельеф (n_o = 1.98 – 2.05, n_e = 1.89 – 1.91).

Цвета интерференции блеклые («перламутровые») высших порядков. Двупреломление титанита 0.09 – 0.14, что значительно выше, чем у циркона.Поэтому, в отличие от циркона, окраска титанита при включенном анализаторе остается практически такой же (буроватой), как без анализатора. Нередко наблюдается неполное угасание, обусловленное сильной дисперсией. Иногда отмечаются простые или полисинтетические двойники.

Титанит встречается в широком диапазонемагматическихпород и во многих метаморфических породах. В габброидах, долеритах, базальтах титанит нередко образует ксеноморфные оторочки вокруг зерен титаномагнетита и ильменита. В диоритах, сиенитах и гранитоидах он дает индивидуализированные кристаллы и ксеноморфные зерна, включенные в роговую обманку и биотит или располагающиеся между другими породообразующими минералами. В гранитоидах повышенной основности и в щелочных породах содержание титанита иногда превышает 1 – 2%.

Шпинель$MgAlO_2$, кубическая сингония.Образует октаэдрические кристаллы, дающие в шлифах квадратные, четырехугольные и треугольные срезы. Встречается и неправильная форма зерен, нередки графические срастания с пироксеном. Спайность отсутствует, но весьма обычна отдельность.

Зеленая, бурая. Изотропна, с высоким рельефом и резкой шагреневой поверхностью (показатель преломления 1.763-2.05).

Бурую шпинель можно спутать с титанистым гранатом, но в отличие от него шпинелисвойственна октаэдрическая форма кристаллов и характерная отдельность. Следует также иметь ввиду,что шпинель встречается в основных и ультраосновных породах. От хромита шпинельотличается меньшим показателем преломления.

Непрозрачные*рудные* минералы под микроскопом в проходящем свете выглядят черными; их точная диагностика производится в отраженном свете на специальном рудном микроскопе в полировках. В прозрачных петрографических шлифах окраска рудныхминералов может быть определена, если направить свет не на зеркало микроскопа, а на поверхность шлифа сверху. В этом случае магнетит обнаруживает свойственную ему в отраженном свете стально-серую, пирит – желтую, хромит – буроватую окраску, и т.п.

Вулканическое стекло – не минерал, а аморфное вещество, представляющее собой застывший магматический расплав, не успевший раскристаллизоваться вследствие быстрого остывания. Обычно входит в состав основной массы эффузивных пород, а вряде случаев слагает ее полностью.

В шлифе вулканическое стекло бесцветно или окрашено в желтые или бурые тона. Интенсивность окраски зависит от содержания и степени окисления железа.Показатель преломления изменяется от 1.492 (стекло

риолитового состава) до 1.575 (стекло базальтового состава). Изотропно, хотя иногда обладает слабым двупреломлением вследствие внутренних напряжений.

При вторичных изменениях вулканическое стекло среднего и основного состава чаще всего замещается хлоритом, а кислое стеклоподвергаетсяраскристаллизации,превращаясь в смесь субмикроскопических зерен кварца и полевых шпатов.

2.2. Минералы метаморфических пород

Гранаты

Общая химическая формула гранатов $R^{2+}_3R^{3+}_2(SiO_4)_3$:

(пиральспиты)(уграндиты)

пироп$Mg_3Al_2(SiO_4)_3$уваровит$Ca_3Cr_2(SiO_4)_3$

альмандин$Fe_3Al_2(SiO_4)_3$гроссуляр$Ca_3Al_2(SiO_4)_3$

спессартин $Mn_3Al_2(SiO_4)_3$андрадит$Ca_3Fe_2(SiO_4)_3$

Гранаты пироп-альмандинового ряда широко распространены в метаморфических породах. Доля пиропового компонента в гранатах увеличивается с ростом температуры и давления. В наиболее низкотемпературных условиях образуются гранаты, обогащенные спессартином. Пиральспиты с высокой долей альмандина и спессартина кристаллизуются также из кислых магматических расплавов, пересыщенных глиноземом, встречаются в гранитных пегматитах.

Смесимость между собой пиральспитов и уграндитов ограничена. В твердых растворах одного ряда может быть растворено не более 20-25 мольных процентов компонентов другого ряда. В высокобарных условиях растворимость гранатов этих двух рядов между собой становится более значительной.

Точное определение состава гранатов производится с помощью микрозонда. Под микроскопом в ряде случаев возможна, с привлечением особенностей парагенезисов,приближенная оценка состава гранатов.

Гранаты в шлифе образуют изометричные зерна - идиоморфные или неправильной формы, часто ситовидные, с многочисленными включениями другихминералов. Бесцветны илислабо окрашены в желтоватый или розоватый цвет. Характерны высокие показатели преломления, которыми обусловлены резко выраженный рельеф и шагреневая поверхность.

Обычно изотропны, но спессартин и некоторые уграндиты обнаруживают слабое (до 0.003) аномальноедвупреломление, особенно в толстых шлифах. Такое двупреломление (с появлением серых интерференционных окрасок) особенно характерно для гранатов из скарнов. В некоторых уграндитах наблюдается зональное угасание и секториальныедвойники.

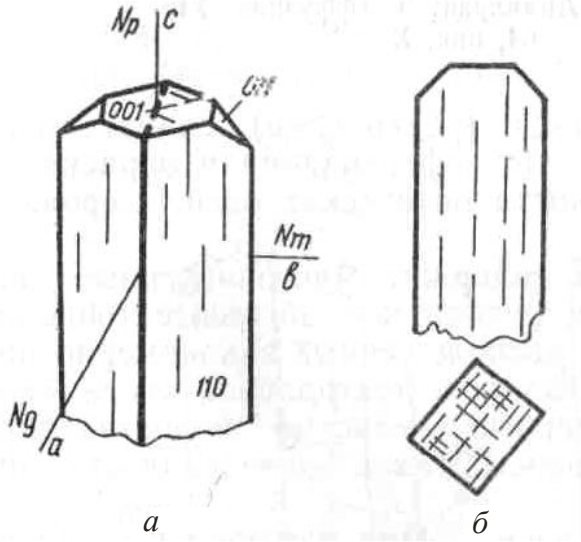
Пироп может замещаться хлоритом, альмандин – хлоритом и эпидотом. Уграндиты замещаются эпидотом, хлоритом, кальцитом, плагиоклазом.

Андалузит

$AlAl(SiO_4)O$, ромбическая сингония.

Андалузит, кианит и силлиманит – полиморфные модификации Al_2SiO_5, устойчивые при разных температурах и давлениях. Входят в состав метаморфических пород, богатых глиноземом; силлиманит и андалузит встречаются также в высокоглиноземистых кислых магматических породах. Андалузит устойчив при относительно низких давлениях – встречается в контактовых ореолах малоглубинных интрузивов и в продуктах регионального метаморфизма умеренного давления. Кианит образуется при высоком давлении, силлиманит – при высокой температуре.

Андалузит образует короткостолбчатые кристаллы с хорошо развитыми гранями ромбической призмы. В поперечном сечении – ромб, близкий к



а *б*

Рис. 25. Андалузит:
а – кристалл;
б – спайность
в продольном и
поперечном сечениях

квадрату, с трещинами спайности под углом 89° (рис. 25).Нередко встречается также в виде зерен неправильной формы с извилистыми границами.

Бесцветен или слабо и неравномерно окрашен в розоватый или зеленоватый цвет (плеохроирует от бледно-розового по N_p до бледно-зеленого или почти бесцветного по N_g). Обладает ясным рельефом и шагреневой поверхностью(n_g = 1.638 – 1.651, n_p = 1.629 – 1.640).

Двупреломление 0.009-0.011. В продольных разрезах имеет прямое угасание и отрицательное удлинение.Оптически отрицательный, угол *2V* около 85°.

Отличается от похожих на него пироксенов и кианитаболее слабым рельефом,прямым угасанием и отрицательным удлинением, от силлиманита – низким двупреломлением и отрицательным удлинением. При вторичных изменениях замещается мусковитом.

Кианит

$Al_2(SiO_4)O$, триклинная сингония.

Бесцветный или слабо-голубоватый. Образует идиоморфные призматические или таблитчатые зерна. Часты простые и полисинтетические двойники.Спайность по двум направлениям под углом, близким к 90°.

Очень высокий рельеф и резкая шагреневая поверхность(n_g = 1.728 – 1.729, n_p = 1.712 – 1.717).

Двупреломление 0.012-0.016. Характер угасания и знак удлинения в разных разрезах разный. В сечениях с более совершенной спайностью угасание почти прямое (0-3°), а в сечениях, где спайность выражена хуже, угол угасания 27-32°.

От андалузита отличаетсяболее высокими показателями преломления, положительным удлинением, наличием двойников, от силлиманита – меньшим двупреломлением, наличием двойников и двумя системами спайности.

По кианиту развиваются белые слюды, пирофиллит, каолинит. Вместе с кианитом встречаются гранат, ставролит, мусковит, биотит, кордиерит.

Силлиманит

$Al(AlSiO_5)$, ромбическая сингония.

Обычно встречается в виде удлиненных призм без концевых граней, дающих в поперечном сечении прямоугольники, почти квадраты и ромбы, а также в форме иголочек, палочек, лучистых и волокнистых агрегатов (фибролит), неправильных зерен (рис. 26).

Бесцветен. Фибролит вследствие дисперсии света кажется окрашенным в буроватый цвет. Совершенная спайность по одному направлению. Характерны высокие показатели преломления (n_g = 1.677 – 1.682, n_p = 1.657 – 1.660), в связи с чем обладает высоким рельефом и ясной шагреневой поверхностью.

Двупреломление 0.020 - 0.022. Прямое угасание, положительное удлинение. Малый угол $2V$ (21 – 30 °).

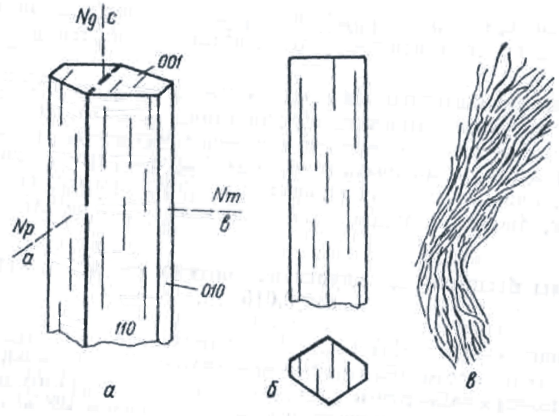


Рис. 26. Силлиманит:
а – форма кристаллов;
б – спайность в продольном и поперечном разрезах;
в – волокнистый силлиманит (фибролит)

Силлиманит может быть сходен в шлифахс андалузитом, кианитом, цоизитом, апатитом, ромбическим пироксеном.

Андалузит и апатит имеют отрицательное удлинение и отрицательный оптический знак. Кианит и цоизит обладают более высоким рельефом; кроме того, кианит дает сечения с косым угасанием, обладает большим углом$2V$ и оптическиотрицателен, а цоизит отличается характерными аномальными

индигово-синими интерференционными окрасками и переменным знаком удлинения. Ромбические пироксены отличаются характером спайности (по двум направлениям под углом 87°) и меньшим двупреломлением.

Силлиманит – высокотемпературный метаморфический минерал метапелитов. Он встречается вместе с биотитом, калиевым полевым шпатом, гранатом, кордиеритом, гиперстеном, шпинелью, корундом. При вторичных изменениях по силлиманиту развиваются белые слюды, пирофиллит, каолинит.

Ставролит

$(Fe,Mg,Zn)_2Al_9(Si,Al)_4O_{22}(OH)_2$. Ромбическая сингония.

Образует короткопризматические кристаллы или неправильные удлиненные порфиробласты ситовидного строения. Нередки крестообразные двойники со срастанием призматических индивидов почти под прямым углом или под углом 60°.

Спайность несовершенная. Плеохроирует от оранжево- или золотисто-желтого по N_g до бледно-желтого, почти бесцветного, по N_p. Отчетливые рельеф и шагреневая поверхность (n_g = 1.746 – 1.762, n_p = 1.736 – 1.747).

Двупреломление 0.009-0.016. Прямое угасание, положительное удлинение.

Высокие показатели преломления и среднее двупреломление, характерная желтая окраска, плеохроизм и высокий положительный *2V* (82–90°) позволяют в совокупности надежно определять ставролит в шлифах.

Ставролит – типичный минералсреднетемпературных фаций метапелитов, встречаетсяс альмандином, мусковитом, биотитоми др.Может замещаться мусковитом, серицитом, хлоритом.

Кордиерит

$(Mg,Fe)_2Al_3(AlSi_5O_{18})\cdot nH_2O$, ромбическая сингония.

Образует зерна неправильной формы, бесцветные или голубоватые, с низким положительным рельефом (n_g = 1.543 – 1.575, n_p = 1.534 – 1.558) и низким двупреломлением (0.009 – 0.017). Спайность несовершенная. Характерны двойники – полисинтетические или секториальные(тройники и шестерники).

В кордиеритах умеренной или высокой железистости вокруг включений циркона и других акцессорныхминералов наблюдаются «плеохроичные дворики» - ореолы плеохроизма от бесцветного до ярко-желтого. В магнезиальных кордиеритах таких плеохроичных двориков не отмечается.

Кордиерит можно спутать с кварцем или плагиоклазом, имеющими близкий рельеф и двупреломление.

От кварца кордиерит отличается наличием двойников, плеохроичных ореолов, двуосностью. Кроме того, кварц часто имеет характерное волнистое угасание и чуть более высокое двупреломление.От плагиоклазакордиерит отличается плеохроичными ореолами, менее совершенной спайностью, полисинтетические двойники в нем часто не доходят до краев зерен. От

альбита, сходного с кордиеритом по показателю преломления и двупреломлению, последний отличается также отрицательнымоптическим знаком.

Кордиерит может замещаться пинитом – бесцветной, зеленовато-голубоватой, желтой войлокообразной смесью мусковита, хлорита, серпентина и оксидов железа.Даже небольшие следы проявленной пинитизациимогут быть использованы для отличия кордиерита от других минералов.

Встречается в метаморфических породах, богатых алюминием, и в высокоглиноземистых магматических породах кислого состава. Характерен для высоких ступеней регионального и контактового метаморфизма, нередко встречаетсявместе с гранатом, калиевым полевым шпатом, гиперстеном, силлиманитом.

Группа эпидота

Изоморфный ряд клиноцоизит$Ca_2Al_3(SiO_4)(SiO_2)O(OH)$– эпидот $Ca_2(Al,Fe)_3(SiO_4)(Si_2O_7)O(OH)$, моноклинная сингония. Цоизит – ромбическая сингония.

Минералы группы эпидота образуют в шлифах удлиненные или неправильные зерна с высоким рельефом и шагреневой поверхностью. Эпидот в шлифе слабо окрашен в зеленовато-желтый цвет (со слабым плеохроизмом) или бесцветен, клиноцоизит и цоизит бесцветны.

Спайность по двум направлениям под углом 65° (в одном направлении совершенная, в другом – несовершенная, в виде коротких трещин). Угол угасания 0 – 30°(в зависимости от спайности, по отношению к которой измеряется угол угасания). По длине кристаллов клиноцоизита и эпидота располагаетсяN_m, поэтому разрезы могут иметь как положительное, так и отрицательное удлинение.

Минералам группы эпидота свойственна аномальнаяинтерференционная окраска – у цоизита тусклая серо-синяя, желтовато-бурая, у клиноцоизита – густые желтые и оранжево-желтые цвета, у эпидота – яркие красные, малиново-красные и зеленые цвета.

Клиноцоизит также отличается от цоизита косым угасанием в большей части разрезови углом *2V* (65-90°). От эпидота цоизит и клиноцоизит отличаются меньшим двупреломлением (0.005 – 0.008). Клиноцоизит оптически положительный, эпидот – отрицательный.

От клинопироксена эпидот отличается малым углом угасания (в удлиненных разрезах угасание может быть прямым), хуже проявленной спайностью, плеохроизмом, цветами интерференции, отрицательным оптическим знаком.

Цоизит – типичный минералпрогрессивного и регрессивного метаморфизма фаций зеленых сланцев, глаукофановых сланцев и эпидот-амфиболитовой фации. Входит в состав соссюрита (агрегат серицита, цоизита и кварца), образующего псевдоморфозы по основным и средним плагиоклазам при изменении магматических пород.

Клиноцоизит и эпидот – типичные минералы метаморфических пород фаций зеленых сланцев, глаукофановых сланцев и эпидотовых амфиболитов, их парагенезисы почти не отличаются от парагенезисов цоизита.

Хлориты

Хлориты – большая и сложная по составу группаминералов, главными представителями которых являются клинохлор $Mg_5Al(AlSi_3O_{10})(OH)_8$ и шамозит $Fe_5Al(AlSi_3O_{10})(OH)_8$. Моноклинная сингония. Разнообразный изоморфизм приводит к изменчивости свойств хлоритов.

Характерными признакамихлоритов в шлифах является пластинчатая форма кристаллов, весьма совершенная спайность, зеленые оттенки окраски, слабый плеохроизм (от синевато-зеленого или бесцветного до желто-зеленого), низкое двупреломление, прямое угасание (иногда с отклонением в несколько градусов), нередко аномальнаяинтерференционная окраска (грязная желто-зелено-серая, синяя, фиолетовая, реже бурая).

Могут иметь как положительное, так и отрицательное удлинение. В чешуйках хлоритамогут наблюдаться плеохроичные дворики, сходные с двориками в биотите; в центре таких плеохроичных двориков часто находятся включения циркона.

От серпентина минералы группы хлорита можно отличить по часто наблюдаемому отчетливому плеохроизму, аномальным сиреневым и бурым цветам интерференции, а также по присутствию плеохроичных двориков, не характерных для серпентина. От похожего по окраске биотита хлорит в разрезах со спайностьюотличается низкой интерференционной окраской и более слабым плеохроизмом.

Трудность для диагностики могут представлять бесцветные оптическиизотропные или почти изотропные хлориты. Они отличаются от других изотропныхминералов низким рельефом и слюдоподобной спайностью.

В магматических породах минералы группы хлорита являются вторичными. Они развиваются по главным породообразующимминералам (преимущественномафическим). Часто хлорит замещает биотит, причем при этом в хлорите нередко образуются тончайшие иголки рутила, пересекающиеся под углом 60° и слагающие так называемую сагенитовую решетку (см. рис. 23). Хлоритом могут замещаться также пироксены, амфиболы, оливин, гранат, иногда полевые шпаты.

Серпентин

$Mg_3(Si_2O_5)(OH)_4$, моноклинная сингония.

Бесцветный или зеленоватый, буроватый, желтоватый.У окрашенных разностей плеохроизм от зеленовато-желтого по N_g до бесцветного по N_p. Спайность весьма совершенная по одному направлению. Показатели преломления близки к канадскому бальзаму, в связи с чем рельеф и шагреневая поверхность отсутствуют.

Серая, белая, иногда бледно-желтаяинтерференционная окраска*I*порядка (двупреломление 0.006 – 0.013). Угасание прямое, удлинение положительное.

От хлорита серпентин отличается по цвету и отсутствию аномальных интерференционных окрасок. Сходные с серпентином бесцветные или слабоокрашенные разности хлоритов лучше окристаллизованы, обладают слюдоподобной спайностью, менее смяты и имеют более высокий положительный рельеф.

Серпентин – типичный вторичный минерал, развивающийся в ультраосновных и основных породах по магнезиальному оливину, пироксенам, реже амфиболам.

Тальк

$Mg_3(Si_4O_{10})(OH)_2$, моноклинная сингония.

Образует чешуйчатые агрегаты. В шлифе бесцветный, буроватый и зеленовато-буроватый. Спайность весьма совершенная по одному направлению. N_g - N_p= 0.050 – 0.045. Угасание прямое, удлинение положительное. Оптически отрицательный, угол $2V$= 0-30°.

Под микроскопом сходен с мусковитом. Отличается показателями преломления (n_g= 1.589 – 1.590, n_p= 1.539 – 1.545), углом $2V$, минеральными ассоциациями.Кроме того, тальк отличается от мусковитасвоей пластичностью, плавной изогнутостьючешуек, что у мусковитанаблюдается редко.

В основных и ультраосновных магматических породах тальк развивается по магнезиальныминералам – оливину, ортопироксенам, серпентину и др.Характерны ориентированные псевдоморфозы талька по магнезиальным ортопироксенам.

Турмалин

$NaFe_3Al_6(Si_6O_{18})(BO_3)_3(OH)_4$. Тригональная сингония.

Призматический. Спайность отсутствует. Рельеф и шагреневая поверхность хорошо заметны (n_o = 1.639 – 1.692, n_e = 1.620 – 1.657).Двупреломление 0.017-0.030, обычно около 0.020.

В шлифе часто окрашен в бурый цвет, хотя может иметь и другую окраску. Плеохроизм резкий, с изменением интенсивности окраски. В отличие от биотита, турмалин принимает наиболее темную окраску, когда длинная сторона кристалла перпендикулярнак направлению колебаний света в поляризаторе (у биотитанаиболее темная окраска - когда длинная сторона кристалла параллельнанаправлению колебаний света в поляризаторе).

Угасание прямое, удлинение отрицательное.

Рутил

TiO_2, тетрагональная сингония.

Обычно встречаетсяв виде мелких зерен.Кристаллы рутила призматические, столбчатые, игольчатые, но в кристаллических сланцах нередко встречается и в виде изометричных зерен.

Густо окрашен в буро-красный или желто-бурый цвет, часто почти непрозрачен.Очень высокий рельеф (n_e = 2.895 – 2.903, n_o = 2.609 – 2.616).Очень высокоедвупреломление (0.286 – 0.287), в силу чего интерференционную окраску определить невозможно. Яркие цвета интерференции видны даже в тончайших иголочках, что позволяет по этому свойству отличить рутил от других тонкоигольчатыхминералов.

Прямое угасание. Из-за интенсивной собственной окраски рутил обычно одного и того же цвета как при включенном, так и при выключенном анализаторе.

Сагенитовая решетка - включения тонкоигольчатого рутила в хлорите или в слюдах, имеющие вид сетки с треугольными ячейками (см. рис.23).

Титанит, в отличие от рутила, имеет меньшие показатели преломления и двупреломление, и двуосен. Циркон более светло окрашен и имеет более низкие показатели преломления и двупреломление.

Рутил – широко распространенный акцессорный минерал. Он встречается в различных магматических породах - от ультрамафитов до гранитов, в метаморфических породах разныхь фаций. Рутил иногда развивается по ильмениту, но и сам может замещаться ильменитом или титанитом.

Карбонаты

Кальцит$CaCO_3$, доломит $CaMg(CO_3)_2$, магнезит $MgCO_3$, сидерит $FeCO_3$. Тригональная сингония.

Карбонаты в шлифах преимущественно бесцветны. Спайность по трем направлениям под косым углом. В крупных зернах встречаются полисинтетические двойники. В сечениях, где четко видны два направления спайности, у кальцита двойниковые полоски располагаются ближе к длинной диагонали ромба спайности, а у доломита – ближе к короткой диагонали ромба спайности. Магнезит обычно не подвержен двойникованию.

Характерна четко выраженная псевдоабсорбция. У кальцита псевдоабсорбция проявляетсяболее отчетливо, чем, например, у сидерита, так как у кальцита показатель преломленияn_g выше, аn_p ниже, чем у канадскогобальзама, а у сидерита оба показателя преломления выше, чем у канадскогобальзама.

Очень высокоедвупреломление (более 0.170), которому отвечает очень высокаяпестро-белая («перламутровая») интерференционная окраска, по которой, вместе с псевдоабсорбцией, карбонаты могут быть отличимы от других породообразующихминералов.

Одноосные, отрицательные.

Флюорит

CaF_2, кубическая сингония. Встречается преимущественно в виде неправильных зерен, выполняющих промежутки между другими минералами, реже в виде идиоморфных кристаллов.

Бесцветный, со спайностью по октаэдру, в связи с чем в некоторых разрезах можно наблюдать две или три системы пересекающихся трещин спайности. Показатель преломления много ниже канадскогобальзама (1.434), вследствие чего минерал имеет отрицательный рельеф и резкуюшагреневую поверхность. Изотропный.

Флюорит может быть спутан в шлифах с другими изотропными минералами со средним рельефом и шагреневой поверхностью. На него похожа слабо окрашенная (бесцветная, зеленая или фиолетовая) шпинель, имеющая к тому же отдельность по октаэдру, сходную со спайностью флюорита. Но у шпинели положительный рельеф. Гранаты не имеют спайности и также имеют положительный рельеф.

Флюорит нередко встречается в нефелиновых сиенитах, гранитоидах, пегматитах, грейзенах.

2.3. Контрольные вопросы

1. Как отличить в шлифе кварц и нефелин, кварц и кордиерит?
2. Назовите разновидности калиевых полевых шпатов и охарактеризуйте их диагностические признаки в шлифах.
3. Как отличить между собой пертиты и антипертиты?
4. Что общего и каковы различия в оптических свойствах плагиоклазов и калиевых полевых шпатов?
5. Перечислите признаки, по которым в шлифах выбирают зерна плагиоклаза для определения их состава методом максимального симметричного угасания.
6. Чем замещаются кислые и основные плагиоклазы при вторичных изменениях?
7. Назовите признаки отличия в шлифе биотита от хлорита, турмалина, амфиболов.
8. Что такое опацитизация и у какихминералов она может быть проявлена?
9. Перечислите характерные признаки тремолита, актинолита, щелочных амфиболов.
10. Как отличить в шлифе пироксен от оливина?
11. Как в шлифе различаются ромбические и моноклинные пироксены?
12. Перечислите сходства и различия минералов из группы пироксенов и амфиболов.
13. Чем эгирин отличается в шлифе от амфиболов?
14. Назовите оптически изотропные минералы и их отличия между собой в шлифе.
15. Как отличить в шлифе титанит и рутил, титанит и циркон?

16. Назовите характерные диагностические признаки кианита, андалузита, силлиманита.
17. Как определить в шлифе ставролит и кордиерит?
18. Охарактеризуйте особенности диагностики в шлифе минералов группы эпидота.
19. Как хлорит отличается в шлифе от серпентина и талька?
20. Назовите оптические свойства, характерные дляминералов группы карбонатов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Белоусова О.Н., Михина В.В. Общий курс петрографии. М., Недра, 1972. 344 с.

Кравцова Л.И., Чукашева М.Н. Кристаллооптика. Методическое пособие к лабораторным работам по курсу петрографии. Изд. СГИ, 1961. 58с.

Маракушев А.А., Бобров А.В., Перцев Н.Н., Феногенов А.Н. Петрология. I. Основы кристаллооптики и породообразующие минералы. М.: Научный мир, 2000. 316 с.

Петрография и петрология магматических, метаморфических и метасоматических горных пород. М.: Логос, 2001. 768 с.

Сиротин К.М. Практическая петрография. Изд. Саратов. ун-та. 1988. 312с.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Авгит, 46, 48
Актинолит, 45
Альбит, 38
Амфиболы, 44
Андалузит, 53
Андезин, 38
Аномальная анизотропия, 17
Анортит, 38
Антигорит, 58
Антипертиты, 37
Апатит, 50
Арфведсонит, 45

Бастит, 47, 58
Биотит, 42
Битовнит, 38

Вулканическое стекло, 51

Гиперстен, 47
Глаукофан, 45
Гранаты, 52

Двупреломление, 17, 4, 21
Диопсид-геденбергит, 48
Дисперсионный эффект, 14
Дисперсия двупреломления, 19
Доломит, 60

Знак удлинения, 25

Интерференционная окраска, 17

Калиевые полевые шпаты, 35
Кальцит, 60
Канадский бальзам, 8
Канкринит, 35
Карбонаты, 59
Кварц, 34

Кварцевый клин, 24
Кианит, 53
Клинопироксены, 47
Клинохлор, 57
Клиноцоизит, 56
Компенсатор, 23
Кордиерит, 55
Круговое сечение, 5

Лабрадор, 38
Лизардит, 58

Магнезит, 60
Микроклин, 36
Микропегматит, 37
Мирмекит, 39
Мусковит, 43

Нефелин, 34

Объект-микрометр, 11
Ограничения, 14
Оливин, 48
Олигоклаз, 38
Омфацит, 46
Оптически двуосный, 4
Оптически одноосный, 4
Оптически отрицательный, 5
Оптически положительный, 5
Оптическая ось, 4
Ортоклаз, 36
Ортопироксены, 47
Острая биссектриса, 5

Пертиты, 37
Пироксены, 46
Плагиоклазы, 38
Плеохроизм, 26
Плоскость оптических осей, 5
Полоска Бекке, 14
Пренит, 39
Псевдоабсорбция, 16

Разность хода, 17
Рельеф, 13
Рибекит, 45
Роговая обманка, 44
Рутил, 59

Сагенит, 43, 59
Санидин, 36
Серицит, 39, 43
Серпентин, 58
Сидерит, 60
Силлиманит, 53
Симметричное угасание, 41

Скрещенность николей, 9
Соссюрит, 39
Ставролит, 55
Схема абсорбции, 26

Тальк, 58
Титанит, 50
Тремолит, 45
Тупая биссектриса, 5
Турмалин, 59

Угол оптических осей (2V), 5, 30
Угол угасания, 22

Фаялит, 48
Флюорит, 60
Форстерит, 48

Хлорит, 57
Хризотил, 58

Центрировка, 10
Цеолит, 35
Циркон, 50
Цоизит, 56

Шагреневая поверхность, 14
Шпинель, 51

Щелочные амфиболы, 45

Эгирин, 48
Эгирин-авгит, 48
Энстатит, 47
Эпидот, 56

Учебное издание

Олег Анатольевич Суставов

ПЕТРОГРАФИЯ МАГМАТИЧЕСКИХ И МЕТАМОРФИЧЕСКИХ ПОРОД, ПЕТРОЛОГИЯ

Учебно-методическое пособие
к лабораторным занятиям (часть 1)
для студентов специальности 080100 - «Геологическая съемка, поиски и разведка месторождений полезных ископаемых» (РМ) направления 130301 – «Прикладная геология»

Редактор

Подписано в печать Бумага писчая. Формат 60 х 84 1/16.
Гарнитура TimesNewRoman. Печать на ризографе.
Печ. л. 4 . Уч.-изд. л.. Тираж . Заказ №

Издательство УГГУ
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30
Уральский государственный горный университет
Отпечатано с оригинал-макета
в лаборатории множительной техники УГГУ

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

Л. И. Кралина, Ф. П. Сердюков, Г. А. Усов

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ В БУРЕНИИ

Учебно-методическое пособие
к практическим занятиям и самостоятельной работе
по профилирующим дисциплинам
для студентов специальности

05.03.01 Геология
очного обучения

Екатеринбург
2021

ВВЕДЕНИЕ

Настоящее учебно-методическое пособие предназначено в помощь преподавателям и студентам при проведении занятий по бурению скважин, а также для подготовки курсовых и квалификационных работ по профилирующим дисциплинам. Сборник выполнен для студентов направления 05 03 01 Геология. При выполнении работ используются справочные материалы, которые приведены в таблицах каждого расчета. Большинство работ рассчитано на выполнение и оформление непосредственно на занятиях. Если работа не закончена, то с разрешения преподавателя она может быть оформлена и сдана к следующему занятию.

В конце приводится список литературы, использованной при написании данного учебно-методического пособия.

Расчет №1
Расчет предельного значения кернопотерь

1. Расчет предельного значения кернопотерь

$$B_k^{\min}=F(\text{НП, И,}[m_k]).$$

При НП, И $[m_k]$ табличные значения (см. таблицу) расчет по формуле для реального (различного) B_k и по данным лабораторных анализов P, $P_{\text{к}}$, $P_{\text{сред}}$

$$B_k^{\min}=\frac{(\text{НП}-1)*\text{И}}{(\text{НП}-1)*\text{И}+m_k^{\text{доп}}}*100\ \%$$

где $B_k^{\min}$- выход керна минимальный, %;
НП- неоднородность оруденения, %;
И- избирательность кернопотерь, %;
$m_k^{\text{доп}}$ - погрешность опробования, %.

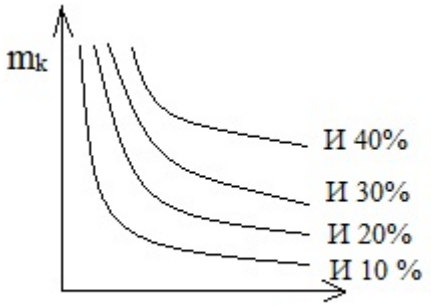
Группировка месторождений по значениям НП и И

Группы и типы руд	Примеры руд и месторождений	Характерные значения	
		НП, %	И
I. Сплошные массивные			
I.1. Мономинеральные	Сплошные мартитовые, магнетитовые, гидромагнетитовые и другие богатые железные руды криворожского типа, сплошные мономинеральные руды каменной соли, бокситы Боксонского месторождения, тальк Алгуйского месторождения и т. п.	1,2±10	40±15
I.2. Полиминеральные	Сплошные колчеданные медные и медно-цинковые месторождения ураль-ского типа, сплошные полиметаллические руды Горевского, Риддер-Сокольного и других месторождений. Апатиты Ошурковского месторождения и т. п.	4±10 2,5±10	15±10 20±10
II. Вкрапленные			
II. 1. В массивных изверженных и осадочных породах	Вкрапленные руды полиметаллических месторождений Садовое, Миргалимсай. медные руды Алмалыка, редкометал-льных месторождений Белозиминское, Африкандское и т. п.	6,5±10	7± 5
II. 2. В жилах и дайках	Руды жильных золоторудных месторождений Средней Азии, Забайкалья, Якутии, оловянных и вольфрамовых месторождений Приморья, Якутии и др.	16±5	5±4
III. Прожилково- и слоисто-вкрапленные			
III. 1. Руды штокверковых месторождений	Руды вольфрамовых, молибденовых, медно-молибденовых месторождений Забайкалья, Казахстана и Средней Азии	6,5±5	10±8
III. 2. В линейно-вытянутых зонах трещиноватости	Руды полиметаллических месторождений Алтая, Средней Азии, Прибайкалья, оловорудных месторождений Комсомольского района, ртутных месторождений Терлиг-Хая и частично Никитовки и т. п.	8,3±6	10±8
IV.Прожилковые, слоистые и переливающиеся			
IV. 1. Прожилковые	Медные руды месторождения Дальнего: никель-кобальтовые руды Тувинской АССР, асбестовое месторождение Молодежное; оловянные - Тарбальджей, Иигода, Хрустальное; золотые - Советское, Коммунар и др.	3,3±15	25±15
IV. 2. Переслаивающиеся и полосчатые	Железистые кварциты Кольского полуострова, Кривого Рога, сферосидериты Дагестана	1,7±10	30±15
V. Прожилково-гнездовые			
V. Прожилково-гнездовые	Руды ртутных месторождений Средней Азии (Хайдаркан, Акташ, Чувай), отдельных участков Никитовки и др. Мусковит Луговского, Чуйского и Согдиондонского месторождений	20±10 6,5±5	4±3 8±5

2. Изучение влияния выхода керна на погрешность опробования для различных сортов руд (для бакалаврской работы)

Слабонеоднородные руды **НП=2**

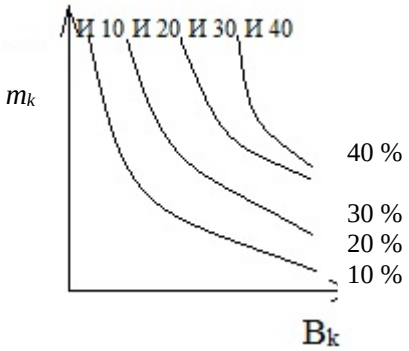
m_k\И	10 %	20 %	30 %	40 %
5 %	B_k^{1-1}	B_k^{1-2}	…	…
10 %	…	B_k		B_k^{2-4}
15 %	B_k^{3-1}			
20 %	…			B_k^{4-4}
25 %	B_k^{5-1}	…	…	B_k^{5-4}



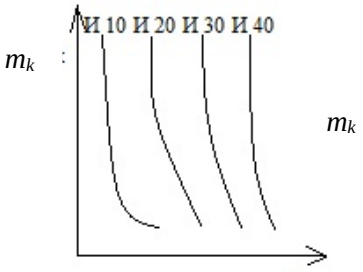
B_k

Средненеоднородные руды **НП=6**

m_k\И	10 %	20 %	30 %	40 %
5 %	B_k^{1-1}	B_k^{1-2}	…	…
10 %	…	B_k		B_k^{2-4}
15 %	B_k^{3-1}			
20 %	…			B_k^{4-4}
25 %	B_k^{5-1}	…	…	B_k^{5-4}



Сильнонеоднородные руды **НП=15**



B_k

m_k\И	10 %	20 %	30 %	40 %
5 %	B_k^{1-1}	B_k^{1-2}	…	…
10 %	…	B_k		B_k^{2-4}
15 %	B_k^{3-1}			
20 %	…			B_k^{4-4}
25 %	B_k^{5-1}	…	…	B_k^{5-4}

3. Основные аналитические задачи:

3.1. Для каких руд избирательность истирания более всего влияет на погрешность опробования?

3.2. При какой избирательности и в каких сортах руд наибольший эффект дают мероприятия по повышению выхода керна?

3.3. Постройте таблицу нормативных значений минимального выхода керна, при допустимой погрешности m_k=5 % (10 %, 15 %, 20 %, 25 %) для всех сортов руд (для всех табличных комбинаций НП и И).

Расчет №2

Определение рациональной частоты вращения бурового снаряда при твердосплавном бурении, рад/с

$$n = \frac{60*0{,}105\omega_0}{\pi*D_0} \approx \frac{2*\omega_0}{D_0};$$

$$n = \frac{60*\omega_0}{\pi*D_0} \approx \frac{20*\omega_0}{D_0}.$$

Таблица исходных данных

Обозначение	Наименование	Ед.изм	Пределы изменения		Примечание
			от	до	
ω_0	Окружная скорость движения резцов	м/с	1,0 крепкие породы (YI-YIII кат.)	3,0 мягкие породы (II-IYкат.)	Ограничивается сверхнормативным износом
D_0	Средний диаметр коронки	м	$46*10^{-3}$	$223*10^{-3}$	Стандарт
n_0	Частота вращения	Рад/с об/мин	9,3 93	65 500	Ограничение техническими условиями бурения

Расчет №3

Минимальная (критическая) частота вращения шнекового снаряда, рад/с

$$n_{\min} = \frac{30}{\pi} * \frac{\sqrt{g*(\tan a+f)}}{f'*R*(1-f*\tan a)}.$$

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Единица измерения	Пределы измерения	
			от	до
R	Радиус вала шнека	м	$50*10^{-3}$	$89*10^{-3}$
a	Угол подъема винтовой ленты	град	10	30
f	Коэффициент трения породы о шнек	-	0,25	1,4
f'	Коэффициент трения породы о породу	-	0,2	1,5
g	Ускорение силы тяжести	м/с^2	9,8	

Основные аналитические задачи

1.1. Оцените влияние коэффициента трения породы о шнек и породы о породы на $n_{\min}$. Постройте графики зависимости $n_{\min}$ от f и f' для различных значений R и a.

1.2. Оцените влияние конструктивных параметров шнека (R и a) на $n_{\min}$ для вязких (f'=1,5; F=0,25). Постройте графики.

