- наименование товаров, продаваемых по наивысшей и наиболее низкой цене.

• *Создать таблицу*, которая содержит наименование товара и суммарную выручку.

Вариант №

21*Исходные данные:*

• ***Продукция***: номер цеха изготовителя, наименование изделия

• ***Стоимость:*** код изделия, себестоимость

• ***Учет:*** дата изготовления, количество изготовленных изделий, цена.

Определить: - суммарное различие между себестоимостью и ценой всех изго-

товленных изделий; -общее количество изделий, изготовленных до заданной даты; -цену изделия по заданному наименованию.

• *Создать таблицу*, которая содержит сведения о товарах, изготовленных в заданном цехе.

Вариант №

22*Исходные данные:*

• ***Рабочие:*** фамилия, имя, отчество, дата рождения, дата поступления на работу, номер цеха.

• ***Расценки:*** разряд, стоимость одного часа.

• ***Учет:*** дата, количество отработанных часов.

Определить: - среднее количество часов, отработанных за день; - максимальную стоимость одного часа; - по заданной дате количество отработанных часов.

• *Создать таблицу*, которая содержит следующие сведения о работниках заданного цеха: -фамилия работника; - суммарная стоимость отработанного им времени.

Вариант № 23

Исходные данные:

• ***Клиенты:*** фамилия, адрес, телефон**.**

• ***Заказ:*** номер заказа, наименование изделия, фамилия мастера.

• ***Учет:*** дата приема, дата выполнения заказа, стоимость заказа.

Определить: ○ количество заказов, выполненных мастером с заданной фа-

милией; ○ стоимость самого дорого

заказа; ○ среднюю стоимость

заказов.

- *Создать таблицу*, которая содержит фамилию клиента, номер заказа и продолжительность его выполнения.

Вариант № 24

Исходные данные:

- ***Импортеры:*** фирма-импортер, страна, наименование товара.
- ***Поставка:*** шифр товара, объем партии в штуках, стоимость *1* штуки в условных единицах.
- ***Учет:*** дата поставки, дата получения, подтверждение приема партии. *Определить:* ○суммарный объем товаров, импортированных заданной страной;

○ суммарную стоимость партии товара по заданному шифру; ○ минимальную стоимость товара.

- *Создать таблицу,* которая содержит сведения о стоимости товаров, импортированных заданной страной. Таблица должна содержать наименование товара и суммарную стоимость партии.

Вариант №

25*Исходные данные:*

- ***Рабочие:*** фамилия, имя, отчество, дата рождения, дата поступления на работу, номер цеха.
- ***Оплата:*** разряд, оплата за изготовление одной качественной детали.
- ***Учет:*** дата, количество изготовленных деталей, количество бракованных деталей.Определить: ○общее количество бракованных деталей, изготовленных всеми

мастерами заданного цеха; ○сумму штрафа за каждую бракованную деталь, которая состав-

ляет 20 % от оплаты за качественную работу; ○фамилию мастера, который изготовил максимальное количе-

ство качественных деталей.

- *Создать таблицу*, которая содержит сведения об оплате труда рабочих. Таблица должна содержать фамилию рабочего, номер цеха и сумму к

выплате с учетом штрафа и налога (налог составляет 15 % от стоимости оплаты).

Вариант №

26*Исходные данные:*

- ***Отделение:*** номер отделения, фамилию заведующего, номер корпуса, этаж.
- ***Лечение:*** шифр болезни, продолжительность.
- ***Оплата:*** диагностика, стоимость *1* дня лечения, затраты на лекарство.
- ***Суммарная стоимость:*** отработанного им времени.

Определить:
- по названию болезни затраты на лекарство;
- среднюю стоимость *1* дня лечения;
- рассчитать суммарную стоимость лечения каждой болезни, включая затраты на лекарство.

- *Создать таблицу*, которая содержит сведения о стоимости лечения в заданном отделении.

Вариант № 27

Исходные данные:

- ***Книги:*** наименование книги, фамилия автора, издательство, год издания, тираж.
- ***Магазины:*** шифр книги, номер магазина, цена.
- ***Учет продаж:*** код продажи, продано, остаток.

Определить:
- количество проданных книг в заданном магазине;
- суммарную стоимость всех непроданных книг;
- среднюю цену одной книги.

- *Создать таблицу,* которая содержит суммарную стоимость книг, проданных каждым магазином.

Вариант №

28*Исходные данные:*

- ***Детали:*** наименование детали, цех-изготовитель
- ***Изготовление:*** шифр материала, шифр детали, затрата материала на *1* деталь.

- ***Учет:*** дата изготовления, количество изготовленных деталей, количество брака.

Определить: ○ для всех деталей суммарные затраты материала на брак; ○ количество качественных деталей; ○ деталь, на которую тратится более всего материала. □

Создать таблицу, которая содержит шифр детали и процент брака.

Вариант №

29*Исходные данные:*

- ***Лекарство:*** название лекарства, категория (антибиотик, жаропонижающее, витамины, противовоспалительное, антидепрессант), дата изготовления, дата истечения срока.
- ***Стоимость:*** шифр лекарства, код аптеки, цена за *1* упаковку.
- ***Продажа:*** количество проданных упаковок, остаток.

Определить: ○ суммарное количество упаковок лекарства, проданных всеми аптеками и принадлежащее заданной категории.

- ○ стоимость всех непроданных упаковок;
- ○ среднюю стоимость лекарства.

- *Создать таблицу*, которая содержит информацию о просроченных лекарствах: номер аптеки, название, категория и дату истечения срока.

Вариант № 30

Исходные данные:

- ***Продавцы:*** табельный номер, фамилия, имя, отчество, дата рождения.
- ***Товары:*** шифр товара, тип товара, сложность продажи (средняя, высокая);
- ***Журнал регистрации:*** количество проданных товаров по дням недели (понедельник, вторник, ..., суббота);*Определить:* ○общее количество товаров, проданных каждым продавцом; ○фамилия продавца, который продал наибольшее число товаров, и определить день, когда он достиг наивысшей производительности труда.
- *Создать таблицу,* которая содержит следующую информацию: фамилия продавца и общее количество товаров, проданное им за неделю.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература:

1. *Бекаревич Ю. Б., Пушкина Н. В*. СПб.: БХВ - Петербург, 2016. 464 с. (Самоучитель Microsoft Access 2013).

2. *Гурвиц Г.* Microsoft Access 2013. Разработка приложений на реальном примере:
М., 2012. 258 с.

3. *Одиночкина С. В.* Разработка баз данных в Microsoft Access 2010, НИУ ИТМО, 2012. 81 с.

Дополнительная литература:

1. *Домострой А.* MS Access 2013. Создание базы данных. Урок 1. Режим доступа: https://www.youtube.com/watch?v=uCenTUX1QcQ

2. *Домострой А.* MS Access 2013. Таблицы. Урок 2. Режим доступа: https://www.youtube.com/watch?v=VDuyue8ra2Q

3. *Домострой А.* MS Access 2013. Запросы. Урок 3. Режим доступа: https://www.youtube.com/watch?v=nSIHUvfBy34

4. *Домострой А.* MS Access 2013. Формы. Урок 4. Режим доступа: https://www.youtube.com/watch?v=54ZZhSYrz8s

5. *Домострой А.* MS Access 2013. Многотабличные формы. Урок 5. Режим доступа: https://www.youtube.com/watch?v=ou-1q4Q6NjY

6. *Домострой А.* MS Access 2013. Создание отчетов. Урок 6. Режим доступа: https://www.youtube.com/watch?v=PrH-S8r0nlE

7. *Домострой А.* MS Access 2013. Главная Кнопочная форма Урок 7. Режим доступа: https://www.youtube.com/watch?v=Ou0HJtzypOU

8. *Макарова Н. В.* Информатика: учебник для вузов. Стандарт третьего поколения. СПб: Питер, 2011. 576 с.: ил.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А. Упоров
14.10.2020

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.О.10 ПРИКЛАДНОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Специальность:
21.05.03 Технология геологической разведки

Специализация:
Геофизические информационные системы

Одобрены на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией
Информатики	Факультета геологии и геофизики
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой	Председатель
_____ *(подпись)*	_____ *(подпись)*
Дружинин А.В.	Вандышева К.В.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 26.09.2023	Протокол № 2 от 13.10.2023
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

Автор: Дружинин А.В., доцент, канд. техн. наук

Методические указания по дисциплине согласованы с выпускающей кафедрой геологии и геофизики нефти и газа

Заведующий кафедрой ГГНГ _____ к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

Оглавление

ЧАСТЬ I. ПОНЯТИЕ ППП.....3
Тема 1.1 Введение в предмет. Понятие ППП.....4
Тема 1.2 Структура и основные компоненты ППП.....10
Тема 1.3 Эволюция ППП. Примеры современных ППП.....13
ЧАСТЬII. ПППMSOFFICE.....22
Тема 2.1 Структура и состав MS Office. Основные приложения 23
Тема 2.2 Введение в офисное программирование.....29
Тема 2.3 Макросы. Использование макрорекордера.....34
Тема 2.4 Среда разработки
VBA.....38

ЧАСТЬ I. ПОНЯТИЕ ППП
ТЕМА 1.1 ВВЕДЕНИЕ В ПРЕДМЕТ. ПОНЯТИЕ ППП

Цели и задачи дисциплины

- Изучение основных принципов, используемых в разработке интегрированных программных продуктов.
- Изучение структуры, состава и назначения компонентов интегрированного ПО, а также средств организации взаимодействия между компонентами и инструментальных средств расширения функциональности.
- Формирование навыков работы со средствами автоматизации решения прикладных задач.
- Формирование навыков использования встроенных средств разработки.
- Требования к уровню освоения дисциплины
- В результате изучения дисциплины студенты должны:
- знать принципы построения прикладных информационных систем
- уметь использовать современные программные средства для обработки разнородной информации;
- уметь автоматизировать процесс решения прикладных задач с помощью встроенных языков программирования;
- иметь представление о современном состоянии и тенденциях развития рынка прикладного ПО.

Основные понятия и определения

Информационная система (ИС) - организационно упорядоченная совокупность документов (массивов документов) и информационных технологий, в том числе с использованием средств вычислительной техники и связи, реализующих информационные процессы. Информационные системы предназначены для хранения, обработки, поиска, распространения, передачи и представления информации.

Автоматизированная (информационная) система (АС) - совокупность программных и аппаратных средств, предназначенных для хранения и/или управления данными и информацией и производства вычислений и управляемая человеком-оператором (в этом главное отличие автоматизированной системы от автоматической).

Многоуровневое представление ИС - модель представления информационной системы в виде совокупности взаимосвязанных уровней, разделенных по функциональному назначению (рис. 1).



Рис. 1. Многоуровневое представление информационных систем.

Аппаратное обеспечение ИС - комплекс электронных, электрических и механических устройств, входящих в состав информационной системы или сети.

Программное обеспечение (ПО) — совокупность программ и данных, предназначенных для решения определенного круга задач и хранящиеся на машинных носителях.

Программа — последовательность формализованных инструкций, представляющих алгоритм решения некоторой задачи и предназначенная для исполнения устройством управления вычислительной машины. Инструкции программы записываются при помощи машинного кода или специальных языков программирования. В зависимости от контекста термин «программа» может относится к исходным текстам, при помощи которых записывается алгоритм, или к исполняемому машинному коду.

Программист - специалист, занимающийся разработкой и проверкой программ. Различают системных и прикладных программистов.

Пользователь - человек, принимающий участие в управлении объектами и система ми некоторой предметной области и являющийся составным элементом автоматизированной системы.

Прикладное программное обеспечение - программное обеспечение, ориентированное на конечного пользователя и предназначенное для решения пользовательских задач.

Прикладное ПО состоит из:

- отдельных прикладных программ и пакетов прикладных программ, предназначенных для решения различных задач пользователей;
- автоматизированных систем, созданных на основе этих пакетов.

Пакет прикладных программ - комплект программ, предназначенных для решения задач из определенной проблемной области. Обычно применение пакета прикладных программ

предполагает наличие специальной документации: лицензионного свидетельства, паспорта, инструкции пользователя и т.п.

Классификация программного обеспечения

Любая классификация подразумевает выбор некоторого группировочного признака (или нескольких), на основании которого и производится отнесение объектов к тому или иному классу. Так, при классификации программного обеспечения по способу распространения можно выделить следующие категории список не полный):

- Commercial Software - коммерческое (с ограниченными лицензией возможностями на использование), разрабатываемое для получения прибыли.
- Freeware - свободное ПО, распространяемое без ограничений на использование, модификацию и распространение.
- Shareware - условно-бесплатное ПО, с частичными ограничениями при работе в ознакомительном режиме (например, определенное количество запусков программы).
- Abandonware - «заброшенное» ПО, поддержка которого непосредственным разработчиком прекращена, но продолжается третьими лицами (например, партнерами или энтузиастами).
- Adware - ПО, в код которого включены рекламные материалы. Такое ПО распространяется бесплатно, но для отключения рекламных блоков необходима оплата.
- Careware - «благотворительное» ПО, оплату за которое разработчик (или распро странитель) просит переводить на благотворительные нужды.

При классификации программного обеспечения по назначению в качестве критерия используют уровень представления ИС, на который ориентирована та или иная программа. Соответственно выделяют следующие классы ПО:

1. Системное ПО - решает задачи общего управления и поддержания работоспособности системы в целом. К этому классу относят операционные системы, менеджеры загрузки, драйверы устройств, программные кодеки, утилиты и программные средства защиты информации.
2. Инструментальное ПО включает средства разработки (трансляторы, отладчики, интегрированные среды, различные SDK и т.п.) и системы управления базами данных (СУБД).
3. Прикладное ПО - предназначено для решения прикладных задач конечными пользователями.

Прикладное ПО - самый обширный класс программ, в рамках которого возможна дальнейшая классификация, например, по предметным областям. В этом случае группировочным признаком является класс задач, решаемых программой. Приведем несколько примеров:

- Офисные приложения - предназначены для автоматизации офисной деятельности (текстовые редакторы и процессоры, электронные таблицы, редакторы презентаций и т.п.)
- Корпоративные информационные системы - бухгалтерские программы, системы корпоративного управления, системы управления проектами (Project Management), инструменты автоматизации документооборота (EDM-системы) и управления архивами документов (DWM-системы)
- Системы проектирования и производства - системы автоматизированного проектирования (САПР, CAD/CAM-системы), системы управления технологическими (SCADA) и производственными (MES) процессами
- Научное ПО - системы математического и статистического расчета, анализа и моделирования
- Геоинформационные системы (ГИС)
- Системы поддержки принятия решений (СППР)
- Клиенты доступа к сетевым сервисам (электронная почта, веб-браузеры, передача сообщений, чат-каналы, клиенты файлообменных сетей и т.п.)
- Мультимедийное ПО - компьютерные игры, средства просмотра и редактирования аудио- и видеоинформации, графические редакторы и вьюеры, анимационные редакторы и т.п.

С точки зрения конечного пользователя такая классификация оправданна и наглядна, для разработчика же более значимым фактором является структура прикладной программы, в общем случае состоящей из нескольких компонентов. Назначение этих компонентов, связи между ними и способность к взаимодействию определяют интеграцию прикладного ПО. Чем теснее связаны программные компоненты, тем выше степень интеграции.

В зависимости от степени интеграции многочисленные прикладные программные средства можно классифицировать следующим образом[1]:

1. отдельные прикладные программы;
2. библиотеки прикладных программ;
3. пакеты прикладных программ;
4. интегрированные программные системы.

Отдельная прикладная программа пишется, как правило, на некотором высокоуровневом языке программирования (Pascal, Basic и т.п.) и предназначается для решения конкретной прикладной задачи. Такая программа может быть реализована в виде набора модулей, каждый из которых выполняет некоторую самостоятельную функцию (например, модуль пользовательского интерфейса, модуль обработки ошибок, модуль печати и т.п.).

[1] Следует отметить отсутствие безусловных границ между перечисленными формами прикладного программного обеспечения

При этом доступ к функциям модулей из внешних программ невозможен.

Библиотека представляет собой набор отдельных программ, каждая из которых решает некоторую прикладную задачу или выполняет определенные вспомогательные функции (управление памятью, обмен с внешними устройствами и т.п.). Библиотеки программ зарекомендовали себя эффективным средством решения вычислительных задач. Они интенсивно используются при решении научных и инженерных задач с помощью ЭВМ.

Условно их можно разделить на библиотеки общего назначения и специализированные библиотеки.

Пакет прикладных программ (ППП) - это комплекс взаимосвязанных программ, ориентированный на решение определенного класса задач. Формально такое определение не исключает из числа пакетов и библиотеки программ, однако у ППП, как отдельной категории, есть ряд особенностей, среди которых: ориентация на решение классов задач, унифицированный интерфейс, наличие языковых средств.

Интегрированная программная система - это комплекс программ, элементами которого являются различные пакеты и библиотеки программ. Примером служат системы автоматизированного проектирования, имеющие в своем составе несколько ППП различного назначения. Часто в подобной системе решаются задачи, относящиеся к различным классам или даже к различным предметным областям.

Понятие пакета прикладных программ

Итак, пакет прикладных программ (ППП) – это комплекс взаимосвязанных программ для решения определенного класса задач из конкретной предметной области. На текущем этапе развития информационных технологий именно ППП являются наиболее востребованным видом прикладного ПО. Это связано с упомянутыми ранее особенностями ППП. Рассмотрим их подробней:

- Ориентация на решение класса задач. Одной из главных особенностей является ориентация ППП не на отдельную задачу, а на некоторый класс задач, в том числе и специфичных, из определенной предметной области. Так, например, офисные пакеты ориентированы на офисную деятельность, одна из задач которой - подготовка документов (в общем случае включающих не только текстовую информацию, но и таблицы, диаграммы, изображения). Следовательно, офисный пакет должен реализовывать функции обработки текста, представлять средства обработки табличной информации, средства построения диаграмм разного вида и первичные средства редактирования растровой и векторной графики.
- Наличие языковых средств. Другой особенностью ППП является наличие в его составе специализированных языковых средств, позволяющих расширить число задач, решаемых

пакетом или адаптировать пакет под конкретные нужды. Пакет может представлять поддержку нескольких входных языков, поддерживающих различные парадигмы. Поддерживаемые языки могут быть использованы для формализации исходной задачи, описания алгоритма решения и начальных данных, организации доступа к внешним источникам данных, разработки программных модулей, описания модели предметной области, управления процессом решения в диалоговом режиме и других целей. Примерами входных языков ППП являются VBA в пакете MS Office, AutoLISP/VisualLISP в Autodesk AutoCAD, StarBasic в OpenOffice.org

- Единообразие работы с компонентами пакета. Еще одна особенность ППП состоит в наличии специальных системных средств, обеспечивавших унифицированную работу с компонентами. К их числу относятся специализированные банки данных, средства информационного обеспечения, средства взаимодействия пакета с операционной системой, типовой пользовательский интерфейс и т.п.
-

ТЕМА 1.2 СТРУКТУРА И ОСНОВНЫЕ КОМПОНЕНТЫ ППП

Несмотря на разнообразие конкретных пакетных разработок, их обобщенную внутреннюю структуру можно представить в виде трех взаимосвязанных элементов1 (рис. 2):

1. входной язык (макроязык, язык управления) - представляет средство общения пользователя с пакетом;
2. предметное обеспечение (функциональное наполнение) - реализует особенности конкретной предметной области;
3. системное обеспечение (системное наполнение) - представляет низкоуровневые средства, например, доступ к функциям операционной системы.

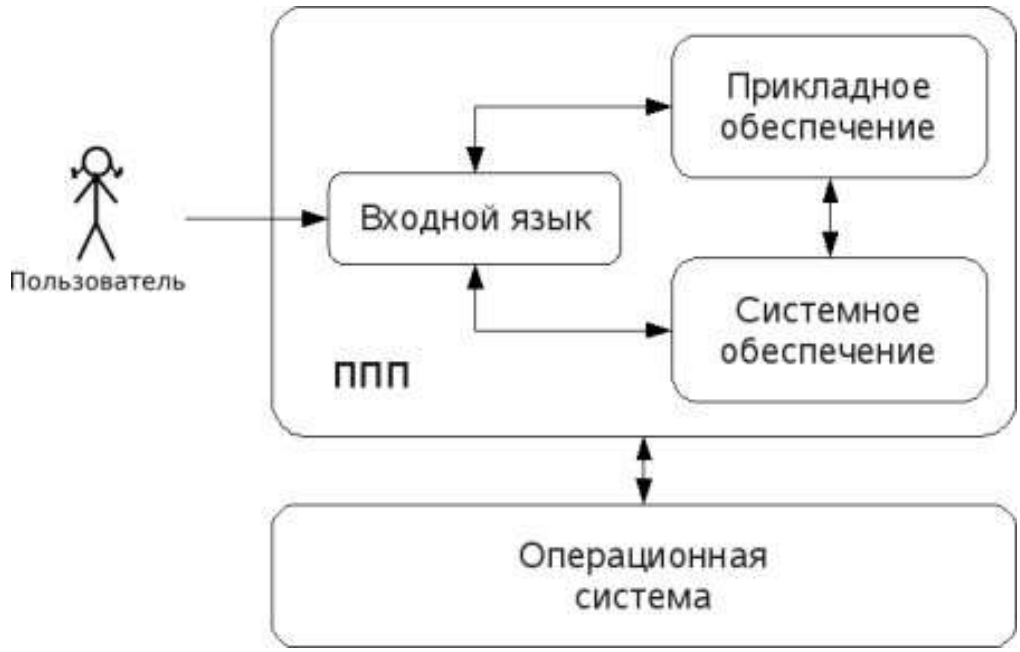


Рис. 2. Структура ППП.

Входной язык - основной инструмент при работе пользователя с пакетом прикладных программ. В качестве входного языка могут использоваться как универсальные (Pascal, Basic и т.п.), так и специализированные, проблемно-ориентированные языки программирования (Cobol - для бизнес-приложений, Lisp - списочные структуры данных, Fortran и MathLAB - математические задачи и т.п.).

Развитый пакет может обладать несколькими входными языками, предназначенными для выполнения различных функций в рамках решаемого класса задач. Так, например, в пакете OpenOffice.org поддерживаются языки StarBasic, Python, JavaScript и Java. StarBasic является основным входным языком, предназначенным для автоматизации работы с пакетом, для этого языка имеется интегрированная среда разработки и встроенный отладчик. Скрипты на языках Python и JavaScript загружаются и исполняются из внешних файлов. На Java (через SDK и функции API OpenOffice) можно создавать модули расширения и полнофункциональные приложения-компоненты.

Входные языки отражают объем и качество предоставляемых пакетом возможностей, а также удобство их использования. Таким образом, именно входной язык является основным показателем возможностей ППП. Однако стоит отметить, что в современных пакетах обращение пользователя к языковым средствам обычно происходит косвенно, через графический интерфейс.

Предметное обеспечение отражает особенности решаемого класса задач из конкретной предметной области и включает:

- программные модули, реализующие алгоритмы (или их отдельные фрагменты) прикладных задач;
- средства сборки программ из отдельных модулей.

Наиболее распространено в настоящее время оформление программных модулей в виде библиотек, подключаемых статически или динамически. В зависимости от использованного разработчиками подхода к проектированию и реализации ППП такие библиотеки содержат встроенные классы и описания их интерфейсов (при использовании объектно-ориентированного программирования). При использовании парадигмы структурного программирования в библиотечных модулях содержатся процедуры и функции, предназначенные для решения некоторых самостоятельных задач. В обоих случаях библиотеки связаны с другими модулями пакета лишь входной и выходной информацией.

Системное обеспечение представляет собой совокупность низкоуровневых средств (программы, файлы, таблицы и т.д.), обеспечивающих определенную дисциплину работы

пользователя при решении прикладных задач и формирующих окружение пакета. К системному обеспечению ППП относят следующие компоненты:

- монитор - программа, управляющая взаимодействием всех компонентов ППП;
- транслятор(ы) с входных языков - для ППП характерно использование интерпретируемых языков;
- средства доступа к данным - драйверы баз данных и/или компоненты, представляющие доступ через унифицированные интерфейсы (ODBC, JDBC, ADO, BDE и т.п.);
- информационно-справочный модуль - предоставляет функции поддержки, среди которых информационные сообщения, встроенная справочная системы и т.п.

различные служебные программы, выполняющие низкоуровневые операции (автосохранение, синхронизация совместно используемых файлов и т.д.)

Приведенная логическая структура ППП достаточна условна и в конкретном ППП может отсутствовать четкое разделение программ на предметное и системное обеспечение. Например, программа планирования вычислений, относящаяся к прикладному обеспечению, может одновременно выполнять и ряд служебных функций (информационное обеспечение, связь с операционной системой и т.п.).

Кроме того, одни и те же программы в одном пакете могут относиться к предметному обеспечению, а в другом - к системному. Так, программы построения диаграмм в рамках специализированного пакета машинной графики естественно отнести к предметному обеспечению. Однако те же программы следует считать вспомогательными и относящимися к системному обеспечению, например, в пакете решения вычислительных задач.

ТЕМА 1.3 ЭВОЛЮЦИЯ ППП. ПРИМЕРЫ СОВРЕМЕННЫХ ППП

Этапы развития ППП

Первые ППП представляли собой простые тематические подборки программ для решения отдельных задач в той или иной прикладной области, обращение к ним выполнялось с помощью средств оболочки ОС или из других программ. Современный пакет является сложной программной системой, включающей специализированные системные и языковые средства. В относительно короткой истории развития вычислительных ППП можно выделить *4 основных поколения* (класса) пакетов. Каждый из этих: классов характеризуется определенными особенностями входящих состав ППП компонентов - входных языков, предметного и системного обеспечения.

Первое поколение

В качестве входных языков ППП первого поколения использовались универсальные языки программирования (Фортран, Алгол-60 и т.п.) или языки управления заданиями соответствующих операционных систем. Проблемная ориентация входных языков достигалась за счет соответствующей мнемоники в идентификаторах. Составление заданий на таком языке практически не отличалось от написания программ на алгоритмическом языке.

Предметное обеспечение первых ППП, как правило, было организовано в форме библиотек программ, т.е. в виде наборов (пакетов) независимых программ на некотором базовом языке программирования (отсюда впервые возник и сам термин «пакет»). Такие ППП иногда называют *пакетами библиотечного типа*, или *пакетами простой структуры*.

В качестве системного обеспечения пакетов первого поколения обычно использовались штатные компоненты программного обеспечения ЭВМ: компиляторы с алгоритмических языков, редакторы текстов, средства организации библиотек программ, архивные системы и т.д. Эти пакеты не требовали сколько-нибудь развитой системной поддержки, и для их функционирования вполне хватало указанных системных средств общего назначения. В большинстве случаев разработчиками таких пакетов были прикладные программисты, которые пытались приспособить универсальные языки программирования к своим нуждам.

Второе поколение

Разработка ППП второго поколения осуществлялась уже с участием системных программистов. Это привело к появлению специализированных входных языков на базе универсальных языков программирования. Проблемная ориентация таких языков достигалась не только за счет использования определенной мнемоники, но также применением соответствующих языковых конструкций, которые упрощали формулировку задачи и делали ее более наглядной. Транслятор с такого языка представлял собой препроцессор (чаще всего макропроцессор) к транслятору соответствующего алгоритмического языка.

В качестве модулей в пакетах этого класса стали использоваться не только программные единицы (т.е. законченные программы на том или ином языке программирования), но и такие объекты, как последовательность операторов языка программирования, совокупность данных, схема счета и др.

Существенные изменения претерпели также принципы организации системного обеспечения ППП. В достаточно развитых пакетах второго поколения уже можно выделить элементы системного обеспечения, характерные для современных пакетов: монитор, трансляторы с входных языков, специализированные банки данных, средства описания модели предметной области и планирования вычислений и др.

Третье поколение

Третий этап развития ППП характеризуется появлением самостоятельных входных языков, ориентированных на пользователей-непрограммистов. Особое внимание в таких ППП уделяется системным компонентам, обеспечивающим простоту и удобство. Это достигается главным образом за счет специализации входных языков и включения в состав пакета средств автоматизированного планирования вычислений.

Четвертое поколение

Четвертый этап характеризуется созданием ППП, эксплуатируемых в интерактивном режиме работы. Основным преимуществом диалогового взаимодействия с ЭВМ является возможность активной обратной связи с пользователем в процессе постановки задачи, ее решения и анализа полученных результатов. Появление и интенсивное развитие различных форм диалогового общения обусловлено прежде всего прогрессом в области технических средств (графическая подсистема ЭВМ и средства мультимедиа, сетевые средства). Развитие аппаратного обеспечения повлекло за собой создание разнообразных программных средств поддержки диалогового режима работы (диалоговые операционные системы, диалоговые пакеты программ различного назначения и т. д.).

Прикладная система состоит из *диалогового монитора* - набора универсальных программ, обеспечивающих ведение диалога и обмен данными, и базы знаний об области. Информация о структуре, целях и форма диалога задает сценарий, в соответствии с который монитор управляет ходом диалога. Носителями процедурных знаний о предметной области являются прикладные модули, реализующие функции собственной системы. Таким образом, создание прикладной системы сводится к настройке диалогового монитора на конкретный диалог, путем заполнения базы знаний. При этом программировать в традиционном смысле этого слова приходится лишь прикладные модули, знания о диалоге вводятся в систему с помощью набора соответствующих средств - редактора сценариев. Логично требовать, чтобы редактор сценариев также представлял собой диалоговую программу, отвечавшую рассмотренным выше требованиям. Благодаря готовому универсальному монитору программист может сосредоточиться на решении чисто прикладных задач, выделение же знаний о диалоге в сценарий обеспечивает в значительной степени необходимая гибкость программного продукта.

Большое внимание в настоящее время уделяется проблеме создания *«интеллектуальных ППП»*. Такой пакет позволяет конечному пользователю лишь сформулировать свою задачу в содержательных терминах, не указывая алгоритма ее решения. Синтез решения и сборка целевой программы производятся автоматически. При этом детали вычислений скрыты от пользователя, и компьютер становится интеллектуальным партнером человека, способным понимать его задачи. Предметное обеспечение подобного ППП представляет собой некоторую базу знаний,

содержащую как процедурные, так и описательные знания. Такой способ решения иногда называют концептуальным программированием, характерными особенностями которого является программирование в терминах предметной области использование ЭВМ уже на этапе постановки задач, автоматический синтез программ решения задачи, накопление знаний о решаемых задачах в базе знаний.

Краткий обзор некоторых ППП

Для иллюстрации ранее рассмотренных материалов приведем несколько примеров современных пакетов прикладных программ из различных предметных областей. Учитывая, что постоянно появляются новые версии программных продуктов, здесь будут рассматриваться не возможности конкретных версий, а лишь основные структурные компоненты, входящие в состав того или иного пакета.

Autodesk AutoCAD

Основное назначение ППП AutoCAD - создание чертежей и проектной документации. Современные версии этого пакета представляют существенно большие возможности, среди которых построение трехмерных твердотельных моделей, инженерно-технические расчеты и многое другое.

Первые версии системы AutoCAD, разрабатываемой американской фирмой Autodesk, появились еще в начале 80-х годов двадцатого века, и сразу же привлекли к себе внимание своим оригинальным оформлением и удобством для пользователя. Постоянное развитие системы, учет замечаний, интеграция с новыми продуктами других ведущих фирм сделали AutoCAD мировым лидером на рынке программного обеспечения для автоматизированного проектирования.

Языковые средства

В основе языковых средств ППП AutoCAD - технология Visual LISP, базирующаяся на языке AutoLISP (подмножество языка LISP) и используемая для создания приложений и управления в AutoCAD. Visual LISP представляет полное окружение, включающее:

- Интегрированную среду разработки, облегчающую написание, отладку и сопровождение приложений на AutoLISP
- Доступ к объектам ActiveX и обработчикам событий
- Защиту исходного кода
- Доступ к файловым функциям операционной системы
- Расширенные функции языка LISP для обработки списочных структур данных.

Для разработчиков совместимых приложений в AutoCAD включена поддержка

ObjectARX. Это программное окружение представляет объектно-ориентированный интерфейс для приложений на языках C++, C# и VB.NET и обеспечивает прямой доступ к структурам БД, графической подсистеме и встроенным командам пакета.

Кроме того, в AutoCAD имеется поддержка языка Visual Basic for Applications (VBA), что позволяет использовать этот пакет совместно с другими приложениями, в частности, из семейства Microsoft Office.

Предметное обеспечение

К предметному обеспечению пакета в первую очередь относятся функции построения примитивов - различных элементов чертежа. Простые примитивы - это такие объекты как точка, отрезок, круг (окружность) и т.д. К сложным примитивам относятся: полилиния, мультилиния, мультитекст (многострочный текст), размер, выноска, допуск, штриховка, вхождение блока или внешней ссылки, атрибут, растровое изображение. Кроме того, есть пространственные примитивы, видовые экраны и пр. Операции построения *большей части* примитивов могут быть выполнены через пользовательский интерфейс, *все* - через команды языка.

Высокоуровневые средства представлены расширениями и приложениями AutoCAD для конкретных предметных областей. Например в машиностроении используется Autodesk Mechanical Desktop - предназначенный для сложного трехмерного моделирования, в том числе валов и пружин. Для проектирования деталей из листовых материалов предназначена система Copra Sheet Metal Bender Desktop (разработчик - Data-M Software GmbH). Моделирование динамики работы механизмов может выполняться в системе Dynamic Designer (Mechanical Dynamics). В числе известных архитектурных и строительных приложений можно отметить системы АРКО (АПИО-Центр), СПДС GraphiCS (Consistent Software), ArchiCAD. Для проектирования промышленных объектов может использоваться система PLANT-4D (CEA Technology). Это лишь некоторые из областей использования AutoCAD.

Системное обеспечение

Среди системного обеспечения следует отметить основной формат файлов AutoCAD .dwg, который стал стандартом «де факто» для прочих САПР.

К системному же обеспечению относятся типовые и специализированные библиотеки деталей и шаблонов, использование которых позволяет существенно ускорить процесс проектирования. Здесь же упомянем требования отраслевых и государственных стандартов, которым должны соответствовать чертежи и спецификации.

Конфигурация и настройки различных режимов AutoCAD устанавливаются через т.н. системные переменные. Изменяя их значения можно задавать пути к файлам, точность вычислений, формат вывода и многое другое.

Adobe Flash

Adobe (ранее Macromedia) Flash - это технология и инструментарий разработки интерактивного содержания с большими функциональными возможностями для цифровых, веб- и мобильных платформ. Она позволяет создавать компактные, масштабируемые анимированные приложения (ролики), которые можно использовать как отдельно, так и встраивая в различное окружение (в частности, в веб-страницы). Эти возможности обеспечиваются следующими компонентами технологии: языком Action Script, векторным форматом .swf и видеоформатом .flv, всевозможными flash-плейерами для просмотра и редакторами для создания.

Рассмотрим интегрированную среду Adobe Flash как основное средство создания flash-приложений. При этом отметим, что языковые и системные средства относятся не только к этому пакету, а к технологии в целом.

Язык ActionScript

ActionScript — объектно-ориентированный язык программирования, который добавляет интерактивность, обработку данных и многое другое в содержимое Flash-приложений. Синтаксис ActionScript основан на спецификации ECMAScript (сюда же относятся языки JavaScript и JScript). Библиотека классов ActionScript, написанная на C++, представляет доступ к графическим примитивам, фильтрам, принтерам, геометрическим функциям и пр.

ActionScript как язык появился с выходом 5 версии Adobe (тогда еще Macromedia) Flash, которая стала первой программируемой на ActionScript средой. Первый релиз языка назывался ActionScript 1.0. Flash 6 (MX). В 2004 году Macromedia представила новую версию ActionScript 2.0 вместе с выходом Flash 7 (MX 2004), в которой было введено строгое определение типов, основанное на классах программирование: наследование, интерфейсы и т. д. Также Macromedia была выпущена модификация языка Flash Lite для программирования под мобильные телефоны. ActionScript 2.0 является не более чем надстройкой над ActionScript 1.0, то есть на этапе компиляции ActionScript 2.0 осуществляет некую проверку и превращает классы, методы ActionScript 2.0 в прежние прототипы и функции ActionScript 1.0.

В 2005 году вышел ActionScript 3.0 в среде программирования Adobe Flex, а позже в Adobe Flash 9.

ActionScript 3.0 (текущая версия на момент подготовки этого материала) представляет, по сравнению с ActionScript 2.0 качественное изменение, он использует новую виртуальную машину AVM 2.0 и дает взамен прежнего формального синтаксиса классов настоящее классовое (class-based) Объектно-ориентированное программирование. ActionScript 3.0 существенно производительней предыдущих версий и по скорости приблизился к таким языкам программирования, как Java и C++.

С помощью ActionScript можно создавать интерактивные мультимедиа-приложения, игры, веб-сайты и многое другое.

Системное обеспечение

ActionScript исполняется виртуальной машиной (ActionScript Virtual Machine), которая является составной частью Flash Player. ActionScript компилируется в байткод, который включается в SWF-файл.

SWF-файлы исполняются Flash Player-ом. Flash Player существует в виде плагина к веб-браузеру, а также как самостоятельное исполняемое приложение. Во втором случае возможно создание исполняемых exe-файлов, когда swf-файл включается во Flash Player.

Для создания и просмотра видеофайлов в формате flv используются программные кодеки, поддерживающие этот формат.

Прикладное обеспечение

К прикладному обеспечению в рамках технологии Flash относятся средства создания роликов в форматах .swf, .flv и .exe. Основным инструментом является среда среда Adode Flash, включающая различные средства для создания и редактирования мультимедийного содержания, в т.ч. видео- и аудиофайлов, интегрированную среду разработки на ActionScript и множество дополнительных функций упрощения процесса создания роликов.

Пакет MatLab

MatLab (сокращение от англ. «Matrix Laboratory») — пакет прикладных программ для решения задач технических вычислений, и язык программирования, используемый в этом пакете. По данным фирмы-разработчика, более 1000000 инженерных и научных работников используют этот пакет, который работает на большинстве современных операционных систем, включая GNU/Linux, Mac OS, Solaris и Microsoft Windows.

Язык MatLab

MATLAB как язык программирования был разработан Кливом Моулером (англ. Cleve Moler) в конце 1970-х годов. Целью разработки служила задача использования программных математических библиотек Linpack и EISPACK без необходимости изучения языка Фортран. Акцент был сделан на матричные алгоритмы.

Программы, написанные на MATLAB, бывают двух типов — функции и скрипты. Функции имеют входные и выходные аргументы, а также собственное рабочее пространство для хранения промежуточных результатов вычислений и переменных. Скрипты же используют общее рабочее пространство. Как скрипты, так и функции не компилируются в машинный код, а сохраняются в виде текстовых файлов. Существует также возможность сохранять так

называемые pre-parsed программы — функции и скрипты, приведенные в вид, удобный для машинного исполнения и, как следствие, более быстрые по сравнению с обычными.

Системное обеспечение

Язык MATLAB является высокоуровневым интерпретируемым языком программирования, включающим основанные на матрицах структуры данных, широкий спектр функций, интегрированную среду разработки, объектно-ориентированные возможности и интерфейсы к программам, написанным на других языках программирования. Имеются интерфейсы для получения доступа к внешним данным, клиентам и серверам, общающимся через технологии Component Object Model (COM) или Dynamic Data Exchange (DDE), а также периферийным устройствам, которые взаимодействуют напрямую с MATLAB. Многие из этих возможностей известны под названием MATLAB API.

Встроенная среда разработки позволяет создавать графические интерфейсы пользователя с различными элементами управления, такими как кнопки, поля ввода и другими. С помощью компонента MATLAB Compiler эти графические интерфейсы могут быть преобразованы в самостоятельные приложения.

Для MATLAB имеется возможность создавать специальные наборы инструментов (англ. toolbox), расширяющие его функциональность. Наборы инструментов представляют собой коллекции функций, написанных на языке MATLAB для решения определенного класса задач.

Прикладное обеспечение

MATLAB предоставляет удобные средства для разработки алгоритмов, включая высокоуровневые с использованием концепций объектно-ориентированного программирования. В нем имеются все необходимые средства интегрированной среды разработки, включая отладчик и профайлер.

MATLAB предоставляет пользователю большое количество (несколько сотен) функций для анализа данных, покрывающие практически все области математики, в частности:

- Матрицы и линейная алгебра — алгебра матриц, линейные уравнения, собственные значения и вектора, сингулярности, факторизация матриц и другие.
- Многочлены и интерполяция — корни многочленов, операции над многочленами и их дифференцирование, интерполяция и экстраполяция кривых и другие.
- Математическая статистика и анализ данных — статистические функции, статистическая регрессия, цифровая фильтрация, быстрое преобразование Фурье и другие.
- Обработка данных — набор специальных функций, включая построение графиков, оптимизацию, поиск нулей, численное интегрирование (в квадратурах) и другие.

- Дифференциальные уравнения — решение дифференциальных и дифференциально-алгебраических уравнений, дифференциальных уравнений с запаздыванием, уравнений с ограничениями, уравнений в частных производных и другие.
- Разреженные матрицы — специальный класс данных пакета MATLAB, использующийся в специализированных приложениях.

В составе пакета имеется большое количество функций для построения графиков, в том числе трехмерных, визуального анализа данных и создания анимированных роликов, функции для создания алгоритмов для микроконтроллеров и других приложений.

ЧАСТЬ II. ППП MSOFFICE

ТЕМА 2.1 СТРУКТУРА И СОСТАВ MS OFFICE. ОСНОВНЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

Структура MS Office и назначение компонентов

ППП Microsoft Office - это совокупность программных средств автоматизации офисной деятельности. В состав пакета входит множество приложений, каждое из которых предназначено для выполнения определенных функций и может быть использовано автономно и независимо от остальных. Весь набор офисных приложений можно разделить на *основные* и *дополнительные*.

Основные компоненты Microsoft Office

Список и назначение основных компонентов, входящих в состав Microsoft Office приведен в таб. 1.

Таблица 1. Основные компоненты Microsoft Office

Название приложения	Функциональное назначение приложения
Microsoft Word	Текстовый процессор
Microsoft Excel	Табличный процессор
Microsoft PowerPoint	Система подготовки презентаций
Outlook	Система управления персональной информацией
Microsoft Access	Система управления базами данных
Microsoft Binder	Система управления подшивками
Microsoft FrontPage	Система управления Web-узлами
Microsoft PhotoDraw	Графический редактор
Microsoft Publisher	Настольная издательская система

Microsoft Project	Система управления проектами
Microsoft Team Manager	Система управления персоналом

Дополнительные компоненты MS Office

Кроме основных компонентов, в семейство Microsoft Office входит большое количество вспомогательных приложений, которые устанавливаются (или не устанавливаются) вместе с основными. Ими можно воспользоваться из основных приложений или вызвать независимо. В таб. 2 перечислены некоторые из вспомогательных приложений.

Таблица 2. Некоторые вспомогательные приложения Microsoft Office

Название приложения	**Функциональное назначение приложения**
Microsoft Query	Интерпретатор запросов к внешним базам данных
Microsoft Organization Chart	Программа рисования блок-схем
Microsoft WordArt	Программа создания фигурных текстов
Microsoft Equation	Редактор математических формул
Microsoft Map	Программа отображения данных на географических картах
Microsoft Graph	Программа построения диаграмм
Microsoft Photo Editor	Графический редактор
Microsoft Draw	Средство рисования
Microsoft Find Fast	Служба индексации документов
Microsoft Extended Finder	Средство поиска документов в папках файловой системы и электронной почты
Microsoft Script Editor	Редактор сценариев
Microsoft ClipArt	Коллекция картинок и клипов
Панель Microsoft Office	Средство быстрого доступа к приложениям Office

Кроме основных и вспомогательных приложений, могут быть установлены и использованы различные расширения (надстройки). Их можно условно разделить на три группы:

1. *Самостоятельные приложения*, разработанные фирмой Microsoft, которые являются компонентами семейства Microsoft Office, но формально не входят в состав пакета. Примерами являются приложения Microsoft Project и Microsoft Team Manager.
2. *Надстройки* над компонентами Microsoft Office, разработанные фирмой Microsoft и представляющие собой дополнительные функции. Как правило, надстройки

оформляются не в виде готовых к выполнению программ, а в виде документов специального типа: шаблонов, рабочих книг, библиотек динамической компоновки (DLL) и т.п.

3. *Приложения третьих фирм*, разработанные для пользователей Microsoft Office. В этот класс попадают как продукты сторонних фирм, так и собственные разработки пользователей. Сюда можно отнести средства распознавания текстов (OCR), автоматического перевода текста, средства управления большими массивами документов (перечисленные задачи не реализованы или слабо развиты в самом пакете MS
   Office).

Приведенный перечень основных компонентов носит условный характер, поскольку состав пакета зависит от следующих факторов:

1. *Устанавливаемый комплект (или редакция) пакета*. Пакет выпускается в нескольких редакциях, и состав приложений в разных редакциях различен.
2. *Источник установки. Установка* может быть выполнена с компакт-диска или с сетевого сервера. Наборы файлов, которые устанавливаются на компьютер, существенно различаются.
3. *Операционная система*. Microsoft Office может работать под управлением различных ОС: MS Windows и Mac OS. Эти операционные системы могут иметь разные версии и модификации, что также влияет на состав устанавливаемых компонентов.
4. *Наличие на компьютере в момент установки предшествующих версий*. Некоторые компоненты старых версий автоматически включаются в состав обновляемой версии Microsoft Office (если они уже установлены на компьютере).
5. *Параметры, заданные при установке*. В случае так называемой выборочной (т.е. по выбору пользователя) установки, можно указать несколько десятков независимых параметров, влияющих на состав пакета.

Несмотря на большое число различных приложений в составе пакета, все они в совокупности образуют единое целое. Для каждого из приложений MS Office характерно наличие следующих отличительных признаков:

1. совместимость по данным;
2. унифицированный интерфейс;
3. единые средства программирования.

Документы Microsoft Office

Единица данных самого верхнего уровня структуризации в Microsoft Office называется **документом**.

Документы классифицируются по типам в зависимости от того, какого сорта информация в них хранится. Как правило, документы разных типов обрабатываются разными приложениями Microsoft Office. Основные типы документов, с которыми работают программы Microsoft Office, перечислены в таб. 3.

Таблица 3. Основные типы документов Microsoft Office

Название	Расширение	Приложение	Краткое описание
Документ	.doc	Word	Основной тип документов Word. Содержит форматированный текст, т.е. текст с дополнительной информацией о шрифтах, отступах, интервалах и т.п., а также рисунки, таблицы и другие элементы
Рабочая книга	.xls	Excel	Основной тип документов Excel. Содержит данные различных типов: формулы, диаграммы и макросы
База данных	.mdb	Access	Основной тип документов Access. Содержит как собственно базу данных, то есть совокупность таблиц, так и соответствующие запросы, макросы, модули, формы и отчеты
Презентация	.ppt	PowerPoint	Основной тип документов PowerPoint. Содержит презентацию, состоящую из набора слайдов, заметок выступающего, раздаточных материалов и другой информации
Публикация	.pub	Publisher	Основной тип документов Publisher. Как и Word, содержит форматированный текст, рисунки, таблицы и т.п.
План проекта	.mpp	Project	Основной тип документов Project. Содержит календарный план проекта, описание задач, ресурсов и их взаимосвязи

Исходя из вышесказанного, можно сделать следующий вывод: входящие в состав пакета MS Office приложения способны тесно взаимодействовать при решении прикладных задач; они создают единую информационную среду и позволяют обмениваться объектами. Документы Microsoft Office являются частными примерами объектов. Поэтому Microsoft Office является *документо-ориентированным пакетом* (средой).

Программная среда

Основным средством разработки приложений в MS Office является комплексное решение на основе языка Visual Basic, а именно - Visual Basic for Application (VBA). Эта

технология включает макрорекордер, интерпретатор Visual Basic, интегрированную среду разработки с встроенным отладчиком, библиотеки времени выполнения (runtime library) и библиотеки типов, представляющие объекты пакета. Эти средства позволяют расширять функциональность пакета и адаптировать его к решению специализированных задач.

Интерфейс MS Office

Приложения Microsoft Office имеют унифицированный интерфейс, суть которого заключается в следующем: сходные функции имеют одинаковое обозначение (название команды или значок на кнопке), а несходные функции имеют различные обозначения.

В большей степени унификация коснулась интерфейсов таких приложений, как Microsoft Word, Microsoft Excel и Microsoft PowerPoint.

Одним из достоинств пакета Microsoft Office является последовательное использование графического интерфейса пользователя (Graphical User Interface, GUI), представляемого операционной системой и различных элементов управления. Как правило, отдельные элементы группируются в более крупные конструкции, такие как окна, панели инструментов, меню. Рассмотрим характеристику каждой из этих групп.

Оконный интерфейс

Оконный интерфейс - такой способ организации пользовательского интерфейса программы, когда каждая интегральная часть располагается в *окне* — собственном субэкранном пространстве, находящемся в произвольном месте «над» основным экраном. Несколько окон одновременно располагающихся на экране могут перекрываться, находясь «выше» или «ниже» друг относительно друг

В MS Office использует окна четырех типов:

- окно приложения;
- окно документа; • диалоговое окно;
- форма.

Панели инструментов

Панели инструментов - это элементы пользовательского интерфейса, на которых могут располагаются такие элементы управления, как кнопки быстрого вызова и раскрывающиеся списки. Панели инструментов разных приложений могут содержать кнопки, сходные по функциям и внешнему виду, что упрощает освоение интерфейса Microsoft Office.

Панели инструментов могут быть:

- пристыкованными вдоль границы окна приложения;

- плавающими, т.е. находится в любой части окна приложения;
- представленными в отдельных окнах; в этом случае форму и размеры панели инструментов можно менять произвольно.

Меню

Меню представляет доступ к иерархическим спискам доступных команд. Результатом выбора команды из меню может быть:

- непосредственное выполнение некоторого действия;
- раскрытие еще одного меню;
- раскрытие диалогового окна или формы.

Меню интерфейса Microsoft Office, кроме строки меню любого приложения, можно разделить (по способу перехода к ним) на раскрывающиеся и контекстные (или всплывающие).

Элементы управления

Элементы управления - это объекты оконного интерфейса, реализующие типовые операции с интерфейсом: щелчок мышью, выбор из списка, выбор вариантов, прокрутка и т.п. К элементам управления относятся следующие: кнопки, текстовые поля (или поля ввода), флажки, переключатели, списки и раскрывающиеся списки, полосы прокрутки, палитры, счетчики и прочие, специфичные для некоторых приложений или условий.

ТЕМА 2.2 ВВЕДЕНИЕ В ОФИСНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Офисное программирование — это процесс разработки приложений, предназначенных для автоматизации офисной деятельности с использованием специализированных пакетов (MS Office, OpenOffice.org или подобных).

Офисное программирование имеет ряд особенностей, отличающих его от программирования в общем смысле:

- цели разработки;
- область применения;
- макроязык;
- среда разработки;
- поддержка объектно-ориентированного программирования.

Рассмотрим эти особенности на примере MS Office.

Цели разработки

В офисной среде *программный проект неразрывно связан с документом*, хранится как часть документа и не может существовать независимо от него. *Документ, а не программа, является целью разработки.*

Стандартные возможности среды по работе с документами велики. Однако возможность изменить типовой документ, снабдив его дополнительными функциями – это одна из важнейших задач офисного программирования. Для ее решения офисная среда представляет совокупность библиотек классов, которые составляют каркас (Framework) текстовых документов, электронных таблиц, презентаций, баз данных и приложений на основе этих документов. Всякий раз, когда создается новый документ, его каркас составляют объекты библиотек, заданные по умолчанию. Этот каркас можно существенно изменить, добавив в документ новые свойства. Расширение каркаса не требует от программиста значительных усилий – достаточно включить в него необходимые библиотеки классов.

Область применения

Область применения офисного программирования широка – от настройки отдельных документов до решения задач автоматизации офисной деятельности масштаба предприятия, в т.ч. ориентированных на совместную работу в глобальной сети.

Visual Basic for Application

Visual Basic для приложений (Visual Basic for Application, VBA) – это инструмент разработки приложений, который позволяет создавать программные продукты, решающие практически все задачи, встречающиеся в среде Windows. Эти продукты можно использовать, например, для оформления документов (подготовки текстов) или анализа данных таблиц (электронных таблиц). VBA – уникальное приложение, поскольку оно встраивается в другое приложение и расширяет его функциональные возможности.

Visual Basic for Application (VBA) - стандартный макроязык пакета Microsoft Office, предназначенный для расширения функциональных возможностей приложения в котором используется.

С помощью VBA можно:

- создать собственное диалоговое окно и придать ему требуемый внешний вид;
- создать макросы, расширяющие функциональные возможности приложения, в которое встроен VBA;
- изменить меню приложения Microsoft Office;
- управлять другим приложением Microsoft Office или принадлежащими ему данными;

- объединить данные из нескольких приложений Microsoft Office в одном документе;
- автоматически создавать или изменять страницы Web, совместно используя приложения Microsoft Office и VBA.

Для разработчика доступны следующие инструменты и средства, которые используются при создании проекта VBA:

- отладка приложений без предварительной компиляции;
- средства Win32 API;
- SQL и объекты доступа к данным для управления данными и извлечения их из внешних источников данных, таких как Microsoft SQL Server;
- построение и проверка элементов интерфейса непосредственно в среде разработки VBA (Integrated Development Environment, IDE);
- связывание программ и процедур с событиями, которые возникают в приложениях VBA.

Среда разработки

Среда приложений Office ориентирована в первую очередь на пользователей, а не на программистов и в ней можно создавать документы без всякого программирования. Поэтому программист обычно начинает работать с документами не на пустом месте, а с их заготовками, созданными пользователями, т.е. и сам программист может выступать в роли пользователя. Средства совместной работы над документами Office обеспечивают одновременную работу программистов и пользователей.

Среда MS Office предлагает два способа создания программ, отличающихся подходом к процессу: использование макрорекордера и ручное кодирование (на языке VBA). Эти подходы ориентированы на разные категории: непосредственно пользователей и программистов соответственно.

Макрорекордер (MacroRecorder) – это программный инструмент, записывающий действия пользователя при работе с документами и приложениями, с сохранением записи в виде макроса -исходного кода на языке VBA. При вызове сохраненного макроса воспроизводится вся сохраненная последовательность действий.

Макрорекордер представляет возможность создания программного проекта или, по крайней мере, его отдельных компонентов автоматически, без программирования. Для записи и воспроизведения макроса не требуется специальных знаний, поэтому пользователь может самостоятельно создавать программы (макросы), в общем случае даже не представляя себе, как они работают.

Для программиста макрорекордер полезен тем, что позволяет создавать фрагменты программы автоматически, тем самым увеличивая скорость разработки и уменьшая время отладки.

Интегрированная среда разработки на VBA (Visual Basic Environment, VBA) - встроенное в MS Office средство для написания, тестирования и отладки приложений на VBA. Среда VBA представляет все возможности для создания законченных офисных приложений, включая средства визуального проектирования пользовательского интерфейса. VBA ориентирована на использование программистами для разработки офисных приложений (это отнюдь не означает, что пользователи не могут применять VBA).

Поддержка ООП

Разработка приложений для MS Office тесно связана с парадигмой объектно-ориентированного программирования. Все документы (более того, сами компоненты пакета) в MS Office - суть объекты, наделенные собственными наборами свойств (характеристик объекта), методов (подпрограмм управления свойствами) и событий (подпрограмм, обрабатывающих изменения состояния объекта в результате некоторых действий). Соответственно, для обеспечения более полной интеграции с пакетом, входной язык (VBA) также поддерживает ООП.

Все объекты приложения MS Office образуют иерархическую структуру, которая определяет связь между ними и способ доступа. Такая структура называется объектной моделью (object model). За рамки объектной модели выходят, но также могут использоваться в офисных приложениях, внешние объекты, поддерживающие технологии DDE, OLE/ActiveX и ряд других.

В объектно-ориентированную концепцию удачно вписывается технология *визуального программирования*. Все отображаемые элементы графического интерфейса, такие как формы, элементы управления, меню и панели инструментов являются объектами, наделенными набором свойств и методов и способными реагировать на события (например, щелчки мыши, нажатия клавиш и т.п.). При визуальном подходе не требуется программного задания (хотя это и возможно) их основных свойств (например, ширина или высота, цвет фона и т.п.). Эти свойства можно задать при помощи мыши (например, ширину и высоту формы путем операции "перетаскивания" маркеров) или установить их в окне свойств (название формы, цвет фона формы и т. д.). Таким образом, визуальное программирование делает проектирование интерфейса программы более наглядным и быстрым. При этом сохраняется возможность управлять всеми объектами и программно.

Преимущества офисного программирования

Преимущества, которые получает конечный пользователь, использующий программируемые офисные документы:

- Пользователь получает документы, обладающие новыми функциями и способные решать задачи, характерные для проблемной области пользователя.
- Пользователь находится в единой офисной среде независимо от того, с каким документом он работает в данный момент и какой программист разрабатывал этот документ.
- Большинство доступных при работе с документами функций являются общими для всех документов, поскольку их предоставляет сама офисная среда. Единый стиль интерфейса разных документов облегчает работу с ними.
- Пользователь сам, не будучи программистом, способен создавать простые виды программируемых офисных документов, постепенно совершенствуясь в этой деятельности.

Преимущества, которые получает программист, работающий в Office:

- В распоряжении программиста находится мощная интегрированная среда. Для него эта среда представлена в виде совокупности хорошо организованных объектов, доступных в языке программирования и по принципу работы ничем не отличающихся от встроенных объектов языка или объектов, создаваемых самим программистом.
- Большинство повседневных задач становятся для него простыми, – чтобы их решить, зачастую достаточно стандартных средств.
- Там, где стандартных средств не хватает, где у документа должны появиться новые функциональные возможности, где необходимо создать документ по заказу, вступает в силу язык программирования – VBA, существенная особенность которого – возможность работы с объектами любого из приложений Office.
- Офисное программирование позволяет применять на практике идеи компонентного программирования. Компонентный подход предполагает взаимодействие компонентов, создаваемых в разных программных средах, на разных языках, на разных платформах и находящихся на разных машинах. Работа с компонентами (DLL, ActiveX, AddIns, ComAddIns) является неотъемлемой частью офисного программирования.

ТЕМА 2.3 МАКРОСЫ. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАКРОРЕКОРДЕРА

Макросы

Независимо от используемых операционной системы и программных приложений MS Office пользователь часто выполняет одни и те же последовательности команд для многих рутинных задач. Вместо повторения последовательности команд каждый раз, когда необходимо выполнить какую-либо задачу, можно создать макрос (macro), который вместо пользователя будет выполнять эту последовательность. Термин macro произошел от греческого слова, означающего расширенный или растянутый.

Макрос – это программа (в контексте офисного программирования - созданная автоматически), состоящая из списка команд, которые должны быть выполнены приложением.

Основными преимуществами использования макросов являются:

- повышение точности и скорости работы, поскольку компьютеры лучше приспособлены для выполнения повторяющихся задач, чем человек;
- при выполнении макросов обычно нет необходимости в присутствии человека-оператора; в случае, если макрос очень длинный и выполняет операции, требующие значительного времени (например, поиск в базе данных и сортировка), пользователь может переключиться на другое приложение.

Макрос служит для объединения нескольких различных действий в одну процедуру, которую можно легко вызвать. Этот список команд состоит в основном из макрокоманд, которые тесно связаны с приложением, в котором создается макрос – т.е. с командами Word, Excel или других приложений Microsoft Office.

Можно выделить *три основные разновидности макросов*:

1. *Командные макросы* – это наиболее распространенные макросы, обычно состоящие из операторов, эквивалентным тем или иным командам меню или параметрам диалоговых окон. Основным предназначением такого макроса является выполнение действий, аналогичных командам меню – т.е. изменение окружения и основных объектов приложения.
2. *Пользовательские функции* – работают аналогично встроенным функциям приложения. Отличие этих функций от командных макросов состоит в том, что они используют значения передаваемых им аргументов, производят некоторые вычисления и возвращают результат в точку вызова, но не изменяют среды приложения.

3. *Макрофункции* – представляют сочетание командных макросов и пользовательских функций. Они могут использовать аргументы и возвращать результат, подобно пользовательским функциям, а также могут изменять среду приложения, как и командные макросы. Чаще всего эти макросы вызываются из других макросов, и активно используются для модульного программирования.

Поддержка макросов позволяет порой обойтись вообще безо всякого программирования: достаточно включить автоматическую запись выполняемых пользователем действий и в результате получить готовый макрос, а затем назначить ему кнопку на панели инструментов или новую команду меню, которые будут использоваться для вызова. Простые макросы удается создавать, не написав вручную ни одной строки программного кода.

Для разработки же серьезных приложений приходится программировать.

Таким образом, различают 2 способа разработки макроса:

- автоматическое создание, с использованием макрорекордера;
- написание макроса "с нуля", используя язык программирования VBA.

Отметим, что возможен и комбинированный подход: фрагменты будущей программы записываются автоматически, а затем они корректируются и дополняются "рукописным" кодом.

Для записи макросов из приложений Microsoft Office используется **макрорекордер**. Это встроенный инструмент, который фиксирует все действия пользователя, включая ошибки и неправильные запуски. При выполнении макроса интерпретируется каждая записанная макрорекордером команда точно в такой последовательности, в которой пользователь выполнял их во время записи.

Для **записи макроса** в приложении Microsoft Office можно использовать меню "Сервис/Макрос/Начать запись" или выбрать кнопку "Записать макрос" на панели инструментов Visual Basic. До начала записи нужно указать имя макроса и определить, где он будет храниться и как будет доступен. Затем выполнить действия, которые требуется сохранить в макросе. Для завершения записи нужно на панели инструментов "Остановка записи" щелкнуть кнопку "Остановить запись".

Для **выполнения макроса** необходимо:

1. Установить курсор в место вставки выполнения макроса.
2. Выбрать пункт меню "Сервис/Макрос/Макросы".
3. В появившемся диалоговом окне "Макрос" выбрать имя нужного макроса и выбрать "Выполнить".

Чтобы **просмотреть код** записанного макроса, надо выбрать меню "Сервис/Макрос/Макросы". В появившемся диалоговом окне выбрать имя нужного макроса и щелкнуть кнопку "Изменить". Исходный код указанного макроса будет загружен в окно редактора Visual Basic.

Структура записанного макроса

Макросы, создаваемые макрорекордером MS Office, сохраняются в специальной части файла данных, называемой *модулем*. Модуль VBA содержит исходный код программы на языке VBA. Фактически макрос является подпрограммой (а точнее, процедурой) VBA. Записанный макрос имеет строго определенную структуру. Ниже представлен исходный код простого макроса, созданного в Microsoft Word.

Листинг 1. Пример макроса

```
Sub Hello()
' Макрос изменяет размер, начертание шрифта, выравнивание абзаца и
' выводит надпись в активный документ MS Word
'
        Selection.Font.Size = 24
        Selection.Font.Bold = wdToggle
        Selection.ParagraphFormat.Alignment = wdAlignParagraphCenter
        Selection.TypeText Text:="Hello, World!"
End Sub
```

В общем виде структуру кода макроса можно представить следующим образом[2]:

```
Sub имяМакроса ()
' текст комментария
        Оператор1
        Оператор2 ...
        ОператорN
End Sub
```

Каждый макрос VBA начинается с ключевого слова Sub, за которым следует имя макроса. Строку, содержащую ключевое слово Sub и имя макроса, называют *строкой объявления (declaration)* макроса. За именем макроса всегда следуют пустые круглые скобки (т.к. макрос является процедурой VBA без параметров).

[2] Локализованные версии пакета MS Office позволяют использовать в макросах символы национальных алфавитов (например, в идентификаторах). Однако не следует пользоваться этой сомнительной возможностью во избежании сложностей с отладкой и портированием приложений на VBA.

За строкой объявления макроса следуют строки комментариев. *Комментарий (comment)* – это строка в макросе VBA, которая не содержит инструкций, являющихся частью этого макроса. Каждая строка комментария начинается с символа апострофа ('). Комментарии содержат имя макроса и текст, который был введен пользователем в текстовое поле "Описание" ("Description") диалогового окна "Запись макроса" ("Record Macro") в момент записи этого макроса.

Сразу за объявлением макроса следует *тело макроса (body)*. Каждая строка в теле макроса состоит из одного или более операторов VBA. *Оператор VBA (statement)* – это последовательность ключевых слов и других символов, которые вместе составляют одну полную инструкцию для VBA. Макрос VBA состоит из одного или нескольких операторов.

Конец макроса выделяется ключевой строкой End Sub, завершающей тело макроса.

ТЕМА 2.4 СРЕДА РАЗРАБОТКИ VBA

Visual Basic for Application (VBA) – это система программирования, которая используется как единое средство программирования во всех приложениях Microsoft Office. Всякая система программирования включает в себя, по меньшей мере, три составные части:

1. Язык (или языки) программирования.
2. Среду разработки, т.е. набор инструментов для написания программ, редактирования, отладки и т.п.
3. Библиотеку (или библиотеки) стандартных программ, т.е. набор готовых программ (процедур, функций, объектов и т.д.), которые можно использовать как готовые элементы при построении новых программ.

Для создания офисных приложений в MS Office имеется *интегрированная среда разработки* (Integrated Development Environment, *IDE*) с унифицированным интерфейсом. VBA IDE – это набор инструментов разработки программного обеспечения, таких как редактор Visual Basic (Visual Basic Editor, VBA), средства отладки, средства управления проектом и т.д.

Вызов VBA IDE из любого приложения выполняется через комбинацию клавиш Alt+F11 или меню "Сервис/Макрос/Редактор Visual Basic".

Структура VBA

VBA – это стандартное интерфейсное окно, содержащее меню, панели инструментов, другие окна и элементы, которые применяются при создании проектов VBA. Общий вид окна редактора Visual Basic представлен на рис. 3.

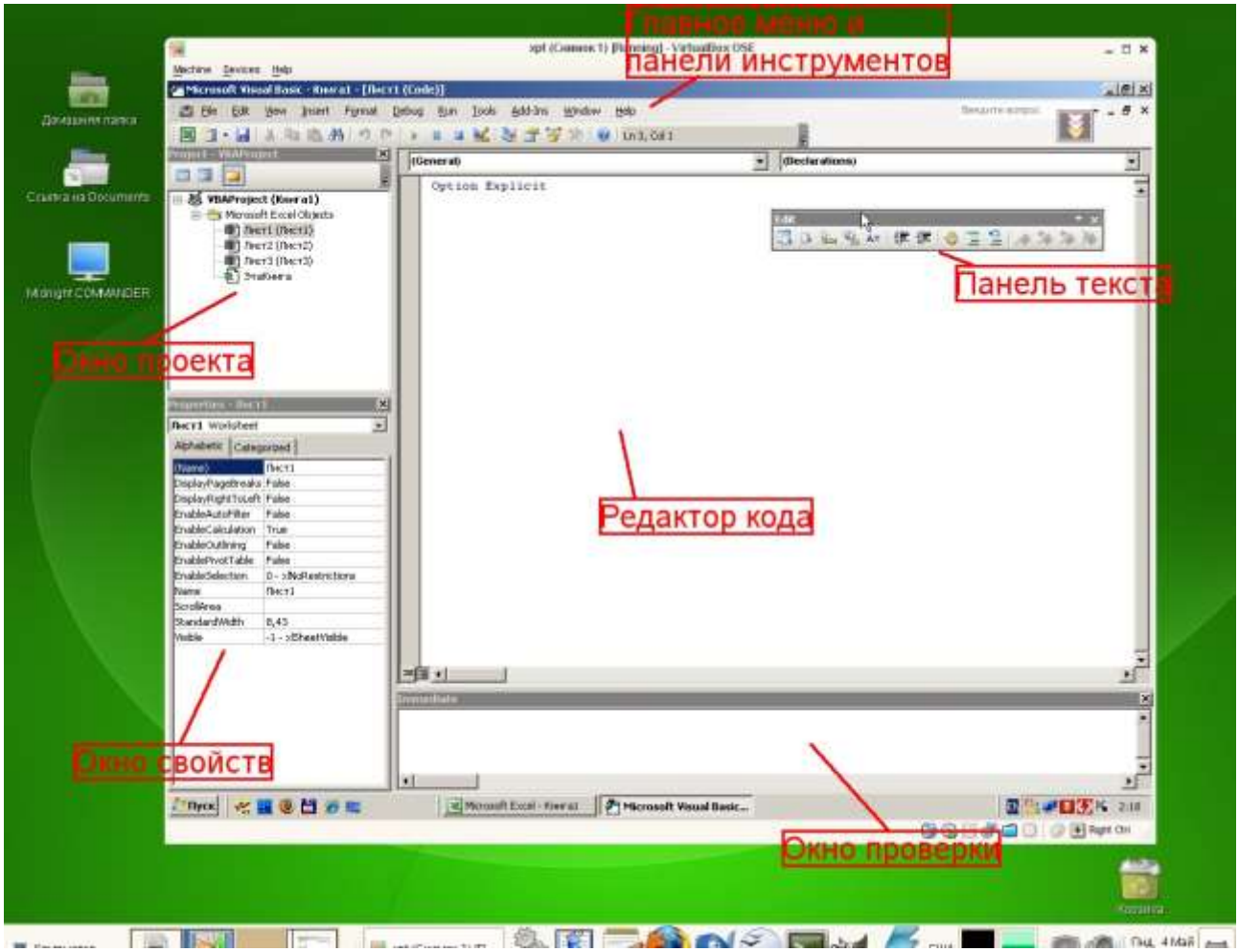


Рисунок 3. Окно редактора Visual Basic

Основными (открывающимися по умолчанию) являются три окна: окно проекта, окно свойств и окно редактирования кода. Краткое описание этих и некоторых других компонентов VBA приведено в таб. 4. Все они доступны через команды, представленные в меню "Вид".

Таблица 4. Назначение компонентов VBA

Наименование окна	**Описание**
Project (Проект)	Предназначено для отображения всех открытых проектов, а также их составляющих: модулей, форм и ссылок на другие проекты
Toolbox (Панель элементов)	Содержит элементы управления для конструирования форм
UserForm	Используется для создания форм путем размещения на них элементов
Наименование окна	**Описание**
	управления

Code (Программа)	Предназначено для просмотра, написания и редактирования программы на языке VBA. Поскольку среда разработки является многооконной, то для каждого модуля проекта можно открыть отдельное окно
Properties (Свойства)	Отображает свойства выделенных объектов. В этом окне можно задавать новые значения свойств формы и элементов управления
Object Browser (Просмотр объектов)	Отображает классы, свойства, методы, события и константы различных библиотек объектов. Используется для быстрого получения информации об объектах
Immediate (Проверка)	Предназначено для быстрого выполнения вводимых в него инструкций. В данном окне также выводятся результаты выполнения вводимых инструкций
Locals (Локальные переменные)	Автоматически показывает все переменные данной процедуры
Watches (Контрольные значения)	Применяется при отладке программ для просмотра значений выражений

Характеристики компонентов VBA

Окно проекта (Project)

Проект – это совокупность всех программных модулей, связанных с документом Microsoft Office. Окно *Project (Проект)* предназначено для быстрого получения информации о различных составляющих проекта.

Проект может содержать модули следующих видов:

- *Объекты основного приложения*. Проекты VBA выполняются совместно с другими приложениями. Приложение, в котором разрабатывается и выполняется проект VBA, называется основным.
- *Модули форм*. В VBA имеется возможность создавать пользовательские формы, предназначенные для ввода или вывода данных, а также процедуры обработки событий, возникающие в этих формах.
- *Модули кода*. Модульность - один из основных принципов парадигмы структурного программирования. Каждый модуль, как правило, содержит подпрограммы, сходные по назначению. Небольшие модули проще отлаживать и использовать повторно. В частности, в VBA имеются средства импорта/экспорта готового кода.
- *Модули классов*. VBA позволяет создавать и использовать собственные объекты. Описание объектов включается в модули класса. Каждый модуль класса содержит полную информацию об одном типе объекта.

С помощью окна проекта можно добавить или удалить какой-либо объект из проекта. Модули кода добавляются в проект командой "Вставить/Модуль". Формы создаются командой "Вставить/UserForm", а модули класса командой "Вставить/Модуль класса".

Окно проекта можно использовать также для быстрой навигации по формам проекта и программному коду. Для этого необходимо выбрать в контекстном меню соответственно команды "Объект" или "Программа".

Окно свойств (Properties)

Список свойств выделенного объекта выводится в окне Properties (Свойства). Для того чтобы выделить объект, необходимо с помощью окна проекта выбрать форму и перейти в режим конструктора, используя команду "View Object". Свойства объекта можно упорядочить в алфавитном порядке (Alphabetic (По алфавиту)) или по категориям (Categorized (По категориям)), выбрав соответствующую вкладку. Предусмотрена также возможность получения быстрой справки по какому-либо свойству объекта. Для этого достаточно установить курсор на нужное свойство и нажать клавишу F1.

Окно просмотра объектов(Object Browser)

Окно Object Browser (Просмотр объектов) предназначено для просмотра объектов, доступных при создании программы. Точнее, в этом окне отображаются не сами объекты, а структура соответствующего класса объектов. Окно просмотра объектов может использоваться для поиска метода или свойства объекта.

Окно Code (Окно редактирования кода)

Окно Code (Программа) представляет собой текстовый редактор, предназначенный для написания и редактирования кода процедур приложения. Это окно появляется на экране, например, при создании нового модуля. Код внутри модуля организован в виде отдельных разделов для каждого объекта, программируемого в модуле. Переключение между разделами выполняется путем выбора значений из списка "Object" ("Объект"), который находится в левом верхнем углу окна. Каждый раздел может содержать несколько процедур, которые можно выбрать из списка "Procedure" ("Процедура") в правом верхнем углу.

Интеллектуальные возможности редактора кода:

1. При написании кода пользователю предлагается список компонентов, логически завершающих вводимую пользователем инструкцию.
2. На экране автоматически отображаются сведения о процедурах, функциях, свойствах и методах после набора их имени.

3. Автоматически проверяется синтаксис набранной строки кода сразу после нажатия клавиши Enter. В результате проверки выполняется выделение определенных фрагментов текста:
    - красным цветом – синтаксические ошибки; • синим цветом – зарезервированные ключевые слова;
    - зеленым цветом – комментарии.
4. Если курсор расположить на ключевом слове VBA, имени процедуры, функции, свойства или метода и нажать клавишу F1, то на экране появится окно со справочной информацией об этой функции.

Окно редактирования форм (UserForm)

Для создания диалоговых окон, разрабатываемых приложений VBA, используются формы. Редактор форм является одним из основных средств визуального программирования. При добавлении формы в проект (команда "Insert" – "UserForm" ("Вставить" – "UserForm")) на экран выводится незаполненная форма с панелью инструментов Toolbox (Панель элементов).

Используя панель инструментов Toolbox (Панель элементов) из незаполненной формы конструируется требуемое для приложения диалоговое окно. Размеры формы и размещаемых на ней элементов управления можно изменять. Также окно редактирования форм поддерживает операции буфера обмена. Кроме того, команды меню "Format" ("Формат") автоматизируют и облегчают процесс выравнивания элементов управления как по их взаимному местоположению, так и по размерам.

Окна отладочной информации

Окно Immediate (Проверка) позволяет ввести инструкцию и выполнить ее. При этом инструкция должна быть записана в одну строку, директивы которой будут выполнены после нажатия клавиши Enter. Данное окно можно использовать для быстрой проверки действий, выполняемой той или иной инструкцией. Это позволяет не запускать всю процедуру, что удобно при отладке программ.

Окно Locals (Локальные переменные) автоматически отображает все объявленные переменные текущей процедуры и их значения.

Окно Watches (Контрольные значения) применяется при отладке программ для просмотра значений выражений.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.О.12 ГЕОДЕЗИЯ

Специальность:
21.05.03 Технология геологической разведки

Специализация:
Геофизические информационные системы

Автор: Коковин П.А., к.с-х.н.

Одобрены на заседании кафедры
Геодезии и кадастров
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
к.т.н., доц. Акулова Е.А.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 05.09.2023
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
к.г.-м.н., доц. Вандышева К.В.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 2 от 13.10.2023
(Дата)

Екатеринбург

Методические рекомендации по дисциплине согласованы с выпускающей кафедрой геологии и геофизики нефти и газа

Заведующий кафедрой ГГНГ _____к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

Содержание

	Стр.
1.Общие положения …….	**4**
2. Требования к уровню освоения дисциплины «Геодезия»……	**5**
3. Внутренние факторы, способствующие активизации самостоятельной работы	**6**
4. Виды самостоятельной работы …….	**7**
5. Организация СРС…….	**9**
6. Деятельность студентов по формированию и развитию навыков учебной самостоятельной работы……	**19**
7. Требования к учебно-методическому обеспечению самостоятельной работы студентов……	**26**
8. Самостоятельная работа студента - необходимое звено становления исследователя и специалиста…….	**30**
Список используемой литературы……	**32**

1. Общие положения

Самостоятельная работа студентов в ВУЗе является важным видом учебной и научной деятельности студента. Самостоятельная работа студентов играет значительную роль в рейтинговой технологии обучения. Государственным стандартом предусматривается, как правило, 50% часов из общей трудоемкости дисциплины на самостоятельную работу студентов (далее СРС). В связи с этим, обучение в ВУЗе включает в себя две, практически одинаковые по объему и взаимовлиянию части – процесса обучения и процесса самообучения. Поэтому СРС должна стать эффективной и целенаправленной работой студента.

Самостоятельная работа студентов - это любая деятельность, связанная с воспитанием мышления будущего профессионала. Любой вид занятий, создающий условия для зарождения самостоятельной мысли, познавательной активности студента связан с самостоятельной работой. В широком смысле под самостоятельной работой следует понимать совокупность всей самостоятельной деятельности студентов как в учебной аудитории, так и вне её, в контакте с преподавателем и в его отсутствии.

Самостоятельная работа студентов – это средство вовлечения студента в самостоятельную познавательную деятельность, формирующую у него психологическую потребность в систематическом самообразовании.

Сущность самостоятельной работы студентов как специфической педагогической конструкции определяется особенностями поставленных в ней учебно-познавательных задач. Следовательно, самостоятельная работа – это не просто самостоятельная деятельность по усвоению учебного материала, а особая система условий обучения, организуемых преподавателем.

Основные задачи самостоятельной работы:

- развитие и привитие навыков студентам самостоятельной учебной работы и формирование потребностей в самообразовании;

- освоение содержания дисциплины в рамках тем, выносимых на самостоятельное изучение студента;

- осознание, углубление содержания и основных положений курса в ходе конспектирования материала на лекциях, отработки в ходе подготовки к семинарским и практическим занятиям;

- использование материала, собранного и полученного в ходе самостоятельных занятий, при написании курсовых и дипломной работ, для эффективной подготовки к итоговым зачетам и экзаменам.

Активная самостоятельная работа студентов возможна только при наличии серьезной и устойчивой мотивации. Самый сильный мотивирующий фактор - подготовка к дальнейшей эффективной профессиональной деятельности.

2. Требования к уровню освоения дисциплины «Геодезия»

Объектом профессиональной деятельности выпускника по направлению подготовки специалитета по специальности 21.05.04 «Горное дело» являются: недра Земли, включая производственные объекты, оборудование и технические системы их освоения; техника и технологии обеспечения безопасной и эффективной реализации геотехнологий добычи, переработки твердых полезных ископаемых и рационального использования подземного пространства.

Дисциплина «Геодезия» является дисциплиной базовой части Блока 1 «Дисциплины» учебного плана по направлению подготовки 21.05.04 «Горное дело».

Цель дисциплины: формирование научного и практического представления о средствах и методах геодезических работ при топографо-геодезических изысканиях; овладение навыков определения пространственно-геометрического положения объектов, выполнения необходимых геодезических и маркшейдерских измерений, обработки и интерпретации их результатов.

Выпускник по направлению подготовки специалитета по специальности 21.05.04 «Горное дело» в результате изучения дисциплины должен:

Знать:

- содержание, предмет и задачи геодезии;
- современные воззрения на форму и фигуру Земли;
- классификацию карт и планов, системы координат, используемые в геодезии;
- основные требования к составлению картографического материала;

– методики проведений геодезических измерений;

– назначение и классификацию геодезических сетей;

– основные виды инженерно-геодезических работ.

Уметь:

– определять плановое положение точек в геодезической и прямоугольной системах координат, абсолютные и относительные высоты;

– составлять топографический план;

– измерять горизонтальные, вертикальные углы, дальномерные расстояния и превышения;

– решать прямые и обратные геодезические задачи;

– выполнять построение профиля трассы.

Владеть:

– навыками работы с топографо-геодезическими приборами;

– методами обработки результатов измерений.

Для эффективного использования времени, отведенного для самостоятельной работы при подготовке дипломированного специалиста необходимо рационально его использовать, грамотно организовать работу и иметь мотивацию для ее реализации.

3. Внутренние факторы, способствующие активизации самостоятельной работы

Среди них можно выделить следующие:

1. Полезность выполняемой работы. Если студент знает, что результаты его работы будут использованы в лекционном курсе, в методическом пособии, в лабораторном практикуме, при подготовке публикации или иным образом, то отношение к выполнению задания существенно меняется в лучшую сторону и качество выполняемой работы возрастает. При этом важно психологически настроить студента, показать ему, как необходима выполняемая работа.

Другим вариантом использования фактора полезности является активное применение результатов работы в профессиональной подготовке. Так, например, если студент получил задание на дипломную (квалификационную) работу на одном из младших курсов, он может выполнять самостоятельные задания по ряду дисциплин гуманитарного и социально-

экономического, естественно-научного и общепрофессионального циклов дисциплин, которые затем войдут как разделы в его квалификационную работу.

Материальные стимулирующие факторы могут выражаться в надбавках к основной стипендии, номинированные на именные стипендии, участие в конкурсах научно-исследовательских работ, где в качестве приза могут выступать материальные поощрения.

2. Участие студентов в творческой деятельности. Это может быть участие в научно-исследовательской, опытно-конструкторской или методической работе, проводимой на кафедре.

3. Участие в олимпиадах по учебным дисциплинам, конкурсах научно-исследовательских или прикладных работ и т.д.

4. Использование мотивирующих факторов контроля знаний (накопительные оценки, рейтинг, тесты, нестандартные экзаменационные процедуры). Эти факторы при определенных условиях могут вызвать стремление к состязательности, что само по себе является сильным мотивационным фактором самосовершенствования студента.

5. Поощрение студентов за успехи в учебе и творческой деятельности (стипендии, премирование, поощрительные баллы) и санкции за плохую учебу. Например, за работу, сданную раньше срока, можно проставлять повышенную оценку, а в противном случае ее снижать.

6. Индивидуализация заданий, выполняемых как в аудитории, так и вне ее, постоянное их обновление.

7. Мотивационным фактором в интенсивной учебной работе и, в первую очередь, самостоятельной является личность преподавателя. Преподаватель может быть примером для студента как профессионал, как творческая личность. Преподаватель может и должен помочь студенту раскрыть свой творческий потенциал, определить перспективы своего внутреннего роста.

4. Виды самостоятельной работы

В образовательном процессе высшего профессионального образовательного учреждения выделяется два вида самостоятельной работы – аудиторная, под руководством преподавателя, и внеаудиторная. Тесная взаимосвязь этих видов работ предусматривает

дифференциацию и эффективность результатов ее выполнения и зависит от организации, содержания, логики учебного процесса (межпредметных связей, перспективных знаний и др.):

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

Основными видами самостоятельной работы студентов без участия преподавателей являются:

— формирование и усвоение содержания конспекта лекций на базе рекомендованной лектором учебной литературы, включая информационные образовательные ресурсы (электронные учебники, электронные библиотеки и др.);

— подготовка к лабораторным работам, их оформление;

— выполнение микроисследований;

— подготовка практических разработок;

— выполнение домашних заданий в виде решения отдельных задач, проведения типовых расчетов, расчетно-компьютерных и индивидуальных работ по отдельным разделам содержания дисциплин и т.д.;

— выполнение конкретного задания в период прохождения учебной практики;

— компьютерный текущий самоконтроль и контроль успеваемости на базе электронных обучающих и аттестующих тестов;

— подготовка докладов и презентаций для конкурсов НИРС и конкурсов профессионального мастерства;

— подготовка к контрольным мероприятиям, таким как текущий контроль знаний в виде проверочных тестов или расчетно-графических работ, зачетов, экзаменов;

Основными видами самостоятельной работы студентов с участием преподавателей являются:

— текущие консультации;

— прием и разбор домашних заданий (в часы практических занятий);

— прием и защита лабораторных работ (во время проведения л/р);

— выполнение учебно-исследовательской работы (руководство, консультирование и защита УИРС);

— прохождение и оформление результатов практик (руководство и оценка уровня сформированности профессиональных умений и навыков) и др.

5. Организация СРС

Аудиторная самостоятельная работа может реализовываться при проведении практических занятий, семинаров, выполнении лабораторного практикума и во время чтения лекций.

При чтении лекционного курса непосредственно в аудитории контролируется усвоение материала основной массой студентов путем проведения экспресс-опросов по конкретным темам, тестового контроля знаний, опроса студентов и т.д.

На практических и лабораторных занятиях различные виды СРС позволяют сделать процесс обучения более интересным и поднять активность значительной части студентов в группе.

На практических занятиях не менее 1 часа из двух (50% времени) отводится на самостоятельное решение задач. Лабораторные занятия строятся следующим образом:

1. Вводное слово преподавателя (цели занятия, основные вопросы, которые должны быть рассмотрены).
2. Беглый опрос.
3. Решение 1-2 типовых задач.
4. Самостоятельное решение задач.
5. Проверка решения задач с обязательной работой над ошибками. Лабораторная или практическая работа считается выполненной при условии отсутствия ошибок.

Для проведения занятий необходимо иметь большой банк заданий и задач для самостоятельного решения, причем эти задания могут быть дифференцированы по степени сложности. В зависимости от дисциплины или от ее раздела можно использовать два пути:

1. Давать определенное количество задач для самостоятельного решения, равных по трудности, а оценку ставить за количество решенных за определенное время задач.
2. Выдавать задания с задачами разной трудности и оценку ставить за трудность решенной задачи.

По результатам самостоятельного решения задач следует выставлять по каждому занятию оценку.

При проведении лабораторных работ и учебных практик студенты могут выполнять СРС как индивидуально, так и малыми группами, каждая из которых разрабатывает свою задачу. Выполненная задача затем рецензируется преподавателем и членами бригады. Публичное обсуждение и защита своего варианта повышают роль СРС и усиливают стремление к ее качественному выполнению. Данная система организации практических занятий позволяет вводить в задачи научно-исследовательские элементы, упрощать или усложнять задания.

Активность работы студентов на обычных практических занятиях может быть усилена введением новой формы СРС, сущность которой состоит в том, что на каждую задачу студент получает свое индивидуальное задание (вариант), при этом условие задачи для всех студентов одинаковое, а исходные данные различны. Перед началом выполнения задачи преподаватель дает лишь общие методические указания (общий порядок решения, точность и единицы измерения определенных величин, имеющиеся справочные материалы и т.п.). Выполнение СРС на занятиях с проверкой результатов преподавателем приучает студентов грамотно и правильно выполнять технические расчеты, пользоваться вычислительными средствами и справочными данными. Изучаемый материал усваивается более глубоко, у студентов меняется отношение к лекциям, так как без понимания теории предмета, без хорошего конспекта трудно рассчитывать на успех в решении задачи. Это улучшает посещаемость как практических, так и лекционных занятий.

Выполнение лабораторного практикума, как и другие виды учебной деятельности, содержит много возможностей применения активных методов обучения и организации СРС на основе индивидуального подхода.

Любая лабораторная работа должна включать глубокую самостоятельную проработку теоретического материала, изучение методик проведения и планирование эксперимента, освоение измерительных средств, обработку и интерпретацию экспериментальных данных. При этом часть работ может не носить обязательный характер, а выполняться в рамках самостоятельной работы по курсу. В ряд работ целесообразно включить разделы с дополнительными элементами научных исследований, которые потребуют углубленной самостоятельной проработки теоретического материала.

Разработка комплекса методического обеспечения учебного процесса является важнейшим условием эффективности самостоятельной работы студентов. К такому комплексу следует отнести тексты лекций, учебные и методические пособия, лабораторные

практикумы, банки заданий и задач, сформулированных на основе реальных данных, банк расчетных, моделирующих, тренажерных программ и программ для самоконтроля, автоматизированные обучающие и контролирующие системы, информационные базы дисциплины или группы родственных дисциплин и другое. Это позволит организовать проблемное обучение, в котором студент является равноправным участником учебного процесса.

Результативность самостоятельной работы студентов во многом определяется наличием активных методов ее контроля. Существуют следующие виды контроля:

- входной контроль знаний и умений студентов при начале изучения очередной дисциплины;
- текущий контроль, то есть регулярное отслеживание уровня усвоения материала на лекциях, практических и лабораторных занятиях;
- промежуточный контроль по окончании изучения раздела или модуля курса;
- самоконтроль, осуществляемый студентом в процессе изучения дисциплины при подготовке к контрольным мероприятиям;
- итоговый контроль по дисциплине в виде зачета или экзамена;
- контроль остаточных знаний и умений спустя определенное время после завершения изучения дисциплины.

В последние годы наряду с традиционными формами контроля - коллоквиумами, зачетами, экзаменами достаточно широко вводятся новые методы, то есть организация самостоятельной работы студентов производится на основе современных образовательных технологий. В качестве такой технологии в современной практике высшего профессионального образования часто рассматривается рейтинговая система обучения, позволяющая студенту и преподавателю выступать в виде субъектов образовательной деятельности, т.е. являться партнерами.

Тестовый контроль знаний и умений студентов, который отличается объективностью, экономит время преподавателя, в значительной мере освобождает его от рутинной работы и позволяет в большей степени сосредоточиться на творческой части преподавания, обладает высокой степенью дифференциации испытуемых по уровню знаний и умений и очень эффективен при реализации рейтинговых систем, дает возможность в значительной мере индивидуализировать процесс обучения путем подбора индивидуальных заданий для

практических занятий, индивидуальной и самостоятельной работы, позволяет прогнозировать темпы и результативность обучения каждого студента.

Тестирование помогает преподавателю выявить структуру знаний студентов и на этой основе переоценить методические подходы к обучению по дисциплине, индивидуализировать процесс обучения. Весьма эффективно использование тестов непосредственно в процессе обучения, при самостоятельной работе студентов. В этом случае студент сам проверяет свои знания. Не ответив сразу на тестовое задание, студент получает подсказку, разъясняющую логику задания и выполняет его второй раз.

Следует отметить и все шире проникающие в учебный процесс автоматизированные обучающие и обучающе-контролирующие системы, которые позволяют студенту самостоятельно изучать ту или иную дисциплину и одновременно контролировать уровень усвоения материала.

Методические рекомендации для студентов по отдельным формам самостоятельной работы.

С первых же сентябрьских дней на студента обрушивается громадный объем информации, которую необходимо усвоить. Нужный материал содержится не только в лекциях (запомнить его – это только малая часть задачи), но и в учебниках, книгах, статьях. Порой возникает необходимость привлекать информационные ресурсы Интернет.

Система вузовского обучения подразумевает значительно большую самостоятельность студентов в планировании и организации своей деятельности. Вчерашнему школьнику сделать это бывает весьма непросто: если в школе ежедневный контроль со стороны учителя заставлял постоянно и систематически готовиться к занятиям, то в вузе вопрос об уровне знаний вплотную встает перед студентом только в период сессии. Такая ситуация оборачивается для некоторых соблазном весь семестр посвятить свободному времяпрепровождению («когда будет нужно – выучу!»), а когда приходит пора экзаменов, материала, подлежащего усвоению, оказывается так много, что никакая память не способна с ним справиться в оставшийся промежуток времени.

Работа с книгой.

При работе с книгой необходимо подобрать литературу, научиться правильно ее читать, вести записи. Для подбора литературы в библиотеке используются алфавитный и систематический каталоги.

Важно помнить, что рациональные навыки работы с книгой - это всегда большая экономия времени и сил.

Правильный подбор учебников рекомендуется преподавателем, читающим лекционный курс. Необходимая литература может быть также указана в методических разработках по данному курсу.

Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только после правильного уяснения предыдущего, описывая на бумаге все выкладки и вычисления (в том числе те, которые в учебнике опущены или на лекции даны для самостоятельного вывода).

При изучении любой дисциплины большую и важную роль играет самостоятельная индивидуальная работа.

Особое внимание следует обратить на определение основных понятий курса. Студент должен подробно разбирать примеры, которые поясняют такие определения, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно. Нужно добиваться точного представления о том, что изучаешь. Полезно составлять опорные конспекты. При изучении материала по учебнику полезно в тетради (на специально отведенных полях) дополнять конспект лекций. Там же следует отмечать вопросы, выделенные студентом для консультации с преподавателем.

Выводы, полученные в результате изучения, рекомендуется в конспекте выделять, чтобы они при перечитывании записей лучше запоминались.

Опыт показывает, что многим студентам помогает составление листа опорных сигналов, содержащего важнейшие и наиболее часто употребляемые формулы и понятия. Такой лист помогает запомнить формулы, основные положения лекции, а также может служить постоянным справочником для студента.

Различают два вида чтения; первичное и вторичное. Первичное - эти внимательное, неторопливое чтение, при котором можно остановиться на трудных местах. После него не должно остаться ни одного непонятного олова. Содержание не всегда может быть понятно после первичного чтения.

Задача вторичного чтения полное усвоение смысла целого (по счету это чтение может быть и не вторым, а третьим или четвертым).

Правила самостоятельной работы с литературой.

Как уже отмечалось, самостоятельная работа с учебниками и книгами (а также самостоятельное теоретическое исследование проблем, обозначенных преподавателем на

лекциях) – это важнейшее условие формирования у себя научного способа познания. Основные советы здесь можно свести к следующим:

• Составить перечень книг, с которыми Вам следует познакомиться; «не старайтесь запомнить все, что вам в ближайшее время не понадобится, – советует студенту и молодому ученому Г. Селье, – запомните только, где это можно отыскать» (Селье, 1987. С. 325).

• Сам такой перечень должен быть систематизированным (что необходимо для семинаров, что для экзаменов, что пригодится для написания курсовых и дипломных работ, а что Вас интересует за рамками официальной учебной деятельности, то есть что может расширить Вашу общую культуру...).

• Обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и дипломных работ это позволит очень сэкономить время).

• Разобраться для себя, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть.

• При составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями и научными руководителями (или даже с более подготовленными и эрудированными сокурсниками), которые помогут Вам лучше сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время...

•Естественно, все прочитанные книги, учебники и статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц).

• Если книга – Ваша собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные для Вас мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора (это очень хороший совет, позволяющий экономить время и быстро находить «избранные» места в самых разных книгах).

• Если Вы раньше мало работали с научной литературой, то следует выработать в себе способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда Вам понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать), и это может занять немалое время (у кого-то – до нескольких недель и даже месяцев); опыт

показывает, что после этого студент каким-то «чудом» начинает буквально заглатывать книги и чуть ли не видеть «сквозь обложку», стоящая это работа или нет...

• «Либо читайте, либо перелистывайте материал, но не пытайтесь читать быстро... Если текст меня интересует, то чтение, размышление и даже фантазирование по этому поводу сливаются в единый процесс, в то время как вынужденное скорочтение не только не способствует качеству чтения, но и не приносит чувства удовлетворения, которое мы получаем, размышляя о прочитанном», – советует Г. Селье (Селье, 1987. – С. 325-326).

• Есть еще один эффективный способ оптимизировать знакомство с научной литературой – следует увлечься какой-то идеей и все книги просматривать с точки зрения данной идеи. В этом случае студент (или молодой ученый) будет как бы искать аргументы «за» или «против» интересующей его идеи, и одновременно он будет как бы общаться с авторами этих книг по поводу своих идей и размышлений... Проблема лишь в том, как найти «свою» идею...

Чтение научного текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации. От того на сколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия.

Выделяют четыре основные установки в чтении научного текста:

- информационно-поисковый (задача – найти, выделить искомую информацию)
- усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить как сами сведения излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений)
- аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему)
- творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к научному тексту связано существование и нескольких ***видов чтения***:

1. библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;

2. просмотровое – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;

3. ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц, цель – познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;

4. изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;

5. аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач. Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым или в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках учебной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с научным текстом.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

1. Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения;

2. Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала;

3. Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала;

4. Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора;

5. Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного.

Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Методические рекомендации по составлению конспекта:

1. Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта;

2. Выделите главное, составьте план;

3. Кратко сформулируйте основные положения текста, отметьте аргументацию автора;

4. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно.

5. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли.

В тексте конспекта желательно приводить не только тезисные положения, но и их доказательства. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы.

Выполняя самостоятельную работу под контролем преподавателя

студент должен:

– освоить минимум содержания, выносимый на самостоятельную работу студентов и предложенный преподавателем в соответствии с Государственными образовательными стандартами высшего профессионального образования (ГОС ВПО/ГОС СПО) по данной дисциплине.

– планировать самостоятельную работу в соответствии с графиком самостоятельной работы, предложенным преподавателем.

– самостоятельную работу студент должен осуществлять в организационных формах, предусмотренных учебным планом и рабочей программой преподавателя.

– выполнять самостоятельную работу и отчитываться по ее результатам в соответствии с графиком представления результатов, видами и сроками отчетности по самостоятельной работе студентов.

студент может:

сверх предложенного преподавателем (при обосновании и согласовании с ним) и минимума обязательного содержания, определяемого ГОС ВПО/ГОС СПО по данной дисциплине:

– самостоятельно определять уровень (глубину) проработки содержания материала;

– предлагать дополнительные темы и вопросы для самостоятельной проработки;

– в рамках общего графика выполнения самостоятельной работы предлагать обоснованный индивидуальный график выполнения и отчетности по результатам самостоятельной работы;

– предлагать свои варианты организационных форм самостоятельной работы;

– использовать для самостоятельной работы методические пособия, учебные пособия, разработки сверх предложенного преподавателем перечня;

– использовать не только контроль, но и самоконтроль результатов самостоятельной работы в соответствии с методами самоконтроля, предложенными преподавателем или выбранными самостоятельно.

Самостоятельная работа студентов должна оказывать важное влияние на формирование личности будущего специалиста, она планируется студентом самостоятельно. Каждый студент самостоятельно определяет режим своей работы и меру труда, затрачиваемого на овладение учебным содержанием по каждой дисциплине. Он выполняет внеаудиторную работу по личному индивидуальному плану, в зависимости от его подготовки, времени и других условий.

6. Деятельность студентов по формированию и развитию навыков учебной самостоятельной работы

В процессе самостоятельной работы студент приобретает навыки самоорганизации, самоконтроля, самоуправления, саморефлексии и становится активным самостоятельным субъектом учебной деятельности.

Основной формой самостоятельной работы студента является изучение конспекта лекций, их дополнение, рекомендованной литературы, активное участие на практических и семинарских занятиях. Но для успешной учебной деятельности, ее интенсификации, необходимо учитывать следующие субъективные факторы:

1. Знание школьного программного материала, наличие прочной системы зияний, необходимой для усвоения основных вузовских курсов. Это особенно важно для математических дисциплин. Необходимо отличать пробелы в знаниях, затрудняющие усвоение нового материала, от малых способностей. Затратив силы на преодоление этих пробелов, студент обеспечит себе нормальную успеваемость и поверит в свои способности.

2. Наличие умений, навыков умственного труда:

а) умение конспектировать на лекции и при работе с книгой;

б) владение логическими операциями: сравнение, анализ, синтез, обобщение, определение понятий, правила систематизации и классификации.

3. Специфика познавательных психических процессов: внимание, память, речь, наблюдательность, интеллект и мышление. Слабое развитие каждого из них становится серьезным препятствием в учебе.

4. Хорошая работоспособность, которая обеспечивается нормальным физическим состоянием. Ведь серьезное учение - это большой многосторонний и разнообразный труд. Результат обучения оценивается не количеством сообщаемой информации, а качеством ее усвоения, умением ее использовать и развитием у себя способности к дальнейшему самостоятельному образованию.

5. Соответствие избранной деятельности, профессии индивидуальным способностям. Необходимо выработать у себя умение саморегулировать свое эмоциональное состояние и устранять обстоятельства, нарушающие деловой настрой, мешающие намеченной работе.

6. Овладение оптимальным стилем работы, обеспечивающим успех в деятельности. Чередование труда и пауз в работе, периоды отдыха, индивидуально обоснованная норма

продолжительности сна, предпочтение вечерних или утренних занятий, стрессоустойчивость на экзаменах и особенности подготовки к ним,

7. Уровень требований к себе, определяемый сложившейся самооценкой.

Адекватная оценка знаний, достоинств, недостатков - важная составляющая самоорганизации человека, без нее невозможна успешная работа по управлению своим поведением, деятельностью.

Одна из основных особенностей обучения в высшей школе заключается в том, что постоянный внешний контроль заменяется самоконтролем, активная роль в обучении принадлежит уже не столько преподавателю, сколько студенту.

Зная основные методы научной организации умственного труда, можно при наименьших затратах времени, средств и трудовых усилий достичь наилучших результатов.

Эффективность усвоения поступающей информации зависит от работоспособности человека в тот или иной момент его деятельности.

Работоспособность - способность человека к труду с высокой степенью напряженности в течение определенного времени. Различают внутренние и внешние факторы работоспособности.

К внутренним факторам работоспособности относятся интеллектуальные особенности, воля, состояние здоровья.

К внешним:

- организация рабочего места, режим труда и отдыха;
- уровень организации труда - умение получить справку и пользоваться информацией;
- величина умственной нагрузки.

Выдающийся русский физиолог Н. Е. Введенский выделил следующие условия продуктивности умственной деятельности:

- во всякий труд нужно входить постепенно;
- мерность и ритм работы. Разным людям присущ более или менее разный темп работы;
- привычная последовательность и систематичность деятельности;
- правильное чередование труда и отдыха.

Отдых не предполагает обязательного полного бездействия со стороны человека, он может быть достигнут простой переменой дела. В течение дня работоспособность изменяется. Наиболее плодотворным является *утреннее время (с 8 до 14 часов),* причем

максимальная работоспособность приходится на период с 10 до 13 часов, затем *послеобеденное* - (с 16 до 19 часов) и *вечернее* (с 20 до 24 часов). Очень трудный для понимания материал лучше изучать в начале каждого отрезка времени (лучше всего утреннего) после хорошего отдыха. Через 1-1,5 часа нужны перерывы по 10 - 15 мин, через 3 - 4 часа работы отдых должен быть продолжительным - около часа.

Составной частью научной организации умственного труда является овладение техникой умственного труда.

Физически здоровый молодой человек, обладающий хорошей подготовкой и нормальными способностями, должен, будучи студентом, отдавать *учению 9-10 часов в день* (из них 6 часов в вузе и 3 - 4 часа дома). Любой предмет нельзя изучить за несколько дней перед экзаменом. Если студент в году работает систематически, то он быстро все вспомнит, восстановит забытое. Если же подготовка шла аврально, то у студента не будет даже общего представления о предмете, он забудет все сданное.

Следует взять за правило: *учиться ежедневно, начиная с первого дня семестра*.

Время, которым располагает студент для выполнения учебного плана, складывается из двух составляющих: одна из них - это аудиторная работа в вузе по расписанию занятий, другая - внеаудиторная самостоятельная работа. Задания и материалы для самостоятельной работы выдаются во время учебных занятий по расписанию, на этих же занятиях преподаватель осуществляет контроль за самостоятельной работой, а также оказывает помощь студентам по правильной организации работы.

Чтобы выполнить весь объем самостоятельной работы, необходимо заниматься по 3 - 5 часов ежедневно. Начинать самостоятельные внеаудиторные занятия следует с первых же дней семестра, пропущенные дни будут потеряны безвозвратно, компенсировать их позднее усиленными занятиями без снижения качества работы и ее производительности невозможно. Первые дни семестра очень важны для того, чтобы включиться в работу, установить определенный порядок, равномерный ритм на весь семестр. Ритм в работе - это ежедневные самостоятельные занятия, желательно в одни и те же часы, при целесообразном чередовании занятий с перерывами для отдыха. Вначале для того, чтобы организовать ритмичную работу, требуется сознательное напряжение воли. Как только человек втянулся в работу, принуждение снижается, возникает привычка, работа становится потребностью.

Если порядок в работе и ее ритм установлены правильно, то студент изо дня в день может работать, не снижая своей производительности и не перегружая себя. Правильная смена одного вида работы другим позволяет отдыхать, не прекращая работы.

Таким образом, первая задача организации внеаудиторной самостоятельной работы – это составление расписания, которое должно отражать время занятий, их характер (теоретический курс, практические занятия, графические работы, чтение), перерывы на обед, ужин, отдых, сон, проезд и т.д. Расписание не предопределяет содержания работы, ее содержание неизбежно будет изменяться в течение семестра. Порядок же следует закрепить на весь семестр и приложить все усилия, чтобы поддерживать его неизменным (кроме исправления ошибок в планировании, которые могут возникнуть из-за недооценки объема работы или переоценки своих сил).

При однообразной работе человек утомляется больше, чем при работе разного характера. Однако не всегда целесообразно заниматься многими учебными дисциплинами в один и тот же день, так как при каждом переходе нужно вновь сосредоточить внимание, что может привести к потере времени. Наиболее целесообразно ежедневно работать не более чем над двумя-тремя дисциплинами.

Начиная работу, не нужно стремиться делать вначале самую тяжелую ее часть, надо выбрать что-нибудь среднее по трудности, затем перейти к более трудной работе. И напоследок оставить легкую часть, требующую не столько больших интеллектуальных усилий, сколько определенных моторных действий (черчение, построение графиков и т.п.).

Самостоятельные занятия потребуют интенсивного умственного труда, который необходимо не только правильно организовать, но и стимулировать. При этом очень важно уметь поддерживать устойчивое внимание к изучаемому материалу. Выработка внимания требует значительных волевых усилий. Именно поэтому, если студент замечает, что он часто отвлекается во время самостоятельных занятий, ему надо заставить себя сосредоточиться. Подобную процедуру необходимо проделывать постоянно, так как это является тренировкой внимания. Устойчивое внимание появляется тогда, когда человек относится к делу с интересом.

Следует правильно организовать свои занятия по времени: 50 минут - работа, 5-10 минут - перерыв; после 3 часов работы перерыв - 20-25 минут. Иначе нарастающее утомление повлечет неустойчивость внимания. Очень существенным фактором, влияющим на повышение умственной работоспособности, являются систематические занятия

физической культурой. Организация активного отдыха предусматривает чередование умственной и физической деятельности, что полностью восстанавливает работоспособность человека.

Самопроверка.

После изучения определенной темы по записям в конспекте и учебнику, а также решения достаточного количества соответствующих задач на практических занятиях и самостоятельно студенту рекомендуется, используя лист опорных сигналов, воспроизвести по памяти определения, выводы формул, формулировки основных положений и доказательств.

В случае необходимости нужно еще раз внимательно разобраться в материале.

Иногда недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. В этом случае надо вернуться назад и повторить плохо усвоенный материал. Важный критерий усвоения теоретического материала - умение решать задачи или пройти тестирование по пройденному материалу. Однако следует помнить, что правильное решение задачи может получиться в результате применения механически заученных формул без понимания сущности теоретических положений.

Консультации

Если в процессе самостоятельной работы над изучением теоретического материала или при решении задач у студента возникают вопросы, разрешить которые самостоятельно не удается, необходимо обратиться к преподавателю для получения у него разъяснений или указаний. В своих вопросах студент должен четко выразить, в чем он испытывает затруднения, характер этого затруднения. За консультацией следует обращаться и в случае, если возникнут сомнения в правильности ответов на вопросы самопроверки.

Подготовка к экзаменам и зачетам.

Изучение многих общепрофессиональных и специальных дисциплин завершается экзаменом. Подготовка к экзамену способствует закреплению, углублению и обобщению знаний, получаемых, в процессе обучения, а также применению их к решению практических задач. Готовясь к экзамену, студент ликвидирует имеющиеся пробелы в знаниях, углубляет, систематизирует и упорядочивает свои знания. На экзамене студент демонстрирует то, что он приобрел в процессе обучения по конкретной учебной дисциплине.

Экзаменационная сессия - это серия экзаменов, установленных учебным планом. Между экзаменами интервал 3-4 дня. Не следует думать, что 3-4 дня достаточно для успешной подготовки к экзаменам.

В эти 3-4 дня нужно систематизировать уже имеющиеся знания. На консультации перед экзаменом студентов познакомят с основными требованиями, ответят на возникшие у них вопросы. Поэтому посещение консультаций обязательно.

Требования к организации подготовки к экзаменам те же, что и при занятиях в течение семестра, но соблюдаться они должны более строго. Во-первых, очень важно соблюдение режима дня; сон не менее 8 часов в сутки, занятия заканчиваются не позднее, чем за 2-3 часа до сна. Оптимальное время занятий, особенно по математике - утренние и дневные часы. В перерывах между занятиями рекомендуются прогулки на свежем воздухе, неутомительные занятия спортом. Во-вторых, наличие хороших собственных конспектов лекций. Даже в том случае, если была пропущена какая-либо лекция, необходимо во время ее восстановить (переписать ее на кафедре), обдумать, снять возникшие вопросы для того, чтобы запоминание материала было осознанным. В-третьих, при подготовке к экзаменам у студента должен быть хороший учебник или конспект литературы, прочитанной по указанию преподавателя в течение семестра. Здесь можно эффективно использовать листы опорных сигналов.

Вначале следует просмотреть весь материал по сдаваемой дисциплине, отметить для себя трудные вопросы. Обязательно в них разобраться. В заключение еще раз целесообразно повторить основные положения, используя при этом листы опорных сигналов.

Систематическая подготовка к занятиям в течение семестра позволит использовать время экзаменационной сессии для систематизации знаний.

Правила подготовки к зачетам и экзаменам:

• Лучше сразу сориентироваться во всем материале и обязательно расположить весь материал согласно экзаменационным вопросам (или вопросам, обсуждаемым на семинарах), эта работа может занять много времени, но все остальное – это уже технические детали (главное – это ориентировка в материале!).

• Сама подготовка связана не только с «запоминанием». Подготовка также предполагает и переосмысление материала, и даже рассмотрение альтернативных идей.

• Готовить «шпаргалки» полезно, но пользоваться ими рискованно. Главный смысл подготовки «шпаргалок» – это систематизация и оптимизация знаний по данному предмету,

что само по себе прекрасно – это очень сложная и важная для студента работа, более сложная и важная, чем простое поглощение массы учебной информации. Если студент самостоятельно подготовил такие «шпаргалки», то, скорее всего, он и экзамены сдавать будет более уверенно, так как у него уже сформирована общая ориентировка в сложном материале.

• Как это ни парадоксально, но использование «шпаргалок» часто позволяет отвечающему студенту лучше демонстрировать свои познания (точнее – ориентировку в знаниях, что намного важнее знания «запомненного» и «тут же забытого» после сдачи экзамена).

• Сначала студент должен продемонстрировать, что он «усвоил» все, что требуется по программе обучения (или по программе данного преподавателя), и лишь после этого он вправе высказать иные, желательно аргументированные точки зрения.

Правила написания научных текстов:

• Важно разобраться сначала, какова истинная цель Вашего научного текста - это поможет Вам разумно распределить свои силы, время и.

• Важно разобраться, кто будет «читателем» Вашей работы.

• Писать серьезные работы следует тогда, когда есть о чем писать и когда есть настроение поделиться своими рассуждениями.

• Как создать у себя подходящее творческое настроение для работы над научным текстом (как найти «вдохновение»)? Во-первых, должна быть идея, а для этого нужно научиться либо относиться к разным явлениям и фактам несколько критически (своя идея – как иная точка зрения), либо научиться увлекаться какими-то известными идеями, которые нуждаются в доработке (идея – как оптимистическая позиция и направленность на дальнейшее совершенствование уже известного). Во-вторых, важно уметь отвлекаться от окружающей суеты (многие талантливые люди просто «пропадают» в этой суете), для чего важно уметь выделять важнейшие приоритеты в своей учебно-исследовательской деятельности. В-третьих, научиться организовывать свое время, ведь, как известно, свободное (от всяких глупостей) время – важнейшее условие настоящего творчества, для него наконец-то появляется время. Иногда именно на организацию такого времени уходит немалая часть сил и талантов.

• Писать следует ясно и понятно, стараясь основные положения формулировать четко и недвусмысленно (чтобы и самому понятно было), а также стремясь структурировать свой

текст. Каждый раз надо представлять, что ваш текст будет кто-то читать и ему захочется сориентироваться в нем, быстро находить ответы на интересующие вопросы (заодно представьте себя на месте такого человека). Понятно, что работа, написанная «сплошным текстом» (без заголовков, без выделения крупным шрифтом наиболее важным мест и т, п.), у культурного читателя должна вызывать брезгливость и даже жалость к автору (исключения составляют некоторые древние тексты, когда и жанр был иной и к текстам относились иначе, да и самих текстов было гораздо меньше – не то, что в эпоху «информационного взрыва» и соответствующего «информационного мусора»).

- Объем текста и различные оформительские требования во многом зависят от принятых в конкретном учебном заведении порядков.

.

7. Требования к учебно-методическому обеспечению самостоятельной работы студентов

Для нормальной самостоятельной работы студент должен быть обеспечен достаточным количеством учебных пособий разного вида. Чем более разнообразны учебные пособия, тем более успешна будет самостоятельная работа студента, так как каждый может выбрать себе учебное пособие по силам, по склонностям, по материальным возможностям. Должны быть пособия краткие и подробные, с неглубокими и глубокими теоретическими обоснованиями, теоретического и практического содержания. Нужны справочники, конспекты-справочники, учебники. Часть учебных пособий должна находиться в учебной студенческой библиотеке, часть пособий студент должен иметь возможность купить для личного пользования в книжном магазине учебного заведения. Основная часть учебных пособий должна быть в бумажном виде (книги, брошюры, чертежи и т.д.).

Наряду с ними нужно создавать, накапливать в учебных фондах и продавать учебные пособия электронного вида. Этот вид учебных пособий в обозримом будущем не может стать основным и вряд ли когда-нибудь станет. Это – вспомогательные, дополнительные учебные пособия, используемые в основном для заочного, дистанционного образования. Количество учебных пособий в учебном фонде библиотеки должно быть таким, чтобы каждый студент мог получить хотя бы один из рекомендованных учебников.

Многоуровневая система высшего образования должна предоставлять человеку условия для развития его потенциальных возможностей и наиболее полного удовлетворения потребности личности в самореализации. Поэтому на каждом из уровней подготовки самостоятельная работа студентов (СРС) есть обязательное условие, которое должно быть соблюдено для достижения проектируемых результатов обучения. Правильная (психологически и дидактически обоснованная) организация СРС при изучении каждой дисциплины – это один из основных педагогических путей развития и становления творческих качеств личности учащегося на каждом уровне обучения.

Из дидактики следует, что для непрерывного развития учащегося и становления его как творческой личности все элементы содержания образования (знания, умения и навыки, опыт творческой и оценочной деятельности), выделенные в рамках определенной дисциплины, должны быть им усвоены с установкой на перенос и активное использование. Поэтому на первом уровне обучения каждого студента по каждой учебной дисциплине нужно снабдить комплектом учебно-методических материалов, помогающих ему организовывать самостоятельную работу. В такой комплект обязательно должны входить: программа, адаптированная для студента; учебная литература (учебник, задачник, руководство по выполнению лабораторных работ); система заданий для самостоятельной работы студентов; методические указания по организации самостоятельной работы при выполнении заданий по разным видам занятий, включая и курсовые работы (проекты).

На втором и третьем уровнях обучения их следует снабдить методическими указаниями по выполнению выпускной работы, завершающей подготовку специалиста. Программа должна содержать: обоснование необходимости изучения дисциплины, написанное в убеждающей и понятной для студентов форме; четкую формулировку цели изучения и задач, которые должны быть решены для достижения общей цели; последовательность тем и разделов курса дисциплины, обязательных для данного направления подготовки; перечень видов деятельности, которые должен освоить студент, выполняя задания по дисциплине; перечни методологических и предметных знаний, общеобразовательных и специальных умений (с указанием уровня их усвоения), которыми необходимо овладеть в процессе изучения данной дисциплины; сроки и способы текущего, рубежного и итогового контроля уровня усвоения знаний сформированности умений.

Учебная литература по содержанию и последовательности представления материала должна соответствовать программе. Объем, научный уровень и стиль изложения должны

позволять каждому студенту самостоятельно усвоить приведенный в ней материал за время, отведенное на его изучение, и овладеть знаниями, умениями, видами деятельности, перечисленными в программе. Для обеспечения терминологической однозначности в системе знаний, усваиваемых студентом, каждое учебное пособие (или другой вид учебной литературы) должно содержать словарь основных терминов, используемых в нем.

Задания для самостоятельной работы должны быть конкретными. Их содержание, соответствуя программе, должно знакомить студентов с современными методами решения задач данной дисциплины.

Структура заданий должна соответствовать принципу доступности: от известного к неизвестному и от простого к сложному, а трудоемкость – времени, выделенному программой на самостоятельную работу по изучению данной темы. В заданиях следует указывать знания и умения, которыми должен овладеть студент по мере их выполнения. Кроме того, в них нужно включать вопросы для самоконтроля и взаимного контроля, тесты и контрольные вопросы для оценки и самооценки уровня усвоения знаний, сформированности умений.

Методические указания по организации СРС на каждом уровне обучения должны способствовать непрерывному развитию у них рациональных приемов познавательной деятельности в процессе изучения конкретных дисциплин. Основное назначение всех методических указаний – дать возможность каждому студенту перейти от деятельности, выполняемой под руководством преподавателя, к деятельности, организуемой самостоятельно, к полной замене контроля со стороны преподавателя самоконтролем. Поэтому они должны содержать подробное описание рациональных приемов выполнения перечисленных видов деятельности, критериев оценки выполненных работ, а также рекомендации по эффективному использованию консультаций и по работе при подготовке и сдаче экзаменов.

Каждый из названных учебно-методических материалов влияет в большей степени на один из этапов усвоения знаний и видов деятельности, но одновременно способствует осуществлению других этапов и более полной реализации их задач.

Так, программа с четко выделенной целью и перечнем задач, влияющих на ее достижение, определяет мотивационный этап и способствует организации деятельности на всех остальных, указывая последовательность изучаемых разделов, сроки контроля. Учебная литература служит информационной основой, прежде всего для ориентировочного

этапа. В то же время работа с литературой усиливает мотивацию, если изложение материала по уровню сложности соответствует зоне ближайшего развития студента; помогает осуществлению исполнительского и контрольного этапов, если в ней указаны особенности выполнения заданий, даны контрольные вопросы.

Задания для самостоятельной работы организуют исполнительский этап, задавая последовательность видов деятельности, необходимых для усвоения знаний и приобретения умений. Так как задания содержат средства контроля, то они определяют и контрольный этап.

Вопросы и задачи в заданиях требуют от студента не только воспроизведения знаний, но и проявления творчества, формируют и развивают его опыт творческой деятельности. Это расширяет основы мотивации, усиливает и укрепляет ее. В целом содержание и структура заданий, отвечающих перечисленным требованиям, позволяет регулярно занимающимся студентам получать удовлетворение от самостоятельно выполненной работы. Такой эмоциональный фон, в свою очередь, формирует положительное отношение к выполненному делу, а через него – и к изучаемой дисциплине.

Методические указания по организации СРС способствуют грамотному и рациональному осуществлению исполнительского этапа, обеспечивают контрольный этап. Для этого виды деятельности, активно используемые при изучении дисциплины, должны быть подробно описаны в указаниях с выделением последовательности действий и даже операций. В этом случае сами виды деятельности становятся предметом изучения, что дает верное направление ориентировочному этапу и, безусловно, усиливает мотивацию обучения. Работа студентов с такими методическими указаниями позволяет им уже при изучении общенаучных дисциплин усвоить полную и обобщенную ориентировочную основу для каждого из таких видов деятельности, как работа с литературой, проведение эксперимента, решение задач.

Таким образом, создание для каждой учебной дисциплины рассмотренного комплекта учебно-методических материалов обеспечивает обязательные этапы усвоения знаний, видов деятельности, опыта творчества, Снабжение таким комплектом каждого студента – необходимое условие полной реализации в процессе обучения всех возможностей СРС как вида познавательной деятельности, метода и средства учения и преподавания.

8. Самостоятельная работа студента - необходимое звено становления исследователя и специалиста

Прогресс науки и техники, информационных технологий приводит к значительному увеличению научной информации, что предъявляет более высокие требования не только к моральным, нравственным свойствам человека, но и в особенности, постоянно возрастающие требования в области образования – обновление, модернизация общих и профессиональных знаний, умений специалиста.

Всякое образование должно выступать как динамический процесс, присущий человеку и продолжающийся всю его жизнь. Овладение научной мыслью и языком науки является необходимой составляющей в самоорганизации будущего специалиста исследователя. Под этим понимается не столько накопление знаний, сколько овладение научно обоснованными способами их приобретения. В этом, вообще говоря, состоит основная задача вуза.

Специфика вузовского учебного процесса, в организации которого самостоятельной работе студента отводятся все больше места, состоит в том, что он является как будто бы последним и самым адекватным звеном для реализации этой задачи. Ибо во время учебы в вузе происходит выработка стиля, навыков учебной (познавательной) деятельности, рациональный характер которых будет способствовать постоянному обновлению знаний высококвалифицированного выпускника вуза.

Однако до этом пути существуют определенные трудности, в частности, переход студента от синтетического процесса обучения в средней школе, к аналитическому в высшей. Это связано как с новым содержанием обучения (расширение общего образования и углубление профессиональной подготовки), так и с новыми, неизвестными до сих пор формами: обучения (лекции, семинары, лабораторные занятия и т.д.). Студент получает не только знания, предусмотренные программой и учебными пособиями, но он также должен познакомиться со способами приобретения знаний так, чтобы суметь оценить, что мы знаем, откуда мы это знаем и как этого знания мы достигли. Ко всему этому приходят через собственную самостоятельную работу.

Это и потому, что самостоятельно приобретенные знания являются более оперативными, они становятся личной собственностью, а также мотивом поведения, развивают интеллектуальные черты, внимание, наблюдательность, критичность, умение

оценивать. Роль преподавателя в основном заключается в руководстве накопления знаний (по отношению к первокурсникам), а в последующие годы учебы, на старших курсах, в совместном установлении проблем и заботе о самостоятельных поисках студента, а также контролирования за их деятельностью. Отметим, что нельзя ограничиваться только приобретением знаний предусмотренных программой изучаемой дисциплины, надо постоянно углублять полученные знания, сосредотачивая их на какой-нибудь узкой определенной области, соответствующей интересам студента. Углубленное изучение всех предметов, предусмотренных программой, на практике является возможным, и хорошая организация работы позволяет экономить время, что создает условия для глубокого, систематического, заинтересованного изучения самостоятельно выбранной студентом темы.

Конечно, все советы, примеры, рекомендации в этой области, даваемые преподавателем, или определенными публикациями, или другими источниками, не гарантируют никакого успеха без проявления собственной активности в этом деле, т.е. они не дают готовых рецептов, а должны способствовать анализу собственной работы, ее целей, организации в соответствии с индивидуальными особенностями. Учитывая личные возможности, существующие условия жизни и работы, навыки, на основе этих рекомендаций, возможно, выработать индивидуально обоснованную совокупность методов, способов, найти свой стиль или усовершенствовать его, чтобы изучив определенный материал, иметь время оценить его значимость, пригодность и возможности его применения, чтобы, в конечном счете, обеспечить успешность своей учебе с будущей профессиональной деятельности.

Список используемой литературы

1. ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ СТАНДАРТ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ ПО НАПРАВЛЕНИЮ ПОДГОТОВКИ (СПЕЦИАЛЬНОСТИ) 21.05.04 ГОРНОЕ ДЕЛО (УРОВЕНЬ СПЕЦИАЛИТЕТА)

2. Методические рекомендации для студентов по организации самостоятельной работы./ ГОУ ВПО «Московский государственный гуманитарный университет им. М.А. Шолохова». 2010г.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.О.14 СТРУКТУРНАЯ ГЕОЛОГИЯ

Специальность:
21.05.03 Технология геологической разведки

Специализация:
Геофизические информационные системы

Автор: Слободчиков Е.А., к.г-м.н., доцент

Одобрены на заседании кафедры
Геологии, минералогии и петрографии
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
д.г.-м.н. Зедгенизов Д.А.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 08.09.2023
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
к.г.-м.н., доц. Вандышева К.В.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 2 от 13.10.2023
(Дата)

Екатеринбург

Методические указания по дисциплине согласованы с выпускающей кафедрой геологии и геофизики нефти и газа

Заведующий кафедрой ГГНГ _____ к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

КРАТКАЯ МЕТОДИКА
составления курсовой работы
по теме ГЕОЛОГИЧЕСКОЕ СТРОЕНИЕ УРАЛА

1. **Задача курсовойработы.**

   Основной задачей курсовойработы по структурной геологии является получение студентами навыков обработки имеющихся геологических материалов по конкретной площади и подготовка комплекса картографических и текстовых материалов по площади. Обязательными компонентами работы являются – Геологическая Карта и текст Проекта (Объяснительная Записка к геологической карте). В тексте работы должны быть отражены основные черты геологического строения рассматриваемой территории (только в пределах проектного листа) – Введение, Географическое положение, Стратиграфия, Магматизм, Тектоника, Полезные ископаемые.

2. **Исходные материалы.**

Для подготовки материалов к курсовойработе студентам выдаются в электронном компьютерном виде(на индивидуальные флеш-носители) следующие материалы:

а. Геологическая карта масштаба 1:200 000 района проектной площади с легендой (условные обозначения), стратиграфической колонкой, геологическими разрезами (1-3 разреза). Материалы даются в растровом виде (jpg., tif., bmp….).

б. Топографическая карта масштаба 1:500 000 – 1:1 000 000 (растр) с нанесенной координатной сеткой и номенклатурой планшетов масштаба 1:200 000.

в.Тектоническая схема района (растр, часть тектонической карты Урала масштаба 1:1 000 000) с координатной сеткой и номенклатурой планшетов масштаба 1:200 000.

г. Текст геологического строения листа масштаба 1:200 000 (Word, pdf, ….). Он содержит сокращенную геологическую характеристику района из Объяснительной Записки к Карте или из Геологического отчета.

д. Текстовое приложение (Word) СПИСОК ИНТРУЗИЙ. Отмечены номера и названия интрузивных массивов, выделенные на тектонической схеме.

3. **Требуется:**

А. Подготовка геологической карты.

а.Из геологической карты масштаба 1:200 000 «вырезать» намеченную ¼ часть планшета, соответствующую стандартному листу масштаба 1:100 000 и обозначить его номенклатуру. Необходимо помнить, что номенклатуры листов масштаба 1:200 000 и 1:100 000 обозначаются по-разному. Например, лист О-41-XIII (1:200 000) содержит листы О-41-49, 50, 61, 62 (1:100 000).

б. Из общей легенды карты масштаба 1:200 000 выделить («вырезать») только те условные обозначения, которые имеют отношение к выбранному листу масштаба 1:100 000.

в. «Обработать» стратиграфическую колонку. В стратиграфической колонке оставить только те подразделения, который имеют распространение на территории описываемого листа масштаба 1:100 000, остальные подразделения из колонки убрать («вырезать»).

г. Использование геологического разреза (разрезов). Если линия приведенного к карте масштаба 1:200 000 геологического разреза проходит через описываемую площадь листа

1:100 000, то этот разрез (или его часть) можно в неизмененном виде приложить к описываемой карте. Если линия разреза находится за пределами выбранного планшета, то геологический разрез к этому планшету необходимо построить самостоятельно, ориентируясь на структурное положение комплексов и их взаимоотношения, показанные на имеющемся разрезе.

д. Оформить геологическую карту масштаба 1:100 000.

- Заголовок - аналогичный исходной карте 1:200 000. Здесь необходимо выделить «собственную» номенклатуру, например О-41-62.
- Показать планшет геологической карты масштаба 1:100 000. Форма планшета не должна быть искажена, пропорциональна, для этого масштаба размер планшета (по меридиану) должен составлять 37 см.
- К геологической карте добавить условные обозначения, стратиграфическую колонку, геологический разрез.
- Оформленная геологическая карта предоставляется в бумажном варианте, подготовленном и отпечатанном электронным способом. В виде исключения Геологическая карта проекта может быть подготовлена и раскрашена ручным способом.

Б. Подготовка текста Объяснительной записки.

В тексте Объяснительной записки приводится характеристика геологического строения и полезных ископаемых (перечень разделов указан выше), имеющих распространение только в пределах описываемого планшета масштаба 1:100 000. Для этого в тексте оставить только ту информацию, которая имеет отношение к описываемому планшету, удалив все остальное. Общий объем текста 25 – 40 стр.

4. Защита курсовойработы.

На защите курсовойработы необходимо показать знание основных черт геологического строения описываемой площади и полезных ископаемых. Наличие структурных этажей, ярусов, стратиграфических комплексов, магматических комплексов, складчатых, блоковых и разрывных структур, генетических типов месторождений и рудопроявлений полезных ископаемых. Знать состав и условия образования основных разновидностей пород, распространенных на площади, и отраженных в легенде и стратиграфической колонке.

На защите можно пользоваться текстом работы, геологической картой и приложениями.

5. Оценка курсовойработы.

Общая оценка складывается из оценки качества и полноты текста и геологической карты и оценки защиты работы.

6. Примерные темы курсовых работ:

Названиекурсовойработы
Геологическое строение листа О-41-111(Белоярский)
Геологическое строение листа О-41-99(Малышева)
Геологическое строение листа N-41-45(Куртамыш)
Геологическое строение листа О-41-112(Богданович)

Геологическое строение листа O-40-131(Нижние Серги)
Геологическое строение листа O-40-120(Первоуральск)
Геологическое строение листа O-40-108(Починок)
Геологическое строение листа O-40-107(Новоуральск)
Геологическое строение листа O-40-119(Бисерть)
Геологическое строение листа O-40-144(Верхний Уфалей)
Геологическое строение листа O-41-143(Шемаха)
Геологическое строение листа O-40-100(Артемовский)
Геологическое строение листа N-41-34(Красный Уралец)
Геологическое строение листа O-40-132(Верхние Серги)

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.О.15 ГИДРОГЕОЛОГИЯ И ИНЖЕНЕРНАЯ ГЕОЛОГИЯ

Специальность:
21.05.03 Технология геологической разведки

Специализация:
Геофизические информационные системы

Одобрены на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией
Гидрогеологии, инженерной геологии и геоэкологии	факультета геологии и геофизики
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____	Председатель _____
(подпись)	*(подпись)*
д.г.-м.н., проф. Тагильцев С.Н.	к.г.-м.н., доц. Вандышева К.В.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 35 от 29.09.2023	Протокол № 2 от 13.10.2023
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

Автор: Королева И.А., к.г.-м.н.

Методические указания по дисциплине согласованы с выпускающей кафедрой геологии и геофизики нефти и газа

Заведующий кафедрой ГГНГ _____ к.г.-м.н., С.А. Рыльков____
подпись

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Введение	3
1.	Общие положения	4
2.	Самостоятельная работа студентов, обеспечивающая подготовку к аудиторным занятиям	7
	2.1. Повторение материала лекций	7
	2.2. Самостоятельное изучение тем курса	8
	2.3. Подготовка к практическим и лабораторным работам	8
3.	Другие виды самостоятельной работы	8
	3.1. Подготовка к зачёту	8

Введение

Самостоятельная работа в современном образовательном процессе рассматривается как форма организации обучения, которая способна обеспечивать самостоятельный поиск необходимой информации, творческое восприятие и осмысление учебного материала в ходе аудиторных занятий, разнообразные формы познавательной деятельности студентов на занятиях и во внеаудиторное время, развитие аналитических способностей, навыков контроля и планирования учебного времени, выработку умений и навыков рациональной организации учебного труда.

Таким образом, самостоятельная работа – форма организации образовательного процесса, стимулирующая активность, самостоятельность, познавательный интерес студентов.

В методических указаниях рассматриваются вопросы организации самостоятельной работы для студентов Уральского государственного горного университета.

Методическое указание включает три главы, которые логически связаны друг с другом. Первая глава знакомит читателя с теоретическими основами самостоятельной работы студентов и особенностями подготовки к ней в вузе. Во второй и третьей главах представлен материал, который содержит информацию о видах самостоятельной работы по данной дисциплине, а также об источниках информации для осуществления самостоятельной работы. Эмпирической основой разработки системы критериев и показателей оценки форм самостоятельной работы стал практический опыт работы преподавателей кафедры геодезии и кадастров.

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Самостоятельная работа студентов всех форм и видов обучения является одним из обязательных видов образовательной деятельности, обеспечивающей реализацию требований Федеральных государственных стандартов высшего образования (ФГОС), созданных на основе Федерального закона от 29.12.2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации».

Конкретные требования к самостоятельной работе студентов определяются в Федеральных государственных образовательных стандартах высшего образования по направлению.

Нормативные требования к самостоятельной работе студентов дополняются документами локального характера: Уставом Уральского государственного горного университета, рабочей программой дисциплины.

Согласно требованиям нормативных документов, самостоятельная работа студентов является обязательным компонентом образовательного процесса, так как она обеспечивает закрепление получаемых на лекционных занятиях знаний путем приобретения навыков осмысления и расширения их содержания, навыков решения актуальных проблем формирования общекультурных и профессиональных компетенций, подготовки к практическим занятиям, сдаче зачета и экзамена.

Самостоятельная работа студентов представляет собой совокупность внеаудиторных занятий и работ, обеспечивающих успешное освоение образовательной программы высшего образования в соответствии с требованиями ФГОС.

Навыки самостоятельной работы по освоению каких-либо знаний приобретаются человеком с раннего детства и развиваются в течение всей жизни. К началу обучения в вузе каждый студент имеет личный опыт и навыки организации собственных действий, полученные в процессе обучения в школе, учреждениях дополнительного образования, во время внешкольных занятий и в

быту. Однако при обучении в вузе требования к организации самостоятельной работы существенно возрастают, так как они связаны с освоением сложных общекультурных и профессиональных компетенций.

Практика показывает, что студенты различаются по уровню готовности к реализации требований к самостоятельной работе. Выделяются две основные группы студентов. Первая характеризуется тем, что ее представители ориентированы на выполнение заданий самостоятельной работы и обладают универсальными учебными компетенциями, позволяющими успешно справиться с требованиями к ее выполнению (умением понимать и запоминать приобретаемую информацию, логически мыслить, воспроизводить материал письменно и устно, проводить измерения, вычисления, проектировать и т. д.). Студенты второй группы не имеют устойчивой ориентации на постоянное выполнение самостоятельной работы при освоении учебного материала и отличаются низким уровнем развития универсальных учебных компетенций и навыков самоорганизации.

Самостоятельная работа в рамках образовательного процесса в вузе решает следующие *задачи:*

- закрепление и расширение знаний, умений, полученных студентами во время аудиторных и внеаудиторных занятий, превращение их в стереотипы умственной и физической деятельности;

- приобретение дополнительных знаний и навыков по дисциплинам учебного плана;

- формирование и развитие знаний и навыков, связанных с научно-исследовательской деятельностью;

- развитие ориентации и установки на качественное освоение образовательной программы;

- развитие навыков самоорганизации;

- формирование самостоятельности мышления, способности к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;

- выработка навыков эффективной самостоятельной профессиональной теоретической, практической и учебно-исследовательской деятельности.

Для реализации задач самостоятельной работы студентов и ее осуществления необходим *ряд условий*, которые обеспечивает университет:

- наличие материально-технической базы;

- наличие необходимого фонда информации для самостоятельной работы студентов и возможности работы с ним в аудиторное и внеаудиторное время;

- наличие помещений для выполнения конкретных заданий, входящих в самостоятельную работу студентов;

- обоснованность содержания заданий, входящих в самостоятельную работу студентов;

- связь самостоятельной работы с рабочими программами дисциплин, расчетом необходимого времени для самостоятельной работы;

- развитие преподавателями у студентов навыков самоорганизации, универсальных учебных компетенций;

- сопровождение преподавателями всех этапов выполнения самостоятельной работы студентов, текущий и конечный контроль ее результатов.

Специфическими *принципамиорганизации* самостоятельной работы в рамках современного образовательного процесса являются:

- принцип интерактивности обучения (обеспечение интерактивного диалога и обратной связи, которая позволяет осуществлять контроль и коррекцию действий студента);

- принцип развития интеллектуального потенциала студента (формирование алгоритмического, наглядно-образного, теоретического стилей мышления, умений принимать оптимальные или вариативные решения в сложной ситуации, умений обрабатывать информацию);

- принцип обеспечения целостности и непрерывности дидактического цикла обучения (предоставление возможности выполнения всех звеньев дидактического цикла в пределах темы, раздела, модуля).

Самостоятельная работа студентов планируется преподавателем в рабочей программе дисциплины.

Объем времени, отведенный на внеаудиторную самостоятельную работу, находит отражение: в учебном плане в целом по теоретическому обучению, по каждому из циклов дисциплин, по каждой дисциплине; в рабочих программах учебных дисциплин с ориентировочным распределением по разделам или конкретным темам.

Самостоятельная работа студентов классифицируется: по месту организации (аудиторная и внеаудиторная); по целям организации (цели дисциплины, сформулированные и обоснованные в рабочей программе); по способу организации (индивидуальная, групповая).

Выбор формы организации самостоятельной работы студентов (индивидуальная или групповая) определяется содержанием учебной дисциплины и формой организации обучения (лекция, семинар, практическое занятие, контрольное занятие и др.).

В зависимости от формы промежуточной аттестации виды самостоятельной работы дополняются подготовкой к экзамену, зачету и процедурами текущей аттестации.

2.САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩАЯ ПОДГОТОВКУ К АУДИТОРНЫМ ЗАНЯТИЯМ

2.1. Повторение материала лекций

Источники информации по теме лекции:

1) раздаточный материал, который предоставляется студенту в электронном виде перед каждым лекционным занятием;

2) конспект лекции, который студент пишет во время проведения лекционного занятия;

3) учебная литература, которая указана в рабочей программе дисциплины.

2.2. Самостоятельное изучение тем курса

Самостоятельное изучение тем осуществляется при обучении на заочной форме обучения.

Источники информации для самостоятельного изучения тем:

1) раздаточный материал, который предоставляется студенту в электронном виде перед сессией;

2) учебная литература, которая указана в рабочей программе дисциплины.

2.3. Подготовка к практическим и лабораторным занятиям

Типовые задания (примеры) работ, выполняемые на практических занятиях представлены в комплекте оценочных материалов.

Принципы работы на практических занятиях озвучиваются преподавателем на соответствующих лекционных занятиях.

Источники информации для подготовки к практическим занятиям:

1) раздаточный материал, который предоставляется студенту в электронном виде перед каждым лекционным занятием либо в начале сессии;

2) конспект лекции, который студент пишет во время проведения практического или лабораторного занятия (при наличии);

3) учебная литература, которая указана в рабочей программе дисциплины;

4) методические указания по выполнению практических и лабораторных занятий.

3. ДРУГИЕ ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

3.1. Подготовка к зачету

В комплекте оценочных средств представлен перечень тестовых заданий, теоретических вопросов и практико-ориентированных заданий, которые входят в постав билетов.

Источники информации для подготовки к зачету:

1) раздаточный материал, который предоставляется студенту в электронном виде перед каждым лекционным занятием либо в начале сессии;

2) конспект лекции, который студент пишет во время проведения лекционного занятия (при наличии);

3) учебная литература, которая указана в рабочей программе дисциплины.

550.8
П 79

Федеральное агентство по образованию
ГОУ ВПО
«Уральский государственный горный университет»

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНЫХ РАБОТ

Методическое руководство
по выполнению курсовой работы дисциплины «Экономика и организация геологоразведочных работ» и экономической части ВКР специалиста для студентов геологических и геофизических специальностей

Екатеринбург
2008

Федеральное агентство по образованию
ГОУ ВПО
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО:
Методической комиссией
инженерно-экономического
факультета
«10» 12 2007 г.
Председатель комиссии
И. А. Тяботов

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНЫХ РАБОТ

Методическое руководство
по выполнению курсовой работы дисциплины «Экономика и организация геологоразведочных работ» и экономической части ВКР специалиста для студентов геологических и геофизических специальностей

Издание УГГУ Екатеринбург, 2008

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ…… 4
1. ГЕОЛОГИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ……. 6
2. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ОБЪЕКТЕ ГЕОЛОГИЧЕСКОГО ИЗУЧЕНИЯ …… 6
3. ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ, ГИДРОГЕОЛОГИЧЕСКАЯ, ГЕОХИМИЧЕСКАЯ И ГЕОФИЗИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАЙОНА РАБОТ……. 6
4. МЕТОДИКА ПРОЕКТИРУЕМЫХ РАБОТ…….. 7
5. ОСОБЕННОСТИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И ОРГАНИЗАЦИИ ОТДЕЛЬНЫХ ВИДОВ РАБОТ…….. 7
5.1. Проектирование…… 7
5.2. Предварительное геологическое дешифрирование материалов космо- и аэрофотосъемок…… 8
5.3. Разведочное бурение…… 8
5.4. Горно-разведочные работы……. 16
5.5. Топографо-геодезические работы…….. 19
5.6. Опробование……..... 20
5.7. Геофизические работы…….. 21
5.8. Строительство зданий и сооружений……... 39
5.9. Расчет штата на полевой период…….. 40
6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТОИМОСТИ И СОСТАВЛЕНИЕ СМЕТ НА ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНЫЕ РАБОТЫ…….. 41
6.1. Общие положения…… 41
6.2. Основные затраты…… 51
6.3. Расчет основных затрат по СНОР-93……... . 54
6.4. Косвенные затраты……. 56
6.5. Прибыль (плановые накопления)…….. 56
6.6. Компенсируемые затраты…… 57
6.7. Подрядные работы…… 57
6.8. Резерв на непредвиденные работы и затраты…… 58
6.9. Расчет единичных сметных расценок…… 58
6.10. Особенности определения сметной стоимости по видам работ и затрат……. 60
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ……. 68

ВВЕДЕНИЕ

Целью курсовой работы является практическое применение студентами знаний по курсу «Основы производственного менеджмента» при разработке проектно-сметной документации на производство геологоразведочных работ.

Основу курсовой работы составляют материалы, собранные в период производственной практики.

Проектно-сметная документация на проведение геологоразведочных работ составляется по объектам, на которые выдается геологическое задание.

Подготовка проектной документации заключается в разработке обоснованных методических подходов, технических и технологических решений, обеспечивающих достижение цели регионального геологического изучения недр, геологического изучения недр, включающего поиски и оценку месторождений полезных ископаемых, или разведки месторождений полезных ископаемых и решение поставленных геологических задач, рациональное комплексное использование и охрану недр, а также выполнение требований законодательства Российской Федерации о недрах.

В состав работы включаются следующие разделы:

а) общие сведения об объекте геологического изучения;

б) общая характеристика геологической изученности объекта;

в) методика проведения геологоразведочных работ;

г) мероприятия по охране окружающей среды;

д) сводный перечень проектируемых работ;

е) ожидаемые результаты работ и требования к получаемой геологической информации о недрах;

ж) текстовые и графические приложения;

з) список использованных источников;

и) приводится перечень коэффициентов, учитываемых в сметных расчетах:

1.) коэффициенты к заработной плате:

- районный коэффициент $К_р$;
- коэффициент за высокогорность – $К_в$;
- коэффициент за безводность – $К_б$;

- коэффициент за поиски и разведку радиоактивных полезных ископаемых – $К_{рад}$.

Общий коэффициент к заработной плате определяется по формуле

$$К_{общ} = К_{рад} (К_р + \text{дробная часть } К_в \text{ и } К_б).$$

2) коэффициенты, учитывающие транспортно-заготовительные расходы:

- к статье «Материалы»;
- к статье «Амортизация».

3) коэффициент к основным расходам, учитывающий накладные расходы;

4) коэффициент к основным и накладным расходам, учитывающий плановые накопления.

к) укрупненный расчет стоимости работ по проекту;

л) расчет единичных сметных расценок;

м) расчет сметной стоимости проектирования;

н) основные расходы на расчетную (физическую) единицу работ;

о) основные технико-экономические показатели по объекту:

- сметная стоимость работ;
- продолжительность проведения работ;
- штат сотрудников;
- средняя заработная плата.

1. ГЕОЛОГИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ

Геологическое задание определяет цели, геологические задачи, ожидаемые результаты и сроки проведения геологоразведочных работ на объекте.

2. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ОБЪЕКТЕ ГЕОЛОГИЧЕСКОГО ИЗУЧЕНИЯ

1. Указывается административное положение района работ.

2. Кратко освещаются природные условия, оказывающие влияние на проектируемые работы: климатические условия, характер рельефа, гидрография, степень обнаженности, залесенность, заболоченность и т. п.

3. Приводится краткая экономическая характеристика района работ, включающая в себя: сведения о наличии топливно-энергетических ресурсов, возможности набора рабочей силы, аренды помещений, наличие транспортных коммуникаций, обеспеченность местными стройматериалами и т. п.

3. ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ, ГИДРОГЕОЛОГИЧЕСКАЯ, ГЕОХИМИЧЕСКАЯ И ГЕОФИЗИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАЙОНА РАБОТ

Кратко, в целях обоснования методики проведения проектируемых работ, приводятся данные по стратиграфии, тектонике, магматизму, полезным ископаемым, физическим свойствам горных пород и гидрогеологии объекта работ.

Характеризуются условия и глубина залегания полезного ископаемого, приводятся данные о морфологии, мощности рудных тел, пластов, вещественном составе и т. п. Обосновываются возможные геологические осложнения при бурении и проходке горных выработок, категории пород по буримости, категории трудности выполнения отдельных видов работ.

4. МЕТОДИКА ПРОЕКТИРУЕМЫХ РАБОТ

Обосновывается рациональный комплекс работ (исследований) по решению поставленных геологических задач. Выбираются методы, способы, виды работ и определяются их объемы.

Раздел заканчивается перечнем проектируемых работ и соответствующих им объемов, которые оформляются в табличной форме (табл. 4.1).

Таблица 4.1

Виды и объемы работ

№ п/п	Наименование видов работ	Единицы измерения	Общий объем

5. ОСОБЕННОСТИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И ОРГАНИЗАЦИИ ОТДЕЛЬНЫХ ВИДОВ РАБОТ

5.1. Проектирование

Определяется состав и затраты исполнителей, необходимые для составления проектно-сметной документации, на основе действующих в геологоразведочной организации временных норм и норм ССН 1.1 (табл. 17 23) на сбор, изучение геологических материалов по району работ, написание проекта и составления смет по форме, приведенной в табл. 5.1.

Таблица 5.1

Затраты труда на проектирование

Виды работ	Ед. изм.	Объем работ	Норма на ед. чел.-дн.	Затраты, труда чел.-дн.					Итого, чел.-дн.
				гл. геолог	геолог 1 кат.	техн. геолог	…	…	
Изучение фондовых материалов … … Составление текста проекта									

ИТОГО:									∑ Т

5.2. Предварительное геологическое дешифрирование материалов космо- и аэрофотосъемок

Предварительное геологическое дешифрирование материалов космо- и аэрофотосъемок выполняется в подготовительный период при геологосъемочных, поисковых и тематических работах.

Расчет затрат времени на предварительное дешифрирование материалов космо- и аэрофотосъемок выполняется в соответствии с ССН вып. 1 табл. 23 25, в зависимости от масштаба работ и категории сложности геологического строения. Нормы основных расходов – СНОР, вып. 1, ч. 1, табл. 3.

5.3.Разведочное бурение

Исходя из конкретных геологических задач и требований к геологической информации, определяется место заложения скважин, траектория, интервалы отбора керна и минимально допустимый процент его выхода по интервалам.

Обосновывается выбор типа бурового станка, времени, способа бурения, конструкции скважины и технологии бурения.

Расчеты затрат времени на бурение

Расчеты затрат времени на бурение скважин и работы, сопутствующие бурению, осуществляется на основе Сборника сметных норм на геологоразведочные работы ССН-93 выпуск 5 «Разведочное бурение».

Они выполняются в следующей последовательности:

1. Составляется геолого-техническая карта по группам скважин. Пример ее составления представлен ниже.

Пример: геолого-техническая карта скважины

На основе геолого-технической карты в последующем определяются средний диаметр скважин, средняя глубина, виды и способы бурения, объемы бурения по категориям пород, объемы крепления, тип породоразрушаю-

щего инструмента и др. необходимые для расчета затрат времени условия бурения, табл. 5.2.

2. Для последующего определения норм времени на бурение определяется группа скважин по номинальной глубине (табл. 3 ССН-93 вып. 5) и максимальная и минимальная средняя глубина скважин по данной группе. Например, номинальная глубина 0 – 25 м. Норма времени по данной группе скважин будет определяться для скважин, имеющих среднюю глубину до 37,5 (25 + 25 : 2). Номинальная глубина 0 – 100 м. Норма времени по данной группе скважин будет определяться для скважин со средней глубиной от 37,6 149 м (100+ 100 : 2 -1). Номинальная глубина 0 – 200 м. Норма времени по данной группе скважин будет определяться для скважин, имеющих среднюю глубину от 150 м 249 м (200 + (200-100) : 2 –1), и т. д.

Таблица 5.2

Угол наклона скважины … град. Станок …

Конструкция скважины, мм	Интервал бурения, м	Мощность слоя, м	Категория пород по буримости	Способ бурения	Вид промывочной жидкости	Примечание
151	70	70	II	Бескерновый	Глинистый раствор	Сложные условия выхода керна в интервале 250 280, 300 312, 578 648.
127	110	40	III			
	200	90	IV			
	250	50	V			
	280	30	IV	Колонковое		Сильно трещиноватые породы в интервале 578 – 647 м, в остальных интервалах слаботрещиноватые Применяются бурильные трубы в интервале 0 – 312 м МЗ-50, в интервале 312 – 687 м – ниппельные диаметром 54 мм
112	300	20	V			
89	312	12	V			
76	428	116	VIII	Алмазное	Водоэмульс. р-р	
59	578	150	X			
	648	70	X			

4. На основе пунктов 1 и 2 производится группировка скважин по геолого-техническим условиям бурения в соответствии с табл. 5.3.

Таблица 5.3

Группировка скважин по геолого-техническим условиям бурения

Назначение скважин	Вид бурения	Способ бурения	Группа скважин по номинальной глубине	Средняя глубина скважин, м	Средний диаметр скважин, мм	Угол заложения скважин, град	Количество скважин в группе	Объем бурения, м		Объем крепления, м	Привод станка и источник энергии
								с отбором керна	без отбора керна		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

В гр. 1 указывается назначение скважин: разведочные, сейсморазведочные, гидрогеологические и пр.

В гр. 2 указывается вид бурения: вращательное стационарными или самоходными станками с поверхности земли или из подземных выработок, ударно-канатное.

В гр. 3 указывается способ бурения: колонковое, бескерновое, снарядами ССК, КССК, гидротранспортом керна, медленно-вращательное и т. п.

В гр. 4 указывается группа скважин по номинальной глубине.

В гр. 5 указывается средняя глубина скважин. Отнесение скважин по средней глубине к определенной группе скважин производится с учетом пункта 2 данного пособия.

4. Производится распределение объемов бурения по категориям пород в соответствии с геолого-техническими условиями согласно табл. 5.4.

Таблица 5.4

Распределение объемов бурения по интервалам бурения и категориям пород

Описание горных пород	Категория пород	Группа скважин …			Группа скважин …		
		интервал бурения от…до	объем бурения на одну скв., м	объем бурения на все скв., м	интервал бурения от…до	объем бурения на одну скв., м	объем бурения на все скв., м

5. На основе табл. 5.3 5.4 настоящего учебно- методического пособия производится распределение объемов бурения по категориям пород и условиям бурения в соответствии с табл. 5.5.

6. Определяются объемы работ, сопутствующие бурению скважин в соответствии с табл. 5.6.

7. Определяются затраты времени на бурение скважин. Расчет затрат времени производится раздельно по группам скважин, а внутри каждой группы по способам бурения (с отбором или без отбора керна, с гидротранспортом керна, с ССК, КССК, твердосплавное, алмазное и т. п.) и условиям бурения.

Таблица 5.5

Распределение объемов бурения по категориям пород и условиям бурения

Условия бурения скважин	Объемы бурения по категориям пород, м				
	категории пород по буримости				
Скважины … группы					
Бурение с отбором керна					
То же в сложных условиях отбора керна					
Бурение без отбора керна					
…					
Скважины … группы					
Бурение с отбором керна					
То же в сложных условиях отбора керна					
Бурение без отбора керна					
…					

Таблица 5.6

Объемы вспомогательных и сопутствующих бурению работ

Виды работ	Объемы вспомогательных и сопутствующих бурению работ по группам скважин			
	группа скважин …		группа скважин …	
	на одну скважину	на все скважины группы	на одну скважину	на все скважины группы
1. Промывка скважин перед креплением, промывка				
2. Крепление скважин, м				
…				

Нормы времени на бурение скважин в ССН-93 вып. 5 приведены на нормализованные условия. В случае отклонения фактических условий от

нормализованных используются поправочные коэффициенты. В случае, если необходимо применить несколько коэффициентов, общий поправочный коэффициент определяется по формуле

$$К_{общ} = К_1 \cdot К_2 \cdot \ ..... \cdot К_п,$$

где $К_1$, $К_2$, $К_п$ – поправочные коэффициенты на отклонение фактических условий бурения от нормализованных (определяются по соответствующим таблицам ССН-93 вып. 5).

Расчеты затрат времени приводится в табл. 5.7.

Таблица 5.7

Расчет затрат времени на бурение скважин

Номера таблиц и норм ССН-93 вып. 5	Способ бурения	Диаметр бурения, мм	Категория пород	Объем бурения, м	Норма времени, ст-см/м	Поправочные коэффициенты			Затраты времени на весь объем с учетом поправочных коэф-ов, ст-см
						$К_1$	$К_2$	$К_{общ}$	

8. Определяются затраты времени на работы, сопутствующие бурению скважин, в соответствии с табл. 5.8.

Затраты времени буровых бригад, связанных непосредственно с проведением геофизических исследований в скважинах, определяются по нормам ССН-93 вып. 3 на эти исследования, исходя из запроектированного их объема.