Расчет №4

Определение критической скорости восходящего потока и расхода очистного агента по предельным нормативным характеристикам (для воды малоглинистых растворов)

1. Критическая скорость восходящего потока очистного агента, м/с:

$$U_{kp} = K_{\text{ф}}\sqrt{\frac{d_u(\gamma_{\text{п}}-\gamma_{\text{р}})}{\gamma_{\text{р}}}}.$$

2. Рациональная скорость восходящего потока, м/с:

$$U_{\text{р}} = U_{\text{кр}} + U\ .$$

3. Расход промывочной жидкости, обеспечивающий рациональную скорость движения восходящего потока, м^3/с:

$$Q_{\text{кр}} = U_{\text{р}} * \frac{\pi(D^2_{\text{скв}}-d^2_{\text{бур.тр.}})}{4}\ .$$

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменения	
			от	до
$K_{\text{ф}}$	Коэффициент формы частиц шлама	-	2,5 (плоские)	5,11 (ид. шар)
d_u	Диаметр (средний размер) частиц	м	0,1*10^3	1,5*10^3
$\gamma_{\text{п}}$	Удельный вес горной породы, руды	т/м^3	2,0	5,5
$\gamma_{\text{р}}$	Удельный вес раствора	т/м^3	1	1,15
U	Желательная скорость движения шлама вверх	м/с	0,1	0,3
$d_{\text{бур.тр.}}$	Диаметр бурильной колонны, номинальный (без учета износа)	м	32*10^{-3}	73*10^{-3}
$d'_{\text{бур.тр.}}$	Диаметр бурильной колонны, с учетом износа	м	30*10^{-3}	70*10^{-3}
$D_{\text{скв}}$	Диаметр скважины, номинальный	м	46*10^{-3}	225*10^{-3}
$D'_{\text{скв}}$	Диаметр скважины, с учетом разработки ствола	м	47*10^{-3} 230*10^{-3}	50*10^{-3} 250*10^{-3}
$D''_{\text{скв}}$	Диаметр скважины, с учетом каверн	м	По геолого-геофизическим и гидрогеологическим данным $D_{\text{скв}}$ 500*10^{-3}	
Q	Расход очистного агента	м^3/с л/мин	0,0002 10,0	0,003 160

Расчет №5

Критический расход глинистого раствора с учетом реологии раствора

$$Q_{\text{кр}} = 0{,}392 * \text{ŋ} * \frac{D+d}{\gamma}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{2*10^{-3}*\gamma*t_0*(D-d)^2}{3*\text{ŋ}}}\right]$$

Таблица исходных данных

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы измерения		Примечания
			от	до	
D	Диаметр долота	мм	46	225	
d	Диаметр колонны	мм	32	73	
ŋ	Пластическая вязкость	Пуаз (Па*с)	0,05	0,4	В зависимости от содержания глины в качестве раствора
γ	Уд. вес раствора	г/см^3	1,01	1,2	
t_0	Динамическое напряжение сдвига	Дин/ см^2	50	600	
Q	Расход глинистого раствора Критическая скорость восходящего потока	л/с м/с	0,1	5,0	В зависимости от диаметра скважины

Расчет №6

Расчет осевой нагрузки при твердосплавном бурении, кН

$$P = \frac{b^2 * m}{\text{ŋ}\sqrt{\frac{2\omega * \mu_К * D_Н * n * K * \tan a}{b * P_Ш}}}.$$

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменения	
			от	до
b	Ширина резца	м	$3*10^3$	$30*10^3$
K	Количество резцов на ширине кольца	шт	2 (М-1)	4 (СТ-2)
m	Количество основных резцов	шт	8 (М-1)	30 (СА-3)
$\boldsymbol{\mu_к}$	Коэффициент резцов о породу	-	0,2	1,0
$\boldsymbol{\omega}$	Удельный износ резца	$м^3/Н*м$	2	60
$D_н$	Наружный диаметр коронки	М	$46*10^3$	$225*10^3$
n	Частота вращения снаряда	рад/с	60	360
a	Угол приострения резца	град	45	90
ŋ	Коэффициент угла приострения	-	0,97	0,9
$P_ш$	Твердость породы по штампу	Па	$1*10^6$	$70*10^3$

Расчет №7

Определение механической скорости (интенсивности) углубки скважины при твердосплавном бурении, м/ч

$$V_м = V_0 * e^{-\gamma t} = V_0 * (\frac{1}{e})^{\gamma t}.$$

Если $V_0 = 60 * n * h_0 * K * m$,

то $V_м = 60 * n * h_0 * K * m * e^{-\gamma t}$.

Таблица исходных данных

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменения	
			от	до
n	Частота вращения снаряда	об/мин	40	600
h_0	Торцовый вылет основных резцов	М	$0,1*10^{-3}$	$5*10^{-3}$
m	Количество резцов	шт	4	20
K	Коэффициент включения резцов	-	0,3	0,5
e	Основание натуральных логарифмов	1/град	2,71	2,71
γ	Декремент затухания	-	0,1	1
t	Текущее время (длительность рейса)	Ч	0,5	6
$V_м$	Интенсивность углубки (механическая скорость)	м/ч	0,15	25
V_0	Начальная механическая скорость	м/ч		

Здесь $V_м$ - величина приращения глубины скважины в единицу времени на данный момент (интенсивности углубки). Выражается показательной функцией постепенного замедления от максимального начального значения V_0 в соответствии с γ.

V_0 и γ зависят от технологических условий: прочности пород, абразивности, характеристик инструмента, параметров бурения {$P_ш$, $K_{абр}$, $X_и$, $P_б$}.

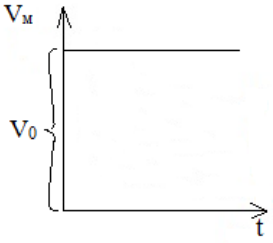
Чем легче условия бурения и лучше инструмент, тем больше V_0 (↑) и меньше γ (↓) - долго не замедляется бурение.

Чем интенсивнее режим бурения (максимальные параметры), тем больше V_0 (↑) и γ (↑) - вначале углубка идет быстро, но очень быстро замедляется - на малой глубине приемлемо.

Чем слабее режим бурения, тем меньше V_0 , но и тем медленнее затухание $V_м$ (см. рисунок).

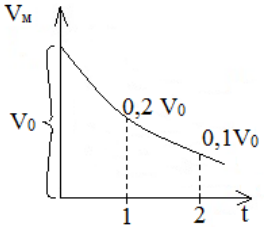
γ =0; $V_м$=V_0

Незатупл. инструмент



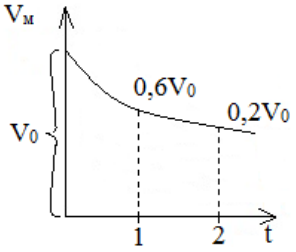
γ =1; $V_м$=V_0*$\left(\frac{1}{2,7}\right)^t$

Интенсивное затупление



γ =0,5; $V_м$=V_0*$\left(\frac{1}{2,7}\right)^t$

Интенсивное затупление



Графики изменения механической скорости
от декремента затухания

Расчет №8

Определение механической скорости бурения на основе физико-механических свойств пород при алмазном бурении, м/ч

$$V_{\text{м}} = L * F_{\text{д}}^{-a} * K_{\text{абр}}^{-a} .$$

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменения	
			однослойные алмазные коронки	импрегнированные алмазные коронки
$F_{\text{д}}$	Коэффициент динамической прочности	-	10-15	15-30
$K_{\text{абр}}$	Коэффициент абразивности пород	-	1,1-2,0	2,1-2,6
L	Коэффициент конструктивности коронки	-	5,9	0,14
$-a$	Коэффициент влияния прочности пород	-	0,36	0,2
-β	Коэффициент влияния абразивности пород	-	0,5	0,2
$V_{\text{м}}$	Механическая скорость бурения	м/ч	1,8-1,9	0,15-0,12

Расчет №9

Расчет шпинделя бурового станка

Шпиндель испытывает осевую нагрузку от механизма подачи и крутящий момент.

1. Напряжение от осевой нагрузки, Н/м^2:

$$\sigma = \frac{4Q}{\pi*(D^2-d^2)}.$$

2. Крутящий момент на шпинделе, Н·м:

$$M = 9750\frac{N^{max}}{n}.$$

$$N_{\max} = N_g * \eta * \lambda \text{ , кВт}$$

3. Касательные напряжения от крутящего момента, снимаемого со шпинделя, Н/м^2:

$$\tau = \frac{M}{2W};$$

$$W = \frac{\pi}{16} * \frac{D^4-d^4}{D} \text{, м}^3.$$

4. Полное приведенное напряжение в теле шпинделя, Н/м^2:

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\sigma^2 - \tau^2}.$$

Таблица исходных данных

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
Q	Усилие подачи станка	Н	40000	50000
D	Наружный диаметр шпинделя	м	$51*10^{-3}$	$61*10^{-3}$
d	Внутренний диаметр шпинделя	м	$43*10^{-3}$	$53*10^{-3}$
$N_{\max}$	Мощность, передаваемая на шпиндель	кВт	-	-
n	Число оборотов шпинделя	-	80	1500
N_g	Номинальная мощность шпинделя	-	0,8	
η	КПД передачи от вала двигателя до шпинделя	-		
λ	Коэффициент возможной перегрузки: - электродвигатель -двигатель внутреннего сгорания	 - -	 1,5 1,1	 2,0 1,15

Расчет №10

Расчет механического зажимного патрона

Расчет патрона приведен для двух плашек, управляемых двумя болтами.

1. Допустимое осевое усилие по болту из условий его прочности на сжатие, Н:

$$P = F[\sigma_{сж}] .$$

2. Допустимое осевое давление, развиваемое болтом, Н:

$$P' = \frac{\pi*(d^2-d_t^2)*I*P}{4t} .$$

3. Сила трения, при закреплении ведущей трубы в двух патронах, Н:

$$T = 4P' * f.$$

4. Окружное усилие, передаваемое патроном, Н:

$$P_0 = \sqrt{T_0^2 - Q^2}$$

5. Передаваемая мощность патронами, кВт:

$$N = \frac{P_v*V}{75} .$$

Таблица исходных данных

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
F	Площадь поперечного сечения	м^2	0,04	0,06
$[\sigma_{сж}]$	Допустимое напряжение сжатия	Н/м^2	1000*10^5	1400*10^5
d	Наружный диаметр резьбы болта	м	0,03	0,5
d_1	Внутренний диаметр резьбы болта	м	0,025	0,4
I	Длина резьбы болта	м	0,03	0,5
P	Наибольшее удельное давление болта	Н/м^2	65*10^5	75*10^5
t	Шаг резьбы болта	м	0,003	0,004
f	Коэффициент трения между плашками и бурильной трубой	-	0,35	0,4
Q	Осевое усилие	Н	40000	120000
V	Окружная скорость	м/с	0,2	0,85

Расчет №11

Расчет фрикционной лебедки

1. Скорость вращения подъемного вала лебедки, мин$^{-1}$:

$$n_2 = n_1 \frac{d_1}{d_2} \varphi.$$

2. Скорость навивки каната на барабан, м/с:

$$V = \frac{(D+d)n_2}{60}.$$

3. Окружная скорость на ободе большого фрикционного колеса, м/с:

$$V_1 = \frac{\pi * d_2 * n_2}{60}.$$

4. Окружное усилие на ободе барабана, Н:

$$P = \frac{75 * N * \eta}{V}.$$

5. Окружное усилие на ободе фрикционного колеса, Н:

$$P_\phi = \frac{75 * N * \eta}{V_1}.$$

6. Необходимое усилие нажатия фрикционных колес друг на друга, Н:

$$Q = \frac{k * P_\phi * \sin\alpha}{f}$$

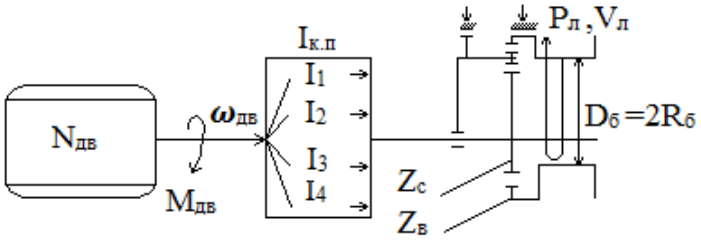
Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
n_1	Число оборотов приводного вала станка	мин$^{-1}$	80	
d_1	Диаметр малого фрикционного колеса	м	0,15	
d_2	Диаметр большого фрикционного колеса	м	0,8	
φ	Коэффициент скольжения при фрикционной передаче	-	0,98	
D	Диаметр барабана	м	0,22	
d	Диаметр каната	м	0,12	
N	Мощность электродвигателя станка	кВт	11	
η	КПД передачи от двигателя до барабана	-	0,8	
k	Коэффициент запаса	-	1,5	
α	Угол наклона боковых поверхностей клиньев	град	12	15
f	Коэффициент трения чугуна по стали	-	0,2	

Расчет №12

Анализ взаимосвязи мощности привода, конструктивных параметров и эксплуатационных характеристик планетарной лебедки бурового станка

1. Принципиальная расчетная схема



2. Основные расчетные формулы:

$$N_{\text{дв}} = 713 * M_{\text{дв}} * \omega_{\text{дв}}(\text{л.с.}) = 973 * M_{\text{дв}} * \omega_{\text{дв}}, \text{кВт}$$

$$M_{\text{Б}} = \frac{N_{\text{дв}}}{\omega_{\text{дв}}} * i_{\text{к.п.}} * \frac{Z_{\text{с}}}{Z_{\text{В}}}, \text{Н*м};$$

$$\text{Р}_{\text{л}} = \frac{M_{\text{Б}}}{R_{\text{Б}}}, \text{Н};$$

$$\omega_{\text{Б}} = \frac{N_{\text{ДВ}}}{M_{\text{Б}}} * \frac{i}{i_{\text{К.П.}}} * \frac{Z_{\text{В}}}{Z_{\text{С}}}, \text{об/мин};$$

$$V_{\text{Л}} = \omega_{\text{Б}} * 2\pi * R_{\text{Б}}, \text{м/мин}.$$

Таблица основных исходных данных

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменения	
			от	до
$N_{\text{дв}}$	Мощность двигателя	кВт л.с.	10 15	150 220
$\omega_{\text{дв}}$	Число оборотов двигателя	об/мин	1200	5000
$I_{\text{к.п.}}$	Передаточное число коробки перемены передач	-	1 (прямая передача)	10 (высшая передача)
$D_{\text{б}}$	Диаметр барабана лебедки	м	0,2	0,7
$Z_{\text{с}}$	Число зубьев солнечной шестерни лебедки	шт	50	150
$Z_{\text{в}}$	Число зубьев венца лебедки	шт	250	1500

3. Основные эксплуатационные характеристики лебедки

$P_{\text{л}}$ – рабочее усилие (грузоподъемность на прямом канате, кГс, Тс, кН, даН) на конкретной передаче ($P_{\text{л}1}$, $P_{\text{л}2}$, $P_{\text{л}3}$, …);
$V_{\text{л}}$ – скорость подъема груза (на прямом канате, м/мин) на конкретной передаче ($V_{\text{л}1}$, $V_{\text{л}2}$, $V_{\text{л}3}$, …).

4. Основное задание

4.1. Рассчитать и построить графики зависимости эксплуатационных характеристик лебедки ($V_{\text{л}}$, $P_{\text{л}}$) от конкретных параметров бурового станка: $Z_{\text{с}}$ и $Z_{\text{в}}$, $D_{\text{б}}$, i_{i}.

4.2. Рассчитать и построить графики зависимости мощности и механической характеристики ($\omega_{\text{дв}}$=F($N_{\text{дв}}$)) двигателя.

Расчет №13

Расчет талевой системы

1. Натяжение на струне талевой системы, Н:

$$P_m = \frac{P_л}{\beta^m}.$$

2. Натяжение каната наматываемого на барабан лебедки, Н:

$$P_л = Q * \frac{\beta^m(\beta-1)}{\beta^m-1}.$$

3. Натяжение закрепленного конца каната, Н:

$$P_m = Q * \frac{\beta-1}{\beta(\beta^m-1)}.$$

4. КПД талевой системы, Н:

$$\eta = \frac{1}{m} * \frac{(\beta^m-1)}{\beta^m*(\beta-1)}.$$

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
β	Коэффициент сопротивления узла одного ролика	-	1,03	1,04
m	Число струн талевой системы	шт	1	6
Q	Нагрузка на крюке	Н	15000	55000

Расчет №14

Расчет колонны бурильных труб на прочность

Сечение I-I

1. Напряжение растяжения, Н/м^2:

$$\sigma_{\text{р}} = \frac{Q_{\text{кр}}}{F}.$$

2. Напряжение кручения, Н/м^2:

$$\tau = \frac{M_{\text{б}}}{W_{\text{р}}}.$$

3. Крутящий момент при бурении, Н*м:

$$M_{\text{б}} = \frac{N_{\text{б}}}{\omega}.$$

4. Мощность, затрачиваемая на бурение, кВт:

$$N_{\text{б}} = N_{\text{тр}} + N.$$

5. Первый момент сопротивления, м^3:

$$W_{\text{р}} = 0{,}1 * \frac{d_{\text{н}}^4 - d_{\text{в}}^4}{d_{\text{н}}}.$$

6. Суммарное напряжение в сечение I-I:

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\sigma_{\text{р}}^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma_g].$$

Сечение II-II

7. Напряжение сжатия, Н/м^2:

$$\sigma_{\text{сж}} = \frac{P_{\text{ос}}}{F}.$$

8. Напряжение изгиба, Н/м^2:

$$\sigma_{\text{из}} = \frac{\pi^2 * E * D * f}{2 * 1^2}.$$

9. Напряжения кручения, Н/м^2:

$$\tau = \frac{M_{\text{б}}}{W_{\text{р}}}.$$

10. Мощность, затрачиваемая на бурение, кВт:

$$N_{\text{б}} = 1{,}5 * N_{\text{з}}.$$

11. Суммарное напряжение в сечение II-II, Н/м^2:

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{(\sigma_{\text{сж}} + \sigma_{\text{из}})^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma_g].$$

12. Запас статической прочности колонны:

$$n = \frac{\sigma_{\text{г}}}{\sigma_{\Sigma}} \geq 1{,}7.$$

13. Запас прочности по нормальным напряжениям:

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{из} * k_g}.$$

14. Запас прочности по касательным напряжениям:

$$n_\tau = \frac{\tau_г}{\tau}.$$

15. Суммарный запас прочности:

$$n_\Sigma = \frac{n_\sigma * n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 * n_\tau^2}}.$$

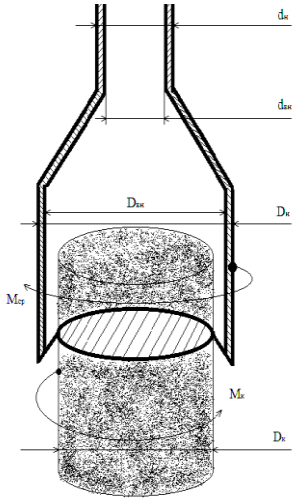
Таблица исходных данных

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
$Q_{кр}$	Нагрузка на крюке	Н	0	55000
F	Площадь опасного сечения	м^2	2,16*10^{-4}	7,06*10^{-4}
$M_б$	Крутящий момент при бурении	Н*м	70	6500
$W_р$	Полярный момент сопротивления	м^3	5,4*10^{-6}	10,6*10^{-6}
$N_б$	Мощность, затрачиваемая на бурение	кВт	1,5	70
$d_н$	Наружный диаметр бурильных труб	м	42	54
$d_в$	Внутренний диаметр бурильных труб	м	22	40
$P_{ос}$	Осевая нагрузка на забой	Н	0	120000
E	Модуль упругости	Н/м^2	0,7*10^{11}	2,1*10^{11}
D	Диаметр скважины	м	0,037	0,133
f	Стрела прогиба	м	0,01	0,025
I	Длина полуволны	м	5	30
$\boldsymbol{\omega}$	Угловая скорость вращения снаряда	с$^{-1}$	8,3	156
$N_{гр}$	Затраты мощности на вращение колонны бурильных труб	кВт	12	40
$N_з$	Затраты мощности на разрушение забоя	кВт	1,2	2,5
$[\sigma_g]$	Предел прочности материала, из которого изготовлены бурильные трубы	Н/м^2	230*10^5	683*10^5

Расчет №15

Сопоставление конструктивных характеристик бурового снаряда и параметров керна при срыве вращением

1. Принципиальная схема и таблица исходных расчетных данных



Пара-метр	Наименова-ние	Ед. изм.	Пределы изменения	
			от	до
$d_н$	Наружный диаметр бурильных труб	м	$32*10^{-3}$	$73*10^{-3}$
$d_{вн}$	Внутренний диаметр бурильных труб	м	$22*10^{-3}$	$59*10^{-3}$
$D_н$	Наружный диаметр колонковой трубы	м	$34*10^{-3}$	$219*10^{-3}$
$D_{вн}$	Внутренний диаметр колонковой трубы	м	$27*10^{-3}$	$203*10^{-3}$
$D_к$	Диаметр керна	м	$23*10^{-3}$	$199*10^{-3}$
$[\tau_{тр}]$	Прочность материала труб при кручении	МПа	162	284
$[\tau_к]$	Прочность горных пород при кручении	МПа	1,5	56,0

2. Основные аналитические зависимости.

Момент срыва керна $M_{ср}$ равен моменту реакции керна $M_к$, Н*м :

$$M_{ср} = [\tau_{тр}] * W_{тр} = [\tau_к] * W_к = M_к$$

где $W_{тр}$- момент сопротивления поперечного сечения труб, м^3:

а) бурильных труб:

$$W_{тр}^{б.тр} = \frac{\pi}{16} * \frac{d_н^4 - d_{вн}^4}{d};$$

б) колонковых труб:

$$W_{тр}^{к} = \frac{\pi}{16} * \frac{D_{н.к.т.}^4 - D_{вн.к.т}^4}{D_{н.к.т}};$$

$W_к$- момент сопротивления поперечного сечения керна, м^3:

$$W_к = \frac{\pi * D_к^4}{32}.$$

3. Основные аналитические задачи

3.1. Задайте некоторое значение прочности горной породы и материала труб. Постройте графики зависимости минимальных значений наружного диаметра бурильных труб (при постоянной толщине стенок) от диаметра керна.

3.2. При тех же условиях постройте график зависимости диаметра колонковой трубы от диаметра срываемого керна.

3.3. Задайте некоторый постоянный диаметр керна и материала труб. Постройте графики зависимости минимального диаметра бурильных труб от прочности горной породы.

3.4. При тех же условиях постройте график зависимости диаметра колонковой трубы от прочности горной породы.

3.5. Задайте диаметры труб и керна, постройте график зависимости необходимой прочности труб от диаметра срываемого керна.

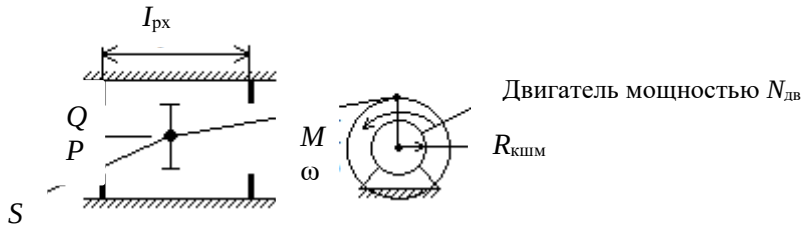
3.6. Задайте диаметры труб, прочность горной породы и постройте график зависимости необходимой прочности труб от диаметра срываемого керна.

3.7. Повторите расчеты 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6 при измененных начальных условиях.

Расчет №16

Анализ взаимосвязи мощности привода, конструктивных параметров и эксплуатационных характеристик бурового промывочного насоса

1. Принципиальная расчетная схема



2. Основные расчетные формулы

$$N_{дв} = K_i * M * \beta ,$$

где М – крутящий момент, кГс*м;
ω- частота вращения, об/мин;
$N_{дв}$- мощность двигателя (при K_1=973 кВт, а при K_2=713 л. с.).

$$Q = S * I_{рх} * \omega;$$

$$P = \frac{M}{R_{кшм}} * \frac{1}{S};$$

$$I_{рх} = 2 * R_{кшм} ,$$

где Q – расход промывочной жидкости, м^3/мин;
S – площадь поршня, м^2;
$I_{рх}$ – ход поршня, м;
P – рабочее давление в напорной магистрали, кГс/м^2
$R_{кшм}$ – радиус кривошипа, м.

3. Расчетно-аналитические задачи

3.1. При постоянной мощности асинхронного двигателя:
- Как влияет площадь поршня S на эксплуатационные характеристики насоса (построить графики $P=f_1(S)$ и $Q=f_2(S)$ для N=10, … 50 кВт).
- Как влияет радиус кривошипа и величина рабочего хода поршня на эксплуатационные характеристики насоса.

3.2. С изменяемой мощностью:
- До какой глубины возможно применение насоса с приводом 10, 20, …50 кВт, если гидросопротивления на каждые 100 м скважины при алмазном бурении (Q=300 л/мин) составляют 10 атмосфер, при твердосплавном бурении (Q=60 л/мин) 7 атмосфер, при шарошечном бурении (Q=100 л/мин) 15 атмосфер.

Расчет №17

Расчет эрлифта для откачки воды из скважины

Условия откачки:

- Проектный дебит откачки Q, м^3/ч.
- Глубина статического уровня в скважине h_0, м.
- Проектное понижение уровня воды при откачке $h_п$, м.
- Мощность водоносного горизонта m, м.
- Глубина залегания водоносного горизонта L, м.
- Конструкция эрлифта с расположением эрлифтных труб по схеме «рядом».

Расчетная схема представлена на рисунке.

1. Расчет глубины погружения смесителя

1.1 Определяется проектный динамический уровень воды в скважине, при откачке воды относительно излива:

$$h_g = h_0 + h_п + h_и ,$$

где h_g – проектный динамический уровень, м;

h_0– статический уровень, м;

$h_п$– проектное понижение уровня, при откачке ($h_п \leq 0{,}4\ m$), м;

m – мощность водоносного горизонта, м;

$h_и$ – высота расположения излива относительно устья скважины (0,5 м), м.

1.2. Определяется глубина погружения смесителя относительно уровня излива, при проектном динамическом уровне воды в скважине:

$$H = K + h_g ,$$

где H- погружение смесителя относительно уровня излива, м;

h_g- динамический уровень относительно излива, м;

K- коэффициент погружения смесителя.

Абсолютная величина коэффициента погружения смесителя K в зависимости от динамического уровня определяется опытным путем и поэтому принимается при расчетах согласно табл.1.

Таблица 1

Зависимость коэффициента погружения смесителя эрлифта от динамического уровня

h_g	70-40	60-20	30-10
K	1,4-1,6	1,7-2	2,5-3

2. Расчет расхода и давления воздуха, нагнетаемого в эрлифтную систему

2.1. Определяется удельный расход воздуха для откачки из скважины 1 м^3 воды:

$$W_0 = \frac{h_g}{C_0 * \log_{10} \frac{h_g * (K-1) + 10}{10}} ,$$

где W_0 – удельный расход воздуха, приводимый к 1 атм или 0,1 МПа, м^3/мин;

h_g– динамический уровень воды в скважине, м;

K – принятый коэффициент погружения смесителя;

C_0 – опытный коэффициент, зависящий от коэффициента погружения смесителя, принимается согласно табл. 2.

Таблица 2

Зависимость коэффициента C_0 от K

K	4	3,35	2,85	2,5	2,2	2	1,8	1,7	1,55
C_0	14,3	13,9	13,6	13,1	12,4	11,5	10	9	8

При расчете удельного расхода воздуха для откачки из скважины жидкостей, имеющих удельный вес больше единицы ($\gamma_ж > 1$), г/см^3, необходимо W_0 умножить на $\gamma_ж$.

2.2. Определяется полный расход воздуха для откачки воды из скважины с проектной производительностью Q, м^3/ч:

$$\sum W_0 = \frac{Q * W_0}{60},$$

где $\sum W_0$ – суммарный полный расход воздуха, приведенный к 1 атм или 0,1 МПа, м^3/мин;
Q – проектный дебит откачки, м^3/мин
W_0 – удельный расход воздух, приведенный к 1 атм или 0,1 МПа, м^3/мин.

3. Расчет необходимого давления и производительности для выбора компрессора

3.1. Определение необходимого давления сжатого воздуха, при спуске компрессора:

$$P_п = 0{,}01 * \left(K * (h_g - h_0\right) + P_1),$$

где $P_п$ – пусковое давление компрессора, МПа;
K – принятый коэффициент погружения смесителя;
h_g – динамический уровень воды в скважине, м;
h_0 – статический уровень воды в скважине, м;
P_0 – потери напора в воздухопроводах, при спуске компрессора: $P_1 = 1$ м. вод. ст.

3.2. Определение рабочего давления компрессора в процессе откачки воды из скважины:

$$P_р = 0{,}01 * (h_g * (K - 1) + P_2,$$

где $P_р$ – рабочее давление компрессора, МПа;
h_g – динамический уровень воды в скважине, м;
K – принятый коэффициент погружения смесителя;
$P_р$ – потери напора в воздухопроводах, при процессе откачки.

3.3.Определение рабочего расхода сжатого воздуха в процессе откачки воды из скважины с проектной производительностью Q, м^3/ч:

$$W_р = \sum W_0 * \frac{P_0}{P_p},$$

где $W_р$ – рабочий расход промывочной жидкости, м^3/мин;
$\sum W_0$ – полный расход воздуха, приведенный к 1 атм или 0,1 МПа, м^3/мин;
P_0 – атмосферное давление воздуха, P_0=0,1 МПа;

$P_р$ – рабочее давление сжатого воздуха, МПа.

3.4. Выбор компрессора для оборудования эрлифта.

Для откачки воды из скважины м проектной производительностью Q давление компрессора $P_к$ и производительностью компрессора $q_к$ выбирается согласно следующим условиям:

$$Р_к \geq Р_п; \quad P_к \geq Р_р; \quad q_к \geq W_р.$$

4. Расчет внутренних диаметров эрлифтных колон

4.1. Выбор скоростей движения потоков воздуха и аэрированной воды в эрлифтных колоннах труб.

Для устойчивой и эффективной работы эрлифта необходимо обеспечить следующие скорости движения потоков воздуха и аэрировонной воды в эрлифтных колоннах труб:

$V_в$ – скорость потока в воздухопроводной колонне труб:

$$V_в=10 \text{ м/с};$$

$V_с$ – скорость потока аэрированной воды в водоподъемной колонне труб над смесителем

$$V_с=(2\text{-}4) \text{ м/с};$$

$V_н$ – скорость потока аэрированной воды в водоподъемной колонне труб, перед изливом

$$V_н=(6\text{-}12) \text{ м/с}.$$

$V_с$ и $V_н$ зависят от h_g (чем больше h_g, тем больше $V_с$ и $V_н$).

4.2. Расчет площади сечения потока воздуха в воздухопроводной колонне:

$$\omega_в = \frac{W_р}{60 * V_в},$$

где $\omega_в$ – площадь сечения потока воздуха в воздухопроводной колонне, м^2;

$W_р$ – рабочий расход сжатого воздуха, м^3/мин;

$V_р$ – скорость потока воздуха в воздухопроводной колонне, м/с.

4.3. Расчет площади потока аэрированной воды в водоподъемной колонне

4.3.1. Определение расхода воды над смесителем:

$$q_c = \frac{Q}{360} + \frac{W_p}{60},$$

где $q_с$– расход аэрированной воды над смесителем, м^3/с;

Q – проектный дебит откачки, м^3/ч;

$W_р$ – рабочий расход сжатого воздуха, м^3/мин.

4.3.2. Расчет площади сечения потока аэрированной воды над смесителем:

$$\omega_с = \frac{q_с}{V_с},$$

где $\omega_с$ – площадь сечения потока над смесителем, м^2;

$q_с$ – расход потока над смесителем, м^3/ч;

$V_с$ – скорость потока над смесителем, м/с.

4.3.3. Определение расхода аэрированной воды перед изливом:

$$q_н = \frac{Q}{3600} + \frac{\sum W_0}{60},$$

где $q_н$ – расход аэрированной воды перед изливом, м^3/ч;

Q – проектный дебит откачки, м^3/ч;

$\sum W_0$– суммарный полный расход воздуха, приведенный к 1 атм или 0,1 МПа, м^3/мин.

4.3.4. Расчет площади сечения аэрированного воды перед изливом:

$$\omega_{н} = \frac{q_{н}}{V_{н}},$$

где $\omega_{н}$ – площадь потока перед изливом, м^3;

$q_{н}$ – расход потока перед изливом, м^3/ч;

$V_{н}$ – скорость потока перед изливом, м/с.

4.4. Расчет внутренних диаметров внутренних эрлифтных колонн

Внутренние диаметры эрлифтных колонн определяются на основании площадей сечений потоков воздуха в воздухопроводной колонне и аэрированной воды в водоподъемной колонне по формуле:

$$d = \sqrt{\frac{4\omega_{н}}{\pi}},$$

где d- внутренний диаметр трубы, м;

$\omega_{н}$- площадь сечения потока в трубе, м^2.

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
L	Глубина залегания водоносного горизонта	м	50	150
h_0	Статический уровень воды	м	8	26
$h_{н}$	Понижение уровня воды	м	1	5
Q	Дебит	м^3/ч	10	130
m	Мощность водоносного горизонта	м	2	14

Расчет №18

Цементирование скважин

Основная цель цементирования – получение прочного водогазонефте непроницаемого, концентрично расположенного в затрубном пространстве кольца цементного камня, который по всей высоте обеспечивал бы разобщение и надежную изоляцию вскрытых скважиной продуктивных горизонтов и зон осложнений.

Способ цементирования выбирается в зависимости от температуры в ее стволе, опасности поглощения при заданной высоте подъема цементного раствора и возникновения затрубных проявлений в период ОЗЦ для каждой конкретной скважины.

Расчет цементирования сводится к определению:

- потребного количества сухого цемента, воды, промывочной жидкости;
- конечного давления при цементировании и выбора типа и потребного количества цементировочных агрегатов и цементно-смесительных машин;
- продолжительности цементирования.

1. Определение потребного количества сухого цемента, воды, продавочной жидкости при цементировании обсадной колонны

1.1. Определение потребного количества цементного раствора, м^3:

$$V_{\text{п.р.}} = \frac{\pi}{4}\left[(k^2 \cdot D^2 - d^2) \cdot h_{\text{ц}} + h_0 \cdot d_{\text{в}}^2\right],$$

где k – коэффициент увеличения ствола скважины (k = 1,1÷1,25).

1.2. Определение удельного веса цементного раствора, г/с^3:

$$\gamma_{\text{ц.р}} = \frac{\gamma_{\text{ц}} \cdot \gamma_{\text{в}} \cdot (1+m)}{m \cdot \gamma_{\text{ц}} + \gamma_{\text{в}}},$$

где $\gamma_{\text{ц}}$, $\gamma_{\text{в}}$ - соответственно удельный вес сухого цемента и воды ($\gamma_{\text{ц}}$ = 3,15 г/см^3, $\gamma_{\text{в}}$ =1,0 г/см^3);

m – цементное отношение.

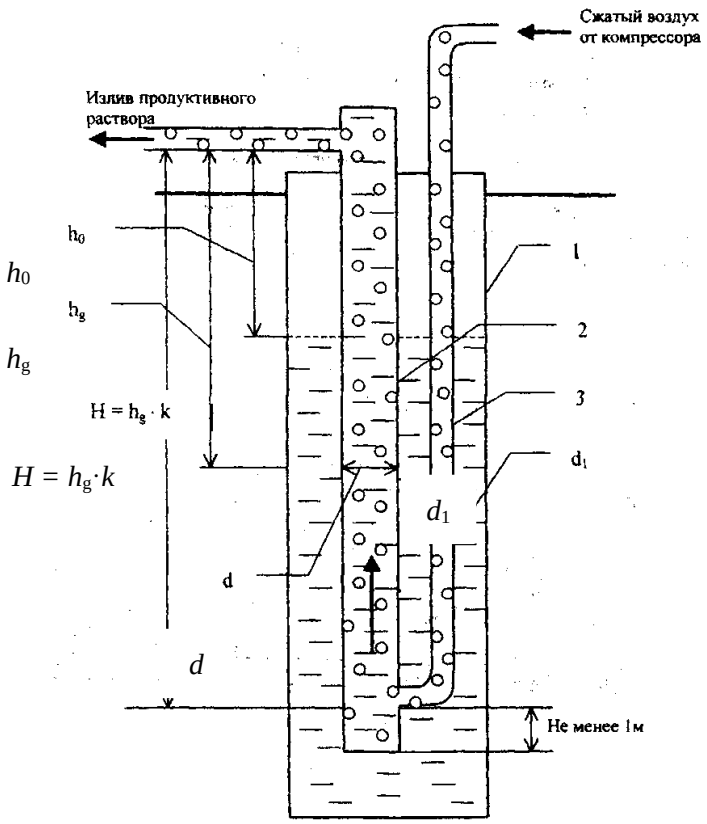


Схема эрлифта с расположением труб «рядом»:

1 – обсадные трубы; 2 – водоподъемные трубы; 3 – воздухопроводные трубы

1.3. Определение потребного количества сухого цемента, т:

$$Q_{\text{ц}} = e \cdot \frac{1}{1+m} \cdot \gamma_{\text{ц.р}} \cdot V_{\text{ц.р}} ,$$

где e – коэффициент, учитывающий потери сухого цемента при транспортировке и затворении (e = 1,03÷1,05).

1.4. Определение потребного количества воды для затворения цемента, м^3:

$$V_{\text{в}} = m \cdot Q_{\text{ц}} .$$

1.5. Определение объема продавочной жидкости, м^3:

$$V_{\text{пр}} = \Delta \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2_{\text{вн.ср}} \cdot (L - h_0) ,$$

где Δ - коэффициент, учитывающий сжатие жидкости (Δ = 1,03 ÷ 1,05).

Таблица исходных данных

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы измерений		Примечание
			от	до	
D	Диаметр долота	м	161	445	D (161, 172, 190, 214, 243, 269, 295, 320, 346, 370, 394, 445)
d	Диаметр обсадных труб	м	114	340	d (114, 127, 146, 168, 178, 194, 219, 245, 273, 299, 324, 340, 508)
δ	Толщина стенки обсадных труб	мм	6,5	12	
$d_{\text{вн.ср}}$	Средний внутренний диаметр обсадных труб	м	$(d-\delta)$		
$h_{\text{ц}}$	Высота подъема цементного раствора за колонной	м	50	4000	
h_0	Высота цементного стакана в колонне	м	20	20	
L	Глубина спуска обсадных труб	м	50	4000	

2. Определение конечного давления при цементировании

2.1 Определение давления в цементировочной головке в конце цементирования, атм:

$$P_{\max} = P_{\text{гидр}} + 0{,}1 \cdot \left[\left(L - h_{\text{ц}}\right)\gamma_{\text{г.р}} + \left(h_{\text{ц}} - h_0\right)\gamma_{\text{г.р}} - \left(L - h_0\right)\gamma_{\text{пр.ж}}\right] + (15 \div 20),$$

где $P_{\text{гидр}}$ – гидравлические сопротивления, атм.:

$$P_{\text{гидр}} = 0{,}01L + 8, (V_{\text{восх}} \leq 1 \text{ м/с и 1 агрегатом}),$$

$$P_{\text{гидр}} = 0{,}02L + 16, (V_{\text{восх}} > (1 \div 2)\text{м/с});$$

L – длина эксплуатационной колонны, м;

$h_{\text{ц}}$ - высота цементирования, м;

h_0 - высота цементного стакана, м;

$\gamma_{\text{г.р}}$ - плотность глинистого раствора, г/см^3;

$\gamma_{\text{п}}$ – плотность продавочной жидкости, г/см^3.