Таблица 5.8

Затраты времени на вспомогательные работы, сопутствующие бурению скважин

Виды работ	Ед-ца изм.	Объем работ	Норма времени в ст-см	Поправочные коэффициенты			Затраты времени на весь объем работ с учетом поправочных коэф-ов	Номера табл. ССН-93 вып. 5
				$К_1$	$К_2$	$К_{общ.}$		
1. Крепление скважин: 1.1. Промывка скважин 1.2. Спуск обсадных труб со ср. диаметром до 132 мм ниппельное соединение: - в скважине	1 промывк. 100 м 100 м	16	0,07	1,1		1,1	1,23	64

в трубах большего диаметра								

9. Производится расчет затрат времени на монтаж, демонтаж и перемещение буровых установок в соответствии с табл. 5.9.

Таблица 5.9

Расчет затрат времени на монтаж, демонтаж и перемещение буровых установок

Наименование работ	Количество перевозок буровых установок, шт.	Норма времени на перевозку, ст-см	Затраты времени на все перевозки, ст-см	Номера таблиц ССН-93 вып. 5
1. Монтаж – демонтаж и перемещение буровых установок (указать условия перевозки) до 1 км: 1.1. Летом 1.2. Зимой (К = …) 2. Перевозка установок на расстояние сверх 1 км: 2.1. Летом 2.2. Зимой (К …)				
Итого:	**X**		**X**	

Расчет затрат времени на монтаж, демонтаж и перемещение буровых установок производится раздельно для летнего и зимнего периода при расстоянии перемещения до 1 км и свыше 1 км.

Количество перемещений не всегда совпадает с количеством скважин. При определении их количества необходимо учитывать возможность первичного монтажа буровых установок в начале работы на объекте и окончательного демонтажа при завершении работ на объекте.

Норма времени на одно перемещение зимой определится по формуле

$$Н_{вр.з.} = Н_{вр.табл.} \cdot К,$$

где К поправочный коэффициент на зимние условия, принимаемый для соответствующей температурной зоны по табл. 208 или табл. 209 ССН-93 вып. 5.

Норма времени на одно перемещение буровой установки на расстояние свыше 1 км определяются по формуле

$$Н_{вр.} = Н_{вр.табл}(L - 1),$$

где $Н_{вр.}$ затраты времени на одно перемещение буровой установки на расстояние свыше 1 км; $Н_{вр.табл.}$ – норма времени на одно перемещение буровой установки на каждый последующий километр свыше одного по ССН-93 вып. 5; L расстояние перемещения буровой установки фактическое, км.

10. Определяется количество станко-смен, приходящихся на зимний период, для последующего определения зимнего удорожания производства буровых работ, которое включает в себя дополнительные затраты, связанные с отоплением буровой, обогревом рабочих, расчисткой снега у стеллажей и подъездных площадок у вышек по формуле

$$Т_{зп} = Т_р \frac{Т_з}{Т_к},$$

где $Т_{зп}$ – количество станко-смен, приходящихся на зимний период; $Т_з$ – продолжительность работы в зимний период в месяцах, которая определяется исходя из календарного графика производства работ и начала и окончания зимнего сезона в районе работ (принимается по табл. ССН-93 вып. 5);
$Т_к$ – календарный срок выполнения буровых работ, мес.; $Т_р$ – расчетное количество станко-смен

$$Т_р = Т_б + Т_{всп} + Т_м,$$

где $Т_б$ расчетное количество станко-смен на собственно бурение; $Т_{всп}$ работы вспомогательные, сопутствующие бурению; $Т_м$ монтаж, демонтаж и перемещение буровых установок.

11. Определяется расчетная производительность буровых установок за месяц, для чего:

- определяется число рабочих смен в месяц: $Т_{см} = \frac{Д \cdot Ч}{П_{рсм}}$,

где Д – число рабочих суток в месяц (при непрерывном режиме работы принимается 30 суток); Ч – число часов работы в сутки (при непрерывном режиме работы 24 часа); $П_{рсм}$ – длительность смены в часах (7 час. на дневной поверхности, 6 час. на подземных работах).

При непрерывном режиме работы: $Т_{см} = \frac{30 \cdot 24}{7} = 102{,}9$ см.

- определяется расчетная производительность на бурении скважин:

$$П_{расч.} = \frac{М}{Т_р} Т_{см},$$

где М – объем бурения, м;

- определяется проектная производительность на бурении скважин:

$$П_{проект} = П_{расч.}(\frac{П_{факт.}}{П_{расч.}} + \Delta П), \text{ при } П_{факт.} > П_{расч.}$$

$$П_{проект} = П_{расч.}(1 + \Delta П), \text{ при } П_{факт.} < П_{расч.},$$

где $П_{факт.}$ – фактическая производительность, достигнутая при бурении скважин в аналогичных условиях, м/ст-см; $\Delta П$ – повышение производительности на бурении скважин за счет внедрения специально разработанных организационно-технических мероприятий (при курсовом проектировании принимать в размере 0,02 – 0,05 (рост производительности 2 5 %).

- определяется количество одновременно работающих станков

$$n = М : П_{проект} \cdot Т_к \cdot К_р,$$

где $К_р$ – коэффициент резерва (1,2 – 1,3); М – объем бурения, м;
$Т_к$ – календарный срок выполнения буровых работ, мес.; $П_{проект}$ проектная производительность на бурении скважин.

12. Определяется тип и состав буровой бригады, продолжительность рабочей смены.

13. При непрерывном режиме работы составляется график выходов буровых бригад на работу.

14. Составляется сводная таблица показателей по буровым работам (табл. 5.10).

Таблица 5.10

Сводная таблица показателей по буровым работам

Показатели	Единица измерения	Группа скважин	
		…	…
1. Средняя глубина бурения	м		
2. Средний диаметр скважин	мм		
3. Средневзвешенная категория пород			
4. Способ бурения			
5. Количество скважин	шт.		
6. Объем бурения всего	м		
7. Удельный вес объемов бурения в сложных условиях	%		
8. Затраты времени на бурение	ст-см		
9. Затраты времени на вспомогательные работы, сопутствующие бурению	ст-см		
10. Затраты времени на монтаж, демонтаж и	ст-см		

перемещение буровых установок			
11. Производительность на бурении скважин (коммерческая скорость)	м/ст-мес.		
12. Проектируемый выход керна	%		

Сметная стоимость буровых работ определяется в сметной части курсовой работы (дипломного проекта) исходя из норм основных расходов на расчетную единицу, приведенных в СНОР-93 вып. 5 с учетом поправочных коэффициентов (ф. СМ-5) и рассчитанных затрат времени.

Сметная стоимость вспомогательных работ, сопутствующих бурению, определяется по нормам основных расходов на расчетную единицу бурения скважин, приведенных в СНОР-93 вып. 5 с учетом поправочных коэффициентов (ф. СМ-5) и рассчитанных затрат времени.

Сметная стоимость монтажа демонтажа и перевозок буровых установок определяется по нормам основных расходов на расчетную единицу, приведенных в СНОР-93 вып. 5, с учетом поправочных коэффициентов (ф. СМ-5) и количества перевозок на расстояние до 1 км и свыше 1 км.

5.4. Горно-разведочные работы

Исходя из конкретных геологических задач и требований, предъявляемых к геологической информации, определяется тип горных выработок, их сечение, места заложения, способы проходки и объемы горно-разведочных работ, а также объемы вспомогательных и сопутствующих работ.

Проектирование горно-разведочных работ производится в следующей последовательности:

1. Приводится перечень горно-разведочных выработок, их параметры (сечение, глубина, вид крепи и т. п.). Дается характеристика горнотехническим условиям проходки (вечная мерзлота, налипание породы на инструмент, капеж и т. п.), определяются объемы работ, а также объемы и условия проведения вспомогательных и сопутствующих работ (водоотлив, вентиляция, шахтный подъем и т. п.).

2. Производится расчет затрат времени на горнопроходческие, вспомогательные и сопутствующие работы (табл. 5.11).

ССН-93 вып. 4 служит для определения норм времени на проходку принятой единицы измерения горных выработок и выполнение принятой единицы измерения вспомогательных и сопутствующих работ ***в часах одним исполнителем основного звена*** рабочих.

Таблица 5.11

Объемы проектируемых работ и горнотехнические условия их проведения

Тип горной выработки, виды работ и способы их выполнения	Параметры горной выработки		Категория пород	Объем работ	Горнотехнические условия выполнения работ
	сечение	глубина			
1. Шурфы					
1.1. Проходка шурфов с рыхлением отбойным молотком и выдачей горной массы в бадьях воротком	0,8 кв. м	0 5	II	50 м	С налипанием породы на инструмент
1.2. Крепление шурфов деревянной венцовой крепью на стойках с затяжкой боков и забутовкой пустот. Шаг венцов 1,2 м	0,8 кв. м	0 5		50 м	
1.3. Засыпка шурфов вручную					Перекидка пород до 3 м
2. Канавы					
2.1. Проходка канав вручную без предварительного рыхления пород		До 3 м	II	200 куб. м	Без налипания породы на инструмент
2.2. Крепление канав сплошное		До 3 м	II	300 кв. м	В сыпучих породах I II категории
2.3. Разборка крепи		До 3 м	II	300 кв. м	В сыпучих породах I II категории
2.4. Засыпка канав бульдозером					Расстояние перемещения грунта до 5 м
…	…	…	…	…	…

Исключение составляют отдельные случаи при проходке шурфов и канав, где нормы времени даны в ***звено-часах*** на принятую единицу измерения работ (см. п. 38 ССН-93 вып. 4), табл. 5.12.

СНОР-93 вып. 4 используется для определения норм основных расходов в ***рублях на работу одного звена в одну смену (звено-смену***) при производстве большинства горнопроходческих, вспомогательных и сопутствую-

щих работ. Однако по отдельным видам работ в СНОР-93 вып. 4 нормы основных расходов даются в рублях на иные единицы измерения работ (машино-смена, эстакада и т. п.).

Таблица 5.12

Расчет затрат времени на горно-разведочные работы

Тип горной выработки, виды работ и способы их выполнения	Категория пород	Объемы работ	Норма времени, ч/измеритель	Поправочные коэффициенты			Время на весь объем*), звено-смены	Номера табл. ССН-93 вып. 4
				$К_1$	$К_2$	$К_{общ}$		

Примечание.

* Определение стоимости выполнения горно-разведочных работ производится с использованием сборника сметных норм на геологоразведочные работы ССН-93 вып. 4 и сборника норм основных расходов на геологоразведочные работы СНОР-93 вып. 4.

Для пересчета затрат времени, выраженных ***в часах, в звено-сменах*** могут быть использованы следующие формулы:

- норма времени дана в часах работы одного исполнителя основного звена на единицу работы

$$Н_{зв\text{-}см} = Н_ч \cdot К_{чд} : Т,$$

где $Н_{зв\text{-}см}$ – норма времени в звено-сменах; $Н_ч$ – норма времени в часах работы одного исполнителя основного звена на единицу работы (принимается по табл. ССН-93 вып. 4 на соответствующий вид работ); $К_{чд}$ – норма затрат труда на одну смену рабочих основного звена в человеко-днях (принимается по табл. ССН-93 вып. 4 на соответствующий вид работ); Т – продолжительность смены в часах;

- нормы времени даны в звено-часах на принятую единицу измерения работ

$$Н_{зв\text{-}см} = \frac{Н_ч}{Т}.$$

3. При проходке подземных горных выработок определяется необходимое количество машино-смен работы вентиляторных установок, шахтного

подъема, электровозного шахтного транспорта, шахтного водоотлива исходя из объема работ количества и производительности выбранного оборудования.

4. Проектируется организация труда на горно-разведочных работах: обосновывается тип производственных бригад, режим их работы. При работе более чем в одну смену составляется график выходов рабочих на работу. При проектировании подземных горнопроходческих работ рассчитываются графики цикличности.

5. Количество одновременно проходимых выработок, обеспечивающих выполнение геологического задания в срок, определяется по формуле:

$$К_{заб} = Т_н : Т_к \cdot К_{см},$$

где $К_{заб}$ количество одновременно проходимых выработок; $Т_н$ – рассчитанное количество звено-смен; $Т_к$ – срок, отведенный на горно-разведочные работы по проекту в календарных днях; $К_{см}$ – количество рабочих смен в сутки.

6. Рассчитывается скорость (темп) проходки горных выработок, м/мес;

$$А = \frac{М}{Т_р} Т_{см},$$

где М – длина горной выработки, м; $Т_р$ – затраты времени на проходку и крепление горной выработки, звено-смен; $Т_{см}$ – количество рабочих смен в месяц, смен.

$$Т_{см} = Д/t \cdot R,$$

где Д число дней в месяце, дни; t продолжительность смены, час; R – число рабочих часов в сутках, час.

7. Сметная стоимость горно-разведочных работ определяется в сметной части курсовой работы (дипломного проекта) исходя из норм основных расходов на расчетную единицу, приведенных в СНОР-93 вып. 4, с учетом поправочных коэффициентов (ф. СМ-5) и рассчитанных затрат времени.

5.5. Топографо-геодезические работы

Проектирование топографо-геодезических работ осуществляется в соответствии с ССН вып. 9. Для выбора и использования сметных норм и норм

затрат труда обосновываются: категория трудности местности; категория трудности рубки леса; категория твердости пород древесины; коэффициент на заболоченность и глубину снежного покрова и др. показатели, отражаемые в табл. 5.13.

Таблица 5.13

Расчет затрат времени на проведение топографо-геодезических работ (ССН, вып. 9)

№ п/п	Вид работ	Категория трудности	Объем работ	Норма времени, отр. см.	Поправочный коэф.	Итого затрат времени, отр. см.	Нормативный документ, табл.
	ИТОГО:						

5.6. Опробование

Проектирование работ по опробованию начинается с характеристики условий их проведения и выделения объемов, выполняемых в ненормализованных условиях, табл. 5.14.

Таблица 5.14

Объемы проектируемых работ и условия их проведения

Виды опробования	Способ работ	Тип выработки	Сечение борозды	Объемы работ по категориям пород			
				II	III	IV	…

Расчет затрат времени на отбор и обработку проб определяется по ССН, вып.1, ч. 5 и сводится в табл. 5.15.

Таблица 5.15

Расчет затрат времени на отбор проб, ССН, вып. 1, ч. 5

№ п/п	Вид работ	Ед. изм.	Категория пород	Объем работ	Норма времени, бр. см.	Всего затрат времени, бр.-см.	Нормативный документ, табл.

Для расчета затрат времени на обработку проб составляется таблица объемов и условий проведения работ, табл. 5.16.

Таблица 5.16

Объемы проектируемых работ и условия обработки проб

Тип установки	Способ работ	Масса пробы, кг	Минимальный размер частиц, мм	Объемы по категориям пород					Стадийность измельчения
				…	…	…	…	…	

На основе данных табл. 5.17 рассчитываются затраты времени на обработку проб (табл. 5.20).

Таблица 5.17

Расчет затрат времени на обработку проб

Вид обработки проб	Способ работ	Начальный вес пробы, кг	Объем	Норма времени	Поправочный коэффициент			Норма с учетом поправочного коэф.	Всего затрат времени, бр.-см.	Нормативный документ, табл.
					K_1	K_2	$K_{общ.}$			

5.7. Геофизические работы

5.7.1. Полевые геофизические работы

При обосновании и описании работ с применением методов электроразведки в проект включаются следующие сведения и данные:

а) сведения об электрических свойствах пород региона, полученные по ранее выполненным исследованиям;

б) обоснование сети наблюдений, типов, схем и размеров установок, условий заземления питающих электродов и числа измеряемых параметров, порядка контроля за качеством с указанием необходимого объема повторных и контрольных измерений.

При обосновании и описании работ с применением методов гравиразведки и магниторазведки в проект включаются следующие сведения и данные:

а) обоснование и описание методики наблюдений на опорных и рядовых пунктах при работе гравиметрами;

б) обоснование системы наблюдений при работе вариометрами и градиентометрами;

в) информация о сгущении сети пунктов наблюдений на участках, требующих детализации;

г) данные об оценке необходимости введения поправки за влияние рельефа местности и информация о выбранном радиусе области учета влияния рельефа;

д) информация о перекрытиях с соседними съемками, информация о проценте независимых контрольных наблюдений, проценте дополнительных пунктов наблюдений для оценки погрешности интерполяции карты, информация об объеме работ в квадратных километрах, координатных пунктах и физических наблюдениях, длине профилей, подлежащих исследованию;

е) сведения о порядке и сроках выполнения работ;

ж) данные об обосновании категории местности и выборе вида транспорта, наиболее обеспечивающего необходимую точность работ;

з) описание работ по определению плотности пород исследуемого района;

и) информация о выборе проектной точности съемки (среднеквадратическая погрешность определения аномалий силы тяжести) в зависимости от интенсивности предполагаемых или исследуемых аномалий, а также от условий работ и заданного масштаба съемки;

к) обоснование густоты сети пунктов наблюдений в зависимости от задач съемки, размеров и интенсивности ожидаемых аномалий и выбранного сечения изоаномал отчетной карты, при этом густота сети должна обеспечивать выявление искомых аномалий силы тяжести и ее производных, для проведения работ по поискам и разведке геологических объектов.

При обосновании и описании аэрогеофизических работ в проект включаются следующие сведения и данные:

а) обоснование и описание работ в предполевой период, связанных с анализом имеющейся геологической информации о недрах и определением участков проведения работ;

б) обоснование и описание выбранного комплекса полевых работ (аэромагнитная съемка, аэрогамма-спектрометрическая съемка, аэроэлектроразведочная съемка, комплексная аэрогеофизическая съемка, радиогедезиче-

ская привязка маршрутов, аэрофотопривязка маршрутов или иных методов, предусмотренных проектом);

в) обоснование и описание комплекса камеральных работ, включая обработку полученной геологической информации о недрах и составления картографических и отчетных материалов.

При проектировании полевых геофизических исследований с использованием методов гравиразведки, магниторазведки, электроразведки, радиометрии, а также аэрогеофизических методов производится расчет затрат времени и затрат труда по форме, пример которой показан в табл. 5.18.

Для этого по соответствующим частям ССН находятся нормы времени на единицу объема работ, обосновываются и описываются все условия, в соответствии с которыми выбраны нормы времени (параметры сети, категория трудности, способ передвижения, тип и число приборов, схема установки электродов, расстояние подлета к участку работ и т. д.).

При проведении работ в ненормализованных условиях в соответствии с ССН обосновываются и приводятся поправочные коэффициенты к нормам времени.

При одновременном использовании нескольких коэффициентов, в результате их перемножения, определяется общий поправочный коэффициент.

Суммарные затраты времени определяются путем перемножения объемов работ на норму времени и на поправочные коэффициенты (табл 5.18, гр. 7 = гр. 3 · гр. 5 · гр. 6). К ним добавляются затраты времени для проверки и профилактического обслуживания аппаратуры и оборудования в полевой период. Затраты времени на профилактику зависят от методов геофизических исследований и типа приборов. Нормируются ССН и составляют от одной до трех отрядо-смен на один месяц полевых работ (поправочные коэффициенты к затратам времени составляют соответственно 1,04; 1,085; 1,13).

Затраты труда в человеко-днях определяются путем перемножения норм затрат труда на общее количество отрядо-смен (табл. 5.18, гр.10 = гр.8 × × гр. 9). Нормы затрат труда берутся из соответствующих таблиц ССН.

Таблица 5.18

Расчет затрат времени и затрат труда на геофизические работы

Вид и методика работ, аппаратура, способы и условия производства работ (категория трудности, сеть наблюдений, способ передвижения, период проведения работ и т. д.)	Единицы измерения объема работ	Проектный объем работ по условиям производства	Нормативный документ, номер табл. и нормы	Норма времени на ед-цу объема работ, отрядо-см.	Поправочный коэффициент	Затраты времени в отрядо-сменах		Норма затрат труда	Затраты труда в чел.-днях	Количество координатных точек
						без профилактики	всего, с учетом профилактики			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1. Гравиразведка 1.1. Рядовая гравиметровая съемка по сети 100х50 м с одним наземным термостатированным гравиметром. Передвижение пешее, IV категория трудности, в весенний период	1кв. км	100	ССН, вып. 3, ч. 3, табл.7, норма 138, граф. 6.	3,28	1,06	347,68	377,23	ССН, вып. 3, ч. 3, табл. 12 граф. 5 5,25	1980,46	20000

Окончание табл. 5.21

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1.2. Разбивка опорной гравиметровой сети 2000х500 м двумя термостатированными гравиметрами. Пердвижение пешее, IV категория трудности, со 100 % повтором, зимний период с температурой до –20 ^{0}С	10 кв. км	10	ССН, вып. 3, ч. 3, табл. 7, норма 195, граф. 6	0,62	1,18 ·2 = = 2,36	14,63	15,87	ССН, вып. 3, ч. 3, табл. 12 граф. 6 6,75	107,12	100
Итого гравиразведка						362,31	393,10		2087,58	20100
2. Магниторазведка Наземная съемка по сети 100х25 м магнитометром типа ММ-60. Пердвижение пешее, IV категория трудности, зимний период с температурой до –20^0 С	1 кв. км	60	ССН, вып. 3, ч. 3, табл. 29, норма 56, гр. 12	1,68	1,18	118,94	129,05	ССН, вып. 3, ч. 3, табл. 32 граф. 3 4,25	548,46	24000
3. Электроразведка и т. д.										

В табл. 5.18 рассчитывается также проектное суммарное количество координатных точек. Для этого объемы работ умножаются на количество координатных точек в единице объема работ (приводятся в соответствующих таблицах норм времени ССН). Общее количество координатных точек необходимо для расчета затрат времени на камеральные работы.

Если отработка площади проектируется по участкам с нескольких баз, то по нормам ССН определяются затраты времени на переезды отряда внутри района работ (перебазировка с одного участка работ на другой), исходя из схемы переездов. При этом необходимо учитывать, что нормы времени на переезды (перебазировку отряда) не включают затраты времени по ежедневной доставке производственного персонала к месту проведения геофизических работ на профиль и обратно. Время на эти цели предусмотрено в укрупненных нормах времени на соответствующие виды геофизических исследований, а расходы учтены в нормах основных расходов (СНОР).

Далее рассматриваются вопросы организации различных видов полевых работ: количество отрядов и их численность, календарные сроки выполнения полевых работ.

Для этого суммарные затраты времени и труда увязываются с продолжительностью полевых работ и штатами производственных подразделений (отряд, партия), выполняющих данные виды работ, по формулам

$$N = \mathrm{T}_{\text{общ.}} / (t \cdot d \cdot \mathrm{K}_{\text{в.н.}}),$$

где N – количество геофизических отрядов, необходимых для выполнения работ; $\mathrm{T}_{\text{общ.}}$ – общие затраты времени на геофизические исследования соответствующим методом, отрядо-смены; t – количество месяцев работы по проекту; d – количество смен (дней) в месяце (25,4 – при односменном режиме работы); $\mathrm{K}_{\text{в.н.}}$ – коэффициент выполнения норм выработки, принимаемый от 1,05 до 1,20.

$$\mathrm{Ч} = \mathrm{З}_{\text{т}}/\mathrm{T}_{\text{ф}}\,\mathrm{K}_{\text{в.н.}},$$

где Ч – численность трудящихся, занятых на выполнении геофизических исследований; $\mathrm{З}_{\text{т}}$ – суммарные затраты труда, чел.-дни; $\mathrm{T}_{\text{ф}}$ – фонд времени одного работающего за рассматриваемый период, дни;

$$\mathrm{T}_{\text{ф}} = (\mathrm{T}_{\text{к}}\ \mathrm{T}_{\text{пр.}}\ \mathrm{T}_{\text{вых.}}\ \mathrm{T}_{\text{отп.}})0{,}96,$$

где $\mathrm{T}_{\text{к}}$ – календарные сроки выполнения запланированного объема работ, дни; $\mathrm{T}_{\text{пр.}}$ – число праздничных дней за рассматриваемый период; $\mathrm{T}_{\text{вых.}}$ – число выходных дней; $\mathrm{T}_{\text{отп.}}$ – число дней отпуска (по два дня на один месяц рабо-

ты); 0,96 – коэффициент, учитывающий невыходы на работу по уважительной причине.

Как правило, по приведенным формулам рассчитываются количество геофизических отрядов и численность трудящихся, исходя из заданных сроков выполнения работ. При этом следует учитывать, что под геофизическим отрядом понимается первичное производственное подразделение, организуемое для выполнения работ одним из геофизических методов с помощью одного прибора, станции или комплекта аппаратуры. Таким образом, при расчете количества отрядов фактически определяется необходимое количество приборов или комплектов аппаратуры для выполнения запроектированного объема работ в заданные сроки. Возможны и обратные расчеты, т. е. уточнение календарных сроков работ, исходя из существующих штатов и имеющейся аппаратуры в геофизической организации.

5.7.2. Геофизические исследования в скважинах

Суммарные затраты времени на геофизические исследования в скважинах ($Т_{общ.}$) определяются по ССН, выпуск 3, часть 5 (табл. 5.19) и *складываются из трех основных элементов:*

затраты времени на собственно геофизические исследования в скважинах в отрядо-сменах ($Т_{гис.}$);

затраты времени в отрядо-сменах на выезды каротажного отряда ($Т_{в}$);

сверхнормативные затраты времени при выполнении каротажных работ, независящие от каротажного отряда (осложнения в исследованиях из-за технического состояния скважин, неравномерном предъявлении скважин под ГИС, осложнениях с транспортировкой каротажного отряда и т. д.), ($Т_{н}$).

Таблица 5.19

Проектные данные, комплекс и условия выполнения ГИС

Средняя глубина скважин,м	Число скважин	Число выездов		Комплекс общих исследований, М1:500(200)	Комплекс детализационных исследований, М1:50(20)	Интервал детализации, м	Глубина интервала детализации, м
		на 1 скв.	на группу скв.				
1	2	3	4	5	6	7	8

Затраты времени в отрядо-сменах на собственно геофизические исследования определяются исходя из установленных проектом комплекса и объема общих исследований в масштабе 1:500 (1:200), комплекса и объема детализационных исследований в масштабах 1:200, 1:50, 1:20, количества отбираемых образцов пород, средней глубины скважины, среднего числа скважин, с учетом поправок за наклон скважин и температуру.

В тех случаях, когда по комплексу исследований, средней глубине скважин или числу выездов скважины на объекте образуют отдельные группы, затраты времени определяются раздельно для каждой группы и затем суммируются.

В соответствии с назначением скважин, установленными проектом, средними их глубинами, средним числом выездов на скважину определяются затраты времени на выполнение основного комплекса исследований.

К затратам времени по основному комплексу исследований добавляется время на выполнение остальных, предусмотренных проектом видов общих исследований.

Таблица 5.20

Расчет затрат времени на ГИС, отр. см.

Виды исследований и операции	Нормативный документ, номер табл., номер строки	Средняя глубина скважины, м	
1	2	3	4
1. Исследование масштаба: М1:500(200): 1.1. Основной комплекс: - один зонд КС,ГК - число единиц на скважину, м - поправочный коэффициент - число отрядо-смен на 1 скв. 1.2……. 2. Детализированные исследования М1:50(20): 2.1 Метод МЭП - норма времени - число единиц на скважину, м - поправочный коэффициент - число отрядо-смен на 1 скв. 2.2……	 табл. 13,н.12.3 табл. 1,н,2.1 табл. 16,н.23.4		
Итого затрат времени на 1 скв.			
Итого затрат времени на группу скв.			
Всего затрат времени, отр. см:			

Затраты времени на виды (методы) работ, не вошедшие в основной комплекс, либо входящие в него, но не предусматриваемые проектом, определяются по таблицам нормативов на дополнительные исследования (ССН, вып. 3, часть 5, таблицы № 7 8, 13 14). При этом нормы времени на выполнение основного комплекса соответственно увеличиваются или уменьшаются на величину этих затрат.

Суммарные затраты времени на собственно геофизические исследования ($Т_{гис}$), т. е. на выполнение общих и детализационных исследований в одной скважине средней глубины, умножаются на общее число запроектированных скважин или на число скважин в данной группе, а также на поправочный коэффициент за эталонирование и профилактику аппаратуры, в зависимости от выполняемого комплекса работ: для методов КС, ПС, ГК, ГГК-П, кавернометрия – 1,085, те же и ядерно-физические методы – 1,134, при выполнении одного метода – 1,0.

Затраты времени на выезды ($Т_в$) определяются по нормам табл. 6 в соответствии с предусмотренными проектом средними расстояниями до скважин, средним числом выездов на скважины, видом транспорта и группы дорог. Если по средним расстояниям до скважин, числу выездов или условиям транспортировки скважины на обслуживаемых партией объектах образуют отдельные группы, затраты времени на выезды определяются раздельно для каждой группы и потом суммируются.

Суммарные затраты времени в отрядо-сменах определяются как частное от деления затрат времени на выполнение общих и детализационных исследований в скважинах, а также затрат времени на выезды – на предусмотренный проектом суммарный поправочный коэффициент на отклонение от нормализованных условий $К_н$:

$$Т_{общ.} = \frac{Т_{гис} + Т_в}{К_н}.$$

Коэффициент $К_н$ определяется в соответствии с параметром «а» для одного отряда или «А» для нескольких отрядов по табл. 5 (ССН, вып. 3, часть 5), в зависимости от удельного веса выездов, т. е. отношения $Т_в$ к $Т_{гис}$ + + $Т_в$, %. Значение параметра «а» и «А» рассчитывается как отношение $Т_{гис}$ + + $Т_в$ к календарному (годовому) фонду рабочего времени (305 отр-см.). Па-

раметр «а», рассчитанный для одного отряда, является одновременно и коэффициентом $К_н$. Значение параметра «А» определяется как сумма значений параметра «а» по объектам работ.

Табличные формы исходных данных и пример расчета затрат времени на геофизические исследования в скважинах приведены в главе 3 (ССН, вып. 3, часть 5).

5.7.3 Полевые сейсморазведочные работы

При обосновании и описании методики, технологии и организации *полевых сейсморазведочных работ в проект включаются следующие сведения и данные:*

а) сведения о стратиграфической привязке отражающих горизонтов, структурно-тектонических параметрах площади, верхней части разреза и обобщенной глубинной модели и др. сведения о сейсмогеологических характеристиках площади, типах, параметрах и глубинах залегания перспективных объектов, об условиях выполнения работ на поверхности площади, а также данные о суммарных геолого-геофизических и сейсмических разрезах в случае, если ранее на объекте проводились геологоразведочные работы;

б) обоснование плотности сети профилей (расстояния между профилями), необходимой разрешающей способности метода исследований в конкретных условиях, характеристики посылаемого сейсмического сигнала, системы наблюдений, схемы отработки площади, взаимного расположения на площади пунктов возбуждения и пунктов регистрации, количества активных каналов, схемы расстановки сейсмоприемников, расстояния между ними по линии перпендикулярно линии наблюдения, расстояния между источниками по линии и перпендикулярно линии наблюдения, степени перекрытия (кратности прослеживания) максимального удаления между источником и приемником, расстояния между центрами групп сейсмоприемников, типа группирования сейсмоприемников, интервалов между пунктами возбуждения, длительности и частоты регистрации, дискретности записи, порядка изучения верхней части разреза и учета влияния грунтовых вод, выветривания и ее параметров и другие опытные работы;

в) описание комплекса работ по последовательности и способам обработки и интерпретации полевых материалов, вспомогательных работ по под-

готовке условий для полевых работ, топографо-геодезического обеспечения, а для работ, выполняемых по государственному контракту или по государственному заданию, также описание порядка организации сейсморазведочной партии со специализированными отрядами;

г) обоснование типов, параметров, вида и количества источников возбуждения упругих колебаний, с необходимым частотным и энергетическими параметрами, числа скважин, схемы их расположения, глубины и диаметра, массы и местоположения зарядов взрывчатых веществ, средств взрывания, взрыв пунктов (в случае применения взрывных работ), типа сейсмостанций, типа и количества регистрирующей аппаратуры, применяемого при проведении работ полевого вычислительного комплекса, приемников, средств передачи данных, систем регистрации, средств управления и контроля за работой аппаратуры, применяемых при проведении работ обрабатывающей техники, метрологического обеспечения, материалов;

д) обоснование и описание видов и объемов сопутствующих работ и услуг топографо-геодезического, транспортного, энергообеспечения, связи, водоснабжения, материально-технического обеспечения (для работ, выполняемых по государственному контракту или по государственному заданию);

е) перечень и описание мероприятий по устранению влияния помех, обусловленных водной средой, сведения о скорости передвижения судов и их позиционирования (в отношении сейсморазведочных работ в море и иных водных объектах).

Затраты времени и затраты труда на сейсморазведочные работы определяются по нормам ССН, вып. 3, часть 1 в той же последовательности, но с некоторыми особенностями.

В качестве нормативной базы по сейсморазведке в ССН приняты нормы выработки в физ. наблюдениях на 1 отрядо-смену, т. е. нормативное количество физических наблюдений, которое один сейсморазведочный отряд отрабатывает за 7-часовой рабочий день в нормализованных технологических и организационно-технических условиях.

При работе в ненормализованных организационно-технических условиях производства к нормам выработки применяются поправочные коэффициенты, приведенные в табл. 3 (ССН, вып. 3, часть 1). В случае частичного распространения ненормализованных условий, поправочный коэффициент

рассчитывается как средневзвешенный по объемам работ. При необходимости одновременного использования нескольких поправочных коэффициентов последние перемножаются и полученные произведения (общий поправочный коэффициент) применяются к соответствующим нормам выработки.

Затраты времени в отрядо-сменах на выполнение сейсморазведочных работ определяются путем деления общего количества физических наблюдений (исходя из суммарной длины проектируемых основных и детализационных профилей) на норму выработки, выбранную по ССН в зависимости от типа сейсмостанции и способа возбуждения, категории трудности, количества воздействий, кратности профилирования, расстояния между центрами групп сейсмоприемников, с ежедневной полной размоткой-смоткой или оставлением сейсмокос на профиле.

Кроме того, при проведении сейсморазведочных работ с использованием взрывных источников из скважин необходимо запроектировать буровые работы и рассчитать расход взрывчатых веществ и средств взрывания (электродетонаторов).

Затраты времени и труда на бурение определяются по ССН, вып. 5, глава «Бурение сейсмоскважин», исходя из применяемого типа буровой установки, способа бурения, типа породоразрушаемого инструмента, способа транспортировки по профилю, усредненного геологического разреза и общего метража бурения по категориям пород. Учитываются затраты по монтажу, демонтажу и перевозкам буровой установки на новую точку, а также затраты, связанные с удорожанием работ в зимних условиях.

Расход взрывчатых веществ и средств взрывания обосновывается в зависимости от количества физических наблюдений, среднего веса заряда в кг, условий взрыва (одиночные скважины или группа скважин).

5.7.4. Камеральные работы при геофизических исследованиях

Затраты времени и труда на камеральные работы по геофизическим исследованиям методами сейсморазведки, гравиразведки, магниторазведки, электроразведки, радиометрии, скважинной геофизики и аэрогеофизическим работам нормируются ССН, глава «Камеральные работы».

Продолжительность камерального периода в отрядо-месяцах для различных видов геофизических работ определяется в соответствии с продолжительностью полевых работ, количеством координатных или физических точек за месяц работы отряда, сложностью обработки полевого материала.

Для определения количества точек, выполняемых отрядом за месяц работ, необходимо общее количество физических или координатных точек разделить на расчетную продолжительность работ в месяцах. Продолжительность работ в месяцах рассчитывается путем деления общих затрат времени в отрядо-сменах на данный метод на 25,4 (среднее число смен в месяце).

Нормы ССН на камеральную обработку геофизических исследований не предусматривают затраты на использование ЭВМ. При использовании машинной обработки на камеральных работах в данном разделе необходимо обосновать количество машинного времени в машино-часах, требуемого для обработки полевых материалов.

Затраты на камеральные работы по геофизическим исследованиям в скважинах в ССН не нормируются. Сметная стоимость по ним определяется по сметно-финансовым расчетам.

5.8. Строительство зданий и сооружений

Стоимость строительства зданий и сооружений на объектах геологоразведочных работ определяется по форме СМ2С исходя из объемов строительных работ и основных расходов на их производство. Основные расходы на единицу строительных работ определяются по ССН-92, вып. 11, часть 2 (табл. 5.21).

На обустройство баз геолого- и нефтегазоразведочных организаций составляется самостоятельная проектно-сметная документация. Целесообразность работ по обустройству баз определяется заказчиком.

Таблица 5.21

Расчет основных расходов строительства зданий и сооружений

Наименование зданий, сооружений, видов работ	Единица	Объем работ	Основные расходы на единицу работ, руб.	Основные расходы на собственно строительные работы, руб.
Здание № 1				
Здание № 2				

Итого по строительству				
Зимнее удорожание				
Всего по расчету				

5.9. Расчет штата на полевой период

Рассчитываются общие затраты труда в чел.-днях по всем видам работ в соответствии с нормами соответствующих ССН, табл. 5.22.

Определяется фонд времени одного работающего за календарный период выполнения работ:

$$T_ф = (T_к – T_{пр} – T_{вых} – T_{отп})·0,96,$$

где $T_Ф$ фонд времени одного работающего за рассматриваемый период, дней; $T_к$ сроки выполнения запланированного объема работ, дней; $T_{пр}$ число праздничных дней за рассматриваемый период, дней; $T_{вых}$ число выходных дней, дней; $T_{отп}$ число дней отпуска, дней; 0,96 коэффициент, учитывающий невыходы на работу по уважительным причинам.

При делении суммарных затрат труда в чел.-днях на фонд рабочего времени получаем численность трудящихся на полевой период.

Таблица 5.22

Затраты труда на геологоразведочные работы, чел.-дней

Виды работ	Кол-во расч. единиц	Затраты труда на 1 расч. ед.	Общие затраты труда, чел.-дн.

После определения общей численности работающих производится их распределение по категориям трудящихся согласно штатного расписания и норм обслуживания. При этом может быть небольшое несовпадение по общей численности.

6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТОИМОСТИ И СОСТАВЛЕНИЕ СМЕТ НА ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНЫЕ РАБОТЫ

6.1. Общие положения

Смета составляется на весь объем геологоразведочных работ и затрат, предусмотренных проектом.

Сметная стоимость геологоразведочных работ слагается из основных расходов, накладных расходов, плановых накоплений, компенсируемых затрат, подрядных работ и резерва на непредвиденные расходы.

Общая сметная стоимость геологоразведочных работ сводится по следующей номенклатуре работ и затрат с подразделением каждой позиции по видам, методам, способам, масштабам и т. п. (табл. 6.1).

Таблица 6.1

Укрупненный расчет стоимости работ по проекту

Наименование работ и затрат	Ед-ца	Объем работ	Стоимость единицы работ	Общая стоимость работ, руб.
1	2	3	4	5
I. ОСНОВНЫЕ ЗАТРАТЫ				
А. Собственно геологоразведочные работы				
1. Предполевые работы и проектирование				
2. Полевые работы – всего: **том числе по видам, методам, пспособам,масштабам и т. д.:** 2.1. Работы геологического содержания Работы общего назначения Съемки геологического содержания и общие поиски полезных ископаемых Геохимические работы при поисках и разведке полезных ископаемых Гидрогеологические и связанные с ними работы Опробование твердых полезных ископаемых				

Продолжение табл. 6.1

1	2	3	4	5
2.2. Геоэкологические работы				
2.3. Геофизические работы Сейсморазведка Электроразведка Гравиразведка, магниторазведка (наземная) Аэрогеофизические работы Геофизические исследования в скважинах Скважинная геофизика Радиометрические работы				
2.4. Горнопроходческие работы				
2.5. Буровые работы				
2.7. Топографо-геодезические и маркшейдерские работы				
2.8. Прочие полевые работы				
3. Организация и ликвидация полевых работ				
3.1. Организация полевых работ 3.2. Ликвидация полевых работ				
4. Лабораторные и технологические исследования				
5. Камеральные, картосоставительские, издательские, тематические и опытно-методические работы				
6. Прочие собственно геологоразведочные работы и затраты				
Б. Сопутствующие работы и затраты				
7. Временное строительство на участке полевых работ				
8. Транспортировка грузов и персонала				
II.КОСВЕННЫЕ ЗАТРАТЫ				
III. ПРИБЫЛЬ				
IV. КОМПЕНСИРУЕМЫЕ ЗАТРАТЫ 9.1. Производственные командировки 9.2. Полевое довольствие 9.3. Доплаты и компенсации 9.4. Возмещение убытков, причиненных изъятием или временным занятием земельных участков 9.5. Рекультивация земель и лесных угодий 9.6. Попенная оплата 9.7. Ликвидация последствий взрывов 9.8. Экспертизы в сфере недропользования, включая:				

Окончание табл. 6.1

9.8.1. Экспертиза проектной документации на проведение работ по геологическому изучению недр и разведке месторождений полезных ископаемых 9.8.2. Государственная экспертиза запасов полезных ископаемых, геологической, экономической и экологической информации о предоставляемых в пользование участках недр 9.9. Иные обязательные экспертизы, включая: 9.9.1. Экспертиза промышленной безопасности 9.9.2. Экологическая экспертиза 9.10. Рецензия 9.11. Аренда и лизинг, включая: 9.11.1. Аренда зданий и сооружений 9.11.2. Аренда транспортных средств 9.11.3. Аренда технических средств и оборудования 9.11.4. Лизинговый платеж за исключением выкупной цены предмета лизинга 9.12. Налоги и иные обязательные платежи, включая: 9.12.1 Налог на имущество 9.12.2. Налог на транспорт 9.12.3. Налог на землю 9.12.4. Регулярные платежи за пользование недрами 9.12.5. Сбор/ государственная пошлина за выдачу лицензии на пользование участком недр				
V. ПОДРЯДНЫЕ РАБОТЫ				
VI. РЕЗЕРВ НА НЕПРЕДВИДЕННЫЕ РАБОТЫ И ЗАТРАТЫ				
VII. НАЛОГ НА ДОБАВЛЕННУЮ СТОИМОСТЬ				
ВСЕГО ПО ОБЪЕКТУ:				

Стоимость всех видов работ, предусмотренных укрупненным расчетом стоимости работ по проекту, определяется по утвержденным исполнителем по государственному контракту единичным расценкам.

Единичные расценки рассчитываются исходя:

из укрупненных норм времени в станко-сменах, бригадо-сменах и др. расчетных единицах на натуральную единицу объема работ;

норм затрат труда (по должностям инженерно-технических работников и профессиям рабочих в человеко- днях на одну расчетную единицу);

норм производственного транспорта (в машино-сменах или иных величинах) на одну расчетную единицу;

норм основных расходов на одну расчетную единицу.

Укрупненные нормы времени разрабатываются на базе действующих в организации-исполнителе по государственному контракту локальных норм, применяемых для расчета с рабочими, или для определения производственных заданий исполнителю по государственному контракту.

Для разработки локальных норм могут быть использованы:

фотохронометражные наблюдения, проводимые в соответствии с положениями по нормированию труда работников;

опытно-статистические данные о затратах времени на производство нормируемого вида геологоразведочных работ (по круглогодичным работам за последний календарный год работы, по сезонным работам за два последних полевых сезона);

расчетные данные, определяемые исходя из технической характеристики применяемых механизмов и технологии выполнения нормируемого вида работ.

Затраты труда инженерно-технических работников и рабочих рассчитываются исходя из трудоемкости работ, установленных норм времени на их производство и продолжительности рабочего дня. Состав производственного коллектива обосновывается составом работы каждого его члена.

В труднодоступных районах (резко пересеченный рельеф, труднопроходимая тайга, заболоченная лесотундра, арктическая тундра, сыпучие пески) нормы производственного транспорта могут приниматься по фактическим данным.

Единичные расценки по статьям основных расходов составляются по следующей номенклатуре статей:

затраты труда, человеко-день;

основная заработная плата;

дополнительная заработная плата;

отчисления на социальные нужды;

материалы;

электроэнергия;

сжатый воздух;

лесоматериалы;

амортизация;

износ;

услуги;

транспорт.

Единичные расценки рассчитываются, исходя из средней продолжительности рабочего месяца 25,4 дня, что соответствует при 40-часовой рабочей неделе 168,9 часам, при 36 часовой рабочей неделе 152,5 часам.

Единичные расценки по основной заработной плате определяются на основе затрат труда инженерно-технических работников и рабочих в человеко-днях и дневных ставок соответствующих категорий работников, принятых в организации-исполнителе. Затраты по дополнительной заработной плате определяются в процентах от основной заработной платы.

Затраты по отчислениям в страховые фонды принимаются в соответствии с действующим законодательством.

Расход материалов, электроэнергии, сжатого воздуха, лесоматериалов и технологической воды во вспомогательных производствах, обслуживающих производство геологоразведочных работ инструментами, приспособлениями, запасными частями и пр. услугами, а также осуществляющих ремонт оборудования, включается в статью «Услуги».

Расход материалов принимается:

по производственным нормам, действующим в организации;

отчетным данным (фактический расход);

расчетным данным.

Стоимость единицы измерения материалов принимается по ценам приобретения.

Основные расходы по электроэнергии определяются исходя из норм расхода электроэнергии в кВт/часах и стоимости 1 кВт/часа электроэнергии, вырабатываемой собственными электростанциями, или стоимости 1 кВт/часа

электроэнергии, отпускаемой сторонними энергосистемами и электростанциями.

Основные расходы по сжатому воздуху определяются исходя из норм расхода сжатого воздуха в $м^3$ и стоимости 1 $м^3$.

В расчете затрат по этой статье «Амортизация» указывается:

перечень принятого оборудования с указанием его цены (балансовая, завода изготовителя или иная);

коэффициент сезонности работы (при наличии обоснования);

размер транспортно-заготовительных расходов (при наличии обоснования).

Единичные расценки по износу малоценных и быстроизнашивающихся предметов определяются исходя из первоначальной стоимости инструмента, инвентаря и снаряжения, годовых норм износа и времени, в течение которого они используются в производственном процессе. Перечень и нормы износа инструмента, приборов, малоценного инвентаря и снаряжения могут быть приняты по производственным нормам или исходя из отчетных данных, или на основании расчетных материалов.

Первоначальная стоимость малоценных и быстроизнашивающихся предметов определяется по ценам приобретения.

В услуги собственных подсобно-вспомогательных производств геологических организаций включаются в основном затраты на проведение малого и среднего ремонта оборудования, транспортных средств, инструмента и приборов, применяемых при производстве геологоразведочных работ.

Затраты по статье «Услуги» определяются расчетным способом, при этом к расчету прилагается обоснование затрат по заработной плате и материалам.

Услуги, оказываемые третьими лицами, принимаются по ценам, утвержденным привлекаемыми третьими лицами без начисления на них косвенных затрат и прибыли исполнителя по государственному контракту.

Единичные расценки по статье «Транспорт» определяются исходя из нормативной потребности в производственном транспорте, включая гужевой, и стоимости единицы транспорта (машино-смены, коне-дня или иной). Стоимость 1 машино-смены, 1 коне-дня или иной принимается по нормам ос-

новных расходов, а в случае использования наемного транспорта в соответствии с действующими тарифами.

При определении единичных расценок к статьям «Материалы», (за исключением сжатого воздуха), «Лесоматериалы», «Амортизация», «Износ» и к затратам по материалам в статьях «Услуги» и «Транспорт» применяется коэффициент, учитывающий транспортно-заготовительные расходы геологической организации (при наличии обоснования).

В тех случаях, когда единичные расценки по статьям «Материалы», «Амортизация», «Износ», «Услуги» устанавливаются на основании фактических данных за следующий период:

по круглогодичным работам за последний календарный год;

по сезонным работам за два последних сезона.

В Единичных расценках расход материалов, электроэнергии, сжатого воздуха приводится только в денежном выражении.

Расчет Единичных расценок осуществляется по табл. 6.2 – 6.5.

Таблица 6.2

Укрупненные нормы времени на единицу работ в расчетных единицах

Условия производства работ (глубина скважины или выработки в метрах, сечение выработок ($м^2$), способ проходки и другие)	Категории пород (трудности), количество пунктов взрыва и другие			Источник принятой нормы
	I	II	III	
1	2	3	4	5

Таблица 6.3

Наименование должностей инженерно-технических работников (ИТР) и профессий рабочих	Затраты труда в чел-днях Условия производства работ (категория трудности, сечение выработки, способ бурения и др.)	Источник принятой нормы
1	2	3
ИТР		

Рабочие		

Таблица 6.4

Нормы производственного транспорта на одну расчетную единицу

Вид транспорта	Единица измерения	Нормы транспорта Условия производства работ (категория трудности, проходимость района и другие)	Источник принятой нормы
	машино-смена		

Таблица 6.5

Единичные расценки по статьям основных расходов на вид работ

Статья расхода	Сметная стоимость	Источник принятой нормы
1	2	3
Затраты труда, чел.-день		
Основная заработная плата		
Дополнительная зарплата ИТР и рабочих		
Отчисления на социальные нужды		
Материалы		
Электроэнергия		
Сжатый воздух		
Лесоматериалы		
Амортизация		
Износ		
Услуги		
Транспорт		
ВСЕГО:		

Единичные расценки исполнителя по государственному контракту утверждаются директором или иным уполномоченным представителем исполнителя по государственному контракту и заверяются в порядке, предусмотренном законодательством Российской Федерации, исполнителя по государственному контракту.

При включении в Укрупненный расчет стоимости работ по проекту косвенных затрат и прибыли не допускается установление величины косвенных затрат более 20 % от общей стоимости основных расходов и величины нормы прибыли – более 10 % от общей стоимости основных затрат и косвенных затрат. К косвенным затратам, подлежащим включению в Укрупненный расчет стоимости работ, относятся затраты, не относимые к основным, определяемые в процентном отношении от основных затрат.

При расчете косвенных затрат не учитываются компенсируемые затраты и затраты по подрядным работам.

При включении в Укрупненный расчет стоимости работ по проекту расходов на резерв, величина указанных расходов не должна превышать:

12 % от общей стоимости работ по проекту за исключением лабораторных, камеральных и тематических работ – для проектной документации на проведение работ по бурению глубоких скважин различных категорий, включая опорные, параметрические на нефть и газ, в том числе – 10 % на ликвидацию возникающих в процессе бурения, крепления и испытания скважин геологических осложнений и 2 % на иные непредвиденные расходы;

6 % от общей стоимости работ по проекту – для иных геологоразведочных работ.

Календарный план выполнения работ по проекту включает сведения и данные об основных видах геологоразведочных работ, предусмотренных проектной документацией, их объемах и сроках проведения.

Общий срок проведения работ по стадии геологического изучения недр, включающего поиски и оценку месторождений полезных ископаемых, не может превышать срок пользования недрами для геологического изучения, определяемый в соответствии со статьей 10 Закона Российской Федерации «О недрах».

Рекомендуемый образец Календарного плана выполнения работ по проекту приведен в табл. 6.6

Календарный план выполнения работ по проекту утверждается пользователем недр, подведомственным учреждением или исполнителем по государственному контракту.

Таблица 6.6

Календарный план работ общегеологического и минерагенического направления (для твердых полезных ископаемых)

Основные виды геологоразведочных работ	Единица измерения	Объемы работ, всего	Объемы выполнения работ с указанием периода проведения работ			
			с…по…	с…по…	с…по…	с…по…
Аэрогеофизические работы	кв. км					
Наземные геофизические работы, всего	кв. км или пог. км					
в том числе: 1)<…>; 2)<…> и др.						
Геохимические съемки, всего	кв. км					
в том числе: 1)<…>; 2)<…> и др.						
Бурение скважин, всего	пог. м					
в том числе: 1)<…>; 2)<…> и др.						
Открытые горные работы, всего	кв. м или пог. м					
в том числе: 1)<…>; 2)<…> и др.						
Подземные горные работы, всего	кв. м или пог. м					
в том числе: 1)<…>; 2)<…> и др.						
Опытно-промышленная разработка	тыс. т или тыс. куб. м.					

В случае подготовки проектной документации на этап геологоразведочных работ в проектную документацию включается как Календарный план

выполнения работ по проектируемому этапу, так и Календарный план выполнения работ по программе выполнения работ по всей стадии геологоразведочных работ на объекте.

6.2. Основные затраты

К основным затратам относятся затраты на производство отдельных видов геологоразведочных и связанных с ними работ, которые могут быть отнесены на конкретный объект работ.

Основные затраты определяются по сборникам сметных норм (ССН-92) или сборникам норм основных расходов (СНОР-93) на геологоразведочные работы, вып.1-11, а по видам работ, отсутствующим в указанных сборниках, – по сметно-финансовым расчетам, табл. 6.7.

Таблица 6.7

Р А С Ч Е Т

сметной стоимости_____

(наименование вида работ)

Объем работ_____(м, км и др.)_____(станко-, отрядо-смена и др.)

Продолжительность работ_____месяцев

Поправочные коэффициенты:

К затратам на оплату труда:

индекс____, районный_____, высокогорность_____, безводность _____, общий_____

К материальным затратам: индекс_____, ТЗР_____, общий_____

К амортизации: индекс_____, ТЗР_____, общий_____

Статья расхода	Сметная стоимость, руб.	
	расчетной единицы	объем работ с учетом поправочных коэффициентов
1	2	3
1. Основная заработная плата: 1.1. ИТР 1.2. Рабочих		
2. Дополнительная заработная плата (_____%)		
3. Отчисления на социальные нужды (_____%)		
4. Материалы		
5. Амортизация		
6. Износ		
7. Услуги – всего, в том числе: 1.1. Затраты на оплату труда 1.2. Отчисления на социальные нужды		

1.3. Материальные затраты 1.4. Амортизация		

Окончание табл. 6.7

1	2	3
8. ИТОГО ОСНОВНЫЕ ЗАТРАТЫ, в том числе: 8.1. Затраты на оплату труда 8.2. Отчисления на социальные нужды 8.3. Материальные затраты 8.4. Амортизация		
9. Косвенные затраты (_____%)		
10. Итого основные и косвенные затраты		
11. Прибыль (_____%)		
12. ВСЕГО ПО РАСЧЕТУ		
13. Сметная стоимость натуральной единицы работ (м, км и др.)		

При поисках, разведке и исследованиях радиоактивных руд в соответствии с перечнем работников, имеющих право на повышение заработной платы, применяется коэффициент 1,2.

Дополнительная заработная плата принимается в соответствии с утвержденным в законодательном порядке процентом от суммы основной заработной платы.

Отчисления на социальные нужды (в Фонд социального страхования РФ, Пенсионный фонд РФ, на обязательное медицинское страхование работников) принимаются в установленном законодательством проценте от суммы основной и дополнительной заработной платы.

Основные расходы по статье «Материалы» определяются исходя из норм расхода материалов, электроэнергии и сжатого воздуха и стоимости их единицы, принимаемой по ценам их приобретения (без учета НДС) с учетом действующих на предприятии транспортно-заготовительных расходов (ТЗР).

В случае выработки электроэнергии и сжатого воздуха собственными силами стоимость единицы принимается по калькуляции 1 кВт · ч электроэнергии и 1 куб. м сжатого воздуха.

Основные расходы по статье «Амортизация» определяются исходя из обоснованного в проекте вида, типа, марки оборудования, транспортных средств, аппаратуры и приборов, их стоимости, нормативного коэффициента на резерв, действующих норм амортизационных отчислений на полное восстановление основных фондов и годового фонда рабочего времени.

Стоимость оборудования принимается по цене приобретения (без учета НДС) с начислением транспортно-заготовительных расходов.

При выполнении сезонных геологоразведочных работ годовая сумма амортизации начисляется независимо от продолжительности полевого сезона с учетом сменности проводимых работ и графика использования оборудования на различных объектах. В этом случае при расчете затрат по амортизации годовой фонд рабочего времени принимается равным продолжительности работы оборудования, которая обосновывается проектом.

В основные затраты по статье «Услуги» включаются затраты:

на проведение технического обслуживания № 2 и 3 и текущих ремонтов оборудования;

на проведение капитального ремонта оборудования;

производственного транспорта, занятого обслуживанием геологоразведочных работ внутри участка (независимо от его размеров);

на чертежные, машинописные, копировальные, оформительские и т. п. работы.

Затраты на проведение технического обслуживания и текущих ремонтов, а также капитального ремонта оборудования определяются исходя из балансовой стоимости оборудования, годового фонда рабочего времени и нормативного коэффициента затрат на техническое обслуживание, текущий и капитальный ремонт. При этом в общих расходах рекомендуемое распределение долей: затраты на оплату труда 29 %, отчисления на социальные нужды – 11 %, материальные затраты – 60 %.

В случае выполнения капитального ремонта сторонними организациями все расходы на его проведение относятся к материальным затратам.

Нормативные коэффициенты на техническое обслуживание и текущий ремонт, а также на капитальный ремонт, принимаются в размерах, действующих на предприятии-подрядчике.

Затраты производственного транспорта, учитываемые по статье «Услуги», определяются исходя из нормативной потребности транспорта на единицу геологоразведочных работ (с учетом погрузочно-разгрузочных работ), рассчитанной по нормам и нормативам ССН-92, вып. 10.

На проектно-сметных, камеральных и опытно-методических работах в статье «Услуги» предусматриваются затраты на чертежные, машинописные, копировальные, оформительские, фотографические и т. п. работы по нормам и расценкам организаций, оказывающих эти услуги.

По маршрутным работам (геолого-съемочным, геохимическим, гидрогеологическим и др.) затраты производственного транспорта, включая передвижение по маршруту, в статью "Услуги" не включаются, а предусматриваются в полевых работах как самостоятельный вид работ.

Указанные затраты определяются исходя из объема маршрутных работ, видов применяемого транспорта, норм длительности переходов и переездов по ССН-92, вып. 1 и стоимости единицы транспорта, рассчитанной по нормам и нормативам ССН-2, вып. 10.

6.3. Расчет основных затрат по СНОР-93

Для упрощения расчетов сметной стоимости могут использоваться СНОР-93, в которых приведены нормы основных затрат по четырем показателям – «Затраты на оплату труда», «Отчисления на социальные нужды», «Материальные затраты» и «Амортизация», рассчитанные на основе норм и нормативов ССН-92.

Расходы по основной заработной плате в СНОР-93 рассчитаны по дневным ставкам, определенным исходя из минимальной заработной платы.

Дополнительная заработная плата учтена в следующих размерах (в процентах от суммы основной заработной платы): для работников, занятых на поверхностных работах, включая морские и аэрогеофизические работы 7,9; для работников, занятых на подземных работах, 14,3; для работников, занятых на открытых горных работах, 9,6.

Затраты по отчислениям на социальные нужды приняты в размере 36,5 % от суммы основной и дополнительной заработной платы (с учетом всех поправочных коэффициентов).

Приведенные в СНОР-93 нормы по показателям «Амортизация» учитывают продолжительность полевых работ за один год. При выполнении сезонных геологоразведочных работ этот показатель корректируется на коэф-

фициент сезонности, определяемый как отношение 12 к продолжительности полевых работ в месяцах.

Расчет основных затрат производится по форме СМ-5, табл. 6.8.

Таблица 6.8

Основные затраты на расчетную (физическую) единицу работ

(вид работ)

по СНОР-93, выпуск

Поправочные коэффициенты:

К затратам на оплату труда:
индекс____, районный 1,15, высокогорность_____, безводность _____, общий_____

К материальным затратам: индекс_____, ТЗР 1,063, общий_____

К амортизации: индекс_____, ТЗР 1,026 , общий_____

Показатели норм	Сбор информации (способ работ) табл.___1___стр.__1_____		Бурение скважины III гр. (способ работ) табл._2_____стр._2____ _	
	норма СНОР-93	с учетом коэффиц.	норма СНОР-93	с учетом коэффиц.
Затраты на оплату труда	15635	17980	1746	2007,9
Отчисления на социальные нужды	6098	7013	689	792,3
Материальные затраты	103	109,5	4311	4582,6
Амортизация			897	889,5
Итого основные затраты	21836	25102	7613	8272,4
Итого чел. см., ст. см.		988,3		

6.4. Косвенные затраты

К косвенным затратам относятся включаемые в себестоимость издержки производства, связанные с обеспечением геологоразведочных работ, организацией управления ими (кроме затрат, относимых к основным расходам).

Косвенные затраты начисляются по нормам, утвержденным в установленном порядке, на сумму основных расходов собственно геологоразведочных работ и сопутствующих работ и затрат, выполняемых собственными силами.

Косвенные затраты подразделяются на две группы:

общепроизводственные расходы геологических организаций;

общехозяйственные расходы геологических организаций.

К общепроизводственным относятся расходы, связанные с обеспечением условий для нормальной и бесперебойной деятельности геологической организации.

В эту группу включаются следующие статьи расходов:

охрана труда и техника безопасности;

подготовка и повышение квалификации кадров;

организация общественного питания;

прочие общепроизводственные расходы.

К общехозяйственным относятся расходы, связанные с управлением и обеспечением деятельности предприятия. Они включают расходы на содержание аппарата управления предприятием и его структурными подразделениями и прочие общехозяйственные расходы.

6.5. Прибыль (плановые накопления)

Прибыль (плановые накопления) – нормативная прибыль геологического предприятия, предусматриваемая в стоимости (цене) геологоразведочных работ (услуг) для осуществления налоговых платежей и выплат, относимых на прибыль, осуществления пр. платежей, предусмотренных действующим законодательством, а также для обеспечения развития производственной социально-бытовой сферы предприятия.

Прибыль начисляется на сумму основных и косвенных затрат.

При включении в Укрупненный расчет стоимости работ по проекту косвенных затрат и прибыли **не допускается** установление величины косвенных затрат более **20 %** от общей стоимости основных затрат, и величины нормы прибыли – более **10 %** от общей стоимости основных и косвенных затрат.

6.6. Компенсируемые затраты

К компенсируемым затратам относятся независящие от предприятий, предусмотренные законодательством затраты, возмещаемые исполнителям работ по фактически производственным расходам.

В компенсируемые затраты включаются:

производственные командировки;

полевое довольствие;

возмещение убытков, причиненных изъятием или временным занятием земельных участков;

затраты по рекультивации земель и лесных угодий;

попенная оплата;

затраты по ликвидации взрывов при проведении сейсморазведочных работ;

затраты на согласование мест проведения геологоразведочных работ;

другие затраты, включаемые в себестоимость работ вследствие введения законодательных актов и постановлений властей, обязательных к исполнению предприятием.

6.7. Подрядные работы

К подрядным работам относятся:

работы, выполняемые сторонними организациями по объекту геологического задания в целом с выдачей окончательного отчета;

работы, выполняемые организациями-соискателями по локальной проектно-сметной документации, входящей отдельной строкой в состав сметы.

Стоимость работ, предусмотренных ССН-92 и выполняемых сторонними организациями, определяется по форме СМ-1 с учетом организационно-технических условий, накладных расходов и плановых накоплений этих организаций.

При выполнении сторонними организациями работ, не предусмотренных ССН-92 и финансируемых за счет средств госбюджета, стоимость этих работ определяется по расценкам сторонних организаций.

Все подрядные работы оформляются договорами.

6.8. Резерв на непредвиденные работы и затраты

Резерв на непредвиденные работы и затраты предназначен для возмещения расходов, необходимость в которых выявилась в процессе производства работ и не могла быть учтена при составлении проектно-сметной документации. При включении в Укрупненный расчет стоимости работ по проекту расходов на резерв, величина указанных расходов не должна превышать:

- 12% от общей стоимости работ по проекту за исключением стоимости лабораторных, камеральных и тематических работ – для проектной документации на проведение работ по бурению глубоких скважин различных категорий, включая опорные. Параметрические на нефть и газ, в том числе – 10 % - на ликвидацию возникающих в процессе бурения, крепления и испытания скважин геологических осложнений и 2 5 – на иные непредвиденные расходы;

- 6 % от общей стоимости работ по проекту – для иных геологоразведочных работ.

6.9. Расчет единичных сметных расценок

Единичная сметная расценка определяется путем умножения нормы времени на единицу работы и сметной стоимости расчетной единицы (табл. 6.10).

Таблица 6.10

Расчет единичных сметных расценок

Номер расчета	Виды работ	Единица измерения	Норма времени на единицу работ	Коэффициент на ненормализованные условия	Сметная стоимость расчетной единицы, руб.(Ф. СМ-5)	Единичная сметная расценка, руб.	Номер единичных расчетов СМ-5-№
1	2	3	4	5	6	7	8/
1 1.1	Предполевые работы и проектирование: сбор информации посредством выписок текста	100 с.	1,08		988,3	1067,4	СМ-5-1
1.2	Систематизация сведений	100 карт.	3,02				СМ-5-2
3 3.1	Геофизические исследования в скважинах Основной комплекс	М1:500					
	- один зонд КС, ГК	1000 м					СМ-5
	инклинометрия	1000 м					СМ-5
3.2	Детализация	М1:50					
5	Бурение скважин 3 гр. с отбором керна	Категория пород					
		2	0,06	1,1	8272,4	546,0	СМ-5
		7	0,16	1,1	8272,4	1455,9	СМ-5
		8	0,17	1,1	8272,4	1546,9	СМ-5
		9	0,18	1,1	8272,4	1637,9	СМ-5
		9	0,18	1,1*1,3	8272,4	2129,3	СМ-5
		10	0,25	1,1	8272,4	2774,9	СМ-5

6.10. Особенности определения сметной стоимости по видам работ и затрат

6.10.1. Предполевые работы и проектирование

Расходы по оказанию сторонними организациями справочно-информационных услуг определяются по расценкам указанных организаций.

В затраты на рекогносцировку включаются трудозатраты специалистов, проводящих рекогносцировку, и затраты транспорта (авиационного, автомобильного и др.).

Затраты на приобретение картографических материалов определяются по ценам предприятий, предоставляющих указанные материалы.

По геолого-съемочным, поисковым и морским геологоразведочным работам затраты на составление проектов и смет определяются по нормам соответствующих выпусков ССН-92.

Затраты на производственную и экологическую экспертизу проектно-сметной документации определяются по расценкам организаций, проводящих экспертизу.

По остальным работам затраты на их составление определяются сметно-финансовым расчетом или по временным проектно-сметным нормативам.

Основные затраты на проектно-сметные работы слагаются:

из основной заработной платы ИТР, занятых проектированием и составлением смет; состав ИТР и сроки проектирования определяются в проекте;

дополнительной заработной платы в размере 7,9 % от основной заработной платы;

отчислений на социальные нужды от основной и дополнительной заработной платы (принимается в размере в соответствии с действующим законодательством);

- стоимости материалов в размере 5 % от основной, дополнительной заработной платы и отчислений на социальные нужды без учета районного коэффициента, с начислением транспортно-заготовительных расходов;

- стоимости услуг подсобно-вспомогательного производства и со стороны в размере 15 % от основной, дополнительной заработной платы и отчислений на социальные нужды с учетом районного коэффициента.

На величину основных затрат начисляются косвенные затраты; на сумму основных и косвенных затрат – прибыль (плановые накопления).

6.10.2. Полевые работы

Подлеты самолетов и вертолетов к участкам работ, связанные с проведением съемочных полетов и аэровизуальных наблюдений, независимо от расстояний подлетов, относятся к производственному транспорту. Затраты на подлеты сверх предусмотренных ССН-92 включаются в полевые работы дополнительно.

При выполнении аэрогеофизических работ непосредственно в воздухе с самолета или вертолета в сумму заработной платы ИТР, входящих в состав экипажей самолетов и вертолетов, включается сумма почасовой оплаты бортовых операторов (бортовых наблюдателей), исчисляемая от соответствующих часовых ставок для оплаты труда командира воздушного судна за выполнение летной работы, кроме аэрофотосъемочной, бортовому наблюдателю – 60 %, первому бортовому оператору – 50 %, второму бортовому оператору – 35 %.

За полеты к съемочным участкам (пунктам наблюдения) без выполнения аэрогеофизических работ, а также при проведении глубинного сейсмического зондирования и гравиметрической съемки с применением самолетов и вертолетов, в сумму заработной платы бортовых операторов (бортовых наблюдателей) включается дополнительная оплата труда в размере 35 % от соответствующих ставок для оплаты труда командира воздушного судна.

6.10.3. Организация и ликвидация полевых работ

К организации полевых работ относятся: комплектование партий работниками необходимой квалификации; ожидание транспортировки персонала к месту работы; получение со складов необходимых инструментов, материалов, спецодежды и др. полевого снаряжения; амортизация основных средств за период организации; проверка исправности оборудования, аппаратуры и инструментов; получение необходимых транспортных средств; упа-

ковка, отправка оборудования, снаряжения и материалов к месту работы; организация основных и перевалочных баз, обеспечивающих нормальную деятельность партии.

К ликвидации полевых работ относятся: подготовка оборудования и снаряжения к отправке на базу после окончания полевых работ; амортизация основных средств за период ликвидации; разборка, демонтаж машин, оборудования, сооружений в период ликвидации; консервация материальных ценностей; ожидание обратной транспортировки персонала; сдача на склады товаро-материальных ценностей; составление и сдача материального, финансового и информационного отчетов о результатах ликвидации полевых работ.

Затраты на организацию и ликвидацию полевых работ определяются прямым расчетом исходя из опыта работ или по проценту от сметной стоимости полевых работ. В последнем случае рекомендуются следующие нормативы в зависимости от специфики геологоразведочных работ, табл. 6.11.

Таблица 6.11

Нормативы отчислений на организацию и ликвидацию ГРР

Наименование партий (экспедиций)	Нормы в % от сметной стоимости полевых работ	
	на организацию	на ликвидацию
Геологоразведочные, осуществляющие разведку полезных ископаемых, включая воду (кроме торфа)	1,0	0,8
Геолого-съемочные, геолого-поисковые, поисково-съемочные, геофизические, включая каротажные, гидрогеологические, инженерно-геологические, геологоразведочные на торф и др.	1,5	1,2

Для объектов, расположенных в районах Крайнего Севера и местностях, приравненных к ним, нормы на организацию и ликвидацию полевых работ увеличиваются в два раза.

При общей (исключая сезонные перерывы) продолжительности полевых работ по проекту свыше 12 месяцев к нормам на организацию и ликвидацию полевых работ (за исключением сейсморазведочных работ, проводимых в таежных болотистых условиях, а также геологоразведочных работ, проводимых в районах Крайнего Севера и местностях, приравненных к ним)

применяются следующие коэффициенты, в зависимости от продолжительности полевых работ:

от 13 до 18 месяцев – 0,8;

от 19 до 24 месяцев – 0,6;

от 25 до 36 месяцев – 0,5;

свыше 36 месяцев – 0,4.

В случае, когда проектно-сметная документация составляется на работы, продолжающиеся на той же площади, или по новому объекту на сопредельной площади без перебазировки партии (отряда), к нормам на организацию применяется коэффициент 0,25.

6.10.4. Транспортировка грузов и персонала партии и экспедиции

К виду работ «Транспортировка грузов и персонала партий и экспедиций» относятся затраты по доставке материалов и оборудования, упаковке, износу тары, а также погрузке и разгрузке по пути следования от склада предприятия, склада экспедиции или от прирельсового (пристань, порт) склада партии до базы (склада) партии (участка работ) и обратно.

В затраты по транспортировке грузов и персонала партий и экспедиций включается стоимость:

перевозки оборудования, аппаратуры, материалов, ГСМ, инструмента, инвентаря и снаряжения (в том числе и для подсобно-вспомогательных производств);

перевозки фуража, геологических проб, воды в безводных районах для производственных и бытовых нужд;

доставки продуктов, топлива и кухонного инвентаря при котловом питании от ближайших торговых точек к местам производства геологоразведочных работ;

доставки топлива для производственных нужд, а также для культурно-бытовых нужд в районах Крайнего Севера и местностях, приравненных к районам Крайнего Севера, которые не имеют своей топливной базы и куда топливо завозится со стороны;

перегона самоходных и передвижных буровых установок, геофизических станций, автомашин, тракторов, вездеходов, транспортеров, лошадей, оленей, вагон-домиков;

перевозки продовольственных и промышленных товаров для работников партий и членов их семей, проживающих в районах Крайнего Севера и местностях, приравненных к районам Крайнего Севера, включая пункты, обслуживаемые ОРСами (УРСами), а также для остальных районов, не обслуживаемых торговой сетью ОРСов (УРСов).

К затратам по транспортировке относятся также:

- расходы по доставке местных материалов на базу (склад) партии или участок работ непосредственно от поставщика, минуя склады предприятия, экспедиции или прирельсовый (пристань, порт) склад партии;
- расходы по переезду производственного персонала партии, экспедиции к месту производства работ и обратно, включая заработную плату за время переезда;
- услуги ледокольного флота для сопровождения судов, определяемые исходя из продолжительности проводки и действующих ставок сборов.

Стоимость перевозки грузов собственным автотранспортом по бездорожью, тракторами, гусеничными тягачами и транспортерами, речным и гужевым транспортом определяется по ССН-92, вып. 10.

Стоимость перевозки грузов и персонала транспортом общего пользования определяется исходя из объема перевозок, оптимальных транспортных схем и договорных цен.

Для упрощения расчетов сметные затраты на транспортировку грузов и персонала партий и экспедиций могут определяться в процентах от стоимости полевых геологоразведочных работ и строительства зданий и сооружений. Указанные проценты устанавливаются на базе сложившихся в данной партии, экспедиции соотношения упомянутых расходов за последние 2 3 года.

6.10.5. Компенсируемые затраты (затраты, возмещаемые по фактическим расходам)

Сметные затраты на командировки по сбору материалов для проектирования геологоразведочных работ и выполнения тематических работ, для

защиты геологических отчетов и проектно-сметной документации, а также на др. командировки, связанные с производством геологоразведочных работ, определяются сметно-финансовым расчетом исходя из количества и продолжительности командировок, пунктов назначения, стоимости проезда и установленного размера командировочных расходов.

Сметные затраты по полевому довольствию всего персонала партии, экспедиции определяются прямым счетом или в процентах от сметной стоимости работ, выполняемых собственными силами.

К доплатам и компенсациям, учитываемых в сметах, **относятся:**

- единовременное вознаграждение за выслугу лет, надбавки и компенсации за работу в районах Крайнего Севера и местностях, приравненных к районам Крайнего Севера;
- расходы на бесплатное полярное и лечебно-профилактическое питание, предусмотренное законодательством, исходя из затрат работников в человеко-днях и установленной стоимости дневного питания;
- надбавки, выплачиваемые в установленном порядке работникам геологических организаций, ежедневно выезжающим на объекты полевых геологоразведочных работ, расположенные на значительном расстоянии от базирования этих организаций, и не получающим полевое довольствие.

Сметные затраты на доплаты и компенсации определяются прямым расчетом или в процентах от сметной стоимости работ по объекту, выполняемому собственными силами.

При прямом счете сметных затрат на доплаты, надбавки и компенсации начисляются дополнительная заработная плата и отчисления на социальное страхование по установленным нормам.

Сумма затрат по возмещению колхозам, совхозам и др. землепользователям (включая фермеров и арендаторов) убытков, причиненных изъятием или временным занятием земельных участков, определяются по сметно-финансовому расчету в соответствии с действующим на данной территории порядком возмещения землепользователем убытков, причиненных изъятием или временным занятием земельных участков по расценкам, утвержденным в установленном порядке.

Предприятия, осуществляющие геологоразведочные работы, связанные с нарушением почвенного покрова на земельных участках, предоставленных без изъятия у землепользователей, обязаны за свой счет приводить изымаемые земельные участки в состояние, пригодное для использования по восстановлению нарушенных земель.

Условия приведения земельных участков, нарушенных при производстве геологоразведочных работ, в состояние, пригодное для дальнейшего использования по назначению, определяются органами, предоставляющими земельные участки в пользование.

В соответствии с этими условиями разрабатывается проект восстановления (рекультивации) нарушенных земель с привлечением в необходимых случаях на договорных началах проектных организаций.

Затраты по рекультивации сельскохозяйственных земель или лесных угодий, почвенный покров которых был нарушен при проведении геологоразведочных работ, по восстановлению плодородия рекультивируемых земель, по хранению и нанесению плодородного слоя почвы на рекультивируемые земли, определяются по сметно-финансовым расчетам на основании проектов восстановления (рекультивации) нарушенных земель.

Расходы по пенной оплате определяются сметно-финансовым расчетом с учетом установленных в законодательном порядке лесхозами тарифов на попенную оплату.

Затраты на согласование мест проведения геологоразведочных работ (мест заложения буровых скважин и горных выработок) с местными органами и соответствующими инстанциями и получение разрешений на их производство от колхозов, совхозов и местных Советов народных депутатов определяются сметно-финансовым расчетом с учетом установленных перечисленными организациями расценок.

При расчете сметной стоимости с использованием СНОР-93 уровень компенсируемых затрат должен быть приведен к ценам и условиям, изложенным в СНОР-93.

Это может быть достигнуто:

1. Индексированием сметной стоимости собственно геологоразведочных работ и сопутствующих работ и затрат на момент утверждения сметы. Затем определяется процент компенсируемых затрат от стоимости собствен-

но геологоразведочных и сопутствующих им работ и затрат и по этому проценту рассчитывается размер компенсируемых затрат в условиях СНОР-93.

2. Расчетом компенсируемых затрат в условиях, принятых в СНОР-93.

6.10.6. Прочие работы и затраты

Сметная стоимость работ по составлению технико-экономических соображений (ТЭС), технико-экономических докладов (ТЭД) и технико-экономических обоснований (ТЭО) кондиций определяется сметно-финансовым расчетом.

Затраты по утверждению отчетов с подсчетом запасов в ГКЗ, ТКЗ (ЦКЗ) определяются по действующим нормам и расценкам, утвержденным в установленном порядке.

Сметная стоимость консультаций, экспертизы и рецензий отчетов определяется по расценкам организаций, предоставляющим указанные услуги.

Сметные затраты по осуществлению мероприятий по охране недр и окружающей среды в процессе проведения геологоразведочных работ на объекте, предусмотренном проектом, определяются по сметно-финансовым расчетам.

В прочие работы и затраты включаются отдельными строками ниже перечисленные затраты, определяемые сметно-финансовыми расчетами по форме СМ-6:

- затраты на монтаж и пуско-наладочные работы оборудования, не входящего в сметы строек, в том числе установка и монтаж оборудования вычислительных комплексов, включая дополнительное периферийное и вспомогательное оборудование;
- работы по замене горно-шахтного оборудования;
- отладка и проверка внутренних связей машин и оборудования;
- другие пуско-наладочные работы;
- оборудование транспортных средств для безопасной перевозки людей и взрывчатых материалов;
- затраты по хранению и реализации продовольственных и промышленных товаров на участках работ.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сборники норм основных расходов* (СНОР) (выпуски 1 11). М., 1994.
2. *Сборники сметных норм* (ССН) (выпуски 1 11). М., ВИЭМС, 1992.
3. *Приказ Министерства природных ресурсов и экологии РФ № 352 от 14.06.2016 г.* «Об утверждении Правил подготовки проектной документации на проведение геологического изучения недр и разведки месторождений полезных ископаемых по видам полезных ископаемых».

Алексей Владимирович Душин,
Виктор Глебович Жуков

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНЫХ РАБОТ

Методические рекомендации
по выполнению курсовой работы
студентов специальности
21.05.03 - «Технология геологической разведки»

Редактор изд-ва ...
Компьютерная верстка …

Подписано в печать
Бумага писчая. Формат 60 х 84 1/16. Гарнитура Times New Roman.
Печать на ризографе. Печ. л…. Уч.-изд. л. … Тираж 50. Заказ

Издательство УГГУ
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30
Уральский государственный горный университет
Отпечатано с оригинал-макета
в лаборатории множительной техники УГГУ

Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

А. В. Душин, В. Г. Жуков

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНЫХ РАБОТ

Методические рекомендации по выполнению курсовой работы студентов специальности 21.05.03 - «Технология геологической разведки»

Екатеринбург
2020

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

Л. И. Кралина, Ф. П. Сердюков, Г. А. Усов

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ В БУРЕНИИ

Учебно-методическое пособие
к практическим занятиям и самостоятельной работе
по профилирующим дисциплинам
для студентов специальности

21.05.02 Прикладная геология
очного, заочного обучения

Екатеринбург
2018

ВВЕДЕНИЕ

Настоящее учебно-методическое пособие предназначено в помощь преподавателям и студентам при проведении занятий побурению скважин, а также для подготовки курсовых и квалификационных работ по профилирующим дисциплинам. Сборник выполнен для студентов специальности21.05.02Прикладная геология. При выполнении работ используются справочные материалы, которые приведены в таблицах каждого расчета. Большинство работ рассчитано на выполнение и оформление непосредственно на занятиях. Если работа не закончена, то с разрешения преподавателя она может быть оформлена и сдана к следующему занятию.

В конце приводится список литературы, использованной при написании данного учебно-методического пособия.

Расчет №1
Расчет предельного значения кернопотерь

1. Расчет предельного значения кернопотерь

$$B_k^{\min}=F(\text{НП, И},[m_k]).$$

При НП, И$[m_k]$ табличные значения (см. таблицу) расчет по формуле для реального (различного) B_k и по данным лабораторных анализов P, $P_к$, $P_{сред}$

$$B_k^{\min} = \frac{(\text{НП}-1)*\text{И}}{(\text{НП}-1)*\text{И}+m_k^{доп}} * 100\ \%$$

где $B_k^{\min}$ - выход керна минимальный, %;
НП- неоднородность оруденения, %;
И- избирательность кернопотерь, %;
$m_k^{доп}$ - погрешность опробования, %.

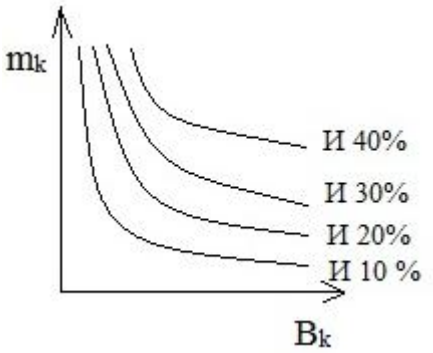
Группировка месторождений по значениям НП и И

Группы и типы руд	Примеры руд и месторождений	Характерные значения	
		НП, %	И
I. Сплошные массивные			
I.1. Мономинеральные	Сплошные мартитовые, магнетитовые, гидромагнетитовые и другие богатые железные руды криворожского типа, сплошные мономинеральные руды каменной соли, бокситы Боксонского месторождения, тальк Алгуйского месторождения и т.п.	1,2±10	40±15
I.2. Полиминеральные	Сплошные колчеданные медные и медно-цинковые месторождения ураль-ского типа, сплошные полиметаллические руды Горевского, Риддер-Сокольного и других месторождений. Апатиты Ошурковского месторождения и т.п.	4±10 2,5±10	15±10 20±10
II. Вкрапленные			
II. 1. В массивных изверженных и осадочных породах	Вкрапленные руды полиметаллических месторождений Садовое, Миргалимсай. медные руды Алмалыка, редкометалльных месторождений Белозиминское, Африкандское и т.п.	6,5±10	7± 5
II. 2. В жилах и дайках	Руды жильных золоторудных месторождений Средней Азии, Забайкалья, Якутии, оловянных и вольфрамовых месторождений Приморья, Якутии и др.	16±5	5±4
III. Прожилково- и слоисто-вкрапленные			
III. 1. Руды штокверковых месторождений	Руды вольфрамовых, молибденовых, медно-молибденовых месторождений Забайкалья, Казахстана и Средней Азии	6,5±5	10±8
III. 2**.** В линейно-вытянутых зонах трещиноватости	Руды полиметаллических месторождений Алтая, Средней Азии, Прибайкалья, оловорудных месторождений Комсомольского района, ртутных месторождений Терлиг-Хая и частично Никитовки и т.п.	8,3±6	10±8
IV.Прожилковые, слоистые и переливающиеся			
IV. 1. Прожилковые	Медные руды месторождения Дальнего: никель-кобальтовые руды Тувинской АССР, асбестовое месторождение Молодежное; оловянные - Тарбальджей, Иигода, Хрустальное; золотые - Советское, Коммунар и др.	3,3±15	25±15
IV. 2.Переслаивающиеся и полосчатые	Железистые кварциты Кольского полуострова, Кривого Рога, сферосидериты Дагестана	1,7±10	30±15
V. Прожилково-гнездовые			
V.Прожилково-гнездовые	Руды ртутных месторождений Средней Азии (Хайдаркан, Акташ,Чувай), отдельных участков Никитовки и др. Мусковит Луговского, Чуйского и Согдиондонского месторождений	20±10 6,5±5	4±3 8±5

2. Изучение влияния выхода керна на погрешность опробования для различных сортов руд (для бакалаврской работы)

Слабонеоднородные руды **НП=2**

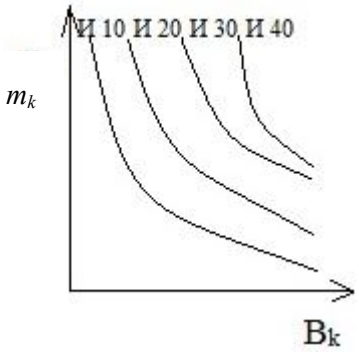
m_k\И	10 %	20 %	30 %	40 %
5%	B_k^{1-1}	B_k^{1-2}	…	…
10%	…	B_k		B_k^{2-4}
15%	B_k^{3-1}			
20%	…			B_k^{4-4}
25%	B_k^{5-1}	…	…	B_k^{5-4}



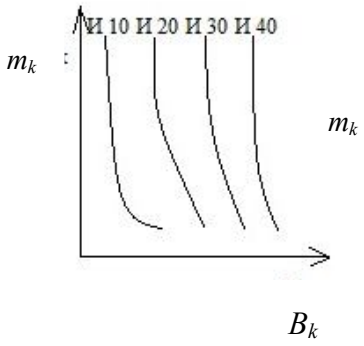
B_k

Средненеоднородные руды **НП=6**

m_k\И	10%	20%	30%	40%
5%	B_k^{1-1}	B_k^{1-2}	…	…
10%	…	B_k		B_k^{2-4}
15%	B_k^{3-1}			
20%	…			B_k^{4-4}
25%	B_k^{5-1}	…	…	B_k^{5-4}



Сильнонеоднородные руды **НП=15**



B_k

m_k\И	10 %	20 %	30 %	40 %
5 %	B_k^{1-1}	B_k^{1-2}	…	…
10 %	…	B_k		B_k^{2-4}
15 %	B_k^{3-1}			
20 %	…			B_k^{4-4}
25 %	B_k^{5-1}	…	…	B_k^{5-4}

3. Основные аналитические задачи:

3.1. Для каких руд избирательность истирания более всего влияет на погрешность опробования?

3.2. При какой избирательности и в каких сортах руд наибольший эффект дают мероприятия по повышению выхода керна?

3.3. Постройте таблицу нормативных значений минимального выхода керна, при допустимой погрешности m_k=5% (10%,15%, 20%, 25%) для всех сортов руд (для всех табличных комбинаций НП и И).

Расчет №2

Определение рациональной частоты вращения бурового снаряда при твердосплавном бурении, рад/с

$$n = \frac{60*0{,}105\omega_0}{\pi*D_0} \approx \frac{2*\omega_0}{D_0};$$

$$n = \frac{60*\omega_0}{\pi*D_0} \approx \frac{20*\omega_0}{D_0}.$$

Таблица исходных данных

Обозначение	Наименование	Ед.изм	Пределы изменения		Примечание
			от	до	
ω_0	Окружная скорость движения резцов	м/с	1,0 крепкие породы (YI-YIII кат.)	3,0 мягкие породы (II-IYкат.)	Ограничивается сверхнормативным износом
D_0	Средний диаметр коронки	м	$46*10^{-3}$	$223*10^{-3}$	Стандарт
n_0	Частота вращения	Рад/с об/мин	9,3 93	65 500	Ограничение техническими условиями бурения

Расчет №3

Минимальная (критическая) частота вращения шнекового снаряда, рад/с

$$n_{\min} = \frac{30}{\pi} * \frac{\sqrt{g*(\tan a + f)}}{f'*R*(1-f*\tan a)}.$$

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Единица измерения	Пределы измерения	
			от	до
R	Радиус вала шнека	м	$50*10^{-3}$	$89*10^{-3}$
a	Угол подъема винтовой ленты	град	10	30
f	Коэффициент трения породы о шнек	-	0,25	1,4
f'	Коэффициент трения породы о породу	-	0,2	1,5
g	Ускорение силы тяжести	м/с^2	9,8	

Основные аналитические задачи

1.1. Оцените влияние коэффициента трения породы о шнек и породы о породы на $n_{\min}$. Постройте графики зависимости $n_{\min}$от *f*и *f'* для различных значений *R* и *a*.

1.2. Оцените влияние конструктивных параметров шнека (*R* и *a*) на $n_{\min}$ для вязких (*f'*=1,5;*F*=0,25). Постройте графики.

Расчет №4

Определение критической скорости восходящего потока и расхода очистного агента по предельным нормативным характеристикам (для воды малоглинистых растворов)

1. Критическая скорость восходящего потока очистного агента, м/с:

$$U_{kp} = K_{\text{ф}}\sqrt{\frac{d_u(\gamma_{\text{п}}-\gamma_{\text{р}})}{\gamma_{\text{р}}}}.$$

2. Рациональная скорость восходящего потока, м/с:

$$U_{\text{р}} = U_{\text{кр}} + U.$$

3. Расход промывочной жидкости, обеспечивающий рациональную скорость движения восходящего потока, м^3/с:

$$Q_{\text{кр}} = U_{\text{р}} * \frac{\pi(D_{\text{скв}}^2 - d_{\text{бур.тр.}}^2)}{4}.$$

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменения	
			от	до
$K_{\text{ф}}$	Коэффициент формы частиц шлама	-	2,5 (плоские)	5,11 (ид.шар)
d_u	Диаметр (средний размер) частиц	м	$0{,}1*10^3$	$1{,}5*10^3$
$\gamma_{\text{п}}$	Удельный вес горной породы, руды	т/м^3	2,0	5,5
$\gamma_{\text{р}}$	Удельный вес раствора	т/м^3	1	1,15
U	Желательная скорость движения шлама вверх	м/с	0,1	0,3
$d_{\text{бур.тр.}}$	Диаметр бурильной колонны, номинальный (без учета износа)	м	$32*10^{-3}$	$73*10^{-3}$
$d'_{\text{бур.тр.}}$	Диаметр бурильной колонны, с учетом износа	м	$30*10^{-3}$	$70*10^{-3}$
$D_{\text{скв}}$	Диаметр скважины, номинальный	м	$46*10^{-3}$	$225*10^{-3}$
$D'_{\text{скв}}$	Диаметр скважины, с учетом разработки ствола	м	$47*10^{-3}$ $230*10^{-3}$	$50*10^{-3}$ $250*10^{-3}$
$D''_{\text{скв}}$	Диаметр скважины, с учетом каверн	м	По геолого-геофизическим и гидрогеологическим данным $D_{\text{скв}}$ $500*10^{-3}$	
Q	Расход очистного агента	м^3/с л/мин	0,0002 10,0	0,003 160

Расчет №5

Критический расход глинистого раствора с учетом реологии раствора

$$Q_{\text{кр}} = 0{,}392 * \text{ŋ} * \frac{D+d}{\gamma}\left[1+\sqrt{1+\frac{2*10^{-3}*\gamma*t_0*(D-d)^2}{3*\text{ŋ}}}\right]$$

Таблица исходных данных

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы измерения		Примечания
			от	до	
D	Диаметр долота	мм	46	225	
d	Диаметр колонны	мм	32	73	
ŋ	Пластическая вязкость	Пуаз (Па*с)	0,05	0,4	В зависимости от содержания глины в качестве раствора
γ	Уд. вес раствора	г/см^3	1,01	1,2	
t_0	Динамическое напряжение сдвига	Дин/ см^2	50	600	
Q	Расход глинистого раствора Критическая скорость восходящего потока	л/с м/с	0,1	5,0	В зависимости от диаметра скважины

Расчет №6

Расчет осевой нагрузки при твердосплавном бурении, кН

$$P = \frac{b^2 * m}{\eta \sqrt{\frac{2\omega * \mu_к * D_н * n * K * \tan a}{b * P_ш}}}.$$

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменения	
			от	до
b	Ширина резца	м	$3*10^3$	$30*10^3$
K	Количество резцов на ширине кольца	шт	2 (М-1)	4 (СТ-2)
m	Количество основных резцов	шт	8 (М-1)	30 (СА-3)
$\boldsymbol{\mu_к}$	Коэффициент резцов о породу	-	0,2	1,0
$\boldsymbol{\omega}$	Удельный износ резца	$м^3$/Н*м	2	60
$D_н$	Наружный диаметр коронки	М	$46*10^3$	$225*10^3$
n	Частота вращения снаряда	рад/с	60	360
a	Угол приострения резца	град	45	90
ŋ	Коэффициент угла приострения	-	0,97	0,9
$P_ш$	Твердость породы по штампу	Па	$1*10^6$	$70*10^3$

Расчет №7

Определение механической скорости (интенсивности) углубки скважины при твердосплавном бурении, м/ч

$$V_м = V_0 * e^{-\gamma t} = V_0 * (\frac{1}{e})^{\gamma t}.$$

Если $V_0 = 60 * n * h_0 * K * m$,

то $V_м = 60 * n * h_0 * K * m * e^{-\gamma t}$.

Таблица исходных данных

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменения	
			от	до
n	Частота вращения снаряда	об/мин	40	600
h_0	Торцовый вылет основных резцов	М	$0,1*10^{-3}$	$5*10^{-3}$
m	Количество резцов	шт	4	20
K	Коэффициент включения резцов	-	0,3	0,5
e	Основание натуральных логарифмов	1/град	2,71	2,71
γ	Декремент затухания	-	0,1	1
t	Текущее время (длительность рейса)	Ч	0,5	6
$V_м$	Интенсивность углубки (механическая скорость)	м/ч	0,15	25
V_0	Начальная механическая скорость	м/ч		

Здесь $V_м$ - величина приращения глубины скважины в единицу времени на данный момент (интенсивности углубки). Выражается показательной функцией постепенного замедления от максимального начального значения V_0 в соответствии сγ.

V_0 и γ зависят от технологических условий: прочности пород, абразивности, характеристик инструмента, параметров бурения $\{P_ш, K_{абр}, X_и, P_б\}$.

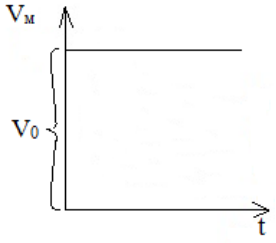
Чем легче условия бурения и лучше инструмент, тем больше V_0 (↑) и меньше γ (↓) - долго не замедляется бурение.

Чем интенсивнее режим бурения (максимальные параметры), тем больше V_0 (↑) и γ (↑) - вначале углубка идет быстро, но очень быстро замедляется - на малой глубине приемлемо.

Чем слабее режим бурения, тем меньше V_0 , но и тем медленнее затухание $V_м$ (см. рисунок).

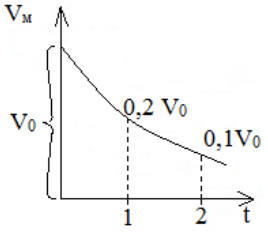
γ=0; $V_м=V_0$

Незатупл. инструмент



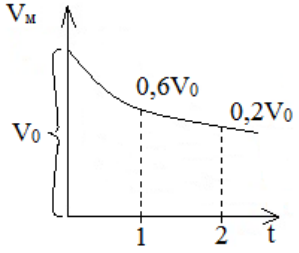
γ =1; $V_м=V_0*\left(\frac{1}{2,7}\right)^t$

Интенсивное затупление



γ =0,5; $V_м=V_0*\left(\frac{1}{2,7}\right)^t$

Интенсивное затупление



Графики изменения механической скорости
от декремента затухания

Расчет №8

Определение механической скорости бурения на основе физико-механических свойств пород при алмазном бурении, м/ч

$$V_{\text{м}} = L * F_{\text{д}}^{-a} * K_{\text{абр}}^{-a}.$$

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменения	
			однослойные алмазные коронки	импрегнированные алмазные коронки
$F_{\text{д}}$	Коэффициент динамической прочности	-	10-15	15-30
$K_{\text{абр}}$	Коэффициент абразивности пород	-	1,1-2,0	2,1-2,6
L	Коэффициент конструктивности коронки	-	5,9	0,14
$-a$	Коэффициент влияния прочности пород	-	0,36	0,2
-β	Коэффициент влияния абразивности пород	-	0,5	0,2
$V_{\text{м}}$	Механическая скорость бурения	м/ч	1,8-1,9	0,15-0,12

Расчет №9

Расчет шпинделя бурового станка

Шпиндель испытывает осевую нагрузку от механизма подачи и крутящий момент.

1. Напряжение от осевой нагрузки, Н/м^2:

$$\sigma = \frac{4Q}{\pi*(D^2-d^2)}.$$

2. Крутящий момент на шпинделе, Н·м:

$$M = 9750\frac{N^{max}}{n}.$$

$$N_{\max} = N_g * \eta * \lambda \text{ , кВт}$$

3. Касательные напряжения от крутящего момента, снимаемого со шпинделя, Н/м^2:

$$\tau = \frac{M}{2W};$$

$$W = \frac{\pi}{16} * \frac{D^4-d^4}{D} \text{ , м}^3.$$

4. Полное приведенное напряжение в теле шпинделя, Н/м^2:

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\sigma^2 - \tau^2}.$$

Таблица исходных данных

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
Q	Усилие подачи станка	Н	40000	50000
D	Наружный диаметр шпинделя	м	$51*10^{-3}$	$61*10^{-3}$
d	Внутренний диаметр шпинделя	м	$43*10^{-3}$	$53*10^{-3}$
$N_{\max}$	Мощность, передаваемая на шпиндель	кВт	-	-
n	Число оборотов шпинделя	-	80	1500
N_g	Номинальная мощность шпинделя	-	0,8	
η	КПД передачи от вала двигателя до шпинделя	-		
λ	Коэффициент возможной перегрузки: - электродвигатель -двигатель внутреннего сгорания	 - -	 1,5 1,1	 2,0 1,15

Расчет №10

Расчет механического зажимного патрона

Расчет патрона приведен для двух плашек, управляемых двумя болтами.

1. Допустимое осевое усилие по болту из условий его прочности на сжатие, Н:

$$P = F[\sigma_{сж}].$$

2. Допустимое осевое давление, развиваемое болтом, Н:

$$P' = \frac{\pi*(d^2-d_t^2)*I*P}{4t}.$$

3. Сила трения, при закреплении ведущей трубы в двух патронах, Н:

$$T = 4P' * f.$$

4. Окружное усилие, передаваемое патроном, Н:

$$P_0 = \sqrt{T_0^2 - Q^2}$$

5. Передаваемая мощность патронами, кВт:

$$N = \frac{P_v*V}{75}.$$

Таблица исходных данных

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
F	Площадь поперечного сечения	$м^2$	0,04	0,06
$[\sigma_{сж}]$	Допустимое напряжение сжатия	$Н/м^2$	$1000*10^5$	$1400*10^5$
d	Наружный диаметр резьбы болта	м	0,03	0,5
d_1	Внутренний диаметр резьбы болта	м	0,025	0,4
I	Длина резьбы болта	м	0,03	0,5
P	Наибольшее удельное давление болта	$Н/м^2$	$65*10^5$	$75*10^5$
t	Шаг резьбы болта	м	0,003	0,004
f	Коэффициент трения между плашками и бурильной трубой	-	0,35	0,4
Q	Осевое усилие	Н	40000	120000
V	Окружная скорость	м/с	0,2	0,85

Расчет №11

Расчет фрикционной лебедки

1. Скорость вращения подъемного вала лебедки, мин$^{-1}$:

$$n_2 = n_1 \frac{d_1}{d_2} \varphi.$$

2. Скорость навивки каната на барабан, м/с:

$$V = \frac{(D + d)n_2}{60}.$$

3. Окружная скорость на ободе большого фрикционного колеса, м/с:

$$V_1 = \frac{\pi * d_2 * n_2}{60}.$$

4. Окружное усилие на ободе барабана, Н:

$$P = \frac{75 * N * \eta}{V}.$$

5. Окружное усилие на ободе фрикционного колеса, Н:

$$P_ф = \frac{75 * N * \eta}{V_1}.$$

6. Необходимое усилие нажатия фрикционных колес друг на друга, Н:

$$Q = \frac{k * P_ф * \sin \alpha}{f}$$

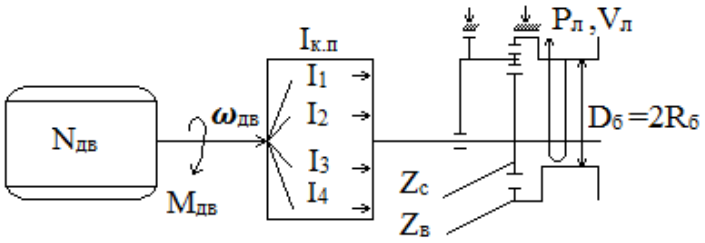
Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
n_1	Число оборотов приводного вала станка	мин$^{-1}$	80	
d_1	Диаметр малого фрикционного колеса	м	0,15	
d_2	Диаметр большого фрикционного колеса	м	0,8	
φ	Коэффициент скольжения при фрикционной передаче	-	0,98	
D	Диаметр барабана	м	0,22	
d	Диаметр каната	м	0,12	
N	Мощность электродвигателя станка	кВт	11	
η	КПД передачи от двигателя до барабана	-	0,8	
k	Коэффициент запаса	-	1,5	
α	Угол наклона боковых поверхностей клиньев	град	12	15
f	Коэффициент трения чугуна по стали	-	0,2	

Расчет №12

Анализ взаимосвязи мощности привода, конструктивных параметров и эксплуатационных характеристик планетарной лебедки бурового станка

1. Принципиальная расчетная схема



2. Основные расчетные формулы:

$$N_{\text{дв}} = 713 * M_{\text{дв}} * \omega_{\text{дв}}(\text{л.с.}) = 973 * M_{\text{дв}} * \omega_{\text{дв}}, \text{кВт}$$

$$M_{\text{Б}} = \frac{N_{\text{дв}}}{\omega_{\text{дв}}} * i_{\text{к.п.}} * \frac{Z_{\text{с}}}{Z_{\text{В}}}, \text{Н*м};$$

$$\text{Р}_{\text{л}} = \frac{M_{\text{Б}}}{R_{\text{Б}}}, \text{Н};$$

$$\omega_{\text{Б}} = \frac{N_{\text{ДВ}}}{M_{\text{Б}}} * \frac{i}{i_{\text{К.П.}}} * \frac{Z_{\text{В}}}{Z_{\text{С}}}, \text{об/мин};$$

$$V_{\text{Л}} = \omega_{\text{Б}} * 2\pi * R_{\text{Б}}, \text{м/мин}.$$

Таблица основных исходных данных

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменения	
			от	до
$N_{\text{дв}}$	Мощность двигателя	кВт л.с.	10 15	150 220
$\boldsymbol{\omega}_{\text{дв}}$	Число оборотов двигателя	об/мин	1200	5000
$I_{\text{к.п.}}$	Передаточное число коробки перемены передач	-	1 (прямая передача)	10 (высшая передача)
$D_{\text{б}}$	Диаметр барабана лебедки	м	0,2	0,7
$Z_{\text{с}}$	Число зубьев солнечной шестерни лебедки	шт	50	150
$Z_{\text{в}}$	Число зубьев венца лебедки	шт	250	1500

3. Основные эксплуатационные характеристики лебедки

$P_{\text{л}}$ – рабочее усилие (грузоподъемность на прямом канате, кГс, Тс, кН, даН) на конкретной передаче ($P_{\text{л}1}$, $P_{\text{л}2}$, $P_{\text{л}3}$, …);
$V_{\text{л}}$ – скорость подъема груза (на прямом канате, м/мин) на конкретной передаче ($V_{\text{л}1}$, $V_{\text{л}2}$, $V_{\text{л}3}$, …).

4. Основное задание

4.1. Рассчитать и построить графики зависимости эксплуатационных характеристик лебедки ($V_{\text{л}}$, $P_{\text{л}}$) от конкретных параметров бурового станка: $Z_{\text{с}}$и $Z_{\text{в}}$, $D_{\text{б}}$, i_{i}.

4.2. Рассчитать и построить графики зависимости мощности и механической характеристики ($\boldsymbol{\omega}_{\text{дв}}$=F($N_{\text{дв}}$)) двигателя.

Расчет №13

Расчет талевой системы

1. Натяжение на струне талевой системы, Н:

$$P_m = \frac{P_л}{\beta^m}.$$

2. Натяжение каната наматываемого на барабан лебедки, Н:

$$P_л = Q * \frac{\beta^m(\beta-1)}{\beta^m-1}.$$

3. Натяжение закрепленного конца каната, Н:

$$P_m = Q * \frac{\beta-1}{\beta(\beta^m-1)}.$$

4. КПД талевой системы, Н:

$$\eta = \frac{1}{m} * \frac{(\beta^m-1)}{\beta^m*(\beta-1)}.$$

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
β	Коэффициент сопротивления узла одного ролика	-	1,03	1,04
m	Число струн талевой системы	шт	1	6
Q	Нагрузка на крюке	Н	15000	55000

Расчет №14

Расчет колонны бурильных труб на прочность

Сечение I-I

1. Напряжение растяжения, Н/м^2:

$$\sigma_{\text{р}} = \frac{Q_{\text{кр}}}{F}.$$

2. Напряжение кручения, Н/м^2:

$$\tau = \frac{M_{\text{б}}}{W_{\text{р}}}.$$

3. Крутящий момент при бурении, Н*м:

$$M_{\text{б}} = \frac{N_{\text{б}}}{\omega}.$$

4. Мощность, затрачиваемая на бурение, кВт:

$$N_{\text{б}} = N_{\text{тр}} + N.$$

5. Первый момент сопротивления, м^3:

$$W_{\text{р}} = 0{,}1 * \frac{d_{\text{н}}^4 - d_{\text{в}}^4}{d_{\text{н}}}.$$

6. Суммарное напряжение в сечение I-I:

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\sigma_{\text{р}}^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma_g].$$

Сечение II-II

7. Напряжение сжатия, Н/м^2:

$$\sigma_{\text{сж}} = \frac{P_{\text{ос}}}{F}.$$

8. Напряжение изгиба, Н/м^2:

$$\sigma_{\text{из}} = \frac{\pi^2 * E * D * f}{2 * 1^2}.$$

9. Напряжения кручения, Н/м^2:

$$\tau = \frac{M_{\text{б}}}{W_{\text{р}}}.$$

10. Мощность, затрачиваемая на бурение, кВт:

$$N_{\text{б}} = 1{,}5 * N_{\text{з}}.$$

11. Суммарное напряжение в сечение II-II, Н/м^2:

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{(\sigma_{\text{сж}} + \sigma_{\text{из}})^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma_g].$$

12. Запас статической прочности колонны:

$$n = \frac{\sigma_г}{\sigma_\Sigma} \geq 1{,}7.$$

13. Запас прочности по нормальным напряжениям:

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{из} * k_g}.$$

14. Запас прочности по касательным напряжениям:

$$n_\tau = \frac{\tau_г}{\tau}.$$

15. Суммарный запас прочности:

$$n_\Sigma = \frac{n_\sigma * n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 * n_\tau^2}}.$$

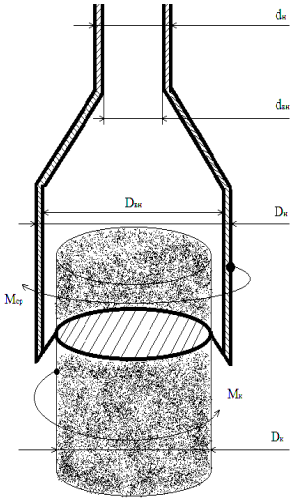
Таблица исходных данных

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
$Q_{кр}$	Нагрузка на крюке	Н	0	55000
F	Площадь опасного сечения	$м^2$	$2{,}16*10^{-4}$	$7{,}06*10^{-4}$
$M_б$	Крутящий момент при бурении	Н*м	70	6500
$W_р$	Полярный момент сопротивления	$м^3$	$5{,}4*10^{-6}$	$10{,}6*10^{-6}$
$N_б$	Мощность, затрачиваемая на бурение	кВт	1,5	70
$d_н$	Наружный диаметр бурильных труб	м	42	54
$d_в$	Внутренний диаметр бурильных труб	м	22	40
$P_{ос}$	Осевая нагрузка на забой	Н	0	120000
E	Модуль упругости	$Н/м^2$	$0{,}7*10^{11}$	$2{,}1*10^{11}$
D	Диаметр скважины	м	0,037	0,133
f	Стрела прогиба	м	0,01	0,025
I	Длина полуволны	м	5	30
$\boldsymbol{\omega}$	Угловая скорость вращения снаряда	$с^{-1}$	8,3	156
$N_{гр}$	Затраты мощности на вращение колонны бурильных труб	кВт	12	40
$N_з$	Затраты мощности на разрушение забоя	кВт	1,2	2,5
$[\sigma_g]$	Предел прочности материала, из которого изготовлены бурильные трубы	$Н/м^2$	$230*10^5$	$683*10^5$

Расчет №15

Сопоставление конструктивных характеристик бурового снаряда и параметров керна при срыве вращением

1. Принципиальная схема и таблица исходных расчетных данных



Пара-метр	Наименова-ние	Ед. изм.	Пределы изменения	
			от	до
$d_н$	Наружный диаметр бурильных труб	м	$32*10^{-3}$	$73*10^{-3}$
$d_{вн}$	Внутренний диаметр бурильных труб	м	$22*10^{-3}$	$59*10^{-3}$
$D_н$	Наружный диаметр колонковой трубы	м	$34*10^{-3}$	$219*10^{-3}$
$D_{вн}$	Внутренний диаметр колонковой трубы	м	$27*10^{-3}$	$203*10^{-3}$
$D_к$	Диаметр керна	м	$23*10^{-3}$	$199*10^{-3}$
$[\tau_{тр}]$	Прочность материала труб при кручении	МПа	162	284
$[\tau_к]$	Прочность горных пород при кручении	МПа	1,5	56,0

2. Основные аналитические зависимости.

Момент срыва керна $M_{ср}$равен моменту реакции керна $M_к$, Н*м :

$$M_{ср} = [\tau_{тр}] * W_{тр} = [\tau_к] * W_к = M_к$$

где $W_{тр}$- момент сопротивления поперечного сечения труб, м^3:

а) бурильных труб:

$$W_{тр}^{б.тр} = \frac{\pi}{16} * \frac{d_н^4 - d_{вн}^4}{d};$$

б) колонковых труб:

$$W_{тр}^{к} = \frac{\pi}{16} * \frac{D_{н.к.т.}^4 - D_{вн.к.т}^4}{D_{н.к.т}};$$

$W_к$- момент сопротивления поперечного сечения керна, м^3:

$$W_к = \frac{\pi * D_к^4}{32}.$$

3. Основные аналитические задачи

3.1. Задайте некоторое значение прочности горной породы и материала труб. Постройте графики зависимости минимальных значений наружного диаметра бурильных труб (при постоянной толщине стенок) от диаметра керна.

3.2. При тех же условиях постройте график зависимости диаметра колонковой трубы от диаметра срываемого керна.

3.3. Задайте некоторый постоянный диаметр керна и материала труб. Постройте графики зависимости минимального диаметра бурильных труб от прочности горной породы.

3.4. При тех же условиях постройте график зависимости диаметра колонковой трубы от прочности горной породы.

3.5. Задайте диаметры труб и керна, постройте график зависимости необходимой прочности труб от диаметра срываемого керна.

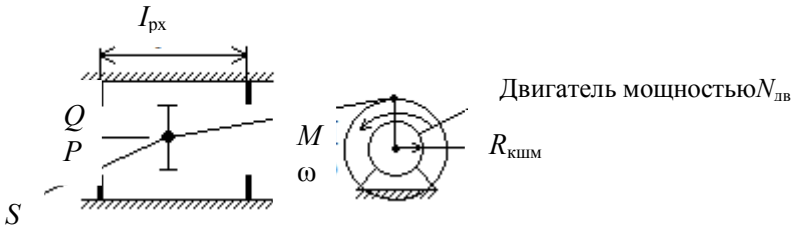
3.6. Задайте диаметры труб, прочность горной породы и постройте график зависимости необходимой прочности труб от диаметра срываемого керна.

3.7. Повторите расчеты 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5,3.6 при измененных начальных условиях.

Расчет №16

Анализ взаимосвязи мощности привода, конструктивных параметров и эксплуатационных характеристик бурового промывочного насоса

1. Принципиальная расчетная схема



2. Основные расчетные формулы

$$N_{дв} = K_i * M * \beta,$$

где М– крутящий момент, кГс*м;
ω- частота вращения, об/мин;
$N_{дв}$- мощность двигателя (при K_1=973кВт, а при K_2=713 л.с.).

$$Q = S * I_{рх} * \omega;$$

$$P = \frac{M}{R_{кшм}} * \frac{1}{S};$$

$$I_{рх} = 2 * R_{кшм},$$

где Q – расход промывочной жидкости, м^3/мин;
S –площадь поршня, м^2;
$I_{рх}$–ход поршня, м;
P – рабочее давление в напорной магистрали, кГс/м^2
$R_{кшм}$–радиус кривошипа, м.

3. Расчетно-аналитические задачи

3.1. При постоянной мощности асинхронного двигателя:
- Как влияет площадь поршня S на эксплуатационные характеристики насоса (построить графики $P=f_1(S)$ и $Q=f_2(S)$ для N=10, … 50 кВт).
- Как влияет радиус кривошипа и величина рабочего хода поршня на эксплуатационные характеристики насоса.

3.2. С изменяемой мощностью:
- До какой глубины возможно применение насоса с приводом 10, 20, …50 кВт, если гидросопротивления на каждые 100 м скважины при алмазном бурении (Q=300 л/мин) составляют 10 атмосфер, при твердосплавном бурении (Q=60 л/мин) 7 атмосфер, при шарошечном бурении (Q=100 л/мин) 15 атмосфер.

Расчет №17

Расчет эрлифта для откачки воды из скважины

Условия откачки:

- Проектный дебит откачки Q, м^3/ч.
- Глубина статического уровня в скважине h_0, м.
- Проектное понижение уровня воды при откачке $h_п$, м.
- Мощность водоносного горизонта m, м.
- Глубина залегания водоносного горизонта L, м.
- Конструкция эрлифта с расположением эрлифтных труб по схеме «рядом».

Расчетная схема представлена на рисунке.

1. Расчет глубины погружения смесителя

1.1 Определяется проектный динамический уровень воды в скважине, при откачке воды относительно излива:

$$h_g = h_0 + h_п + h_и \ ,$$

где h_g– проектный динамический уровень, м;

h_0– статический уровень, м;

$h_п$– проектное понижение уровня, при откачке ($h_п \leq 0{,}4\ m$), м;

m –мощность водоносного горизонта, м;

$h_и$– высота расположения излива относительно устья скважины (0,5м), м.

1.2. Определяется глубина погружения смесителя относительно уровня излива, при проектном динамическом уровне воды в скважине:

$$H = K + h_g \ ,$$

где H- погружение смесителя относительно уровня излива, м;

h_g- динамический уровень относительно излива, м;

K- коэффициент погружения смесителя.

Абсолютная величина коэффициента погружения смесителя K в зависимости от динамического уровня определяется опытным путем и поэтому принимается при расчетах согласно табл.1.

Таблица 1

Зависимость коэффициента погружения смесителя эрлифта от динамического уровня

h_g	70-40	60-20	30-10
K	1,4-1,6	1,7-2	2,5-3

2. Расчет расхода и давления воздуха, нагнетаемого в эрлифтную систему

2.1. Определяется удельный расход воздуха для откачки из скважины 1м^3 воды:

$$W_0 = \frac{h_g}{C_0 * \log_{10} \frac{h_g * (K-1) + 10}{10}} \ ,$$

где W_0– удельный расход воздуха, приводимый к 1 атм или 0,1 МПа, м^3/мин;

h_g– динамический уровень воды в скважине, м;

K– принятый коэффициент погружения смесителя;

C_0– опытный коэффициент, зависящий от коэффициента погружения смесителя, принимается согласно табл.2.

Таблица 2

Зависимость коэффициента C_0 от K

K	4	3,35	2,85	2,5	2,2	2	1,8	1,7	1,55
C_0	14,3	13,9	13,6	13,1	12,4	11,5	10	9	8

При расчете удельного расхода воздуха для откачки из скважины жидкостей, имеющих удельный вес больше единицы ($\gamma_ж > 1$), г/см^3, необходимо W_0 умножить на $\gamma_ж$.

2.2. Определяется полный расход воздуха для откачки воды из скважины с проектной производительностью Q, м^3/ч:

$$\sum W_0 = \frac{Q * W_0}{60},$$

где $\sum W_0$– суммарный полный расход воздуха, приведенный к 1 атм или 0,1 МПа, м^3/мин;
Q – проектный дебит откачки, м^3/мин
W_0– удельный расход воздух, приведенный к 1 атм или 0,1 МПа, м^3/мин.

3. Расчет необходимого давления и производительности для выбора компрессора

3.1. Определение необходимого давления сжатого воздуха, при спуске компрессора:

$$P_п = 0{,}01 * \left(K * (h_g - h_0\right) + P_1),$$

где $P_п$– пусковое давление компрессора, МПа;
K – принятый коэффициент погружения смесителя;
h_g– динамический уровень воды в скважине, м;
h_0–статический уровень воды в скважине, м;
P_0– потери напора в воздухопроводах, при спуске компрессора:$P_1 =$ 1м.вод.ст.

3.2. Определение рабочего давления компрессора в процессе откачки воды из скважины:

$$P_р = 0{,}01 * (h_g * (K - 1) + P_2,$$

где $P_р$– рабочеедавление компрессора, МПа;
h_g– динамический уровень воды в скважине, м;
K – принятый коэффициент погружения смесителя;
$P_р$–потери напора в воздухопроводах, при процессе откачки.

3.3.Определение рабочего расхода сжатого воздуха в процессе откачки воды из скважины с проектной производительностью Q, м^3/ч:

$$W_р = \sum W_0 * \frac{P_0}{P_p},$$

где $W_р$– рабочий расход промывочной жидкости, м^3/мин;
$\sum W_0$– полный расход воздуха, приведенный к 1 атм или 0,1 МПа, м^3/мин;
P_0– атмосферное давление воздуха, P_0=0,1 МПа;

$P_р$– рабочее давление сжатого воздуха, МПа.

3.4. Выбор компрессора для оборудования эрлифта.

Для откачки воды из скважины м проектной производительностью Q давление компрессора $P_к$ и производительностью компрессора $q_к$ выбирается согласно следующим условиям:

$$Р_к \geq Р_п; \quad P_к \geq Р_р; \quad q_к \geq W_р.$$

4. Расчет внутренних диаметров эрлифтных колон

4.1. Выбор скоростей движения потоков воздуха и аэрированной воды в эрлифтных колоннах труб.

Для устойчивой и эффективной работы эрлифта необходимо обеспечить следующие скорости движения потоков воздуха и аэрировонной воды в эрлифтных колоннах труб:

$V_в$– скорость потока в воздухопроводной колонне труб:

$$V_в=10 \text{ м/с};$$

$V_с$– скорость потока аэрированной воды в водоподъемной колонне труб над смесителем

$$V_с=(2\text{-}4) \text{ м/с};$$

$V_н$– скорость потока аэрированной воды в водоподъемной колонне труб, перед изливом

$$V_н=(6\text{-}12) \text{ м/с}.$$

$V_с$ и $V_н$ зависят от h_g (чем больше h_g, тем больше $V_с$ и $V_н$).

4.2. Расчет площади сечения потока воздуха в воздухопроводной колонне:

$$\omega_в = \frac{W_р}{60 * V_в},$$

где $\omega_в$– площадь сечения потока воздуха в воздухопроводной колонне, м^2;

$W_р$– рабочий расход сжатого воздуха, м^3/мин;

$V_р$– скорость потока воздуха в воздухопроводной колонне, м/с.

4.3. Расчет площади потока аэрированной воды в водоподъемной колонне

4.3.1. Определение расхода воды над смесителем:

$$q_c = \frac{Q}{360} + \frac{W_p}{60},$$

где $q_с$– расход аэрированной воды над смесителем, м^3/с;

Q – проектный дебит откачки, м^3/ч;

$W_р$ – рабочий расход сжатого воздуха, м^3/мин.

4.3.2. Расчет площади сечения потока аэрированной воды над смесителем:

$$\omega_с = \frac{q_с}{V_с},$$

где $\omega_с$– площадь сечения потока над смесителем, м^2;

$q_с$ – расход потока над смесителем, м^3/ч;

$V_с$– скорость потока над смесителем, м/с.

4.3.3. Определение расхода аэрированной воды перед изливом:

$$q_н = \frac{Q}{3600} + \frac{\sum W_0}{60},$$

где $q_н$– расход аэрированной воды перед изливом, м^3/ч;

Q – проектный дебит откачки, м^3/ч;

$\sum W_0$– суммарный полный расход воздуха, приведенный к 1 атм или 0,1 МПа, м^3/мин.

4.3.4. Расчет площади сечения аэрированного воды перед изливом:

$$\omega_{н} = \frac{q_{н}}{V_{н}},$$

где $\omega_{н}$– площадь потока перед изливом, м^3;

$q_{н}$– расход потока перед изливом, м^3/ч;

$V_{н}$– скорость потока перед изливом, м/с.

4.4. Расчет внутренних диаметров внутренних эрлифтных колонн

Внутренние диаметры эрлифтных колонн определяются на основании площадей сечений потоков воздуха в воздухопроводной колонне и аэрированной воды в водоподъемной колонне по формуле:

$$d = \sqrt{\frac{4\omega_{н}}{\pi}},$$

где d- внутренний диаметр трубы, м;

$\omega_{н}$- площадь сечения потока в трубе, м^2.

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед.изм.	Пределы изменений	
			от	до
L	Глубина залегания водоносного горизонта	м	50	150
h_0	Статический уровень воды	м	8	26
$h_{н}$	Понижение уровня воды	м	1	5
Q	Дебит	м^3/ч	10	130
m	Мощность водоносного горизонта	м	2	14

Расчет №18

Цементирование скважин

Основная цель цементирования – получение прочного водогазонефтенепроницаемого, концентрично расположенного в затрубном пространстве кольца цементного камня, который по всей высоте обеспечивал бы разобщение и надежную изоляцию вскрытых скважиной продуктивных горизонтов и зон осложнений.

Способ цементирования выбирается в зависимости от температуры в ее стволе, опасности поглощения при заданной высоте подъема цементного раствора и возникновения затрубных проявлений в период ОЗЦ для каждой конкретной скважины.

Расчет цементирования сводится к определению:

- потребного количества сухого цемента, воды, промывочной жидкости;
- конечного давления при цементировании и выбора типа и потребного количества цементировочных агрегатов и цементно-смесительных машин;
- продолжительности цементирования.

1. Определение потребного количества сухого цемента, воды, продавочной жидкости при цементировании обсадной колонны

1.1. Определение потребного количества цементного раствора, м^3:

$$V_{\text{п.р.}} = \frac{\pi}{4}\left[(k^2 \cdot D^2 - d^2) \cdot h_{\text{ц}} + h_0 \cdot d_{\text{в}}^2\right],$$

где k – коэффициент увеличения ствола скважины (k = 1,1÷1,25).

1.2. Определение удельного веса цементного раствора, г/с^3:

$$\gamma_{\text{ц.р}} = \frac{\gamma_{\text{ц}} \cdot \gamma_{\text{в}} \cdot (1+m)}{m \cdot \gamma_{\text{ц}} + \gamma_{\text{в}}},$$

где $\gamma_{\text{ц}}$, $\gamma_{\text{в}}$ - соответственно удельный вес сухого цемента и воды ($\gamma_{\text{ц}}$ = 3,15г/см^3, $\gamma_{\text{в}}$ =1,0г/см^3);

m – цементное отношение.

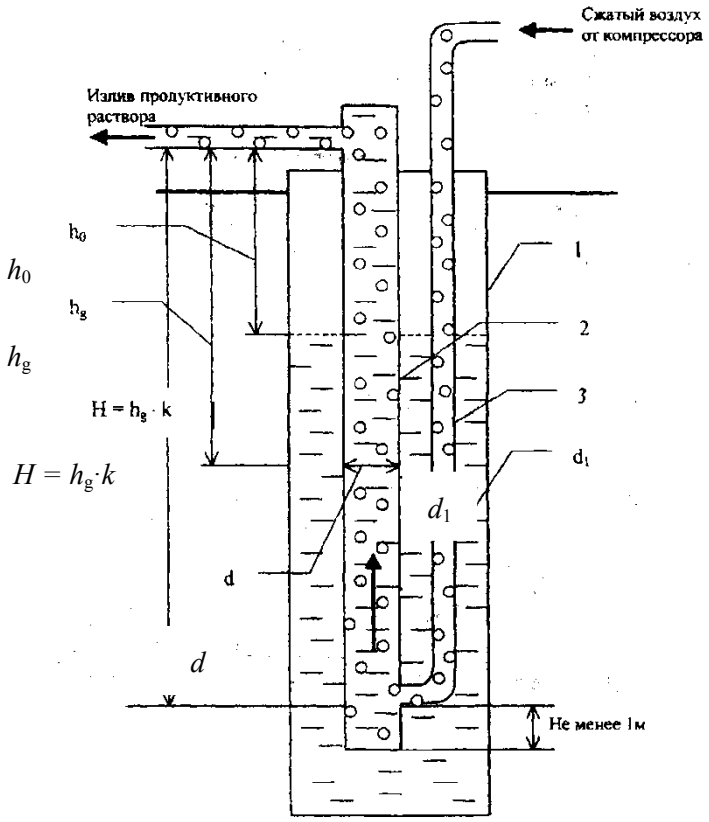


Схема эрлифта с расположением труб «рядом»:

1 – обсадные трубы; 2 – водоподъемные трубы; 3 – воздухопроводные трубы

1.3. Определение потребного количества сухого цемента, т:

$$Q_{\text{ц}} = e \cdot \frac{1}{1+m} \cdot \gamma_{\text{ц.р}} \cdot V_{\text{ц.р}} \ ,$$

где e – коэффициент, учитывающий потери сухого цемента при транспортировке и затворении (e = 1,03÷1,05).

1.4. Определение потребного количества воды для затворения цемента, м^3:

$$V_{\text{в}} = m \cdot Q_{\text{ц}}.$$

1.5. Определение объема продавочной жидкости, м^3:

$$V_{\text{пр}} = \Delta \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2_{\text{вн.ср}} \cdot (L - h_0) \ ,$$

где Δ - коэффициент, учитывающий сжатие жидкости (Δ = 1,03÷1,05).

Таблица исходных данных

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы измерений		Примечание
			от	до	
D	Диаметр долота	м	161	445	D (161, 172, 190, 214, 243, 269, 295, 320, 346, 370, 394, 445)
d	Диаметр обсадных труб	м	114	340	d (114, 127, 146, 168,178, 194, 219, 245, 273, 299, 324, 340, 508)
δ	Толщина стенки обсадных труб	мм	6,5	12	
$d_{\text{вн.ср}}$	Средний внутренний диаметр обсадных труб	м	$(d-\delta)$		
$h_{\text{ц}}$	Высота подъема цементного раствора за колонной	м	50	4000	
h_0	Высота цементного стакана в колонне	м	20	20	
L	Глубина спуска обсадных труб	м	50	4000	

2. Определение конечного давления при цементировании

2.1 Определение давления в цементировочной головке в конце цементирования, атм:

$$P_{\max} = P_{\text{гидр}} + 0{,}1 \cdot \left[\left(L - h_{\text{ц}}\right)\gamma_{\text{г.р}} + \left(h_{\text{ц}} - h_0\right)\gamma_{\text{г.р}} - \left(L - h_0\right)\gamma_{\text{пр.ж}}\right] + (15 \div 20),$$

где $P_{\text{гидр}}$ – гидравлические сопротивления, атм.:

$$P_{\text{гидр}} = 0{,}01L + 8, (V_{\text{восх}} \leq 1 \text{ м/с и 1 агрегатом}),$$

$P_{\text{гидр}} = 0{,}02L + 16, (V_{\text{восх}} > (1 \div 2)\text{м/с});$

L– длина эксплуатационной колонны, м;

$h_{\text{ц}}$ - высота цементирования, м;

h_0 - высота цементного стакана, м;

$\gamma_{\text{г.р}}$ - плотность глинистого раствора, г/см^3;

$\gamma_{\text{п}}$ – плотностьпродавочнойжидкости, г/см^3.

$(15 \div 20)$-скачок давления на манометре в момент посадки продавочной пробки на упорное кольцо, атм.

Выбор ЦА $P_{\text{агр}} \geq P_{\max}$(выписываем характеристику ЦА – P и q).

2.2. Определение производительности цементировочного кольца агрегата в конце цементировочного агрегата в конце цементирования,м^3/с:

$$\sum q = \frac{\pi}{4} \cdot (K^2 \cdot D^2 - d^2) \cdot V_{\text{восх}},$$

где K – коэффициент кавернозности;

$V_{\text{восх}}$ - скорость восходящего потока, м/с.

2.3. Определение необходимого количества цементировоч-ных агрегатов по скорости, шт:

$$n = \frac{\sum q}{q^{\text{v}}} + 1,$$

где $\sum q$ – необходимый расход для обеспечения заданной скорости поднятия цементного раствора за эксплуатационную колонну, м^3/с;

q^v – производительность выбранного агрегата на высшей скорости, л/с.

Характеристика 3ЦА-400

Скорость	Число двойных ходов поршня насоса в 1мин	*d* = 100мм		*d* = 115мм		*d* = 127мм	
		подача, л/с	давление, атм	подача, л/с	давление, атм	подача, л/с	давление, атм
I	53,2	6,5	400	8,6	305	11,25	232
II	76,2	9,6	270	12,7	205	16,10	163
III	112,5	14,2	182	18,7	138	23,8	110
IV	156,0	19,7	131	26,0	100	33,0	79

Характеристика ЦА-320М

Режим работы	Скорость	Число двойных ходов поршня насоса в 1мин	*d* = 90мм		*d* = 100мм		*d* = 115мм		*d* = 127мм	
			подача, л/с	подача, л/с	давление, атм	давление, атм	давление, атм	давление, атм	давление, атм	давление, атм
Максимальная производительность	I	28	2,4	390	3,0	305	4,1	225	5,1	182
	II	54	4,5	202	5,8	159	7,9	117	9,9	95
	III	97	8,3	113	10,4	88	14,2	65	17,6	52
	IV	125	10,6	87	13,5	69	18,3	50	22,8	40
Максимальное давление	I	27	2,3	400	2,9	320	3,9	230	4,9	185
	II	41	3,5	231	4,4	182	6,0	134	7,5	109
	III	73	6,2	130	7,8	103	10,7	75	13,3	61
	IV	94	8,0	102	10,1	80	13,8	59	17,1	47

2.4. Определение количества цементно-смесительных машин, шт:

$$i = \frac{Q_{\text{ц}}}{20},$$

где $Q_{\text{ц}}$ - количество цемента, необходимое для цементирования эксплуатационной колонны, т.

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы измерений	
			от	до
D	Диаметр долота	м	161	445
d	Диаметр обсадных труб	м	114	340
L	Глубина спуска обсадной колонны	м	50	4000
$h_{\text{ц}}$	Высота подъема цементного раствора за колонной	м	50	4000
h_0	Высота цементного стакана в колонне	м	20	20
$\gamma_{\text{г.р}}$	Удельный вес глинистого раствора	г/см³	1,2÷1,25÷ 1,3	
$\gamma_{\text{ц.р}}$	Удельный вес цементного раствора	г/см³	1,9÷ 1,85 ÷ 1,8	
$\gamma_{\text{п}}$	Удельный вес продавочной жидкости	г/см³	1,0÷ 1,25	
$V_{\text{восх.}}$	Скорость подъема восходящего потока цементного раствора в затрубном пространстве: - для кондукторов и технических колонн - для эксплуатационных колонн	м/с	 (0,6÷ 0,8) (1,2÷1,5)	
k	Коэффициент увеличения диаметра ствола скважины	-	1,1	1,25

3. Определение продолжительности цементирования обсадной колонны

Возможность начала закачки определяется следующим условием:

$$P^V > P_г,$$

где P^V – максимальное давление, развиваемое ЦА на наивысшей скорости, атм;
$P_г$ - давление на преодоление в скважине в скважине гидравлических сопротивлений, атм.

$$P_г = 0{,}01L + 8 \text{ (при } V_{восх} \leq 1 \text{ м/с)};$$

$$P_г = 0{,}02L + 16 \text{ (при } V_{восх} \leq 2 \text{ м/с)}.$$

Если условие не выполняется, выбираем ближайшую скорость, на которой

$$P_{агр} > P_г.$$

3.1. Определяем, сколько цементного раствора будет закачано на этих скоростях:

$$h_{ц.р}^{IV} = \frac{10(P_г - P^V)}{(\gamma_{ц.р} - \gamma_{гл.р})},$$

где $h_{ц.р}^{IV}$ - высота столба цементного раствора, который необходимо закачать на IV скорости, м;

P^V – давление, создаваемое насосом агрегата на V скорости.

Определяем объем раствора, закачанного на IV скорости, м^3:

$$V_{ц.р}^{IV} = \frac{\pi \cdot d_{вн.ср}^2}{4} \cdot h_{ц.р}^{IV},$$

Определяем объем цементного раствора, закачанного на V скорости, м^3:

$$V_{ц.р}^{V} = V_{ц.р} - V_{ц.р}^{IV}.$$

3.2. Определение высоты столба продавочной жидкости в колонне при работе агрегата на V скорости, м:

$$I_i^V == \frac{L \cdot (d_{вн}^2 + k^2 \cdot D_с^2 - d_{э.к}^2) + (k^2 \cdot D_с^2 - d_{э.к}^2) \cdot \frac{10(P_н^V - P_г)}{\gamma_{ц.р} - \gamma_{гл.р}} - \frac{4V_{ц.р}}{\pi}}{(k^2 \cdot D_с^2 - d_{э.к}^2)\frac{\gamma_{ц.р} - \gamma_{пр.ж}}{\gamma_{ц.р} - \gamma_{гл.р}} + d_{вн}^2}.$$

Определяем постоянные элементы для данной формулы:

$$a = L \cdot (d_{вн}^2 + k^2 \cdot D_с^2 - d_{э.к}^2);$$

$$b=(k^2 \cdot D_с^2 - d_{э.к}^2);$$

$$c = \frac{\gamma_{ц.р} - \gamma_{пр.ж}}{\gamma_{ц.р} - \gamma_{гл.р}};$$

$$Z = \frac{4V_{ц.р}}{\pi};$$

$$I_1^V = \frac{a + b \cdot \frac{10(P_н^V - P_г)}{\gamma_{ц.р} - \gamma_{гл.р}} - Z}{b \cdot c + d_{вн}^2}.$$

3.3. Определение высоты подъема цементного раствора за колонной на V скорости агрегата, м:

$$I_2^V = \frac{a + b \cdot \frac{10(P_н^V - P_г)}{\gamma_{ц.р} - \gamma_{гл.р}} - Z}{b \cdot c + d_{вн}^2},$$

т. е.

$$I_2^v = \frac{Z - d^2(L - I_1^v)}{b}.$$

3.4. Высота столба продавочной жидкости на IV скорости агрегата, м:

$$I_1^{IV} = \frac{a + b \cdot \frac{10(P^{IV} - P^V)}{\gamma_{ц.р} - \gamma_{гл.р}} - Z}{b \cdot c + d_{вн}^2}.$$

3.5. Высота подъема цементного раствора за колонной на IV скорости агрегата, м:

$$I_2^{IV} = \frac{Z - d^2(L - I_1^{IV})}{b}.$$

3.6. Высота столба продавочной жидкости на III скорости агрегата, м:

$$I_2^{III} = \frac{a + b \cdot \frac{10(P^{III} - P^{IV})}{\gamma_{ц.р} - \gamma_{гл.р}} - Z}{b \cdot c + d_{вн}^2}.$$

3.7. Высота подъема цементного раствора за колонной, на III скорости агрегата, м:

$$I_2^{III} = \frac{Z - d^2(L - I_1^{III})}{b}.$$

3.8. Определяем количество продавочной жидкости, закачиваемой на различных скоростях агрегата, м^3:

$$V_{пр}^V = e \cdot \frac{\pi \cdot d_{вн}^2}{4} \cdot I_1^V;$$

$$V_{пр}^{IV} = e \cdot \frac{\pi \cdot d_{вн}^2}{4} \cdot (I_1^{IV} - I_1^V);$$

$$V_{пр}^{III} = e \cdot \frac{\pi \cdot d_{вн}^2}{4} \cdot (I_1^{III} - I_1^{IV});$$

$$V_{пр}^{II} = V_{пр} - V_{пр}^I - V_{пр}^{III} - V_{пр}^{IV} - V_{пр}^V;$$

$$V_{пр}^I = 2.$$

3.9. Определяем время работы одним агрегатом на разных скоростях, мин:

$$t^V = \frac{(V_{ц.р}^V + V_{пр}^V)}{q^V \cdot 60};$$

$$t^{IV} = \frac{(V_{ц.р}^{IV} + V_{пр}^{IV})}{q^{IV} \cdot 60};$$

$$t^{III} = \frac{(V_{\text{ц.р}}^{III} + V_{\text{пр}}^{III})}{q^{III} \cdot 60};$$

$$t^{II} = \frac{(V_{\text{ц.р}}^{II} + V_{\text{пр}}^{II})}{q^{II} \cdot 60};$$

$$t^{I} = \frac{(V_{\text{ц.р}}^{I} + V_{\text{пр}}^{I})}{q^{I} \cdot 60}.$$

3.10. Общее время цементирования, мин:

$$T' = t^{\text{I}} + t^{\text{II}} + t^{\text{III}} + t^{\text{IV}} + t^{\text{V}}.$$

С учетом подготовительно-заключительных работ

$$T_{\text{ц}} = T' + 15 \text{ мин}.$$

3.11. Определяем температуру на забое скважины, ℃:

$$t_{\text{заб}} = t_{\text{ср}} + 0{,}025L,$$

где $t_{\text{ср}}$ −среднегодовая температура воздуха, ℃,

L – глубина скважины, м.

3.12. Определяем количество агрегатов, шт:

По времени схватывания

$$n_{ЦА} = \frac{T}{0{,}75T_{\text{скв}}} + 1,$$

по скорости

$$n = \frac{\sum q}{q^{\text{v}}} + 1,$$

где $\sum q$ – необходимый расход для обеспечения заданной скорости поднятия цементного раствора за эксплуатационную колонну, л/с;

q^{v} – производительность выбранного агрегата на высшей скорости, л/с.

ЛИТЕРАТУРА

Основная:

1. Технология бурения разведочных скважин/ А.Г. Калинин, В.И.Власюк, О.В.Ошкордин, Р.М.Скрябин.- М.: Техника, ТУМА ГРУПП, 2004. - 528 с.
2. Башкатов Д.Н., Кривошеев В.В., Соловьев Н.В. Бурение разведочных скважин: учебник для вузов. - М.: Высшая школа, 2007.
3. Гусман А.М., Порожский К.П. Буровые комплексы. Современные технологии и оборудование. – Екатеринбург, 2002. - 592 с.

Дополнительная:

1. Ошкордин О. В. Технологическое проектирование в разведочном бурении на твердые полезные ископаемые: учебное пособие. – Екатеринбург: УГГГА, 1994.
2. Калинин А. Г., Ошкордин О.В. Разведочное бурение. – М.: Недра, 2000.
3. Михайлова Н.Д. Техническое проектирование колонкового бурения. – М.: Недра, 1985.
4. Ганджумян Р.А. Практическое расчеты в разведочном бурении. – М.: Недра, 1986.
5. Поляков Г.Д., Булгаков Е.С. Проектирование, расчет и эксплуатация буровых установок. – М.: Недра, 1983.
6. Кирсанов А.Н., Зиненко В.П., Кардыш В.Г. Буровые машины и механизмы. –М.: Недра, 1986.
7.Элияшевский И.В., Орсуляк А.М. Типовые задачи и расчеты в бурении. – М.: Недра, 1974.
8. Справочник по бурению и оборудованию скважин на воду /под общей ред. В.В.Дубровского – Второе издание, перераб. и доп. – М.: Недра, 1972.
9. Справочник по бурению скважин на воду / под общей ред. Д.Н.Башкатова. – М.: Недра, 1979.
10. Справочник инженера по бурению геологоразведочных скважин /авторский колл.;гл. ред. проф. Е.А.Козловский. – СПб, 2000.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Уральский государственный горный университет»

Н. В. Блинкова, Н. С. Земцов

ГЕОФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СКВАЖИН

Методические указания
к лабораторным и практическим работам по дисциплине «Геофизические методы исследования горизонтальных скважин» для студентов специальности 21.05.02 *ПРИКЛАДНАЯ ГЕОЛОГИЯ*

Екатеринбург
2020

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО:
Методической комиссией
Факультета геологии и геофизики УГГУ
20 МАРТА 2020 г.
Председатель комиссии
_____ проф. Бондарев В. И.

Н. В. Блинкова, Н. С. Земцов

ГЕОФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СКВАЖИН

Методические указания
к лабораторным и практическим работам
по дисциплине «Геофизические методы
исследования горизонтальных скважин»

Издание УГГУ Екатеринбург, 2020

Б 69

Рецензенты: *Иголкина Г. В.*, д-р геол.-мин. наук, зав. лабораторией промысловой геофизики (Институт геофизики УрО РАН);
Скобелев А. Н., канд. техн. наук, главный геолог, (группа компаний «НЕДРА»).

Методические указания рассмотрены на заседании кафедры геофизики 5 МАРТА 2020 г. (протокол № 12) и рекомендованы для издания в УГГУ.

Блнкова Н. В., Земцов Н. С.

Б 69 ГЕОФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СКВАЖИН: методические указания / Н. В. Блинкова, Н. С. Земцов; Урал. гос. горный ун-т. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2020. – 71 с.

Методические указания содержат семь практических работ. В каждой работе имеется описание геофизической аппаратуры для исследования горизонтальных скважин в процессе бурения и на этапе их исследования после бурения. В работах приводятся планы заданий для анализа полевых материалов (каротажных диаграмм), полученных с этой аппаратурой (АМК «ГОРИЗОНТ», АК «АЛМАЗ-2И», АМАК «Обь», СБК «АМАК», АМК «Горизонталь»). Две работы включают в себя интерпретацию данных метода инклинометрии в горизонтальных скважинах с использованием программного обеспечения станции геолого-технологических исследований «Мега АМТ» и построения этих скважин в трехмерном пространстве, а также построение корреляционного разреза по одному из месторождений Западной Сибири с использованием геофизических данных горизонтальных скважин.

Выполнение этих работ позволит подготовиться студентам к производственной и преддипломной практикам, которые они проходят, в основном, на месторождениях Западно-Сибирской нефтегазовой провинции.

.

© Блинкова Н. В., Земцов Н. С., 2020
© Уральский государственный горный университет, 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 5
Работа 1. АППАРАТУРНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС «ГОРИЗОНТ-90» 6
1. Состав и краткое описание 6
2. Основные технические характеристики 6
3. Автономный скважинный прибор 8
4. Прочие конструктивные особенности комплекса 14
Задание 15
Контрольные вопросы 15
Работа 2. АВТОНОМНЫЙ КОМПЛЕКС «АЛМАЗ-2И» 16
1. Состав и краткое описание 16
2. Основные технические характеристики 18
3. Устройство и работа комплекса 21
Задание 25
Контрольные вопросы 25
Работа 3. АППАРАТУРНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ АВТОНОМНЫЙ КОМПЛЕКС «ОБЬ» 26
1. Состав и краткое описание 26
2. Основные технические характеристики 26
3. Устройство и работа комплекса 27
4. Прочие особенности комплекса 33
Задание 34
Контрольные вопросы 35
Работа 4. СТАНЦИЯ БЕЗКАБЕЛЬНОГО КАРОТАЖА СБК «АМАК» 36
1. Состав и краткое описание 36
2. Геохимическая подсистема, предназначенная для проведения газового каротажа 37
3. Прочие компоненты комплекса 40
Задание 42
Контрольные вопросы 43
Работа 5. АВТОНОМНАЯ ГЕОФИЗИЧЕСКАЯ СИСТЕМА «ГОРИЗОНТАЛЬ» 44
1. Состав и краткое описание 44
2. Основные технические характеристики 46
3. Устройство и работа комплекса 49
4. Проведение геофизических исследований скважин (ГИС) 56
Задание 57
Контрольные вопросы 57

Работа 6. ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ДАННЫХ ИНКЛИНОМЕТРИИ
В ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СКВАЖИНАХ 58
1. Краткое описание 58
Задание 63
Контрольные вопросы 63
Работа 7. ПОСТРОЕНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННОГО РАЗРЕЗА
ПО ДИАГРАММАМ АМК «ГОРИЗОНТ» 64
1. Краткое описание 64
Задание 68
Контрольные вопросы 68
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 69

ВВЕДЕНИЕ

Наиболее эффективными и прогрессивными технологиями в нефтедобывающей отрасли в настоящее время является переход от бурения одиночных скважин к бурению и широкомасштабному промышленному освоению горизонтальных, разветвленно-горизонталь-ных, многозабойных горизонтальных скважин, а также боковых стволов из старого фонда скважин. За последние годы в горизонтальных скважинах опробован целый ряд технологий бурения забойными телеметрическими системами с гидравлическим, электромагнитным и комбинированным каналами связи, а также исследования скважин на этапе «после бурения» применение аппаратурно-методических комплексов с различными способами доставки аппаратуры на забой. Такими способами является доставка с помощью бурильных труб, гибких пластиковых труб «COILED TUBING» (в переводе с англ. – гибкая труба), жёсткого геофизического кабеля и др. [2, 11, 12, 15, 16, 17]. В методических указаниях описываются примеры такой аппаратуры, как аппаратурно-методический комплекс (АМК) «ГОРИЗОНТ-90», автономный комплекс (АК) «АЛМАЗ-2И», аппаратурно-методический автономный комплекс (АМАК) «Обь», станция бескабельного каротажа (СБК) «АМАК», аппаратурно-методический комплекс (АГС) «Горизонталь».

В методических указаниях содержатся семь работ, пять из которых по аппаратуре, шестая по интерпретации данных инклинометрии в горизонтальных скважинах, седьмая – по построению корреляционного разреза по диаграммам АМК «ГОРИЗОНТ».

Работа 1. АППАРАТУРНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС «ГОРИЗОНТ-90»

1. Состав и краткое описание

АМК «ГОРИЗОНТ-90» содержит в своем составе скважинный прибор ПСК-3, устройство сопряжения, персональный компьютер 386, 486 или Pentium, термоплоттер KST-216-8MP01-KICC, программное и методическое обеспечение, глубиномер, индикатор нагрузки талевого каната буровой лебедки, вспомогательное оборудование [3, 4, 5, 7, 8, 9, 10].

2. Основные технические характеристики

АМК «ГОРИЗОНТ-90» обеспечивает измерение и обработку следующих параметров: кажущееся электрическое сопротивление (КС) – 0–2000 Ом·м; потенциал собственной поляризации (ПС) – ±0,5 В; уровень естественного гамма-излучения (ГК) – 0–50 мкР/ч; поток нейтронов (НК1, НК2) – до 250000 имп/мин; уровень радиационного гамма-излучения (НГК) – 0–200 мкР/ч; зенитный угол наклона скважины, град. – (0–180)±0,2; азимут наклона скважины, град. – (0–360)±1.

Конструктивные данные скважинного прибора: длина – 7720±100 мм; диаметр – 90 мм; присоединительная резьба для бурового инструмента – З-76; диаметр проточки под элеватор – 73 мм; промывка скважины через переводник в верхней части скважинного прибора.

Условия эксплуатации скважинных приборов: диаметр исследуемых скважин – не менее 110 мм; давление на забое – не более 60 МПа; температура окружающей среды – не более 80 °С; конструкция скважинного прибора выдерживает осевую сжимающую и растягивающую нагрузку 5-8 тонн; радиус искривления скважины – не менее 40 м; для получения качественных материалов измерения в скважине рекомендуется проводить на аварийном приводе буровой лебедки при скорости 90, 180 или 360 м/ч.

При использовании АМК «ГОРИЗОНТ-90» геофизические измерения в скважине могут проводиться в широком диапазоне изменения удельного сопротивления промывочной жидкости (0,05–5 Ом·м).

В целях безопасности работы с источником нейтронов предусмотрена возможность его извлечения из скважины в случае аварии. Для этого источник устанавливается в специальном контейнере в верхней части скважинного прибора.

Непрерывное время работы скважинного прибора в режиме измерений – не менее 7 часов. Дискретность измерения и регистрации в блоке памяти всех параметров в цифровой форме – 2 сек. В связи с ограниченной емкостью источников питания и блока хранения информации в скважинном приборе предусмотрено включение измерительной схемы с задержкой до 19 часов на время спуска до интервала исследований. Дискретность установки времени задержки – 4,5 мин.

Глубиномер и датчик нагрузки рассчитаны для работы с талевым канатом буровой лебедки диаметром 25–28 мм. Погрешность измерения глубины в интервале каротажа не более 0,1 %. Дискретность измерения перемещения бурового инструмента – не более 4 мм.

3. Автономный скважинный прибор

Общий вид скважинного прибора показан на рис. 1.1. Корпус скважинного прибора выполнен из немагнитного сплава. На его наружную поверхность до диаметра 90 мм нанесено изоляционное покрытие, на котором установлены токовые и измерительные кольцевые электроды. Эти электроды с помощью проводов, проложенных в теле изоляционного покрытия, электровводов и разъема в нижней части прибора соединяются с измерительной схемой электрического каротажа. В верхней части корпуса прибора имеется стальной переводник, предназначенный для соединения с колонной бурильных труб с помощью замковой резьбы З-76. Переводник имеет отверстия для прохождения промывочной жидкости. Внутри переводника устанавливается герметичный контейнер с радиоактивным источником, который в аварийной ситуации может быть извлечен из скважины.



Рис. 1.1. Общий вид скважинного прибора

Внутри охранного корпуса установлены шасси с электронной измерительной схемой, выполненной в виде конструктивно законченных модулей. Модули между собой соединены с помощью разъемов и накидных гаек. С целью предотвращения повреждений измерительных схем каждый модуль закрыт цилиндрическим защитным кожухом.

Прибор содержит шесть модулей: модуль НК, батарея питания, модуль центрального процессора, модуль ГК, модуль инклинометра и модуль электрического каротажа.

Структурная схема, приведенная на рис. 1.2, дает общее представление о принципе работы скважинного прибора. В модуле центрального процессора (МЦП) напряжение батареи питания, состоящей из химических источников тока, преобразуется в ряд напряжений, необходимых для работы электронных схем. Нормальное функционирование скважинного прибора осуществляется под управлением процессора, выполненного на базе однокристальной микро-ЭВМ К1816ВЕ39. МЦП по шине управления формирует сигналы, обеспечивающие синхронную работу остальных модулей прибора. Обмен данными МЦП со всеми модулями производится по 8-разрядной шине данных. По командам, вырабатываемым в МЦП, периодически через две секунды производится опрос датчиков и измерение всех параметров. В модуле электрического каротажа (МЭК) за счет коммутации токовых и измерительных электродов обеспечивается измерение кажущегося сопротивления (КС) тремя симметричными градиент-зондами, тока зондирования и потенциала собственной поляризации (ПС). Значения измеренных параметров передаются по шине данных в МЦП. В модулях ГК (МГК) и НК (МНК), сформированные из гамма-квантов радиоактивного излучения, электрические импульсы накапливаются в счетчиках в течение двух секунд и считываются в МЦП. В модуле инклинометра (ИНКЛ) через каждые две секунды регистрируются три составляющие магнитного поля Земли и поля силы тяжести, по которым затем вычисляются зенитный угол и азимут наклона скважины. В МЦП измеренная информация дополнительно обрабатывается, а затем записывается в память блока регистрации информации (МРИ), емкость которого составляет 512 Кбайт.

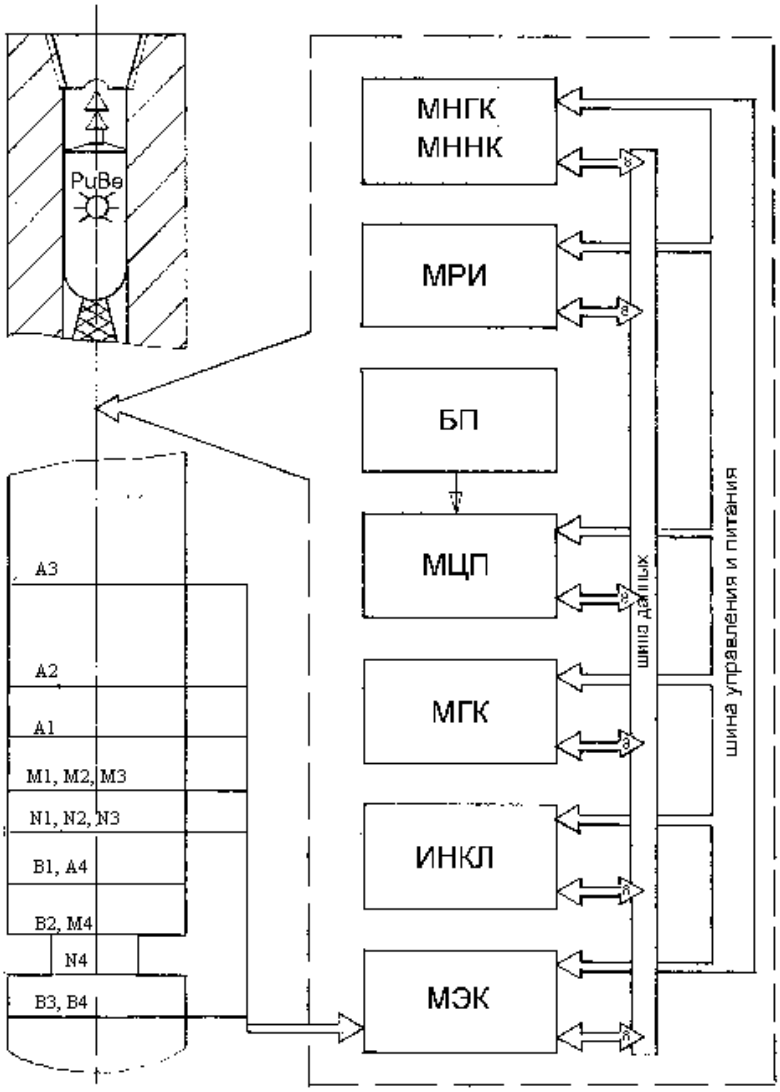


Рис. 1.2. Структурная схема скважинного прибора

Этой емкости достаточно для регистрации информации скважинным прибором в течение семи часов. МРИ в отличие от предыдущих модификаций АМК «ГОРИЗОНТ» размещен в МЦП. После заполнения МРИ происходит автоматическое выключение скважинного прибора.