$(15 \div 20)$ - скачок давления на манометре в момент посадки продавочной пробки на упорное кольцо, атм.

Выбор ЦА $P_{\text{агр}} \geq P_{\max}$(выписываем характеристику ЦА – P и q).

2.2. Определение производительности цементировочного кольца агрегата в конце цементировочного агрегата в конце цементирования, м^3/с:

$$\sum q = \frac{\pi}{4} \cdot (K^2 \cdot D^2 - d^2) \cdot V_{\text{восх,}}$$

где K – коэффициент кавернозности;

$V_{\text{восх}}$ - скорость восходящего потока, м/с.

2.3. Определение необходимого количества цементировоч-ных агрегатов по скорости, шт:

$$n = \frac{\sum q}{q^{\text{v}}} + 1,$$

где $\sum q$ – необходимый расход для обеспечения заданной скорости поднятия цементного раствора за эксплуатационную колонну, м^3/с;

q^v – производительность выбранного агрегата на высшей скорости, л/с.

Характеристика 3ЦА-400

Скорость	Число двойных ходов поршня насоса в 1мин	*d* = 100 мм		*d* = 115 мм		*d* = 127 мм	
		подача, л/с	давление, атм	подача, л/с	давление, атм	подача, л/с	давление, атм
I	53,2	6,5	400	8,6	305	11,25	232
II	76,2	9,6	270	12,7	205	16,10	163
III	112,5	14,2	182	18,7	138	23,8	110
IV	156,0	19,7	131	26,0	100	33,0	79

Характеристика ЦА-320М

Режим работы	Скорость	Число двойных ходов поршня насоса в 1мин	*d* = 90 мм		*d* = 100 мм		*d* = 115 мм		*d* = 127 мм	
			подача, л/с	подача, л/с	давление, атм	давление, атм	давление, атм	давление, атм	давление, атм	давление, атм
Максимальная производительность	I	28	2,4	390	3,0	305	4,1	225	5,1	182
	II	54	4,5	202	5,8	159	7,9	117	9,9	95
	III	97	8,3	113	10,4	88	14,2	65	17,6	52
	IV	125	10,6	87	13,5	69	18,3	50	22,8	40
Максимальное давление	I	27	2,3	400	2,9	320	3,9	230	4,9	185
	II	41	3,5	231	4,4	182	6,0	134	7,5	109
	III	73	6,2	130	7,8	103	10,7	75	13,3	61
	IV	94	8,0	102	10,1	80	13,8	59	17,1	47

2.4. Определение количества цементно-смесительных машин, шт:

$$i = \frac{Q_{\text{ц}}}{20},$$

где $Q_{\text{ц}}$ - количество цемента, необходимое для цементирования эксплуатационной колонны, т.

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы измерений	
			от	до
D	Диаметр долота	м	161	445
d	Диаметр обсадных труб	м	114	340
L	Глубина спуска обсадной колонны	м	50	4000
$h_{\text{ц}}$	Высота подъема цементного раствора за колонной	м	50	4000
h_0	Высота цементного стакана в колонне	м	20	20
$\gamma_{\text{г.р}}$	Удельный вес глинистого раствора	г/см^3	1,2÷1,25÷ 1,3	
$\gamma_{\text{ц.р}}$	Удельный вес цементного раствора	г/см^3	1,9÷ 1,85 ÷ 1,8	
$\gamma_{\text{п}}$	Удельный вес продавочной жидкости	г/см^3	1,0÷ 1,25	
$V_{\text{восх.}}$	Скорость подъема восходящего потока цементного раствора в затрубном пространстве: - для кондукторов и технических колонн - для эксплуатационных колонн	м/с	 (0,6÷ 0,8) (1,2÷1,5)	
k	Коэффициент увеличения диаметра ствола скважины	-	1,1	1,25

3. Определение продолжительности цементирования обсадной колонны

Возможность начала закачки определяется следующим условием:

$$P^V > P_г,$$

где P^V – максимальное давление, развиваемое ЦА на наивысшей скорости, атм;
$P_г$ - давление на преодоление в скважине в скважине гидравлических сопротивлений, атм.

$$P_г = 0{,}01L + 8 \text{ (при } V_{восх} \leq 1 \text{ м/с)};$$

$$P_г = 0{,}02L + 16 \text{ (при } V_{восх} \leq 2 \text{ м/с)}.$$

Если условие не выполняется, выбираем ближайшую скорость, на которой

$$P_{агр} > P_г.$$

3.1. Определяем, сколько цементного раствора будет закачано на этих скоростях:

$$h_{ц.р}^{IV} = \frac{10(P_г - P^V)}{(\gamma_{ц.р} - \gamma_{гл.р})},$$

где $h_{ц.р}^{IV}$ - высота столба цементного раствора, который необходимо закачать на IV скорости, м;

P^V – давление, создаваемое насосом агрегата на V скорости.

Определяем объем раствора, закачанного на IV скорости, м^3:

$$V_{ц.р}^{IV} = \frac{\pi \cdot d_{вн.ср}^2}{4} \cdot h_{ц.р}^{IV},$$

Определяем объем цементного раствора, закачанного на V скорости, м^3:

$$V_{ц.р}^{V} = V_{ц.р} - V_{ц.р}^{IV}.$$

3.2. Определение высоты столба продавочной жидкости в колонне при работе агрегата на V скорости, м:

$$I_i^V == \frac{L \cdot (d_{вн}^2 + k^2 \cdot D_с^2 - d_{э.к}^2) + (k^2 \cdot D_с^2 - d_{э.к}^2) \cdot \frac{10(P_н^V - P_г)}{\gamma_{ц.р} - \gamma_{гл.р}} - \frac{4V_{ц.р}}{\pi}}{(k^2 \cdot D_с^2 - d_{э.к}^2)\frac{\gamma_{ц.р} - \gamma_{пр.ж}}{\gamma_{ц.р} - \gamma_{гл.р}} + d_{вн}^2}.$$

Определяем постоянные элементы для данной формулы:

$$a = L \cdot (d_{вн}^2 + k^2 \cdot D_с^2 - d_{э.к}^2);$$

$$b=(k^2 \cdot D_с^2 - d_{э.к}^2);$$

$$c = \frac{\gamma_{ц.р} - \gamma_{пр.ж}}{\gamma_{ц.р} - \gamma_{гл.р}};$$

$$Z = \frac{4V_{ц.р}}{\pi};$$

$$I_1^V = \frac{a + b \cdot \frac{10(P_н^V - P_г)}{\gamma_{ц.р} - \gamma_{гл.р}} - Z}{b \cdot c + d_{вн}^2}.$$

3.3. Определение высоты подъема цементного раствора за колонной на V скорости агрегата, м:

$$I_2^V = \frac{a + b \cdot \frac{10(P_{\text{н}}^V - P_{\text{г}})}{\gamma_{\text{ц.р}} - \gamma_{\text{гл.р}}} - Z}{b \cdot c + d_{\text{вн}}^2},$$

т. е.

$$I_2^v = \frac{Z - d^2(L - I_1^v)}{b}.$$

3.4. Высота столба продавочной жидкости на IV скорости агрегата, м:

$$I_1^{IV} = \frac{a + b \cdot \frac{10(P^{IV} - P^V)}{\gamma_{\text{ц.р}} - \gamma_{\text{гл.р}}} - Z}{b \cdot c + d_{вн}^2}.$$

3.5. Высота подъема цементного раствора за колонной на IV скорости агрегата, м:

$$I_2^{IV} = \frac{Z - d^2(L - I_1^{IV})}{b}.$$

3.6. Высота столба продавочной жидкости на III скорости агрегата, м:

$$I_2^{III} = \frac{a + b \cdot \frac{10(P^{III} - P^{IV})}{\gamma_{\text{ц.р}} - \gamma_{\text{гл.р}}} - Z}{b \cdot c + d_{\text{вн}}^2}.$$

3.7. Высота подъема цементного раствора за колонной, на III скорости агрегата, м:

$$I_2^{III} = \frac{Z - d^2(L - I_1^{III})}{b}.$$

3.8. Определяем количество продавочной жидкости, закачиваемой на различных скоростях агрегата, м^3:

$$V_{\text{пр}}^V = e \cdot \frac{\pi \cdot d_{\text{вн}}^2}{4} \cdot I_1^V;$$

$$V_{\text{пр}}^{IV} = e \cdot \frac{\pi \cdot d_{\text{вн}}^2}{4} \cdot (I_1^{IV} - I_1^V);$$

$$V_{\text{пр}}^{III} = e \cdot \frac{\pi \cdot d_{\text{вн}}^2}{4} \cdot (I_1^{III} - I_1^{IV});$$

$$V_{\text{пр}}^{II} = V_{\text{пр}} - V_{\text{пр}}^I - V_{\text{пр}}^{III} - V_{\text{пр}}^{IV} - V_{\text{пр}}^V;$$

$$V_{\text{пр}}^I = 2.$$

3.9. Определяем время работы одним агрегатом на разных скоростях, мин:

$$t^{\text{V}} = \frac{(V_{\text{ц.р}}^V + V_{\text{пр}}^V)}{q^V \cdot 60};$$

$$t^{IV} = \frac{(V_{\text{ц.р}}^{IV} + V_{\text{пр}}^{IV})}{q^{IV} \cdot 60};$$

$$t^{III} = \frac{(V_{\text{ц.р}}^{III} + V_{\text{пр}}^{III})}{q^{III} \cdot 60};$$

$$t^{II} = \frac{(V_{\text{ц.р}}^{II} + V_{\text{пр}}^{II})}{q^{II} \cdot 60};$$

$$t^{I} = \frac{(V_{\text{ц.р}}^{I} + V_{\text{пр}}^{I})}{q^{I} \cdot 60}.$$

3.10. Общее время цементирования, мин:

$$T' = t^{\text{I}} + t^{\text{II}} + t^{\text{III}} + t^{\text{IV}} + t^{\text{V}}.$$

С учетом подготовительно-заключительных работ

$$T_{\text{ц}} = T' + 15 \text{ мин.}$$

3.11. Определяем температуру на забое скважины, ℃:

$$t_{\text{заб}} = t_{\text{ср}} + 0{,}025L,$$

где $t_{\text{ср}}$ – среднегодовая температура воздуха, ℃,

L – глубина скважины, м.

3.12. Определяем количество агрегатов, шт:

По времени схватывания

$$n_{ЦА} = \frac{T}{0{,}75T_{\text{скв}}} + 1,$$

по скорости

$$n = \frac{\sum q}{q^{\text{v}}} + 1,$$

где $\sum q$ – необходимый расход для обеспечения заданной скорости поднятия цементного раствора за эксплуатационную колонну, л/с;

q^{v} – производительность выбранного агрегата на высшей скорости, л/с.

ЛИТЕРАТУРА

Основная:

1. Технология бурения разведочных скважин / А. Г. Калинин, В. И. Власюк, О. В. Ошкордин, Р. М. Скрябин. - М.: Техника, ТУМА ГРУПП, 2004. - 528 с.
2. Башкатов Д. Н., Кривошеев В. В., Соловьев Н. В. Бурение разведочных скважин: учебник для вузов. - М.: Высшая школа, 2007.
3. Гусман А. М., Порожский К. П. Буровые комплексы. Современные технологии и оборудование. – Екатеринбург, 2002. - 592 с.

Дополнительная:

1. Ошкордин О. В. Технологическое проектирование в разведочном бурении на твердые полезные ископаемые: учебное пособие. – Екатеринбург: УГГГА, 1994.
2. Калинин А. Г., Ошкордин О. В. Разведочное бурение. – М.: Недра, 2000.
3. Михайлова Н. Д. Техническое проектирование колонкового бурения. – М.: Недра, 1985.
4. Ганджумян Р. А. Практическое расчеты в разведочном бурении. – М.: Недра, 1986.
5. Поляков Г. Д., Булгаков Е. С. Проектирование, расчет и эксплуатация буровых установок. – М.: Недра, 1983.
6. Кирсанов А. Н., Зиненко В. П., Кардыш В. Г. Буровые машины и механизмы. –М.: Недра, 1986.
7. Элияшевский И. В., Орсуляк А. М. Типовые задачи и расчеты в бурении. – М.: Недра, 1974.
8. Справочник по бурению и оборудованию скважин на воду /под общей ред. В. В. Дубровского – Второе издание, перераб. и доп. – М.: Недра, 1972.
9. Справочник по бурению скважин на воду / под общей ред. Д. Н. Башкатова. – М.: Недра, 1979.
10. Справочник инженера по бурению геологоразведочных скважин /авторский колл.; гл. ред. проф. Е. А. Козловский. – СПб, 2000.

Министерство образования и науки
Российской Федерации
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

Г. А. Усов, Ф. П. Сердюков, С. В. Холкин

Методическое пособие
к комплексу практических работ
по дисциплине «Буровые станки и бурение скважин»

для студентов направления
05.03.01 Геология

очного обучения

Приборы, методика оценки параметров

Екатеринбург
2021

ВВЕДЕНИЕ

За последние годы в разведочном колонковом бурении достигнуты значительные успехи по улучшению качества и совершенствовании составов промывочных жидкостей. Этому в большой степени способствовало применение прогрессивных способов бурения малыми диаметрами и увеличение глубин скважин.

При бурении разведочных скважин стали широко применяться малоглинистые и безглинистые промывочные жидкости, аэрированные растворы, активные промывочные жидкости с улучшенными смазочными свойствами. Значительное внимание стало уделяться реологии промывочных жидкостей.

В связи с этим расширился ассортимент приборов для оценки качества промывочных жидкостей и были разработаны новые методы их определения.

Настоящие методические разработки имеют цель ознакомить студентов со всеми приборами и методами оценки структурно-механических, реологических и смазочных свойств промывочных жидкостей, применяемых в разведочном бурении.

В соответствии с ГОСТ 8.002-71 все средства измерений должны пройти государственную или ведомственную поверку. На пригодный к измерениям прибор выдается свидетельство или наносится клеймо с указанием даты поверки.

Приборы и методы оценки структурно-механических свойств промывочных жидкостей

Основными структурно-механическими свойствами промывочных жидкостей являются:

1) удельный вес, г/см^3;
2) условная вязкость, с ;
3) водоотдача, см3 за 30 мин;
4)содержание песка, %;
5)стабильность, г/см3;
6)суточный отстой, %;
7) статическое напряжение сдвига, Па ;
8)динамическое напряжение сдвига, Па ;
9)пластическая или структурная вязкость, Па . с;
10) эффективная вязкость, Па · с;

Первые шесть параметров определяются непосредственно на буровых вышках с помощью приборов и лабораторной посуды, входящих в комплект переносной лаборатории ЛРГ-3. Приборы и лабораторная посуда размещены в специальном деревянном ящике с гнездами и креплениями для каждого предмета, входящего в комплект лаборатории.

Статическое и динамическое напряжение сдвига, а также пластическая и эффективная вязкость определяются в стационарных лабораториях геологоразведочных партий и экспедиций с помощью приборов СНС-2 и ВСН-3.

АРЕОМЕТР АГ-2
НАЗНАЧЕНИЕ

Ареометр АГ-2 предназначен для измерения удельного веса глинистых и цементных растворов, применяющихся при бурении скважин.

ОПИСАНИЕ АРЕОМЕТРА

Ареометр АГ-2 (рис. 1) состоит из поплавка 3 со шкалой 2, соединяющегося на байонете 4 с мерным стаканом 5, и съемного груза 6, крепящегося к стакану. В комплекте с ареометром поставляется ведро-футляр 1 с крышкой, в котором он укладывается между резиновыми гнездами.

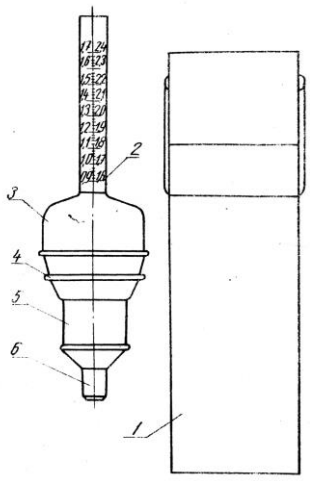


Рис. 1. Ареометр АГ-2 в сборе и ведро-футляр

Техническая характеристика

Ареометр АГ-2 имеет два предела измерения: от 0,90 до 1,70 г/см^3 - при навернутом съемном грузе, от 1,60 до 2,40 г/см^3 - при снятом съемном грузе.

Цена деления ареометра на шкале.....0,02
Точность измерения,
г/см^3……...…….....……...…. ±0,01
Габаритные размеры, мм:
ареометра.....100х450
ведра-футляра.....120х480
Вес комплекта, кг.....2

ИНСТРУКЦИЯ ПО ПРОИЗВОДСТВУ ИЗМЕРЕНИЯ

Подготовка прибора к измерению

Подготовку прибора к измерению следует производить в следующей последовательности:

открыть крышку ведра и вынуть ареометр, налить воду в ведро (рекомендуется применять чистую пресную воду, так как в этом случае получаются наиболее точные результаты измерения и не требуется вносить поправку на удельный вес воды), поворотом поплавка относительно мерного стакана открыть байонетный затвор и отделить стакан от затвора,

проверить чистоту мерного стакана и поплавка и при надобности вымыть их водой.

Проверка прибора

Проверку прибора следует производить в следующей последовательности:

налить в мерный стакан ареометра воду до края гофра, соединить поплавок с мерным стаканом, выдавив при этом избыток воды из него, и погрузить собранный ареометр в воду. Стакан заполняется той же водой, что и ведро.

При пресной воде ареометр должен погрузиться под уровень воды в ведре до деления на шкале поплавка, обозначенного "1,0", при навернутом съемном грузе, с точностью >0,005 г/см^3 (четверть деления).

Если удельный вес воды больше 1,00 г/см^3 (морская вода, соленая, буровая), то ареометр погрузится на несколько делений ниже деления, обозначенного "1,0". В этом случае к результатам измерений удельного веса глинистых растворов необходимо прибавить поправку, определяемую как разность между 1,00 и показанием ареометра, заполненного водой.

Ниже приводится пример измерения.

Измерение производится погружением ареометра в морскую воду. Ареометр, заполненный морской водой, при погружении в эту же воду показал на шкале 0,96. Поправка составляет 1,00-0,96=0,04г/см^3

При измерении удельного веса глинистого раствора при погружении в эту же морскую воду показание было 1,41. Истинный удельный вес раствора получается прибавлением поправки, а именно:

$$1{,}41 + 0{,}04 = 1{,}45 \text{ г/см}^3$$

Измерение удельного веса

Измерение удельного веса при помощи ареометра АГ-2 следует производить в следующей последовательности.

Принести в вымытой крышке ведра пробу раствора и перемешать её.

Налить в мерный стакан ареометра раствор до края гофра. Стакан держать в вертикальном положении.

Соединить поплавок со стаканом - вставить штифты на нижней части поплавка в байонетные прорези мерного стакана и повернуть поплавок относительно стакана слева направо до упора. При этом из стакана выдавить избыток раствора. Таким образом отмерится объем пробы.

Смыть водой выдавленный раствор с поверхности мерного стакана, удерживая ареометр в вертикальном положении.

Погрузить ареометр в ведро с водой, дать ему успокоиться и прочесть показание по шкале ареометра на уровне воды в ведре

При навернутом съемном грузе отсчет вести по левой шкале с оцифровкой от 0,9 до 1,7 г/см^3. Если ареометр при навернутом съемном грузе погрузился выше последнего оцифрованного деления на шкале - 1,7 г/см^3, то следует снять груз и отсчет вести по правой шкале с оцифровкой от 1,6 до 2,4 г/см^3.

При погружении ареометра в соленую, морскую или буровую воду обязательно вносить поправку, как указано выше.

После окончания измерения ареометр следует вымыть, насухо вытереть и положить в тумбочку.

Крышку ведра вымыть и закрыть её ведром с водой. При частых намерениях воду из ведра можно не выливать, но обязательно следует следить за её чистотой.

2. ВИСКОЗИМЕТР СПВ-5

Назначение:

Стандартный полевой вискозиметр СПВ-5 предназначен для определения условной вязкости глинистого раствора. Вязкость определяется в секундах времени истечения 500 см^3 раствора из стандартной воронки через трубку диаметром проходного сечения 5 мм и длиной 100 мм при заполнении воронки 700 см^3 раствора.

Комплект вискозиметра (рис. 2) состоит из стандартной воронки и мерной кружки.

В верхнюю часть воронки встроена сетка для очистки раствора от крупных твердых частиц. Воронка заканчивается латунной трубкой с калиброванным отверстием.

Мерная кружка имеет два отделения.

Техническая характеристика

Размеры воронки, мм:
Высота.....400
верхний диаметр.....150
время истечения из воронки 5ООсм3 воды, с.....15-+0,4
Объем мерной кружки, $см^3$:
первого отделения.....500
второго отделения.....200
Размеры кружки, мм.....70х190

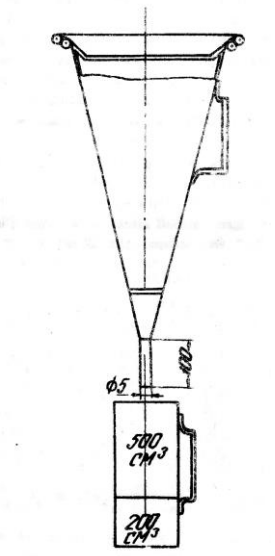


Рис. 2. Вискозиметр СПВ – 5 с кружкой

ИНСТРУКЦИЯ ПО ПРОИЗВОДСТВУ ИЗМЕРЕНИЙ

Определение условной вязкости глинистых растворов при помощи вискозиметра СПВ-5 следует производить в следующей последовательности:

a) промыть воронку вискозиметра и кружку водой и подготовить пробу раствора;

b) закрыть отверстие трубки пальцем правой руки и налить в воронку через сито 700 $см^3$ испытуемого раствора мерной кружкой - 500 $см^3$ и 200 $см^3$

c) подставить кружку объемом 500 $см^3$ под трубку вискозиметра, слить в нее часть раствора и влить обратно его в воронку. Повторить эту операции два-три раза;

d) подставить кружку объемом 300 $см^3$ под трубку вискозиметра и одновременно открыть отверстие трубки, убрать палец, и пустить левой рукой секундомер;

e) в момент заполнения кружки до края остановить секундомер, закрыть отверстие трубки пальцем и прочесть показание секундомера;

f) для определения условной вязкости испытуемого раствора провести 10-15 замеров и, применяя распределение Стьюдента, определить среднее значение /Ā/ и доверительный интервал /6/ при выбранной вероятности /Р/;

g) вымыть и вытереть воронку и кружку и вложить их в ящик лаборатории в соответствующие гнезда.

3. ПРИБОР ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЙ ВОДООТДАЧИ ГЛИНИСТЫХ РАСТВОРОВ ТИПА ВМ-6

Назначение:

Прибор ВМ-6 предназначен для определения фильтруемости водоотдачи глинистых растворов в производственных условиях бурения.

Показатель водоотдачи глинистых растворов представляет собой количество фильтрата в см3, выделяющегося в течение 30 мин под избыточным давлением в 1 кг/см3 при диаметре фильтра 75 мм.

Показатель водоотдачи характеризует способность глинистого раствора отдавать свободную воду под давлением через пористую перегородку в пласт и образовывать на этих перегородках глинистую корку.

Прибор градуирован в кубических сантиметрах при диаметре фильтра 75 мм.

При измерении водоотдачи раствора одновременно определяют толщину образующейся на фильтре глинистой корки.

Описание конструкции

Прибор ВМ-6 (рис. 3.) состоит из трех основных узлов; фильтрационного стакана 6 с принадлежностями, напорного цилиндра 4 и Кронштейна 13.

Фильтрационный стакан 6 на верхнем конце имеет горловину с наружной резьбой и отверстием. Нижний конец его имеет расточку

диаметром 53 мм, выточку под решетку фильтра и наружную резьбу М68х3 под поддон 10, которым крепится решетка 7.

Для предупреждения проворачивания решетки и поддержания в связи с этим фильтровальной бумаги на решетке сделан пав под выступ, имеющийся в выточке фильтрационного стакана. В нижней части поддона 10 имеется резьба, в которую ввернут винт 11 с перекидной ручкой 12. В поддон вложен клапан 9 с резиновой прокладкой, который винтом 11 прижимается к решетке 7 и таким образом запирает отверстие.

При определенной водоотдачи раствор наливается в стакан с закрытой клапаном решеткой и вложенной фильтровальной бумагой.

Узел напорного цилиндра состоит из собственно цилиндра 4 в ввернутой в него на красно-медной прокладке втулкой и напрессованной в горячем виде чашкой, плунжера 1, притертого по втулке, и груза-шкалы 3, укрепленного на плунжере. Шкала нанесена на прозрачную пластмассу (оргстекло) и прикреплена к грузу винтами; шкала прикрывает сквозную прорезь на снятой вдоль груза лыске. Сквозь эту прорезь видна отсчетная риска 2 на верхнем конце втулки цилиндра.

Для установки шкалы прибора на ноль и для спуска масла из цилиндра в нижней части цилиндра имеется отверстие, перекрываемое иглой 5. Масло из этого отверстия сливается в чашку.

Нижний конец цилиндра имеет внутреннюю резьбу для соединения с фильтрационным станком. Для уплотнения места соединения цилиндра со стаканом предусмотрена прокладка из маслостойкой резины, которая меняется по мере износа. Размеры прокладки: наружный диаметр - 35 мм, диаметр отверстия - 20 мм, толщина 3 * 4 мм.

Кронштейн 13 литой, в нижней части его предусмотрено место для чашки, в которую стекает фильтрат. Кронштейн стоит на трех резиновых ножках 14. В кольцо 10 кронштейна вставляется прибор в собранном виде.

Техническая характеристика

Предел измерения за 30 мин при диаметре фильтра 75 мм, $см^3$..... 40
Цена деления шкалы при диаметре фильтра 75 мм, $см^3$..... 1
Точность измерения, $см^3$.....±0,5
Давление фильтрации, Па 9,81*104
фактический диаметр фильтра, мм …….....53
Габаритные размеры, мм……..…….....120x160x360
Вес (без упаковки),
кг…….....……..0,7

Принцип действия:

Испытуемый раствор наливается в фильтрационный стакан 6, (рис. 3) с фильтром на решетке 7; закрытым клапаном 9, впредь до открытия которого фильтрация не начинается. На фильтрационный стакан навернут цилиндр 4, заполненный поверх раствора маслом. В этот цилиндр входит плунжер 1 с грузом-шкалой 3, создающий давление фильтрации 98066,5 Па фильтрация начинается после открытия клапана 9.

По мере фильтрации объем пробы раствора в фильтрационном стакане уменьшается на количество выделившегося фильтрата и плунжер под действием груза соответственно опускается. Количество выделившегося фильтрата определяется по перемещениям плунжера, градуированным на шкале в см3.

В притертой паре плунжер-втулка возникает трение, влияющее на постоянство давления фильтрации. Для устранения трения плунжер необходимо периодически вращать рукой. С целью уменьшения этих вращений в плунжере имеется глухое сверление - воздушный буфер.

Принцип действия прибора обеспечивает:

a) точное определение момента, начала фильтрации при помощи запорного клапана на решетке фильтра;
b) точное измерение количества фильтрата, которое выделяется за любой промежуток времени;
c) постоянство давления с момента начала фильтрации.

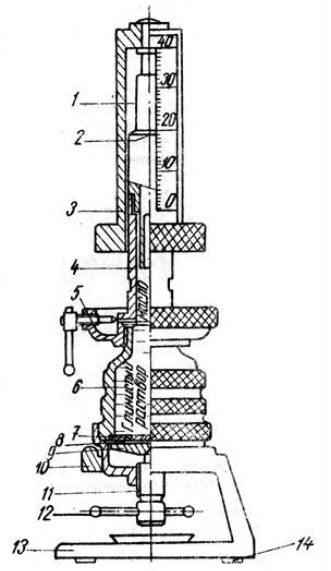


Рис. 3. Прибор ВМ-6 в сборе

Подготовка прибора к работе

Для предупреждения ржавления прибор ВМ-6 при упаковке на заводе смазывается снаружи и внутри вазелином. При длительном хранении в неблагоприятных условиях вазелин может загустеть и частично окислиться, в результате чего плунжер

будет трудно вынуть из цилиндра. Поэтому по получении со склада прибор следует разобрать в следующем порядке:

a) отвернуть цилиндр от стакана;

вынуть плунжер из цилиндра (при необходимости плунжер можно извлечь осторожными ударами деревянного молотка по его нижнему концу);

b) вывернуть винт из поддона;
c) вывернуть стакан из поддона и извлечь решетку и клапан.

Все детали прибора вымыть бензином или горячей водой и насухо вытереть, а плунжерную пару вымять керосином и смазать маслом. Не смазанный маслом плунжер во втулку не вставлять.

Чтобы убедиться в исправности прибора, необходимо проверить:

a) резьбовые соединения (при надобности их следует расходить, чтобы они легко заворачивались от руки);
b) герметичность плунжерной пары и места соединения цилиндра со стаканом;
c) плавность движения плунжера.

Проверка герметичности производится следующим образом:

a) в собранный фильтрационный стакан с вложенной в него фильтровальной бумагой и закрытым на решетке фильтра клапаном наливается густой глинистый раствор;
b) стакан устанавливается в кронштейне и на него навертывается цилиндр без плунжера;
c) цилиндр заполняется маслом до верха, после чего в него вставляется плунжер;
d) с помощью иглы из цилиндра спускается масло, и нулевое деление на шкале подводится к риске на цилиндре. При такой операции плунжер следует вращать рукой;
e) места резьбовых соединений и поверхность цилиндра должны быть насухо вытерты, чтобы можно было обнаружить места утечки;
f) периодически вращая плунжер, в течение 30 минут наблюдают за его показаниями, В исправном приборе заметного изменения показаний не должно быть; максимальное изменение может быть не более 1/2 деления.

Если утечка больше 1/2 деления, то необходимо выявить место утечки. Утечка может быть в плунжерной паре, местах крепления втулки к цилиндру и соединения цилиндра со стаканом, в местах неплотного прилегания клапана, в месте прижатия решетки к стакану.

Об утечке в плунжерной паре и в месте крепления втулки к цилиндру свидетельствуют подтеки, появляющиеся в верхней части цилиндра, который до пуска прибора в работу должен быть чисто вытерт.

Утечки в месте соединения цилиндра со стаканом легко обнаруживается по появлению масла под резьбой. Это место также должно быть тщательно вытерто. Ликвидировать утечку можно сменой прокладки

или подтягиванием резьбы. Слишком туго затягивать резьбу не следует, так как при этом прокладка может иногда выворачиваться.

Утечки через клапан в месте прижатия решетки к стакану не оказывают влияния на работу прибора, но при проверке на герметичность их необходимо устранять, для этого клапан следует туго прижать.

Утечки через место прижатия решетки к стакану обнаруживается по появлению раствора или фильтрата на выходе резьбы.

Плавность движения плунжера проверяется при промытой и смазанной машинным маслом плунжерной паре и заключается в том, что плунжер с любого положения должен свободно и равномерно опускаться без поворачивания. Если плунжер задерживается или движется очень медленно, его следует вновь промыть керосином и смазать маслом, после чего расходить во втулке.

ПРОМЫВАТЬ ПЛУНЖЕРНУЮ ПАРУ БЕНЗИНОМ НЕЛЬЗЯ - ЭТО МОЖЕТ ВЫЗВАТЬ ЗАЕДАНИЕ!

ИНСТРУКЦИЯ ПО ПРОИЗВОДСТВУ ИЗМЕРЕНИЯ

Измерения водоотдачи должно быть произведено при температуре не ниже 10 °С , так как при более низких температурах водоотдача раствора уменьшается.

Работу по определению водоотдачи глинистых растворов следует вести в следующей последовательности:

1. Установить прибор на ровной поверхности.
2. Вынуть плунжер из цилиндра и положить рядом с кронштейном.
3. Отвернуть цилиндр, проверить, закрыта ли игла, и положить цилиндр на тумбочку.
4. Разобрать стакан - вывернуть из поддона, вынуть решетку и клапан - вытереть насухо все детали.
5. Взять заготовленный кружок фильтровальной бумаги, смочить его водой и наложить на решетку, после чего удалить избыток воды с поверхности бумаги, промокнув её сухим кружком. При непрочной фильтровальной бумаге следует положить на решетку два кружка.
6. Решетку с фильтровальной бумагой вложить в выточку стакана, бумагой внутрь так, чтобы паз на решетке попал на штифт в выточке стакана. Наложить на решетку клапан и навернуть поддон на стакан. Винт, крепящий клапан, должен быть вывернут. Вставить собранный стакан в кронштейн и прочно затянуть руками резьбу, после

чего клапан закрыть винтом.

7. Подготовить секундомер и положить его рядом с прибором.
8. Взять ведро с пробой раствора, последнюю тщательно пере-мешать и налить в стакан кружкой от вискозиметра (стороной объемом 200 $см^3$). После окончания вытереть резьбу стакана. Стакан следует заполнить на 3-4 мм ниже края горлышка.
9. Навернуть цилиндр на стакан, предварительно проверить исправность прокладки.
10. Налить в цилиндр машинное масло (масло должно быть не очень густым; слишком густое масло разбавляется керосином). Масло наливается на внутренний край цилиндра так, чтобы оно стекало по стенкам цилиндра. Масло следует наливать до такого уровня, чтобы до верхнего края втулки оставался 1 см.
11. Вставить плунжер в цилиндр. При этом плунжер за счет сжатия воздуха в его плотности просядет на 2-3 см.
12. Приоткрыть спускную иглу и, вращая плунжер рукой за накатку на грузе, подвести нулевое деление на шкале к отсчетной риске на верхнем крае втулки цилиндра.

Неопытному исполнителю это не всегда удается, и нулевое деление опускается ниже риски. В этом случае надо записать показание по шкале против риски, принять его за нуль и из всех следующих показаний вычитать нулевое показание (например: нулевое показание 1,5 $см^3$, показание за 30 минут - 23 $см^3$. Вычитая из 23см3 1,5 $см^3$, получаем 21,5 $см^3$).

Нулевое деление может опускаться ниже риски и в случае определения водоотдачи раствора, насыщенного газом (из-за сжатия газа в растворе под давлением). Если в этом случае нулевое деление опустится ниже риски не более чем на шесть делений и водоотдача у раствора будет небольшая, то следует пользоваться тем же приемом, что и в первом случае, т.е. из показаний вычитать нулевое показание.

Если же нулевое деление опустится ниже, чем на десять делений, то следует вынуть плунжер, перевернуть его, залить его полость маслом, прикрыть отверстие пальцем и вновь вставить в цилиндр. В этом случае шкала остановится на 6-8 делений выше, чем при незаполненной полости плунжера.

Примечание. Операции, перечисленные в пунктах 7, 8, 9, 10 и 11 следует производить быстро, так как при нестабильных растворах за время от момента налива раствора в стакан до момента начала фильтрации может образоваться осадок, из-за чего исказится результат измерения.

13. Взять в левую руку секундомер, а правой открыть клапан, вывернув винт на один - два оборота. В момент открытия клапана пустить секундомер.

14. При производственных измерениях достаточно веять один отсчет через 30 минут. В течение этого времени периодически вначале чаще, вращать плунжер за накатку на грузе.

При взятии отсчетов глаз исполнителя должен находиться на уровне отсчетной риски на втулке цилиндра и на расстоянии от нее около 30-40 см.

15. После взятия отсчета открыть спускную иглу, выпустив масло из цилиндра и опустить плунжер с грузом. После этого при открытой игле вынуть плунжер с грузом. После этого при открытой игле вынуть плунжер из цилиндра и, если его конец запачкан раствором, смыть последний.

16. Закрыть иглу, отвернуть цилиндр со стакана и слить масло из чашки цилиндра в бачок для масла.

17. Промыть фильтрационный стакан, не разбирая его. Для этого подставить его горлышко под слабую струю воды; масло при этом всплывет и уйдет ив стакана вместе с водой и раствором. Затем вылить воду и остаток раствора из стакана и разобрать его.

18. Поставить стакан на ладонь левой руки так, чтобы он опирался на нее краями, а не решеткой, и легкими ударами правой ладони по горлышку выбить корку с решеткой.

Если корка прочно прилипла к стенкам стакана, её следует выдуть ртом.

19. Смерить толщину корки и записать.

20. Вымыть и вытереть детали фильтрационного стакана и собрать их.

Вымыть и вытереть цилиндр; проверить, не загрязнена ли внутренняя поверхность втулки цилиндра глинистым раствором, прочистить втулку, смазать её маслом и навернуть цилиндр на стакан.

Вставить смазанный маслом плунжер в цилиндр и установить прибор на кронштейн.

21. Прибор следует хранить в собранном виде, в защищенном от пыли месте - в ящике переносной лаборатории или в шкафу.

Примечание: 1. Так как прибор точно воспроизводит кинетику процесса фильтрации, т.е. зависимость количества выделившегося фильтрата по времени, и так как эта зависимость, изображенная в логарифмических координатах, представляет собой прямую линию, то на приборе ВМ-6 можно производить фильтрацию в течение 10-15 минут с последующей экстерполяцией по графику. Для этого в комплекте прибора поставляются бланки со специальной логарифмической сеткой.

В этом случае за время определения следует взять не менее двух отсчетов - один за 2 или 3 минуты фильтрации и второй за 10 или 15 минут. Полученные отсчеты наносятся на бланк, который разграфлен девятью вертикальными линиями на минуты (левая крайняя линия соответствует 1-ой минуте, следующие - 2-ой, 3-ей, 4-ой, 5-ой, 10-ой, 15-оР, 20-ой и 30 минутам), горизонтальными линиями на кубические сантиметры (от 1 до 100 $см^3$). Часть этих линий обозначена цифрами, соответствующими числу кубических сантиметров.

На вертикальной линии, соответствующей 2-ой минуте, в месте её пересечения с горизонтальной линией, соответствующей отсчитанному числу кубических сантиметров, ставится точка. Таким же образом наносится точка, соответствующая отсчету за 10 и 15 минут. Через полученные две точки карандашом проводится прямая линия до пересечения с правой крайней вертикальной линией, соответствующей 30-ти минутам

фильтрации.

По шкале горизонтальных линий отсчитывается величина водоотдач в кубических сантиметрах за 30 минут фильтрации, поскольку за единицу водоотдачи глинистых растворов принято количество фильтрата, выделяющегося из раствора за 30 минут через фильтр диаметром 75 мм.

Пользуясь этим приемом, можно сократить время фильтрации до 10 минут и, кроме того, определять водоотдачу раствора большую, чем 40 $см^3$ за 30 минут.

Ошибка в определении водоотдачи за 30 минут по 10-минутному замеру не превышает 0,5 $см^3$ при водоотдачах до 20 $см^3$ и не больше 2 $см^3$ при больших водоотдачах.