Вышеуказанные модули можно охарактеризовать следующими параметрами:

• *Модуль центрального процессора* (*МЦП*)

МЦП выполнен на базе ОЭВМ серии К1816ВЕ39. Предназначен для управления работой остальных модулей скважинного прибора, регистрации информации в блоке памяти (512 кбайт) и обмена информацией с наземной частью АМК «ГОРИЗОНТ-90».

• *Модуль ГК и НК*

Радиоактивный каротаж в скважинном приборе осуществляется двумя идентичными модулями: модуль гамма-каротажа (МГК), модуль нейтронного каротажа (МНК).

Модуль ГК предназначен для измерения естественного гамма-излучения горных пород. Он выполнен на базе фотоумножителя ФЭУ-74 и сцинтилляционного детектора NaJ(Tl), размером 30×70 мм. Электрические импульсы с выхода фотоумножителя после усиления и ограничения поступают на вход счетчика, где преобразуются в двоичный код. Через каждые две секунды центральный процессор обращается к модулю и считывает 16-разрядное слово с двоичного счетчика, после чего счетчик обнуляется и начинается накопление импульсов в течение следующих двух секунд, далее цикл повторяется.

Для нормальной работы фотоэлектронного умножителя необходимо стабильное напряжение около 1800 В, которое формируется с помощью высоковольтного преобразователя напряжения и стабилизатора напряжения.

Модуль нейтронного каротажа предназначен для измерения потока нейтронов двумя зондовыми установками ННК (20 и 40 см) и радиационного гамма-излучения НГК (60 см), возникающего при облучении породы потоком нейтронов.

Для регистрации потока нейтронов используются нейтронные трубки СНМ-56, а для регистрации гамма-излучения – ФЭУ-74 и сцинтилляционный детектор NaJ(Tl), размером 30×40 мм. Для защиты сцинтилляционного детектора от потока тепловых нейтронов используется экран из кадмия и бора. В остальном работа модуля НК аналогична работе модуля ГК.

• *Модуль электрического каротажа*

Для электрического каротажа в скважинном приборе используются четыре четырехэлектродных симметричных градиент-зонда:

– *A*1 0,5 *M*1 0,25 *N*1 0,5 *B*1, диаметром 90 мм;

– *A*2 0,5 *M*2 0,25 *N*2 0,5 *B*2, диаметром 75 мм;

– *A*3 1,0 *M*1 0,25 *N*1 1,0 *B*3, диаметром 90 мм;

– *A*4 1,75 *M*1 0,25 *N*1 1,74 *B*3, диаметром 90 мм.

При измерении одноименные токовые электроды *A* и *B* через коммутатор тока подключаются к генератору зондирующего тока, а соответствующие измерительные электроды *M* и *N* через коммутатор напряжения к измерительному усилителю с программно изменяющимся коэффициентом усиления.

При измерении параметра кажущегося удельного сопротивления (КС) ток зондирования, протекая по породе между токовыми электродами *A* и *B*, создает между измерительными электродами *M* и *N* переменное напряжение прямоугольной формы, амплитуда которого пропорциональна измеряемому кажущемуся удельному сопротивлению породы. Это напряжение после усиления преобразуется синхронным детектором в напряжение постоянного тока, которое через аналоговый коммутатор поступает на вход

интегрирующего аналого-цифрового преобразователя (АЦП). Преобразованное в двоичный код измеряемое напряжение считывается центральным процессором с двоичного реверсивного счетчика и записывается в блок ОЗУ.

• *Модуль инклинометра*

Модуль инклинометра предназначен для одновременного измерения трех взаимно ортогональных составляющих величины магнитного поля Земли, и трех взаимно ортогональных составляющих вектора поля силы тяжести, по которым определяются зенитный угол и азимут наклона скважины. В модуле используются феррозондовые датчики магнитометра и акселерометра.

С выходов датчика акселерометра электрические сигналы, пропорциональные составляющим вектора силы тяжести, поступают через аналоговый коммутатор (АК) на вход аналого-цифрового преобразователя (АЦП), на выходе которого формируются цифровые коды, пропорциональные выходным напряжениям акселерометра.

С выходов датчика магнитометра электрические сигналы, пропорциональные составляющим величины магнитного поля Земли, поступают на вход времяимпульсного преобразователя (ВрИП), на выходе которого формируются цифровые коды, пропорциональные измеряемому магнитному полю. Полученные коды через магистральные приёмопередатчики (МПП) пересылаются в ЦП. После обработки считанной информации ЦП пересылает результат в модуль регистрации информации.

4. Прочие конструктивные особенности комплекса

Глубиномер

Глубиномер предназначен для измерения приращений глубины в процессе каротажа скважин. Состоит из головки, в которой размещен индукционный датчик, демпфирующего устройства, зажимного хомута, стойки, узла крепления и 4-контактного разъема.

Конструктивно головка датчика выполнена в виде двух «ш»-образных магнитопроводов, разнесенных между собой на расстояние несколько меньше шага навивки талевого каната. На магнитопроводах размещены питающая и измерительная обмотки. Вся система залита эпоксидной смолой в дюралюминиевом корпусе.

Датчик нагрузки талевого каната буровой лебедки

Датчик нагрузки предназначен для отключения счетчика глубиномера во время каротажа при отсутствии нагрузки на крюке буровой лебедки. Состоит из жесткого основания в виде балки, на концах которой закреплены два неподвижных упора для талевого

каната и один подвижный в центре, узла регулировки жесткости упорной пружины, концевого переключателя, индикатора нагрузки, 4-контактного разъе-ма и защитного кожуха.

Задание

1. Изучить технические характеристики аппаратурно-методичес-кого комплекса «ГОРИЗОНТ-90».

2. Изучить устройство скважинного прибора АМК «ГОРИЗОНТ-90» на уровне блок-схемы.

3. Проанализировать комплекс каротажных диаграмм, полученных с помощью АМК «ГОРИЗОНТ-90», и описать возможности литологического расчленения разреза этим комплексом.

4. Составить пояснительную записку.

Контрольные вопросы

1. Из каких основных блоков состоит АМК «ГОРИЗОНТ-90»?
2. Какие основные параметры измеряет и обрабатывает АМК «ГОРИЗОНТ-90»?
3. Каковы условия эксплуатации скважинных приборов?
4. Из каких устройств состоит функциональная схема модуля центрального процессора?
5. Изобразите функциональную схему модулей ГК и НК.
6. Расскажите принцип работы модуля инклинометра.
7. Изобразите функциональную схему модуля электрического каротажа.
8. Изобразите функциональную схему модуля инклинометра
9. Каков принцип работы датчика нагрузки талевого каната буровой лебедки?
10. Каково назначение устройства сопряжения?

Работа 2. АВТОНОМНЫЙ КОМПЛЕКС «АЛМАЗ-2И»

1. Состав и краткое описание

Автономный комплекс «АЛМАЗ-2И» (далее комплекс) предназначен для геофизических исследований открытых стволов наклонных скважин и скважин с горизонтальным завершением, в том числе боковых стволов, диаметром 124–144 мм, бурящихся на нефть и газ [18]. Комплекс позволяет за одну спускоподъёмную операцию произвести измерение и регистрацию следующих геофизических параметров: кажущегося удельного электрического сопротивления девятью индукционными зондами разной глубинности, потенциала естественной поляризации скважины (ПС), азимут скважины, зенитный угол скважины, угол отклонителя (угол вращения прибора), естественной гамма-активности пород (ГК), удельного электрического сопротивления (УЭС) бурового раствора, температуры бурового раствора.

Автономная скважинная система комплекса «АЛМАЗ-2И» предназначена для доставки на забой буровым инструментом. Этот способ доставки обеспечивает возможность проведения каротажа протяжённых горизонтальных участков обследуемых скважин.

Комплекс состоит из следующих систем: скважинной автономной системы, средства доставки в скважину, наземной системы определения глубины, системы программных модулей RealDepth v4.x.x.

Автономная скважинная система предназначена для измерения и записи геофизических и технологических параметров различного назначения. Автономная скважинная система состоит из трёх модулей: модуль памяти и питания (МПП), измерительный модуль ВЭМКЗ, измерительный модуль интегрального ГК и резистивиметра (МГКР).

Средство доставки состоит из рассекателя и муфты переходной с конической замковой резьбой З-86.

Наземная система определения глубины автономного измерительного комплекса предназначена для измерения перемещений талевого блока (крюка) во время проведения каротажа с учётом нагрузки и разгрузки крюка и вычисления перемещения буровой колонны.

Наземная система определения глубины включает: преобразователь линейных перемещений (ПЛП) талевого блока, преобразователь натяжения троса (ПНТ), блок интерфейса (БИ), компьютер, источник бесперебойного питания (Back-UPS), комплект соединительных кабелей.

Система программных модулей RealDepth v4.x.x предназначена для сбора информации об измерениях со скважинной и наземной измерительных систем, и взаимной увязки данных на основе записи точного времени событий.

Система также осуществляет автоматическую пакетную интерпретацию данных измерений, все необходимые операции по документированию и преобразованию данных в распространённые форматы представления геофизических данных (*.las, *.rtx).

Использование программы МФС ВИКИЗ для дальнейшей интерпретации данных каротажа скважин позволяет представить их в виде удельного электрического сопротивления пород с нормированными погрешностями измерения.

2. Основные технические характеристики

Перечень параметров с нормированной погрешностью (геофизических и технологических), измеряемых комплексом, приведён в табл. 2.1. В таблице также приведены число каналов измерения комплекса, единицы измерения, диапазон, основная погрешность и дополнительная температурная погрешность.

Таблица 2.1

Перечень метрологических характеристик комплекса «АЛМАЗ-2И»

Измеряемый параметр	Число каналов	Единица измерения	Диапазон	Дискрет-ность	Основная погрешность
УЭС породы		Ом·м	1÷200	–	(5+20·к/в) %
ПС		мВ	+/-1250	1	+/-0,6мВ
Уровень интегральной гамма активности породы		мкР/час	0÷250	0,1	15 %
УЭС бурового раствора		Ом·м	0,02÷10	0,00015	(3+20·к/в) %
Температура бурового раствора		град	5÷85	0,01	+/-0,5
Магнитный азимут		угл. град.	0÷360°	0,1°	±1,5°÷3°
Зенитный угол		угл. град.	0÷180°	0,05°	±0,25°
Угол отклонителя		угл. град.	0÷360°	0,1°	±3°

Примечание: к – измеряемое значение; в – верхний предел измерения.

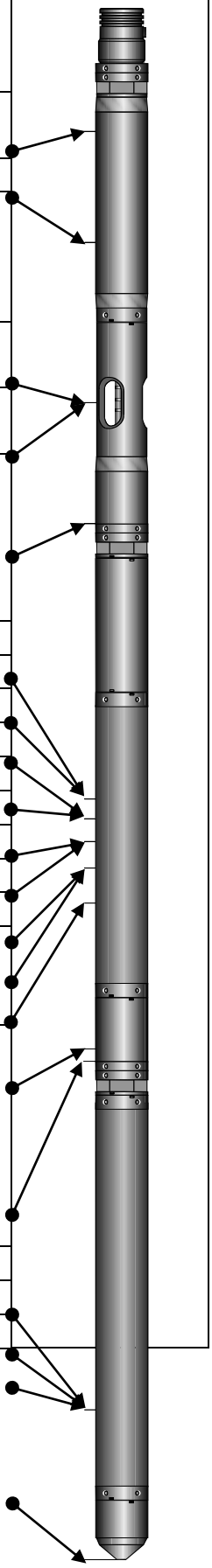
В зондовой скважинной системе точки записи смещены относительно нижнего окончания модуля ВЭМКЗ. Значения смещений приведены в табл. 2.2.

Перечень доступных для контроля технологических измеряемых величин приведён в табл. 2.3.

Таблица 2.2

Расположение точек записи ВЭМКЗ

Наименование параметра	Обозначение	Частота	Длина зонда	Смещение точки записи
Гамма 2	MGKR_GK2			**8,268**
Гамма 1	MGKR_GK1			**7,808**
Температура бурового раствора	MGKR_T			**7,305**
УЭС бурового раствора	MGKR_R			**7,303**
Модуль ВЭМКЗ 7**,067**				
Разность фаз зонда **0,5**	DF5	14,00 МГц	0,500	**5,1**
Разность фаз зонда **0,6**	DF6	7,0 МГц	0,566	**5,1**
Разность фаз зонда **0,7**	DF7	7,00 МГц	0,707	**4,959**
Разность фаз зонда **0,8**	DF8	3,50 МГц	0,800	**4,959**
Разность фаз зонда **1,0**	DF10	3,50 МГц	1,000	**4,759**
Разность фаз зонда **1,1**	DF11	1,75 МГц	1,131	**4,759**
Разность фаз зонда **1,4**	DF14	1,75 МГц	1,414	**4,471**
Разность фаз зонда **1,6**	DF16	0,875 МГц	1,600	**4,471**
Разность фаз зонда **2,0**	DF20	0,875 МГц	2,000	**4,071**
Потенциал скважины	PS			**3,52**
Инклинометр **3,42**				
Зенит	Zenith_Angle			**0,5**
Вращение	Standoff_Angle			**0,5**
Азимут	Azimuth_Angle			**0,5**



Точка отсчёта смещений	

Таблица 2.3

Технологические измеряемые величины

Наименование параметра	Число каналов	Единица измерения	Диапазон	Дискретность
Вес на крюке	1	у.е.	0…4095	1 у.е.
Ход талевого блока	1	м	0…25	±5 мм
Скорость каротажа	1	м/ч	0…700	
Глубина	1	м	5000	±5 мм
Текущее время	1	час, мин, сек	00:00:01 23:59:59	0,01 сек
Температура в МПП	1	град.	-10÷85	±0,5 град.
Напряжение батареи МПП	1 (или 8)	Вольт	14…17,5	±0,2 В
Ускорение при ударах МПП	3 по *x*, *y*, *z*	g	0…50	0,5 g

Рабочие условия наземной аппаратуры:

диапазон температур окружающего воздуха, °С +10...+45;

относительная влажность окружающего воздуха при 30 °С, % 5-90;

конденсация влаги на элементах не допустима.

Рабочие условия скважинной аппаратуры

При каротаже автономная скважинная система может выдерживать следующие рабочие условия:

максимальное гидростатическое давление, МПа не более 60;

диапазон рабочих температур, °С от +10 до +85;

виброударные нагрузки по ГОСТ 26116-84, группа МС2-3 не более 15g;

радиус кривизны скважины, м не менее 60;

осевая нагрузка сжатие, т не более 10;

осевая нагрузка на разрыв, т не более 30;

скорость спуско-подъёма, м/ч не более 2000;

скорость спуско-подъёма в интервале зарезки, м/ч не более 200;

скорость каротажа, м/ч не более 800.

3. Устройство и работа комплекса

Комплекс регистрирует и интерпретирует геофизическую и технологическую информацию от наземных и скважинных модулей, благодаря взаимодействию нескольких систем:

– автономной скважинной системы;

– системы определения глубины;

– системы сбора информации и интерпретации RealDepth.

Автономная скважинная система производит сбор геофизической и технологической информации в скважине и записывает эту информацию в энергонезависимую память. В зондовой части располагаются часы реального времени (ЧРВ) модуля памяти и питания, текущие показания которых записываются в память. Автономная скважинная аппаратура производит запись геофизической и технологической информации (рис. 2.1).

Синхронизация часов МПП производится во время подготовки зондовой системы к спуску в скважину с часами компьютера. Вторые ЧРВ располагаются в интерфейсном блоке. Синхронизация двух часов происходит в момент переведения зондирующей системы в автономный режим. Данная операция производится непосредственно на скважине после сборки зондирующей системы и подключения её к компьютеру через интерфейсный блок. Значение текущего времени компьютера одновременно заносится в часы реального времени БИ и часы реального времени МПП, после чего автономная скважинная система готова к самостоятельной работе.

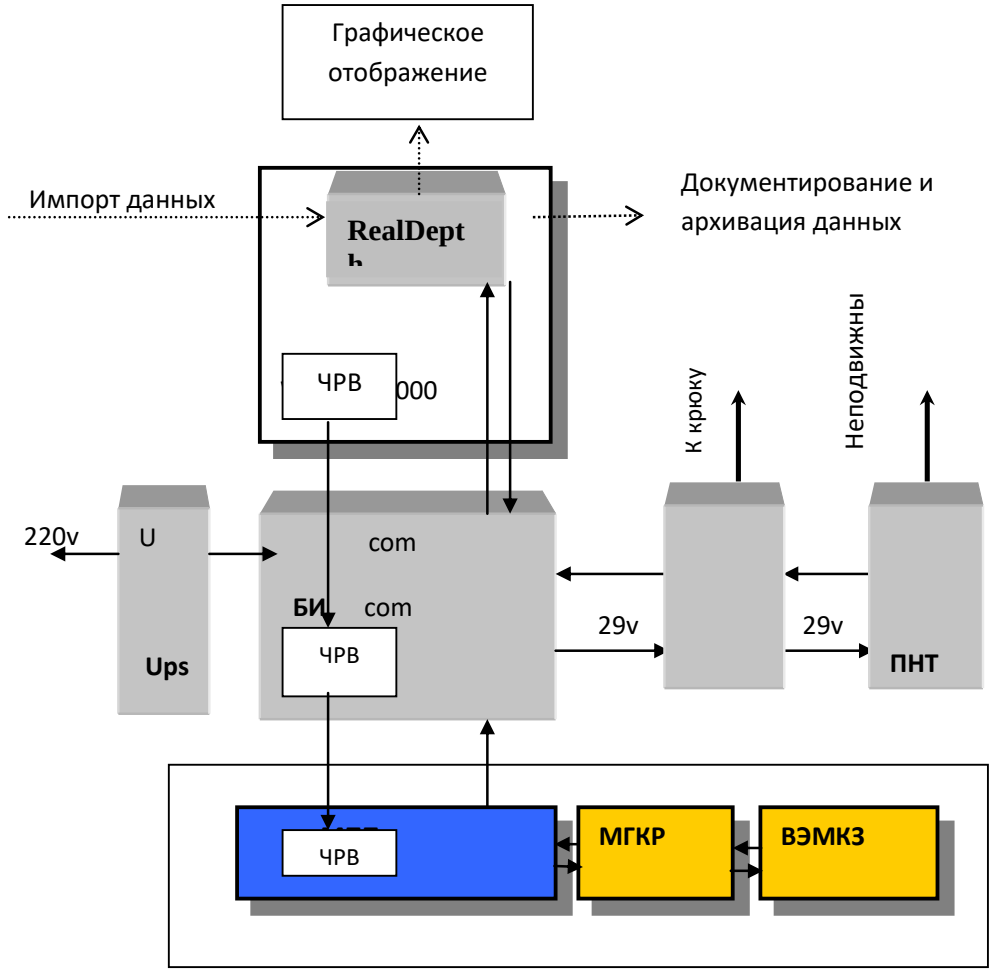


Рис. 2.1. Взаимодействие систем комплекса «АЛМАЗ-2И»

Значение времени в обоих ЧРВ после операции синхронизации будет одинаковым, допустимый уход не более чем 1 сек за 12 часов при условии, если обе части не обесточивались.

Если данное условие не выполняется и происходит отключение часов реального времени, расположенных в блоке интерфейса на длительное время, произойдёт утеря исходных установок времени, что затруднит восстановление информации о глубине. Чтобы восстановить установки времени в часах интерфейсного блока необходимо снова провести операцию синхронизации часов от компьютера. При этом возможна ошибка синхронизации между скважинной и наземной частями системы на несколько секунд из-за ухода часов компьютера. Не следует забывать, что компьютер может самостоятельно переводить поясное время на час вперёд или назад, учитывая зимнее и летнее время, вследствие чего возможно скачкообразное смещение данных глубины на час. Для увеличения надёжности системы синхронизации применяются источники бесперебойного питания для блока интерфейса (в

экстремальных ситуациях для увеличения времени работы часов в отсутствии сетевого питания рекомендуется отключать ПЛП от интерфейсного блока и подключать при возобновлении сетевого питания). Наземная система определения глубины работает непосредственно с компьютером через интерфейсный блок под управлением оболочки RealDepth и использует часы БИ, преобразователи перемещения талевого блока (ПЛП) и натяжения троса (ПНТ). Информация с преобразователя натяжения троса под управлением оболочки RealDepth записывается в файл глубины и в дальнейшем используется для вырезания моментов разгрузки талевого блока, так как в эти моменты движения зондовой системы не производится. Измеренные перемещения талевого блока во время каротажа аналогично записываются и используются в дальнейшем для вычисления глубины зондирующей системы (с учётом смещения её точек записи). Для привязки глубин регистрируемой информации, необходимо указать глубину, на которую произведён спуск зондирующей системы, а затем относительно этой величины будут определены все остальные отсчёты глубины с учётом направления перемещения зондовой системы.

После проведения каротажа производится чтение геофизической и технологической информации из памяти МПП зондовой системы и сохраняется в файл *.mpp.

RealDepth осуществляет увязку глубин, используя данные системы определения глубины и системы синхронизации времени. Вся зарегистрированная информация приводится к стандартному шагу по глубине – 0,1 м, отсутствующие отсчёты восстанавливаются путём интерполяции по соседним точкам, а лишние отсчёты усредняются. Далее данные преобразовываются в удобный для отображения вид в единицах физических величин.

RealDepth также используется для документирования результатов каротажа различными способами и форматами (*.las, *.rtx); анализа данных каротажей, произведённых ранее, или другими аналогичными комплексами; контроля функционирования скважинных модулей и преобразователей в интерактивном режиме; калибровки измерительных модулей и преобразователей.

Для проведения каротажа требуется: заблаговременно запрограммировать зондовую систему на расчётное время достижения забоя и самостоятельное включение; спустить зондовую систему на буровых трубах в точку начала каротажа к расчётному времени; включить систему определения глубины на запись файла глубины; после достижения времени включения осуществить подъём (спуск) зондовой системы с допустимой скоростью каротажа; поднять зондовую систему на поверхность и извлечь из скважины; отсоединить МПП и произвести чтение информации из памяти; произвести увязку глубин.

Задание

1. Изучить технические характеристики автономного комплекса «Алмаз-2И».

2. Изучить устройство скважинного прибора АК «Алмаз-2И».

3. Проанализировать комплекс каротажных диаграмм, полученных с помощью АК «Алмаз-2И», и описать возможности литологического расчленения разреза этим комплексом.

4. Составить пояснительную записку.

Контрольные вопросы

1. Для чего предназначен автономный комплекс «АЛМАЗ-2И»?

2. Какие параметры измеряются с помощью комплекса «АЛМАЗ-2И»?

3. Назовите максимальный диаметр скважинного комплекса «АЛМАЗ-2И».

4. При каком максимальном гидростатическом давлении возможна работа с данным комплексом?

5. Расшифруйте аббревиатуру модуля – МПП.

6. Какие параметры измеряются с помощью модуля МГКР?

7. Каков диапазон регистрации естественной интегральной гамма-активности пород в модуле МГКР?

8. Для чего предназначен программный комплекс RealDepth?

9. В каком формате документируются результаты каротажа?

10. Назовите массу системы привязки по глубине.

Работа 3. АППАРАТУРНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ АВТОНОМНЫЙ КОМПЛЕКС «ОБЬ»

1. Состав и краткое описание

АМАК «Обь» предназначен для проведения комплекса ГИС на буровом инструменте в открытом стволе скважин, бурящихся диаметром 190, 215,9 и 243 мм, и имеющих горизонтальное или пологое (более 450 м) окончание [6].

Отдельные модули АМАК «Обь» (модуль РК, акустический модуль) могут быть спущены и в обсаженную часть ГС и ПС на буровом инструменте малого диаметра или НКТ для проведения радиоактивного каротажа и акустической цементометрии в обсадной колонне (и хвостовиках) диаметром 4, 5 и 6 дюйма.

2. Основные технические характеристики

Диаметр защитных кожухов модулей АМАК «Обь» – 73 мм, длина нерасчлененной части одного модуля не превышает 4 м.

Условия эксплуатации АМАК «Обь»:

температура в скважине	не выше 90 °С;
давление в скважине	не выше 600 МПа;
скорость подъема при каротаже	не более 800 м/ч (на первой скорости лебедки);
скорость спуска и подъема без записи	не более 3000 м/ч;
продолжительность записи	не более 10 ч;

количество модулей в сборке не ограничивается, однако на первом этапе внедрения общая длина сборки рекомендуется до 25 м;

расход промывочной жидкости при выталкивании сборки из инструмента и промывке скважины	28–42 л/сек;
наружная температура воздуха, при которой возможна работа с АМАК «Обь» (сборка, разборка, считывание информации и т. п.)	от –50 °С до +50 °С.

3. Устройство и работа комплекса

Аппаратурно-методический автономный комплекс содержит автономные модули различных методов исследований, соединенные между собой в сборку, к верхней части которой присоединяется устройство для удержания сборки внутри бурильной колонны на замковом соединении в процессе спуска бурильной колонны на забой горизонтальной скважины и выталкивания сборки из бурильной колонны в открытый ствол циркуляцией бурового раствора. Удерживающее и выталкивающее устройство соединены со штоком обратного хода, длина которого превышает величину обратного хода бурового инструмента при посадке его на клинья для отворота очередной свечи.

Выталкивание сборки из бурильной колонны и приведение модулей в рабочее положение происходит только при сбросе в буровую колонну специального запорного приспособления и продавливания его циркуляцией бурового раствора до посадки на гнездо выталкивающего устройства. Нижняя часть бурильной колонны заканчивается специальным обтекателем, имеющим посадочное седло, на которое садится нижняя часть выталкивающего устройства и циркуляционные отверстия, обеспечивающие циркуляцию бурового раствора. Автономные модули соединены со штоком обратного хода и между собой шарнирными соединениями с регулируемым углом перекоса. Включение каждого автономного модуля происходит при его выходе из обтекателя за счет изменения сигнала на феррозондовом датчике, помещенном в диамагнитном корпусе автономного модуля, а выключение при подъеме бурильной колонны – при обратном изменении сигнала на феррозондовом датчике при вхождении автономного модуля в башмак ранее спущенной обсадной колонны. Все автономные модули дополнительно содержат автономные блоки питания, блоки преобразования сигналов и памяти.

На рис. 3.1 представлена схема компоновки модулей в бурильной трубе во время спуска в скважину.

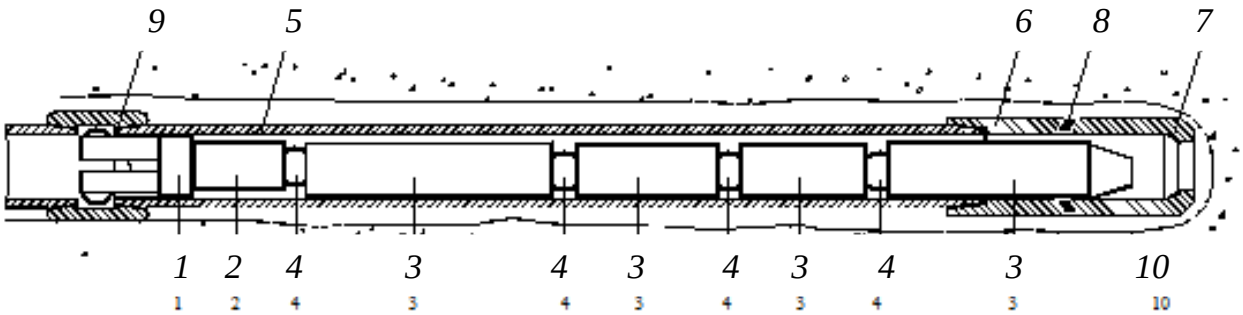


Рис. 3.1. Аппаратурно-методический комплекс

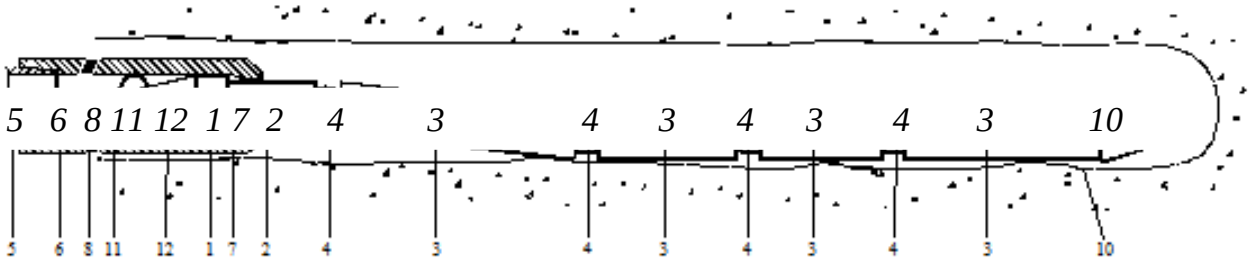
для каротажа горизонтальных скважин на бурильных трубах

Верхняя часть сборки содержит удерживающее и выталкивающее устройство *1*, шток обратного хода *2*, набор функциональных модулей *3*, соединенных между собой шарнирными соединениями *4*.

Бурильная труба *5*, в которой размещена сборка автономных модулей, заканчивается обтекателем *6* с посадочным седлом *7* и промывочными (циркуляционными) отверстиями *8*. Удерживающее и выталкивающее устройство *1* садится на замковое соединение *9* и опускается в скважину *10*.

На рис. 3.2 представлена схема расположения сборки модулей в открытом стволе горизонтальной скважины *10* после ее выталкивания из бурового инструмента *5* (рабочее положение) за счет повышения перепада давления при посадке специального запорного приспособления *11* на посадочное гнездо *12* выталкивающего устройства *1*.

Рис. 3.2. Аппаратурно-методический комплекс
для каротажа в открытом стволе горизонтальных скважин



Аппаратурно-методический автономный комплекс работает следующим образом.

На мостках буровой производится сборка автономных скважинных приборов, реализующая необходимый комплекс ГИС. К верхней части сборки подсоединяется удерживающее и выталкивающее устройства *1* и шток обратного хода *2*. В скважину опускается свеча (25 м) бурового инструмента, на конце которой имеется обтекатель *6*. После этого сборка поднимается вспомогательной лебедкой над устьем скважины и медленно опускается в бурильные трубы *5* до посадки на замковое соединение *9*. Далее производится наращивание очередной свечи бурового инструмента и осуществляется обычный спуск бурового инструмента на забой горизонтальной скважины. В случае необходимости может осуществляться промывка скважины, а также вращение бурового инструмента ротором, при этом сборка скважинных приборов остается на месте, надежно зафиксированная удерживающим устройством. Процесс спуска аппаратурно-методического комплекса на

забой горизонтальной скважины, его выталкивание из бурового инструмента и каротаж сопровождаются записью в компьютер (с отображением на экране монитора) информации от наземных датчиков: глубины, веса инструмента, давления, положения клиньев ротора. При достижении забоя горизонтальной скважины, что фиксируется по глубиномеру и разгрузке инструмента через датчик веса, инструмент поднимается из скважины на длину сборки и устанавливается на клинья ротора, после чего внутрь бурового инструмента сбрасывается специальное запорное приспособление *11*, на верхнюю часть инструмента наворачивается квадрат и дается циркуляция. При посадке специального запорного приспособления *11* на гнездо *12* происходит частичное перекрытие проходного сечения в удерживающем и выталкивающем устройстве *1*, что приводит к повышению перепада давления на нем и к срыву удерживающего устройства *1* с замкового соединения *9* бурильной трубы *5*. Сборка под перепадом давления начинает двигаться вдоль бурильной трубы *5* и выходит из обтекателя *6*. После прохождения выталкивающего устройства *1* мимо циркуляционных отверстий 8 и посадки его на седло *7* происходит падение давления, что является сигналом о выходе сборки из бурильной трубы *5* в открытый ствол скважины *10* и готовности ее модулей *3* к работе. Включение питания модулей *3* происходит поочередно при выходе из обтекателя *6* по сигналу феррозондовых датчиков, устанавливаемых в диамагнитных корпусах модулей *3*. Питание самих феррозондовых датчиков подключается заранее при программировании работы модулей *3* через специальный персональный компьютер (дежурный режим с минимальным потреблением энергии).

Далее начинается подъем бурового инструмента и каротаж спущенным комплексом. В горизонтальной части ствола скважины *10* и в интервале выхода на горизонталь до углов 40–450 сборка будет лежать на нижней стенке ствола скважины, так как модули соединены между собой шарнирными соединениями с регулируемым углом перекоса, позволяющим автономным модулям *3* свободно вращаться относительно друг друга.

При подъеме и отвинчивании очередной свечи буровой инструмент сажают на клинья ротора. При этом происходит движение инструмента вниз в диапазоне 0,5–1,0 м. В заявляемом комплексе движение инструмента вниз при посадке на клинья ротора не приводит к обратному движению сборки модулей, так как при этом происходит перемещение обтекателя *6* относительно штока обратного хода *2*, а сборка остается на месте. Этим достигается исключение повторной записи измеряемых параметров, которые являются излишними и требуют корректного устранения при обработке полученного материала. Таким образом, при наличии штока обратного хода запись геофизической информации будет осуществляться только при движении сборки снизу вверх. Отключение питания модулей *3* (перевод их в дежурный режим) осуществляется при вхождении

модулей *3* в башмак ранее спущенной колонны (технической или кондуктора) по сигналу феррозондовых датчиков, экранируемых стальной колонной. В качестве дополнительного варианта предусматривается включение и выключение модулей по заранее установленному времени.

После выхода из интервала исследований скорость подъема инструмента может быть увеличена до 1500–2000 м/ч. После извлечения сборки из скважины ее опускают на мостки для разборки. Зарегистрированная информация из автономных приборов через считывающее устройство переписывается в компьютер, в который ранее записывалась информация в функции времени: давление на насосах, вес на крюке, положение клиньев, глубина нахождения обтекателя, положение талевого блока. Совмещение информации от наземных датчиков, зарегистрированной на компьютере во время подъема инструмента с забойной информацией от сборки, переписанной в компьютер после ее подъема на дневную поверхность, осуществляется путем совмещения шкалы времени в хронометрах компьютера и автономных приборов. Таким образом, вся геофизическая информация оказывается зарегистрированной в функции глубин, как и при обычном каротаже. После перенесения зарегистрированной информации из сборки в компьютер осуществляется просмотр и редактирование полученной информации, а затем отредактированная информация в виде каротажных диаграмм выводится через принтер/плоттер для передачи Заказчику непосредственно на скважине. В случае необходимости на скважине может быть выдано и предварительное заключение. Информация по радиомодемной связи может быть также передана на базу для глубокой интерпретации.

Так как все наземное оборудование, необходимое для реализации технологии проведение ГИС в горизонтальных скважинах с помощью аппаратурно-методического автономного комплекса, входит в комплект компьютеризированных станций геолого-технологических исследований, устанавливаемых на всех бурящихся горизонтальных скважинах, на скважину требуется транспортировать только забойную часть комплекса в разобранном виде (скважинные приборы + оснастка).

В настоящее время максимальная длина сборки АМАК «Обь» может содержать следующие модули:

- модуль ВИКИЗ;
- модуль инклинометра 1;
- модуль инклинометра 2;
- модуль 4-зондовой аппаратуры индукционного каротажа;
- модуль РК (ГК + 2ННК).

Сборка (разборка) модулей может осуществляться как на мостках буровой, так и поэлементным спуском (подъемом) отдельных модулей на устье скважины с использованием подкладной вилки и специального приспособления для подъема (спуска) модулей.

4. Прочие особенности комплекса

Прикладное программное обеспечение (ПО) предназначено для поддержки полного технологического цикла проведения геофизических исследований скважин (ГИС) автономным прибором АМАК «Обь» и обеспечивает: тестирование отдельных модулей АМАК «Обь»; проведение базовых калибровок приборов с записью калибровочных данных на жесткий диск; настройку модулей перед регистрацией данных ГИС; считывание и контроль записанной информации; формирование базового файла ВРЕМЯ и ГЛУБИНА в формате LAS по данным станции ГТИ; первичное редактирование данных каротажа с привязкой к глубине по данным станции ГТИ и совмещением точек записи по глубине; выдачу первичных материалов каротажа на твердую копию; просмотр и редактирование материалов каротажа; первичную обработку каротажных данных с вводом поправок за геолого-технические условия проведения измерений; выдачу результатов обработки на твердую копию.

Прикладное ПО обеспечивает выполнение этих функций в полном объеме при проведении каротажных работ с аппаратурой радиоактивного каротажа (СРК-73Г), электромагнитного (ВИКИЗ), индукционного (ИК-4Г) и инклинометром.

Задание

1. Изучить технические характеристики автономного комплекса АМАК «Обь».
2. Изучить устройство скважинного прибора АМАК «Обь».
3. Проанализировать комплекс каротажных диаграмм, полученных с помощью АМАК «Обь», и описать возможности литологического расчленения разреза этим комплексом.
4. Составить пояснительную записку.

Контрольные вопросы

1. Какие датчики работают в дежурном режиме?
2. Какая компания осваивала технологию АМАК «Обь»?

3. Какую предшествующую технологию должен заменить комплекс АМАК «Обь»?

4. Каким образом осуществляется привязка данных по глубине в технологии АМАК «Обь»?

5. Какой комплекс методов применяется в технологии АМАК «Обь» на сегодняшний день?

6. Назовите способ осуществления записи геофизической информации (при спуске, подъеме, не имеет значения).

7. На каком этапе исследования ГС применяется аппаратура АМАК «Обь»?

8. Какое наземное оборудование необходимо иметь в комплексе АМАК «Обь»?

9. Из каких основных блоков состоит аппаратура АМАК «Обь»?

10. Каким образом осуществляется доставка скважинных приборов, входящих в состав комплекса АМАК «Обь», на забой скважины?

Работа 4. СТАНЦИЯ БЕЗКАБЕЛЬНОГО КАРОТАЖА СБК «АМАК»

1. Состав и краткое описание

Станция бескабельного каротажа (СБК «АМАК») предназначена для проведения геофизических, геолого-технологических и геохимических исследований наклонных и горизонтальных скважин, бурящихся из старого фонда, и включает в себя следующие подсистемы: лаборатория, размещенная на базе полноприводного трехосного шасси КамАЗ; аппаратура скважинная автономная геофизическая; контейнеры бурового инструмента для размещения скважинной аппаратуры; газоаналитическая аппаратура; комплект датчиков технологических; система сбора информации; компьютерное оборудование; комплект инструментов и приборов технического обслуживания и калибровки аппаратуры [14].

Аппаратурный методический автономный комплекс «АМАК-45» предназначен для геофизических исследований скважин следующими методами: радиоактивного каротажа (ГК, ННК), инклинометрии и ПС, индукционного каротажа (3 ИК-45, имеется возможность работы с ВЭМКЗ-9А), двойного микробокового сканирующего каротажа.

Геолого-технологическая подсистема предназначена для проведения детально-механического каротажа, измерения глубины забоя для привязки геофизической и геохимической информации, раннего обнаружения газонефтеводопроявлений и поглощений при бурении, оптимизации процесса углубления скважины с контролем отработки долот, диагностики предаварийных ситуаций в реальном масштабе времени.

2. Геохимическая подсистема, предназначенная для проведения газового каротажа

Основные технические характеристики СБК «АМАК»

Аппаратурный методический автономный комплекс «АМАК-45» предназначен для проведения ГИС на буровом инструменте в открытом стволе крутонаклонных и горизонтальных скважин, диаметром 127-160 мм, с записью информации в память без применения бронированного геофизического кабеля.

Модульное построение комплекса позволяет в любой момент дополнять комплекс новыми приборами по мере окончания их разработки.

Доставка комплекса в горизонтальный ствол осуществляется путем навинчивания приборных контейнеров на конец колонны бурильных труб.

Область применения комплекса: эксплуатационные нефтяные и газовые скважины с горизонтальными и крутонаклонными положениями, радиусом искривления более 40 м.

Рабочие условия применения для скважинных модулей комплекса:

температура рабочей среды	от 0 до +125 °С;
гидростатическое давление	до 60 МПа;
диаметр защитных кожухов модулей АМАК-45	45 мм;
допустимая растягивающая и сжимающая нагрузка на стеклопластиковый контейнер	до 30000 кг;
допустимый крутящий момент	1000 кг·м;
внутренний диаметр контейнера	60 мм.

Общий вид комплекса представлен на рис. 4.1. Комплекс состоит из модулей: ДМБК, 3 ИК, инклинометра, СРК-45, МПП. Модули устанавливаются в контейнеры,



соответствующие каждому виду аппаратуры: 3 ИК в стеклопластиковый контейнер длиной 4550 мм; СРК-45 в контейнер из сплава В95 длиной 4600 мм; инклинометр вкручивается в контактное устройство стеклопластикового контейнера.

Рис. 4.1. Общий вид комплекса

ДМБК выполнен в силовом несущем корпусе и устанавливается оконечным модулем длиной 4100 мм.

Контейнеры предназначены для доставки в интервал исследований и предохранения от механических повреждений скважинных приборов, установленных в них. Оканчиваются контейнеры замковыми соединениями с резьбой З-88 из сплава Д16Т.

Основные модули прибора

Модуль питания и памяти (МПП) предназначен для совместной работы со скважинной аппаратурой, имеющей напряжение 12 В и ТТ1, совместимые интерфейсные сигналы. МПП обеспечивает питание, прием регистрируемых данных и хранение их в энергонезависимой памяти. Питание приборов осуществляется от встроенных аккумуляторных батарей номинальным напряжением 12 В и емкостью 4500 мА·час. Объем памяти 2 МБ или 4 МБ с использованием процедуры упаковки и привязки по времени.

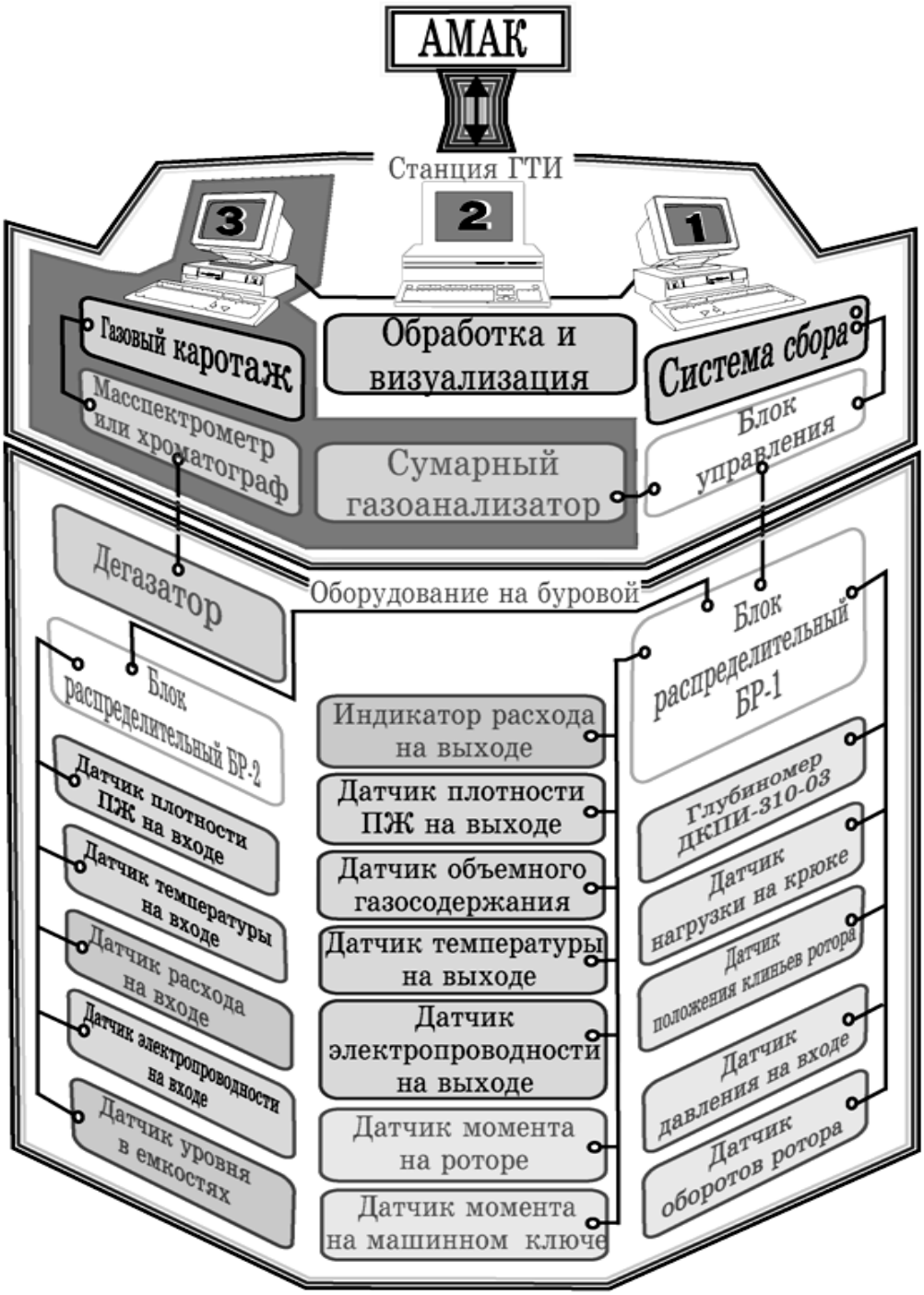


Рис. 4.2. Схема обмена данных СБК «АМАК»

Модуль радиоактивного каротажа предназначен для измерения мощности экспозиционной дозы (МЭД) естественного гамма-излу-чения (гамма-каротаж – ГК) и водонасыщенной пористости пород (компенсированный нейтрон-нейтронный каротаж по тепловым нейтронам – 2 ННКт), применяется для исследования открытых и обсаженных нефтяных и газовых скважин, заполненных любой промывочной жидкостью с доставкой к

забою через инструмент. Детекторы нейтронов расположены на двух различных расстояниях от источника – ближнем и дальнем. Параметры и конструкция зондов выбраны так, чтобы максимально ослабить влияние скважинных условий на вычисляемую водонасыщенную пористость горных пород.

Общая схема обмена данных комплекса представлена на рис. 4.2.

3. Прочие компоненты комплекса

Глубиномер. Датчик ДКПИ-310-03 предназначен для измерения параметров перемещения талевого блока и рабочего инструмента вдоль ствола скважины (табл. 4.1).

Датчик усилия натяжения каната. Датчик предназначен для измерения усилия натяжения неподвижной ветви талевого каната, что позволяет рассчитать вес бурового инструмента и контроля нагрузки на долото в процессе бурения, а также для измерения веса на крюке буровой установки в процессе различных технологических операций при строительстве скважин.

Таблица 4.1

Основные параметры датчиков

Датчик	Контролируемые параметры	Пределы измерения
Датчик контроля перемещения инструмента (глубиномер)	Положение талевого блока, м	0-50
	Глубина забоя, м	0-10000
	Положение долота над забоем, м	0-10000
	Мгновенная скорость перемещения талевого блока, м/с	0-10
Датчик усилия натяжения каната измерительный	Натяжение неподвижной ветви каната талевой системы, тс	0-40
Датчик давления	Давление на входе в скважину, МПа	25, 40, 60, 100
Датчик давления в привода клиньев ротора	Давление в пневмосистеме, МПа	0-0,6
Датчик оборотов ротора	Число оборотов ротора в минуту	30-650
	Суммарное число оборотов ротора	
Датчик крутящего момента на роторе	Сила переменного тока электропривода ротора, А	0-500

	Механический момент на роторе (реактивный момент стола ротора относительно станины), кН-м	0-30
	Механический момент на роторе (для карданного привода), кН·м	0-30
Ультразвуковой датчик уровня	Диапазоны измерения уровня	0-3
Расходомер ультразвуковой доплеровский	Скорость потока жидкости, м/с	0,5-10
Датчик температуры	Температура раствора на выходе из скважины, °С	0-85
	Температура раствора на входе в скважину, °С	0-85
Датчик плотности бурового раствора	Плотность промывочной жидкости в емкости, т/м^3	0,8-2,5
Датчик электро-проводности бурового раствора	Электропроводность промывочной жидкости в емкости, См/м	0,05-100

Датчик давления. Датчик может использоваться в условиях, где необходимо непрерывное измерение давления жидкости от 25 до 100 МПа. Датчик применяется для измерения давления бурового раствора в нагнетательной линии, давления скважины в линии под превентором, давления на цементировочном агрегате, момента на роторе в буровых установках с гидравлическим приводом ротора, момента на машинном ключе для конструкций с гидроприводом.

Датчик приближения магнита. Датчик предназначен для измерения частоты и общего количества циклических перемещений различных механизмов, например, частоты вращения вала и т. п. На буровых установках датчик применяется для измерения частоты вращения бурильной колонны при роторном бурении и измерения частоты ходов поршня буровых насосов. Датчик срабатывает при приближении к нему постоянного магнита, измеряет частоту срабатываний и считает общее их количество. Передаёт результаты измерений по однопроводной цифровой линии связи. Кроме цифрового выхода имеется логический: магнит есть/магнита нет.

Датчик плотности бурового раствора. Датчик предназначен для непрерывного измерения плотности промывочной жидкости (ПЖ) в рабочих емкостях буровой установки, а также плотности в любых технологических емкостях.

Задание

1. Изучить технические характеристики автономного комплекса СБК «АМАК».

2. Изучить устройство скважинного прибора СБК «АМАК».

3. Проанализировать комплекс каротажных диаграмм, полученных с помощью СБК «АМАК», и описать возможности литологического расчленения разреза этим комплексом.

4. Составить пояснительную записку.

Контрольные вопросы

1. Для каких исследований предназначена система СБК «АМАК»?

2. В каких скважинах применяется комплекс СБК «АМАК»?

3. Какие блоки входят в станцию СБК «АМАК»?

4. Какой комплекс методов содержит станция СБК «АМАК»?

5. Из чего состоит геолого-технологический комплекс?

6. В скважинах какого диаметра возможно проведение ГИС с помощью СБК «АМАК»?

7. Назовите способ доставки системы СБК «АМАК» на забой.

8. Какие рабочие условия для СБК «АМАК»?

9. Каково назначение модуля НК в сборке СБК «АМАК»?

10. При каких скважинных условиях возможна работа модуля инклинометра в сборке СБК «АМАК»?

Работа 5. АВТОНОМНАЯ ГЕОФИЗИЧЕСКАЯ СИСТЕМА «ГОРИЗОНТАЛЬ»

1. Состав и краткое описание

Автономная геофизическая система «Горизонталь» предназначена для проведения ГИС на буровом инструменте с записью информации в память без применения геофизического кабеля. Комплекс может эксплуатироваться совместно со станцией ГТИ или специальной передвижной лабораторией и состоит из приборов: гамма-каро-тажа (ГК), радиоактивного каротажа (РК-42), электрического и индукционного каротажа (ЭКМ-45А), инклинометрии (ИМА-42) [1]. Время работы в автономном режиме до 8 часов. Допустимые осевые растягивающая и сжимающая нагрузки на стеклопластиковый контейнер до 20000 кг.

Самая главная особенность проведения исследований с применением автономной аппаратуры – отсутствие возможности регистрации данных измерений в режиме реального времени. Поэтому информация записывается на физические носители, не имеющие связи между собой, в автономном режиме. В скважинном приборе информация с геофизических датчиков измеряется и записывается в автономном блоке памяти, в компьютере наземной станции регистрируются данные о перемещении прибора в скважине.

Для реализации технологии исследования горизонтальных скважин в составе АГС «Горизонталь» имеются автономный скважинный прибор, датчик глубины, датчик нагрузки на крюке и наземный обрабатывающий комплекс.

С помощью датчика глубины (датчик оборотов вала буровой лебедки), установленного на станине буровой лебедки, измеряют и регистрируют в компьютере все перемещения бурового инструмента в процессе измерений в скважине.

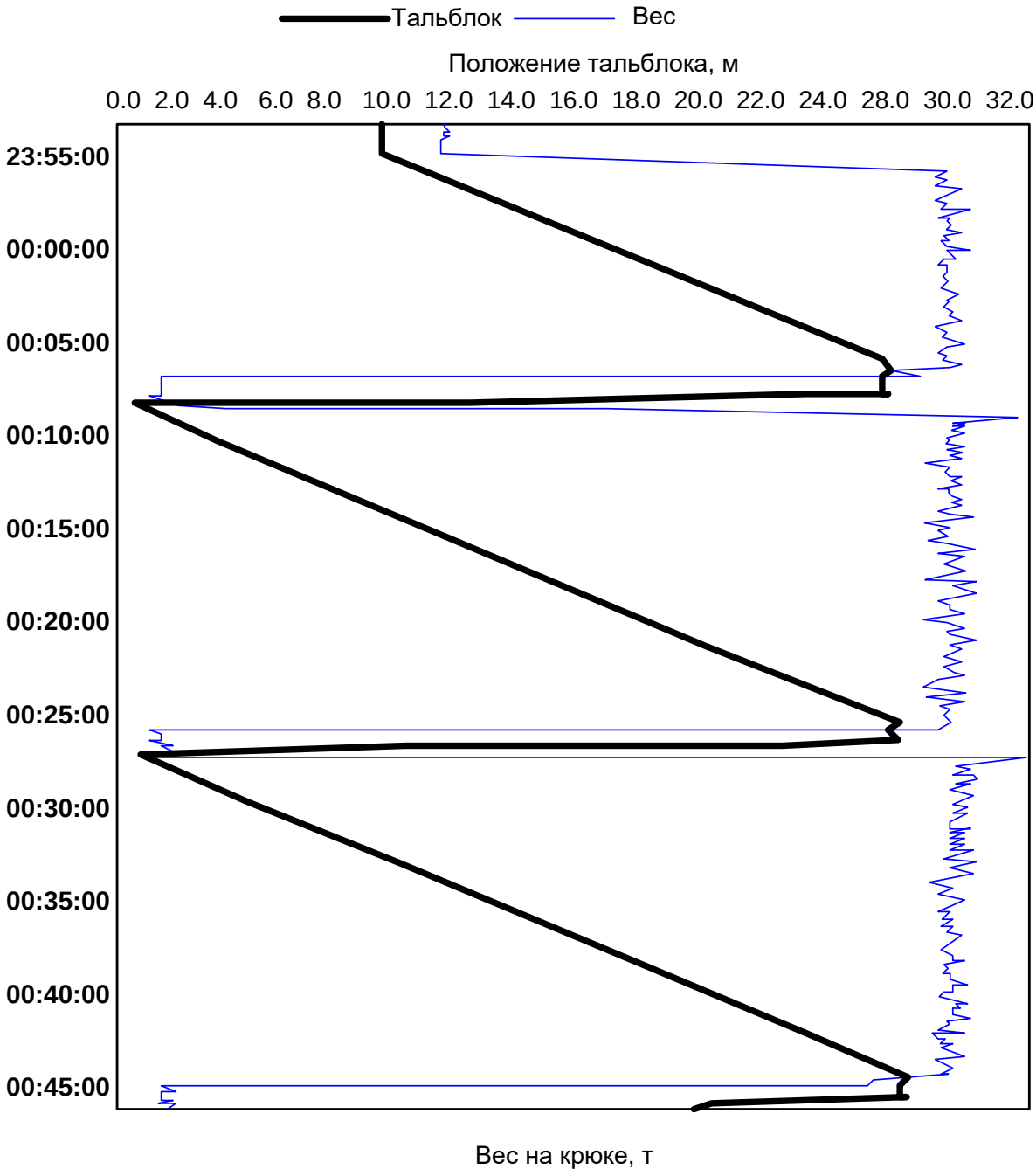


Рис. 5.1. Изображение положения талевого блока и веса на крюке на диаграмме

Датчик нагрузки на крюке талевого каната буровой лебедки предназначен для устранения холостых пробегов талевого блока буровой лебедки при наращивании бурового инструмента, устанавливается на неподвижном конце талевого каната буровой лебедки. Наземный обрабатывающий комплекс содержит персональный компьютер с программным обеспечением, устройство сопряжения (УСО), принтер (термоплоттер). Комплекс предназначен для ввода в компьютер информации со скважинных приборов, с датчика глубины и датчика нагрузки, обработки и вывода информации в виде диаграмм (рис. 5.1).

Типовые условия применения:

– необсаженные горизонтальные и крутонаклонные скважины с радиусом искривления более 40 м, диаметром более 127 мм, заполненные любым флюидом;

– температура рабочей среды до 120 °С, гидростатическое давление – до 60 МПа.

2. Основные технические характеристики

***Модуль ЭКМ-45А*:**

• содержит два фокусированных зонда индукционного каротажа ЗИ 1,0 и ЗИ 0,5 (табл. 5.1):

– индукционный резистивиметр с рабочим диапазоном 0,02-10 Ом·м;

– канал ПС с диапазоном изменения потенциалов самопроизвольной поляризации ± 250 мВ;

– симметричный потенциал-зонд (*AM* 0,5 *NB*);

– симметричный градиент-зонд (*A* 0,45 *M* 0,5 *N* 0,45 *B*);

• диапазон изменения:

– градиент-зонд 5-1000 См/м;

– потенциал-зонд 5-1000 См/м.

Таблица 5.1

Характеристики индукционных зондов

Шифр зонда	Глубина исследования, м	Диапазон измерения УЭС, Ом·м	Рабочая частота генераторов, кГц
ЗИ 1,0	1,4	0,5-200	50
ЗИ 0,5	0,7	0,5-200	100

Примечание. Диапазон измерений УЭС с учетом поправки за скин-эффект.

***Модуль РК-42*:**

• регистрация гамма-каротажа и компенсированного нейтрон-нейтронного каротажа по тепловым нейтронам;

• диапазон измерения:

– гамма-излучение 0-250 мкР/ч;

– водонасыщенная пористость 0-40 %.

***Модуль ГК*:**

• эксплуатируется в связке с инклинометром ИМА-42;

• диапазон измерения:

– гамма-излучение 1-250 мкР/ч.

***Модуль ИМА-42*:**

• эксплуатируется в связке с ГК;

• диапазон измерения:

– азимут 0-360°;

– зенитный угол 0-180° ± 0,2°;

• допускаемая основная погрешность измерения азимута:

– в диапазоне зенитных углов 3-6° и 174-177° ±2°;

– в диапазоне зенитных углов 6-174° ±1°.

Применяется для решения следующих задач:

• литологическое расчленение продуктивного пласта на горизонтальном участке;

• определение характера насыщения коллекторов;

• определение удельного электрического сопротивления пласта, параметров зоны проникновения;

• определение траектории горизонтального участка;

• представление данных ГИС в абсолютных глубинах.

Таблица 5.2

Сборка АГС «Горизонталь»

Название модуля	Длина	Диаметр внутренний	Диаметр наружный	Масса, кг
Контейнер из сплава Д16 для прибора ГК+2ННК-Т	4 924	60	90	55
Стеклопластиковый контейнер для прибора ИК+РЕЗ+ПС	5145	60	90	55
Контейнер из сплава Д16 для прибора ГК + инклинометр	4970	60	90	50
Прибор РК (ГК+2ННК-Т)	2225		45	15
Прибор ИК+РЕЗ+ПС	3150		45	13
Прибор ГК + инклинометр	2580		45	10
Блок батарей и регистрации ББР для РК	1675		45	8
ББР для ИК	1675		45	8
ББР для ГК + инклинометр	1675		45	8

Диаметр защитных кожухов приборов АГС «Горизонталь» – 45 мм; осевые растягивающая и сжимающая нагрузки на стеклоплас-тиковый контейнер – до 20000 кГ; габаритные размеры и массы составных частей комплекса с применением специальных контейнеров приведены в табл. 5.2.

3. Устройство и работа комплекса

Контейнеры предназначены для доставки в интервал исследований и предохранения от механических повреждений скважинных приборов, установленных в них. На концах контейнеры имеют замковые соединения с резьбой МК76.

Скважинные приборы устанавливаются в контейнеры, соответствующие каждому виду аппаратуры:

– РК в контейнер из сплава Д16 на посадочное седло, диаметром 70 мм, расположенное на муфте контейнера;

– ИК в стеклопластиковый контейнер на посадочное седло, диаметром 70 мм, расположенное на муфте контейнера;

– ГК + инклинометр в контейнер из сплава Д16 на посадочное седло, диаметром 70 мм, расположенное на муфте контейнера.

Общие виды приборов представлены на рис. 5.2 – 5.4.

Настоящий регламент разработан на технологию проведения промыслово-геофизических исследований (далее по тексту ГИС) бескабельной линии связи, проводимых в крутонаклонных (свыше 55°) и горизонтальных частях скважин, бурящихся из старых стволов, с доставкой геофизических приборов на бурильных трубах с применением специальных контейнеров.

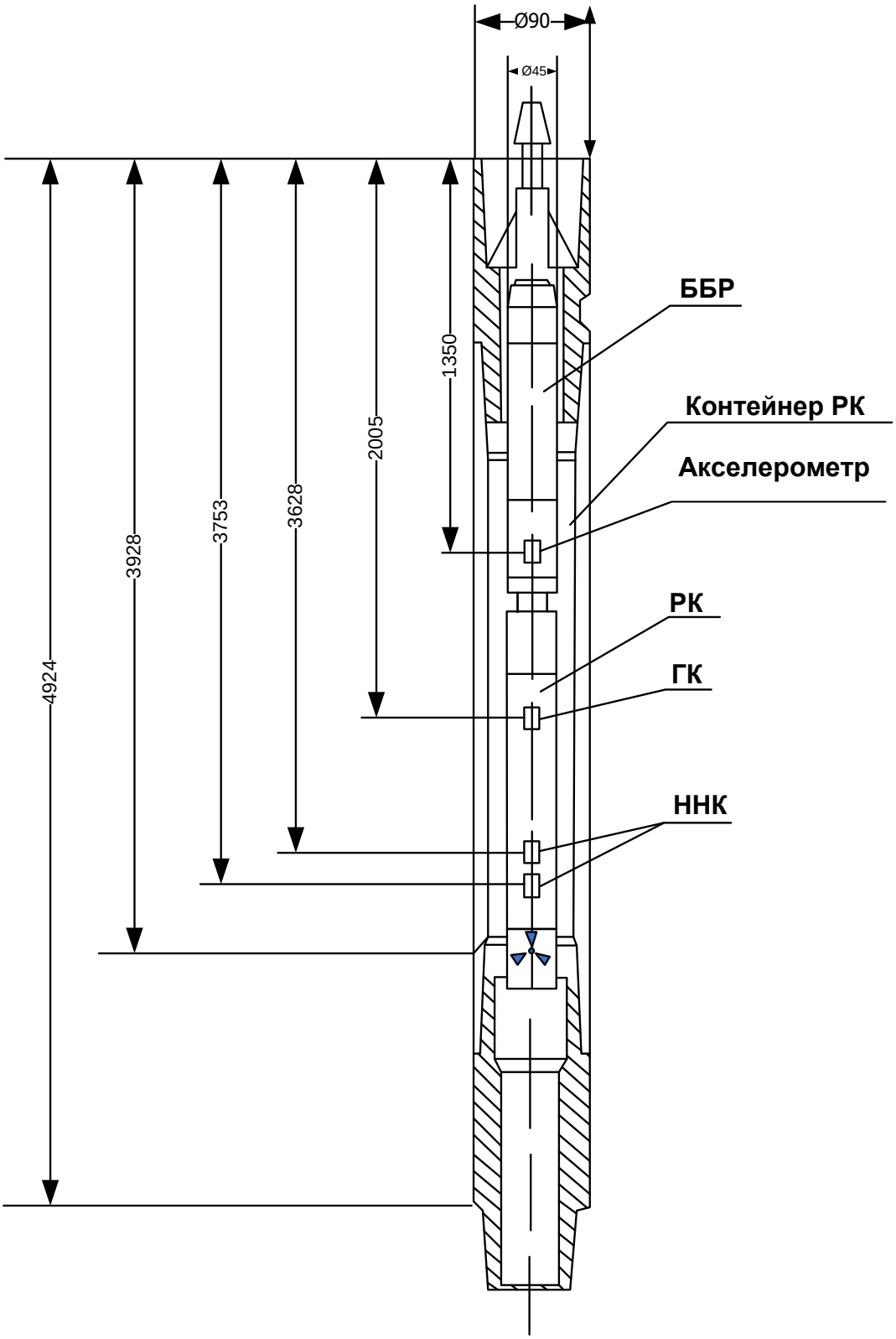


Рис. 5.2. Прибор РК

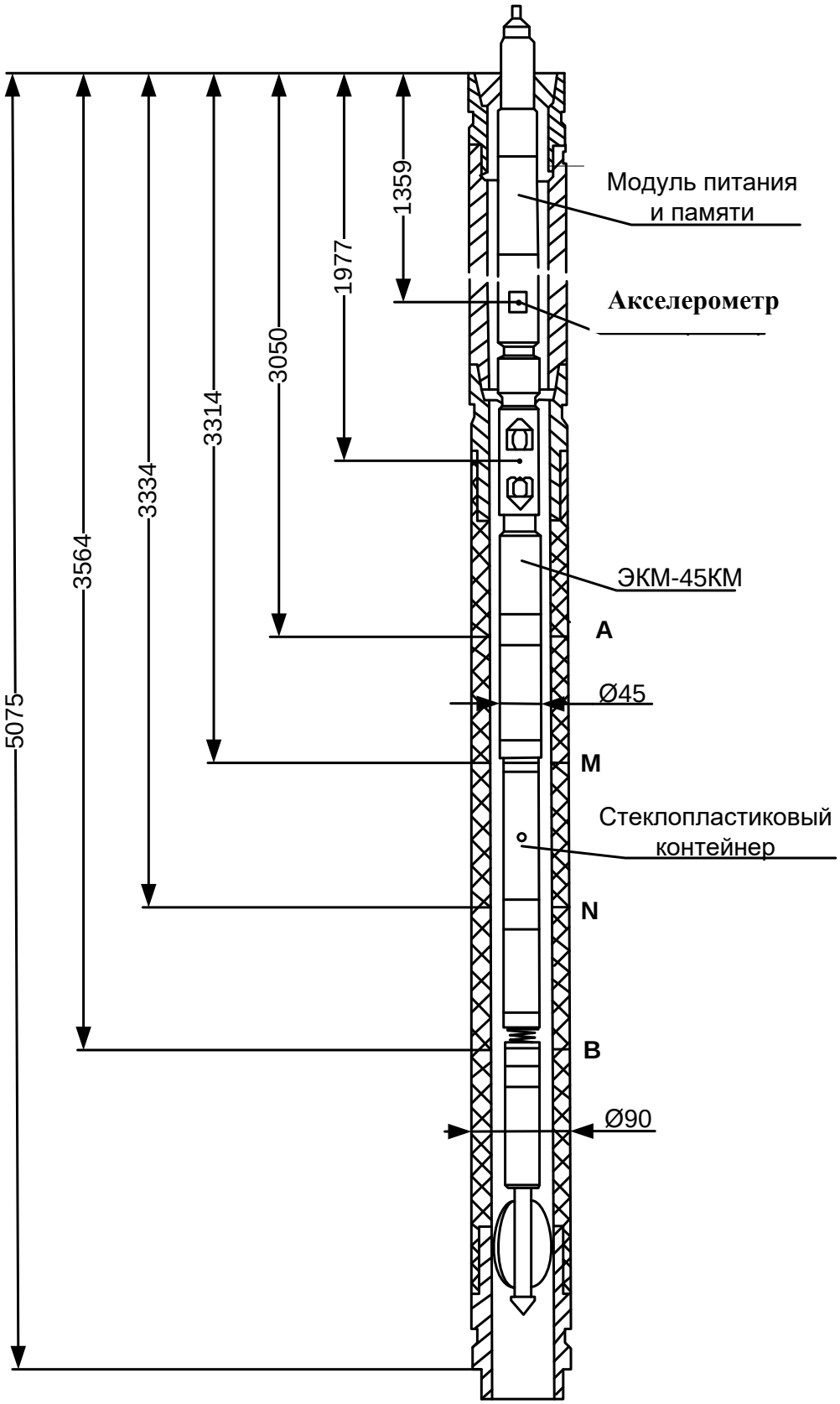


Рис. 5.3. Прибор ЭКМ-45А

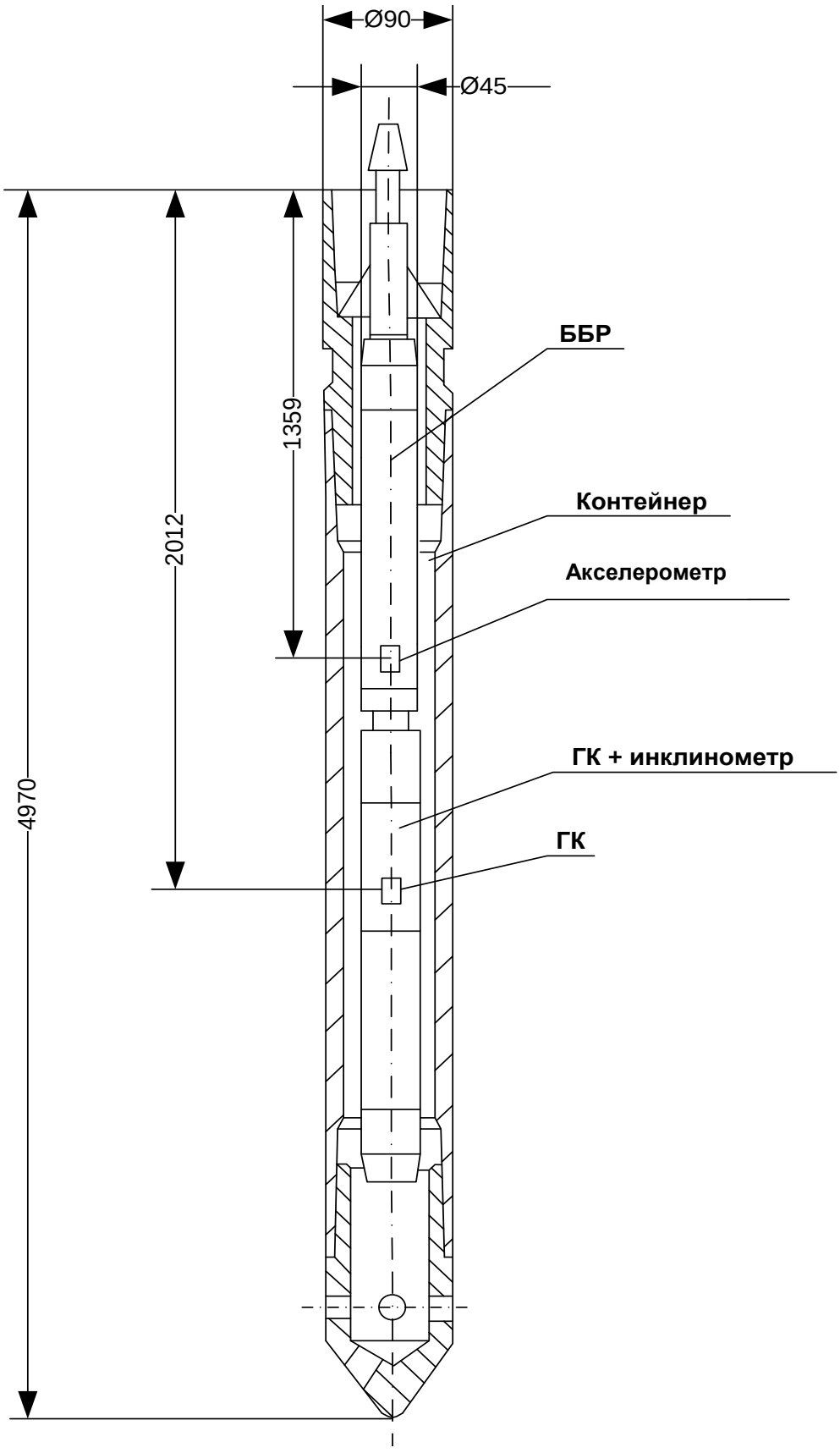


Рис. 5.4. Прибор ГК + инклинометр

Регламент разработан на основании опыта проведения ГИС с применением комплексов АГС «Горизонталь» и АМАК «Обь» в горизонтальных скважинах различной конструкции, пробуренных структурными подразделениями ОАО «Сургутнефтегаз».

Регламент является основным документом на бескабельную технологию в процессе производства ГИС и направлен на организацию и координацию действий исполнителей работ буровых бригад и геофизических партий.

Соблюдение требований, изложенных в настоящем регламенте, обязательно для всех подразделений, выполняющих ГИС с технологическим бескабельным комплексом АГС «Горизонталь».

Настоящий регламент действует на время испытания и внедрения комплекса АГС «Горизонталь». По мере освоения АГС «Горизонталь» и расширения комплекса исследований регламент будет соответствующим образом дополняться и уточняться.

Подготовительные работы буровой бригады

Перед проведением ГИС составляется акт на готовность скважины для проведения геофизических исследований в скважине согласно НРБ.

Перед началом ГИС провести инструктаж, с отметкой в журнале, членам буровой бригады (с каждой вахтой) по технологии проведения СПО при производстве ГИС в горизонтальных скважинах с комплексом АГС «Горизонталь». Ответственный – технолог бригады.

Подготовительные работы геофизической партии:

1. При получении заявки с указанием комплекса и интервала геофизических исследований начальник партии обязан проверить работоспособность скважинных приборов и наземного оборудования. На основании заказанного комплекса работ определяется перечень необходимой геофизической аппаратуры. Ответственный – начальник геофизической партии.

2. Прибыв на скважину, и установив спецтехнику, начальник геофизической партии проверяет готовность скважины к проведению ГИС согласно акту готовности скважины. При этом кроме акта на готовность скважины заполняется технико-технологический паспорт на подготовку и проведение ГИС в горизонтальной скважине.

3. Организовать оперативную связь: начальник партии – бурильщик. Ответственный – начальник геофизической партии.

4. Производится установка датчика веса на крюке согласно руководству по эксплуатации на модуль измерения глубины. Ответственный – буровой мастер, начальник партии.

5. Производится установка и проверка на работоспособность датчика оборотов лебедки (ДОЛ) согласно руководству по эксплуатации на модуль измерения глубины. Ответственный – буровой мастер, начальник партии.

6. Производится монтаж соединительных кабелей и проверка работоспособности модуля измерения глубины согласно руководству по эксплуатации на модуль измерения глубины. Ответственный – буровой мастер, начальник партии.

7. Производится проверка работоспособности модулей, синхронизация системного времени компьютера и часов модуля памяти, программирование ББР на время включения согласно руководствам по эксплуатации на модули. Ответственный – начальник геофизической партии. Сборка комплекса АГС «Горизонталь».

8. Подготовленные к работе контейнеры с приборами переносятся на мостки буровой.

9. На контейнере с прибором ГК+инклинометр в пазы муфты вставляется вилка-подвеска. Затем переводник закрывается планкой и фиксируется болтом. Собранный контейнер с установленной в нем аппаратурой спускается в скважину и удерживается на клиньях. При этом необходимо снять дужку с вилки-подвески.

Так же готовится следующий контейнер с прибором ИК, который скручивается с первым с помощью двух вилок-подвесок. Общая связка приподнимается и снимается нижняя вилка-подвеска. Оба контейнера опускаются в скважину и удерживаются на клиньях. При этом необходимо снять дужку с вилки-подвески. Вилка-подвеска, установленная на накручиваемом контейнере, не снимается! Ответственный – буровой мастер.

Установка контейнера для прибора РК производится аналогично установке второго контейнера, но без прибора РК. РК с радиоактивным источником устанавливается на седло муфты контейнера после его накручивания на предыдущие контейнеры. Для установки РК используется специальная подвеска грузозахватная. Ответственные – буровой мастер и начальник геофизической партии.

4. Проведение геофизических исследований скважин (ГИС)

Бурова бригада, наращивая свечи бурового инструмента, производит спуск инструмента на забой скважины. Спуск инструмента производится со скоростью не более 1500 м/ч. При подходе к окну врезки и забою скважины скорость спуска должна быть

снижена до 500 м/ч. При необходимости осуществляется промер свечей, спускаемых в скважину. Ответственный – буровой мастер.

В случае посадки при спуске инструмента произвести подъем АГС «Горизонталь», ствол скважины проработать компоновкой согласно регламенту данного вида скважин.

При достижении забоя инструмент расхаживают в ожидании времени каротажа. Допустима циркуляция с расходом до 15 л/с (буровой инструмент разгружают не более чем на 15000 кг).

Буровая бригада, в согласованное с начальником геофизической партии время, начинает подъем инструмента от забоя со скоростью не более 400 м/ч в интервале исследования скважины. При этом аппаратура в автономном режиме производит запись информации. После прохождения интервала каротажа производится вновь спуск трех свечей для повторной записи ГИС в интервале исследования со скоростью не более 400 м/ч. Скорость подъема инструмента после выхода из интервала исследований может быть увеличена до 1500 м/ч. После подъема инструмента и отворота последней свечи от транспортного контейнера прибор РК вынимается из контейнера лебедкой и укладывается на мостки буровой.

Разборка осуществляется в обратной последовательности, описанной выше сборки АГС «Горизонталь». С резьбовых соединений контейнеров и с аппаратуры должна быть удалена грязь. Приборы переносятся на станцию, где с них считывается информация.

Задание

1. Изучить технические характеристики АГС « Горизонталь».
2. Изучить принцип действия каждого датчика АГС «Горизонталь».
3. Проанализировать комплекс каротажных кривых, полученных с помощью АГС «Горизонталь», и описать возможности литологического расчленения разреза этим комплексом.
4. Написать пояснительную записку.

Контрольные вопросы

1. Для чего предназначена система «Горизонталь»?
2. Назовите рабочие условия системы без использования аккумуляторов.
3. Каково время работы системы в автономном режиме?

4. Чему равна допустимая растягивающая и сжимающая нагрузки?

5. Из каких измерительных приборов состоит автономная система «Горизонталь»?

6. Какие компоненты входят в состав АГС «Горизонталь»?

7. Назовите максимальную скорость спуска инструмента.

8. Назовите минимальный диаметр скважины.

9. Каково максимальное допустимое гидростатическое давление?

10. Каков максимальный радиус искривления?

Работа 6. ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ДАННЫХ ИНКЛИНОМЕТРИИ В ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СКВАЖИНАХ

1. Краткое описание

При исследовании горизонтальных скважин в процессе бурения, после бурения и в процессе эксплуатации меняется приоритет методов в комплексе ГИС. Метод инклинометрии становится самым важным, так как при бурении горизонтальных скважин увеличиваются требования к попаданию в горизонтальный круг.

В данной работе необходимо проинтерпретировать результаты инклинометрии по реальной горизонтальной скважине, используя программное обеспечение станции «АМТ МЕГА» [13, 19]:

– менеджер программ «АМТ МЕГА»;

– утилита администратора;

– настройка на объект;

– контроль бурения;

– настройка на цементирование;

– контроль цементирования;

– АРМ;

– редактор кривых;

– справочники;

– работа с архивом;

– выпуск документов.

Необходимо сначала войти в меню «Настройка на объект» менеджера программ «АМТ МЕГА», и создать скважину через меню «Скважина»/«Создать скважину», т. е. вводим площадь, номер куста и номер скважины – «Февральская», куст № 1, скважина № 214.

Далее выбираем созданную скважину «Февральская», куст № 1, скважина № 214 через меню «Скважина»/«Выбрать скважину».

Входим через меню «Настройки»/«Паспортные данные» и заполняем паспортные данные по скважине. Обязательное заполнение:

1. Местонахождение/координаты устья – альтитуда устья 8 м, альтитуда ротора – 46 м.

2. Общие сведения/категория и профиль – эксплуатационная, наклонная, радиус круга допуска – 50 м, магнитное склонение – 18 гр, допустимое сближение на кусте – 11 м.

3. Общие сведения/глубина и горизонт – проектная глубина 2400 м, фактическая глубина – 2388 м, проектная глубина по вертикали – 1670 м, фактическая глубина по вертикали – 1667 м, стратиграфический горизонт *Q*.

Остальные пункты можно заполнить потом.

Входим через меню «Настройки»/«Зоны осложнений» и заполняем таблицу по зонам осложнений по скважине (табл. 6.1).

Таблица 6.1

Зоны осложнений

Интервал, м		Технологический процесс	Название зоны осложнений
от	до		
1000	1050	Бурение	Поглощение

Для ввода данных по инклинометрии необходимо войти в меню «АРМ» менеджера программ «АМТ МЕГА». После запуска приложения выбираем скважину «Февральская», куст № 1, скважина № 214. В главном меню выбираем «Данные»/«фактические»/«профиль». Заполняем данные по скважине, т. е. вводим значения глубины, угла и азимута по скважине в табл. 6.2.

Таблица 6.2

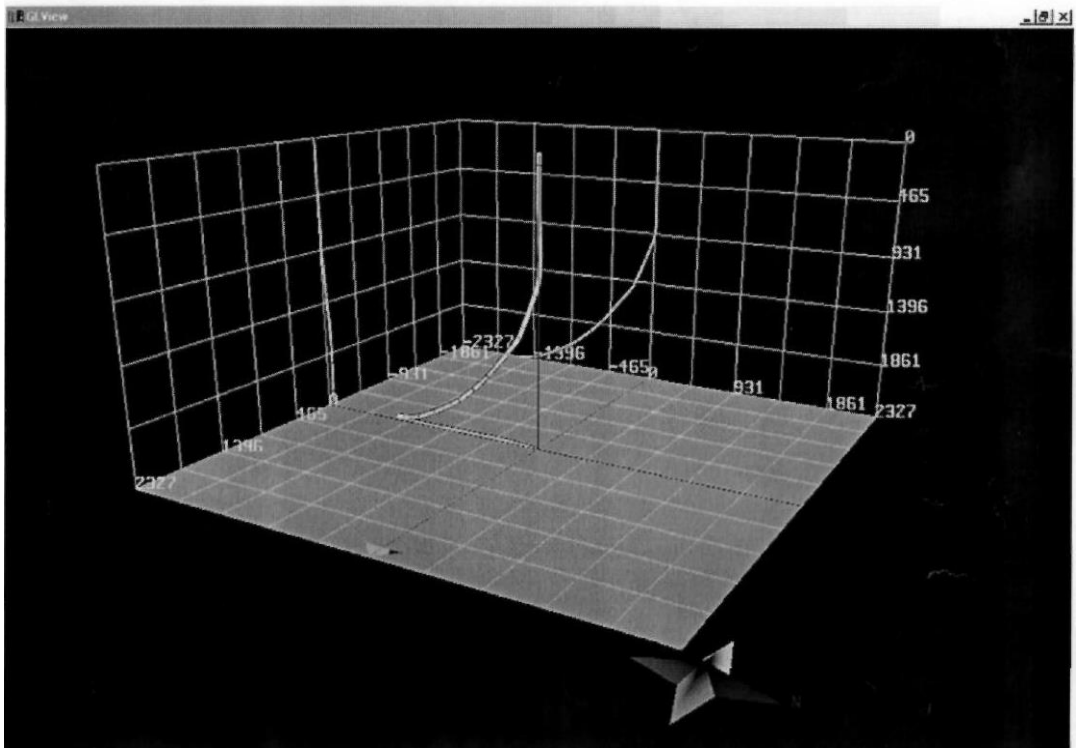
Таблица ввода данных

Глубина, м	Зенитный угол, град.	Азимут, град.	Северные координаты, м	Восточные координаты, м	Вертикальные координаты, м	Удлинение ствола, м	Смещение забоя, м	Дирекционный угол, град.	Интенсивность, град./10 м	Абсолютные отметки, м
10,00	0,00	281,00	0,00	0,00	0,00	10,00	0,00	0,00	0,00	16,70
100,00	0,18	281,00	0,15	-0,24	90,00	10,00	0,28	56,94	0,02	-73,30
300,00	0,30	281,00	0,50	-0,76	290,00	10,00	0,91	56,94	0,02	-273,30
400,00	0,30	281,00	0,78	-1,20	390,00	10,00	1,43	56,94	0,00	-373,30
500,00	2,06	281,00	2,74	-4,22	489,93	10,07	5,03	56,94	0,18	-473,23
600,00	2,06	298,00	5,50	-6,52	589,87	10,13	8,53	49,86	0,06	-573,17
800,00	1,48	285,00	9,88	-10,63	789,77	10,23	14,52	47,10	0,07	-773,07
900,00	3,30	94,06	7,35	-5,46	889,61	10,39	9,16	36,64	0,19	-872,91
1000,00	10,30	186,12	-8,41	-13,91	988,00	12,00	16,25	58,83	0,98	-971,30
1100,00	23,48	170,00	-47,38	-22,23	1079,72	20,28	52,33	25,14	1,40	-1063,02
1200,00	24,24	168,54	-87,73	-29,78	1170,90	29,10	92,65	18,75	0,10	-1154,20
1400,00	25,00	166,48	-170,26	-41,15	1352,71	47,29	175,17	13,59	0,10	-1336,01
1500,00	27,48	168,36	-215,65	-49,49	1441,43	58,57	221,25	12,93	0,26	-1424,73
1600,00	39,06	165,00	-278,18	-57,24	1519,08	80,92	284,01	11,63	1,17	-1502,38
1700,00	43,18	162,24	-346,42	-62,37	1592,00	108,00	351,99	10,21	0,45	-1575,30
1900,00	42,00	160,06	-480,33	-68,57	1740,42	159,58	485,20	8,12	0,07	-1723,72
2000,00	43,36	157,36	-548,98	-67,88	1813,12	186,88	553,16	7,05	0,23	-1796,42
2100,00	47,54	156,42	-622,73	-65,92	1880,63	219,37	626,21	6,04	0,42	-1863,93

Окончание таблицы 6.2

Глубина, м	Зенитный угол, град.	Азимут, град.	Северные координаты, м	Восточные координаты, м	Вертикальные координаты, м	Удлинение ствола, м	Смещение забоя, м	Дирекционный угол, град.	Интенсивность, град./10 м	Абсолютные отметки, м
2200,00	49,54	157,36	-698,82	-65,15	1945,52	254,48	701,85	5,33	0,21	-1928,82
2400,00	54,24	158,24	-859,08	-66,24	2065,11	334,89	861,63	4,41	0,19	-2048,41
2500,00	59,36	156,06	-945,07	-63,41	2116,08	383,92	947,20	3,84	0,54	-2099,38
2600,00	62,48	156,48	-1033,73	-61,15	2162,28	437,72	1035,54	3,39	0,31	-2145,58
2700,00	65,18	154,24	-1124,30	-55,30	2204,26	495,74	1125,66	2,82	0,34	-2187,56
2900,00	67,24	160,42	-1308,47	-57,78	2282,02	617,98	1309,74	2,53	0,32	-2265,32
3000,00	76,12	166,24	-1404,53	-71,79	2306,01	693,99	1406,37	2,93	1,05	-2289,31
3100,00	81,42	165,54	-1502,54	-84,87	2320,93	779,07	1504,94	3,23	0,53	-2304,23
3190,00	86,24	165,00	-1591,67	-95,91	2326,83	863,17	1594,56	3,45	0,54	-2310,13

а



б

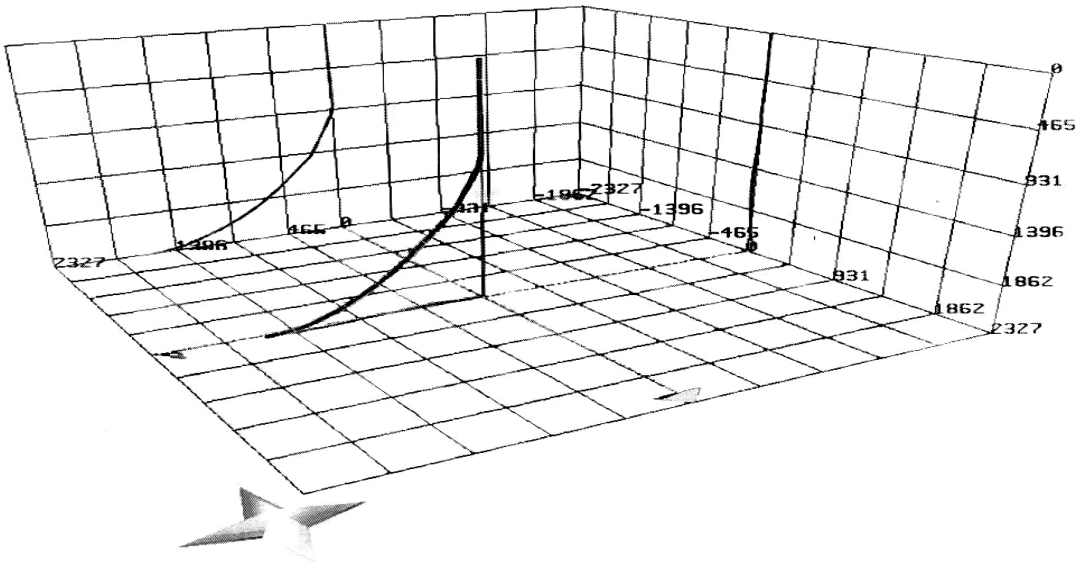


Рис. 6.1. Пространственное изображение горизонтальной скважины

После заполнения данных выбираем «Метод расчета профиля»/ «Метод осреднения углов». Можно выбрать и другой метод расчета, так как метод выбирается по согласованию с

Заказчиком. Программа рассчитывает по введенным значениям параметры согласно нижеприведенной табл. 6.2 и рис. 6.1.

Задание

1. Ввести данные инклинометрии в программу «АМТ МЕГА».
2. Провести интерпретацию по предложенной схеме.
3. Вывести изображение скважины на экран.
4. Проанализировать полученный результат.
5. Написать пояснительную записку.

Контрольные вопросы

1. Каков назначение метода инклинометрии?
2. Объясните принцип работы инклинометра-акселерометра.
3. Какие знаете принципы работы инклинометров?
4. Какие бывают зоны осложнений в процессе бурения?
5. Дайте определение зенитному и азимутальному углу скважин.
6. Каково допустимое сближение скважин на кусте?
7. Каково требование при бурении горизонтальных скважин к попаданию в горизонтальный круг?

Работа 7. ПОСТРОЕНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННОГО РАЗРЕЗА ПО ДИАГРАММАМ АМК «ГОРИЗОНТ»

1. Краткое описание

Для наиболее точного представления о строении продуктивных пластов и месторождения в целом на месторождении Комсомольском предусматривается построение корреляционных разрезов с использованием данных геофизических исследований наклонных и горизонтальных скважин.

Исходя из ранее проведенных исследований, наиболее перспективными для доразведки и применения современных технологий горизонтального бурения считаются нефтеносные коллекторы, находящиеся в нижнемеловых отложениях Покурской свиты. К таким коллекторам относятся продуктивные пласты ПК18, ПК19 и ПК22. Наибольший интерес для нефтяников представляет продуктивный пласт ПК 18(1).

Для полного использования данных ГИС и правильной интерпретации необходимо проводить их тесную увязку со стратиграфическим расчленением, литологической характеристикой и структурной особенностью данного месторождения. Обработка многочисленных геофизических материалов ранее проводимых исследований позволила построить структурную карту по кровле продуктивного горизонта на Комсомольском месторождении нефти по пласту ПК18(1) (рис. 7.1). Данное месторождение достаточно хорошо изучено, особенно в центральной его части.

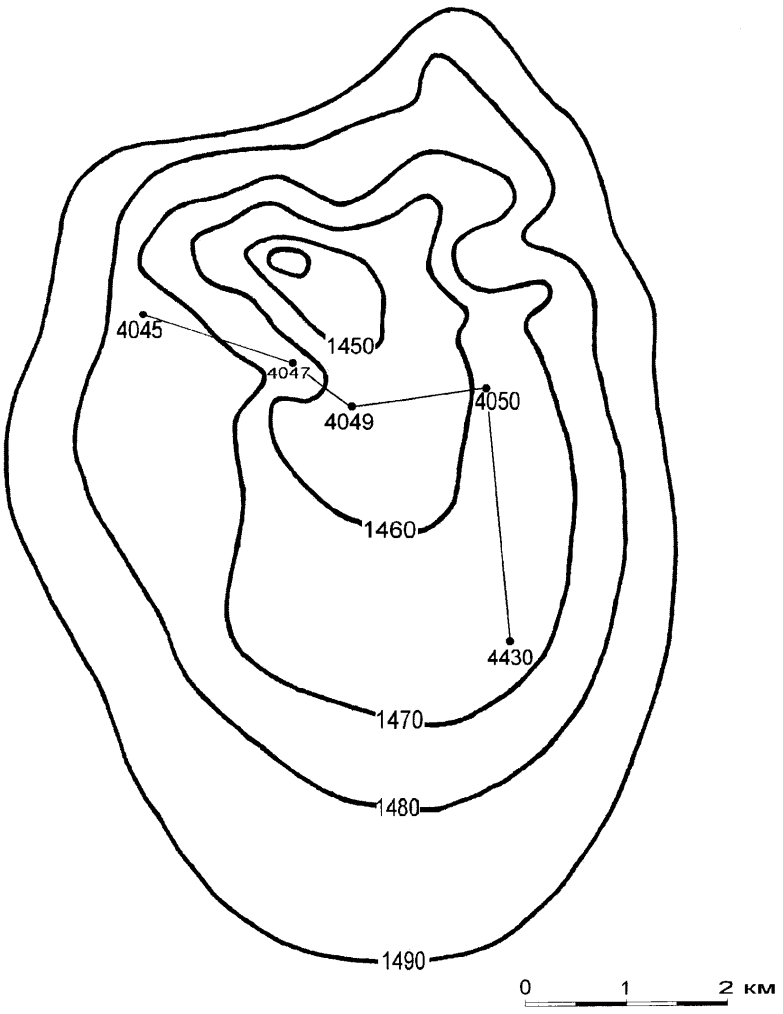


Рис. 7.1. Структурная карта по кровле пласта ПК18(1)
(по материалам ООО «Сургутнефтегаз»)

Для того чтобы проследить характер залегания продуктивного пласта ПК18(1) и его мощность, были проведены измерения в горизонтальных стволах аппаратурой АМК «ГОРИЗОНТ».

В скважинах № 4045, № 4049, № 4050 был проведен полный комплекс исследований, включающий методы КС, ПС, ГК, НГК и инклинометрии. Современные компьютерные технологии позволяют диаграммы по горизонтальной части ствола скважины привести к вертикали для удобства привязки к геологическому разрезу и между собой.

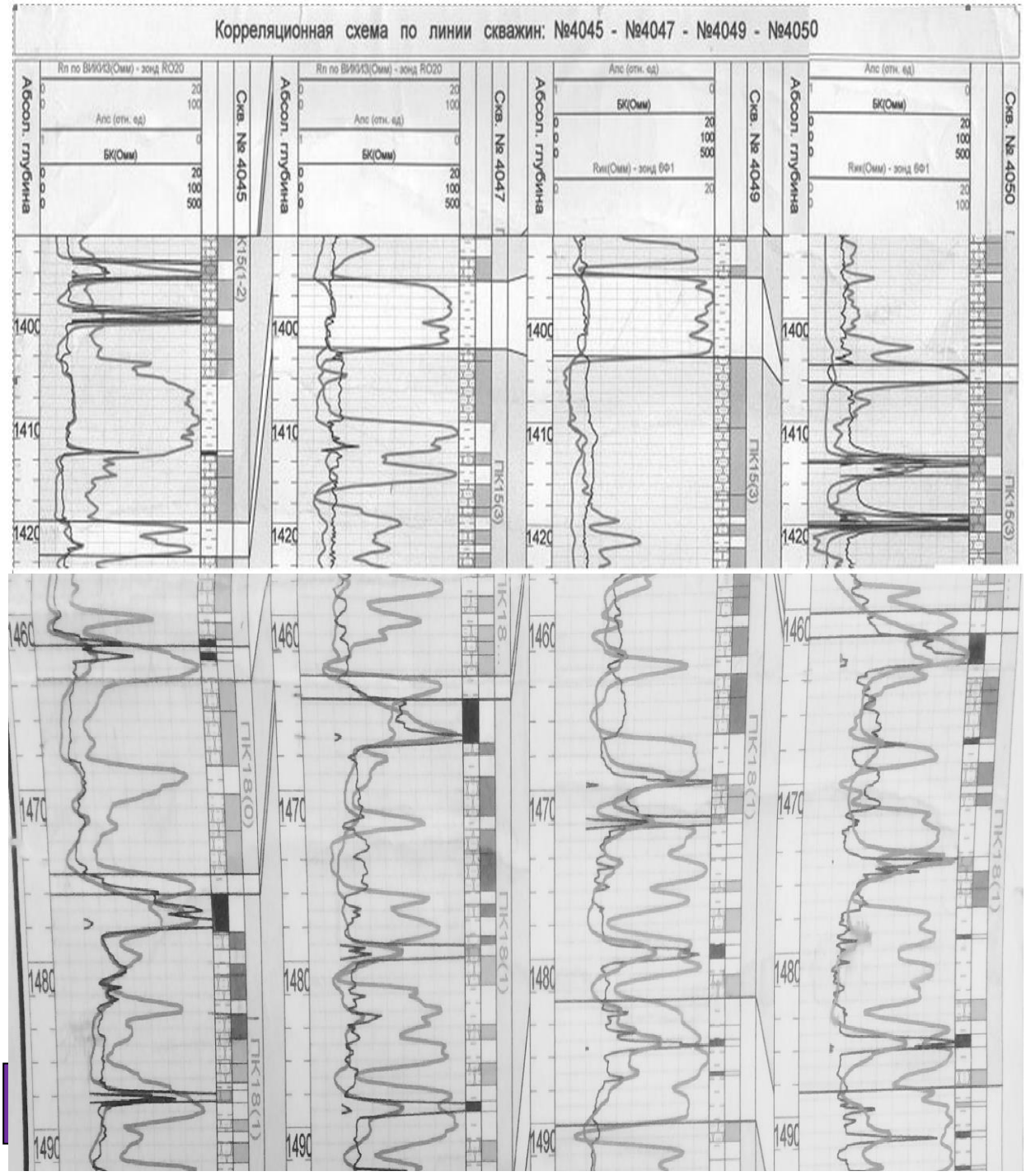


Рис. 7.2. Выбор геологического репера.

Условные обозначения:

$R_{ик}$ – кажущееся удельное электрическое сопротивление пласта по ИК, в Ом·м;

$R_{п}$ – удельное электрическое сопротивление пласта, Ом·м;

$A_{пс}$ – коэффициент снижения самопроизвольной поляризации ПС, отн. ед.;

БК – кажущееся удельное сопротивление по БК, Ом·м

скв. 4045 скв. 4047 скв. 4049 скв. 4050 скв. 4430

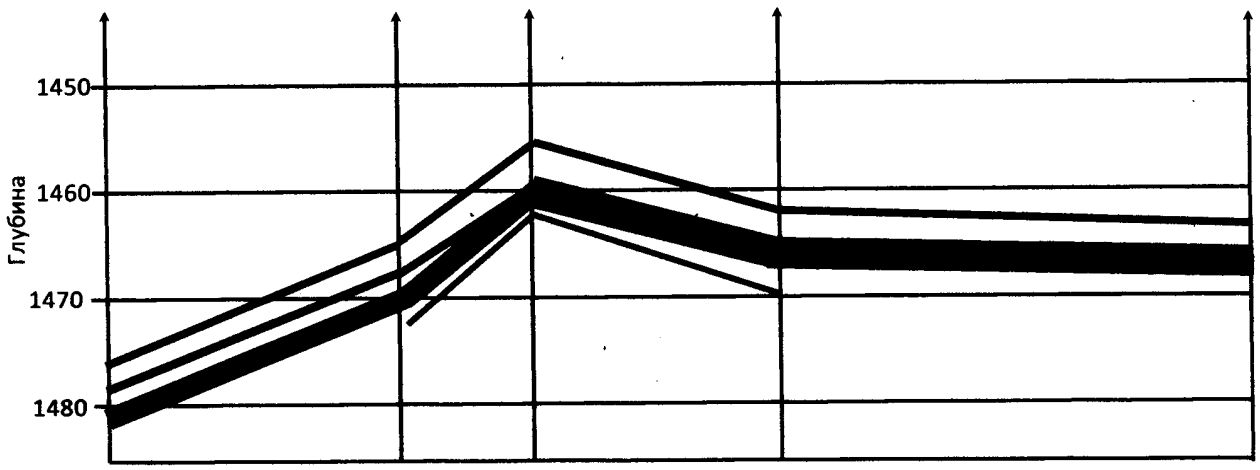


Рис. 7.3. Кореляционный разрез

Для наиболее полного представления о строении продуктивного пласта необходимы кривые каротажа по скважине № 4430.

Данные исследования обеспечивают выделение стратиграфических реперов и разделение разреза на литолого-стратиграфические комплексы и типы (терригенный, карбонатный, кристаллический и т. д.); идентификацию литолого-стратиграфических комплексов, к которым приурочены продуктивные и/или перспективные на нефть и газ отложения; расчленение разреза на пласты, их привязку по относительным и абсолютным отметкам глубины, внутри- и межплощадную корреляцию разрезов. В производственных условиях обработка материалов каротажа производится при помощи пакета геодезических программ «ГеоПоиск». Пример выбора геологического репера приводится на рис. 7.2. В результате проведенной интерпретации может быть получен корреляционный разрез (рис. 7.3).

Задание

1. Выбрать опорные пласты. Для этого использовать пласты глин, прослеживающиеся по всему разрезу (достаточно два опорных пласта глин).

2. Выделить угольный пласт, представляющий собой в данном разрезе покрышку нефтяного месторождения, использовать его так же, как опорный.

3. Выделить все нефтеносные пласты в разрезе, применяя каротажные диаграммы пяти скважин: 4045, 4049, 4047, 4050, 4430.

4. Построить корреляционный разрез. Рекомендуемый вертикальный масштаб 1:500, горизонтальный масштаб 1:4000. Проанализировать тип структуры, максимальное

возвышение относительно своих границ, строение месторождения по высоте, мощности нефтеносных пластов.

Контрольные вопросы

1. Что такое стратиграфический репер?
2. Что такое покрышка нефтяного месторождения?
3. Как определить размеры месторождения, используя структурную карту по одному из продуктивных пластов?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Автономная геофизическая система* АГС «Горизонталь» / Рекламный проспект. ОАО НПФ «Геофизика». – Режим доступа: http://www.npf-geofizika.ru

2. *Акбулатов Т. О., Левинсон Л. М., Самигуллин В. Х.* Телеметрические системы для бурения направленных скважин. – 2-е изд. перераб. и доп. – Уфа: БашНИПИнефть, 2004. – 59 с.

3. *АМК «Горизонт»* / Рекламный проспект. – Октябрьский: ВНИИГИС.

4. *Геофизическая лаборатория* АМК «Горизонт» / Рекламный проспект. – Октябрьский: ВНИИГИС.

5. *Технология геофизических исследований* ГС автономной аппаратурой на бурильных трубах на примере использования АМК «Горизонт» / Л. Г. Леготин, С. В. Вячин, А. М. Султанов и др. // НТЖ АИС «Каротажник». – № 113. – 2003.

6. *Лукьянов Э. Е., Хаматдинов Р. Т.* Аппаратурно-методический комплекс для проведения ГИС в горизонтальных скважинах АМАК «Обь» // НТЖ АИС «Каротажник». – № 30. – 1997.

7. *Леготин Л. Г., Султанов А. М., Вячин С. В.* Применение АМК Горизонт для геофизических исследований ГС // НТЖ АИС «Каротажник». – № 36. – 1997. – С. 85-92.

8. *Леготин Л. Г., Султанов А. М., Вячин С. В.* АМК «Горизонт-100» для геофизических исследований скважин малого диаметра и боковых стволов // НТЖ АИС «Каротажник». – № 51. – 1998.

9. *Леготин Л. Г., Султанов А. М., Вячин С. В.* Аппаратурно-методический комплекс АМК «Горизонт-90» для исследования гори-

зонтальных скважин и боковых стволов // НТЖ АИС «Каротажник». – № 86. – 2001.

10. *АМК «Горизонт-ВАК-90»* для исследования горизонтальных стволов методов волнового акустического каротажа / Л. Г. Леготин, А. М. Султанов, В. Н. Еникеев, В. Г. Рафиков, И. В. Кузьмин // НТЖ АИС «Каротажник». – № 96. – 2002.

11. *Молчанов А. А., Лукъянов Э. Е., Рапин В. А.* Геофизические исследования горизонтальных нефтегазовых скважин: учебное пособие. – СПб.: МАНЭБ, 2001. – 298 с.

12. *Молчанов А.А., Абрамов Г. С.* Бескабельные измерительные системы для исследований нефтегазовых скважин: теория и практика / под общ. ред. А. А. Молчанова. – М.: ОАО «ВНИИОЭНГ», 2004. – 515 с.

13. *Рекламный проспект станции* геолого-технологического контроля бурения и исследования скважин «МЕГА АМТ». – Мегион: Изд-во «Тюменьпромгеофизика», 2002. − 18 с. – Руководство оператора по программе регистрации данных. – Уфа: Изд-во «Эликом», 2007. − 37 с. – Режим доступа: http://amt-s.spb.ru/amt121.html

14. *Станция бескабельного каротажа* СБК «АМАК» / Научно-производственное предприятие по геофизическим работам, строительству и заканчиванию скважин (ОАО НПП «ГЕРС»). – Тверь, 2003. – 33 с. – Режим доступа: http://www.gers.ru http://www.geo.oilru.ru/catalog/group/product/?2162

15. *Стрельченко В. В.* Геофизические исследования скважин: учебник. – М.: Недра-Бизнесцентр, 2008. – 551 с.

16. *Термогазохимическое воздействие* на малодебитные и осложнённые скважины / Г. А. Чазов, В. И. Азаматов, С. В. Якимов, А. И. Савич. – М.: Недра, 1986. – 153 с. – Режим доступа: http://www.twirpx.com/file/964637/

17. *Ярулин Р. К. Валиуллин Р. А.* Методические рекомендации по геофизическим исследования действующих горизонтальных скважин / Разработаны специалистами ООО НПР «ГЕОТЭК» (г. Уфа) в рамках выполнения ОМР по договору № БНФ/9/3 – 1/8/328/04/ПРУ.

18. *ЗАО Научно-производственное предприятие* геофизической аппаратуры «Луч». Продукция. – Новосибирск, 2013. – Режим доступа: http://looch.ru/products/index.html

19. *Рекламный проспект* станции геолого-технологического контроля бурения и исследования скважин «МЕГА АМТ». – Мегион: Изд-во «Тюменьпромгеофизика», 2002. – 18 с.Учебное издание

Надежда Владимировна БЛИНКОВА
Николай Сергеевич ЗЕМЦОВ

ГЕОФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СКВАЖИН

Методические указания
к лабораторным и практическим работам
по дисциплине «Геофизические методы
исследования горизонтальных скважин»
для студентов специальности
21.05.03 Технология геологической разведки,
специализации «Геофизические методы
исследования скважин (ГИС)»
всех форм обучения

Редактор *Н. Л. Сайгина*
Компьютерная вёрстка *Н. Л. Сайгиной*

Подписано в печать 04.05.2018 г.
Бумага писчая. Формат бумаги 60 × 84 1/16. Печать на ризографе.
Печ. л. 4,5. Уч.-изд. л. 2,4. Тираж 50 экз. Заказ №

Издательство УГГУ
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30.
Отпечатано с оригинал-макета
в лаборатории множительной техники УГГУ

УДК 549 : 548.12
С89

Рецензент: В. Н. Огородников, доктор геолого-минералогических наук, профессор, зав. кафедрой геологии УГГУ.

Печатается по решению Редакционно-издательского Совета Уральского государственного горного университета.

Суставов С. Г.

С89 МОРФОЛОГИЯ, ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА И ОПРЕДЕЛЕНИЕ МИНЕРАЛОВ ПО ВНЕШНИМ ПРИЗНАКАМ: Учебно-методидическое пособие / С. Г. Суставов; Уральский государственный горный университет. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, Изд. 2-е, стереотипное, 2019. – 127 с.

Пособие соответствует дисциплине “Кристаллография и минералогия” по Государственному образовательному стандарту (ГОС) направления подготовки 21.05.02 -”Прикладная геология” высшего профессионального образования для подготовки инженеров.

В нём в доступной форме изложены основы кристаллографии и даны физические свойства минералов, необходимые при их диагностике. Приведены внешние признаки минералов и методические приемы их определения. В таблицах для определения минералов включены диагностические свойства породообразующих и важных в промышленном отношении минеральных видов, позволяющих находить их по комплексу свойств без использования специальных методов.

Пособие предназначено для самостоятельной работы студентов геологических специальностей очной и заочной форм обучения, а также для любителей камня, не имеющих специальных знаний.

УДК 549 : 548.12

© Суставов С. Г., 2013, 2019
© Уральский государственный горный университет, 2013, 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

Стр.
ВВЕДЕНИЕ. 4
ВНЕШНИЕ ПРИЗНАКИ МИНЕРАЛОВ 5
Морфология минеральных индивидов 6
Симметрия кристаллов 7
Простые формы и их комбинации 10
Реальные кристаллы 14
Строение агрегатов 16
Блеск 18
Цвет, черта 19
Твердость 22
Спайность и отдельность 23
Упругость, пластичность, хрупкость 24
Плотность 25
Магнитные свойства 26
КЛЮЧ К ТАБЛИЦАМ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МИНЕРАЛОВ 26
УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ 27
ПРИНЯТЫЕ СОКРАЩЕНИЯ 28
ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА 28
ТАБЛИЦЫ МИНЕРАЛОВ 30
УКАЗАТЕЛЬ МИНЕРАЛОВ 126

ВВЕДЕНИЕ

Знакомство с минералами начинается с восприятия тех или иных внешних признаков, определение которых возможно без каких-либо приборов, с помощью наиболее простых приспособлений. Диагностика по внешним признакам является наиболее простым и универсальным методом при определении минералов. Вместе с тем, от диагноста требуется "острая" наблюдательность и хорошая память. В практической минералогии, как правило, невозможно определение минерала по словесному описанию. Практическая минералогия – "*чувственная*" наука, и в ней справедливо правило: *лучше один раз увидеть, чем сто раз услышать, и лучше один раз в руках подержать, чем сто раз увидеть*. Рассматривая минерал в витрине музея, можно получить информацию только о его цвете и форме выделения. Держа образец в руках, можно достаточно надежно определить его блеск, плотность, сопутствующие минералы. При внимательном осмотре образцов опытный специалист получает информацию, которая не только позволяет определить минерал, но, в некоторых случаях, указать месторождение. В свое время курс практической минералогии был разработан основателем кафедры – К. К. Матвеевым сразу после революции. Для проведения лабораторных занятий необходим определитель минералов. Первоначально для этой цели использовалось руководство А. Вейсбаха и К. Фукса. В 1938 году был издан определитель Ф. И. Рукавишникова. Позднее этот определитель обновлялся и расширялся в 1956 году Н. В. Свяжиным, а в 1970 году – Г. Н. Вертушковым и В. Н. Авдониным.

Минералогия, как и другие науки, не стоит на месте – растет поток информации о минералах. Это привело к физическому и моральному старению определителя 1970 года, что обусловило переработку, расширение и некоторое изменение таблиц и принципа расположения минералов в структуре определителя. При написании пособия основной упор сделан на свойства минералов, определение которых может производить любой студент, знакомый с основами геометрической кристаллографии и конституцией минералов. Первое издание таблиц было осуществлено автором в 1995 году для специальности МПГ, в 2001 году – второе издание, в 2009-м – третье с уточнениями и исправлениями. Первое издание таблиц для специальности РМ было выполнено в 2007 году. В настоящее время необходимо несколько изменить и дополнить существующий определитель в соответствии с ФГОСом третьего поколения.

Учебно-методическое пособие «Морфология, физические свойства и определение минералов по внешним признакам» составлено в соответствии с программой курса "Кристаллография и минералогия" по направлению подготовки (специальности) 130101.65 – "Прикладная геология (РМ, ГИГ, ГН, МПГ)". Настоящее пособие дополнено разделом по симметрии и морфологии кристаллов. В нем детализированы и выделены шрифтом видовые, межвидовые, надвидовые названия и разновидности.

ВНЕШНИЕ ПРИЗНАКИ МИНЕРАЛОВ

Минерал – это природное химическое соединение, состав которого изменяется в граничных пределах, обладающее кристаллической структурой и образующееся в результате геологических процессов. По мере изучения минералов было установлено, что в ряде случаев они имеют достаточно сложный состав и состоят из нескольких минераль-

ных видов. Например, оливин состоит из форстерита и фаялита; гранат – из пиропа, альмандина, спессартина, гроссуляра, уваровита и андрадита.

Каждый минеральный вид имеет определенный химический состав и структуру, которые находятся в тесной взаимосвязи и определяют его конституцию, которая в свою очередь обусловливает свойства, присущие минералу, и его морфологию. Свойства, определяемые визуально или с использованием простых испытаний, называют внешними признаками. Искусство диагностики минералов определяется овладением этими признаками. В отдельных случаях внешние признаки настолько специфичны, что позволяют однозначно определить минерал. В других случаях они позволяют выделить группу минералов, в которой определение конкретного вида требует тщательного анализа.

К внешним признакам относят морфологию и симметрию кристаллов, строение агрегатов, блеск, цвет, черту, твердость, спайность, отдельность, упругость, пластичность, хрупкость, плотность, магнитные свойства.

Морфология минеральных индивидов

Форма зерна является результатом отражения его упорядоченного внутреннего строения. Вместе с тем форма зерна – это первый диагностический признак, видимый невооруженным глазом.

Все множество минеральных индивидов по строению внешней поверхности можно разделить на две группы: 1) правильные многогранники, или идиоморфные кристаллы; 2) зерна неправильной формы, или ксеноморфные. Идиоморфные индивиды покрыты плоскими гранями, пересекающимися по ребрам, сходящимся в вершины. Положение граней кристалла определяется его структурой. Поверхность ксеноморфных индивидов определяется внешними условиями и от структуры не зависит [2, 8].

Симметрия кристаллов

Греческое слово «симметрия» в переводе на русский язык означает соразмерность. Симметрия проявляется в закономерно повторяющихся частях кристалла при его вращении. Для выявления симметрии кристаллов используют вспомогательные геометрические образы: прямые, плоскости, точки (оси симметрии, плоскости, центр инверсии).

Ось симметрии L (рис.1, *а*) – это прямая линия, при вращении вокруг которой многогранник или кристалл совмещается столько раз, каков порядок оси. Порядок оси симметрии – любое целое число, но в кристаллах возможны элементы симметрии, которые не противоречат однородности его строения. Осями симметрии кристаллов могут быть L_2, L_3, L_4 и L_6 . *Плоскость симметрии P* (рис. 1, *б*) – это воображаемая плоскость, которая делит модель на две равные и зеркально симметричные части. *Центром симметрии (инверсии) C* (рис. 1, *в*) называется мнимая точка внутри модели, от которой диаметрально противоположные точки поверхности удалены на равное расстояние. Существует мнемоническое правило: если каждой грани модели имеется равная и параллельная грань, то центр инверсии есть. Наряду с этим, в кристаллах могут быть инверсионные оси симметрии, например L^i_4 или L^i_6, представляющие собой в первом случае совокупность оси симметрии второго порядка и центра инверсии, действующих совместно. Во втором случае это одновременное действие оси симметрии третьего порядка и перпендикулярно к ней расположенной плоскости симметрии.

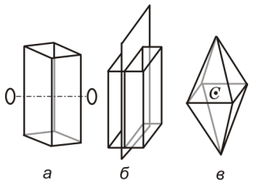


Рис.1

При определении элементов симметрии на моделях нужно знать, как они сочетаются друг с другом. Для этого необходимо выучить несколько теорем [8].

Теоремы:

Линия пересечения двух плоскостей симметрии является осью симметрии, угол поворота которой в два раза больше угла между плоскостями.

При наличии двух пересекающихся осей симметрии L_2 есть третья – равнодействующая им и проходящая через точку их пересечения (теорема Л. Эйлера).

При наличии центра инверсии *C* и четной оси L_{2n} перпендикулярно к последней проходит плоскость симметрии P.

Если имеются ось L_n и плоскость симметрии P, проходящая вдоль нее, то всего плоскостей симметрии будет n.

При наличии оси L_n и перпендикулярной к ней оси L_2, число таких осей будет равно *n*.

В кристаллических многогранниках присутствуют неповторяющиеся направления, которые называются единичными. Повторяющиеся в кристалле направления, связанные элементами симметрии, называются симметрично-равными. Присутствие единичных и симметрично-равных направлений определяется совокупностью элементов симметрии.

Полный перечень всех элементов симметрии одного многогранника обусловливает его точечную группу или *вид симметрии*. Впервые сложение элементов симметрии выполнил академик А. В. Гадолин в 1867 г. и выявил 32 вида симметрии [2]. Точечные группы, обладающие сходными элементами симметрии, составляют *сингонии,* которые по числу единичных направлений объединяют в категории (табл. 1).

Таблица 1

32 точечные группы симметрии кристаллов

Категория	Сингония	Виды симметрии					
		примитивный	центральный	планальный	аксиальный	планаксиальный	инверсионно-примитивный	инверсионно-планальный
Низшая	Триклинная	1	C					
	Моноклинная			P	L_2	L_2PC		
	Ромбическая			L_22P	$3L_2$	$3L_23PC$		
Средняя	Тригональная	L_3	L_3C	L_33P	L_33L_2	L_33L_23PC		$L^i_4(=L_2)\ 2L_22P$
	Тетрагональная	L_4	L_4PC	L_44P	L_44L_2	L_44L_25PC	$L^i_4(=L_2)$	$L^i_4(=L_2)\ 2L_22P$
	Гексагональная	L_6	L_6PC	L_66P	L_66L_2	L_66L_27PC	$L^i_6=L_2P$	$L^i_63L_23P=L_33L_24P$
Высшая	Кубическая	$4L_33L_2$	$4L_33L_23PC$	$4L_33L_26P$	$3L_44L_36L_2$	$3L_44L_36L_29PC$		

Простые формы и их комбинации

Свободно растущие кристаллы приобретают форму многогранника с различным количеством и конфигурацией граней.

По характеру огранения кристаллы разделяют на две группы. Кристаллы первой группы состоят из одинаковых, симметрично расположенных граней, которые полностью покрывают «тело» кристалла (тетраэдр). Вторая группа кристаллов обладает различными по форме и величине гранями, так как грани одного сорта полностью закрыть объем кристалла не могут (призма, пирамида). Первые представляют собой простые формы, вторые – их комбинации [2, 8].

Простой формой называют множество равных граней, связанных между собой элементами симметрии. Последнее определяет равенство физических свойств граней одной простой формы, так как они представлены одинаковыми плоскими сетками в структуре и могут быть получены симметричными преобразованиями из одной грани.

Комбинацией называют совокупность двух или нескольких простых форм. В этом случае множество граней не связано элементами симметрии, следовательно, могут иметь различную конфигурацию и размеры. Грани одной конфигурации, не связанные элементами симметрии, принадлежат разным простым формам.

Количество простых форм в комбинации (на моделях кристаллов) соответствует числу граней, разных по конфигурации (рис. 2). Грани одной конфигурации, если они связаны элементами симметрии, принадлежат одной простой форме. В том случае, если одинаковые грани не связаны элементами симметрии, то они принадлежат разным простым формам .

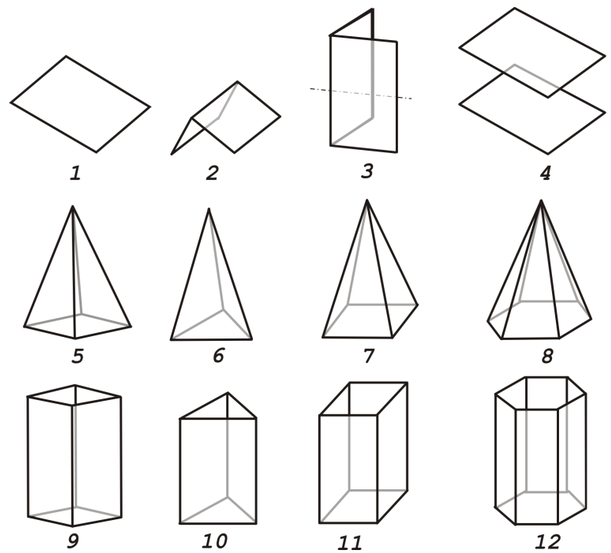
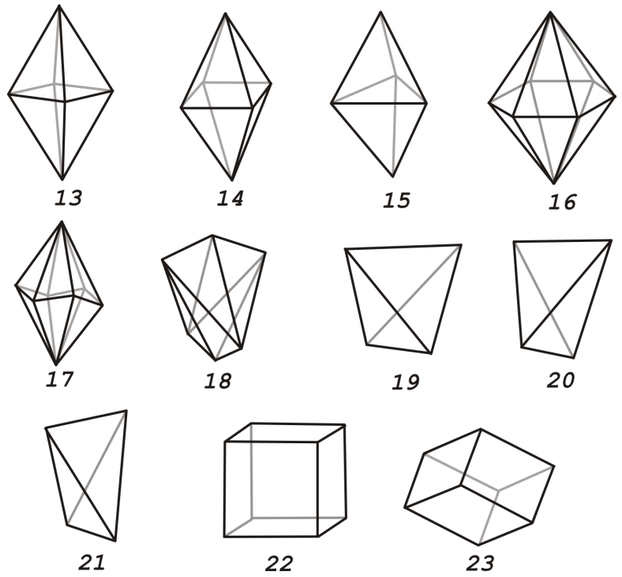


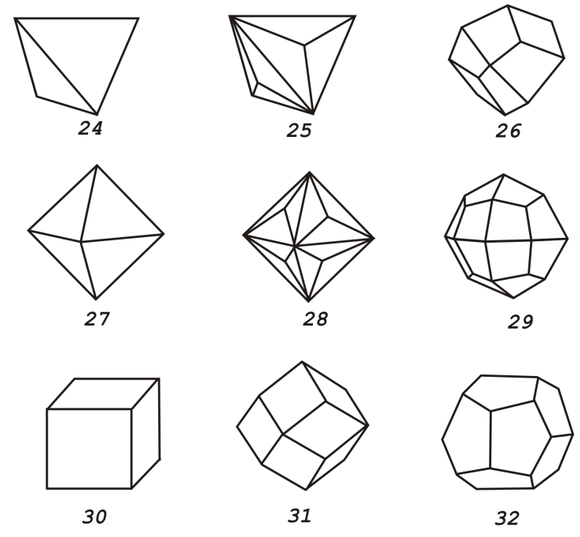
Рис. 2. Наиболее распространённые простые формы кристаллов:
Моноэдр – простая форма, состоящая из одной грани (*1*).
Диэдр – форма, состоящая из двух равных и пересекающихся между собой граней (*2, 3*).
Пинакоид – форма, состоящая из двух равных и параллельных между собой граней (*4*).
Пирамида – собирательное название простых форм, в которых все равные грани пересекаются в одной точке. Это открытые формы. Пирамиды называются по форме основания: ромбическая (*5*), тригональная (*6*), тетрагональная (*7*), гексагональная (*8*).
Призма – собирательное название простых форм, в которых все равные грани пересекаются по параллельным рёбрам. Призмы - открытые формы и различаются по сечениям плоскостью, перпендикулярной к ребру: ромбическая (*9*), тригональная (*10*), тетрагональная (*11*), гексагональная (*12*).

Продолжение рисунка 2



Дипирамида – собирательное название простых форм, состоящих из двух пирамид, сложенных основаниями. Дипирамиды различаются, как и пирамиды, по форме сечений: ромбическая (*13*), тетрагональная (*14*), тригональная (*15*), гексагональная (*16*).
Скаленоэдры – дитригональный (*17*) и дитетрагональный (*18*) имеют форму граней в виде неравностороннего треугольника.
Тетраэдры – четырёхгранники: кубический (*19*) (грань – равносторонний треугольник); тетрагональный (*20*) (грань – равнобедренный треугольник); ромбический (*21*) (грань – остроугольный треугольник).
Куб, или *гексаэдр* – шестигранник (*22*). Грани имеют форму квадрата (их 6; рёбер 12; вершин 8). Три главных направления взаимно перпендикулярные и равные между собой.
Ромбоэдр состоит из шести граней в форме ромба (*23*), общий случай ромбоэдра – “сдавленный” или “растянутый” по оси L_3 куб.

Окончание рисунка 2



Тетраэдр (*24*) и его производные, полученные усложнением грани. В названии у них отражается форма грани: тригон, тетрагон и т. п.; количество граней в комплексе: три, тетра и название грани - эдр.
25 – тригонтритетраэдр; *26* – тетрагонтритетраэдр.
27 – октаэдр – восьмигранник – равносторонние треугольники сходятся по 4 в вершинах, ребер – 12.
Октаэдрические формы, образованные на базе октаэдра называются по такому же принципу, как тетраэдрические: *28* – тригонтриоктаэдр, *29* – тетрагонтриоктаэдр.
30 – Гексаэдр (куб).
Додекаэдры – (двенадцатигранники) – ромбический и пентагональный.
У ромбододэкаэдра (*31*) грани имеют форму ромба.
У пентагондодекаэдра грани в форме пятиугольника (*32*).

В огранении кристаллов участвуют 47 простых форм. Для каждой сингонии характерны свои простые формы. На рис. 2 показаны наиболее распространенные простые формы.

Реальные кристаллы

Форма кристалла определяется его структурой и влиянием окружающей среды. Появление тех или иных простых форм на кристалле определяется законом Бравэ, согласно которому при образовании кристаллов развитие и частота появления основных форм зависят от густоты расположения атомов, ионов на их гранях [8]. В соответствии с принципом Кюри, внешняя симметрия кристалла будет сохранять только те элементы симметрии, которые совпадают с подобными элементами симметрии среды. Степень развития кристалла в разных направлениях определяет его облик.

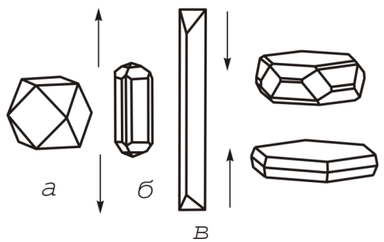


Рис. 3. Типы облика кристаллов:
а – изометричный; *б* – короткопризматический; *в* – длиннопризматический; *г* – таблитчатый; *д* – пластинчатый.

Выделяют следующие типы облика:

1) изометричный – кристалл примерно одинаково развит по трем взаимно перпендикулярным направлениям;

2) увеличение в одном направлении последовательно приводит к короткопризматическому, длиннопризматическому, игольчатому, волокнистому облику;

3) сжатие в одном направлении определяет таблитчатый, пластинчатый, чешуйчатый, листоватый облик (рис. 3).

Неравномерное развитие кристалла в разных направлениях определяет бочонковидный, клиновидный, скипетровидный, сноповидный и другие облики.

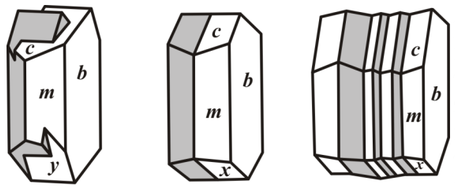
Габитус кристалла определяется преобладающими гранями простых форм, представленных в огранении. Например, у пирита облик изометричный, а габитус кубический, пентагондодекаэдрический или октаэдрический.

Грани кристаллов нередко покрыты мелкими бороздами или штрихами. Для ряда минералов присутствие штриховки является важным диагностическим признаком. В одних случаях она наблюдается в виде параллельных штрихов, в других – штрихи пересекаются под определенными углами. Так, на гранях призмы кристаллов кварца наблюдается поперечная штриховка, а на гранях призмы топаза и берилла – вертикальная.

По своему происхождению штриховка может быть *комбинационной,* обусловленной узкими вицинальными гранями двух простых форм (берилл, турмалин и др.), *двойниковой,* являющейся результатом полисинтетического двойникования минералов (сфалерит, корунд, плагиоклазы и др.) и *индукционной*, появляющейся в месте соприкосновения двух одновременно растущих индивидов [6].

Кристаллы редко бывают одиночными, обычно они образуют сростки. Различают *закономерные* и *случайные* сростки, среди первых выделяют параллельные, двойниковые и эпитаксические сростки. Параллельными сростками называют такие срастания кристаллов минералов, в которых все грани первого кристалла параллельны соответствующим граням второго.

Двойниками называют закономерные срастания двух кристаллов одного и того же минерала, в которых один индивид может быть выведен из другого отражением в плоскости или поворотом на 180° вокруг оси. В зависимости от количества сросшихся в двойниковом положении индивидов



а б в

Рис.4. Двойники: *а*– прорастания; *б*– срастания; *в*– полисинтетический

различают тройники, четверники, пятерники и т. д. В зависимости от расположения элементов простые двойники подразделяют на *двойники срастания* и *двойники прорастания* .

Наряду с простыми двойниками широко распространены *полисинтетические.* В них каждые два соседних индивида находятся в двойниковом положении (рис. 4).

Эпитаксическими сростками называют срастания двух различных минералов, в которых хотя бы некоторые кристаллографические элементы оказываются параллельными. Это объясняется сходством кристаллических структур и параметров решеток у минералов в эпитаксическом сростке [6].

Строение агрегатов

Незакономерное срастание множества индивидов одного или разных минералов называется агрегатом. Форма минеральных агрегатов в значительной степени зависит от формы отдельных кристаллов и механизма их образования.

В случае изометричных зерен агрегаты по величине подразделяют на тонкозернистые (зерна на глаз неразличимы), мелкозернистые (зерна менее 1 мм, но различимы на глаз), среднезернистые (1–5 мм), крупнозернистые (5–20 мм), гигантозернистые (зерна крупнее 20 мм).

В том случае, если индивиды имеют вытянутую в разной степени форму, то они образуют *шестоватые, игольчатые, волокнистые* агрегаты. Если кристаллы обладают уплощенной формой, то агрегаты приобретают *пластинчатое, чешуйчатое, листоватое* строение.

По механизму образования выделяют следующие агрегаты. В открытых полостях из низкотемпературных растворов на стенках осаждаются натечные агрегаты, которые могут иметь *сталактитовое*, *гроздевидное, сосцевидное* или *почковидное* строение. Из коллоидных суспензий (гелей) образуются *колломорфные* агрегаты [6].

В том случае, если открытая полость не полностью заполняется раствором, то на стенках полости происходит образование *друз* или *щеток* кристаллов. Друзы сложены удлиненными кристаллами и имеют зону геометрического отбора. Последняя предполагает преимущественный рост тех индивидов, удлинение которых совпадает с нормалью к стенке полости. Щетки обычно представлены изометричными индивидами, в которых геометрический отбор прошел, и все кристаллы имеют одинаковую ориентировку.

Мелкие стяжения сферической или эллипсоидальной формы носят название оолитов и сферолитов. *Оолиты* обычно сцементированы друг с другом в горную породу. Они имеют концентрически-скорлуповатое строение, отдельные слои их отлагаются вокруг центра (например, песчинки или пузырька воздуха). *Сферолиты* обладают радиально-волокнистым строением и образуются в открытой полости.

Конкреции - стяжения округлой формы, радиально-лучистого или скорлуповатого строения, рост которых происходил от центра к периферии.

При быстрой кристаллизации минерала в трещине или хорошо проницаемой породе образуются плоские или объемные ветвистые агрегаты (*дендриты*). Наряду с основными типами минеральных агрегатов, имеются разности, наименования которых отражают внешние особенности этих агрегатов, например *звездчатые, сетчатые, ячеистые, шлаковидные, землистые.*

Блеск

Блеск – это визуальная характеристика отраженного от поверхности минерала света, учитывающая и долю отраженного света, и особенности отражения. Блеск минералов по мере его усиления подразделяют на *стеклянный*, *алмазный*, *полуметаллический* и *металлический*. У прозрачных и хорошо просвечивающих минералов, с повышением показателя преломления, слабый *стеклянный* блеск постепенно сменяется более сильным *алмазным*. Для минералов с высоким коэффициентом поглощения и большой отражательной способностью, т. е. непрозрачных, даже в тонком порошке, характерен *металлический* блеск. У части минералов блеск промежуточный между алмазным и металлическим; такие минералы или просвечивают хотя бы в тонком порошке, или заметно поглощают и рассеивают свет. Промежуточный по степени блеск называют *полуметаллическим*.

Переход от одной градации степени блеска к другой постепенный и достаточно условный. При мелкошероховатой поверхности у сильно поглощающих или непрозрачных минералов характер блеска *тусклый* (магнетит); у просвечивающих и прозрачных - *матовый* (каолин, любые землистые агрегаты). Характер поверхности нередко зависит от особенностей излома – при отсутствии спайности излом может быть мелкобугорчатым, а блеск –*жирным* (кварц, нефелин).

На вид блеска большое значение оказывают характер поверхности и строение агрегата. *Шелковистый* блеск отмечается у параллельно-волокнистых агрегатов за счет своеобразного отражения и рассеяния света волокнами. Такой блеск особенно заметен при падении света вдоль волокон (селенит, хризотил-асбест). Прозрачные минералы с совершенной спайностью отражают свет не только от внешней поверхности, но и от имеющихся в глубине образца трещинок. Подобное мерцающее отражение сопровождается интерференцией света, создающей нежную радужную окраску. Этот вид блеска называют *перламутровым* (гейландит, гипс,

кальцит).

Цвет, черта

Цвет – это свойство вещества вызывать у человека определенное зрительное ощущение в соответствии со спектральным составом отражаемого или пропускаемого излучения. По физической сущности окраску минералов подразделяют на собственную и чуждую [1]. *Собственная окраска* обусловлена особенностями конституции минерала – его химическим составом и структурой. Наиболее распространенный вид собственной окраски минералов вызывается характером светопоглощения. При этом возникают разные варианты.

1. Если свет не взаимодействует с минералом, то минерал остается бесцветным и прозрачным, как, например, горный хрусталь. При полном поглощении видимого спектра света минерал становится черным и непрозрачным. При поглощении происходит возбуждение электронов в верхнем слое, которые мгновенно возвращаются обратно, испуская световые лучи, что проявляется в металлическом блеске.

Цветовые оттенки у сильно поглощающих минералов возникают в случае энергетической неравнозначности переходов электронов, и потому часть лучей света поглощается минералом.

2. Наиболее ярко проявляется неравномерность поглощения света, как причина окраски прозрачных минералов-диэлектриков, в составе которых присутствуют химические элементы-хромофоры. Хромофорами являются ионы переходных металлов периодической системы Д. И. Менделеева. Наиболее важные из них V, Cr, Mn, Fe, Co, Ni, Cu. В зависимости от конституции, кристаллом поглощаются разные лучи. Минерал окрашивается в цвет, дополнительный к поглощенному. Окраска, вызываемая хромофорами, следующая: V^{3+} – зеленый (тсаворит), голубой (танзанит); Cr^{3+} – зеленый (уваровит, изумруд), красный (рубин); Mn^{2+} – розо-

вый (родохрозит, родонит); Fe^{2+} – зеленый (актинолит, хризолит), красный (альмандин); Fe^{3+} – желтый (хризоберилл); Co^{2+} – голубой (шпинель), розовый (эритрин); Ni^{2+} – зеленый (непуит); Cu^{2+} – зеленый (малахит), синий (азурит), голубой (бирюза).

3. В прозрачных минералах окраска может быть вызвана явлением переноса заряда. Так возникает окраска синего корунда (сапфир) с изоморфной примесью железа и титана. Появление окраски объясняется образованием пары $Fe^{2+} + Ti^{4+}$, которая за счет переноса заряда (электрона) внутри пары и поглощения лучей с соответствующей длиной волны образует пару $Fe^{3+} + Ti^{3+}$, и минерал приобретает синий цвет.

4. Неравномерное светопоглощение некоторых минералов может быть вызвано наличием в их кристаллической решетке электронно-дырочных центров окраски. В черном кварце (морионе) в позициях кремния располагаются ионы Al^{3+}. Для компенсации валентностей в кристаллическую решетку внедряются катионы щелочных металлов или H^{+}. Под действием радиоактивного или рентгеновского излучения происходит смещение электрона от кислорода к Al^{3+} с поглощением части света; ионы O^{-} становятся центрами окраски. Аналогичным образом возникает окраска у флюорита.

Чуждая окраска определяется вростками пигментирующих окрашенных минералов, цветными пленками разной природы и другими причинами, не связанными с особенностями конституции минерала.

Наряду с этим окраска зависит от спектра светового пучка и от направления. Наиболее ярко эта особенность проявляется в минералах с незначительной примесью хрома. Например, александрит при дневном освещении зеленый, а при искусственном – красный. Зависимость от направления – это анизотропия окраски. В ромбическом кордиерите с примесью Fe цвет разный по всем трем кристаллографическим осям. Он темно-синий вдоль оси *z,* светло-синий вдоль оси *x,* желтовато-серый вдоль оси *y.* Это явление называется

плеохроизмом и наблюдается у всех окрашенных минералов под микроскопом.

Окраска минерала определяется степенью его дисперсности: гематит в кристаллах железо-черный, а в порошке - вишнево-красный. Порошок остается после прочерчивания минералом по фарфоровой пластинке. Цвет черты, наряду с цветом минерала в массе, является важным диагностическим признаком.

Черта минерала помогает при отсутствии навыков правильно определить блеск. У минералов с металлическим блеском черта обычно черная и темнее, чем цвет минерала в массе. У минералов с полуметаллическим блеском черта аналогична цвету минерала в массе или светлее, но всегда отчетливо видна на фарфоровой пластинке. Преобладают коричневые оттенки. Минералы с алмазным блеском имеют черту красной, оранжевой или желтой окраски разной яркости и тона. Участок, с которого получена черта, светлеет. У бесцветных минералов с алмазным блеском черта белая, но они при этом, как бы, светятся внутри. У минералов со стеклянным блеском черта белая или светло-серая с неясным оттенком. Тот участок минерала, которым мы проводили черту, у них белеет.

Твердость

Твердость - способность минерала противодействовать внешнему воздействию, будь то царапание, вдавливание или шлифование. Метод динамического определения заключается в диагностике твердости относительно эталонов шкалы Мооса, которая состоит из десяти минералов-эталонов:

1) тальк $Mg_3[Si_4O_{10}](OH)_2$;
2) гипс $Ca[SO_4] \cdot 2H_2O$;
3) кальцит $Ca[CO_3]$;
4) флюорит CaF_2;
5) апатит $Ca_5[PO_4]_3F$;
6) ортоклаз $K[AlSi_3O_8]$;
7) кварц SiO_2;
8) топаз $Al_2[SiO_4](F,OH)_2$;
9) корунд Al_2O_3;
10) алмаз C.

Определение твердости осуществляется царапанием острым углом минерала эталона. Появление мельчайшей царапины указывает на более высокую твердость определяемого минерала. Вместо минералов-эталонов нередко используют заменители – ноготь (2), оконное стекло (5), напильник (6,5-7). Минералы с твердостью 1 легко пишут по бумаге. Оконное стекло очень удобно, так как имеет ровную поверхность и любая царапина на нем заметна.

При определении твердости следует помнить, что более мягкие минералы будут на более твердых оставлять черту, которую легко стереть в отличие от царапины. Во многих случаях такую черту принимают за царапину. Во избежание ошибки необходимо провести пальцем – царапина останется на месте, а черта сотрется.

На результаты определения относительной твердости влияет анизотропия, которая достаточно сильно проявляется в низкосимметричных минералах и в самих эталонах. Например, у кианита она варьирует от 4,5 вдоль удлинения таблитчатых кристаллов до 6,5-7 в поперечном направлении.

Спайность и отдельность

Спайность – способность минералов раскалываться по определенным кристаллографическим направлениям, с образованием ровных блестящих поверхностей, параллельных друг другу и заметных по одновременному отблеску при отражении на свет.

По степени совершенства выделяют следующие виды спайности:

1) *весьма совершенная* – индивид при небольшом усилии легко расщепляется на плоскости большой площади (слюды, молибденит);

2) *совершенная* – требует большее усилие для получения менее ровной поверхности (сфалерит, кальцит);

3) *несовершенная* – ровные поверхности проявляются редко, имеют минимальную площадь и обнаруживаются с трудом (кварц, оливин) [3].

Причина возникновения спайности заключается в присутствии ослабленных направлений в структуре, которые проявляются после механического воздействия. Кристаллографическая направленность плоскостей спайности предполагает, что спайность ориентирована по какой-то простой форме. При определении спайности, кроме степени совершенства важно определять количество направлений и угол между плоскостями спайности, так как в ряде случаев это является важным диагностическим признаком. Например, у амфиболов и пироксенов спайность в двух направлениях и близкая окраска, но у первых угол между плоскостями спайности 120^o, а у вторых – 90^o.

При определении спайности важно не путать плоскости спайности с гранями кристалла. Плоскости спайности более гладкие и совершенные, чем естественные грани, которые могут иметь штриховку, следы растворения и т. д.

В некоторых минералах при раскалывании образуются ровные, кристаллографичные, иногда блестящие поверхности, напоминающие спайные. Возникновение подобных плоскостей носит название *отдельность* и связано с нали-

чием закономерных включений вдоль зон роста кристалла, в результате возникновения структур распада или полисинтетического двойникования. Отличительным признаком отдельности является конечный размер пластинок, если они вызваны двойникованием, и матовое отражение плоскостей, при наличии включений.

Упругость, пластичность, хрупкость

Упругость минералов проявляется в их способности восстанавливать форму и начальный объем после снятия напряжения. Это свойство, например, позволяет различить минералы группы слюд, чешуйки которых возвращаются в первоначальное положение после изгиба, от минералов группы хлоритов внешне достаточно схожих, но не обладающих упругими свойствами.

Пластичность – это свойство минерала необратимо деформироваться под действием механической нагрузки, превышающей предел упругости. Пластические деформации приводят к механическому двойникованию, смятию или изгибу зерен с сохранением их целостности. Это характерно для антимонита, кальцита, гипса, молибденита, кианита, слюд.

Некоторые минералы при этом способны к течению с изменением первоначальной формы, претерпевают грануляцию или перекристаллизацию (галенит, галит, арсенопирит). С пластичностью в прямой зависимости находится такое свойство, как *ковкость* минералов. У металлов это свойство проявляется в расплющивании их в тонкие пластинки. У некоторых сульфидов (халькозин, акантит, галенит), обладающих слабой ковкостью, царапина блестящая, а не пылит, в отличие от хрупких минералов, что является диагностическим признаком.

Хрупкость – это способность минералов разрушаться при небольших деформациях после превышения предела прочности. Хрупкость минералов определяет их способность

к измельчению, что является важной характеристикой при обработке руд и их обогащении.

Плотность

Плотность – это мера массы в единице объема. Плотность минералов варьирует от 0,8 у некоторых органических минералов до 22,7 г/см^3 у осмистого иридия. Она зависит от кристаллической структуры и химического состава минерала. Высокая плотность характерна для минералов с компактной структурой, низкая – для минералов со слоистой и каркасной структурой (например, алмаз – 3,5 г/см^3, графит – 2,2 г/см^3) [3, 6].

Плотность возрастает с увеличением массы атома или иона и уменьшается с увеличением их размеров. Например, плотность плагиоклазов изменяется от 2,61 г/см^3 (альбит) до 2,76 г/см^3 (анортит).

Основная масса минералов имеет плотность, которая находится в интервале от 2,5 до 5,2 г/см^3, и лишь немногие имеют более высокие или низкие значения. По степени распространенности и плотности минералы, условно, можно разделить на легкие (плотность менее 2,5 г/см^3), средние (2,5 -4 г/см^3) и тяжелые (более 4 г/см^3). Плотность мономинерального образца приближенно можно оценить, сравнивая с образцами с известной плотностью и близкого объема.

Магнитные свойства

По магнитным свойствам минералы подразделяют на магнитные, слабомагнитные и немагнитные. Магнитные минералы притягиваются постоянным магнитом. К ним относятся магнетит, моноклинный пирротин и некоторые разности ильменита. Некоторые разности магнетита ведут себя как постоянный магнит, т. е. притягивают к себе железные предметы и магнитные минералы. К слабомагнитным отно-

сятся те минералы, которые приобретают магнитные свойства под действием электрического поля. Так ведут себя, например, все минералы, содержащие железо: геденбергит, альмандин, железистый сфалерит (марматит) и т. д.

КЛЮЧ К ТАБЛИЦАМ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МИНЕРАЛОВ

1. Минералы с металлическим блеском. Цветные непрозрачные.

Черта серая. Темно-серая или черная.

1.1. Цвет белый, серый до черного. Стр. 30

1.2. Цвет желтый, красный. Стр.40

2. Минералы с полуметаллическим блеском. Цветные, непрозрачные.

Черта аналогична цвету минерала в массе или светлее, но всегда отчетливая.

2.1. Черта бурая, буровато-черная, черная.

Цвет черный, серо-черный. Стр. 44

2.2. Черта красновато-бурая, желтовато-бурая, зеленовато-серая.

Цвет темно-красный, темно-бурый, черный. Стр. 48

3. Минералы с алмазным блеском. Бесцветные или цветные, идеально прозрачные или прозрачные в той или иной степени.

3.1. Черта оранжевая, красная.

Цвет минерала оранжевый, красный до черного. Стр. 54

3.2. Черта желтая, светло-желтая, белая.

Цвет минералов желтый, коричневый до черного, иногда бесцветный. Стр. 56

4. Минералы со стеклянным блеском. Прозрачные в той или иной степени.

Черта чаще белая, реже светлоокрашенная, минерал белеет в том месте, с которого получена черта.

4.1. Черта имеет отчетливую окраску: зеленую, голубую, синюю, желтовато-бурую. Цвет минерала аналогичен цвету черты или несколько темнее. Стр. 66

4.2. Черта имеет зеленоватый или сероватый оттенок, выраженный неясно. Преобладающая окраска минералов зеленая, темно-зеленая, черная. Стр. 70

4.3. Черта белая

Твердость 1 – 3 Стр. 80

4.4. Черта белая

Твердость 3 – 5 Стр. 92

4.5. Черта белая.

Твердость 5 – 7 Стр. 100

4.6. Черта белая.

Твердость 7– 9 Стр. 120

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

X – минералы, известные на Урале;

* – минерал широко распространен и образует крупные выделения;

– минерал открыт на Урале.

Минералы, не помеченные символами, на Урале не известны. Известные на Урале минералы отмечены по работе [10].

Названия минералов в таблицах:

жирный шрифт – основные видовые ;

простой шрифт – межвидовые;

курсив – разновидности.

ПРИНЯТЫЕ СОКРАЩЕНИЯ

в п.п.тр.– в пламени паяльной трубки;

в. сов.– весьма совершенная;

выд.– выделение;

конц.– концентрированной

м-ния – месторождения;

направл.– направление;

несов.– несовершенная;

раствор.– растворяется

сов.– совершенная;
УФ – ультрафиолетовый свет.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. *Булах А.Г.* Минералогия с основами кристаллографии – М.: Недра, 1989. – 351 с.
2. *Вертушков Г. Н.* Конституция и морфология минеральных индивидов. – Свердловск: СГИ, 1972.–139 с.
3. *Вертушков Г. Н., Авдонин В. Н.* Физические и химические свойства минералов и определитель минералов по внешним признакам. – Свердловск: СГИ, 1970 – 172 с.
4. ˇ *Годовиков А. А.* Минералогия. – М.: Недра, 1975.– 520 с.
5. ˇ Кривовичев В. Г. Минералогический словарь – С.Пб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та. 2008. –556с.
6. *Лазаренко Е. К.* Курс минералогии. – М.: Высшая школа, 1971. 608 с.
7. ˇ *Минералы:* справочник /под ред. Ф. В. Чухрова, Э. Н. Бонштедт-Куплетской. Т.I – IV – М.: Наука, 1960-2004.
8. *Попов Г. М., Шафрановский И. И.* Кристаллография. Изд. 5-е – М.: Высшая школа, 1972.–352 с.
9. ˇ *Флейшер М.* Словарь минеральных видов/ пер. с англ. М. Флейшер — М.: Мир, 1990. – 206 с.
10. *Юшкин Н. П., Иванов О. К., Попов В. А.* Введение в топоминералогию Урала.– М.: Наука, 1986. – 294 с

ˇ Данные этих источников использованы в таблицах..