Для сопоставления результатов измерения водоотдачи прибором ВМ-6 с другими приборами, градуированными в кубических сантиметрах, при фильтре диаметром 75 мм, необходимо применять нерасчетный коэффициент. Последний определяется как отношение площадей фильтрации, так как количество фильтрата прямо пропорционально площади фильтрации.

4. ОТСТОЙНИК - ОМ

Назначение:

Металлический отстойник ОМ-2 предназначен для определения процента содержания песка в глинистом растворе.

Содержание в глинистом растворе твердых частиц разбуренных пород и нерастворенных комков глины определяется процентом песка в пробе раствора, отстоенного за одну минуту покоя в отстойнике из пробы разжиженной водой в отношении 1:9.

Описание прибора:

Отстойник ОМ-2 (рис.4) представляет собой цилиндрический сосуд 2 с плотной крышкой 1, в нижней части которого укреплена сменная бюретка 3, защищенная чехлом. В верхней части цилиндра на уровне объема 500 $см^3$ имеется отверстие Ø 3 мм.
Крышка отстойника служит для отмеривания раствора.
Крепление бюретки 3 осуществляется при помощи винта 4, черев перекладину 5 и шайбу 6 с резиновой прокладкой 7.

Герметизация крепления бюретки обеспечивается резиновой прикладкой 8.

Техническая характеристика

Объем отстойника, $см^3$..... 600
Объем крышки, $см^3$..... 50
Объем бюретки, $см^3$..... 10
Габаритные размеры, мм:
Диаметр.....60
Высота.....345
Вес.....0,3
Бюретка градуирована через 0,1 $см^3$, каждое десятое деление шкалы обозначено цифрой.

ИНСТРУКЦИЯ ПО ПРОИЗВОДСТВУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Определение процента содержания песка в глинистом растворе при помощи отстойника ОМ-2 следует производить в следующей последовательности:

a) промыть отстойник и вытереть его;
b) снять крышку отстойника, отмерить ею 50 $см^3$ раствора и влить его в отстойник через горлышко;
c) не вынимая крышки, зачерпнуть ею воду, растворить в ней оставшийся на её внутренних стенках раствор и влить в отстойник.

С помощью крышки наполнить отстойник водой до уровня трехмиллиметрового отверстия на его боковой поверхности, держа отстойник вертикально. Подождать, пока вода прекратит вытекать из этого отверстия;

d) плотно закрыть отстойник крышкой и повернуть его в горизонтальное положение трехмиллиметровым отверстием вверх.
Прижимая крышку ладонью правой руки и прикрывая отверстие пальцем той же руки, интенсивно взболтать содержимое отстойника

e) повернуть отстойник в вертикальное положение, выждать одну минуту по часам или секундомеру и прочесть показание по шкале бюретки против уровня осевшего песка
ПРОЧИТАННОЕ ПОКАЗАНИЕ, УМНОЖЕННОЕ НА ДВА, БУДЕТ ПОКАЗАТЕЛЕМ СОДЕРЖАНИЯ ПЕСКА В РАСТВОРЕ, ВЫРАЖЕННОМ В ПРОЦЕНТАХ.

f) вылить из отстойника содержимое, промыть его водой, вытереть и вложить на место в ящик лаборатории.

СМЕНА БЮРЕТКИ

При поломке бюретки или необходимости извлечь её для чистки следует вывернуть винт 4 (рис. 4), извлечь перекладину 5 и шайбу 6 с резиновой прокладкой 7, а за ними - бюретку 3.

Перед тем как вставить бюретку, следует проверить исправность верхней прокладки 8 и при надобности сменить её.

Сборка ведется в следующем порядке: вставить бюретку, плотно уперев её в верхнюю прокладку, вложить шайбу 6 с резиновой прокладкой 7, вставить перекладину 5 в овальные отверстия чехла, ввернуть винт 4 и прижать им бюретку.

5. ЦИЛИНДР ЦС-2

Назначение:

Цилиндр ЦС-2 предназначен для определения стабильности глинистых растворов.

Показатель стабильности глинистого раствора определяется как разность удельных весов верхней и нижней половины пробы раствора отстоенной в течение суток в цилиндре высотой 200 мм.

ОПИСАНИЕ ПРИБОРА

Цилиндр ЦС-2 (рис. 5) выполнен из тонкого листового железа и окрашен нитроэмалью. Посредине высоты цилиндра имеется отвод с резиновой пробкой для слива верхней половины раствора.

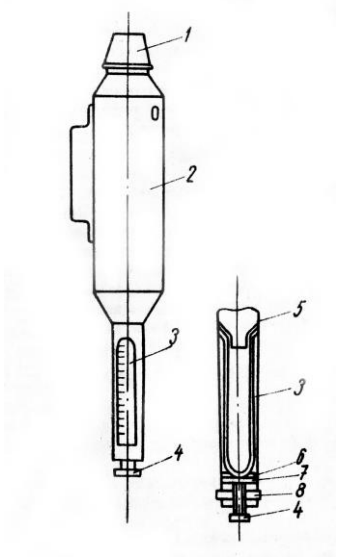


Рис. 4 Отстойник ОМ-2

Техническая характеристика

Высота столба раствора в цилиндре..... 200
Объем цилиндра, $см^3$..... 800
Габаритные размеры, мм..... 100х210х110
Вес, кг..... 0,5

ИНСТРУКЦИЯ ПО ПРОИЗВОДСТВУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Определение стабильности глинистых растворов при помощи цилиндра ЦС-2 следует производить в следующей последовательности:

a) Вымыть цилиндр водой и вытереть насухо снаружи и внутри;

b) Влить пробу раствора в цилиндр до края, предварительно тщательно перемешать её;

c) Установить заполненный цилиндр в спокойном месте на сутки, отметив время по часам;

d) Через 24 часа открыть пробку, слить верхнюю часть пробы раствора вместе с отстоявшейся водой в кружку, тщательно перемешать слитый раствор и определить его удельный вес ареометром АГ-2, закрыть отвод пробкой, тщательно перемешать в цилиндре отстоявшуюся нижнюю половину раствора и определить её удельный вес.1

e) При определении удельного веса ареометром АГ-2 обязательно погружать его при обоих измерениях в одну и ту же воду;

f) Определить показатель стабильности глинистого раствора вычитанием первого показания ареометра из второго;

g) Вымыть цилиндр, вытереть насухо и вложить на место в ящик лаборатории.

6 . ИНСТРУКЦИЯ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ СУТОЧНОГО ОТСТОЯ ГЛИНИСТЫХ РАСТВОРОВ МЕРНЫМ ЦИЛИНДРОМ

Показатель суточного отстоя глинистого раствора определяется как процент воды, отстоявшейся за сутки на пробы раствора.

Определение суточного отстоя глинистых растворов производится стандартным мерным цилиндром объемом 100 см3 с ценой деления 1 см. Для этих определений также необходимы часы.

Определения следует производить в следующей последовательности:

a) вымыть мерный цилиндр водой и вытереть насухо снаружи и внутри;
b) тщательно перемешанную пробу раствора налить в цилиндр до сотого деления на шкале;
c) поставить цилиндр с раствором в спокойное место, отметить время и оставить на 24 часа;
d) черев 24 часа прочесть на шкале цилиндра отсчет положения уровня раздела раствора и отстоявшейся воды и вычесть полученное показание из 100. Результат вычитания является показателем суточного отстоя в .процентах;
e) вымыть цилиндр и вложить его в ящик лаборатории.

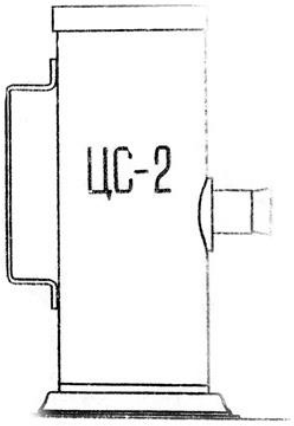


Рис.5. Цилиндр ЦС-2

7. ПРИБОР ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СТАТИЧЕСКОГО НАПРЯЖЕНИЯ СДВИГА ГЛИНИСТЫХ РАСТВОРОВ ТИПА СНС-2

Прибор СНС-2 предназначен для измерения статического напряжения сдвига глинистых растворов и применяется в условиях лабораторий геологоразведочных партий и экспедиций.

Прибор переносной и может быть использован в полевых условиях на буровой вышке.

ПРИНЦИП ДЕЙСТВИЯ

Прибор для определения статического напряжения сдвига основан на принципе вискозиметра с соосными цилиндрами.

На тонкой упругой нити подвешен цилиндр, погруженный в соосный полый цилиндр, заполненный испытуемой жидкостью, при вращении внешнего цилиндра жидкость, находящаяся в нем, увлекает за собой подвешенный цилиндр до тех пор, пока момент закрученной нити не станет равным крутящему моменту, определяемому вязкостью испытуемой жидкости и размерами подвешенного цилиндра.

Измерение статического напряжения сдвига глинистых растворов является частным случаем применения вискозиметра с соосными цилиндрами и производится при весьма малых скоростях вращения внешнего цилиндра, й данном приборе принята скорость вращения внешнего цилиндра 0,0032 с-1, что соответствует линейной скорости 4 . 10-6 м/с; эта скорость несколько превышает предел скорости так называемой вариантной зоны, в которой определяемая величина строго соответствует понятию статического напряжения сдвига любых известных глинистых растворов. Однако уменьшение скорости влечет за собой либо снижение точности отсчета и измерении либо увеличение производства измерений.

Время для производства измерений при наличии тиксотропии растворов должно быть как можно меньше и в соответствии с принятой методикой измерения не должно превосходить 60 секунд, чему соответствует поворот внешнего цилиндра прибора на 72°, а шкалы прибора - на несколько меньшую величину.

Нити для различных пределов измерения подбираются из этих соображений, а именно: закручивание нити на угол 65-70° должно соответствовать крутящему моменту, определяемо ну по предельному значению измеряемого статического напряжения сдвига.

В приборах с соосными цилиндрами на результаты измерения оказывает влияние момент, возникающий на донной части подвешенного внутреннего цилиндра. С целью уменьшения этого влияния нижняя часть внутреннего цилиндра расточена,

благодаря чему при погружении цилиндра в испытуемую жидкость в расточке остается воздух. Таким образом, дно цилиндра не имеет контакта с испытуемой жидкостью.

ОПИСАНИЕ КОНСТРУКЦИИ

Прибор для измерения статического напряжения сдвига глинистых растворов (рис. 8) состоит из измерительной части и привода, смонтированных на прямоугольной плите 1 . Для регулировки положения прибора плита снабжена двумя регулируемыми опорами 2 и одной неподвижной 11. Измерительная часть состоит из двух узлов: узла внешнего подвижного цилиндра и уела подвесного цилиндра с упругой измерительной системой.

Узел внешнего цилиндра состоит из корпуса 10, расположенном на стояке 12, имеющем строго концентрическую расточку под внешний цилиндр и канавку под спиральную бесконечную пружину.

Узел подвесного цилиндра, монтирующийся на вертикальном кронштейне 3, состоит из:

1. Цилиндра 9 с расточкой под конус Морзе № 1 и расточка в донной части для защитного пузыря. Цилиндр имеет накатанную наружную поверхность, обеспечивающую прочную связь с испытуемым раствором.

Выполнен цилиндр из латуни с матовым никелевым покрытием.

2, Трубки 6, один конец которой имеет конусную поверхность и резьбу под винт соосного соединения с цилиндром, а второй конец выполнен открытым для размещения в нем упругой нити 5. Крепление нити в трубке и регулирование соосности нити с трубкой осуществляется тремя винтами в утолщении трубки над конусом. Средняя часть трубки имеет концентричную площадку с уступом для установки шкалы 7.

3. Шкала 7 с делениями, нанесенными через 1° на её конической поверхности. Для грубой установки шкалы на нуль предусмотрены 8 отверстий, одним из которых она надевается на штифт, имеющийся на соответствующей площадке трубки.

4 Стрелки 3, укрепленной на кронштейне и имеющей наконечник из прозрачного оргстекла и нанесенными на нем с обеих сторон рисками, исключающими ошибку параллакса при отсчете.

5 . Нити 5, изготавливаемой из стальной пружинной проволоки и имеющей 2 наконечника: нижний в виде втулки, входящий в трубку с зазором в 1 мм на сторону, и верхний в виде диска с фаской, на которой выгравирован номер нити.

Весь узел подвешивается на конусной пробке 13, которая в свою очередь плотно устанавливается в конусной втулке, запрессованной в кронштейн. Поворотом пробки шкала прибора устанавливается на нуль по стрелке.

Привод внешнего цилиндра осуществлен от синхронного электрического двигателя СД-2 (2 позиции 4) через редуктор и гибкую передачу 1:2.

Привод прикреплен к плите прибора через амортизатор из губчатой резины, предназначенный для защиты измерительной части прибора от вибраций двигателя.

Для включения двигателя предусмотрены тумблер, укрепленный на кронштейне прибора, и шнур с вилкой для подключения к сети.

Для заполнения внешнего цилиндра испытуемым глинистым раствором предусмотрена специальная мерная кружка объемом 120 мл.

Прибор поставляется в специальном ящике.

ПОДГОТОВКА ПРИБОРА К РАБОТЕ

Лабораторные занятия выполняются на уже отградуированном приборе; данные градуировки приводятся в паспорте для каждой поставляемой нити.

Для работы прибор должен быть установлен на устойчивом и прочном столе. Подвесная система подвешивается за верхний конец нити в пробке кронштейна и прибор устанавливается регулировочными нитями так, чтобы подвесной цилиндр встал соосно с вращающимся столиком прибора (регулировка соосности нити с трубкой подвесной

системы выполнена при сборке прибора).

Устанавливают "О" шкалы против риски на стрелке указателя. Установку нуля можно производить грубо путем поворота шкалы на трубке и точно: путем осторожного и плавного поворота в гнезде кронштейна. Чтобы убедиться, что установка на ноль произведена правильно, следует выждать, пока подвесная система успокоится. Затем следует снять подвесную систему, не трогая и не сдвигая пробку в гнезде кронштейна, и установить на вращающийся столик внешний цилиндр.

Подготовленный для работы прибор подключить к сети напряжением 220 вольт и, включая тумблер, проверить работу электродвигателя.

ПРОИЗВОДСТВО ИЗМЕРЕНИЙ

При производстве измерений следует:

1. Пробу раствора сильно взболтать.
2. Снять подвесной цилиндр.
3. Взболтанный раствор зачерпнуть меркой объемом 120 мл, прилагаемой к прибору, и валить установленный на вращающемся столике прибора внешний цилиндр.
4. Погрузить подвесной цилиндр во внешний цилиндр и подвесить нить на пробку. При погружении подвесного цилиндра нужно следить за тем, чтобы его верхний конец не погрузился под уровень раствора. Если раствор не достигает верхнего края подвесного цилиндра, следует осторожно долить раствор. Подвесной цилиндр должен быть погружен в раствор точно до верхнего края.
5. Взять в левую руку секундомер, а правой осторожно поворачивать подвесную систему и перемешивать раствор. После окончания перемешивания раствора поставить на "О" шкалу против риски на стрелке прибора и одновременно включить секундомер. Во время этой операции следует следить за тем, чтобы подвесной цилиндр был в центре внешнего цилиндра.
6. По истечении одной минуты нажатием тумблера в клочить

электродвигатель и наблюдать за движением подвесного цилиндра по шкале прибора. Увлекаемый глинистым раствором, подвесной цилиндр вращается вместе с внешним цилиндром до тех пор, пока момент в закручивающейся нити не станет равным моменту, обусловленному статическому напряжению сдвига раствора на подвесном цилиндре. Когда подвесной цилиндр остановится, произвести отсчет по шкале в градусах.

7. Включить электродвигатель.

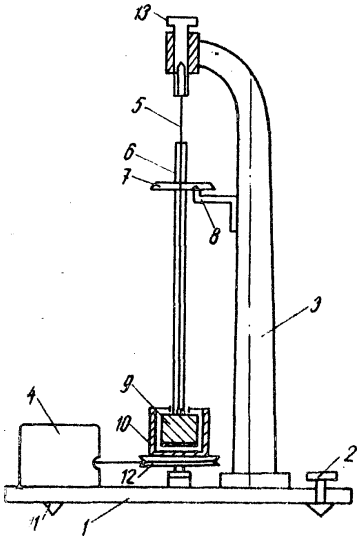


Рис. 6. Прибор СНГ-2

Для определения тиксотропии раствора выполняется повторное измерение, но уже по истечении 10 минут по секундомеру. С этой целью сразу же после первого измерения осторожно внутренним цилиндром размешать раствор, установить "0" шкалы против риски и дать глинистому раствору стабилизироваться в течение 10 минут и выполнить измерение.

При работе и установке шкалы "0" наблюдающий должен следить за совпадением рисок, нанесенных с обеих сторон, чтобы исключить ошибку параллакса при отсчете.

Производство каждого замера от момента пуска электродвигателя до момента остановки подвесного цилиндра не должно продолжаться более 1 минуты, чему соответствует максимальный отсчет 70°.

Если замер продолжался более 1 минуты, его следует признать некачественным, а выбранный предел измерения недостаточным. В этом случае следует заменить нить на более толстую с большим пределом измерения.

Если показания прибора было в пределах 10°, замер следует признать неточным, а выбранный предел измерения слишком большим.

В этом случае следует заменить нить на более тонкую с меньшим пределом измерения.

Полученное в результате измерения показание в градусах следует пересчитать в мг/см^2 путем умножения на коэффициент, соответствующий данной нити и приведенный в паспорте.

Например, в процессе измерения статического напряжения сдвига глинистого раствора внутренний цилиндр, подвешенный на упругой нити 5 с коэффициентом 2,725 м г/см · град. повернулся на 21°. Статическое напряжение сдвига в этом случае будет 2,725 мг/см · град · 21 = 57 мг/см^2 = 5,7 Па.

После измерений все детали, испачканные глинистым раствором, следует вымыть и насухо вытереть.

ПРИБОР ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ РЕОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПРОМЫВОЧНЫХ ЖИДКОСТЕЙ ВСН – 3

К реологическим параметрам относятся:

а) предельное напряжение сдвига – θ_1 и θ_{10} Па, характеризующее прочность структуры, образующейся в промывочной жидкости после 1 и 10 минут ;

б) эффективная вязкость $\eta_{эф}$, спз характеризующая вязкое сопротивление промывочной жидкости при данной скорости сдвига;

в) пластическая вязкость $\eta_{пл}$, спз - условная величина, являющаяся долей эффективной вязкости, которая возникает вследствие структурообразования в потоке промывочной жидкости;

г) предельное динамическое напряжение сдвига τ_0 , условная величина, характеризующая предел текучести в потоке промывочной жидкости.

Реологические показатели измеряются с помощью ВСН-3 по величине усилия, возникающего на подвесном цилиндре, погруженном в буровой раствор, при заданной скорости вращения наружного цилиндра.

Прибор ВСН-3 (рис. 7) состоит из корпуса 15, измерительного механизма 7-12, привода к нему 1,2 и подвесного кронштейна 14, на который ставится стакан с буровым раствором 13. Измерительный механизм имеет два коаксиально расположенных цилиндра, наружный (ротор) 11 и внутренний 12, укрепленный на оси, в верхней части которой расположен манометр 9 и измерительная шкала с делениями в градусах. Установка шкалы на "0" производится с помощью крутильной головки 8. Привод ротора осуществляется двигателями через многоступенчатую коробку передач. Прибор работает от сети переменного тока.

ИЗМЕРЕНИЕ СТАТИЧЕСКОГО НАПРЯЖЕНИЙ СДВИГА

Перед измерением чистый сухой стакан заполняют буровым раствором и ставят на кронштейн. Прибор включают и размешивают раствор при 9,600 $с^{-1}$ в течение 0,5 мин. По окончании перемешивания устанавливают шкалу на ”0" и раствор оставляют на 1 минуту. Одновременно переключают скорость вращения ротора на 0,0032 $с^{-1}$, снова включают прибор и отмечают угол максимального закручивания нити в градусах ($У_1$). Замер $У_{10}$ производят аналогично после 10 минут покоя. Статическое напряжение сдвига определяется по формуле:

$$Q_1 = k \cdot y_1$$
$$Q_{10} = k \cdot y_{10}$$

где: k- коэффициент прибора.

ИЗМЕРЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОЙ И ПЛАСТИЧЕСКОЙ ВЯЗКОСТИ, ДИНАМИЧЕСКОГО НАПРЯЖЕНИЙ СДВИГА

Стакан прибора заполняют буровым раствором до метки и устанавливают на кронштейн. Включают прибор со скоростью вращения ротора 9,600 $с^{-1}$ и замеряют угол поворота (У) по установившимся показателям шкалы. Замер повторяют последовательно при 6,400; 4,800 и 3,200 $с^{-1}$. По окончании измерения прибор выключают, цилиндры моют и вытирают насухо.

По результатам измерений, полученных на приборе ВСН-3, рассчитывают реологические показатели - эффективную и пластическую вязкости, а также динамическое напряжение сдвига. Для расчета необходимо сделать графическое построение в координатах n – $У_1$, аналогичное изображенному на рис. 3.

Через точки, соответствующие значениям У при различных n проводят плавную линию 1 - реологическую кривую течения. Прямолинейный участок кривой продолжают до пересечения с осью абсцисс в точке $У_1$, и получают прямую 2.

Опустив перпендикуляр на ось абсцисс от точки прямой 2, соответствующей 9,600 $с^{-1}$ получают точку $ф_2$.

Реологические показатели рассчитывают по формулам:

$$\eta_{эф(n)} = \beta \frac{y_2}{n};$$
$$\eta_{пл} = \beta \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{n};$$
$$\tau_0 = A \cdot y_1$$

где:

η эф - эффективная вязкость, спз;

$\eta_{пл}$ - пластическая вязкость, спз;

$Ъ_0$ – предельное динамическое напряжение сдвига, Па ;

А и В – коэффициенты приборов (указываются в паспортах);

$У_1$ и $У_2$ - углы в градусах (определяются по графику и соответствуют отрезкам ОУ1 и ОУ2).

Примечание: Если реологическая кривая имеет обратный наклон или не содержит прямолинейного участка (аналогично кривой 3 на рис.8) определяют только эффективную вязкость по формуле (1) с углом

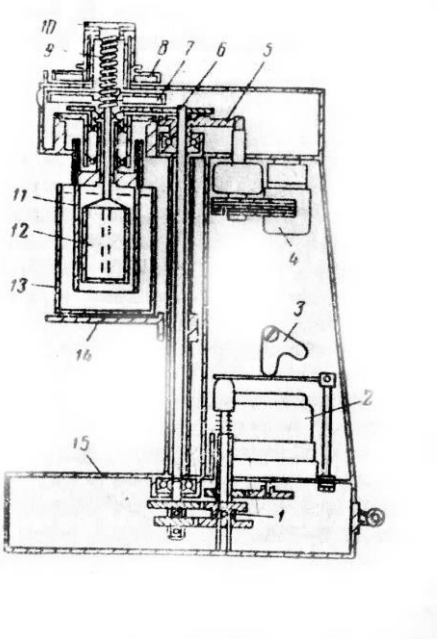


Рис. 7. Вискозиметр ВСН-3
1 - двухскоростной редуктор;
2 - синхронный двигатель СД-54;
3 - переключатель редуктора; 4 - синхронный двигатель СД-2;
5 - шестерня обгонной муфты; 6 - трансмиссионный вал; 7 - шкала измерительная; 3 - шкала крутильной головки; 9 - пружинный динамометр; 10 - наружный цилиндр; 11 - внутренний цилиндр, 13 - стакан с раствором; 14 - кронштейн; 15 - корпус.

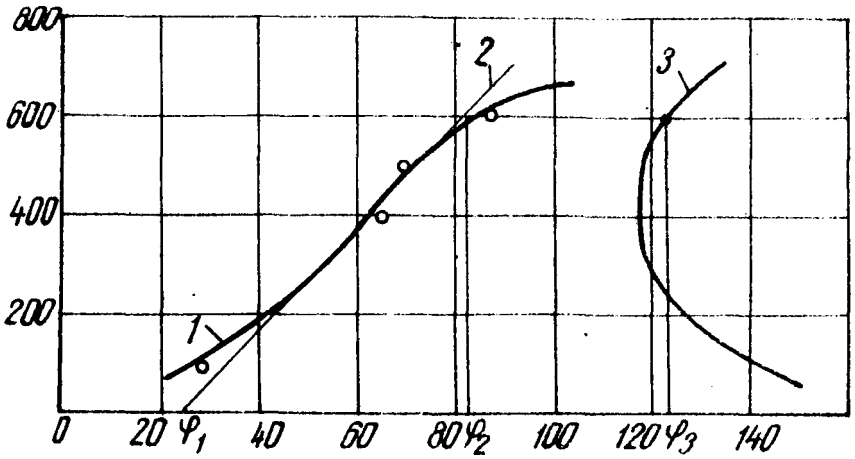


Рис. 8. Типы реологических кривых
1 - кривая, построенная по опытным точкам; 2 - прямая для расчета η пл и Ʈ0 ; 3 – кривая с обратным наклоном.

2. ПРИБОРЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ ПОВЕРХНОСТЕЙ АКТИВНОСТИ И СМАЗОЧНЫХ СВОЙСТВ ПРОМЫВОЧНЫХ ЖИДКОСТЕЙ

Смазочные свойства промывочных жидкостей проявляются при введении в них активных добавок и эмульсолов.

Смазочные свойства в основном связаны с формированием смазочных пленок, в результате адсорбции поверхностно-активных веществ на трущихся поверхностях (бурильных трубах, стенках скважин, буровых наконечниках). Вольную роль на смазочные свойства оказывает pH среды.

Оценку адсорбционной активности ПАВ и их смазочных свойств можно осуществить по следующим параметрам:

1) поверхностное натяжение, Н/м ;
2) смачиваемость, В = Cos θ ;
3) стабильность, %;
4) порог быстрой коагуляции Пб·к, к/л;
5) водородный показатель, pH;
6) коэффициент трения, Кт;
7) предельная прочность смазочной пленки, $p_{кр}$ Па

ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ВОДОРОДНОГО ПОКАЗАТЕЛЯ (pH)

Водородный показатель определяет концентрацию ионов водорода в промывочной жидкости, которые оказывают существенные влияния на физико-химические процесса, протекающие в жидкости и на эффективность химической обработки.

Для различных промывочных жидкостей существует своя оптимальная концентрация водородных ионов, при которой они более полно удовлетворяют требованиям технологии бурения в конкретных геолого - технических условиях. Контроль за концентрацией водородных ионов позволяет определить причины изменения свойств промывочной жидкости в процессе бурения и принять меры по восстановлению её качества.

Вода является слабо диссоциирующим веществом, в 1 л при 22 °С диссоциирует одна десятимиллионная часть грамм-молекулы с образованием $1 \cdot 10^{-7}$г. ион водорода H^+ и $1 \cdot 10^{-7}$ г. ион гидроксильной группы ОН. Концентрация диссоциированных молекул H_2O в воде и разбавленных водных растворов является величиной постоянной, постоянным является и произведение концентраций водородных и гидроксильных ионов - так называемое ионное произведение воды (численное значение равно $1 \cdot 10^{-14}$).

Кислотность и щелочность раствора можно выражать через концентрации ионов H^+. Чтобы избежать неудобств, связанных с применением степенных отрицательных чисел, концентрацию водородных ионов принято выражать и логарифмом с обратным знаком и называть водородным показателем pH.

$pH = - \lg H^+$

В нейтральных растворах pH = 7 и уменьшается с ростом кислотности. В щелочных растворах pH>7 и повышается с ростом щелочности.

При повышении щелочности АГЖ ухудшаются щелочные свойства, происходит быстрое удаление адсорбционных пленок ПАВ с трущихся поверхностей, а у глинистого раствора наблюдается коагуляция, растет вязкость.

Для измерения pH в лабораторных условиях применяют специальные приборы pH-метры. Для измерения величины pH в этих приборах используется система со стеклянным электродом, электродвижущая сила которой зависит от активности ионов водорода в растворе.

Схема для измерения величины pH приведена на рис. 13. Стеклянный электрод 2

представляет собой трубку с пожни шариком 1 из специального стекла на конце. При погружении электрода в раствор между поверхностью шарика электрода и раствором происходит обмен ионами, в результате которого ионы лития в поверхностных слоях замещаются ионами водорода, и стеклянный электрод приобретает свойства водородного электрода.

Между поверхностью стекла и контролирующим раствором возникает разность потенциалов, величина которой определяется активностью ионов водорода в растворе.

Для создания электрической цепи при измерении применяются контактные электроды: внутренний контактный электрод, осуществляющий электрический контакт с раствором, заполняющим внутреннюю полость стеклянного электрода, и внешний контактный электрод (вспомогательный электрод), осуществляющий электрический контакт с контролируемым раствором. Для защиты от воздействия высоких температур (при измерении pH растворов, температуры которых выше температуры окружающей среды) вспомогательный электрод помещают вне контролируемого раствора и соединяют с ним при помощи электролитического ключа трубки, наполненной раствором хлористого калия и заканчивающейся пористой перегородкой

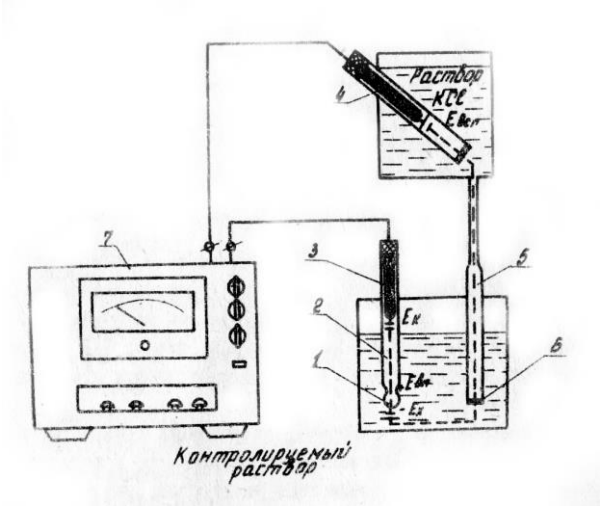


Рис. 9. Схема измерения pH раствора
1- полый шарик ив электродного стекла; 2- стеклянный электрод; 3- внутренне контактный электрод; 4- вспомогательный электрод; 5- электролитический ключ; 6- пористая перегородка; 7- pH-метр - pH-262 (измерительный прибор).

Раствор хлористого калия непрерывно просачивается через пористую перегородку, предотвращая проникновение из контролируемого раствора в систему электрода посторонних ионов, которые могли бы изменить величину ЭДС электрода.
Для измерения ЭДС электродной системы применяется компенсационная схема, позволяющая существенно уменьшить потребляемый ток электродной системы при измерении. При намерении электродвижущая сила Е электродной системы сравнивается с падением напряжения на сопротивлении, через которое протекает ток конечного каскада усилителя pH-метра. Этот ток пропорционален ЭДС электродвижущей системы, а следовательно, и величине pH контролируемого раствора.

Измерение поверхностного натяжения

Поверхностное натяжение - это величина удельной работы, которую нужно затратить, чтобы образовать единицу свободной поверхности (капли).

Измерение поверхностного натяжения в лабораторных условиях наиболее удобно производить на сталагмометре БашНИИнефть (рис.14). Определяется число капель в единице объема, формирующихся на границе раздела: водный раствор ПАВ -

воздух.

Основными частями прибора являются: 1 - микрометр, определяющий объем выдавливаемого раствора ; 2 - медицинский шприц, куда заливается исследуемый раствор ПАВ; 3 - капилляр с внутренним диаметром 0,8 мм и 4 - кронштейн.

Перед началом опыта внутреннюю поверхность шприца и капилляр обезжиривают хромовой смесью (5% порошка двухромового калия, растворенного в концентрированной серной кислоте) или ацетоном, а потом промывают дистиллированной водой.

Перед началом замеров необходимо определить постоянную капиляра. Для этого берут дистиллированную воду, поверхностное натяжение которой известно, и замеряют количество капель, появляющихся при выдвижении микрометренного винта на 1 см. Поверхностное натяжение води при данной температуре берется из табл.

Постоянная капилляра определяется по формуле:

$$K = б_в \cdot n_в$$

где: $б_в$ - поверхностное натяжение воды при данной температуре Н/м

$n_в$ - число капель воды при выдвижении шприца на 1 см.

Затем 50 $см^3$ активной промывочной жидкости профильтровывают через складчатый фильтр < менее 50 $см^3$ фильтрата брать не рекомендуется, так как в этом случае концентрация ПАВ существенно изменится вследствие адсорбции на фильтровальной бумаге).

При работе с глинистым раствором можно использовать для получения фильтра прибор ВМ-6.

Определяют температуру фильтрата, После получения равенства температур воды и фильтрата приступают к измерению. Подсчитывают число капель фильтрата при выдвижении микрометренного винта на 1 см. Замеры проводят три раза и находят среднее количество капель.

Поверхностное натяжение фильтрата определяется по формуле:

$$\sigma_и = \frac{\sigma_В \cdot n_в}{n_и} = \frac{K}{n_и}$$

где: $П_и$- число капель исследуемой жидкости;
K - постоянная капилляра.

Рис. 10. Сталагмометр
1- микрометр, 2-медицинский шприц;
3-капилляр; 4 - кронштейн

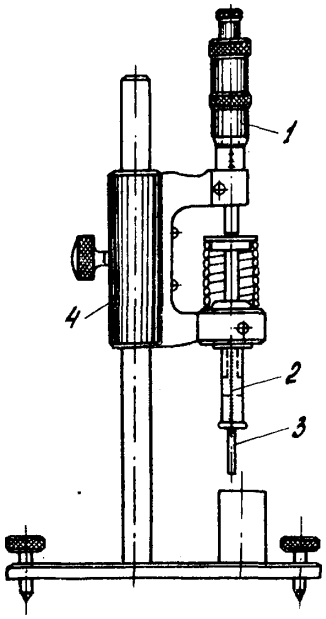


Таблица 1

Изменение поверхностного натяжения воды в зависимости от температуры

Температура воды, °С	Поверхностное натяжение, Н/м	Температура воды, °С	Поверхностное натяжение, Н/м
15	73.49	22	72,44
16	73,34	23	72,28
17	73,19	24	72,12
18	73,05	25	71,96
19	72,90	26	71,80
20	72,75	27	71,64
21	72,59	28	71,47

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СМАЧИВАЕМОСТИ АПЖ

Способность АПЖ смачивать твердые поверхности характеризуется косинусом краевого угла смачивания, которая навивается смачиваемостью (В = Cos *в*)

Краевой угол смачивания на исследуемой поверхности (бурильная труба, горная порода) измеряется по форме капли, сфотографированной на пластинке.

Для снятия капли на пластинку применяется установка, схема которой приведена на рис. 11.

Установка состоит ив источника света 1, испытуемой поверхности 2, увеличителя с длинно-фокусной линзой 3, экрана 4, рамки 6.

Для измерения краевого угла смачивания исследуемых поверхностей готовится АШ с концентрациями ПАВ 0,5; 1; 2; 3; 4%. Перед нанесением капли на исследуемую поверхность её нужно обезжирить ацетоном или хромовой смесью, промыть дистиллированной водой и хорошо просушить. Для нанесения капель на поверхность дается выдержка 4 минуты с целью придания каппе равновесного кривого угла.

В течение данного времени капля проектируется на экран путем установки максимальной резкости в изображении контура капли перемещением увеличителя 3 по направляющей рамки 5.

После снятия капли на пластинку и её проявления, замеряется краевой угол. Для этого измеряется высота капли h и радиус площади контакта с поверхностью $r_к$. Зная эти размеры, рассчитывается смачиваемость по формулам:

при $\theta < 90°$ $$C_{о\theta}\theta = \frac{r_k^2 - h^2}{r_k^2 + h^2}$$

при $\theta > 90°$ $$C_{о\theta}\theta = 1 - \frac{h}{r_k}$$

$$C_{о\theta}\theta = 1 - \frac{h}{r_k}$$

Полученные расчетные данные заносятся в таблицу, на основании которых строятся графики *CosΘ=f(c).* Данные графики позволяют оценить смачиваемость АПК поверхности горных пород и бурильных труб в зависимости от концентрации ПАВ. На основании полученных данных вычисляется работа адгезии, которая характеризует энергию сцепления смазочной пленки с трущимися поверхностями.

$$W_a = \sigma_{жг}(1 + C_{о\theta}\theta)$$

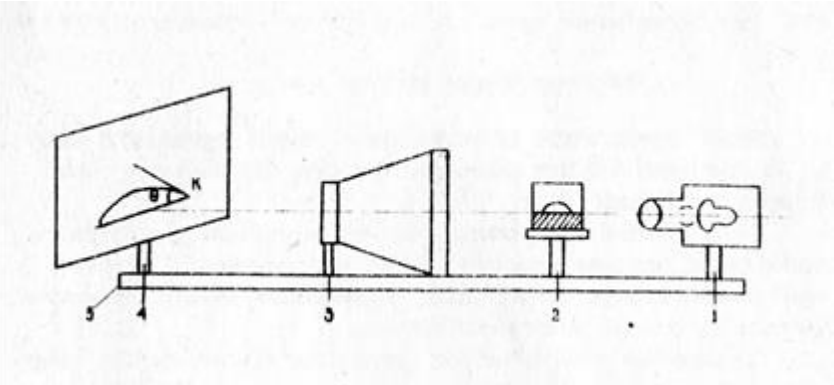


Рис.11. Установка для определения краевого угла смачивания.
источник света; 2 - испытуемая поверхность; 3 - увеличитель экран-пластинка; 5 - рама.

W_a - работа адгезии, Н/м ;
$6_{ж.г}$ - поверхностное натяжение на границе раздела жидкость-газ, *Н/м ;*
Cos θ - смачиваемость.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТАБИЛЬНОСТИ АПЖ

Под стабильностью, или устойчивостью понимается способность АПЖ сохранить свое агрегативное состояние, не расслаиваться в течение продолжительного времени.

Проба АПК заливается в мерный цилиндр, который оставляют в покое в течение трех часов при комнатной температуре. Если за это время расслоение жидкости не произойдет, то она считается стабильной. Расслоение может произойти в результате повышенной жесткости воды.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОРОГА БЫСТРОЙ КОАГУЛЯЦИИ

Мерой агрегативной устойчивости активной промывочной жидкости по отношении к солям поливалентных металлов является порог быстрой коагуляции (Пб· К).

Порог быстрой коагуляции - это та наименьшая концентрация электролита, которая вызывает снятие энергетического барьера электростатического отталкивания сближающихся коллоидных частиц и быстрое расслоение дисперсной системы.

Определение порога быстрой коагуляции осуществляется следующим образом. В начале готовятся растворы активной промывочной жидкости с концентрациями эмульсолов или ПАВ 0,5; 1; 2; 3; 4%. Затем приготовляются растворы с концентрациями электролитов ($CaCl_2$, $MgCl_2$) от О ,25 до 10/Ь в зависимости от коагулирующей активности электролита.

Раствор электролита заливается в бюретки объемом 10 мл с ценой деления 0,1 мл. Для проведения наблюдений берется пробирка и заполняется 2 мл активной промывочной жидкости. Потом исследуется раствор с помощью бюретки вводится электролит небольшими дозами (по 0,1 мл). После каждой добавки раствор интенсивно встряхивается и просматривается при просвечивании электрической лампой. Интенсивное помутнение раствора и выделение коагулированных хлопьев ПАВ свидетельствует о начале быстрой коагуляции раствора. Концентрация электролита, выраженная в г/л, которая вызывает быструю коагуляцию АПЖ, применяется за порог быстрой коагуляции.

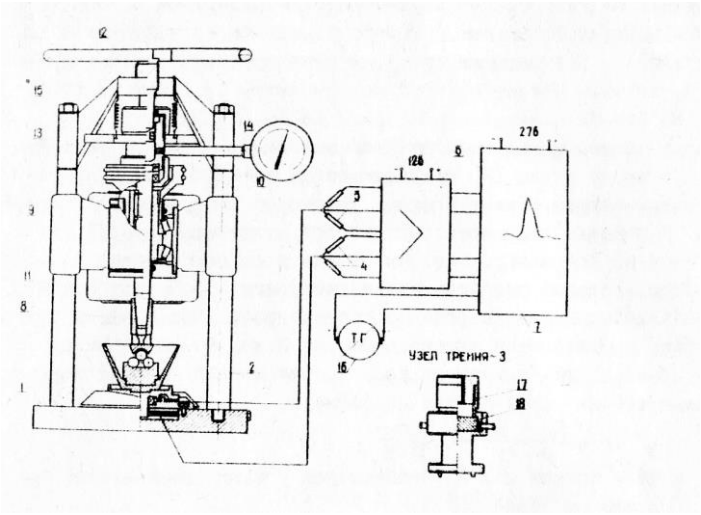


Рис. 12. Установка трения 1 - опорная станина; 2,3 - узлы трения; 4,5 - тенаодатчик; 6 - тензоусилитель; 7 - осциллограф; 8 - шпиндель; 0 - корпус шпинделя; 10 - шкив; 11 - электродвигатель; 12 - нагрузочный винт; 13 - гидропресс; 14 - манометр, 15 - нагрузочная траверса; - тахогвнератор

ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ

Коэффициент трения определяется на установке трения, которая монтируются узлы трения 2 и 3. Узел 2 служит для измерения коэффициента трения на контакте металл-металл, и узел 3 - на контакте металл-горная порода. Узел 2 представляет собой четырехшариковую пирамиду, установленную на поверхности стола, который связан с измерительной пружиной, с наклеенными на ней тензодатчиками 4. К тензодатчику подсоединяется тензоусилитель 8, и осциллограф 7. Давление на узел трения осуществляется шпинделем 8, смонтированным в корпусе 9. Вращение шпинделя передается черев шкив 10 от двигателя 11. Нагрузка на шпиндель создается винтом 12 гидропресса 13, которая регистрируется по манометру 14. Винт 12 перемещается по резьбе в нагрузочной траверсе 15.

Замеры производятся по следующей методике. Стальные шары диаметром 8,5 мм из стали IX, предварительно обезжиривается ацетоном, устанавливаются в узел трения, в который заливается исследуемая АПЖ. С помощью гидропресса создается нагрузка, которая регистрируется по манометру. Латером плавно включается мотор до полных оборотов, которые регистрируется счетчиком 16. В этот момент включается записывающее устройство осциллографа. После обработки осциллограмм определяется крутящий момент М кр. По аналогичной методике производятся замеры на узле трения металл- горная порода Коэффициент трения определяется по формуле:

$$K_T = \frac{F_{\text{ТР}} \cdot R}{P \cdot r} = \frac{M_{\text{кр}}}{P \cdot r}$$

где: $F_{тр}$ - сила трения или горизонтальное усилие, вызывающее движение стола, Н;
R - радиус подвижного стола, и ;
Р - осевая нагрузка на шпиндель, Н ;
r - радиус четырехшариковой пирамиды, м ;
М кр - крутящий момент на подвижном столе, кг · $м^2$;

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДЕЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ СМАЗОЧНОЙ ПЛЕНКИ

Под предельной прочностью смазочной пленки подразумевается критическое. давление на площадь контакта, при котором происходит выдавливание (разрушение) смазочной пленки.

Определение предельной прочности смазочной пленки производится на установке трения в следующей последовательности.

Исследуемая активная промывочная жидкость заливается в узел трения, создается последовательно нагрузка на шпиндель, ступенями включается вращение и замеряется величина крутящего момента при каждом нагружении.

Затем строится график в логарифмических координатах, М кр =f (Р). На графике находится точка резкого возрастания величины крутящего момента. Нагрузка, соответствующая этой точке принимается за P_{max}.

Величина предельной прочности смазочной пленки в месте контакта определяется по формуле Герца-Беляева:

$$P_{кр} = 0{,}388\sqrt{\frac{1{,}64P_k E^2}{r^2}}$$

Где $P_{кр}$ – критическое давление на площадь контакта, кг · м^2 ,

$P_к$ - контактная нагрузка, Н;

Е – модуль упругости, кг/мм^2 (для стали Е = 2,1х10^{-4} кг/м^2);

r - радиус шара, м;

$P_к$ = 0,41 Р;

где P_{max} - осевая нагрузка в момент выдавливания пленки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Контроль параметров промывочных жидкостей в процессе бурения является важным условием сохранения качества промывочной жидкости и поддержания устойчивости ствола скважины.

В методических разработках приведено описание основных приборов для измерения структурно-механических и антифрикционных параметров промывочных жидкостей и изложена методика их определения.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

Л. И. Кралина, Г. А. Усов, Ф. П. Сердюков

Исследование процессов разрушения и физико-механических свойств горных пород

Методическое пособие
к комплексу практических занятий
по дисциплине

«Буровые станки и бурение скважин»

для студентов направления
05.03.01 Геология
очного обучения

Часть 1

Екатеринбург
2021

Оглавление

Введение…….3
Лабораторная работа № 1. Определение абразивности образцов горной породы методом Барона……4
Лабораторная работа № 2. Определение физико-механических параметров скальных горных пород……..6
Лабораторная работа № 3. Определение энергоемкости процесса распиловки горных пород алмазным диском…….....10
Лабораторная работа № 4. Исследование акустического спектра резания горной породы алмазным диском…….....15
Библиографический список…….....18

ВВЕДЕНИЕ

Настоящее учебно-методическое пособие предназначено для выполнения лабораторных работ по профилирующим дисциплинам для студентов направления 05.03.01 Геология. Предложенные в учебно-методическом пособии лабораторные работы выполняются с целью закрепления теоретических знаний, приобретения практических навыков в выполнении работ лабораторного характера, в том числе с элементами НИРС, расчетов, необходимых при изучении студентами профилирующих дисциплин, курсовом и дипломном проектировании. При выполнении работ используются справочные материалы, приведенные в приложении. Большинство работ рассчитано на выполнение и оформление непосредственно на занятиях. Если работа не закончена, то с разрешения преподавателя она может быть оформлена и сдана к следующему занятию.

Структурно, в зависимости от теоретического характера лабораторных исследований, учебно-методическое пособие состоит из трех частей:

Часть 1. Исследование процессов разрушения и физико-механических свойств горных пород;

Часть 2. Исследование буровых промывочных жидкостей и тампонажных растворов;

Часть 3. Методика обработки результатов исследования при выполнении лабораторных работ и справочные материалы.

Список литературы, использованной при написании учебно-методического пособия, приведен в конце каждой части.

Предлагаемые в настоящем методическом пособии лабораторные работы студентами выполняются побригадно по 2-3 человека. Объем данных работ рассчитан в основном на 2-4 часа, реже - на 6-8 часов в случае проведения студентами комплексных исследований повышенной сложности и детальности.

Полученные результаты лабораторных исследований оформляются студентами в виде отчета, содержащего следующие данные и разделы:

1. Полное наименование работы.
2. Состав исполнителей.
3. Руководитель работы.
4. Задание, дата.
5. Исходные данные.
6. Порядок выполнения работы.
7. Выводы и рекомендации по результатам исследований.

Лабораторная работа № 1

Определение абразивности образцов горной породы методом Барона

Настоящие методики определения абразивности горных пород разработаны в Институте горного дела им. А. А. Скочинского, Л. И. Бароном и А. В. Кузнецовым. Сущность ее заключается в истирании о поверхность образца горной породы торца вращающегося стержня из незакаленной стали -серебрянки с последующим определением весового износа стержня во время опыта. За критерий абразивности принимается суммарная потеря в весе стержня за стандартное время опыта 10 минут. Опытное потирание стержня производится при осевой нагрузке 150 Н и скорости вращения 400 об/мин.

Испытания производятся на установке, выполненной на базе обычного сверлильного станка типа НС - 1 2 А.

Образец горной породы устанавливается в зажимном приспособлении таким образом, чтобы истираемая поверхность была перпендикулярна шпинделю станка. В патроне станка закрепляется эталонный стержень из инструментальной калиброванной стали-серебрянки У8А диаметром 8 мм. Изготовление стержней производится на токарном станке, где пруток разрезается на части длиной 70 мм. В одном из торцов каждого стержня высверливается центральное отверстие диаметром 4 мм и глубиной 12 мм.

Определение абразивности породы производят сверлением образца породы эталонным стержнем, предварительно взвешенным на аналитических весах с точностью до 0,1 мг. Исследования производят по схеме парных опытов: сначала сверление осуществляется в течение 10 мин одним концом стержня, затем в течение 10 мин – другим.

После опыта стержень очищается и снова взвешивается на аналитических весах с точностью до 0,1 мг.

Коэффициент абразивности породы вычисляется на основании результатов исследований по формуле

$$A = \frac{\sum q_i}{2n_{\text{п}}}, \tag{1.1}$$

где A - коэффициент абразивности, мг,

q_i - потеря массы эталонного стержня за каждый парный опыт, мг;

$n_{\text{п}}$ - число парных опытов.

На каждом образце горной породы проводится 3-5 парных опытов, а в целом по пробе необходимо провести 9-15 таких опытов

Необходимое число единичных опытов определяется с учетом коэффициента вариации, зависящего от структуры горных пород, на основании величины отношения

$$a = \frac{K_{\text{доп}}}{K_{\text{вар}}} \tag{1.2}$$

где $K_{\text{доп}}$ - допускаемое отклонение точности определения коэффициента абразивности;

$K_{\text{вар}}$ - коэффициент вариации, принимаемый согласно табл. 1.1.

Согласно абсолютной величине a, необходимо определить минимальное число единичных опытов, руководствуясь табл. 1.2.

Таблица 1.1

Определение коэффициента вариации $K_{\text{вар}}$

Структура пород	Размер зерен, мм	$K_{\text{вар}}$, %
Крупнозернистая	5	30
Среднезернистая	3-5	22
Мелкозернистая	0,3-0,2	19
Тонкозернистая с включениями	0,2	34

Таблица 1.2

Определение минимального числа единичных опытов

a	2,0	0,98	0,69	0,57	0,49	0,48
n	1	4	8	12	16	20

Запись результатов измерений и вычислений производится в табл. 1.3.

Таблица 1.3

Определение абразивности горных пород

№ п.п	Порода		Номер образца опыта	Масса стержня. $G_{1,2}$, мг		Потеря массы, мг	Абразивность А, мг				Примечание
	шифр	название		до опыта	после опыта		по опыту	по образцу	среднее по пробе	коэф. вариац, %	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Построение графиков и выводы результатов работы

Построение графиков по результатам измерений и вычислений настоящей лабораторной работы. УП1, УП2 - предварительные усилители;

Количественный и качественный анализ зависимостей

$A = f\left(\frac{H_{м,\max}}{H_{м,\min}}\right)$ и $A = f\left(H_{м,\max}\right)$, а также степени зернистости

(крупно-, средне-, мелко-, микрозернистости) исследуемых образцов горных пород.

Обосновать практическое значение полученных результатов лабораторных исследований и дать практические рекомендации.

Лабораторная работа № 2.

Определение физико-механических параметров скальных горных пород

Для оценки прочностных свойств горных пород определяются коэффициент динамической прочности (крепости и дробимости) $F_д$, а для оценки абразивных свойств - коэффициент абразивности $K_{абр}$.

Методика разработана в ЦНИГРИ под руководством Н. И. Любимова и рекомендована для исследований ФМС скальных горных пород.

Отбор н подготовка образцов горных пород

Отбор образцов горных пород производится, как правило, из керна. Можно также отбирать образцы произвольной формы соответствующего размера.

Размеры образцов из керна: длина 20-25 см при бурении коронками диаметром 46-59 мм и 15-18 см при бурении коронками диаметром 76-92 мм.

Подготовка проб из образцов осуществляется в следующем порядке:

- исследуемый образец породы разбивается на куски изометрической формы без острых углов размером 1,5-2,0 см в поперечнике;
- набираются две пробы: каждая проба состоит из 25 кусков и разделяется на пять частей по пять кусков.

Оборудование и материалы, необходимые для исследований

При определении прочностных и абразивных свойств горных пород по методике ЦНИГРИ применяются:

- прибор ПОК для определения динамической прочности (крепости) горных пород;
- прибор ПОАП-2М для определения абразивности горных пород;
- весы типа ВЛКТ-100 г / 5-3.

Прибор ПОК состоит из трубчатой ступы (рис. 2.1, а) и объемомера (рис. 2.1, б). Составными частями трубчатой ступы являются: загрузочный стакан *1*, направляющая труба *2*, удерживающий шплинт *3*, гиря *4*, упор *5*, шнур *6* и рукоятка *7*.

Объемомер состоит из стакана *1* и поршня со шкалой *2*.

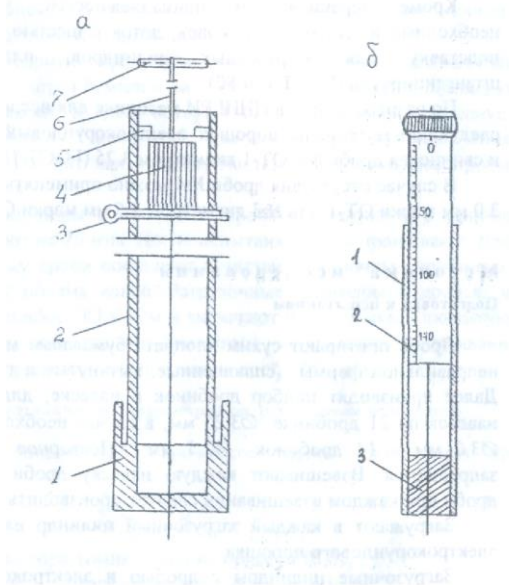


Рис. 2.1. Прибор ПОК для определения динамической прочности горных пород:

а – трубчатая ступа: *1* – загрузочный стакан; *2* – направляющая труба; *3* – шплинт удерживающий; *4* – гиря; *5* – упор; *6* – шнур; *7* – рукоятка; *б* – объемомер: *1* – стакан; *2* – поршень со шкалой; *3* – дно

Прибор ПОАП-2м, схема которого приведена на рис. 2.2, состоит из электродвигателя АОЛБ 22-4 мощностью 0,18 кВт с числом оборотов 1420 об/мин, двух рабочих органов с загрузочными камерами и пульта управления со счетчиком оборотов двигателя.

В приборе ПОАП-2м рабочий орган представляет собой жесткое сварное соединение *8* трех загрузочных камер *4*, шатуна *7* и эксцентрикового вала *2*, совершающего колебательно-вращательное движение в шариковых подшипниках *10*.

Опорой рабочего органа служат маятниковые шатуны *3*, которые с помощью шариковых подшипников *6* шарнирно связывают рабочий орган с плитой прибора.

Загрузочные цилиндры вставляются в камеры *4* прямоугольной формы и закрываются крышками *5* при помощи натяжных замков.

Привод рабочего органа прибора осуществляется от электродвигателя *1* через эксцентриковый вал *2* с насаженным на него маховиком *9*. При помощи вала 2 загрузочные камеры совершают возвратно-поступательное движение, обеспечивающее интенсивное перемешивание помещенного в них материала.

Механический редуктор-счетчик оборотов *12,* который присоединяется к валу электромотора при помощи двух шкивов и приводного ремня, позволяет контролировать число колебаний рабочего органа.

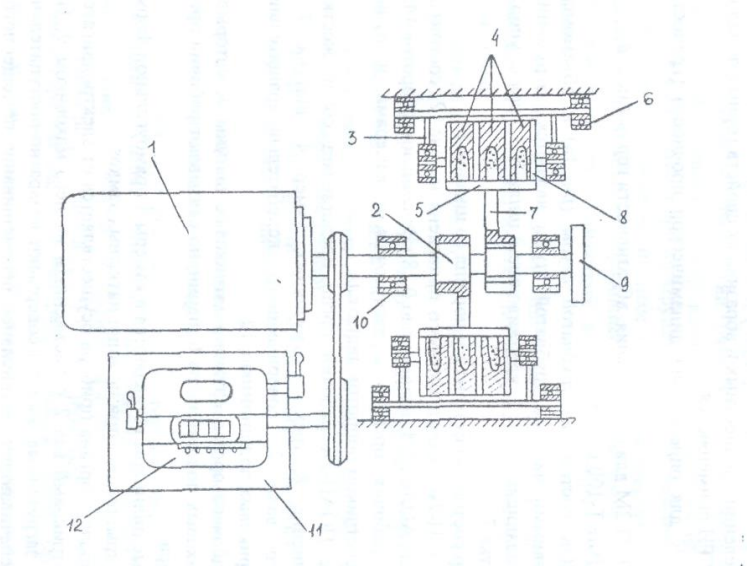


Рис. 2.2. Схема прибора ПОАП-2М для определения абразивности горных пород:
1 – электродвигатель; *2* – эксцентриковый вал; *3* – шатуны; *4* – загрузочные цилиндры; *5* – крышка; *6* – опоры; *7* – шатун; *8* – рабочие органы; *9* – маховик; *10* – подшипники; *11* – пульт управления; *12* – счетчик.

Весы типа ВЛКТ-100 г/5-3 предназначены для определения потери веса эталонного материала при определении абразивности пород с требуемой точностью

Для исследований на приборах ПОК и ПОАП-2м используются:

- загрузочные цилиндры из стекла органического СОЛ (ГОСТ 15809-70) - 18 шт. (6 - для проведения опыта, 6 - для промывки дроби после опыта, 6 - запасные);
- сито из сетки №5 (ГОСТ 3826-66);
- мерка емкостью l $см^3$.

Кроме перечисленных принадлежностей, учтенных в ОСТе, необходимо иметь молоток, совок, лоток с шестью
ячейками для дроби, подставку для загрузочных цилиндров, пластинку, лопаточку, штангенциркуль (ГОСТ 166-80).

По разработанной в ЦНИГРИ методике для исследований необходимы следующие материалы: порошок электрокорундовый №12 (ГОСТ 3647-80) и свинцовая дробь №4 ОТ-1 диаметром 3.25 (ГОСТ 7837-76).

В случае отсутствия дроби №4 можно применять дробь №5 диаметром 3,0 мм марки ОТ-1 или №3 диаметром 3,5 мм марки ОТ-П.

Методика исследований
Подготовка к испытаниям

Дробь протирают сухим хлопчатобумажным материалом. Дробинки неправильной формы (сплющенные, вытянутые и т. п.) отбраковываются. Далее производят подбор дробинок в навеске, для чего заготовляют 6 навесок по 21 дробинке Ø 3,25 мм; в случае необходимости 26 дробинок Ø 3,0 мм и 14 дробинок Ø 3,5 мм. Повторное использование дроби запрещается. Взвешивают каждую навеску дроби. Определение массы дроби при каждом взвешивании следует производить с точностью до 5 мг.

Загружают в каждый загрузочный цилиндр навеску дроби и 1 см электрокорундового порошка.

Загрузочные цилиндры с дробью и электрокорундовым порошком помещают в прибор и включают его на 20 минут. При этом электродвигатель должен совершить 28 тыс. оборотов, которые контролируются счетчиком прибора.

Каждую навеску дроби после указанного опыта помещают в сосуд с водой и после перемешивания (всполаскивания) извлекают и протирают насухо чистым хлопчатобумажным материалом.

Промытую дробь взвешивают. Потеря массы дроби в каждой пробирке должна быть 200±10 мг. В случае отклонения потери массы дроби от указанного необходимо изменить количество дробинок в навеске и повторить тарировочные работы вновь.

Проведение испытаний

Каждую часть пробы, состоящую из 5 кусков, помещают в стакан прибора ПОК и производят 10 сбрасываний гири массой 2,4 кг с высоты 600 мм (груз поднимается до упора). Продукт разрушения всех пяти частей каждой пробы породы просеивается через сито с размером стороны ячейки а свету 0,5 мм. Прошедшую через сито фракцию 0,5 мм и менее ссыпают в трубу объемомера (рис. 4.2). В трубу свободно вставляют до упора цилиндр и снимают отсчет "h" по шкале цилиндра в миллиметрах.

Раздробленную горную породу фракции 0,5 мм и менее высыпают из объемомера на лист чистой бумаги в виде конуса, затем конус с помощью пластинки развертывают в диск, который снова пересыпают в конус. Процесс перемешивания повторяют 2 - 3 раза для получения однородной среды. Из противоположных частей диска отбирают пробы объемом 1 см^3 каждая.

Загрузочные цилиндры с дробью и пробами помещают в прибор ПОАП-2м и включают на 20 мин. После испытания дробь промывают. Для этого каждую навеску дроби помещают в чистые загрузочные цилиндры, заполненные на 2/3 объема водой. Загрузочные цилиндры с дробью и водой помещают в прибор ПОАП-2м и включают его на 3 мин. Промытую дробь протирают сухим хлопчатобумажным материалом, взвешивают каждую навеску и определяют потерю массы дроби ΔQ (мг).

Определение физико-механических параметров по результатам испытаний

Коэффициент динамической прочности породы определяет по формуле:

$$F_{д} = \frac{20n}{h} = \frac{200}{h}, \qquad (2.1)$$

где n=10 - число сбрасываний гири на приборе ПОК;

h - отсчет по шкале цилиндра объемомера, мм.

Коэффициент абразивности исследуемой породы определяют по формуле:

$$K_{\text{абр}} = \frac{\Delta Q}{100}\ , \tag{2.2}$$

где ΔQ - потеря массы дроби, мг.

Коэффициенты динамической прочности и абразивности определяются по двум пробам.

За средние значения $F_{\text{д}}$ или $K_{\text{абр}}$ принимаются среднеарифметические двух определений при условии:

$$Z = \frac{X_1 - X_2}{(X_1 + X_2)/2} \cdot 100 \langle 25\ \%, \tag{2.3}$$

где X_1 и X_2 - значения двух определений $F_{\text{д}}$ и $K_{\text{абр}}$.

В случае отклонения от приведенного условия проводятся дополнительные определения. Из полученных значений $F_{\text{д}}$ и $K_{\text{абр}}$ выбираются те два, для которых выполняется условие (2.3).

На основании определенных опытным путем значений динамической прочности $F_{\text{д}}$ и коэффициента абразивности $K_{\text{абр}}$ можно определить объединенный комплексный показатель бурности $\rho_{\text{м}}$ по формуле:

$$\rho_{\text{м}} = 3F_{\text{д}}^{0.8} \cdot K_{\text{абр}} \tag{2.4}$$

Лабораторная работа № 3.
Определение энергоемкости процесса распиловки горных пород алмазным диском

Распиловка является начальной операцией в обработке каменного сырья. Для распиловки горных пород используют несколько типов алмазных пил и станков, конструкция которых зависит от размеров камней и конкретной цели распиловки.

Процесс распиловки можно контролировать по показаниям электроприборов, которые устанавливаются в системе электропривода для измерения силы тока, напряжения и потребляемой мощности.

Оценка процесса распиловки возможна по удельным затратам электроэнергии на единицу площади распиливания, которая зависит от ФМС горных пород, параметров режущего инструмента и технологических параметров распиливания.

Задачей исследования является определение энергоемкости процесса распиливания горных пород с различными ФМС на камнерезном станке.

Технические средства для определения энергоемкости процесса распиловки

В качестве распиловочного механизма используется серийный камнерезный станок ПТ-44, оснащенный алмазным отрезным диском:

Техническая характеристика камнерезного полуавтомата ПТ-44

Наибольшая высота обрабатываемой заготовки, мм ….	150
Наибольшая длина обрабатываемой заготовки, мм …..	160
Частота вращения шпинделя, об/мин ……..	1500
Инструмент: круг отрезной, 2726-0272 ГОСТ 10110-78	1000
диаметр, мм ……	450
толщина, мм……	2,4
Скорость подачи (продольное перемещение салазок), мм/мин	
при модуле червячной передачи m = 1……..	5,4-31,5
m = 2……..	10,8-63
Питающая эл. сеть:	
род тока…….	Переменный
частота тока, Гц……	50
напряжение, В……..	220, 380
Электродвигатель	
Тип…….	4А80В (АИР90В)
мощность, кВт……..	1,5 (2,2)
частота вращения, об/мин……..	1500
габариты, мм, не более……	1240 890 940
масса, кг, не более……..	350

Принцип работы камнерезного полуавтомата ПТ-44

Привод станка осуществляется от электродвигателя *1* (рис. 3.1) Вращение от двигателя передается через клиноременную передачу на шпиндель *2*, на котором закреплен алмазный круг *10*. Вращение шпинделя двухскоростное, так как шкив шпинделя имеет два ручья с разными диаметрами.

При распиловке заготовок продольная подача заготовки *11* производится механически от двигателя *1* через клиноременную передачу, червячную передачу *7*, передачу "винт-гайка", гайка *8* которой является разъемной. При разомкнутом положении

гайки механическая подача на заготовку не происходит. Заготовка при распиловке надежно закрепляется в зажимном устройстве *9*, которое имеет возможность продольного перемещения по направляющим *4*. Скорость продольной подачи во время распиловки регулируется бесступенчатым вариатором *6*. При переводе рычага влево подача замедляется, вправо - ускоряется

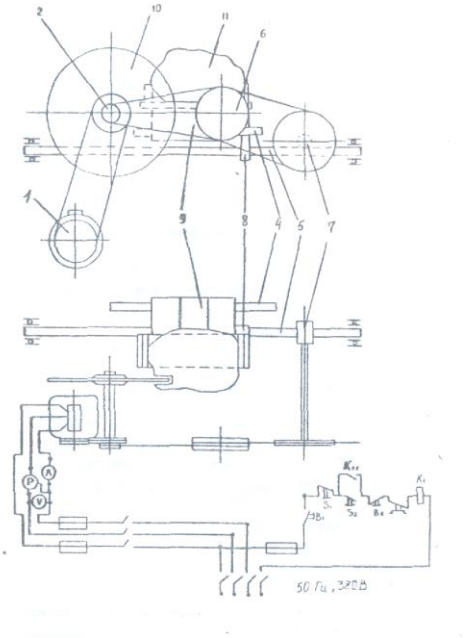


Рис. 3.1. Электромеханическая схема ПТ-44

Приборы для контроля процесса распиловки

Для контроля процесса распиловки камнерезный полуавтомат ПТ-44 имеет электрический щит, оборудованный вольтметром с ценой деления 20 В в диапазоне 500 В, амперметром с ценой деления 0,5 А в диапазоне ЮЛ и ваттметром с ценой деления 0,5 кВт в диапазоне 1,4 кВт.

Для проведения исследований необходимо иметь секундомер.

Методика определения процесса распиловки
Подготовка образцов для распиловки

Для распиловки используются образцы скальных горных пород произвольной формы. Размеры образца следует подбирать из расчета затрат времени на отрезание одной пластины в пределах 4-6 мин. и возможности получения из образца двух пластин толщиной 30 мм и длиной не менее 100 мм. Каждый образец должен быть промаркирован. Полученные при распиловке пластины используются в следующей лабораторной работе.

Подготовка камнерезного полуавтомата ПТ-44

Исследуемый образец закрепляется в зажимном устройстве станка. Для распиловки следует использовать червячное колесо с модулем m=1. Рычагом вариатора устанавливается нужная скорость резания. Рекомендуемая скорость резания при распиловке твердых пород (яшма) -23,4 мм/мин., при распиловке мягких пород (змеевик) – 33,4 мм/мин.

Организация наблюдений за процессом распиловки

В процессе исследований по показаниям ваттметра измеряется потребляемая мощность на холостое вращение алмазного диска и суммарная потребляемая мощность в процессе распиловки. Потребляемая мощность на распиливание определяется по формуле:

$$P_p = \sum P - P_{xx} \quad (3.1)$$

где P_p - потребляемая мощность на распиливание, Вт;

$\sum P$ - суммарная потребляемая мощность, Вт;

P_{xx} - потребляемая мощность на холостое вращение алмазного диска, Вт.

Для получения достоверной информации необходимо провести 3 опыта - параллельные распиловки образца, обеспечивающие получение двух пластин.

Каждый опыт начинается с регистрации потребляемой суммарной мощности в момент начала распиловки. Затем суммарная потребляемая мощность регистрируется с помощью секундомера через каждые 30 с до окончания распиловки.

Результаты наблюдений и обработки заносятся в таблицу.

Регистрация результатов наблюдения и расчетов

Номер парал. набл.	P_{xx}	Суммарная потребляемая Мощность ΣP, Вт										Площадь распила S,м^2	Работа A, Втс	Удельная энергоемкость W, Вт·с/м^2
		0	30	60	90	120	150	180	210	240	270			
Образец №1														
1														
2														
3														
Образец №2														
1														
2														
3														

На основании наблюдений при распиловке каждого образца строятся графики, характеризующие изменение P_P во времени. Форма графика приведена на рис. 3.2.

Определение произведенной работы для распиливания образца

Работа распиливания характеризуется площадью фигуры 5 (рис. 3.2), ограниченной кривой, характеризующей изменение суммарной потребляемой мощности $\sum P$ во времени, и линией, ограничивающей мощность холостого вращения P_{xx}.

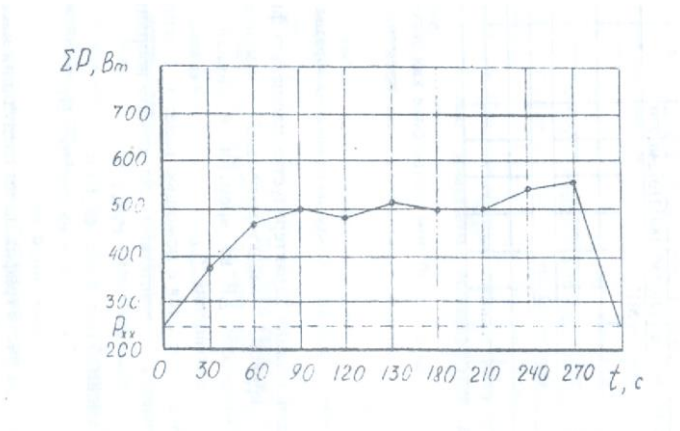


Рис. 3.2. График изменения потребляемой мощности во времени при распиловке яшмы технической.

Площадь S определяется с помощью палетки. Масштаб одной клетки палетки определяется в соответствии с масштабом координат графика:

$$M = P_p t_н, \tag{3.2}$$

где M - масштаб одной клетки, Вт·с;

P_p - масштаб мощности на графике, Вт;

$t_н$ - масштаб времени, с. Приведенный на рис. 4.6 график имеет следующий масштаб:

$M = 100 \cdot 30 = 3000$, Вт·с.

Тогда работа распиливания образца определяется из условия, Вт/с:

$$A = Mm, \tag{3.3}$$

где M - масштаб одной клетки, 3000 Вт·с;

m - количество расчетных клеток палетки в пределах площади, ограниченной кривой изменения $P_Р$ во времени, шт.

Для определения количества расчетных клеток под кривой методом палетки подсчитывается количество полных клеток n_1 и количество неполных клеток n_2. Затем приближенно определяется общее количество расчетных клеток из условия:

$$M=(n_1+n_2)/2. \tag{3.4}$$

Определение площади распила

Площадь поверхности распила образца горной породы определяется также по палетке. В качестве палетки может быть использован лист миллиметровки или разлинованный в клетку тетрадный лист. На палетку накладывается распиленный образец горной породы, и фиксируется площадь распила. Масштаб палетки принимается

$$M= 1 \text{ см}^2 = 0{,}0001 \text{ м}^2.$$

Площадь распила рассчитывается из условия:

$$S=Mm, \tag{3.5}$$

где S - площадь распила, м^2;

M - масштаб палетки, м^2;

m - количество расчетных клеток палетки, шт.

Определение удельной энергоемкости процесса распиливания

Удельная энергоемкость распиливания на единицу площади горной породы рассчитывается по формуле:

$$W = \frac{A}{S}. \tag{3.6}$$

где W - удельная энергоемкость распиливания, Вт·с/м^2;

A - работа, Вт·с;

S - площадь распила, м^2.

Методика статистической обработки результатов наблюдений

Обобщающими результатами наблюдений, характеризующих энергоемкость процесса распиловки, являются удельные затраты мощности на единицу площади распиловки W_1, W_2, W_3, …, W_n, которые получены при проведении параллельных опытов при распиловке образца определенной горной породы.

Энергоемкость процесса распиловки образца горной породы характеризуется удельными затратами мощности, которые определяются как среднее арифметическое значение удельных затрат мощности при проведении параллельных опытов по формуле:

$$\overline{W} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} W_i \quad . \tag{3.7}$$

Дисперсия удельных затрат мощности параллельных опытов, характеризующих степень разброса вокруг среднего значения, рассчитывается по формуле:

$$D = \frac{1}{1-n}\sum_{i=1}^{n}(W_i - \overline{W})^2 . \tag{3.8}$$

Среднее квадратическое отклонение результата каждого опыта как абсолютный показатель изменчивости удельных затрат мощности определяется из выражения:

$$S = \sqrt{\frac{1}{1-n}}\sum_{i=1}^{n}(W_i - \overline{W})^2 \quad . \tag{3.9}$$

Отдельным показателем изменчивости удельных затрат мощности параллельных опытов является коэффициент вариации, который рассчитывается по формуле:

$$K_{\text{вар}} = \frac{S}{W}100 \ \% \tag{3.10}$$

Лабораторная работа № 4.

Исследование акустического спектра резания горной породы алмазным диском

Отбор и подготовка образцов

Для исследований необходимо использовать образцы горных пород с известными параметрами динамической прочности, абразивности и модуля продольной упругости. Образец должен иметь форму пластины толщиной 30 мм. Рекомендуется использовать пластины, полученные при выполнении лабораторной работы № 3 данного раздела. Каждый образец должен иметь свою маркировку.

Технические средства для регистрации акустического спектра

Для исследования акустического спектра резания горных пород алмазным диском используется анализатор спектра АС-1.

Акустический спектр регистрируется анализатором спектра АС-1 в пределах звуковых колебаний 16 Гц – 20 кГц при распиловке образца горной породы на камнерезном станке ПТ-44, оснащенном алмазным отрезным диском АС-50 315/250 50 М. Для контроля процесса резания станок оснащен ваттметром, вольтметром и амперметром.

Техническая характеристика анализатора спектра АС-1

Прибор состоит из измерительного блока и двух микрофонов МД 52. Измерительный блок предназначен:

- для усиления сигналов, поступающих от микрофонов;
- выделения из шумового спектра основных гармонических составляющих;
- измерения частоты звуковых колебаний в трех диапазонах (I–20-200 Гц, II - 200-2000 Гц, III - 2-16 кГц);
- измерения уровня звукового давления акустического спектра с помощью микроамперметра.

Функциональная схема АС-1 представлена на рис. 4.2. На схеме показаны:

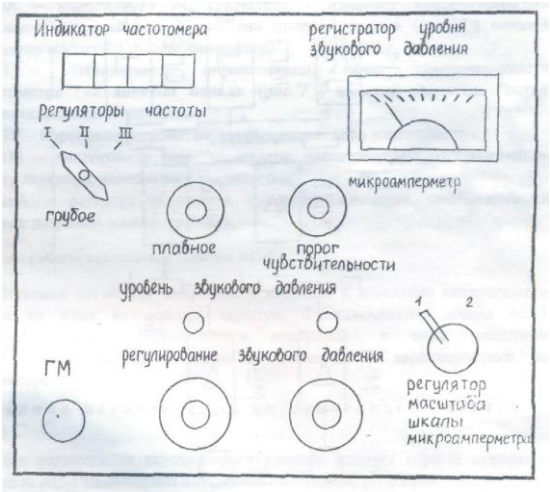


Рис. 4.1. Схема лицевой панели АС-1

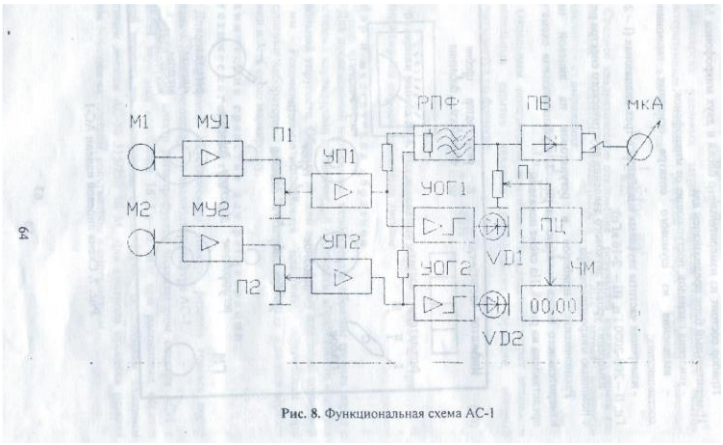


Рис. 8. Функциональная схема АС-1

Рис. 4.2. Функциональная схема АС-1

МУ1, МУ2 -микрофонные усилители 1 и 2 каналов;

П1, П2 - потенциометры установки уровня сигналов с микрофонных усилителей (ручки потенциометров П1 и П2 выведены на лицевую панель (см. рис. 4.2) и обозначены "регулирование звукового давления 1-й канал и 2-й канал");

УОГ1, УОГ2 - усилители-ограничители шумового сигнала с выходом на светоиды VD1, VD2 (на лицевой панели (см. рис. 4.2) светоиды обозначены "уровень звукового давления");

РПФ - режекторный полосовой фильтр с высокой добротностью, (перестройка частоты фильтра осуществляется ручками (см. рис. 4.2) "регуляторы частоты грубое, плавное", расположенными на лицевой панели);

ПВ - прецезионный выпрямитель выделяет положительную полуволну первой гармоники шумового сигнала;

SA - масштабный переключатель - изменяет чувствительность микроамперметра мкА в 2 раза (на лицевой панели (см. рис. 4.2) показан "регулятор масштаба шкалы амперметра");

П - потенциометр, определяющий порог чувствительности частотометра (на лицевой панели (см. рис. 4.2) имеется указатель "порог чувствительности");

ПУ - пороговое устройство, открывающее вход частотометра;

ЧМ - частотометр или "индикатор частотометра", отображающий частоту звуковых колебаний в килогерцах;

мкА - регистратор уровня звукового давления, отображающий звуковое давление в микроамперах.

Принцип работы анализатора спектра АС-1

Звуковой сигнал от микрофонов подается с помощью специального кабеля на вход анализатора спектра. Функциональная схема АС-1 усиливает сигнал, фильтрует и отображает в виде частотной характеристики на частотометре и амплитудной характеристики на амперметре.

Методика исследования акустического спектра на АС-1

Для регистрации акустического спектра резания горной породы с помощью АС-1 необходимо выполнить следующие операции:

Расположение приборов и регуляторов на лицевой панели измерительного блока показано на рис. 4.1,

1. Установить микрофоны в непосредственной близости от режущего инструмента, обеспечив условия предотвращения попадания влаги на микрофоны.
2. Подключить микрофоны к гнезду ГМ прибора.
3. Подключить прибор к сети 220 В.
4. Установить ручки управления прибора в положение, соответствующее готовности прибора к работе. Для этого необходимо выполнить следующие операции.