I. Минералы с металлическим блеском. Цветные непрозрачные
Черта серая, темно-серая или черная

Таблица 1

Название, химический состав	Сингония, облик кристаллов и строение агрегатов	Спайность, излом	Цвет, черта	Твердость	Плотность	Химические свойства, особые приметы	Сходные минералы	Сопутствующие минералы	Условия нахождения
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.1. Цвет белый, серый до черного									
* **Молибденит** (молибденовый блеск) MoS_2	Гексагональная, чешуйчатые, листоватые агрегаты, бочонковидные кристаллы	В. сов. по {0001} в одном направл.	Свинцово-серый с голубоватым оттенком. Серовато-черная, при растирании зеленеет	1	4,7-4,8	Трудно раствор. в HNO_3 до MoO_3. Мажет руки, жирный на ощупь	Графит, тетрадимит	Шеелит, вольфрамит, касситерит, висмутин и др.	Высоко- и среднетемпературные гидротермальные жилы, скарны, меднопорфировые м-ния
* **Графит** C	Гексагональная, пластинчатые кристаллы, чешуйчатые, пластинчатые агрегаты	В.сов. по {0001} в одном направл.	Черный до серебристо-серого. Черная	1	2,1-2,2	При нагревании с дымящей HNO_3 чешуйки вспучиваются. Мажет руки, жирный на ощупь	Молибденит, валлериит	Полевой шпат, кварц, биотит, рутил и др.	Магматический, пневматолито-гидротермальные жилы, скарны, метаморфические породы
* **Ковеллин** CuS	Гексагональная, порошковатые, сажистые массы	В. сов. по {0001} в одном направл.	Индигово-синий. Серая до черной	1,5-2	4,6-4,8	Раствор. в горячей HNO_3 с выд, S: раствор приобретает. зеленый цвет. Специфическая окраска		Халькозин, борнит, халькопирит	Зона окисления медноколчеданных м-ний

Продолжение таблицы 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* **Стибнит** (сурьмяный блеск, антимонит) Sb_2S_3	Ромбическая, призматические кристаллы, спутанно-волокнистые и зернистые агрегаты	Сов. по {010} в одном направл.	Свинцово-серый, слегка голубоватый. Черная, при растирании краснеет	2	4,5-4,7	Раствор. в HCl с выд. H_2S. На плоскостях спайности часто двойниковая штриховка	Висмутин, джемсонит, буланжерит	Обычно один, реже с киноварью, флюоритом, баритом	Низкотемпературные гидротермальные м-ния
* **Висмутин** (висмутовый блеск) Bi_2S_3	Ромбическая, призматические и игольчатые кристаллы, зернистые агрегаты	Сов. по {010} в одном направл.	Оловянно-белый до свинцово-серого. Свинцово-серая	2-2,5	6,8	Легко раствор. в HNO_3 и горячей HCl. На плоскостях спайности часто двойниковая штриховка, перпендикулярная удлинению	Антимонит, висмутовые сульфосоли	Самородный висмут, молибденит, касситерит, вольфрамит	Высоко- и среднетемпературные гидротермальные жилы, пегматиты, скарны
* **Серебро** Ag	Кубическая, волосовидные, моховидные и проволочные формы, дендриты	Отсутствует. Крючковатый	Серебряно-белый, с поверхности серый или черный налет. Белая блестящая	2,5-3	10,1-11,1	Раствор. в HNO_3, при добавлении HCl выпадает белый осадок. Характерен цвет, крючковатый излом, высокая ковкость	Изоферроплатина	Акантит, прустит, пираргирит, галенит, кальцит, барит	Низкотемпературные гидротермальные жилы с арсенидами, зона вторичного сульфидного обогащения
* **Халькозин** (медный блеск) Cu_2S	Ромбическая, призматические и плстинчатые кристаллы, сплошные плотные массы	Несов. по {110}. Раковистый	Свинцово-серый до черного при окислении. Темно-серая, черная	2,5-3	5,5-5,8	Раствор. в HNO_3 с выд. S. Ковок. Царапина от иглы блестящая	Акантит, джарлеит, дигенит, анилит, блеклые руды	Борнит, ковеллин, халькопирит, самородная медь	Низкотемпературные гидротермальные образования, зона вторичного сульфидного обогащения

Продолжение таблицы 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* **Галенит** (свинцовый блеск) PbS	Кубическая, зернистые агрегаты, реже плотные и натечные, обычны кристаллы	Сов. по {100}, в трех направл., иногда отдельность по {111}	Свинцово-серый, у тонкозернистых агрегатов более светлый. Серовато-черная	2,0-3,0	7,4-7,6	Раствор. в HNO_3 с выд. S, при добавлении HCl выпадает белый осадок. Слабо ковок. Типичен цвет, спайность в трех направл. и высокая плотность	Антимонит	Сфалерит, пирит, халькопирит, кварц, кальцит, барит	Средне- и низкотемпературный гидротермальные жилы, скарны
* **Джемсонит** $Pb_4FeSb_6S_{14}$	Моноклинная, игольчатые и волосовидные кристаллы, перистые и шестоватые агрегаты	Ясная по {001} в одном направл., несов. по {110} и {010}. Неровный	Свинцово-серый, иногда пестрая побежалость. Темно-серая, серовато-черная	2,0-3,0	5,5-6,0	Раствор. в горячей HCl, при охлаждении выпадает $PbCl_2$. Характерна поперечная спайность	Буланжерит, менегинит	Пирит, сфалерит, галенит, тетраэдрит, буланжерит	Второстепенный минерал среднетемпературных гидротермальных жил
* **Буланжерит** $Pb_5Sb_4S_{11}$	Моноклинная, игольчатые, призматические кристаллы, волокнистые агрегаты	Сов. по {100} в одном направл.	Свинцово-серый до железо-черного. Серовато-черная с коричневым оттенком	2,5-3,0	6,0-6,2	Раствор. в горячей HCl с выд. H_2S. От джемсонита отличается отсутствием поперечной спайности	Джемсонит, менегинит	Галенит, сфалерит, арсенопирит, пирит, джемсонит	Средне- и низкотемпературные гидротермальные жилы и метасоматические залежи

Продолжение таблицы 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* **Теннантит** (мышьяковая блеклая руда) $(Cu,Fe)_{12}As_4S_{13}$	Кубическая, сплошные зернистые агрегаты, тетрадэрические кристаллы	Отсутствует. Раковистый, неровный	Стально-серый до железо-черного. Черная с вишнево-красным оттенком	3,0-4,0	4,4-4,7	Разлагается в HNO_3 с выд. S. Блеклый тон окраски, хрупкость	Тетраэдрит, халькозин	Халькопирит, сфалерит, галенит, пирит, айкинит, бурнонит	Широко распространен, средне- и низкотемпературный гидротермальный минерал
* **Тетраэдрит** (сурьмяная блеклая руда) $(Cu,Fe)_{12}Sb_4S_{13}$	Кубическая, сплошные зернистые агрегаты, тетраэдрические кристаллы	Отсутствует. Раковистый, неровный	Стально-серый до железо-черного. Черная	3-4,5	4,9-5,1	Разлагается в HNO_3 с выд. S. Блеклый тон окраски, хрупкость	Халькозин, теннантит	Халькопирит, сфалерит, галенит, пирит, айкинит, бурнонит	Широко распространен, средне- и низкотемпературный гидротермальный минерал
Х **Тетраферроплатина** (ферроплатина) PtFe	Тетрагональная, мелкие зерна	Нет. Неровный	Темно-серый до черного. Черная	4	12,0-15	Разлагается в царской водке. Магнитна и относительно хрупка	Железо, хромшпинели	Изоферроплатина, туламенит, хромшпинели	Магматический в ультраосновных изверженных породах, россыпях
* **Изоферроплатина** (поликсен) Pt_3Fe	Кубическая, мелкие зерна и самородки, кубические кристаллы	Отсутствует. Крючковатый	Серебряно-белый до стально-серого. Черная	4-4,5	14-18,65	Разлагается в царской водке. Слабомагнитна, ковка	Осмий, рутений	Тетраферроплатина, иридосмин, хромшпинели	Магматический в ультраосновных изверженных породах, россыпях

Продолжение таблицы 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* **Кобальтин** (кобальтовый блеск) $CoAsS$	Кубическая, зернистые агрегаты, иногда кристаллы	Сов. по {100} в трех направл. Неровный, раковистый	Серебряно-белый с красноватым оттенком. Серовато-черная	5.5	6,1-6,4	Разлагается в горячей HNO_3 с выд. S и As_2O_3; раствор розовый. Форма кристаллов и розовый оттенок	Арсенопирит, сперрилит	Пирротин, халькопирит, арсенопирит, сфалерит, висмутин	Высоко- и среднетемпературные гидротермальные жилы, скарны
***Арсенопирит** (мышьяковый колчедан) $FeAsS$	Моноклинная, зернистые и шестоватые агрегаты, призматические и изометричные кристаллы	Несов. по {101}, {010}. Неровный	Оловянно-белый до стально-серого. Серовато-черная	5,5-6	5,9-6,3	Разлагается в горячей HNO_3 с выд. S. Широко распространен. Форма кристаллов, твердость, чесночный запах при ударе	Кобальтин, гудмундит	Пирит, халькопирит, пирротин, сфалерит, висмутин	Типичный гидротермальный минерал широкого диапазона температур, скарны
Х **Скуттерудит** (шмальтин) $CoAs_3$	Кубическая, плотные зернистые агрегаты, нередко кристаллы	Несов. по {100}. Неровный, раковистый	Оловянно-белый. Серовато-черная	5,5-6	6,5-6,8	Растворяется в HNO_3 с образованием розового раствора. Ассоциация с другими арсенидами и форма кристаллов	Никельскуттерудит, саффлорит	Кобальтин, арсенопирит, пирротин, арсениды Co и Ni	Среднетемпературный гидротермальный минерал
Х **Никельскуттерудит** (хлоантит) $NiAs_3$	Кубическая, плотные зернистые агрегаты, нередко кристаллы	Несов. по {100}. Неровный	Оловянно-белый до стально-серого. Серовато-черная	5,5-6	6,4-6,8	Раствор. в HNO_3 с образованием зеленого раствора. Ассоциация с никелином, форма кристаллов	Скуттерудит, раммельсбергит	Арсениды Co и Ni, кобальтин, герсдорфит	Среднетемпературный гидротермальный минерал

Продолжение таблицы 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
			I. 2. Цвет						
* **Медь** Cu	Кубическая, {100}, {111}, (110); дендриты, проволочки	Отсутствует. Крючковатый	Светло-розовая в свежем изломе, медно-красная при окислении. Медно-красная, блестящая	2,5-3	8,4-8,9	Легко раствор. в HNO_3. Ковкость, цвет, вторичные продукты	Аурикуприд	Халькозин, куприт, кальцит, гетит, атакамит	Гидротермальная в основных и ультраосновных изверженных породах, в зоне окисления
* **Золото** Au	Кубическая, {111}, {100}, {110}; чешуйки, листочки, самородки	Отсутствует. Крючковатый	Золотисто-желтый до светло-желтого, иногда розоватый оттенок. Золотисто-желтая, блестящая	2,5-3	15,6-18,3	Раствор. в царской водке. Цвет, высокая ковкость, отсутствие продуктов окисления	Халькопирит, аурикуприд	Арсенопирит, пирит, галенит, сфалерит, халькопирит и др.	Гидротермальное в кварцевых жилах, конгломератах, черных сланцах, в зоне окисления
* **Борнит** Cu_5FeS_4	Кубическая, {100}, {110}, {111}; зернистый	Несов. по {111}. Мелкораковистый	Темный медно-красный, с пестрой побежалостью. Серовато-черная	3	4,9-5,3	Раствор. в HNO_3 с выд. S. Цвет в свежем изломе и низкая твердость	Никелин, пирротин, ковеллин	Халькопирит, халькозин, галенит, пирит, сфалерит	Гидротермальный в основных изверженных породах и кварцевых жилах, скарнах, зоне окисления
* **Халькопирит** (медный колчедан) $CuFeS_2$	Тетрагональная, зернистые агрегаты, иногда тетраэдрические кристаллы	Несов. по {112} и {101}. Раковистый, неровный	Латунно-желтый, нередко пестрая побежалость. Зеленовато-черная	3-4,0	4,1-4,3	Раствор. в HNO_3 с выд. S. Цвет, твердость, хрупкость	Пирит, золото, талнахит	Пирротин, пирит, арсенопирит, галенит, сфалерит и др.	Высоко- и среднетемпературный гидротермальный минерал в основных породах, скарнах

Окончание таблицы 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х **Пентландит** (никелевый колчедан) $(Fe,Ni)_8S_9$	Кубическая, зернистые агрегаты и структуры распада в пирротине	Сов. по {111} в четырех направл. Раковистый	Бронзово-желтый. Зеленовато-черная	3-4,0	4,5-5	Раствор. в HNO_3, окрашивая раствор в зеленый цвет. Ассоциация и характерная спайность	Пирротин, пирит	Пирротин, халькопирит, талнахит, магнетит, кубанит	Магматический в основных изверженных породах
* **Пирротин** гексагональный $Fe_{1-x}S$	Гексагональная, таблитчатые и призматические кристаллы	Несов. по $\{10\bar{1}0\}$, отдельность по {0001}. Неровный	Бронзово-желтый с буроватой побежалостью. Серовато-черная до черной	3,5-4,5	4,6-4,7	В HNO_3 и HCl разлагается с трудом. Бронзово-желтая окраска	Троилит, кубанит	Халькопирит, пентландит, пирит, сфалерит, арсенопирит	Среднетемпературный гидротермальный минерал, в основных породах, скарнах, кварцевых жилах
* **Клинопирротин** (магнитный колчедан) Fe_7S_8	Моноклинная, зернистые агрегаты	Отдельность по {001}. Неровный	Бронзово-желтый. Серовато-черная до черной	3,5-4,5	4,6-4,7	Раствор. в HNO_3. Бронзово-желтая окраска и магнитность	Троилит, кубанит, пирротин гексагональный	Халькопирит, пентландит, пирит, сфалерит, арсенопирит	Среднетемпературный гидротермальный минерал, в основных породах, скарнах, кварцевых жилах
* **Марказит** (лучистый колчедан) FeS_2	Ромбическая, копьевидные и таблитчатые кристаллы, конкреции, натечные агрегаты	Ясная по {101}. Неровный	Латунно-желтый с серым оттенком. Черная	6-6,5	4,9	Разлагается в HNO_3 с выд. S. Форма выд.	Пирит, арсенопирит	Пирит, халькопирит, галенит, сфалерит, пирротин	Низкотемпературный гидротермальный минерал, в зоне окисления
* **Пирит** (серный колчедан) FeS_2	Кубическая, зернистые агрегаты, колломорфные массы, хорошо образованные кристаллы	Несов. по {100}, отдельность по {111}. Раковистый	Светлый латунно-желтый. Зеленовато-черная	6-6,5	4,9-5,2	С трудом разлагается в HNO_3 с выд. S. Форма кристаллов, твердость, окраска	Марказит, халькопирит, арсенопирит	Халькопирит, сфалерит, арсенопирит и др.	Наиболее широко распространенный сульфид

2. Минералы с полуметаллическим блеском. Цветные, непрозрачные.
Черта аналогична цвету минерала в мас се или светлее, но всегда отчетливая

Название, химический состав	Сингония, облик кристаллов и строение агрегата	Спайность, излом	Цвет, черта	Твердость	Плотность	Химические свойства, особые приметы	Сходные минералы	Сопутствующие минералы	Условия нахождения
2.1. Черта бурая, буро вато-черная, черная. Цвет черный, серо-черный									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X **Ферберит** $FeWO_4$	Моноклинная, зернистые агрегаты, призматические и таблитчатые кристаллы	Сов. по {010} в одном направлении. Неровный	Черный. Черная	4,5	7,3-7,5	Раствор. в HNO_3 и HCl. Ассоциация, окраска, спайность	Танталит, сфалерит, касситерит	Касситерит, висмутин, топаз, берилл, флюорит	Высокотемпературный гидротермальный минерал кварцевых жил, грейзенов, пегматитов
X **Уранинит** UO_2	Кубическая, массивный, колломорфный - настуран, кубические кристаллы	Отсутствует. Неровный, раковистый	Стально-серый до черного. Черная, буровато-черная, слегка блестящая	5-6,0	7,5-10,6	Раствор. в H_2SO_4 и HCl. Радиоактивность, окраска, форма выд.	Ильменит	Монацит, ксенотим, циртолит, алланит, биотит	Гидротермальный минерал, в пегматитах, грейзенах, кварцевых жилах и цементе конгломератов
# **Ильменит** $FeTiO_3$	Тригональная, редко зернистый, округлые зерна и пластинчатые кристаллы	Отсутствует. Раковистый	Железо-черный, иногда стально-серый оттенок. Черная	5-6,0	4,6-4,8	В кислотах не раствор. Окраска, черта, слабая магнитность	Магнетит, титаномагнетит, гематит	Магнетит, циркон, титанит, фторапатит, полевые шпаты	Магматический в основных изверженных породах, амфиболитах, пегматитах; гидротермальный в жилах

Продолжение таблицы 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
***Романешит** (псиломелан) $Ba(Mn^{3+}{}_2, Mn^{4+}{}_3)O_{10}\times$ $\times H_2O$	Моноклинная; натечные, почковидные, плотные агрегаты	Отсутствует. Неровный, скорлуповатый	Темный стально-серый до черного. Коричневато-черная	5-6	4,0-4,7	Легко раствор. в HCl с выд. Cl_2. Окрашивает пламя в зеленый цвет	Криптомелан, пиролюзит	Пиролюзит, якобсит, браунит, гаусманит	Типичный минерал коры выветривания, зоны окисления, морских осадков, редко гидротермальный
Пиролюзит MnO_2	Тетрагональная, землистый, скрытокристаллические агрегаты, призматические кристаллы	Сов. по {110} в двух направл.	Стально-серый, железо-серый в кристаллах. Черный в землистых агрегатах. Черная	6-6,5	4,7-5,2	Растворяется в HCl с выд. Cl_2.	Окислы и гидроокислы Mn	Романешит, криптомелан, браунит, родохрозит, гетит	Типичный минерал коры выветривания, зоны окисления, морских осадков, гидротермальный в жилах
* **Магнетит** (магнитный железняк) $Fe^{2+}Fe^{3+}{}_2O_4$	Кубическая, зернистый, землистый. *Мушкетовит* - псевдоморфоза по гематиту, кристаллы	Отдельность по {111}. Неровный, раковистый	Черный, темно-серый. Черная	5,5-6	4,8-5,3	Раствор. в HCl при нагревании. Сильно магнитен	Ильменит, гематит, хромит	Ильменит, гематит, фторапатит, андрадит, эпидот, диопсид	Магматический в основных изверженных породах; метасоматический в скарнах; железистые кварциты
* **Хромит** (хромистый железняк) $FeCr_2O_4$	Кубическая, зернистый, нодулярный, редко кристаллы	Отсутствует. Неровный	Черный, буровато-черный. Бурая, иногда серая	5,5-7,5	4,5-4,8	В кислотах раствор. при сплавлении с $KHSO_4$. Бурая черта, высокая твердость, иногда слабо магнитен	Гематит, магнетит, ильменит	Форстерит, серпентин, магнетит, уваровит	Магматический в ультраосновных изверженных породах, россыпях

Продолжение таблицы 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* **Колумбит** $(Fe,Mn)Nb_2O_6$ (надвидовое название серии твердых растворов)	Ромбическая, обычно кристаллы, реже радиально-лучистые и зернистые агрегаты	Ясная по {010}. Раковистый, неровный	Черный, серовато- или коричневато-черный. Черная, буровато-черная	6	4,9-5,4	В кислотах не раствор., частично в H_2SO_4 при кипячении. По форме кристаллов, ассоциации, цвету	Самарскит, ильменит, вольфрамит	Магнетит, ильменит, альмандин, циркон, ксенотим	Магматический в кислых и щелочных изверженных породах и их пегматитах
***Танталит** $(Fe,Mn)Ta_2O_6$ (надвидовое название серии твердых растворов)	Ромбическая, обычно кристаллы, реже радиально-лучистые и зернистые агрегаты	Ясная по {010}. Раковистый, неровный	Красновато-коричневый до черного, в зависимости от содержания Fe, Mn. Темно-красная до черной	6-6,5	6,4-8,2	В кислотах не раствор. Mn-разности имеют красные рефлексы, прозрачны	Колумбит, самарскит, ильменит, вольфрамит	Сподумен, поллуцит, лепидолит, берилл, эльбаит	В гранитных пегматитах
2.2. Черта красновато-бурая, желтовато-бурая, зеленовато-серая. Цвет темно-красный, темно-бурый, черный									
X **Манганит** MnO(OH)	Моноклинная, натечные, плотные и зернистые массы, конкреции, оолиты	В. сов. по {010} и сов. по {110}. Неровный	Темный стально-серый до железо-черного. Красновато-бурая, бурая	3,5-4	4,2-4,3	Раствор. в конц. H_2SO_4 и конц. HCl с выд. хлора. Цвет черты и твердость	Гетит, гаусманит, браунит	Родохрозит, пиролюзит, гетит, романешит, браунит, барит	В осадочных м-ниях марганца, реже низкотемпературный гидротермальный минерал

Продолжение таблицы 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* **Сфалерит** (цинковая обманка) ZnS Fe - *марматит*	Кубическая, зернистый, скорлуповатый, колломорфный, землистый, часто кристаллы	Сов. по {110} в шести направл.	Бурый, черный, красновато-бурый, желтый, зеленый. Бурая, желтовато-бурая	3,5-4	3,9-4,1	Раствор. в конц. HNO_3 с выд. серы, в HCl с выд. H_2S. Форма кристаллов и спайность	Вольфрамит, вюрцит	Галенит, халькопирит, пирит, блеклые руды, кальцит, кварц	Гидротермальный минерал широкого диапазона температур
X **Гюбнерит** $Mn(WO_4)$	Моноклинная, зернистые и радиально-лучистые агрегаты и призматические кристаллы	Сов. по {010} в одном направл. Неровный	Красновато-бурый до коричневато-черного. Желтовато-бурая до красновато-коричневой	4-4,5	7,1-7,3	Разлагается в горячих конц. H_2SO_4 и HCl. Форма зерен, окраска, спайность	Сфалерит, касситерит	Триплит, висмутин, шеелит, касситерит, молибденит	Высокотемпературный гидротермальный минерал, грейзены и пегматиты
* **Гейкелит** $MgTiO_3$	Тригональная,отдельные зерна и сплошные массы, редко кристаллы	Ясная по $\{10\bar{1}1\}$, отдельность по {0001}. Раковистый	Красно-бурый до черного. Буровато-красная	5	3,8-4,1	В кислотах не растворяется. В тонких осколках просвечивает красным. Редок	Пирофанит, ильменит	Шпинель, циркон, хромит, диопсид, форстерит	Магматический в ультраосновных изверженных породах, в россыпях, реже гидротермальный
* **Гетит** FeO(OH)	Ромбическая, почковидные, натечные выделения параллельно-волокнистого строения	Сов. по {010} и менее сов. по {100}. Занозистый, неровный	Желтовато-бурый до черного. Желтовато-бурая, бурая	5-5,5	4,1-4,3	Медленно раствор. в HCl. Параллельно-волокнистое строение и желтый оттенок черты	Гематит, лепидокрокит	Гематит, лепидокрокит, кальцит	Гипергенный минерал зоны окисления и коры выветривания; осадочные образования, реже гидротермальный

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* **Гематит** (железный блеск) Fe_2O_3	Тригональная, плотные зернистые, тонкочешуйчатые, пластинчатые, натечные агрегаты (*кровавик*) и кристаллы	Отдельность по {0001} и $\{10\bar{1}1\}$. Раковистый	Стально-серый до черного, землистые агрегаты - буровато-красные. Вишнево-красная	5-6	5,0-5,3	Раствор. в конц. HCl. Специфическая черта, цвет и магнитен после прокаливания	Вольфрамит, хромит	Магнетит, кварц, рутил, сидерит, шамозит, ильменит	В железистых кварцитах, скарнах, жилах альпийского типа и кварцевых, коре выветривания

Таблица 3

3. Минералы с алмазным блеском. Бесцветные или цветные, идеально прозрачные или прозрачные в той или иной степени

Название, химический состав	Сингония, облик кристаллов и строение агрегатов	Спайность, излом	Цвет, черта	Твердость	Плотность	Химические свойства, особые приметы	Сходные минералы	Сопутствующие минералы	Условия нахождения
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
				3.1. Черта ор анжевая, красная. Цвет минерала оранж евый, красный до черного					
X **Реальгар** AsS	Моноклинная, зернистые агрегаты, налеты, призматические кристаллы	Сов. по {010} в одном направл. Полураковистый	Огненно-красный до оранжево-желтого. Оранжево-красная, огненно-красная	1,5-2	3,56	Разлагается в HNO_3 с выд. S, в HCl выпадают желтые хлопья. Окраска и ассоциация	Крокоит. Киноварь	Аурипигмент, стибнит, киноварь, сажистый пирит	Низкотемпературный гидротермальный минерал. В жилах и вулканических возгонах
X **Киноварь** HgS	Тригональная, зернистые агрегаты, сплошные порошковатые массы, реже кристаллы	Сов. по $\{10\bar{1}0\}$ в трех направл. Неровный	Ярко-красный, коричневато-красный. Ярко-красная	2-2,5	8,0-8,2	Разлагается царской водкой. При нагревании сублимирует. Цвет, спайность, высокая плотность	Куприт, кермезит	Антимонит, пирит, реальгар, арсенопирит	Низкотемпературный гидротермальный минерал. Преимущественно в жилах
# **Крокоит** $Pb(CrO_4)$	Моноклинная, массивные агрегаты, призматические и игольчатые кристаллы	Ясная по {110} в двух направл. Раковистый, неровный	Гиацинтово-красный, оранжево-красный. Желтовато-оранжевая	2,5-3	6,0-6,1	Раствор. в HCl с выд. Cl и $PbCl_2$. Ассоциация и окраска	Реальгар, фенохроит	Вокеленит, пироморфит, мимезит, церуссит	Зона окисления свинцовых м-ний

Продолжение таблицы 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* **Куприт** Cu_2O	Кубическая, мелкозернистый, порошковатый, кубические и столбчатые кристаллы - вискеры	До ясной по {111}. Неровный, раковистый	Темно-красный, кирпично-красный до черного. Буровато-красная	3,5-4	5,9-6,2	Легко раствор. в HNO_3. Ассоциация со вторичными минералами меди	Киноварь, прустит. Пираргирит	Медь, малахит, гетит, псевдомалахит	Зона богатых окисных руд медносульфидных м-ний
* **Лепидокрокит** (рубиновая слюдка) $FeO(OH)$	Ромбическая, мелкочешуйчатый, радиально-пластинчатый, таблитчатые кристаллы	Сов. по {010} и {001} в двух направл. Неровный	Рубиново-красный, вишнево-красный. Оранжево-красная	4-5	3,8-4,1	Раствор. в HCl. Красноватый оттенок черты и парагенезис	Гетит, гематит	Гетит, гематит, пирит	В бурых железняках зоны окисления, бокситах, почвах
3.2. Черта желтая, Цвет минералов желтый, коричневый					**светло-желтая, белая. до черного, иногда бесцветный**				
***Сера** S	Ромбическая, зернистые, порошковатые, сливные агрегаты и дипирамидальные кристаллы	Несов. по {001}, {110}. Раковистый, неровный	Серно-желтый, медово-желтый, зеленовато- и буровато-желтый. Белая	1-2	2,1	Легко горит. Раствор. в сероуглероде и скипидаре. Цвет, хрупкость, блеск, горючесть	Розицкит, аурипигмент	Гипс, ангидрит, галит, кальцит, арагонит	В вулканических отложениях, осадочных породах и зоне окисления сульфидных м-ний
* **Ферримолибдит** $Fe_2(MoO_4)_3 \times \times 7H_2O$	Ромбическая, радиально-волокнистые и порошковатые агрегаты	Сов. по {001}. Неровный	Канареечно-желтый, зеленовато-желтый. Бледно-желтая	1-2	4,5	Раствор. в кислотах. Форма выд. и развитие по молибдениту	Ярозит, ферротунгстит	Молибденит, вольфрамит, полевой шпат	Зона окисления молибденовых м-ний

Продолжение таблицы 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* **Тюямунит** $Ca(UO_2)_2 \times \times (VO_4)_2 \times \times 8H_2O$	Ромбическая, чешуйчатые и пластинчатые агрегаты	Сов. по {001} в одном направл.	Канареечно-желтый, зеленовато-желтый. Желтая	1-2	3,7-4,5	Раствор. в кислотах. Цвет, форма выд.	Карнотит, урановые слюдки	Карнотит, уранинит, коффинит, роскоэлит	Зона окисления урановых м-ний и терригенные осадочные породы (песчаники)
Х **Аурипигмент** As_2S_3	Моноклинная, пластинчатые и волокнистые агрегаты, порошковатые массы, кристаллы	В. сов. по {010} в одном направл.	Золотисто-желтый, лимонно-желтый. Светло-желтая	1,5-2	3,5	Раствор. царской водке и щелочах с выпадением бурого осадка. Цвет, низкая твердость и спайность	Сера	Реальгар, стибнит, пирит, арсенопирит, гетчеллит	Низкотемпературные гидротермальные м-ния и отложения горячих источников
Х **Ванадинит** $Pb_5(VO_4)_3Cl$	Гексагональная, мелкозернистые корочки и призматические кристаллы	Раковистый, неровный	Оранжево-красный, коричнево-красный, коричнево-желтый. Бледно-желтая	2,5-3	6,5-7,1	Легко растворяется в HCl и HNO_3 Форма кристаллов, цвет и ассоциация	Миметит	Миметит, пироморфит, деклуазит, церуссит, вульфенит	Зона окисления свинцовых м-ний
* **Ярозит** $KFe_3(SO_4)_2 \times \times (OH)_6$	Тригональная, тонкочешуйчатые плотные агрегаты, ромбоэдрические кристаллы	В. сов. по {0001} в одном направл.	Охристо-желтый до коричнево-желтого. Желтая	2,5-3,5	3,1-3,3	Раствор. в кислотах. Жирный на ощупь	Гетит, лимонит	Лимонит, гематит, гетит	Зона окисления сульфидных м-ний

Продолжение таблицы 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* **Церуссит** $Pb(CO_3)$	Ромбическая, зернистые и натечные агрегаты, пластинчатые и бипирамидальные кристаллы	Ясная по {110} и {021}. Раковистый	Бесцветный, белый, серый, желтый. Белая	3-3,5	6,5	Раствор. в кислотах с выд. CO_2. Форма кристаллов, блеск, плотность и ассоциация	Англезит	Англезит, смитсонит, вульфенит, малахит, галенит	Зона окисления свинцовых м-ний
* **Сфалерит** (цинковая обманка) ZnS	Кубическая, зернистый, реже землистый (*брункит*) , тетраэдрические кристаллы	Сов. по {110} в шести направл. Раковистый	Желтый, зеленый (*клейофан*), красный, бурый. Светло-желтая	3,5-4	3,9-4,1	Раствор. в конц. HNO_3 с выд. S, в HCl с выд. H_2S. Форма кристаллов, спайность и блеск	Гринокит, вюрцит	Галенит, блеклая руда, халькозин, борнит	В полиметаллических м-ниях, в известняках и колчеданных рудах
* **Пироморфит** $Pb_5(PO_4)_3Cl$	Гексагональная, зернистые агрегаты и призматические кристаллы	Неровный	Желтый, желтовато-зеленый, бурый. Белая	3,5-4	7,0-7,1	Раствор. в кислотах. Легко плавится, после охлаждения приобретает полиэдрическую форму	Миметит, ванадинит	Церуссит, гетит, крокоит, вокеленит, вульфенит	Зона окисления свинцовых м-ний
* **Шеелит** $Ca(WO)_4$	Тетрагональная, зернистые агрегаты и дипирамидальные кристаллы	Ясная по {101}. Неровный	Белый, серый, бледно-желтый, оранжево-красный. Белая	4,5-5	5,8-6,2	Раствор. в HCl с выд. WO_3 Плотность, форма кристаллов, люминесцирует в УФ-лучах	Кварц	Вольфрамит, касситерит, гранат, эпидот, флюорит	Кварцевые жилы и скарны

Продолжение таблицы 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* **Пирохлор** $NaCaNb_2O_6F$	Кубическая, мелкокристаллические агрегаты и октаэдрические кристаллы	Отдельность по {111} Раковистый	Желто-бурый, янтарно-желтый, зеленовато-желтый. Светло-желтая	5-5,5	4,2-5,0	С трудом раствор. в HCl. Разлагается в конц. H_2SO_4. Форма кристаллов, цвет	Циркон, шеелит, перовскит	Циркон, ильменит, аннит, апатит, титанит, алланит	Нефелиновые сиениты, альбитизированные граниты, щелочные основные породы и карбонатиты
* **Анатаз** TiO_2	Тетрагональная, остродипирамидальные кристаллы, зернистые агрегаты	Сов. по {001} и {111} в пяти направл. Раковистый	Синий до черного, лимонно-желтый, красновато-коричневый. Белая	5-6	3,9-4,0	В кислотах не раствор. Цвет и форма кристаллов	Кассиterит, рутил	Адуляр, брукит, ильменит, титанит, апатит	Жилы альпийского типа, акцессорный минерал магматических и метаморфических пород
* **Брукит** TiO_2	Ромбическая, уплощенные призматические кристаллы	Несов. по {110}. Раковистый	Желтый, желтовато-коричневый до черного. Белая до бледно-желтой	5,5-6	4,0-4,1	В кислотах не раствор. Уплощенная форма кристаллов, цвет и ассоциация	Рутил	Анатаз, титанит, адуляр, рутил, ильменит	Жилы альпийского типа, акцессорный минерал метаморфических пород
* **Рутил** TiO_2	Тетрагональная, призматические и игольчатые кристаллы, коленчатые двойники и зернистые агрегаты	Сов. по {110} в двух направл. Раковистый, неровный	Светло-желтый, красновато-бурый до черного (*нигрин*). Светло-желтая до бледно-коричневой	6-6,5	4,2-4,3	В кислотах не раствор. Широко распространен. Форма кристаллов, твердость	Кассиterит, циркон, турмалин	Апатит, ильменит, брукит, гематит	В апатитовых жилах и гнездах, в основных изверженных и метаморфических породах и кварцевых жилах

Окончание таблицы 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х **Касситерит** SnO_2	Тетрагональная, призматические кристаллы, зернистые и колломорфные агрегаты (*деревянистое олово*)	Несов. по {110} и {100}. Полураковистый, неровный	Желтый, красновато-бурый до коричнево-черного. Белая до темно-бурой	6-7	6,8-7,0	Зерна при кипячении с цинком в HCl покрываются пленкой олова. Плотность, форма кристаллов	Рутил, циркон	Вольфрамит, касситерит, висмутин, арсенопирит, шеелит	В кварцевых и пегматитовых жилах, грейзенах, скарнах, кислых магматических породах и россыпях
* **Циркон** $Zr\,[SiO]_4$	Тетрагональная, обычно призматические или дипирамидальные кристаллы, иногда метамиктные	Несов. по {110} и {111}. Раковистый	Желтый (*жаргон*), желто-бурый, красный (*гиацинт*), красно-коричневый. Белая до светло-желтой	7-7,5	3,9-4,6	Слабо разлагается в конц. H_2SO_4. Преимущественно в кристаллах, люминесцирует в УФ-лучах, иногда радиоактивен	Рутил, касситерит, монацит	Монацит, ксенотим, титанит, алланит, аннит, ильменит	Акцессорный минерал кислых и щелочных изверженных пород и их пегматитов, россыпи
Х **Алмаз** C	Кубическая, округлые кристаллы, зернистые сростки (*борт, баллас, карбонадо*)	Сов. по {111} в четырех направл. Раковистый	Бесцветный, голубой, желтый, зеленый, розовый, коричневый до черного. Белая	10	3,5-3,6	В кислотах не растворяется. Форма кристаллов, блеск, ассоциация, люминесценция в УФ и рентгеновских лучах	Лонсдейлит, муассанит	Пироп, гейкелит, хромдиопсид, форстерит, флогопит	Кимберлитовые и лампроитовые трубки взрыва, россыпи

Таблица 4

4. Минералы со стеклянным блеском.
Прозрачные в той или иной степени.
Черта чаще белая, реже светлоокрашенная, минерал белеет в том месте, с которого получена черта

Название, химический состав	Сингония, облик кристаллов и строение агрегатов	Спайность, излом	Цвет, черта	Твердость	Плотность	Химические свойства, особые приметы	Сходные минералы	Сопутствующие минералы	Условия нахождения
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4.1. Черта имеет отчетливую окраску: Цвет минерала аналогичен цвету									
* **Вивианит** $Fe_3(PO_4)_2 \times \times 8H_2O$	Моноклинная, землистые агрегаты, конкреции, стяжения, призматические до игольчатых кристаллы	Сов. по {010} в одном направл. Неровный	Свежий - бесцветный, на воздухе быстро синеет до сине-черного. Голубоватая до синей	1,5-2	2,68	Легко раствор. в кислотах. Окраска и приуроченность к органическим остаткам	Анапаит, фосфаты железа и марганца		Осадочные железорудные м-ния, торфяники
* **Эритрин** $Co_3(AsO_4)_2 \times \times 8H_2O$	Моноклинная, землистые агрегаты, выцветы, налеты, призматические и игольчатые кристаллы	Сов. по {010} в одном направл. Неровный	Малиново-красный, персиково-красный, бледно-розовый. Бледно-розовая, розовая	1,5-2,5	3,0-3,1	Раствор. в кислотах, окрашивая раствор в розовый цвет. Окраска и развитие по арсенидам и сульфоарсенидам	Родохрозит	Кобальтин, сафлорит, скуттерудит, аннабергит, кальцит	Зона окисления арсенидных и сульфоарсенидных м-ний кобальта и никеля

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* **Глауконит** $K(Fe^{+3}Mg)\times[AlSi_3O_{10}]\times\times(OH)_2$	Моноклинная, землистые массы, червеобразные и шаровидные мелкие стяжения	В. сов. по {001}	Зеленый, зеленовато-бурый до зеленовато-черного. Зеленая	2-3	2,4-3	Разлагается в HCl с образованием скелета SiO_2. Цвет, форма выд. и парагенезис	Хлориты, селадонит	Селадонит, слоистые силикаты	В осадочных терригенных горных породах и почвах
* **Аннабергит** $Ni_3(AsO_4)_2\times\times8H_2O$	Моноклинная, землистые агрегаты, выцветы, налеты, призматические и игольчатые кристаллы	Сов. по {010}. Неровный	Яблочно-зеленый, грязно-зеленый до белого. Бледно-зеленая до белой	2,5-3	3,0-3,2	Раствор. в кислотах, окрашивая раствор в нежно-зеленый цвет. Окраска и развитие по арсенидам и сульфоарсенидам никеля	Моренозит	Симплезит, моренозит, малахит, адамин, эритрин	Зона окисления арсенидных и сульфоарсенидных м-ний кобальта и никеля
* **Малахит** $Cu_2(CO_3)(OH)_2$	Моноклинная, натечные, почковидные и радиально-лучистые агрегаты, редко призматические кристаллы	Сов. по {201} и {010}. Неровный раковистый	Ярко-зеленый, темно-зеленый до черно-зеленого. Бледно-зеленая	3,5	4,0-4,1	Легко раствор. в кислотах с выделением CO_2. Широко распространен, положительная реакция на CO_2	Атакамит, адамин	Медь, куприт, азурит, хризоколла	Зона окисления медных м-ний
* **Азурит** $Cu_3(CO_3)_2\times\times(OH)_2$	Моноклинная, зернистые и землистые агрегаты и таблитчатые кристаллы	Сов. по {001} ясная по {100}. Раковистый	Лазурно-синий до темно-синего, голубой в землистых агрегатах. Голубая	3,5-4	3,7-3,9	Легко раствор. в кислотах с выд. CO_2. Окраска, форма кристаллов и ассоциация	Линарит	Малахит, куприт, тенорит, кальцит, хризоколла	Зона окисления медных м-ний

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х **Людвигит** $(Mg,Fe)_2Fe^{+3}\times$ $\times [BO_3]O_2$	Ромбическая, шестоватые и тонкоигольчатые агрегаты, сплошные зернистые массы	Неровный, занозистый	Темно-зеленый до черного. Зеленовато-серая, серая	5	3,6-4,7	Раствор. в кислотах. Форма выделения, ассоциация	Шерл, геденбергит	Гумит, форстерит, диопсид, магнетит	Контактово-метасоматические м-ния
Х **Лазурит** $Ca_2Na_6\times$ $\times[AlSiO_4]_6\times$ $\times(SO_4,S_2)_2$	Кубическая, зернистые агрегаты, редко ромбододекаэдрические кристаллы	Несов. по {110}. Неровный	Голубой, ярко-синий, сине-фиолетовый, темно-синий. Голубая	5,5-6	2,4-2,5	Раствор. в кислотах с выд. студенистого кремнезема и сероводорода. Цвет, ассоциация	Содалит, вишневит, нозеан	Кальцит, диопсид, скаполит, пирит	Контакт щелочных изверженных пород и известняков
4.2. Черта имеет зеленоватый или сероватый оттенок, выраженный неясно. Преобладающая окраска минералов зеленая, темно-зеленая, черная									
* **Шамозит** $(Fe_5Al)\times$ $\times[Al\ Si^3{}_8O_{10}]\times$ $\times(OH)_8$	Моноклинная, листоватые, мелко- и тонкочешуйчатые агрегаты	В. сов. по {001}	Темно-зеленый до черного. Серо-зеленая	2,5-3	3,0-3,4	Раствор. в HCl с выд. студенистого SiO_2. Форма выд., цвет, сплавляется в черное стекло	Гринналит	Сидерит, пирит, марказит	Осадочные железорудные м-ния
* Биотит $K(Mg,Fe)_3\times$ $\times[AlSi_3O_{10}]$ $(OH)_2$ Промежуточный член ряда флогопит—аннит	Моноклинная, чешуйчатые и пластинчатые агрегаты, столбчатые и пластинчатые кристаллы	В. сов. по {001} в одном направл.	Черный с зеленоватым, красноватым или золотистым оттенком. Коричневая	2-3	3,0-3,1	Разлагается в H_2SO_4 с образованием скелета SiO_2. Цвет, упругость листочков и ассоциация	Аннит, флогопит	Полевые шпаты, титанит, циркон, кварц	Кислые и средние магматические горные породы и их пегматиты, метаморфические породы

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
***Паргасит** $NaCa_2(Mg_4Al)\times$ $\times[Al_2Si_6O_{22}]\times$ $\times(OH)_2$	Моноклинная, шестоватые и зернистые агрегаты	Сов. по {110} в двух направл. под углом 124°. Неровный	Светло-зеленый, серо-зеленый до зеленовато-черного. Зеленовато-серая	5-6	3,0-3,2	В кислотах не раствор. Цвет, ассоциация и оптические константы	Гастингсит	Кальцит, доломит, форстерит, диопсид, флогопит	Метаморфизованные карбонатизированные ультраосновные породы, скарны, эклогиты
***Гастингсит** $NaCa_2(Fe_4^{2+}Fe^{3+})\times$ $\times[Al_2Si_6O_{22}]\times$ $\times(OH)_2$	Моноклинная, шестоватые и зернистые агрегаты, несовершенные кристаллы	Сов. по {110} в двух направл. под углом 124° Неровный	Зеленовато-коричневый, коричневый до зеленовато-черного. Серо-зеленая	5-6	3,1-3,3	В кислотах не раствор. Цвет, ассоциация и оптические константы	Паргасит	Пироксен, форстерит, плагиоклаз, ильменит, апатит	Основные магматические, метаморфические и метасоматические породы
* Гиперстен $(Fe,Mg)_2[Si_2O_6]$ Обогащенный железом энстатит	Ромбическая, плотные зернистые агрегаты, пластинчатые срастания с клинопироксенами	Сов. по {110} в двух направл. под углом 88°. Неровный	Темно-зеленый, серовато-черный, томпаково-бурый. Серая, коричневато-серая	5-6	3,4-3,7	Частично раствор. в HCl. Сплавляется в черную эмаль Форма зерен, угол между плоскостями спайности	Энстатит, бронзит	Авгит, салит, плагиоклаз, гастингсит, магнетит, биотит	Породообразующий минерал магматических и метамофических пород
* **Арфведсонит** $NaNa_2(Fe_4Fe)_4\times$ $\times[Si_8O_{22}](OH)_2$	Моноклинная, радиально-лучистые, шестоватые агрегаты; призматические и игольчатые кристаллы	Сов. по {110} в двух направл. под углом 124°. Неровный, занозистый	Зеленый, зеленовато-черный, черный. Зеленовато-серая, голубовато-серая	5,5-6	3,0-3,5	В кислотах не раствор. Легко плавится в магнитное стекло Форма зерен, окраска, спайность, ассоциация	Гастингсит, эгирин	Эгирин, гастингсит, куммингтонит, микроклин, плагиоклаз	Щелочные изверженные породы и их пегматиты, щелочные граниты, карбонатиты, метасоматиты

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
*Авгит $(Ca,Na)\times\times(Mg,Fe,Al,Ti)\times\times[(Si,Al)_2O_6]$ Разновидность диопсида	Моноклинная, сплошные зернистые массы, короткопризматические кристаллы	Сов. по {110} и отдельность по {100}. Раковистый, неровный	Зеленый, черно-зеленый до черного. Зеленовато-бурая	5,5-6	3,2-3,6	Частично разлагается в HCl. По форме кристаллов в эффузивах или оптически	Диопсид	Плагиоклаз, оливин, магнетит, пижонит	Породообразующий минерал магматических пород, в гнейсах и кварцитах
*Актинолит $Ca_2(Mg,Fe^{2+})_5\times\times[Si_8O_{22}](OH)_2$ железистый тремолит	Моноклинная, шестоватые, тонколучистые и волокнистые (*асбест*) агрегаты, плотные массы - *нефрит*	Сов. по {110} в двух направл. под углом 124°. Неровный, занозистый	Зеленый, серовато-зеленый, голубовато-зеленый. Белая до бледно-зеленой	5-6	3,1-3,2	В кислотах не раствор. Плавится с трудом в серо-зеленоватое стекло. Окраска, форма кристаллов и ассоциация	Тремолит, эпидот, турмалин	Альбит, эпидот, клинохлор, кальцит, доломит, глаукофан	Породообразующий минерал зеленосланцевой фации метаморфизма
***Алланит-(Ce)** (ортит) $CaCeFe^{2+}Al_2\times\times[SiO_4][Si_2O_7]\times\times O(OH)$	Моноклинная, сливные агрегаты, пластинчатые, досковидные кристаллы	Отсутствует. Неровный, раковистый	Темно-зеленый, смоляно-черный, светло-коричневый. Серая, светло-зеленая	5,5-6	3,3-4,2	Раствор. в HCl с выд. порошковатого SiO_2. Нередко радиоактивен. Форма кристаллов, цвет, радиоактивность.	Меланит, стенструпин	Альбит, апатит, флюорит, аннит, гастингсит, магнетит	Акцессорный минерал гранитов и сиенитов, их пегматитов, карбонатиты
* **Диопсид** $CaMg[Si_2O_6]$	Моноклинная, зернистые, шестоватые и радиально-лучистые агрегаты, призматические кристаллы	Сов. по {110} в двух направл. под углом 88˚, отдельность по {100}. Неровный	Светло-зеленый, серо-фиолетовый, розовый, белый. Белая до бледно-зеленой	5,5-6	3,2-3,4	Слабо раствор. в HCl. Форма кристаллов и окраска	Геденбергит, гиперстен	Кальцит, флогопит, апатит, магнетит, клинохлор, шпинель	Породообразующий минерал магматических пород, их пегматитов, метаморфических пород, скарнов

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* **Геденбергит** $CaFe[Si_2O_6]$	Моноклинная, крупношестоватые и радиально-лучистые агрегаты, иногда зонально-концентрические	Сов. по {110} в двух направл. под углом 88°, отдельность по {100}. Неровный	Темно-зеленый до черно-зеленого. Светло-серая с зеленоватым оттенком	5,5-6,5	3,4-3,6	Частично разлагается в HCl. Легко сплавляется в черный магнитный шарик. Спайность и ассоциация	Людвигит, шерл	Фаялит, магнетит, кварц, ильваит, полевые шпаты	Породообразующий минерал оливинсодержащих сиенитов, железистых кварцитов, скарнов
* **Глаукофан** $Na_2Mg_3Al_2 \times \times [Si_4O_{11}]_2 \times \times (OH)_2$	Моноклинная, шестоватые и волокнистые (*асбест*) агрегаты, призматические кристаллы	Сов. по {110} в двух направл. под углом 124°. Занозистый, неровный	Серо-синий, ярко-синий, голубовато-черный. Голубовато-серая	6-6,5	3,0-3,3	В кислотах не раствор. Окраска и нахождение в метаморфических породах	Рибекит, рихтерит	Эпидот, альмандин, альбит, лавсонит, пумпеллиит	Кристаллические сланцы, эклогиты, метасоматиты
* **Эгирин** $NaFe[Si_2O_6]$	Моноклинная, радиально-лучистые, спутанно-волокнистые агрегаты, реже игольчатые кристаллы	Сов. по {110} в двух направл. под углом 88°. Занозистый, неровный	Светло-зеленый, зеленовато-черный до черного. Светло-зеленая	6-6,5	3,4-3,7	В кислотах не раствор. Форма кристаллов, окраска, спайность, ассоциация	Арфведсонит, энигманит	Полевые шпаты, нефелин, корунд, магнетит	Кислые и щелочные породы, их пегматиты, железистые кварциты, гидротермалиты
* **Жадеит** $NaAl[Si_2O_6]$	Моноклинная, плотные агрегаты спутанно-волокнистого строения, зернистые массы	Сов. по {110} в двух направл. под углом 88°. Неровный до занозистого	Белый, серый, зеленовато-серый, зеленый, синий. Белая	6-6,5	3,1-3,4	В кислотах не раствор. Форма выд., окраска, высокая вязкость	Нефрит	Альбит, кварц, анальцим, натролит, эпидот, цоизит	Метаморфические породы, контактово-метасоматические тела, ультраосновные породы

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
***Хлоритоид** $FeAl_2[SiO_4]O\times\times(OH)_2$	Моноклинная, чешуйчатые агрегаты, плохо ограненные порфиробласты	Сов. по {001} в одном направл. Неровный	Темно-зеленый, зеленовато-черный. Светло-зеленая, зеленовато-серая	6,5	3,5-3,6	Разлагается в H_2SO_4. Сплавляется в черное слабомагнитное стекло. Высокая твердость и плотность, ассоциация	Клинохлор, клинтонит	Биотит, альмандин, кварц, мусковит, ильменит, эпидот	Метаморфические породы, роговики, кварцевые жилы
* **Фаялит** $Fe_2[SiO_4]$	Ромбическая, зернистые агрегаты, редко призматические кристаллы	Ясная по {100}, {010}. Раковистый, неровный	Темно-зеленый до черного, темно-бурый. Зеленовато-серая	6-6,5	4,39	Раствор. в HCl с выд. студенистого SiO_2. Сплавляется в магнитный шарик. Цвет, твердость, ассоциация	Оливин	Флогопит, шорломит, перовскит, апатит, мелилит	Кислые и щелочные породы, их пегматиты, железорудные скарны, карбонатиты
*Оливин $(Fe,Mg)_2[SiO_4]$ Промежуточный член ряда форстерит—фаялит	Ромбическая, зернистые агрегаты, редко призматические кристаллы	Ясная по {100}, {010}. Раковистый, неровный	Оливково-зеленый, травянисто-зеленый. Бледная зеленовато-серая	6,5-7	3,6-4,1	Раствор. в кислотах с выд. студенистого SiO_2. Цвет, твердость, ассоциация	Гиперстен, авгит	Хромит, серпентин, диопсид, энстатит, магнетит	Ультраосновные и основные породы, кимберлиты
* **Шерл** $NaFe^{2+}{}_3Al_6\times\times[Si_6O_{18}]\times\times(BO_3)_3(OH)_4$	Тригональная, шестоватые, радиально-лучистые, зернистые агрегаты; призматические кристаллы	Отсутствует. Раковистый, неровный	Зеленовато-черный, черный. Зеленовато-серая, серая	7-7,5	2,9-3,2	В кислотах не раствор. Легко сплавляется в тем-но-коричне-вую эмаль. Форма попе-речного сече-ния, твердость	Эгирин, людвигит	Кордиерит, кварц, ортоклаз, биотит, апатит, магнетит	Кислые и щелочные изверженные и метаморфические породы и их пегматиты, грейзены, кварцевые жилы, скарны

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
			4.3. Черта		**белая**				
			Твердость		**1 - 3**				
* **Тальк** $Mg_3[Si_4O_{10}] \times \times (OH)_2$	Моноклинная, листоватые, чешуйчатые и скрытокристаллические (*стеатит*) агрегаты	В. сов. по {001} в одном направл. Неровный	Бледно-зеленый, белый с желтоватым или розоватым оттенком	1	2,7-2,8	В кислотах не раствор. Твердость, жирный на ощупь	Пирофиллит, каолинит	Тремолит, флогопит, серпентин, доломит, гематит	Гидротермально измененные ультраосновные породы и контактово-измененные карбонатные породы
* **Пирофиллит** $Al_2[Si_4O_{10}]\times \times (OH)_2$	Моноклинная, листоватые, чешуйчатые и скрытокристаллические (*агальматолит*) агрегаты	В. сов. по {001} в одном направл. Неровный	Белый, светло-зеленый, буроватый, красноватый	1-1,5	2,7-2,9	Раствор. в кислотах. Твердость, жирный на ощупь, ассоциация	Тальк, каолинит	Каолинит, монтмориллонит, хлорит, кварц	В метаморфических породах, во вторичных кварцитах и кварцевых жилах
* **Нонтронит** $Na_{0.33}Fe^{3+}_2\times \times [(Si,Al)_4O_{10}] \times \times (OH)_2 \times nH_2O$	Моноклинная, пластинчатые и землистые агрегаты	В. сов. по {001}. Неровный	Желтовато-зеленый до буро-зеленого и темно-бурого	1-2	2,3-2,5	Раствор. в кислотах. Окраска и условия нахождения	Сапонит, монтмориллонит	Монтмориллонит, магнезит, арагонит, кварц	Кора выветривания ультраосновных пород
***Монтмориллонит** $(Na_{0,33} \cdot nH_2O)\times \times (Al_{1.67}\ Mg_{0.33})\times \times [Si_4O_{10}](OH)_2$	Моноклинная, землистые агрегаты	В. сов.по {001}. Ровный	Белый, розовый, красный	1-2	2,1-2,3	Раствор. в кислотах. Жирный на ощупь, сильно разбухает в воде, становится пластичным	Каолинит, галлуазит	Иллит, хлорит, каолинит, галлуазит, палыгор-скит, се-пиолит	Кора выветривания вулканических пород, продукты изменения околорудных пород, почвы

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* **Гипс** $Ca(SO_4)\times 2H_2O$	Моноклинная, зернистые, волокнистые (*селенит*) агрегаты	Сов. по {010} в одном направл. Ясная по {100}. Ровный, до занозистого	Бесцветный, белый, голубоватый, розовый, желтый, оранжевый	2	2,3	Слабо раствор. в воде, растворяется в HCl. Спайность, твердость, отсутствие реакции на CO_2	Брушит, бобьерит	Ангидрит, сера, арагонит, кальцит, кварц	Хемогенные осадочные породы, зона окисления сульфидных м-ний, кварцевые жилы и фумаролы
* **Сильвин** KCl	Кубическая, зернистые, землистые, волокнистые, шестоватые агрегаты, натеки, выцветы	Сов. по {100} в трех направл. Раковистый	Бесцветный, белый, голубой, желтый, красный	2	1,993	Раствор. в воде. Окрашивает пламя в фиолетовый цвет. Пластичен, вкус горьковатосоленый	Галит	Ангидрит, галит, кизерит, карналит, каинит, эпсомит, полигалит	Соляные залежи морского происхождения, выцветы на почве, вулканические продукты
* **Галит** NaCl	Кубическая, зернистые агрегаты, сталактиты	Сов. по {100} в трех направл. Раковистый	Бесцветный, белый, синий, желтый, красный	2-2,5	2,2	Легко раствор. в воде. Окрашивает пламя в желтый цвет. Спайность, соленый вкус, ассоциация	Сильвин	Сильвин, карналит, лангбейнит, гипс, ангидрит, полигалит	Соляные залежи, солончаки
* **Каолинит** $Al_2[Si_2O_5]\times$ $\times (OH)_4$	Триклинная, тонкочешуйчатые, землистые агрегаты	В. сов. по {001}. Плоскораковистый	Белый, серый, бурый	2-2,5	2,6-2,7	В кислотах не раствор. С водой становится пластичным. Окраска, высокая пластичность, мылкий на ощупь	Монтмориллонит, галлуазит	Монтмориллонит, галлуазит, иллит, полыгорскит, сепиолит	Кора выветривания кислых пород

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
***Галлуазит** $Al_2[Si_2O_5] \times \times (OH)_4 \cdot 2H_2O$	Моноклинная, землистые, плотные агрегаты	В. сов. по {001}. Плоскораковистый	Белый, голубоватый, бурый	2	2-2,2	В кислотах не раствор. Генезис и специальные методы	Каолинит, монтмориллонит	Каолинит, бейделлит, иллит, монтмориллонит	Кора выветривания кислых пород и гидротермальные жилы
* **Флогопит** $KMg_3 \times$??? $\times [AlSi_3O_{10}] \times \times (OH)_2$	Моноклинная, пластинчатые, листоватые, чешуйчатые агрегаты	В. сов. по {001} в одном направл.	Бесцветный, буровато-желтый, красновато-коричневый	2-2,5	2,8-3,0	Разлагается в концентрированной H_2SO_4 Ассоциация	Биотит	Диопсид, форстерит, шпинель, гиалофан, гумит, апатит	Перидотиты, кимберлиты, контактово-метасоматические породы и метаморфизованные карбонатные толщи
* **Карналлит** $KMgCl_3 \times 6H_2O$	Ромбическая, зернистые агрегаты, смеси с галитом, волокнистые образования	Раковистый	Бесцветный, розовый, желтый, красный, бурый	2,5	1,6	Легко раствор. в воде, сорбируя ее из атмосферы. Вкус горький, жгучий.	Галит, сильвин	Галит, сильвин, ангидрит, кизерит, каинит, эпсомит	В залежах калийных солей
* **Криолит** Na_3AlF_6	Моноклинная, зернистые агрегаты	Отдельность по {001} и {110}. Неровный	Бесцветный, белый, сероватый, грязно-бурый	2,5	2,96	Раствор. в кислотах. Легко плавится, окрашивая пламя в желтый цвет	Хиолит, флюорит	Томсенолит, колумбит, пирохлор, топаз, рибекит, альбит, герксутит	Акцессорный минерал щелочных гранитов и пегматитов
* **Гиббсит** (гидраргиллит) $Al(OH)_3$	Моноклинная, землистые агрегаты, червеобразные выд., оолиты, натечные образования	В. сов. по {001} в одном направл. Ровный, раковистый	Бесцветный, белый, сероватый	2,5-3	2,3-2,4	Легко раствор. в горячих щелочах и H_2SO_4. Спайность, форма выд., ассоциация	Бёмит, брусит, норстрандит	Каолинит, галлуазит, аллофан, нефелин	Бокситы, щелочные породы как продукт изменения натролита и нефелина

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* **Брусит** $Mg(OH)_2$	Тригональная, чешуйчатые, волокнистые (немалит) агрегаты, натечные выделения, сфероиды	В. сов. по {0001} в одном направл. Чешуйчатый до занозистого	Бесцветный, белый, сероватый, желтоватый, зеленоватый, голубоватый	2,5	2,4	Легко раствор. в кислотах. В пламени паяльной трубки не плавится. Растворимость в HCl	Гипс, гиббсит	Серпентины, периклаз, доломит, арагонит, тальк, гидромагнезит	Метаморфизованные доломиты, мраморы, серпентиниты, известковые скарны
* **Хризотил** $Mg_3[Si_2O_5] \times \times (OH)_4$	Моноклинная, волокнистые и параллельно-шестоватые (*асбест*), плотные агрегаты	В. сов. по {001}. Ровный до раковистого и занозистого	Белый, желтоватый, зеленый разных оттенков	2,5	2,55	Раствор. в HCl с образованием волокнистого скелета. Форма выд., окраска, ассоциация	Лизардит, амфиболы, Ni - хлориты	Лизардит, антигорит, тальк, магнетит, брусит, гидромагнезит	Гидротермально измененные гипербазиты и контак-тово-измененные карбонатно-магнезиальные породы
Лизардит $Mg_3[Si_2O_5]\square \times \times (OH)_4$	Моноклинная, тонкозернистые агрегаты	В. сов. по {001}. Ровный до раковистого и занозистого	Зеленый, желтовато-зеленый, темно-зеленый	2,5	2,55	Раствор. в HCl с образованием порошковатого SiO_2. Высокая распространенность	Хризотил, Ni-хлориты, Ni-монтмориллониты	Хризотил, актинолит, тальк, магнетит, брусит, гидромагнезит	Гидротермально измененные гипербазиты и контактово-измененные карбонатно-магнезиальные породы
***Халькантит** $Cu(SO_4) \times 5H_2O$	Триклинная, пластинчатые и зернистые агрегаты, натечные образования	Несов. по {110}. Раковистый	Небесно-голубой до ярко-синего	2,5	2,1-2,3	Легко раствор. в воде. Вкус металлический, вяжущий. Окраска и условия нахождения	Пизанит	Меланте-рит, пикеренгит, алуноген, копиапит	Зона окисления медно-колчеданных м-ний

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Клинохлор $Mg_5Al[AlSi_3\times\times O_{10}](OH)_8$	Моноклинная, таблитчатые, пластинчатые, листоватые, чешуйчатые агрегаты	В. сов. по {001} в одном направл.	Белый, серый (*лейхтенбергит*), зеленый, фиолетовый (*кеммерерит*)	2,5	2,6-2,8	Раствор. при кипячении в H_2SO_4. Окраска, спайность, чешуйки неупругие	Хлориты, мусковит	Магнетит, перовскит, гранат, эпидот, везувиан, титанит	Метаморфические породы фации зеленых сланцев, скарны, измененные ультраосновные породы
* **Мусковит** $KAl_2[AlSi_3O_{10}]\times\times(OH)_2$	Моноклинная, листоватые, чешуйчатые агрегаты, короткостолбчатые кристаллы	В. сов. по {001} в одном направл., несов. по {110} и {010}	Бесцветный, белый, зеленый, изумрудно-зеленый (*фуксит*)	2,5-3	2,8-3,1	В кислотах не раствор. Ассоциация	Лепидолит, цинвальдит, парагонит	Кварц, полевые шпаты, хлорит, доломит	Кислые изверженные и метаморфические породы, пегматиты, грейзены
* **Парагонит** $NaAl_2\times\times[AlSi_3O_{10}]\times\times(OH)_2$	Моноклинная, листоватые, чешуйчатые агрегаты	В. сов. по {001} в одном направл.	Бесцветный, белый, зеленовато-белый	2,5-3	2,9	В кислотах не раствор.	Мусковит	Амфибол, альмандин, плагиоклазы, кианит	Метаморфические породы богатые Na
Трилитионит $K(Li_{1,5}Al_{1,5})\times\times[Si_3O_{10}]F_2$ Лепидолит $K(Li,Al)_3\times\times[AlSi_3O_{10}]F_2$	Моноклинная, таблитчатые, чешуйчатые, скорлуповатые агрегаты	В. сов. по {001} в одном направл.	Белый, розовато-фиолетовый, персиково-красный	2-3 до 4	2,8-2,9	В кислотах не раствор. Цвет, характер ассоциации	Мусковит	Сподумен, петалит, альбит, рубеллит, флюорит, топаз	Гранитные пегматиты и грейзены
Судоит (рипидолит, прохлорит) $Mg_2Al_3\times\times[AlSi_3O_{10}]\times\times(OH)_8$	Моноклинная, листоватые, чешуйчатые агрегаты	В. сов. по {001}, в одном направл.	Белый, бледно-зеленый, зеленый	2-3	2,6-2,7	Частично разлагается кислотами. Цвет, спайность, ассоциация, гибкость	Клинохлор	Эпидот, альбит, актинолит, кварц, рутил, титанит	Зеленокаменные породы. Жилы альпийского типа

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Гидроборацит $CaMg\times\times[B_3O_4(OH)_3]\times\times 3H_2O$	Моноклинная, грубово-локнистые, игольчатые, спутанно-волокнистые агрегаты	Сов. по {010}. Неровный, занозистый	Бесцветный,белый, розоватый, сероватый	2-3	2,17	Легко раствор. в кислотах. Форма выд., ассоциация	Улексит	Колеманит, иньоит, индерит, улексит, кальцит	Бороносные соляные залежи морского и озерного происхождения
* **Виллиомит** NaF	Кубическая, зернистые агрегаты	Сов. по {100} в трех направл. Раковистый, неровный	Карминово-красный, темно-вишневый	2-3	2,79	Легко раствор. в воде. Цвет, спайность, ассоциация	Флюорит	Эвколит, астрофиллит, содалит, ловчоррит, полевой шпат	Щелочные породы и их пегматиты
* **Амезит** $Mg_2Al[AlSiO_5]\times\times(OH)_4$	Триклинная, пластинчатые и чешуйчатые агрегаты	В. сов. по {001} в одном направл.	Белый, бледно-зеленый, фиолето-вый (*хром-амезит*)	2,5-3	2,7-2,8	Медленно раствор. в HCl. Спайность, форма выд., ассоциация	Клинохлор	Диаспор, рутил, магнетит, лейкоксен, миллерит	Измененные ультраосновные породы и метаморфические м -ния наждака
* **Англезит** $Pb(SO_4)$	Ромбическая, зернистые до плотных агрегаты, пористые массы, желваки, сталактиты	Сов. по {001} по {210} ясная. Неровный до раковистого	Бесцветный, белый, желтоватый, коричневатый	2,5-3	6,38	Медленно раствор. в HNO_3. Парагенезис, форма кристаллов	Церуссит	Церуссит, галенит, гетит, малахит, азурит	Зона окисления свинцовых м-ний
Циннвальдит $KLiFe^{2+}Al\times\times[AlSi_3O_{10}]\times\times(F,OH)_2$ Промежуточный член ряда сидерофиллит-политионит	Моноклинная, листоватые, чешуйчатые агрегаты	В. сов. по {001} в одном направл.	Серый, буровато- или зеленовато-серый	2,5-3,5	2,9-3,2	В кислотах не раствор. Цвет. Тип ассоциации	Мусковит, лепидолит	Вольфрамит, шеелит, топаз, флюорит, турмалин, кварц	Грейзены и олововольфрамовые кварцевые жилы

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* **Ссайбелиит** (ашарит) $Mg_2[B_2O_4(OH)]\times\times(OH)$	Моноклинная, землистые, спутанно-волокнистые агрегаты	Сов. по {110}. Неровный, раковистый	Белый, сероватый, желтоватый	3	2,65	Медленно раствор. в кислотах. Форма выд., ассоциация	Гидроборацит	Улексит, гидроборацит, пан-дермит, гипс	Скарны, хемогенные бороносные залежи, серпентиниты
			4.4. Черта Твердость		**белая. 3 - 5**				
* **Кальцит** $Ca(CO_3)$	Тригональная, хорошо образованные кристаллы, сталактиты, зернистые агрегаты	Сов. по $\{10\bar{1}1\}$ в трех направл. Раковистый	Бесцветный, белый, серый, голубой, розовый	3	2,72	Легко раствор. в кислотах с выд. CO_2. Штриховка полисинтетического двойникования	Арагонит	Кварц, доломит, флюорит, барит, сульфиды и арсениды	Карбонатные, кварц-карбонатные жилы, магматические, метаморфические и осадочные породы
* **Целестин** $Sr(SO_4)$	Ромбическая, чечевицеобразные кристаллы, пластинчато-волокнистые прожилки, зернистые агрегаты	Сов. по {001} и {210} в трех направл. Неровный	Бледно-голубой, голубовато-серый, белый, красный	3-3,5	3,9-4,0	Слабо раствор. в кислотах. Голубая окраска, форма выд., спайность	Барит	Доломит, гипс, стронцианит, галит, галенит, сфалерит	Хемогенные осадочные толщи эвапоритов и кварцевые жилы
* **Барит** $Ba(SO_4)$	Ромбическая, пластинчатые и зернистые агрегаты, сферические конкреции	Сов. по {001} и {210} в трех направл. Неровный	Бесцветный, белый, голубоватый, желтый, красный	3-3,5	4,5	В кислотах не раствор. Форма кристаллов. Спайность, твердость, плотность	Целестин, ангидрит	Флюорит, кальцит, кварц, галенит, сфалерит, витерит	Гидротермальные жилы, желваки и конкреции осадочных пород

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
***Ангидрит** $Ca(SO_4)$	Ромбическая, хорошо образованные кристаллы, зернистые агрегаты	Сов. по {010}, {100}, {001} в трех направл. Неровный	Бесцветный, белый, голубоватый, светло-сиреневый	3,5	2,98	Раствор. в кислотах. Спайность, отсутствие реакции на CO_2	Гипс, карбонаты	Гипс, кальцит, доломит, пирит и другие сульфиды	Хемогенные осадочные породы, гидротермальные жилы, колчеданные и скарновые м-ния
* **Бемит** AlO(OH)	Ромбическая, скрытокристаллические, землистые, фарфоровидные агрегаты	Сов. по {010}. Неровный до раковистого, иногда мелкозанозистый	Бесцветный, белый, желтый	3,5-4	3,0-3,1	В кислотах не раствор. Ассоциация, форма выд., спайность	Гиббсит	Гиббсит, диаспор, каолинит, гидроокислы Fe	Бокситы и продукты изменения фельдшпатоидов и натролита в щелочных пегматитах
* **Арагонит** $Ca(CO_3)$	Ромбическая, игольчатые и зернистые плотные агрегаты. Корки, натеки	Ясная по {010} Неровный	Бесцветный, белый, желтоватый, серый	3,5-4	2,9-3,0	Раствор. в кислотах с выд. CO_2. Форма кристаллов, ассоциация	Кальцит, доломит	Кальцит, магнезит, опал, гетит	Хемогенные и биогенные осадки, кора выветривания ультраосновных пород
* **Доломит** $CaMg(CO_3)_2$	Тригональная, грубозернистые, тонкозернистые агрегаты	Сов. по $\{10\bar{1}1\}$ в трех направл. Неровный	Бесцветный, белый, желтый, буроватый	3,5-4	2,8-3,0	Медленно раствор. в HCl. Характер двойникования, ассоциация, спайность	Кальцит, магнезит	Сидерит, кальцит, кварц, арсениды, Co и Ni, магнезит	Хемогенные осадочные породы, кварц-карбонатные жилы и измененные ультраосновные породы

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х **Алунит** $KAl_3(SO_4)_2\times(OH)_6$	Тригональная, мелкозернистые, скрытокристаллические плотные агрегаты	Сов. по {0001}. Неровный	Белый, желтоватый, серый	3,5-4	2,6-2,9	Медленно раствор. в разбавленной H_2SO_4. Точная диагностика осуществляется оптически	Каолинит, зуниит	Гиббсит, каолинит, гипс, кварц, галлуазит	Измененные вулканогенные породы, зона гипергенеза осадочных толщ
* **Скородит** $Fe(AsO_4)\times2H_2O$	Ромбическая, плотные, шлакоподобные массы, корки, желваки, землистые скопления	Несов. по {201}. Раковистый, неровный	Серовато-зеленый, яблочно-зеленый, буровато-серый	3,5-4	3,3	Раствор. в HCl. Вторичный по арсенопириту Окраска, приуроченность к зоне окисления сульфоарсенидов	Манс-фильдит, халько-сидерит	Фармако-сидерит, бедантит, вивианит, гетит, гипс	Зона окисления сульфидных м-ний
* **Сидерит** $Fe(CO_3)$	Тригональная, зернистые и землистые агрегаты. Оолиты, конкреции	Сов. по $\{10\bar{1}1\}$ в трех направл. Неровный	Желтовато-серый, горохово-желтый, желтовато-бурый	3,5-4,5	3,9-4,0	Раствор. в HCl с выд. CO_2. Цвет, спайность, твердость	Анкерит	Доломит, гетит, пирротин, марказит, кварц	Хемогенные осадочные породы и кварц-карбонатные жилы
* **Родохрозит** $Mn(CO_3)$	Тригональная, зернистые агрегаты	Сов. по $\{10\bar{1}1\}$ в трех направл. Неровный	Розовый, темно-красный, желтовато-серый	3,5-4,5	3,6-3,7	Раствор. в HCl с выд. CO_2. Твердость, пленка гидроокислов и окислов Mn	Родонит, кальцит	Кварц, арсенопирит, сфалерит, галенит, родонит, спессартин	Гидротермальные жилы, контактово-метаморфические м-ния и осадочные толщи

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
***Маргарит** $CaAl_2\times$ $\times[Al_2Si_2O_{10}]\times$ $\times(OH)_2$	Моноклинная, листоватые, чешуйчатые агрегаты	Сов. по {001} в одном направл. Неровный	Жемчужно-белый с сероватым, розоватым, желтоватым оттенками	3,5-4,5	3,0-3,1	С трудом раствор. в H_2SO_4. Парагенезис, блеск, твердость	Клинтонит	Парагонит, хлоритоид, графит, эпидот, наждак, диаспор	Кристаллические сланцы, наждаки и слюдиты
* **Флюорит** CaF_2	Кубическая, зернистые и землистые (*ратовкит*) агрегаты	Сов. по {111} в четырех направл. Раковистый, неровный	Бесцветный, зеленый, фиолетовый, голубой. синевато-черный	4	3,18	Раствор. в концентрированной H_2SO_4 с выд. HF. Отсутствие реакции на CO_2	Криолит, карбонаты	Кварц, берилл, турмалин, касситерит, вольфрамит, топаз, халцедон	Грейзены, скарны, гидротермальные и пегматитовые жилы
* **Магнезит** $Mg(CO_3)$	Тригональная, зернистые, фарфоровидные, мелоподобные агрегаты	Сов. по $\{10\bar{1}1\}$ в трех направл. Раковистый	Бесцветный, белый, желтый, серый	4-4,5	3,0-3,1	Раствор. в HCl при нагревании с выд. CO_2. Форма выд.	Кальцит, доломит	Опал, арагонит, лимонит, доломит, кальцит, барит	Коры выветривания ультраосновных пород и гидротермально-метамофические залежи
* **Ксенотим** $Y(PO_4)$	Тетрагональная, зернистые агрегаты	Сов. по {100} в двух направл. Раковистый	Желтовато-бурый, красный, серый	4-5	4,4-5,1	В кислотах не раствор. Твердость, форма кристаллов, ассоциация	Циркон, касситерит	Монацит, циркон, уранинит, колумбит, ильменит, кварц	Гранитные пегматиты, гидротермальные тела щелочных пород
* **Смитсонит** $Zn(CO_3)$	Тригональная, скорлуповатые, почковидные, натечные выделения	Сов. по $\{10\bar{1}1\}$. Неровный	Белый, желтовато-коричневый, зеленый, голубой	4-4,5	4,1-4,4	Раствор. в HCl с выд. CO_2. Форма выд., высокая плотность	Сферосидерит, родохрозит	Сфалерит, галенит, кальцит	Зона окисления сульфидных м-ний и метасоматические залежи по известнякам

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* **Волластонит** $Ca_3[Si_3O_9]$	Триклинная шестоватые, радиально-лучистые, тонковолокнистые, листоватые агрегаты	Сов. по {100}, средняя по {001}. Неровный	Белый, сероватый, желтоватый	4,5-5	2,8-2,9	Раствор. в HCl с выд. студенистого SiO_2. Спайность, окраска, ассоциация	Тремолит	Геденбергит, андрадит, датолит, аксинит, кассиterит, шеелит	Скарны, мраморизованные известняки и кальцифиры
* **Фторапатит** $Ca_5[PO_4]_3F$ апатит – (CaF)	Гексагональная, зернистые и колломорфные (*коллофан*) агрегаты, призматические и пластинчатые кристаллы	Ясная по {0001}. Раковистый, неровный	Бесцветный, белый, желтый, синий, фиолетовый, розовый	5	3,1-3,2	Раствор. в кислотах. Форма кристаллов, твердость	Берилл	Нефелин, эгирин, титанит, скаполит, форстерит, магнетит	Кислые и щелочные породы, карбонатиты и пегматиты.
* **Вишневит** $Na_8[AlSiO_4]_6\times$ $\times(SO_4)\cdot 2H_2O$	Гексагональная, зернистые агрегаты, реакционные каймы и псевдоморфозы по нефелину	Сов. по $\{10\bar{1}0\}$ в трех направл. Неровный, раковистый	Светло-голубой до голубовато-синего	5	2,3-2,4	Легко раствор. в HCl с выд. студенистого SiO_2. Окраска и ассоциация	Содалит, лазурит	Нефелин, полевые шпаты, эгирин, циркон, титанит	Позднемагматический в нефелиновых сиенитах и их пегматитах

4.5. Черта белая. Твердость 5-7

* **Канкринит** $Na_6Ca_2\times$ $\times[AlSiO_4]_6\times$ $\times(CO_3)_2\cdot 3H_2O$	Гексагональная, зернистые агрегаты, реакционные каймы по нефелину	Сов. по $\{10\bar{1}0\}$ в трех направл. Неровный	Белый, серый, желтый, красноватый	5-5,5	2,4-2,5	Раствор. в HCl с выд. CO_2 и студенистого SiO_2. Спайность, окраска	Нефелин, ортоклаз, микроклин	Нефелин, альбит, титанит, циркон, эгирин	Позднемагматический в нефелиновых сиенитах и их пегматитах

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Монацит – (Ce) $Ce(PO_4)$	Моноклинная, таблитчатые кристаллы, реже зернистые агрегаты	Сов. по {100}, отдельность по {001}. Раковистый	Желтый, красно-коричневый, коричневый, иногда белый	5-5,5	5,0-5,2	С трудом разлагается кислотами. Форма кристаллов, твердость, плотность	Ксенотим, титанит	Ксенотим, алланит, уранинит, циртолит, биотит, молибденит	Акцессорный минерал гранитов, пегматитов, фенитов, грейзенов, гнейсов и жил альпийского типа
* **Натролит** $Na_2[Al_2Si_3O_{10}]\times$ $\times 2H_2O$	Ромбическая, призматические до игольчатых кристаллы; шестоватые, радиально-лучистые агрегаты	Сов. по {110} в двух направл. Неровный, раковистый	Бесцветный, белый, желтый, красный	5-5,5	2,2-2,3	Легко раствор. в HCl с выд. студенистого SiO_2. Спайность, форма выд., ассоциация	Томсонит	Анальцим, шабазит, сколецит, гейландит	Постмагматический минерал щелочных пород, их пегматитов; гидротермальный в жилах и миндалинах эффузивов
* **Титанит** (сфен) $CaTi[SiO_4]O$	Моноклинная, конвертообразные кристаллы; зернистые агрегаты	Сов. по {110}. Неровный до занозистого	Желтый, коричневый до черного, изумрудно-зеленый, белый	5-6	3,3-3,6	Раствор. в H_2SO_4. Форма кристаллов, окраска, спайность	Циркон, гранаты	Нефелин, канкринит, циркон, биотит, апатит, флогопит, диопсид	Первичный минерал щелочных пород и гранитов; встречается в скарнах, гнейсах, жилах альпийского типа
Бирюза $CuAl_6(PO_4)_4\times$ $\times(OH)_8\cdot 4H_2O$	Триклинная, плотные тонкозернистые агрегаты	Сов. по {001}. Мелкораковистый	Голубой, синевато-зеленый	5-6	2,6-2,8	С трудом раствор. в HCl. Окраска и форма выд.	Халькосидерит	Вавеллит, амблигонит, халцедон, каолинит, гетит	Кора выветривания фосфатсодержащих осадочных и вулканических горных пород

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Антофиллит $Mg_7[Si_8O_{22}] \times \times (OH)_2$	Ромбическая, лучистые, радиально-сноповидные, шестоватые, волокнистые (*асбест*) агрегаты	Сов. по {110} в двух направл. Неровный	Бесцветный, серовато-зеленый, зеленовато-бурый	5,5-6	2,8-3,2	В кислотах не раствор. От других амфиболов отличается оптически; от хризотил-асбеста по ассоциации	Тремолит, жедрит	Энстатит, тальк, кордиерит, паргасит, плагиоклаз	Метаморфизованные ультрабазиты, магнезиальные скарны, регионально метаморфизованные породы
* **Тремолит** $Ca_2Mg_5 \times \times [Si_8O_{22}](OH)_2$	Моноклинная, шестоватые, волокнистые агрегаты, иногда призматические кристаллы	Сов. по {110} в двух направ. Плоскораковистый (*нефрит*)	Бесцветный, белый, светло-серый, светло-зеленый	5,5-6	3,0-3,1	В кислотах не раствор. От других амфиболов отличается оптически; от эпидота по спайности	Антофиллит, жедрит	Диопсид, форстерит, флогопит, скаполит, кварц, серпентин	Метаморфические и метасоматические породы, образовавшиеся по карбонатным и ультраосновным породам
* **Содалит** $Na_8[AlSiO_4]_6Cl_2$	Кубическая, зернистые агрегаты, псевдоморфозы по нефелину, ромбододекаэдрические кристаллы	Ясная по {110}. Неровный	Синий, серый, зеленоватый, розовый (*гакманит*)	5,5-6	2,1-2,3	Раствор. в HCl с выд. студенистого SiO_2. Спайность, окраска, ассоциация	Вишневит, лазурит, гаюин	Нефелин, канкринит, эгирин, микроклин, титанит, апатит	Щелочные породы и их пегматиты
* **Лейцит** $K[AlSi_2O_6]$	Тетрагональная, тетрагонтриоктаэдрические кристаллы, реже зернистые агрегаты	Отсутствует. Раковистый	Бесцветный, белый, серый	5,5-6	2,4-2,5	Раствор. в HCl с выд. порошковатого SiO_2. Форма выд. и условия нахождения	Анальцим	Ортоклаз, нефелин, санидин	Молодые щелочные вулканические породы

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Мариалит $Na_4[AlSi_3O_8]_3Cl$	Тетрагональная, призматические кристаллы, зернистые, шестоватые и сливные агрегаты	Сов. по {100}, несов. по {110}. Неровный	Бесцветный, белый, серый, желтоватый	5,5-6	2,6	В кислотах не раствор. Форма кристаллов, спайность, ассоциация	Мейонит, полевые шпаты	Диопсид, плагиоклаз, флогопит, апатит, волластонит	Метаморфические и контактово-метасоматические м-ния
Мейонит $Ca_4[Al_2Si_2O_8]_3\times\times(CO_3)$	Тетрагональная, призматические кристаллы, зернистые, шестоватые и сливные агрегаты	Сов. по {100}, несов. по {110}. Неровный	Бесцветный, серый, грязно-зеленый, бурый	5,5-6	2,75	Частично раствор. в HCl с выд. геля SiO_2. Форма кристаллов, спайность, ассоциация	Мариалит, полевые шпаты	Флогопит, диопсид, апатит, кальцит, эпидот, гранат	Метаморфические и контактово-метасоматические м-ния
* **Нефелин** $KNa_3[AlSiO_4]_4$	Гексагональная, вкрапленники, зернистые массы; реже коротко-призматические кристаллы	Несов. по $\{10\bar{1}0\}$. Неровный	Желтый, красный, зеленый, бесцветный	5,5-6	2,6-2,7	Легко раствор. в кислотах с выд. геля SiO_2	Канкринит, кальсилит	Полевые шпаты, аннит, арфведсонит, эгирин, титанит, апатит	Щелочные магматические горные породы
* **Опал** $SiO_2\times nH_2O$	Аморфный; плотный, натечный	Отсутствует. Раковистый	Бесцветный, желтый, белый, зеленый, красный	5,5-6,5	1,9-2,2	Раствор. в HF. Форма выд. и условия нахождения	Аллофан	Магнезит, арагонит, нонтронит	Кора выветривания ультраосновных пород, в миндалинах эффузивов среднего и кислого состава

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* **Родонит** $CaMn_4[Si_5O_{15}]$	Триклинная, зернистые агрегаты, редко призматические кристаллы	Сов. по {100}, {010} и {001}. Неровный	Розовый, ярко-красный и коричнево-красный	5,5-6,5	3,4-3,8	Раствор. в HCl с выд. порошковатого SiO_2. Окраска, спайность, твердость и ассоциация	Родохрозит, пироксмангит	Тефроит, спессартин, пироксмангит, гиалофан, алабандин	Метаморфические горные породы и скарны
* **Ортоклаз** $K[AlSi_3O_8]$	Моноклинная, зернистые агрегаты, призматические и ромбоэдрические кристаллы	Сов. по {001} и {010} в двух направл. под углом 90°. Неровный	Серый, желтоватый, красноватый; иризирует (*лунный камень*)	6	2,6	В кислотах не раствор. Окраска, наличие пертитовых вростков, спайность	Микроклин, плагиоклазы	Кварц, слюды, силлиманит, ставролит, альмандин	Породообразующий в кислых и щелочных изверженных породах, их пегматитах и метаморфических породах
* **Микроклин** $K[AlSi_3O_8]$	Триклинная, зернистые агрегаты и призматические кристаллы	Сов. по {001} и {010} в двух направл. под углом 90°. Неровный	Серо-желтый, красный, зеленый (*амазонит*); иризирует (*лунный камень*).	6	2,6	В кислотах не раствор. Окраска, наличие пертитовых вростков, спайность	Ортоклаз, плагиоклазы	Кварц, слюды, апатит, титанит, циркон	В кислых и щелочных изверженных породах и их пегматитах
* **Альбит** $Na[AlSi_3O_8]$	Триклинная, зернистые агрегаты, призматические и пластинчатые кристаллы	Сов. по {001} и {010} в двух направл. под углом 90°. Неровный	Бесцветный, белый, зеленоватый, серый, иногда иризирует.	6	2,6	В кислотах не раствор. Окраска, полисинтетическое двойникование, ассоциация	Ортоклаз, мейонит, мариалит	Кварц, слюды, микроклин, пироксены, амфиболы	Породообразующий в изверженных породах, их пегматитах, метаморфических породах, жилах альпийского типа

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* **Анортит** $Ca[Al_2Si_2O_8]$	Триклинная, зернистые агрегаты, призматические и пластинчатые кристаллы	Сов. по {001} и {010} в двух направл. под углом 90°. Неровный	Бесцветный, белый, зеленоватый, серый, иногда иризирует	6	2,8	Раствор. в HCl с выд. геля SiO_2. Окраска, полисинтетическое двойникование, ассоциация	Ортоклаз, мейонит, мариалит	Пироксены, амфиболы	Породообразующий в основных и ультраосновных изверженных породах, высоко метаморфизованных породах
* **Цоизит** $Ca_2Al_3[SiO_4] \times$ $\times[Si_2O_7]O(OH)$	Ромбическая, зернистые агрегаты и призматические кристаллы	Сов. по {100} и несов. по {001}. Неровный	Белый, серый, зеленоватый, розовый (*тулит*), голубой (*танзанит*)	6	3,2-3,3	Раствор. в HCl после прокаливания с выд. геля SiO_2. Окраска	Клиноцоизит, эпидот	Альбит, эпидот, кальцит, серицит, кварц, рутил	Метаморфизованные основные породы и кварцевые жилы
* **Энстатит** $Mg_2[Si_2O_6]$	Ромбическая, зернистые агрегаты и призматические кристаллы	Сов. по {110} в двух направл. под углом 88°. Неровный	Белый, серый, желтоватый, зеленоватый, оливково-зеленый, бурый	6	3,2-3,3	В кислотах не раствор. Окраска, спайность, ассоциация	Диопсид, бронзит	Кианит, оливин, тальк, шпинель, флогопит, антофиллит	Породообразующий ультраосновных и основных магматических пород и кимберлитов
* **Кианит** $Al_2[SiO_4]O$	Триклинная, радиально-лучистые, шестоватые агрегаты, призматические кристаллы	Сов. по {100}, ясная по {010}. Занозистый	Голубой, синий, серый, белый, зеленый, желтый	4,5-7	3,5-3,7	В кислотах не раствор. Окраска, форма выд., спайность	Силлиманит	Кварц, мусковит, хлоритоид, ставролит, альбит	Породообразующий в метаморфических породах и кварцевых жилах

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* **Жадеит** $NaAl[Si_2O_6]$	Моноклинная, плотный, спутанно-волокнистый, реже зернистый	Сов. по {110} в двух направл. под углом 88°. Неровный	Бесцветный, белый, зеленый, серый	6-6,5	3,3-3,4	В кислотах не раствор. Высокая прочность, форма выд., окраска	Нефрит, тремолит	Альбит, анальцим, натролит, тремолит, кварц, альмандин	В метаморфических и контактово-метасоматических м-ниях по гипербазитам
* **Клиноцоизит** $Ca_2Al_3[SiO_4]\times\times[Si_2O_7]O(OH)$	Моноклинная, зернистые агрегаты, призматические кристаллы	Сов. по {001} и несов. по {100}. Неровный	Бесцветный, светло-серый, желтый, серовато-зеленый	6,5	3,3-3,4	После прокаливания раствор. в HCl с выд. студенистого SiO_2. Форма выд. и условия нахождения	Цоизит, эпидот	Альбит, кальцит, серицит, эпидот, пренит, титанит	Метаморфические основные породы и жилы альпийского типа
X **Поллуцит** $Cs_2\times\times[Al_2Si_4O_{12}]\times\times H_2O$	Кубическая, Зернистый	Отсутствует. Раковистый	Бесцветный, белый	6,5	2,9	С трудом раствор. в HCl с выд. порошковатого SiO_2. Форма выд. и условия нахождения	Кварц, чкаловит	Петалит, альбит, кварц, лепидолит, амблигонит	Литиевые пегматиты
# **Диаспор** AlO(OH)	Ромбическая, пластинчатые и чешуйчатые агрегаты, призматические кристаллы	Сов. по {010} в одном направл.	Бесцветный, белый, желтовато-бурый, серый, розовый	6,5-7	3,3-3,5	В кислотах не раствор. Форма выд., спайность, ассоциация	Гиббсит	Пирофиллит, серицит, корунд, хлоритоид, зуниит, андалузит	Вторичные кварциты, метаморфические породы, жилы альпийского типа

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* **Везувиан** $Ca_{19}Al_{10}Mg_3\times\times[SiO_4]_{10}[Si_2O_7]_4\times\times(OH)_{10}$	Тетрагональная, зернистые и сливные агрегаты, призматические кристаллы	Несов. по {110} и {100}. Неровный, раковистый	Зеленый, желтый, бурый, серый, черно-бурый, фиолетовый	6,5	3,3-3,5	После прокаливания раствор. в HCl с выд. геля SiO_2. Форма кристаллов, окраска, ассоциация	Гранаты, эпидот	Диопсид, гроссуляр, волластонит, эпидот, монтичеллит, флогопит, геленит	Скарны, родингиты, метасоматические породы по ультрабазитам, пегматиты и карбонатные жилы
*__Эпидот__ $Ca_2Al_3[SiO_4]\times\times[Si_2O_7]O(OH)$	Моноклинная, зернистые агрегаты, призматические и таблитчатые кристаллы	Сов. по {001} и несов. по {100}. Неровный	Желтовато-зеленый, темно-зеленый (*пушкинит*), коричневый, черный	6-7	3,3-3,5	После прокаливания раствор. в HCl с выд. геля SiO_2. Окраска, спайность, ассоциация	Везувиан, гранаты	Альбит, гастингсит, андрадит, везувиан, скаполит	Метаморфические основные породы, скарны и жилы альпийского типа
* **Силлиманит** $Al[AlSiO_5]$	Ромбическая, волокнистые агрегаты (*фибролит*), игольчатые кристаллы	Сов. по {010}. Неровный, занозистый	Бесцветный, белый, серый, бурый, зеленоватый	6,5-7,5	3,2	В кислотах не раствор. Форма выд. и условия нахождения	Кианит, тремолит	Андалузит, диаспор, корунд, кварц, кианит, ставролит, плагиоклаз	Метаморфические породы, вторичные кварциты, пегматиты и жилы альпийского типа
* **Форстерит** $Mg_2[SiO_4]$	Ромбическая, зернистые агрегаты, редко призматические и таблитчатые кристаллы	Ясная по {100} и {010}. Неровный	Белый, желтовато-зеленый, зеленоватый (*хризолит*), фиолетовый	6,5-7	3,2-3,6	Раствор. в HCl с выд. геля SiO_2. Форма выд., окраска, ассоциация	Гумит, апатит, пироксены	Диопсид, энстатит, хромит, лабрадор, перовскит, флогопит, пироп	Ультраосновные породы, кимберлиты, базальты, магнезиальные скарны

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* **Сподумен** $LiAl[Si_2O_6]$	Моноклинная, зернистые агрегаты и уплощенно-призматические кристаллы	Сов. по {110}в двух направл., отдельность по {100} и {010}. Раковистый	Белый, серый, розовый (*кунцит*), зеленый (*гидденит*), желтый	6,5-7	3,0-3,2	Слабо раствор. в HCl. Пламя окрашивает в алый цвет (Li). Форма выд., спайность, ассоциация	Микроклин, пироксены	Кварц, альбит, микроклин, лепидолит, эльбаит, поллуцит	Литиевые гранитные пегматиты
* **Гроссуляр** $Ca_3Al_2[SiO_4]_3$	Кубическая, зернистые до сливных агрегаты, кристаллы простых форм {110} и {211}	Отсутствует, иногда отдельность по {110}. Раковистый, неровный	Белый, желтый, зеленый (*цаворит*-Cr), розовато-красный (*гессонит*)	6,5-7	3,2-3,8	В кислотах не раствор. Форма кристаллов, твердость, окраска	Спессартин, везувиан	Диопсид, волластонит, титанит, датолит, везувиан, скаполит	Скарны, метаморфизованные известняки.
* **Андрадит** $Ca_3Fe_2[SiO_4]_3$	Кубическая, зернистые до сливных агрегаты, кристаллы простых форм {110} и {211}	Отсутствует. Раковистый, неровный	Желтовато-бурый, зеленый (*деманоид*), бурый до черного (*меланит*)	6,5-7,5	3,5-4,1	После прокаливания разлагается в HCl с выд. геля SiO_2. Форма кристаллов, твердость, окраска	Везувиан, гроссуляр	Диопсид, геденбергит, эпидот, везувиан, актинолит	Скарны, кремнистые известняки, гидротермальные жилы в гипербазитах
* **Андалузит** $Al_2[SiO_4]O$	Ромбическая, зернистые и шестоватые агрегаты, призматические кристаллы	Сов. по {110} по {100} до ясной. Неровный	Серый, желтый, бурый, розовый, красный, зеленый (*виридин*)	6,5-7,5	3,1-3,2	В кислотах не раствор. Форма кристаллов, твердость, окраска	Кианит, кордиерит	Кордиерит, силлиманит, ставролит	Метаморфические породы, роговики, вторичные кварциты и жилы альпийского типа

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Халцедон (тонковолокнистая разновидность кварца) SiO_2	Тонковолокнистые агрегаты, концентрически-полосчатый (*агат*), сталактиты	Отсутствует. Раковистый	Белый, серый, голубой, желтовато-красный (*сердолик*), зеленый (*хризопраз*)	6,5-7	2,55-2,64	Растворяется в HF. Форма выд., окраска, излом	Люссатин, кварцин	Кварц, кальцит, цеолиты	Миндалины эффузивных пород, кора выветривания гипербазитов, гидротермальные жилы
* **Кристобалит** (высокотемпературный) SiO_2	Тетрагональная; скрытокристаллический, натечный	Неровный, раковистый	Бесцветный, белый.	6,5-7	2,2-2,3	Растворяется в HF. Форма выд. и условия нахождения	Тридимит, кварц	Тридимит, кальцит, цеолиты, опал	Эффузивные породы и кора выветривания гипербазитов
* **Кварц** SiO_2	Тригональная, зернистые и шестоватые агрегаты и призматические кристаллы	Несов. по $\{10\bar{1}1\}$, $\{10\bar{1}0\}$, отдельность по $\{10\bar{1}0\}$. Раковистый	Бесцветный, белый, дымчатый, желтый, розовый, фиолетовый, черный	7	2,65	Раствор. в HF. Форма выд., твердость, окраска	Топаз, данбурит, нефелин, кордиерит	Полевые шпаты, слюды, сульфиды	Породообразующий в кислых изверженных породах, в пегматитовых и кварцевых жилах и жилах альпийского типа
* **Эльбаит** $Na(Li_{1,5},Al_{1,5})Al_6\times$ $\times[Si_6O_{18}](BO_3)_3\times$ $\times(OH)_4$	Тригональная, зернистые, шестоватые агрегаты и призматические кристаллы	Несов. по $\{10\bar{1}1\}$ и $\{11\bar{2}0\}$. Раковистый, неровный	Бесцветный (*ахроит*), красный, розовый (*рубеллит*), зеленый	7	3,0-3,1	В кислотах не раствор. Сечение кристаллов, окраска, твердость	Дравит, корунд, шпинель	Альбит, лепидолит, петалит, берилл	Гранитные пегматиты, богатые литием

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
				4.6. Черта Твердость					
*__Дравит__ $NaMg_3Al_6 \times \times [Si_6O_{18}] \times \times (BO_3)_3 (OH)_4$	Тригональная, зернистые, шестоватые, волокнистые агрегаты и призматические кристаллы	Несов. по $\{10\bar{1}1\}$ и $\{11\bar{2}0\}$. Раковистый, неровный	Бесцветный (*axpoum*), бурый, зеленовато-бурый, травянисто-зеленый, синий	7-7,5					
* **Пироп** $Mg_3Al_2[SiO_4]_3$	Кубическая, округлые зерна	Отсутствует. Раковистый, неровный	Огненно-красный, кроваво-красный, рубиновый, розовый	7-7,5					
* **Спессартин** $Mn_3Al_2[SiO_4]_3$	Кубическая, зернистые агрегаты и кристаллы с простыми формами {110} и {211}	Отсутствует. Раковистый, неровный	Оранжево-красный, розовый, желтый, красно-коричневый	7-7,5					
* **Альмандин** $Fe_3Al_2[SiO_4]_3$	Кубическая, зернистые до сливных агрегаты, кристаллы с простыми формами {110} и {211}	Отсутствует. Раковистый, неровный	Красно-коричневый, темно-красный, фиолетово-красный	7-7,5					

6	7	8	9	10
белая. 7-9				
3,0-3,2	В кислотах не раствор. Сечение кристаллов, окраска, твердость	Везувиан, ставролит	Кассеритит, кварц, полевой шпат, флюорит, доломит	Метаморфизованные или скарнированные карбонатные породы, метасоматиты по основным и ультраосновным породам
3,5-4,0	В кислотах не раствор. Форма кристаллов, окраска, ассоциация	Альмандин, шпинель	Сапфирин, силлиманит, гиперстен, кордиерит	В эклогитах, кимберлитах, перидотитах и серпентинитах
3,8-4,3	После прокаливания разлагается в HCl с выд. геля SiO_2. Форма кристаллов, окраска, ассоциация	Гроссуляр, гумит	Шерл, мусковит, кварц, трифилин, апатит, альбит, родонит, тефроит	Пегматитовые жилы, метаморфизованные марганцевые м-ния
3,7-4,3	В кислотах не раствор. В п. п.тр. сплавляется в магнитный шарик. Форма кристаллов, окраска, ассоциация	Пироп	Силлиманит, кианит, ставролит, полевой шпат, биотит	Мусковитовые пегматиты, регионально метаморфизованные породы

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ставролит $FeAl_4[SiO_4]_2O_2\times\times(OH)_2$	Ромбическая, зернистые агрегаты, призматические кристаллы, крестообразные двойники	Сов. по {010} и {100}. Неровный	Желтовато-коричневый до буровато-черного	7-7,5	3,6-3,8	В кислотах не раствор. Форма кристаллов, твердость, ассоциация	Шерл, пироксены	Мусковит, кианит, силлиманит, альмандин, кварц, ильменит	Гнейсы и кристаллические сланцы
* **Циркон** $Zr[SiO_4]$	Тетрагональная, зерна, радиально-лучистые агрегаты, чаще призматические и дипирамидальные кристаллы	Несов. по {110} и {111}. Раковистый	Коричневый разных оттенков, желтый, красный (*гиацинт*), до черного	7-7,5	3,9-4,6	Слабо разлагается в конц. H_2SO_4. Иногда радиоактивен (*малакон, циртолит*). Форма кристаллов, окраска, плотность, ассоциация	Касситерит, рутил	Полевые шпаты, ильменит, титанит, алланит, магнетит, монацит	Акцессорный минерал кислых и щелочных изверженных пород и их пегматитов, в гнейсах и кристаллических сланцах
* **Уваровит** $Ca_3Cr_2[SiO_4]_3$	Кубическая; Зернистые агрегаты и кристаллы с простыми формами {110} и {211}	Отсутствует. Раковистый, неровный	Изумрудно-зеленый до темно-зеленого	7,5	3,4-3,8	В кислотах не раствор. Окраска, форма кристаллов, ассоциация	Деманоид, цаворит	Хромит, хромовые хлориты, хромвезувиан, хромтитанит	Ультраосновные породы и залежи хромита
* **Берилл** $Be_3Al_2[Si_6O_{18}]$	Гексагональная, зернистые агрегаты, призматические кристаллы	Несов. по {0001} и $\{10\bar{1}0\}$. Раковистый, неровный	Бесцветный, белый (*гошенит*), желтый (*гелиодор*), голубой (*аквамарин*), зеленый (*изумруд*), розовый (*воробьевит*)	7,5-8	2,6-2,9	В кислотах не раствор. Твердость, форма кристаллов, ассоциация	Апатит, фенакит, топаз	Морион, микроклин, биотит, шерл, сподумен, колумбит, флогопит	Пегматиты, грейзены, высокотемпературные кварцевые жилы, контактово-метасоматические породы

Окончание таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
***Топаз** $Al_2[SiO_4]F_2$	Ромбическая, зернистые агрегаты, призматические кристаллы	Сов. по {001}. Раковистый, неровный	Бесцветный, желтый, голубой, фиолетово-голубой, розовый	8	3,4-3,6	В кислотах не раствор. Форма кристаллов, спайность, плотность	Кварц, фенакит	Кварц, берилл, флюорит, полевые шпаты, турмалин	Гранитные пегматиты и грейзены, реже вторичные кварциты и кварцевые жилы
* **Шпинель** $MgAl_2O_4$	Кубическая, октаэдрические кристаллы, зернистые агрегаты	Раковистый, неровный	Бесцветный, красный, зеленый, синий, черный	8	3,6-4,1	С трудом раствор. в конц. H_2SO_4. Форма кристаллов, твердость, ассоциация	Гранат, корунд	Форстерит, диопсид, кальцит, флогопит, гумит, паргасит, андрадит	Магнезиальные скарны, роговики, гнейсы, акцессорный в основных и кислых породах
* **Хризоберилл** $BeAl_2O_4$	Ромбическая, зернистые агрегаты, пластинчатые и дипирамидальные кристаллы, тройники	Сов. по {011}, несов. по {010}. Раковистый, неровный	Желтый, зеленовато-желтый, зеленый (*александрит*), бесцветный	8	3,5-4,0	В кислотах не раствор. Окраска, форма кристаллов, твердость	Берилл	Берилл, фенакит, флюорит, апатит, турмалин, гранат	Пегматиты и скарны
* **Корунд** Al_2O_3	Тригональная, зернистые агрегаты (наждаки), таблитчатые и дипирамидальные кристаллы	Отдельность по {0001} и $\{10\bar{1}1\}$. Раковистый, неровный	Серый, синий (*сапфир*), красный (*рубин*), бесцветный, желтый, зеленый	9	4,0-4,4	В кислотах не раствор. Твердость, окраска, ассоциация	Шпинель	Полевой шпат, биотит, гранат, маргарит, диаспор, андалузит	Сиениты, пегматиты, плагиоклазиты, гнейсы и высокоглиноземистые метаморфиты (наждаки)

УКАЗАТЕЛЬ МИНЕРАЛОВ

	стр.
Авгит	74
Агальматолит	80
Агат	122
Аквамарин	116
Азурит	68
Актинолит	74
Алланит-(Ce)	74
Алмаз	64
Алунит	96
Альбит	108
Альмандин	120
Амазонит	108
Амезит	90
Анатаз	62
Ангидрит	94
Англезит	90
Андалузит	116
Андрадит	116
Аннабергит	68
Анортит	110
Антимонит	32
Антофиллит	104
Апатит-(CaF)	100
Арагонит	94
Арсенопирит	38
Арфведсонит	72
Аурипигмент	58
Ахроит	118
Ашарит	90
Баллас	64
Барит	92
Бёмит	94
Берилл	122
Биотит	70
Бирюза	102
Борнит	40
Борт	64
Брукит	62
Брункит	60
Брусит	86
Буланжерит	34
Ванадинит	58
Везувиан	114
Вивианит	66
Виллиомит	90
Виридин	116
Висмутин	32
Вишневит	100
Волластонит	100
Гакманит	104
Галенит	34
Галит	82
Галлуазит	84
Гастингсит	72
Геденбергит	76
Гейкелит	50
Гелиодор	122
Гематит	52
Гессонит	116
Гетит	50
Гиацинт	64,122
Гиббсит	84
Гидраргиллит	84
Гидроборацит	90
Гидденит	116
Гиперстен	72
Гипс	82
Глауконит	68
Глаукофан	74
Графит	30
Гроссуляр	116
Гошенит	122
Гюбнерит	50
Демантоид	116
Деревянистое олово	64
Джемсонит	34
Диаспор	112
Диопсид	74
Доломит	94
Дравит	120
Жадеит	76, 112
Жаргон	64
Золото	40
Изоферроплатина	36
Изумруд	122
Ильменит	44
Кальцит	92
Канкринит	100
Каолинит	82
Карбонадо	64
Карналлит	84
Касситерит	64
Кварц	118
Кеммерерит	64
Кианит	110
Киноварь	54
Клейофан	60
Клинопирротин	42
Клинохлор	88
Клиноцоизит	112
Кобальтин	38
Ковеллин	30
Колумбит	48
Криолит	84
Корунд	124
Кристобалит	118
Кровавик	52
Крокоит	54
Ксенотим	98
Кунцит	116
Куприт	56
Лазурит	70
Лейхтенбергит	88
Лейцит	104
Лепидокрокит	56
Лепидолит	88
Лизардит	86
Лунный камень	108
Людвигит	70
Магнезит	98
Магнетит	46
Малакон	122
Малахит	68
Манганит	48
Маргарит	98
Мариалит	106
Марказит	42
Марматит	50
Медь	40
Мейонит	106
Меланит	116
Микроклин	108
Молибденит	30
Монацит-(Ce)	102
Монтмориллонит	80
Мусковит	88
Мушкетовит	46
Натролит	102
Немалит	86
Нефелин	106
Нефрит	74, 104

Нигрин 62
Никельскуттерудит 38
Нонтронит 80
Оливин 78
Опал 106
Ортоклаз 108
Парагонит 88
Паргасит 72
Пентландит 42
Пирит 42
Пиролюзит 46
Пироморфит 60
Пироп 120
Пирофиллит 80
Пирохлор 62
Пирротин 42
Поликсен 36
Поллуцит 112
Пушкинит 114
Ратовкит 98
Реальгар 54
Родонит 106
Родохрозит 96
Романешит 46
Рубеллит 116
Рубин 124
Рутил 62
Сапфир 124
Сера 56
Сердолик 118
Серебро 32
Сидерит 96
Силлиманит 114
Сильвин 82
Скородит 96
Скуттерудит 38
Смитсонит 98
Содалит 104
Спессартин 120
Сподумен 116
Ссайбелиит 92
Ставролит 122
Стеатит 80
Стибнит 32
Судоит 88
Сфалерит 50, 60
Тальк 80
Танзанит 110
Танталит 46
Теннантит 36
Тетраферроплатина 36
Тетраэдрит 36
Титанит 102
Топаз 124
Тремолит 104
Трилитионит 88
Тюямунит 58
Уваровит 122
Уранинит 44
Фаялит 78
Ферберит 44
Феррimолибдит 56
Ферроплатина 36
Фибролит 114
Флогопит 84
Флюорит 98
Форстерит 114
Фторапатит 100
Фуксит 88
Халцедон 118
Халькантит 86
Халькозин 32
Халькопирит 40
Хлоантит 38
Хлоритоид 78
Хризоберилл 124
Хризолит 114
Хризопраз 116
Хризотил 86
Хромамезит 88
Хромит 44
Цаворит 116
Целестин 92
Церуссит 60
Циннвальдит 90
Циркон 64, 122
Цоизит 110
Шамозит 70
Шеелит 60
Шерл 78
Шмальтин 38
Шпинель 124
Эгирин 76
Эльбаит 118
Энстатит 110
Эпидот 114
Эритрин 66
Ярозит 58

Учебное издание

Сергей Геннадьевич Суставов

МОРФОЛОГИЯ, ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА И ОПРЕДЕЛЕНИЕ МИНЕРАЛОВ ПО ВНЕШНИМ ПРИЗНАКАМ

Учебно-методическое пособие
по дисциплине «Кристаллография и минералогия»
для студентов направления подготовки
21.05.02 – «Прикладная геология» (РМ, ГИГ, ГН, МПГ)
Второе издание, стереотипное

Редактор Л. В. Устьянцева
Компьютерное макетирование Ф. П. Буслаев

Подписано в печать 03.11.2018.
Бумага офсетная. Формат 60×84 1/16. Печать ризографе.
Печ. л. 8,12. Уч.-изд. л. 6,58. Тираж 100 экз. Заказ №

Издательство УГГУ
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30
Уральский государственный горный университет

Отпечатано с оригинал-макета в лаборатории
множительной техники издательства УГГУ

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому комплексу

_____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

Б1.О.25.01 РАЗВИТИЕ НАВЫКОВ КРИТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ

Специальность:

21.05.03 Технология геологической разведки

Специализация:

Геофизические информационные системы

Автор: Гладкова И. В., доцент, канд. филос. н.

Одобрены на заседании кафедры

Философии и культурологии

(название кафедры)

Зав. кафедрой _____

(подпись)

к.ф.н., доц. Беляев В.П.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 18.09.2023

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией

факультета геологии и геофизики

(название факультета)

Председатель _____

(подпись)

к.г.-м.н., доц. Вандышева К.В..

(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 13.10.2023

(Дата)

Екатеринбург

Методические указания по дисциплине согласованы с выпускающей кафедрой геологии и геофизики нефти и газа

Заведующий кафедрой ГГНГ _____к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
1	Методические рекомендации по работе с текстом лекций	5
2	Методические рекомендации по подготовке к опросу	8
3	Методические рекомендации по подготовке доклада(презентации)	9
4	Методические рекомендации по написанию эссе	11
5	Методические рекомендации по подготовке к семинарским занятиям	14
6	Методические рекомендации по подготовке к дискуссии	15
7	Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	17
	Заключение	20
	Список использованных источников	21

ВВЕДЕНИЕ

Инициативная самостоятельная работа студента есть неотъемлемая составная часть учебы в вузе. В современном формате высшего образования значительно возрастает роль самостоятельной работы студента.Правильно спланированная и организованная самостоятельная работа обеспечивает достижение высоких результатов в учебе.

Самостоятельная работа студента (СРС) -это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия, при сохранении ведущей роли студентов.

Целью СРС является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками по профилю будущей специальности, опытом творческой, исследовательской деятельности, развитие самостоятельности. Ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного ипрофессионального уровней. Самостоятельная работа студента– важнейшая составная часть учебного процесса, обязательная для каждого студента, объем которой определяется учебным планом. Методологическую основу СРС составляет деятельностный подход, при котором цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, т. е. на реальные ситуации, в которых студентам надо проявить знание конкретной дисциплины. Предметно и содержательно СРС определяется государственным образовательным стандартом, действующими учебными планами и образовательными программами различных форм обучения, рабочими программами учебных дисциплин, средствами обеспечения СРС: учебниками, учебными пособиями и методическими руководствами, учебно-программными комплексами и т.д.

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развитияисследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

Самостоятельная работа студента - это особым образом организованная деятельность, включающая в свою структуру такие компоненты, как:

- уяснение цели и поставленной учебной задачи;
- четкое и системное планирование самостоятельной работы;
- поиск необходимой учебной и научной информации;
- освоение информации и ее логическая переработка;

- использование методов исследовательской, научно-исследовательской работы для решения поставленных задач;
- выработка собственной позиции по поводу полученной задачи;
- представление, обоснование и защита полученного решения;
- проведение самоанализа и самоконтроля.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:аудиторная и внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию: текущие консультации, коллоквиум, прием и разбор домашних заданий и другие.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия: подготовка презентаций, составление глоссария, подготовка к практическим занятиям, подготовка рецензий, аннотаций на статью, подготовка к дискуссиям, круглым столам.

СРС может включать следующие формы работ:

- изучение лекционного материала;
- работа с источниками литературы: поиск, подбор и обзор литературы и электронных источников информации по заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий, выдаваемых на практических занятиях:тестов, докладов, контрольных работ и других форм текущего контроля;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельное изучение; подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к контрольной работе или коллоквиуму;
- подготовка к зачету, экзамену, другим аттестациям;
- написание реферата, эссе по заданной проблем;
- выполнение расчетно-графической работы;
- выполнение выполнение курсовой работы или проекта;
- анализ научной публикации по определенной преподавателем теме, ее реферирование;
- исследовательская работа и участие в научных студенческих конференциях, семинарах иолимпиадах.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

Подготовка к самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

.

1. Методические рекомендации по работе с текстом лекций

На лекционных занятиях необходимо конспектировать учебный материал. Обращать внимание на формулировки, определения, раскрывающие содержание тех или иных понятий, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском мастерстве. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента, и помогает усвоить учебный материал.

Желательно оставлять в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений, фиксировать вопросы, вызывающие личный интерес, варианты ответов на них, сомнения, проблемы, спорные положения. Рекомендуется вести записи на одной стороне листа, оставляя вторую сторону для размышлений, разборов, вопросов, ответов на них, для фиксирования деталей темы или связанных с ней фактов, которые припоминаются самим студентом в ходе слушания.

Слушание лекций - сложный вид интеллектуальной деятельности, успех которой обусловлен*умением слушать*, и стремлением воспринимать материал, нужное записывая в тетрадь. Запись лекции помогает сосредоточить внимание на главном, в ходе самой лекции продумать и осмыслить услышанное, осознать план и логику изложения материала преподавателем.

Такая работа нередко вызывает трудности у студентов: некоторые стремятся записывать все дословно, другие пишут отрывочно, хаотично. Чтобы избежать этих ошибок, целесообразно придерживаться ряда правил.

1. После записи ориентирующих и направляющих внимание данных (тема, цель, план лекции, рекомендованная литература) важно попытаться проследить, как они раскрываются в содержании, подкрепляются формулировками, доказательствами, а затем и выводами.

2. Записывать следует основные положения и доказывающие их аргументы, наиболее яркие примеры и факты, поставленные преподавателем вопросы для самостоятельной проработки.

3. Стремиться к четкости записи, ее последовательности, выделяя темы, подтемы, вопросы и подвопросы, используя цифровую и буквенную нумерацию (римские и арабские цифры, большие и малые буквы), красные строки, выделение абзацев, подчеркивание главного и т.д.

Форма записи материала может быть различной - в зависимости от специфики изучаемого предмета. Это может быть стиль учебной программы (назывные предложения), уместны и свои краткие пояснения к записям.

Студентам не следует подробно записывать на лекции «все подряд», но обязательно фиксировать то, что преподаватели диктуют – это базовый конспект, содержащий основные положения лекции: определения, выводы, параметры, критерии, аксиомы, постулаты, парадигмы, концепции, ситуации, а также мысли-маяки (ими часто являются афоризмы, цитаты, остроумные изречения). Запись лекции лучше вести в сжатой форме, короткими и четкими фразами. Каждому студенту полезно выработать свою систему сокращений, в которой он мог бы разобраться легко и безошибочно.

Даже отлично записанная лекция предполагает дальнейшую самостоятельную работу над ней (осмысление ее содержания, логической структуры, выводов). С целью доработки конспекта лекции необходимо в первую очередь прочитать записи, восстановить текст в памяти, а также исправить описки, расшифровать не принятые ранее сокращения, заполнить пропущенные места, понять текст, вникнуть в его смысл. Далее прочитать материал по рекомендуемой литературе, разрешая в ходе чтения возникшие ранее затруднения, вопросы, а также дополняя и исправляя свои записи. В ходе доработки конспекта углубляются, расширяются и закрепляются знания, а также дополняется, исправляется и совершенствуется конспект. Доработанный конспект и рекомендуемая

литература используется при подготовке к практическому занятию. Знание лекционного материала при подготовке к практическому занятию обязательно.

Особенно важно в процессе самостоятельной работы над лекцией выделить новый понятийный аппарат, уяснить суть новых понятий, при необходимости обратиться к словарям и другим источникам, заодно устранив неточности в записях. Главное - вести конспект аккуратно и регулярно, только в этом случае он сможет стать подспорьем в изучении дисциплины.

Работа над лекцией стимулирует самостоятельный поиск ответов на самые различные вопросы: над какими понятиями следует поработать, какие обобщения сделать, какой дополнительный материал привлечь.

Важным средством, направляющим самообразование, является выполнение различных заданий по тексту лекции, например, составление ее развернутого плана или тезисов; ответы на вопросы проблемного характера, (скажем, об основных тенденциях развития той или иной проблемы); составление проверочных тесты по проблеме, написание по ней реферата, составление графических схем.

По своим задачам лекции могут быть разных жанров: *установочная лекция* вводит в изучение курса, предмета, проблем (что и как изучать), а*обобщающая лекция* позволяет подвести итог (зачем изучать), выделить главное, усвоить законы развития знания, преемственности, новаторства, чтобы применить обобщенный позитивный опыт к решению современных практических задач. Обобщающая лекция ориентирует в истории и современном состоянии научной проблемы.

В процессе освоения материалов обобщающих лекций студенты могут выполнять задания разного уровня. Например: задания *репродуктивного* уровня (составить развернутый план обобщающей лекции, составить тезисы по материалам лекции); задания *продуктивного* уровня (ответить на вопросы проблемного характера, составить опорный конспект по схеме, выявить основные тенденции развития проблемы); задания *творческого* уровня (составить проверочные тесты по теме, защитить реферат и графические темы по данной проблеме).Обращение к ранее изученному материалу не только помогает восстановить в памяти известные положения, выводы, но и приводит разрозненные знания в систему, углубляет и расширяет их. Каждый возврат к старому материалу позволяет найти в нем что-то новое, переосмыслить его с иных позиций, определить для него наиболее подходящее место в уже имеющейся системе знаний.

.

2. Методические указания по подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

Письменный опрос

Письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента. При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

Устный опрос

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются дляосвещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии[1].

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).
8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)[2].

---

[1]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

[2]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. Объем временинана подготовку к устному опросу зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

3.Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)

Доклад – публичное сообщение по заданной теме, представляющее собой развернутое изложение на определенную тему, вид самостоятельной работы, который используется в учебных и внеаудиторных занятиях и способствует формированию навыков исследовательской работы, освоению методов научного познания, приобретению навыков публичного выступления, расширяет познавательные интересы, приучает критически мыслить.

При подготовке доклада используется дополнительная литература, систематизируется материал. Работа над докладом не только позволяет учащемуся приобрести новые знания, но и способствует формированию важных научно-исследовательских навыков самостоятельной работы с научной литературой, что повышает познавательный интерес к научному познанию.

Приветствуется использование мультимедийных технологий, подготовка докладов-презентаций.

Доклад должен соответствовать следующим требованиям:

- тема доклада должна быть согласованна с преподавателем и соответствовать теме занятия;

- иллюстрации (слайды в презентации) должны быть достаточными, но не чрезмерными;

- материалы, которыми пользуется студент приподготовке доклада-презентации, должны тсоответствовать научно-методическим требованиямВУЗа ибытьуказанывдокладе;

- необходимособлюдать регламент: 7-10 минут выступления.

Преподаватель может дать тему сразу нескольким студентам одной группы, по принципу: докладчик и оппонент. Студенты могут подготовить два выступления с противоположными точками зрения и устроить дискуссию по проблемной теме. Докладчики и содокладчики во многом определяют содержание, стиль, активность данного занятия, для этого необходимо:

- использовать технические средства;
- знать и хорошо ориентироваться в теме всей презентации (семинара);
- уметь дискутировать и быстро отвечать на вопросы;
- четко выполнять установленный регламент: докладчик - 7-10 мин.; содокладчик - 5 мин.; дискуссия - 10 мин;
- иметь представление о композиционной структуре доклада.

После выступления докладчик и содокладчик, должны ответить на вопросы слушателей.

В подготовке доклада выделяют следующие этапы:

1. Определение цели доклада: информировать, объяснить, обсудить что-то (проблему, решение, ситуацию и т.п.)

2. Подбор литературы, иллюстративных примеров.

3. Составление плана доклада, систематизация материала, композиционное оформление доклада в виде печатного /рукописного текста и электронной презентации.

Общая структура доклада

Построение доклада включает три части: вступление, основную часть и заключение.

Вступление.

Вступление должно содержать:

- название презентации (доклада);
- сообщение основной идеи;
- обоснование актуальности обсуждаемого вопроса;

- современнуюоценкупредмета изложения;
- краткоеперечислениерассматриваемых вопросов;
- живуюинтереснуюформуизложения;
- акцентированиеоригинальностиподхода.

Основная часть.

Основная частьсостоит из нескольких разделов, постепенно раскрывающих тему. Возможно использование иллюстрации (графики, диаграммы, фотографии, карты, рисунки) Если необходимо, для обоснования темы используется ссылка на источники с доказательствами, взятыми из литературы (цитирование авторов, указание цифр, фактов, определений). Изложение материала должно быть связным, последовательным, доказательным.

Задача основной части - представить достаточно данных для того, чтобы слушатели и заинтересовались темой и захотели ознакомиться с материалами. При этом логическая структура теоретического блока не должны даваться без наглядных пособий, аудио-визуальных и визуальных материалов.

Заключение.

Заключение - это ясное четкое обобщение, в котором подводятся итоги, формулируются главные выводы, подчеркивается значение рассмотренной проблемы, предлагаются самые важные практические рекомендации. Требования к оформлению доклада. Объем машинописного текста доклада должен быть рассчитан на произнесение доклада в течение 7 -10 минут (3-5 машинописных листа текста с докладом).

Доклад оценивается по следующим критериям:

Критерии оценки доклада, сообщения	*Количество баллов*
Содержательность, информационная насыщенность доклада	1
Наличие аргументов	1
Наличие выводов	1
Наличие презентации доклада	1
Владение профессиональной лексикой	1
Итого:	5

Электронные презентации выполняются в программе MS PowerPoint в виде слайдов в следующем порядке: • титульный лист с заголовком темы и автором исполнения презентации; • план презентации (5-6 пунктов - это максимум); • основная часть (не более 10 слайдов); • заключение (вывод). Общие требования к стилевому оформлению презентации: • дизайн должен быть простым и лаконичным; • основная цель - читаемость, а не субъективная красота; цветовая гамма должна состоять не более чем из двух-трех цветов; • всегда должно быть два типа слайдов: для титульных и для основного текста; • размер шрифта должен быть: 24–54 пункта (заголовок), 18–36 пунктов (обычный текст); • текст должен быть свернут до ключевых слов и фраз. Полные развернутые предложения на слайдах таких презентаций используются только при цитировании; каждый слайд должен иметь заголовок; • все слайды должны быть выдержаны в одном стиле; • на каждом слайде должно быть не более трех иллюстраций; • слайды должны быть пронумерованы с указанием общего количества слайдов

4.Методические рекомендации по написанию эссе

Эссе - это самостоятельная письменная работа на тему, предложенную преподавателем. Цель эссе состоит в развитии навыков самостоятельного творческого мышления и письменного изложения собственных мыслей. Писать эссе чрезвычайно полезно, поскольку это позволяет автору научиться четко и грамотно формулировать мысли, структурировать информацию, использовать основные категории анализа, выделять причинно-следственные связи, иллюстрировать понятия соответствующими примерами, аргументировать свои выводы; овладеть научным стилем речи.

Эссе должно содержать: четкое изложение сути поставленной проблемы, включать самостоятельно проведенный анализ этой проблемы с использованием концепций и аналитического инструментария, рассматриваемого в рамках дисциплины, выводы, обобщающие авторскую позицию по поставленной проблеме. В зависимости от специфики дисциплины формы эссе могут значительно дифференцироваться. В некоторых случаях это может быть анализ имеющихся статистических данных по изучаемой проблеме, анализ материалов из средств массовой информации и использованием изучаемых моделей, подробный разбор предложенной задачи с развернутыми мнениями, подбор и детальный анализ примеров, иллюстрирующих проблему и т.д.

Построение эссе - это ответ на вопрос или раскрытие темы, которое основано на классической системе доказательств.

Структура эссе

1. *Титульный лист* (заполняется по единой форме);

2. *Введение* - суть и обоснование выбора данной темы, состоит из ряда компонентов, связанных логически и стилистически.

На этом этапе очень важно правильно *сформулировать вопрос, на который вы собираетесь найти ответ в ходе своего исследования.*

3. *Основная часть* - теоретические основы выбранной проблемы и изложение основного вопроса.

Данная часть предполагает развитие аргументации и анализа, а также обоснование их, исходя из имеющихся данных, других аргументов и позиций по этому вопросу. В этом заключается основное содержание эссе и это представляет собой главную трудность. Поэтому важное значение имеют подзаголовки, на основе которых осуществляется структурирование аргументации; именно здесь необходимо обосновать (логически, используя данные или строгие рассуждения) предлагаемую аргументацию/анализ. Там, где это необходимо, в качестве аналитического инструмента можно использовать графики, диаграммы и таблицы.

В зависимости от поставленного вопроса анализ проводится на основе следующих категорий:

Причина - следствие, общее - особенное, форма - содержание, часть - целое, постоянство - изменчивость.

В процессе построения эссе необходимо помнить, что один параграф должен содержать только одно утверждение и соответствующее доказательство, подкрепленное графическим и иллюстративным материалом. Следовательно, наполняя содержанием разделы аргументацией (соответствующей подзаголовкам), необходимо в пределах параграфа ограничить себя рассмотрением одной главной мысли.

Хорошо проверенный (и для большинства — совершено необходимый) способ построения любого эссе - использование подзаголовков для обозначения ключевых моментов аргументированного изложения: это помогает посмотреть на то, что предполагается сделать (и ответить на вопрос, хорош ли замысел). Такой подход поможет следовать точно определенной цели в данном исследовании. Эффективное использование подзаголовков - не только обозначение основных пунктов, которые необходимо осветить.

Их последовательность может также свидетельствовать о наличии или отсутствии логичности в освещении темы.

4. *Заключение* - обобщения и аргументированные выводы по теме с указанием области ее применения и т.д. Подытоживает эссе или еще раз вносит пояснения, подкрепляет смысл и значение изложенного в основной части. Методы, рекомендуемые для составления заключения: повторение, иллюстрация, цитата, впечатляющее утверждение. Заключение может содержать такой очень важный, дополняющий эссе элемент, как указание на применение (импликацию) исследования, не исключая взаимосвязи с другими проблемами.

Структура аппарата доказательств, необходимых для написания эссе

Доказательство - это совокупность логических приемов обоснования истинности какого-либо суждения с помощью других истинных и связанных с ним суждений. Оно связано с убеждением, но не тождественно ему: аргументация или доказательство должны основываться на данных науки и общественно-исторической практики, убеждения же могут быть основаны на предрассудках, неосведомленности людей в вопросах экономики и политики, видимости доказательности. Другими словами, доказательство или аргументация - это рассуждение, использующее факты, истинные суждения, научные данные и убеждающее нас в истинности того, о чем идет речь.

Структура любого доказательства включает в себя три составляющие: тезис, аргументы и выводы или оценочные суждения.

Тезис - это положение (суждение), которое требуется доказать. *Аргументы* - это категории, которыми пользуются при доказательстве истинности тезиса. *Вывод* - это мнение, основанное на анализе фактов. *Оценочные суждения* - это мнения, основанные на наших убеждениях, верованиях или взглядах. *Аргументы* обычно делятся на следующие группы:

1. *Удостоверенные факты* — фактический материал (или статистические данные).
2. *Определения* в процессе аргументации используются как описание понятий, связанных с тезисом.
3. *Законы* науки и ранее доказанные теоремы тоже могут использоваться как аргументы доказательства.

Требования к фактическим данным и другим источникам

При написании эссе чрезвычайно важно то, как используются эмпирические данные и другие источники (особенно качество чтения). Все (фактические) данные соотносятся с конкретным временем и местом, поэтому прежде, чем их использовать, необходимо убедится в том, что они соответствуют необходимому для исследований времени и месту. Соответствующая спецификация данных по времени и месту — один из способов, который может предотвратить чрезмерное обобщение, результатом которого может, например, стать предположение о том, что все страны по некоторым важным аспектам одинаковы (если вы так полагаете, тогда это должно быть доказано, а не быть голословным утверждением).

Всегда можно избежать чрезмерного обобщения, если помнить, что в рамках эссе используемые данные являются иллюстративным материалом, а не заключительным актом, т.е. они подтверждают аргументы и рассуждения и свидетельствуют о том, что автор умеет использовать данные должным образом. Нельзя забывать также, что данные, касающиеся спорных вопросов, всегда подвергаются сомнению. От автора не ждут определенного или окончательного ответа. Необходимо понять сущность фактического материала, связанного с этим вопросом (соответствующие индикаторы? насколько надежны данные для построения таких индикаторов? к какому заключению можно прийти на основании имеющихся данных и индикаторов относительно причин и следствий? и т.д.), и продемонстрировать это в эссе. Нельзя ссылаться на работы, которые автор эссе не читал сам.

Как подготовить и написать эссе?

Качество любого эссе зависит от трех взаимосвязанных составляющих, такихкак:

1. Исходный материал, который будет использован (конспекты прочитанной литературы, лекций, записи результатов дискуссий, собственные соображения и накопленный опыт по данной проблеме).

2. Качество обработки имеющегося исходного материала (его организация, аргументация и доводы).

3. Аргументация (насколько точно она соотносится с поднятыми в эссе проблемами).

Процесс написания эссе можно разбить на несколько стадий: обдумывание - планирование - написание - проверка - правка.

Планирование - определение цели, основных идей, источников информации, сроков окончания и представления работы.

Цель должна определять действия.

Идеи, как и цели, могут быть конкретными и общими, более абстрактными. Мысли, чувства, взгляды и представления могут быть выражены в форме аналогий, ассоциации, предположений, рассуждений, суждений, аргументов, доводов и т.д.

Аналогии - выявление идеи и создание представлений, связь элементов значений.

Ассоциации - отражение взаимосвязей предметов и явлений действительности в форме закономерной связи между нервно - психическими явлениями (в ответ на тот или иной словесный стимул выдать «первую пришедшую в голову» реакцию).

Предположения - утверждение, не подтвержденное никакими доказательствами.

Рассуждения - формулировка и доказательство мнений.

Аргументация - ряд связанных между собой суждений, которые высказываются для того, чтобы убедить читателя (слушателя) в верности (истинности) тезиса, точки зрения, позиции.

Суждение - фраза или предложение, для которого имеет смысл вопрос: истинно или ложно?

Доводы - обоснование того, что заключение верно абсолютно или с какой-либо долей вероятности. В качестве доводов используются факты, ссылки на авторитеты, заведомо истинные суждения (законы, аксиомы и т.п.), доказательства (прямые, косвенные, «от противного», «методом исключения») и т.д.

Перечень, который получится в результате перечисления идей, поможет определить, какие из них нуждаются в особенной аргументации.

*Источники***.** Тема эссе подскажет, где искать нужный материал. Обычно пользуются библиотекой, Интернет-ресурсами, словарями, справочниками. Пересмотр означает редактирование текста с ориентацией на качество и эффективность.

Качество текста складывается из четырех основных компонентов: ясности мысли, внятности, грамотности и корректности.

Мысль - это содержание написанного. Необходимо четко и ясно формулировать идеи, которые хотите выразить, в противном случае вам не удастся донести эти идеи и сведения до окружающих.

Внятность - это доступность текста для понимания. Легче всего ее можно достичь, пользуясь логично и последовательно тщательно выбранными словами, фразами и взаимосвязанными абзацами, раскрывающими тему.

Грамотность отражает соблюдение норм грамматики и правописания. Если в чем-то сомневаетесь, загляните в учебник, справьтесь в словаре или руководстве по стилистике или дайте прочитать написанное человеку, чья манера писать вам нравится.

Корректность — это стиль написанного. Стиль определятся жанром, структурой работы, целями, которые ставит перед собой пишущий, читателями, к которым он обращается.

5. Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой *дискуссию* в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие подведением итогоа обсуждения, заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия, демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Готовясь к конкретной темезанятия следует ознакомиться с новыми официальными документами, статьями в периодических журналах, вновь вышедшими монографиями.

6. Методические рекомендации по подготовке к дискуссии

Современная практика предлагает широкий круг типов семинарских занятий. Среди них особое место занимает *семинар-дискуссия,* где в диалоге хорошо усваивается новая информация, видны убеждения студента, обсуждаются противоречия (явные и скрытые) и недостатки. Для обсуждения берутся конкретные актуальные вопросы, с которыми студенты предварительно ознакомлены. Дискуссия является одной из наиболее эффективных технологий группового взаимодействия, обладающей особыми возможностями в обучении, развитии и воспитании будущего специалиста.

Дискуссия (от лат. discussio - рассмотрение, исследование) - способ организации совместной деятельности с целью интенсификации процесса принятия решений в группе посредством обсуждения какого-либо вопроса или проблемы.

Дискуссия обеспечивает активное включение студентов в поиск истины; создает условия для открытого выражения ими своих мыслей, позиций, отношений к обсуждаемой теме и обладает особой возможностью воздействия на установки ее участников в процессе группового взаимодействия. Дискуссию можно рассматривать как *метод интерактивного обучения* и как особую технологию, включающую в себя другие методы и приемы обучения: «мозговой штурм», «анализ ситуаций» и т.д.

Обучающий эффект дискуссии определяется предоставляемой участнику возможностью получить разнообразную информацию от собеседников, продемонстрировать и повысить свою компетентность, проверить и уточнить свои представления и взгляды на обсуждаемую проблему, применить имеющиеся знания в процессе совместного решения учебных и профессиональных задач.

Развивающая функция дискуссии связана со стимулированием творчества обучающихся, развитием их способности к анализу информации и аргументированному, логически выстроенному доказательству своих идей и взглядов, с повышением коммуникативной активности студентов, их эмоциональной включенности в учебный процесс.

Влияние дискуссии на личностное становление студента обусловливается ее целостно - ориентирующей направленностью, созданием благоприятных условий для проявления индивидуальности, самоопределения в существующих точках зрения на определенную проблему, выбора своей позиции; для формирования умения взаимодействовать с другими, слушать и слышать окружающих, уважать чужие убеждения, принимать оппонента, находить точки соприкосновения, соотносить и согласовывать свою позицию с позициями других участников обсуждения.

Безусловно, наличие оппонентов, противоположных точек зрения всегда обостряет дискуссию, повышает ее продуктивность, позволяет создавать с их помощью конструктивный конфликт для более эффективного решения обсуждаемых проблем.

Существует несколько видов дискуссий, использование того или иного типа дискуссии зависит от характера обсуждаемой проблемы и целей дискуссии.

Дискуссия- диалог чаще всего применяется для совместного обсуждения учебных и производственных проблем, решение которых может быть достигнуто путем взаимодополнения, группового взаимодействия по принципу «индивидуальных вкладов» или на основе согласования различных точек зрения, достижения консенсуса.

Дискуссия - спор используется для всестороннего рассмотрения сложных проблем, не имеющих однозначного решения даже в науке, социальной, политической жизни, производственной практике и т.д. Она построена на принципе «позиционного противостояния» и ее цель - не столько решить проблему, сколько побудить участников дискуссии задуматься над проблемой, уточнить и определить свою позицию; научить аргументировано отстаивать свою точку зрения и в то же время осознать право других иметь свой взгляд на эту проблему, быть индивидуальностью.

Условия эффективного проведения дискуссии:

- информированность и подготовленность студентов к дискуссии,

- свободное владение материалом, привлечение различных источников для аргументации отстаиваемых положений;

- правильное употребление понятий, используемых в дискуссии, их единообразное понимание;

- корректность поведения, недопустимость высказываний, задевающих личность оппонента; установление регламента выступления участников;

- полная включенность группы в дискуссию, участие каждого студента в ней.

Подготовка студентов к дискуссии: если тема объявлена заранее, то следует ознакомиться с указанной литературой, необходимымисправочными материалами, продумать свою позицию, четко сформулировать аргументацию, выписать цитаты, мнения специалистов.

В проведении дискуссии выделяется несколько этапов.

Этап 1-й, введение в дискуссию: формулирование проблемы и целей дискуссии;

определение значимости проблемы, совместная выработка правил дискуссии; выяснение однозначности понимания темы дискуссии, используемых в ней терминов, понятий.

Этап 2-й, обсуждение проблемы: обмен участниками мнениями по каждому вопросу. Цель этапа - собрать максимум мнений, идей, предложений, соотнося их друг с другом.

Этап 3-й, подведение итогов обсуждения: выработка студентами согласованного мнения и принятие группового решения.

Далее подводятся итоги дискуссии, заслушиваются и защищаются проектные задания. После этого проводится "мозговой штурм" по нерешенным проблемам дискуссии, а также выявляются прикладные аспекты, которые можно рекомендовать для включения в курсовые и дипломные работы или в апробацию на практике.

Семинары-дискуссии проводятся с целью выявления мнения студентов по актуальным и проблемным вопросам.

7. Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

Экзамен - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неусвоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь на то, что это не попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не

вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала. кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неутомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины. Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или и учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все

вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальный сон, иначе в день экзамена не будет чувства бодрости и уверенности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильнаяорганизация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства.

Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

1) систематическаясамостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;

2) добросовестноевыполнение заданий;

3) выяснениеи уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;

4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями в области управления персоналом;

6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам для *HR*;

7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам управления персоналом.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально - ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

2. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

3. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности (на материале немецкого языка): Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

Б1.О.25.02 УПРАВЛЕНИЕ КОЛЛЕКТИВОМ

Специальность:
21.05.03 Технология геологической разведки

Специализация:
Геофизические информационные системы

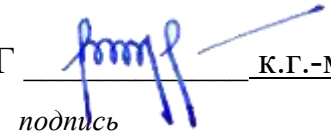
Автор: Ветошкина Т.А., канд. филос. наук, доцент

Одобрены на заседании кафедры
Управления персоналом
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
Абрамов С.М.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 10.09.2023
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
к.г.-м.н., доц. Вандышева К.В.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 2 от 13.10.2024
(Дата)

Екатеринбург

Методические указания по дисциплине согласованы с выпускающей кафедрой геологии и геофизики нефти и газа

Заведующий кафедрой ГГНГ  к.г.-м.н., С.А. Рыльков

подпись *И.О. Фамилия*

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	4
1	Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий	6
2	Методические рекомендации по составлению тестовых заданий	10
3	Методические рекомендации к опросу	12
4	Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям	14
5	Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям	16
6	Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	18
7	Заключение	20
	Список использованных источников	23

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

Подразумевается несколько категорий видов самостоятельной работы студентов, значительная часть которых нашла отражения в данных методических рекомендациях:

- работа с источниками литературы и официальными документами (*использование библиотечно-информационной системы*);
- выполнение заданий для самостоятельной работы в рамках учебных дисциплин (*рефераты, эссе, домашние задания, решения практико-ориентированных заданий*);
- реализация элементов научно-педагогической практики (*разработка методических материалов, тестов, тематических портфолио*);
- реализация элементов научно-исследовательской практики (*подготовка текстов докладов, участие в исследованиях*).

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

1. Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий

Практико-ориентированные задания - метод анализа ситуаций. Суть его заключается в том, что студентам предлагают осмыслить реальную жизненную ситуацию, описание которой одновременно отражает не только какую-либо практическую проблему, но и актуализирует определенный комплекс знаний, который необходимо усвоить при разрешении данной проблемы. При этом сама проблема не имеет однозначных решений.

Использование метода практико-ориентированного задания как образовательной технологии профессионально-ориентированного обучения представляет собой сложный процесс, плохо поддающийся алгоритмизации[1]. Формально можно выделить следующие этапы:

- ознакомление студентов с текстом;
- анализ практико-ориентированного задания;
- организация обсуждения практико-ориентированного задания, дискуссии, презентации;
- оценивание участников дискуссии;
- подведение итогов дискуссии.

Ознакомление студентов с текстом практико-ориентированного задания и последующий анализ практико-ориентированного задания чаще всего осуществляются за несколько дней до его обсуждения и реализуются как самостоятельная работа студентов; при этом время, отводимое на подготовку, определяется видом практико-ориентированного задания, его объемом и сложностью.

Общая схема работы с практико-ориентированное заданием на данном этапе может быть представлена следующим образом: в первую очередь следует выявить ключевые проблемы практико-ориентированного задания и понять, какие именно из представленных данных важны для решения; войти в ситуационный контекст практико-ориентированного задания, определить, кто его главные действующие лица, отобрать факты и понятия, необходимые для анализа, понять, какие трудности могут возникнуть при решении задачи; следующим этапом является выбор метода исследования.

Знакомство с небольшими практико-ориентированного заданиями и их обсуждение может быть организовано непосредственно на занятиях. Принципиально важным в этом случае является то, чтобы часть теоретического курса, на которой базируется практико-ориентированное задание, была бы прочитана и проработана студентами.

Максимальная польза из работы над практико-ориентированного заданиями будет извлечена в том случае, если аспиранты при предварительном знакомстве с ними будут придерживаться систематического подхода к их анализу, основные шаги которого представлены ниже:

1. Выпишите из соответствующих разделов учебной дисциплины ключевые идеи, для того, чтобы освежить в памяти теоретические концепции и подходы, которые Вам предстоит использовать при анализе практико-ориентированного задания.
2. Бегло прочтите практико-ориентированное задание, чтобы составить о нем общее представление.
3. Внимательно прочтите вопросы к практико-ориентированное задание и убедитесь в том, что Вы хорошо поняли, что Вас просят сделать.
4. Вновь прочтите текст практико-ориентированного задания, внимательно фиксируя все факторы или проблемы, имеющие отношение к поставленным вопросам.
5. Прикиньте, какие идеи и концепции соотносятся с проблемами, которые Вам предлагается рассмотреть при работе с практико-ориентированное заданием.

---

[1] Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

Организация обсуждения практико-ориентированного задания предполагает формулирование перед студентами вопросов, включение их в дискуссию. Вопросы обычно подготавливают заранее и предлагают студентам вместе с текстом практико-ориентированного задания. При разборе учебной ситуации преподаватель может занимать активную или пассивную позицию, иногда он «дирижирует» разбором, а иногда ограничивается подведением итогов дискуссии.

Организация обсуждения практико-ориентированных заданий обычно основывается на двух методах. Первый из них носит название традиционного Гарвардского метода - открытая дискуссия. Альтернативным методом является метод, связанный с индивидуальным или групповым опросом, в ходе которого аспиранты делают формальную устную оценку ситуации и предлагают анализ представленного практико-ориентированного задания, свои решения и рекомендации, т.е. делают презентацию. Этот метод позволяет некоторым студентам минимизировать их учебные усилия, поскольку каждый аспирант опрашивается один- два раза за занятие. Метод развивает у студентов коммуникативные навыки, учит их четко выражать свои мысли. Однако, этот метод менее динамичен, чем Гарвардский метод. В открытой дискуссии организация и контроль участников более сложен.

Дискуссия занимает центральное место в методе. Ее целесообразно использовать в том случае, когда аспиранты обладают значительной степенью зрелости и самостоятельности мышления, умеют аргументировать, доказывать и обосновывать свою точку зрения. Важнейшей характеристикой дискуссии является уровень ее компетентности, который складывается из компетентности ее участников. Неподготовленность студентов к дискуссии делает ее формальной, превращает в процесс вытаскивания ими информации у преподавателя, а не самостоятельное ее добывание.

Особое место в организации дискуссии при обсуждении и анализе практико-ориентированного задания принадлежит использованию метода генерации идей, получившего название «мозговой атаки» или «мозгового штурма».

Метод «мозговой атаки» или «мозгового штурма» был предложен в 30-х годах прошлого столетия А. Осборном как групповой метод решения проблем. К концу XX столетия этот метод приобрел особую популярность в практике управления и обучения не только как самостоятельный метод, но и как использование в процессе деятельности с целью усиления ее продуктивности. В процессе обучения «мозговая атака» выступает в качестве важнейшего средства развития творческой активности студентов. «Мозговая атака» включает в себя три фазы.

Первая фаза представляет собой вхождение в психологическую раскованность, отказ от стереотипности, страха показаться смешным и неудачником; достигается созданием благоприятной психологической обстановки и взаимного доверия, когда идеи теряют авторство, становятся общими. Основная задача этой фазы - успокоиться и расковаться.

Вторая фаза - это собственно атака; задача этой фазы - породить поток, лавину идей. «Мозговая атака» в этой фазе осуществляется по следующим принципам:

- есть идея, - говорю, нет идеи, - не молчу;
- поощряется самое необузданное ассоциирование, чем более дикой покажется идея, тем лучше;
- количество предложенных идей должно быть как можно большим;
- высказанные идеи разрешается заимствовать и как угодно комбинировать, а также видоизменять и улучшать;
- исключается критика, можно высказывать любые мысли без боязни, что их признают плохими, критикующих лишают слова;
- не имеют никакого значения социальные статусы участников; это абсолютная демократия и одновременно авторитаризм сумасшедшей идеи;
- все идеи записываются в протокольный список идей;

• время высказываний - не более 1-2 минут.

Третья фаза представляет собой творческий анализ идей с целью поиска конструктивного решения проблемы по следующим правилам:

- анализировать все идеи без дискриминации какой-либо из них;
- найти место идее в системе и найти систему под идею;
- не умножать сущностей без надобности;
- не должна нарушаться красота и изящество полученного результата;
- должно быть принципиально новое видение;
- ищи «жемчужину в навозе».

В методе мозговая атака применяется при возникновении у группы реальных затруднений в осмыслении ситуации, является средством повышения активности студентов. В этом смысле мозговая атака представляется не как инструмент поиска новых решений, хотя и такая ее роль не исключена, а как своеобразное «подталкивание» к познавательной активности.

Презентация, или представление результатов анализа практико-ориентированного задания, выступает очень важным аспектом метода ***case-study***. Умение публично представить интеллектуальный продукт, хорошо его рекламировать, показать его достоинства и возможные направления эффективного использования, а также выстоять под шквалом критики, является очень ценным интегральным качеством современного специалиста. Презентация оттачивает многие глубинные качества личности: волю, убежденность, целенаправленность, достоинство и т.п.; она вырабатывает навыки публичного общения, формирования своего собственного имиджа.

Публичная (устная) презентация предполагает представление решений практико-ориентированного задания группе, она максимально вырабатывает навыки публичной деятельности и участия в дискуссии. Устная презентация обладает свойством кратковременного воздействия на студентов и, поэтому, трудна для восприятия и запоминания. Степень подготовленности выступающего проявляется в спровоцированной им дискуссии: для этого необязательно делать все заявления очевидными и неопровержимыми. Такая подача материала при анализе практико-ориентированного задания может послужить началом дискуссии. При устной презентации необходимо учитывать эмоциональный настрой выступающего: отношение и эмоции говорящего вносят существенный вклад в сообщение. Одним из преимуществ публичной (устной) презентации является ее гибкость. Оратор может откликаться на изменения окружающей обстановки, адаптировать свой стиль и материал, чувствуя настроение аудитории.

Непубличная презентация менее эффектна, но обучающая роль ее весьма велика. Чаще всего непубличная презентация выступает в виде подготовки отчета по выполнению задания, при этом стимулируются такие качества, как умение подготовить текст, точно и аккуратно составить отчет, не допустить ошибки в расчетах и т.д. Подготовка письменного анализа практико-ориентированного задания аналогична подготовке устного, с той разницей, что письменные отчеты-презентации обычно более структурированы и детализированы. Основное правило письменного анализа практико-ориентированного задания заключается в том, чтобы избегать простого повторения информации из текста, информация должна быть представлена в переработанном виде. Самым важным при этом является собственный анализ представленного материала, его соответствующая интерпретация и сделанные предложения. Письменный отчет - презентация может сдаваться по истечении некоторого времени после устной презентации, что позволяет студентам более тщательно проанализировать всю информацию, полученную в ходе дискуссии.

Как письменная, так и устная презентация результатов анализа практико-ориентированного задания может быть групповая и индивидуальная. Отчет может быть индивидуальным или групповым в зависимости от сложности и объема задания.

Индивидуальная презентация формирует ответственность, собранность, волю; групповая - аналитические способности, умение обобщать материал, системно видеть проект.

Оценивание участников дискуссии является важнейшей проблемой обучения посредством метода практико-ориентированного задания. При этом выделяются следующие требования к оцениванию:

- объективность - создание условий, в которых бы максимально точно выявлялись знания обучаемых, предъявление к ним единых требований, справедливое отношение к каждому;
- обоснованность оценок - их аргументация;
- систематичность - важнейший психологический фактор, организующий и дисциплинирующий студентов, формирующий настойчивость и устремленность в достижении цели;
- всесторонность и оптимальность.

Оценивание участников дискуссии предполагает оценивание не столько набора определенных знаний, сколько умения студентов анализировать конкретную ситуацию, принимать решение, логически мыслить.

Следует отметить, что оценивается содержательная активность студента в дискуссии или публичной (устной) презентации, которая включает в себя следующие составляющие:

- выступление, которое характеризует попытку серьезного предварительного
- анализа (правильность предложений, подготовленность,
- аргументированность и т.д.);
- обращение внимания на определенный круг вопросов, которые требуют углубленного обсуждения;
- владение категориальным аппаратом, стремление давать определения, выявлять содержание понятий;
- демонстрация умения логически мыслить, если точки зрения, высказанные раньше, подытоживаются и приводят к логическим выводам;
- предложение альтернатив, которые раньше оставались без внимания;
- предложение определенного плана действий или плана воплощения решения;
- определение существенных элементов, которые должны учитываться при анализе практико-ориентированного задания;
- заметное участие в обработке количественных данных, проведении расчетов;
- подведение итогов обсуждения.

При оценивании анализа практико-ориентированного задания, данного студентами при непубличной (письменной) презентации учитывается:

- формулировка и анализ большинства проблем, имеющихся в практико-ориентированное задание;
- формулировка собственных выводов на основании информации о практико-ориентированное задание, которые отличаются от выводов других студентов;
- демонстрация адекватных аналитических методов для обработки информации;
- соответствие приведенных в итоге анализа аргументов ранее выявленным проблемам, сделанным выводам, оценкам и использованным аналитическим методам.

2. Методические рекомендации по составлению тестовых заданий

Требования к составлению тестовых заданий

Тестовое задание (ТЗ) - варьирующаяся по элементам содержания и по трудности единица контрольного материала, сформулированная в утвердительной форме предложения с неизвестным. Подстановка правильного ответа вместо неизвестного компонента превращает задание в истинное высказывание, подстановка неправильного ответа приводит к образованию ложного высказывания, что свидетельствует о незнании студентом данного учебного материала.

Для правильного составления ТЗ необходимо выполнить следующие *требования*:

1. Содержание каждого ТЗ должно охватывать какую-либо одну смысловую единицу, то есть должно оценивать что-то одно.

2. Ориентация ТЗ на получение *однозначного* заключения.

3. Формулировка содержания ТЗ в виде свернутых кратких суждений. Рекомендуемое количество слов в задании не более 15. В тексте не должно быть преднамеренных подсказок и сленга, а также оценочных суждений автора ТЗ. Формулировка ТЗ должна быть в повествовательной форме (не в форме вопроса). По возможности, текст ТЗ не должен содержать сложноподчиненные конструкции, повелительного наклонения («выберите», «вычислите», «укажите» и т.д). Специфический признак (ключевое слово) выносится в начало ТЗ. Не рекомендуется начинать ТЗ с предлога, союза, частицы.

4. Соблюдение единого стиля оформления ТЗ.

Требования к формам ТЗ

ТЗ может быть представлено в одной из четырех стандартизованных форм:

- закрытой (с выбором одного или нескольких заключений);
- открытой;
- на установление правильной последовательности;
- на установление соответствия.

Выбор формы ТЗ зависит от того, какой вид знаний следует проверить. Так, для оценки фактологических знаний (знаний конкретных фактов, названий, имён, дат, понятий) лучше использовать тестовые задания закрытой или открытой формы.

Ассоциативных знаний (знаний о взаимосвязи определений и фактов, авторов и их теорий, сущности и явления, о соотношении между различными предметами, законами, датами) - заданий на установление соответствия. Процессуальных знаний (знаний правильной последовательности различных действий, процессов) - заданий на определение правильной последовательности.

Тестовое задание закрытой формы

Если к заданиям даются готовые ответы на выбор (обычно один правильный и остальные неправильные), то такие задания называются заданиями с выбором одного правильного ответа или с единичным выбором.

При использовании этой формы следует руководствоваться правилом: в каждом задании с выбором одного правильного ответа правильный ответ должен быть.

Помимо этого, бывают задания с выбором нескольких правильных ответов или с множественным выбором. Подобная форма заданий не допускает наличия в общем перечне ответов следующих вариантов: «все ответы верны» или «нет правильного ответа».

Вариантов выбора (дистракторов) должно быть не менее 4 и не более 7. Если дистракторов мало, то возрастает вероятность угадывания правильного ответа, если слишком много, то делает задание громоздким. Кроме того, дистракторы в большом

количестве часто бывают неоднородными, и тестируемый сразу исключает их, что также способствует угадыванию.

Дистракторы должны быть приблизительно одной длины. Не допускается наличие повторяющихся фраз (слов) в дистракторах.

Тестовое задание открытой формы

В заданиях открытой формы готовые ответы с выбором не даются. Требуется сформулированное самим тестируемым заключение. Задания открытой формы имеют вид неполного утверждения, в котором отсутствует один или несколько ключевых элементов. В качестве ключевых элементов могут быть: число, буква, слово или словосочетание. При формулировке задания на месте ключевого элемента, необходимо поставить прочерк или многоточие. Утверждение превращается в истинное высказывание, если ответ правильный и в ложное высказывание, если ответ неправильный. Необходимо предусмотреть наличие всех возможных вариантов правильного ответа и отразить их в ключе, поскольку отклонения от эталона (правильного ответа) могут быть зафиксированы проверяющим как неверные.

Тестовые задания на установление правильной последовательности

Такое задание состоит из однородных элементов некоторой группы и четкой формулировки критерия упорядочения этих элементов.

Задание начинается со слова: «Последовательность».

Тестовые задания на установление соответствия

Такое задание состоит из двух групп элементов и четкой формулировки критерия выбора соответствия между ними.

Соответствие устанавливается по принципу 1:1 (одному элементу первой группы соответствует только один элемент второй группы) или 1:М (одному элементу первой группы соответствуют М элементов второй группы). Внутри каждой группы элементы должны быть однородными. Количество элементов второй группы должно превышать количество элементов первой группы. Максимальное количество элементов второй группы должно быть не более 10, первой группы - не менее 2.

Задание начинается со слова: «Соответствие». Номера и буквы используются как идентификаторы (метки) элементов. Арабские цифры являются идентификаторами первой группы, заглавные буквы русского алфавита - второй. Номера и буквы отделяются от содержания столбцов круглой скобкой.

3. Методические указания по подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

Письменный опрос

В соответствии с технологической картой письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента по данной дисциплине. При подготовке к письменному опросу студент должен внимательно изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

Устный опрос

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются для освещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии [2].

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).

---

[2] Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)[3].

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. В среднем, подготовка к устному опросу по одному семинарскому занятию занимает от 2 до 4 часов в зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

[3]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

4. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

На практических занятиях необходимо стремиться к самостоятельному решению задач, находя для этого более эффективные методы. При этом студентам надо приучить себя доводить решения задач до конечного «идеального» ответа. Это очень важно для будущих специалистов. Практические занятия вырабатывают навыки самостоятельной творческой работы, развивают мыслительные способности.

Практическое занятие – активная форма учебного процесса, дополняющая теоретический курс или лекционную часть учебной дисциплины и призванная помощь обучающимся освоиться в «пространстве» (тематике) дисциплины, самостоятельно прооперировать теоретическими знаниями на конкретном учебном материале.

Продолжительность одного практического занятия – от 2 до 4 академических часов. Общая доля практических занятий в учебном времени на дисциплину – от 10 до 20 процентов (при условии, что все активные формы займут в учебном времени на дисциплину от 40 до 60 процентов).

Для практического занятия в качестве темы выбирается обычно такая учебная задача, которая предполагает не существенные эвристические и аналитические напряжения и продвижения, а потребность обучающегося «потрогать» материал, опознать в конкретном то общее, о чем говорилось в лекции. Например, при рассмотрении вопросов оплаты труда, мотивации труда и проблем безработицы в России имеет смысл провести практические занятия со следующими сюжетами заданий: «Расчет заработной платы работников предприятия». «Разработка механизма мотивации труда на предприятии N». «В чем причины и особенности безработицы в России?». Последняя тема предполагает уже некоторую аналитическую составляющую. Основная задача первой из этих тем - самим посчитать заработную плату для различных групп работников на примере заданных параметров для конкретного предприятия, т. е. сделать расчеты «как на практике»; второй – дать собственный вариант мотивационной политики для предприятия, учитывая особенности данного объекта, отрасли и т.д.; третьей – опираясь на теоретические знания в области проблем занятости и безработицы, а также статистические материалы, сделать авторские выводы о видах безработицы, характерных для России, и их причинах, а также предложить меры по минимизации безработицы.

Перед проведением занятия должен быть подготовлен специальный материал – тот объект, которым обучающиеся станут оперировать, активизируя свои теоретические (общие) знания и тем самым, приобретая навыки выработки уверенных суждений и осуществления конкретных действий.

Дополнительный материал для практического занятия лучше получить у преподавателя заранее, чтобы у студентов была возможность просмотреть его и подготовить вопросы.

Условия должны быть такими, чтобы каждый мог работать самостоятельно от начала до конца. В аудитории должны быть «под рукой» необходимые справочники и тексты законов и нормативных актов по тематике занятия. Чтобы сделать практическое занятие максимально эффективным, надо заранее подготовить и изучить материал по наиболее интересным и практически важным темам.

Особенности практического занятия с использованием компьютера

Для того чтобы повысить эффективность проведения практического занятия, может использоваться компьютер по следующим направлениям:

- поиск информации в Интернете по поставленной проблеме: в этом случае преподаватель представляет обучающимся перечень рекомендуемых для посещения Интернет-сайтов;
- использование прикладных обучающих программ;
- выполнение заданий с использованием обучающимися заранее установленных преподавателем программ;

- использование программного обеспечения при проведении занятий, связанных с моделированием социально-экономических процессов.

5. Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой дискуссию в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия (от доски смелом до самых современных технических средств), демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Во время лекций, связанных с темой семинарского занятия, следует обращать внимание на то, что

необходимо дополнительно изучить при подготовке к семинару (новые официальные документы, статьи в периодических журналах, вновь вышедшие монографии и т.д.).

6.Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

Экзамен - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неусвоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь на то, что это не

попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала. кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неутомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины, Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или и учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На

консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальным сон. Подготовка к экзамену не должна идти в ущерб сну, иначе в день экзамена не будет чувства свежести и бодрости, необходимых для хороших ответов. Вечер накануне экзамена рекомендуем закончить небольшой прогулкой.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

1) систематическая самостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;

2) добросовестное выполнение заданий;

3) выяснение и уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;

4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями;

6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам;

7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Брандес М. П. Немецкий язык. Переводческое реферирование: практикум. М.: КДУ, 2008. – 368 с.

2. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально - ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

3. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

4. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности (на материале немецкого языка): Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.О.27 УПРАВЛЕНИЕ ПРОЕКТАМИ

Специальность:
21.05.03 Технология геологической разведки

Специализация:
Геофизические информационные системы

Автор: Устьянцева Н.В.

Одобрены на заседании кафедры
Геологии и геофизики нефти и газа
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
к.г.-м.н., доц. Рыльков С.А.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 19.09.2023
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
к.г.-м.н., доц. Вандышева К.В.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 2 от 13.10.2023
(Дата)

Екатеринбург

Введение

Самостоятельная работа студента является важнейшей составной частью образовательной программы подготовки дипломированного специалиста. По курсу «Управление проектами» обязательная самостоятельная работа студента осуществляется в следующих направлениях:

- ✓ выполнение домашних заданий;
  освоение материалов по отдельным темам, входящим в Рабочую программу дисциплины [5];
- ✓ подготовка к экзамену;

Самостоятельная работа студентов направлена на развитие интеллектуальных умений, повышение творческого потенциала студентов и заключается в:

– поиске, анализе, структурировании и презентации информации, анализе научных публикаций;

– исследовательской работе и участии в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах.

Оценка результатов самостоятельной работы организуется как единство двух форм: самоконтроль и контроль со стороны преподавателей.

Данные методические указания предназначены для организации самостоятельной работы студентов при освоении отдельных тем дисциплины.

Методические указания к самостоятельной работе студента

В последующем разделе пособия приведена развернутая программа дисциплины «Управление проектами». Здесь указаны наименование и содержание лекционных тем в соответствии с рабочей программой дисциплины [6]. Каждая тема является основой вопросов в зачетном билете. При чтении лекций по курсу преподаватель указывает те темы дисциплины, которые выносятся на самостоятельную проработку студентами. Основной объем информации по каждой теме содержится в учебнике по курсу [1-3]. Для углубленного освоения темы рекомендуется дополнительная литература [4, 5]. Для самоконтроля и приобретения навыков решения задач по отдельным разделам дисциплины в последнем разделе приведены контрольные вопросы и упражнения, которые являются основой подготовки к зачету.

При освоении указанных ниже тем рекомендуется следующий порядок самостоятельной работы студента.

1. Ознакомьтесь со структурой темы.
2. По учебным пособиям [1-3] освойте каждый структурный элемент темы. Во всех темах указаны разделы и страницы учебника, содержащие данный материал.
3. При необходимости используйте указанную дополнительную литературу. Консультацию по использованию дополнительной литературы Вы можете получить у преподавателя.
4. Ответьте на контрольные вопросы и выполните рекомендованные упражнения. При затруднениях в ответах на вопросы вернитесь к изучению рекомендованной литературы.
5. Законспектируйте материал. При этом конспект может быть написан в виде ответов на контрольные вопросы и упражнения.

При самостоятельной работе над указанными темами рекомендуется вести записи в конспектах, формируемых на лекционных занятиях по курсу, и в том порядке, в котором данные темы следуют по учебной программе.

Данное учебно-методическое пособие может быть использовано при подготовке ответов на вопросы во время экзамена.

Содержание курса

Тема 1. Введение в управление проектами

История возникновения проектного менеджмента**.**

Дополнительная литература: [1-3, 4].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Какие основные тенденции в развитии практики управления проектами можно выделить в настоящее время?
2. Какие международные стандарты по управлению проектами вы знаете?
3. Какие области в управлении проектами охватывают стандарты PMI?

Тема 2. Организационная структура проекта.

Основные понятия, подходы к определению и структуре проектного цикла. Предынвестиционная фаза: этапы реализации, состав основных предпроектных документов. Проектный анализ и оценка жизнеспособности и финансовой реализуемости в рамках предынвестиционной фазы. Инвестиционная и эксплуатационная фазы жизненного цикла проекта: состав и этапы разработки проектной документации; строительная фаза проекта; завершение инвестиционно-строительного этапа проекта. Этапы эксплуатационной фазы, ее содержание, период оценки.

Дополнительная литература: [1,2, 5].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Что входит в понятие «окружение проекта»?
2. Что такое «жизненный цикл проекта» и для чего он применяется в управлении проектами?
3. Кто относится к участникам проекта?
4. Каковы обязанности и полномочия менеджера проекта? Какие требования предъявляются к менеджеру проекта?
5. Какие группы интересов пересекаются в проекте?
6. Какие проекты можно отнести к нетрадиционному типу?
7. Каковы подсистемы управления проектами?
8. Перечислите управляемые параметры проекта.
9. Какие преимущества и ограничения с точки зрения управления проектами имеют основные типы организационных структур компаний, исполняющих проекты?
10. Чем отличаются фазы жизненного цикла и этапы реализации проекта?
11. Каковы основные риски и факторы успеха проекта внедрения корпоративной системы управления проектами?
12. Что такое «зрелость компании в области управления проектами»?
13. В чем заключаются различия между проектом, программой и портфелем? Каковы взаимосвязи между ними?
14. К какому виду проектов вы бы отнесли:

— проект перестройки системы высшего образования в России;

— проект финансовой стабилизации России;

— запуск межпланетной станции для высадки человека на Марсе;

— проект строительства пирамид в Древнем Египте;

— постройку железнодорожного вокзала?

15. Что такое проект? Какие признаки характеризуют проект?

16. Перечислите основные отличия проектной деятельности по отношению к функциональной?

Тема 3. Процессы и методы управления проектами.

Планирование проекта: постановка целей и задач проекта; основные понятия и определения; информационное обеспечение; методы планирования; документирование плана проекта. Методы управлениями проекта: диаграмма Ганта; сетевой график. Контроль и регулирование проекта: цели и содержание контроля; мониторинг работ по проекту; измерение процесса выполнения работ и анализ результатов, внесение корректив; принятие решений; управление изменениями. Управление стоимостью проекта: основные принципы; методы оценки; бюджетирование проекта; контроль стоимости. Управление работами по проекту: взаимосвязь объектов, продолжительности и стоимости работ; принципы эффективного управления временем, формы контроля производительности труда. Менеджмент качества, постановка систем качества. Управление ресурсами проекта: процессы, принципы, управление закупками и запасами, правовое регулирование закупок и поставок, проектная логистика. Управление командой проекта: основные понятия, принципы, организационные аспекты, создание команды, эффективные совещания, управление взаимоотношениями, оценка эффективности, организационная культура, мотивация, конфликты.

Дополнительная литература: [2, 3, 5].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Каким образом процессный подход применяется к управлению проектами? Что дает применение процессного подхода компании, исполняющей проекты?

2. Какие процессы могут быть выделены в проектах? Какие из них могут быть стандартизированы?

3. Как организуется взаимодействие между пятью группами процессов управления проектом согласно стандарту «Руководство PMBOK»?

4. Какие аспекты проекта должны быть рассмотрены при принятии решения об инициации проекта?

5. Какие документы могут быть сформированы на выходе фазы инициации проекта?

6. Для чего в проектах предназначен Устав проекта? Кто, как правило, отвечает за его разработку? Какие разделы может включать данный документ?

7. Каковы критические факторы успеха на стадии планирования проекта.

8. Опишите основные и вспомогательные процессы планирования.

9. Каковы наиболее вероятные риски при планировании проекта и действия для их уменьшения?

10. В чем заключается руководство и управление исполнением проекта?

11. Что включает в себя процесс мониторинга и контроля работ проекта?
Какие показатели целесообразно использовать для мониторинга проекта на разных стадиях его жизненного цикла?

12. Что входит в понятие «цели проекта»?

Тема 4 Специальные вопросы управления проектами.

Организационные структуры управления проектами: принципы построения, виды, современные методы моделирования проектных структур. Организация офиса проекта: понятие, принципы проектирования и организации. Маркетинг проекта. Проектное финансирование: источники и формы. Оценка эффективности инвестиционных проектов: принципы оценки; информационное обеспечение и исходные данные; основные показате-

ли оценки, критерии выбора вариантов проектных решений. Управление рисками: основные понятия, принципы классификации, методы анализа и снижения проектных рисков, организации управления рисками. Особенности управления проектами при освоении минерально-сырьевой базы: основные понятия; конъюнктура рынков минерального сырья и их виды; принципы и специфика оценки эффективности проектов.

Дополнительная литература: [2, 3, 5].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Что включает в себя понятие «управление стоимостью проекта»?
2. Какие существуют способы проектного финансирования? Какие вы знаете источники финансирования?
3. Какие показатели могут быть использованы для оценки финансовой эффективности проекта на начальных фазах жизненного цикла?
4. Каким образом проводится оценка стоимости проекта? Какие методы для выполнения данного процесса могут быть использованы?
5. Как может изменяться точность расчетов стоимости проекта в зависимости от фаз жизненного цикла проекта, на которых выполняются расчеты?
6. Какие виды оценок стоимости проекта вы знаете?
7. Какими ресурсами определяется стоимость проекта?
8. Какие типы бюджетов в зависимости от стадии жизненного цикла проекта вы знаете?
9. Как связаны между собой бюджеты проектов и другие бюджеты, формируемые в компании, исполняющей проекты?
10. Чем различаются традиционный метод контроля и метод освоенного объема?
11. Что представляет собой метод управления освоенным объемом и как его возможно применить для мониторинга и формирования отчетности по стоимости проекта?

Вопросы к зачету по курсу «Управление проектами»

1. Понятие, особенности проекта
2. Окружение проекта: структура, состав.
3. Классификация проектов.
4. Сущность управления проектами.
5. Базовые понятия управления проектами.
6. Сравнение функций традиционного и проектного управления.
7. Принципиальная модель управления проектами
8. Фазы и этапы жизненного цикла проекта.
9. Функции управления проектами.
10. Цель, стратегия и результаты проекта.
11. Проектный цикл.
12. Участники проекта.
13. Разработка концепции проекта.
14. Проектный анализ
15. Оценка жизнеспособности и реализуемости проекта.
16. Экспертиза проекта.
17. Оценка эффективности проекта с учетом риска.
18. Управление рисками проекта.
19. Управление ресурсами проекта
20. Управление работами проекта.
21. Управление стоимостью проекта.

22. Управление командой проекта.
23. Контроль и регулирование проекта.

Рекомендуемая литература

1. Рыбалова, Е. А. Управление проектами : учебно-методическое пособие / Е. А. Рыбалова. — Томск : Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2015. — 149 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/72202.html

2. Рыбалова, Е. А. Управление проектами : учебное пособие / Е. А. Рыбалова. — Томск : Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2015. — 206 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/72203.html

3. Лебедева, Т. Н. Методы и средства управления проектами : учебно-методическое пособие / Т. Н. Лебедева, Л. С. Носова. — Челябинск : Южно-Уральский институт управления и экономики, 2017. — 79 с. — ISBN 978-5-9909865-1-0. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/81304.htmlм

4. Коновальчук, Е. В. Модели и методы оперативного управления проектами : монография / Е. В. Коновальчук, Д. А. Новиков. — Москва : ИПУ РАН, 2004. — 63 с. — ISBN -. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/8516.html

5. Матюшка, В. М. Управление проектами : учебное пособие / В. М. Матюшка. — Москва : Российский университет дружбы народов, 2010. — 556 с. — ISBN 978-5-209-03896-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/11440.html

6. Управление проектами: рабочая программа дисциплины для студентов специальности 21.05.02 Прикладная геология специализация Геология месторождений нефти и газа.

Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО
Методической комиссией
горно-механического факультета

«___» _____ 2018 г.
Председатель комиссии
проф. В. П. Барановский

Брагин В. Г., Волков Е. Б., Казаков Ю. М.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Учебное пособие

Издание УГГУ Екатеринбург, 2018

УДК 531
Б 87

Рецензент: *Н. М. Суслов*, д-р техн. наук, заведующий кафедрой ГМК
Уральского государственного горного университета.

Учебное пособие рассмотрено на заседании кафедры технической механики от «07» июня 2018 г. (протокол № 7) и рекомендовано для издания в УГГУ.

Печатается по решению Учебно-методического совета Уральского государственного горного университета.

Брагин В. Г., Волков Е. Б., Казаков Ю. М.

Б 87 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА: Учебное пособие / Ю. М. Казаков, В. Г. Брагин, Е. Б. Волков. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2018. – 250 с.
ISBN 978-5-8019-0460-3

Учебное пособие содержит краткие методические указания, примеры решений задач и упражнения для самостоятельной работы по основным темам курса теоретической механики: статика, кинематика точки и простейшие движения твёрдых тел, сложное движение точки, динамика точки и механической системы. Учебное пособие для студентов всех специальностей очной и заочной форм обучения.

ISBN 978-5-8019-0460-3

©Брагин В. Г., Волков Е. Б.,
Казаков Ю. М., 2018
©Уральский государственный горный университет, 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. СТАТИКА 4
1.1. Основные понятия статики 4
1.2. Система сходящихся сил. Условия равновесия 9
1.3. Произвольная плоская система сил 16
1.4. Равновесие систем тел 26
1.5. Произвольная пространственная система сил 34
1.6. Равновесие тел при наличии сил трения 44
2. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ И ТВЁРДОГО ТЕЛА 55
2.1. Криволинейное движение точки 55
2.2. Поступательное движение и вращение твердого тела 62
вокруг неподвижной оси 62
2.3. Скорости точек при плоскопараллельном движении твёрдого тела 73
2.4. Ускорения точек при плоскопараллельном движении твёрдого тела 84
3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ 100
3.1. Основные понятия и определения сложного движения точки 100
4. ДИНАМИКА ТОЧКИ 114
4.1. Дифференциальные уравнения движения точки 114
4.2. Колебания материальной точки 124
4.3. Теорема об изменении кинетической энергии точки 134
5. ОБЩИЕ ТЕОРЕМЫ ДИНАМИКИ СИСТЕМЫ 146
5.1. Теорема о движении центра масс системы 146
5.2. Теорема об изменении кинетического момента системы
относительно оси 148
5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы 153
5.4. Применение общих теорем динамики системы к описанию
движений твёрдого тела 162
6. ПРИНЦИПЫ МЕХАНИКИ 177
6.1. Принцип Даламбера для системы 177
6.2. Принцип возможных перемещений 182
6.3. Общее уравнение динамики 189
6.4. Уравнения Лагранжа II рода 201
7. ОТВЕТЫ И КРАТКИЕ ПОЯСНЕНИЯ 220
7.1. Ответы к упражнениям главы 1 220
7.2. Ответы к упражнениям главы 2 226
7.3. Ответы к упражнениям главы 3 231
7.4. Ответы к упражнениям главы 4 233
7.5. Ответы к упражнениям главы 5 236
7.6. Ответы к упражнениям главы 6 241
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ 249

1. СТАТИКА

1.1. Основные понятия статики

Статика представляет раздел теоретической механики, в котором освещаются условия равновесия тел под действием систем сил.

Материальной точкой называют простейшую модель материального тела, размерами которого можно пренебречь и которое можно принять за геометрическую точку, имеющую массу, равную массе тела. Совокупность материальных точек называется **системой материальных точек**. Если система материальных точек такова, что движение каждой точки зависит от положения и движения остальных точек системы, то система называется **механической системой материальных точек**. Любое материальное тело представляет собой механическую систему материальных точек. Если точки системы связаны между собой так, что расстояния между любыми двумя точками не изменяются, то система называется **неизменяемой системой**, а тело – **абсолютно твердым телом**.

Силой в механике называют меру механического действия одного материального объекта (например, твердого тела) на другой. Единицей измерения силы в системе СИ является ньютон (Н). Совокупность сил, действующих на механическую систему (в частности, на твёрдое тело), называют **системой сил.**

Если система сил, приложенная к твердому телу, оставляет его в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения, то такая система сил называется **уравновешенной,** или **системой сил, эквивалентной нулю**.

Если одну систему сил, действующих на твердое тело или материальную точку, можно заменить другой системой, не изменяя при этом состояния покоя или движения, в котором находится тело или материальная точка, то такие две системы сил называются **эквивалентными**. Если система сил эквивалентна одной силе, то эта сила называется **равнодействующей** данной системы сил.

Основные виды связей и их реакции

Всякое твердое тело, которое может занимать произвольное положение в пространстве, называется свободным. Если на тело наложены внешние связи, стесняющие (ограничивающие) свободу его перемещений, то тело является несвободным. Сила, с которой данная связь действует на тело, препятствуя его перемещениям, называется **реакцией связи**. Всякое несвободное твердое тело можно рассматривать как свободное, если освободить тело от связей и заменить действие связей их реакциями. **Реакция связи направлена в сторону, противоположную тому направлению, вдоль которого связь препятствует перемещению тела.**

Опора тела на гладкую плоскость (поверхность) без трения. Реакция $\vec{R}$ абсолютно гладкой поверхности приложена в точке касания и направлена перпендикулярно к общей касательной соприкасающихся поверхностей (рис. 1.1, *a*). Такая реакция называется **нормальной реакцией**.

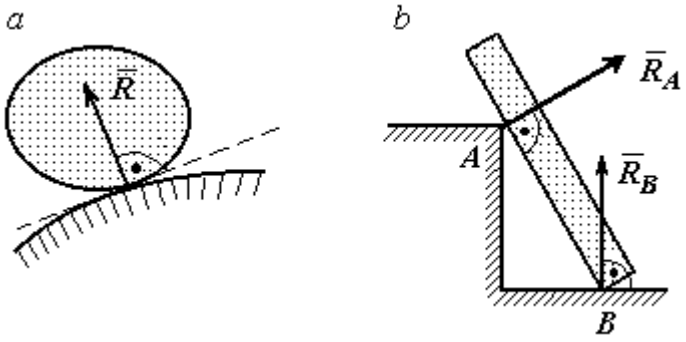


Рис. 1.1. Реакция опоры:

Брус с гладкой поверхностью (рис. 1.1, *b*), опирающийся в точке *B* на гладкий пол и в точке *A* на ребро (точечную опору), имеет реакциями опор $\vec{R}_B$ – реакцию пола и $\vec{R}_A$ – реакцию ребра (точечной опоры). Реакции приложены к брусу и направлены по нормалям к поверхности пола и поверхности бруса.

Цилиндрический шарнир и подвижная опора (каток). Цилиндрический шарнир (на рис. 1.2, *a* обозначен буквой *A*) представляет собой устройство, которое допускает поворот тела в плоскости, перпендикулярной оси шарнира (например, цилиндрическая втулка, надетая на неподвижный цилиндр).

Реакция цилиндрического шарнира $\vec{R}_A$ лежит в плоскости, перпендикулярной оси шарнира. При решении задач неизвестную по величине и направлению реакцию цилиндрического шарнира представляют в виде составляющих, $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, направленных вдоль координатных осей (см. рис. 1.2, *a*). Величина реакции $\vec{R}_A$ определяется по формуле: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$, где $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$ – составляющие реакции.

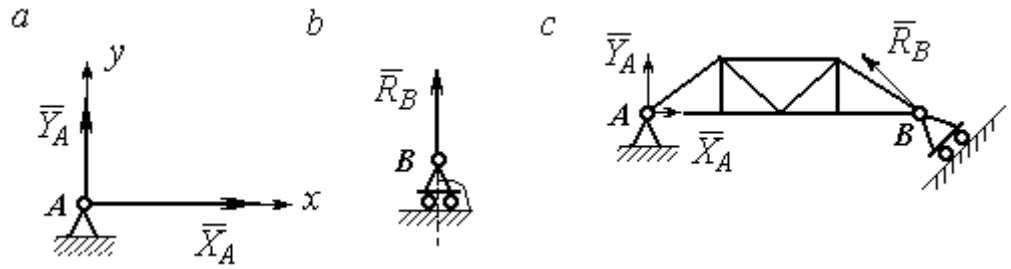


Рис. 1.2. Реакции шарнирных опор:
a – цилиндрический шарнир; *b* – каток; *c* – мостовая конструкция с цилиндрической шарнирной опорой и опорой на каток

Реакция $\vec{R}_B$ опоры на каток (подвижной опоры) (рис. 1.2, *b*) перпендикулярна опорной поверхности.

На рис. 1.2, *c* показаны реакции связей мостовой конструкции с цилиндрической шарнирной опорой и подвижной опорой (катком). Реакция цилиндрического шарнира в точке *A* изображена в виде разложения на взаимно перпендикулярные составляющие $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, реакция $\vec{R}_B$ катка в точке *B* перпендикулярна наклонной плоскости, на которой стоит каток.

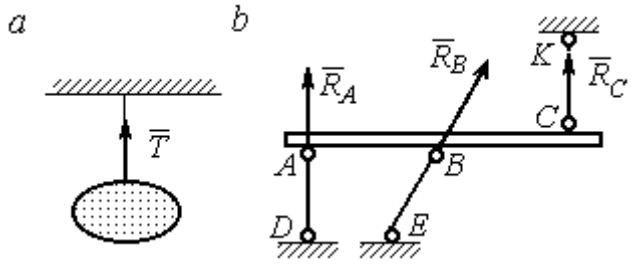


Рис. 1.3. Реакция гибкой нити и невесомого стержня

Гибкая связь и жесткий невесомый стержень. Связь в виде гибкой нерастяжимой нити (каната, троса) препятствует удалению тела от точки подвеса. (рис. 1.3, *a*). Реакция связи $\vec{T}$,

равная натяжению нити, приложена к телу и направлена вдоль нити в сторону противоположную направлению, вдоль которого нить препятствует перемещению тела

Если опорой тела служит невесомый стержень с шарнирами на концах, то реакция прямолинейного стержня приложена к телу и направлена вдоль стержня. Направление реакции стержня противоположно направлению, по которому стержень препятствует перемещению тела.

Реакции невесомых стержней, удерживающих балку, изображённую на рис. 1.3, *b*, направлены исходя из предположения, что балка может перемещаться вниз. При этом стержни *AD* и *BE* сжаты, а стержень *CK* растянут.

Сферический шарнир. Связь в виде сферического шарнира не позволяет перемещать тело в пространстве, но допускает поворот в пространстве вокруг неподвижной точки. Реакция сферического шарнира может иметь любое направление в пространстве. При решении задач реакцию изображают ее составляющими. На рис. 1.4 реакция $\vec{R}_A$ сферического шарнира A разложена на составляющие $\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Z}_A$ по направлениям координатных осей. Величина реакции сферического шарнира определяется по формуле: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2}$.

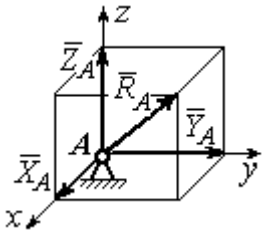


Рис. 1.4. Реакция сферического шарнира

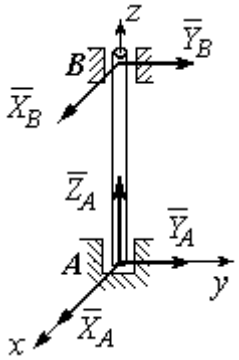


Рис. 1.5. Реакции подшипника и подпятника

Подшипник и подпятник. Подшипник представляет собой цилиндрический шарнир (рис. 1.5, подшипник *B*). Его реакция может иметь любое направление в плоскости, перпендикулярной оси шарнира. При решении задач реакция подшипника раскладывается на две составляющие. Например, на рис. 1.5 реакция $\vec{R}_B$ подшип-

ника *B* разложена на составляющие $\vec{X}_B, \vec{Y}_B$, параллельные координатным осям. Величина реакции подшипника определяется по формуле: $R_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2}$.

Подпятник является цилиндрическим шарниром с упором. В задачах реакция подпятника обычно изображается векторами $\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Z}_A$, представляющими разложение силы реакции подпятника по заданным направлениям координатных осей (см. рис. 1.5, подпятник *A*). Величина реакции подпятника определяется по формуле: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2}$.

Проекция силы на ось и на плоскость

Проекция силы на ось есть алгебраическая величина, равная произведению модуля силы на косинус угла между силой и положительным направлением оси. Если этот угол острый, проекция положительна, если тупой – отрицательна. Если сила перпендикулярна оси, её проекция на ось равна нулю.

Проекции сил $\vec{F}$, $\vec{Q}$, $\vec{P}$, изображённых на рис. 1.6, *a*, на ось *x*: $F_x = F\cos\alpha$, $Q_x = Q\cos\alpha_1 = -Q\cos\varphi$, $P_x = P\cos 90^\circ = 0$.

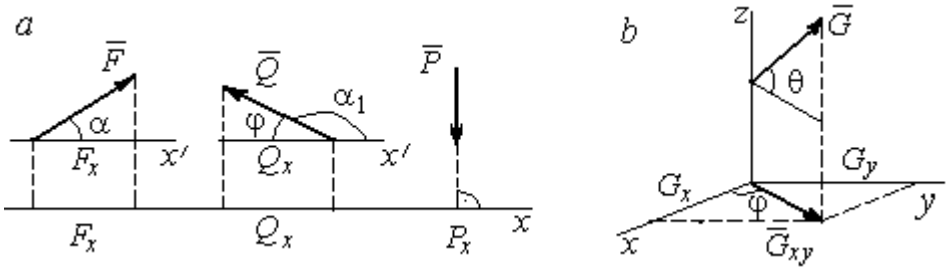


Рис. 1.6. Проекция силы на ось и на плоскость:
a – проекция силы на ось; *b* – проекция силы на плоскость

Проекцией силы на плоскость называется вектор, заключённый между проекциями начала и конца силы $\vec{G}$ на эту плоскость.

На рис. 1.6, *b* вектор $\vec{G}_{xy}$ является проекцией силы $\vec{G}$ на плоскость *xy*. По величине $G_{xy} = G\cos\theta$, где θ – угол между направлением силы $\vec{G}$ и её проек-

ции $\vec{G}_{xy}$. Проекции силы $\vec{G}$ на оси xyz: $G_x = G_{xy}\cos\varphi = G\cos\theta\cos\varphi$, $G_y = G_{xy}\sin\varphi = G\cos\theta\sin\varphi$, $G_z = G\sin\theta$.

1.2. Система сходящихся сил. Условия равновесия

Для равновесия **пространственной системы сходящихся сил** необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из трёх осей прямоугольной системы координат были равны нулю:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0,\ \sum F_{kz} = 0,$$

где F_{kx}, F_{ky}, F_{kz} – проекции всех сил на координатные оси.

Для равновесия **плоской системы сходящихся сил** необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из двух осей прямоугольной системы координат, расположенной в плоскости действия сил, были равны нулю: $\sum F_{kx} = 0$, $\sum F_{ky} = 0$, где F_{kx}, F_{ky} – проекции всех сил на координатные оси.

Примеры решения задач на равновесие сходящейся системы сил

Задача 1. Каток весом 20 кН удерживается на гладкой наклонной плоскости тросом, который одним концом закреплён на поверхности шара, а другим – на вертикальной стене (рис. 1.7). Угол наклона троса к вертикальной стене $\beta = 120°$. Угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 45°$. Определить силу давления катка на плоскость и натяжение троса.

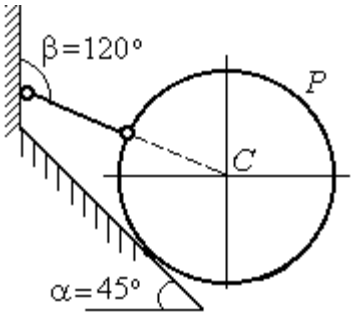


Рис. 1.7. Равновесие шара

Решение

При равновесии на каток действуют сила тяжести $\vec{P}$, реакция троса $\vec{N}$ и реакция опоры $\vec{R}$. Линии действия всех сил находятся в одной плоскости и пересекаются в центре шара. Направления реакций показаны на рис. 1.8.

Условия равновесия плоской сходящейся системы сил:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0.$$

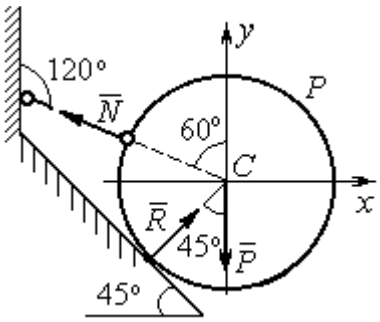


Рис. 1.8. Силы, действующие на каток, при его равновесии

Проведя оси координат, как показано на рис. 1.8, выразим условия равновесия в виде системы уравнений:

$$\sum F_{kx} = -N\cos 30^\circ + R\cos 45^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = N\cos 60^\circ + R\cos 45^\circ - P = 0.$$

Подставляя в уравнения исходные данные задачи, найдем: $N = 14{,}64$ кН, $R = 17{,}93$ кН.

Натяжение троса равно модулю его реакции. Сила давления катка на плоскость равна реакции опоры гладкой плоскости, но направлена в противоположную сторону.

Задача 2. Кронштейн состоит из невесомых стержней *AC* и *BC*, скрепленных друг с другом и с вертикальной стеной шарнирами, как показано на рис. 1.9. Стержень *BC* горизонтален, стержень *AC* составляет с горизонталью угол $\beta = 60^\circ$. К шарниру *C* прикреплены два троса, удерживающие грузы 1 и 2 весом $G_1 = 10$ кН и $G_2 = 12$ кН. Трос, удерживающий груз 1, вертикален, а другой перекинут через блок *D* так, что угол наклона участка троса *CD* к вертикали $\alpha = 60^\circ$. Определить реакции стержней *BC* и *AC*.

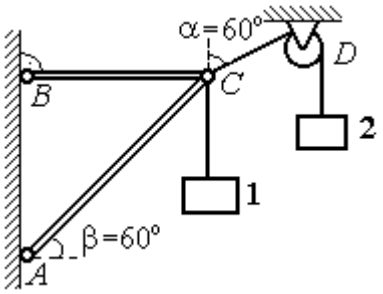


Рис. 1.9. Равновесие кронштейна

Решение

Рассмотрим равновесие узла *C*, в котором закреплены стержни и тросы. На узел *C* действуют реакции $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ тросов, натянутых грузами 1 и 2, и реакции $\vec{N}_1$ и $\vec{N}_2$ стержней *BC* и *AC* (рис. 1.10). Модули реакций тросов $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ равны весу грузов: $T_1 = G_1$, $T_2 = G_2$.

Плоская система сил ($\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$, $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$) является сходящейся. Условия равновесия: $\sum F_{kx} = 0$, $\sum F_{ky} = 0$. Проведя оси координат xCy, как показано на рис. 1.10, и определяя проекции сил на оси, получим систему уравнений:

$$N_1 + N_2\cos 60^\circ - T_2\cos 30^\circ = 0;$$

$$N_2\cos 30^\circ + T_1 - T_2\cos 60^\circ = 0.$$

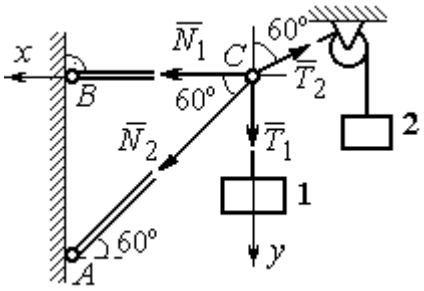


Рис. 1.10. Силы, действующие на узел *C* при его равновесии

Подставим в уравнения исходные данные задачи. С учётом того, что $T_1 = G_1 = 10$ кН, $T_2 = G_2 = 12$ кН, найдём значения реакций: $N_1 = 12{,}7$ кН, $N_2 = -4{,}62$ кН. Отрицательная величина N_2 означает, что вектор $\vec{N}_2$ реакции стержня *AC* направлен в противоположную сторону.

Задача 3. Груз весом $P = 20$ кН поднимается стержневым краном *ABC* посредством каната, перекинутого через блоки *B* и *D* (рис. 1.11). Блок *B* установлен в месте шарнирного соединения невесомых стержней *AB* и *BC*, блок *D* укреплён так, что участок троса *DB* составляет с вертикалью угол $\beta = 60^\circ$. Стержни *AB* и *BC* соединены со стенками шарнирами. Конец троса, несущий груз *P*, переброшен через блок *E* и на отрезке *BE* составляет с вертикалью угол $\alpha = 30^\circ$. Пренебрегая трением в блоке и размерами блока *B*, определить усилия в стержнях *AB* и *BC* при равновесии груза.

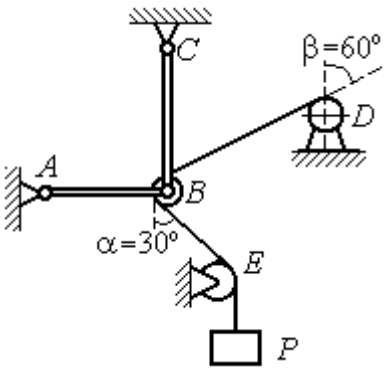


Рис. 1.11. Равновесие стержневой конструкции

Решение

Рассмотрим равновесие блока *B* вместе с отрезками нити *BE* и *BD*. Освободим блок *B* от связей и заменим их реакциями.

Рассматривая блок и отрезок нити как одно целое, можно не учитывать силы взаимного давления нити и блока. На блок действует реакция $\vec{T}$ нити *BD*, приложенная в точке *D*, численно равная весу груза *P*, реакция $\vec{T}'$ нити *BE*, приложенная в точке *E* и также численно равная весу груза *P* и реакции стержней $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$ (см. рис. 1.12).

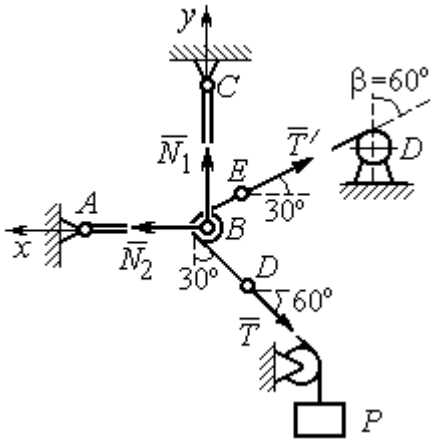


Рис. 1.12. Силы, действующие на блок *B*, при его равновесии

Пренебрегая размерами блока, можно считать систему сил сходящейся. Проведём координатные оси, как показано на рис. 1.12, и выразим условия равновесия плоской сходящейся системы сил в виде системы уравнений:

$$\sum F_{kx} = N_2 - T'\cos 30^\circ - T\cos 60^\circ = 0;\ \sum F_{ky} = N_1 + T'\cos 60^\circ - T\cos 30^\circ = 0.$$

Решая полученную систему уравнений с учётом, что $T' = T = P$ = 20 кН, получим: N_1 = 7,32 кН, N_2 = 27,32 кН.

Задача 4. Шахта ориентируется в вертикальной плоскости с помощью несвободного проволочного отвеса *CBDP*, натянутого грузом весом *P* = 50 Н (рис. 1.13).

Определить натяжения частей отвеса *CB*, *BD*, *DP* и натяжения оттяжек *BA* и *DE*, если угол отклонения оттяжки *BC* от горизонтали $\alpha = 60^\circ$, а отклонение средней части отвеса *BD* от вертикали $\beta = 4^\circ$. Весом проволоки отвеса пренебречь.

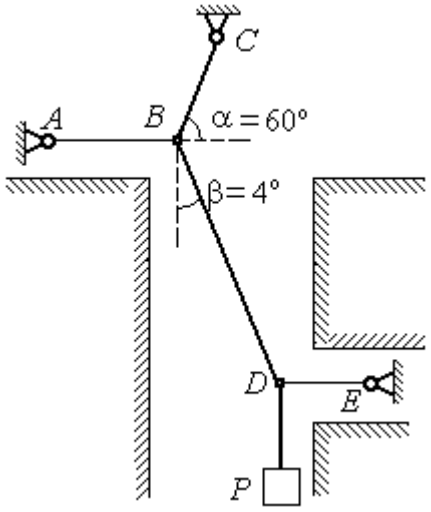


Рис. 1.13. Схема отвеса

Решение

Рассмотрим равновесие узла *D*, в котором сходятся три силы – реакция $\vec{S}$ средней части отвеса, реакция $\vec{T}_E$ оттяжки *DE* и реакция $\vec{T}_P$ отвеса на участке

DP, равная весу груза $T_P = P$ (рис. 1.14). Выберем оси координат *xDy*, как показано на рис. 1.14, и составим уравнения равновесия узла *D:*

$$\sum F_{kx} = S\cos 86^\circ - T_E = 0\,; \;\; \sum F_{ky} = S\cos 4^\circ - T_P = 0\,.$$

Из второго уравнения с учётом, что натяжение отвеса на участке *DP* $T_P = P =$ 50 Н, находим натяжение S на среднем участке отвеса: $S = \dfrac{T_P}{\cos 4^\circ} = 50{,}12$ Н. Из первого уравнения находим натяжение $T_E = S\cos 86^\circ = 3{,}49$ Н.

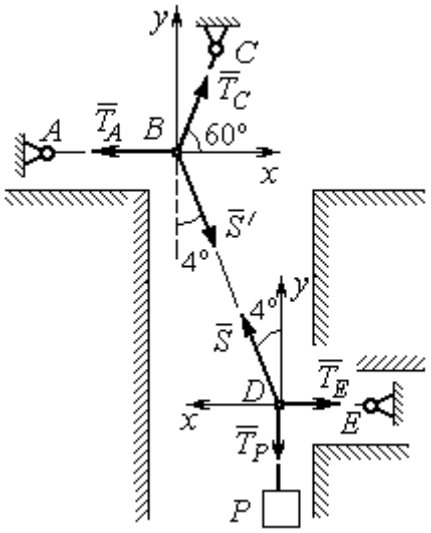


Рис.1.14. Силы, действующие в узлах *B* и *D* при равновесии отвеса

Теперь рассмотрим равновесие узла *B*, на который действуют реакция $\vec{T}_A$ оттяжки *BA*, реакция $\vec{T}_C$ верхней части отвеса *BC* и реакция $\vec{S}'$ средней части отвеса. Вектор силы $\vec{S}'$ противоположен направлению вектора $\vec{S}$: $\vec{S}' = -\vec{S}$, а численно (по принципу равенства действия и противодействия) они равны $S' = S$ (см. рис. 1.14). Выберем оси координат *xBy*, как показано на рис. 1.14, и составим уравнения равновесия узла *B:*

$$\sum F_{kx} = T_C\cos 60^\circ + S'\cos 86^\circ - T_A = 0\,; \quad \sum F_{ky} = T_C\cos 30^\circ - S'\cos 4^\circ = 0\,.$$

Находим натяжение отвеса на верхнем участке *BC* и натяжение T_A оттяжки *BA*: $T_C = \dfrac{S'\cos 4^\circ}{\cos 30^\circ} = 57{,}73$ Н; $T_A = T_C\cos 60^\circ + S'\cos 86^\circ = 32{,}36$ Н.

Задача 5. Груз *P* = 20 кН удерживается двумя стержнями *AC*, *AD* одинаковой длины и цепью *AB*, скреплённых в точке *A*, так, что плоскость треугольника *ADC* горизонтальна (рис. 1.15). Цепь *BA* отклонена от вертикальной стены на угол $\beta = 60^\circ$ и расстояние *CE* = *ED.* Трос закреплён одним концом в точке *A*, а другой его конец, несущий груз, переброшен через блок *K* так, что отрезок

троса AK находится в плоскости, параллельной плоскости стены, и составляет с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Крепления стержней шарнирные. Углы у оснований стержней $\angle DCA = \angle CDA = 60^\circ$. Определить реакции стержней и натяжение цепи. Весами стержней пренебречь.

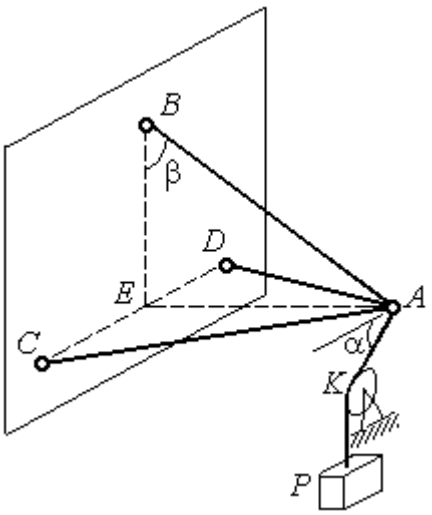


Рис. 1.15. Конструкция пространственного кронштейна

Решение

Рассмотрим равновесие узла A. Освобождаем узел от связей, заменяя действие связей реакциями. Реакции стержней $\vec{S}_D$ и $\vec{S}_C$ направлены по стержням, реакция цепи $\vec{S}_B$ направлена вдоль линии натянутой цепи (рис. 1.16). Реакция троса $\vec{T}$ направлена вдоль троса по линии AK и численно равна весу груза: $T = P$. Направления реакций выбраны в предположении, что стержни и цепь растянуты.

Выберем систему координат, как показано на рис. 1.16. На узел A действует пространственная сходящаяся система сил.

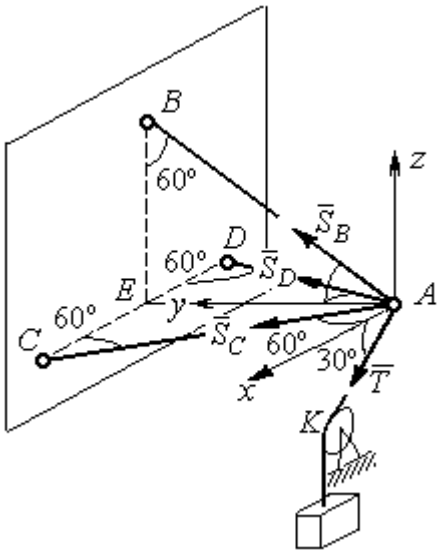


Рис. 1.16. Силы, действующие на узел A, при его равновесии

Условия равновесия пространственной сходящейся системы сил $\sum F_{kx} = 0$, $\sum F_{ky} = 0$, $\sum F_{kz} = 0$, где F_{kx}, F_{ky}, F_{kz} – проекции всех сил на координатные оси. Составляем уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = S_C \cos 60^\circ - S_D \cos 60^\circ + T \cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = S_C \cos 30^\circ + S_D \cos 30^\circ + S_B \cos 30^\circ = 0; \quad \sum F_{kz} = S_B \cos 60^\circ - T \cos 60^\circ = 0.$$

Решая эту систему, находим $S_B = T = P = 20$ кН; $S_C = -27{,}32$ кН; $S_D = 7{,}32$ кН. Знак минус величины S_C показывает, что реакция стержня AC имеет обратное направление. Натяжение цепи равно модулю реакции $\vec{S}_B$.

Задача 6. Подъёмное устройство (рис. 1.17) состоит из двух стержневых опор DB и DA и растяжки DC, соединённых в точке D. В точке D к устройству прикреплена вертикальная нить, удерживающая груз весом $P = 50$ кН.

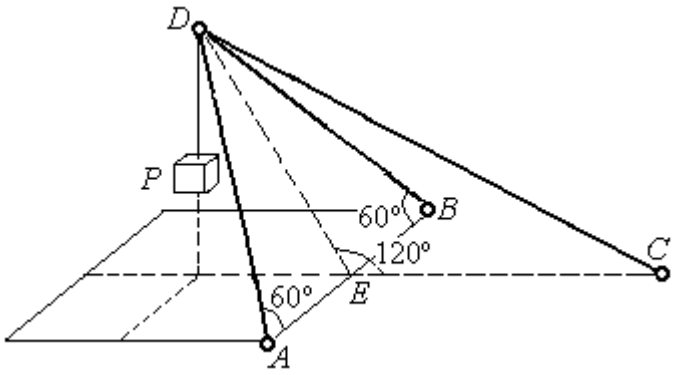


Рис. 1.17. Конструкция подъёмного устройства

Определить реакцию стержневых опор и усилие в растяжке подъёмного устройства, если крепления стержней шарнирные, угол $\angle DEC = 120^\circ$, $AE = EB$, $DE = EC$, а углы в основании опор $\angle DAB = \angle DBA = 60^\circ$.

Решение

Рассматриваем равновесие узла D. Освобождаем узел от связей, заменяя действие связей реакциями. Реакции стержней $\vec{S}_A$, $\vec{S}_B$, $\vec{S}_C$ направлены по стержням, реакция нити $\vec{T}$, численно равная весу тела, направлена вдоль нити (рис. 1.18). Направление реакций выбрано в предположении, что все стержни растянуты.

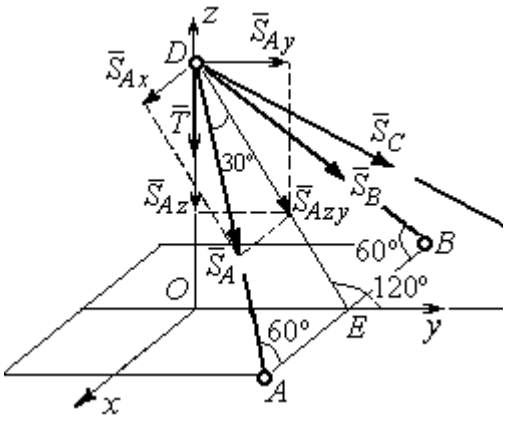


Рис. 1.18. Силы, действующие на узел D, при его равновесии

На узел D действует пространственная сходящаяся система сил. Выберем систему координат $Oxyz$, как показано на рис. 1.18, и составим уравнения равновесия. Заметим, что при определении проекции си-

лы $\vec{S}_A$ на оси координат следует вначале получить её проекции $\vec{S}_{Ax}$ на ось Ox и $\vec{S}_{Azy}$ – на плоскость Oyz, а затем найти проекции силы $\vec{S}_{Azy}$ на оси Oy и Oz. На рис. 1.18 показана последовательность вычисления проекций силы $\vec{S}_A$ на оси координат: $S_{Ax} = S_A\cos60^\circ$, $S_{Ay} = S_{Azy}\cos60^\circ = S_A\cos30^\circ\cos60^\circ$, $S_{Az} = -S_{Azy}\cos30^\circ = -S_A\cos^2 30^\circ$. Определение проекций силы $\vec{S}_B$ производится аналогично. Сила $\vec{S}_C$ расположена в плоскости Oyz и имеет своими проекциями $S_{Cy} = S_C\cos30^\circ$, $S_{Cz} = -S_C\cos60^\circ$. В результате уравнения равновесия узла D принимают вид

$$\sum F_{ky} = S_A\cos30^\circ\cos60^\circ + S_B\cos30^\circ\cos60^\circ + S_C\cos30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{kx} = S_A\cos60^\circ - S_B\cos60^\circ = 0;$$

$$\sum F_{kz} = -S_A\cos^2 30^\circ - S_B\cos^2 30^\circ - S_C\cos60^\circ - T = 0.$$

Решая систему, получим: $S_A = S_B = -50$ кН, $S_C = 50$ кН.

Отрицательные значения S_A и S_B означают, что реакций стержней AD и DB направлены в противоположную сторону. В результате стержни AD и DB сжаты, а стержень DC растянут.

1.3. Произвольная плоская система сил

Система сил, расположенных в одной плоскости, называется **плоской системой сил.**

Алгебраическим моментом $M_O(\vec{F})$ силы $\vec{F}$ относительно центра O, или просто **моментом силы** $\vec{F}$ относительно центра, называют взятое с соответствующим знаком произведение модуля силы $\vec{F}$ и кратчайшего расстояния h от центра до линии действия силы (рис. 1.19, *а*): $M_O(\vec{F}) = \pm Fh$. Величину h называют **плечом силы.** Единица измерения момента – Н·м. Момент считается положительным, если сила $\vec{F}$ стремится повернуть тело вокруг центра в

направлении против хода часовой стрелки, и отрицательным – в обратном случае.

На рис. 1.19, *b* показаны знаки моментов сил $\vec{F}$ и $\vec{Q}$ относительно центра *O*: $M_O(\vec{F}) = +Fh_2$, $M_O(\vec{Q}) = -Qh_1$. Момент силы $\vec{R}$ относительно центра *O* равен нулю: $M_O(\vec{R}) = 0$, так как плечо силы равно нулю.

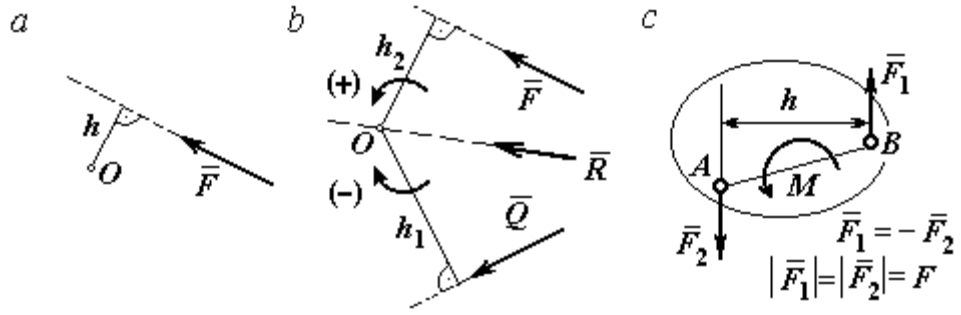


Рис. 1.19. Схемы к вычислению момента силы:
a, *b* – момент силы относительно центра; *c* – момент пары сил

Парой сил, или просто парой (рис.1.19, *c*), называют систему двух равных по модулю сил, параллельных, направленных в противоположные стороны и не лежащих на одной прямой. **Плечом пары** называют кратчайшее расстояние между линиями действия ее сил. Алгебраическим моментом пары сил, или **моментом пары,** называют взятое со знаком плюс или минус произведение модуля одной из сил пары и плеча пары. Правило знаков такое же, как и для момента силы. Пара сил, показанная на рис. 1.19, *c*, имеет плечо *h* и момент *M*: $M = F_1 h = F_2 h$. Поскольку пара сил характеризуется только ее моментом, на схемах пару часто изображают дуговой стрелкой, показывающей направление поворота твердого тела под действием пары (см. *M* на рис. 1.19, *c*).

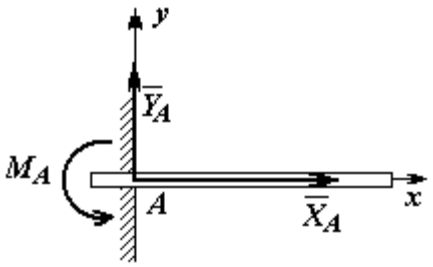


Рис. 1.20. Реакция жесткой заделки

Жесткая заделка. Такая связь (рис. 1.20) препятствует не только линейным перемещениям тела, но и повороту. Реакция жесткой заделки состоит из силы

реакции $\vec{R}_A$ и пары сил с моментом M_A. Силу реакции жесткой заделки $\vec{R}_A$ изображают ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, направленными вдоль координатных осей (см. рис. 1.20). Величина силы реакции $\vec{R}_A$ определяется по формуле: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$.

При вычислении моментов сил часто применяют **теорему Вариньона** о том, что момент равнодействующей системы сил относительно любого центра равен сумме моментов всех сил этой системы относительно того же центра. На рис. 1.21 показана схема применения теоремы Вариньона. Силу $\vec{F}$ раскладываем на составляющие $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, направленные вдоль координатных осей так, что имеет место равенство $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Численно составляющие $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ равны проекциям силы $\vec{F}$ на координатные оси: $F_1 = F\cos\alpha$, $F_2 = F\sin\alpha$. Для каждой из составляющих находим плечи h_1 и h_2 относительно центра *O*. Тогда (с учётом знаков) момент силы $\vec{F}$ относительно центра *O*: $M_O(\vec{F}) = M_O(\vec{F}_1) + M_O(\vec{F}_2) = F_1 h_1 + F_2 h_2$.

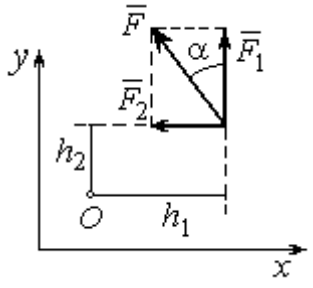


Рис.1.21. Применение теоремы Вариньона

Распределённая нагрузка. Силы, приложенные непрерывно вдоль некоторой поверхности, называются **распределенными**. Распределённая нагрузка характеризуется интенсивностью *q*. Интенсивность нагрузки, равномерно распределённой вдоль прямой, измеряется в Н/м. На рис. 1.22 приведена плоская система сил, равномерно распределённых вдоль прямой. Равнодействующая $\vec{Q}$ сил, равномерно распределённых вдоль прямой, приложена в середине отрезка действия распределённой нагрузки и по модулю равна про-

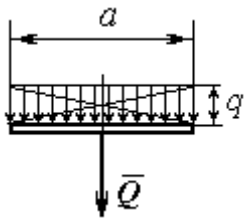


Рис. 1.22. Нагрузка, равномерно распределённая по прямой

изведению интенсивности нагрузки на длину её действия: $Q = qa$, где a – длина отрезка действия распределённой нагрузки.

Основная форма условий равновесия плоской системы сил. Для равновесия плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из двух осей прямоугольной системы координат, расположенной в плоскости действия сил, были равны нулю и сумма моментов сил относительно любого центра, находящегося в плоскости действия сил, была равна нулю:

$$\sum F_{kx} = 0, \ \sum F_{ky} = 0, \ \sum M_A(\vec{F}_k) = 0,$$

где F_{kx}, F_{ky} – проекции всех сил на координатные оси; $M_A(\vec{F}_k)$ – моменты всех сил относительно произвольно выбранного центра A.

Примеры решения задач на равновесие произвольной плоской системы сил

Задача 7. Однородная балка *AB* весом *P* = 100 кН прикреплена к стене шарниром *A* (рис.1.23). Балка удерживается под углом 60° к вертикали при помощи троса, прикреплённого к балке в точке *B*, перекинутого через блок *D* и несущего груз *Q*. Участок троса *DB* образует с вертикалью угол 30°. В точке *C* к балке подвешен груз *G* весом *G* = 200 кН. Определить вес груза *Q*, удерживающий балку в равновесии, и реакцию шарнира *A*, пренебрегая трением в блоке, если расстояние $BC = 0{,}25BA$.

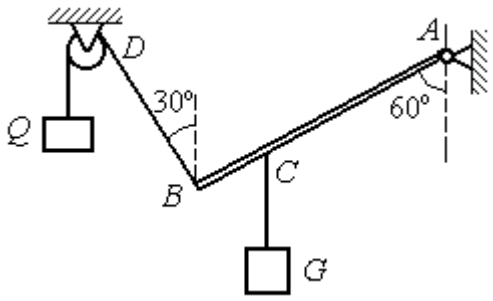


Рис. 1.23. Равновесие балки

Решение

Объектом равновесия является балка *AB*. На балку действуют сила тяжести $\vec{P}$, приложенная в середине отрезка *AB*, реакция шарнира *A*, представлен-

ная в виде двух составляющих $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, направленных вдоль координатных осей, реакция $\vec{T}_1$ нити, удерживающей груз *Q*, и реакция $\vec{T}_2$ нити, удерживающей груз *G*. Направления сил и реакций связей показаны на рис. 1.24.

Силы – $\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$, $\vec{P}$, $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, действующие на балку, составляют произвольную плоскую систему. Условия равновесия произвольной плоской системы сил:

$$\sum F_{kx} = 0\,;\ \sum F_{ky} = 0\,;\ \sum M_A(\vec{F}_k) = 0\,.$$

Выберем систему координат *xAy,* как показано на рис. 1.24.

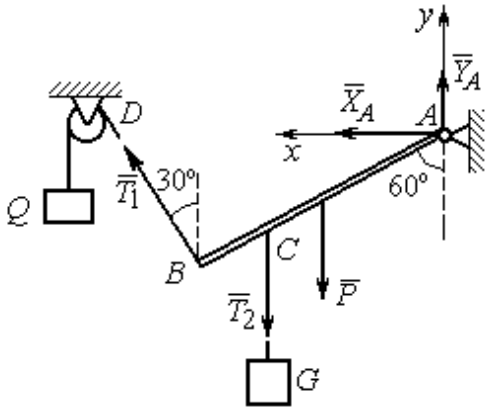


Рис. 1.24. Внешние силы и реакции связей при равновесии балки

Первые два уравнения равновесия имеют вид

$$\sum F_{kx} = X_A + T_1\cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = Y_A + T_1\cos 30^\circ - T_2 - P = 0.$$

Выберем центром точку *A* и будем вычислять моменты сил относительно этого центра. Обозначим (для удобства записи) длину $AB = \ell$. Условие равновесия балки в форме равенства нулю суммы моментов сил относительно центра *A* имеет вид

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -T_1\ell + T_2\frac{3}{4}\ell\cos 30^\circ + P\frac{1}{2}\ell\cos 30^\circ = 0.$$

Подставим данные из условия задачи, с учётом, что реакция нити, удерживающей груз *Q*, по модулю равна весу этого груза: $T_1 = Q$, а реакция нити, удерживающей груз *G*, численно равна весу груза *G*: $T_2 = G$.

Получим систему уравнений:

$$X_A + Q\cdot 0{,}5 = 0,\ \ Y_A + Q\cdot 0{,}866 - 300 = 0,\ \ -Q + 173{,}2 = 0.$$

Решая систему, найдём $Q = 173{,}2$ кН, $X_A = -86{,}6$ кН, $Y_A = 150{,}01$ кН.

Задача 8. Рама *ACE* (рис. 1.25, *a*) в точке *A* закреплена на цилиндрической шарнирной опоре, а в точке *B* поддерживается вертикальным невесомым стержнем *BK*. На раму действуют: пара сил с моментом $M = 8$ кН·м, сила $\vec{F}$, равная по модулю $F = 10$ кН, приложенная в точке *D* под углом 60° к раме, и равномерно распределенная на отрезке *AB* нагрузка интенсивностью $q = 2$ кН/м. В точке *E* под прямым углом к отрезку *CE* рамы прикреплен трос, перекинутый через блок и несущий груз $P = 20$ кН.

Пренебрегая весом балки, определить реакцию шарнира *A* и реакцию стержневой опоры *BK*, если $a = 2$ м.

Решение

Рассмотрим равновесие рамы *ACE*. Выбираем систему координат *xAy*, например, как показано на рис. 1.25, *b*.

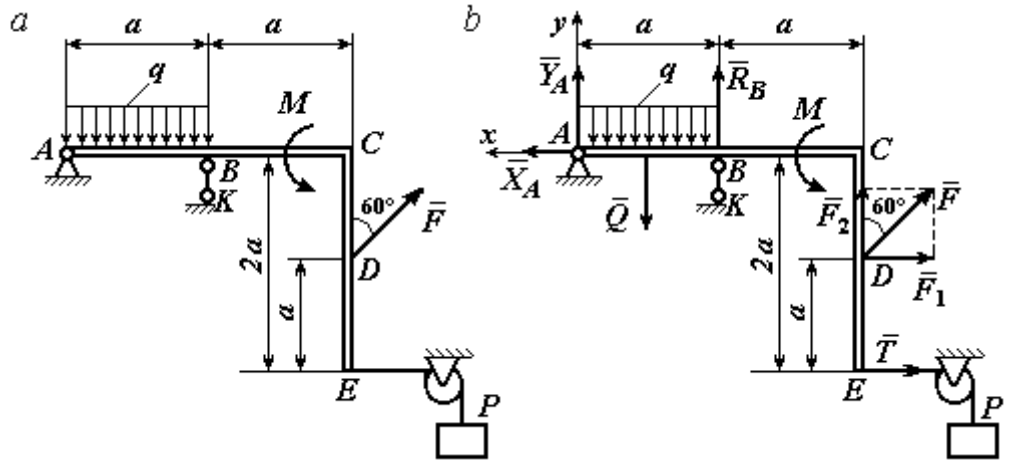


Рис. 1.25. Равновесие рамы:
a – конструкция и нагрузка рамы; *b* – внешние силы и реакции связей при равновесии рамы

Заменяем действие связей их реакциями. Изображаем реакцию $\vec{R}_A$ шарнира *A* двумя ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, направленными, соответственно, вдоль горизонтальной оси *Ax* и вертикальной *Ay*. Реакция $\vec{R}_B$ невесомой стержневой опоры *BK* приложена в точке *B* и направлена вдоль стержня *BK*. Действие груза *P* на раму изображается реакцией троса $\vec{T}$, модуль которой ра-

вен весу груза $T = P$. Заменяем распределенную нагрузку её равнодействующей $\vec{Q}$. Сила $\vec{Q}$ приложена в середине отрезка AB и численно равна: $Q = qa = 2 \cdot 2 = 4$ кН. На рис. 1.25, *b* показано направление внешних сил и реакций при равновесии рамы. Направление реакции стержневой опоры *BK* выбрано в предположении, что стержень сжимается.

При равновесии рамы *ACE* действующие на неё силы составляют уравновешенную произвольную плоскую систему сил ($\vec{Q}, \vec{F}, \vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{R}_B, \vec{T}, M$) ~ 0. Условия равновесия имеют вид $\sum F_{kx} = 0$; $\sum F_{ky} = 0$; $\sum M_A(\vec{F}_k) = 0$. Вычисляя проекции сил на оси *Ax*, *Ay*, первые два уравнения из условий равновесия получим в виде:

$$\sum F_{kx} = X_A - F\cos 30^\circ - T = 0; \quad \sum F_{ky} = Y_A - Q + R_B + F\cos 60^\circ = 0. \qquad (1.1)$$

При составлении третьего уравнения моменты сил будем вычислять относительно центра *A*. В этом случае линии действия сил $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, составляющих реакцию шарнира *A*, проходят через центр *A*, плечи сил равны нулю, и, следовательно, моменты этих сил относительно данного центра равны нулю: $M_A(\vec{X}_A) = 0$, $M_A(\vec{Y}_A) = 0$.

При определении момента силы $\vec{F}$ удобнее воспользоваться теоремой Вариньона. С этой целью представим вектор силы $\vec{F}$ как равнодействующую двух сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, параллельных осям *Ax* и *Ay*: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ (см. рис. 1.25, *b*). Величины сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ определяются как проекции силы *F* на оси координат: $F_1 = F\cos 30^\circ$, $F_2 = F\cos 60^\circ$. По теореме Вариньона момент силы $\vec{F}$ относительно центра *A* равен сумме моментов сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ относительно того же центра *A*: $M_A(\vec{F}) = M_A(\vec{F}_1) + M_A(\vec{F}_2) = F_1 \cdot a + F_2 \cdot 2a$.

В результате уравнение равновесия в форме моментов имеет вид

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -Q \cdot 0{,}5a + R_B a + M + F\cos 60^\circ \cdot 2a + F\cos 30^\circ \cdot a + T2a = 0. \qquad (1.2)$$

Подставляя в уравнения равновесия (1.1), (1.2) численные значения из условий задачи, получим систему уравнений относительно неизвестных X_A, Y_A, R_B. Решая эту систему, найдем: X_A= 28,66 кН; Y_A= 59,66 кН; R_B = – 60,66 кН.

Отрицательное значение величины R_B означает, что фактическое направление реакции $\vec{R}_B$ стержневой опоры BK противоположно направлению, показанному на рис. 1.25, *b*, т. е. стержень BK растягивается. Реакция шарнирной опоры *A* – сила $\vec{R}_A$ – находится как геометрическая (векторная) сумма сил $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$. Величина реакции $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{28{,}66^2 + 59{,}66^2} = 66{,}18$ кН.

Задача 9. Прямоугольная рама *ABCED* (рис. 1.26) в точке *A* закреплена жёсткой заделкой. В точке *E* к раме прикреплена нить, составляющая угол 60º к горизонту. Другой конец нити, переброшенный через невесомый блок, несёт груз весом *P* = 15 кН. На раму действуют: пара сил с моментом M = 12 кН·м, сила $\vec{F}$, равная по модулю *F* = 10 кН, приложенная в точке *C* под углом 30° к горизонтальному участку рамы *BE*, и равномерно распределенная на отрезке *BC* нагрузка интенсивностью *q* = 2 кН/м. В точке *D* под углом 60° к горизонту на раму действует сила $\vec{G}$, численно равная 20 кН.

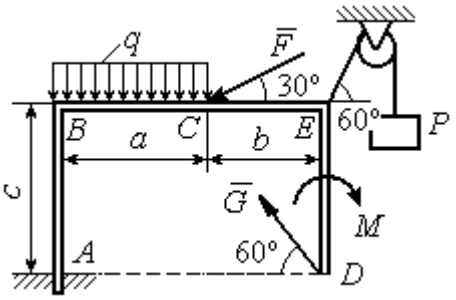


Рис. 1.26. Конструкция рамы

Пренебрегая весом рамы, определить реакцию жесткой заделки в точке *A*, если размеры рамы: *a* = 2 м, *b* = 1 м, *c* = 5 м.

Решение

Объектом равновесия является рама *ABCED.* Связями в данной конструкции являются жесткая заделка рамы в точке *A* и нить, натянутая грузом *P.* Заменяем действие связей их реакциями. Изображаем реакцию жесткой заделки в точке *A* в виде силы, которую представим двумя ее составляющими $-\vec{X}_A$ и

$\vec{Y}_A$, и парой сил с моментом M_A (рис. 1.27). Реакция нити $\vec{T}$, приложенная к раме в точке *E*, направлена вдоль нити и численно равна весу груза $T = P$. Заменяем распределенную нагрузку её равнодействующей $\vec{Q}$. Сила $\vec{Q}$ приложена в середине отрезка *AB* и численно равна: $Q = qa = 4$ кН.

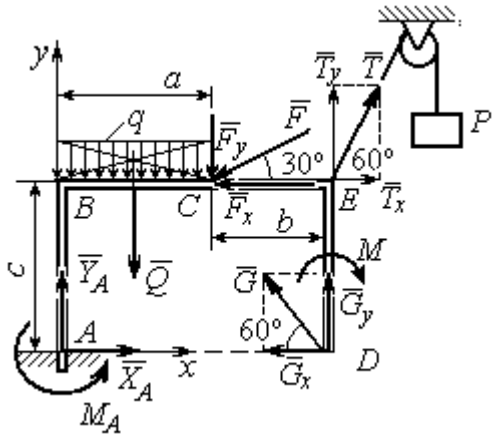


Рис. 1.27. Внешние силы и реакции связей при равновесии рамы

Действующие на раму силы составляют уравновешенную произвольную плоскую систему сил: $(\vec{Q}, \vec{F}, \vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{G}, \vec{T}, M) \sim 0$. Условия равновесия для такой системы сил: $\sum F_{kx} = 0$; $\sum F_{ky} = 0$; $\sum M_A(\vec{F}_k) = 0$.

Выбираем систему координат *xAy*, например, как показано на рис. 1.27, и составляем уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = X_A - F\cos 30^\circ + T\cos 60^\circ - G\cos 60^\circ = 0; \quad (3)$$

$$\sum F_{ky} = Y_A - Q - F\cos 60^\circ + T\cos 30^\circ + G\cos 30^\circ = 0. \quad (4)$$

Моменты сил будем вычислять относительно центра *A*. В этом случае моменты сил $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$ равны нулю: $M_A(\vec{X}_A) = 0$; $M_A(\vec{Y}_A) = 0$.

При определении момента силы $\vec{F}$ удобно воспользоваться теоремой Вариньона. С этой целью представим вектор силы $\vec{F}$ как равнодействующую двух сил $\vec{F}_x$ и $\vec{F}_y$, параллельных осям *Ax* и *Ay*: $\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$ (см. рис. 1.27). Величины сил $\vec{F}_x$ и $\vec{F}_y$ определяются как проекции силы $\vec{F}$ на оси координат: $F_x = F\cos 30^\circ$, $F_y = F\cos 60^\circ$. Плечо вектора силы $\vec{F}_x$ относительно центра *A* равно *c* (как длина перпендикуляра, проведённого из центра *A* на линию действия силы $\vec{F}_x$), плечом силы $\vec{F}_y$ является расстояние *a*. По теореме Вариньона

момент силы $\vec{F}$ относительно центра A равен алгебраической сумме моментов сил $\vec{F}_x$ и $\vec{F}_y$ относительно того же центра:

$$M_A(\vec{F}) = M_A(\vec{F}_x) + M_A(\vec{F}_y) = F_x \cdot c - F_y \cdot a = F\cos 30^\circ \cdot c - F\cos 60^\circ \cdot a .$$

Аналогично вычисляем моменты сил $\vec{G}$ и $\vec{T}$: $M_A(\vec{G}) = G\cos 30^\circ \cdot (a+b)$; $M_A(\vec{T}) = -T\cos 60^\circ \cdot c + T\cos 30^\circ \cdot (a+b)$. В результате уравнение моментов имеет вид:

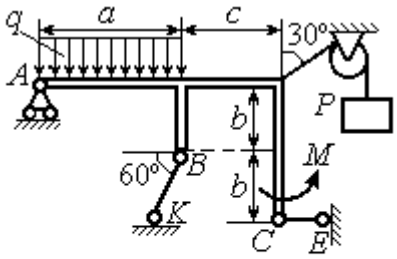
$$\sum M_A(\vec{F}_k) = F\cos 30^\circ \cdot c - F\cos 60^\circ \cdot a - T\cos 60^\circ \cdot c + T\cos 30^\circ \cdot (a+b) +$$

$$+ G\cos 30^\circ \cdot (a+b) - Q\frac{a}{2} - M + M_A = 0. \qquad (1.5)$$

Подставляя в уравнения равновесия (1.3) – (1.5) численные значения из условий задачи, получим систему уравнений относительно неизвестных X_A, Y_A, M_A, откуда найдём значения реакций: X_A= 11,16 кН; Y_A= –21,31 кН; M_A = –70,73 Н·м. Знаки показывают, что составляющая $\vec{Y}_A$ силы реакции жёсткой заделки и момент реакции M_A направлены в противоположную сторону. Величина силы реакции жесткой заделки $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$ = 24,05 кН.

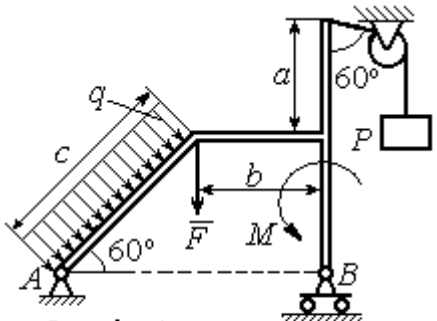
Упражнения

Упражнение 1.1



a = 3 м, b = 1 м, c = 2 м,
P = 15 кН, M = 3 кНм, q = 5 кН/м.
Найти реакцию стержней BK, CE
и реакцию шарнира A

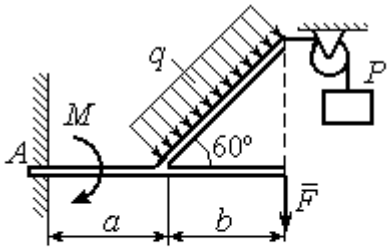
Упражнение 1.2



a = 2 м, b = 1 м, c = 3 м,
M = 3 кНм, q = 3 кН/м,
P = 2 кН, F = 4 кН.
Найти реакцию шарниров A и B

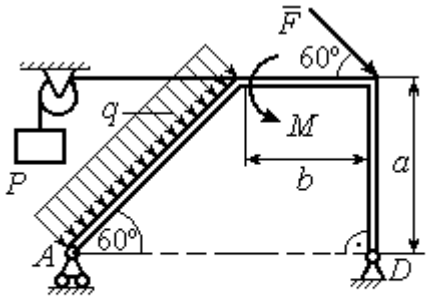
Рис. 1.28. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 1.1, 1.2

Упражнение 1.3



$a = 1$ м, $b = 2$ м, $F = 2$ кН,
$P = 3$кН, $M = 3$ кН·м,
$q = 2$ кН/м
Найти реакцию жесткой заделки

Упражнение 1.4



$a = 3$ м, $b = 1$ м, $P = 2$ кН, $F = 3$ кН,
$M = 3$ кН·м, $q = 2$ кН/м.
Найти реакцию шарниров A и D

Рис. 1.29. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 1.3, 1.4

1.4. Равновесие систем тел

Связи, соединяющие части конструкции, называются **внутренними** в отличие от **внешних** связей, скрепляющих конструкцию с внешними телами, не входящими в данную конструкцию.

Одним из способов решения задач на равновесие сил, действующих на сочленённую конструкцию, является **разбиение конструкции на отдельные тела** и составление уравнений равновесия для каждого из тел, входящих в конструкцию. В уравнения равновесия будут входить только силы, непосредственно приложенные к телу, равновесие которого рассматривается. **При этом реакции внутренних связей, приложенные к разным телам, будут попарно равны по модулю и противоположны по направлению.**

Примеры решения задач на равновесие систем тел

Задача 10. Диск весом Q = 100 кН опирается на вертикальную стенку и на наклонную балку AB. На диск действует сила $\vec{F}$, равная по величине 50 кН (рис. 1.30). Линия действия силы $\vec{F}$ проходит через центр диска под углом 30º к его вертикальному диаметру.

Однородная балка AB весом $G = 80$ кН закреплена в точке A шарнирно и удерживается под углом 60º к стене при помощи вертикального троса, один конец которого закреплён на балке в точке B, а другой – переброшен через блок и несёт груз весом P. Определить давление диска на стенку и на балку, реакцию шарнира A и вес груза P, удерживающий конструкцию в равновесии, если длина балки AB $\ell = 6$ м, радиус диска $r = 1$ м.

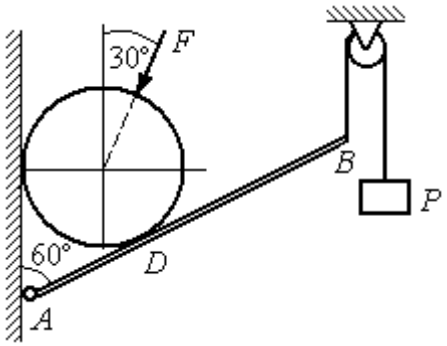


Рис. 1.30. Равновесие составной конструкции

Решение

Объект равновесия включает балку и диск и представляет собой составную конструкцию. Опора диска на балку в точке D является внутренней связью конструкции. Рассмотрим равновесие диска и балки отдельно.

Освобождаем диск от связей. На диск действует сила веса $\vec{Q}$, сила $\vec{F}$ и реакции $\vec{N}$ и $\vec{R}$ опор диска на стену в точке K и на балку в точке D (рис. 1.31). Силы, приложенные к диску, составляют плоскую систему сходящихся сил. Выберем систему координат, как показано на рис. 1.31, и составим уравнения равновесия:

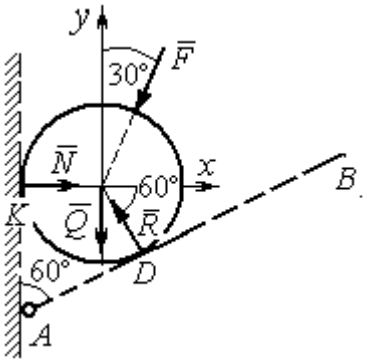


Рис. 1.31. Внешние силы и реакции связей при равновесии диска

$$\sum F_{kx} = -F\cos 60^\circ - R\cos 60^\circ + N = 0; \quad (1.6)$$

$$\sum F_{ky} = -F\cos 30^\circ + R\cos 30^\circ - Q = 0. \quad (1.7)$$

Рассмотрим равновесие балки AB (рис. 1.32).

На балку действуют сила тяжести $\vec{G}$, реакция шарнира A, (на рис. 1.32 показано её разложение на составляющие $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$), реакция нити $\vec{T}$, численно равная весу груза P, и сила $\vec{R}'$ давления диска на балку. Сила давления $\vec{R}'$ про-

тивоположна реакции $\vec{R}$ опоры диска на балку и численно равна ей. Система сил ($\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{G}, \vec{T}, \vec{R}'$), действующих на балку, является произвольной плоской. Условия равновесия такой системы сил: $\sum F_{kx} = 0$; $\sum F_{ky} = 0$; $\sum M_A(\vec{F}_k) = 0$.

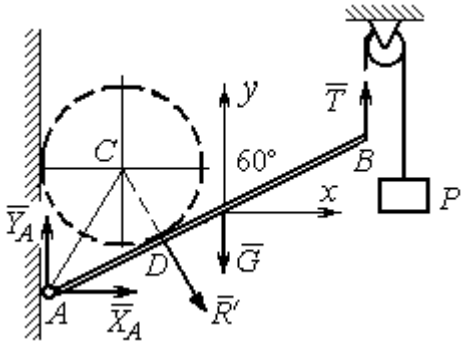


Рис. 1.32. Силы, действующие на балку, при равновесии

Выберем оси, как показано на рис. 1.32, и составим уравнения равновесия, полагая точку A центром, относительно которого производятся вычисления моментов сил:

$$\sum F_{kx} = X_A + R'\cos 60^\circ = 0, \tag{1.8}$$

$$\sum F_{ky} = Y_A - R'\cos 30^\circ - G + T = 0, \tag{1.9}$$

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -R' \cdot AD - G \cdot \frac{\ell}{2}\cos 30^\circ + T\ell\cos 30^\circ = 0. \tag{1.10}$$

Добавив к уравнениям (1.8) – (1.10) равновесия балки AB уравнения (1.6), (1.7) равновесия диска с учётом, что $R' = R$, получим систему пяти уравнений с пятью неизвестными. Подставляя данные из условия задачи и решая совместную систему, найдём: $R = 165{,}47$ кН; $N = 107{,}74$ кН; $P = 95{,}26$ кН; $X_A = -82{,}73$ кН; $Y_A = 128{,}03$ кН.

Сила давления диска на стену равна модулю реакции опоры $\vec{N}$ и направлена в противоположную сторону, сила давления диска на балку равна $\vec{R}'$.

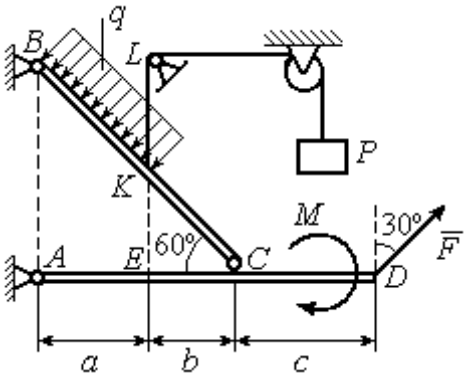


Рис.1.33. Равновесие кронштейна как сочленённой конструкции

Задача 11. Кронштейн состоит из горизонтальной балки AD, прикрепленной к вертикальной стене в точке A, и откоса BC, соединённого с балкой AD в точке C под углом 60º и прикреплённого к вертикальной стене в точке B (рис. 1.33). Все соедине-

ния шарнирные. На конструкцию действуют сила $\vec{F}$, приложенная в точке D под углом 30º к вертикали и равная по модулю F =10 кН, пара сил с моментом M = 8 кН·м и равномерно распределенная на отрезке BK нагрузка интенсивностью q = 3 кН/м. В точке K к балке BC прикреплена нить, другой конец которой, переброшенный через невесомые блоки, несёт груз весом P = 5 кН (см. рис. 1.33).

Определить реакции шарниров A, B и C, если a = 2 м, b = 1 м, c = 3 м, а на отрезке KL нить натянута вертикально.

Решение

Рассмотрим равновесие каждой из составных частей конструкции – балки BC и балки AD. Освобождаем балки от связей и заменяем их реакциями (рис. 1.34).

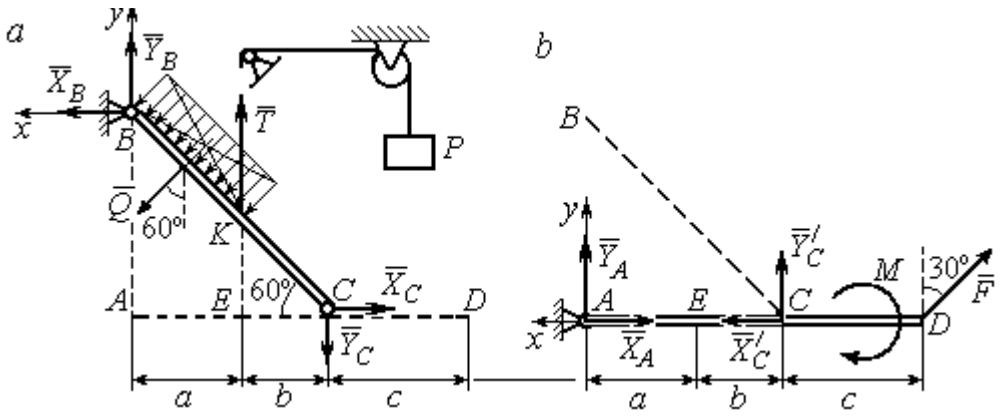


Рис. 1.34. Равновесие элементов конструкции кронштейна:
a - силы, действующие на балку *BC*; *b* - силы, действующие на балку *AD*

На рис. 1.34, *a* показаны реакции внешних и внутренних связей балки BC: реакция $\vec{R}_B$ шарнира B, реакция нити $\vec{T}$, равная по величине весу груза, $T = P$ и реакция $\vec{R}_C$ внутреннего шарнира C. Реакции шарниров B и C представлены в виде разложения на составляющие $\vec{X}_B$, $\vec{Y}_B$ и $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$. Заменяем равномерную нагрузку равнодействующей силой $\vec{Q}$, приложенной в середине отрезка BK (см. рис. 1.34, *a*) и численно равной $Q = q \cdot BK = q \cdot \dfrac{a}{\cos 60^\circ} = q \cdot 2a$.

Система сил ($\vec{Q}$, $\vec{X}_B$, $\vec{Y}_B$, $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$, $\vec{T}$), действующая на балку *BC*, является произвольной плоской уравновешенной системой сил. Выберем оси координат *xBy*, как показано на рис. 1.34, *a*, и составим уравнения равновесия. При этом моменты сил будем вычислять относительно центра *C*:

$$\sum F_{kx} = X_B + Q\cos 30^\circ - X_C = 0; \tag{1.11}$$

$$\sum F_{ky} = Y_B - Q\cos 60^\circ + T - Y_C = 0; \tag{1.12}$$

$$\sum M_C(\vec{F}_k) = X_B \cdot AB - Y_B(a+b) - Tb + Q\left(CK + \frac{1}{2}BK\right) = 0, \tag{1.13}$$

где $AB = (a+b)\mathrm{tg}60^\circ$; $CK = 2b$; $\frac{1}{2}BK = a$.

Рассмотрим равновесие балки *AD* (рис. 1.34, *b*).

На балку действует сила $\vec{F}$, реакция $\vec{R}_A$ шарнира *A* и реакция $\vec{R}'_C$ внутреннего шарнира *C*. Реакция $\vec{R}'_C$ равна по величине и противоположна по направлению реакции $\vec{R}_C$. На рис. 1.34, *b* реакция $\vec{R}_A$ представлена составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, реакция $\vec{R}'_C$ – составляющими $\vec{X}'_C$ и $\vec{Y}'_C$. При этом следует отметить: $\vec{X}'_C = -\vec{X}_C$; $\vec{Y}'_C = -\vec{Y}_C$.

Выберем оси координат *xAy* как показано на рис. 1.34, *b*, и составим уравнения равновесия балки *AD*, вычисляя моменты сил относительно центра *C*:

$$\sum F_{kx} = -X_A + X'_C - F\cos 60^\circ = 0; \tag{1.14}$$

$$\sum F_{ky} = Y_A + Y'_C + F\cos 30^\circ = 0; \tag{1.15}$$

$$\sum M_C(\vec{F}_k) = -Y_A(a+b) + F\cos 30^\circ \cdot c - M = 0. \tag{1.16}$$

Решая совместно систему уравнений (1.11) – (1.16) с учётом исходных данных задачи и равенства модулей сил $X_C = X'_C$ и $Y_C = Y'_C$, находим:

X_A = 5,99 кН, Y_A = 5,99 кН, X_C = 10,99 кН, Y_C = – 14,65 кН;

X_B = 0,6 кН, Y_B = – 13,65 кН,

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = 8{,}47 \text{ кН}, \; R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2} = 18{,}31 \text{ кН},$$

$$R_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2} = 13{,}65 \text{ кН}.$$

Задача 12. Вертикальная балка AB с горизонтальной перекладиной LC закреплена в точке A с помощью жесткой заделки (рис. 1.35). Наклонная балка EC с углом наклона к горизонту 60° точке C шарнирно прикреплена к горизонтальной перекладине LC балки AB, а в точке E опирается на каток установленный на горизонтальной поверхности. На конструкцию действуют равномерно распределенная на отрезках BL и DE нагрузка с одинаковой интенсивностью $q = 2$ кН/м, сила $\vec{F}$, приложенная в точке D перпендикулярно балке EC и равная по величине $F = 10$ кН, и пара сил с моментом $M = 5$ кН·м. Определить реакцию жесткой заделки A и реакции шарниров C и E, если параметр a, определяющий размеры конструкции, равен $a = 2$ м.

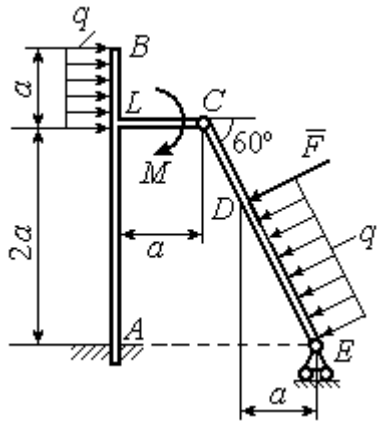


Рис. 1.35. Равновесие сочленённой конструкции

Решение

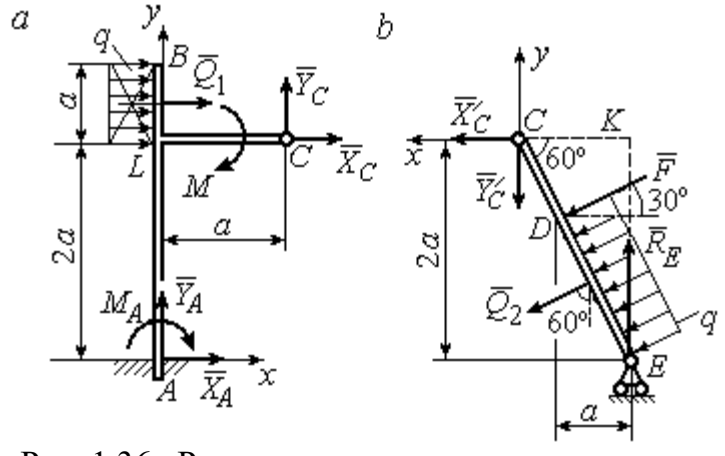


Рис. 1.36. Равновесие элементов конструкции:
a - силы и реакции связей, действующие на балку AB;
b - силы и реакции связей, действующие на балку CE

Разделим систему на две части по шарниру C и рассмотрим равновесие балок ABC и EC отдельно.

Рассмотрим балку ABC (рис. 1.36, *a*). Заменим распределенную нагрузку эквивалентной силой $\vec{Q}_1$, численно равной $Q_1 = qa = 4$ кН. На балку действует сила $\vec{Q}_1$, пара сил с моментом M и реакции связей – жёсткой заделки в точке A и шарнира C.

На рис. 1.36, *a* изображена реакция жесткой заделки в точке *A* в виде силы, разложенной на составляющие $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, и пары с моментом M_{A}. Реакция $\vec{R}_C$ шарнира *C* показана разложением на составляющие $\vec{X}_C, \vec{Y}_C$. Силы образуют произвольную плоскую систему.

Введём систему координат, как показано на рис. 1.36, *a,* и составим уравнения равновесия балки, выбрав центром вычисления моментов сил точку *A*.

Имеем систему

$$\sum F_{kx} = X_A + Q_1 + X_C = 0; \quad \sum F_{ky} = Y_A + Y_C = 0; \tag{1.17}$$

$$\sum M_A\left(\vec{F}_k\right) = -M_A - Q_1 \cdot \left(2a + \frac{a}{2}\right) - M + Y_C a - X_C 2a = 0. \tag{1.18}$$

Рассмотрим теперь равновесие балки *EC* (рис. 1.36, *b*). Заменим распределённую нагрузку эквивалентной силой $\vec{Q}_2$, приложенной в середине отрезка *ED* и равной $Q_2 = \dfrac{qa}{\cos 60^\circ} = q \cdot 2a = 8\,\text{кН}$. На балку действуют силы $\vec{Q}_2$, $\vec{F}$, реакция $\vec{R}_E$ подвижной опоры – катка *E* и реакция $\vec{R}'_C$ шарнира *C*. На рис. 1.36, *b* реакция $\vec{R}'_C$ показана в виде разложения на составляющие $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$. При этом силы $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$ направлены противоположно силам $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$ и равны им по модулю: $X_C = X'_C$; $Y_C = Y'_C$ (см. рис. 1.36, *a*, *b*).

Действующие на балку *EC* силы образуют уравновешенную произвольную плоскую систему сил. Выберем систему координат, как показано на рис. 1.36, *b,* и составим уравнения равновесия, вычисляя моменты сил относительно центра *C*. Получим:

$$\sum F_{kx} = Q_2 \sin 60^\circ + F\cos 30^\circ + \vec{X}'_C = 0, \tag{1.19}$$

$$\sum F_{ky} = R_E - Q_2 \cos 60^\circ - F\sin 30^\circ - Y'_C = 0, \tag{1.20}$$

$$\sum M_C\left(\vec{F}_k\right) = -F \cdot \left(\frac{2a}{\cos 30^\circ} - 2a\right) - Q_2 \cdot \left(\frac{2a}{\cos 30^\circ} - a\right) + R_E \cdot 2a\,\text{tg}30^\circ = 0. \tag{1.21}$$

Подставим в совместную систему (1.17) – (1.21) исходные данные задачи и, воспользовавшись тем, что модули сил $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$ и $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$ равны, найдём:

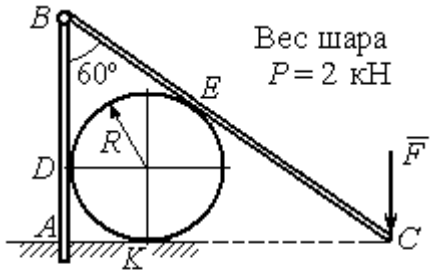
$$X_A = 11{,}59 \text{ кН}; \quad Y_A = -2{,}76 \text{ кН}; \quad M_A = 42{,}87 \text{ кН·м};$$

$$X_C = -15{,}59 \text{ кН}; \quad Y_C = 2{,}76 \text{ кН}; \quad R_E = 11{,}76 \text{ кН}.$$

Полные величины сил реакции жесткой заделки и взаимного давления в шарнире C: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = 11{,}91$ кН; $R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2} = 15{,}83$ кН.

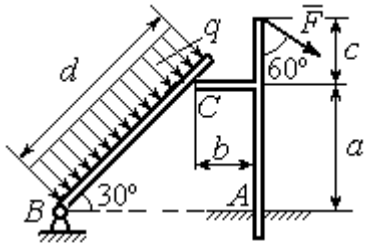
Упражнения

Упражнение 1.5



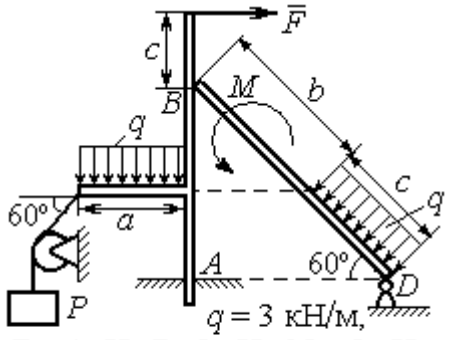
$R = 1$ м, $F = 8$ кН.
Найти реакцию жесткой заделки в точке A, реакцию шарнира B, реакцию опоры шара в точках D, K, E

Упражнение 1.6



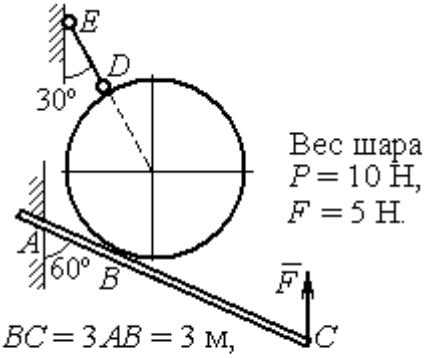
$a = 2$ м, $b = 1$ м, $c = 1$ м, $d = 5$ м,
$q = 3$ кН/м, $F = 4$ кН.
Найти реакцию жесткой заделки в точке A, реакцию шарнира B и реакцию опоры в точке C

Упражнение 1.7



$q = 3$ кН/м,
$F = 4$ кН, $P = 3$ кН, $M = 2$ кН·м,
$a = 2$м, $b = 3$м, $c = 1$м
Найти реакцию заделки A, шарнира D и реакцию опоры B

Упражнение 1.8



$BC = 3AB = 3$ м,
Найти реакцию жесткой заделки A, реакцию стержня DE и реакцию опоры в точке B

Рис. 1.37. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 1.5 – 1.8

1.5. Произвольная пространственная система сил

Моментом силы относительно оси называют момент вектора проекции этой силы на плоскость, перпендикулярную оси, относительно точки пересечения оси с плоскостью. На рис. 1.38 показано вычисление момента силы $\vec{F}$ относительно оси z:

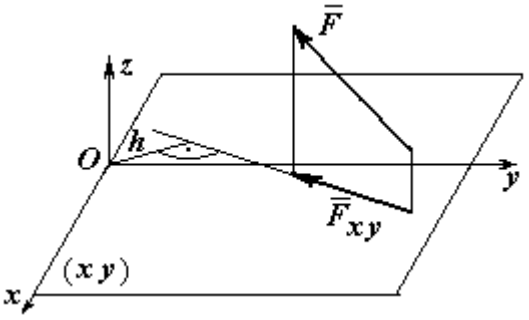


Рис. 1.38. Момент силы относительно оси

$$M_z(\vec{F}) = M_O(\vec{F}_{xy}) = F_{xy}h,$$

где O – точка пересечения оси z с плоскостью xy, перпендикулярной оси z; $\vec{F}_{xy}$ – вектор проекции силы $\vec{F}$ на плоскость xy; h – плечо силы $\vec{F}_{xy}$ относительно центра O. Момент силы относительно оси считается положительным, если при взгляде с положительного направления оси он создаёт вращение против хода часовой стрелки.

Равновесие пространственной системы сил. Для равновесия пространственной системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на оси прямоугольной системы координат x, y, z были равны нулю и суммы моментов всех сил относительно тех же осей также были равны нулю:

$$\sum F_{kx} = 0;\ \sum F_{ky} = 0;\ \sum F_{kz} = 0;$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0;\quad \sum M_y(\vec{F}_k) = 0;\quad \sum M_z(\vec{F}_k) = 0,$$

где F_{kx}, F_{ky}, F_{kz} – проекции всех сил на координатные оси; $M_x(\vec{F}_k)$, $M_y(\vec{F}_k)$, $M_z(\vec{F}_k)$ – моменты всех сил относительно выбранных осей, $k = 1, 2, ...$

Примеры решения задач на равновесие пространственных систем сил

Задача 13. Горизонтальный вал (рис. 1.39) закреплен в подпятнике C и подшипнике K. Вал имеет шкив B радиуса R и шкив D радиуса r.

Оба шкива перпендикулярны оси вала. Рукоять *AE* параллельна оси *Cx*.

Нить, удерживающая груз *Q*, сходит со шкива *D* по касательной в точке *L* параллельно плоскости *zCx*, так что радиус шкива *D*, проведённый в точку схода нити, составляет с вертикальным диаметром угол 30º.

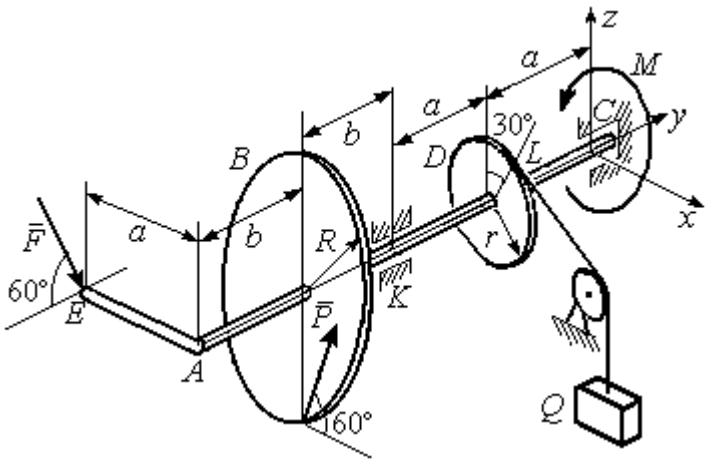


Рис. 1 39. Равновесие вала

На вал действуют силы: $\vec{F}$, $\vec{P}$ и пара сил с моментом *M*. Сила $\vec{F}$ находится в плоскости, параллельной *zCy*, и составляет угол 60° с направлением оси *Cy*. Сила $\vec{P}$ приложена в нижней точке шкива *B*, параллельна плоскости *zCx* и составляет угол 60° с направлением оси *Cx*. Определить вес удерживаемого груза Q и реакции подшипника и подпятника, если $P = 4$ кН; $F = 2$ кН; $M = 3$ кН·м; $R = 0{,}6$ м; $r = 0{,}3$ м; $a = 0{,}8$ м; $b = 0{,}4$ м.

Решение

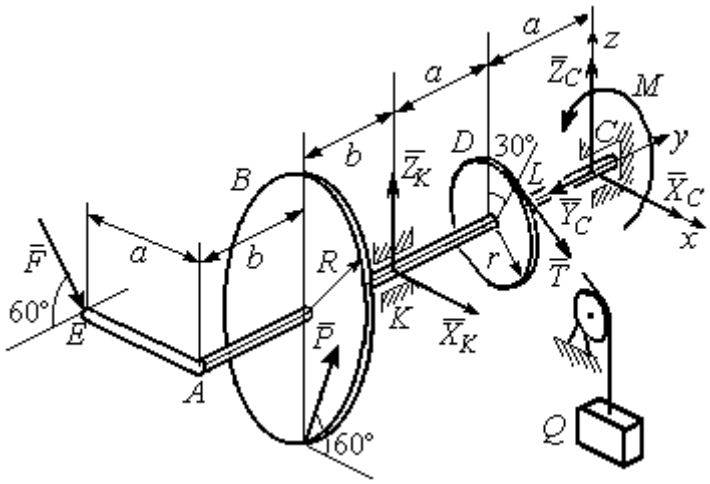


Рис. 1.40. Активные силы и реакции связей, действующие на вал, при его равновесии

Рассмотрим равновесие вала. На вал действуют активные силы $\vec{F}$, $\vec{P}$, пара с моментом *M* и реакции связей. Связями являются нить, натянутая грузом Q, подпятник *C* и подшипник *K*. Освобождаем вал от связей, заменяя их действие реакциями. Реакцию $\vec{R}_C$ подпятника *C* раскладываем на три составляющие: $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$, $\vec{Z}_C$, направленные вдоль координатных осей (рис. 1.40). Реакция $\vec{R}_K$ подшипника *K* лежит в плоскости, пер-

пендикулярной оси вала, и ее составляющими будут вектора $\vec{X}_K, \vec{Z}_K$, направленные вдоль координатных осей *x*, *z*. Реакция нити $\vec{T}$ направлена вдоль нити от точки *L* и по модулю равна весу груза *Q*.

Активные силы и реакции связей составляют произвольную пространственную уравновешенную систему сил. При составлении уравнений равновесия изобразим вал вместе с действующими на него силами в проекциях на координатные плоскости (рис. 1.41).

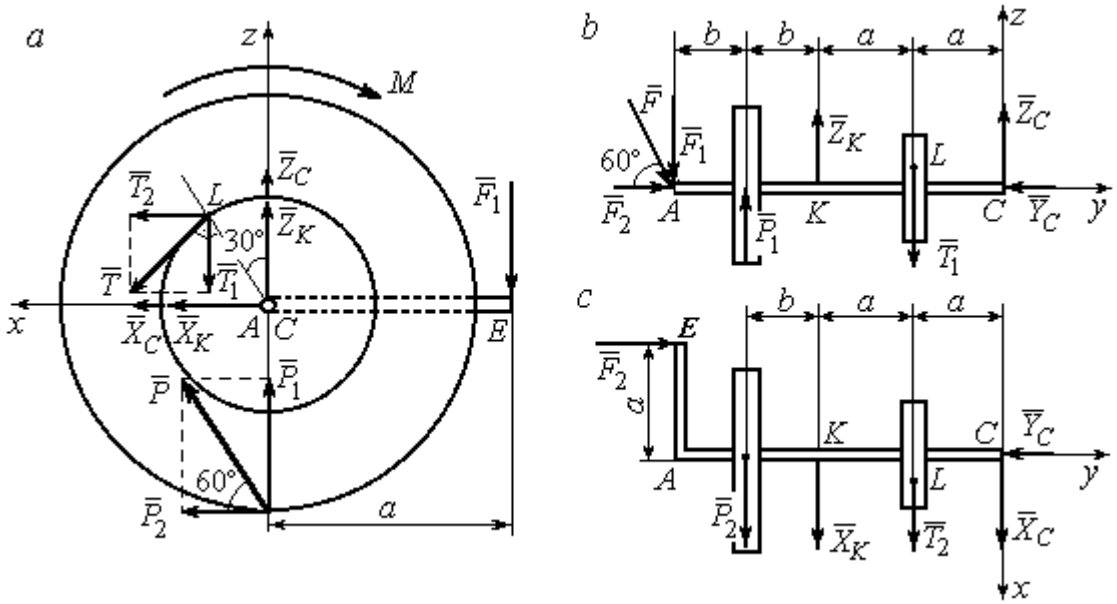


Рис. 1.41. Вал и действующие на него силы в проекциях на координатные плоскости:
a – вид вала в проекции на плоскость *zCx* с положительного конца оси *y*;
b – вид вала в проекции на плоскость *zCy* с положительного конца оси *x*;
c – вид вала в проекции на плоскость *xCy* с положительного конца оси *z*

На рис. 1.41, *a* показаны проекции вала и всех сил на плоскость *zCx*. Вычисляя моменты проекций сил относительно точки *C*, получим значения моментов этих сил относительно оси *y*. При вычислении моментов сил относительно оси *x* достаточно вычислить моменты проекций сил на плоскость *zCy* относительно точки *C* (рис. 1.41, *b*), а вычисляя моменты проекций сил на

плоскость *xCy* относительно точки *C*, получим значения моментов сил относительно оси *z* (рис. 1.41, *c*).

Величины проекций сил определяются равенствами: $P_1 = P\cos 30^\circ$;

$P_2 = P\cos 60^\circ$; $T_1 = T\cos 60^\circ$; $T_2 = T\cos 30^\circ$; $F_1 = F\cos 30^\circ$; $F_2 = F\cos 60^\circ$.

Составляем уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = P\cos 60^\circ + X_K + T\cos 30^\circ + X_C = 0; \quad \sum F_{ky} = F\cos 60^\circ - Y_C = 0;$$

$$\sum F_{kz} = P\cos 30^\circ + Z_K - T\cos 60^\circ + Z_C - F\cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = T\cos 60^\circ \cdot a - Z_K \cdot 2a - P\cos 30^\circ \cdot (2a + b) +$$

$$+ F\cos 30^\circ \cdot (2a + 2b) = 0;$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = -F\cos 30^\circ \cdot a - P\cos 60^\circ \cdot R + T \cdot r - M = 0;$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = T\cos 30^\circ \cdot a + X_K \cdot 2a + P\cos 60^\circ \cdot (2a + b) - F\cos 60^\circ \cdot a = 0.$$

Подставляя исходные данные задачи, получим систему шести уравнений с шестью неизвестными, решая которую, найдём:

$$X_C = -8{,}09 \text{ кН}, \; Y_C = 1 \text{ кН}, \; Z_C = 4{,}65 \text{ кН}, \; Z_K = 2{,}92 \text{ кН};$$

$$X_K = -10{,}02 \text{ кН}, \; T = 18{,}6 \text{ кН}.$$

Реакции подпятника и подшипника:

$$R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2 + Z_C^2} = 9{,}4 \text{ кН}, \; R_K = \sqrt{X_K^2 + Z_K^2} = 10{,}44 \text{ кН}.$$

Вес удерживаемого груза *Q* равен реакции нити *T*.

Задача 14. Однородная прямоугольная плита (рис. 1.42) веса 25 кН прикреплена к полу при помощи шарового шарнира *A*, подшипника *B* и удерживается в вертикальном положении стержнем *CO*, лежащим в плоскости, перпендикулярной плоскости плиты так, что $\angle COB = 60^\circ$. В плоскости плиты на неё действуют пара сил с моментом $M = 6$ кН·м, сила $\vec{F}_1$, равная $F_1 = 10$ кН, приложенная на верхней стороне плиты в точке *H* под углом 30º к линии *EC*, и сила $\vec{F}_2$, равная $F_2 = 5$ кН, приложенная в точке *D* параллельно стороне *AB*.

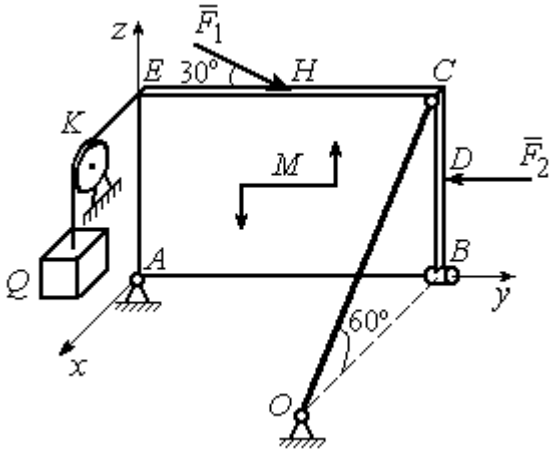


Рис. 1.42. Равновесие плиты

В точке E к плите прикреплён трос, на другом конце которого, перекинутым через блок K, подвешен груз весом $Q = 20$ кН. Отрезок троса EK перпендикулярен плоскости плиты.

Определить реакции шарнира A, подшипника B и реакцию стержня CO, если ширина плиты $AB = 3$ м; высота $AE = 2$ м; $EH = HC$, $CD = DB$.

Решение

Рассмотрим равновесие плиты $ABCE$. На плиту действуют активные силы $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, сила тяжести плиты $\vec{P}$, пара сил с моментом M и реакции связей. Связями являются пространственный шарнир A, нить, натянутая грузом Q, подшипник B и невесомый стержень CO.

Выберем систему координат, как показано на рис. 1.43. Освобождаем плиту от связей, заменяя их действие реакциями. Реакцию $\vec{R}_A$ шарнира A раскладываем на три составляющие: $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, $\vec{Z}_A$, направленные вдоль координатных осей. Реакция нити $\vec{T}$ направлена вдоль нити параллельно оси Ax и равна весу груза $T = Q$, реакция $\vec{R}_B$ подшипника B расположена в плоскости, перпендикулярной оси Ay, и представлена в виде двух своих составляющих $\vec{X}_B$, $\vec{Z}_B$, реакция $\vec{S}$ невесомого стержня CO направлена вдоль стержня. Направления активных сил и реакций связей показаны на рис. 1.43.

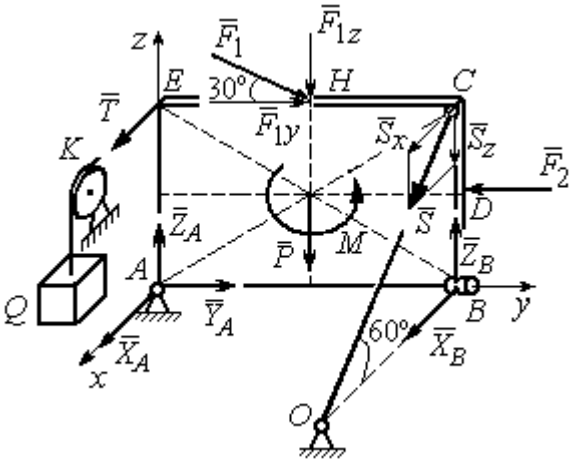


Рис. 1.43. Силы, действующие на плиту, при её равновесии

Силы, действующие на плиту, и реакции связей составляют пространственную уравновешенную систему сил. Составим уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = X_A + T + X_B + S\cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = Y_A - F_2 + F_1\cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{kz} = Z_A - F_1\cos 60^\circ - P + Z_B - S\cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = -F_1\cos 60^\circ \cdot 0{,}5 \cdot AB - F_1\cos 30^\circ \cdot AE - P \cdot 0{,}5 \cdot AB +$$

$$+ F_2 \cdot BD + Z_B \cdot AB - S\cos 30^\circ \cdot AB + M = 0;$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = T \cdot AE + S\cos 60^\circ \cdot CB = 0;$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = -X_B \cdot AB + S\cos 60^\circ \cdot EC = 0.$$

Подставляя исходные данные задачи, получим систему уравнений, решая которую, найдём значения реакций: $S = -40$ кН; $X_B = -20$ кН; $Z_B = -17{,}53$ кН; $X_A = 20$ кН; $Y_A = -3,66$ кН; $Z_A = 12{,}89$ кН.

Задача 15. Прямоугольная фрамуга *ACEB* весом $P = 50$ Н, закрепленная в точках *A* и *B* цилиндрическими шарнирами, открыта на угол 60º (рис. 1.44). На фрамуге в точке *H* закреплена верёвка, другой конец которой, переброшенный через невесомый блок *K*, несёт груз *Q*. При этом линия верёвки *HK* параллельна прямой *ED*. На фрамугу действует сила $\vec{F}$, приложенная в верхнем углу в точке *C* перпендикулярно плоскости фрамуги и равная по величине $F = 15$ Н.

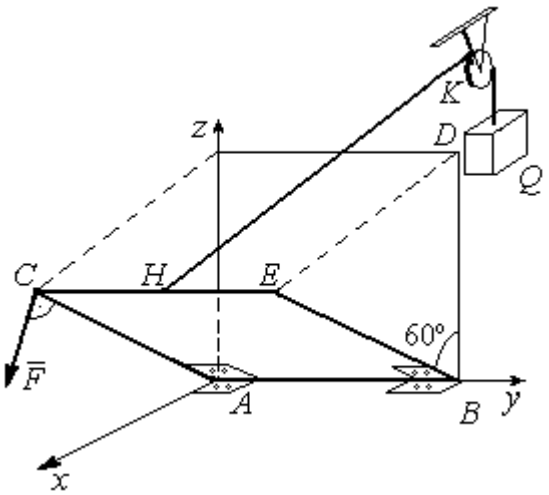


Рис. 1.44. Равновесие фрамуги

Определить вес груза *Q*, необходимый для удержания фрамуги в равновесии и реакции цилиндрических шарниров *A* и *B*, если размеры фрамуги $BE = BD = 2$ м; $AB = 3$ м; $CH = HE$.

Решение

Рассмотрим равновесие фрамуги *ABCE*. Изображаем внешние активные силы: силу $\vec{F}$, силу тяжести фрамуги $\vec{P}$, а также реакции связей. Связями являются два цилиндрических шарнира *A* и *B* (связь, аналогичная подшипнику) и нить, натянутая грузом *Q*. Выберем систему координат *Axyz*, как показано на рис. 1.45. Освобождаем фрамугу от связей, заменяя их действие реакциями. Реакции $\vec{R}_A$ и $\vec{R}_B$ шарниров *A* и *B* раскладываем на взаимно перпендикулярные составляющие: $\vec{X}_A$, $\vec{Z}_A$ и $\vec{X}_B$, $\vec{Z}_B$ в плоскостях, перпендикулярных оси вращения фрамуги (ось *Ay*), реакция нити $\vec{T}$ направлена вдоль нити и равна весу груза $T = Q$. Направления активных сил и реакций связей показаны на рис. 1.45.

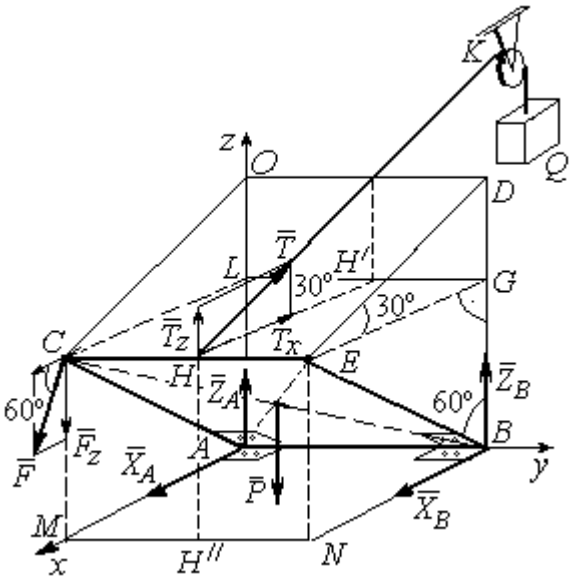


Рис. 1.45. Активные силы и реакции при равновесии фрамуги

Силы, действующие на фрамугу, составляют уравновешенную пространственную систему сил.

Составим уравнения равновесия. При этом для удобства вычисления моментов сил относительно осей изобразим плоскости, перпендикулярные этим осям, с проекциями на них сил, действующих на фрамугу (рис. 1.46). Тогда моменты сил, действующих на фрамугу, например, относительно оси *Ax* определяются как моменты векторов проекций этих сил на плоскость *zAy* относительно точки *A* – пересечения оси *Ax* и перпендикулярной ей плоскости *zAy* (см. рис. 1.46, *a*). Аналогично при вычислении моментов сил относительно оси *Az* достаточно вычислить моменты векторов проекций сил на плоскость *xAy* относительно точки *A* (см. рис. 1.46, *b*).

Значения моментов сил относительно оси Ay получим, вычисляя моменты векторов проекций сил на плоскость zAx относительно точки A (см. рис. 1.46, *c*).

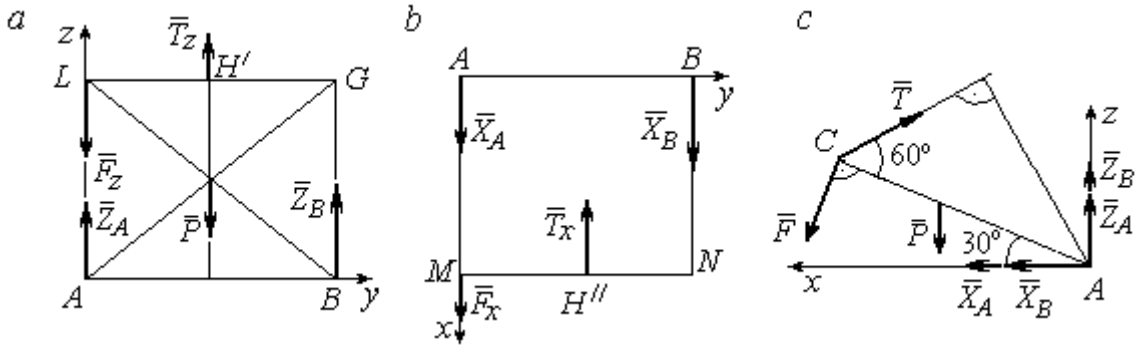


Рис. 1.46. Фрамуга и действующие на неё силы в проекциях на координатные плоскости:
a – проекция на плоскость *zAy* со стороны положительного направления оси *x*;
b – проекция на плоскость *xAy* со стороны положительного направления оси *z*; *c* – проекция на плоскость *zAx* со стороны положительного направления оси *y*

Уравнения равновесия фрамуги имеют вид:

$$X_A + X_B + F\cos 60^\circ - T\cos 30^\circ = 0;$$

$$Z_A + Z_B - P - F\cos 30^\circ + T\cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = T_z \cdot 0{,}5 \cdot AB - P \cdot 0{,}5 \cdot AB + Z_B \cdot AB =$$

$$= T\cos 60^\circ \cdot 0{,}5 \cdot AB - P \cdot 0{,}5 \cdot AB + Z_B \cdot AB = 0;$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = P \cdot 0{,}5 \cdot AC\cos 30^\circ + F \cdot AC - T \cdot AC\sin 60^\circ = 0;$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = -X_B \cdot AB + T_x \cdot 0{,}5 \cdot AB = -X_B \cdot AB + T\cos 30^\circ \cdot 0{,}5 \cdot AB = 0.$$

Подставляя исходные данные из условия задачи и решая систему, найдём реакции шарниров фрамуги:

$$X_B = 18{,}22 \text{ Н},\ Z_B = 14{,}41 \text{ Н},\ R_B = \sqrt{X_B^2 + Z_B^2} = 23{,}31 \text{ Н};$$

$$X_A = 10{,}83 \text{ Н},\ Z_A = 27{,}41 \text{ Н},\ R_A = \sqrt{X_A^2 + Z_A^2} = 29{,}47 \text{ Н}.$$

Вес груза, удерживающий фрамугу в равновесии, численно равен реакции верёвки: $Q = T = 42{,}37$ Н.

Задача 16. Горизонтальный коленчатый вал *AD* (рис. 1.47) закреплен в подпятнике *A* и подшипнике *C*. Вал имеет шкив радиуса r и рукоять *DH*, перпендикулярные оси вала. Рукоять *DH* образует угол 30º к направлению оси *Ax*. Колено вала расположено в горизонтальной плоскости *xAy*. Нить, удерживающая груз *Q*, намотана на шкив и сходит с него вертикально вниз. На вал действуют силы $\vec{F}$, $\vec{P}$, $\vec{G}$ и пара сил с моментом *M*. Сила $\vec{F}$ приложена в верхней точке вертикального диаметра шкива под углом 30° к направлению оси *Ay* и находится в плоскости *zAy*. Сила $\vec{P}$ приложена в нижней точке *H* рукояти параллельно оси *Az*. Сила $\vec{G}$ приложена в крайней точке *K* стойки колена вала под углом 60º к стойке и находится в плоскости, перпендикулярной оси вала. Пара сил с моментом *M* создаёт вращение вала вокруг оси *Ay*.

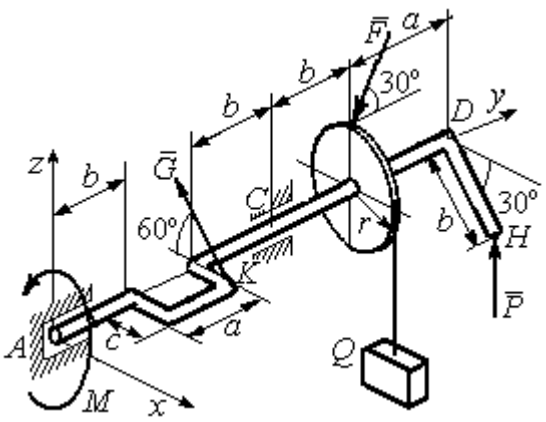


Рис. 1.47. Равновесие вала

Определить вес удерживаемого груза Q и реакции подшипника и подпятника, если: $P = 10$ кН; $F = 12$ кН; $G = 6$ кН; $M = 3$ кН·м; $r = 0{,}3$ м; $a = 0{,}8$ м; $b = 0{,}4$ м; $c = 0{,}2$ м.

Решение

Рассмотрим равновесие вала. На вал действуют активные силы – $\vec{F}$, $\vec{P}$, $\vec{G}$, пара сил с моментом *M* и реакции связей. Связями являются нить, натянутая грузом Q, подпятник *A* и подшипник *C*.

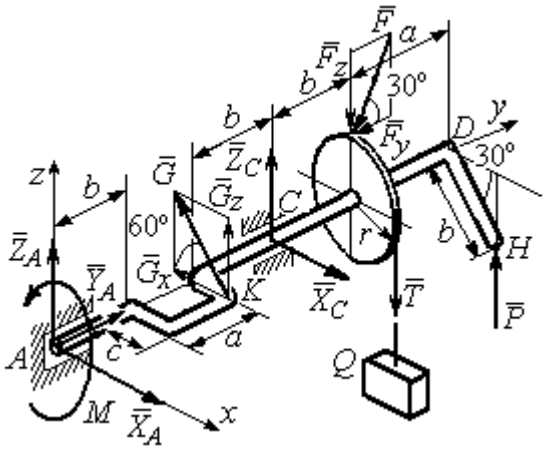


Рис. 1.48. Силы и реакции, действующие на вал при равновесии

Освобождаем вал от связей, заменяя их действие реакциями.

Реакцию подпятника A раскладываем на три составляющие: $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, $\vec{Z}_A$, направленные вдоль координатных осей. Реакция подшипника C лежит в плоскости, перпендикулярной оси вала, и также может быть разложена на составляющие $\vec{X}_C, \vec{Z}_C$, направленные вдоль координатных осей Ax, Az. Реакция нити $\vec{T}$ направлена вдоль нити и по модулю равна весу груза, $T = Q$. Действие на вал активных сил и реакций связи показано на рис. 1.48.

Указанные силы составляют произвольную пространственную уравновешенную систему сил.

Составим уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = X_A - G\cos 60^\circ + X_C = 0;$$

$$\sum F_{ky} = Y_A - F\cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{kz} = Z_A + G\cos 30^\circ + Z_C - F\cos 60^\circ - T + P = 0.$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = G_z(b+a) + Z_C(b+a+b) - F_z(b+a+b+b) + F_y r -$$

$$- T(b+a+b+b) + P(b+a+b+b+a) = 0;$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = -G_z c + Tr - Pb\cos 30^\circ - M = 0;$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = G_x(b+a) - X_C(b+a+b) = 0,$$

где значения проекций сил на оси $G_z = G\cos 30^\circ$; $G_x = G\cos 60^\circ$; $F_z = F\cos 60^\circ$; $F_y = F\cos 30^\circ$.

Подставляя исходные данные и решая систему, получим значения реакций:

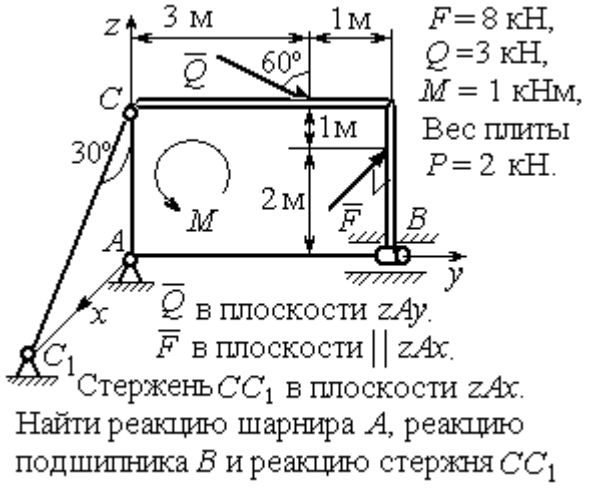
$$X_C = 2{,}25 \text{ кН}; \; Z_C = 13{,}57 \text{ кН}; \; R_C = \sqrt{X_C^2 + Z_C^2} = 15{,}58 \text{ кН};$$

$$Z_A = 0{,}39 \text{ кН}; \; Y_A = 10{,}39 \text{ кН}; \; X_A = 0{,}75 \text{ кН}; \; R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2} = 10{,}42 \text{ кН}.$$

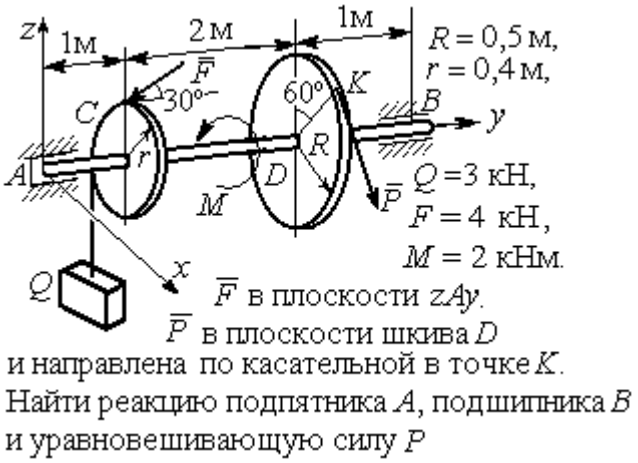
Вес удерживаемого груза равен реакции нити $Q = T = 25{,}03$ кН.

Упражнения

Упражнение 1.9



Упражнение 1.10



Упражнение 1.11



Упражнение 1.12

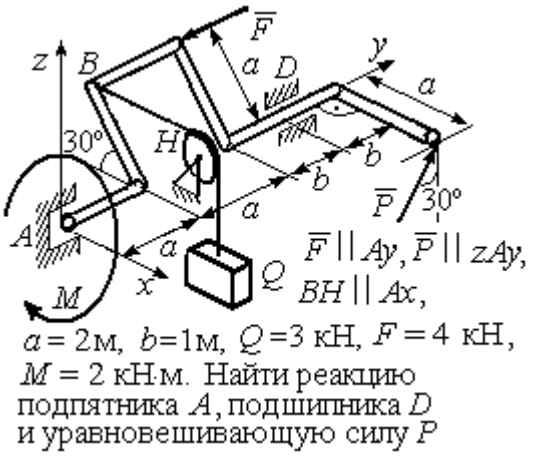


Рис. 1.49. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 1.9 – 1.12

1.6. Равновесие тел при наличии сил трения

Трение скольжения. При наличии трения скольжения полная реакция $\vec{R}$ шероховатой опоры раскладывается на нормальную составляющую $\vec{N}$ опоры и

силу $\vec{F}_{\text{тр с}}$ трения скольжения, направленную по касательной к поверхности в точке опоры.

В покое сила трения скольжения может принимать любые значения от нуля до некоторого предельного значения $F_{\text{тр с}}$, называемого **предельной силой трения скольжения** (рис. 1.50).

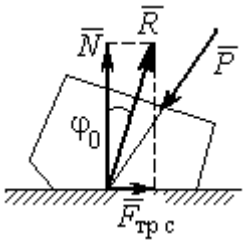


Рис. 1.50. Реакция опоры с трением скольжения

Наибольший угол φ_0, который полная реакция шероховатой поверхности образует с нормалью к поверхности, называется **предельным углом трения**. Предельная сила трения численно равна произведению коэффициента трения на величину нормальной реакции опоры тела на поверхность: $F_{\text{тр с}} = f \cdot N$, где f – безразмерный коэффициент трения, определяемый экспериментально.

Изучение равновесия тел с учетом сил трения сводится к рассмотрению предельного равновесия, когда сила трения принимает предельное значение.

Трением качения называется сопротивление, возникающее при качении одного тела по шероховатой поверхности другого. Реакция шероховатой опоры раскладывается на нормальную составляющую $\vec{N}$ и силу трения качения $\vec{F}_{\text{тр к}}$, направленную по касательной к поверхности качения. При этом за счёт небольшого вдавливания в поверхность качения нормальная реакция опоры $\vec{N}$ смещена в сторону от линии действия силы тяжести $\vec{P}$ так, что вместе с ней образует пару, противодействующую качению (рис. 1.51). В предельном положении равновесия тела смещение нормальной реакции опоры максимально. Величина максимального смещения k называется **коэффициентом трения качения**, измеряемого в единицах длины. Момент,

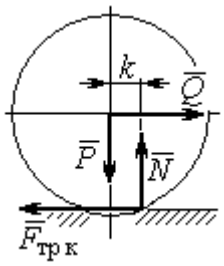


Рис. 1.51. Реакция опоры с трением качения

создаваемый парой $(\vec{N}, \vec{P})$, называется **моментом трения качения** $M_{\text{тр к}} = kN$. Максимальная сила трения качения $\vec{F}_{\text{тр к}}$ определяется из условия, что в предельном положении равновесия момент трения качения равен моменту качения, создаваемого парой $(\vec{F}_{\text{тр к}}, \vec{Q})$ (рис. 1.51).

Если максимальная сила трения качения меньше предельной силы трения скольжения, движение представляет качение без скольжения.

Примеры решения задач на равновесие тел с трением

Задача 17. Груз Q весом 50 Н удерживается нитью на шероховатой наклонной плоскости (рис.1.52). Один конец нити закреплен на грузе Q, а к другому, перекинутому через невесомый блок, подвешен груз весом P. Отрезок нити AB горизонтальный. Угол наклона плоскости составляет 30º к горизонту. Определить максимальное и минимальное значения веса груза P, при которых груз Q может начать скольжение по плоскости без опрокидывания, если коэффициент трения скольжения между грузом Q и наклонной плоскостью $f = 0{,}4$.

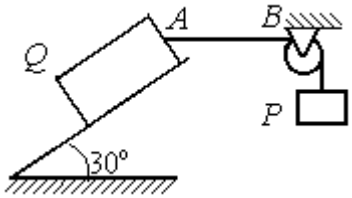


Рис.1.52. Равновесие груза на наклонной плоскости с трением

Решение

Рассмотрим равновесие груза Q при минимальном значении веса груза P. На груз действуют сила тяжести $\vec{Q}$, реакция нити $\vec{T}_{\min}$ и реакция шероховатой поверхности наклонной плоскости, состоящая из нормальной реакции наклонной плоскости $\vec{N}$ и силы трения $\vec{F}_{\text{тр1}}$ (рис. 1.53, *а*). Особенностью задач на равновесие призм является то, что точка приложения нормальной реакции не определена. В случае необходимости она находится из уравнений равновесия.

Определим направление силы трения. Если вес уравновешивающего груза P имеет минимальное значение $P_{\min}$, то при его дальнейшем уменьшении груз Q начнёт двигаться вниз по наклонной плоскости. Таким образом, предельная сила трения $\vec{F}_{\text{тр}1}$, обеспечивающая равновесие при минимальном значении веса груза P, направлена вверх по наклонной плоскости (см. рис. 1.53, *a*).

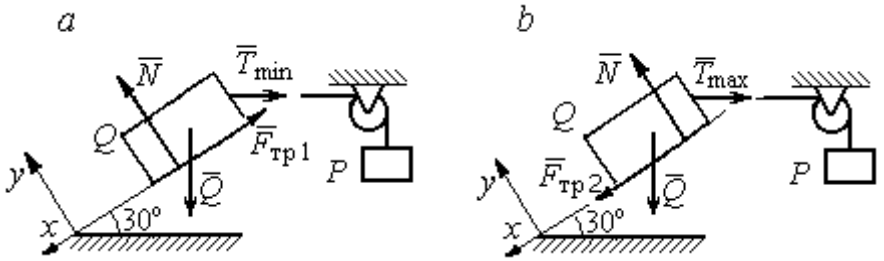


Рис. 1.53. Силы, действующие на груз при равновесии:
a – минимальный вес уравновешивающего груза;
b – максимальный вес уравновешивающего груза

Выберем систему координат, как показано на рис. 1.53, и составим уравнения равновесия в виде проекций сил:

$$\sum F_{kx} = Q\cos 60^\circ - T_{\min}\cos 30^\circ - F_{\text{тр}} = 0;$$

$$\sum F_{ky} = -Q\cos 30^\circ + N - T_{\min}\cos 60^\circ = 0.$$

Полагая в первом уравнении $F_{\text{тр}1} = fN$, решаем систему и находим реакцию нити $T_{\min} = 7{,}21$ Н. Минимальное значение веса уравновешивающего груза равно реакции нити: $P_{\min} = T_{\min} = 7{,}21$ Н.

Рассмотрим равновесие груза Q при максимальном $P_{\max}$ значении веса груза P. На груз действует сила тяжести $\vec{Q}$, реакция нити $\vec{T}_{\max}$ и реакция шероховатой поверхности наклонной плоскости, состоящая, как и в первом случае, из нормальной реакции наклонной плоскости $\vec{N}$ и силы трения $\vec{F}_{\text{тр}2}$ (см. рис. 1.53, *b*).

При определении направления силы трения заметим, что увеличение веса груза P больше максимального вызывает движение груза Q вверх по наклонной плоскости. Тогда предельная сила трения $\vec{F}_{\text{тр}2}$, действующая против возможного движения, должна быть направлена вниз по наклонной плоскости (см. рис. 1.53, *b*). Уравнения равновесия груза Q:

$$\sum F_{kx} = Q\cos 60^\circ - T_{\max}\cos 30^\circ + F_{\text{тр}2} = 0;$$

$$\sum F_{ky} = -Q\cos 30^\circ + N - T_{\max}\cos 60^\circ = 0.$$

Решаем систему, подставляя вместо силы трения её значение $F_{\text{тр}2} = fN$, и находим максимальное значение веса груза P: $P_{\max} = T_{\max} = 63{,}54$ Н.

Таким образом, груз Q будет находиться в равновесии на наклонной плоскости, если вес уравновешивающего груза находится в пределах $8{,}87 < P < 48{,}87$ Н.

Задача 18. Цилиндрический каток радиуса r = 0,5 м, весом P = 50 Н удерживается в равновесии на наклонной плоскости нитью, один конец которой закреплён в центре катка, а другой перекинут через блок и несёт груз весом Q (рис. 1.54). Коэффициент трения качения катка $f_{\text{к}}$ = 0,02 м. Наклонная плоскость составляет угол 30º с горизонтом.

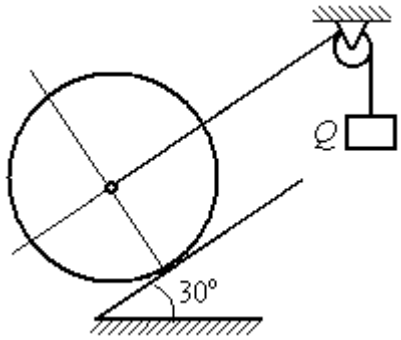


Рис. 1.54. Равновесие катка

Определить наименьшую и наибольшую величину веса Q, при которых каток будет в равновесии. Найти наименьшее значение коэффициента трения скольжения $f_{\text{с}}$, при котором в случае движения каток будет катиться без скольжения.

Решение

Рассмотрим равновесие катка при минимальном значении веса груза Q. На каток действует сила тяжести $\vec{P}$, реакции нити $\vec{Q}_{\min}$ и реакция шероховатой

поверхности наклонной плоскости $\vec{R}$, имеющая своими составляющими нормальную реакцию поверхности $\vec{N}$ и силу трения качения $\vec{F}_{\text{тр1к}}$ (рис. 1.55, *a*).

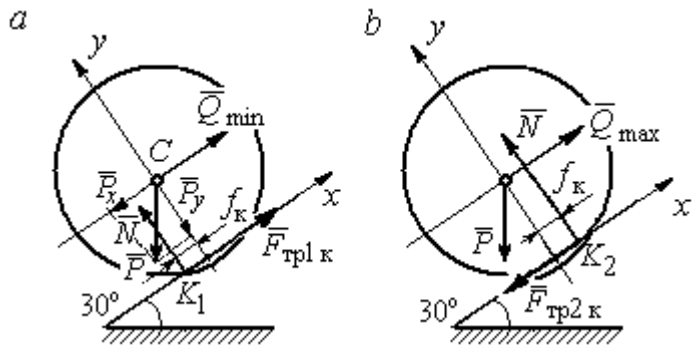


Рис. 1.55. Силы, действующие на каток, при равновесии:
a – минимальный вес груза; *b* – максимальный вес груза

Минимальный вес груза $Q_{\min}$ удерживает каток от качения вниз по наклонной плоскости. В этом случае составляющие реакции шероховатой поверхности наклонной плоскости приложены в точке K_1, слева от нормального к плоскости диаметра катка (см. рис. 1.55, *a*). Выбор точки приложения реакции шероховатой поверхности основан на том, что пара $(\vec{N}, \vec{P}_y)$ должна создавать момент трения качения, противодействующий предполагаемому движению.

На каток действует плоская уравновешенная система сил $(\vec{Q}_{\min}, \vec{F}_{\text{тр1к}}, \vec{N}, \vec{P}) \infty 0$. Выберем систему координат, как показано на рис. 1.55, *a*, и составим уравнения равновесия катка, где уравнение моментов сил составлено относительно точки K_1:

$$\sum F_{kx} = -P\cos 60^\circ + Q_{\min} + F_{\text{тр1к}} = 0;$$

$$\sum F_{ky} = = -P\cos 30^\circ + N = 0;$$

$$\sum M_{K_1}(\vec{F}_k) = P\cos 60^\circ \cdot r - Q_{\min} r - P\cos 30^\circ \cdot f_{\text{к}} = 0.$$

Подставляем данные задачи и находим минимальное значение веса груза, при котором каток находится в равновесии $Q_{\min} = 7{,}68$ Н, величину нормальной реакции наклонной плоскости $N = 43{,}3$ Н и значение силы трения качения, удерживающей каток в равновесии, $F_{\text{тр1к}} = 17{,}32$ Н.

Рассмотрим равновесие катка при максимальном значении веса груза $Q_{\max}$. Здесь нарушение предельного равновесия при увеличении веса груза Q вызывает движение катка вверх по наклонной плоскости. В таком случае точка приложения реакции опоры шероховатой поверхности (точка K_2) расположена справа от нормального к плоскости качения диаметра катка (рис. 1.55, *b*).

На каток действует плоская уравновешенная система сил $(\vec{Q}_{\max}, \vec{F}_{\text{тр2 к}}, \vec{N}, \vec{P}) \infty 0$. Выберем систему координат, как показано на рис. 1.55, *b*. Уравнения равновесия катка, где уравнение моментов сил составлено относительно точки K_2 имеют вид:

$$\sum F_{kx} = -P\cos 60^\circ + Q_{\max} - F_{\text{тр2 к}} = 0;$$

$$\sum F_{ky} = -P\cos 30^\circ + N = 0;$$

$$\sum M_{K_2}(\vec{F}_k) = -P\cos 60^\circ \cdot r + Q_{\max} r - P\cos 30^\circ \cdot f_{\text{к}} = 0.$$

Решая систему, получим: $Q_{\max} = 42{,}32$ Н; $N = 43{,}3$ Н; $F_{\text{тр2 к}} = 17{,}32$ Н.

Таким образом, на шероховатой поверхности каток находится в равновесии, если вес уравновешивающего груза выбран в пределах $7{,}68 \le Q \le 42{,}32$ Н.

При любом движении (вверх или вниз) качение катка будет без скольжения, если предельная сила трения скольжения $F_{\text{тр с}}$ больше аналогичной силы трения качения: $F_{\text{тр с}} > F_{\text{тр к}}$. Величина силы трения скольжения не зависит от направления движения: $F_{\text{тр с}} = f_{\text{с}} N = 43{,}3 f_{\text{с}}$, где $f_{\text{с}}$ – коэффициент трения скольжения. Величина силы трения качения также не зависит от направления движения: $F_{\text{тр к}} = F_{\text{тр1 к}} = F_{\text{тр2 к}} = 17{,}32$ Н. Таким образом, для определения требуемого коэффициента скольжения имеет место неравенство $43{,}3 f > 17{,}32$, откуда $f > 0{,}4$.

Задача 19. Для подъёма и опускания грузов в выработках используется ступенчатый ворот с тормозом, изображённый на рис. 1.56. Радиусы большой и малой ступенек барабана ворота $R = 0{,}5$ м и $r = 0{,}2$ м. Ворот тормозят, надавливая на конец A рычага AB, соединённого цепью CD с концом D тормозного рычага ED с расположенной на нём тормозной колодкой. Коэффициент трения между тормозной колодкой и барабаном ворота $f = 0{,}4$. На малой ступеньке барабана ворота навита верёвка, другой конец которой, переброшенный через невесомые неподвижный блок m и подвижный блок n, удерживает груз Q весом 1 кН (см. рис. 1.56). Угол наклона к горизонту участка верёвки, соединяющей барабан с неподвижным блоком m, составляет 30º.

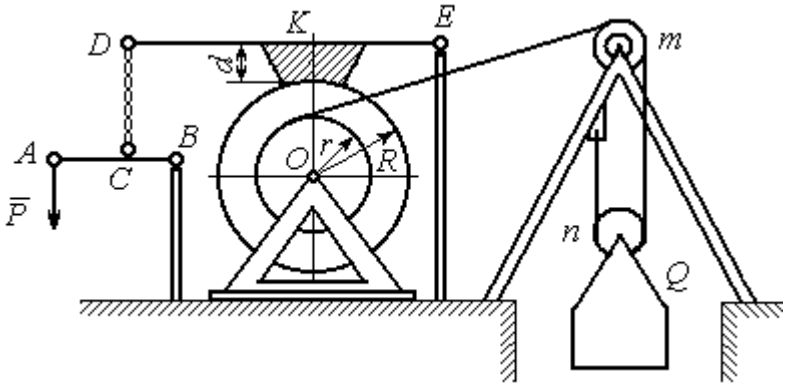


Рис. 1.56. Ворот с колодочным тормозом

Определить величину силы $\vec{P}$, уравновешивающей груз Q, и реакции шарниров O и E, если вес ворота G = 140 Н, высота тормозной колодки $d = 0{,}1$ м, расстояния AB = 1 м, BC = 0,1 м; $ED = 1{,}2$ м; $EK = 0{,}6$ м.

Решение

Рассмотрим отдельно равновесие барабана ворота, тормозного рычага DE и рычага AB (рис. 1.57).

Для того; чтобы определить силу натяжения верёвки, прикреплённой к барабану, рассмотрим равновесие груза вместе с подвижным блоком n (см. рис. 1.57, *а*). На объект равновесия действует сила тяжести груза $\vec{Q}$ и реакции $\vec{T}'$ и $\vec{T}''$ двух ветвей верёвки, огибающей снизу блок n.

Уравнения равновесия такой системы сил:

$$T' + T'' - Q = 0; \qquad T''r_{\text{бл}} = T'r_{\text{бл}},$$

где моменты сил вычислены относительно центра блока; $r_{бл}$ – радиус блока *n*. Решая систему уравнений, получим: $T' = T'' = 0{,}5Q = 500$ Н.

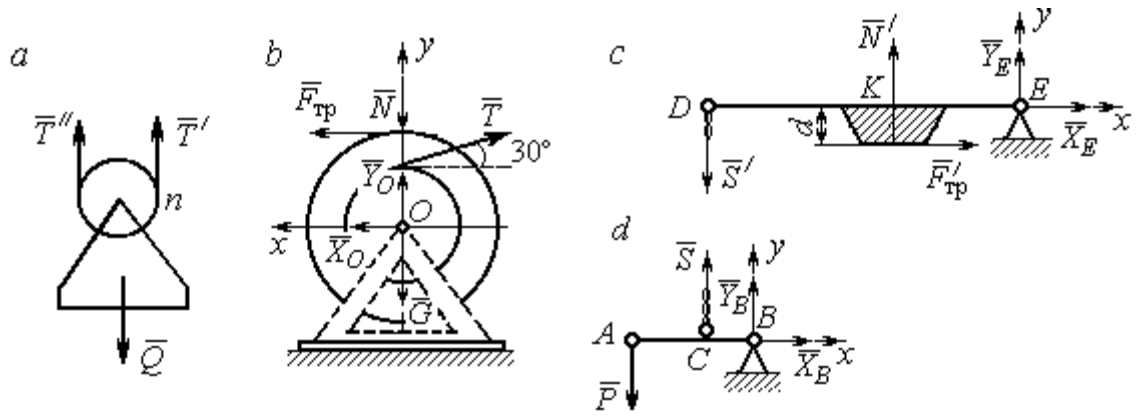


Рис. 1.57. Равновесие элементов конструкции ворота:
a – равновесие груза; *b* – силы, действующие на барабан; *c* – силы, действующие на тормозной рычаг *DE*; *d* – силы, действующие на рычаг *AB*

Рассмотрим равновесие барабана. На барабан действуют: сила веса барабана $\vec{G}$, сила давления $\vec{N}$ со стороны рычага, направленная по радиусу барабана, сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$, действующая по касательной к барабану в сторону, противоположную движению барабана при опускании груза, реакция $\vec{R}_O$ шарнира *O*, представленная двумя составляющими $\vec{X}_O, \vec{Y}_O$, и реакция верёвки $\vec{T}$, численно равная модулю силы $\vec{T}'$ (см. рис. 1.57, *b*).

Силы, действующие на барабан, составляют уравновешенную произвольную плоскую систему сил ($\vec{G}$, $\vec{X}_O, \vec{Y}_O$, $\vec{T}$, $\vec{N}$, $\vec{F}_{\text{тр}}$) ~ 0. Составим уравнение моментов относительно точки *O*:

$$-Tr + F_{\text{тр}}R = 0,\ \text{откуда с учётом } T = T'\ F_{\text{тр}} = 200 \text{ Н}.$$

Величина силы $\vec{N}$ давления рычага на барабан находится из вида зависимости силы трения $F_{\text{тр}} = fN$, тогда $N = \dfrac{F_{\text{тр}}}{f} = 500$ Н.

Составим уравнения равновесия барабана в виде проекций сил на оси, выбранные, как показано на рис. 1.57, *b*:

$$\sum F_{kx} = X_O + F_{\text{тр}} - T\cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = Y_O + T\cos 60^\circ - N - G = 0.$$

Решая систему, найдём реакцию шарнира *O*:

$$X_O = 233 \text{ Н};\ Y_O = 390 \text{ Н};\ R_O = \sqrt{X_O^2 + Y_O^2} = 454{,}3 \text{ Н}.$$

Рассмотрим теперь равновесие тормозного рычага *DE* (см. рис. 1.57, *c*).

На рычаг действуют сила $\vec{N}'$ давления со стороны барабана и сила трения $\vec{F}'_{\text{тр}}$, приложенные в точке касания тормозной колодки с барабаном, равные по величине и противоположные по направлению, соответственно, силам $\vec{N}$ и $\vec{F}_{\text{тр}}$. Кроме того, в точке *D* на рычаг действует сила $\vec{S}'$, под действием которой рычаг прижимается к барабану, и реакция шарнира *E*, разложенная на составляющие $\vec{X}_E$, $\vec{Y}_E$ вдоль осей *x*, *y*. Уравнения равновесия рычага имеют вид:

$$\sum F_{kx} = X_E + F'_{\text{тр}} = 0; \qquad \sum F_{ky} = Y_E + N' - S' = 0;$$

$$\sum M_E(\vec{F}_k) = S' \cdot DE - N' \cdot EK + F'_{\text{тр}} d = 0.$$

Подставляя в систему данные из условия задачи, с учётом найденных значений $F'_{\text{тр}} = F_{\text{тр}} = 200$ Н, $N' = N = 500$ Н, определим усилие S', с которым тормозной рычаг прижимается к барабану, и реакцию шарнира *E*:

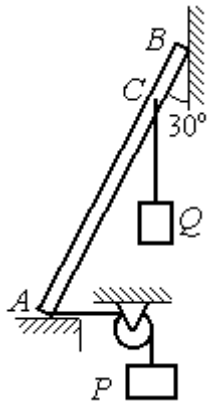
$$S' = 233{,}33 \text{ Н};\ X_E = -200 \text{ Н};\ Y_E = -266{,}67 \text{ Н};\ R_E = \sqrt{X_E^2 + Y_E^2} = 333{,}34 \text{ Н}.$$

Силу $\vec{P}$, необходимую для уравновешивания груза *Q*, найдём рассматривая равновесие рычага *AB* (см. рис. 1.57, *d*) . На рычаг действуют сила $\vec{P}$, реакция цепи $\vec{S}$ и реакция шарнира *B*, показанная на рис. 1.57, *d* составляющими $\vec{X}_B$, $\vec{Y}_B$.

Составим уравнение равновесия рычага в форме равенства нулю суммы моментов сил относительно точки *B*: $P \cdot AB - S \cdot CB = 0$. С учётом того, что модули сил $\vec{S}$ и $\vec{S}'$ равны, найдем $P = 23{,}3$ Н.

Упражнения

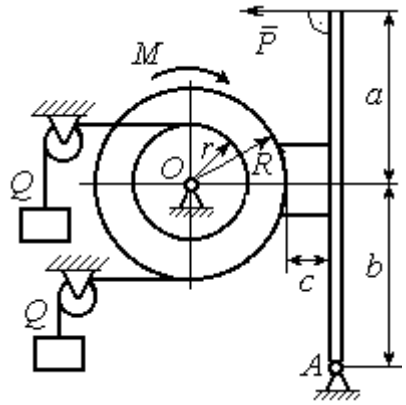
Упражнение 1.13



Невесомый стержень AB опирается в точках A и B на шероховатые поверхности – горизонтальный пол и вертикальную стену. Коэффициент трения между стержнем и полом и между стержнем и стеной $f = 0{,}2$. Угол наклона стержня к вертикальной стене 30°. В точке C к стержню подвешен груз Q. Стержень удерживается в равновесии горизонтальной нитью, прикреплённой в точке A и перекинутой через блок. К другому концу нити подвешен груз P. В каких границах можно изменять вес груза P, не нарушая равновесия стержня?

$AB = 3$ м, $AC = 2$ м, $Q = 200$ Н.

Упражнение 1.14



Шкив O состоит из двух барабанов радиусов R и r. На барабаны навиты верёвки, натянутые одинаковыми грузами Q. К шкиву приложена пара сил с моментом M. Шкив затормаживается с помощью рычажного тормоза. Коэффициент трения между тормозной колодкой и шкивом $f = 0{,}4$. Определить силу $\vec{P}$, приложенную к рычагу тормозной колодки и уравновешивающую шкив. Найти реакцию шарнира A.

$a = b = 1$ м; $c = 0{,}1$ м; $Q = 100$ Н; $M = 120$ Н·м;
$R = 0{,}6$ м; $r = 0{,}2$ м.

Рис. 1.58. Задания для самостоятельного решения. Упражнения № 1.13, 1.14

2. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ И ТВЁРДОГО ТЕЛА

2.1. Криволинейное движение точки

Кривая, которую описывает движущаяся точка, называется **траекторией** точки. Движение точки может быть задано **векторным**, **координатным** или **естественным** способами.

Координатный способ задания движения точки основан на том, что положение точки определяется ее координатами, заданными для каждого момента времени (рис. 2.1): $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$.

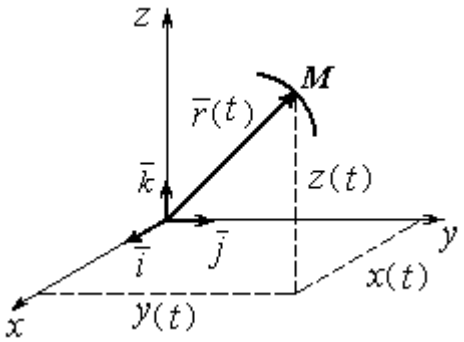


Рис. 2.1. Векторный и координатный способы задания движения точки

Мгновенная скорость, или скорость точки в данный момент времени, является векторной величиной и определяется как производная по времени от радиус-вектора точки: $\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}$. **Вектор скорости точки $\vec{V}$ всегда направлен по касательной к траектории в сторону движения точки.** Величины V_x, V_y, V_z проекций вектора скорости $\vec{V}$ на координатные оси определяются как производные по времени от соответствующих координат: $V_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$; $V_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y}$; $V_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}$. Модуль вектора скорости: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$.

Мгновенное ускорение точки**,** или ускорение в данный момент времени, является векторной величиной и определяется как производная по времени от вектора скорости точки или как вторая производная от радиус-вектора точки: $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$. Величины a_x, a_y, a_z проекций вектора ускорения на координ-

натные оси определяются равенствами: $a_x = \frac{dV_x}{dt} = \dot{V}_x = \ddot{x}$; $a_y = \frac{dV_y}{dt} = \dot{V}_y = \ddot{y}$; $a_z = \frac{dV_z}{dt} = \dot{V}_z = \ddot{z}$. Модуль вектора ускорения: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$.

Естественный способ задания движения используется, если траектория движения точки заранее известна. Тогда положение точки однозначно определяется длиной дуги $O\breve{M} = S(t)$, отсчитываемой от некоторой фиксированной точки *O*, принятой за начало отсчета (рис. 2.2). При этом заранее устанавливаются положительное и отрицательное направления отсчета дуговой координаты.

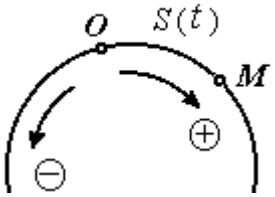


Рис. 2.2. Естественный способ задания движения точки

При естественном способе задания движения вектор скорости точки определяется равенством: $\vec{V} = \dot{S}\vec{\tau} = V_\tau \vec{\tau}$, где S – дуговая координата; $\vec{\tau}$ – единичный вектор касательной к траектории движения, направленный в сторону положительного направления дуговой координаты. Величина $V_\tau = \dot{S}$ называется алгебраической скоростью точки и представляет собой проекцию вектора скорости точки на касательную к траектории.

Вектор ускорения точки $\vec{a}$ раскладывается на составляющие по направлениям естественных осей – касательную (ось τ) и перпендикулярную к ней нормальную (ось *n*):

$$\vec{a} = a_\tau \vec{\tau} + a_n \vec{n} \text{ или } \vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n,$$

где $\vec{\tau}$ – единичный направляющий вектор касательной; $\vec{n}$ – единичный направляющий вектор нормали траектории; a_τ – проекция ускорения точки на касательную называется **касательным ускорением**; a_n – проекция вектора ускорения точки на нормаль называется **нормальным ускорением** (рис. 2.3). Касательная составляющая ускорения характеризует изменение величины скорости точки, нормальная – изменение направления вектора скорости.

Если проекции V_τ и a_τ имеют одинаковые знаки (направлены в одну сторону), движение будет ускоренным, если разных знаков (разнонаправлены) – замедленным (см. рис. 2.3, *a*, *b*).

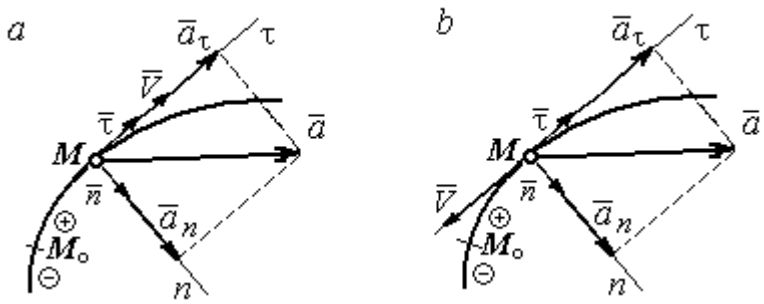


Рис. 2.3. Скорость и ускорение точки. Разложение ускорения на нормальную и касательную составляющие:
a – ускоренное движение; *b* – замедленное движение

Проекции ускорения на естественные оси и модуль вектора ускорения вычисляются по формулам:

$$a_\tau = \ddot{S} = \dot{V}_\tau,\ a_n = \frac{V^2}{\rho};$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}\ ,$$

где ρ – радиус кривизны траектории. Иногда при вычислении касательной составляющей ускорения удобнее пользоваться формулой $a_\tau = \dfrac{a_x V_x + a_y V_y}{V_\tau}$.

Вектор нормальной составляющей ускорения $\vec{a}_n$ всегда направлен к центру кривизны траектории. Вектор касательной составляющей ускорения $\vec{a}_\tau$ направлен в сторону положительного направления касательной (по направлению единичного вектора $\vec{\tau}$), если $\ddot{S} > 0$, и в противоположную сторону – при $\ddot{S} < 0$.