4.1. Ручки потенциометров "регулирование звукового давления" (П1 и П2) установить в крайнее левое положение (повернуть против часовой стрелки до упора).

4.2. Переключатель "регуляторы частоты грубое, плавное" установить в крайнее левое положение.

4.3. Ручку "порог чувствительности" установить в крайнее левое положение, при этом индикатор частотометра должен показывать 00.00.

4.4. Переключатель ЗА "регулятор масштаба шкалы микроамперметра" установить в крайнее левое положение, при этом стрелочный индикатор мкА должен быть на нуле.

5. Включить камнерезный станок, установить режим подачи с помощью вариатора в зависимости от физико-механических свойств распиливаемого образца и обеспечить работу станка в установившемся режиме резания горной породы.

6. Медленно поворачивать ручки потенциометров П1 и П2 "регулирование звукового давления" по часовой стрелке до включения светоидов УВ1 и УО2. После включения светоидов повернуть ручки П1 и П2 против часовой стрелки, стараясь уловить положение регуляторов уровня сигнала, соответствующее моменту затухания светоидов.

7. Произвести измерения параметров акустического спектра, выполняя последовательно следующие операции.

7.1. Поворачивая ручку "регуляторы частоты плавное" по часовой стрелке, установить по микроамперметру на положение ручки, соответствующее максимальному уровню сигнала в выбранном частотном диапазоне. Точнее можно найти положение ручки, поворачивая ее по или против часовой стрелки.

7.2. Повернуть ручку "порог чувствительности" до включения частотометра в режим счета частоты. Рекомендуется поворачивать ручку не плавно, а дискретно, изменяя угол поворота в связи с некоторым запаздыванием включения счетного устройства.

7.3. Показания частотометра и стрелочного индикатора занести в таблицу. При необходимости взять еще 1-2 отсчета на этом же частотном диапазоне, стремясь отыскать локальный максимум.

7.4. Повернуть ручку "порог чувствительности" против часовой стрелки до сброса показаний индикатора частотометра (до установки 00.00).

7.5. Повернуть ручку "регуляторы частоты плавное" в крайнее левое положение и перейти на следующий частотный диапазон, переключив переключатель «регуляторы частоты грубое» по часовой стрелке в следующее положение.

7.6. Повторить измерения на вновь избранном диапазоне частоты, выполнив пункты 7.1-7.3 Результаты измерений занести в таблицу.

7.7. Выполнив пункты 7.4 и 7.5, перейти на третий диапазон частот, установив переключатель "регуляторы частоты грубое" в положение III (крайнее правое).

7.8. Повторить измерения на III диапазоне частот, выполнив пункты 7.1. - 7.3. Результаты измерений занести в таблицу.

Результаты измерений исследования акустического спектра резания горной породы алмазным диском

Диапазон	I			II			III		
Уровень звукового давления, мкА									
Частота звуковых колебаний, кГц									

Примечания.

1. После выполнения пункта 7.3 положение ручки "регулирование звукового давления" нельзя изменять до окончания работы, в противном случае достоверность характера спектрограммы будет нарушена.

2. В некоторых случаях на одном или двух диапазонах частот могут отсутствовать ярко выраженные основные максимумы, в этом случае рекомендуется ограничиться регистрацией локальных максимумов, стараясь как можно точнее устанавливать порог чувствительности порогового устройства частотомера ручкой "порог чувствительности".

3. Если при измерении локальных максимумов показания стрелочного измерительного прибора весьма малы и отсчет взять затруднительно, можно перевести переключатель SA "регулятор масштаба шкалы микроамперметра" в крайнее правое положение. В этом случае в таблицу следует заносить численное значение, равное 1/2 от показания прибора.

Методика обработки результатов наблюдения

Графическое построение измеренных спектров производится на полулогарифмической бумаге, для того, чтобы весь диапазон измеряемых частот умещался в размерах одного листа формата А4 и при этом масштаб был бы читаемым. Построение спектрограммы (рис. 4.3), характеризующей процесс резания, производится по следующей методике.

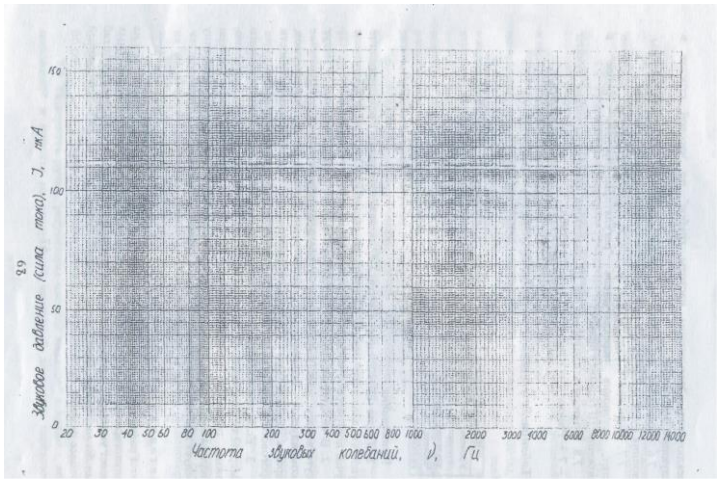


Рис. 4.3. Спектрограмма звуковых колебаний процесса резания

1. На логарифмической шкале абсцисс, соответствующей трем диапазонам АС-1, откладываются частоты в герцах, на линейной шкале ординат – уровни звукового давления акустического спектра резания в микроамперах.
2. На спектрограмме находится уровень звукового давления, соответствующий зарегистрированному максимуму длины полуволны акустического спектра.

Библиографический список

1. Инструкция по применению прибора ПСХ-4 для определения удельной поверхности измельченных материалов/ Госкомитет по промышленности строительных материалов при Госстрое СССР. – М.: 1964. - 14 с.
2. Ржевский В. В., Новик Г. Я. Основы физики горных пород: учебник для вузов. – 5-е изд, перераб. и доп. – М.: Недра, 1989. - 359 с.
3. Спивак А. И., Попов А. Н. Разрушение горных пород при бурении скважин: учебник для вузов. – 4-е изд. Перераб. и доп. – М.: Недра, 1986. - 208 с.
4. Ямщиков В. С. Методы и средства исследования и контроля горных пород и процессов. – М.: Недра, 1982.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

КОММУНИКАТИВНАЯ КУЛЬТУРА ЛИЧНОСТИ

Направление подготовки

05.03.01 *Геология*

Профиль
Гидрогеология, инженерная геология и геоэкология

год набора: 2023

Автор: Гладкова И. В., доцент, к. ф. н.

Одобрена на заседании кафедры
Философии и культурологии
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
Беляев В. П.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 07.09.2022
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
Факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
Бондарев В. И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 13.09.2022
(Дата)

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
1	Методические рекомендации по работе с текстом лекций	5
2	Методические рекомендации по подготовке к опросу	8
3	Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)	9
4	Методические рекомендации по написанию эссе	11
5	Методические рекомендации по подготовке к семинарским занятиям	14
6	Методические рекомендации по подготовке к дискуссии	15
7	Методические рекомендации по написанию реферата	17
8	Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	19
	Заключение	21
	Список использованных источников	22

ВВЕДЕНИЕ

Инициативная самостоятельная работа студента есть неотъемлемая составная часть учебы в вузе. В современном формате высшего образования значительно возрастает роль самостоятельной работы студента. Правильно спланированная и организованная самостоятельная работа обеспечивает достижение высоких результатов в учебе.

Самостоятельная работа студента (СРС) - это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия, при сохранении ведущей роли студентов.

Целью СРС является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками по профилю будущей специальности, опытом творческой, исследовательской деятельности, развитие самостоятельности. Ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровней. Самостоятельная работа студента – важнейшая составная часть учебного процесса, обязательная для каждого студента, объем которой определяется учебным планом. Методологическую основу СРС составляет деятельностный подход, при котором цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, т. е. на реальные ситуации, в которых студентам надо проявить знание конкретной дисциплины. Предметно и содержательно СРС определяется государственным образовательным стандартом, действующими учебными планами и образовательными программами различных форм обучения, рабочими программами учебных дисциплин, средствами обеспечения СРС: учебниками, учебными пособиями и методическими руководствами, учебно-программными комплексами и т.д.

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

Самостоятельная работа студента - это особым образом организованная деятельность, включающая в свою структуру такие компоненты, как:

- уяснение цели и поставленной учебной задачи;
- четкое и системное планирование самостоятельной работы;
- поиск необходимой учебной и научной информации;
- освоение информации и ее логическая переработка;

- использование методов исследовательской, научно-исследовательской работы для решения поставленных задач;
- выработка собственной позиции по поводу полученной задачи;
- представление, обоснование и защита полученного решения;
- проведение самоанализа и самоконтроля.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы: аудиторная и внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию: текущие консультации, коллоквиум, прием и разбор домашних заданий и другие.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия: подготовка презентаций, составление глоссария, подготовка к практическим занятиям, подготовка рецензий, аннотаций на статью, подготовка к дискуссиям, круглым столам.

СРС может включать следующие формы работ:

- изучение лекционного материала;
- работа с источниками литературы: поиск, подбор и обзорлитературы и электронных источников информации по заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий, выдаваемых на практических занятиях: тестов, докладов, контрольных работ и других форм текущего контроля;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельное изучение; подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к контрольной работе или коллоквиуму;
- подготовка к зачету, экзамену, другим аттестациям;
- написание реферата, эссе по заданной проблем;
- выполнение расчетно-графической работы;
- выполнение курсовой работы или проекта;
- анализ научной публикации по определенной преподавателем теме, ее реферирование;
- исследовательская работа и участие в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения. Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

1. Методические рекомендации по работе с текстом лекций

На лекционных занятиях необходимо конспектировать учебный материал. Обращать внимание на формулировки, определения, раскрывающие содержание тех или иных понятий, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском мастерстве. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента, и помогает усвоить учебный материал.

Желательно оставлять в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений, фиксировать вопросы, вызывающие личный интерес, варианты ответов на них, сомнения, проблемы, спорные положения. Рекомендуется вести записи на одной стороне листа, оставляя вторую сторону для размышлений, разборов, вопросов, ответов на них, для фиксирования деталей темы или связанных с ней фактов, которые припоминаются самим студентом в ходе слушания.

Слушание лекций - сложный вид интеллектуальной деятельности, успех которой обусловлен *умением слушать*, и стремлением воспринимать материал, нужное записывая в тетрадь. Запись лекции помогает сосредоточить внимание на главном, в ходе самой лекции продумать и осмыслить услышанное, осознать план и логику изложения материала преподавателем.

Такая работа нередко вызывает трудности у студентов: некоторые стремятся записывать все дословно, другие пишут отрывочно, хаотично. Чтобы избежать этих ошибок, целесообразно придерживаться ряда правил.

1. После записи ориентирующих и направляющих внимание данных (тема, цель, план лекции, рекомендованная литература) важно попытаться проследить, как они раскрываются в содержании, подкрепляются формулировками, доказательствами, а затем и выводами.

2. Записывать следует основные положения и доказывающие их аргументы, наиболее яркие примеры и факты, поставленные преподавателем вопросы для самостоятельной проработки.

3. Стремиться к четкости записи, ее последовательности, выделяя темы, подтемы, вопросы и подвопросы, используя цифровую и буквенную нумерацию (римские и арабские цифры, большие и малые буквы), красные строки, выделение абзацев, подчеркивание главного и т.д.

Форма записи материала может быть различной - в зависимости от специфики изучаемого предмета. Это может быть стиль учебной программы (назывные предложения), уместны и свои краткие пояснения к записям.

Студентам не следует подробно записывать на лекции «все подряд», но обязательно фиксировать то, что преподаватели диктуют – это базовый конспект, содержащий основные положения лекции: определения, выводы, параметры, критерии, аксиомы, постулаты, парадигмы, концепции, ситуации, а также мысли-маяки (ими часто являются афоризмы, цитаты, остроумные изречения). Запись лекции лучше вести в сжатой форме, короткими и четкими фразами. Каждому студенту полезно выработать свою систему сокращений, в которой он мог бы разобраться легко и безошибочно.

Даже отлично записанная лекция предполагает дальнейшую самостоятельную работу над ней (осмысление ее содержания, логической структуры, выводов). С целью доработки конспекта лекции необходимо в первую очередь прочитать записи, восстановить текст в памяти, а также исправить описки, расшифровать не принятые ранее сокращения, заполнить пропущенные места, понять текст, вникнуть в его смысл. Далее прочитать материал по рекомендуемой литературе, разрешая в ходе чтения возникшие ранее затруднения, вопросы, а также дополняя и исправляя свои записи. В ходе доработки конспекта углубляются, расширяются и закрепляются знания, а также дополняется, исправляется и совершенствуется конспект. Доработанный конспект и

рекомендуемая литература используется при подготовке к практическому занятию. Знание лекционного материала при подготовке к практическому занятию обязательно.

Особенно важно в процессе самостоятельной работы над лекцией выделить новый понятийный аппарат, уяснить суть новых понятий, при необходимости обратиться к словарям и другим источникам, заодно устранив неточности в записях. Главное - вести конспект аккуратно и регулярно, только в этом случае он сможет стать подспорьем в изучении дисциплины.

Работа над лекцией стимулирует самостоятельный поиск ответов на самые различные вопросы: над какими понятиями следует поработать, какие обобщения сделать, какой дополнительный материал привлечь.

Важным средством, направляющим самообразование, является выполнение различных заданий по тексту лекции, например, составление ее развернутого плана или тезисов; ответы на вопросы проблемного характера, (скажем, об основных тенденциях развития той или иной проблемы); составление проверочных тесты по проблеме, написание по ней реферата, составление графических схем.

По своим задачам лекции могут быть разных жанров: *установочная лекция* вводит в изучение курса, предмета, проблем (что и как изучать), а *обобщающая лекция* позволяет подвести итог (зачем изучать), выделить главное, усвоить законы развития знания, преемственности, новаторства, чтобы применить обобщенный позитивный опыт к решению современных практических задач. Обобщающая лекция ориентирует в истории и современном состоянии научной проблемы.

В процессе освоения материалов обобщающих лекций студенты могут выполнять задания разного уровня. Например: задания *репродуктивного* уровня (составить развернутый план обобщающей лекции, составить тезисы по материалам лекции); задания *продуктивного* уровня (ответить на вопросы проблемного характера, составить опорный конспект по схеме, выявить основные тенденции развития проблемы); задания *творческого* уровня (составить проверочные тесты по теме, защитить реферат и графические темы по данной проблеме). Обращение к ранее изученному материалу не только помогает восстановить в памяти известные положения, выводы, но и приводит разрозненные знания в систему, углубляет и расширяет их. Каждый возврат к старому материалу позволяет найти в нем что-то новое, переосмыслить его с иных позиций, определить для него наиболее подходящее место в уже имеющейся системе знаний.

.

2. Методические указания по подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

Письменный опрос

Письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента. При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

Устный опрос

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются для освещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии [1].

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).
8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)[2].

---

[1] Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

[2]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. Объем времени на подготовку к устному опросу зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

3.Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)

Доклад – публичное сообщение по заданной теме, представляющее собой развернутое изложение на определенную тему, вид самостоятельной работы, который используется в учебных и внеаудиторных занятиях и способствует формированию навыков исследовательской работы, освоению методов научного познания, приобретению навыков публичного выступления, расширяет познавательные интересы, приучает критически мыслить.

При подготовке доклада используется дополнительная литература, систематизируется материал. Работа над докладом не только позволяет учащемуся приобрести новые знания, но и способствует формированию важных научно-исследовательских навыков самостоятельной работы с научной литературой, что повышает познавательный интерес к научному познанию.

Приветствуется использование мультимедийных технологий, подготовка докладов-презентаций.

Доклад должен соответствовать следующим требованиям:

- тема доклада должна быть согласованна с преподавателем и соответствовать теме занятия;

- иллюстрации (слайды в презентации) должны быть достаточными, но не чрезмерными;

- материалы, которыми пользуется студент при подготовке доклада-презентации, должны соответствовать научно-методическим требованиям ВУЗа и быть указаны в докладе;

- необходимо соблюдать регламент: 7-10 минут выступления.

Преподаватель может дать тему сразу нескольким студентам одной группы, по принципу: докладчик и оппонент. Студенты могут подготовить два выступления с противоположными точками зрения и устроить дискуссию по проблемной теме. Докладчики и содокладчики во многом определяют содержание, стиль, активность данного занятия, для этого необходимо:

- использовать технические средства;
- знать и хорошо ориентироваться в теме всей презентации (семинара);
- уметь дискутировать и быстро отвечать на вопросы;
- четко выполнять установленный регламент: докладчик - 7-10 мин.; содокладчик - 5 мин.; дискуссия - 10 мин;
- иметь представление о композиционной структуре доклада.

После выступления докладчик и содокладчик, должны ответить на вопросы слушателей.

В подготовке доклада выделяют следующие этапы:

1. Определение цели доклада: информировать, объяснить, обсудить что-то (проблему, решение, ситуацию и т. п.)

2. Подбор литературы, иллюстративных примеров.

3. Составление плана доклада, систематизация материала, композиционное оформление доклада в виде печатного /рукописного текста и электронной презентации.

Общая структура доклада

Построение доклада включает три части: вступление, основную часть и заключение.

Вступление.

Вступление должно содержать:

- название презентации (доклада);
- сообщение основной идеи;
- обоснование актуальности обсуждаемого вопроса;

- современную оценку предмета изложения;
- краткое перечисление рассматриваемых вопросов;
- живую интересную форму изложения;
- акцентирование оригинальности подхода.

Основная часть.

Основная часть состоит из нескольких разделов, постепенно раскрывающих тему. Возможно использование иллюстрации (графики, диаграммы, фотографии, карты, рисунки) Если необходимо, для обоснования темы используется ссылка на источники с доказательствами, взятыми из литературы (цитирование авторов, указание цифр, фактов, определений). Изложение материала должно быть связным, последовательным, доказательным.

Задача основной части - представить достаточно данных для того, чтобы слушатели и заинтересовались темой и захотели ознакомиться с материалами. При этом логическая структура теоретического блока не должны даваться без наглядных пособий, аудио-визуальных и визуальных материалов.

Заключение.

Заключение - это ясное четкое обобщение, в котором подводятся итоги, формулируются главные выводы, подчеркивается значение рассмотренной проблемы, предлагаются самые важные практические рекомендации. Требования к оформлению доклада. Объем машинописного текста доклада должен быть рассчитан на произнесение доклада в течение 7 -10 минут (3-5 машинописных листа текста с докладом).

Доклад оценивается по следующим критериям:

Критерии оценки доклада, сообщения	*Количество баллов*
Содержательность, информационная насыщенность доклада	1
Наличие аргументов	1
Наличие выводов	1
Наличие презентации доклада	1
Владение профессиональной лексикой	1
Итого:	5

Электронные презентации выполняются в программе MS PowerPoint в виде слайдов в следующем порядке: • титульный лист с заголовком темы и автором исполнения презентации; • план презентации (5-6 пунктов - это максимум); • основная часть (не более 10 слайдов); • заключение (вывод). Общие требования к стилевому оформлению презентации: • дизайн должен быть простым и лаконичным; • основная цель - читаемость, а не субъективная красота; цветовая гамма должна состоять не более чем из двух-трех цветов; • всегда должно быть два типа слайдов: для титульных и для основного текста; • размер шрифта должен быть: 24–54 пункта (заголовок), 18–36 пунктов (обычный текст); • текст должен быть свернут до ключевых слов и фраз. Полные развернутые предложения на слайдах таких презентаций используются только при цитировании; каждый слайд должен иметь заголовок; • все слайды должны быть выдержаны в одном стиле; • на каждом слайде должно быть не более трех иллюстраций; • слайды должны быть пронумерованы с указанием общего количества слайдов

4. Методические рекомендации по написанию эссе

Эссе - это самостоятельная письменная работа на тему, предложенную преподавателем. Цель эссе состоит в развитии навыков самостоятельного творческого мышления и письменного изложения собственных мыслей. Писать эссе чрезвычайно полезно, поскольку это позволяет автору научиться четко и грамотно формулировать мысли, структурировать информацию, использовать основные категории анализа, выделять причинно-следственные связи, иллюстрировать понятия соответствующими примерами, аргументировать свои выводы; овладеть научным стилем речи.

Эссе должно содержать: четкое изложение сути поставленной проблемы, включать самостоятельно проведенный анализ этой проблемы с использованием концепций и аналитического инструментария, рассматриваемого в рамках дисциплины, выводы, обобщающие авторскую позицию по поставленной проблеме. В зависимости от специфики дисциплины формы эссе могут значительно дифференцироваться. В некоторых случаях это может быть анализ имеющихся статистических данных по изучаемой проблеме, анализ материалов из средств массовой информации и использованием изучаемых моделей, подробный разбор предложенной задачи с развернутыми мнениями, подбор и детальный анализ примеров, иллюстрирующих проблему и т.д.

Построение эссе - это ответ на вопрос или раскрытие темы, которое основано на классической системе доказательств.

Структура эссе

1. *Титульный лист* (заполняется по единой форме);

2. *Введение* - суть и обоснование выбора данной темы, состоит из ряда компонентов, связанных логически и стилистически.

На этом этапе очень важно правильно *сформулировать вопрос, на который вы собираетесь найти ответ в ходе своего исследования.*

3. *Основная часть* - теоретические основы выбранной проблемы и изложение основного вопроса.

Данная часть предполагает развитие аргументации и анализа, а также обоснование их, исходя из имеющихся данных, других аргументов и позиций по этому вопросу. В этом заключается основное содержание эссе и это представляет собой главную трудность. Поэтому важное значение имеют подзаголовки, на основе которых осуществляется структурирование аргументации; именно здесь необходимо обосновать (логически, используя данные или строгие рассуждения) предлагаемую аргументацию/анализ. Там, где это необходимо, в качестве аналитического инструмента можно использовать графики, диаграммы и таблицы.

В зависимости от поставленного вопроса анализ проводится на основе следующих категорий:

Причина - следствие, общее - особенное, форма - содержание, часть - целое, постоянство - изменчивость.

В процессе построения эссе необходимо помнить, что один параграф должен содержать только одно утверждение и соответствующее доказательство, подкрепленное графическим и иллюстративным материалом. Следовательно, наполняя содержанием разделы аргументацией (соответствующей подзаголовкам), необходимо в пределах параграфа ограничить себя рассмотрением одной главной мысли.

Хорошо проверенный (и для большинства — совершено необходимый) способ построения любого эссе - использование подзаголовков для обозначения ключевых моментов аргументированного изложения: это помогает посмотреть на то, что предполагается сделать (и ответить на вопрос, хорош ли замысел). Такой подход поможет следовать точно определенной цели в данном исследовании. Эффективное использование подзаголовков - не только обозначение основных пунктов, которые необходимо осветить.

Их последовательность может также свидетельствовать о наличии или отсутствии логичности в освещении темы.

4. *Заключение* - обобщения и аргументированные выводы по теме с указанием области ее применения и т.д. Подытоживает эссе или еще раз вносит пояснения, подкрепляет смысл и значение изложенного в основной части. Методы, рекомендуемые для составления заключения: повторение, иллюстрация, цитата, впечатляющее утверждение. Заключение может содержать такой очень важный, дополняющий эссе элемент, как указание на применение (импликацию) исследования, не исключая взаимосвязи с другими проблемами.

Структура аппарата доказательств, необходимых для написания эссе

Доказательство - это совокупность логических приемов обоснования истинности какого-либо суждения с помощью других истинных и связанных с ним суждений. Оно связано с убеждением, но не тождественно ему: аргументация или доказательство должны основываться на данных науки и общественно-исторической практики, убеждения же могут быть основаны на предрассудках, неосведомленности людей в вопросах экономики и политики, видимости доказательности. Другими словами, доказательство или аргументация - это рассуждение, использующее факты, истинные суждения, научные данные и убеждающее нас в истинности того, о чем идет речь.

Структура любого доказательства включает в себя три составляющие: тезис, аргументы и выводы или оценочные суждения.

Тезис - это положение (суждение), которое требуется доказать. *Аргументы* - это категории, которыми пользуются при доказательстве истинности тезиса. *Вывод* - это мнение, основанное на анализе фактов. *Оценочные суждения* - это мнения, основанные на наших убеждениях, верованиях или взглядах. *Аргументы* обычно делятся на следующие группы:

1. *Удостоверенные факты* — фактический материал (или статистические данные).
2. *Определения* в процессе аргументации используются как описание понятий, связанных с тезисом.
3. *Законы* науки и ранее доказанные теоремы тоже могут использоваться как аргументы доказательства.

Требования к фактическим данным и другим источникам

При написании эссе чрезвычайно важно то, как используются эмпирические данные и другие источники (особенно качество чтения). Все (фактические) данные соотносятся с конкретным временем и местом, поэтому прежде, чем их использовать, необходимо убедится в том, что они соответствуют необходимому для исследований времени и месту. Соответствующая спецификация данных по времени и месту — один из способов, который может предотвратить чрезмерное обобщение, результатом которого может, например, стать предположение о том, что все страны по некоторым важным аспектам одинаковы (если вы так полагаете, тогда это должно быть доказано, а не быть голословным утверждением).

Всегда можно избежать чрезмерного обобщения, если помнить, что в рамках эссе используемые данные являются иллюстративным материалом, а не заключительным актом, т.е. они подтверждают аргументы и рассуждения и свидетельствуют о том, что автор умеет использовать данные должным образом. Нельзя забывать также, что данные, касающиеся спорных вопросов, всегда подвергаются сомнению. От автора не ждут определенного или окончательного ответа. Необходимо понять сущность фактического материала, связанного с этим вопросом (соответствующие индикаторы? насколько надежны данные для построения таких индикаторов? к какому заключению можно прийти на основании имеющихся данных и индикаторов относительно причин и следствий? и т.д.), и продемонстрировать это в эссе. Нельзя ссылаться на работы, которые автор эссе не читал сам.

Как подготовить и написать эссе?

Качество любого эссе зависит от трех взаимосвязанных составляющих, таких как:

1. Исходный материал, который будет использован (конспекты прочитанной литературы, лекций, записи результатов дискуссий, собственные соображения и накопленный опыт по данной проблеме).

2. Качество обработки имеющегося исходного материала (его организация, аргументация и доводы).

3. Аргументация (насколько точно она соотносится с поднятыми в эссе проблемами).

Процесс написания эссе можно разбить на несколько стадий: обдумывание - планирование - написание - проверка - правка.

Планирование - определение цели, основных идей, источников информации, сроков окончания и представления работы.

Цель должна определять действия.

Идеи, как и цели, могут быть конкретными и общими, более абстрактными. Мысли, чувства, взгляды и представления могут быть выражены в форме аналогий, ассоциации, предположений, рассуждений, суждений, аргументов, доводов и т.д.

Аналогии - выявление идеи и создание представлений, связь элементов значений.

Ассоциации - отражение взаимосвязей предметов и явлений действительности в форме закономерной связи между нервно - психическими явлениями (в ответ на тот или иной словесный стимул выдать «первую пришедшую в голову» реакцию).

Предположения - утверждение, не подтвержденное никакими доказательствами.

Рассуждения - формулировка и доказательство мнений.

Аргументация - ряд связанных между собой суждений, которые высказываются для того, чтобы убедить читателя (слушателя) в верности (истинности) тезиса, точки зрения, позиции.

Суждение - фраза или предложение, для которого имеет смысл вопрос: истинно или ложно?

Доводы - обоснование того, что заключение верно абсолютно или с какой-либо долей вероятности. В качестве доводов используются факты, ссылки на авторитеты, заведомо истинные суждения (законы, аксиомы и т.п.), доказательства (прямые, косвенные, «от противного», «методом исключения») и т.д.

Перечень, который получится в результате перечисления идей, поможет определить, какие из них нуждаются в особенной аргументации.

*Источники***.** Тема эссе подскажет, где искать нужный материал. Обычно пользуются библиотекой, Интернет-ресурсами, словарями, справочниками. Пересмотр означает редактирование текста с ориентацией на качество и эффективность.

Качество текста складывается из четырех основных компонентов: ясности мысли, внятности, грамотности и корректности.

Мысль - это содержание написанного. Необходимо четко и ясно формулировать идеи, которые хотите выразить, в противном случае вам не удастся донести эти идеи и сведения до окружающих.

Внятность - это доступность текста для понимания. Легче всего ее можно достичь, пользуясь логично и последовательно тщательно выбранными словами, фразами и взаимосвязанными абзацами, раскрывающими тему.

Грамотность отражает соблюдение норм грамматики и правописания. Если в чем-то сомневаетесь, загляните в учебник, справьтесь в словаре или руководстве по стилистике или дайте прочитать написанное человеку, чья манера писать вам нравится.

Корректность — это стиль написанного. Стиль определятся жанром, структурой работы, целями, которые ставит перед собой пишущий, читателями, к которым он обращается.

5. Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой *дискуссию* в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие подведением итога обсуждения, заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия, демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Готовясь к конкретной теме занятия следует ознакомиться с новыми официальными документами, статьями в периодических журналах, вновь вышедшими монографиями.

6. Методические рекомендации по подготовке к дискуссии

Современная практика предлагает широкий круг типов семинарских занятий. Среди них особое место занимает *семинар-дискуссия,* где в диалоге хорошо усваивается новая информация, видны убеждения студента, обсуждаются противоречия (явные и скрытые) и недостатки. Для обсуждения берутся конкретные актуальные вопросы, с которыми студенты предварительно ознакомлены. Дискуссия является одной из наиболее эффективных технологий группового взаимодействия, обладающей особыми возможностями в обучении, развитии и воспитании будущего специалиста.

Дискуссия (от лат. discussio - рассмотрение, исследование) - способ организации совместной деятельности с целью интенсификации процесса принятия решений в группе посредством обсуждения какого-либо вопроса или проблемы.

Дискуссия обеспечивает активное включение студентов в поиск истины; создает условия для открытого выражения ими своих мыслей, позиций, отношений к обсуждаемой теме и обладает особой возможностью воздействия на установки ее участников в процессе группового взаимодействия. Дискуссию можно рассматривать как *метод интерактивного обучения* и как особую технологию, включающую в себя другие методы и приемы обучения: «мозговой штурм», «анализ ситуаций» и т.д.

Обучающий эффект дискуссии определяется предоставляемой участнику возможностью получить разнообразную информацию от собеседников, продемонстрировать и повысить свою компетентность, проверить и уточнить свои представления и взгляды на обсуждаемую проблему, применить имеющиеся знания в процессе совместного решения учебных и профессиональных задач.

Развивающая функция дискуссии связана со стимулированием творчества обучающихся, развитием их способности к анализу информации и аргументированному, логически выстроенному доказательству своих идей и взглядов, с повышением коммуникативной активности студентов, их эмоциональной включенности в учебный процесс.

Влияние дискуссии на личностное становление студента обусловливается ее целостно - ориентирующей направленностью, созданием благоприятных условий для проявления индивидуальности, самоопределения в существующих точках зрения на определенную проблему, выбора своей позиции; для формирования умения взаимодействовать с другими, слушать и слышать окружающих, уважать чужие убеждения, принимать оппонента, находить точки соприкосновения, соотносить и согласовывать свою позицию с позициями других участников обсуждения.

Безусловно, наличие оппонентов, противоположных точек зрения всегда обостряет дискуссию, повышает ее продуктивность, позволяет создавать с их помощью конструктивный конфликт для более эффективного решения обсуждаемых проблем.

Существует несколько видов дискуссий, использование того или иного типа дискуссии зависит от характера обсуждаемой проблемы и целей дискуссии.

Дискуссия- диалог чаще всего применяется для совместного обсуждения учебных и производственных проблем, решение которых может быть достигнуто путем взаимодополнения, группового взаимодействия по принципу «индивидуальных вкладов» или на основе согласования различных точек зрения, достижения консенсуса.

Дискуссия - спор используется для всестороннего рассмотрения сложных проблем, не имеющих однозначного решения даже в науке, социальной, политической жизни, производственной практике и т.д. Она построена на принципе «позиционного противостояния» и ее цель - не столько решить проблему, сколько побудить участников дискуссии задуматься над проблемой, уточнить и определить свою позицию; научить аргументировано отстаивать свою точку зрения и в то же время осознать право других иметь свой взгляд на эту проблему, быть индивидуальностью.

Условия эффективного проведения дискуссии:

- информированность и подготовленность студентов к дискуссии,

- свободное владение материалом, привлечение различных источников для аргументации отстаиваемых положений;

- правильное употребление понятий, используемых в дискуссии, их единообразное понимание;

- корректность поведения, недопустимость высказываний, задевающих личность оппонента; установление регламента выступления участников;

- полная включенность группы в дискуссию, участие каждого студента в ней.

Подготовка студентов к дискуссии: если тема объявлена заранее, то следует ознакомиться с указанной литературой, необходимыми справочными материалами, продумать свою позицию, четко сформулировать аргументацию, выписать цитаты, мнения специалистов.

В проведении дискуссии выделяется несколько этапов.

Этап 1-й, введение в дискуссию: формулирование проблемы и целей дискуссии;

определение значимости проблемы, совместная выработка правил дискуссии; выяснение однозначности понимания темы дискуссии, используемых в ней терминов, понятий.

Этап 2-й, обсуждение проблемы: обмен участниками мнениями по каждому вопросу. Цель этапа - собрать максимум мнений, идей, предложений, соотнося их друг с другом.

Этап 3-й, подведение итогов обсуждения: выработка студентами согласованного мнения и принятие группового решения.

Далее подводятся итоги дискуссии, заслушиваются и защищаются проектные задания. После этого проводится "мозговой штурм" по нерешенным проблемам дискуссии, а также выявляются прикладные аспекты, которые можно рекомендовать для включения в курсовые и дипломные работы или в апробацию на практике.

Семинары-дискуссии проводятся с целью выявления мнения студентов по актуальным и проблемным вопросам.

7. Методические рекомендации по написанию реферата

Слово "реферат" (от латинского – referre – докладывать, сообщать) означает сжатое изложение в устной или письменной форме содержания какого–либо вопроса или темы на основе критического обзора информации.

Написание реферата - вид самостоятельной работы студента, содержащий информацию, дополняющую и развивающую основную тему, изучаемую на аудиторных занятиях. Реферат может включать обзор нескольких источников и служить основой для доклада на семинарах, конференциях.

При подготовке реферата необходимо соблюдать следующие правила.

Ясно и четко сформулировать цель и задачи реферата, отражающие тему или решение проблемы.

Найти литературу по выбранной теме; составить перечень источников, обязательных к прочтению.

Только после предварительной подготовки следует приступать к написанию реферата. Прежде всего, составить план, выделить в нем части.

Введение. В этом разделе раскрывается цель и задачи работы; здесь необходимо сформулировать проблему, которая будет проанализирована в реферате, изложить своё отношение к ней, то есть мотивацию выбора; определить особенность постановки данной проблемы авторами изученной литературы; объяснить актуальность и социальную значимость выбранной темы.

Основная часть. Разделы, главы, параграфы основной части должны быть направлены на рассмотрение узловых моментов в теме реферата. Изложение содержания изученной литературы предполагает его критическое осмысление, глубокий логический анализ.

Каждый раздел основной части реферата предполагает детальное изучение отдельного вопроса темы и последовательное изложение структуры текстового материала с обязательными ссылками на первоисточник. В целом, содержание основной части должно отражать позиции отдельных авторов, сравнительную характеристику этих позиций, выделение узловых вопросов дискурса по выбранной для исследования теме.

Заключение. В заключении автор реферата должен сформулировать личную позицию в отношении изученной проблемы и предложить, может быть, свои способы её решения. Целесообразно сделать общие выводы по теме реферата и ещё раз отметить её актуальность и социальную значимость.

Список использованных источников и литературы.

Написание рефератов является одной из форм обучения студентов, направленной на организацию и повышение уровня самостоятельной работы, а также на усиление контроля за этой работой.

В отличие от теоретических семинаров, при проведении которых приобретаются, в частности, навыки высказывания своих суждений и изложения мнений других авторов в устной форме, написание рефератов формирует навыки изложения своих мыслей в письменной форме грамотным языком, хорошим стилем.

В зависимости от содержания и назначения в учебном процессе рефераты можно подразделить на два основных типа: научно-проблемные и обзорно-информационные.

Научно-проблемный реферат. При написании такого реферата следует изучить и кратко изложить имеющиеся в литературе суждения по определенному, спорному в теории, вопросу (проблеме) по данной теме, высказать по этому вопросу (проблеме) собственную точку зрения с соответствующим ее обоснованием.

Обзорно-информационный реферат. Разновидностями такого реферата могут быть следующие:

1) краткое изложение основных положений той или иной книги, монографии, содержащих материалы, относящиеся к изучаемой теме по курсу дисциплины;

2) подбор и краткое изложение содержания статей по определенной проблеме (теме, вопросу), опубликованных в различных журналах за определенный период, либо в сборниках («научных трудах», «ученых записках» и т.д.).

Темы рефератов определяются преподавателем. Литература либо рекомендуется преподавателем, либо подбирается аспирантами самостоятельно, что является одним из элементов самостоятельной работы.

Объем реферата должен быть в пределах 15 страниц машинописного текста через 1,5 интервала. При оформлении реферата необходимо ориентироваться на правила и установленные стандарты для учебных и научных работ.

Реферат сдается в указанные преподавателем сроки.

Критерии оценивания:

- достижение поставленной цели и задач исследования (новизна и актуальность поставленных в реферате проблем, правильность формулирования цели, определения задач исследования, правильность выбора методов решения задач и реализации цели; соответствие выводов решаемым задачам, поставленной цели, убедительность выводов);
- уровень эрудированности автора по изученной теме (знание автором состояния изучаемой проблематики, цитирование источников, степень использования в работе результатов исследований);
- личные заслуги автора реферата (новые знания, которые получены помимо основной образовательной программы, новизна материала и рассмотренной проблемы, научное значение исследуемого вопроса);
- культура письменного изложения материала (логичность подачи материала, грамотность автора);
- культура оформления материалов работы (соответствие реферата всем стандартным требованиям);
- знания и умения на уровне требований стандарта данной дисциплины: знание фактического материала, усвоение общих понятий и идей;
- степень обоснованности аргументов и обобщений (полнота, глубина, всестороннее раскрытие темы, корректность аргументации и системы доказательств, характер и достоверность примеров, иллюстративного материала, наличие знаний интегрированного характера, способность к обобщению);
- качество и ценность полученных результатов (степень завершенности реферативного исследования, спорность или однозначность выводов);
- корректное использование литературных источников, грамотное оформление ссылок.

8. Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

Экзамен (зачет) - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неусвоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь

на то, что это не попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала. кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неутомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины. Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или и учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На

консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальный сон, иначе в день экзамена не будет чувства бодрости и уверенности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

1) систематическая самостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;

2) добросовестное выполнение заданий;

3) выяснение и уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;

4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями в области управления персоналом;

6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам для *HR*;

7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам управления персоналом.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально - ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

2. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

3. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности (на материале немецкого языка): Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Б1.О.ДВ.01.02 ДУХОВНО-НРАВСТВЕННАЯ КУЛЬТУРА И ПАТРИОТИЧЕСКОЕ ВОСПИТАНИЕ

Направление подготовки
05.03.01 Геология

Профиль
Гидрогеология, инженерная геология и геоэкология

квалификация выпускника: **бакалавр**

Авторы: Бачинин И.В. к.п.н, Погорелов С.Т., к.п.н. Старостин А.Н., к.ист.н., Суслонов П.Е., к. филос. н., доцент

Одобрены на заседании кафедры

Теологии
(название кафедры)

Зав. кафедрой _____
(подпись)

Бачинин И.В.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 09.09.2021
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией факультета

Геологии и геофизики
(название факультета)

Председатель _____
(подпись)

Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 13.09.2022
(Дата)

Екатеринбург

Содержание

Методические указания по освоению дисциплины 3
Освоение лекционного курса 3
Самостоятельное изучение тем курса....3
Подготовка к практическим (семинарским) занятиям....6
Подготовка к тестированию 7
Подготовка к групповой дискуссии....8
Методические указания по подготовке к промежуточной аттестации....10

Методические указания по освоению дисциплины

Освоение лекционного курса

Лекции по дисциплине дают основной теоретический материал, являющийся базой для восприятия практического материала. После прослушивания лекции необходимо обратиться к рекомендуемой литературе, прочитать соответствующие темы, уяснить основные термины, проблемные вопросы и подходы к их решению, а также рассмотреть дополнительный материал по теме.

Главное в период подготовки к лекционным занятиям – научиться методам самостоятельного умственного труда, сознательно развивать свои творческие способности и овладевать навыками творческой работы. Для этого необходимо строго соблюдать дисциплину учебы и поведения. Четкое планирование своего рабочего времени и отдыха является необходимым условием для успешной самостоятельной работы. В основу его нужно положить рабочие программы изучаемых в семестре дисциплин.

Каждому студенту следует составлять еженедельный и семестровый планы работы, а также план на каждый рабочий день. С вечера всегда надо распределять работу на завтрашний день. В конце каждого дня целесообразно подводить итог работы: тщательно проверить, все ли выполнено по намеченному плану, не было ли каких-либо отступлений, а если были, по какой причине это произошло. Нужно осуществлять самоконтроль, который является необходимым условием успешной учебы. Если что-то осталось невыполненным, необходимо изыскать время для завершения этой части работы, не уменьшая объема недельного плана.

Одним из важных элементов освоения лекционного курса является самостоятельная работа на лекции. Слушание и запись лекций – сложный вид вузовской аудиторной работы. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента. Краткие записи лекций, их конспектирование помогает усвоить учебный материал. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное, основное и сделано это самим студентом. Не надо стремиться записать дословно всю лекцию. Такое «конспектирование» приносит больше вреда, чем пользы. Запись лекций рекомендуется вести по возможности собственными формулировками. Желательно запись осуществлять на одной странице, а следующую оставлять для проработки учебного материала самостоятельно в домашних условиях. Конспект лекции лучше подразделять на пункты, параграфы, соблюдая красную строку. Этому в большой степени будут способствовать пункты плана лекции, предложенные преподавателям. Принципиальные места, определения, формулы и другое следует сопровождать замечаниями «важно», «особо важно», «хорошо запомнить» и т.п. Можно делать это и с помощью разноцветных маркеров или ручек. Лучше если они будут собственными, чтобы не приходилось просить их у однокурсников и тем самым не отвлекать их во время лекции. Целесообразно разработать собственную «маркографию» (значки, символы), сокращения слов. Не лишним будет и изучение основ стенографии. Работая над конспектом лекций, всегда необходимо использовать не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор. Именно такая серьезная, кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть знаниями.

Самостоятельное изучение тем курса

Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка основной и рекомендуемой литературы к дисциплине. При работе с книгой необходимо научиться правильно ее читать, вести записи. Самостоятельная работа с учебниками и книгами (а также самостоятельное теоретическое исследование проблем, обозначенных

преподавателем на лекциях) – это важнейшее условие формирования научного способа познания. Основные приемы можно свести к следующим:

• составить перечень книг, с которыми следует познакомиться;

• перечень должен быть систематизированным (что необходимо для семинаров, что для экзаменов, что пригодится для написания курсовых и выпускных квалификационных работ, а что выходит за рамками официальной учебной деятельности, и расширяет общую культуру);

• обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и дипломных работ это позволит экономить время);

• определить, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть;

• при составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями и научными руководителями, которые помогут сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время;

• все прочитанные книги, учебники и статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц);

• если книга – собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора;

• следует выработать способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать); Таким образом, чтение научного текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации.

От того на сколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия. Грамотная работа с книгой, особенно если речь идет о научной литературе, предполагает соблюдение ряда правил, для овладения которыми необходимо настойчиво учиться. Это серьёзный, кропотливый труд. Прежде всего, при такой работе невозможен формальный, поверхностный подход. Не механическое заучивание, не простое накопление цитат, выдержек, а сознательное усвоение прочитанного, осмысление его, стремление дойти до сути – вот главное правило. Другое правило – соблюдение при работе над книгой определенной последовательности. Вначале следует ознакомиться с оглавлением, содержанием предисловия или введения. Это дает общую ориентировку, представление о структуре и вопросах, которые рассматриваются в книге.

Следующий этап – чтение. Первый раз целесообразно прочитать книгу с начала до конца, чтобы получить о ней цельное представление. При повторном чтении происходит постепенное глубокое осмысление каждой главы, критического материала и позитивного изложения; выделение основных идей, системы аргументов, наиболее ярких примеров и т.д. Непременным правилом чтения должно быть выяснение незнакомых слов, терминов, выражений, неизвестных имен, названий. Студенты с этой целью заводят специальные тетради или блокноты. Важная роль в связи с этим принадлежит библиографической подготовке студентов. Она включает в себя умение активно, быстро пользоваться научным аппаратом книги, справочными изданиями, каталогами, умение вести поиск необходимой информации, обрабатывать и систематизировать ее.

Выделяют четыре основные установки в чтении научного текста:

- информационно-поисковая (задача – найти, выделить искомую информацию);

- усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить, как сами сведения, излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений);

- аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему);

- творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к научному тексту связано существование и нескольких видов чтения:

- библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;

- просмотровое – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;

- ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц, цель – познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;

- изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;

- аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач.

Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым или, в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках учебной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с научным текстом. Научная методика работы с литературой предусматривает также ведение записи прочитанного. Это позволяет привести в систему знания, полученные при чтении, сосредоточить внимание на главных положениях, зафиксировать, закрепить их в памяти, а при необходимости вновь обратиться к ним.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

- Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения.

- Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала.

- Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала.

- Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора.

- Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного. Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять

план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Как правильно составлять конспект? Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта. Выделите главное, составьте план, представляющий собой перечень заголовков, подзаголовков, вопросов, последовательно раскрываемых затем в конспекте. Это первый элемент конспекта. Вторым элементом конспекта являются тезисы. Тезис - это кратко сформулированное положение. Для лучшего усвоения и запоминания материала следует записывать тезисы своими словами. Тезисы, выдвигаемые в конспекте, нужно доказывать. Поэтому третий элемент конспекта - основные доводы, доказывающие истинность рассматриваемого тезиса. В конспекте могут быть положения и примеры. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны 15 распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Конспектирование - наиболее сложный этап работы. Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы. Конспект ускоряет повторение материала, экономит время при повторном, после определенного перерыва, обращении к уже знакомой работе. Учитывая индивидуальные особенности каждого студента, можно дать лишь некоторые, наиболее оправдавшие себя общие правила, с которыми преподаватель и обязан познакомить студентов:

1. Главное в конспекте не объем, а содержание. В нем должны быть отражены основные принципиальные положения источника, то новое, что внес его автор, основные методологические положения работы. Умение излагать мысли автора сжато, кратко и собственными словами приходит с опытом и знаниями. Но их накоплению помогает соблюдение одного важного правила – не торопиться записывать при первом же чтении, вносить в конспект лишь то, что стало ясным.

2. Форма ведения конспекта может быть самой разнообразной, она может изменяться, совершенствоваться. Но начинаться конспект всегда должен с указания полного наименования работы, фамилии автора, года и места издания; цитаты берутся в кавычки с обязательной ссылкой на страницу книги.

3. Конспект не должен быть «слепым», безликим, состоящим из сплошного текста. Особо важные места, яркие примеры выделяются цветным подчеркиванием, взятием в рамочку, оттенением, пометками на полях специальными знаками, чтобы можно было быстро найти нужное положение. Дополнительные материалы из других источников можно давать на полях, где записываются свои суждения, мысли, появившиеся уже после составления конспекта.

Подготовка к практическим (семинарским) занятиям

Важной формой самостоятельной работы студента является систематическая и планомерная подготовка к практическому (семинарскому) занятию. После лекции студент должен познакомиться с планом практических занятий и списком обязательной и дополнительной литературы, которую необходимо прочитать, изучить и законспектировать. Разъяснение по вопросам новой темы студенты получают у преподавателя в конце предыдущего практического занятия.

Подготовка к практическому занятию требует, прежде всего, чтения рекомендуемых источников и монографических работ, их реферирования, подготовки докладов и сообщений. Важным этапом в самостоятельной работе студента является повторение материала по конспекту лекции. Одна из главных составляющих внеаудиторной подготовки – работа с книгой. Она предполагает: внимательное прочтение, критическое осмысление содержания, обоснование собственной позиции по дискуссионным моментам, постановки интересующих вопросов, которые могут стать предметом обсуждения на семинаре.

В начале практического занятия должен присутствовать организационный момент и вступительная часть. Преподаватель произносит краткую вступительную речь, где формулируются основные вопросы и проблемы, способы их решения в процессе работы.

Практические занятия не повторяют, а существенно дополняют лекционные занятия, помогая студентам в подготовке к промежуточной аттестации. Практические занятия являются одной из важнейших форм обучения студентов: они позволяют студентам закрепить, углубить и конкретизировать знания по курсу, подготовиться к практической деятельности. В процессе работы на практических занятиях студент должен совершенствовать умения и навыки самостоятельного анализа источников и научной литературы, что необходимо для научно-исследовательской работы.

Одним из важных элементов практических занятий является изучение и анализ источников теологического, религиозного или правового характера, осуществляемый под руководством преподавателя, что необходимо для получения практических навыков в области научно-исследовательской, экспертно-консультативной и представительско-посреднической деятельности по окончании обучения.

Подготовка к тестированию

Тестирование - система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.

Тестовая система предусматривает вопросы / задания, на которые слушатель должен дать один или несколько вариантов правильного ответа из предложенного списка ответов. При поиске ответа необходимо проявлять внимательность. Прежде всего, следует иметь в виду, что в предлагаемом задании всегда будет один правильный и один неправильный ответ. Это оговаривается перед каждым тестовым вопросом. Всех правильных или всех неправильных ответов (если это специально не оговорено в формулировке вопроса) быть не может. Нередко в вопросе уже содержится смысловая подсказка, что правильным является только один ответ, поэтому при его нахождении продолжать дальнейшие поиски уже не требуется.

На отдельные тестовые задания не существует однозначных ответов, поскольку хорошее знание и понимание содержащегося в них материала позволяет найти такие ответы самостоятельно. Именно на это слушателям и следует ориентироваться, поскольку полностью запомнить всю получаемую информацию и в точности ее воспроизвести при ответе невозможно. Кроме того, вопросы в тестах могут быть обобщенными, не затрагивать каких-то деталей.

Тестовые задания сгруппированы по темам учебной дисциплины. Количество тестовых вопросов/заданий по каждой теме дисциплины определено так, чтобы быть достаточным для оценки знаний обучающегося по всему пройденному материалу.

При подготовке к тестированию студенту следует внимательно перечитать конспект лекций, основную и дополнительную литературу по той теме (разделу), по которому предстоит писать тест.

Для текущей аттестации по дисциплине «Духовно-нравственная культура и патриотическое воспитание» применяются тесты, которые выполняются по разделам № 1-4.

Предлагаются задания по изученным темам в виде открытых и закрытых вопросов (35 вопросов в каждом варианте).

Образец тестового задания

1. Древнейший человек на Земле появился около 3 млн. лет назад. Когда появились первые люди на Урале?
а) 1млн. лет назад,
б) 300 тыс. лет назад,
в) около. 150 тыс. лет назад.

2.В каком регионе Урала находится укрепленное поселение бронзового века “Аркаим”:
а) в Курганской
б) в Челябинской,
в) в Свердловской.

3.Уральский город, где расположена известная наклонная башня Демидовых:
а) Кунгур
б) Невьянск
в) Екатеринбург
г) Соликамск

4. В каком году была основана Екатеринбургская горнозаводская школа?
а) 1723
б) 1783
в) 1847

5. Почему на гербе Уральского государственного горного университета изображена императорская корона?
а) потому что он был основан императором Николаем II
б) по личной просьбе представительницы царского дома Романовых О.Н. Куликовской-Романовой, посетившей Горный университет
в) для красоты

6. Из приведенных волевых качеств определите те, которые необходимы для выполнения патриотического долга.
а) Решительность, выдержка, настойчивость в преодолении препятствий и трудностей.
б) Агрессивность, настороженность, терпимость к себе и сослуживцам.
в) Терпимость по отношению к старшим, лояльность по отношению к окружающим

7. Печорин в произведении М.Ю. Лермонтова “Герой нашего времени” был ветераном этой войны:
а) Русско – турецкой
б) Кавказской
в) Крымской
г) Германской

Подготовка к групповой дискуссии

Групповая дискуссия — это одна из организационных форм познавательной деятельности обучающихся, позволяющая закрепить полученные ранее знания, восполнить недостающую информацию, сформировать умения решать проблемы,

укрепить позиции, научить культуре ведения дискуссии. Тематика обсуждения выдается на первых занятиях. Подготовка осуществляется во внеаудиторное время. Регламент – 3-5 мин. на выступление. В оценивании результатов наравне с преподавателем принимают участие студенты группы.

Обсуждение проблемы (нравственной, политической, научной, профессиональной и др.) происходит коллективно, допускается корректная критика высказываний (мнений) своих сокурсников с обязательным приведением аргументов критики.

Участие каждого обучающегося в диалоге, обсуждении должно быть неформальным, но предметным.

Темы для групповых дискуссий по разделам

Тема для групповой дискуссии по разделу 1. История инженерного дела в России. Создание и развитие Уральского государственного горного университета.

Студентам заранее дается перечень великих уральцев XVIII – начала XX вв. (Демидовы, И.С. Мясников и Твердышевы, Г.В. де Генин, В.А. Глинка, М.Е. Грум-Гржимайло и др.), внесших существенный вклад в развитие металлургической и горной промышленности. Студенты разбиваются на несколько групп, каждой из которых дается один исторический персонаж. Задача студентов по литературным и интернет-источникам подробно познакомиться с биографией и трудами своего героя. В назначенный для дискуссии день они должны не только рассказать о нем и его трудах, но и, главным образом, указать на то, каким образом их жизнь и деятельность повлияла на культуру и жизненный уклад их современников, простых уральцев.

Тема для групповой дискуссии по разделу 2. «Основы российского патриотического самосознания»

Студенты должны заранее освежить в памяти произведения школьной программы: К.М. Симонова «Жди меня», М.Ю. Лермонтова «Бородино», Л.Н. Толстого «Война и мир», А.А. Фадеева «Молодая гвардия».

Вопросы, выносимые на обсуждение:

Какие специфические грани образа патриота представлены в произведениях К.М. Симонова «Жди меня», М.Ю. Лермонтова «Бородино», Л.Н. Толстого «Война и мир», А.А. Фадеева «Молодая гвардия», выделите общее и особенное.

Какие еще произведения, в которых главные герои проявляют патриотические качества, вы можете назвать. Соотнесите их с героями вышеупомянутых писателей.

Тема для групповой дискуссии по разделу 3. Религиозная культура в жизни человека и общества.

Описание изначальной установки:

Группа делится на 2 части: «верующие» и «светские». Каждая группа должна высказать аргументированные суждения по следующей теме:

«Может ли верующий человек прожить без храма/мечети/синагоги и другие культовые сооружения?»

Вопросы для обсуждения:

1. Зачем человеку нужен храм/мечеть/синагога и др. культовые сооружения?
2. Почему совесть называют голосом Божиим в человеке?
3. Что означает выражение «вечные ценности»?
4. Что мешает человеку прийти в храм/мечеть/синагогу и др. культовое сооружение?

Каждый из групп должна представить развернутые ответы на поставленные вопросы со ссылкой на религиоведческие источники и нормативно-правовые акты, аргументированно изложить свою позицию.

Тема для групповой дискуссии по разделу 4. «Основы духовной и социально-психологической безопасности»

Тема дискуссии: «Воспитание трезвенных убеждений»

Основой дискуссии как метода активного обучения и контроля полученных знаний является равноценное владение материалом дискуссии всеми студентами. Для этого при предварительной подготовке рекомендуется наиболее тщательно повторить темы раздела, касающиеся формирования системы ценностей, манипуляций сознанием, мпомобов ведения консциентальной войны, методике утверждения трезвости как базовой национальной ценности.

В начале дискуссии демонстрируется фильм Н. Михалкова «Окна Овертона» из серии Бесогон ТВ: https://www.youtube.com/watch?time_continue=8&v=BlIiy4QfQIk

Затем перед студентами ставится проблемная задача: сформулировать ответ на вопрос «Возможно ли применение данной технологии формирования мировоззрения в благих целях — для воспитания трезвенных убеждений?»

Возможные варианты точек зрения:

1. Это манипулятивная технология, применение ее для воспитания трезвенных убеждений неэтично.

2. Это универсальная социально-педагогическая технология, применение ее во зло или во благо зависит от намерений автора. Испоьзование ее в целях формирования трезвенных убеждений обосновано и может реализоваться в практической деятельности тех, кто овладел курсом «Основы утверждения трезвости»

Результатом дискуссии не могут быть однозначные выводы и формулировки. Действие ее всегда пролонгировано, что дает студентам возможность для дальнейшего обдумывания рассмотренных проблемных ситуаций, для поиска дополнительной информации по воспитанию трезвенных убеждений.

Незадолго до проведения групповой дискуссии преподаватель разделяет группу на несколько подгрупп, которая, согласно сценарию, будет представлять определенную точку зрения, информацию. При подготовке к групповой дискуссии студенту необходимо собрать материал по теме с помощью анализа научной литературы и источников.

Используя знание исторического, теологического и правового материала, исходя из изложенных изначальных концепций, каждая группа должна изложить свою точку зрения на обсуждаемый вопрос, подкрепив ее соответствующими аргументами.

Каждый из групп по очереди приводит аргументы в защиту своей позиции. Соответственно другая группа должна пытаться привести контраргументы, свидетельствующие о нецелесообразности, пагубности позиции предыдущей группы и стремится доказать, аргументированно изложить свою позицию.

ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

При подготовке к *зачету* по дисциплине «*Духовно-нравственная культура и патриотическое воспитание*» обучающемуся рекомендуется:

1. повторить пройденный материал и ответить на вопросы, используя конспект и материалы лекций. Если по каким-либо вопросам у студента недостаточно информации в лекционных материалах, то необходимо получить информацию из раздаточных материалов и/или учебников (литературы), рекомендованных для изучения дисциплины «*Духовно-нравственная культура и патриотическое воспитание*».

Целесообразно также дополнить конспект лекций наиболее существенными и важными тезисами для рассматриваемого вопроса;

2. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачете* особое внимание необходимо уделять схемам, рисункам,

графикам и другим иллюстрациям, так как подобные графические материалы, как правило, в наглядной форме отражают главное содержание изучаемого вопроса;

3. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачете* (в случаях, когда отсутствует иллюстративный материал) особое внимание необходимо обращать на наличие в тексте словосочетаний вида «во-первых», «во-вторых» и т.д., а также дефисов и перечислений (цифровых или буквенных), так как эти признаки, как правило, позволяют структурировать ответ на предложенное задание.

Подобную текстовую структуризацию материала слушатель может трансформировать в рисунки, схемы и т. п. для более краткого, наглядного и удобного восприятия (иллюстрации целесообразно отразить в конспекте лекций – это позволит оперативно и быстро найти, в случае необходимости, соответствующую информацию);

4. следует также обращать внимание при изучении материала для подготовки к *зачету* на словосочетания вида «таким образом», «подводя итог сказанному» и т.п., так как это признаки выражения главных мыслей и выводов по изучаемому вопросу (пункту, разделу). В отдельных случаях выводы по теме (разделу, главе) позволяют полностью построить (восстановить, воссоздать) ответ на поставленный вопрос (задание), так как содержат в себе основные мысли и тезисы для ответа.

МИНОБРНАУКИ РОССИЙ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Председатель учебно-методической комиссии _____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ

ФТД.01 ТЕХНОЛОГИИ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО ТРУДА

Направление подготовки
05.03.01 Геология

Направленность (профиль)
Гидрогеология, инженерная геология и геоэкология

Квалификация выпускника – бакалавр

год набора: 2023

Автор: Полянок О.В., к.пс.н.

Одобрена на заседании кафедры
Гидрогеологии, инженерной геологии и геоэкологии
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
Абрамов С.М.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 07.09.2022
(Дата)

Рассмотрена методической комиссией факультета
Геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 13.09.2022
(Дата)

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ……..…3

ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ…….……..….6

САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ……..…8

ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ……..12

ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ……...……...….13

ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ……...…..28

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа в высшем учебном заведении - это часть учебного процесса, метод обучения, прием учебно-познавательной деятельности, комплексная целевая стандартизованная учебная деятельность с запланированными видом, типом, формами контроля.

Самостоятельная работа представляет собой плановую деятельность обучающихся по поручению и под методическим руководством преподавателя.

Целью самостоятельной работы студентов является закрепление тех знаний, которые они получили на аудиторных занятиях, а также способствование развитию у студентов творческих навыков, инициативы, умению организовать свое время.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- предполагает освоение курса дисциплины;
- помогает освоению навыков учебной и научной работы;
- способствует осознанию ответственности процесса познания;
- способствует углублению и пополнению знаний студентов, освоению ими навыков и умений;
- формирует интерес к познавательным действиям, освоению методов и приемов познавательного процесса,
- создает условия для творческой и научной деятельности обучающихся;
- способствует развитию у студентов таких личных качеств, как целеустремленность, заинтересованность, исследование нового.

Самостоятельная работа обучающегося выполняет следующие функции:

- развивающую (повышение культуры умственного труда, приобщение к творческим видам деятельности, обогащение интеллектуальных способностей студентов);
- информационно-обучающую (учебная деятельность студентов на аудиторных занятиях, неподкрепленная самостоятельной работой, становится мало результативной);
- ориентирующую и стимулирующую (процессу обучения придается ускорение и мотивация);
- воспитательную (формируются и развиваются профессиональные качества бакалавра и гражданина);
- исследовательскую (новый уровень профессионально-творческого мышления).

Организация самостоятельной работы студентов должна опираться на определенные требования, а, именно:

- сложность осваиваемых знаний должна соответствовать уровню развития студентов;
- стандартизация заданий в соответствии с логической системой курса дисциплины;
- объем задания должен соответствовать уровню студента;

- задания должны быть адаптированными к уровню студентов.

Содержание самостоятельной работы студентов представляет собой, с одной стороны, совокупность теоретических и практических учебных заданий, которые должен выполнить студент в процессе обучения, объект его деятельности; с другой стороны — это способ деятельности студента по выполнению соответствующего теоретического или практического учебного задания.

Свое внешнее выражение содержание самостоятельной работы студентов находит во всех организационных формах аудиторной и внеаудиторной деятельности, в ходе самостоятельного выполнения различных заданий.

Функциональное предназначение самостоятельной работы студентов в процессе лекций, практических занятий по овладению специальными знаниями заключается в самостоятельном прочтении, просмотре, прослушивании, наблюдении, конспектировании, осмыслении, запоминании и воспроизведении определенной информации. Цель и планирование самостоятельной работы студента определяет преподаватель. Вся информация осуществляется на основе ее воспроизведения.

Так как самостоятельная работа тесно связана с учебным процессом, ее необходимо рассматривать в двух аспектах:

1. аудиторная самостоятельная работа – практические занятия;

2. внеаудиторная самостоятельная работа – подготовка к практическим занятиям (в т.ч. подготовка к практико-ориентированным заданиям и др.).

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;

- уровень образования и степень подготовленности студентов;

- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

Таким образом, самостоятельная работа студентов является важнейшей составной частью процесса обучения.

Методические указания по организации самостоятельной работы и задания для обучающихся по дисциплине «*Технологии интеллектуального труда*» обращают внимание студента на главное, существенное в изучаемой дисциплине, помогают выработать умение анализировать явления и факты, связывать теоретические положения с практикой, а также облегчают подготовку к сдаче *зачета*.

Настоящие методические указания позволят студентам самостоятельно овладеть фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю подготовки, опытом творческой и исследовательской деятельности, и направлены на формирование компетенций, предусмотренных учебным планом поданному профилю.

Видами самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «*Технологии интеллектуального труда*» являются:

- самостоятельное изучение тем курса (в т.ч. рассмотрение основных категорий дисциплины, работа с литературой);

- подготовка к практическим (семинарским) занятиям (в т.ч. ответы на вопросы для самопроверки, подготовка к выполнению практико-ориентированных заданий);

- подготовка к зачету.

В методических указаниях представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ

Тема 1. Особенности информационных технологий для людей с ограниченными возможностями.

Информационные технологии
Универсальный дизайн
Адаптивные технологии

Тема 2. Тифлотехнические средства/ Сурдотехнические средства/ Адаптивная компьютерная техника (Материал изучается по подгруппам в зависимости от вида ограничений здоровья обучающихся)

Брайлевский дисплей
Брайлевский принтер
Телевизионное увеличивающее устройство
Читающая машина
Экранные лупы
Синтезаторы речи
Ассистивные тифлотехнические средства
Ассистивные сурдотехнические средства
Адаптированная компьютерная техника
Ассистивные технические средства

Тема 3. Дистанционные образовательные технологии

Дистанционные образовательные технологии
Информационные объекты

Тема 4. Интеллектуальный труд и его значение в жизни общества

Система образования
Образовательная среда вуза
Интеллектуальный труд
Интеллектуальный ресурс
Интеллектуальный продукт

Тема 5. Развитие интеллекта – основа эффективной познавательной деятельности

Личностный компонент
Мотивационно-потребностный компонент
Интеллектуальный компонент
Организационно-деятельностный компонент
Гигиенический компонент
Эстетический компонент
Общеучебные умения

Саморегуляция

Тема 6. Самообразование и самостоятельная работа студента – ведущая форма умственного труда.

Самообразование
Самостоятельная работа студентов
Технологии интеллектуальной работы
Технологии групповых обсуждений

Тема 7. Технологии работы с информацией студентов с ОВЗ и инвалидов

Традиционные источники информации
Технологии работы с текстами
Технологии поиска, фиксирования, переработки информации
Справочно-поисковый аппарат книги
Техника быстрого чтения
Реферирование
Редактирование
Технология конспектирования
Методы и приемы скоростного конспектирования

Тема 8. Организация научно-исследовательской работы

Доклад
Реферат
Курсовая работа
Выпускная квалификационная работа
Техника подготовки работы
Методика работы над содержанием Презентация

Тема 9. Тайм-менеджмент

Время
Планирования времени
Приемы оптимизации распределения времени

САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ

Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка рекомендуемой литературы к дисциплине. При работе с книгой необходимо научиться правильно ее читать, вести записи. Самостоятельная работа с учебными и научными изданиями профессиональной и общекультурной тематики– это важнейшее условие формирования научного способа познания.

Основные приемы работы с литературой можно свести к следующим:

• составить перечень книг, с которыми следует познакомиться;

• перечень должен быть систематизированным;

• обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и выпускных квалификационных работ это позволит экономить время);

• определить, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть;

• при составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями, которые помогут сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время;

• все прочитанные монографии, учебники и научные статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц);

• если книга – собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора;

• следует выработать способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать). Таким образом, чтение текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации.

От того, насколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия. Грамотная работа с книгой, особенно если речь идет о научной литературе, предполагает соблюдение ряда правил, для овладения которыми необходимо настойчиво учиться. Это серьёзный, кропотливый труд. Прежде всего, при такой работе невозможен формальный, поверхностный подход. Не механическое заучивание, не простое накопление цитат, выдержек, а сознательное усвоение прочитанного, осмысление его, стремление дойти до сути – вот главное правило. Другое правило – соблюдение при работе над книгой определенной последовательности. Вначале следует ознакомиться с оглавлением,

содержанием предисловия или введения. Это дает общую ориентировку, представление о структуре и вопросах, которые рассматриваются в книге.

Следующий этап – чтение. Первый раз целесообразно прочитать книгу с начала до конца, чтобы получить о ней цельное представление. При повторном чтении происходит постепенное глубокое осмысление каждой главы, критического материала и позитивного изложения; выделение основных идей, системы аргументов, наиболее ярких примеров и т.д. Непременным правилом чтения должно быть выяснение незнакомых слов, терминов, выражений, неизвестных имен, названий. Студентам с этой целью рекомендуется заводить специальные тетради или блокноты. Важная роль в связи с этим принадлежит библиографической подготовке студентов. Она включает в себя умение активно, быстро пользоваться научным аппаратом книги, справочными изданиями, каталогами, умение вести поиск необходимой информации, обрабатывать и систематизировать ее.

Выделяют четыре основные установки в чтении текста:

- информационно-поисковая (задача – найти, выделить искомую информацию);
- усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить, как сами сведения, излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений);
- аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему);
- творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к тексту связано существование и нескольких видов чтения:

- библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;
- просмотровое – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;
- ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц; цель – познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;
- изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;
- аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач.

Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым, или, в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной и научной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках образовательной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с текстом. Научная методика работы с литературой предусматривает также ведение записи прочитанного. Это позволяет привести в систему знания, полученные при чтении, сосредоточить внимание на главных положениях, зафиксировать, закрепить их в памяти, а при необходимости вновь обратиться к ним.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения.

Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала.

Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала.

Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора.

Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного. Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Как правильно составлять конспект? Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта. Выделите главное, составьте план, представляющий собой перечень заголовков, подзаголовков, вопросов, последовательно раскрываемых затем в конспекте. Это первый элемент конспекта. Вторым элементом конспекта являются тезисы. Тезис - это кратко сформулированное положение. Для лучшего усвоения и запоминания материала следует записывать тезисы своими словами. Тезисы, выдвигаемые в конспекте, нужно доказывать. Поэтому третий элемент конспекта - основные доводы, доказывающие истинность рассматриваемого тезиса. В конспекте могут быть положения и примеры. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли. При оформлении

конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Конспектирование –наиболее сложный этап работы. Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы. Конспект ускоряет повторение материала, экономит время при повторном, после определенного перерыва, обращении к уже знакомой работе. Учитывая индивидуальные особенности каждого студента, можно дать лишь некоторые, наиболее оправдавшие себя общие правила, с которыми преподаватель и обязан познакомить студентов:

1. Главное в конспекте не объем, а содержание. В нем должны быть отражены основные принципиальные положения источника, то новое, что внес его автор, основные методологические положения работы. Умение излагать мысли автора сжато, кратко и собственными словами приходит с опытом и знаниями. Но их накоплению помогает соблюдение одного важного правила – не торопиться записывать при первом же чтении, вносить в конспект лишь то, что стало ясным.

2. Форма ведения конспекта может быть самой разнообразной, она может изменяться, совершенствоваться. Но начинаться конспект всегда должен с указания полного наименования работы, фамилии автора, года и места издания; цитаты берутся в кавычки с обязательной ссылкой на страницу книги.

3. Конспект не должен быть «слепым», безликим, состоящим из сплошного текста. Особо важные места, яркие примеры выделяются цветным подчеркиванием, взятием в рамочку, оттенением, пометками на полях специальными знаками, чтобы можно было быстро найти нужное положение. Дополнительные материалы из других источников можно давать на полях, где записываются свои суждения, мысли, появившиеся уже после составления конспекта.

ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ

Практико-ориентированные задания выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций. Это могут быть ситуации, требующие применения умений и навыков, специфичных для соответствующего профиля обучения (знания содержания предмета), ситуации, требующие организации деятельности, выбора её оптимальной структуры личностно-ориентированных ситуаций (нахождение нестандартного способа решения).

Кроме этого, они выступают средством формирования у студентов умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач. Они строятся на основе ситуаций, возникающих на различных уровнях осуществления практики и формулируются в виде производственных поручений (заданий).

Под практико-ориентированными заданиями понимают задачи из окружающей действительности, связанные с формированием практических навыков, необходимых в повседневной жизни, в том числе с использованием элементов производственных процессов.

Цель практико-ориентированных заданий – приобретение умений и навыков практической деятельности по изучаемой дисциплине.

Задачи практико-ориентированных заданий:

- закрепление, углубление, расширение и детализация знаний студентов при решении конкретных задач;
- развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;
- овладение новыми методами и методиками изучения конкретной учебной дисциплины;
- обучение приемам решения практических задач;
- выработка способности логического осмысления полученных знаний для выполнения заданий;
- обеспечение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм обучения.

Важными отличительными особенностями практико-ориентированных задания от стандартных задач (предметных, межпредметных, прикладных) являются:

- значимость (познавательная, профессиональная, общекультурная, социальная) получаемого результата, что обеспечивает познавательную мотивацию обучающегося;
- условие задания сформулировано как сюжет, ситуация или проблема, для разрешения которой необходимо использовать знания из разных разделов основного предмета, из другого предмета или из жизни, на которые нет явного указания в тексте задания;

- информация и данные в задании могут быть представлены в различной форме (рисунок, таблица, схема, диаграмма, график и т.д.), что потребует распознавания объектов;

- указание (явное или неявное) области применения результата, полученного при решении задания.

Кроме выделенных четырех характеристик, практико-ориентированные задания имеют следующие:

1. по структуре эти задания – нестандартные, т.е. в структуре задания не все его компоненты полностью определены;

2. наличие избыточных, недостающих или противоречивых данных в условии задания, что приводит к объемной формулировке условия;

3. наличие нескольких способов решения (различная степень рациональности), причем данные способы могут быть неизвестны учащимся, и их потребуется сконструировать.

При выполнении практико-ориентированных заданий следует руководствоваться следующими общими рекомендациями:

- для выполнения практико-ориентированного задания необходимо внимательно прочитать задание, повторить лекционный материал по соответствующей теме, изучить рекомендуемую литературу, в т.ч. дополнительную;

- выполнение практико-ориентированного задания включает постановку задачи, выбор способа решения задания, разработку алгоритма практических действий, программы, рекомендаций, сценария и т. п.;

- если практико-ориентированное задание выдается по вариантам, то получить номер варианта исходных данных у преподавателя; если нет вариантов, то нужно подобрать исходные данные самостоятельно, используя различные источники информации;

- для выполнения практико-ориентированного задания может использоваться метод малых групп. Работа в малых группах предполагает решение определенных образовательных задач в рамках небольших групп с последующим обсуждением полученных результатов. Этот метод развивает навыки сотрудничества, достижения компромиссного решения, аналитические способности.

ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ

1. В соответствии с опросником «Саморегуляция» (ОС) (модификация методики А.К. Осницкого) оцените свои качества, возможности, отношение к деятельности в протоколе (132 высказывания) по 4-х бальной шкале: 4 балла – да; 3 балла – пожалуй да; 2 балла – пожалуй нет; 1 балл – нет.

Текст опросника

1. Способен за дело приниматься без напоминаний.
2. Планирует, организует свои дела и работу.
3. Умеет выполнить порученное задание.
4. Хорошо анализирует условия.
5. Учитывает возможные трудности.
6. Умеет отделять главное от второстепенного.
7. Чаще всего избирает верный путь решения задачи.
8. Правильно планирует свои занятия и работу.
9. Пытается решить задачи разными способами.
10. Сам справляется с возникающими трудностями.
11. Редко ошибается, умеет оценить правильность действий.
12. Быстро обнаруживает свои ошибки.
13. Быстро находит новый способ решения.
14. Быстро исправляет ошибки.
15. Не повторяет ранее сделанных ошибок.
16. Продумывает свои дела и поступки.
17. Хорошо справляется и с трудными заданиям.
18. Справляется с заданиями без посторонней помощи.
19. Любит порядок.
20. Заранее знает, что будет делать.
21. Аккуратен и последователен.
22. Продумывает, все до мелочей.
23. Ошибается чаще из-за того, что смысл задания целом не понят, хотя все детали продуманы.
24. Старателен, хотя часто не выполняет заданий.
25. Долго готовится, прежде чем приступить к делу.
26. Избегает риска.
27. Сначала обдумывает, потом делает.
28. Решения принимает без колебаний.
29. Уверенный в себе.
30. Действует решительно, настойчив.
31. Предприимчивый, решительный.
32. Активный.
33. Ведущий.
34. Реализует почти все, что планирует.
35. Начатое дело доводит до конца.

36. Предпочитает действовать, а не обсуждать.
37. Обдумывает свои дела и поступки.
38. Анализирует свои ошибки и неудачи.
39. Планирует дела, рассчитывает свои силы.
40. Прислушивается к замечаниям.
41. Редко повторяет одну и ту же ошибку.
42. Знает о своих недостатках.
43. Сделает задание на совесть.
44. Как всегда сделает на отлично.
45. Для него важно качество, а не отметка.
46. Всегда проверяет правильность работы.
47. Старается довести дело до конца.
48. Стирается добиться лучших результатов.
49. Действует самостоятельно, мало советуясь с другими.
50. Предпочитает справляться с трудностями сам.
51. Может принять не зависимое от других решение.
52. Любит перемену в занятиях.
53. Легко переключается с одной работы на другую.
54. Хорошо ориентируется в новых условиях.
55. Аккуратен.
56. Внимателен.
57. Усидчив.
58. С неудачами и ошибками обычно справляется.
59. Неудачи активизируют его.
60. Старается разобраться в причинах неудач.
61. Умеет мобилизовать усилия.
62. Взвешивает все «за» и «против».
63. Старается придерживаться правил.
64. Всегда считается с мнением других.
65. Его нетрудно убедить в чем-то.
66. Прислушивается к замечаниям.
67. Нужно напоминать о том, что необходимо закончить дело.
68. Не планирует, мало организует свои дела, и работу.
69. Не выполняет заданий оттого, что отвлекается.
70. Условия анализирует плохо.
71. Не учитывает возможных трудностей.
72. Не умеет отделять главное от второстепенного.
73. Пути решения выбирает не лучшие.
74. Не умеет планировать работу и занятия.
75. Не пытается решать задачи разными способами.
76. Не может справиться с трудностями без помощи других.
77. Часто допускает ошибки в работе, часто их повторяет.
78. С трудом находит ошибки в своей работе.
79. С трудом находит новые способы решения.