Криволинейное движение точки называется **равномерным**, если проекция вектора скорости на касательную – постоянная величина: $V_\tau = \text{const}$.

Криволинейное движение точки называется **равнопеременным**, если постоянна проекция вектора ускорения на касательную: $a_\tau = \text{const}$.

Примеры решения задач на криволинейное движение точки

Задача 20. Движение точки задано координатным способом уравнениями $x(t) = 2\sin\pi t$, $y(t) = \cos 2\pi t$, где *x*, *y* – в сантиметрах, *t* – в секундах.

Найти траекторию точки, величину и направление скорости и ускорения в моменты времени t_1 = 0,25 с, t_2 = 0,75 с. Определить участки ускоренного и замедленного движений точки.

Решение

Определяем траекторию точки. Из уравнений движения находим $y = \cos 2\pi t = \cos^2 \pi t - \sin^2 \pi t = 1 - 2\sin^2 \pi t = 1 - \frac{x^2}{2}$. Траекторией точки является парабола $y = 1 - \frac{x^2}{2}$ (рис. 2.4). Однако не вся парабола будет траекторией движения, а только та её часть, точки которой согласно уравнениям движения удовлетворяют неравенствам: $-2 \le x \le 2$, $-1 \le y \le 1$.

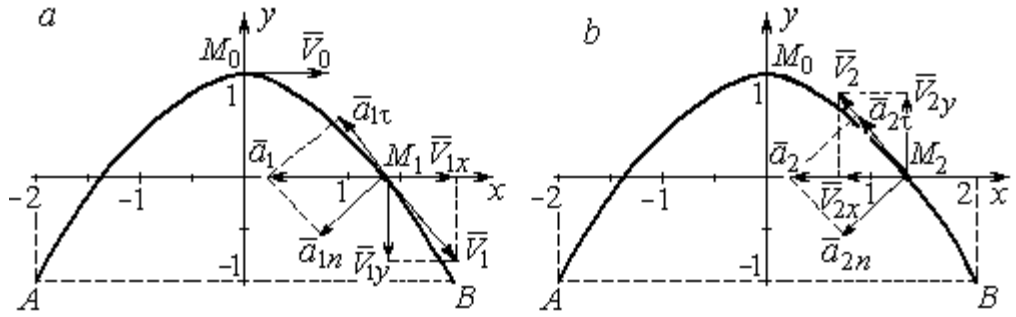


Рис. 2.4. Траектория движения точки:

a – замедленное движение точки на участке от M_0 к *B*;
b – ускоренное движение точки на участке от *B* к M_0

Определяем параметры движения точки в момент времени t_1 = 0,25 с.

Находим координаты x_1, y_1 положения точки M_1:

$$x_1 = x(0{,}25) = 2\sin\frac{\pi}{4} = \sqrt{2} \text{ см}, \quad y_1 = y(0{,}25) = \cos\frac{\pi}{2} = 0.$$

Находим проекции V_{1x}, V_{1y} вектора $\vec{V}_1$ скорости точки на оси системы координат:

$$V_x(t) = \dot{x} = 2\pi\cos\pi t; \; V_y(t) = \dot{y} = -2\pi\sin 2\pi t;$$

$$V_{1x} = V_x(0{,}25) = 2\pi\cos\frac{\pi}{4} = \pi\sqrt{2} \text{ см/с}; \quad V_{1y} = V_y(0{,}25) = -2\pi\sin\frac{\pi}{2} = -2\pi \text{ см/с}.$$

Модуль скорости $V_1 = \sqrt{V_{1x}^2 + V_{1y}^2} = \pi\sqrt{6}$ см/с.

Находим проекции a_{1x}, a_{1y} вектора $\vec{a}_1$ ускорения точки на оси системы координат:

$$a_x(t) = \dot{V}_x = -2\pi^2 \sin\pi t;\ a_y(t) = \dot{V}_y = -4\pi^2 \cos 2\pi t;$$

$$a_{1x} = a_x(0{,}25) = -2\pi^2 \sin\frac{\pi}{4} = -\pi^2\sqrt{2} \text{ см/с}^2;\ a_{1y} = a_y(0{,}25) = -4\pi^2 \cos\frac{\pi}{2} = 0.$$

Модуль вектора ускорения $a_1 = \sqrt{a_{1x}^2 + a_{1y}^2} = \pi^2\sqrt{2}$ см/с.

Положение точки M_1 в момент времени $t_1 = 0{,}25$ с, построение векторов скорости $\vec{V}_1$ и ускорения $\vec{a}_1$ по их проекциям показано на рис. 2.4, *а*.

Для того чтобы определить характер движения точки в положении M_1 – ускоренное или замедленное, найдём направление касательного ускорения. С этой целью разложим известный уже вектор ускорения $\vec{a}_1$ на нормальную и касательную составляющие согласно равенству $\vec{a}_1 = \vec{a}_{1\tau} + \vec{a}_{1n}$. При этом направление касательной совпадает с направлением вектора скорости $\vec{V}_1$, а направление нормали – перпендикулярно ему. Касательное ускорение $\vec{a}_{1\tau}$ оказалось направленным противоположно вектору скорости $\vec{V}_1$ (см. рис. 2.4, *а*). Следовательно, точка в рассматриваемый момент движется замедленно.

В момент времени $t_2 = 0{,}75$ с положение M_2 совпадает с положением M_1:

$$x_2 = x(0{,}75) = 2\sin\frac{3\pi}{4} = \sqrt{2} \text{ см};\ y_2 = y(0{,}75) = \cos 2\pi\frac{3}{4} = 0.$$

Проекции векторов скорости $\vec{V}_2$ и ускорения $\vec{a}_2$ точки на оси координат:

$$V_{2x} = V_x(0{,}75) = 2\pi\cos\frac{3\pi}{4} = -\pi\sqrt{2} \text{ см/с};\ V_{2y} = V_y(0{,}75) = -2\pi\sin 2\pi\frac{3}{4} = 2\pi \text{ см/с};$$

$$a_{2x} = a_x(0{,}75) = -2\pi^2 \sin\frac{3\pi}{4} = -\pi^2\sqrt{2} \text{ см/с}^2;\ a_{2y} = a_y(0{,}75) = -4\pi^2 \cos 2\pi\frac{3}{4} = 0.$$

Модули скорости и ускорения точки в момент времени $t_2 = 0{,}75$ с:

$$V_2 = \sqrt{V_{2x}^2 + V_{2y}^2} = \pi\sqrt{6} \text{ см/с}; \quad a_2 = |a_{2x}| = \pi^2\sqrt{2} \text{ см/с}^2.$$

Положение точки M_2 в момент времени t_2 = 0,75 с, построение векторов скорости $\vec{V}_2$ и ускорения $\vec{a}_2$ по их проекциям, а также разложение вектора ускорения $\vec{a}_2$ на составляющие $\vec{a}_{2n}$ и $\vec{a}_{2\tau}$ показано на рис. 2.4, *b*. В данном случае вектор касательного ускорения совпадает по направлению с вектором скорости (см. рис. 2.4, *b*), поэтому движение ускоренное.

В целом движение точки по траектории происходит следующим образом. Из начального положения M_0 (t_0 = 0) точка с замедлением перемещается по правой ветви параболы. Достигнув положения *B* на траектории (t_B = 0,5 с), точка совершает мгновенную остановку и начинает обратное ускоренное движение. Достигнув положения M_0 (t_{M_0} = 1 с), точка переходит на левую часть параболы, где движется аналогично.

Задача 21. Рудничный поезд выходит на закруглённый участок пути радиуса *R* = 1 км с начальной скоростью 54 км/ч. Считая движение поезда равнопеременным, определить его скорость и ускорение в конце 10-й секунды движения по закруглённому участку, если за это время поезд прошёл путь 500 м.

Решение

Примем за начало отсчёта расстояния точку M_0, где поезд выходит на закруглённый участок пути (рис. 2.5). Предположим, движение поезда равноускоренное и происходит в сторону возрастания дуговой координаты *S*. В этом случае вектор скорости и вектор касательного ускорения направлены в положительную сторону касательной.

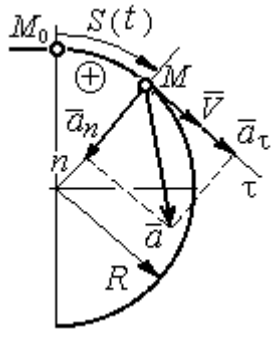


Рис. 2.5. Скорость и ускорение поезда

При равнопеременном движении проекция вектора ускорения на касательную постоянна: a_τ = const. Так как $a_\tau = \dfrac{dV_\tau}{dt}$, то $V_\tau = a_\tau t + C_1$, где V_τ – проекция вектора скорости на касательную

ось. Далее, поскольку $V_\tau = \frac{dS}{dt}$, имеем $S = \frac{a_\tau t^2}{2} + C_1 t + C_2$. Константы интегрирования C_1 и C_2 находятся из начальных условий: при $t = 0$ $S = 0$ и $V_\tau = V_0 =$ = 54 км/ч = 15 м/с. Подставив эти условия в уравнения движения, найдём константы интегрирования: C_1 = 15 м/с; C_2 = 0.

В результате получена система уравнений:

$$V_\tau = a_\tau t + 15; \quad S = \frac{a_\tau t^2}{2} + 15t .$$

По условию задачи через 10 с от начала движения по закруглённому участку поезд прошёл по дуге путь S = 500 м. Подставляя это условие во второе уравнение, получим a_τ = 7 м/с^2. Скорость поезда в конце пройденного пути с учётом известной величины касательного ускорения найдём из первого уравнения V_τ = 85 м/с. Следует заметить, что при указанном движении поезда проекция вектора скорости на касательную ось положительна и равна его модулю: $V_\tau = V$.

Нормальное ускорение поезда при движении по дуге окружности радиуса R = 1000 м в момент времени t = 10 с равно $a_n = \frac{V_\tau^2}{R}$ = 7,23 м/с^2. Величина (модуль) полного ускорения поезда $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$ = 10,06 м/с^2. Разложение вектора ускорения поезда на нормальную и касательную составляющие показано на рис. 2.5.

Задача 22. Вагонетка движется равнопеременно по дуге окружности радиуса R = 80 м. За время движения скорость вагонетки изменилась от начальной V_0 = 18 км/ч до конечной V_1 = 9 км/ч.

Определить характер движения – ускоренное или замедленное. Найти ускорение вагонетки в начале и в конце участка движения, если за это время она прошла путь S = 60 м.

Решение

Выберем некоторую точку на траектории в качестве начальной, а направление положительного отсчёта расстояний – в сторону движения вагонетки.

Уравнения равнопеременного движения точки при начальных условиях: $t = 0$; $S = 0$ и $V_\tau = V_0 = 5$ м/с имеют вид:

$$V_\tau = 5 + a_\tau t\,; \quad S = 5t + \frac{a_\tau t^2}{2}.$$

Подставим в уравнения параметры движения в момент времени $t = t_1$, когда скорость вагонетки стала $V_{1\tau} = 2{,}5$ м/с, а пройденный ею путь составил 60 м. Получим систему:

$$-2{,}5 = a_\tau t_1\,; \quad 60 = 5t_1 + \frac{a_\tau t_1^2}{2},$$

откуда найдём касательное ускорение: $a_\tau = -0{,}16$ м/с^2.

Отрицательная величина означает, что вектор касательного ускорения направлен в сторону, противоположную направлению вектора скорости, и движение равнозамедленное.

Нормальное ускорение вагонетки в начале движения $a_{n0} = \frac{V_0^2}{R} = 0{,}31$ м/с^2.

Полное ускорение $a_0 = \sqrt{a_{n0}^2 + a_\tau^2} = 0{,}35$ м/с^2. В конце движения нормальное ускорение $a_{n1} = \frac{V_1^2}{R} = 0{,}08$ м/с^2. Полное ускорение $a_1 = \sqrt{a_{n1}^2 + a_\tau^2} = 0{,}18$ м/с^2.

2.2. Поступательное движение и вращение твердого тела вокруг неподвижной оси

Движение твёрдого тела называется **поступательным**, если любой прямолинейный отрезок, связанный с телом, остаётся в процессе движения параллельным самому себе. При **поступательном** движении твёрдого тела все его

точки движутся по одинаковым траекториям, имеют равные скорости и ускорения.

Вращением твёрдого тела вокруг неподвижной оси называется такое его движение, при котором две точки тела остаются неподвижными в течение всего времени движения. Прямая, проходящая через неподвижные точки, называется **осью вращения** тела.

Положение вращающегося тела определяется углом поворота $\varphi = \varphi(t)$ относительно какой-либо системы отсчёта, например, относительно неподвижной плоскости, проходящей через ось вращения.

Вектор угловой скорости вращения тела $\vec{\omega}$ лежит на оси вращения и направлен в сторону, откуда вращение тела видно против хода часовой стрелки. **Алгебраическим значением угловой скорости** вращения тела называют проекцию вектора угловой скорости на ось вращения (ось z) $\omega_z = \dot{\varphi}$. При $\dot{\varphi} > 0$ тело вращается в сторону положительного направления отсчёта угла φ, при $\dot{\varphi} < 0$ – в обратную сторону. Направление угловой скорости обычно показывают дуговой стрелкой вокруг оси вращения. Модуль алгебраического значения угловой скорости вращения тела называется угловой скоростью $\omega = |\omega_z| = |\dot{\varphi}|$.

Алгебраическим значением **углового ускорения** вращающегося тела называют проекцию вектора углового ускорения на ось вращения (ось z) $\varepsilon_z = \dot{\omega}_z = \ddot{\varphi}$. Модуль алгебраического значения углового ускорения вращения тела называется угловым ускорением: $\varepsilon = |\varepsilon_z| = |\dot{\omega}_z| = |\ddot{\varphi}|$.

Вектор углового ускорения направлен вдоль оси вращения. Если $\varepsilon_z \omega_z > 0$ (вектора угловой скорости и углового ускорения сонаправлены), движение ускоренное, если $\varepsilon_z \omega_z < 0$ (векторы угловой скорости и углового ускорения противоположны по направлению), – замедленное.

При равномерном вращении угловая скорость тела (алгебраическое значение) – постоянная величина: ω_z = const. Угол поворота тела изменяется по линейному закону $\varphi = \varphi_0 + \omega_z t$, где φ_0 – начальный угол поворота тела.

При равнопеременном вращении постоянной величиной является алгебраическое значение углового ускорения: ε_z = const. В этом случае справедливы уравнения движения: $\omega_z = \omega_{z0} + \varepsilon_z t$; $\varphi = \varphi_0 + \omega_{z0} t + \dfrac{\varepsilon_z t^2}{2}$.

При вращательном движении тела все его точки движутся по окружностям, радиусы которых равны расстояниям от выбранной точки до неподвижной оси. **Скорость точки** вращающегося твердого тела **(**в отличие от угловой скорости тела) называют **линейной,** или **окружной скоростью** точки. Модуль скорости точки рассчитывается по формуле: $V = \omega h$, где ω – угловая скорость тела; h – расстояние от точки до оси вращения. Вектор скорости направлен по касательной к описываемой точкой окружности в сторону вращения тела.

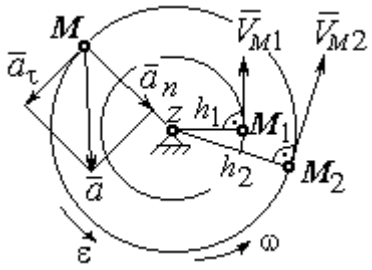


Рис. 2.6. Скорость и ускорение точек вращающегося тела

При вращении тела отношение скоростей двух точек тела равно отношению расстояний от этих точек до оси вращения: $\dfrac{V_{M_1}}{V_{M_2}} = \dfrac{h_1}{h_2}$ (рис. 2.6).

Ускорение точки вращающегося твердого тела рассчитывается как ускорение точки при естественном способе задания движения в виде суммы векторов касательного и нормального ускорений (см. рис. 2.6): $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$, где модули векторов $a_\tau = \varepsilon h$, $a_n = \omega^2 h$; $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$; ω, ε – угловая скорость и угловое ускорение тела, $\varepsilon = |\varepsilon_z|$; h – расстояние от точки до оси вращения. **Вектор касательного ускорения точки** $\vec{a}_\tau$ направлен по касательной к описываемой точкой окружности в сторону движения точки, если вращение тела ускоренное, и в противоположную сторо-

ну, если движение тела замедленное. **Вектор нормального ускорения точки** $\vec{a}_n$ направлен вдоль радиуса описываемой точкой окружности к её центру.

При **передаче вращения** одного тела другому без проскальзывания соотношения между угловыми скоростями и угловыми ускорениями выражаются из равенства скоростей и касательных ускорений в точке контакта: $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}$; $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{r_2}{r_1}$ (рис. 2.7).

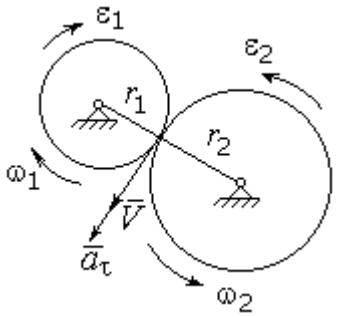


Рис. 2.7. Передача вращения одного тела другому

Примеры решения задач на вращательное движение тел

Задача 23. Вал, начиная вращаться равноускоренно из состояния покоя, за первые 2 мин. сделал 3600 оборотов. Определить угловую скорость вала в конце 2-й минуты и угловое ускорение вала.

Решение

Допустим, вращение вала вокруг оси *z* происходит в сторону положительного направления отсчёта угла. Тогда алгебраические значения угловой скорости и углового ускорения равны модулям соответствующих векторов $\omega_z = \omega$; $\varepsilon_z = \varepsilon$.

Воспользуемся уравнениями равнопеременного вращения вала с нулевыми начальными условиями (начальный угол поворота $\varphi_0 = 0$ и начальная угловая скорость вала $\omega_0 = 0$). Имеем $\omega = \varepsilon t$; $\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2}$.

Подставим в уравнения параметры движения вала в момент времени $t = t_1 = 2$ мин = 120 с; $\varphi_1 = 3600$ об $= 7200\pi$ рад. Получим систему:

$$\omega_1 = \varepsilon \cdot 120, \quad 7200\pi = \frac{\varepsilon \cdot 120^2}{2}, \text{ откуда } \varepsilon = \pi \text{ с}^{-2}; \quad \omega_1 = 120\pi \text{ с}^{-1}.$$

Задача 24. В механизме стрелочного индикатора (рис. 2.8) движение от рейки мерительного штифта 1 передаётся шестерне 2, скреплённой на одной оси с зубчатым колесом 3. Колесо 3 сцепляется, в свою очередь, с шестернёй 4, несущей стрелку-индикатор. Определить угловую скорость стрелки, если движение штифта задаётся уравнением $x = 4\sin\pi t$ и радиусы зубчатых колёс: $r_2 = 6$ см, $r_3 = 10$ см, $r_4 = 4$ см.

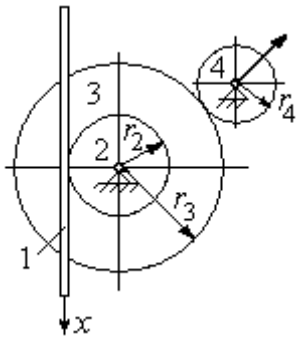


Рис. 2.8. Механизм стрелочного индикатора

Решение

Мерительный штифт движется поступательно вдоль оси x (см. рис. 2.8). Проекция скорости любой точки штифта на ось x $V_{1x} = \dot{x} = 4\pi\cos\pi t$ см/с. Такую же скорость имеет и точка касания штифта с шестернёй 2.

Полагая, что точка касания штифта с шестернёй 2 принадлежит и шестерне, найдём алгебраическое значение угловой скорости шестерни 2: $\omega_{2z} = \dfrac{V_{1x}}{r_2} = \dfrac{4\pi\cos\pi t}{6} = \dfrac{2\pi}{3}\cos\pi t$ рад/с. Зубчатое колесо 3 скреплено с шестернёй 2 на одной оси и имеет ту же угловую скорость $\omega_{3z} = \omega_{2z}$. Вращение колеса 3 через точку зацепления передаётся шестерне 4. Выразим соотношение между алгебраическими значениями угловых скоростей при передаче вращения одного тела другому: $\dfrac{\omega_{3z}}{\omega_{4z}} = \dfrac{r_4}{r_3}$. Отсюда получим: $\omega_{4z} = \dfrac{V_{1x} r_3}{r_2 r_4} = \dfrac{5\pi}{3}\cos\pi t$ с$^{-1}$. Угловая скорость стрелки равна угловой скорости шестерни 4.

Задача 25. Ведущее колесо 1 подъёмного устройства (рис. 2.9) передаёт движение шестерне 2. На одной оси с шестернёй 2 расположен шкив 3, жёстко скреплённый с шестернёй. Шкив 3 соединяется со шкивом 4 бесконечным

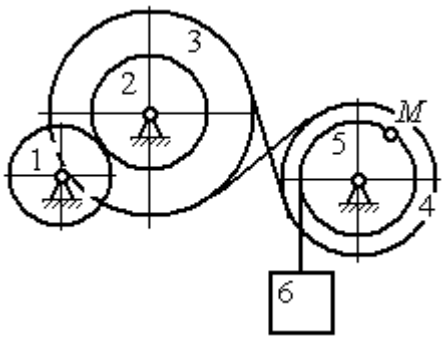


Рис. 2.9. Схема механизма подъёмного устройства

перекрёстным ремнём. Барабан 5 скреплён со шкивом 4 и находится с ним на одной оси. На барабан намотана нить, удерживающая груз 6. По заданному уравнению движения колеса 1 определить скорость, нормальное, касательное и полное ускорения точки M на ободе барабана 5 в момент времени $t_1 = 1$ с, а также скорость и ускорение груза 6. Скольжение между звеньями механизма отсутствует.

Значения радиусов колёса, шкивов и барабана механизма: $r_1 = 20$ см, $r_2 = 10$ см, $r_3 = 40$ см, $r_4 = 16$ см, $r_5 = 8$ см. Уравнение вращения колеса 1: $\varphi_1 = 2t^2 - 5t$ рад.

Решение

Ведущим звеном в механизме является колесо 1. Выберем положительное направление отсчёта угла поворота колеса 1 в сторону, противоположную направлению вращения часовой стрелки. На рис. 2.10 это направление показано дуговой стрелкой φ_1.

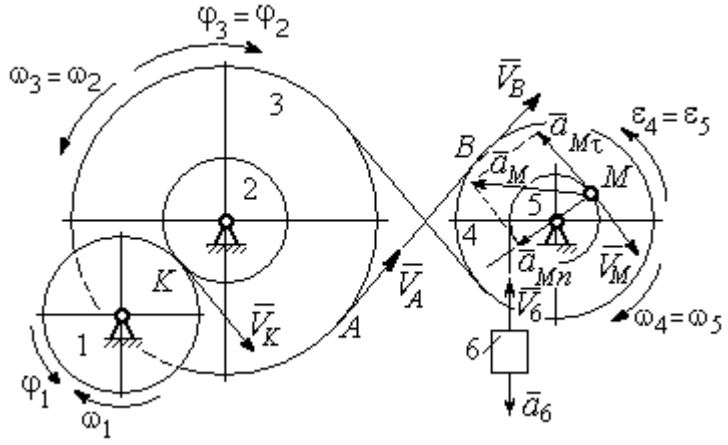


Рис. 2.10. Расчётная схема механизма

Продифференцировав по времени уравнение движения колеса 1, получим алгебраическое значение его угловой скорости: $\omega_{1z} = \dot{\varphi}_1 = 4t - 5$ рад/с. В момент времени $t_1 = 1$ с алгебраическое значение угловой скорости колеса 1 отрицательно: $\dot{\varphi}_1(1) = -1$ рад/с. Это означает, что в данный момент времени колесо 1 вращается в сторону, противоположную положительному направлению отсчёта угла φ_1. Угловая скорость колеса 1 равна модулю: $\omega_1 = |\omega_{1z}| = 1$ рад/с. Направление угловой скорости ω_1 колеса 1 в момент времени $t_1 = 1$ с показано дуговой стрелкой ω_1.

Вращение колеса 1 передаётся шестерне 2 через точку контакта *K*. Из соотношения $\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{r_2}{r_1}$ найдём угловую скорость шестерни 2: $\omega_2=\frac{\omega_1 r_1}{r_2}$. Шкив 3, закреплённый на одной оси с шестернёй 2 имеет такую же угловую скорость, $\omega_3=\omega_2$. Направление угловых скоростей шестерни 2 и шкива 3 показано на рис. 2.10 дуговой стрелкой ω_2.

Передача движения шкива 3 шкиву 4 производится с помощью ремённой передачи. На участке от точки *A*, где ремень сходит со шкива 3, и до точки *B*, где ремень набегает на шкив 4, ремень движется поступательно, поэтому скорости точек *A* и *B* равны: $V_A=V_B$. Выразив скорости точек через угловые скорости тел, имеем равенство $\omega_3 r_3=\omega_4 r_4$, откуда с учётом, что $\omega_3=\omega_2$, найдём угловую скорость шкива 4: $\omega_4=\frac{\omega_3 r_3}{r_4}=\frac{\omega_1 r_1 r_3}{r_2 r_4}$. Угловая скорость барабана 5 равна угловой скорости шкива 4, $\omega_5=\omega_4$. Направление угловых скоростей шкива 4 и барабана 5 показано на рис. 2.10 дуговой стрелкой ω_4.

Величина (модуль) скорости точки *M* рассчитывается по формуле: $V_M=\omega_5 r_5$. В момент времени $t_1=1$ с $\omega_5=\frac{\omega_1 r_1 r_3}{r_2 r_4}=5$ рад/с и $V_M=20$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_M$ направлен по касательной к ободу барабана в точке *M* и направлен в сторону вращения барабана 5 (см. рис. 2.10).

Нить, несущая груз 6, сматываясь с обода барабана, имеет скорость, равную скорости точек обода барабана, и, следовательно, равна скорости точки *M*: $V_6=V_M$. Направление скорости груза 6 определяется направлением вращения барабана 5. При $t_1=1$с груз поднимается со скоростью $V_6=20$ см/с.

Определим ускорение точки *M*. Вектор ускорения точки *M* равен сумме векторов: $\vec{a}_M=\vec{a}_M^{\tau}+\vec{a}_M^{n}$, где $\vec{a}_M^{\tau}$, $\vec{a}_M^{n}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения.

Найдём алгебраическое значение угловой скорости барабана 5: $\omega_{5z} = \dfrac{\omega_{1z} r_1 r_3}{r_2 r_4} = 20t - 25$ рад/с. Алгебраическое значение углового ускорения барабана 5 ε_{5z} равно производной $\varepsilon_{5z} = \dot{\omega}_{5z} = 20$ рад/с^2. Так как в момент времени $t_1 = 1$ с знаки алгебраических значений угловой скорости барабана и его углового ускорения разные ($\omega_{5z} = -5$ рад/с $\vec{a}_M = \vec{a}_M^{\tau} + \vec{a}_M^{n}$ $\varepsilon_{5z} = +20$ рад/с^2), угловое ускорение (по величине равное модулю $\varepsilon_5 = |\varepsilon_{5z}|$) направлено в сторону, противоположную угловой скорости. На рис. 2.10 направление углового ускорения барабана 5 показано дуговой стрелкой ε_5.

Касательное ускорение точки: $a_{M\tau} = \varepsilon_5 r_5 = 80$ см/с^2. Вектор $\vec{a}_{M\tau}$ касательного ускорения точки M направлен по касательной к траектории в точке M в сторону углового ускорения ε_5 (см. рис. 2.10).

Нормальное ускорение точки M рассчитывается как $a_M^n = \omega_5^2 r_5$, где угловая скорость барабана $\omega_5 = |\omega_{5z}|$. В момент времени $t_1 = 1$ с $\omega_5 = 5$ рад/с и величина нормального ускорения: $\vec{a}_M^{\,n} = 100$ см/с^2. Вектор нормального ускорения $\vec{a}_M^{\,n}$ направлен по радиусу к центру барабана 5.

Модуль полного ускорения точки M в заданный момент времени: $a_M = \sqrt{(a_M^{\tau})^2 + (a_M^n)^2} = 128{,}06$ см/с^2. Вектор ускорения $\vec{a}_M$ направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_M^{\,n}$ и $\vec{a}_M^{\tau}$ (см. рис. 2.10).

Ускорение a_6 груза 6 находится из условия, что груз движется прямолинейно. При прямолинейном движении нормальная составляющая ускорения равна нулю. В результате, ускорение груза 6 $a_6 = a_6^{\tau} = \dot{V}_6 = \dot{V}_M = a_M^{\tau} = \varepsilon_5 r_5 = 80$ см/с^2. Направление вектора ускорения груза 6 определяется направлением углового ускорения барабана 5. На рис. 2.10 направление ускорения груза 6 показано вектором $\vec{a}_6$.

Задача 26. По заданному уравнению поступательного движения звена 1 механизма (рис. 2.11, *a*) определить скорость, нормальное, касательное и полное ускорения точки *M* диска 3 в момент времени $t_1 = 1$ с, а также скорость и ускорение звена 4. Скольжение между звеньями механизма отсутствует. Значения радиусов колес механизма и закон движения звена 1: $R_2 = 20$ см, $r_2 = 5$ см, $R_3 = 8$ см, $r_3 = 4$ см, $x_1 = \cos\pi t + \sin\pi t$ см.

Решение

Звено 1 движется поступательно вдоль оси *x*. Положительное направление движения задаётся направлением оси *x* (рис. 2.11, *a*). Продифференцировав по времени уравнение движения звена 1, получим его алгебраическое значение скорости: $V_{1x}(t) = \dot{x}_1 = -\pi\sin\pi t + \pi\cos\pi t$.

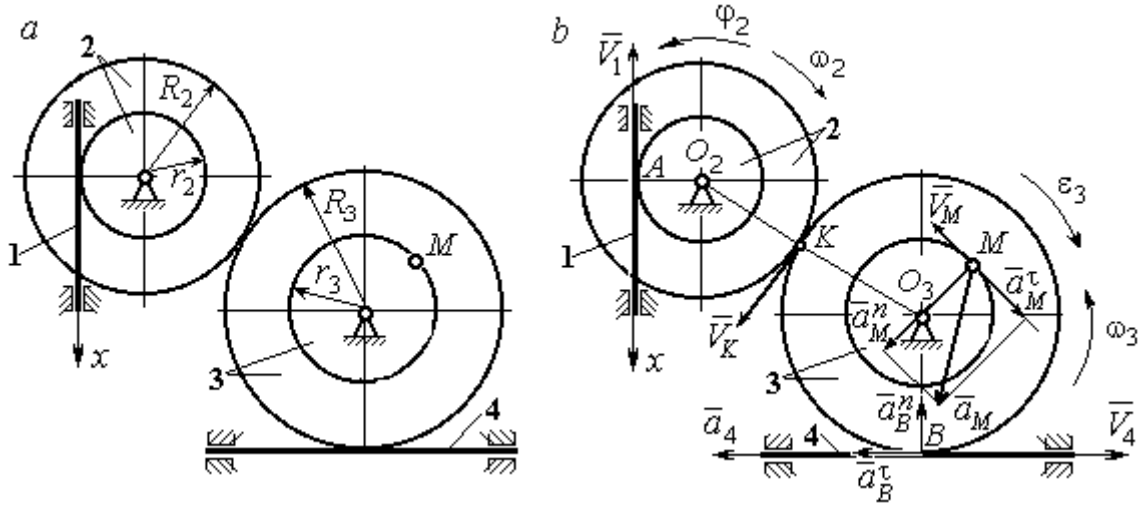


Рис. 2.11. Кинематика поступательного и вращательного движений твердого тела:
a – схема механизма; *b* – расчетная схема для определения скоростей
и ускорений точек механизма

В момент времени $t_1 = 1$ с алгебраическое значение скорости звена 1 отрицательное: $V_{1x}(1) = -\pi$ см/с. Это показывает, что в данный момент времени звено 1 движется в сторону, противоположную положительному направлению оси *x*. Скорость звена 1 равна модулю производной $V_1(1) = |\dot{x}_1| = \pi$ см/с. На рис. 2.11, *b* показано направление вектора скорости $\vec{V}_1$.

Точка A соприкосновения звена 1 с диском 2 имеет ту же скорость, что и звено 1. Угловая скорость диска 2 определяется из равенства $\omega_2 = \frac{V_1}{r_2}$ рад/с. Направление угловой скорости вращения диска 2 показано на рис. 2.11, *b* дуговой стрелкой ω_2.

Передача вращения диска 2 диску 3 происходит в точке *K*. Из соотношения $\frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{R_2}{R_3}$ находим угловую скорость диска 3: $\omega_3 = \frac{V_1 R_2}{r_2 R_3} = \frac{\pi}{2}$. Направление угловой скорости диска 3 показано на рис. 2.11, *b* дуговой стрелкой ω_3.

Модуль скорости точки M $V_M = \omega_3 r_3 = 2\pi$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_M$ направлен по касательной к траектории движения точки *M* в сторону вращения диска 3 (см. рис. 2.11, *b*).

Звено 4 движется поступательно. Величина и направление скорости звена 4 совпадают с величиной и направлением скорости точки *B* касания звена 4 с диском 3: $V_4 = V_B = \omega_3 R_3$. В момент времени $t_1 = 1$ с $V_4 = 4\pi$ см/с. Направление вектора скорости $\vec{V}_4$ определяется направлением вращения диска 3.

Определим ускорение точки *M*. Найдём алгебраическое значение ω_{3z} угловой скорости диска 3: $\omega_{3z} = \frac{V_{1x} R_2}{r_2 R_3} = \frac{\pi}{2}(-\sin\pi t + \cos\pi t)$. Алгебраическое значение ε_{3z} углового ускорения диска 3: $\varepsilon_{3z} = \dot{\omega}_{3z} = -\frac{\pi^2}{2}(\cos\pi t + \sin\pi t)$ и в момент времени $t_1 = 1$ с $\varepsilon_{3z} = \frac{\pi^2}{2}$. Разные знаки алгебраических значений угловой скорости и углового ускорения диска 3 ($\omega_{3z} = -\frac{\pi}{2}; \varepsilon_{3z} = +\frac{\pi^2}{2}$) показывают, что угловое ускорение направлено в сторону, противоположную угловой скорости. На рис 2.11, *b* направление углового ускорения диска 3 показано дуговой стрелкой ε_3.

Касательное ускорение точки M рассчитывается по формуле $a_M^{\tau} = \varepsilon_3 r_3$, где угловое ускорение $\varepsilon_3 = |\varepsilon_{3z}|$. В момент времени $t_1 = 1$ с $a_M^{\tau} = 2\pi^2$ см/с^2. Вектор касательного ускорения точки M $\vec{a}_M^{\tau}$ направлен по касательной к траектории точки M в сторону углового ускорения ε_3 (см. рис. 2.11, *b*).

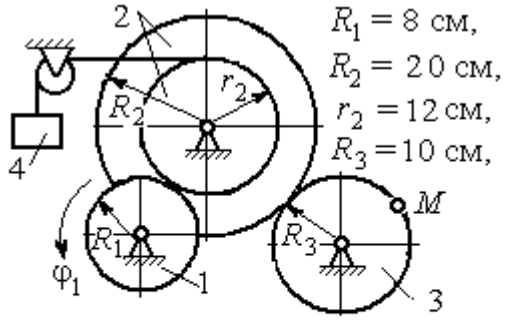
Нормальное ускорение точки M рассчитывается как $a_M^n = \omega_3^2 r_3$. В момент времени $t_1 = 1$ с величина нормального ускорения $a_M^n = \pi^2$ см/с^2. Вектор нормального ускорения $\vec{a}_M^n$ направлен по радиусу к центру диска 3.

Модуль полного ускорения точки M: $a_M = \sqrt{(a_M^n)^2 + (a_M^{\tau})^2} = \pi^2\sqrt{5}$ см/с^2. Вектор полного ускорения $\vec{a}_M$ направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_M^n$ и $\vec{a}_M^{\tau}$.

Звено 4 движется поступательно и прямолинейно. Ускорение звена 4 равно проекции ускорения точки B (касания диска 3 со звеном 4) на линию движения звена 4: $a_4 = a_B^{\tau} = \varepsilon_3 R_3 = 4\pi^2$ см/с^2. Направление ускорения звена 4 совпадает с касательным ускорением точки B.

Упражнения

Упражнение 2.1

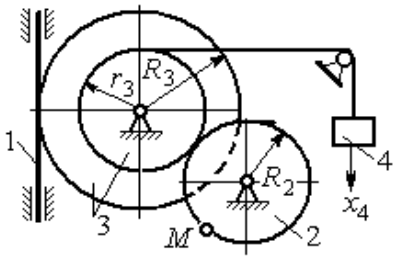


$R_1 = 8$ см,
$R_2 = 20$ см,
$r_2 = 12$ см,
$R_3 = 10$ см,

$\varphi_1 = 3t + 2\sin\frac{\pi t}{2}$ рад,

Найти скорость и ускорение точки M и груза 4 в момент $t = 1$ с

Упражнение 2.2



$R_2 = 0{,}2$ м, $R_3 = 0{,}4$ м, $r_3 = 0{,}3$ м,

$x_4 = t - 1 - \sin\frac{\pi t}{3} + \cos\frac{\pi t}{3}$ м.

Найти скорость и ускорение точки M и звена 1 в момент $t = t_1 = 3$ с.

Рис. 2.12. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 2.1, 2.2

2.3. Скорости точек при плоскопараллельном движении твёрдого тела

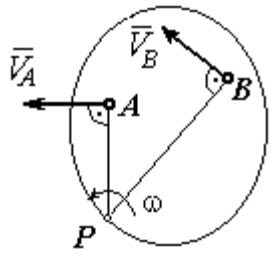
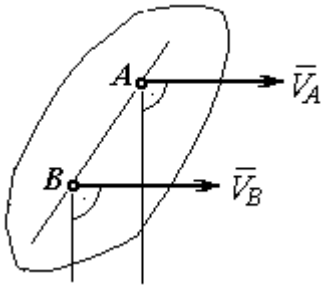
Плоскопараллельным, или плоским движением твердого тела, называется такое движение, при котором все точки тела движутся параллельно некоторой неподвижной (основной) плоскости.

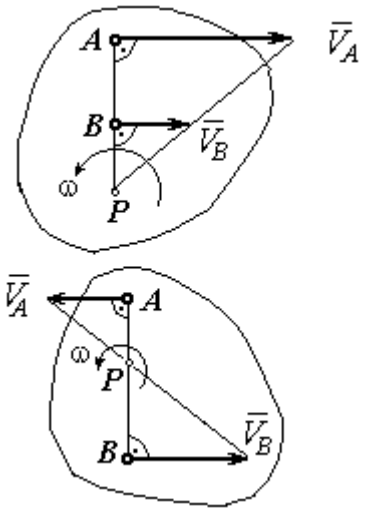
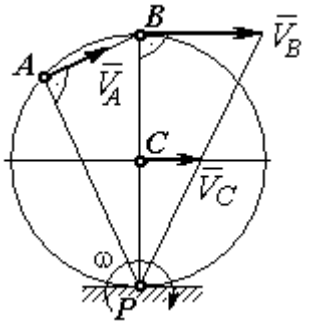
Для скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_M$ двух точек A и M тела, совершающего плоское движение, справедливо утверждение: **проекции скоростей двух точек твердого тела на ось, проходящую через эти точки, равны друг другу:** $V_A\cos\alpha = V_M\cos\beta$, где α, β – углы между векторами скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_M$ и осью, проходящей через точки A и M.

Мгновенным центром скоростей (МЦС) называется точка P плоской фигуры, скорость которой в данный момент времени равна нулю. При известном положении МЦС скорость любой точки плоской фигуры находят так, как если бы движение фигуры было мгновенно вращательным вокруг мгновенного центра скоростей с угловой скоростью, равной угловой скорости плоской фигуры. Способы построения мгновенного центра скоростей приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Способы построения мгновенного центра скоростей

1. Если известны направления скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ каких-нибудь двух точек A и B плоской фигуры, то мгновенный центр скоростей P находится в точке пересечения перпендикуляров, восстановленных из этих точек к векторам скоростей.	
2. Если скорости двух точек $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ параллельны, но точки A и B не лежат на общем перпендикуляре к скоростям, то, как видно из рисунка, мгновенный центр P бесконечно удалён. В этом случае угловая скорость $\omega = 0$ и тело в данный момент движется поступательно (движение является мгновенным поступательным). При таком движении скорость любой точки тела равна $\vec{V}_A$.	

3. Если скорости двух точек $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ параллельны, а точки A и B лежат на общем перпендикуляре к скоростям, то мгновенный центр скоростей P находится как пересечение прямой, соединяющей точки A и B и линии, проходящей через концы векторов, изображающих скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$.	
4. Если плоскопараллельное движение осуществляется путем качения без скольжения одного тела по неподвижной поверхности другого, то мгновенный центр скоростей P расположен в точке касания катящегося тела с неподвижной поверхностью.	

Примеры решения задач на плоскопараллельное движение тела

Задача 27. Приводной механизм насоса находится в положении, показанном на рис. 2.13. Кривошип O_1C вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_{O_1C} = 2$ рад/с вокруг оси, проходящей через точку O_1 перпендикулярно плоскости чертежа. Определить скорость поршня D и угловые скорости шатуна BC, коромысла AB и штока AD, если O_1C = 20 см, $OB = 2 \cdot OA$ = 40 см, AD = 60 см.

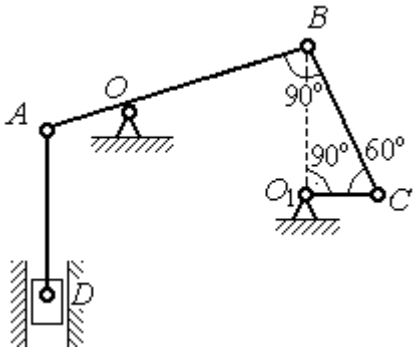


Рис. 2.13. Приводной механизм насоса

Решение

Предположим для определённости, что кривошип O_1C вращается в направлении по ходу часовой стрелки. Вектор $\vec{V}_C$ скорости точки C направлен

перпендикулярно кривошипу O_1C, в сторону его вращения (рис. 2.14). Модуль скорости $V_C = \omega_{O_1C} \cdot O_1C = 40$ см/с.

Коромысло AB качается (вращается) вокруг оси, проходящей через точку O, параллельно оси вращения кривошипа. Скорость точки B направлена перпендикулярно коромыслу AB вдоль шатуна BC (рис. 2.14).

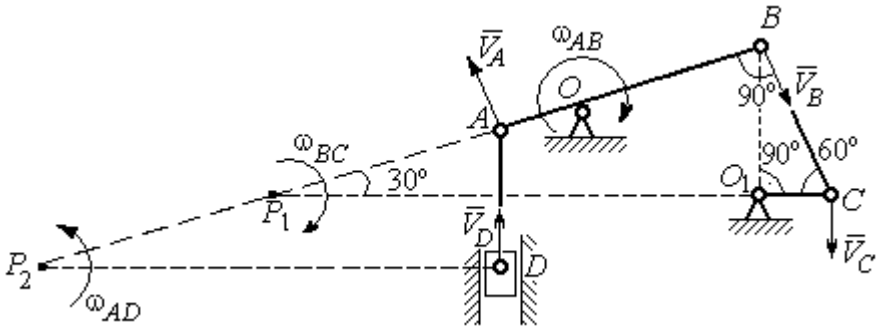


Рис. 2.14. Расчётная кинематическая схема механизма привода насоса

Шатун BC совершает плоскопараллельное движение. Мгновенный центр скоростей шатуна P_1 расположен в точке пересечения перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_C$ и $\vec{V}_B$ точек C и B шатуна. Находим $P_1C = 4O_1C = 80$ см. Угловая скорость вращения шатуна BC $\omega_{BC} = \dfrac{V_C}{CP_1} = 0{,}5$ рад/с. Направление угловой скорости вращения шатуна BC определяется направлением вращения кривошипа O_1C и на рис. 2.14 показано дуговой стрелкой ω_{BC}.

Скорость V_B найдём по теореме о проекциях скоростей. Спроектируем вектора скоростей $\vec{V}_C$ и $\vec{V}_B$ точек C и B на линию BC. Получим $V_B \cos 0^\circ = V_C \cos 30^\circ$. Отсюда $V_B = 20\sqrt{3}$ см/с.

Угловая скорость коромысла AB $\omega_{AB} = \dfrac{V_B}{OB} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ рад/с. Направление угловой скорости коромысла определяется направлением вектора скорости $\vec{V}_B$ и показано дуговой стрелкой ω_{AB}.

Скорость точки A коромысла равна половине скорости точки B: $V_A = \frac{1}{2}V_B = 10\sqrt{3}$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно коромыслу AB в сторону его вращения.

Точка P_2 пересечения перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_D$ является мгновенным центром скоростей штока AD. Тогда угловая скорость штока $\omega_{AD} = \frac{V_A}{AP_2} = \frac{\sqrt{3}}{12}$ рад/с. Направление угловой скорости штока определяется по направлению скорости точки A и на рис. 2.14 показано дуговой стрелкой ω_{AD}.

Скорость поршня $V_D = \omega_{AD} \cdot P_2D = 15$ см/с.

Задача 28. Механизм качалки (рис. 2.15) состоит из кривошипа OA, вращающегося вокруг оси O и несущего в точке A ось подвижной шестерни 2, которая катится по неподвижной шестерне 1. Вращение кривошипа происходит с угловой скоростью $\omega_{OA} = 2$ рад/с. Радиусы шестерён $r_1 = r_2 = 6$ см. К ободу шестерни 2 в точке B шарнирно прикреплён шатун BC длиной $BC = 8$ см, который в точке C передаёт движение коромыслу CO_1 длиной $CO_1 = 16$ см.

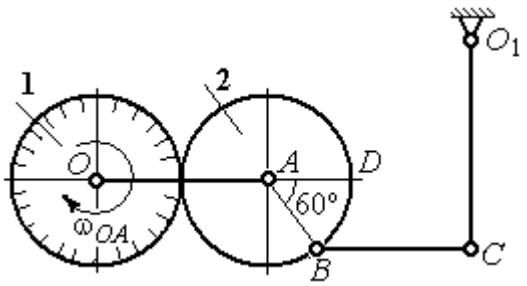


Рис. 2.15. Схема механизма качалки

Определить угловые скорости шестерни 2, шатуна BC, коромысла CO_1, а также скорости точек A, B, C, D в момент, когда кривошип OA и шатун BC горизонтальны и угол $\angle DAB = 60^\circ$.

Решение

Найдём скорость точки A кривошипа: $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 24$ см/с. Вектор скорости точки $\vec{V}_A$ расположен перпендикулярно кривошипу OA и направлен в сторону вращения кривошипа (рис. 2.16).

Мгновенный центр скоростей P_2 шестерни 2 находится в точке касания с неподвижной поверхностью шестерни 1. Угловая скорость шестерни 2 $\omega_2 = \dfrac{V_A}{AP_2} = 4$ рад/с. Направление угловой скорости шестерни 2 определяется направлением вектора скорости $\vec{V}_A$ и на рис. 2.16 показано дуговой стрелкой ω_2.

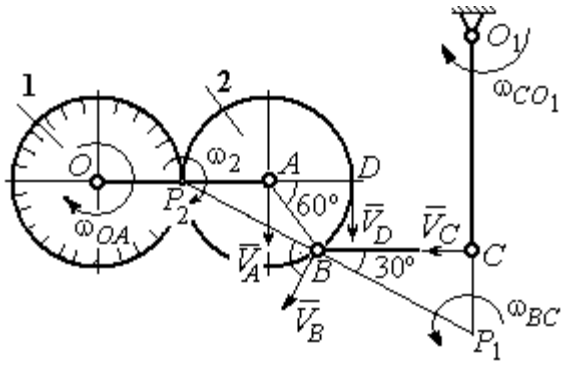


Рис.2.16. Расчётная кинематическая схема механизма качалки

Найдём расстояние P_2B из равнобедренного треугольника P_2AB по теореме косинусов: $P_2B = \sqrt{r^2 + r^2 - 2r^2\cos 120^\circ} = 6\sqrt{3}$ см. Скорость точки B $V_B = \omega_2 \cdot P_2B = 24\sqrt{3}$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_B$ перпендикулярен линии P_2B и направлен в сторону вращения шестерни 2.

Скорость точки D: $V_D = \omega_2 \cdot P_2D = 48$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_D$ перпендикулярен линии P_2D и направлен в ту же сторону (см. рис. 2.16).

Скорость точки C перпендикулярна линии CO_1. Восстанавливая перпендикуляры к скоростям $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$, получим точку пересечения P_1, которая будет мгновенным центром скоростей шатуна BC. Расстояние $P_1B = \dfrac{BC}{\cos 30^\circ} = \dfrac{16}{\sqrt{3}}$ см.

Угловая скорость шатуна $\omega_{BC} = \dfrac{V_B}{P_1B} = \dfrac{9}{2}$ рад/с. Направление угловой скорости определяется по направлению скорости $\vec{V}_B$ и показано дуговой стрелкой ω_{BC}.

Скорость точки C: $V_C = \omega_{BC} \cdot P_1C = \dfrac{36}{\sqrt{3}}$ см/с. Направление вектора скорости определяется направлением вращения шатуна BC.

Угловая скорость коромысла CO_1: $\omega_{CO_1} = \dfrac{V_C}{O_1C} = \dfrac{9}{4\sqrt{3}}$ рад/с.

Задача 29. В планетарном механизме (рис. 2.17) кривошип OA длиной OA = 25 см вращается вокруг неподвижной оси O, перпендикулярной плоскости рисунка, с угловой скоростью ω_{OA} = 3,6 рад/с. На конец A кривошипа насажена шестерёнка 2, находящаяся во внутреннем зацеплении с колесом 1 радиуса r_1 = 45 см, соосным с кривошипом OA и вращающимся с угловой скоростью ω_1 = 1 рад/с. Шатун BC, шарнирно соединённый с шестерёнкой 2 на её ободе в точке B, приводит в движение кривошип CO_1. Определить угловые скорости шестерёнки 2, шатуна BC и кривошипа CO_1, скорости точек A, B, C в положении, показанном на рис.2.17, если длина шатуна BC = 100 см, длина кривошипа CO_1 = 50 см.

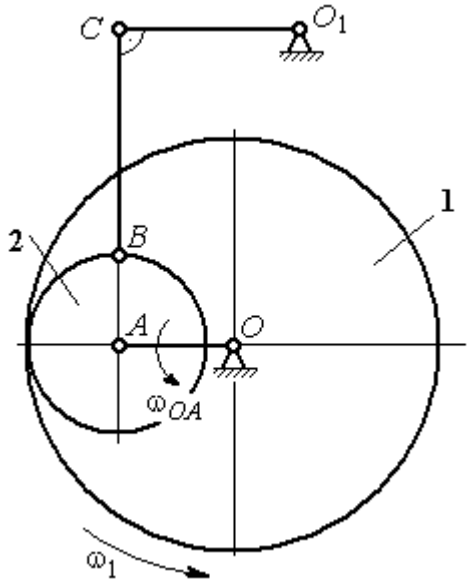


Рис. 2.17. Планетарный механизм

Решение

Найдём скорости точек A и D

$$V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 90 \text{ см/с}; \quad V_D = \omega_1 \cdot r_1 = 45 \text{ см/с}.$$

Вектор скорости $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно кривошипу OA в сторону его вращения. Вектор скорости $\vec{V}_D$ перпендикулярен радиусу OD колеса 1 и направлен в сторону вращения колеса (рис. 2.18).

Мгновенный центр скоростей P_2 шестерни 2 находится на пересечении прямой, соединяющей точки A и D, и линии, проходящей через концы векторов $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_D$, изображающих скорости точек A и D Расстояние P_2D от центра скоростей до точки D находится из пропорции $\frac{V_A}{V_D} = \frac{AP_2}{DP_2} = \frac{DP_2 + 20}{DP_2}$, откуда P_2D = 20 см.

Угловая скорость шестерёнки 2 $\omega_2 = \dfrac{V_D}{P_2 D} = 2{,}25$ рад/с. Направление угловой скорости ω_2 показано на рис. 2.18 дуговой стрелкой ω_2.

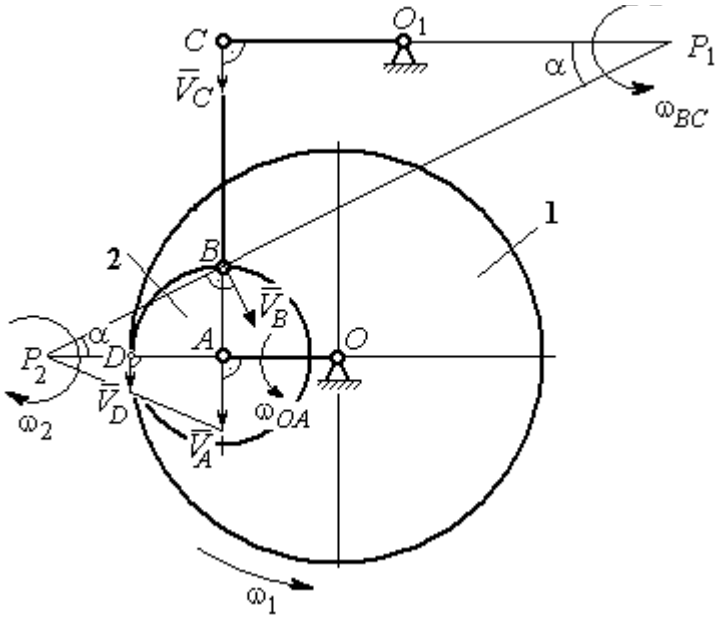


Рис. 2.18. Расчётная кинематическая схема планетарного механизма

Скорость точки *B,* которая находится на ободе шестеренки, $V_B = \omega_2 \cdot P_2 B = = 45\sqrt{5}$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_B$ перпендикулярен линии P_2B и направлен в сторону вращения шестерни 2.

Направим вектор скорости $\vec{V}_C$ перпендикулярно кривошипу CO_1 и восстановим перпендикуляры к скоростям $\vec{V}_C$ и $\vec{V}_B$. Точка P_1 пересечения перпендикуляров является мгновенным центром скоростей шатуна *BC*. Расстояние P_1B найдём из треугольника P_1BC: $P_1B = \dfrac{BC}{\sin\alpha}$, где $\sin\alpha = \dfrac{AB}{P_2B} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$. Тогда $P_1B = 100\sqrt{5}$ см. Угловая скорость шатуна $\omega_{BC} = \dfrac{V_B}{P_1B} = 0{,}45$ рад/с. Скорость точки *C* шатуна *BC* найдём по теореме о проекциях скоростей. Спроектируем скорости $\vec{V}_C$ и $\vec{V}_B$ точек *C* и *B* на линию, проходящую через эти точки Имеем: $V_C \cos 0^\circ = V_B \cos\alpha$, откуда $V_C = 90$ см/с.

Угловая скорость кривошипа CO_1 $\omega_{CO_1} = \dfrac{V_C}{O_1C} = 1{,}8$ рад/с.

Задача 30. В плоском механизме (рис. 2.19) кривошип OA вращается вокруг оси O с угловой скоростью ω_{OA}. На конец A кривошипа насажена шестерня 2, находящаяся во внешнем зацеплении с неподвижным колесом 1. Радиусы колеса и шестерни r_1 и r_2. Шестерня 2 соединяется с колесом 3 шатуном BC, закреплённым на шестерне в точке B и на колесе в точке C. Колесо 3 катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Все соединения шарнирные. Качение шестерни 2 по неподвижному колесу 1 без проскальзывания. Для положения механизма, изображенного на рис. 2.19, определить скорости точек A, B, C и угловые скорости шатуна BC, шестерни 2 и колеса 3, если ω_{OA}= 4 рад/с; r_1= 4 см; $r_2 = r_3$= 8 см.

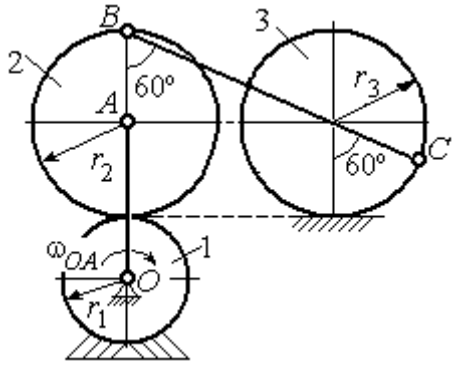


Рис. 2.19. Схема движения плоского механизма

Решение

Рассмотрим вращательное движение кривошипа OA. Скорость точки A кривошипа: $V_A = \omega_{OA} \cdot OA$= 48 см/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно кривошипу OA в сторону его вращения (рис. 2.20).

При качении шестерни 2 по неподвижной поверхности колеса 1 точка их соприкосновения P_2 является мгновенным центром скоростей шестерни.

Угловая скорость шестерни 2 $\omega_2 = \dfrac{V_A}{AP_2}$= 6 рад/с.

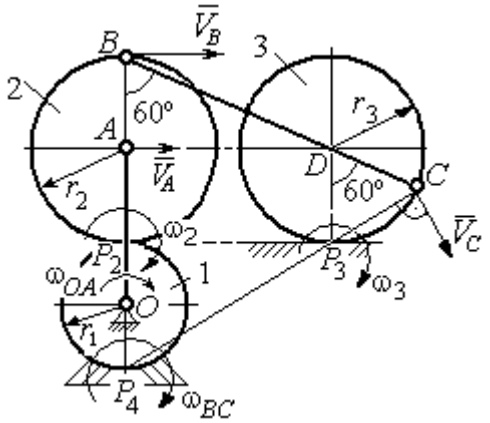


Рис. 2.20. Расчетная схема для определения угловых скоростей звеньев механизма

Скорость точки B шестерни 2 $V_B = \omega_2 \cdot BP_2$ = 96 см/с.

Точка P_3 касания колеса 3 с неподвижной поверхностью является его мгновенным центром скоростей. Вектор $\vec{V}_C$ скорости точки C колеса 3 перпендикулярен линии P_3C и направлен в сторону качения колеса (см. рис. 2.20).

Мгновенный центр скоростей шатуна BC – точка P_4 находится на пересечении перпендикуляров, восстановленных к скоростям точек B и C. По построению $BP_4 = BC = BD + DC = 2r_2 + r_3 = 24$ см. Угловая скорость шатуна BC $\omega_{BC} = \dfrac{V_B}{BP_4} = 4$ рад/с. Так как $BP_4 = CP_4$, скорости точек C и B $V_C = 96$ см/с.

Угловая скорость колеса 3 $\omega_3 = \dfrac{V_C}{CP_3} = 12$ рад/с.

Задача 31. В плоском механизме (рис. 2.21) кривошип OC, вращаясь вокруг неподвижной оси O, приводит в движение два шатуна CD и CE, присоединённых к кривошипу в точке C. Шатун CE прикреплён в точке E к ободу цилиндрического выступа диска 1, который катится без проскальзывания своим выступом по неподвижному горизонтальному рельсу. К другому шатуну CD в точке D прикреплён ползун, перемещающийся вдоль направления вертикального диаметра диска 1. Все соединения шарнирные. Радиусы диска и цилиндрического выступа $R_1 = 3$ см, $r_1 = 2$ см. Длина шатуна $CE = 4$ см. В заданном положении механизма (см. рис. 2.21) шатун CE горизонтален.

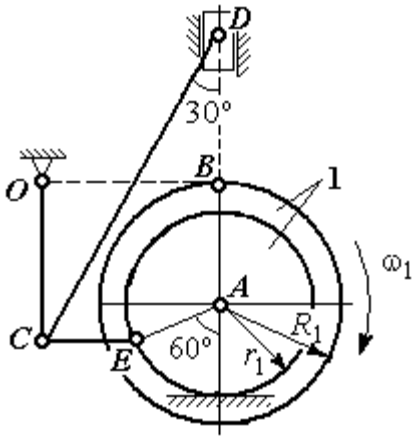


Рис. 2.21. Схема движения плоского механизма

Определить скорости точек A, E, C, D и угловые скорости диска 1, шатунов CE, CD и кривошипа CO, если известна скорость точки B на ободе диска 1 $V_B = 10$ см/с и направление ω_1 угловой скорости диска.

Решение

Изобразим вектор скорости точки B диска 1 в соответствии с заданным направлением его движения. При качении диска 1 по неподвижной поверхности рельса точка P_1 касания обода выступа с поверхностью рельса является его мгновенным центром скоростей (рис. 2.22).

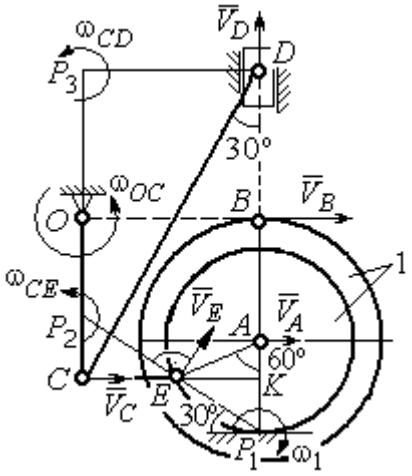


Рис. 2.22. Расчётная схема для определения скоростей точек и угловых скоростей звеньев механизма

Угловая скорость диска 1 $\omega_1 = \dfrac{V_B}{BP_1} = 2$ рад/с. Скорость точки A $V_A = \omega_1 \cdot AP_1 = 4$ см/с. Скорость точки E $V_E = \omega_1 \cdot EP_1 = 4$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ и вектор скорости $\vec{V}_E$ перпендикулярны, соответственно, линиям AP_1 EP_1 и направлены в сторону вращения диска.

Шатун CE совершает плоскопараллельное движение. Скорость точки C шатуна неизвестна по величине, но известно, что вектор скорости $\vec{V}_C$ перпендикулярен кривошипу OC и направлен вдоль CE в сторону точки E. Мгновенный центр скоростей P_2 шатуна CE находится на пересечении перпендикуляров, восстановленных к скоростям $\vec{V}_E$ и $\vec{V}_C$ (см. рис. 2.22).

Расстояние $EP_2 = \dfrac{EC}{\cos 30^\circ} = 4{,}62$ см. Угловая скорость шатуна CE $\omega_{CE} = \dfrac{V_E}{EP_2} = 0{,}86$ рад/с. Направление угловой скорости шатуна, определяемое по направлению скорости точки E, на рис. 2.22 показано дуговой стрелкой ω_{CE}. Скорость точки C шатуна CE $V_C = \omega_{CE} \cdot CP_2 = \dfrac{V_E}{2} = 2$ см/с.

Длина кривошипа $OC = BK = R_1 + r_1 \sin 30^\circ = 4$ см. Угловая скорость кривошипа $\omega_{OC} = \dfrac{V_C}{OC} = 0{,}5$ рад/с.

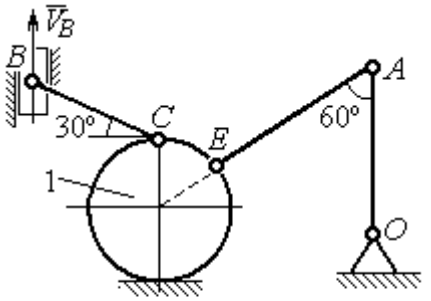
Для шатуна CD известны величина и направление вектора $\vec{V}_C$ скорости точки C и направление вектора $\vec{V}_D$ скорости точки D. Мгновенный центр скоростей шатуна CD находится в точке P_3, полученной на пересечении перпендикуляров, восстановленных к скоростям $\vec{V}_C$ и $\vec{V}_D$.

Расстояние $CP_3 = DK = (CE + r_1 \cos 30^\circ)\operatorname{ctg} 30^\circ = 9{,}92$ см (см. рис. 2.22). Угловая скорость шатуна CD: $\omega_{CD} = \dfrac{V_C}{CP_3} = 0{,}21$ рад/с.

Скорость ползуна D: $V_D = \omega_{CD} DP_3 = \omega_{CD}(CE + r_1 \cos 30^\circ) = 1{,}2$ см/с.

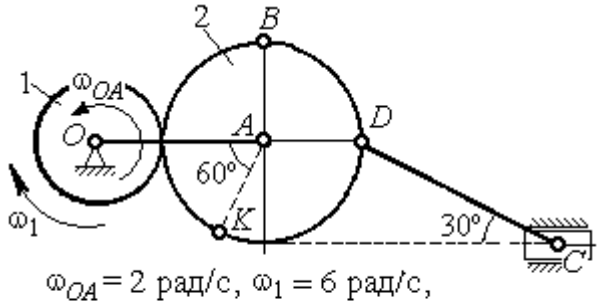
Упражнения

Упражнение 2.3



$R_1 = 2$ см, $OA = AE = 6$ см,
$BC = 5$ см, $V_B = 5$ см/с.
Найти: $\omega_{OA}, \omega_{AE}, \omega_{CB}, \omega_1, V_C, V_A, V_E$

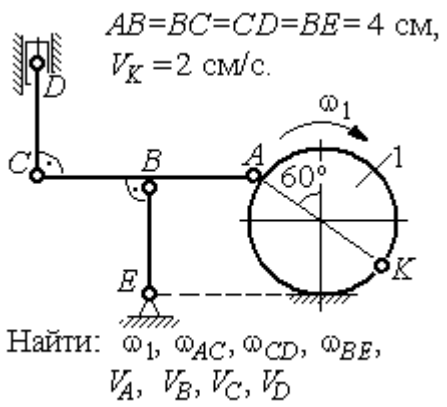
Упражнение 2.4



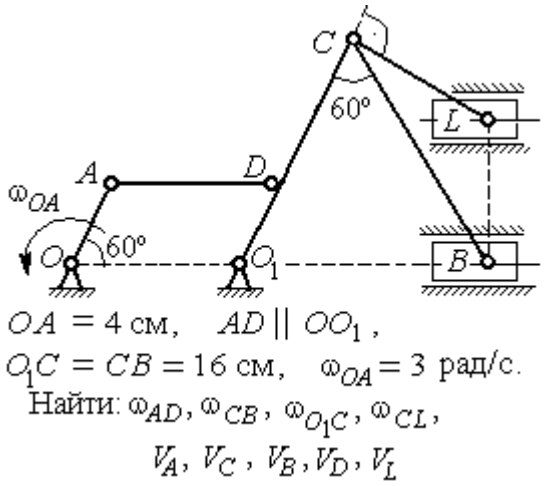
$\omega_{OA} = 2$ рад/с, $\omega_1 = 6$ рад/с,
$r_1 = 3$ см, $r_2 = 6$ см.
Найти: $\omega_2, \omega_{DC}, V_B, V_K, V_D, V_C$

Рис. 2.23. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 2.3, 2.4

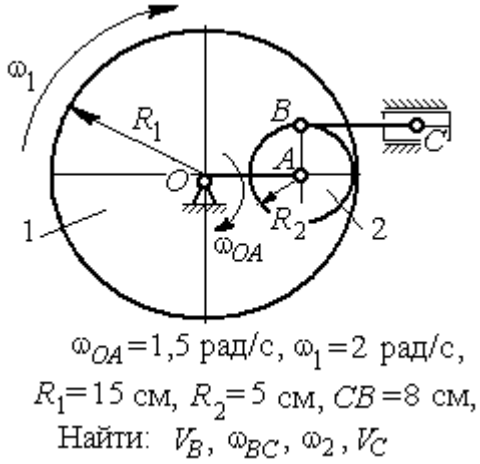
Упражнение 2.5



Упражнение 2.6



Упражнение 2.7



Упражнение 2.8

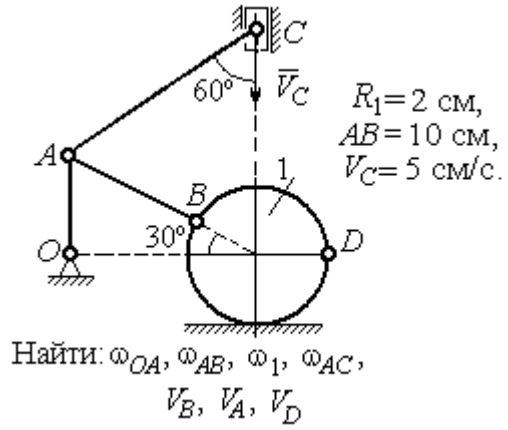


Рис. 2.24. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 2.5 – 2.8

2.4. Ускорения точек при плоскопараллельном движении твёрдого тела

Ускорение любой точки M плоской фигуры при плоскопараллельном движении твердого тела представляется как сумма векторов $\vec{a}_M = \vec{a}_A + \vec{a}^{\tau}_{MA} + \vec{a}^{n}_{MA}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса A; $\vec{a}^{\tau}_{MA}$, $\vec{a}^{n}_{MA}$ – касательная и

нормальная составляющие ускорения точки *M* при вращении фигуры вокруг полюса *A* (рис. 2.25).

Вектор нормального ускорения $\vec{a}^{\,n}_{MA}$ всегда направлен от точки *M* к полюсу *A*. Вектор касательного ускорения $\vec{a}^{\,\tau}_{MA}$ направлен перпендикулярно отрезку *AM* в сторону вращения, если оно ускоренное (см. рис. 2.25, *a*), и против вращения, если оно замедленное (см. рис. 2.25, *b*). Величины касательного и нормального составляющих ускорения точки *M* определяются по формулам:

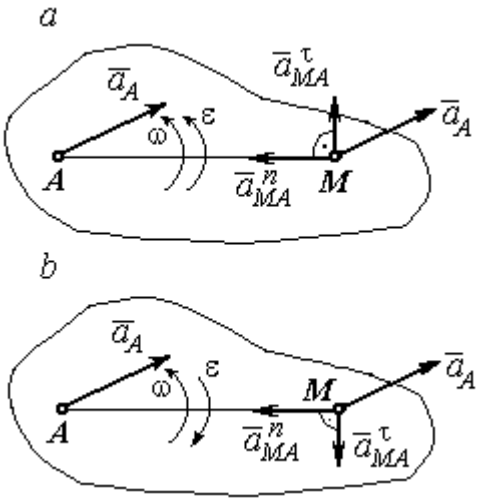


Рис. 2.25. Ускорение точки плоской фигуры:
a – ускоренное движение;
b – замедленное движение

$a^{\tau}_{MA} = \varepsilon \cdot AM$; $a^{n}_{MA} = \omega^2 \cdot AM$, где ω, ε – угловая скорость и угловое ускорение тела (плоской фигуры); AM – расстояние от точки *M* до полюса *A*.

Если при движении плоской фигуры известны траектории движения полюса *A* и точки *M*, то для определения ускорения точки *M* используется векторное равенство $\vec{a}^{\,\tau}_{M} + \vec{a}^{\,n}_{M} = \vec{a}^{\,\tau}_{A} + \vec{a}^{\,n}_{A} + \vec{a}^{\,\tau}_{MA} + \vec{a}^{\,n}_{MA}$, где $\vec{a}^{\,\tau}_{M}$, $\vec{a}^{\,n}_{M}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{A}$, $\vec{a}^{\,n}_{A}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки *M* и полюса *A* при движении их по заданным траекториям.

Примеры решения задач на определение ускорений точек

Задача 32. Поршень *D* гидравлического пресса приводится в движение шарнирно-рычажным механизмом *OABD*. В положении механизма, указанном на рис. 2.26, точка *L* рычага имеет скорость $V_L = 0{,}6$ м/с и ускорение $a_L = 0{,}5$ м/с^2. Длина рычага $OA = 2 \cdot AL = 0{,}6$ м, длина звена $AB = 0{,}4$ м. Определить скорость и ускорение поршня *D*, угловую скорость и ускорение звена *AB*.

Решение

Найдём угловую скорость рычага OL: $\omega_{OL} = \dfrac{V_L}{OL} = \dfrac{2}{3}$ рад/с.

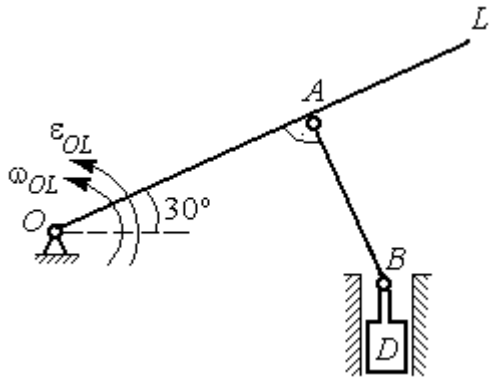


Рис. 2.26. Шарнирно-рычажный механизм гидравлического пресса

Ускорение точки L представляется в виде суммы векторов нормального и касательного ускорений: $\vec{a}_L = \vec{a}_L^{\,\tau} + \vec{a}_L^{\,n}$ (рис. 2.27). Модуль нормального ускорения точки L $a_L^n = \omega_{OL}^2 \cdot OL = 0{,}4$ м/с^2. Модуль её касательного ускорения и угловое ускорение рычага, соответственно, равны:

$$a_L^{\tau} = \sqrt{a_L^2 - (a_L^n)^2} = 0{,}3 \text{ м/с}^2, \quad \varepsilon_{OL} = \frac{a_L^{\tau}}{OL} = \frac{1}{3} \text{ рад/с}^2.$$

Скорость $\vec{V}_A$ точки A перпендикулярна рычагу OL и направлена в сторону вращения рычага. Её модуль $V_A = \omega_{OL} \cdot OA = 0{,}4$ м/с. Скорость $\vec{V}_B$ точки B направлена вертикально вверх вдоль линии движения поршня. Направления векторов скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ показаны на рис. 2.27. Точка P_1 – пересечения перпендикуляров, восстановленных к векторам скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ - определяет положение мгновенного центра скоростей звена AB. Расстояние $AP_1 = P_1B \cdot \cos 30^\circ = 0{,}4\sqrt{3}$ м.

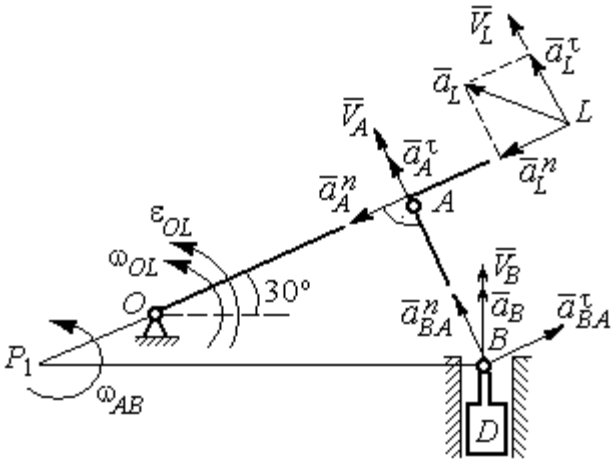


Рис. 2.27. Расчётная кинематическая схема механизма

Угловая скорость звена AB $\omega_{AB} = \dfrac{V_A}{P_1A} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ рад/с.

Представим ускорение точки B через полюс A: $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{\tau}_{BA} + \vec{a}^{n}_{BA}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса A; $\vec{a}^{\tau}_{BA}$, $\vec{a}^{n}_{BA}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки B при вращении звена AB вокруг полюса A. Так как траекторией точки A является окружность с центром в точке O, ускорение этой точки может быть разложено на две составляющие: $\vec{a}_A = \vec{a}^{\tau}_{A} + \vec{a}^{n}_{A}$. В результате ускорение точки B представляется в виде векторной суммы $\vec{a}_B = \vec{a}^{\tau}_{A} + \vec{a}^{n}_{A} + \vec{a}^{\tau}_{BA} + \vec{a}^{n}_{BA}$. Направления векторов ускорений показаны на рис. 2.27.

Модули ускорений:

$$a^{n}_{A} = \omega^{2}_{OL} \cdot OA = 0{,}27 \text{ см/с}^2;\ a^{n}_{BA} = \omega^{2}_{AB} \cdot AB = 0{,}13 \text{ см/с}^2;$$

$$a^{\tau}_{A} = \varepsilon_{OL} \cdot OA = 0{,}2 \text{ см/с}^2.$$

Ускорение $a^{\tau}_{BA} = \varepsilon_{AB} \cdot AB$ остаётся неизвестной величиной, так как угловое ускорение ε_{AB} звена AB неизвестно.

Спроектируем векторное равенство ускорения точки B на оси x, y, где ось x проходит вдоль линии звена AB, ось y – перпендикулярна ей (рис. 2.28). Получим равенства:

$$a_B \cdot \cos 30^\circ = a^{\tau}_{A} + a^{n}_{BA};\ \ a_B \cdot \cos 60^\circ = -a^{n}_{A} + a^{\tau}_{BA}.$$

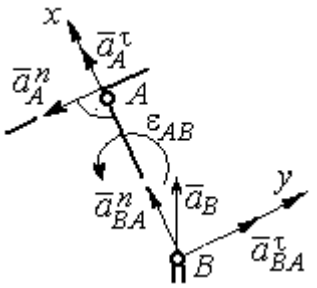


Рис. 2.28. Вычисление проекций векторов ускорений

Решая систему уравнений, находим модуль ускорения точки B: $a_B = 0{,}38$ см/с^2 и величину касательного ускорения: $a^{\tau}_{BA} = 0{,}46$ см/с^2. Угловое ускорение стержня AB $\varepsilon_{AB} = \dfrac{a^{\tau}_{BA}}{AB} = 1{,}15$ рад/с^2. Направление углового ускорения ε_{AB} звена AB определяется направлением вектора $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ касательного ускорения точки B при вращении звена вокруг полюса A (см. рис. 2.28).

Ускорение поршня D равно ускорению точки B: $a_D = a_B = 0{,}38$ см/с^2.

Задача 34. Колесо 1 радиуса $r_1 = 0{,}6$ м катится без скольжения по прямолинейному участку пути и приводит в движение шатун 2, соединённый шарнирно с колесом в точке B на его ободе. На другом конце шатуна в точке C к нему присоединён ползун, перемещающийся горизонтально (рис. 2.29).

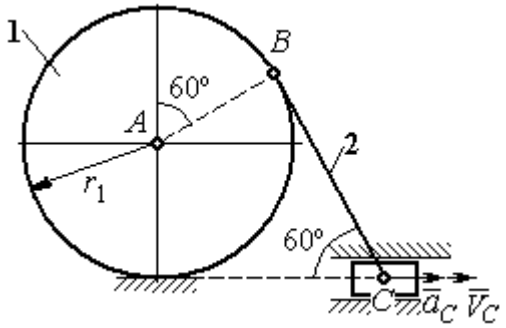


Рис. 2.29. Механизм, связывающий качение колеса с поступательным движением ползуна

В положении механизма, показанном на рис. 2.29, найти ускорение центра A колеса 1, его угловое ускорение, а также угловое ускорение шатуна 2, если заданы скорость и ускорение ползуна C: $V_C = 9$ м/с; $a_C = 4$ м/с^2.

Решение

При качении диска 1 по неподвижной поверхности точка P_1 касания его с поверхностью является мгновенным центром скоростей диска. Вектор скорости $\vec{V}_B$ перпендикулярен линии P_1B. Восстановим перпендикуляры к скоростям $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$. Их пересечение в точке P_2 определяет положение мгновенного центра скоростей шатуна 2 (рис. 2.30).

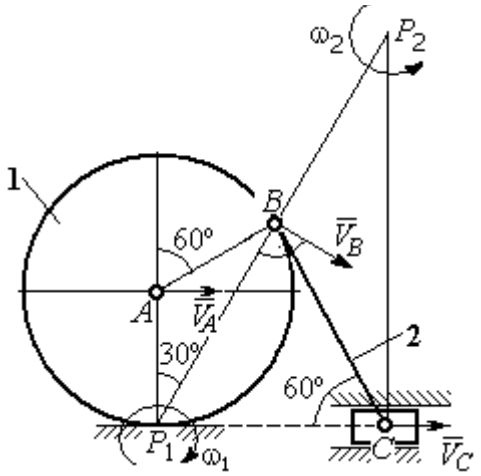


Рис. 2.30. Расчётная схема механизма для определения скоростей точек

Вычислим необходимые расстояния.

Расстояние P_1B (см. рис. 2.30) найдём из треугольника P_1AB по теореме косинусов: $P_1B = r_1\sqrt{3} = 1{,}04$ м. Из построения мгновенных центров скоростей P_1 и P_2 следует: $P_1B = BP_2 = BC$. Расстояние P_2C определяется из треугольника P_1P_2C: $P_2C = P_1P_2 \cdot \cos 30^\circ = 1{,}8$ м.

Угловая скорость шатуна 2 $\omega_2 = \dfrac{V_C}{P_2C}$ = 5рад/с. Направление угловой скорости ω_2 определяется направлением скорости $\vec{V}_C$.

Скорость точки *B* найдём по формуле $V_B = \omega_2 \cdot P_2B$ = 5,2 м/с.

Угловая скорость диска 1 $\omega_1 = \dfrac{V_B}{P_1B}$ = 5 рад/с. Скорость центра колеса 1 $V_A = \omega_1 \cdot P_1A$ = 3 м/с.

Найдём ускорение точки *A*.

Примем точку *B* за полюс и выразим ускорение точки *A* через полюс *B*: $\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}^{\,\tau}_{AB} + \vec{a}^{\,n}_{AB}$, где $\vec{a}_B$ – ускорение полюса *B*; $\vec{a}^{\,\tau}_{AB}$, $\vec{a}^{\,n}_{AB}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки *A* при вращении диска 1 вокруг полюса *B* (рис. 2.31). Направления ускорения точки $\vec{a}_A$ и касательной составляющей ускорения $\vec{a}^{\,\tau}_{AB}$ точки *A* выбраны в предположении ускоренного движения диска.

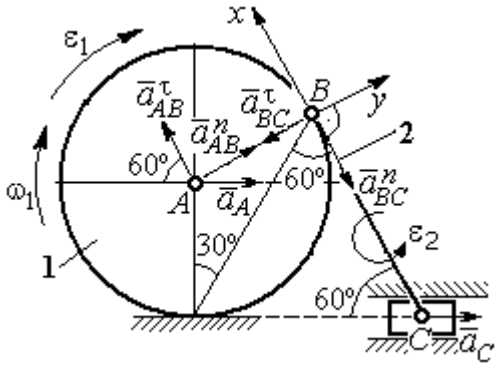


Рис. 2.31. Расчётная схема механизма для определения ускорений точек

Ускорение полюса *B* выразим через полюс *C*: $\vec{a}_B = \vec{a}_C + \vec{a}^{\,\tau}_{BC} + \vec{a}^{\,n}_{BC}$, где $\vec{a}_C$ – ускорение полюса *C*; $\vec{a}^{\,\tau}_{BC}$, $\vec{a}^{\,n}_{BC}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки *B* при вращении шатуна 2 вокруг полюса *C*. Направление касательной составляющей ускорения $\vec{a}^{\,\tau}_{BC}$ точки *B* выбрано в направлении вращения шатуна 2 (см. рис. 2.30) исходя из предположения его ускоренного движения. В результате ускорение точки *A* выражается векторной суммой:

$$\vec{a}_A = \vec{a}^{\,\tau}_{AB} + \vec{a}^{\,n}_{AB} + \vec{a}^{\,\tau}_{BC} + \vec{a}^{\,n}_{BC} + \vec{a}_C.$$

Направления векторов ускорений показаны на рис. 2.31.

Заметим, что в любой момент времени движения колеса 1 расстояние от точки A до мгновенного центра скоростей колеса P_1 остаётся постоянным, равным радиусу колеса. Дифференцируем выражение $V_A = \omega_1 \cdot P_1A = \omega_1 \cdot r_1$. Получим $\frac{dV_A}{dt} = \frac{d\omega_1}{dt} r_1 = \varepsilon_1 \cdot r_1$, откуда с учётом $\frac{dV_A}{dt} = a_A$ (прямолинейное движение точки A) угловое ускорение диска 1 $\varepsilon_1 = \frac{a_A}{r_1}$. В результате, касательное ускорение a^{τ}_{AB} точки A при вращении диска 1 вокруг полюса B $a^{\tau}_{AB} = \varepsilon_1 \cdot AB = a_A$.

Найдём модули векторов ускорений:

$$a^n_{AB} = \omega_1^2 \cdot AB = 15 \text{ м/с}^2;\ a^n_{BC} = \omega_2^2 \cdot BC = 26 \text{ м/с}^2.$$

Ускорение $a^{\tau}_{BC} = \varepsilon_2 \cdot BC$ остаётся неизвестным. Применить здесь способ дифференцирования выражения $V_C = \omega_2 \cdot P_2C$ для определения углового ускорения ε_2 невозможно, так как расстояние P_2C от мгновенного центра скоростей P_2 шатуна 2 до точки C меняется во время движения механизма неизвестным образом.

Спроектируем векторное равенство ускорения точки A на оси x, y, выбранные, как показано на рис. 2.31. Получим систему уравнений:

$$\text{проекция на ось } x\text{: } -a_A\cos60^\circ = a^{\tau}_{AB} - a^n_{BC} - a_C\cos60^\circ;$$

$$\text{проекция на ось } y\text{: } a_A\cos30^\circ = a^n_{AB} - a^{\tau}_{BC} + a_C\cos30^\circ.$$

Из первого уравнения с учётом того, что $a^{\tau}_{AB} = a_A$, найдём ускорение точки A: a_A = 18,67 м/с^2. Положительное значение ускорения точки A означает, что вектор $\vec{a}_A$ направлен так, как показано на рис. 2.31, – в сторону направления вектора скорости $\vec{V}_A$. Из этого следует, что диск 1 движется ускоренно и угловое ускорение направлено в сторону его угловой скорости.

Из второго уравнения получим: $a_{BC}^{\tau} = 2{,}29$ м/с^2. Угловое ускорение шатуна 2: $\varepsilon_2 = \dfrac{\left|a_{BC}^{\tau}\right|}{BC} = 2{,}2$ рад/с^2. Из того, что касательное ускорение a_{BC}^{τ} положительно, следует, что направление вектора $\vec{a}_{BC}^{\tau}$ совпадает с направлением, указанным на рис. 2.31. Это, в свою очередь, означает, что в данном положении механизма угловое ускорение шатуна 2 направлено так, как показано на рис. 2.31, – по направлению его угловой скорости, то есть шатун 2 вращается ускоренно.

Задача 35. По неподвижной шестерне 1 радиуса r_1 обкатывается шестерня 2 радиуса r_2, насаженная в центре на кривошип OA (рис. 2.32). Кривошип OA вращается вокруг оси O с угловой скоростью ω_{OA} и угловым ускорением ε_{OA}. На ободе шестерни 2 в точке B шарнирно прикреплен стержень BC, соединенный другим концом с центром C диска 3, катящегося без скольжения вдоль горизонтальной прямой. Радиус диска 3 равен радиусу шестерни 2: $r_3 = r_2$. Для положения механизма, изображенного на рис. 2.32, определить ускорение точки D и угловое ускорение стержня BC, если $r_1 = 0{,}2$ м, $r_2 = 0{,}4$ м, $\omega_{OA} = 4$ рад/с, $\varepsilon_{OA} = 2$ рад/с^2. Длина стержня $BC = 1$ м.

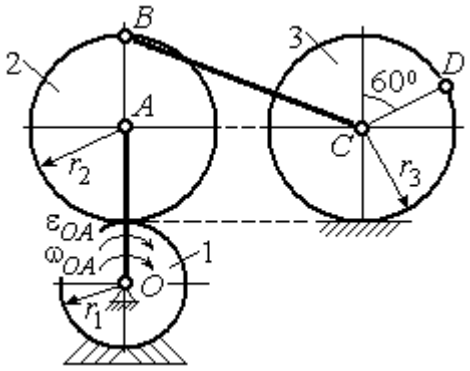


Рис. 2.32. Схема движения плоского механизма

Решение

Найдём угловые скорости звеньев механизма.

Рассмотрим вращательное движение кривошипа OA. Скорость его точки A: $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 2{,}4$ м/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно кривошипу OA в сторону его вращения (рис. 2.33).

При качении подвижной шестерни 2 по неподвижной 1, точка их соприкосновения P_2 является мгновенным центром скоростей шестерни 2. Угловая скорость шестерни 2: $\omega_2 = \dfrac{V_A}{AP_2} =$ 6 рад/с. Скорость точки B шестерни 2: $V_B = \omega_2 \cdot BP_2 =$ 4,8 м/с.

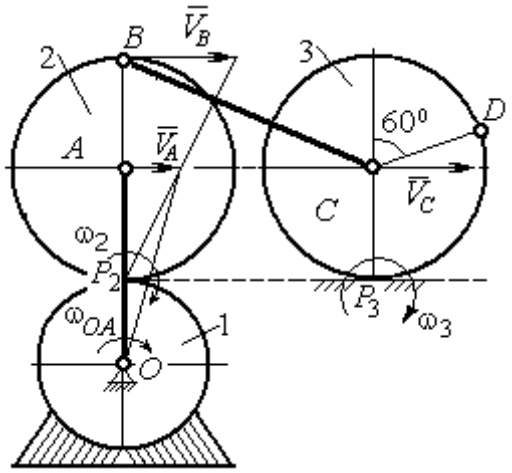


Рис. 2.33. Расчетная схема для определения угловых скоростей звеньев механизма

Для определения угловой скорости стержня BC заметим, что скорости двух точек стержня $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$ параллельны, но точки B и C не лежат на общем перпендикуляре к скоростям. В этом случае мгновенный центр скоростей стержня BC отсутствует (или бесконечно удалён), угловая скорость стержня равна нулю и стержень совершает мгновенное поступательное движение. При таком движении мгновенные скорости всех точек стержня BC одинаковы по величине и направлению. Таким образом, $\omega_{BC} = 0$; $V_C = V_B =$ 4,8 м/с.

При качении диска 3 по неподвижной поверхности без проскальзывания точка P_3 касания диска с поверхностью является его мгновенным центром скоростей. Угловая скорость диска 3: $\omega_3 = \dfrac{V_C}{CP_3} =$ 12 рад/с. Направление угловой скорости ω_3 определяется направлением вектора $\vec{V}_C$.

Найдём ускорения точек и угловые ускорения звеньев механизма.

Выразим ускорение $\vec{a}_C$ точки C, направленное вдоль линии движения центра колеса 3, через полюс B. Ускорение представляется векторной суммой: $\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}^{\,n}_{CB} + \vec{a}^{\,\tau}_{CB}$, где $\vec{a}_B$ – вектор ускорения полюса B; $\vec{a}^{\,n}_{CB}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{CB}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки C при вращении

стержня BC вокруг полюса B. Вектор $\vec{a}^{n}_{CB}$ направлен вдоль стержня от точки C к полюсу B, вектор $\vec{a}^{\tau}_{CB}$ перпендикулярен стержню BC. Направление вектора $\vec{a}^{\tau}_{CB}$ выбрано по предполагаемому угловому ускорению стержня BC, показанному на рис. 2.34 дуговой стрелкой ε_{CB}.

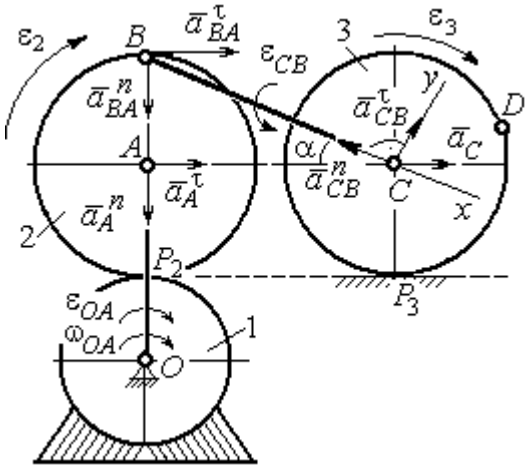


Рис. 2.34. Расчетная схема для определения ускорений точек механизма и угловых ускорений его звеньев

Рассмотрим плоскопараллельное движение шестерни 2 и выразим ускорение точки B через полюс A в виде векторного равенства: $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{n}_{BA} + \vec{a}^{\tau}_{BA}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса A; $\vec{a}^{n}_{BA}$, $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки B при вращении шестерни 2 вокруг полюса A. Вектор $\vec{a}^{n}_{BA}$ направлен вдоль радиуса шестерни от точки B к полюсу A, вектор $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ перпендикулярен линии BA. Направление вектора $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ соответствует ускоренному вращению шестерни 2.

Рассмотрим вращение кривошипа OA. Вектор ускорения точки A кривошипа при вращении его вокруг неподвижной оси O представляется в виде суммы: $\vec{a}_A = \vec{a}^{n}_{A} + \vec{a}^{\tau}_{A}$, где $\vec{a}^{n}_{A}$ и $\vec{a}^{\tau}_{A}$ – вектора нормальной и касательной составляющих ускорения точки A. Вектор $\vec{a}^{n}_{A}$ направлен вдоль кривошипа по направлению к оси вращения, вектор $\vec{a}^{\tau}_{A}$ перпендикулярен кривошипу и направлен в сторону углового ускорения ε_{OA} вращения кривошипа.

В результате для определения ускорения точки C имеем векторное равенство:

$$\vec{a}_C = \vec{a}^{n}_{A} + \vec{a}^{\tau}_{A} + \vec{a}^{n}_{BA} + \vec{a}^{\tau}_{BA} + \vec{a}^{n}_{CB} + \vec{a}^{\tau}_{CB}.$$

Направления всех векторов ускорений показаны на рис. 2.34.

Вычислим модули векторов, составляющих векторную сумму:

$$a_A^n = \omega_{OA}^2 \cdot OA = 9{,}6 \text{ м/с}^2; \quad a_A^\tau = \varepsilon_{OA} \cdot OA = 1{,}2 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 \cdot BA = 14{,}4 \text{ м/с}^2; \quad a_{CB}^n = \omega_{BC}^2 \cdot BC = 0.$$

Заметим, что во время движения шестерни 2 расстояние AP_2 остается постоянным, равным r_2. Дифференцируя равенство $V_A = \omega_2 \cdot AP_2 = \omega_2 r_2$, получим: $\frac{dV_A}{dt} = \frac{d\omega_2}{dt} r_2$. При криволинейном движении точки A производная от скорости равна касательному ускорению: $\frac{dV_A}{dt} = a_A^\tau$. С учётом, что $\frac{d\omega_2}{dt} = \varepsilon_2$, получим: $a_A^\tau = \varepsilon_2 r_2$, откуда $\varepsilon_2 = \frac{a_A^\tau}{r_2} = 3$ рад/с^2 и $a_{BA}^\tau = \varepsilon_2 \cdot BA = 1{,}2$ м/с^2.

Выберем оси Cx, Cy, как показано на рис. 2.34, – вдоль отрезка BC и перпендикулярно ему и спроектируем на них векторное равенство ускорения точки C. Получим систему уравнений:

$$a_C \cos\alpha = a_A^n \sin\alpha + a_A^\tau \cos\alpha + a_{BA}^n \sin\alpha + a_{BA}^\tau \cos\alpha - a_{CB}^n;$$

$$a_C \sin\alpha = -a_A^n \cos\alpha + a_A^\tau \sin\alpha - a_{BA}^n \cos\alpha + a_{BA}^\tau \sin\alpha + a_{CB}^\tau,$$

где α – угол между стержнем BC и линией центров AC, $\sin\alpha = \frac{AB}{BC} = 0{,}4$; $\cos\alpha = 0{,}92$.

Находим из первого уравнения ускорение точки C: $a_C = 12{,}83$ м/с^2, из второго – касательное ускорение точки C при вращении стержня BC вокруг полюса B: $a_{CB}^\tau = 33{,}95$ м/с^2. Величина углового ускорения стержня BC: $\varepsilon_{CB} = \frac{\left|a_{CB}^\tau\right|}{BC} = 33{,}95$ рад/с^2. Положительное значение a_{CB}^τ означает, что вектор касательного ускорения $\vec{a}_{CB}^\tau$ направлен так, как показано на рис. 2.34. Тогда и

направление углового ускорения ε_{CB} стержня BC совпадает с направлением, показанным дуговой стрелкой на рис. 2.34.

При качении диска 3 точка C движется по прямой и расстояние CP_3 остается постоянным, равным радиусу диска 3. В этом случае равенство $V_C = \omega_3 \cdot CP_3 = \omega_3 r_3$ можно продифференцировать по времени. Получим: $\frac{dV_C}{dt} = \frac{d\omega_3}{dt} r_3$. Так как движение точки C является прямолинейным, производная от скорости точки C равна ускорению этой точки: $\frac{dV_C}{dt} = a_C$. Тогда с учётом $\frac{d\omega_3}{dt} = \varepsilon_3$ имеем равенство $a_C = \varepsilon_3 r_3$. Угловое ускорение диска 3: $\varepsilon_3 = \frac{a_C}{r_3} = 32{,}07$ рад/с^2.

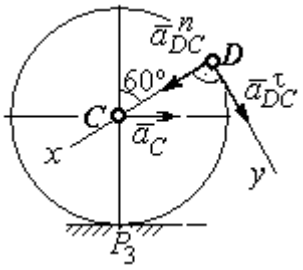


Рис.2.35. Расчетная схема для определения ускорения точки D

Выразим ускорение точки D через полюс C, ускорение которого известно и по величине, и по направлению: $\vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}^n_{DC} + \vec{a}^\tau_{DC}$, где $\vec{a}_C$ – ускорение точки C; $\vec{a}^n_{DC}$, $\vec{a}^\tau_{DC}$ – нормальное и касательное составляющие ускорения точки D при вращении диска 3 вокруг полюса C. Модули ускорений

$$a_C = 12{,}83 \text{ м/с}^2;\ a^n_{DC} = \omega_3^2 DC = 57{,}6 \text{ м/с}^2;\ a^\tau_{DC} = \varepsilon_3 DC = 12{,}83 \text{ м/с}^2.$$

Проведём оси Dx и Dy, как показано на рис. 2.34, и спроектируем векторное равенство ускорения точки D на оси. Получим систему уравнений:

$$a_{Dx} = -a_C \cos 30^\circ + a^n_{DC};\quad a_{Dy} = a_C \cos 60^\circ + a^\tau_{DC}.$$

Подставляя в уравнения проекций значения модулей ускорений, найдём: $a_{Dx} = 46{,}49$ м/с^2; $a_{Dy} = 19{,}25$ м/с^2.

Величина ускорения точки D: $a_D = \sqrt{a^2_{Dx} + a^2_{Dy}} = 50{,}32$ м/с^2.

Заметим, что для определения ускорения точки D невозможно было сразу использовать приём с последовательным выражением ускорения точки D через

ускорения полюсов C, B и A, так как в полученной в результате проекций системе двух уравнений будет три неизвестных величины - a_{Dx}, a_{Dy} и величина ускорения a_{CB}^{τ}.

Задача 36. Механизм качалки (рис. 2.36) включает в себя кривошип OA, вращающийся вокруг неподвижной оси O, шестерню 1 радиуса r_1, насаженную на кривошип в точке A и обкатывающуюся по неподвижной цилиндрической поверхности, и шатун BC, присоединённый одним концом в точке B к шестерне, а другим – в точке C к коромыслу CO_1. В положении, указанном на рис. 2.36, определить угловую скорость и угловое ускорение коромысла CO_1, если ω_{OA} = 2 рад/с; ε_{OA} = 4 рад/с^2; OA = 0,8 м; r_1 = 0,4 м; AB = 0,2 м; BC = 0,6 м. Для этого же положения определить ускорение точки C.

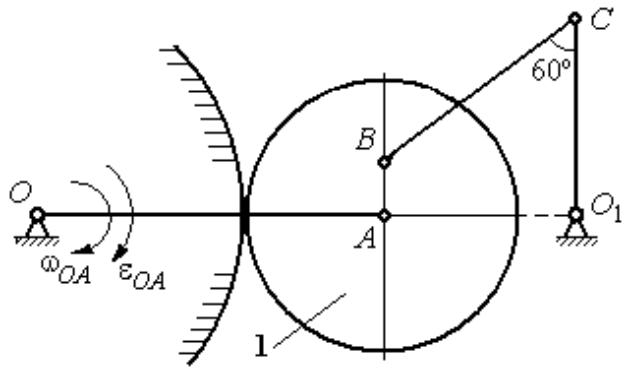


Рис. 2.36. Механизм качалки

Решение

Найдём угловые скорости звеньев механизма.

Скорость точки A кривошипа $V_A = \omega_{OA} \cdot OA$ = 1,6 м/с. Вращаясь, кривошип передаёт движение шестерне 1, которая катится по неподвижной поверхности. Точка касания P_1 шестерни с неподвижной поверхностью является мгновенным центром скоростей шестерни. Тогда её угловая скорость $\omega_1 = \dfrac{V_A}{AP_1}$ = 4 рад/с. Направление угловой скорости показано на рис. 2.37 дуговой стрелкой ω_1.

Расстояние от мгновенного центра скоростей шестерни до её точки B P_1B = 0,45 м. Скорость точки B: $V_B = \omega_1 \cdot P_1B$ = 1,8 м/с. Вектор скорости $\vec{V}_B$ перпендикулярен линии P_1B и направлен в сторону вращения шестерни.

При вращении коромысла CO_1 вокруг неподвижной оси O_1 вектор скорости $\vec{V}_C$ перпендикулярен коромыслу. Точка P_2, лежащая на пересечении перпендикуляров, восстановленных к векторам $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$ – скоростей точек B и C, является мгновенным центром скоростей шатуна BC (рис. 2.37). Расстояние $BK = BC\cos 30^\circ = 0{,}52$ м; $\cos\alpha = \dfrac{AP_1}{BP_1} = 0{,}89$; $P_2B = \dfrac{BK}{\cos\alpha} = 0{,}58$ м. Угловая скорость шатуна $\omega_{BC} = \dfrac{V_B}{BP_2} = 3{,}1$ рад/с. Направление угловой скорости шатуна показано на рис. 2.37 дуговой стрелкой ω_{BC}.

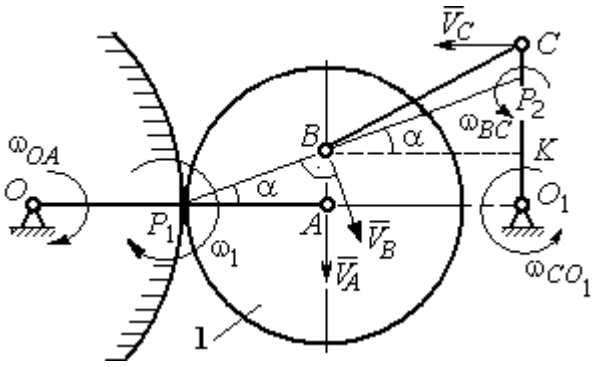


Рис. 2.37. Расчётная схема для определения угловых скоростей звеньев механизма

Расстояние $P_2C = BC \cdot \sin 30^\circ - P_2B \cdot \sin\alpha = 0{,}04$ м. Скорость точки C шатуна BC: $V_C = \omega_{BC} \cdot P_2C = 0{,}12$ м/с. Длина коромысла $CO_1 = CK + KO_1 = 0{,}5$ м, угловая скорость коромысла $\omega_{CO_1} = \dfrac{V_C}{CO_1} = 0{,}24$ рад/с.

Найдём ускорения звеньев механизма.

Считая, что точка C принадлежит шатуну BC, выразим ускорение точки C через полюс B: $\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}^{\,n}_{CB} + \vec{a}^{\,\tau}_{CB}$, где $\vec{a}_B$ – ускорение полюса B; $\vec{a}^{\,n}_{CB}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{CB}$ – нормальная и касательная составляющие вектора ускорения точки C при вращении шатуна вокруг полюса B.

Полагая, что точка B принадлежит шестерне 1, выразим её ускорение через полюс A: $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{\,n}_{BA} + \vec{a}^{\,\tau}_{BA}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение точки A шестерни; $\vec{a}^{\,n}_{BA}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{BA}$ – нормальная и касательная составляющие вектора ускорения точки B при вращении шестерни вокруг полюса A.

Поскольку точка A принадлежит и кривошипу OA, а точка C – коромыслу CO_1, вращающихся вокруг своих неподвижных осей, вектора ускорений этих точек можно представить в виде сумм векторов:

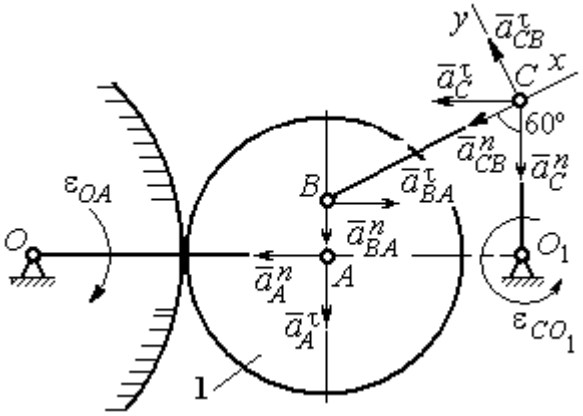


Рис. 2.38. Расчётная схема для определения ускорений точек механизма

$$\vec{a}_A = \vec{a}_A^{\,n} + \vec{a}_A^{\,\tau},\ \vec{a}_C = \vec{a}_C^{\,n} + \vec{a}_C^{\,\tau},$$

где $\vec{a}_A^{\,n}$, $\vec{a}_A^{\,\tau}$ – нормальная и касательная составляющие вектора ускорения точки A при вращении кривошипа вокруг оси O; $\vec{a}_C^{\,n}$, $\vec{a}_C^{\,\tau}$ – нормальная и касательная составляющие вектора ускорения точки C при вращении коромысла вокруг оси O_1.

В результате подстановок получим полное векторное равенство, связывающее ускорения точек механизма:

$$\vec{a}_C^{\,n} + \vec{a}_C^{\,\tau} = \vec{a}_{CB}^{\,n} + \vec{a}_{CB}^{\,\tau} + \vec{a}_{BA}^{\,n} + \vec{a}_{BA}^{\,\tau} + \vec{a}_A^{\,n} + \vec{a}_A^{\,\tau}.$$

Направления векторов ускорений показаны на рис. 2.38.

Модули векторов ускорений:

$$a_C^n = \omega_{CO_1}^2 \cdot CO_1 = 0{,}03 \text{ м/с}^2;\ \ a_{CB}^n = \omega_{CB}^2 \cdot CB = 5{,}77 \text{ м/с}^2,$$

$$a_A^n = \omega_{OA}^2 \cdot OA = 3{,}2 \text{ м/с}^2;\ a_A^\tau = \varepsilon_{OA} \cdot OA = 3{,}2 \text{ м/с}^2,$$

$$a_{BA}^n = \omega_1^2 \cdot BA = 3{,}2 \text{ м/с}^2;\ \ a_{BA}^\tau = \varepsilon_1 \cdot BA.$$

Для определения ε_1 углового ускорения шестерни 1 продифференцируем равенство $V_A = \omega_1 \cdot AP_1 = \omega_1 r_1$. Получим: $a_A^\tau = \varepsilon_1 r_1$, откуда $\varepsilon_1 = \dfrac{a_A^\tau}{r_1} = 8$ рад/с^2.

Тогда $a_{BA}^\tau = 1{,}6$ м/с^2.

Неизвестными в векторном равенстве ускорений остаются модули векторов $\vec{a}^{\tau}_{CB}$ и $\vec{a}^{\tau}_{C}$. Выберем ось x вдоль шатуна BC, как показано на рис. 2.38, и спроектируем на неё полное векторное равенство.

Получим уравнение:

$$-a^{n}_{C}\cos 60^{\circ} - \vec{a}^{\tau}_{C}\cos 30^{\circ} = -a^{n}_{CB} - a^{n}_{BA}\cos 60^{\circ} + a^{\tau}_{BA}\cos 30^{\circ} - a^{n}_{A}\cos 30^{\circ} - a^{\tau}_{A}\cos 60^{\circ},$$

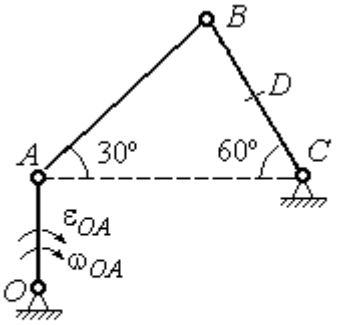
откуда найдём ускорение a^{τ}_{C} = 11,94 м/с^2. Угловое ускорение качалки

$$\varepsilon_{CO_1} = \frac{\left|a^{\tau}_{C}\right|}{CO_1} = 23{,}88 \text{ рад/с}^2.$$

Положительное значение касательного ускорения a^{τ}_{C} свидетельствует о том, что направление вектора ускорения $\vec{a}^{\tau}_{C}$ совпадает с направлением, показанным на рис. 2.38. В эту же сторону направлена и скорость $\vec{V}_C$ точки C (см. рис. 2.37). Следовательно, в данном положении движение качалки ускоренное и угловое ускорение направлено в сторону угловой скорости.

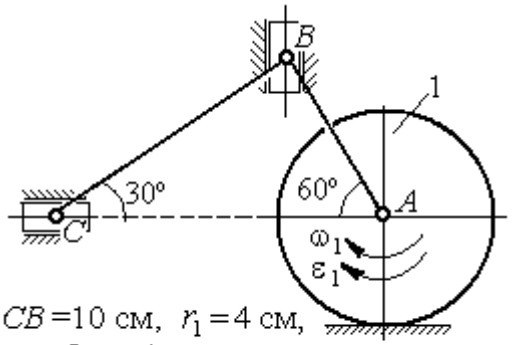
Упражнения

Упражнения 2.9



$OA = 4$ см, $BD = DC = 4$ см,
$\omega_{OA} = 3$ рад/с, $\varepsilon_{OA} = 2$ рад/с^2.
Найти ускорение точки D

Упражнения 2.10



$CB = 10$ см, $r_1 = 4$ см,
$\omega_1 = 3$ рад/с, $\varepsilon_1 = 2$ рад/с^2.
Найти ускорение точки C

Рис. 2.39. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 2.9, 2.10

3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ

3.1. Основные понятия и определения сложного движения точки

Рассматривается подвижное твердое тело и точка, перемещающаяся относительно тела.

Неподвижная система координат, относительно которой определяются движения точки и тела, называется **основной**. Связанная с телом и движущаяся вместе с ним система координат называется **подвижной.**

Движение точки относительно подвижной системы координат (фактически движение точки относительно тела) называется **относительным**. **Переносным** движением называют движение, которое совершает точка вместе с подвижной системой координат (фактически вместе с телом). Движение точки относительно основной (неподвижной) системы координат называется **абсолютным.**

Скорость точки относительно подвижной системы координат называют **относительной скоростью**, ускорение – **относительным ускорением**.

Переносной скоростью точки и **переносным ускорением** называют скорость и ускорение той точки тела, с которой в данный момент совпадает движущаяся точка.

Скорость и ускорение точки относительно основной системы называют **абсолютной скоростью и абсолютным ускорением.**

При вычислении абсолютной скорости используется теорема о сложении скоростей: **скорость абсолютного движения точки равна векторной сумме переносной и относительной скоростей:** $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$, где $\vec{V}$, $\vec{V}_e$, $\vec{V}_r$ – вектора абсолютной, переносной и относительной скоростей точки.

При вычислении абсолютного ускорения используется теорема Кориолиса о сложении ускорений: **абсолютное ускорение точки равно векторной сумме трех ускорений – относительного, переносного и ускорения Кориолиса:** $\vec{a} = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_к$, где $\vec{a}$ – вектор абсолютного ускорения точки; $\vec{a}_e, \vec{a}_r$ –

вектора соответственно переносного и относительного ускорений точки; $\vec{a}_{\text{к}}$ – вектор ускорения Кориолиса.

Вектор ускорения Кориолиса определяется векторным произведением: $\vec{a}_{\text{к}} = 2(\vec{\omega}_e \times \vec{V}_r)$, где $\vec{\omega}_e$ – вектор угловой скорости переносного движения; $\vec{V}_r$ – вектор относительной скорости точки. Модуль ускорения Кориолиса: $|\vec{a}_{\text{к}}| = 2|\vec{\omega}_e| \cdot |\vec{V}_r| \sin\alpha$, где α – угол между вектором угловой скорости переносного движения $\vec{\omega}_e$ и вектором относительной скорости точки $\vec{V}_r$ (рис. 3.1).

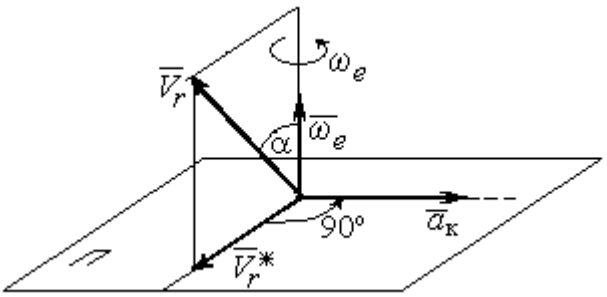


Рис. 3.1. Определение ускорения Кориолиса по правилу Жуковского

На рис. 3.1 показан способ определения вектора ускорения Кориолиса по правилу Н. Е. Жуковского. Правило состоит в следующем. Построим плоскость *П*, перпендикулярную вектору угловой скорости $\vec{\omega}_e$, и спроектируем вектор относительной скорости $\vec{V}_r$ на эту плоскость. Проекцию обозначим $\vec{V}_r^*$ (см. рис. 3.1). Чтобы получить направление ускорения Кориолиса, следует вектор проекции относительной скорости $\vec{V}_r^*$ повернуть на 90° в плоскости *П* вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения.

Если сложное движение точки происходит в плоскости, перпендикулярной оси переносного вращения, направление ускорения Кориолиса можно получить простым поворотом вектора относительной скорости на угол 90° вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения. При этом модуль ускорения Кориолиса $a_{\text{к}} = 2|\omega_e| \cdot |V_r| \sin 90^\circ = 2\omega_e V_r$.

Примеры решения задач на сложное движение точки

Задача 37. Компрессор с криволинейными каналами (рис. 3.2) вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с вокруг оси *O*, перпендикулярной плоскости рисунка. Воздух перемещается по каналу *AB* с постоянной относительной скоростью $V_r = 4$ м/с. Найти ускорение частицы воздуха в начале канала в точке *A* и проекции этого ускорения на оси неподвижной системы координат *xOy*, если радиус $OA = 0{,}5$ м, радиус кривизны канала в точке *A* $\rho = 0{,}8$ м, угол между нормалью *n* к кривой *AB* в точке *A* и радиусом *OA* $\alpha = 30^\circ$.

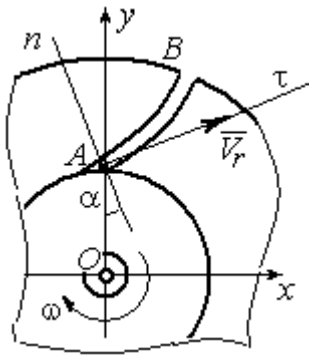


Рис.3.2. Движение воздуха по каналу компрессора

Решение

Переносным движением для частицы воздуха будет вращательное движение компрессора, а скорость точки *A* компрессора, где по условию находится частица воздуха, будет её переносной скоростью: $V_e = \omega \cdot OA = 5$ м/с. Вектор $\vec{V}_e$ переносной скорости частицы перпендикулярен радиусу *OA* и направлен в сторону угловой скорости вращения компрессора (рис. 3.3).

Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости частицы воздуха направлен вдоль касательной к кривой *AB* (стенки канала) в точке *A*.

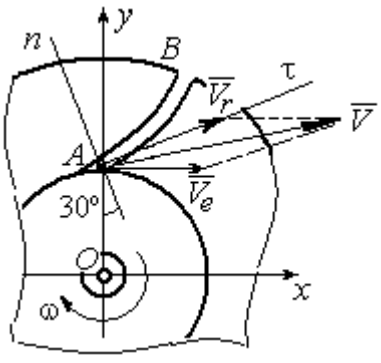


Рис. 3.3. Построение вектора абсолютной скорости частицы

Вектор абсолютной скорости частицы воздуха равен геометрической сумме векторов относительной и переносной скоростей: $\vec{V} = \vec{V}_r + \vec{V}_e$ (см. рис. 3.3). Спроектируем это векторное равенство на оси *x*, *y*. Получим систему уравнений:

$$V_x = V_e + V_r \cos 30^\circ = 8{,}46 \text{ м/с}; \; V_y = V_r \cos 60^\circ = 2 \text{ м/с}.$$

Модуль абсолютной скорости $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 8{,}69$ м/с.

Найдём ускорение частицы воздуха.

Абсолютное ускорение частицы определяется по теореме сложения ускорений:

$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_{\text{к}}.$$

В относительном движении частица движется между стенками канала по криволинейной траектории, и её ускорение $\vec{a}_r$ представляется суммой: $\vec{a}_r = \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_r^{\,\tau}$, где $\vec{a}_r^{\,n}$, $\vec{a}_r^{\,\tau}$ – вектора нормальной и касательной составляющих относительного ускорения частицы.

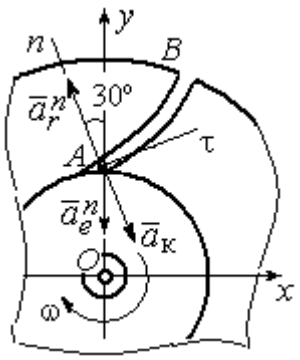


Рис. 3.4. Составляющие ускорения частицы в сложном движении

Переносное ускорение частицы $\vec{a}_e$ есть ускорение точки *A* вращающегося компрессора, которое выражается суммой $\vec{a}_e = \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau}$, где $\vec{a}_e^{\,n}$, $\vec{a}_e^{\,\tau}$ – вектора нормальной и касательной составляющих переносного ускорения частицы.

В результате абсолютное ускорение частицы воздуха в точке А выражается векторной суммой:

$$\vec{a} = \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_{\text{к}}.$$

Вычислим модули ускорений:

$$a_r^{\tau} = \dot{V}_r = 0,\ a_r^n = \frac{V_r^2}{\rho} = 20 \text{ м/с}^2;\ a_e^{\tau} = \varepsilon \cdot OA = \dot{\omega} \cdot OA = 0,$$

$$a_e^n = \omega^2 r = 50 \text{ м/с}^2;\ a_{\text{к}} = 2\omega V_r = 80 \text{ м/с}^2.$$

Направление ускорения Кориолиса определяется простым поворотом вектора относительной скорости на угол 90° вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения. Вектора ускорений показаны на рис. 3.4.

Спроектируем векторное равенство ускорения частицы на оси неподвижной системы координат *xOy*. Получим:

$$a_x = -a_r^n \cos 60^\circ + a_к \cos 60^\circ = 30 \text{ м/с}^2 ;$$

$$a_y = a_r^n \cos 30^\circ - a_e^n - a_к \cos 30^\circ = -101{,}96 \text{ м/с}^2.$$

Модуль ускорения $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 106{,}28$ м/с^2.

Задача 38. При совмещении работы механизмов подъёма груза и поворота крана (рис. 3.5) груз *A* перемещается в горизонтальном и вертикальном направлениях. На участке разгона барабан *B* радиуса $r_1 = 0{,}5$ м, на который навит канат, поддерживающий груз, вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon_1 = 3$ рад/с^2, а кран разворачивается вокруг оси O_1O_2 с угловым ускорением $\varepsilon_2 = 0{,}5$ рад/с^2.

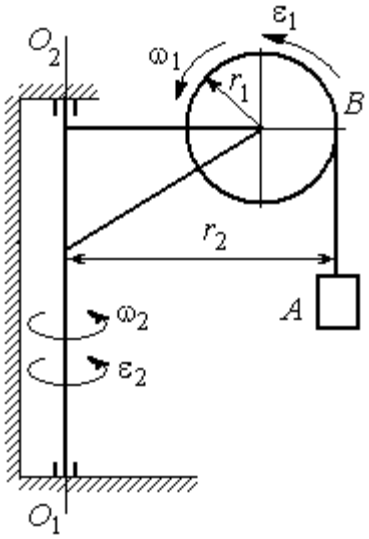


Рис. 3.5. Механизм поворотного крана

Пренебрегая отклонением каната от вертикали, определить скорость и ускорение груза в момент времени $t_1 = 1$ с, если вылет стрелы крана до линии подвеса груза $r_2 = 10$ м.

Решение

Подъём груза *A* на канате является для груза относительным движением, а вращение крана – переносным. Вектор абсолютной скорости груза равен сумме $\vec{V} = \vec{V}_r + \vec{V}_e$, где вектора относительной $\vec{V}_r$ и переносной $\vec{V}_e$ скоростей.

При равноускоренном вращении барабана *B* из состояния покоя его угловая скорость $\omega_1 = \varepsilon_1 t$. В момент времени $t_1 = 1$ с $\omega_1 = 3$ рад/с. Скорость подъёма груза *A* в этот момент $V_r(1) = \omega_1(1) r_1 = 1{,}5$ м/с. Вектор относительной скорости $\vec{V}_r$ направлен вдоль линии движения груза, в сторону его подъёма (рис. 3.6).

Угловая скорость крана при постоянном угловом ускорении $\omega_2 = \varepsilon_2 t$. При $t_1 = 1$ с $\omega_2 = 0{,}5$ рад/с. Переносная скорость груза A равна скорости груза, движущегося вместе со стрелой крана по окружности радиуса r_2: $V_e = \omega_2 r_2 = 5$ м/с. Вектор переносной скорости груза $\vec{V}_e$ направлен по касательной к траектории переносного движения груза в сторону угловой скорости вращения крана (см. рис. 3.6).

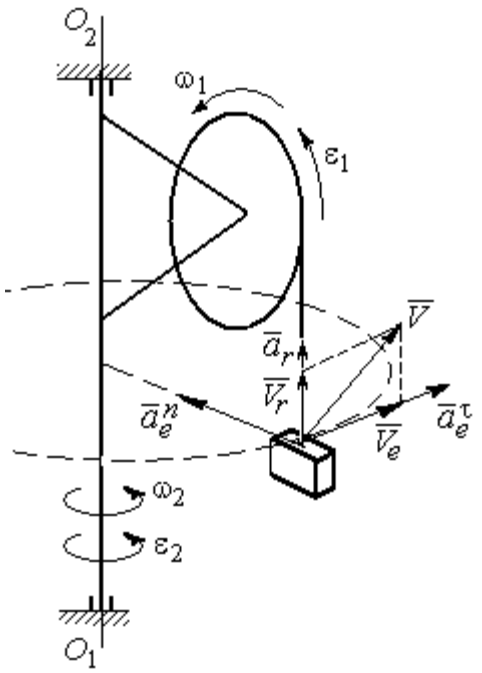


Рис. 3.6. Расчётная схема для определения скорости и ускорения груза на поворотном кране

Так как вектора относительной и переносной скоростей груза взаимно перпендикулярны, модуль абсолютной скорости $V = \sqrt{V_r^2 + V_e^2} = 5{,}22$ м/с.

Найдём абсолютное ускорение груза.

Теорема сложения ускорений имеет вид векторной суммы: $\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_\text{к} = \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_\text{к}$, где $\vec{a}_r^{\,n}$, $\vec{a}_r^{\,\tau}$, $\vec{a}_e^{\,n}$, $\vec{a}_e^{\,\tau}$, $\vec{a}_\text{к}$ – вектора нормального и касательного ускорений груза в относительном и переносном движениях и ускорение Кориолиса. Найдём модули векторов ускорений.

Нормальное относительное ускорение a_r^n груза, движущегося прямолинейно, равно нулю: $a_r^n = 0$, а касательное a_r^τ равно по величине касательному ускорению точки на поверхности барабана: $a_r^\tau = \varepsilon_1 r_1 = 1{,}5$ м/с^2. Направление вектора $\vec{a}_r^{\,\tau}$ относительного касательного ускорения груза определяется направлением углового ускорения барабана.

Переносные нормальное a_e^n и касательное a_e^τ ускорения груза: $a_e^n = \omega_2^2 r_2$ = 2,5 м/с^2; $a_e^\tau = \varepsilon_2 r_2$ = 5 м/с^2. Вектор касательного ускорения $\vec{a}_e^\tau$ направлен в сторону углового ускорения вращения крана.

Ускорение Кориолиса $a_к$ равно нулю, так как вектор $\vec{V}_r$ параллелен вектору $\vec{\omega}_2$: $a_к = 0$.

Направления векторов ускорений, модули которых отличны от нуля, показаны на рис. 3.6. В результате вектор абсолютного ускорения груза представлен в виде разложения на три взаимно перпендикулярных вектора: $\vec{a} = \vec{a}_e^n + \vec{a}_e^\tau + \vec{a}_r^\tau$, поэтому модуль абсолютного ускорения груза $a = \sqrt{(a_e^n)^2 + (\vec{a}_e^\tau)^2 + (\vec{a}_r)^2}$ = 5,79 м/с^2.

Задача 39. Фигура, состоящая из половины диска и построенного на его диаметре равнобедренного треугольника (рис. 3.7), вращается вокруг оси, перпендикулярной плоскости фигуры и проходящей через вершину A треугольника, по закону $\varphi_e = 5t - 2t^2$ рад. Положительное направление вращения отмечено на схеме дуговой стрелкой φ.

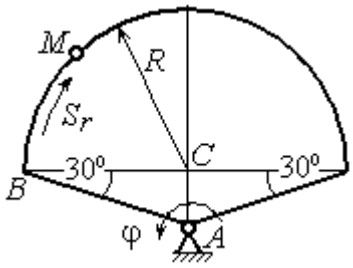


Рис. 3.7. Схема сложного движения точки

По ободу диска из начального положения B движется точка M. Уравнение движения точки: $\breve{BM} = S_r = 9\pi t^2$, см.. Положительное направление отсчёта дуги BM показано дуговой стрелкой S_r (см. рис. 3.7). Радиус диска R = 9 см. Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки M в момент времени t_1 = 1 с.

Решение

Переносным движением точки M является вращение фигуры вокруг оси A, относительным – её движение по окружности обода диска.

Положение точки M на окружности определяется центральным углом: $\alpha = \dfrac{S_r}{R}$, где S_r – длина дуги окружности, пройденная точкой. В момент времени $t_1 = 1$ с $S_r = 9\pi$ см и $\alpha = \pi$. Расчётное положение точки M на рис. 3.8 обозначено M_1.

Угловая скорость вращения фигуры равна модулю производной $\omega_e = |\dot{\varphi}_e| = |5 - 4t|$. При $t_1 = 1$ с $\omega_e(1) = 1$ рад/с. Направление угловой скорости определяется знаком производной $\dot{\varphi}_e$. Положительная на данный момент времени величина производной ($\dot{\varphi}_e = 1$) показывает, что вращение фигуры происходит в положительном направлении отсчёта угла φ_e и отмечено на рис. 3.8 дуговой стрелкой ω_e.

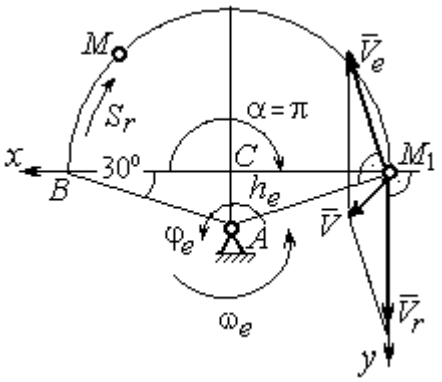


Рис. 3.8. Расчетная схема для вычисления абсолютной скорости точки

Переносная скорость точки V_e – это скорость расчётного положения точки M вращающейся фигуры: $V_e = \omega_e h_e = = \omega_e AM_1 = \dfrac{\omega_e R}{\cos 30^\circ} = 10{,}39$ см/с. Вектор переносной скорости точки $\vec{V}_e$ перпендикулярен отрезку AM_1 и направлен в сторону вращения фигуры (см. рис. 3.8).

Скорость точки в относительном движении определяется как модуль производной: $V_r = |\dot{S}_r| = |18\pi t|$. При $t_1 = 1$ с $V_r = 56{,}5$ см/с. Положительное значение производной $\dot{S}_r = 18\pi > 0$ указывает, что в этот момент времени относительное движение точки происходит в положительном направлении отсчёта дуги окружности, по которой движется точка. Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости точки перпендикулярен отрезку CM_1 и направлен в сторону её движения.

Абсолютная скорость точки равна сумме векторов переносной и относительной скоростей $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$. Для того чтобы найти абсолютную скорость

точки, выберем оси координат M_1x, M_1y, как показано на рис. 3.8, и спроектируем обе части векторного равенства теоремы сложения скоростей на эти оси:

$$V_x = V_e\cos 60^\circ = 5{,}2 \text{ см/с}, \; V_y = -V_e\cos 30^\circ + V_r = 47{,}5 \text{ см/с}.$$

Модуль абсолютной скорости: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 47{,}8$ см/с.

Абсолютное ускорение точки определяется по теореме сложения ускорений: $\vec{a} = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_\text{к}$.

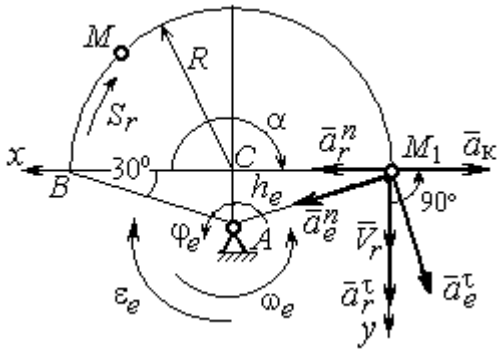


Рис. 3.9. Расчетная схема для определения абсолютного ускорения точки

Переносное ускорение точки представляется в виде суммы: $\vec{a}_e = \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_e^{\,n}$, где $\vec{a}_e^{\,\tau}$ и $\vec{a}_e^{\,n}$ – переносные касательное и нормальное ускорения. В относительном движении точки (по дуге окружности) ускорение также может быть разложено на две составляющие – относительные касательное и нормальное ускорения: $\vec{a}_r = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n}$. В результате теорема о сложении ускорений приобретает вид: $\vec{a} = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_\text{к}$.

Вычислим модули и направления векторов ускорений в расчётном положении точки M_1.

Относительное касательное ускорение a_r^τ вычисляется по формуле: $a_r^\tau = \left|\ddot{S}_r\right|$, где $\ddot{S}_r = 18\pi = 56{,}5$ см/с^2. Так как значение второй производной $\ddot{S}_r$ положительно, вектор ускорения $\vec{a}_r^{\,\tau}$ направлен по касательной в сторону положительного отсчёта траектории относительного движения. Относительное нормальное ускорение точки a_r^n вычисляется по формуле: $a_r^n = \dfrac{V_r^2}{R}$ и в момент $t_1 = 1$ с равно 355,3 см/с^2. Вектор ускорения $\vec{a}_r^{\,n}$ направлен по радиусу диска к центру C (рис. 3.9).

Угловое ускорение фигуры в момент времени $t_1 = 1$ с, $\varepsilon_e = |\ddot{\varphi}_e| = 4$ рад/с^2. Поскольку значение второй производной угла поворота отрицательное ($\ddot{\varphi}_e = -4$ рад/с^2), то угловое ускорение направлено в сторону, противоположную положительному направлению отсчёта угла поворота фигуры, как показано на рис. 3.9 дуговой стрелкой ε_e. Модуль переносного касательного ускорения a_e^τ определяется по формуле $a_e^\tau = \varepsilon_e h_e = \varepsilon_e \cdot AM_1$ и в момент времени $t_1 = 1$ с равен 41,6 см/с^2. Вектор переносного касательного ускорения точки $\vec{a}_e^\tau$ перпендикулярен AM_1 и направлен в сторону углового ускорения фигуры ε_e (см. рис. 3.9). Переносное нормальное ускорение вычисляется по формуле $a_e^n = \omega_e^2 h_e = \omega_e^2 \cdot AM_1$ и на момент времени $t_1 = 1$ с: $a_e^n = 10{,}4$ см/с^2. Вектор переносного нормального ускорения $\vec{a}_e^n$ направлен вдоль отрезка M_1A к оси вращения тела (см. рис. 3.9).

Модуль ускорения Кориолиса в момент времени $t_1 = 1$ с $a_к = 2\omega V_r =$ $=113{,}1$ см/с^2. По условию задачи вектор $\vec{V}_r$ скорости относительного движения точки перпендикулярен вектору $\vec{\omega}_e$ угловой скорости переносного движения. В этом случае для определения направления ускорения Кориолиса достаточно повернуть вектор относительной скорости $\vec{V}_r$ на 90° в сторону переносного движения (см. рис. 3.9).

Для определения абсолютного ускорения точки выберем оси M_1x и M_1y, как показано на рис. 3.9, и спроектируем обе части векторного равенства теоремы сложения ускорений на эти оси. Получим:

$$a_x = -a_e^\tau \cos 60^\circ + a_e^n \cos 30^\circ + a_r^n - a_к = 230{,}4 \text{ см/с}^2;$$

$$a_y = a_e^\tau \cos 30^\circ + a_e^n \cos 60^\circ + a_r^\tau = 97{,}9 \text{ см/с}^2.$$

Модуль абсолютного ускорения

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 250{,}3 \text{ см/с}^2.$$

Задача 40. Диск (рис. 3.10) вращается вокруг оси O_1O_2, проходящей вдоль вертикального диаметра, с угловой скоростью $\omega = 2t^2 + 4\cos\pi t$ рад/с. Положительное направление отсчёта угла поворота диска отмечено на схеме дуговой стрелкой φ. Вдоль другого диаметра диска, наклоненного под углом 30º к вертикальному, движется точка M по закону $CM = S_r = (4t-1)^2 - 1$ см. Расстояние отсчитывается от точки C на краю диска. Положительное направление движения точки M показано стрелкой S_r. Радиус диска $R = 4$ см. Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки M в момент времени $t_1 = 1$ с.

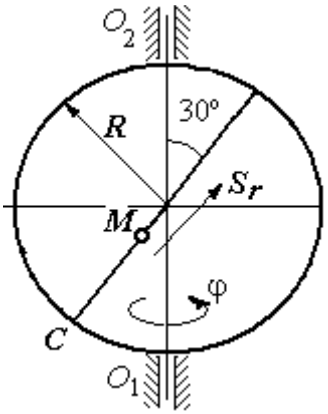


Рис. 3.10. Схема сложного движения точки

Решение

Переносным движением точки M является вращение диска вокруг вертикального диаметра, относительным – её прямолинейное движение вдоль наклонного диаметра диска.

Расстояние S_r, пройденное точкой, к моменту времени $t_1 = 1$ с равно 8 см. При радиусе диска $R = 4$ см точка M в данный момент времени находится на противоположном от точки C конце диаметра. На рис. 3.11 это положение обозначено буквой M_1.

Угловая скорость диска равна модулю производной: $\omega = |\dot{\varphi}| = |2 + 4\cos\pi|$ и при $t_1 = 1$ с $\omega = 2$ рад/с. Направление угловой скорости определяется по знаку производной $\dot{\varphi}$. В данном случае производная имеет отрицательное значение ($\dot{\varphi} = -2$ рад/с). Это означает, что вращение диска происходит в сторону, противоположную положительному направлению отсчёта угла поворота. Направление угловой скорости диска в данный момент времени отмечено на рис. 3.11 дуговой стрелкой ω.

Переносная скорость точки V_e – это скорость точки M_1 на вращающемся диске: $V_e = \omega h_e = \omega \cdot KM_1$, где $KM_1 = h_e$ – расстояние от оси вращения диска до точки M_1. Очевидно, $KM_1 = 0{,}5R = 2$ см. При $t_1 = 1$ с величина переносной скорости $V_e = 4$ см/с. Вектор переносной скорости $\vec{V}_e$ перпендикулярен плоскости диска $O_1M_1O_2$ и направлен в сторону вращения диска (рис. 3.11, *a*).

(На рис. 3.11, *a* символ ⊙ рядом с вектором означает, что данный вектор направлен перпендикулярно плоскости рисунка «к нам», символ ⊕ – «от нас».)

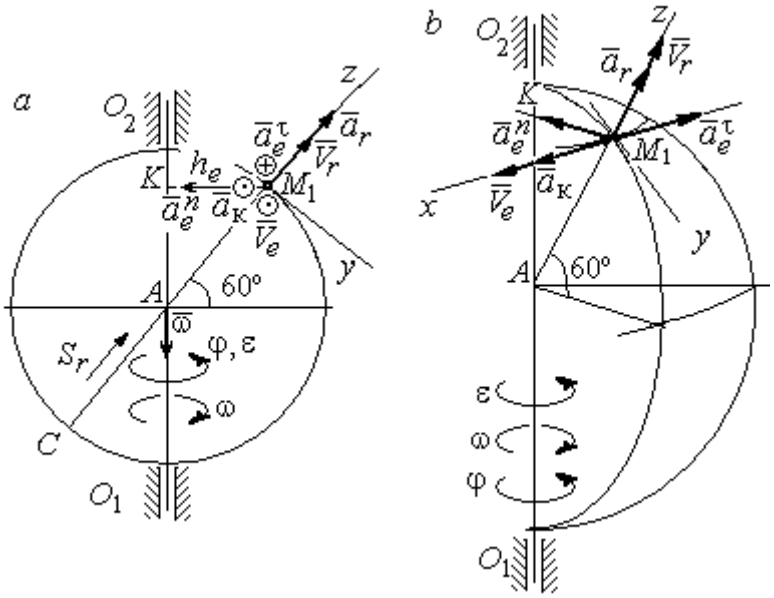


Рис. 3.11. Расчётная схема определения абсолютной скорости и ускорения точки:
a – плоская модель движения;
b – пространственная модель движения

Относительная скорость точки равна модулю производной: $V_r = \left|\dot{S}_r\right| = \left|8(4t - 1)\right|$. При $t_1 = 1$ с $V_r = 24$ см/с. Положительное значение самой производной $\dot{S}_r$ указывает, что относительное движение точки в данный момент времени происходит в положительном направлении. Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости точки в положении M_1 направлен вдоль диаметра диска CM_1 в сторону движения.

Абсолютная скорость точки равна сумме векторов переносной и относительной скоростей: $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$. Так как векторы $\vec{V}_e$ и $\vec{V}_r$ взаимно перпендикулярны, модуль абсолютной скорости $V = \sqrt{V_e^2 + V_r^2} = 24{,}33$ см/с. Вектор абсолютной скорости на рис. 3.11 не показан.

Абсолютное ускорение точки определяется векторной суммой, которая при прямолинейном относительном и вращательном переносном движениях представляется в виде: $\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_e^{\tau} + \vec{a}_e^{n} + \vec{a}_{\text{к}}$.

Относительное ускорение точки $a_r = \left|\ddot{S}_r\right| = 32$ см/с^2. Так как значение второй производной $\ddot{S}_r$ положительно, вектор ускорения $\vec{a}_r$ в точке M_1 направлен по линии движения точки в сторону положительного направления (см. рис. 3.11).

Угловое ускорение диска $\varepsilon = \left|\dot{\omega}\right| = \left|4t - 4\pi\sin\pi t\right|$. В момент времени $t_1 = 1$ с $\varepsilon = 4$ рад/с^2. Положительное значение производной в данный момент времени ($\dot{\omega} = 4$ рад/с^2) означает, что угловое ускорение ε направлено в сторону положительного направления отсчёта угла поворота диска. Направление углового ускорения показано на рис. 3.11 дуговой стрелкой ε. Модуль переносного касательного ускорения a_e^{τ} определяется по формуле $a_e^{\tau} = \varepsilon h_e$, и при $t_1 = 1$ с $a_e^{\tau} = 8$ см/с^2. Вектор ускорения $\vec{a}_e^{\tau}$ перпендикулярен плоскости диска $O_1M_1O_2$ в точке M_1 и направлен в сторону углового ускорения (противоположно вектору скорости).

Переносное нормальное ускорение a_e^{n} рассчитывается по формуле $a_e^{n} = \omega^2 h_e = \omega^2 \cdot KM_1$, и при $t_1 = 1$ с $a_e^{n} = 8$ см/с^2. Вектор переносного нормального ускорения $\vec{a}_e^{n}$ направлен вдоль отрезка M_1K к оси вращения диска (см. рис. 3.11).

Вектор скорости относительного движения точки $\vec{V}_r$ составляет с вектором угловой скорости переносного движения $\vec{\omega}$ угол 150º. Модуль ускорения Кориолиса на момент времени $t_1 = 1$ с $a_{\text{к}} = 2\left|\omega\right\|V_r\left|\sin 150^\circ = 48\right.$ см/с^2. Направление вектора ускорения Кориолиса определяем по правилу Жуковского. Так, вектор относительной скорости точки $\vec{V}_r$ проектируем на плоскость, перпенди-

кулярную вектору $\vec{\omega}$ (т. е. на плоскость, перпендикулярную оси вращения тела). На рис 3.11, *а* это будет проекция на линию KM_1. Далее следует повернуть вектор проекции относительной скорости вокруг оси вращения на 90° в сторону угловой скорости вращения диска. На рис 1.11, *а* вектор ускорения Кориолиса перпендикулярен плоскости рисунка в точке M_1 и направлен «на нас».

Для определения абсолютного ускорения точки выберем оси координат M_1x, M_1y и M_1z, как показано на рис. 3.11 (на рис. 3.11, *а* ось M_1x направлена перпендикулярно рисунку «к нам» и на рисунке не показана). Спроектируем обе части векторного равенства теоремы сложения ускорений на оси

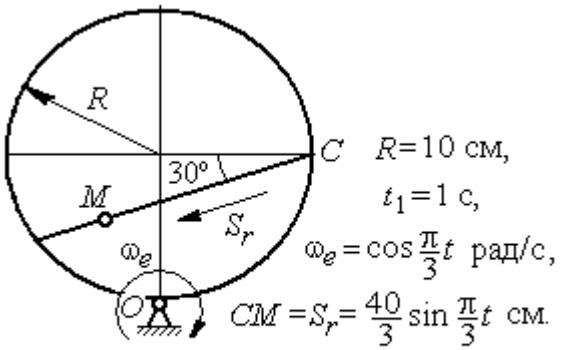
$$a_x = -a_e^{\tau} + a_{\text{к}} = 40 \text{ см/с}^2; \quad a_y = -a_e^n \cos 30^\circ = 6{,}93 \text{ см/с}^2;$$

$$a_z = a_r - a_e^n \cos 60^\circ = 28 \text{ см/с}^2.$$

Модуль абсолютного ускорения $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = 49{,}32$ см/с^2.

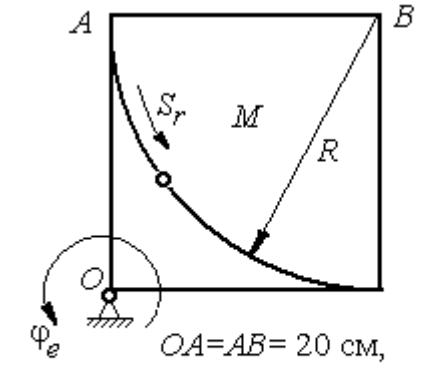
Упражнения

Упражнение 3.1



Найти скорость и ускорение точки M в момент $t = t_1$

Упражнение 3.2



Найти скорость и ускорение точки M в момент $t = t_1 = 1$ с

Рис. 3.12. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 3.1, 3.2

4. ДИНАМИКА ТОЧКИ

4.1. Дифференциальные уравнения движения точки

Движение материальной точки под действием системы сил $\vec{F}_1,\ \vec{F}_2,\ldots,\ \vec{F}_K$ в прямоугольной декартовой системе координат *Oxyz* описывается **дифференциальными уравнениями:**

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = \sum F_{kx}\ ,\ m\frac{d^2y}{dt^2} = \sum F_{ky}\ ,\ m\frac{d^2z}{dt^2} = \sum F_{kz}\ .$$

Обозначая вторые производные от координат по времени двумя точками, уравнения движения можно записать в виде:

$$m\ddot{x} = \sum F_{kx}\ ;\ m\ddot{y} = \sum F_{ky}\ ;\ m\ddot{z} = \sum F_{kz}\ ,$$

где m – масса точки; x, y, z – текущие координаты точки; $\ddot{x}$, $\ddot{y}$, $\ddot{z}$ – проекции вектора ускорения точки на оси координат; $\sum F_{kx}$, $\sum F_{ky}$, $\sum F_{kz}$ – алгебраические суммы проекций всех сил на оси координат.

Для удобства интегрирования дифференциальные уравнения движения иногда представляют в виде:

$$m\frac{dV_x}{dt} = \sum F_{kx}\ ;\ \ m\frac{dV_y}{dt} = \sum F_{ky}\ ;\ \ m\frac{dV_z}{dt} = \sum F_{kz}\ ,$$

где $V_x = \dot{x}$, $V_y = \dot{y}$, $V_z = \dot{z}$ – проекции вектора скорости точки на оси координат.

В естественной системе координат движение материальной точки описывается уравнениями в естественной форме:

$$m\frac{dV}{dt} = \sum F_{k\tau}\ ;\ \ m\frac{V^2}{\rho} = \sum F_{kn}\ ;\ 0 = \sum F_{kb}\ ,$$

где ρ – радиус кривизны траектории; τ, n, b – оси естественного трехгранника – касательная, нормаль и бинормаль.

В общем случае правые части дифференциальных уравнений зависят от времени, положения и скорости точки. Интегрирование дифференциальных

уравнений производится в зависимости от их вида методами, известными из курса математики.

Примеры решения задач на интегрирование уравнений движения

Задача 41. При обогащении по трению разделение частиц производится следующим образом. Барабанный питатель (рис. 4.1) сообщает частице в точке A сортировочного стола AB начальную скорость V_0, направленную вдоль поверхности стола, наклоненного под углом α к горизонту. Нижний край стола в точке B поднят на высоту h над уровнем пола. Частица скользит по столу, испытывая силу трения скольжения с коэффициентом трения f. Дойдя до края стола в точке B, частица отрывается от него и совершает свободное падение с высоты h. На каком расстоянии $CK = \ell$ на полу нужно установить стенку приёмного устройства, чтобы частицы с коэффициентом трения меньше заданного $f < f_1$ перелетали за точку C и попадали в приёмник, а с большим коэффициентом $f > f_1$ – не долетали до него.

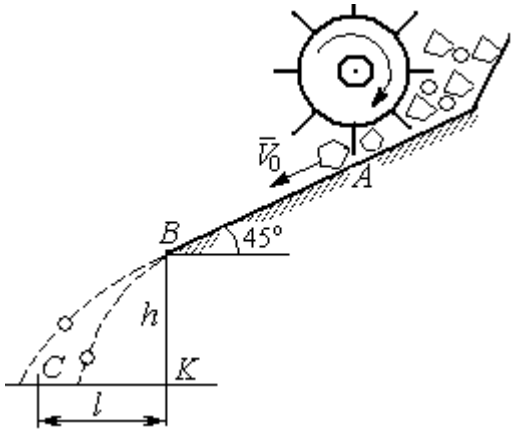


Рис. 4.1. Разделение частиц по трению

Начальная скорость частицы $V_0 = 1$ м/с, длина сортировочного стола $AB = S = 1{,}2$ м, угол наклона $\alpha = 45°$, высота точки отрыва $BK = h = 1{,}5$ м, заданный коэффициент трения для разделения частиц $f_1 = 0{,}4$.

Решение

Из условия задачи следует, что частица с коэффициентом трения, равным заданному, $f = f_1$ в конце своего движения (скольжение по столу + свободное падение) должна попасть ровно в точку C (см. рис. 4.1).

Рассмотрим первый участок движения такой частицы – прямолинейное движение по шероховатой поверхности наклонного стола. На частицу действуют сила тяжести $\vec{P}$, реакция опоры $\vec{N}$ и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$. Выберем систему координат *xAy*, направив ось *x* вдоль линии движения, а ось *y* – перпендикулярно ей (рис. 4.2). Движение частицы описывается уравнениями:

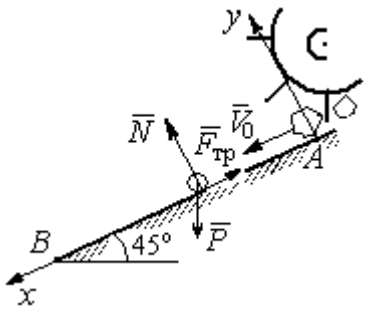


Рис. 4.2. Движение частицы по наклонной плоскости

$$m\ddot{x} = \sum F_{kx} = P\cos 45^\circ - F_{\text{тр}};$$

$$m\ddot{y} = \sum F_{ky} = -P\cos 45^\circ + N.$$

Поскольку вдоль оси *y* частица не перемещается, то $\ddot{y} = 0$. Тогда второе уравнение движения представляется в виде: $-P\cos 45^\circ + N = 0$, откуда реакция опоры частицы $N = mg\cos 45^\circ$. Сила трения, которую испытывает частица, двигаясь по сортировочному столу: $F_{\text{тр}} = fN = fmg\cos 45^\circ$, где f – коэффициент трения.

Подставляя в уравнение движения частицы, выражение силы трения и полагая ускорение $\ddot{x} = \dfrac{dV_x}{dt}$, получим дифференциальное уравнение

$$\frac{dV_x}{dt} = g(1-f)\cos 45^\circ \text{ или при } f = f_1 = 0{,}4: \ \frac{dV_x}{dt} = 4{,}18.$$

После интегрирования найдём скорость и закон движения частицы как функции времени: $V_x = 4{,}18t + C_1$; $x = 2{,}09t^2 + C_1 t + C_2$.

Константы интегрирования C_1, C_2 находятся из начальных условий движения. Подставляя начальные условия $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = V_x(0) = V_0$ в уравнение движения частицы, найдём $C_2 = 0$, $C_1 = V_0$.

Окончательно движение частицы на прямолинейном участке *AB* сортировочного стола описывается системой уравнений: $V_x = 4{,}18t + 1$; $x = 2{,}09t^2 + t$.

Допустим частица достигает края стола B в момент времени $t = t_B$. Её координата равна длине сортировочного стола: $x(t_B) = S$, а скорость равна скорости отрыва её от стола: $V_x(t_B) = V_B$. Подставим эти условия в уравнения движения, получим систему: $V_B = 4{,}18t_B + 1$, $S = 2{,}09t_B^2 + t_B$, откуда скорость частицы в точке отрыва её от стола $V_B = \sqrt{1 + 8{,}36S}$. При длине стола S = 1,2 м скорость отрыва V_B = 3,32 м/с.

Рассмотрим участок BC свободного падения частицы, брошенной с высоты h с начальной скоростью V_B, направленной под углом 45° к горизонту (рис. 4.3). В полёте на частицу действует только сила тяжести $\vec{P}$. Выберем прямоугольную систему координат xKy с началом координат в точке K (см. рис. 4.3). Дифференциальные уравнения движения точки

$$m\ddot{x} = 0;\ m\ddot{y} = -P = -mg \text{ или } \ddot{x} = 0,\ \ddot{y} = -g.$$

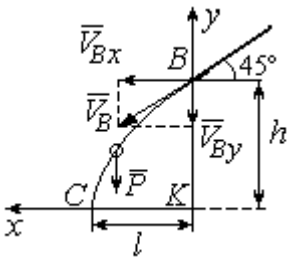


Рис. 4.3. Свободное падение частицы

Интегрируя первое уравнение, получим, что движение частицы вдоль оси x описывается уравнениями $\dot{x} = C_3;\ x = C_3t + C_4$. Константы интегрирования C_3 и C_4. определяются из начальных условий движения: при t = 0 , $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = V_{Bx}$, где V_{Bx} – проекция вектора скорости $\overline{V}_B$ на ось x, $V_{Bx} = V_B\cos45^\circ$ = 2,35 м/с. После подстановки начальных условий в уравнение движения частицы получим: C_4 = 0, C_3 = 2,35. В результате, движение частицы вдоль оси x при её свободном падении описывается уравнением $x = 2{,}35t$.

Проинтегрируем уравнение движения частицы в направлении оси y. Получим: $\dot{y} = -gt + C_5$ и $y = -g\dfrac{t^2}{2} + C_5t + C_6$. Начальные условия движения частицы вдоль оси y: при t = 0 , $y(0) = h$ = 1,5 м, $\dot{y}(0) = V_{By} = -V_B\cos45^\circ = -2{,}35$ м/с, где V_{By} – проекция вектора скорости $\overline{V}_B$ на ось y. Подставляя начальные

условия в уравнение движения, найдём: $C_6 = h$; $C_5 = V_{By} = -2{,}35$. Таким образом, движение частицы вдоль оси y при её свободном падении описывается уравнением $y = -4{,}91t^2 - 2{,}35t + 1{,}5$.

В момент $t = t_{\text{п}}$ падения частицы на пол её вертикальная координата обращается в нуль: $y = 0$, а горизонтальная – равна дальности полёта: $x = \ell$. Подставляя эти условия в уравнения движения частицы, получим систему:

$$\ell = 2{,}35t_{\text{п}},\ 0 = -4{,}91t_{\text{п}}^2 - 2{,}35t_{\text{п}} + 1{,}5.$$

Исключая в системе время $t_{\text{п}}$, выразим уравнение для определения дальности горизонтального полёта: $\ell^2 + 1{,}12\ell - 1{,}68 = 0$. Отсюда находим: $\ell = 0{,}85$ м.

Таким образом, частицы с коэффициентом трения $f = 0{,}4$ в конце своего движения падают на горизонтальную поверхность на расстоянии 0,85 м от края стола. Очевидно, именно здесь необходимо установить разделительную стенку приёмного устройства. Частицы с меньшим коэффициентом трения ($f < 0{,}4$) будут улетать за стенку, а при большем ($f > 0{,}4$) – недолетать. К примеру, длина горизонтального полёта частицы с коэффициентом трения $f = 0{,}3$ составляет 0,89 м, а при $f = 0{,}5$ равна 0,61 м.

Задача 42. Материальная точка массой $m = 1$ кг движется прямолинейно по горизонтальной поверхности под действием силы $F = 10 - kt$ Н, где k – коэффициент пропорциональности; $k = \text{const}$; t – время в секундах. Определить величину коэффициента k, при котором скорость точки за первую секунду от начала движения увеличится от начального значения $V_0 = 2$ м/с до величины $V_1 = 10$ м/с, а также путь, пройденный точкой до остановки.

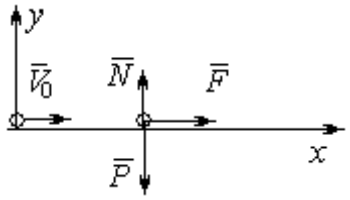


Рис. 4.4. Прямолинейное движение точки

Решение

Для описания движения точки выберем прямоугольную систему координат x, y с началом в том месте, откуда точка начала движение (рис. 4.4).

На точку действуют сила тяжести $\vec{P}$, реакция опоры $\vec{N}$ и заданная сила $\vec{F}$. Направление силы $\vec{F}$ на рис. 4.4 соответствует начальному этапу движения, когда проекция силы на ось *x* положительная. Движение точки описывается уравнением $m\ddot{x} = F_x = 10 - kt$.

Положим $\ddot{x} = \dfrac{dV}{dt}$. Здесь в силу того, что движение происходит только вдоль одной координаты, индекс *x* у скорости опущен. Учитывая массу точки, получим уравнение $\dfrac{dV}{dt} = 10 - kt$. Разделив переменные и проинтегрировав полученное уравнение, найдём закон изменения скорости точки $V = 10t - k\dfrac{t^2}{2} + C_1$. Выражая скорость через производную от координаты $V = \dfrac{dx}{dt}$, получим дифференциальное уравнение $\dfrac{dx}{dt} = 10t - k\dfrac{t^2}{2} + C_1$, интегрируя которое, найдём уравнение движения точки $x = 5t^2 - k\dfrac{t^3}{6} + C_1 t + C_2$.

Подставляя начальные условия (при $t = 0$, $V = V_0 = 2$ м/с, $x = 0$) в уравнения, получим: $C_1 = 2$, $C_2 = 0$. Окончательно движение точки описывается системой уравнений: $V = 10t - k\dfrac{t^2}{2} + 2$; $x = 5t^2 - k\dfrac{t^3}{6} + 2t$.

Известно, что через 1 с от начала движения точка приобрела скорость $V_1 = 10$ м/с. Подставляя это условие в первое уравнение, найдём $k = 4$.

В момент t_1 точка остановилась и её скорость обращается в нуль: $V(t_1) = 0$, а координата равна пройденному пути: $x(t_1) = S$. Подставляя эти условия в уравнения движения с учетом вычисленного значения коэффициента *k*, получим систему: $0 = 10t_1 - 2t_1^2 + 2$; $S = 5t_1^2 - \dfrac{2}{3}t_1^3 + 2t_1$, откуда находим путь, пройденный точкой до остановки: $S = 51{,}86$ м.

Задача 43. Материальная точка массой m = 1 кг, находясь на высоте h_1 = 2 м над уровнем Земли, подброшена вертикально вверх (ось x) с начальной скоростью V_0 = 4 м/с (рис. 4.5, *a*). При движении на точку действует сила сопротивления, пропорциональная квадрату скорости, так, что проекция её на вертикаль направлена в сторону, противоположную движению, $R_x = -0{,}5mV^2$ Н, где V – скорость точки. Определить, на какой высоте h_2 от уровня Земли скорость падающей обратно точки достигнет значения начальной стартовой скорости.

Решение

Решение задачи осуществляется в два этапа. На первом этапе рассматривается движение точки вверх с высоты h_1 с начальной скоростью V_0 и определение максимальной высоты полёта H, на втором этапе – падение точки вниз с высоты H без начальной скорости (рис. 4.5, *b*).

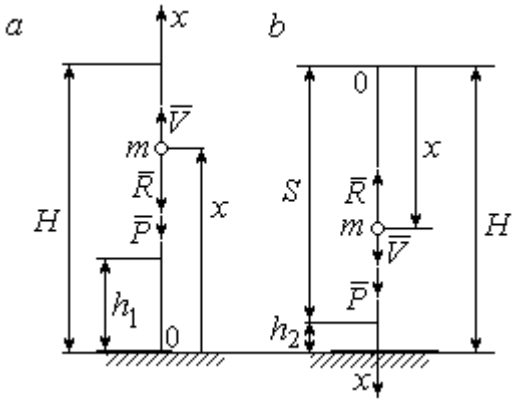


Рис. 4.5. Силы, действующие на точку в полёте:
a – движение точки вверх;
b – движение точки вниз

Рассмотрим первый этап движения и найдём максимальную высоту подъёма точки. На рис. 4.5, *a* показаны силы, действующие на точку в полёте: сила тяжести $\vec{P}$ и сила сопротивления $\vec{R}$. Ось x, вдоль которой происходит движение точки, выбрана по направлению движения, начало координат – на уровне Земли (см. рис. 4.5, *a*).

Дифференциальное уравнение движения точки в проекции на ось x: $m\ddot{x} = \sum F_x = P_x + R_x$, где проекции сил тяжести и сопротивления на ось x: $P_x = -P = -mg$; $R_x = -0{,}5mV^2$. Полагая $\ddot{x} = \dfrac{dV}{dt}$, получим уравнение движения точки в виде: $\dfrac{dV}{dt} = -(g + 0{,}5V^2)$.

Учитывая, что $\frac{dV}{dt}=\frac{dV}{dx}\frac{dx}{dt}=V\frac{dV}{dx}=\frac{dV^2}{2dx}$, исходное уравнение движения представляется в виде, удобном для интегрирования: $\frac{dV^2}{g+0{,}5V^2}=-2dx$.

Проинтегрировав это уравнение, находим: $\ln(g+0{,}5V^2)=-x+C$.

В начальном положении, т. е. при $t = 0$, точка находилась на высоте $x = h_1$, а скорость её $V = V_0$. Подставив эти значения в проинтегрированное уравнение, получим: $C=h_1+\ln(g+0{,}5V_0^2)$. Окончательно положение точки в полёте определяется выражением $x=h_1+\ln\left(\frac{g+0{,}5V_0^2}{g+0{,}5V^2}\right)$.

При максимальном подъёме точки, т. е. при $x=H$, её скорость обращается в нуль: $V = 0$. Подставляя H, получим: $H=h_1+\ln\left(1+\frac{V_0^2}{2g}\right)$. При начальной скорости $V_0 = 4$ м/с, с учётом высоты точки старта $h_1 = 2$ м, высота подъёма точки относительно уровня Земли $H = 2{,}6$ м.

Рассмотрим второй этап решения задачи – движение точки вниз с максимальной высоты H без начальной скорости. Выберем ось x по направлению движения и поместим начало координат в точке, откуда началось движение вниз (рис. 4.5, *b*). Дифференциальное уравнение движения падающей точки: $m\frac{dV}{dt}=P_x+R_x = mg-0{,}5mV^2$, которое, как и в предыдущем случае, приводится к виду: $\frac{dV^2}{g-0{,}5V^2}=2dx$.

Проинтегрировав это уравнение, находим: $\ln(g-0{,}5V^2)=-x+C_1$.

В начальном положении, т. е. при $t = 0$, координата точки и скорость равны нулю: $x = 0$, $V = 0$. Подставив эти значения, находим: $C_1=\ln g$.

Окончательно положение падающей точки определяется выражением $x = \ln\left(\frac{g}{g - 0{,}5V^2}\right)$.

Расстояние S, которое пролетела точка с высоты H, приобретя скорость, V_0: $S = \ln\left(\frac{g}{g - 0{,}5V_0^2}\right)$. Высота h_2 этого положения от уровня Земли: $h_2 = H - S$ (см. рис. 4.5, *b*). С учётом величины начальной скорости $V_0 = 4$ м/с, максимальной высоты подъёма точки $H = 2{,}6$ м высота $h_2 = 0{,}91$ м.

Задача 44. Точка 1 движется горизонтально с постоянной скоростью V_1 на высоте h. Точка 2 массой m_2 находится в начале координат (рис. 4.6).

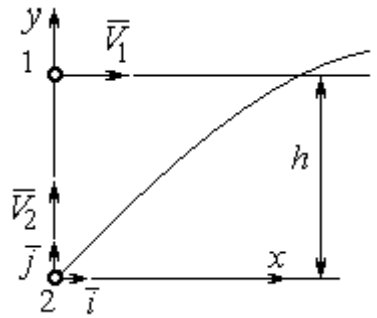


Рис. 4.6. Схема встречного движения точек

В момент, когда обе точки находились на одной вертикали y, точка 2 стартовала вертикально вверх со скоростью V_2. В полёте на точку 2 действует отклоняющая сила $\vec{F}_2$, которая представлена в виде разложения по единичным векторам $\vec{i}$, $\vec{j}$ системы координат xy: $\vec{F}_2 = p\vec{i} + q\vec{j}$, где p, q – const. С какой скоростью V_2 должна стартовать точка 2, чтобы обе точки встретились.

Решение

Рассмотрим движение точки 2. На точку действует сила тяжести $\vec{P}_2$ и сила $\vec{F}_2$, проекции которой на оси x, y: $F_{2x} = p$, $F_{2y} = q$ (рис. 4.7).

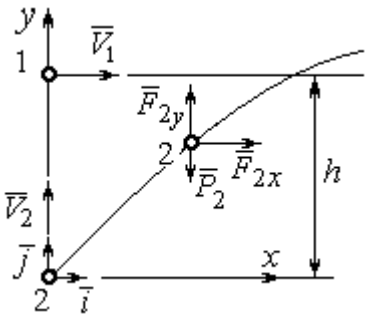


Рис. 4.7. Расчётная схема встречи точек

Уравнения движения точки в проекциях на оси xy имеют вид:

$$m_2\ddot{x} = p,\ m_2\ddot{y} = q - m_2 g.$$

Дважды интегрируя первое уравнение, полу-

чим: $\dot{x} = \frac{p}{m_2}t + C_1$; $x = \frac{p}{2m_2}t^2 + C_1 t + C_2$. Константы интегрирования найдём из условия, что в начальный момент вторая точка стартовала из начала координат вертикально, то есть при $t = 0$ $x = 0$ и $\dot{x} = V_{2x} = 0$. Подставляя начальные условия в уравнения движения, получим: $C_1 = 0$, $C_2 = 0$. Таким образом, движение точки 2 вдоль оси x описывается уравнением $x = \frac{p}{2m_2}t^2$.

Аналогично, дважды интегрируя второе уравнение движения, получим зависимость скорости движения точки 2 от времени и закон её движения вдоль оси y: $\dot{y} = \left(\frac{q}{m_2} - g\right)t + C_3$; $y = \left(\frac{q}{m_2} - g\right)\frac{t^2}{2} + C_3 t + C_4$. Из начальных условий: при $t = 0$ $y = 0$, $\dot{y} = V_{2y} = V_2$ следует: $C_3 = V_2$, $C_4 = 0$.

В результате закон движения точки 2 вдоль оси y: $y = \left(\frac{q}{m_2} - g\right)\frac{t^2}{2} + V_2 t$.

Обозначим t_1 – время движения точек до встречи. В момент встречи высота точки 2 $y(t_1) = h$, а расстояние по горизонтали, которое прошла точка 2 до встречи, должно быть равно расстоянию, пройденному точкой 1 за это же время. Подставляя условия встречи в уравнения движения, получим систему:

$$V_1 t_1 = \frac{p}{2m_2}t_1^2; \qquad h = \left(\frac{q}{m_2} - g\right)\frac{t_1^2}{2} + V_2 t_1,$$

откуда найдём: $V_2 = \frac{h}{t_1} - \left(\frac{q}{m_2} - g\right)\frac{t_1}{2}$, где $t_1 = \frac{2V_1 m_2}{p}$.

Упражнения

Упражнение 4.1. Тело массы m = 2 кг поднимается по прямой по шероховатой поверхности, составляющей угол 30° с горизонтом. Коэффициент трения f = 0,4. На тело действует сила $F = kt + 0{,}5P$, направленная в сторону движения, параллельно плоскости. Определить величину коэффициента k и начальную скорость тела, направленную вверх по наклонной плоскости, если за первую секунду тело прошло путь S = 2 м, а скорость увеличилась вдвое относительно начальной.

Упражнение 4.2. Материальную точку массы m = 1 кг, находящуюся на высоте H = 10 м над уровнем Земли, бросили под углом φ = 30° к горизонту с начальной скоростью V_0. Свободное движение точки происходит в вертикальной плоскости. Определить начальную скорость V_0 и горизонтальную дальность полета l при падении точки на Землю, если высоту h =7 м она пересекла через 1 с от начала движения.

4.2. Колебания материальной точки

Если материальная точка массой m движется вдоль оси Оx под действием линейной восстанавливающей силы, равной $F = cx$, где c – постоянный коэффициент, x – отклонение точки от положения равновесия, куда поместили начало координат, то дифференциальное уравнение свободных прямолинейных колебаний имеет вид:

$$m\ddot{x} + cx = 0, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = 0,\ \omega^2 = \frac{c}{m},$$

где ω – угловая частота колебаний.

Решение дифференциального уравнения свободных колебаний представляется в виде $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t$. Постоянные интегрирования C_1 и C_2 находятся из начальных условий.

Если кроме восстанавливающей силы на материальную точку действует переменная возмущающая сила, колебания точки называются **вынужденными.** В случае гармонического возмущения $Q = H\sin pt$, где H, p – амплитуда и угловая частота возмущающей силы, дифференциальное уравнение вынужденных колебаний материальной точки относительно положения равновесия

$$m\ddot{x} + cx = H\sin pt, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = h\sin pt,\ \omega^2 = \frac{c}{m},\ h = \frac{H}{m}$$

где ω – угловая частота собственных колебаний; h – относительная амплитуда возмущающей силы.

Общее решение неоднородного дифференциального уравнения вынужденных колебаний при отсутствии резонанса (частота собственных колебаний точки не совпадает с частотой возмущающей силы $p \neq \omega$) имеет вид:

$x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t + \dfrac{h}{\omega^2 - p^2}\sin pt$, а в случае возникновения резонанса ($p = \omega$) определяется формулой: $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t - \dfrac{ht}{2p}\cos pt$. Значения произвольных постоянных C_1 и C_2 находятся с учётом начальных условий движения.

Колебания груза на двух параллельных пружинах с жесткостью c_1 и c_2 можно рассматривать как колебания груза на одной пружине с эквивалентной жесткостью $c_{экв} = c_1 + c_2$, где $c_{экв}$ – жесткость эквивалентной пружины. При последовательном соединении пружин коэффициент жесткости эквивалентной пружины $c_{экв} = \dfrac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}$.

Примеры решения задач на колебания точки

Задача 45. Подъёмное устройство (рис. 4.8) опускает груз Q массой $m = 400$ кг в шахту при помощи упругого троса с коэффициентом жесткости $c = 8 \cdot 10^4$ Н/м с постоянной скоростью $V = 10$ м/с. В некоторый момент во время спуска трос защемило в блоке. Пренебрегая массой троса, определить дальнейшее движение груза и найти максимальную силу натяжения троса.

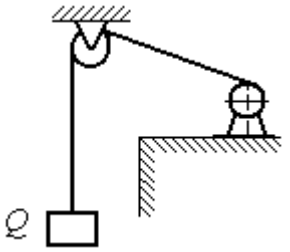


Рис. 4.8. Подъёмное устройство

Решение

После того как произошло защемление троса в обойме блока, вертикальную часть троса длиной ℓ_0 можно рассматривать как пружину с закреплённым верхним концом, а груз – материальной точкой.

Расчетная схема колебаний груза Q на пружине показана на рис. 4.9.

Ось *Ox*, вдоль которой происходят колебания груза, направлена вертикально вниз. Начало отсчёта координаты *x* (точка *O*) выбрано в положении нерастянутой пружины.

На рис. 4.9, *a* положение нерастянутой пружины соответствует положению груза на тросе в момент его защемления. В произвольном положении груза (рис. 4.9, *b*), обозначенном координатой *x*, к нему приложены две силы: сила тяжести $\vec{Q}$ и сила упругости пружины $\vec{F}_{\text{упр}}$. Проекция силы упругости пружины на ось *Ox*: $F_{\text{упр}\,x} = -c\Delta\ell = -cx$, где $\Delta\ell$ – удлинение пружины. Дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось *Ox* имеет вид: $m\ddot{x} = Q - cx$. В результате получаем неоднородное дифференциальное уравнение колебаний:

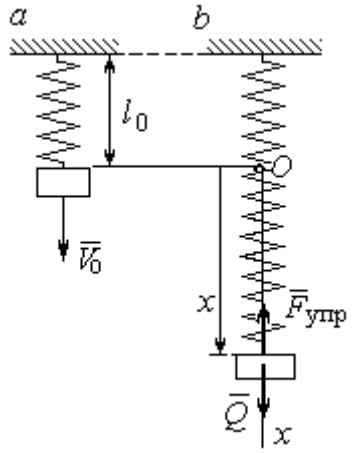


Рис. 4.9. Расчётная схема колебаний груза:
a – положение груза на начало колебаний; *b* – положение груза в произвольный момент времени

$$m\ddot{x} + cx = mg \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = g,$$

где ω – угловая частота собственных колебаний, $\omega = \sqrt{\dfrac{c}{m}} = 14{,}14$ рад/с.

Решение неоднородного дифференциального уравнения представляется в виде $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t + \dfrac{g}{\omega^2}$, где первые два слагаемых представляют общее решения однородного уравнения, последнее – частное решение неоднородного

Для определения произвольных постоянных C_1 и C_2 используем начальные условия движения: при $t = 0$ груз находился в положении $x = 0$, а его скорость равнялась скорости груза $\dot{x} = V_0 = 10$ м/с. Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения колебаний, полу-

чим: $C_1 = -\frac{g}{\omega^2} = -0{,}69$ м. Для определения второй константы вычислим скорость груза: $\dot{x} = -C_1\omega\sin\omega t + C_2\omega\cos\omega t$. Подставив начальное значение скорости груза при $t = 0$, получим: $C_2 = \frac{V_0}{\omega} = 0{,}71$ м. Окончательно, движение груза после защемления троса в обойме блока описывается уравнением

$$x = -0{,}69\cos 14{,}14t + 0{,}71\sin 14{,}14t + 0{,}69.$$

Представим уравнение колебаний в виде $x = A\sin(\omega t + \alpha) + \frac{g}{\omega^2}$, где A – амплитуда собственных колебаний груза $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$, α – фаза колебаний; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{C_1}{C_2}$. Максимальное растяжение троса равно максимальному значению координаты груза: $x_{\max} = \max[A\sin(\omega t + \alpha) + \frac{g}{\omega^2}] = A + \frac{g}{\omega^2} = 1{,}68$ м. Соответственно, максимальное усилие в тросе равно значению силы упругости при максимальном растяжении: $F_{\text{упр max}} = cx_{\max} = 134{,}4$ кН.

Задача 46. Рабочий орган вибрационной машины представляет собой массивное тело, расположенное на гладкой наклонной плоскости между двумя пружинами (см. рис. 4.10). Угол наклона плоскости к горизонту 60º. Масса груза $m = 9$ кг. Пружины, зажимающие груз, имеют коэффициенты жесткости $c_1 = 300$ Н/м и $c_2 = 600$ Н/м.

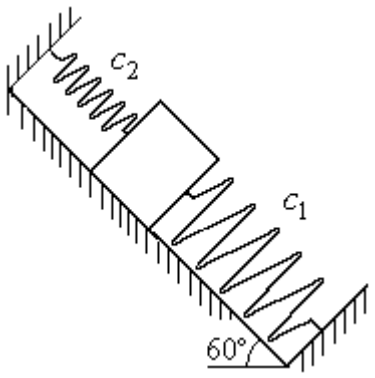


Рис. 4.10. Колебания груза на наклонной плоскости

В начальный момент груз, когда пружины не деформированы, груз оттягивают вниз по наклонной плоскости на расстояние $\Delta\ell = 0{,}12$ м и отпускают без начальной скорости.

Найти период колебаний, амплитуду и уравнение движения груза.

Решение

Колебания груза, зажатого между двумя пружинами, представим как колебания груза, прикреплённого к одной пружине эквивалентной жёсткости: $c_э = c_1 + c_2$ = 900 Н/м (рис. 4.11). Ось, вдоль которой происходят колебания, направим вниз по наклонной плоскости. Начало отсчёта координаты груза x выберем в положении его статического равновесия (точка O) (см. рис. 4.11).

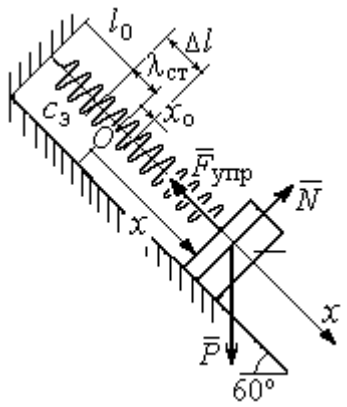


Рис. 4.11. Схема колебаний груза на эквивалентной пружине

Дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось Ox: $m\ddot{x} = P_x - F_{упр\,x}$. Проекция силы упругости пружины на ось Ox: $F_{упр\,x} = -c_э \Delta\ell$, где $\Delta\ell = (x + \lambda_{ст})$ – удлинение пружины, включающее её растяжение $\lambda_{ст}$ относительно положения нерастянутой пружины и растяжение x относительно начала координат.

Удлинение пружины $\lambda_{ст}$ определяется из условия равновесия груза на наклонной плоскости в положении статического равновесия:

$$P\cos 30^\circ - F_{упр} = 0{,}87mg - c_э\lambda_{ст} = 0.$$

Находим $\lambda_{ст} = \dfrac{0{,}87mg}{c_э} = 0{,}085$ м.

Подставляя выражение силы упругости, с учётом условия статического равновесия груза ($0{,}87mg = c_э\lambda_{ст}$), получим дифференциальное уравнение колебаний: $m\ddot{x} = -c_э x$ или $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$, где ω – угловая частота собственных колебаний груза, $\omega = \sqrt{\dfrac{c_э}{m}} = 10$ рад/с.

Общее решение уравнения колебаний $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t$.

Для определения произвольных постоянных C_1 и C_2 вычислим начальные условия движения груза.

Координата начального положения груза на оси Ox (см. рис. 4.11) $x_0 = \Delta\ell - \lambda_{ст} = 0{,}035$ м. Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения колебаний при $t = 0$, получим: $C_1 = x_0 = 0{,}035$ м. Для определения второй константы вычислим скорость груза: $\dot{x} = -C_1\omega_2 \sin\omega_2 t + C_2\omega_2 \cos\omega_2 t$. Подставив начальное значение скорости груза: при $t = 0$ $\dot{x} = V_0 = 0$, получим $C_2 = 0$. Окончательно уравнение движения груза относительно его положения статического равновесия $x(t) = 0{,}035\cos 10t$ м. Амплитуда колебаний $A = 0{,}035$ м. Период колебаний $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 0{,}63$ с.

Задача 47. Пружинный амортизатор состоит из двух одинаковых вертикально стоящих пружин, к верхним концам которых прикреплена невесомая горизонтальная площадка (рис. 4.12). Жёсткость каждой пружины c = 350 Н/м. Груз массой m = 5 кг падает с высоты h = 0,3 м.

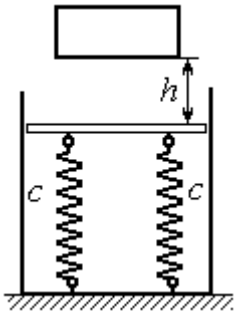


Рис. 4.12. Пружинный амортизатор

Коснувшись площадки, груз начинает двигаться вместе с ней. Определить максимальную осадку амортизатора и уравнение движения груза.

Решение

Заменим две пружины амортизатора одной с жесткостью, эквивалентной двум пружинам: $c_э = 2c$ = 700 Н/м. Расчётная схема колебаний груза показана на рис. 4.13. Начало координат оси x (точка O), вдоль которой происходят колебания, выбрано на уровне статического равновесия груза.

При движении (на рис. 4.13, c предполагается движение груза вниз) на груз действуют сила упругости $\vec{F}_{упр}$ и сила тяжести $\vec{P}$. Уравнение движения груза в проекции на ось x: $m\ddot{x} = P - F_{упр} = P - c_э\Delta\ell$, где $\Delta\ell$ – удлинение (или сжатие) пружины относительно недеформированного состояния.

В произвольном положении груза, обозначенном координатой x (см. рис. 4.13, *c*), сжатие пружины относительно её недеформированного состояния (см. рис. 4.13, *a*) составляет величину: $\Delta\ell = x + \lambda_{ст}$. Величина $\lambda_{ст}$ находится из условия статического равновесия груза, которое выражается равенством (рис. 4.13, *b*): $P - F_{упр\,ст} = P - c_э\lambda_{ст} = 0$.

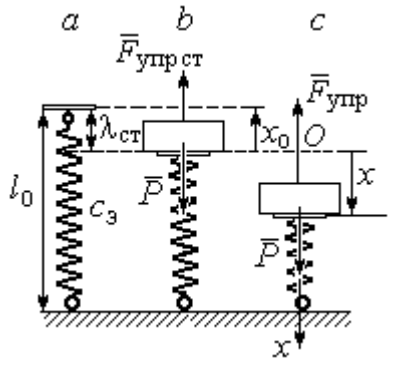


Рис. 4.13. Расчётная схема колебаний на эквивалентной пружине:
a – недеформированная пружина;
b – положение статического равновесия груза; *c* – произвольное положение

Подставляя это условие в уравнение движения груза, получим дифференциальное уравнение колебаний: $m\ddot{x} + c_э x = 0$ или $m\ddot{x} + \omega^2 x = 0$, где $\omega = \sqrt{\dfrac{c_э}{m}}$ = 11,83 рад/с – угловая частота колебаний.

Общее решение однородного уравнения колебаний представляется в виде $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t$, где C_1 и C_2 – произвольные постоянные, вычисляемые по начальным условиям движения груза.

По условию задачи груз падает на площадку, установленную на недеформированных пружинах. Это означает, что начальная координата груза при его движении на пружинах соответствует положению недеформированной пружины: $x_0 = -\lambda_{ст} = -\dfrac{mg}{c_э} = -0{,}07$ м.

Начальная скорость колебаний груза равна скорости груза при падении его с высоты 1 м. Интегрируя уравнение движения груза во время падения $m\ddot{s} = mg$, где s – путь, пройденный телом, получим зависимость скорости от пройденного пути: $V^2 = 2gs$. Полагая s = 0,3, найдём скорость груза при его встрече с площадкой: V = 2,43 м/с. Проекция начальной скорости колебаний груза на ось x положительна: $V_{0x} = V$ = 2,43 м/с.

Подставив начальные условия в общее решение уравнения колебаний, получим: $C_1 = x_0 = -0{,}07$ м; $C_2 = \frac{V_{0x}}{\omega} = 0{,}2$ м. Окончательно уравнение колебаний груза на амортизаторе $x = -0{,}07\cos 11{,}83t + 0{,}2\sin 11{,}83t$. Амплитуда колебаний $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2} = 0{,}21$ м. Проседание амортизатора H отсчитывается от положения нерастянутых пружин: $H = A + \lambda_{ст} = 0{,}28$ м.

Задача 48. Для регистрации (записи) вертикальных колебаний тяжёлых платформ используется пружинный виброграф (рис. 4.14). Схема действия прибора состоит в следующем. Массивная платформа A совершает вертикальные гармонические колебания по закону $\xi = \xi(t)$. На платформе установлена вертикальная стойка с горизонтальной перекладиной, к которой прикреплена пружина жесткостью c. К нижнему концу пружины подвешен груз P массой m с индикаторной стрелкой B (см. рис. 4.14). Вертикальная шкала индикаторной стрелки закреплена на платформе A. В начальный момент груз на пружине находился в покое в положении статического равновесия. Определить закон колебаний стрелки B вдоль шкалы, если масса груза $m = 1$ кг, жесткость пружины $c = 10$ Н/м, платформа совершает вертикальные колебания по закону $\xi = a\sin pt$ см, где амплитуда $a = 0{,}02$ м, частота колебаний платформы $p = 7$ рад/с.

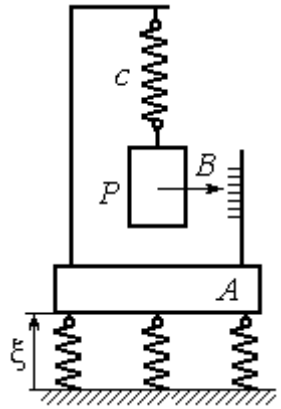


Рис.4.14. Регистратор вертикальных колебаний

Решение

Выберем неподвижную ось x, связанную, например, с неподвижной поверхностью, на которой стоит платформа. Начало координат – точку O выберем на уровне статического равновесия груза на пружине при неподвижной платформе. Произвольное положение груза отмечено координатой x (рис. 4.15).

Растяжение пружины при неподвижной платформе составляет величину $x+\lambda_{ст}$, где $\lambda_{ст}$ – удлинение пружины в положении статического равновесия груза, определяемое из условия $P-c\lambda_{ст}=0$. Вместе с тем колебание платформы вызывает аналогичное смещение точки подвеса пружины. В результате растяжение пружины при произвольном положении груза равно сумме: $\Delta\ell=(x+\lambda_{ст}+\xi)$.

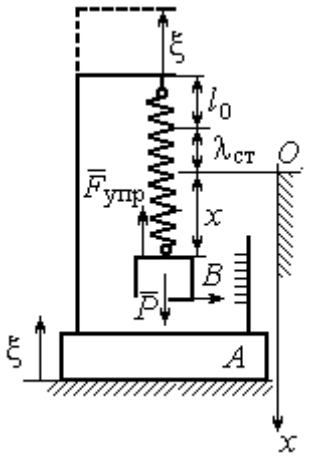


Рис. 4.15. Расчётная схема колебаний груза

На груз действуют сила тяжести $\vec{P}$ и сила упругости пружины $\vec{F}_{упр}$. Дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось *Ox*: $m\ddot{x}=P_x+F_{упр\,x}$, где проекции $P_x=P$, $F_{упр\,x}=-c\Delta\ell=-c(x+\lambda_{ст}+\xi)$. Расчётная схема колебаний груза показана на рис. 4.15.

С учётом условия статического равновесия груза $P-c\lambda_{ст}=0$ получим дифференциальное уравнение вынужденных колебаний груза в виде:

$$\ddot{x}+\omega^2x=-h\sin pt,$$

где ω – угловая частота собственных колебаний груза, $\omega=\sqrt{\dfrac{c}{m}}=3{,}16$ рад/с;

h – относительная амплитуда вынужденных колебаний, $h=\dfrac{ca}{m}$ = 0,2 м/с^2;

p – угловая частота вынужденных колебаний, p = 7 рад/с.

Решение уравнения вынужденных колебаний представляется суммой $x=x_1+x_2$, где x_1 является общим решением однородного уравнения $\ddot{x}_1+\omega^2x_1=0$, а x_2 – частное решение уравнения вынужденных колебаний: $\ddot{x}_2+\omega^2x_2=-h\sin pt$.

Решив однородное уравнение, находим: $x_1=C_1\cos\omega t+C_2\sin\omega t$.

При отсутствии резонанса (а в данном случае частота вынужденных колебаний груза не совпадает с частотой собственных $\omega \neq p$) частное решение уравнения вынужденных колебаний ищем в виде $x_2 = b\sin pt$. Подставляя частное решение в уравнение вынужденных колебаний, получим уравнение $-bp^2\sin pt + \omega^2 b\sin pt = -h\sin pt$, откуда находим коэффициент: $b = \dfrac{h}{p^2 - \omega^2}$.

В результате общее решение уравнения колебаний принимает вид:

$$x = x_1 + x_2 = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t + \frac{h}{p^2 - \omega^2}\sin pt,$$

где константы C_1 и C_2 подлежат определению.

В начальный момент груз находился на пружине в положении статического равновесия, и потому его начальная координата и скорость равны нулю Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения вынужденных колебаний при t = 0, получим C_1= 0. Для определения второй константы вычислим скорость груза в произвольный момент времени: $\dot{x} = -C_1\omega\sin\omega t + C_2\omega\cos\omega t + \dfrac{hp}{p^2 - \omega^2}\cos pt$. Подставив начальное значение скорости груза, найдём $C_2 = -\dfrac{hp}{\omega(p^2 - \omega^2)} = -0{,}01$ м.

Таким образом, колебания груза относительно неподвижной системы координат описываются уравнением $x = -0{,}01\sin 3{,}16t + 0{,}05\sin 7t$ и представляют абсолютное движение груза. Для того чтобы найти закон движения груза относительно платформы – относительное движение, нужно из его абсолютного движения исключить переносное – колебания платформы. Поскольку стрелка прибора закреплена на грузе, а шкала – на платформе, то закон движения стрелки относительно шкалы:

$$x_r = x - \xi = -0{,}01\sin 3{,}16t + 0{,}05\sin 7t - 0{,}02\sin 7t = -0{,}01\sin 3{,}16t + 0{,}03\sin 7t.$$

Упражнения

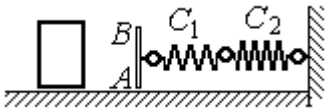


Рис. 4.16. Схема движения груза

Упражнение 4.3. Груз массы m = 0,5 кг, получив начальную скорость V_0 = 6 м/с, движется по горизонтальной поверхности, испытывая силу сопротивления, равную по величине $F = kV$ и направленную в сторону, противоположную движению. Через 1 с груз соединяется с невесомой вертикальной площадкой AB и продолжает движение вместе с ней, уже без сопротивления. К площадке прикреплены две горизонтальные последовательно соединённые пружины жёсткостью C_1 = 120 и C_2 = 40 Н/м (рис. 4.16).

Найти величину максимального сжатия пружины, если k = 0,5 Н/м/с. Определить закон движения груза.

Упражнение 4.4. Груз массы m =1 кг прикреплен к конструкции, состоящей из трёх вертикальных пружин одинаковой жёсткости C = 160 Н/м (рис. 4.17), и находится в равновесии. В некоторый момент времени грузу сообщают скорость V = 4 м/с, направленную вверх.

Найти амплитуду и частоту колебаний груза.

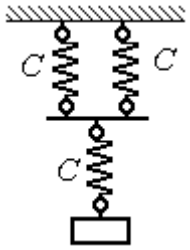


Рис. 4.17. Схема крепления груза на пружинах

4.3. Теорема об изменении кинетической энергии точки

Работой постоянной по величине и направлению силы $\vec{F}$ на прямолинейном перемещении точки приложения силы M (рис. 4.18) называется скалярная величина $A(\vec{F}) = FS\cos\alpha$, где F – модуль силы; S – конечное перемещение точки приложения силы; α – угол между направлением вектора силы и направлением перемещения точки приложения силы.

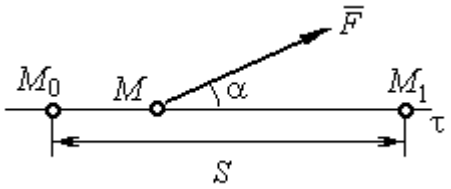


Рис. 4.18. Работа постоянной силы на прямолинейном участке

Работа силы тяжести материальной точки при перемещении её из положения M_0 в положение M_1 равна произведению $A_{(M_0M_1)} = \pm Ph$, где P – величина силы тяжести точки; h – вертикальное перемещение точки (рис. 4.19).

Работа силы тяжести положительна, если начальная точка движения выше конечной (см. рис. 4.19, *a*), и отрицательна, если начальная точка ниже конечной (см. рис. 4.19, *b*).

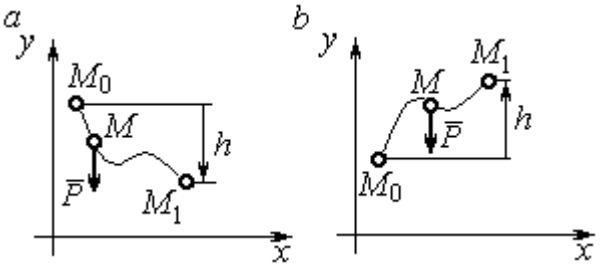


Рис. 4.19. Работа силы тяжести:
a – перемещение точки сверху вниз;
b – перемещение точки снизу вверх

Работа силы упругости пружины при перемещении вдоль линии действия силы из положения недеформированной пружины на расстояние *h* определяется формулой $A(\vec{F}_{\text{упр}}) = -\frac{ch^2}{2}$, где c – коэффициент жесткости (или жёсткость) пружины.

Кинетической энергией материальной точки называется скалярная величина $T = \frac{1}{2}mV^2$, где *m* – масса точки; *V* – её скорость.

Теорема об изменении кинетической энергии точки. Изменение кинетической энергии материальной точки при переходе её из начального положения в текущее равно алгебраической сумме работ всех действующих на неё сил: $\frac{mV_1^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = \sum A_{(M_0M_1)}$, где V_0, V_1 – скорость точки в начальном положении M_0 и в положении M_1; $\sum A_{(M_0M_1)}$ – сумма работ всех сил, действующих на точку, при перемещении её из положения M_0 в положение M_1. При несвободном движении точки в сумму работ сил войдёт и работа реакций связи.

Для определения реакций связи при несвободном движении точки используются уравнения движения в проекциях на оси естественной системы координат – касательную и нормальную: $m\frac{dV}{dt} = \sum F_\tau$, $m\frac{V^2}{\rho} = \sum F_n$, где $\sum F_\tau$, $\sum F_n$ – суммы проекций сил на касательную и нормальную оси естественной системы координат, ρ – радиус кривизны траектории точки.

Примеры решения задач с использованием теоремы об изменении кинетической энергии точки

Задача 49. Подъёмное устройство в шахте опускает груз массой 500 кг с постоянной скоростью V_0 = 6 м/с. После обрыва каната подъёмника срабатывает предохранительное устройство, которое создаёт силу трения между лифтом подъёмного устройства и стенками шахты. Какую силу трения, считая её постоянной, должно создать предохранительное устройство, чтобы остановить лифт на протяжении пути 10 м.

Решение

Рассмотрим падение груза после обрыва каната подъёмника. На груз действуют сила тяжести $\vec{P}$ и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$, направленная в сторону, противоположную движению. Считая груз материальной точкой, составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки. Получим выражение $\frac{mV^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = Ps - F_{\text{тр}}s$, где V_0, V – скорость груза в начале движения (сразу после обрыва каната) и в конце; s – путь, проходимый грузом за время движения. В конце движения груз должен остановиться, то есть V = 0. Тогда уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки принимает вид: $-\frac{mV_0^2}{2} = \left(P - F_{\text{тр}}\right)s$, откуда находим требуемую для остановки груза силу трения: $F_{\text{тр}} = P + \frac{mV_0^2}{2s}$. Подставляя условия задачи, получим: $F_{\text{тр}}$ = 5,81 кН

Задача 50. Тонкий стержень, расположенный в вертикальной плоскости, состоит из двух дуг сопряженных окружностей радиусов R = 1 м и r = 0,5 м (рис. 4.20). Линия OO_1, соединяющая центры окружностей, составляет с горизонтом угол 30°. На стержень надет шарик весом P = 10 Н. В точке A, положение которой на дуге радиуса R определяется углом α = 60°, шарику сообщают начальную скорость V_0, после чего он скользит по стержню без трения. Опре-

делить значение начальной скорости, при которой шарик достигнет наивысшей точки B со скоростью, равной половине начальной. При найденном значении начальной скорости рассчитать давление шарика на стержень в точке C, положение которой на дуге радиуса r определяется углом $\beta = 90°$ относительно линии центров.

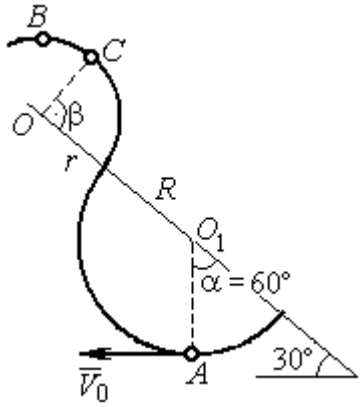


Рис. 4.20. Движение шарика по изогнутому стержню

Решение

При движении шарика по стержню без трения на него действуют сила тяжести $\vec{P}$ и реакция опоры $\vec{N}$. При этом работу совершает только сила тяжести шарика. Реакция гладкой поверхности стержня в любой момент времени перпендикулярна поверхности стержня и потому её работа равна нулю.

По теореме об изменении кинетической энергии точки при движении её из начального положения A в положение B имеем равенство:

$$\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_A^2}{2} = A(P) = -Ph_{(AB)},$$

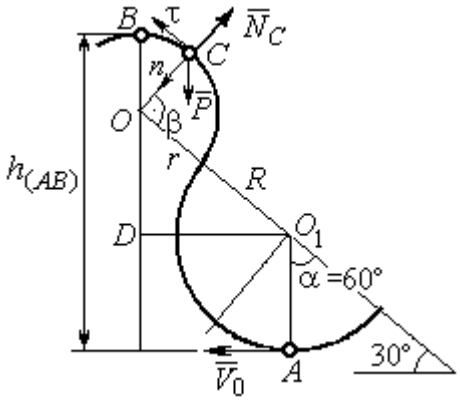


Рис. 4.21. Расчётная схема движения шарика

где $h_{(AB)}$ – перепад высот точек B и A, $h_{(AB)} = R + DO + r = \frac{3}{2}(R + r)$ (см. рис. 4.21); V_A, V_B – скорость шарика в точках A и B, причём $V_A = V_0$, $V_B = 0{,}5V_0$.

В результате уравнение, составленное на основании теоремы об изменении кинетической энергии, принимает вид: $\frac{3V_0^2}{8} = g\frac{3}{2}(R + r)$, откуда $V_0 = 2\sqrt{(R + r)g} = 7{,}67$ м/с.

На рис. 4.21 показаны силы, приложенные к шарику, в момент, когда он находится в точке *C*. Проведём в точке *C* оси естественной системы координат – касательную $C\tau$ и нормаль Cn. Уравнение движения шарика в проекции на нормальную ось имеет вид: $m\dfrac{V_C^2}{r} = P\cos 30^\circ - N_C$, откуда найдём реакцию N_C.

Для определения скорости шарика в точке *C* воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из положения *C* в положение *B*. Получим равенство $\dfrac{mV_B^2}{2} - \dfrac{mV_C^2}{2} = -Ph_{(CB)}$, где $h_{(CB)}$ – перепад высот при движении шарика из начального положения *C* в положение *B*. С учётом известных значений $V_B = 0{,}5V_0 =$ 3,84 м/с и $h_{(CB)} = r\cos 30^\circ =$ 0,43 м получим: $V_C = \sqrt{V_B^2 + 2gh_{(CB)}} =$ 4,82 м/с.

Из уравнения движения шарика находим реакцию опоры $N_C = P\cos 30^\circ - m\dfrac{V_C^2}{r} =$ – 38,7 Н.

Отрицательное значение реакции опоры шарика показывает, что фактическое направление реакции противоположно тому, как показано на рис. 4.21. Искомое давление шарика на трубку равно модулю реакции опоры.

Задача 51. Желоб состоит из шероховатой наклонной прямой *AB* и гладкой дуги окружности радиуса *r* = 0,8 м, сопряжённых в точке *B* так, что прямая *AB* является касательной к окружности в точке *B* (рис. 4.22). Положение точки *B* на дуге задаётся углом 30º относительно вертикального диаметра окружности. Тяжёлый шарик массой *m* = 0,5 кг начинает движение из точки *A* со скоростью $V_0 = 0{,}2$ м/с.

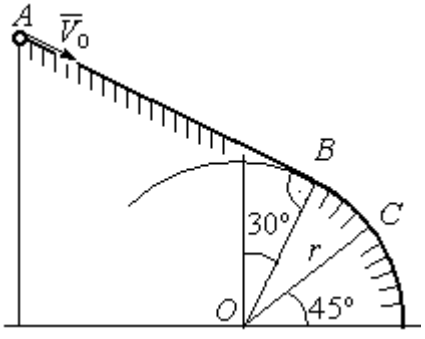


Рис. 4.22. Движение точки по составному желобу

Какой длины *S* должен быть желоб *AB*,

чтобы шарик оторвался от окружности в точке C, определяемой углом 45º относительно горизонтального диаметра, если при движении по прямой AB шарик испытывает сопротивление скольжения с коэффициентом трения $f = 0{,}4$.

Решение

Рассмотрим движение шарика по дуге окружности. Проведём в точке C оси естественной системы координат – касательную $C\tau$ и нормаль Cn (рис. 4.23). На шарик действуют сила тяжести $\vec{P}$, реакция $\vec{N}_C$ опоры в точке C. Уравнение движения шарика в проекции на ось Cn имеет вид: $m\dfrac{V_C^2}{r} = P\cos 45^\circ - N_C$, где V_C – скорость шарика в точке C. Реакция опоры $N_C = P\cos 45^\circ - m\dfrac{V_C^2}{r}$.

В момент отрыва шарика в точке C реакция опоры обращается в ноль: $N_C = 0$. В результате получаем уравнение $V_C^2 = rg\cos 45^\circ$, из которого находим скорость шарика в момент его отрыва от опоры: $V_C = 2{,}36$ м/с.

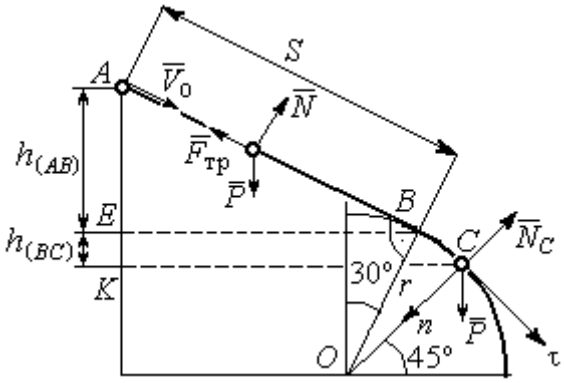


Рис. 4.23. Расчётная схема движения точки

Рассмотрим движение шарика из начального положения A в положение C. На шарик действуют сила тяжести $\vec{P}$, нормальная реакция опоры $\vec{N}$ и, при движении по наклонной прямой AB, сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ (см. рис. 4.23). Работу совершают сила тяжести шарика и сила трения. Реакция опоры $\vec{N}$ и в том и другом случае перпендикулярна траектории движения, и её работа равна нулю.

Составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки $\dfrac{mV_C^2}{2} - \dfrac{mV_A^2}{2} = Ph_{(AC)} - F_{\text{тр}}S$, где S – длина участка AB; $h_{(AC)}$ – перепад высот на участке AC (см. рис. 4.23); $h_{(AC)} = h_{(AB)} + h_{(BC)} = S\sin 30^\circ + r\left(\cos 30^\circ - \cos 45^\circ\right)$.

Модуль силы трения: $F_{\text{тр}} = fN$. Для того чтобы найти реакцию N опоры шарика на наклонную поверхность желоба AB, составим проекцию уравнения движения шарика на ось y, перпендикулярную AB (на рис. 4.23 не показана). Получим: $m\ddot{y} = N - P\cos 30^\circ = 0$. Отсюда $N = P\cos 30^\circ$ и сила трения $F_{\text{тр}} = fP\cos 30^\circ$.

Из уравнения теоремы об изменении кинетической энергии точки найдём выражение для определения длины S участка AB:

$$\frac{V_C^2 - V_A^2}{2g} = S\sin 30^\circ + r\left(\cos 30^\circ - \cos 45^\circ\right) - fPS\cos 30^\circ,$$

откуда получим $S = 1$ м.

Задача 52. Груз подвешен на нити длиной $l = 1$ м, закреплённой в неподвижной точке O (рис. 4.24). В начальный момент груз находился в положении A, при котором линия OA составляет с вертикалью угол $60°$. В этом положении грузу сообщают начальную скорость $\vec{V}_0$, перпендикулярно нити. Достигнув горизонтального положения, нить, натянутая грузом, встречает препятствие в виде тонкой проволоки в точке O_1, расположенной на середине длины нити, и дальше навивается на неё.

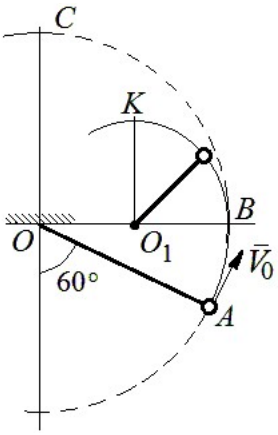


Рис. 4.24. Схема движения груза на нити

Какую минимальную начальную скорость нужно сообщить грузу в точке A, чтобы после встречи нити с проволокой в O_1 груз проскочил верхнюю точку траектории K. На какую максимальную высоту (относительно горизонтального диаметра OB) поднимется груз, двигаясь из той же точки A и с той же начальной скоростью, если нить будет двигаться беспрепятственно. Определить скачок натяжения нити в точке B при переходе груза с одной траектории на другую.

Решение

Построим оси естественной системы координат $n K \tau$ в точке K траектории – окружности радиуса $0{,}5l$ с центром O_1 (рис. 4.25, *a*). Во время движения на груз действуют сила тяжести и реакция нити. Уравнение движения груза в проекции на ось Kn имеет вид: $m\dfrac{V_K^2}{r} = P + N_K$, где V_K – скорость

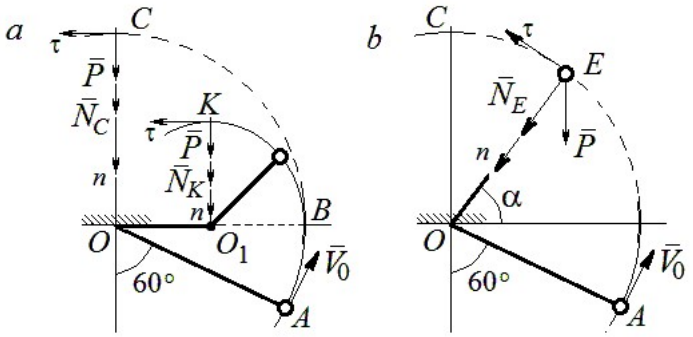


Рис. 4.25. Расчётная схема движения груза:
a – нить навивается на препятствие;
b – свободное движение

груза в точке K; N_K – реакция нити; r – радиус окружности движения груза; $r = 0{,}5l$. Из уравнения движения находим реакцию нити: $N_K = m\dfrac{2V_K^2}{l} - P$.

Так как нить представляет собой гибкую связь, то условием достижимости грузом точки K является требование, что при движении нить должна быть натянута, иначе говоря, всюду во время движения должно выполняться неравенство $N_K \geq 0$. С учётом уравнения движения груза это приводит к неравенству, выражающему требование к скорости в конечной точке: $V_K^2 \geq \dfrac{1}{2}gl$.

Скорость груза в точке K найдём на основании теоремы об изменении кинетической энергии точки при движении груза из положения A в положение K. Имеем равенство $\dfrac{mV_K^2}{2} - \dfrac{mV_0^2}{2} = -Ph_{(AK)}$, где $h_{(AK)}$ – перепад высот точек A и K; $h_{(AK)} = l$ (см. рис. 4.25, *a*). Решая полученное уравнение, найдём зависимость скорости груза в точке K от начальной: $V_K^2 = V_0^2 - 2gl$. С учётом выполнения неравенства натяжения нити получим: $V_0 \geq \sqrt{\dfrac{5}{2}gl}$.

При минимальной начальной скорости $V_0 = \sqrt{\frac{5}{2}gl}$ груз достигает верхней точки *K*. Однако, натяжение нити в точке *K* обращается в нуль: $N_K = 0$ и нить в этом месте перестаёт быть натянутой. Груз продолжает движение, но уже в виде свободного падения с начальной скоростью $V_K = \sqrt{\frac{1}{2}gl}$.

Определим, на какую высоту поднимется груз из положения *A* с минимальной начальной скоростью $V_0 = \sqrt{\frac{5}{2}gl}$, если нить движется беспрепятственно (см. рис. 4.25, *b*). Построим в точке *E* оси естественной системы координат $nE\tau$ аналогично тому, как это было сделано в точке *K*. Уравнение движения груза в проекции на ось *En* имеет вид: $m\frac{V_E^2}{l} = P\sin\alpha + N_E$, где V_E – скорость груза в точке *E*; N_E – проекция реакции нити на нормальную ось.

Для определения скорости груза в точке *E* составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки при движении груза из начального положения *A* в положение *E*. Получим: $\frac{mV_E^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = -Ph_{(AE)}$, где $h_{(AE)}$ – перепад высот точек *A* и *E*; $h_{(AE)} = \frac{l}{2} + l\sin\alpha$ (см. рис. 4.25, *b*). Решая полученное уравнение относительно скорости V_E при заданной начальной скорости $V_0 = \sqrt{\frac{5}{2}gl}$, найдём: $mV_E^2 = \frac{3}{2}mgl - 2mgl\sin\alpha$. С другой стороны, из уравнения движения груза (учитывая, что в точке *E* натяжение нити равно нулю: $N_E = 0$) получим: $mV_E^2 = Pl\sin\alpha$. Приравнивая выражения, получим $\sin\alpha = \frac{1}{2}$. Высота подъёма относительно горизонтального радиуса составляет $\frac{1}{2}l$.

Для определения скачка натяжения нити при переходе груза в точке B с окружности радиуса l на окружность радиуса $\frac{1}{2}l$, т. е. в момент, когда нить начинает навиваться на проволоку, напишем проекции уравнения движения груза на нормальную ось в точке B. Получим для малой окружности $\frac{2mV_B^2}{l} = N_B$ и для большой $\frac{mV_B^2}{l} = N'_B$, где N_B и N'_B – проекции реакции нити в точке B при движении груза по окружности радиусов $\frac{1}{2}l$ и l. Из уравнений видно, что переход груза с большой окружности на малую вызывает двукратное увеличение натяжения нити: $N'_B = \frac{3}{2}mg$, $N_B = 3mg$.

Задача 53. Шарик массой m = 0,5 кг движется в вертикальной плоскости из положения A внутри трубки, которая состоит из полуокружности AB радиуса R = 0,6 м и прямолинейного участка BD, сопряжённого в точке B с окружностью (рис. 4.26). Диаметр полуокружности AB составляет с горизонталью угол 60°. Начальная скорость шарика V_0 = 5 м/с. В конце кругового участка в точке B шарик упирается в недеформированную пружину жесткостью c = 100 Н/м. Найти величину S максимального сжатия пружины.

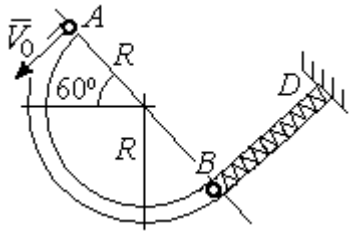


Рис. 4.26. Схема движения шарика

Решение

Найдём скорость шарика в точке B. Для этого составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из начального положения A в положение B. Получим: $\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_A^2}{2} = A(P) = Ph_{(AB)}$, где $h_{(AB)}$ – перепад высот точек A и B, $h_{(AB)} = 2R\sin 60^\circ = 1{,}04$ м (рис. 4.27).

Решая уравнение, найдём скорость шарика в точке B: $V_B = \sqrt{V_A^2 + 2gh_{(AB)}} = 6{,}74$ м/с.

Для того, чтобы найти величину максимального сжатия пружины, рассмотрим движение шарика на прямолинейном отрезке трубки BD. На этом отрезке работу совершают сила тяжести шарика и сила упругости пружины, приложенные к шарику (см. рис. 4.27).

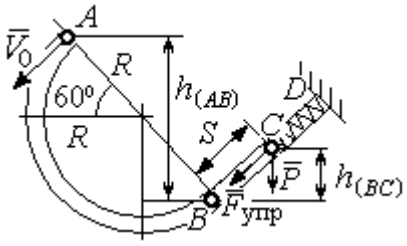


Рис. 4.27. Расчетная схема движения шарика

Обозначим S – максимальное сжатие пружины, равное BC. На основании теоремы об изменении кинетической энергии точки, применённой к движению шарика на отрезке BC, имеем уравнение $\frac{mV_C^2}{2} - \frac{mV_B^2}{2} = A(P) + A(F_{упр}) = -Ph_{(BC)} - \frac{cS^2}{2}$,

где $h_{(BC)}$ – перепад высот точек B и C; $h_{(BC)} = S\sin 30^\circ = 0{,}5S$ (см. рис. 4.27).

В точке C максимального сжатия пружины скорость шарика обращается в нуль: $V_C = 0$. Подставляя это условие, с учётом $V_B = 6{,}74$ м/с, получим уравнение для определения величины максимального сжатия пружины: $S^2 + 0{,}05S - 0{,}23 = 0$.

Выбирая положительный корень уравнения, находим: $S = 0{,}45$ м.

Упражнения

Упражнение 4.5. Лётчик в самолёте пикирует из точки A по прямой, составляющей с горизонтом угол φ, с начальной скоростью V_0. Пройдя расстояние $AB = l$, самолёт продолжает движение по дуге окружности радиуса R, сопряженной с прямой AB в точке B (рис. 4.28).

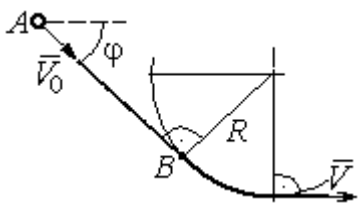


Рис. 4.28. Схема движения самолёта

Каким должен быть радиус окружности, чтобы в точке C – выхода самолёта на горизонтальный полёт - сила давления человека на корпус самолёта не превосходила его тройной вес.

Упражнение 4.6. Пружина жесткостью C = 100 Н/м, сжатая из недеформированного состояния на расстояние $KA = a = 0{,}3$ м, выталкивает шарик массой $m = 0{,}5$ кг, который отделяется от неё в точке K и продолжает движение в трубке по дуге KCB, окружности радиуса R = 1 м, затем – по горизонтальному участку BD. Определить давление шарика на трубку в точке C. Какой путь пройдёт шарик до остановки по прямой BD, если здесь на него действует сила трения с коэффициентом $f = 0{,}4$.

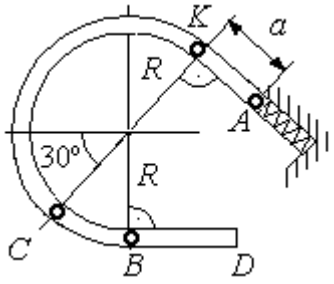


Рис. 4.29. Схема движения шарика в трубке

5. ОБЩИЕ ТЕОРЕМЫ ДИНАМИКИ СИСТЕМЫ

5.1. Теорема о движении центра масс системы

Центром масс системы материальных точек называют точку C, координаты которой x_C, y_C, z_C удовлетворяют равенствам:

$$mx_C = \sum m_k x_k \ , \quad my_C = \sum m_k y_k \ , \ mz_C = \sum m_k z_k \ ,$$

где m – масса системы: $m = \sum m_k$; m_k, x_k, y_k, z_k – массы и координаты материальных точек системы.

Теорема о движении центра масс системы. Центр масс механической системы движется как материальная точка с массой, равной массе системы, и к которой приложены внешние силы, действующие на систему: $m\vec{a}_C = \sum \vec{F}_k^e$, где $\vec{a}_C$ – вектор ускорения центра масс системы; $\sum \vec{F}_k^e$ – сумма всех внешних сил, действующих на систему.

Пример решения задач на применение теоремы о движении центра масс

Задача 54. Груз 1, находящийся на верхнем основании прямоугольной пирамиды *ABCD*, соединен с грузом 2 нерастяжимой нитью, перекинутой через блок C (рис. 5.1). Определить перемещение пирамиды, если груз 2 опустился на высоту 1 м. Масса груза 1 m_1 = 15 кг, груза 2 m_2 = 20 кг, пирамиды m = 50 кг. Трение при движении груза 1 по пирамиде и пирамиды по горизонтальной поверхности не учитывать.

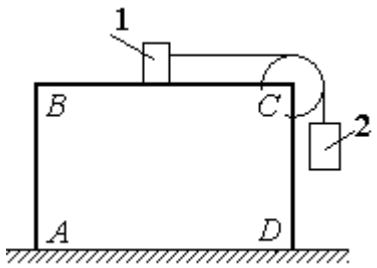


Рис. 5.1. Пирамида с системой подвижных грузов

Решение

Рассматриваем механическую систему, состоящую из двух грузов, соединённых нерастяжимой нитью, блока *C* и пирамиды *ABCD*.

Внешние силы, приложенные к системе: силы тяжести грузов и пирамиды – $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}$ и нормальная реакция $\vec{N}$ опоры поверхности, на которой стоит пирамида. Направления векторов внешних сил показаны на рис. 5.2.

Выберем неподвижную систему координат *Axy*, как показано на рис. 5.2. Все внешние силы, действующие на механическую систему, вертикальны, поэтому дифференциальное уравнение, составленное на основании теоремы о движении центра масс механической системы в проекции на ось *Ax,* имеет вид:

$$(m + m_1 + m_2)\ddot{x}_C = P_{1x} + P_{2x} + P_x + N_x = 0$$

$$\text{или} \quad \ddot{x}_C = 0,$$

где x_C – координата центра масс системы.

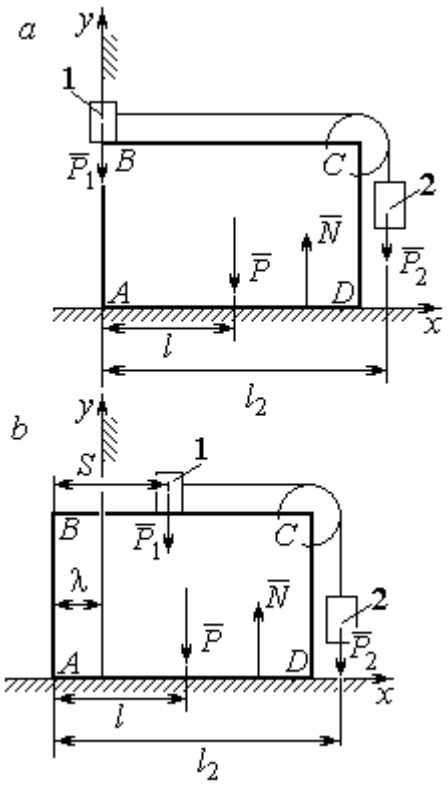


Рис. 5.2. Расчётная схема перемещения пирамиды: *a* – начальное положение; *b* – положение пирамиды при перемещении грузов на расстояние *S*

Проинтегрировав его дважды, получим закон движения центра масс системы: $x_C = C_1 t + C_2$, где константы интегрирования C_1 и C_2 находятся из начальных условий. Предположим, в начальный момент движение в механической системе отсутствовало и координата центра масс системы была равна x_{C0} (на рис. 5.2, *a* не показана), то есть при $t = 0$ $x_C(0) = x_{C0}$ и $\dot{x}_C(0) = 0$. Подставляя начальные условия, получим: $C_1 = 0$, $C_2 = x_{C0}$. В результате закон движения центра масс системы имеет вид: $x_C = x_{C0}$. Последнее означает, что при любом перемещении тел в системе координата центра масс системы на оси *Ax* остаётся постоянной, равной своему начальному значению.

Предположим, в начальный момент времени груз 1 находился у левого края призмы, как показано на рис. 5.2, *a*.

Начальная координата x_{C0} центра масс системы находится из равенства $(m_1 + m_2 + m)x_{C0} = \sum m_k x_k = m_1 \cdot 0 + m_2 l_2 + ml$, где l_2 – расстояние от начала координат до линии действия силы тяжести груза 2 (координата центра масс гру-

за 2 на оси Ax); l – аналогичное расстояние до линии действия силы тяжести пирамиды (см. рис. 5.2, *a*). Тогда начальная координата центра масс системы: $x_{C0} = \dfrac{m_2 l_2 + ml}{(m_1 + m_2 + m)}$.

Положение грузов в системе, после того как груз 1 переместился на расстояние *S*, и положение призмы показано на рис. 5.2, *b*. На рисунке отмечено, что при перемещении груза 1 вправо на расстояние *S* призма *ABCD* сместилась влево на расстояние λ. Координата x_{C1} центра масс для нового положения системы определяется из равенства:

$$(m_1 + m_2 + m)x_{C1} = m_1(S - \lambda) + m_2(l_2 - \lambda) + m(l - \lambda).$$

Выражая отсюда координату x_{C1} и приравнивая её начальному значению координаты центра масс $x_{C0} = x_{C1}$, найдём перемещение пирамиды $\lambda = \dfrac{m_1 S}{(m_1 + m_2 + m)}$. Подставляя данные задачи, получим $\lambda = 0{,}18$ м.

5.2. Теорема об изменении кинетического момента системы относительно оси

Момент инерции однородного диска радиусом *R*, массой *m* относительно оси *z*, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска: $J_z = \dfrac{1}{2}mR^2$. **Для неоднородных тел момент инерции** относительно оси *z* вычисляется по формуле: $J_z = mi_z^2$, где i_z – радиус инерции тела.

Кинетическим моментом (моментом количества движения) системы относительно неподвижной оси *z* называется величина, равная сумме моментов количеств движения точек относительно этой оси $\vec{L}_z = \sum M_z(m_k \vec{V}_k)$.

Для твёрдого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси *z*, кинетический момент: $L_z = J_z\omega$, где J_z и ω – момент инерции и угловая скорость

тела. **Теорема об изменении кинетического момента системы относительно оси**. Производная по времени от кинетического момента системы относительно неподвижной оси z равна сумме моментов внешних сил относительно той же оси: $\frac{dL_z}{dt} = \sum M_z(\vec{F}_k^e)$.

Примеры решения задач на применение теоремы об изменении кинетического момента системы

Задача 55. Для подъёма груза используется лебёдка со ступенчатым барабаном и противовесом. Груз 1 массой m_1 поднимается на канате, навитом на барабан 2 массой m_2 радиуса R. Противовес 3 массой m_3 прикреплён к канату, который навит на малую ступень барабана радиуса r (рис. 5.3). Радиус инерции барабана относительно оси вращения i_z. На барабан действует постоянный момент сил сопротивления $M_c = 60$ Н·м. В начале движения к барабану лебёдки прикладывается вращающий момент, пропорциональный времени: $M_{вр} = 620 + 30t$ Н·м, который через 2 с отключается. Определить, на какую высоту поднимется груз, если движение началось из состояния покоя. Массы грузов и барабана: $m_1 = 100$ кг, $m_2 = 50$ кг, $m_3 = 20$ кг. Радиусы ступеней барабана и радиус инерции: $R = 0{,}6$ м; $r = 0{,}4$ м; $i_z = 0{,}5$ м.

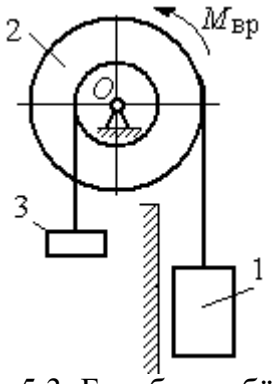


Рис. 5.3. Барабан лебёдки с грузом и противовесом

Решение

Решение следует рассматривать на двух этапах. На первом груз поднимается под действием вращающего момента, на втором – по инерции.

Рассмотрим механическую систему, состоящую из груза 1, барабана 2 и противовеса 3. На систему действуют силы тяжести груза $\vec{P}_1$, барабана $\vec{P}_2$, противовеса $\vec{P}_3$, реакция шарнира $\vec{R}$, пара сил с моментом, равным моменту вра-

щения $M_{вр}$, и пара сил с моментом сопротивления M_c. Направления векторов сил и моментов показаны на рис. 5.4. Выберем начало оси *y*, вдоль которой поднимается груз на первом участке движения, в точке начала движения (см. рис. 5.4).

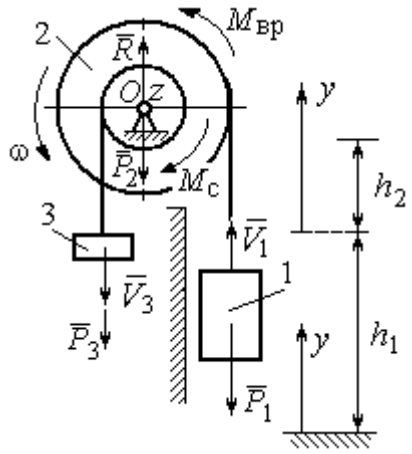


Рис. 5.4. Силы, действующие на систему во время движения

Воспользуемся теоремой об изменении кинетического момента системы относительно оси *z*, проходящей через центр *O*: $\frac{dL_z}{dt} = \sum M_z(\vec{F}_k^e)$. Кинетический момент системы относительно оси *z* равен сумме кинетических моментов барабана, груза и противовеса: $L_z = L_z^{бар} + L_z^{гр} + L_z^{пр}$. Кинетический момент барабана, вращающегося вокруг неподвижной оси *z*: $L_z^{бар} = J_z\omega$, где J_z – момент инерции барабана относительно оси *z*, $J_z = m_2 i_z^2$; ω – угловая скорость барабана. Рассматривая груз и противовес как материальные точки, найдём их кинетические моменты относительно оси *z*: $L_z^{гр} = M_z(m_1\vec{V}_1) = m_1V_1R$; $L_z^{пр} = M_z(m_3\vec{V}_3) = m_3V_3r$.

Суммарный кинетический момент системы:

$$L_z = L_z^{бар} + L_z^{гр} + L_z^{пр} = m_2 i_z^2\omega + m_1V_1R + m_3V_3r.$$

Выразим скорости груза 1 и противовеса 3 через угловую скорость барабана: $V_1 = \omega R$, $V_3 = \omega r$ - и подставим их в выражение кинетического момента. Получим $L_z = (m_2 i_z^2 + m_1R^2 + m_3r^2)\omega = (m_2 i_z^2 + m_1R^2 + m_3r^2)\frac{V_1}{R}$.

Суммарный момент внешних сил относительно оси *z*

$$\sum M_z(\vec{F}_k^e) = M_{вр} - M_c - P_1R + P_3r.$$

Дифференциальное уравнение движения груза:

$$(m_2 i_z^2 + m_1R^2 + m_3r^2)\frac{dV_1}{dt} = \left(M_{вр} - M_c - P_1R + P_3r\right)R,$$

или с учётом данных задачи $\frac{dV_1}{dt} = 0{,}58 + 0{,}35t$.

Дважды интегрируя это уравнение с нулевыми начальными условиями, найдём скорость груза V_1 и проходимый им путь y как функции времени:

$$V_1(t) = 0{,}58t + 0{,}175t^2;\quad y(t) = 0{,}29t^2 + 0{,}058t^3.$$

Из уравнений движения найдём: при $t = 2$ с (конец первого участка) груз поднялся на высоту $h_1 = y(2) = 1{,}62$ м и имел скорость $V_1 = V_1(2) = 1{,}86$ м/с.

На втором участке движения груз продолжает подниматься вверх. Уравнение движения груза здесь аналогично первому участку, за исключением вращающего момента (см. рис. 5.4):

$$(m_2 i_z^2 + m_1 R^2 + m_3 r^2)\frac{dV_1}{dt} = \left(-M_c - P_1 R + P_3 r\right)R, \text{ или } \frac{dV_1}{dt} = -6{,}61.$$

Представим ускорение груза в виде: $\frac{dV_1}{dt} = \frac{dV_1 dy}{dy dt} = V_1 \frac{dV_1}{dy}$. Теперь уравнение движения груза на втором участке имеет вид: $V_1 \frac{dV_1}{dy} = -6{,}61$. Интегрируя его, получим зависимость скорости груза от пройденного пути $\frac{V_1^2}{2} = -6{,}61y + C_3$. Выберем начало второго участка на высоте h_1. Из начальных условий движения груза: при $t = 0$, $y = 0$, $V_1 = 1{,}86$ м/с, получим: $C_3 = 1{,}73$.

Максимальную высоту h_2, на которую поднялся груз на втором участке, определим из условия, что в этой точке скорость груза обращается в нуль. Имеем $0 = -6{,}61h_2 + 1{,}73$, откуда $h_2 = 0{,}26$ м. Максимальная высота подъёма груза $H = h_1 + h_2 = 1{,}88$ м.

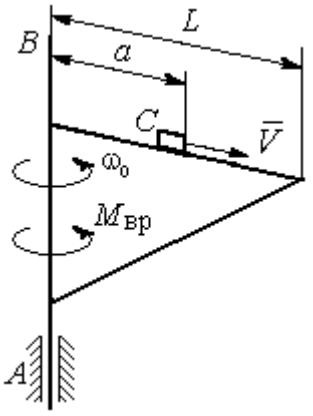


Рис. 5.5. Поворотный кран

Задача 56. Тележка C поворотного подъёмного крана (рис. 5.5) движется с постоянной относительно стрелы скоростью $V = 0{,}5$ м/с. Длина стрелы

L = 10 м, масса тележки с грузом m_1 = 100 кг, момент инерции крана относительно оси вращения AB без учёта тележки и груза J = 1800 кг·м^2. Двигатель крана создаёт постоянный вращающий момент $M_{вр}$ = 400 Н·м. Определить угловую скорость крана в момент, когда тележка достигнет края стрелы, если в начальный момент конструкция вращалась с угловой скоростью ω_0 = 2 рад/с, а тележка находилась на расстоянии a = 1 м от оси вращения.

Решение

На систему действуют внешние силы: $\vec{P}_1$ – сила тяжести тележки с грузом, $\vec{P}_2$ – сила тяжести поворотного крана (на рис. 5.6 показана в условном центре тяжести крана); $\vec{R}_x$, $\vec{R}_y$ – составляющие реакции подшипника A и пара сил с моментом, равным вращающему моменту $M_{вр}$ (см. рис. 5.6). Применим к описанию движения системы теорему об изменении кинетического момента системы относительно оси вращения z, направленной вдоль линии AB.

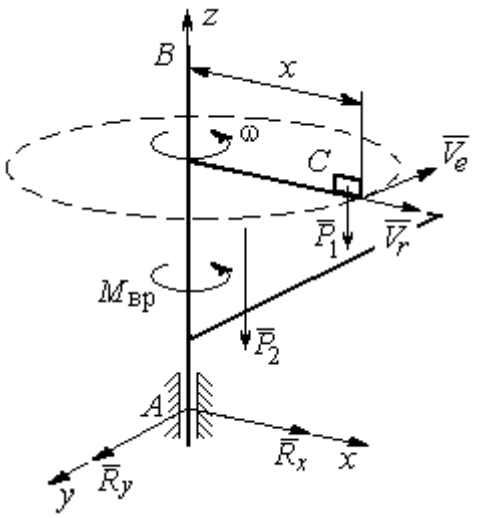


Рис. 5.6. Внешние силы, действующие на кран при его движении

Поскольку силы тяжести параллельны оси вращения крана, а составляющие реакции шарнира A пересекают её, то моменты этих сил относительно оси z равны нулю и теорема об изменении кинетического момента системы принимает вид: $\frac{dL_z}{dt} = M_{вр}$. Интегрируя это уравнение при постоянном вращающем моменте, получим равенство: $L_z - L_{z0} = M_{вр}t$, где L_z, L_{z0} – кинетический момент системы в текущий и начальный моменты времени.

Кинетический момент системы L_z равен сумме: $L_z = L_z^{кран} + L_z^{груз}$. Кинетический момент крана как твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной

оси: $L_z^{\text{кран}} = J\omega$. Полагая тележку с грузом материальной точкой, определим её кинетический момент $L_z^{\text{груз}}$, как момент вектора количества движения тележки относительно оси *z*. Тележка с грузом участвует в сложном движении. Вектор абсолютной скорости тележки $\vec{V}_{\text{абс}}$ равен сумме $\vec{V}_{\text{абс}} = \vec{V}_r + \vec{V}_e$, где $\vec{V}_r$ относительная скорость тележки (перемещение по стреле крана); $\vec{V}_e$ – переносная скорость (движение вместе с краном). Воспользовавшись теоремой Вариньона при вычислении момента количества движения тележки с грузом, получим:

$$L_z^{\text{груз}} = M_z(m_1\vec{V}_{\text{абс}}) = M_z(m_1\vec{V}_e + m_1\vec{V}_r) = M_z(m_1\vec{V}_e) = m_1V_ex = m_1\omega x^2.$$

В результате суммарный кинетический момент системы в текущий момент времени $L_z = L_z^{\text{кран}} + L_z^{\text{груз}} = \left(J + m_1x^2\right)\omega$. Тогда начальный кинетический момент систем: $L_{z0} = \left(J + m_1a^2\right)\omega_0$.

Подставляя выражения начального и текущего кинетического моментов в уравнение движения, получим: $\left(J + m_1x^2\right)\omega - \left(J + m_1a^2\right)\omega_0 = M_{\text{вр}}t$, откуда закон изменения угловой скорости крана $\omega = \dfrac{M_{\text{вр}}t + \left(J + m_1a^2\right)\omega_0}{\left(J + m_1x^2\right)}$. Момент времени $t_{\text{к}}$, когда тележка достигнет края стрелы ($x = L$), найдём из условия движения тележки по стреле с постоянной скоростью: $Vt_{\text{к}} = L - a$. С учётом данных задачи угловая скорость крана в этот момент $\omega(t_{\text{к}}) = 0{,}93$ рад/с.

5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы

Кинетическая энергия тела при поступательном движении $T = \dfrac{1}{2}mV_C^2$, где m – масса тела; V_C – скорость центра масс тела; **при вращательном движении** вокруг неподвижной оси z: $T = \dfrac{1}{2}J_z\omega^2$, где J_z – момент инерции тела относительно оси *z*; ω – угловая скорость тела; **при плоскопа-**

раллельном движении: $T = \frac{1}{2} m V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega^2$, где m – масса тела; V_C, ω – скорость центра масс и угловая скорость тела; J_{zC} – момент инерции тела относительно оси z, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения.

Работа постоянной силы F при прямолинейном перемещении точки приложения силы $A = FS\cos\alpha$, где S – перемещение точки; α – постоянный угол между перемещением и направлением силы. **Работа пары сил с постоянным моментом** M при повороте тела на конечный угол φ вычисляется по формуле: $A = \pm M\varphi$, где φ – угол поворота тела. Работа считается положительной, если пара сил стремится повернуть тело в направлении его вращения, и отрицательной – в противном случае.

Мощностью силы F называют величину, равную скалярному произведению силы на скорость точки её приложения: $N = \vec{F} \cdot \vec{V}$, где V – скорость точки приложения силы. При плоском движении тела мощность силы равна сумме скалярных произведений: $N = \vec{F} \cdot \vec{V}_O + \vec{M}_O \cdot \vec{\omega}$, где V_O – скорость точки, выбранной полюсом; ω – угловая скорость тела; $\vec{M}_O = M_O(\vec{F})$ – момент силы относительно полюса. Если в качестве полюса выбрать точку K – мгновенный центр скоростей, то мощность силы $N(\vec{F}) = \vec{M}_K(\vec{F}) \cdot \vec{\omega}$, где $M_K(\vec{F})$ – момент силы относительно мгновенного центра скоростей.

Теорема об изменении кинетической энергии системы в дифференциальной форме. Производная по времени от кинетической энергии системы равна сумме мощностей внешних и внутренних сил $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e) + \sum N(\vec{F}_k^i)$.

Теорема об изменении кинетической энергии системы на конечном перемещении. Изменение кинетической энергии системы при перемещении её

из начального состояния в текущее равно сумме работ внешних и внутренних сил, действующих на систему: $T - T_0 = \sum A(\vec{F}_k^e) + \sum A(\vec{F}_k^i)$.

Механические системы, состоящие из абсолютно твердых тел, соединенных гибкими нерастяжимыми нитями, называются **неизменяемыми**. В неизменяемых системах сумма работ и сумма мощностей внутренних сил равны нулю: $\sum A(\vec{F}_k^i) = 0$.

Примеры решения задач на применение теоремы об изменении кинетической энергии системы

Задача 57. Планетарный механизм, позволяющий получать повышенные передаточные отношения угловых скоростей, состоит из трех одинаковых колёс, соединённых кривошипом *OA* (рис. 5.7). Колесо 1 неподвижно, кривошип *OA* вращается с угловой скоростью ω_{OA} и приводит в движение колёса 2 и 3. Полагая массы колёс и их радиусы одинаковыми, равными *m* и *r,* и пренебрегая массой кривошипа, найти кинетическую энергию механизма.

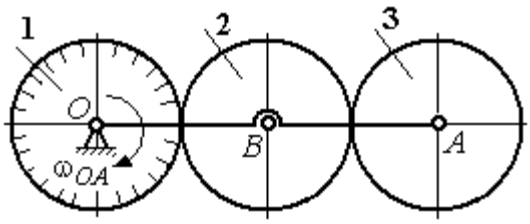


Рис. 5.7. Планетарный механизм

Решение

Кинетическая энергия механизма *T* равна сумме энергий колёс 2 и 3: $T = T_2 + T_3$. Энергия колеса 1 равна нулю потому, что оно неподвижно, а энергия кривошипа равна нулю, так как массой кривошипа пренебрегаем. При движении механизма колесо 2, увлекаемое кривошипом, катится по неподвижной поверхности первого колеса. Энергия колеса 2:

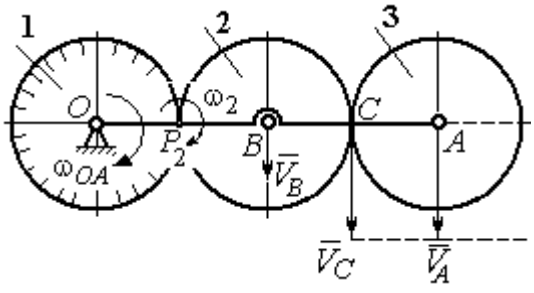


Рис. 5.8. Расчётная схема вычисления энергии механизма

$T_2 = \frac{mV_B^2}{2} + \frac{J_{2B}\omega_2^2}{2}$, где V_B – скорость центра масс колеса 2, J_{2B} – момент инерции колеса 2 относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости колеса, $J_{2B} = \frac{mr^2}{2}$.

Выразим кинетическую энергию колеса 2 через угловую скорость ω_{OA} кривошипа OA.

Скорость точки B, лежащей на кривошипе OA: $V_B = \omega_{OA} \cdot OB = \omega_{OA} 2r$.

Так как точка P_2 касания колёс 1 и 2 является мгновенным центром скоростей колеса 2 (рис. 5.8), угловая скорость колеса 2 $\omega_2 = \frac{V_B}{BP_2}$. В результате получим: $\omega_2 = 2\omega_{OA}$. Подставив зависимости V_B и ω_2 в выражение кинетической энергии колеса 2, найдём:

$$T_2 = \frac{m(\omega_{OA} 2r)^2}{2} + \frac{mr^2}{2} \cdot \frac{(2\omega_{OA})^2}{2} = 3m\omega_{OA}^2 r^2.$$

Вычислим кинетическую энергию колеса 3. Найдём скорость точки C, считая, что она принадлежит колесу 2: $V_C = \omega_2 \cdot P_2C = 4\omega_{OA} r$. Скорость точки A – центра колеса 3 определим, полагая, что точка A лежит и на кривошипе: $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 4\omega_{OA} r$. Скорости двух точек A и C колеса 3 равны и параллельны, причём линия AC перпендикулярна векторам скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_C$ (см. рис. 5.8). В этом случае мгновенный центр скоростей отсутствует и колесо 3 совершает мгновенно-поступательное движение. Энергия поступательного движения колеса 3: $T_3 = \frac{mV_A^2}{2} = \frac{m(4\omega_{OA} r)^2}{2} = 8m\omega_{OA}^2 r^2$.

Окончательно, энергия механизма: $T = T_2 + T_3 = 11m\omega_{OA}^2 r^2$.

Задача 58. Горизонтальный желоб DE опирается на блок 1 и на каток 3 одинакового радиуса r (рис. 5.9). Блок 1 весом P_1 вращается вокруг неподвиж-

ной оси O_1. Каток 3 катится по горизонтальному рельсу без проскальзывания. На одной оси с катком 3 жестко связано колесо 2 радиуса R. Их общий вес равен Q, а общий радиус инерции относительно оси z, проходящей через центр масс C перпендикулярно плоскости катка, равен i_z. Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом M. Массой желоба пренебрегаем. Скольжение между желобом и блоком 1, а также катком 3 отсутствует. Определить ускорение центра масс колеса 2 и катка 3 и угловое ускорение блока 1, если: P_1 = 40 Н, Q = 60 Н, F = 50 Н, M = 45 Н·м, R = 0,8 м, r = 0,6 м, i_z = 0,4 м.

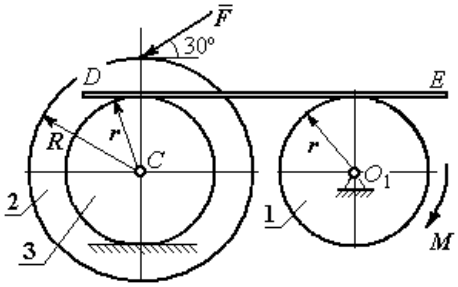


Рис. 5.9. Схема движения механической системы

Решение

Для решения задачи воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии для неизменяемых механических систем: $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e)$, где T – энергия системы в её текущем положении; $\sum N(\vec{F}_k^e)$ – суммарная мощность внешних сил.

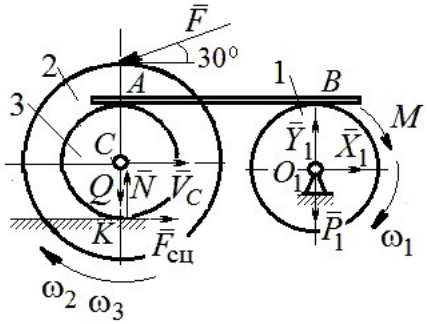


Рис. 5.10. Расчетная схема для исследования движения системы

Предположим, во время движения системы блок 1 вращается по ходу часовой стрелки.

Угловые скорости ω_1, ω_2 блока 1, катка 3 и скорость $\vec{V}_C$ центра масс катка 3 показаны на рис. 5.10. Угловая скорость колеса 2 и катка 3 равны: $\omega_3 = \omega_2$.

Кинетическая энергия вращательного движения блока 1 $T_1 = \frac{1}{2} J_{zO_1} \omega_1^2$,

где J_{zO_1} – осевой момент инерции блока, $J_{zO_1} = \frac{m_1 r^2}{2}$.

Фигура, состоящая из катка 3 и колеса 2, двигается плоскопараллельно. Кинетическая энергия фигуры определяется по формуле: $T_2 = \frac{1}{2} m V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_2^2$, где m – общая масса катка и колеса, $m = \frac{Q}{g}$, J_{zC} – момент инерции фигуры относительно оси z, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска, $J_{zC} = m i_z^2$,

У катка 3 мгновенный центр скоростей находится в точке касания его с неподвижной поверхностью (точка K на рис. 5.10). Тогда $\omega_3 = \frac{V_C}{r}$. Скорость точки A катка $V_A = \omega_3 2r = 2V_C$. Приравнивая скорость точки A на катке 2 к скорости точки B на блоке 1, получим $\omega_1 = \frac{2V_C}{r}$.

Найдём кинетическую энергию системы, выраженную через скорость центра масс катка 3:

$$T = T_1 + T_2 = \frac{P_1}{g} V_C^2 + \frac{Q}{2g}\left(1 + \frac{i_z^2}{r^2}\right) V_C^2 = \frac{V_C^2}{2g}\left[2P_1 + Q\left(1 + \frac{i_z^2}{r^2}\right)\right].$$

Найдем сумму мощностей внешних сил.

На блок 1 действуют: сила тяжести $\vec{P}_1$, пара сил с моментом M и реакция шарнира O_1, разложенная на составляющие $\vec{X}_1$, $\vec{Y}_1$ (рис. 5.10). Мощности силы тяжести $\vec{P}_1$ и сил реакции $\vec{X}_1$, $\vec{Y}_1$ подшипника O_1 равны нулю, так как нет перемещения точек приложения этих сил. Момент M направлен в сторону вращения блока 1, его мощность $N(M) = M\omega_1 = M\frac{2V_C}{r}$.

На каток 3 (вместе с жестко связанным с ним колесом 2) действуют: сила $\vec{F}$, сила тяжести $\vec{Q}$ катка и колеса, нормальная реакция опоры $\vec{N}$ и сила сцепления $\vec{F}_{\text{сц}}$ катка 3 с поверхностью.

Мощности сил $\vec{N}$ и $\vec{F}_{\text{сц}}$ равны нулю, так как точкой приложения этих сил является мгновенный центр скоростей катка 3, скорость которого равна нулю. Мощность силы тяжести $\vec{Q}$ равна нулю, так как угол между вектором силы и вектором скорости точки C равен 90°.

Для определения мощности силы $\vec{F}$, приложенной к колесу, выберем в качестве полюса точку K – мгновенный центр скоростей диска 2. С учётом того, что скорость $V_K = 0$, получим:

$$N(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{V}_K + \vec{M}_K(\vec{F}) \cdot \vec{\omega}_2 = \vec{M}_K(\vec{F})\vec{\omega}_2 =$$

$$= -F(r+R)\omega_2 \cos 30° = -FV_C\left(1+\frac{R}{r}\right)\cos 30°.$$

Поскольку вращение, создаваемое моментом силы $\vec{F}$ относительно центра K, противоположно выбранному направлению угловой скорости катка, мощность силы $\vec{F}$ отрицательная.

Суммарная мощность внешних сил:

$$\sum N(F^e) = -FV_C\left(1+\frac{R}{r}\right)\cos 30° + M\frac{2V_C}{r}.$$

Составляем уравнение теоремы об изменении кинетической энергии системы. Находим производную по времени от кинетической энергии системы $\frac{dT}{dt} = \frac{V_C}{g}a_C\left[2P_1 + Q\left(1+\frac{i_z^2}{r^2}\right)\right]$ и приравниваем суммарной мощности внешних сил. Получим:

$$\frac{1}{g}a_C\left[2P_1 + Q\left(1+\frac{i_z^2}{r^2}\right)\right] = -F\left(1+\frac{R}{r}\right)\cos 30° + \frac{2M}{r},$$

откуда с учётом исходных данных задачи ускорение центра масс диска 2 $a_C = 2{,}88$ м/с^2. Для определения углового ускорения блока 1 продифференцируем по времени равенство $\omega_1 = \dfrac{2V_C}{r}$. Получим: $\varepsilon_1 = \dfrac{2a_C}{r} = 9{,}6$ рад/с^2.

Задача 59. Каток радиуса *r*, весом *P* закатывают вверх по наклонной плоскости приложив в центре катка силу $\vec{F}$ под углом 30° к наклонной плоскости (рис. 5.11). Сама плоскость наклонена под углом 30° к горизонту. Величина силы *F* = 2*P*. В начальном положении центр катка имел скорость V_0.

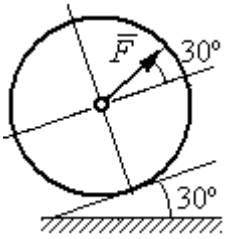


Рис. 5.11. Движение катка на наклонной плоскости

На какое расстояние *S* переместился центр катка, если в конце перемещения его скорость удвоилась.

Решение

Применим теорему об изменении кинетической энергии на конечном перемещении системы: $T - T_0 = \sum A(F_k)$. На каток действует сила тяжести $\vec{P}$, сила $\vec{F}$, нормальная реакция опоры $\vec{N}$ и сила $\vec{F}_{\text{сц}}$ сцепления диска с наклонной плоскостью (рис. 5.12). При перемещении центра катка на расстояние *S* вдоль наклонной плоскости работу совершают только сила $\vec{F}$: $A(\vec{F}) = F\cos 30° S$ и сила тяжести: $A(\vec{P}) = -Ph$, где *h* – перепад высот при перемещении центра масс катка. Работа реакции опоры и силы сцепления равна нулю.

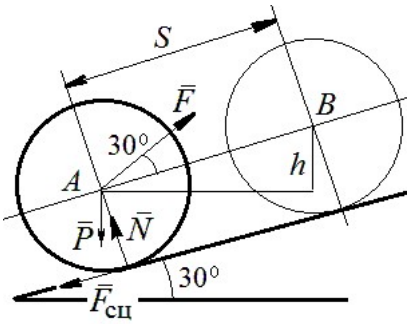


Рис. 5.12. Расчётная схема движения катка

Кинетическая энергия катка $T = \dfrac{1}{2}mV_A^2 + \dfrac{1}{2}J_{zA}\omega^2$, где J_{zA} – момент инерции фигуры относительно оси *z*, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска, $J_{zA} = \dfrac{mr^2}{2}$. Выражая угловую скорость катка через

скорость центра масс $\omega = \dfrac{V_A}{r}$, с учётом выражения момента инерции катка, получим энергию катка в виде: $T = \dfrac{3}{4} m V_A^2$.

Составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии при перемещении центра катка на расстояние S: $\dfrac{3}{4} m V_B^2 - \dfrac{3}{4} m V_A^2 = F\cos 30° S - Ph$, где $V_A = V_0$ $V_B = 2V_0$, $F = 2P$, $h = S\sin 30°$.

Найдём искомое перемещение: $S = \dfrac{9V_0^2}{4g\left(2\cos 30° - \sin 30°\right)}$.

Упражнения

Упражнение 5.1. Крановая тележка массы m_1 может перемещаться по горизонтальной балке без трения (рис. 5.13). В центре масс тележки закреплён трос длиной l, на другом конце которого привязан груз массы m_2. Трос может совершать колебательные движения в вертикальной плоскости. В начальный момент трос был в вертикальном положении. Определить горизонтальное перемещение тележки в зависимости от угла наклона троса. Весом троса пренебречь.

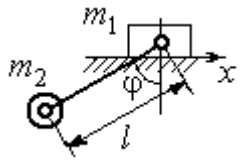


Рис. 5.13. Движение крановой тележки

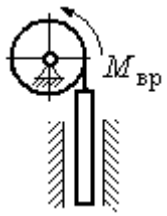


Рис. 5.14. Схема механизма лебёдки

Упражнение 5.2. К барабану лебёдки, поднимающей штангу, приложен вращающий момент, пропорциональный времени $M_{ВР} = kt$ (рис. 5.14). Штанга массы m_1 поднимается посредством каната, навитого на барабан массы m_2 и радиуса r. В начальный момент система находилась в покое. Определить угловую скорость барабана, считая его однородным диском.

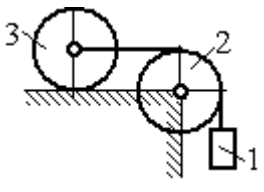


Рис. 5.15. Схема движения системы

Упражнение 5.3. Груз 1 массы m_1 подвешен на нерастяжимом тросе, другой конец которого переброшен через блок 2 и закреплён в центре масс катка 3 (рис. 5.15). Каток 3 катится по горизонтальной поверхности без проскальзывания. Блок 2 и каток 3 – однородные диски массы m_2 и m_3, радиуса r. В начальный момент система находилась в покое. Определить скорость груза, когда он опустится на высоту h, если к катку 3 приложен момент M.

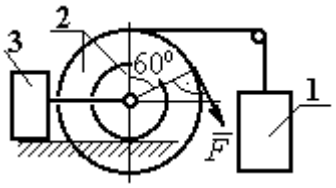


Рис. 5.16. Схема механизма катка

Упражнение 5.4. Механическая система включает два груза 1 и 3 одинакового веса P и каток 2 весом $2P$, радиусом $R = 2r$ с цилиндрическим выступом радиусом r (рис. 5.16). Каток катится выступом по неподвижной поверхности без проскальзывания. К катку по касательной к окружности приложена сила $F = 2P$. Найти ускорение центра масс катка, если его радиус инерции относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения: $i_{zC} = r\sqrt{2}$.

5.4. Применение общих теорем динамики системы к описанию движений твёрдого тела

Поступательное движение твердого тела описывается дифференциальными уравнениями: $m\ddot{x} = \sum F^e_{kx}$, $m\ddot{y} = \sum F^e_{ky}$, $m\ddot{z} = \sum F^e_{kz}$ - или в алгебраической форме $ma_{Cx} = \sum F^e_{kx}$, $ma_{Cy} = \sum F^e_{ky}$, $ma_{Cz} = \sum F^e_{kz}$, где m – масса тела; $\ddot{x} = a_{Cx}$, $\ddot{y} = a_{Cy}$, $\ddot{z} = a_{Cz}$ – проекции ускорения центра масс тела на координатные оси; F^e_{kx}, F^e_{ky}, F^e_{kz} – проекции внешних сил.

Вращательное движение твердого тела относительно неподвижной оси z описывается дифференциальным уравнением: $J_z \dfrac{d\omega}{dt} = \sum M_z(\vec{F}^e_k)$ или алгебраическим уравнением: $J_z\varepsilon = \sum M_z(\vec{F}^e_k)$, где ω, ε – угловая скорость и угловое ускорение тела; $\sum M_z(\vec{F}^e_k)$ – сумма моментов внешних сил относительно оси z; J_z – момент инерции тела относительно оси z.

Плоскопараллельное движение твердого тела описывается уравнениями движения центра масс и вращательного движения тела относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения.

В проекции на координатные оси уравнения плоскопараллельного движения тела имеют вид:

$$ma_{Cx} = \sum F^e_{kx};\ ma_{Cy} = \sum F^e_{ky};\ J_{zC}\varepsilon = \sum M_{zC}(\vec{F}^e_k),$$

где a_{Cx}, a_{Cy} – проекции ускорения центра масс тела; F^e_{kx}, F^e_{ky} – проекции на оси координат внешних сил, действующих на тело; J_{zC} – момент инерции тела относительно оси *z*, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения; ε – угловое ускорение тела; $M_{zC}(\vec{F}^e_k)$ – моменты внешних сил относительно оси, проходящей через центр масс.

Проводя динамический расчет механической системы, следует рассматривать движение каждого тела системы в отдельности, предварительно освободив его от связей и заменив их действие реакциями.

Примеры решения задач на составление уравнений движения твердых тел

Задача 59. Лебёдка поднимает груз 1 массы $m_1 = 50$ кг посредством троса, переброшенного через блок 3 и навитого на барабан 2 массы $m_2 = 20$ кг, радиуса $r = 0{,}8$ м (рис. 5.17). К барабану приложен постоянный вращающий момент $M_{вр} = 480$ Н·м. Определить ускорение груза, натяжение троса и реакцию шарнира барабана 2. Весом троса и массой блока 3 пренебречь, барабан считать сплошным цилиндром.

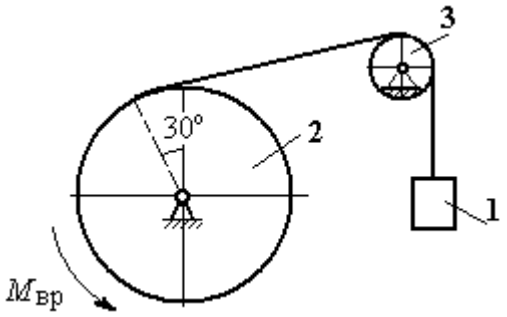


Рис. 5.17. Механизм лебёдки

Решение

Составим уравнение движения груза 1. Для этого освобождаем груз от связей, заменив действие троса реакцией. На груз действует сила тяжести $\vec{P}_1$ и реакция троса $\vec{H}_1$ (рис. 5.18). Выберем ось *x* по направлению движения груза. Уравнение движения груза в проекции на ось *x*: $m_1 a_1 = H_1 - P_1$.

Рассмотрим движение барабана 2. Освободим барабан от связей и заменим их действие реакциями.

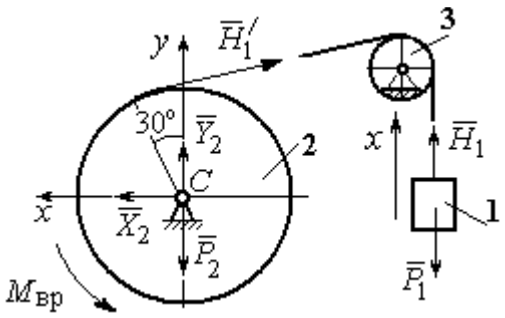


Рис. 5.18. Внешние силы и реакции, действующие на груз и барабан при движении системы

На барабан действует сила тяжести $\vec{P}_2$, пара сил с моментом вращения $M_{вр}$, реакция троса $\vec{H}_1'$ и реакция шарнира (на рис. 5.18 разложена на составляющие $\vec{X}_2$, $\vec{Y}_2$). Так как массой блока 3 пренебрегаем, то модули сил $\vec{H}_1$ и $\vec{H}_1'$ равны. Направления действия сил и момента показаны на рис. 5.18.

Уравнение вращательного движения барабана относительно оси z: $J_z\varepsilon_2 = \sum M_z(F_k) = M_{вр} - H_1'r$, где момент инерции барабана $J_z = \dfrac{m_2 r^2}{2}$.

Продифференцируем по времени равенство $V_1 = \omega_2 r$ и выразим угловое ускорение барабана через ускорение груза 1. Получим $\varepsilon_2 = \dfrac{a_1}{r}$. Подставляя выражение углового ускорения в уравнение вращательного движения барабана с учётом равенства модулей сил $\vec{H}_1$ и $\vec{H}_1'$, напишем уравнения движения барабана и груза в виде системы уравнений:

$$m_1 a_1 = H_1 - P_1, \;\; m_2 a_1 = \frac{2M_{вр}}{r} - 2H_1,$$

откуда находим a_1= 1,82 м/с^2, H_1 = 581,8 Н. Натяжение троса численно равно реакции.

Для определения реакции шарнира составим (формально) уравнение движения центра масс блока 2 в проекциях на оси x, y (см. рис. 5.18):

$$m_2 a_{Cx} = X_2 - H_1'\cos 30^\circ = 0, \; m_2 a_{Cy} = Y_2 + H_1'\cos 60^\circ - P_2 = 0.$$

Отсюда $X_2 = 503{,}84$ Н, $Y_2 = -94{,}7$ Н, $R_2 = \sqrt{X_2^2 + Y_2^2} = 512{,}66$ Н.

Задача 60. Барабан весом G, радиусом R имеет цилиндрический выступ радиусом r (рис. 5.19). Барабан скатывается по наклонной плоскости с углом наклона 30°, опираясь на неё поверхностью выступа. К барабану приложены постоянные силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. Сила $\vec{F}_1$ направлена по касательной к поверхности барабана. Сила $\vec{F}_2$ действует под углом 30° к диаметру барабана, перпендикулярному наклонной плоскости. В начальный момент времени барабан приведён в равновесие парой сил с моментом M.

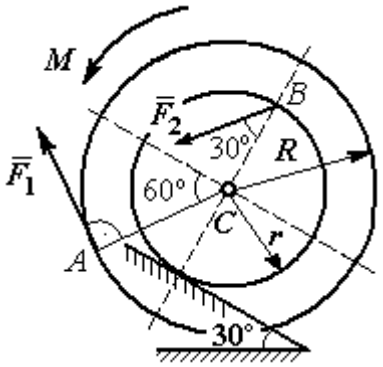


Рис. 5.19. Схема движения барабана по наклонной плоскости

Определить угловое ускорение барабана и закон движения центра масс, если в положении равновесия величину уравновешивающего момента увеличить в 1,2 раза. Исходные данные для решения задачи: R = 0,6 м, r = 0,2 м, G = 100 Н, F_1 = 60 Н, F_2 = 25 Н, радиус инерции барабана i_z = 0,4 м.

Решение

На барабан действуют силы $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, сила тяжести $\vec{G}$, пара сил с неизвестным моментом M, нормальная реакция опоры $\vec{N}$ и сила $\vec{F}_{сц}$ сцепления барабана с поверхностью. Сила сцепления приложена в точке K касания выступа барабана с наклонной плоскостью и направлена вдоль неё (рис. 5.20).

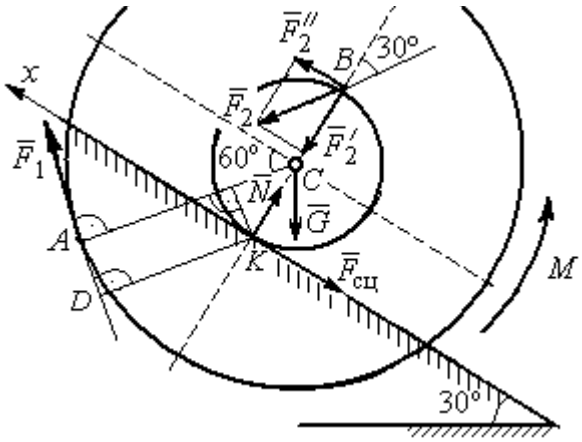


Рис. 5.20. Силы, действующие на барабан, во время движения

Для определения момента M, приводящего барабан в равновесие, запишем уравнение равно-

весия в виде равенства нулю моментов сил $\sum M_K(\vec{F}_k^e) = 0$ относительно точки *K*. Точка *K* выбрана с той целью, что в уравнение не будет входить момент неизвестной силы сцепления.

На рис. 5.20 показано разложение силы $\vec{F}_2$: $\vec{F}_2 = \vec{F}_2' + \vec{F}_2''$. Значения составляющих определяются как проекции: $F_2' = F_2\cos 30°$, $F_2'' = F_2\sin 30°$.

Применяя теорему Вариньона, вычислим момент силы $\vec{F}_2$ относительно точки *K*: $M_K(\vec{F}_2) = M_K(\vec{F}_2') + M_K(\vec{F}_2'') = F_2\sin 30° \cdot 2r$.

Момент силы $\vec{F}_1$ относительно точки *K*:

$$M_K(\vec{F}_1) = -F_1 \cdot KD = -F_1(R - r\cos 30°).$$

В результате уравнение моментов сил при равновесии барабана принимает вид

$$\sum M_K(\vec{F}_k^e) = -F_1(R - r\cos 30°) + F_2\sin 30° \cdot 2r - Gr\sin 30° + M = 0.$$

Подставляя сюда исходные данные задачи, находим величину уравновешивающего момента $M = 30{,}61$ Н·м. Направление момента показано дуговой стрелкой на рис. 5.20.

Увеличим значение момента *M*, удерживающего барабан в равновесии, в 1,2 раза: $M_1 = 1{,}2M$. Возникшее после этого качение барабана вверх по наклонной плоскости представляет собой плоскопараллельное движение, которое описывается с применением теорем о движении центра масс и об изменении кинетического момента.

Уравнение движения центра масс барабана в проекции на ось *x*, направленную вверх по наклонной плоскости, имеет вид:

$$m\ddot{x}_C = F_1\cos 30° + F_2\cos 60° - G\cos 60° - F_{\text{сц}},$$

где x_C – координата центра масс барабана.

Применив теорему об изменении кинетического момента барабана относительно оси *z*, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости

движения и считая моменты сил положительными, если они создают вращение в сторону движущегося вверх барабана, выразим уравнение вращательного движения барабана вокруг оси z в виде:

$$J_{zC}\ddot{\varphi} = -F_1 R + F_2 r\cos 60° + F_{\text{сц}} r + M_1,$$

где φ – угол поворота барабана; J_{zC} – момент инерции барабана, $J_{zC} = mi_z^2$; i_z – радиус инерции. С учётом соотношения $\ddot{\varphi} = \dfrac{\ddot{x}_C}{r}$ получим уравнение:

$$m\ddot{x}_C\left(1 + \frac{i_z^2}{r^2}\right) = -F_1\left(\frac{R}{r} - \cos 30°\right) + 2F_2\cos 60° - G\cos 60° + \frac{M_1}{r}.$$

После подстановки данных задачи находим дифференциальное уравнение движения центра масс: $\ddot{x}_C = 0{,}6$. Дважды интегрируя его с нулевыми начальными условиями (так как движение началось из состояния покоя), находим закон движения центра масс: $x_C = 0{,}3t^2$ м. Из уравнения следует, что барабан движется в сторону положительного направления оси x.

Угловое ускорение барабана $\varepsilon = \ddot{\varphi} = \dfrac{\ddot{x}_C}{r} = 3$ рад/с^2.

Задача 61. Механизм (рис. 5.21) включает в себя груз 1, каток 2 и ступенчатый барабан 3, соединённых нерастяжимыми нитями. Движение механизма происходит из состояния покоя в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, силы

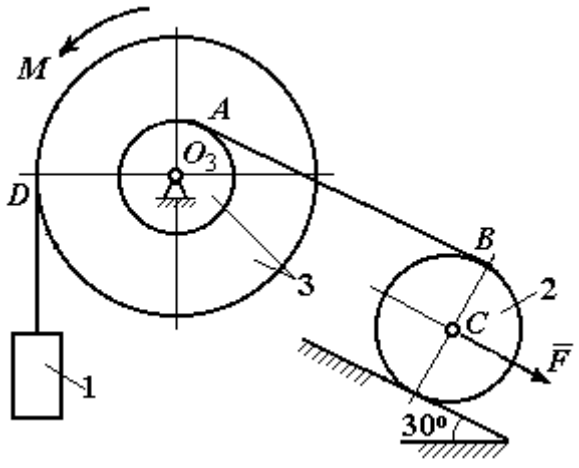


Рис. 5.21. Конструкция механической системы

$\vec{F}$, приложенной в центре масс катка 2, и пары сил с моментом M, приложенной к барабану 3. Качение катка 2 по наклонной плоскости с углом наклона к горизонту 30º происходит без проскальзывания.

Каток 2 считать однородным диском радиуса R_2. Радиусы ступеней барабана 3: R_3, r_3, радиус инерции барабана i_3.

Найти ускорение груза 1, силы натяжения нитей и динамическую реакцию шарнира барабана 3, если $P_1 = P_2 = 2P$; $P_3 = 3P$, $F = 3P$; $M = Pr$, $R_2 = 2r$; $R_3 = 3r$; $r_3 = r$; $i_3 = r\sqrt{3}$.

Решение

Рассмотрим движение каждого тела системы отдельно, предварительно освободив тела от связей и заменив их действие реакциями. На рис. 5.22 изображены силы, действующие на тела системы, после освобождения их от связей и направление движения каждого тела.

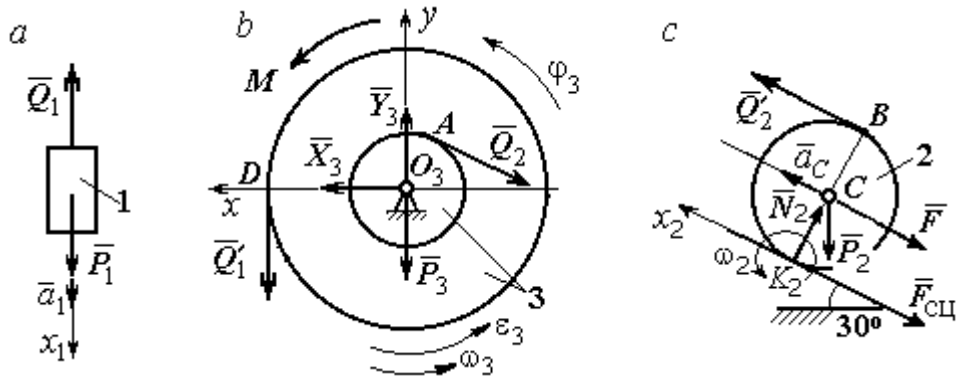


Рис. 5.22. Расчетные схемы для описания движения тел, входящих в систему

Допустим, груз движется вниз со скоростью V_1, ускорением a_1. К нему приложена сила тяжести $\vec{P}_1$ и реакция нити $\vec{Q}_1$ (рис. 5.22, *a*). Направим ось x_1 в сторону движения груза. Уравнение движения груза вдоль оси x_1 имеет вид:

$$m_1 a_1 = \sum F_{kx} = P_1 - Q_1 = 2P - Q_1 .$$

Барабан 3 вращается вокруг неподвижной оси z, проходящей через центр масс O_3. На диск 3 действует сила тяжести $\vec{P}_3$, реакция подшипника $\vec{R}_3$ (на

рис. 5.22, *b* показано разложение реакции на составляющие $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$), пара сил с моментом *M* и реакции нитей $\vec{Q}_1'$ и $\vec{Q}_2$.

При составлении уравнения вращательного движения барабана моменты сил относительно оси считаем положительными, если они создают поворот в сторону вращения барабана. Уравнение вращения барабана 3 имеет вид:

$$J_{zO_3}\varepsilon_3 = \sum M_{zO_3}(F_k) = Q_1'R_3 + M - Q_2r_3 = Q_1'3r + Pr - Q_2r,$$

Момент инерции барабана относительно оси *z*: $J_{zO_3} = m_3i_3^2 = \dfrac{9Pr^2}{g}$;

Каток 2 совершает плоскопараллельное движение. К нему приложена сила тяжести $\vec{P}_2$, сила $\vec{F}$, реакция нити $\vec{Q}_2'$, нормальная реакция $\vec{N}_2$ наклонной плоскости и сила $\vec{F}_{\text{сц}}$ сцепления диска с поверхностью (рис. 5.22, *c*).

Выберем ось x_2 по направлению движения центра масс катка 2. Плоскопараллельное движение катка описывается уравнениями движения его центра масс в проекции на ось x_2 и вращения вокруг оси, походящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска:

$$m_2a_C = Q_2' - F - F_{\text{сц}} - P_2\cos 60^\circ = Q_2' - 3P - F_{\text{сц}} - P;$$

$$J_C\varepsilon_2 = Q_2'R_2 + F_{\text{сц}}R_2 = Q_2'2r + F_{\text{сц}}2r,\ \ J_C = \frac{m_2R_2^2}{2}.$$

При составлении второго уравнения момент силы считается положительным, если он создаёт поворот в сторону вращения катка.

К системе четырех уравнений, описывающих движения тел в системе, необходимо добавить уравнения связей между ускорениями точек и угловыми ускорениями тел. Предположим, скорость центра масс катка 2 равна V_C (см. рис. 5.22, *c*). Угловая скорость катка $\omega_2 = \dfrac{V_C}{CK_2} = \dfrac{V_C}{R_2}$, где CK_2 – расстояние от

центра масс катка 2 до его мгновенного центра скоростей. Продифференцировав по времени последнее равенство, получим: $\varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = \dfrac{\dot{V}_C}{R_2} = \dfrac{a_C}{2r}$.

Скорость точки B катка 2 $V_B = \omega_2 \cdot BK_2 = 2V_C$. Приравняв скорость точки A к скорости точки B (см. рис. 5.21), получим: $2V_C = V_B = V_A = \omega_3 r_3 = \omega_3 r$, откуда $\omega_3 = \dfrac{2V_C}{r}$. После дифференцирования найдём: $\varepsilon_3 = \dfrac{2a_C}{r}$.

Скорость груза 1 связана со скоростью центра масс катка 2 следующим образом: $V_1 = V_D = \omega_3 R_3 = \dfrac{2V_C}{r} 3r = 6V_C$. Тогда ускорение груза 1 $a_1 = 6a_C$.

После подстановки уравнений связи в уравнения движения с учётом равенства модулей сил $\vec{Q}_1'$ и $\vec{Q}_1$, а также $\vec{Q}_2$ и $\vec{Q}_2'$ получим систему:

$$\frac{12P}{g} a_C = 2P - Q_1; \quad \frac{18P}{g} a_C = 3Q_1 + P - Q_2,$$

$$\frac{2P}{g} a_C = Q_2 - 4P - F_{\text{сц}}; \quad \frac{P}{g} a_C = Q_2 + F_{\text{сц}},$$

откуда находим: $a_C = 0{,}09g$, $Q_1 = 0{,}92P$, $Q_2 = 2{,}14P$.

Динамические реакции $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$, действующие на ось вращающегося барабана 3 (рис. 5.22, *b*), определяются из уравнений, которые можно получить, формально применив к барабану теорему о движении центра масс. Так как центр масс барабана 3 неподвижен, его ускорение равно нулю, $a_{O_3} = 0$. Тогда уравнения движения его центра масс в проекциях на оси x, y имеют вид:

$$m_3 a_{O_3 x} = X_3 - Q_2 \cos 30^\circ = 0;$$

$$m_3 a_{O_3 y} = Y_3 - Q_1 - P_3 - Q_2 \cos 60^\circ = 0.$$

Подставляя значения $Q_1 = 0{,}92P$ и $Q_2 = 2{,}14P$, находим составляющие реакции оси барабана 3: $X_3 = Q_2 \cos 30^\circ = 1{,}85P$, $Y_3 = Q_1 + P_3 + Q_2 \cos 60^\circ = 4{,}98P$.

Полная величина реакции оси барабана 3: $R_3 = \sqrt{X_3^2 + Y_3^2} = 5{,}31P$.

Задача 62. Подъёмное устройство (рис. 5.23) состоит из однородного диска 1 массой m_1, радиусом r_1, ступенчатого диска 2 массой $m_2 = 3m_1$, радиусом $R_2 = 4r_1$ и радиусом ступеньки $r_2 = r_1$ и груза 3 массой $m_3 = 2m_1$. Система движется из состояния покоя в вертикальной плоскости под действием сил тяжести и пары сил с моментом $M = m_1 g r_1$, приложенной к диску 1. Определить ускорение груза 3 и натяжение нити груза 3, если радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, походящей через центр масс, перпендикулярно плоскости диска 2, $i_{2C} = 2r_1$.

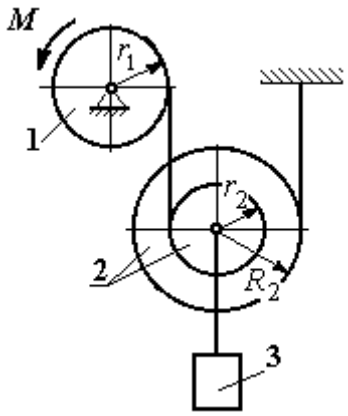


Рис. 5.23. Конструкция подъёмного устройства

Решение задачи осуществить с применением теоремы об изменении кинетической энергии системы и проверить его методом динамического расчёта, составляя уравнения движения тел, входящих в систему.

Решение

1. Для неизменяемой системы (состоящей из абсолютно твёрдых тел, соединённых нерастяжимыми нитями), движущейся из состояния покоя, теорема об изменении кинетической энергии на конечном перемещении имеет вид $T = \sum A(\vec{F}_k^e)$. Схема движения механизма в предположении, что груз 3 опускается, показана на рис. 5.24.

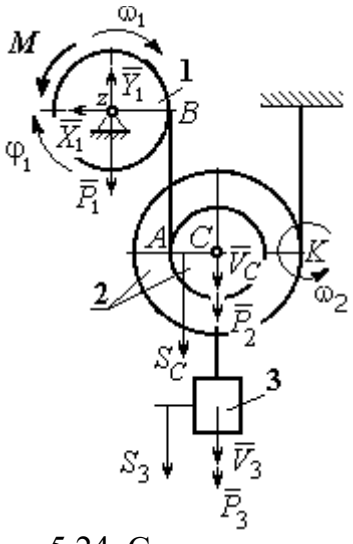


Рис. 5.24. Схема движения механизма

Диск 1 вращается вокруг неподвижной оси z. Кинетическая энергия диска 1: $T_1 = \dfrac{J_{1z}\omega_1^2}{2}$, где момент инерции диска $J_{1z} = \dfrac{m_1 r_1^2}{2}$.

У диска 2 плоскопараллельное движение. Кинетическая энергия диска 2: $T_2 = \frac{m_2 V_C^2}{2} + \frac{J_{2C}\omega_2^2}{2}$, где V_C – скорость центра масс диска 2. Момент инерции диска 2 относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно движению диска, $J_{2C} = m_2 i_{2C}^2$.

Кинетическая энергия груза 3: $T_3 = \frac{m_3 V_3^2}{2}$.

Энергия механизма равна сумме энергий тел, входящих в систему:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = \frac{J_{1z}\omega_1^2}{2} + \frac{m_2 V_C^2}{2} + \frac{J_{2C}\omega_2^2}{2} + \frac{m_3 V_3^2}{2}.$$

Выразим угловые скорости дисков 1 и 2 и скорость центра масс диска 2 через скорость груза 3.

Скорость центра масс диска 2 равна скорости груза 3, $V_C = V_3$. Угловая скорость диска 2 $\omega_2 = \frac{V_C}{CK} = \frac{V_3}{R_2}$, где CK – расстояние от центра диска 2 до его мгновенного центра скоростей.

Скорость точки B нити равна скорости точки A. Из равенства $\omega_1 r_1 = \omega_2 (R_2 + r_2)$ найдём: $\omega_1 = \frac{(r_2 + R_2)}{r_1}\omega_2 = \frac{(r_2 + R_2)}{r_1}\frac{V_3}{R_2}$.

Подставляя найденные зависимости в выражение энергии системы, получим кинетическую энергию механизма:

$$T = \frac{V_3^2}{2}\left[\frac{m_1}{2}\left(1 + \frac{r_2}{R_2}\right)^2 + m_2\left(1 + \frac{i_{2C}^2}{R_2^2}\right) + m_3\right] = \frac{209}{64} m_1 V_3^2.$$

Во время движения механизма работу совершают силы тяжести $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ и пара сил с моментом M. Перемещения S_C и S_3 точек приложения сил $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ и угол φ_1 поворота диска 1 показаны на рис. 5.24.

Сумма работ сил $\sum A(\vec{F}_k^e) = P_3S_3 + P_2S_C - M\varphi_1$. Работа момента отрицательная, так как заданное направление момента противоположно выбранному направлению вращения колеса 1.

Выразим перемещение центра масс диска 2 и угол поворота диска 1 через перемещение груза 3. Проинтегрировав равенство скоростей $V_3 = V_C$, получим равенство перемещений: $S_3 = S_C$. Аналогично, из равенства $\omega_1 = \frac{(r_2 + R_2)}{r_1}\frac{V_3}{R_2}$ следует соотношение $\varphi_1 = \frac{(r_2 + R_2)}{r_1}\frac{S_3}{R_2}$.

В итоге суммарная работа внешних сил в механизме:

$$\sum A(\vec{F}_k^e) = \left[P_3 + P_2 - M\frac{(r_2 + R_2)}{r_1 R_2} \right] S_3 = \frac{15}{4} m_1 g S_3 .$$

Составляя уравнение теоремы об изменении кинетической энергии системы, получим равенство:

$$\frac{209}{64} m_1 V_3^2 = \frac{15}{4} m_1 g S_3 \text{ или } V_3^2 = \frac{240}{209} g S_3 .$$

Продифференцируем последнее равенство. Получим: $2V_3\frac{dV_3}{dt} = \frac{240}{209} g \frac{dS_3}{dt}$.

Так как $\frac{dS_3}{dt} = V_3$, а $\frac{dV_3}{dt} = a_3$, находим ускорение груза 3: $a_3 = \frac{120}{209} g$ м/с^2.

Для того чтобы найти натяжение нити груза 3, необходимо написать уравнение его движения. Выделим груз 3 из системы, заменив действие нити её реакцией H_3. Выберем ось x по направлению движения груза. Применим к описанию движения груза теорему о движении центра масс, написав её проекцию на ось x: $m_3 a_3 = P_3 - H_3$, где H_3 –реакция нити. При известном ускорении a_3 находим реакцию нити $H_3 = \frac{178}{209} m_1 g$. Натяжение нити численно равно реакции, но направлено в противоположную сторону.

2. Для решения задачи вторым способом – путём составления уравнений движения тел, входящих в состав механизма, освободим тела от связей и заменим их реакциями. На рис. 5.25 изображены силы и реакции, действующие на каждое тело, после освобождения его от связей, а также направления угловых ускорений тел и ускорения центров масс.

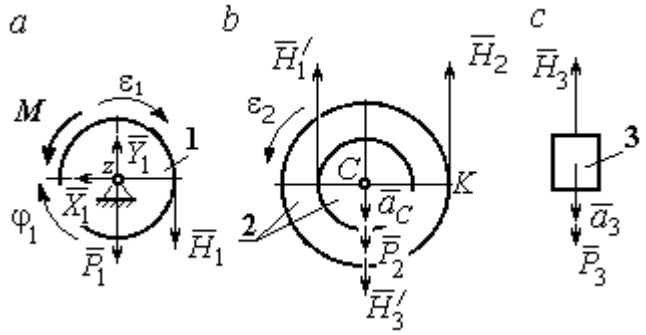


Рис. 5.25. Внешние силы и реакции связей, действующие на тела системы

Диск 1 вращается вокруг неподвижной оси *z*. На диск действует сила тяжести $\vec{P}_1$, реакция подшипника $\vec{X}_1$, $\vec{Y}_1$, пара сил с моментом *M* и реакция нити $\vec{H}_1$. Вращение диска описывается уравнением: $J_{1z}\varepsilon_1 = \sum M_z(F_k) = H_1 r_1 - M$. Момент инерции диска 1 относительно оси *z*, $J_{1z} = \dfrac{m_1 r_1^2}{2}$.

Диск 2 (рис. 5.25, *b*) совершает плоскопараллельное движение. К нему приложена сила тяжести $\vec{P}_2$ и реакции нитей $\vec{H}_1'$, $\vec{H}_2$ и $\vec{H}_3'$. Плоскопараллельное движение диска 2 описывается уравнением движения его центра масс в проекции на вертикальную ось и уравнением вращения диска вокруг оси, походящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска:

$$m_2 a_C = P_2 - H_1' - H_2 + H_3'; \;\; J_{2C}\varepsilon_2 = H_2 R_2 - H_1' r_2 .$$

Момент инерции диска 2 $J_{2C} = m_2 i_{2C}^2$. При составлении уравнения вращательного движения диска 2 момент силы считается положительным, если он создаёт поворот в сторону вращения диска.

Груз 3 совершает поступательное движение. К нему приложены сила тяжести $\vec{P}_3$ и реакция нити $\vec{H}_3$ (рис. 5.25, *c*). Уравнение движения груза 3 в проекции на вертикальную ось, направленную в сторону его движения, имеет вид:

$$m_3 a_3 = P_3 - H_3 ,$$

Выразим угловые ускорения дисков 1 и 2 и ускорение центра масс диска 2 через ускорение груза 3. Для этого нужно продифференцировать соответствующие кинематические соотношения между скоростями. Так, из найденных ранее выражений: $V_3 = V_C$, $\omega_2 = \dfrac{V_3}{R_2}$, $\omega_1 = \dfrac{(r_2 + R_2)}{r_1}\dfrac{V_3}{R_2}$ следует: $a_3 = a_C$, $\varepsilon_2 = \dfrac{a_3}{R_2}$, $\varepsilon_1 = \dfrac{(r_2 + R_2)}{r_1}\dfrac{a_3}{R_2}$.

Подставляя кинематические соотношения между ускорениями в уравнения движения тел с учётом равенства модулей сил $\vec{H}_1$ и $\vec{H}_1'$, а также $\vec{H}_3$ и $\vec{H}_3'$, получим систему уравнений, описывающих движение звеньев механизма:

$$\frac{5}{8}m_1 a_3 = H_1 - m_1 g;\ \ 3m_1 a_3 = 3m_1 g - H_1 - H_2 + H_3;$$

$$3m_1 a_3 = 4H_2 - H_1;\ \ 2m_1 a_3 = 2m_1 g - H_3.$$

Решая систему, найдём $a_3 = \dfrac{120}{209}g$ м/с^2, $H_3 = \dfrac{178}{209}m_1 g$. Выражения ускорения a_3 груза 3 и натяжения нити H_3 совпадают с аналогичными выражениями, полученными в пункте 1 при решении данной задачи с применением теоремы об изменении кинетической энергии.

Упражнения

Упражнение 5.5. Система состоит из двух катков 1 и 2, соединённых невесомым стержнем (рис. 5.26). Каток 1 весом P, радиуса r. Каток 2 весом $2P$, радиуса $3r$ имеет цилиндрический выступ радиуса r. Невесомый стержень, параллельный плоскости качения катков, закреплён в центре катка 1 и передаёт движение катка 1 катку 2 в верхней точке вертикального диаметра цилиндрического выступа без проскальзывания. Качение катков без скольжения. К катку 1 приложена пара сил с моментом $M = 4Pr$. В центре масс катка 2 приложена сила $F = 2P$. Радиус инерции катка 2 относительно оси, проходящей через центр катка перпендикулярно плоскости движения, $i_2 = r\sqrt{2}$. Найти ускорение центра масс катка 1 и реакцию стержня.

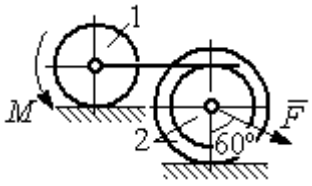


Рис. 5.26. Система катков

Упражнение 5.6. С помощью подъёмного устройства (рис. 5.27) производится подъём груза 1. Нить, закреплённая одним концом на неподвижной поверхности, спускается, охватывает снизу блок 2 массы $m_2 = m$, радиуса r, затем поднимается и проходит параллельно горизонтальной плоскости, где к концу её привязан груз 3 массы $m_3 = m$, передвигающийся по плоскости под действием силы $F = 2{,}5mg$. Нити, удерживающие блок 2, вертикальны. Груз 1 массы $m_1 = 3m$ прикреплён к оси блока 2. Найти ускорение груза 1 и натяжения нитей, удерживающих блок 2.

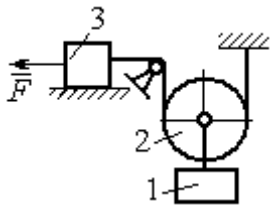


Рис. 5.27. Подъёмное устройство

Упражнение 5.7. Груз 1 массы $m_1 = m$, спускается вниз по наклонной плоскости без трения (рис. 5.28). Нить, прикреплённая к грузу 1, другим своим концом намотана на барабан катка 2 радиуса $R = 2r$ и при движении груза заставляет барабан катиться по горизонтальной поверхности цилиндрическим выступом радиуса r. Качение происходит без проскальзывания. К центру катка привязана другая нить, посредством которой каток тащит за собой груз 3 массы $m_3 = 2m$, скользящий по горизонтальной поверхности без трения. Масса катка $m_2 = 3m$, радиус инерции катка относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения $i_2 = r\sqrt{3}$. По касательной к ободу катка 2 приложена сила $F = mg$ (точка приложения силы см. рис. 5.28). Определить ускорение груза 1 и натяжения нитей.

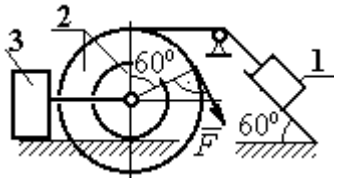


Рис. 5.28. Схема движения механической системы

6. ПРИНЦИПЫ МЕХАНИКИ

6.1. Принцип Даламбера для системы

Силой инерции материальной точки называют векторную величину, модуль которой равен произведению массы точки на модуль её ускорения. Направлен вектор силы инерции точки в сторону, противоположную ускорению $\vec{R}^{\text{и}} = -m\vec{a}$, где m – масса точки; $\vec{a}$ – вектор ускорения точки.

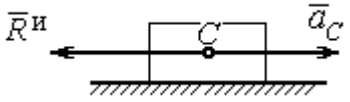


Рис. 6.1. Главный вектор сил инерции при поступательном движении твердого тела

При поступательном движении тела с ускорением центра масс $\vec{a}_C$ главный вектор сил инерции $\vec{R}^{\text{и}}$ по модулю $R^{\text{и}} = ma_C$, приложен в центре масс тела и направлен в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_C$ (рис. 6.1).

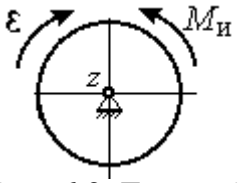


Рис. 6.2. Главный момент сил инерции при вращении тела вокруг оси, проходящей через центр масс

При вращении тела вокруг неподвижной оси z, проходящей через центр масс, главный вектор сил инерции обращается в нуль. Главный момент $\vec{M}^{\text{и}}$, сил инерции относительно оси вращения равен по величине $M^{\text{и}} = J_z\varepsilon$, где J_z – момент инерции тела относительно оси z; ε – угловое ускорение тела. Направлен главный момент сил инерции в сторону, противоположную угловому ускорению (рис. 6.2).

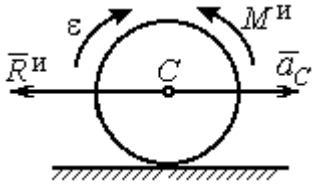


Рис. 6.3. Главный вектор и главный момент сил инерции при плоскопараллельном движении твердого тела

При плоскопараллельном движении тела с ускорением центра масс $\vec{a}_C$ и угловым ускорением ε главный вектор сил инерции $\vec{R}^{\text{и}}$ равен по модулю $R^{\text{и}} = ma_C$, приложен в центре масс тела и направлен в сторону, противоположную ускорению центра масс $\vec{a}_C$ (рис. 6.3). Главный момент сил инерции $\vec{M}^{\text{и}}$ относи-

тельно оси, проходящей через центр масс тела перпендикулярно плоскости движения: $M^{и} = J_C\varepsilon$, где J_C – момент инерции тела относительно оси вращения, и направлен в сторону, противоположную угловому ускорению.

Если в любой момент времени к каждой из точек системы кроме действующих на нее внешних сил присоединить соответствующие силы инерции, то полученная система сил будет уравновешенной.

Принцип Даламбера даёт возможность составлять уравнения движения механической системы в виде уравнений равновесия (метод кинетостатики):

$$\sum \vec{F}_k^e + \vec{R}^{и} = 0,\ \sum \vec{M}_O(\vec{F}_k^e) + \vec{M}_O^{и} = 0,$$

где $\vec{F}_k^e$ –внешние силы, действующие на систему; $\vec{R}^{и}$ – главный вектор сил инерции; $\vec{M}_O(\vec{F}_k^e)$, $\vec{M}_O^{и}$ – моменты внешних сил и главный момент сил инерции относительно произвольного центра *O*.

Примеры решения задач на применение принципа Даламбера

Задача 63. Груз 1 массы m_1 = 10 кг спускается вниз по наклонной грани клина, образующей угол 60º с горизонтом, и посредством нити, переброшенной через блок 2, укреплённый в верхней точке клина, приводит в движение груз 3 массы m_3 = 5 кг (рис. 6.4). Клин *ABC* массы m_4 = 15 кг стоит гранью *AC* на горизонтальной гладкой поверхности и упирается в выступ *E*.

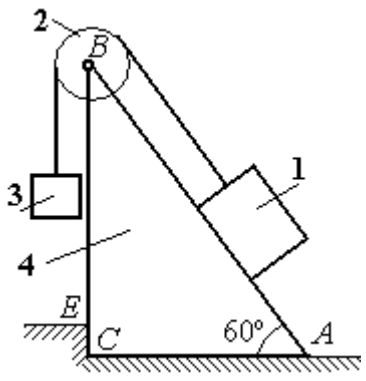


Рис. 6.4. Клин с грузами

Найти давление клина на выступ. Массой блока 2 и нити пренебречь.

Решение

Выберем систему, состоящую из клина *ABC*, блока 2, грузов 1 и 3 и нити, соединяющей грузы. Внешние силы, действующие на систему, – силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_3$ и $\vec{P}_4$ грузов 1, 3 и клина 4, горизонтальная реакция $\vec{R}_x$ упора клина в вы-

ступ и вертикальная реакция $\vec{R}_y$ опоры на горизонтальную поверхность. Реакция нити, реакция опоры груза 1 на наклонную поверхность клина и реакция шарнира *B* блока 2 для данной системы являются внутренними.

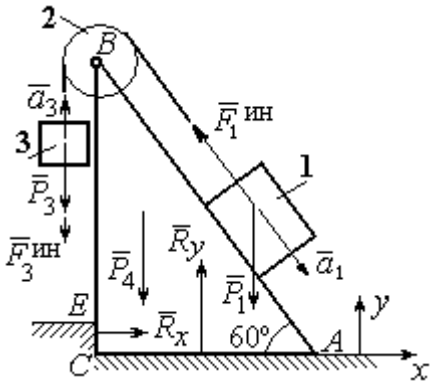


Рис. 6.5. Внешние силы и силы инерции, действующие на систему

Допустим, груз 1 движется вниз, груз 3 – вверх. Приложим силы инерции. Направления ускорений грузов и сил инерции показаны на рис. 6.5.

В соответствии с принципом Даламбера, полученная система сил находится в равновесии. Условие равновесия: $\sum \vec{F}_k^e + \vec{F}_1^{ин} + \vec{F}_3^{ин} = 0$.

Выберем оси *xy,* как показано на рис. 6.5, и спроектируем векторное равенство на ось *x*. Получим: $R_x - F_1^{ин}\cos 60^\circ = 0$, где модуль силы инерции $F_1^{ин} = m_1 a_1$.

Найдём ускорение груза 1. С этой целью рассмотрим отдельно движение грузов 1 и 3 (рис. 6.6 *a*, *b*).

Рассматривая груз 1 как отдельную систему, изобразим внешние силы: силу тяжести $\vec{P}_1$, реакцию нити $\vec{T}'$ и реакцию опоры $\vec{N}$ (см. рис. 6.6, *b*). Присоединим силу инерции $\vec{F}_1^{ин}$ и составим уравнение равновесия полученной системы сил в проекции на ось *x*, расположенную вдоль наклонной грани клина: $P_1 \sin 60^\circ - T' - F_1^{ин} = 0$, где $F_1^{ин} = m_1 a_1$.

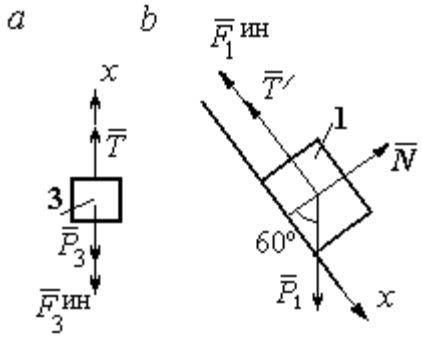


Рис. 6.6. Равновесие грузов

Для груза 3 внешними силами будут сила тяжести $\vec{P}_3$ и реакция нити $\vec{T}$. Присоединим к грузу 3 силу инерции $\vec{F}_3^{ин}$ (см. рис. 6.6, *a*) и составим уравне-

ние равновесия системы сил в проекции на ось *x*, выбранную по направлению движения груза 3: $T - P_3 - F_3^{\text{ин}} = 0$, где модуль силы инерции $F_3^{\text{ин}} = m_3 a_3$.

Решая полученную систему с учётом, что модули реакций нити и модули ускорений грузов равны: $T = T'$ и $a_1 = a_3$, находим ускорение грузов. Получим: $a_1 = a_3 = \dfrac{(m_1 \sin 60^\circ - m_3)g}{m_1 + m_3}$. Тогда давление клина на уступ:

$$R_x = F_1^{\text{ин}} \cos 60^\circ = m_1 g \frac{(m_1 \sin 60^\circ - m_3)}{(m_1 + m_3)} \cos 60^\circ .$$

Подставляя данные из условия задачи, найдём R_x = 11,97 Н.

Задача 64. Для подъёма грузов используется лебёдка со ступенчатым воротом, изображённая на рис. 6.7. Радиусы большой и малой ступенек барабана ворота r_1 и r_2, радиус инерции барабана относительно оси вращения i_3. Лебёдка установлена на горизонтальной балке *AB*, которая закреплена в точке *A* на неподвижном цилиндрическом шарнире и опирается на каток в точке *B*. Груз 1 поднимается на верёвке, навитой на большую ступеньку ворота. На малой ступеньке барабана ворота закреплена другая верёвка, удерживающая противовес 2. К барабану лебёдки приложен постоянный вращающий момент $M_{\text{вр}}$.

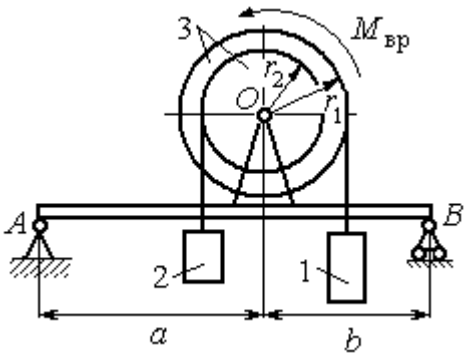


Рис. 6.7. Лебёдка на балке

Найти реакции опор балки во время движения груза, если радиусы ступенек барабана r_1 = 0,8 м, r_2 = 0,2 м, радиус инерции барабана относительно оси вращения i_3 =0,6 м, масса груза 1 m_1 = 100 кг, противовеса 2 m_2 =30 кг, масса барабана m_1 = 50 кг, величина вращающего момента $M_{\text{вр}}$ = 1050 Н·м, расстояния от крайних точек балки *A* и *B* до линии вертикального диаметра барабана *a* = 2 м, *b* = 1 м.

Решение

Выберем систему, включающую только барабан 3, грузы 1 и 2 и нити, связывающие грузы с барабаном (рис. 6.8). Внешние силы, действующие на эту систему, – пара сил, создающая вращающий момент $M_{\text{вр}}$, силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ грузов 1, 2 и барабана 3 и реакция $\vec{R}_O$ опоры барабана на шарнир в точке O. Натяжения нитей для данной системы являются внутренними и на рис. 6.8 не показаны.

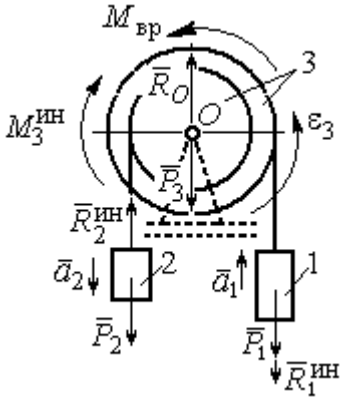


Рис. 6.8. Расчётная схема равновесия барабана

Приложим силы инерции. Направления главных векторов сил инерции $\vec{R}_1^{\text{ин}}$, $\vec{R}_2^{\text{ин}}$ и момента сил инерции $M_3^{\text{ин}}$ показаны на рис. 6.8.

Согласно принципу Даламбера, полученная система внешних сил и сил инерции является уравновешенной. Составим уравнения равновесия:

$$R_O + R_2^{\text{ин}} - P_2 - P_3 - P_1 - R_1^{\text{ин}} = 0;\ \ M_{\text{вр}} - M_3^{\text{ин}} - R_2^{\text{ин}} r_2 + P_2 r_2 - P_1 r_1 - R_1^{\text{ин}} r_1 = 0,$$

где $R_1^{\text{ин}} = m_1 a_1$, $R_2^{\text{ин}} = m_2 a_2$, $M_3^{\text{ин}} = J_{3O}\varepsilon_3$, $J_{3O} = m_3 i_3^2$.

Из второго уравнения с учётом кинематических соотношений: $\varepsilon_3 = \dfrac{a_1}{r_1}$ и $a_2 = \dfrac{r_2}{r_1} a_1$, найдём ускорение груза 1: $a_1 = \dfrac{r_1(M_{\text{вр}} + P_2 r_2 - P_1 r_1)}{m_3 i_3^2 + m_2 r_2^2 + m_1 r_1^2}$. Подставляя данные задачи, получим a_1 = 3,49 м/с^2.

Вычислим модули сил инерции $R_1^{\text{ин}} = m_1 a_1$=349 Н; $R_2^{\text{ин}} = m_2 a_2$ = 26,17 Н.

Подставляя модули сил инерции в первое уравнение условий равновесия, найдём реакцию опоры барабана на шарнир O:

$$R_O = -R_2^{\text{ин}} + P_2 + P_3 + P_1 + R_1^{\text{ин}} = 2088{,}63 \text{ Н}.$$

Для определения реакций опор балки AB выберем объектом равновесия саму балку (рис. 6.9). На балку действуют сила $\vec{R}'_O$ давления со стороны шарнира O, реакция шарнира в точке A (на рис. 6.9 разложенная на составляющие $\vec{R}_{Ax}$, $\vec{R}_{Ay}$) и реакция $\vec{R}_{By}$ опоры балки на шарнир в точке B. Составим уравнения равновесия балки:

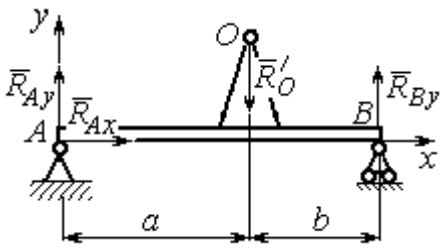


Рис. 6.9. Равновесие балки

$$\sum F_x = R_{Ax} = 0,\ \sum F_y = R_{Ay} - R'_O + R_{By} = 0,$$

$$\sum M_A(F) = R_{By}(a+b) - R'_O a = 0.$$

Решая систему с учётом того, что модули сил $\vec{R}'_O$ и $\vec{R}_O$ равны, найдём реакции опор балки: $R_{By} = R_O \dfrac{a}{a+b} = 1392{,}42$ Н; $R_{Ay} = R_O - R_{By} = 696{,}21$ Н.

Для сравнения реакции опор балки при неподвижном барабане $R_{By} = 1419{,}18$ Н, $R_{Ay} = 346{,}62$ Н.

Упражнение

Упражнение 6.1. Груз 1 соединён с грузом 2 нерастяжимой нитью, переброшенной через неподвижный блок (рис. 6.10). Опускаясь вниз, груз 2 перемещает груз 1 по горизонтальной поверхности призмы 3 без трения. Призма стоит на горизонтальной гладкой поверхности и упирается левым краем в выступ. Определить силу давления призмы на пол, если массы грузов 1, 2 и призмы 3 одинаковы и равны m. Массой нити и блока пренебречь.

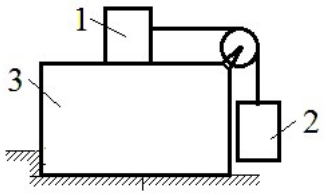


Рис. 6.10. Схема движения грузов в системе

6.2. Принцип возможных перемещений

Возможными перемещениями механической системы называют любую совокупность элементарных (бесконечно малых) перемещений точек системы из занимаемого в данный момент времени положения, которые допускаются всеми наложенными на систему связями.

Идеальными связями в механической системе называют такие связи, для которых сумма элементарных работ их реакций на любом возможном перемещении равна нулю.

Принцип возможных перемещений.

Если все приложенные к точкам системы внешние и внутренние силы разделить на **активные силы** и **реакции связей**, то для равновесия механической системы с идеальными связями необходимо и достаточно, чтобы сумма элементарных работ всех активных сил была равна нулю на любом возможном перемещении системы: $\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = 0$.

Примеры решения задач на применение принципа возможных перемещений

Задача 65. В талевом механизме барабан 1 состоит из двух соосных жестко связанных валов (рис. 6.11). При поднятии груза верхний трос барабана 1 наматывается на вал большего радиуса R_1, нижний – сматывается с вала меньшего радиуса r_1.

Какой вращающий момент M, постоянный по величине, нужно приложить к барабану, чтобы уравновесить груз весом P, прикреплённый в центре блока 4. Массами блоков и троса пренебречь.

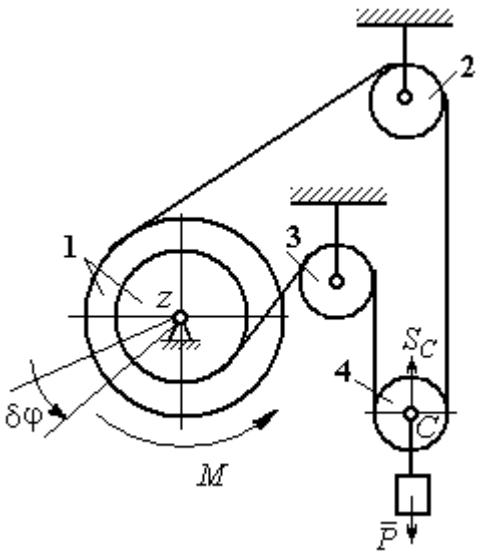


Рис. 6.11. Уравновешивание талевого механизма

Решение

Активными силами в системе являются сила тяжести груза $\vec{P}$ и уравновешивающий момент M. По принципу возможных перемещений для равновесия системы необходимо и достаточно выполнения условия:

$$\delta A(M) + \delta A(\vec{P}) = 0, \text{ или } M\delta\varphi_1 - P\delta S_C = 0.$$

где $\delta\varphi_1$ и δS_C – возможные перемещения барабана и груза.

Найдём связь между перемещениями $\delta\varphi_1$ и δS_C. Предположим, в механизме осуществляется подъём груза. На рис. 6.12 показано построение мгновенного центра скоростей блока 4 – точки *K*. Здесь скорость точки *A* блока 4 (рис. 6.12) равна скорости точек обода малого вала барабана 1, а скорость точки *B* – скорости точек обода большого вала. Составим пропорцию $\frac{V_B}{V_A}=\frac{BK}{AK}=\frac{r_4+CK}{r_4-CK}$, где r_4 – радиус блока 4 (см. рис.6.12). Подставляя выражения для скоростей точек *A* и *B* $V_A=\omega_1 r_1$, $V_B=\omega_1 R_1$, найдём расстояние: $CK=\frac{(R_1-r_1)r_4}{R_1+r_1}$.

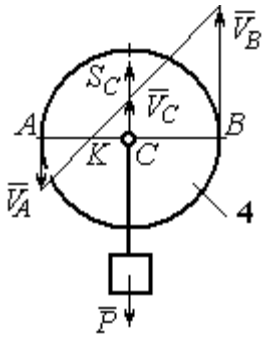


Рис. 6.12. Распределение скоростей точек блока 4

Угловая скорость блока 4 $\omega_4=\frac{V_B}{r_4+CK}=\frac{\omega_1(R_1+r_1)}{2r_4}$. Скорость его центра: $V_C=\omega_4\cdot CK=\frac{\omega_1(R_1-r_1)}{2}$. Выразим соотношение между скоростью точки *C* и угловой скоростью барабана 1 в дифференциальной форме: $dS_C=d\varphi_1\frac{(R_1-r_1)}{2}$. Поскольку действительное перемещение является одним из возможных (т. е. $ds=\delta s$, $d\varphi=\delta\varphi$), получим связь между возможными перемещениями барабана 1 и груза: $\delta S_C=\frac{\delta\varphi_1(R_1-r_1)}{2}$.

Подставляя найденное соотношение в уравнение принципа возможных перемещений, представим его в окончательном виде: $M\delta\varphi_1-P\frac{\delta\varphi_1(R_1-r_1)}{2}=0$, откуда найдём значение уравновешивающего момента: $M=\frac{P(R_1-r_1)}{2}$.

Задача 66. Брус 1 весом $P_1 = P$ лежит на цилиндрическом катке 2 и на блоке 3 одинаковых радиусов r, и одинакового веса $P_2 = P_3 = 2P$ (рис. 6.13). Каток 2 катится без проскальзывания по наклонной плоскости с углом наклона 30º к горизонту. Блок 3 вращается вокруг неподвижной оси z и к нему приложена пара сил с моментом $M = Pr$. Каток и блок расположены так, что брус 1 параллелен наклонной плоскости.

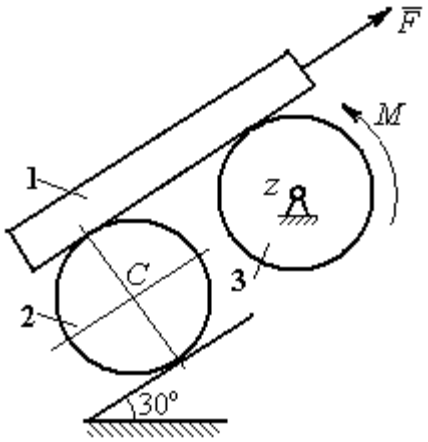


Рис. 6.13. Равновесие механической системы

Какую силу F, параллельную наклонной плоскости, нужно приложить к брусу 1, чтобы удержать его в равновесии. Скольжение между брусом и катком, брусом и блоком отсутствует.

Решение

Рассмотрим механизм, состоящий из бруса 1, катка 2 и блока 3. Активными силами, действующими на механизм, являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$ и $\vec{P}_3$ бруса, катка и блока, пара сил с моментом M, приложенная к блоку 3, и сила $\vec{F}$, приложенная к брусу. Связи в механизме идеальные, так как работа реакции $\vec{N}_2$ опоры катка 2 на плоскость, работа силы $\vec{F}_{сц}$ сцепления катка с плоскостью и работа реакции шарнира блока 3 при любом перемещении системы равны нулю. Направления векторов сил в системе показаны на рис. 6.14.

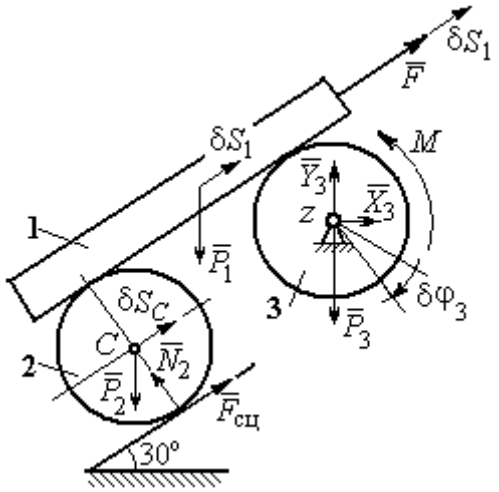


Рис. 6.14. Расчётная схема применения принципа возможных перемещений

Придадим системе возможное перемещение, сдвинув брус 1 на расстояние δS_1 вдоль линии действия силы $\vec{F}$, вверх по наклонной плоскости. Тогда

центр катка 2 переместится на расстояние δS_C, а блок 3 повернётся на элементарный угол $\delta\varphi_3$ (см. рис. 6.14).

Для определения условий равновесия применим к системе принцип возможных перемещений. Получим уравнение:

$$-P_1\delta S_1\cos 60^\circ - P_2\delta S_C\cos 60^\circ - M\delta\varphi_3 + F\delta S_1 = 0.$$

Выразим все перемещения через перемещение бруса δS_1. Допустим, скорость бруса равна V_1. Тогда $V_C = \frac{V_1}{2}$, и, следовательно, $\delta S_C = \frac{\delta S_1}{2}$.

Угловая скорость блока 3 $\omega_3 = \frac{V_1}{r}$, отсюда $\delta\varphi_3 = \frac{\delta S_1}{r}$.

Подставляя найденные соотношения в уравнение принципа возможных перемещений с учётом данных задачи, находим $F = 2P$.

Задача 67. Уравновешивание роликового катка 3 с противовесом 1 осуществляется с помощью пары сил с моментом *M*, приложенных к блоку 2. Каток состоит из двух соосных жестко связанных дисков (рис. 6.15) радиусов *r* и *R* = 2*r* с общей массой 3*m*. Масса груза 1 равна *m*. При движении каток катится без скольжения по вертикальной поверхности, касаясь её диском меньшего радиуса. Вертикальная пружина с закреплённым верхним концом своим нижним концом удерживает каток за центр масс. Жесткость пружины $c = mg / r$.

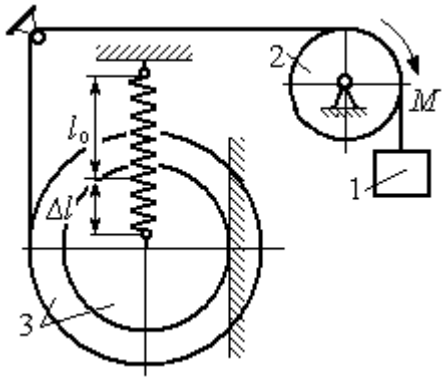


Рис. 6.15. Уравновешивание роликового катка

Какой величины уравновешивающий момент *M* приложен к блоку 2, если при равновесии катка пружина растянулась относительно недеформированного состояния на величину $\Delta l = r$.

Решение

Рассмотрим механическую систему, состоящую из груза 1, блока 2 и катка 3. Активными силами, действующими на механизм, являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$ и $\vec{P}_3$ – груза, блока и катка, пара сил с моментом M, приложенная к блоку 2, и сила $\vec{F}_{\text{упр}}$ упругости пружины, приложенная к центру катка. Реакциями связей в механизме являются: сила $\vec{F}_{\text{сц}}$ сцепления катка с плоскостью и реакция $\vec{R}_2$ шарнира блока 2. Реакция $\vec{N}_2$ опоры катка 2 на вертикальную плоскость равна нулю (на рис. 6.16 не показана).

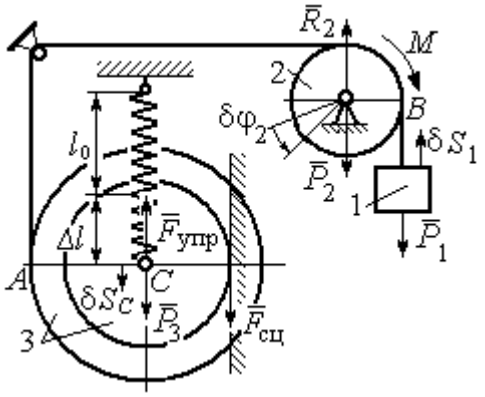


Рис. 6.16. Расчётная схема уравновешивания ролика

Допустим, система находится в равновесии. Дадим центру катка возможное перемещение δS_C, направленное вертикально вниз. При этом блок 2 повернётся на угол $\delta\varphi_2$, а груз 1 получит бесконечно малое перемещение δS_1. Направления возможных перемещений показаны на рис. 6.16.

Составим уравнение принципа возможных перемещений:

$$P_3\delta S_C - F_{\text{упр}}\delta S_C + M\delta\varphi_2 - P_1\delta S_1 = 0,$$

где сила упругости в положении равновесия системы $F_{\text{упр}} = c\Delta l$.

Выразим перемещения $\delta\varphi_2$, δS_1 блока 2 и груза 1 через перемещение центра катка δS_C. Предположим, при возможном перемещении скорость центра масс катка равна V_C. Скорость груза 1 равна скорости точки A на ободе большого диска катка: $V_1 = V_A = \dfrac{R+r}{r}V_C$. Здесь учтено, что точка касания катка

с вертикальной поверхностью является его мгновенным центром скоростей. Угловая скорость блока 2 $\omega_2 = \dfrac{V_A}{r} = \dfrac{R+r}{r^2} V_C$.

Представляя кинематические соотношения в дифференциальном виде, получим необходимые связи между возможными перемещениями:

$$\delta S_1 = \frac{R+r}{r}\delta S_C = 3\delta S_C; \quad \delta\varphi_2 = \frac{R+r}{r^2}\delta S_C = \frac{3\delta S_C}{r}.$$

Окончательно уравнение принципа возможных перемещений выражается в виде: $P_3\delta S_C - c\Delta l\delta S_C + M\dfrac{3\delta S_C}{r} - P_1 3\delta S_C = 0$. Величина уравновешивающего момента $M = \dfrac{1}{3}mgr$.

Упражнения

Упражнение 6.2. Штамповка деталей осуществляется при помощи рычажного пресса (рис. 6.17). Найти соотношение между силой F, приложенной к внешнему рычагу, и силой Q, сжимающей деталь A вдоль центральной оси.

Длины рычагов a, b, c, d показаны на рис. 6.17.

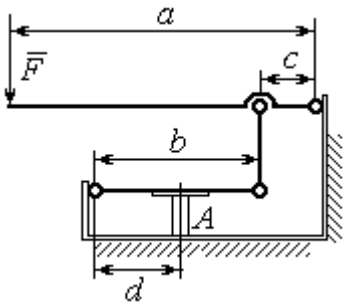


Рис. 6.17. Рычажный пресс

Упражнение 6.3. Конструкция состоит из двух валов, находящихся во внешнем зацеплении, и двух грузов, удерживающихся нитями, намотанными валы (рис. 6.18).

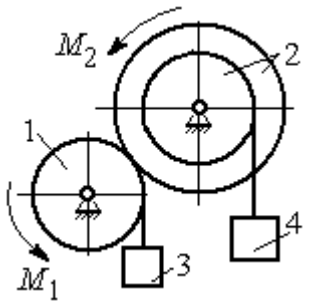


Рис. 6.18. Схема уравновешивания валов

Радиус вала 1 $R_1 = r$. Вал 2 состоит из двух барабанов, жестко скреплённых на одной оси. Радиусы барабанов: $R_2 = 3r$, $r_2 = r$.

Найти величину уравновешивающего момента M_2, приложенного к валу 2, если к валу 1 приложена пара сил с моментом $M_1 = 2Pr$, а грузы 3 и 4 одинакового веса P.

6.3. Общее уравнение динамики

При движении механической системы с идеальными связями в каждый момент времени сумма элементарных работ активных сил и сил инерции на любом возможном перемещении равна нулю:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0,$$

где $\delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}})$, $\delta A(\vec{R}_k^{\text{и}})$ – элементарные работы активных сил и сил инерции, приложенных к точкам системы на её возможном перемещении.

При вычислении элементарных работ активных сил и сил инерции используют обычные формулы для вычисления работы сил на элементарном перемещении точек их приложения.

Примеры решения задач на применение общего уравнения динамики

Задача 68. Механическая система включает груз 1, ступенчатый диск 2 (каток), катящийся ступенькой по неподвижному рельсу, и однородный диск 3 (блок), вращающийся вокруг неподвижной оси, соединённых нерастяжимыми нитями (рис. 6.19). Качение ступенчатого диска происходит без скольжения. К грузу 1 приложена сила $\vec{F}$ под углом 30° к горизонтальному направлению движения груза. К блоку 3 приложена пара сил с моментом M. Найти закон движения центра масс катка 2 и реакцию шарнира блока 3 в момент времени t = 1 с, если P_1 = 10 Н; P_2 = 20 Н; P_3 = 15 Н; $F = 5(t+1)$ Н; $M = 3(1+2t)$ Н·м; R_2 = 0,8 м; r_2 = 0,2 м; R_3 = 0,4 м; момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, i_{2C} = 0,6 м.

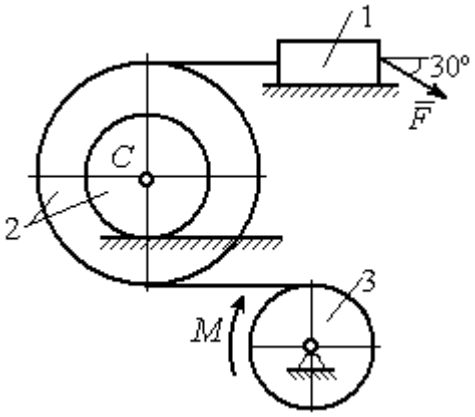


Рис. 6.19. Схема движения механической системы

Решение

В рассматриваемой механической системе активными силами являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, сила $\vec{F}$ и пара сил с моментом M (рис. 6.20).

Реакциями связей являются нормальные реакции опор: $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$, сила сцепления катка 2 с неподвижной поверхностью $\vec{F}_{сц}$ и реакция шарнира O блока 3 (на рис. 6.20 реакция показана в виде разложения на составляющие $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$). Связи идеальные, так как скольжение груза 1 происходит по гладкой поверхности, качение диска 2 без проскальзывания, а ось вращения блока 3 неподвижна.

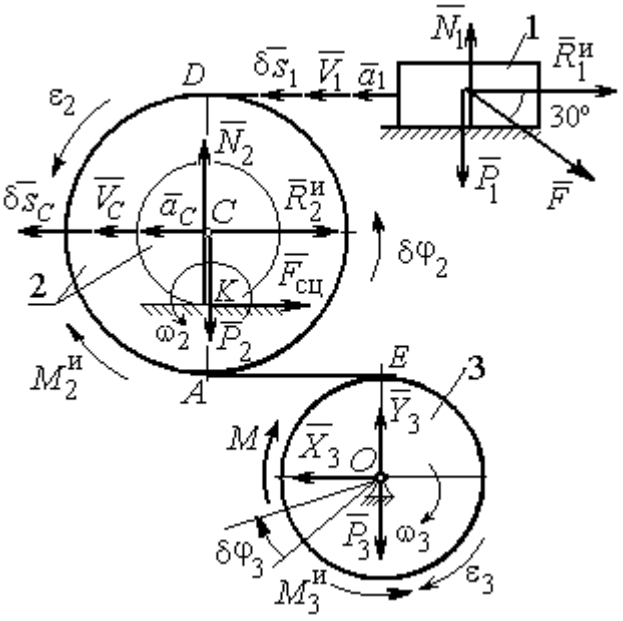


Рис. 6.20. Расчётная схема исследования движения механической системы

Предположим, система движется так, что блок 3 вращается с угловой скоростью ω_3 и угловым ускорением ε_3 в направлении поворота, создаваемого моментом M. Соответствующие направления скорости $\vec{V}_C$ и ускорения $\vec{a}_C$ центра масс катка 2, его угловой скорости ω_2 и ускорения ε_2, а также направление скорости $\vec{V}_1$ и ускорения $\vec{a}_1$ груза 1 показаны на рис. 6.20.

Присоединим к телам системы силы инерции. Главные векторы $\vec{R}_1^{и}$, $\vec{R}_2^{и}$ сил инерции груза 1 и катка 2 приложены в центрах масс груза и катка и направлены в сторону, противоположную ускорениям $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_C$. Главные моменты $\vec{M}_2^{и}$, $\vec{M}_3^{и}$ сил инерции катка 2 и блока 3 направлены в сторону, противоположную угловым ускорениям ε_2 и ε_3.

Главные векторы и главные моменты сил инерции показаны на рис. 6.20.

Для механической системы с идеальными связями общее уравнение динамики имеет вид:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0 .$$

Угловая скорость катка 2 $\omega_2 = \dfrac{V_C}{CK} = \dfrac{V_C}{r_2}$. Здесь учтено, что в точке K находится мгновенный центр скоростей катка (см. рис. 6.20). Скорость точки E блока 3 равна скорости точки A катка 2 (см. рис. 6.20):

$$V_E = V_A = \omega_2 \cdot AK = \omega_2 (R_2 - r_2) = V_C \frac{R_2 - r_2}{r_2} .$$

Угловая скорость блока 3 $\omega_3 = \dfrac{V_E}{R_3} = V_C \dfrac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}$.

Скорость груза 1 равна скорости точки D катка 2:

$$V_1 = V_D = \omega_2 \cdot DK = \omega_2 (R_2 + r_2) = V_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2} .$$

Соотношения между ускорениями определяются путем дифференцирования установленных кинематических равенств:

$$a_1 = a_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}, \quad \varepsilon_2 = \frac{a_C}{r_2}, \quad \varepsilon_3 = a_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2} .$$

Если выразить скоростные кинематические соотношения в дифференциальном виде, то, полагая действительное перемещение возможным (т. е. $ds = \delta s$, $d\varphi = \delta\varphi$), получим соотношения между перемещениями:

$$\delta s_1 = \delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}, \ \delta\varphi_2 = \frac{\delta s_C}{r_2}, \ \delta\varphi_3 = \delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2} .$$

Найдем элементарные работы активных сил.

Работы сил тяжести груза 1 и катка 2 равны нулю, так как перемещения точек приложения сил перпендикулярны векторам сил.

Работа силы тяжести блока 3 также равна нулю, поскольку точка прило-

жения силы тяжести блока 3 не перемещается:

$$\delta A(\vec{P}_1) = P_1 \delta s_1 \cos 90^\circ = 0;\ \ \delta A(\vec{P}_2) = P_2 \delta s_C \cos 90^\circ = 0;\ \delta A(\vec{P}_3) = 0.$$

Работу совершают только пара сил с моментом M и сила $\vec{F}$:

$$\delta A(\vec{M}) = M\delta\varphi_3 = M\delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2};$$

$$\delta A(\vec{F}) = F\delta s_1 \cos 150^\circ = -F\delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}\cos 30^\circ.$$

В результате сумма элементарных работ активных сил:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = \delta A(\vec{M}) + \delta A(\vec{F}) =$$

$$= M\delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2} - F\delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}\cos 30^\circ = (0{,}85 + 23{,}35t)\delta s_C.$$

Определим модули главных векторов и главных моментов сил инерции:

$$R_1^{\text{и}} = m_1 a_1 = \frac{P_1}{g}\frac{(R_2 + r_2)}{r_2} a_C,\ \ R_2^{\text{и}} = m_2 a_C = \frac{P_2 a_C}{g};$$

$$M_2^{\text{и}} = J_{2C}\varepsilon_2 = \frac{P_2}{g} i_{2C}^2 \frac{a_C}{r_2};$$

$$M_3^{\text{и}} = J_{3O}\varepsilon_3 = \frac{P_3 R_3}{2g}\frac{(R_2 - r_2)}{r_2} a_C,$$

где J_{2C} – момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, $J_{2C} = m_2 i_{2C}^2$; i_{2C} – радиус инерции катка; J_{3O} – осевой момент инерции блока 3, $J_{3O} = \frac{m_3 R_3^2}{2}$.

Найдем элементарные работы сил инерции:

$$\delta A(\vec{R}_1^{\text{и}}) = -R_1^{\text{и}}\delta s_1 = -\frac{P_1 (R_2 + r_2)^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{R}_2^{\text{и}}) = -R_2^{\text{и}}\delta s_C = -\frac{P_2 a_C}{g}\delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{M}_2^{\text{и}}) = -M_2^{\text{и}}\delta\varphi_2 = -\frac{P_2 i_2^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{M}_3^{\text{и}}) = -M_3^{\text{и}}\delta\varphi_3 = -\frac{P_3(R_2 - r_2)^2 a_C}{2 g r_2^2}\delta s_C.$$

Сумма элементарных работ сил инерции:

$$\sum\delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = -\frac{P_1(R_2 + r_2)^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C - \frac{P_2 a_C}{g}\delta s_C - \frac{P_2 i_2^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C -$$

$$-\frac{P_3(R_2 - r_2)^2 a_C}{2 g r_2^2}\delta s_C = -52{,}75\, a_C \delta s_C, \text{ где } g = 9{,}81 \text{ м/с}^2.$$

С учетом проделанных вычислений общее уравнение динамики принимает вид: $\sum\delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum\delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = (0{,}85 + 23{,}35t)\delta s_C - 52{,}75\, a_C \delta s_C = 0$, откуда найдём ускорение центра масс катка 2 как функцию времени:

$$a_C(t) = 0{,}02 + 0{,}45t.$$

Представляя ускорение a_C в виде второй производной координаты движения центра масс $a_C = \ddot{s}_C$, получим дифференциальное уравнение $\ddot{s}_C = 0{,}02 + 0{,}45t$. Дважды проинтегрировав это уравнение с нулевыми начальными условиями, найдём закон движения центра масс:

$$s_C = 0{,}01t^2 + 0{,}075t^3.$$

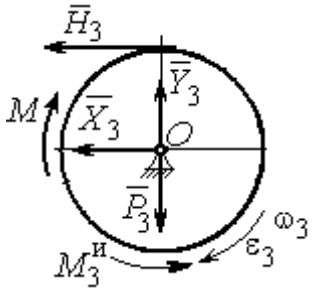


Рис. 6.21. Вращение блока 3

Рассмотрим вращательное движение блока 3, освободив его от связей. На блок действуют сила тяжести $\vec{P}_3$, реакция подшипника, разложенная на составляющие $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$, пара сил с моментом M и реакция нити $\vec{H}_3$ (рис. 6.21). Присоединим к блоку 3 силы инерции. При вращательном движении блока вокруг оси, проходящей через центр масс, главный вектор сил инерции равен ну-

лю. Главный момент сил инерции $M_3^{\text{и}}$ направлен в сторону, противоположную угловому ускорению блока 3.

По принципу Даламбера система сил, приложенных к блоку 3, включая силы инерции, находится в равновесии. Составим уравнение равновесия в виде равенства нулю суммарного момента всех сил относительно оси вращения: $M - H_3 R_3 - M_3^{\text{и}} = 0$, откуда найдём реакцию нити: $H_3 = \dfrac{M}{R_3} - \dfrac{M_3^{\text{и}}}{R_3}$. Подставляя в уравнение величину модуля главного момента сил инерции блока 3 $M_3^{\text{и}}(1) = 0{,}7$ Н·м и значение момента, приложенного к блоку 3, в момент времени $t = 1$ с, $M(1) = 9$ Н·м найдём реакцию нити $H_3(1) = 20{,}75$ Н.

Уравнения равновесия, составленные в виде проекций сил на вертикальную и горизонтальную оси (см. рис. 6.21), имеют вид:

$$X_3 + H_3 = 0,\ Y_3 - P_3 = 0.$$

Составляющие реакции шарнира блока 3 в момент времени $t = 1$ с: $X_3 = -20{,}75$ Н, $Y_3 = 15$ Н. Полная реакция шарнира $R_3 = \sqrt{X_3^2 + Y_3^2} = 25{,}6$ Н.

Задача 69. Груз 2 весом P_2, поднимаемый лебёдкой (рис. 6 22), подвешен в центре подвижного блока 3 весом P_3. Нерастяжимая нить одним концом прицеплена к грузу 1 весом P_1, лежащему на наклонной плоскости. Другой конец, переброшенный через невесомый блок B, охватывает снизу подвижный блок 3 радиуса r и закреплён в вертикальном положении. К грузу 1 приложена сила $\vec{F}$, направленная вдоль наклонной плоскости.

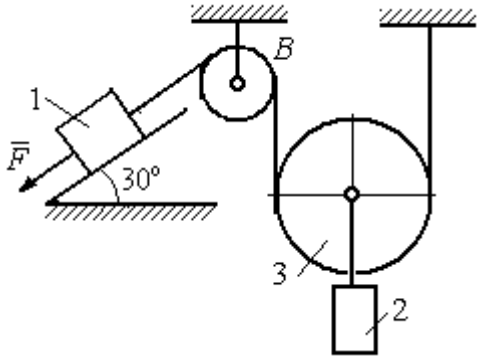


Рис. 6.22. Схема подъёмного устройства

Найти закон движения поднимаемого груза, если $P_1 = P_3 = P$, $P_2 = 3P$, $F = 2P$ и движение началось из состояния покоя.

Решение

Применим к решению задачи общее уравнение динамики. В данной механической системе активными силами являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ и сила $\vec{F}$ (рис. 6.23). Реакциями связей являются реакция шарнира блока *B* и реакция опоры груза 1 (на рис. 6.23 не показаны). Связи идеальные, так как работа реакций связей равна нулю.

Предположим, груз 1 спускается вниз по наклонной плоскости с ускорением a_1. Приложим к телам системы силы инерции. Главные вектора сил инерции $\vec{R}_1^{\text{ин}}$ и $\vec{R}_2^{\text{ин}}$ грузов 1 и 2, движущихся поступательно, приложены в центрах масс грузов и направлены противоположно векторам ускорений тел. Главный вектор $\vec{R}_3^{\text{ин}}$ сил инерции блока 3 приложен в центре масс блока 3 и направлен противоположно вектору ускорения его центра масс. Главный момент сил инерции $M_3^{\text{ин}}$ относительно оси, проходящей через центр масс блока 3 перпендикулярно плоскости движения, направлен в сторону, противоположную направлению углового ускорения блока 3, совпадающего с направлением углового движения. Направления главных векторов и главного момента сил инерции тел показаны на рис. 6.23.

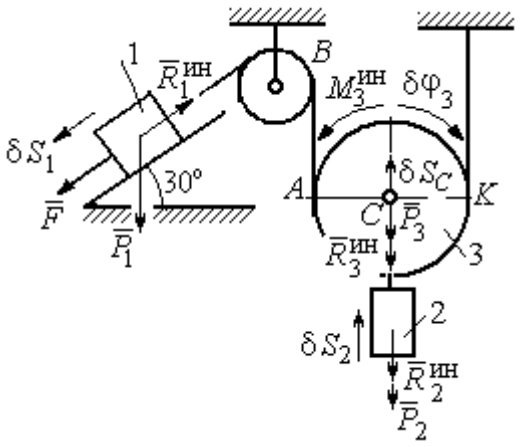


Рис.6.23. Активные силы и силы инерции, приложенные к системе

Дадим системе возможное перемещение, при котором груз 1 спустился вниз по наклонной плоскости на расстояние δS_1. В соответствии с приложенными в системе связями центр масс подвижного блока 2 и груз 2 переместились вверх на высоту δS_C, а сам блок повернулся на угол $\delta\varphi_3$ (см. рис. 6.23).

Составим общее уравнение динамики $\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0$. Получим

$$F\delta S_1 + P_1 \delta S_1 \cos 60° - P_2 \delta S_2 - P_3 \delta S_C -$$

$$- R_1^{\text{ин}} \delta S_1 - R_2^{\text{ин}} \delta S_C - R_3^{\text{ин}} \delta S_C - M_3^{\text{ин}} \delta \varphi_3 = 0,$$

где модули сил инерции $R_1^{\text{ин}} = m_1 a_1$, $R_2^{\text{ин}} = m_2 a_2$, $R_3^{\text{ин}} = m_3 a_C$, $M_3^{\text{ин}} = \dfrac{m_3 r^2}{2} \varepsilon_3$.

Выразим перемещение δS_2 и ускорение a_2 груза 2, а также поворот $\delta \varphi_3$ и угловое ускорение ε_3 подвижного блока 3 через перемещение δS_1 и ускорение a_1 груза 1.

Угловая скорость блока 3 $\omega_3 = \dfrac{V_A}{AK} = \dfrac{V_1}{2r}$. Здесь учтено, что точка K блока 3 является его мгновенным центром скоростей. Тогда, элементарный поворот блока $\delta \varphi_3 = \dfrac{\delta S_1}{2r}$, а его угловое ускорение $\varepsilon_3 = \dfrac{a_1}{2r}$.

Скорость центра масс блока 3 и скорость груза 2: $V_2 = V_C = \dfrac{V_1}{2}$. Из этого равенства следует, что: $\delta S_2 = \delta S_C = \dfrac{\delta S_1}{2}$, $a_2 = a_C = \dfrac{a_1}{2}$.

Подставляя найденные соотношения в общее уравнение динамики с учётом данных задачи, окончательно получим уравнение: $\dfrac{1}{2} P \delta S_1 = \dfrac{17}{8g} P a_1 \delta S_1$. Отсюда $a_1 = \dfrac{4}{17} g = 0{,}23g$. Ускорение груза 2, $a_2 = \dfrac{a_1}{2} = 0{,}12g$.

Представим ускорение груза 2 в виде второй производной координаты его движения. Получим дифференциальное уравнение: $\ddot{S}_2 = 0{,}12g$. Дважды проинтегрировав его с нулевыми начальными условиями, найдём закон движения груза: $S_2 = 0{,}06gt^2$.

Задача 70. Грузы 1 и 2 весом $P_1 = 20$ Н и $P_2 = 30$ Н привязаны к нерастяжимой нити. Нить переброшена через неподвижные блоки B и D и охватывает снизу подвижный блок 3 весом $P_3 = 40$ Н (рис. 6.24). Определить ускорения грузов 1 и 2 и центра масс блока 3. Весом неподвижных блоков B и D пренебречь.

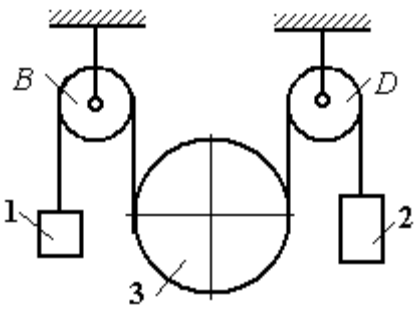


Рис. 6.24. Механическая система с двумя степенями свободы

Решение

В данной механической системе активными силами являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ (рис. 6.25), а реакциями связей – реакции шарниров блоков B и D. Связи идеальные, так как оси вращения блоков B и D неподвижны.

Применим к решению задачи общее уравнение динамики. Система имеет две степени свободы. В этом случае общее уравнение динамики необходимо составлять для каждого из независимых перемещений.

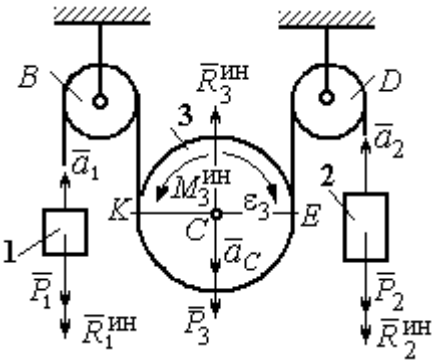


Рис.6.25. Активные силы и силы инерции, приложенные к системе

Предположим, система движется так, что оба груза 1 и 2 равноускоренно перемещаются вверх. Скорости грузов $\vec{V}_1$, $\vec{V}_2$, ускорения – $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_2$. Блок 3 опускается вниз с ускорением центра $\vec{a}_C$, вращается и имеет угловое ускорение ε_3, направленное по ходу часовой стрелки (см. рис. 6.25).

Приложим к телам системы силы инерции (см. рис. 6.25). Модули сил инерции: $R_1^{ин} = m_1 a_1$, $R_2^{ин} = m_2 a_2$, $R_3^{ин} = m_3 a_C$. Главный момент сил инерции блока 3 $M_3^{ин} = J_{3C}\varepsilon_3$, где осевой момент инерции $J_{3C} = \dfrac{m_3 r^2}{2}$. Направления векторов сил и моментов сил инерции показаны на рис. 6.25.

Для вычисления углового ускорения блока 3 воспользуемся векторным представлением ускорения точки при плоскопараллельном движении тела. Выберем точку K за полюс. Ускорение точки E определяется равенством $\vec{a}_E = \vec{a}_K + \vec{a}^{\,n}_{EK} + \vec{a}^{\,\tau}_{EK}$, где $\vec{a}_K$ – ускорение полюса K; $\vec{a}^{\,n}_{EK}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{EK}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки E при вращении блока 3 вокруг полюса K (рис. 6.26). Спроектируем векторное равенство на вертикальную ось $E\tau$. Получим: $a_{E\tau} = a_{K\tau} + a^{\tau}_{EK}$, где $a_{E\tau}$ и $a_{K\tau}$ – проекции ускорений точек E и K на вертикальную ось.

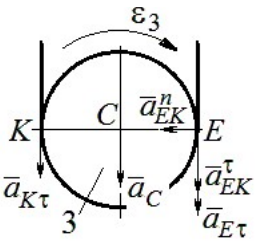


Рис. 6.26. Схема вычисления углового ускорения блока 3

Поскольку модуль ускорения точки K нити равен модулю ускорения груза 1, то $a_{K\tau} = a_1$. Модуль ускорения точки E нити равен модулю ускорения груза 2 и $a_{E\tau} = a_2$. Так как $a^{\tau}_{EK} = \varepsilon_3 AK = \varepsilon_3 2r$, то $\varepsilon_3 = \dfrac{a_{E\tau} - a_{K\tau}}{2r} = \dfrac{a_2 - a_1}{2r}$.

Составляя такое же векторное уравнение для определения ускорения центра масс блока 3 (точки C) и проектируя его на вертикальную ось, найдём:

$$a_C = a_{K\tau} + a^{\tau}_{CK} = a_1 + \varepsilon_3 r = \frac{a_2 + a_1}{2}.$$

Выберем в качестве независимых координат s_1, s_2 – положения грузов 1 и 2, отсчитываемые от неподвижных осей вращения блоков B и D. Возможные перемещения грузов обозначим δs_1 и δs_2.

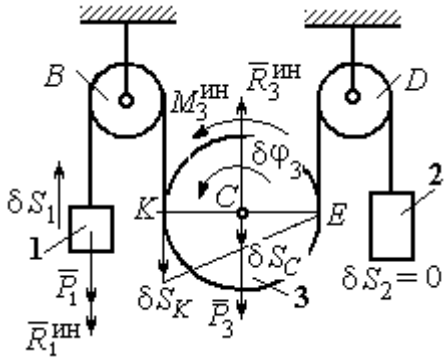


Рис.6.27. Движение системы при перемещении груза 1.

Дадим системе возможное перемещение, при котором груз 1 поднимается вверх на расстояние δs_1, а груз 2 – неподвижен. При таком движении нить, соединяющая груз 2 с блоком 3, неподвижна вплоть до точки E (рис. 6.27).

Вращение блока 3 происходит против направления хода часовой стрелки. Точка E является мгновенным центром скоростей блока 3, и угловая скорость блока $\omega_3 = \dfrac{V_K}{2r} = \dfrac{V_1}{2r}$. Скорость центра масс блока $V_C = \dfrac{1}{2}V_1$. Тогда элементарный поворот блока 3 $\delta\varphi_3 = \dfrac{\delta s_1}{2r}$ и элементарное перемещения центра масс $\delta s_C = \dfrac{1}{2}\delta s_1$.

На данном возможном перемещении работу совершают как активные силы – силы тяжести $\vec{P}_1$ и $\vec{P}_3$ груза 1 и блока 3, так и силы инерции – $\vec{R}_1^{\text{ин}}$, $\vec{R}_3^{\text{ин}}$ и пара сил инерции с моментом $M_3^{\text{ин}}$.

Составим общее уравнение динамики:

$$\sum \delta A\left(\vec{F}_k^{\text{акт}}\right) + \sum \delta A\left(\vec{R}_k^{\text{ин}}\right) = -P_1\delta s_1 + P_3\delta s_C - R_1^{\text{ин}}\delta s_1 - R_3^{\text{ин}}\delta s_C + M_3^{\text{ин}}\delta\varphi_3 = 0.$$

Здесь работа сил инерции

$$R_1^{\text{ин}}\delta s_1 = m_1 a_1 \delta s_1, \quad R_3^{\text{ин}}\delta s_C = m_3 a_C \delta s_C = \frac{P_3}{g}\left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right)\cdot\frac{1}{2}\delta s_1;$$

$$M_3^{\text{ин}}\delta\varphi_3 = J_{3C}\varepsilon_3\delta\varphi_3 = \frac{P_3 r^2}{2g}\cdot\frac{a_2 - a_1}{2r}\cdot\frac{\delta s_1}{2r}.$$

В результате общее уравнение динамики представляется выражением

$$-P_1\delta s_1 + \frac{1}{2}P_3\delta s_1 - \frac{P_1}{g}a_1\delta s_1 - \frac{P_3}{g}\left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right)\cdot\frac{1}{2}\delta s_1 + \frac{P_3 r^2}{2g}\cdot\frac{a_2 - a_1}{2r}\cdot\frac{\delta s_1}{2r} = 0,$$

которое преобразуется к виду:

$$(3P_3 + 8P_1)a_1 + P_3 a_2 = (4P_3 - 8P_1)g.$$

Дадим системе другое независимое возможное перемещение, при котором груз 2 движется вверх ($\delta s_2 \neq 0$), а груз 1 неподвижен ($\delta s_1 = 0$).

При этом перемещении нить, соединяющая груз 1 и блок 3 неподвижна вплоть до точки K (рис. 6.28). Вращение блока 3 происходит по направлению хода часовой стрелки. Точка K является мгновенным центром скоростей бло-

ка 3. Тогда $\omega_3 = \frac{V_E}{2r} = \frac{V_2}{2r}$ и скорость центра масс блока $V_C = \frac{1}{2}V_2$. Элементарный поворот блока 3 $\delta\varphi_3 = \frac{\delta s_2}{2r}$ и перемещение центра масс $\delta s_C = \delta s_E = \frac{1}{2}\delta s_2$.

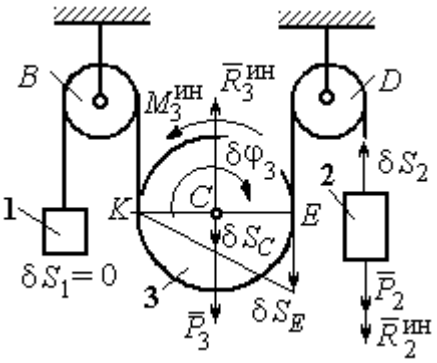


Рис. 6.28. Движение системы при перемещении груза 2

При таком движении работу совершают силы тяжести $\vec{P}_2$ и $\vec{P}_3$, силы инерции $\vec{R}_2^{ин}$, $\vec{R}_3^{ин}$ и пара сил с моментом $M_3^{ин}$.

Составим общее уравнение динамики на возможном перемещении δs_2 (см. рис. 6.28):

$$-P_2\delta s_2 - R_2^{ин}\delta s_2 + P_3\delta s_C - R_3^{ин}\delta s_C - M_3^{ин}\delta\varphi_3 = 0,$$

которое преобразуется к виду

$$-P_2\delta s_2 - \frac{P_2}{g}a_2\delta s_2 + \frac{1}{2}P_3\delta s_2 - \frac{P_3}{g}\left(\frac{a_1+a_2}{2}\right)\frac{1}{2}\delta s_2 - \frac{P_3 r^2}{2g}\left(\frac{a_2-a_1}{2r}\right)\frac{\delta s_2}{2r} = 0$$

или к виду

$$(8P_2 + 3P_3)a_2 + P_3 a_1 = (4P_3 - 8P_2)g.$$

Подставляя данные задачи в оба уравнения динамики, соответствующие независимым перемещениям δs_1 и δs_2, получим систему уравнений:

$$7a_1 + a_2 = 0, \quad 2g + 9a_2 + a_1 = 0.$$

Решение системы: $a_1 = \frac{1}{31}g$, $a_2 = -\frac{7}{31}g$ представляет ускорения грузов 1 и 2. Ускорение центра масс блока 3 находится по формуле $a_C = \frac{a_1 + a_2}{2} = -\frac{3}{31}g$.

Знаки ускорений определяют направления движений тел: груз 1 движется в выбранном направлении – вверх, груз 2 – вниз, центр блока 3 – вверх.

Упражнения

Упражнение 6.4. В механической системе (рис. 6.29) блок 1 радиуса *r* и каток 2 соединены горизонтальным невесомым стержнем. Скольжение между стержнем и катками отсутствует. Каток 2 состоит из двух шкивов радиусов *r* и *R* = 2*r*, скреплённых на одной оси. Каток катится, опираясь малым шкивом на горизонтальную поверхность, без проскальзывания. Груз 3 представляет собой поршень, двигающийся по горизонтальной поверхности без трения и прикреплённый к центру масс катка 2. К блоку 1 приложена пара сил с переменным моментом $M_{\text{вр}} = mgr\sin\omega t$.

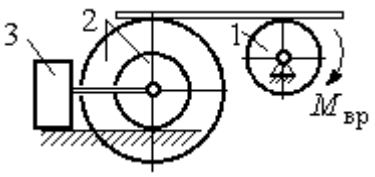


Рис. 6.29. Схема движения механической системы

Найти закон движения поршня 3, если массы грузов $m_1 = m_3 = m$, общая масса катка 2 $m_2 = 2m$, момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, $i_2 = 1{,}5r$. Движение началось из состояния покоя.

Упражнение 6.5. Груз 1, двигаясь горизонтально, приводит в движение ступенчатый барабан 2 посредством нерастяжимой нити, намотанной на его малую ступень (рис. 6.30). К барабану на нитях, намотанных на большую и малую ступеньки, подвешены два груза 3 и 4. На груз 1 действует сила $F = P(t+1)$. Определить закон движения груза 3, если веса грузов одинаковы и равны *P*, вес барабана 2 равен 2*P*, радиусы ступенек барабана *r* и 2*r*, радиус инерции барабана $i_2 = r\sqrt{2}$, и движение началось из состояния покоя.

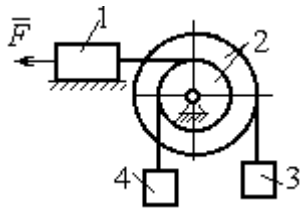


Рис. 6.30. Схема подъёмника

6.4. Уравнения Лагранжа II рода

Обобщенными координатами называется совокупность любых *s* независимых параметров $q_1, q_2, \ldots, q_S$, однозначно определяющих положение системы в любой момент времени.

Если системе сообщить возможное перемещение, при котором все обобщенные координаты изменятся на элементарные (бесконечно малые) величины $\delta q_1, \delta q_2, \ldots, \delta q_S$, называемые **вариациями обобщенных координат**, то все действующие активные силы совершат элементарную работу, которая может быть представлена в виде: $\delta A = Q_1 \cdot \delta q_1 + Q_2 \cdot \delta q_2 + \ldots + Q_s \cdot \delta q_S$.

Величина Q_k, $k = 1, 2, \ldots, s$, равная коэффициенту при вариации δq_k обобщенной координаты, называется **обобщенной силой**, соответствующей данной обобщенной координате. Расчет обобщенных сил осуществляется путем последовательного придания системе возможных перемещений, при которых варьируется только одна из обобщенных координат, а вариации остальных координат равны нулю.

Для материальной системы с идеальными связями дифференциальные уравнения движения в обобщенных координатах – **уравнения Лагранжа II рода** – имеют вид: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} = Q_k$, $k = 1,2,...,s$, где s – число степеней свободы системы; T – кинетическая энергия системы; $q_1, q_2, \ldots, q_s$ – обобщенные координаты; $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \ldots, \dot{q}_s$ – обобщенные скорости.

Примеры решения задач на составление уравнений Лагранжа

Задача 71. В механизме домкрата (рис. 6.31) движение зубчатого колеса 1 передаётся шестерне 2, к которой соосно прикреплено зубчатое колесо 3, имеющее зацепление с зубчатой рейкой 4, на которой поднимается груз 5 массы m_5 = 50 кг.

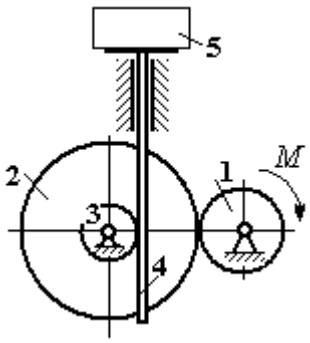


Рис. 6.31. Схема механизма домкрата

Радиусы зубчатых колёс r_1 = 5 см, r_2 = 12 см, r_3 = 6 см. Зубчатые колёса считать сплошными однородными дисками. Массы колёс m_1 = 0,8 кг, m_2 = 1,6 кг, m_3 = 0,6 кг, масса зубчатой рейки m_4 = 1 кг.

Какой величины постоянный вращающий момент нужно приложить к колесу 1 для того, чтобы в момент времени $t = 2$ с груз 5 имел скорость V_5 = 1 м/с, если движение системы начинается из состояния покоя.

Решение

Домкрат является механической системой с одной степенью свободы. Выберем в качестве обобщённой координаты координату *x*, отмечающую положение груза 5 (рис. 6.32).

Уравнение Лагранжа для обобщённой координаты *x* имеет вид: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right)-\frac{\partial T}{\partial x}=Q_x$, где T – кинетическая энергия системы; $\dot{x}$ – обобщённая скорость; Q_x – обобщённая сила.

Кинетическая энергия колеса 1: $T_1=\frac{J_1\omega_1^2}{2}$, где ω_1 – угловая скорость колеса 1; J_1 – момент инерции колеса, $J_1=\frac{m_1 r_1^2}{2}$.

Кинетические энергии шестерни 2 и зубчатого колеса 3, у которых угловые скорости одинаковы, соответственно: $T_2=\frac{J_2\omega_2^2}{2}$, $T_3=\frac{J_3\omega_2^2}{2}$, где ω_2 – угловая скорость шестерни 2; J_2, J_3 – моменты инерции шестерни 2 и зубчатого колеса 3 относительно оси, проходящей через общий центр масс, $J_2=\frac{m_2 r_2^2}{2}$, $J_3=\frac{m_3 r_3^2}{2}$. Скорость груза 5 равна скорости зубчатой линейки $V_5=V_4$. Кинетическая энергия зубчатой линейки 4 и груза 5: $T_4=\frac{m_4 V_4^2}{2}$, $T_5=\frac{m_5 V_4^2}{2}$.

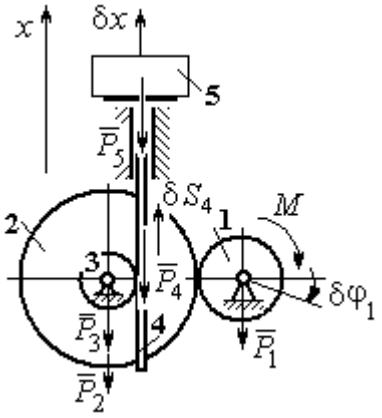


Рис. 6.32. Возможные перемещения звеньев механизма

Выразим угловые скорости колёс через скорость груза (зубчатой линейки).

Имеем: $\omega_2 = \omega_3 = \dfrac{V_4}{r_3}$ (см. рис. 6.32). Кроме того, из равенства $\omega_2 r_2 = \omega_1 r_1$ следует $\omega_1 = \dfrac{\omega_2 r_2}{r_1} = \dfrac{V_4 r_2}{r_1 r_3}$.

Подставляя полученные соотношения в выражения кинетических энергий тел и с учётом данных задачи, получим кинетическую энергию системы:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 =$$

$$= \frac{m_1 r_1^2}{4}\left(\frac{V_4 r_2}{r_1 r_3}\right)^2 + \frac{m_2 r_2^2}{4}\left(\frac{V_4}{r_3}\right)^2 + \frac{m_3 r_3^2}{4}\left(\frac{V_4}{r_3}\right)^2 + \frac{m_4 V_4^2}{2} + \frac{m_5 V_4^2}{2} =$$

$$= \left[\frac{m_1 + m_2}{2}\left(\frac{r_2}{r_3}\right)^2 + \frac{m_3}{2} + m_4 + m_5\right]\frac{V_4^2}{2} = 28{,}05\, V_4^2 = 28{,}05\, \dot{x}^2 .$$

Вычислим обобщённую силу.

Дадим возможное перемещение δx грузу 5. При этом линейка 4 переместится на расстояние δs_4, а зубчатое колесо 1 повернётся на угол $\delta\varphi_1$. Найдём сумму работ всех сил, приложенных к системе, на этом возможном перемещении. Получим: $\delta A = -P_5 \delta x - P_4 \delta s_4 + M \delta\varphi_1$. Работа сил тяжести зубчатых колёс $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$ и $\vec{P}_3$ равна нулю, так как точки приложения этих сил неподвижны.

Из ранее полученных скоростных соотношений следуют равенства перемещений: $\delta s_4 = \delta x$, $\delta\varphi_1 = \dfrac{r_2}{r_1 r_3}\delta x$. В результате сумма работ сил на возможном перемещении системы выражается в виде $\delta A = \left(-m_5 g - m_4 g + M\dfrac{r_2}{r_1 r_3}\right)\delta x$. Отсюда обобщённая сила Q_x, соответствующая координате x: $Q_x = -(m_5 + m_4)g + M\dfrac{r_2}{r_1 r_3} = -500{,}31 + 40M$.

Составим уравнение Лагранжа.

С учётом, что $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) = 56{,}1\,\ddot{x}$ и $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$, дифференциальное уравнение движения имеет вид: $56{,}1\,\ddot{x} = -500{,}31+40M$ или $\ddot{x} = -8{,}92+0{,}71M$.

Интегрируя это уравнение с нулевыми начальными условиями, получим закон изменения скорости груза 5: $V_5 = \dot{x} = (-8{,}92+0{,}71M)t$.

По условию задачи при $t = 2$ с $V_5 = 1$ м/с. Подставляя эти данные в уравнение, получим: $M = 13{,}27$ Н·м.

Задача 72. Механическая система состоит из ступенчатого блока 2, катка 3, соединённых невесомым брусом 1, и невесомой пружины жесткостью c. Радиусы ступеней блока r и $R = 1{,}5r$, радиус катка 3 равен r. Брус, лежащий на катке 3 и блоке 2, во время движения остаётся параллельным линии качения катка 3 (рис. 6.33). В центре катка 3 приложена сила $\vec{F}$, направленная вверх параллельно наклонной плоскости, а к блоку 2 – пара сил с моментом M. Качение катка по неподвижной поверхности без скольжения. Проскальзывание между брусом 1 и дисками отсутствует. Передача движения пружины блоку 2 производится посредством невесомого жесткого вертикального стержня, прижатого к малой ступеньке блока без скольжения. Радиус инерции блока 2 относительно оси вращения $i_z = r\sqrt{2}$. Веса тел: $P_3 = P$, $P_2 = 2P$, приложенная сила $F = 2P$, момент $M = Pr$, жесткость пружины $c = P/r$.

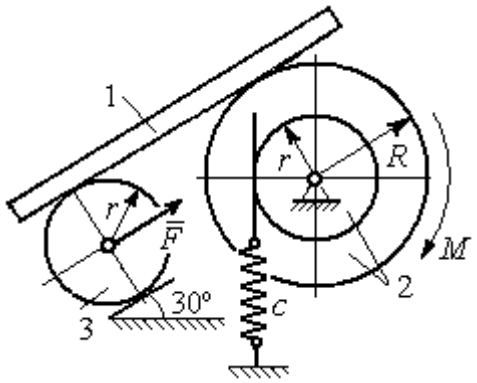


Рис. 6.33. Механическая система с одной степенью свободы

Определить закон угловых колебаний блока 2 при $P = 10$ Н, $r = 0{,}2$ м, если в начальный момент пружина находилась в нерастянутом состоянии, а блоку 2 придали угловую скорость $\omega_0 = 0{,}5$ рад/с в сторону вращения, создаваемого заданным моментом.

Решение

Рассматриваемая механическая система (рис. 6.34) имеет одну степень свободы. В качестве обобщённой координаты q выберем перемещение x верхнего края пружины, отсчитываемого от уровня недеформируемой пружины (см. рис. 6.34). Обобщённая скорость $\dot{q} = \dot{x}$.

Уравнение Лагранжа II рода, описывающее движение системы, имеет вид $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial T}{\partial x} = Q_x$, где T – кинетическая энергия системы; Q_x – обобщенная сила, соответствующая обобщенной координате x.

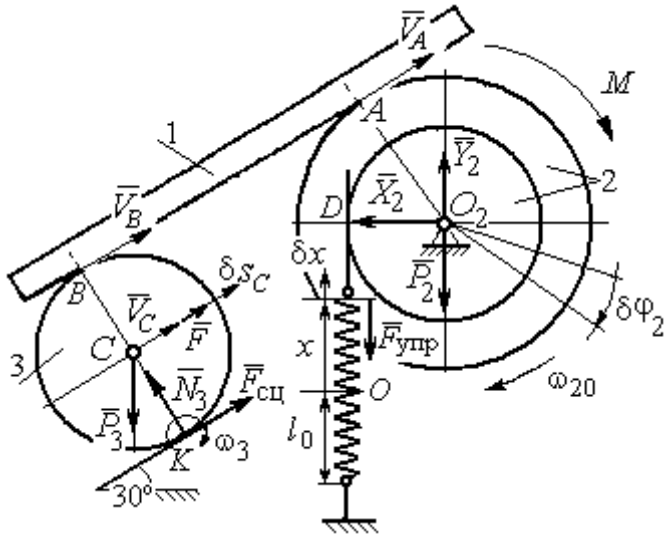


Рис. 6.34 Расчётная схема колебаний механической системы с одной степенью свободы

Вычислим кинетическую энергию системы. Энергия вращательного движения блока 2: $T_2 = \frac{1}{2} J_{2z} \omega_2^2$, где ω_2 – угловая скорость блока; J_{2z} – момент инерции блока 2 относительно оси z, $J_{2z} = m_2 i_z^2$. Каток 3 совершает плоскопараллельное движение. Его кинетическая энергия $T_3 = \frac{1}{2} m_3 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_3^2$, где V_C, ω_3 – скорость центра масс катка 3 и его угловая скорость; J_{zC} – момент инерции катка относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, $J_{zC} = \frac{1}{2} m_3 r^2$; r – радиус катка.

Выразим угловые скорости ω_2, ω_3, а также скорость V_C через обобщённую скорость $\dot{x}$.

Заметим, что скорость точки D блока 2 равна скорости движения верхнего края пружины: $V_D = \dot{x}$ (см. рис. 6.34). Угловая скорость блока 2: $\omega_2 = \dfrac{V_D}{r} = \dfrac{\dot{x}}{r}$. Скорость точки A блока 2: $V_A = \omega_2 R = \dfrac{\dot{x}R}{r}$.

Так как брус совершает поступательное движение, то скорости точек A и B равны: $V_B = V_A$. Угловая скорость катка 3 (точка K касания катка 3 с неподвижной поверхностью является его мгновенным центром скоростей): $\omega_3 = \dfrac{V_B}{2r} = \dfrac{V_A}{2r} = \dfrac{\dot{x}R}{2r^2}$. Скорость центра катка 3: $V_C = \dfrac{V_B}{2} = \dfrac{\dot{x}R}{2r}$.

Подставляя найденные кинематические соотношения с учётом исходных данных задачи, получим кинетическую энергию тел системы:

$$T_2 = \frac{1}{2} J_{2z} \omega_2^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2P}{g} \left(r\sqrt{2}\right)^2 \left(\frac{\dot{x}}{r}\right)^2 = \frac{2P}{g} \dot{x}^2;$$

$$T_3 = \frac{1}{2} m_3 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_3^2 = \frac{1}{2} \frac{P}{g} \left(\frac{\dot{x}R}{2r}\right)^2 + \frac{1}{2} \frac{Pr^2}{2g} \left(\frac{\dot{x}R}{2r^2}\right)^2 = \frac{3P}{4g} \left(\frac{R}{2r}\right)^2 \dot{x}^2.$$

Полная кинетическая энергия системы:

$$T = T_2 + T_3 = \frac{P}{g} \left(2 + \frac{3}{4} \left(\frac{R}{2r}\right)^2\right) \dot{x}^2.$$

Найдём обобщённую силу. Произвольное положение системы определяется обобщённой координатой x, показывающей растяжение пружины. Дадим пружине в произвольном положении возможное (бесконечно малое) перемещение δx в положительном направлении оси x (см. рис. 6.34). При этом блок 2 повернётся на угол $\delta\varphi_2 = \dfrac{\delta x}{r}$, центр масс катка 3 сдвинется на расстояние $\delta s_C = \dfrac{R}{2r} \delta x$. На заданном перемещении системы работу совершают сила тяжести катка 3, пара сил с моментом M, сила $\vec{F}$ и сила упругости пружины.

Элементарная работа вращающего момента M: $\delta A(M) = M\delta\varphi_2 = M\dfrac{\delta x}{r}$.

Работа силы тяжести катка 3: $\delta A(\vec{P}_3) = P_3\delta s_C\cos 120^\circ = -P_3\dfrac{R}{4r}\delta x$.

Работа силы F: $\delta A(\vec{F}) = F\delta s_C = F\dfrac{R}{2r}\delta x$.

Модуль силы упругости пружины, растянутой из недеформированного положения на расстояние x: $F_{\text{упр}} = cx$. Сила упругости направлена в сторону, противоположную растяжению (см. рис. 6.34). Её работа при перемещении δx вычисляется по формуле $\delta A(\vec{F}_{\text{упр}}) = F_{\text{упр}}\delta x\cos 180° = -cx\delta x$.

Сумма работ сил на рассматриваемом возможном перемещении системы с учётом данных задачи:

$$\delta A = M\frac{\delta x}{r} - P_3\frac{R}{4r}\delta x + F\frac{R}{2r}\delta x - cx\delta x = P\left(\frac{17}{8} - \frac{x}{r}\right)\delta x,$$

откуда обобщённая сила $Q_x = P\left(\dfrac{17}{8} - \dfrac{x}{r}\right)$.

Вычислим необходимые производные кинетической энергии: $\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) = \dfrac{2P}{g}\left(2 + \dfrac{3}{4}\left(\dfrac{R}{2r}\right)^2\right)\ddot{x}$, $\dfrac{\partial T}{\partial x} = 0$ и, подставляя их в общий вид уравнений Лагранжа, получим дифференциальное уравнение колебаний верхнего края пружины:

$$\frac{2P}{g}\left(2 + \frac{3}{4}\left(\frac{R}{2r}\right)^2\right)\ddot{x} = P\left(\frac{17}{8} - \frac{x}{r}\right), \text{ или } \ddot{x} + 10{,}2x = 4{,}34 \text{ (здесь } g = 9{,}81 \text{ м/с}^2\text{)}.$$

Решение дифференциального уравнения представляется в виде суммы: $x = x_{\text{одн}} + x_{\text{частн}}$. Общее решение однородного уравнения имеет вид $x_{\text{одн}} = C_1\sin kt + C_2\cos kt$, где C_1, C_2 – произвольные постоянные; k – круговая частота собственных колебаний пружины, $k = \sqrt{10{,}2}$ = 3,19 рад/с. Частное ре-

шение неоднородного уравнения ищется в виде константы $x_{\text{част}} = b$. Подставив его в уравнение колебаний, получим: $b = 0{,}42$. Таким образом, общее решение неоднородного уравнения имеет вид $x(t) = C_1 \sin 3{,}19t + C_2 \cos 3{,}19t + 0{,}42$.

Произвольные постоянные C_1, C_2 находятся из начальных условий. По условию задачи в начальный момент пружина была в нерастянутом состоянии. Тогда начальная координата пружины (её верхнего края) $x(0) = 0$. Подставляя значение начальной координаты в общее решение неоднородного уравнения при $t = 0$, получим $C_2 = -0{,}42$. Скорость верхнего края пружины в начальный момент времени $\dot{x}(0)$ равна начальной скорости $V_D(0)$ точки D блока 2. Поскольку в начальный момент времени блоку 2 сообщили угловую скорость $\omega_{20} = 0{,}5$ рад/с, то при $r = 0{,}2$ м $\dot{x}(0) = V_D(0) = \omega_{20} r = 0{,}1$ м/с.

Вычисляем скорость движения края пружины, взяв производную: $\dot{x}(t) = 3{,}19 C_1 \cos 3{,}19t - 3{,}19 C_2 \sin 3{,}19t$. Подставляя начальное значение скорости, получим $C_1 = 0{,}03$.

Окончательно уравнение движения верхнего края пружин: $x(t) = 0{,}03 \sin 3{,}19t - 0{,}42 \cos 3{,}19t + 0{,}42$ м. Уравнение колебательного движения блока 2: $\varphi_2 = \dfrac{x}{r} = 0{,}15 \sin 3{,}19t - 2{,}1 \cos 3{,}19t + 2{,}1$ рад.

Задача 73. Прямоугольная призма 3 весом $2P$ лежит на катке 1 радиуса r и веса P и опирается на невесомый блок 2 (рис. 6.35). Каток 1 катится по неподвижной горизонтальной поверхности без скольжения. По наклонной поверхности призмы скатывается без скольжения каток 4 весом P и радиуса r. Угол наклона поверхности призмы к горизонту составляет

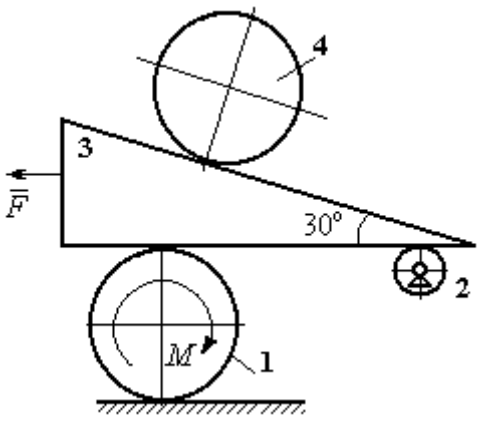


Рис. 6.35. Механическая система с двумя степенями свободы

30º. На каток 1 действует пара сил с постоянным моментом $M = 3Pr$, а на призму 3 – горизонтальная сила $\vec{F}$ с модулем $F = P$. Катки считать однородными дисками. Проскальзывание между катками 1, 4 и призмой отсутствует. В начальный момент система находилась в покое.

Определить закон движения призмы 3 и закон движения катка 4 относительно призмы.

Решение

Рассматриваемая механическая система – катки и призма имеет две степени свободы, так как перемещение катка 4 относительно призмы 3 не зависит от перемещения самой призмы и катка 1. За обобщенные координаты выберем перемещение x_4 центра масс катка 4 относительно края призмы и перемещение x_3 края призмы 3 относительно произвольной неподвижной вертикальной плоскости (рис. 6.36). Обобщенные скорости: $\dot{x}_4$, $\dot{x}_3$.

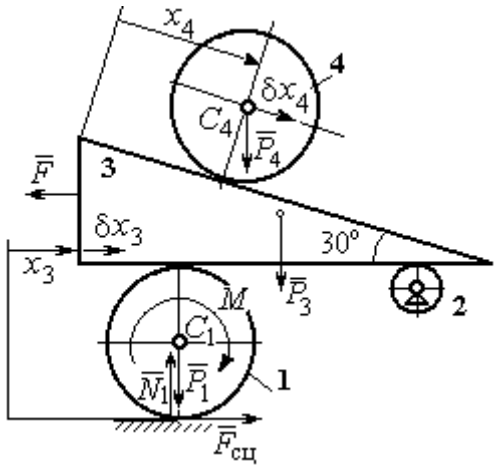


Рис. 6.36. Возможные перемещения механической системы

Уравнения Лагранжа II рода, описывающие движение системы в обобщённых координатах:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_4}\right) - \frac{\partial T}{\partial x_4} = Q_{x_4};$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3}\right) - \frac{\partial T}{\partial x_3} = Q_{x_3},$$

где T – кинетическая энергия системы; Q_{x_4}, Q_{x_3} – обобщенные силы, соответствующие указанным обобщенным координатам.

Вычислим кинетическую энергию тел в системе.

Каток 1 совершает плоскопараллельное движение. Кинетическая энергия катка $T_1 = \frac{1}{2} m_1 V_{C_1}^2 + \frac{1}{2} J_{C_1} \omega_1^2$, где V_{C_1} – скорость центра масс катка, $V_{C_1} = \frac{1}{2}\dot{x}_3$; J_{C_1} – момент инерции катка относительно оси, проходящей через центр масс

перпендикулярно плоскости движения, $J_{C_1} = \frac{m_1 r^2}{2}$; ω_1 – угловая скорость катка 1, $\omega_1 = \frac{\dot{x}_3}{2r}$.

Призма 3 совершает поступательное движение со скоростью $V_3 = \dot{x}_3$. Её кинетическая энергия $T_3 = \frac{m_3 V_3^2}{2} = \frac{m_3 \dot{x}_3^2}{2}$.

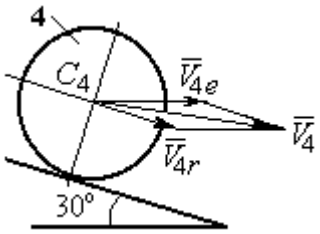


Рис. 6.37. Скорость центра масс катка 4

При расчёте кинетической энергии катка 4 по формуле $T_4 = \frac{1}{2} m_4 V_4^2 + \frac{1}{2} J_{C_4} \omega_4^2$ необходимо учитывать, что каток 4 совершает сложное движение. Здесь относительное движение катка – его качение по наклонной поверхности призмы, переносное – поступательное перемещение вместе с призмой.

Вектор абсолютной скорости центра масс катка 4 $\vec{V}_4$ представляется в виде суммы $\vec{V}_4 = \vec{V}_{4e} + \vec{V}_{4r}$ (рис. 6.37), где $\vec{V}_{4e}$ – вектор переносной скорости катка, равный по модулю скорости призмы: $V_{4e} = \dot{x}_3$; $\vec{V}_{4r}$ – вектор относительной скорости центра масс катка, равный по величине $V_{4r} = \dot{x}_4$. Модуль абсолютной скорости центра масс катка 4 (по теореме косинусов):

$$V_4^2 = V_{4e}^2 + V_{4r}^2 - 2V_{4e}V_{4r}\cos 150^\circ = \dot{x}_3^2 + \dot{x}_4^2 + 2\dot{x}_3\dot{x}_4\cos 30^\circ .$$

Поскольку переносное движение катка 4 поступательное, угловая скорость катка ω_4 равна его угловой скорости в относительном движении $\omega_4 = \frac{V_{4r}}{r} = \frac{\dot{x}_4}{r}$.

В результате выражение кинетической энергии системы, в обобщённых скоростях имеет вид:

$$T = \frac{1}{2} m_1 V_{C_1}^2 + \frac{1}{2} J_{C_1} \omega_1^2 + \frac{1}{2} m_3 V_3^2 + \frac{1}{2} m_4 V_4^2 + \frac{1}{2} J_{C_4} \omega_4^2 =$$

$$= \frac{P}{2g}\left(\frac{27}{8}\dot{x}_3^2 + \frac{3}{2}\dot{x}_4^2 + \dot{x}_3\dot{x}_4\sqrt{3}\right).$$

Дадим системе возможное перемещение по координате x_3, оставляя координату x_4 без изменения: $\delta x_3 > 0, \delta x_4 = 0$. При таком движении системы каток 4 не скатывается по призме, а движется поступательно вместе с ней. В этом случае работа сил тяжести катков 1, 4 и призмы равна нулю, так как нет вертикального перемещения точек приложения этих сил. Работу на этом перемещении будет производить только сила $\vec{F}$ и пара сил с моментом M, приложенная к катку 1. Суммарная элементарная работа

$$\delta A = -F\delta x_3 + M\delta\varphi_1 = \left(-F + \frac{M}{2r}\right)\delta x_3 .$$

Здесь учтено, что элементарный угол поворота катка 1 связан с перемещением призмы соотношением: $\delta\varphi_1 = \frac{\delta x_3}{2r}$. Отсюда обобщённая сила, соответствующая координате x_3: $Q_{x_3} = -F + \frac{M}{2r} = \frac{1}{2}P$.

Дадим системе другое независимое перемещение – по координате x_4, оставляя координату x_3 без изменения: $\delta x_4 > 0, \delta x_3 = 0$. При этом возможном перемещении вся система стоит, кроме катка 4, который скатывается по наклонной поверхности призмы. При таком движении системы работу совершает только сила тяжести катка 4. Выражая элементарную работу $\delta A = P_4\delta x_4\cos 60^\circ = \frac{1}{2}P\delta x_4$, найдём обобщённую силу, соответствующую координате x_4: $Q_{x_4} = \frac{1}{2}P$.

Составим уравнения Лагранжа. С этой целью вычислим необходимые производные кинетической энергии

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3}\right) = \frac{27P}{8g}\ddot{x}_3 + \frac{P\sqrt{3}}{2g}\ddot{x}_4;\ \ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_4}\right) = \frac{3P}{2g}\ddot{x}_4 + \frac{P\sqrt{3}}{2g}\ddot{x}_3;\ \ \frac{\partial T}{\partial x_3} = 0,\ \frac{\partial T}{\partial x_4} = 0.$$

Подставляя результаты расчётов в общий вид уравнений Лагранжа, получим систему дифференциальных уравнений:

$$\frac{27P}{8g}\ddot{x}_3 + \frac{P\sqrt{3}}{2g}\ddot{x}_4 = \frac{1}{2}P, \quad \frac{3P}{2g}\ddot{x}_4 + \frac{P\sqrt{3}}{2g}\ddot{x}_3 = \frac{1}{2}P$$

или

$$6{,}75\ddot{x}_3 + 1{,}73\ddot{x}_4 = g; \quad 3\ddot{x}_4 + 1{,}73\ddot{x}_3 = g.$$

Решаем данную систему как алгебраическую относительно ускорений $\ddot{x}_3$, $\ddot{x}_4$. Получим: $\ddot{x}_3 = 0{,}07g$, $\ddot{x}_4 = 0{,}29g$.

Интегрируя дважды эти уравнения с нулевыми начальными условиями, получим закон движения призмы ($x_3 = 0{,}035gt^2$) и центра масс катка 4 относительно призмы ($x_4 = 0{,}145gt^2$). Движение призмы и катка 4 относительно призмы происходит в положительном направлении осей.

Задача 74. Механическая система состоит из трёх тел – груза 1, катка 2 и блока 3 (рис. 6.38). Невесомый стержень, соединяющий каток 2 с блоком 3, параллелен горизонтальной плоскости качения катка 2. К центру катка 2 прикреплена горизонтальная пружина, другой конец которой соединён с грузом 1. Коэффициент жесткости пружины *c*. Груз 1 весом P_1 движется без трения по горизонтальной поверхности. Каток 2 весом P_2 катится по горизонтальной поверхности без скольжения. Радиус катка 2 равен *r*. Блок 3 считать однородным диском весом P_3 радиуса *R*. К блоку 3 приложена пара сил с моментом *M*. Движение катка 2 блоку 3 передаётся горизонтальным невесомым стержнем. Скольжение между стержнем и дисками отсутствует. В начальный момент система находилась в покое. При этом груз 1 находился в положении, при котором

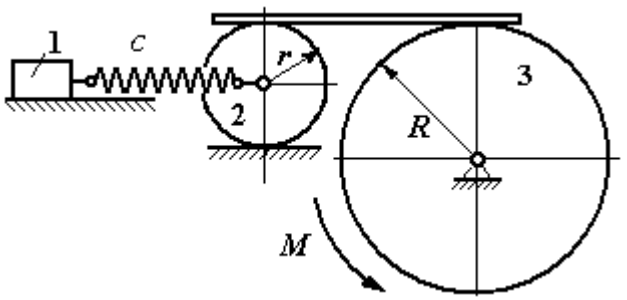


Рис. 6.38. Колебания механической системы с двумя степенями свободы

пружина была растянута относительно своего недеформированного состояния на величину Δl_0.

Найти закон абсолютного движения груза 1, если известно P_1 = 10 Н, P_2 = 20 Н, P_3 = 30 Н, M = 5 Н·м, R = 24 см, c = 207 Н/м, Δl_0 = 5 см.

Решение

Рассматриваемая механическая система имеет две степени свободы. В качестве обобщенных координат выберем удлинение пружины x_1 относительно недеформированного состояния и угол φ_3 поворота блока 3 (рис. 6.39). При этом x_1 является относительной координатой движения груза, а φ_3 – абсолютной координатой вращения блока 3.

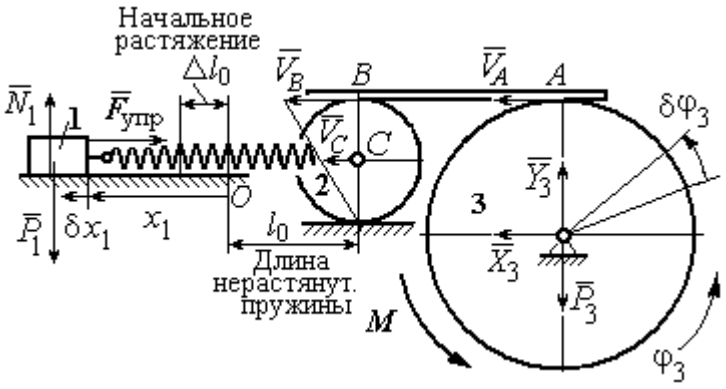


Рис. 6.39. Расчётная схема колебаний механической системы

Рассмотрим сложное движение груза 1. Относительное движение груза – это его движение на пружине в предположении, что точка крепления пружины неподвижна. Относительная скорость $V_{1r} = \dot{x}_1$. Переносное движение – это перемещение груза вместе с фиксированной длиной пружины (иначе, заменяя пружину жестким стержнем). Переносная скорость груза 1 $V_{1e} = V_C$, где V_C – скорость центра масс катка 2.

На рис. 6.39 показано распределение скоростей точек катка 2, откуда следует: $V_C = \frac{1}{2} V_B$. Имеем: $V_B = V_A = \omega_3 R = \dot{\varphi}_3 R$ и $V_C = \frac{1}{2}\dot{\varphi}_3 R$.

Для того чтобы найти модуль абсолютной скорости груза 1, спроектируем векторное равенство теоремы сложения скоростей $\vec{V}_1 = \vec{V}_{1r} + \vec{V}_{1e}$ на горизон-

тальную ось. Полагая, что движение системы происходит в положительном направлении отсчета обобщённых координат, получим: $V_1 = \dot{x}_1 + \frac{1}{2}\dot{\varphi}_3 R$.

Уравнения Лагранжа II рода, описывающие движение системы:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1}\right) - \frac{\partial T}{\partial x_1} = Q_x, \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_3}\right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_3} = Q_\varphi,$$

где T – кинетическая энергия системы; Q_x, Q_φ – обобщенные силы, соответствующие обобщенным координатам x_1 и φ_3.

Вычислим кинетическую энергию системы и выразим её через обобщённые скорости.

Кинетическая энергия поступательного движения груза 1 определяется выражением $T_1 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2$, где V_1 следует рассматривать как абсолютную скорость груза. Тогда $T_1 = \frac{1}{2} m_1 \left(\dot{x}_1 + \frac{1}{2}\dot{\varphi}_3 R\right)^2$. Каток 2 совершает плоскопараллельное движение. Кинетическая энергия катка $T_2 = \frac{3}{4} m_2 V_C^2$, причём $V_C = \frac{1}{2}\dot{\varphi}_3 R$. Тогда $T_2 = \frac{3}{16} m_2 \dot{\varphi}_3^2 R^2$. Кинетическая энергия вращающегося блока 3: $T_3 = \frac{1}{2} J_{3z} \omega_3^2$, где J_{3z} – осевой момент инерции блока 3, $J_{3z} = \frac{m_3 R^2}{2}$. Окончательно $T_3 = \frac{1}{4} m_3 \dot{\varphi}_3^2 R^2$.

Кинетическая энергия системы имеет вид:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1 + \frac{1}{2}\dot{\varphi}_3 R)^2 + \frac{3}{16} m_2 \dot{\varphi}_3^2 R^2 + \frac{m_3 R^2}{4} \dot{\varphi}_3^2 =$$

$$= \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1 \dot{\varphi}_3 R + \left(\frac{1}{8} m_1 + \frac{3}{16} m_2 + \frac{1}{4} m_3\right) \dot{\varphi}_3^2 R^2.$$

Дадим системе возможное перемещение, при котором изменяется координата груза x_1 ($\delta x_1 > 0$), а другая координата – угол поворота блока 3 φ_3 остаётся постоянной ($\delta\varphi_3 = 0$). В этом случае груз 1 движется горизонтально, блок 3 и каток 2 – неподвижны. При таком движении работу будет производить только упругая сила пружины.

Модуль силы упругости пружины пропорционален её растяжению и в произвольном положении груза равен: $F_{\text{упр}} = c\Delta\ell = cx_1$. Направление силы упругости противоположно растяжению (см. рис. 6.39).

Сумма элементарных работ сил на заданном перемещении системы δx_1: $\delta A = -F_{\text{упр}}\delta x_1 = -cx_1\delta x_1$. Отсюда обобщенная сила Q_x, соответствующая координате x_1: $Q_x = -cx_1 = -207x_1$ Н.

Дадим системе другое возможное перемещение, при котором пружина не растягивается: $\delta x_1 = 0$, а блок 3 повернулся на угол $\delta\varphi_3$: $\delta\varphi_3 > 0$. В этом случае пружина рассматривается как жёсткий стержень, связывающий груз 1 с центром масс катка 2. В результате при повороте блока 3 груз 1 и точка *C* движутся одинаково в горизонтальном направлении. На этом перемещении системы работу совершает только пара сил с моментом *M*, приложенная к блоку 3. Имеем $\delta A = M\delta\varphi_3$, и, следовательно, обобщённая сила $Q_\varphi = M = 5$ Н·м.

Составим уравнения Лагранжа, для чего вычислим производные от кинетической энергии по обобщенным скоростям и координатам:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} = m_1\dot{x}_1 + \frac{1}{2}m_1R\dot{\varphi}_3;\ \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_3} = \frac{1}{2}m_1R\dot{x}_1 + \left(\frac{1}{4}m_1 + \frac{3}{8}m_2 + \frac{1}{2}m_3\right)\dot{\varphi}_3R^2;$$

$$\frac{\partial T}{\partial x_1} = 0,\ \frac{\partial T}{\partial \varphi_3} = 0.$$

Полные производные по времени:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1}\right) = m_1\ddot{x}_1 + \frac{1}{2}m_1R\ddot{\varphi}_3;\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_3}\right) = \frac{1}{2}m_1R\ddot{x}_1 + \left(\frac{1}{4}m_1 + \frac{3}{8}m_2 + \frac{1}{2}m_3\right)\ddot{\varphi}_3R^2.$$

Приравнивая полные производные обобщённым силам, получим уравнения Лагранжа окончательно в виде системы алгебраических уравнений относительно ускорений $\ddot{x}_1$ и $\ddot{\varphi}_3$:

$$1{,}02\ddot{x}_1 + 0{,}12\ddot{\varphi}_3 = -207x_1;\ \ 0{,}12\ddot{x}_1 + 0{,}15\ddot{\varphi}_3 = 5.$$

Разрешая систему относительно ускорения $\ddot{x}_1$, получим уравнение относительных колебаний груза:

$$\ddot{x}_1 + 225x_1 = -4{,}35\,.$$

Решение линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами представляется в виде суммы общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного: $x_1 = x_{\text{одн}} + x_{\text{частн}}$.

Общее решение однородного уравнения $x_{\text{одн}} = C_1\sin kt + C_2\cos kt$, где C_1, C_2 – произвольные постоянные; k – круговая частота собственных колебаний груза 1, $k = \sqrt{225} = 15$ рад/с. Частное решение неоднородного уравнения ищется в виде константы $x_{\text{част}} = b$. Подставив его в уравнение колебаний, получим: $b = -0{,}02$.

Таким образом, общее решение неоднородного уравнения

$$x_1(t) = C_1\sin 15t + C_2\cos 15t - 0{,}02\,.$$

Начальная координата x_{01} груза 1 определяется из условия, что в начальный момент времени при $t = 0$ груз находился в положении, при котором пружина была растянута относительно своего недеформированного состояния на расстояние $\Delta l_0 = 0{,}05$ м. Следовательно, $x_{01} = 0{,}05$. Подставляя значение начальной координаты в общее решение неоднородного уравнения при $t = 0$, получим: $C_2 = 0{,}07$.

Относительная скорость груза 1 в любой момент времени: $\dot{x}_1(t) = C_1 15\cos 15t - C_2 15\sin 15t$. По условию задачи начальная скорость груза 1

$\dot{x}_1(0) = 0$. После подстановки начального условия в выражение для скорости груза 1 получим: $C_1 = 0$.

Окончательно уравнение относительного движения груза 1:

$$x_1(t) = 0{,}07\cos 15t - 0{,}02 \text{ м}.$$

Найдём уравнение вращательного движения блока 3. Для этого в дифференциальное уравнение $0{,}12\ddot{x}_1 + 0{,}15\ddot{\varphi}_3 = 5$ подставим значение второй производной решения относительных колебаний груза 1. Получим: $\ddot{\varphi}_3 = 33{,}33 + 12{,}6\cos 15t$. Полагая $\ddot{\varphi}_3 = \dfrac{d\omega_3}{dt}$, получим дифференциальное уравнение первого порядка: $\dfrac{d\omega_3}{dt} = 33{,}33 + 12{,}6\cos 15t$, откуда найдём угловую скорость блока 3: $\omega_3 = 33{,}33t + 0{,}84\sin 15t + C_3$.

Аналогично, положив $\omega_3 = \dfrac{d\varphi_3}{dt}$, найдём закон вращательного движения блока 3: $\varphi_3 = 16{,}665t^2 - 0{,}056\cos 15t + C_3 t + C_4$.

Начальные условия движения блока: при $t = 0$, $\varphi_3(0) = 0$, $\omega_3(0) = 0$. Подставляя начальные условия в уравнения движения, получим: $C_4 = 0{,}056$, $C_3 = 0$.

Окончательно уравнение вращательного движения блока 3:

$$\varphi_3 = 16{,}665t^2 - 0{,}056\cos 15t + 0{,}056.$$

Абсолютное движение s_1 груза 1 представляется суммой относительного и переносного движений:

$$s_1 = x_1 + S_C = x_1 + \frac{1}{2}R\varphi_3 = 2t^2 - 0{,}06\cos 15t - 0{,}01.$$

Упражнения

Упражнение 6.6. Каток весом $P_1 = 2P$, радиуса r, движущийся без проскальзывания по вертикальной стене, удерживается вертикальной пружиной жесткостью $C = 4P / r$, прикреплённой одним концом к центру катка, другим – к неподвижной поверхности (рис. 6.40). К нити, намотанной на барабан катка, подвешен груз 2 весом $P_2 = P$. На груз действует сила $F = P$, к катку приложена пара сил с моментом $M = Pr$.

Найти закон движения груза 2 и максимальное растяжение пружины, если движение системы началось из состояния покоя при недеформированной пружине.

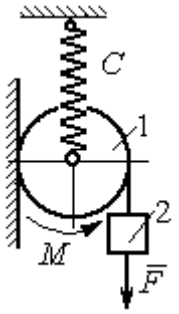


Рис. 6.40. Схема движения катка

Упражнение 6.7. Грузы 1 и 2 весом $P_1 = 20$ Н и $P_2 = 30$ Н привязаны к нерастяжимой нити. Нить переброшена через неподвижные блоки B и D и охватывает снизу подвижный блок 3 весом $P_3 = 40$ Н (рис. 6.41).

Определить ускорения грузов 1 и 2 и центра масс блока 3. Весом нити и неподвижных блоков B и D пренебречь.

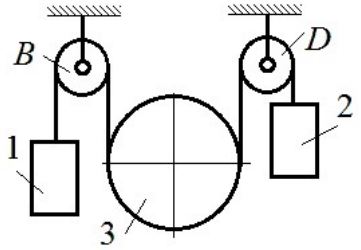


Рис. 6.41. Механическая система с двумя степенями свободы

Упражнение 6.8. Каток 1, радиуса r весом P катится по горизонтальной поверхности. К катку приложена пара сил с моментом $M = 2Pr$. Каток передаёт движение невесомой тележке (см. рис. 6.42). В кузове тележки находится каток 2 такого же радиуса r и веса P, который движется по горизонтальной поверхности кузова под действием силы $F = P$, приложенной в центре катка. Найти закон движения центра катка 2 относительно тележки, если движение системы началось из состояния покоя.

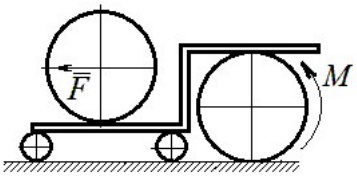


Рис. 6 42. Движение катка в кузове тележки

7. ОТВЕТЫ И КРАТКИЕ ПОЯСНЕНИЯ

7.1. Ответы к упражнениям главы 1

1.1

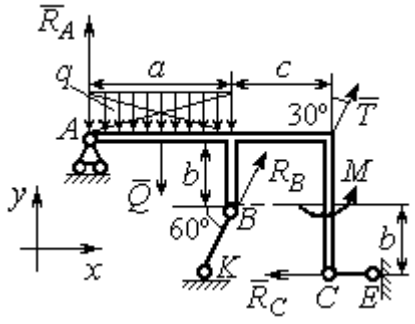


Рис. 7.1. Расчётная схема к упражнению 1.1

$$T = 15 \text{ кН}, \quad Q = 15 \text{ кН}.$$

$$R_B\cos 60^\circ + T\cos 60^\circ - R_C = 0;$$

$$R_A - Q + R_B\cos 30^\circ + T\cos 30^\circ = 0;$$

$$-Q\cdot\frac{a}{2} + R_B\cos 30^\circ\cdot a + R_B\cos 60^\circ\cdot b + T\cos 30^\circ\cdot(a+c) +$$

$$+ M - R_C\cdot 2b = 0.$$

$$R_B = -3{,}8 \text{ кН}, \quad R_C = 5{,}6 \text{ кН}, \quad R_A = 5{,}3 \text{ кН}.$$

1.2

$Q = 9$ кН. $T = 2$ кН.

$$X_A + T\cos 30^\circ + Q\cos 30^\circ = 0;$$

$$Y_A - Q\cos 60^\circ + R_B - T\cos 60^\circ - F = 0;$$

$$-Q\cdot\frac{c}{2} + R_B(b + c\cos 60^\circ) - Fc\cos 60^\circ + M -$$

$$-T\cos 60^\circ(b + c\cos 60^\circ) - T\cos 30^\circ(a + c\sin 60^\circ) = 0.$$

$R_B = 10{,}02$ кН, $X_A = -9{,}53$ кН, $Y_A = -0{,}52$ кН.

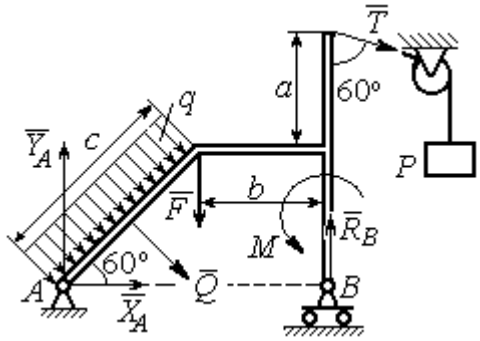


Рис. 7.2. Расчётная схема к упражнению 1.2

1.3

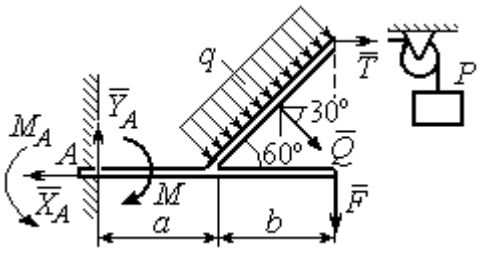


Рис. 7.3. Расчётная схема к упражнению 1.3

$Q = 8$ кН. $T = 3$ кН.

$$-X_A + T + Q\cos 30^\circ = 0;$$

$$Y_A - Q\cos 60° - F = 0;$$

$$-T2b\cos 30° - F(a+b) + M_A - M -$$

$$-Q\cos 60°\left(a + \frac{b}{2}\right) - Q\cos 30^\circ\left(b\cos 30^\circ\right) = 0.$$

$M_A = 18{,}61$ кН·м, $X_A = 9{,}93$ кН, $Y_A = 6$ кН.

1.4

$Q = 6{,}93$ кН, $T = 2$ кН.

$$-X_B - T + Q\cos 30^\circ + F\cos 60^\circ = 0;$$

$$R_A - Q\cos 60^\circ + Y_B - F\cos 30^\circ = 0;$$

$$-\frac{Qa}{2\cos 30^\circ} + Y_B\left(b + \frac{a}{2\cos 30^\circ}\right) + Ta - Fa\cos 60^\circ -$$

$$-F\cos 30^\circ\left(b + \frac{a}{2\cos 30^\circ}\right) + M = 0.$$

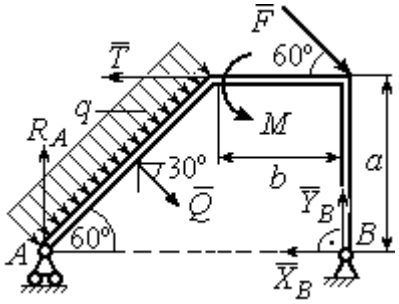


Рис.7.4. Расчётная схема к упражнению 1.4

$R_A = 0{,}72$ кН, $X_B = -5{,}5$ кН, $Y_B = 5{,}34$ кН.

1.5

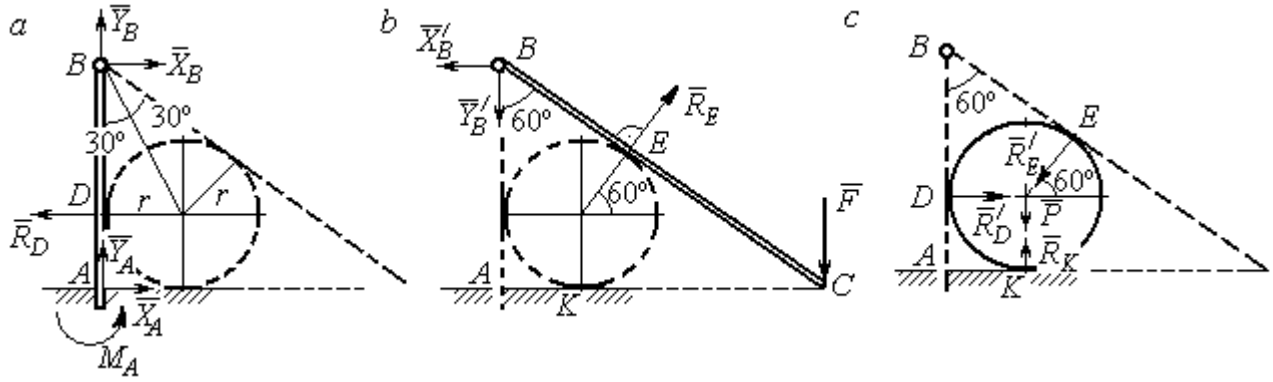


Рис. 7.5. Расчётные схемы к упражнению 1.5:
a – равновесие балки *AB*; *b* – равновесие балки *BC*; *c* – равновесие шара

$X_B = X'_B$, $Y_B = Y'_B$, $R_D = R'_D$, $R_E = R'_E$.

Балка *AB*. $AB = r + BD = r + r\operatorname{ctg}30^\circ = 2{,}73$ м.

$$X_A - R_D + X_B = 0, \quad Y_A + Y_B = 0, \quad M_A + R_D \cdot r - X_B \cdot AB = 0.$$

Балка *BC*. $BE = BD = 1{,}73$ м. $AC = BC\cos 30^\circ = 2AB\cos 30^\circ = 4{,}73$ м.

$$R_E\cos 60^\circ - X'_B = 0, \quad RE\sin 60\circ - Y'B - F = 0, \quad R_E \cdot BE - F \cdot AC = 0.$$

Шар.

$$R'_D - R'_E\cos 60^\circ = 0, \quad R_K - P - R'_E\cos 30^\circ = 0.$$

$R_E = 21{,}87$ кН, $Y_B = 10{,}94$ кН, $X_B = 10{,}94$ кН, $R_D = 10{,}94$ кН;

$R_K = 20{,}94$ кН, $X_A = 0$, $Y_A = -10{,}94$ кН, $M_A = 18{,}93$ кН·м.

1.6

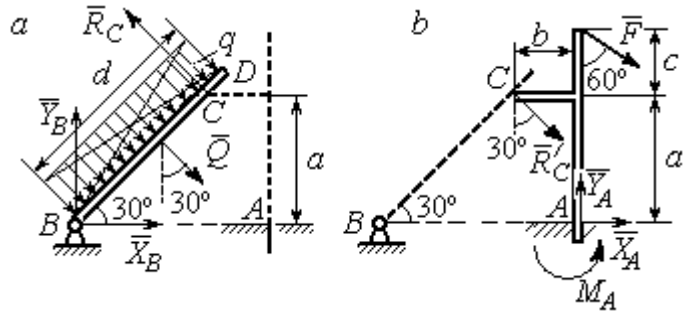


Рис. 7.6. Расчётные схемы к упражнению № 1.6:
a – равновесие балки *BD*; *b* – равновесие балки *AC*

Балка *BD*. $Q = 15$ кН.

$$X_B + Q\cos 60^\circ - R_C\cos 30^\circ = 0;$$

$$Y_B - Q\cos 30^\circ + R_C\cos 60^\circ = 0;$$

$$-Q\frac{d}{2} + R_C\, 2a = 0.$$

Балка *AC*. $R_C = R'_C$.

$$X_A + R'_C\cos 60^\circ + F\cos 30^\circ = 0,\ Y_A - R'_C\cos 30^\circ - F\cos 60^\circ = 0;$$

$$M_A - R'_C\cos 60^\circ \cdot a + R'_C\cos 30^\circ \cdot b - F\cos 30^\circ (a + c) = 0.$$

$$X_B = 0{,}61 \text{ кН},\ \ Y_B = 8{,}3 \text{ кН},\ R_C = 9{,}37 \text{ кН};$$

$$X_A = -8{,}15 \text{ кН},\ \ Y_A = 10{,}11 \text{ кН},\ \ M_A = 11{,}65 \text{ кН·м}.$$

1.7

Балка *AB*. $Q_1 = 6$ кН.

$T = P = 3$ кН.

$$X_A + R_B - T\cos 60^\circ + F = 0;$$

$$Y_A - Q_1 - T\cos 30^\circ = 0;$$

$$M_A - R_B(b + c)\cos 30^\circ + Q_1\frac{a}{2} +$$

$$+ T\cos 30^\circ a + T\cos 60^\circ c\cos 30^\circ -$$

$$- F\left[c + (b + c)\cos 30^\circ\right] = 0.$$

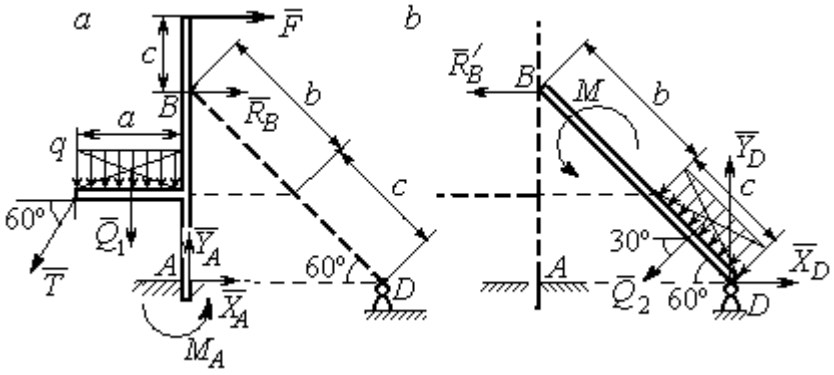


Рис. 7.7. Расчётные схемы к упражнению 1.7:
a – равновесие балки *AB*; *b* – равновесие балки *BD*

Балка *DB*. $Q_2 = 3$ кН. $R'_B = R_B$.

$$X_D - R'_B - Q_2\cos 30^\circ = 0,\ \ Y_D - Q_2\cos 60^\circ = 0,\ M + R'_B(b + c)\cos 30^\circ + Q_2\frac{c}{2} = 0.$$

$$X_A = -1{,}49 \text{ кН},\ Y_A = 8{,}6 \text{ кН},\ M_A = 8{,}86 \text{ кН},\ R_B = -1{,}01 \text{ кН};$$

$$X_D = 1{,}59 \text{ кН},\ \ Y_D = 1{,}5 \text{ кН}.$$

1.8

Шар.

$$R_B\cos60^\circ - R_D\cos60^\circ = 0;$$

$$R_B\cos30^\circ + R_D\cos30^\circ - P = 0.$$

Балка AC. $R'_B = R_B$.

$$X_A - R'_B\cos60^\circ = 0;$$

$$Y_A - R'_B\cos30^\circ + F = 0;$$

$$M_A - R'_B AB + F \cdot AC\cos30^\circ = 0.$$

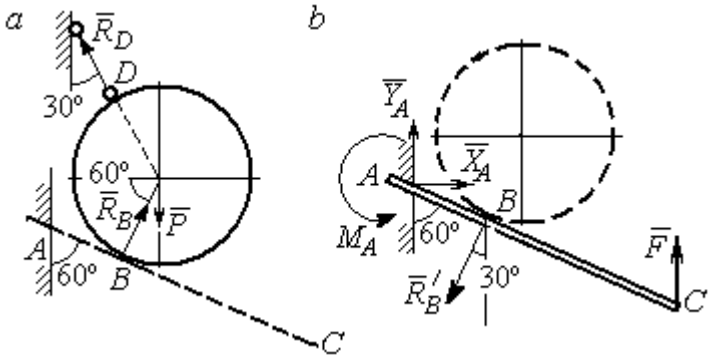


Рис. 7.8. Расчётные схемы к упражнению 1.8:
a – равновесие шара; *b* – равновесие балки *AC*

$X_A = 2{,}89$ кН, $Y_A = 0$ кН, $M_A = -11{,}55$ кН·м, $R_B = 5{,}77$ кН, $R_D = 5{,}77$ кН.

1.9

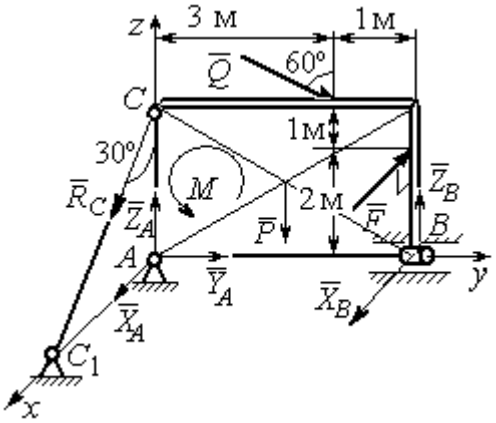


Рис. 7.9. Расчётная схема
к упражнению 1.9

$$X_A + R_C\cos60^\circ + X_B - F = 0;$$

$$Y_A + Q\cos30^\circ = 0;$$

$$Z_A - R_C\cos30^\circ - Q\cos60^\circ + Z_B - P = 0;$$

$$M - Q\cos60^\circ \cdot 3 - Q\cos30^\circ \cdot 3 + Z_B \cdot 4 - P \cdot 2 = 0;$$

$$R_C\cos60^\circ \cdot 3 - F \cdot 2 = 0,\ -X_B \cdot 4 + F \cdot 4 = 0.$$

$X_A = 5{,}34$ кН, $Y_A = 2{,}6$ кН;

$Z_A = 8{,}92$ кН, $R_C = 10{,}67$ кН;

$X_B = 8$ кН, $Z_B = 3{,}82$ кН.

1.10

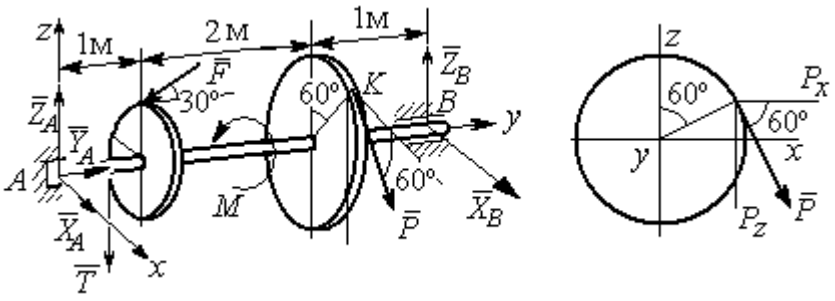


Рис. 7.10. Расчётные схемы к упражнению 1.10

$T = Q = 3$ кН.

$$X_A + P\cos 60^\circ + X_B = 0,\ \ Y_A - F\cos 30^\circ = 0;$$

$$Z_A - F\cos 60^\circ - P\cos 30^\circ - T + Z_B = 0.$$

$$-T\cdot 1 - F\cos 60^\circ \cdot 1 + F\cos 30^\circ \cdot r - P\cos 30^\circ \cdot 3 + Z_B \cdot 4 = 0;$$

$$-Tr + PR - M = 0,\ \ -P\cos 60^\circ \cdot 3 + X_B \cdot 4 = 0.$$

$X_A = 5{,}6$ кН, $Y_A = 3{,}46$ кН, $Z_A = 5{,}48$ кН, $P = 6{,}4$ кН, $X_B = 2{,}4$ кН, $Z_B = 5{,}06$ кН.

1.11

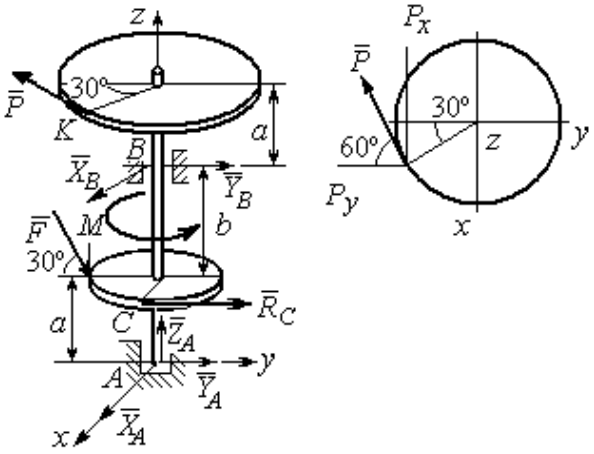


Рис. 7.11. Расчётные схемы к упражнению 1.11

$R_C = Q = 3$ кН.

$$X_A + X_B - P\cos 30^\circ = 0;$$

$$Y_A + Y_B - P\cos 60^\circ + R_C + F\cos 30^\circ = 0;$$

$$Z_A - F\cos 60^\circ = 0;$$

$$-Y_B(a+b) + P\cos 60^\circ(2a+b) - R_C a - -$$

$$F\cos 30^\circ \cdot a + F\cos 60^\circ \cdot r = 0;$$

$$X_B(a+b) - P\cos 30^\circ(2a+b) = 0;$$

$$-PR + R_C r + M = 0.$$

$X_A = -1{,}85$ кН, $Y_A = -5{,}64$ кН, $Z_A = 2$ кН, $P = 6{,}4$ кН, $X_B = 7{,}39$ кН, $Y_B = 2{,}38$кН.

1.12

$$T = Q = 3 \text{ кН}.$$

$$X_A + T + X_D = 0;\ Y_A - F + P\cos 60^\circ = 0,$$

$$Z_A + Z_D + P\cos 30^\circ = 0;$$

$$Fa\sin 30^\circ + Z_D(b+2a) + P(2b+2a)\cos 30^\circ = 0;$$

$$Ta\sin 30^\circ - Pa\cos 30^\circ + M = 0;$$

$$-Ta - X_D(b+2a) + Pa\cos 60^\circ + Fa\cos 30^\circ = 0.$$

$$X_A = 0{,}8 \text{ кН},\quad Y_A = 2{,}56 \text{ кН},\ \ Z_A = 1{,}3 \text{ кН};$$

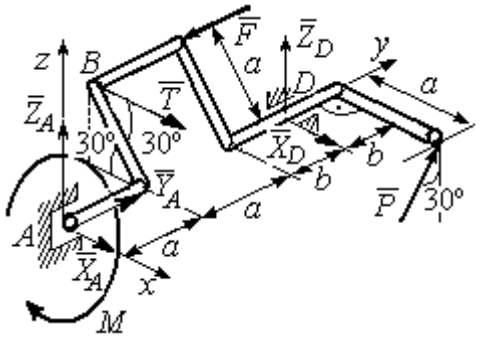


Рис. 7.12. Расчётная схема к упражнению 1.12

$$P = 2{,}89 \text{ кН},\ X_D = 0{,}76 \text{ кН},\ Z_D = -3{,}80 \text{ кН}.$$

1.13

Минимальный вес груза P:

$$T_{\min} + F_{\text{тр}\,A} - N_B = 0;$$

$$F_{\text{тр}\,B} + N_A - Q = 0;$$

$$F_{\text{тр}\,B} \cdot AB\sin 30° + N_B \cdot AB\cos 30° - Q \cdot AC\sin 30° = 0$$

Максимальный вес груза P:

$$T_{\max} - F_{\text{тр}\,A} - N_B = 0;$$

$$-F_{\text{тр}\,B} + N_A - Q = 0;$$

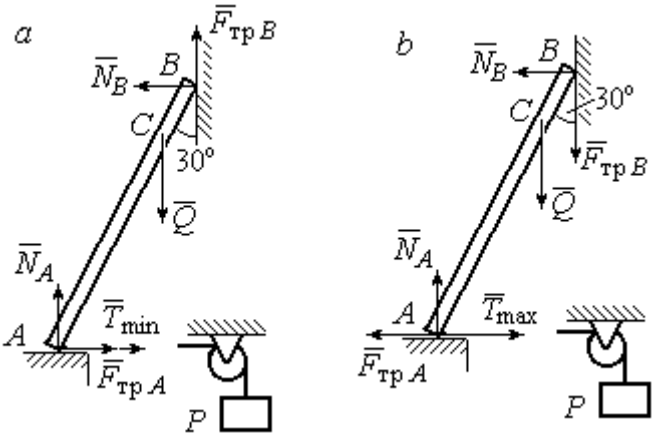


Рис. 7.13. Расчётные схемы к упражнению 1.13:
a – расчёт минимального веса груза;
b – расчёт максимального веса груза

$$-F_{\text{тр}\,B} \cdot AB\sin 30° + N_B \cdot AB\cos 30° - Q \cdot AC\sin 30° = 0;$$

$$F_{\text{тр}\,A} = f N_A,\ F_{\text{тр}\,B} = f N_B.$$

$$T_{\min} = 31.77 \text{ Н} < P < T_{\max} = 130{,}51 \text{ Н}.$$

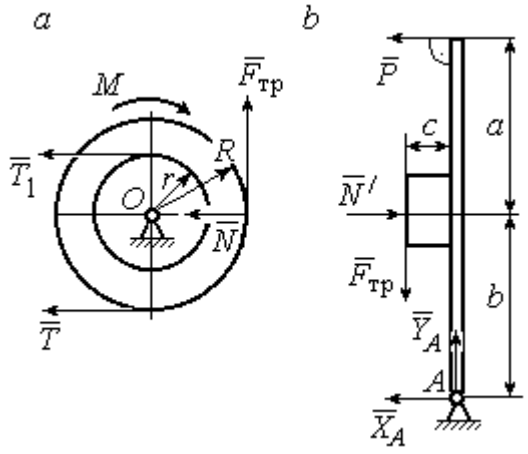


Рис. 7.14. Расчётные схемы
к упражнению 1.14:
a – равновесие шкива; *b* – равновесие рычага

1.14

Шкив. $T = T_1 = Q$.

$$T \cdot R - T_1 r + M - F_{\text{тр}} R = 0.$$

$$F_{\text{тр}} = 266{,}67 \text{ Н};$$

$$N = \frac{F_{\text{тр}}}{f} = 666{,}67 \text{ Н}.$$

Рычаг. $N = N'$. $F_{\text{тр}} = F'_{\text{тр}}$.

$$P(a+b) - N' \cdot b + F'_{\text{тр}} c = 0.$$

$$P = 320 \text{ Н}.$$

$$-X_A - P + N' = 0;$$

$$Y_A - F'_{\text{тр}} = 0.$$

$$X_A = 346{,}67 \text{ Н},\ Y_A = 266{,}67 \text{ Н}.$$

7.2. Ответы к упражнениям главы 2

2.1

$$\omega_{1z} = \dot{\varphi}_1 = 3 + \pi\cos\frac{\pi t}{2},\ \omega_1(1) = |\omega_{1z}(1)| = 3 \text{ рад/с}.$$

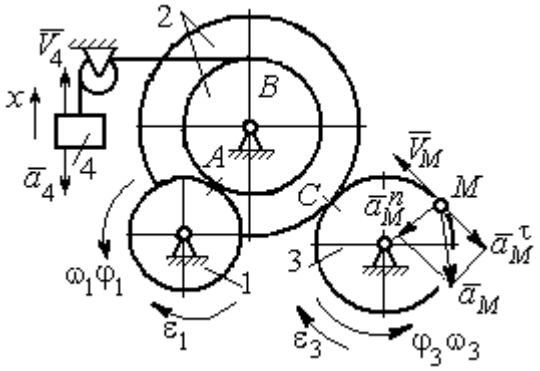


Рис. 7.15. Расчётная схема к упражнению 2.1

$$\omega_{3z} = \omega_{1z}\frac{R_1}{r_2}\frac{R_2}{R_3} = \left(3 + \pi\cos\frac{\pi t}{2}\right)\frac{4}{3};$$

$$\omega_3(1) = |\omega_{3z}(1)| = 4 \text{ рад/с}.$$

$$V_M(1) = \omega_3(1)R_3 = 40 \text{ см/с}.$$

$$\varepsilon_{3z} = \dot{\omega}_{3z} = -\frac{2\pi^2}{3}\sin\frac{\pi t}{2},\quad \varepsilon_{3z}(1) = -\frac{2\pi^2}{3};$$

$$\varepsilon_3(1) = |\varepsilon_{3z}(1)| = \frac{2\pi^2}{3} = 6{,}58 \text{ рад/с}^2.$$

$$\bar{a}_M = \bar{a}_M^n + \bar{a}_M^\tau,\ a_M^n(1) = \omega_3^2(1)R_3 = 160 \text{ см/с}^2,\ a_M^\tau(1) = \varepsilon_3(1)R_3 = 65{,}8 \text{ см/с}^2.$$

$$a_M(1) = 173 \text{ см/с}^2.$$

$$V_{4x} = V_A = \omega_{1z}R_1 = \left(3 + \pi\cos\frac{\pi t}{2}\right)8;\ V_4(1) = |V_{4x}(1)| = 24 \text{ см/с}.$$

$$\dot{V}_{4x} = -4\pi^2\sin\frac{\pi t}{2},\ \dot{V}_{4x}(1) = -4\pi^2;\ a_4(1) = |\dot{V}_{4x}(1)| = 39{,}48 \text{ см/с}^2.$$

2.2

$$V_{4x} = \dot{x}_4 = 1 - \frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi t}{3} - \frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi t}{3};$$

$$V_{4x}(3) = 2{,}05 \text{ м/с},\ V_4 = |V_{4x}(3)|$$

$$\omega_{3z} = \frac{V_{4x}}{r_3} = \frac{1}{r_3}\left(1 - \frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi t}{3} - \frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi t}{3}\right);$$

$$\omega_{3z}(3) = 6{,}83 \text{ рад/с};\ \omega_3 = |\omega_{3z}(3)|.$$

$$\varepsilon_{3z} = \dot{\omega}_{3z} = \frac{1}{r_3}\left(\frac{\pi^2}{9}\sin\frac{\pi t}{3} - \frac{\pi^2}{9}\cos\frac{\pi t}{3}\right).$$

$$\varepsilon_{3z}(3) = 3{,}65 \text{ рад/с}^2;\ \varepsilon_3 = |\varepsilon_{3z}(3)|.$$

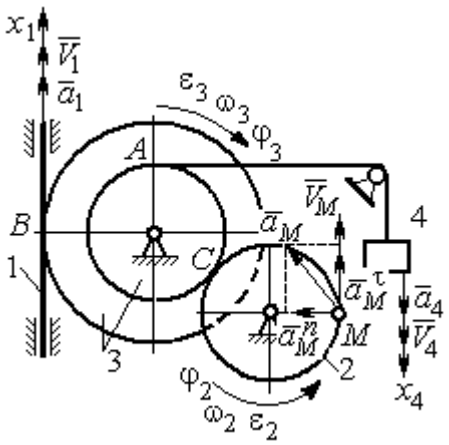


Рис. 7.16. Расчётная схема к упражнению 2.2

$$\frac{\omega_3}{\omega_2}=\frac{R_2}{r_3};\ \ \omega_2=\omega_3\frac{r_3}{R_2}=10{,}25\ \text{рад/с};\ V_M=\omega_2 R_2=2{,}05\ \text{м/с}.$$

$$\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2}=\frac{R_2}{r_3};\ \ \varepsilon_2=\varepsilon_3\frac{r_3}{R_2}=5{,}47\ \text{рад/с}^2.$$

$$a_M^n=\omega_2^2 R_2=20{,}4\ \text{м/с}^2;\ \ a_M^\tau=\varepsilon_2 R_2=1{,}09\ \text{м/с}^2.$$

$$a_M=\sqrt{\left(a_M^n\right)^2+\left(a_M^\tau\right)^2}=20{,}43\ \text{м/с}^2.$$

$$V_1=\omega_3 R_3=2{,}73\ \text{м/с};\ a_1=\dot V_1=\dot\omega_3 R_3=\varepsilon_3 R_3=2{,}19\ \text{м/с}^2.$$

2.3

$$BP_2=BC\cos30^\circ=4{,}33\ \text{см};\ CP_2=2{,}5\ \text{см}.$$

$$\omega_{BC}=\frac{V_B}{BP_2}=1{,}15\ \text{рад/с};\ \ V_C=\omega_{BC}CP_2=2{,}87\ \text{см/с};$$

$$\omega_1=\frac{V_C}{CP_1}=0{,}72\ \text{рад/с};\ EP_1=2R_1\cos30^\circ=3{,}46\ \text{см};$$

$$V_E=\omega_1 EP_1=2{,}49\ \text{см/с};\ EP_3=2AE\cos30^\circ=10{,}39\ \text{см};$$

$$\omega_{AE}=\frac{V_E}{EP_3}=0{,}24\ \text{рад/с};\ EA=AP_3;$$

$$V_A=\omega_{AE}AP_3=1{,}44\ \text{см/с},\ \ \omega_{AO}=\frac{V_A}{AO}=0{,}24\ \text{рад/с}.$$

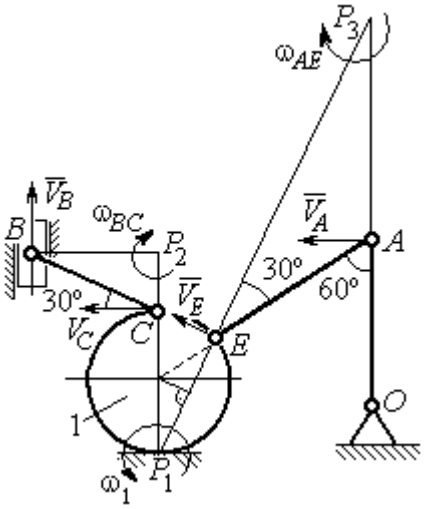


Рис. 7.17. Расчётная схема к упражнению 2.3

2.4

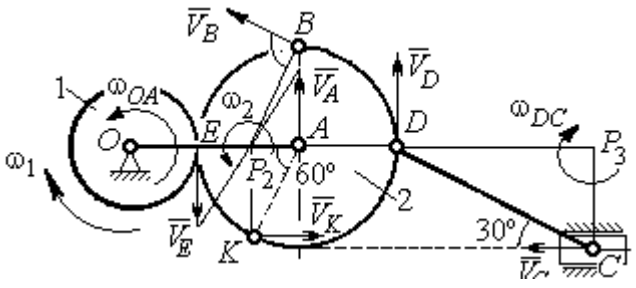


Рис. 7.18. Расчётная схема к упражнению 2.4

E – точка касания дисков.

$$V_E=\omega_1 r_1=18\ \text{см/с}.$$

$$V_A=\omega_{OA}\left(r_1+r_2\right)=18\ \text{см/с}.$$

$$EP_2=P_2A=3\ \text{см},\ \omega_2=\frac{V_E}{EP_2}=6\ \text{рад/с}.$$

$$V_K=\omega_2 P_2K=31{,}18\ \text{см/с}.$$

$$V_B=\omega_2 P_2B=40{,}25\ \text{см/с};\ V_D=\omega_2 P_2D=54\ \text{см/с}.$$

$DC = 2r_2$, $\omega_{DC} = \dfrac{V_D}{DP_3} = 5{,}197$ рад/с; $V_C \cos 30^\circ = V_D \cos 60^\circ$, $V_C = 31{,}18$ см/с.

2.5

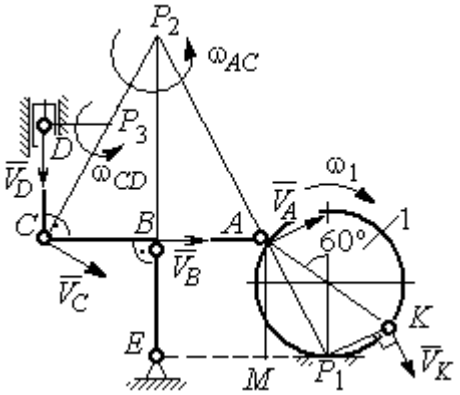


Рис. 7. 19. Расчётная схема к упражнению 2.5.

$BE = 1{,}5R_1$; $R_1 = 2{,}67$ см.

$KP_1 = R_1$; $\omega_1 = \dfrac{V_K}{KP_1} = 0{,}75$ рад/с.

$AP_1 = \dfrac{AM}{\cos 30^\circ} = 4{,}62$ см; $V_A = \omega_1 P_1 A = 3{,}46$ см/с.

$AP_2 = 2AB = 8$ см; $\omega_{AC} = \dfrac{V_A}{AP_2} = 0{,}43$ рад/с.

$V_B \cos 0^\circ = V_A \cos 30^\circ$; $V_B = 2{,}99$ см/с.

$\omega_{BE} = \dfrac{V_B}{BE} = 0{,}75$ рад/с; $V_C = V_A = 3{,}46$ см/с; $CP_3 = \dfrac{DC}{\cos 30^\circ} = 4{,}62$ см;

$\omega_{CD} = \dfrac{V_C}{CP_3} = 0{,}75$ рад/с; $V_D \cos 0^\circ = V_C \cos 60^\circ$; $V_D = 1{,}73$ см/с.

2.6

$V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 12$ см/с; $\omega_{AD} = 0$, $V_D = V_A$.

$\omega_{O_1C} = \dfrac{V_D}{DO_1} = 3$ рад/с;

$V_C = \omega_{O_1C} \cdot O_1C = 48$ см/с.

$CB = CP = 16$ см; $\omega_{CB} = \omega_{CL} = \dfrac{V_C}{CP} = 3$ рад/с.

$PL = \dfrac{CP}{\cos 30^\circ} = 18{,}48$ см; $PB = 2BC \cos 30^\circ$.

$V_L = \omega_{CL} \cdot PL = 55{,}44$ см/с;

$V_B = \omega_{CB} \cdot PB = 83{,}13$ см/с.

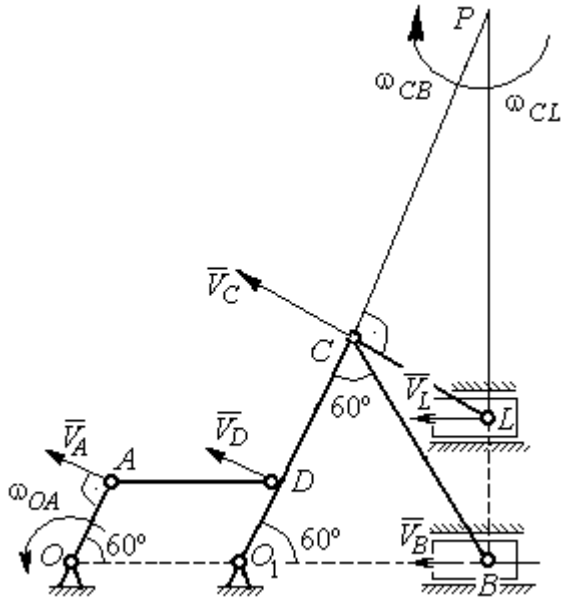


Рис. 7.20. Расчётная схема к упражнению 2.6.

2.7

$V_D = \omega_1 R_1 = 30$ см/с; $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 15$ см/с.

$$\omega_2 = \frac{V_A}{AP_2} = 3 \text{ рад/с.}$$

$$V_B = \omega_2 \cdot P_2 B = 21{,}21 \text{ см/с.}$$

$V_C \cos 0^\circ = V_B \cos 45^\circ$; $V_C = 15$ см/с.

$CP_3 = CB$; $\omega_{BC} = \dfrac{V_C}{CP_3} = 1{,}87$ рад/с.

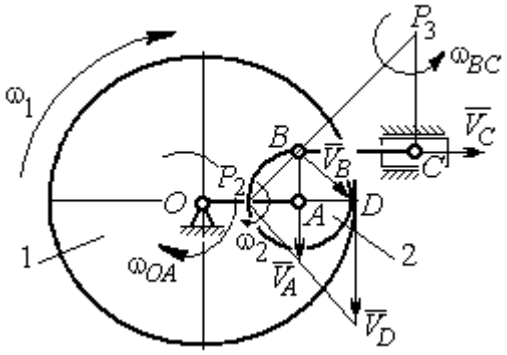


Рис. 7.21. Расчётная схема к упражнению 2.7

2.8

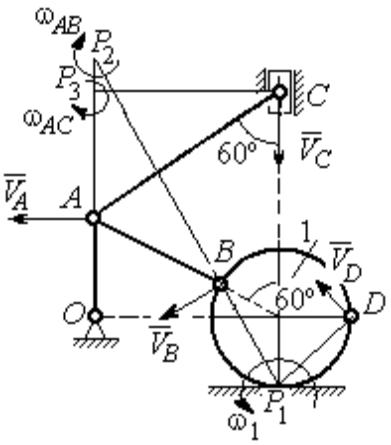


Рис. 7.22. Расчётная схема к упражнению 2.8

$AC = AB + R_1 = 12$ см; $CP_3 = AC \cos 30^\circ = 10{,}39$ см.

$\omega_{AC} = \dfrac{V_C}{CP_3} = 0{,}48$ рад/с; $V_A = \omega_{AC} \cdot AP_3 = 2{,}89$ см/с.

$$AB = AP_2; \quad \omega_{AB} = \frac{V_A}{AP_2} = 0{,}29 \text{ рад/с.}$$

$$BP_2 = 2AB \cos 30^\circ = 17{,}32 \text{ см.}$$

$$V_B = \omega_{AB} BP_2 = 5{,}02 \text{ см/с.}$$

$OA = (AB + R_1)\sin 30° = 6$ см; $\omega_{OA} = \dfrac{V_A}{AO} = 0{,}48$ рад/с.

$$BP_1 = 2R_1 \cos 30^\circ = 3{,}46 \text{ см;} \quad \omega_1 = \frac{V_B}{BP_1} = 1{,}45 \text{ рад/с.}$$

$$DP_1 = R_1\sqrt{2} = 2{,}82 \text{ см;} \; V_D = \omega_1 DP_1 = 4{,}09 \text{ см/с.}$$

2.9

$$V_A = \omega_{OA} OA = 12 \text{ см/с;} \quad AP = 2AB = 2BC \cdot \operatorname{tg} 60^\circ = 27{,}71 \text{ см.}$$

$$\omega_{AB} = \frac{V_A}{AP} = 0{,}43 \text{ рад/с;} \; V_B \cos 0^\circ = V_A \cos 30^\circ; \; V_B = 10{,}38 \text{ см/с.}$$

$$\omega_{BC} = \frac{V_B}{BC} = 1{,}29 \text{ рад/с.}$$

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}^n_{BA} + \bar{a}^\tau_{BA}; \quad \bar{a}_B = \bar{a}_C + \bar{a}^n_{BC} + \bar{a}^\tau_{BC}, \; a_C = 0.$$

$$\bar{a}_A = \bar{a}_O + \bar{a}^n_{AO} + \bar{a}^\tau_{AO},\ a_O = 0.$$

$$\bar{a}^n_{BC} + \bar{a}^\tau_{BC} = \bar{a}^n_{AO} + \bar{a}^\tau_{AO} + \bar{a}^n_{BA} + \bar{a}^\tau_{BA}.$$ Найти a^τ_{BC}

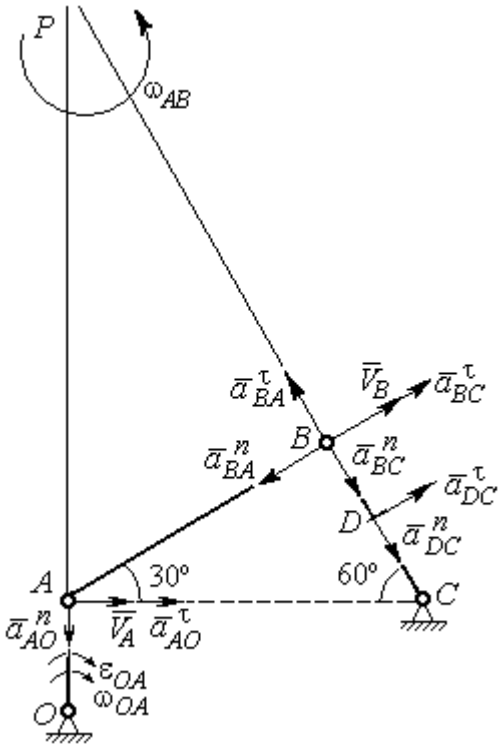


Рис. 7.23. Расчётная схема к упражнению 2.9

$$a^n_{AO} = \omega^2_{AO} \cdot AO = 36 \text{ см/с}^2;$$

$$a^\tau_{AO} = \varepsilon_{AO} \cdot AO = 8 \text{ см/с}^2;$$

$$AB = BC \cdot \text{tg}60^\circ = 13{,}86 \text{ см}.$$

$$a^n_{BA} = \omega^2_{AB} \cdot AB = 2{,}56 \text{ см/с}^2;\ \ a^\tau_{AB} = \varepsilon_{AB} AB.$$

$$a^n_{BC} = \omega^2_{BC} \cdot BC = 13{,}31 \text{ см/с}^2;\ \ a^\tau_{BC} = \varepsilon_{BC} BC.$$

Проекция на AB:

$$a^\tau_{BC} = -a^n_{AO}\cos 60^\circ +$$

$$+ a^\tau_{AO}\cos 30^\circ - a^n_{BA} = 13{,}63 \text{ см/с}^2.$$

$$\varepsilon_{BC} = \frac{\left|a^\tau_{BC}\right|}{BC} = 1{,}7 \text{ рад/с}^2.$$

$$\bar{a}_D = \bar{a}^n_{DC} + \bar{a}^\tau_{DC}.$$

$$a^n_{DC} = \omega^2_{BC} \cdot DC = 6{,}65 \text{ см/с}^2;\ \ a^\tau_{DC} = \varepsilon_{BC} \cdot DC = 6{,}8 \text{ см/с}^2.$$

$$a_D = \sqrt{\left(a^n_{DC}\right)^2 + \left(a^\tau_{DC}\right)^2} = 9{,}51 \text{ см/с}^2.$$

2.10

$$V_A = \omega_1 r_1 = 12 \text{ см/с};\ P_2 A = \frac{1}{2} BC = 5 \text{ см}.$$

$$\omega_{AB} = \frac{V_A}{P_2 A} = 2{,}4 \text{ рад/с}.$$

$$V_B \cos 30^\circ = V_A \cos 60^\circ;\ V_B = 6{,}93 \text{ см/с}.$$

$$P_3 B = BC\cos 30^\circ = 8{,}66 \text{ см};$$

$$\omega_{BC} = \frac{V_B}{P_3 B} = 0{,}8 \text{ рад/с}.$$

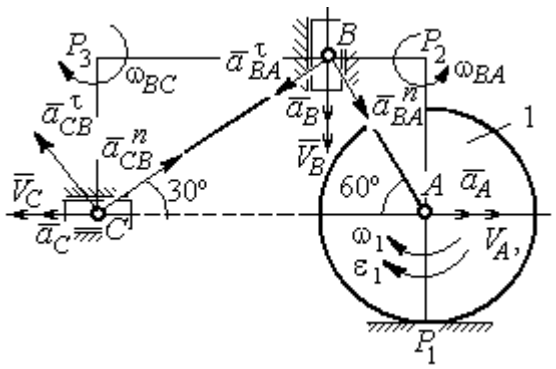


Рис. 7.24. Расчётная схема к упражнению 2.10

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}^n_{BA} + \bar{a}^\tau_{BA}.$$ Найти a_B.

Проекция на BA: $a_B\cos30° = a_A\cos60° + a^n_{BA}$.

$$a_A = a^\tau_A = \varepsilon_1 r_1 = 8 \text{ см/с}^2;\ AB = BC\operatorname{tg}30° = 5{,}77 \text{ см}.$$

$$a^n_{BA} = \omega^2_{BA}\cdot BA = 33{,}23 \text{ см/с}^2;\ \ a_B = 43{,}03 \text{ см/с}^2.$$

$$\bar a_C = \bar a_B + \bar a^n_{CB} + \bar a^\tau_{CB}.$$

Проекция на BC: $a_C\cos60° = a_B\cos60° - a^n_{CB}$,

$$a^n_{CB} = \omega^2_{CB}\cdot CB = 6{,}4 \text{ см/с}^2;\ \ a_C = a_B - 2a^n_{CB} = 30{,}23 \text{ см/с}^2.$$

7.3. Ответы к упражнениям главы 3

3.1

$$CM_1 = S_r(1) = \frac{40}{3}\sin\frac{\pi}{3} = 11{,}55 \text{ см}.$$

Так как $CM_1\cos30° = 10$ см $= R$, то точка M_1 лежит на вертикальном диаметре.

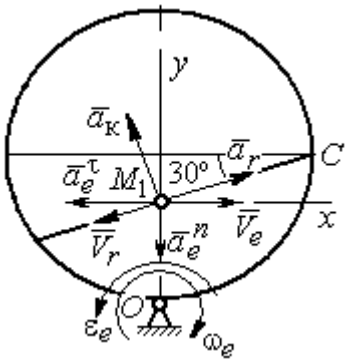


Рис. 7.25. Расчётная схема к упражнению 3.1

$$V_r = \dot S_r = \frac{40\pi}{9}\cos\frac{\pi t}{3};\ V_r(1) = 6{,}98 \text{ см/с}.$$

$$\omega_e(1) = 0{,}5 \text{ рад/с};\ OM_1 = R - \frac{1}{2}CM_1 = 4{,}23 \text{ см}.$$

$$V_e = \omega_e OM_1;\ \ V_e(1) = 2{,}12 \text{ см/с}.$$

$$\bar V_M = \bar V_e + \bar V_r.$$

$$V_{Mx} = V_e - V_r\cos30° = -3{,}93 \text{ м/с};\ V_{My} = -V_r\cos60° = -3{,}49 \text{ м/с};$$

$$V_M = \sqrt{(V_{Mx})^2 + (V_{My})^2} = 5{,}26 \text{ см/с}.$$

$$\bar a_M = \bar a_e + \bar a_r + \bar a_к.$$

$$\bar a_e = \bar a^n_e + \bar a^\tau_e,\ \ a^n_e = \omega^2_e OM_1;\ \ a^n_e(1) = 1{,}06 \text{ см/с}^2.$$

$$\dot\omega_e = -\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi t}{3},\ \ \dot\omega_e(1) = -0{,}91 \text{ рад/с}^2;\ \ \varepsilon_e = |\dot\omega_e(1)| = 0{,}91 \text{ рад/с}^2,$$

$$a^\tau_e(1) = \varepsilon_e\cdot OM_1 = 3{,}85 \text{ см/с}^2.$$

$$\dot{V}_r = -\frac{40\pi^2}{27}\sin\frac{\pi t}{3},\ \dot{V}_r(1) = -12{,}66;\ a_r = \left|\dot{V}_r(1)\right| = 12{,}66 \text{ см/с}^2$$

$$a_к = 2\left|\omega_e\right| \cdot \left|V_r\right|;\ \ a_к(1) = 6{,}98 \text{ см/с}^2.$$

$$\bar{a}_M = \bar{a}_e^n + \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_r + \bar{a}_к.$$

$$a_{Mx} = -a_e^\tau + a_r\cos 30° - a_к\cos 60° = 3{,}62 \text{ см/с}^2;$$

$$a_{My} = -a_e^n + a_r\cos 60° + a_к\cos 30° = 11{,}31 \text{ см/с}^2.$$

$$a_M = \sqrt{(a_{Mx})^2 + (a_{My})^2} = 11{,}87 \text{ см/с}^2.$$

3.2

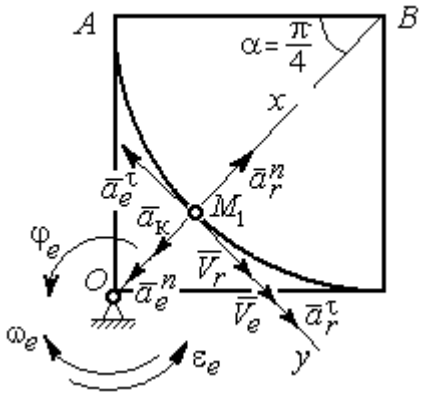


Рис. 7.26. Расчётная схема к упражнению 3.2

Положение M_1:

$$\alpha = \frac{S_r(1)}{R} = \frac{\pi}{4};\ \ OM_1 = 8{,}28 \text{ см}.$$

$$\dot{S}_r = 10\pi t;\ \ V_r = \left|\dot{S}_r(1)\right| = 31{,}42 \text{ см/с}.$$

$$\dot{\varphi}_e = 2t - 5,$$

$$\dot{\varphi}_e(1) = -3 \text{ рад/с},\ \ \omega_e = \left|\dot{\varphi}_e(1)\right| = 3 \text{ рад/с}.$$

$$V_e = \omega_e \cdot OM_1 = 24{,}6 \text{ см/с}.$$

$$\bar{V}_M = \bar{V}_e + \bar{V}_r \cdot\ V_{Mx} = V_e + V_r = 56{,}02 \text{ см/с};$$

$$V_{My} = 0;\ V_M = 56{,}02 \text{ см/с}.$$

$$\bar{a}_M = \bar{a}_e + \bar{a}_r + \bar{a}_к = \bar{a}_e^n + \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_r^n + \bar{a}_r^\tau + \bar{a}_к.$$

$$\bar{a}_e = \bar{a}_e^n + \bar{a}_e^\tau\ \cdot\ a_e^n = \omega_e^2 \cdot OM_1 = 74{,}52 \text{ см/с}^2;$$

$$\dot{\omega}_e = 2 \text{ рад/с}^2;\ \varepsilon_e = \left|\dot{\omega}_e\right|;\ \ a_e^\tau(1) = \varepsilon_e OM_1 = 16{,}56 \text{ см/с}^2;$$

$$\bar{a}_r = \bar{a}_r^n + \bar{a}_r^\tau \cdot \dot{V}_r = 10\pi;\ a_r^\tau = \left|\dot{V}_r\right| = 10\pi = 31{,}42 \text{ см/с}^2;$$

$$a_r^n(1) = \frac{V_r^2}{R} = 49{,}36 \text{ см/с}^2;\ \ a_к = 2\left|\omega_e\right| \cdot \left|V_r\right|;\ \ a_к(1) = 62{,}84 \text{ см/с}^2.$$

$$a_{Mx} = -a_e^n + a_r^n - a_к = -88 \text{ см/с}^2;\ a_{My} = -a_e^\tau + a_r^\tau = 14{,}86 \text{ см/с}^2.$$

$$a_M = \sqrt{(a_{Mx})^2 + (a_{My})^2} = 89{,}24 \text{ см/с}^2.$$

7.4. Ответы к упражнениям главы 4

4.1

$$m\ddot{x} = F - P\cos 60° - F_{\text{тр}}, \quad m\ddot{y} = N - P\cos 30° = 0.$$

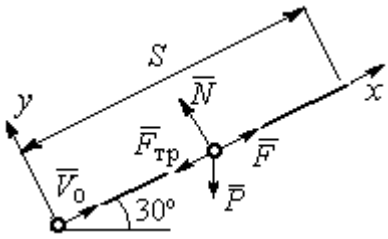


Рис. 7.27. Расчётная схема к упражнению 4.1

$$F_{\text{тр}} = fN = fmg\cos 30°;$$

$$\ddot{x} = \frac{1}{2}kt - 3{,}4, \quad \dot{x} = \frac{1}{4}kt^2 - 3{,}4t + V_0;$$

$$x = \frac{1}{12}kt^3 - 1{,}7t^2 + V_0 t.$$

Конечные условия: $t = 2$ с; $x = S = 2$ м; $V = 2V_0$.

$$V_0 = k - 6{,}8; \quad 1 = \frac{1}{3}k - 3{,}4 + V_0.$$

$$k = 8{,}4; \; V_0 = 1{,}6 \text{ м/с}.$$

4.2

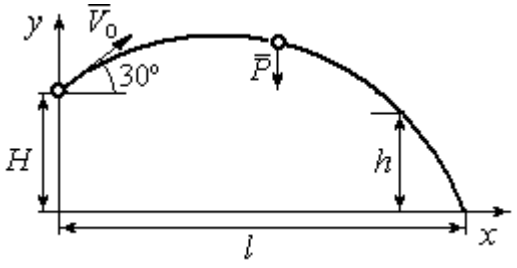


Рис. 7.28. Расчётная схема к упражнению 4.2

Уравнения движения точки:

$$m\ddot{x} = 0; \; \dot{x} = V_0\cos 30°; \; x = V_0 t\cos 30°.$$

$$m\ddot{y} = -P; \dot{y} = -gt + V_0\cos 60°;$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 t\cos 60° + H.$$

Краевое условие пролёта высоты h:

$$t = 1 \text{ с}; \; y = h = 7 \text{ м}.$$

Подставляя краевые условия в уравнение движения, находим: $V_0 = 3{,}81$ м/с.

Краевое условие падения точки:

$$t = t_{\text{пад}}; \; x = l; \; y = 0.$$

Подстановка в уравнения движения условия приводит к системе:

$$l = V_0 t_{\text{пад}}\cos 30°; \; 0 = -\frac{1}{2}gt_{\text{пад}}^2 + V_0 t_{\text{пад}}\cos 60° + H.$$

Находим: $t_{\text{пад}} = 1{,}64$ с; $l = 5{,}41$ м.

4.3

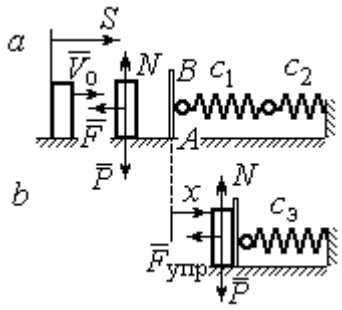


Рис. 7.29. Расчётная схема к упражнению 4.3: *a* – движение груза до начала колебаний; *b* – колебания груза

Уравнение движения груза (рис. 7.29, *a*):

$$m\ddot{S} = -F = -k\dot{S}.$$

Начальные условия: $t = 0;\ S = 0;\ \dot{S} = V_0$.

Решение: $S = \dfrac{mV_0}{k}\left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right) = 6\left(1 - e^{-t}\right)$ м.

Скорость груза: $\dot{S} = 6e^{-t}$.

Скорость груза в момент соединения с площадкой AB: $V_1 = \dot{S}(1) = 0{,}21$ м/с.

Уравнение колебаний груза на эквивалентной пружине (рис. 7.29, *b*):

$$m\ddot{x} = -F_{упр} = -c_э x;\ c_э = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} = 30 \text{ Н/м}.$$

Начальные условия движения: $t = 0;\ x = 0;\ \dot{x} = V_1$.

Общий вид решения: $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t;\ \omega = \sqrt{\dfrac{c_э}{m}} = 7{,}75$ рад/с,

где константы: $C_1 = 0;\ C_2 = \dfrac{V_1}{\omega} = 0{,}28$ м. Закон движения груза $x = 0{,}28\sin 7{,}75t$.

Максимальное сжатие 0,28 м.

4.4

Жесткость эквивалентной пружины

$$c_э = \frac{c \cdot 2c}{c + 2c} = \frac{2}{3}c.$$

Уравнение колебаний:

$$m\ddot{x} = P - F_{упр} = P - c_э(\lambda_{ст} + x) = -c_э x.$$

Общее решение:

$$x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t;\ \omega = \sqrt{\frac{c_э}{m}} = 10{,}33 \text{ рад/с}.$$

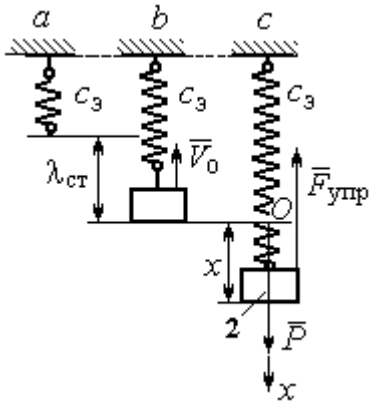


Рис. 7.30. Расчётная схема к упражнению 4.4: *a* – нерастянутая пружина; *b* – положение статического равновесия; *c* – произвольное положение груза

Начальные условия: $t = 0;\ x = 0;\ \dot{x} = -V_0$.

Находим константы интегрирования: $C_1 = 0;\ C_2 = \dfrac{V_0}{\omega} = 0{,}39$ м.

Закон движения груза: $x = 0{,}39\sin 10{,}33t$.

Амплитуда $A = 0{,}39$ м, частота $\omega = 10{,}33$ рад/с.

4.5

Скорость человека, находящегося в самолёте, в нижней точке траектории (точка C):

$$\frac{mV_C^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = mg\left[l\sin\varphi + r(1-\cos\varphi)\right].$$

Откуда $V_C^2 = V_0^2 + 2g\left[l\sin\varphi + r(1-\cos\varphi)\right]$.

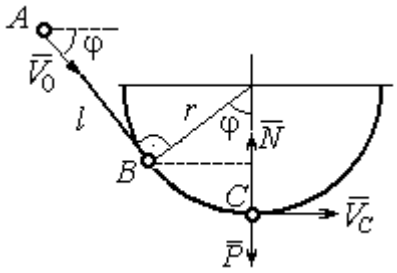


Рис. 7.31. Расчётная схема к упражнению 4.5

Уравнение движения человека, двигающегося вместе с самолётом, в проекции на нормаль в точке C: $\dfrac{mV_C^2}{r} = N - P$, где N – реакция корпуса самолёта. Сила давления человека на корпус самолёта по величине равна реакции, но направлена в противоположную сторону.

Из условия $N \le 3P$ следует неравенство: $V_C^2 \le 2gr$, или

$V_0^2 + 2g\left[l\sin\varphi + r(1-\cos\varphi)\right] \le 2gr$. Откуда $r \ge \dfrac{V_0^2 + 2gl\sin\varphi}{2g\cos\varphi}$.

4.6

Из уравнения теоремы об изменении кинетической энергии шарика в точке B с учётом, что $V_A = 0$, найдём:

$$\frac{mV_B^2}{2} = \frac{ca^2}{2} + mg\left[R + R\cos 60° - a\cos 30°\right].$$

Составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки на участке BD:

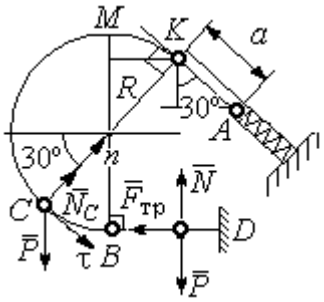


Рис. 7.32. Расчётная схема к упражнению 4.6

$-\frac{mV_B^2}{2} = -fNs$, где s – путь точки до остановки. С учётом данных задачи, получим: s = 5,39 м.

Уравнение движения шарика в проекции на нормальную ось в точке C

$$\frac{mV_C^2}{R} = N_C - P\cos 60°.$$

Для вычисления реакции опоры шарика на трубу имеем равенство $N_C = \frac{mV_C^2}{R} + P\cos 60° = \frac{1}{R}\left[mV_B^2 - 2mgR(1-\cos 60°)\right] + mg\cos 60°$, где кинетическая энергия шарика в точке B: $mV_B^2 = ca^2 + 2mgR\left[(1+\cos 60°) - \frac{a}{R}\cos 30°\right]$. Получим: $N_C = 18{,}71$ Н. Давление шарика на трубку равно реакции опоры и направлено в противоположную сторону.

7.5. Ответы к упражнениям главы 5

5.1

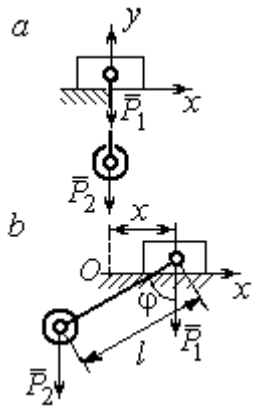


Рис. 7.33. Расчётная схема к упражнению 5.1:
a – начальное положение системы;
b – произвольное положение

x_0 – координата центра тяжести системы в начальном положении, x_0 = 0 (см. рис.7.33); x – текущая координата центра тележки; x_1 – координата центра тяжести системы в её произвольном положении: $x_1 = \frac{m_1 x - m_2(l\sin\varphi - x)}{m_1 + m_2}$.

Уравнение закона сохранения движения центра масс системы: $x_1 = x_0$, или

$$m_1 x - m_2(l\sin\varphi - x) = 0.$$

Отсюда зависимость координаты движения тележки от положения груза 2: $x = \frac{m_2 l}{m_1 + m_2}\sin\varphi$.

5.2

Теорема об изменении кинетического момента системы относительно оси z: $\dfrac{dL_z}{dt} = \sum M_z(\vec{F}_k^e)$.

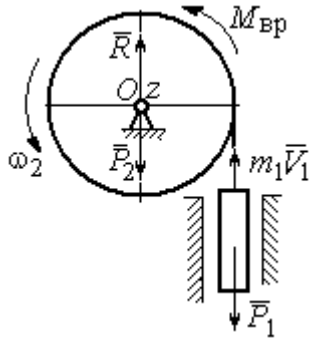


Рис. 7.34. Расчётная схема к упражнению 5.2

Кинетический момент системы:

$$L_z = L_z^{\text{бар}} + L_z^{\text{гр}} = \frac{m_2 r^2}{2}\omega + m_1 V_1 r = \left(m_1 + \frac{m_2}{2}\right)\omega r^2.$$

Суммарный момент внешних сил относительно оси z: $\sum M_z(\vec{F}_k^e) = M_{\text{вр}} - P_1 r = kt - m_1 g r$.

Дифференциальное уравнение вращения барабана:

$$\left(m_1 + \frac{m_2}{2}\right) r^2 \frac{d\omega}{dt} = kt - m_1 g r.$$

При нулевых начальных условиях $\omega = \dfrac{kt^2 - 2m_1 grt}{(2m_1 + m_2)r^2}$.

5.3

Уравнение теоремы об изменении кинетической энергии для неизменяемых систем на конечном перемещении: $T - T_0 = \sum A(F_k)$, $T_0 = 0$.

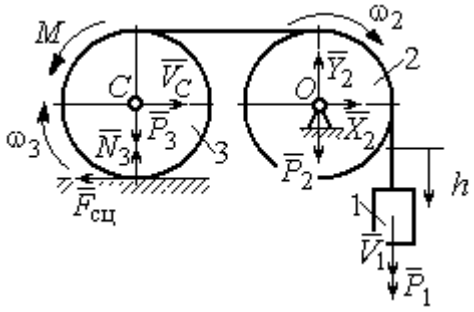


Рис. 7.35. Расчётная схема к упражнению 5.3

Кинетическая энергия груза 1: $T_1 = \dfrac{m_1 V_1^2}{2}$. Энергия вращательного движения блока 2: $T_2 = \dfrac{1}{2} J_O \omega_2^2$, где осевой момент инерции блока: $J_O = \dfrac{m_2 r^2}{2}$, угловая скорость блока $\omega_2 = \dfrac{V_1}{r}$. Кинетическая энергия катка 3: $T_3 = \dfrac{1}{2} m_3 V_C^2 + \dfrac{1}{2} J_C \omega_3^2$, где момент инерции катка относительно оси, проходя-

щей через центр масс перпендикулярно плоскости диска, $J_C = \frac{m_3 r^2}{2}$, угловая скорость катка и скорость его центра масс $\omega_3 = \frac{V_1}{2r}$, $V_C = \frac{V_1}{2}$.

Энергия системы: $T = T_1 + T_2 + T_3 = (8m_1 + 4m_2 + 3m_3)\frac{V_1^2}{16}$.

Суммарная работа вешних сил на перемещении h: $\sum A(F_k) = P_1 h - M\frac{h}{2r}$.

Уравнение теоремы об изменении кинетической энергии:

$$(8m_1 + 4m_2 + 3m_3)\frac{V_1^2}{16} = \left(m_1 g - \frac{M}{2r}\right)h.$$

Скорость груза на высоте h: $V_1 = 4\sqrt{\frac{\left(m_1 g - \frac{M}{2r}\right)h}{8m_1 + 4m_2 + 3m_3}}$.

5.4

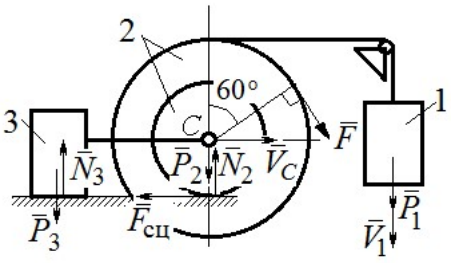


Рис. 7.36. Расчётная схема к упражнению 5.4

Для решения задачи используется теорема об изменении кинетической энергии в дифференциальной форме: $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e)$, где T – энергия системы в её текущем положении; $\sum N(\vec{F}_k^e)$ – суммарная мощность внешних сил.

Допустим, груз 1 движется вниз со скоростью V_1. Скорость центра масс катка V_C.

Кинетическая энергия катка 2: $T_2 = \frac{1}{2}m_2 V_C^2 + \frac{1}{2}J_{zC}\omega_2^2$. Здесь $m_2 = \frac{2P}{g}$, $J_{zC} = m_2 i_z^2$, $\omega_2 = \frac{V_C}{r}$. В результате кинетическая энергия катка $T_2 = \frac{3P}{g}V_C^2$.

Скорость груза 3 $V_3 = V_C$. Кинетическая энергия груза 3 $T_3 = \frac{P}{g}V_C^2$.

Скорость груза 1 $V_1 = \omega_2 3r = 3V_C$. Кинетическая энергия груза 1: $T_1 = \dfrac{9P}{2g}V_C^2$.

Суммарная кинетическая энергия (энергия системы): $T = T_1 + T_2 + T_3 = \dfrac{17P}{2g}V_C^2$. Производная $\dfrac{dT}{dt} = \dfrac{17P}{g}V_C\dfrac{dV_C}{dt} = \dfrac{17}{g}V_C a_C$.

Мощности сил $\vec{P}_2$, $\vec{N}_2$, $\vec{F}_{\text{сц}}$, $\vec{P}_3$, $\vec{N}_3$ равны нулю.

Мощность силы $\vec{F}$, приложенной к колесу, определяется по формуле: $N(\vec{F}) = \vec{F}\cdot\vec{V}_C + \vec{M}_C(\vec{F})\cdot\vec{\omega}_2 = FV_C\cos 60° + FR\omega_2$. Мощность силы $\vec{P}_1$ $N(\vec{P}_1) = P_1V_1$. Суммарная мощность внешних сил: $\sum N(F^e) = 7PV_C$.

Составляем уравнение теоремы об изменении кинетической энергии системы: $\dfrac{17P}{g}V_C a_C = 7PV_C$, откуда $a_C = \dfrac{7}{17}g$ м/с^2.

5.5

Рассмотрим движение катков отдельно, заменив невесомый стержень реакцией. Предположим, катки движутся направо (см. рис. 7.37). Уравнения движения катков:

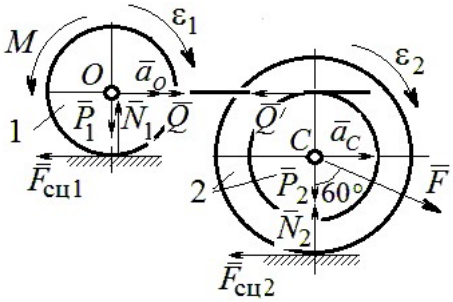


Рис. 7.37. Расчётная схема к упражнению 5.5

$$m_1 a_O = Q - F_{\text{сц1}},\ J_{1O}\varepsilon_1 = F_{\text{сц1}}r - M;$$

$$m_2 a_C = -Q' - F_{\text{сц2}} + F\cos 30°;$$

$$J_{2C}\varepsilon_2 = F_{\text{сц2}}3r - Q'r.$$

Здесь $\vec{Q}$ – реакция невесомого стержня, $|\vec{Q}| = |\vec{Q}'|$; $\vec{F}_{\text{сц1}}$, $\vec{F}_{\text{сц2}}$ – силы сцепления катков с поверхностями качения; моменты инерции катков $J_{1O} = \dfrac{m_1 r^2}{2}$, $J_{2C} = m_2 i_2^2$. Подставляя кинематические соотношения $\varepsilon_2 = \dfrac{a_C}{3r}$; $a_O = \dfrac{4}{3}a_C$; $\varepsilon_1 = \dfrac{4a_C}{3r}$, с учётом данных задачи, получим систему уравнений:

$$\frac{4P}{3g}a_C = Q - F_{\text{сц}1};\ \ \frac{2P}{3g}a_C = F_{\text{сц}1} - 4P;$$

$$\frac{2P}{g}a_C = -Q - F_{\text{сц}2} + P\sqrt{3};\ \ \frac{4P}{3g}a_C = 3F_{\text{сц}2} - Q.$$

Находим ускорение центра катка 2: $a_C = \dfrac{3\left(3\sqrt{3}-16\right)g}{46} \approx -\ 0{,}7g$. Каток движется в противоположную сторону. Реакция стержня $Q = 2{,}6P$.

5.6

Выделяем звенья механизма, заменяя действия нитей их реакциями. Допустим, направления движений тел в системе соответствуют подъёму груза 1.

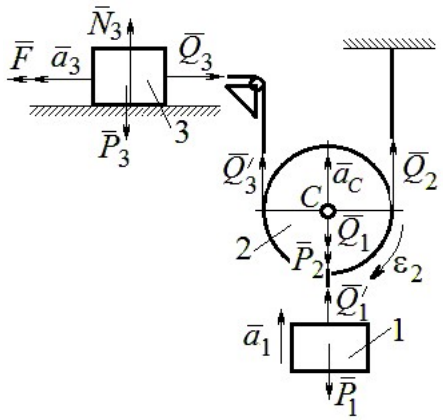


Рис. 7.38. Расчётная схема к упражнению 5.6

Уравнения движения тел:

$$m_3a_3 = F - Q_3,\ m_2a_C = Q_3' + Q_2 - P_2 - Q_1;$$

$$J_{2C}\varepsilon_2 = Q_3'r - Q_2r,\ m_1a_1 = Q_1' - P_1.$$

С учётом, что $\left|\vec{Q}_3\right| = \left|\vec{Q}_3'\right|$, $\left|\vec{Q}_1\right| = \left|\vec{Q}_1'\right|$ и $a_C = a_1$, $a_3 = 2a_1$, $\varepsilon_2 = \dfrac{a_1}{r}$, $J_{2C} = \dfrac{m_2r^2}{2}$, подставляя данные задачи, получим систему уравнений:

$$2ma_1 = 2{,}5mg - Q_3;\ \ ma_1 = Q_3 + Q_2 - mg - Q_1;$$

$$\frac{ma_1}{2} = Q_3 - Q_2;\ m_1a_1 = Q_1 - P_1.$$

Решая систему, находим: $a_1 = \dfrac{2}{17}g \approx 0{,}12g$; $Q_3 = 2{,}26mg$; $Q_2 = 2{,}15mg$.

5.7

Заменяем действия нитей реакциями. Предположим, груз 1 спускается по наклонной плоскости. Уравнения движения тел:

$$m_1a_1 = P_1\cos 30° - Q_1;\ \ m_3a_3 = Q_3;$$

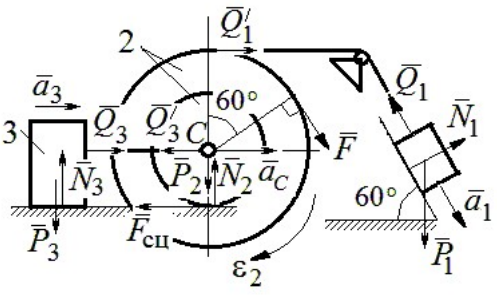


Рис. 7.39. Расчётная схема к упражнению 5.7

$$m_2 a_C = Q_1' - Q_3' - F_{\text{сц}} + F\cos 60^\circ;\ J_{2C}\varepsilon_2 = Q_1' R + FR + F_{\text{сц}} r,\ J_{2C} = m_2 i_2^2.$$

Соотношения ускорений: $\varepsilon_2 = \dfrac{a_1}{R+r}$, $a_C = \dfrac{a_1 r}{R+r}$, $a_3 = a_C$. Подставляя данные задачи, с учётом, что модули сил $Q_1' = Q_1$ и $Q_3' = Q_3$, получим систему уравнений:

$$ma_1 = mg\frac{\sqrt{3}}{2} - Q_1;\ \frac{2}{3}ma_1 = Q_3;$$

$$ma_1 = Q_1 - Q_3 - F_{\text{сц}} + \frac{1}{2}mg;\ 3ma_1 = 2Q_1 + 2mg + F_{\text{сц}}.$$

Находим $a_1 = \dfrac{3}{46}\left(5+3\sqrt{3}\right)g \approx 0{,}44g;\ Q_1 = 0{,}21mg;\ Q_3 = 0{,}44mg$.

7.6. Ответы к упражнениям главы 6

6.1

Внешние силы, действующие на систему: силы тяжести – $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ и реакции опор $\vec{N}_3$, $\vec{R}_3$ Приложим к телам системы, силы инерции $\vec{R}_1^{\text{ин}}$, $\vec{R}_2^{\text{ин}}$ (рис. 7.40, *a*). В соответствии с принципом Даламбера, полученная система сил находится в равновесии. Составляем условие равновесия системы сил в проекциях на горизонтальную и вертикальную оси:

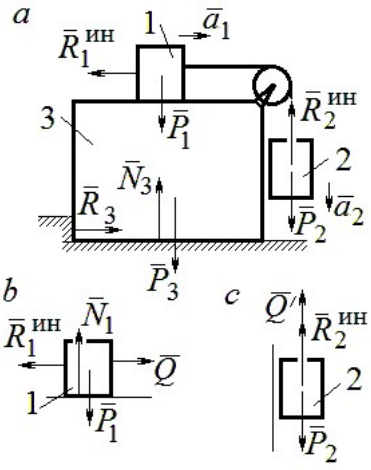


Рис. 7.40. Расчётная схема к упражнению 6.1

$$R_3 - R_1^{\text{ин}} = 0,\ N_3 - P_3 - P_1 - P_2 + R_2^{\text{ин}} = 0.$$

Для вычисления сил инерции рассмотрим отдельно грузы 1 и 2, заменяя действие соединяющей их нити реакцией (рис. 7.40, *b*, *c*). Присоединим к грузам силы инерции и, применив принцип Даламбера, составим уравнения равновесия систем сил - для груза 1 в проекции на горизонтальную ось, для груза 2 – на вертикальную:

$$Q - R_1^{\text{ин}} = 0;\ P_2 - Q' - R_2^{\text{ин}} = 0,$$

где $R_1^{\text{ин}} = m_1 a_1$, $R_2^{\text{ин}} = m_2 a_2$.

Решая полученную систему с учётом равенства модулей сил $Q = Q'$ и ускорений грузов $a_1 = a_2$, находим ускорение грузов: $a_1 = a_2 = 0{,}5g$. Тогда давление призмы на горизонтальную поверхность: $N_3 = 2{,}5mg$.

6.2

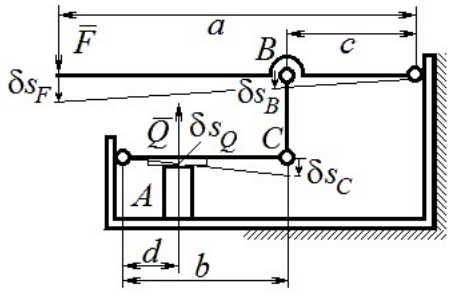


Рис. 7.41. Расчётная схема к упражнению 6.2

Активными силами в системе являются силы $\vec{F}$ и $\vec{Q}$. Для равновесия системы необходимо и достаточно выполнения условия: $\delta A\left(\vec{F}\right) + \delta A\left(\vec{Q}\right) = 0$ или $F\delta s_F - Q\delta s_Q = 0$, где δs_F и δs_Q – возможные перемещения точек приложения сил $\vec{F