80. С большим трудом и долго исправляет ошибки.
81. Повторяет одни и те же ошибки.
82. Часто поступает необдуманно, импульсивно.
83. С трудными заданиями справляется плохо.
84. Не справляется с заданием без напоминаний и помощи.
85. Не любит порядок.
86. Часто не знает заранее, что ему предстоит делать.
87. Непоследователен и неаккуратен.
88. Ограничивается лишь общими сведениями, общим впечатлением.
89. Ошибается чаще из-за того, что не продуманы мелочи, детали.
90. Не очень старателен, но задания выполняет.
91. Приступает к делу без подготовки.
92. Часто рискует, ищет приключений.
93. Сначала сделает, лотом подумает.
94. Решения принимает после раздумий и колебаний.
95. Часто сомневается в своих силах.
96. Нерешителен, небольшие помехи уже останавливают его.
97. Нерешительный.
98. Вялый, безучастный.
99. Ведомый.
100. Задумывает много, а делает мало.
101. Редко, когда начатое дело доводит до конца.
102. Предпочитает обсуждать, а не действовать.
103. Действует без раздумий, «с ходу».
104. Не анализирует ошибок.
105. Не планирует почти ничего, не рассчитывает своих сил.
106. Не прислушивается к замечаниям.
107. Часто повторяет одну и ту же ошибку.
108. Не хочет знать и исправлять свои недостатки.
109. Сделает «спустя рукава».
110. Сделает как получится.
111. Сделает из-за угрозы получения плохой оценки.
112. Не проверяет правильность результатов своих действий.
113. Часто бросает работу, не доделав ее.
114. Результат неважен – лишь бы поскорее закончить работу.
115. О его трудностях и делах знают почти все.
116. Всегда надеется на друзей, на их помощь.
117. Действует по принципу: как все, так и я!
118. Любит однообразные занятия.
119. С трудом переключается с одной работы на другую.
120. Плохо ориентируется в новых условиях.
121. Неаккуратен.
122. Невнимателен.
123. Неусидчив.

124. Ошибку может исправить, если его успокоить.
125. Неудачи быстро сбивают с толку.
126. Равнодушен к причинам неудач.
127. С трудом мобилизуется на выполнение задания.
128. Поступает необдуманно, импульсивно.
129. Не придерживается правил.
130. Не считается с мнением окружающих.
131. Его трудно убедить в чем-либо.
132. Не прислушивается к замечаниям.

Ключ для обработки и интерпретации данных

В тесте оценивается 132 характеристики саморегуляции. Они разбиты на тройки.

Всего 22 пары противоположных характеристик.

1. Целеполагание - 23. Неустойчивость целей.
2. Моделирование условий - 24. Отсутствие анализа условий.
3. Программирование действий - 25. Спонтанность действий.
4. Оценивание результатов - 26. Ошибки в работе.
5. Коррекции результатов и способ» действий - 27. Повторные ошибки.
6. Обеспеченность регуляции в целом - 28. Импульсивность.
7. Упорядоченность деятельности - 29. Непоследовательность, неаккуратность.
8. Детализация регуляции действий - 30. Поверхностность.
9. Осторожность в действиях - 31. Необдуманность, рискованность.
10. Уверенность в действиях - 32. Неуверенность в своих силах.
11. Инициативность в действиях - 33. Нерешительность.
12. Практическая реализуемость намерений - 34. Незавершенность дел.
13. Осознанность действий - 35. Действия наобум.
14. Критичность в делах и поступках -36. Равнодушие к недостаткам.
15. Ориентированность на оценочный балл -37. Попустительство.
16. Ответственность в делах и поступках - 38. Безответственность в делах.
17. Автономность - 39. Зависимость в действиях.
18. Гибкость, пластичность в действиях - 40. Инертность в работе.
19. Вовлечение полезных привычек в регуляцию действий - 41. «Плохиш».
20. Практичность, устойчивость в регуляции действий - 42. Равнодушие к ошибкам, неудачам.
21. Оптимальность (адекватность) регуляции усилий - 43. Отсутствие последовательности.
22. Податливость воспитательным воздействиям - 44. Самодостаточность.

Необходимо найти сумму в каждой из троек характеристик и сопоставить ее с их противоположностью.

4-6 баллов - слабое проявление характеристики.

7-9 баллов - ситуативное проявление.

10-12 баллов - выраженность характеристики.

Бланк для ответов

ФИ_____
Пол_____ Возраст (дата рождения)_____ Гр._____ Дата_____ № ___

Шкала ответов

4 – да; 3 – пожалуй да; 2 – пожалуй нет; 1 – нет.

№			S		№		S
1	1			23	67		
	2				68		
	3				69		
2	4			24	70		
	5				71		
	6				72		
3	7			25	73		
	8				74		
	9				75		
4	10			26	76		
	11				77		
	12				78		
5	13			27	79		
	14				80		
	15				81		
6	16			28	82		
	17				83		
	18				84		
7	19			29	85		
	20				86		
	21				87		
8	22			30	88		
	23				89		
	24				90		
9	25			31	91		
	26				92		

	27				93	
10	28			32	94	
	29				95	
	30				96	
11	31			33	97	
	32				98	
	33				99	
12	34			34	100	
	35				101	
	36				102	
13	37			35	103	
	38				104	
	39				105	
14	40			36	106	
	41				107	
	42				108	
15	43			37	109	
	44				ПО	
	45				111	
16	46			38	112	
	47				113	
	48				114	
17	49			39	115	
	50				116	
	51				117	
18	52			40	118	
	53				119	
	54				120	
19	55			41	121	
	56				122	
	57				123	
20	58			42	124	
	59				125	

	60				126	
21	61			43	127	
	62				128	
	63				129	
22	64			44	130	
	65				131	
	66				132	

Качественные характеристики саморегуляции

№	Качества саморегуляции	Содержательные характеристики саморегуляции	№	Качества саморегуляции	Содержательные характеристики саморегуляции
1	Целеполагание	За дело приниматься без напоминаний, планирует, организует свои дела и работу. Задания и поручения выполняет.	23	Неустойчивость целей	Не планирует, мало организует свою работу. Нужно напоминать о том, что необходимо закончить дело. Отвлекается.
2	Моделирование условий	Анализирует условия предстоящей деятельности, возможные трудности. Выделяет главное.	24	Отсутствие анализа условий	Не умеет отделять главное от второстепенного. Не предвидит ход дел, возможные трудности.
3	Программирование действий	Правильно планирует свои занятия и работу, избирает верный путь решения задачи.	25	Спонтанность действий	Не умеет планировать работу в занятия, затрудняется в выборе путей решения задач.
4	Оценивание результатов	Редко ошибается, умеет оценить правильность действий. Быстро обнаруживает свои ошибки.	26	Ошибки в работе	Часто допускает ошибки в работе, часто их повторяет. Не находит ошибок в своей работе.
5	Коррекция результатов и способов действий	Быстро находит новый способ решения. Быстро исправляет ошибки.	27	Повторные ошибки	С трудом находит новые способы решения. Повторяет одни и те же ошибки.
6	Обеспеченность регуляции в целом	Продумывает свои дела и поступки. Справляется с заданиями без по-	28	Импульсивность	Часто поступает необдуманно, импульсивно. С трудными заданиями справляет-

№	Качества саморегуляции	Содержательные характеристики саморегуляции	№	Качества саморегуляции	Содержательные характеристики саморегуляции
		сторонней помощи.			ся плохо.
7	Упорядоченность деятельности	Любит порядок. Аккуратен и последователен.	29	Непоследовательность	Часто не знает заранее, что ему предстоит делать, непоследователен и неаккуратен.
8	Детализация регуляции действий	Продумывает, все до мелочей. Ошибается чаще из-за того, что смысл задания целом не понят, хотя все детали продуманы.	30	Поверхностность	Ограничивается лишь общими сведениями, общим впечатлением. Ошибается чаще из-за того, что не продуманы мелочи, детали.
9	Осторожность в действиях	Долго обдумывает и готовится, прежде чем приступить к делу. Избегает риска.	31	Необдуманность, рискованность	Приступает к делу без подготовки. Сначала сделает, лотом подумает.
10	Уверенность в действиях	Уверенный в себе. Решения принимает без колебаний. Решителен. Настойчив.	32	Неуверенность в своих силах	Решения принимает после колебаний. Сомневается в своих силах. Нерешителен.
11	Инициативен в действиях.	Предприимчивый, решительный. Активный. Ведущий.	33	Нерешительность	Нерешительный. Вялый, безучастный. Ведомый.
12	Практическая реализуемость намерений	Реализует почти все, что планирует. Начатое дело доводит до конца.	34	Незавершенность дел	Редко, когда начатое дело доводит до конца. Предпочитает обсуждать, а не действовать.
13	Осознанность действий	Обдумывает, планирует свои дела и поступки. Анализирует свои ошибки и неудачи.	35	Действия наобум	Действует без раздумий, «с ходу», не рассчитывает своих сил.
14	Критичность в делах и поступках	Знает о своих недостатках. Редко повторяет ошибки. Прислушивается к замечани-	36	Равнодушие к недостаткам	Часто повторяет одну и ту же ошибку. Не хочет знать и исправлять свои недо-

№	Качества саморегуляции	Содержательные характеристики саморегуляции		№	Качества саморегуляции	Содержательные характеристики саморегуляции
		ям.				статки.
15	Ориентированность на оценочный балл	Сделает задание на совесть. Для него важно качество, а не отметка.		37	Попустительство	Делает все «спустя рукава», как получится. Делает из-за угрозы плохой оценки.
16	Ответственность в делах и поступках	Гарантирует доведение дел до конца. Всегда проверяет правильность работы.		38	Безответственность в делах	Не проверяет результатов своих действий. Часто бросает работу, не доделав до конца.
17	Автономность	Действует и принимает самостоятельные решения. Предпочитает сам справляться с трудностями.		39	Зависимость в действиях	Всегда надеется на друзей, на их помощь.
18	Гибкость, пластичность в действиях	Легко переключается с одной работы на другую. Хорошо ориентируется в новых условиях.		40	Инертность в работе	Любит однообразные занятия. С трудом переключается с одной работы на другую.
19	Вовлечение полезных привычек в регуляцию действий	Аккуратен. Внимателен. Усидчив.		41	«Плохиш»	Неаккуратен. Невнимателен. Неусидчив.
20	Практичность, устойчивость в регуляции действий	Справляется с неудачами и ошибками. Неудачи активизируют его. Старается разобраться в их причинах.		42	Равнодушие к ошибкам, неудачам	Неудачи быстро сбивают с толку. Равнодушен к их причинам.
21	Оптимальность (адекватность) регуляции усилий	Взвешивает все «за» и «против». Умеет мобилизовать усилия.		43	Отсутствие последовательности	Поступает необдуманно. С трудом мобилизуется на выполнение задания.
22	Податливость воспитательным воздействиям	Всегда считается с мнением других. Прислушивается к замечаниям.		44	Самодостаточность	Не считается с мнением окружающих. Не прислушивается к замечаниям.

Задание: На основе самодиагностики саморегуляции сформулируйте рекомендации по саморегуляции.

2. Выберите научную статью по своей специальности и напишите к ней аннотацию, реферат, конспект, рецензию.

Методические указания

АННОТАЦИЯ (от лат. annotatio - замечание, пометка) – это краткая характеристика статьи, рукописи, книги, в которой обозначены тема, проблематика и назначение издания, а также содержатся сведения об авторе и элементы оценки книги.

Перед текстом аннотации даются выходные данные (автор, название, место и время издания). Эти данные можно включить в первую часть аннотации.

Аннотация обычно состоит из двух частей. В первой части формулируется основная тема книги, статьи; во второй части перечисляются (называются) основные положения. Говоря схематично, аннотация на книгу (прежде всего научную или учебную) отвечает на вопросы о чем? из каких частей? как? для кого? Это ее основные, стандартные смысловые элементы. Каждый из них имеет свои языковые средства выражения.

Аннотация на книгу помещается на оборотной стороне ее титульного листа и служит (наряду с ее названием и оглавлением) источником информации о содержании работы. Познакомившись с аннотацией, читатель решает, насколько книга может быть ему нужна. Кроме того, умение аннотировать прочитанную литературу помогает овладению навыками реферирования.

Языковые стереотипы, с помощью которых оформляется каждая смысловая часть аннотации:

1. Характеристика содержания текста:

В статье (книге) рассматривается…; Статья посвящена…; В статье даются…; Автор останавливается на следующих вопросах…; Автор затрагивает проблемы…; Цель автора – объяснить (раскрыть)…; Автор ставит своей целью проанализировать…;

2. Композиция работы:

Книга состоит из … глав (частей)…; Статья делится на … части; В книге выделяются … главы.

3. Назначение текста:

Статья предназначена (для кого; рекомендуется кому)…; Сборник рассчитан…; Предназначается широкому кругу читателей…; Для студентов, аспирантов…; Книга заинтересует…

РЕФЕРАТ (от лат.referre- докладывать, сообщать) – это композиционно организованное, обобщенное изложение содержания источника информации (статьи, ряда статей, монографии и др.). Реферат отвечает на вопрос: «Какая информация содержится в первоисточнике, что излагается в нем?»

Реферат состоит из трех частей: общая характеристика текста (выходные данные, формулировка темы); описание основного содержания; выводы референта. Изложение одной работы обычно содержит указание на тему и композицию реферируемой работы, перечень ее основных положений с приведением аргументации, реже - описание методики и проведение эксперимента, результатов и выводов исследования. Такой реферат называется про-

стым информационным. Студенты в российских вузах пишут рефераты обычно на определенные темы. Для написания таких тематических рефератов может быть необходимо привлечение более чем одного источника, по крайней мере двух научных работ. В этом случае реферат является не только информационным, но и обзорным.

Реферирование представляет собой интеллектуальный творческий процесс, включающий осмысление текста, аналитико-синтетичесокое преобразование информации и создание нового текста. Реферат не должен превращаться в «ползанье» по тексту. Цель реферирования – создать «текст о тексте». Реферат – это не конспект, разбавленный «скрепами» типа *далее автор отмечает…* Обильное цитирование превращает реферат в конспект. При чтении научного труда важно понять его построение, выделить смысловые части (они будут основой для плана), обратить внимание на типичные языковые средства (словосочетания, вводные конструкции), характерные для каждой части. В реферате должны быть раскрыты проблемы и основные положения работы, приведены доказательства этих положений и указаны выводы, к которым пришел автор. Реферат может содержать оценочные элементы, например: *нельзя не согласиться, автор удачно иллюстрирует* и др. Обратите внимание, что в аннотации проблемы научного труда лишь обозначаются, а в реферате - раскрываются.

Список конструкций для реферативного изложения**:**

Предлагаемая вниманию читателей статья (книга, монография) представляет собой детальное (общее) изложение вопросов…; Рассматриваемая статья посвящена теме (проблеме, вопросу…);

Актуальность рассматриваемой проблемы, по словам автора, определяется тем, что…; Тема статьи (вопросы, рассматриваемые в статье) представляет большой интерес…; В начале статьи автор дает обоснование актуальности темы (проблемы, вопроса, идеи); Затем дается характеристика целей и задач исследования (статьи);

Рассматриваемая статья состоит из двух (трех) частей…; Автор дает определение (сравнительную характеристику, обзор, анализ)…; Затем автор останавливается на таких проблемах, как…; Автор подробно останавливается на истории возникновения (зарождения, появления, становления)…; Автор подробно (кратко) описывает (классифицирует, характеризует) факты…; Автор доказывает справедливость (опровергает что-либо)…; Автор приводит доказательства справедливости своей точки зрения…; В статье дается обобщение…, приводятся хорошо аргументированные доказательства…;

В заключение автор говорит о том, что…; Несомненный интерес представляют выводы автора о том, что…; Наиболее важными из выводов автора представляются следующие…; Изложенные (рассмотренные) в статье вопросы (проблемы) представляют интерес не только для…, но и для…

КОНСПЕКТИРОВАНИЕ – письменная фиксация основных положений читаемого или воспринимаемого на слух текста. При конспектировании происходит свертывание, компрессия первичного текста.

КОНСПЕКТ — это краткое, но связное и последовательное изложение значимого содержания статьи, лекции, главы книги, учебника, брошюры. Запись-конспект позволяет восстановить, развернуть с необходимой полнотой исходную информацию, поэтому при конспектировании надо отбирать новый и важный материал и выстраивать его в соответствии с логикой изложения. В конспект заносят основные (существенные) положения, а также фактический материал (цифры, цитаты, примеры). В конспекте последующая мысль должна вытекать из предыдущей (как в плане и в тезисах). Части конспекта должны быть связаны внутренней логикой, поэтому важно отразить в конспекте главную мысль каждого абзаца. Содержание абзаца (главная мысль) может быть передано словами автора статьи (возможно сокращение высказывания) или может быть изложено своими словами более обобщенно. При конспектировании пользуются и тем и другим приемом, но важно передать самые главные положения автора без малейшего искажения смысла.

Различают несколько видов конспектов в зависимости от степени свернутости первичного текста, от формы представления основной информации:

1. конспект-план;
2. конспект-схема;
3. текстуальный конспект.

Подготовка конспекта включает следующие этапы:

1. Вся информация, относящаяся к одной теме, собирается в один блок – так выделяются смысловые части.
2. В каждой смысловой части формулируется тема в опоре на ключевые слова и фразы.
3. В каждой части выделяется главная и дополнительная по отношению к теме информация.
4. Главная информация фиксируется в конспекте в разных формах: в виде тезисов (кратко сформулированных основных положений статьи, доклада), выписок (текстуальный конспект), в виде вопросов, выявляющих суть проблемы, в виде назывных предложений (конспект-план и конспект-схема).
5. Дополнительная информация приводится при необходимости.

РЕЦЕНЗИЯ — это письменный критический разбор какого-либо произведения, предполагающий, во-первых, комментирование основных положений (толкование авторской мысли; собственное дополнение к мысли, высказанной автором; выражение своего отношения к постановке проблемы и т.п.); во-вторых, обобщенную аргументированную оценку, в третьих, выводы о значимости работы.

В отличие от рецензии ОТЗЫВ дает самую общую характеристику работы без подробного анализа, но содержит практические рекомендации: анализируемый текст может быть принят к работе в издательстве илина соискание ученой степени.

Типовой план для написания рецензии и отзывов:

1. Предмет анализа: *В работе автора…; В рецензируемой работе…; В предмете ана*лиза…

2. Актуальность темы: Работа посвящена актуальной теме…; Актуальность темы обусловлена…; Актуальность темы не вызывает сомнений (вполне очевидна)…

3. Формулировка основного тезиса: Центральным вопросом работы, где автор добился наиболее существенных (заметных, ощутимых) результатов, является…; В работе обоснованно на первый план выдвигается вопрос о…

4. Краткое содержание работы.

5. Общая оценка: Оценивая работу в целом…; Таким образом, рассматриваемая работа…; Автор проявил умение разбираться в…; систематизировал материал и обобщил его…; Безусловной заслугой автора является новый методический подход (предложенная классификация, некоторые уточнения существующих понятий); Автор, безусловно, углубляет наше представление об исследуемом явлении, вскрывает новые его черты…

6. Недостатки, недочеты: Вместе с тем вызывает сомнение тезис о том…; К недостаткам (недочетам) работы следует отнести допущенные автором длинноты в изложении (недостаточную ясность при изложении)…; Работа построена нерационально, следовало бы сократить…; Существенным недостатком работы является…; Отмеченные недостатки носят чисто локальный характер и не влияют на конечные результаты работы…; Отмеченные недочеты работы не снижают ее высокого уровня, их скорее можно считать пожеланиями к дальнейшей работе автора…; Упомянутые недостатки связаны не столько с…, сколько с…

7. Выводы: Представляется, что в целом работа… имеет важное значение…; Работа может быть оценена положительно, а ее автор заслуживает…; Работа заслуживает высокой (положительной, отличной) оценки…; Работа удовлетворяет всем требованиям…, а ее автор, безусловно, имеет (определенное, законное, заслуженное, безусловное) право…

Задание

а) Выберите научную статью по своей специальности и напишите к ней аннотацию, реферат, конспект, рецензию.

3. Проанализируйте отрывок из студенческой курсовой работы, посвященной проблеме связи заголовка и текста. Соответствует ли язык сочинения нормам научного стиля? На основании анализа проведите правку текста:

Заголовок, будучи неотъемлемой частью газетных публикаций, определяет лицо всей газеты. Сталкиваясь с тем или иным периодическим изданием, читатель получает первую информацию о нем именно из заголовков. На примере газеты «Спорт – экспресс» за апрель – май 1994 г. я рассмотрю связь: заголовок – текст, ведь, как говорится в народной мудрости «встречают по одежке, а провожают – по уму». Но даже при наличии прекрасной одежки (заглавий) и величайшего ума (самих материалов) стилистическая концепция газеты будет не полной, если будет отсутствовать продуманная и логичная связь между содержанием и заголовком. Итак, стараясь выбрать наиболее продуманные заглавия,

я попытаюсь проследить за тем, по какому принципу строится связь между содержанием и заголовком самой популярной спортивной газеты России «Спорт – экспресс». А к тому же я остановлюсь и на классификации заголовков по типу их связей с газетным текстом вообще.

ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

При подготовке к *зачету* по дисциплине «*Технологии интеллектуального труда*» обучающемуся рекомендуется:

1. повторить пройденный материал и ответить на вопросы, используя конспект и материалы лекций. Если по каким-либо вопросам у студента недостаточно информации в лекционных материалах, то необходимо получить информацию из раздаточных материалов и/или учебников (литературы), рекомендованных для изучения дисциплины «*Технологии интеллектуального труда*».

Целесообразно также дополнить конспект лекций наиболее существенными и важными тезисами для рассматриваемого вопроса;

2. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачете* особое внимание необходимо уделять схемам, рисункам, графикам и другим иллюстрациям, так как подобные графические материалы, как правило, в наглядной форме отражают главное содержание изучаемого вопроса;

3. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачете* (в случаях, когда отсутствует иллюстративный материал) особое внимание необходимо обращать на наличие в тексте словосочетаний вида «во-первых», «во-вторых» и т.д., а также дефисов и перечислений (цифровых или буквенных), так как эти признаки, как правило, позволяют структурировать ответ на предложенное задание.

Подобную текстовую структуризацию материала слушатель может трансформировать в рисунки, схемы и т. п. для более краткого, наглядного и удобного восприятия (иллюстрации целесообразно отразить в конспекте лекций – это позволит оперативно и быстро найти, в случае необходимости, соответствующую информацию);

4. следует также обращать внимание при изучении материала для подготовки к *зачету* на словосочетания вида «таким образом», «подводя итог сказанному» и т.п., так как это признаки выражения главных мыслей и выводов по изучаемому вопросу (пункту, разделу). В отдельных случаях выводы по теме (разделу, главе) позволяют полностью построить (восстановить, воссоздать) ответ на поставленный вопрос (задание), так как содержат в себе основные мысли и тезисы для ответа.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ Г.А. Уторов

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

ФТД.03 ОСНОВЫ СОЦИАЛЬНОЙ АДАПТАЦИИ И ПРАВОВЫХ ЗНАНИЙ

Направление подготовки
05.03.01 Геология

Направленность (профиль)
Гидрогеология, инженерная геология и геоэкология

Автор: Полянок О.В., к.пс.н., доцент

Одобрена на заседании кафедры	Рассмотрена методической комиссией факультета
Управления персоналом	Геологии и геофизики
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав.кафедрой _____	Председатель _____
(подпись)	*(подпись)*
Абрамов С.М.	Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 07.09.2022	Протокол № 1 от 13.09.2022
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
1	Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий	5
2	Методические указания по подготовке к опросу	9
3	Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям	11
4	Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям	13
5	Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	14
	Заключение	17
	Список использованных источников	18

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развитияисследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

Подразумевается несколько категорий видов самостоятельной работы студентов, значительная часть которых нашла отражения в данных методических рекомендациях:

- работа с источниками литературы и официальными документами (*использование библиотечно-информационной системы*);
- выполнение заданий для самостоятельной работы в рамках учебных дисциплин (*рефераты, эссе, домашние задания, решения практико-ориентированных заданий*);

- реализация элементов научно-педагогической практики (*разработка методических материалов, тестов, тематических портфолио*);
- реализация элементов научно-исследовательской практики (*подготовка текстов докладов, участие в исследованиях*).

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентовonline и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

1. Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий

Практико-ориентированные задания - метод анализа ситуаций. Суть его заключается в том, что студентам предлагают осмыслить реальную жизненную ситуацию, описание которой одновременно отражает не только какую-либо практическую проблему, но и актуализирует определенный комплекс знаний, который необходимо усвоить при разрешении данной проблемы. При этом сама проблема не имеет однозначных решений.

Использование метода практико-ориентированного задания как образовательной технологии профессионально-ориентированного обучения представляет собой сложный процесс, плохо поддающийся алгоритмизации [1] . Формально можновыделить следующиеэтапы:

- ознакомление студентовс текстом;
- анализ практико-ориентированного задания;
- организация обсуждения практико-ориентированного задания, дискуссии, презентации;
- оценивание участников дискуссии;
- подведение итогов дискуссии.

Ознакомление студентов с текстом практико-ориентированного задания и последующий анализ практико-ориентированного задания чаще всего осуществляются за несколько дней до его обсуждения и реализуются как самостоятельная работа студентов; при этом время, отводимое на подготовку, определяется видом практико-ориентированного задания, его объемом и сложностью.

Общая схема работы с практико-ориентированное заданием на данном этапе может быть представлена следующим образом: в первую очередь следует выявить ключевые проблемы практико-ориентированного задания и понять, какие именно из представленных данных важны для решения; войти в ситуационный контекст практико-ориентированного задания, определить, кто его главные действующие лица, отобрать факты и понятия, необходимые для анализа, понять, какие трудности могут возникнуть при решении задачи; следующим этапом является выбор метода исследования.

Знакомство с небольшими практико-ориентированного заданиями и их обсуждение может быть организовано непосредственно на занятиях. Принципиально важным в этом случае является то, чтобы часть теоретического курса, на которой базируется практико-ориентированное задание, была бы прочитана и проработана студентами.

Максимальная польза из работы над практико-ориентированного заданиями будет извлечена в том случае, если аспиранты при предварительном знакомстве с ними будут придерживаться систематического подхода к их анализу, основные шаги которого представлены ниже:

1. Выпишите из соответствующих разделов учебной дисциплины ключевые идеи, для того, чтобы освежить в памяти теоретические концепции и подходы, которые Вам предстоит использовать при анализе практико-ориентированного задания.
2. Бегло прочтите практико-ориентированное задание, чтобы составить о нем общее представление.
3. Внимательно прочтите вопросы к практико-ориентированное задание и убедитесь в том, что Вы хорошо поняли, что Вас просят сделать.
4. Вновь прочтите текст практико-ориентированного задания, внимательно фиксируя все факторы или проблемы, имеющие отношение к поставленным вопросам.
5. Прикиньте, какие идеи и концепции соотносятся с проблемами, которые Вам предлагается рассмотреть при работе с практико-ориентированное заданием.

---

[1] Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

Организация обсуждения практико-ориентированного задания предполагает формулирование перед студентами вопросов, включение их в дискуссию. Вопросы обычно подготавливают заранее и предлагают студентам вместе с текстом практико-ориентированного задания. При разборе учебной ситуации преподаватель может занимать активную или пассивную позицию, иногда он «дирижирует» разбором, а иногда ограничивается подведением итогов дискуссии.

Организация обсуждения практико-ориентированных заданий обычно основывается на двух методах. Первый из них носит название традиционного Гарвардского метода - открытая дискуссия. Альтернативным методом является метод, связанный с индивидуальным или групповым опросом, в ходе которого аспиранты делают формальную устную оценку ситуации и предлагают анализ представленного практико-ориентированного задания, свои решения и рекомендации, т.е. делают презентацию. Этот метод позволяет некоторым студентам минимизировать их учебные усилия, поскольку каждый аспирант опрашивается один- два раза за занятие. Метод развивает у студентов коммуникативные навыки, учит их четко выражать свои мысли. Однако, этот метод менее динамичен, чем Гарвардский метод. В открытой дискуссии организация и контроль участников более сложен.

Дискуссия занимает центральное место в методе. Ее целесообразно использовать в том случае, когда аспиранты обладают значительной степенью зрелости и самостоятельности мышления, умеют аргументировать, доказывать и обосновывать свою точку зрения. Важнейшей характеристикой дискуссии является уровень ее компетентности, который складывается из компетентности ее участников. Неподготовленность студентов к дискуссии делает ее формальной, превращает в процесс вытаскивания ими информации у преподавателя, а не самостоятельное ее добывание.

Особое место в организации дискуссии при обсуждении и анализе практико-ориентированного задания принадлежит использованию метода генерации идей, получившего название «мозговой атаки» или «мозгового штурма».

Метод «мозговой атаки» или «мозгового штурма» был предложен в 30-х годах прошлого столетия А. Осборном как групповой метод решения проблем. К концу XX столетия этот метод приобрел особую популярность в практике управления и обучения не только как самостоятельный метод, но и как использование в процессе деятельности с целью усиления ее продуктивности. В процессе обучения «мозговая атака» выступает в качестве важнейшего средства развития творческой активности студентов. «Мозговая атака» включает в себя три фазы.

Первая фаза представляет собой вхождение в психологическую раскованность, отказ от стереотипности, страха показаться смешным и неудачником; достигается созданием благоприятной психологической обстановки и взаимного доверия, когда идеи теряют авторство, становятся общими. Основная задача этой фазы - успокоиться и расковаться.

Вторая фаза - это собственно атака; задача этой фазы - породить поток, лавину идей. «Мозговая атака» в этой фазе осуществляется по следующим принципам:

- есть идея, - говорю, нет идеи, - не молчу;
- поощряется самое необузданное ассоциирование, чем более дикой покажется идея, тем лучше;
- количество предложенных идей должно быть как можно большим;
- высказанные идеи разрешается заимствовать и как угодно комбинировать, а также видоизменять и улучшать;
- исключается критика, можно высказывать любые мысли без боязни, что их признают плохими, критикующих лишают слова;
- не имеют никакого значения социальные статусы участников; это абсолютная демократия и одновременно авторитаризм сумасшедшей идеи;
- все идеи записываются в протокольный список идей;

• время высказываний - не более 1-2 минут.

Третья фаза представляет собой творческий анализ идей с целью поиска конструктивного решения проблемы по следующим правилам:

- анализировать все идеи без дискриминации какой-либо из них;
- найти место идее в системе и найти систему под идею;
- не умножать сущностей без надобности;
- не должна нарушаться красота и изящество полученного результата;
- должно быть принципиально новое видение;
- ищи «жемчужину в навозе».

В методе мозговая атака применяется при возникновении у группы реальных затруднений в осмыслении ситуации, является средством повышения активности студентов. В этом смысле мозговая атака представляется не как инструмент поиска новых решений, хотя и такая ее роль не исключена, а как своеобразное «подталкивание» к познавательной активности.

Презентация, или представление результатов анализа практико-ориентированного задания, выступает очень важным аспектом метода ***case-study***. Умение публично представить интеллектуальный продукт, хорошо его рекламировать, показать его достоинства и возможные направления эффективного использования, а также выстоять под шквалом критики, является очень ценным интегральным качеством современного специалиста. Презентация оттачивает многие глубинные качества личности: волю, убежденность, целенаправленность, достоинство и т.п.; она вырабатывает навыки публичного общения, формирования своего собственного имиджа.

Публичная (устная) презентация предполагает представление решений практико-ориентированного задания группе, она максимально вырабатывает навыки публичной деятельности и участия в дискуссии. Устная презентация обладает свойством кратковременного воздействия на студентов и, поэтому, трудна для восприятия и запоминания. Степень подготовленности выступающего проявляется в спровоцированной им дискуссии: для этого необязательно делать все заявления очевидными и неопровержимыми. Такая подача материала при анализе практико-ориентированного задания может послужить началом дискуссии. При устной презентации необходимо учитывать эмоциональный настрой выступающего: отношение и эмоции говорящего вносят существенный вклад в сообщение. Одним из преимуществ публичной (устной) презентации является ее гибкость. Оратор может откликаться на изменения окружающей обстановки, адаптировать свой стиль и материал, чувствуя настроение аудитории.

Непубличная презентация менее эффектна, но обучающая роль ее весьма велика. Чаще всего непубличная презентация выступает в виде подготовки отчета по выполнению задания, при этом стимулируются такие качества, как умение подготовить текст, точно и аккуратно составить отчет, не допустить ошибки в расчетах и т.д. Подготовка письменного анализа практико-ориентированного задания аналогична подготовке устного, с той разницей, что письменные отчеты-презентации обычно более структурированы и детализированы. Основное правило письменного анализа практико-ориентированного задания заключается в том, чтобы избегать простого повторения информации из текста, информация должна быть представлена в переработанном виде. Самым важным при этом является собственный анализ представленного материала, его соответствующая интерпретация и сделанные предложения. Письменный отчет - презентация может сдаваться по истечении некоторого времени после устной презентации, что позволяет студентам более тщательно проанализировать всю информацию, полученную в ходе дискуссии.

Как письменная, так и устная презентация результатов анализа практико-ориентированного задания может быть групповая и индивидуальная. Отчет может быть индивидуальным или групповым в зависимости от сложности и объема задания. Индивидуальная презентация формирует ответственность, собранность, волю;

групповая - аналитические способности, умение обобщать материал, системно видеть проект.

Оценивание участников дискуссии является важнейшей проблемой обучения посредством метода практико-ориентированного задания. При этом выделяются следующие требования к оцениванию:

- объективность - создание условий, в которых бы максимально точно выявлялись знания обучаемых, предъявление к ним единых требований, справедливое отношение к каждому;
- обоснованность оценок - их аргументация;
- систематичность - важнейший психологический фактор, организующий и дисциплинирующий студентов, формирующий настойчивость и устремленность в достижении цели;
- всесторонность и оптимальность.

Оценивание участников дискуссии предполагает оценивание не столько набора определенных знаний, сколько умения студентов анализировать конкретную ситуацию, принимать решение, логически мыслить.

Следует отметить, что оценивается содержательная активность студента в дискуссии или публичной (устной) презентации, которая включает в себя следующие составляющие:

- выступление, которое характеризует попытку серьезного предварительного
- анализа (правильность предложений, подготовленность,
- аргументированность и т.д.);
- обращение внимания на определенный круг вопросов, которые требуют углубленного обсуждения;
- владение категориальным аппаратом, стремление давать определения, выявлять содержание понятий;
- демонстрация умения логически мыслить, если точки зрения, высказанные раньше, подытоживаются и приводят к логическим выводам;
- предложение альтернатив, которые раньше оставались без внимания;
- предложение определенного плана действий или плана воплощения решения;
- определение существенных элементов, которые должны учитываться при анализе практико-ориентированного задания;
- заметное участие в обработке количественных данных, проведении расчетов;
- подведение итогов обсуждения.

При оценивании анализа практико-ориентированного задания, данного студентами при непубличной (письменной) презентации учитывается:

- формулировка и анализ большинства проблем, имеющихся в практико-ориентированное задание;
- формулировка собственных выводов на основании информации о практико-ориентированное задание, которые отличаются от выводов других студентов;
- демонстрация адекватных аналитических методов для обработки информации;
- соответствие приведенных в итоге анализа аргументов ранее выявленным проблемам, сделанным выводам, оценкам и использованным аналитическим методам.

2. Методические указанияпо подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

Письменный опрос

В соответствии с технологической картой письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента по данной дисциплине. При подготовке к письменному опросу студент должен внимательно изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

Устный опрос

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются дляосвещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии[2].

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубинаответа.
3. Сознательность ответа(учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложенияматериала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременностьи эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использованиедополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).

[2]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)[3].

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. В среднем, подготовка к устному опросу по одному семинарскому занятию занимает от 2 до 4 часов в зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

[3]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

3.Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

На практических занятиях необходимо стремиться к самостоятельному решению задач, находя для этого более эффективные методы. При этом студентам надо приучить себя доводить решения задач до конечного «идеального» ответа. Это очень важно для будущих специалистов. Практические занятия вырабатывают навыки самостоятельной творческой работы, развивают мыслительные способности.

Практическое занятие – активная форма учебного процесса, дополняющая теоретический курс или лекционную часть учебной дисциплины и призванная помощь обучающимся освоиться в «пространстве» (тематике) дисциплины, самостоятельно прооперировать теоретическими знаниями на конкретном учебном материале.

Продолжительность одного практического занятия – от 2 до 4 академических часов. Общая доля практических занятий в учебном времени на дисциплину – от 10 до 20 процентов (при условии, что все активные формы займут в учебном времени на дисциплину от 40 до 60 процентов).

Для практического занятия в качестве темы выбирается обычно такая учебная задача, которая предполагает не существенные эвристические и аналитические напряжения и продвижения, а потребность обучающегося «потрогать» материал, опознать в конкретном то общее, о чем говорилось в лекции. Например, при рассмотрении вопросов оплаты труда, мотивации труда и проблем безработицы в России имеет смысл провести практические занятия со следующими сюжетами заданий: «Расчет заработной платы работников предприятия». «Разработка механизма мотивации труда на предприятии N». «В чем причины и особенности безработицы в России?». Последняя тема предполагает уже некоторую аналитическую составляющую. Основная задача первой из этих тем - самим посчитать заработную плату для различных групп работников на примере заданных параметров для конкретного предприятия, т. е. сделать расчеты «как на практике»; второй – дать собственный вариант мотивационной политики для предприятия, учитывая особенности данного объекта, отрасли и т.д.; третьей – опираясь на теоретические знания в области проблем занятости и безработицы, а также статистические материалы, сделать авторские выводы о видах безработицы, характерных для России, и их причинах, а также предложить меры по минимизации безработицы.

Перед проведением занятия должен быть подготовлен специальный материал – тот объект, которым обучающиеся станут оперировать, активизируя свои теоретические (общие) знания и тем самым, приобретая навыки выработки уверенных суждений и осуществления конкретных действий.

Дополнительный материал для практического занятия лучше получить у преподавателя заранее, чтобы у студентов была возможность просмотреть его и подготовить вопросы.

Условия должны быть такими, чтобы каждый мог работать самостоятельно от начала до конца. В аудитории должны быть «под рукой» необходимые справочники и тексты законов и нормативных актов по тематике занятия. Чтобы сделать практическое занятие максимально эффективным, надо заранее подготовить и изучить материал по наиболее интересным и практически важным темам.

Особенности практического занятия с использованием компьютера

Для того чтобы повысить эффективность проведения практического занятия, может использоваться компьютер по следующим направлениям:

- поиск информации в Интернете по поставленной проблеме: в этом случае преподаватель представляет обучающимся перечень рекомендуемых для посещения Интернет-сайтов;
- использование прикладных обучающих программ;
- выполнение заданий с использованием обучающимися заранее установленных преподавателем программ;

- использование программного обеспечения при проведении занятий, связанных с моделированием социально-экономических процессов.

4.Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой дискуссию в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия (от доски смелом до самых современных технических средств), демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Во время лекций, связанных с темой семинарского занятия, следует обращать внимание на то, что необходимо дополнительно изучить при подготовке к семинару (новые официальные документы, статьи в периодических журналах, вновь вышедшие монографии и т.д.).

5.Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

Экзамен - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неусвоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь на

то, что это не попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала. кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неутомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины, Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или и учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать,

подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальным сон. Подготовка к экзамену не должна идти в ущерб сну, иначе в день экзамена не будет чувства свежести и бодрости, необходимых для хороших ответов. Вечер накануне экзамена рекомендуем закончить небольшой прогулкой.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильнаяорганизация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

1) систематическаясамостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;

2) добросовестноевыполнение заданий;

3) выяснениеи уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;

4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями в области управления персоналом;

6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам для *HR*;

7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам управления персоналом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брандес М. П. Немецкий язык. Переводческое реферирование: практикум. М.: КДУ, 2008. – 368с.

2. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

3. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

4. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности: Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.

5. Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа:http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf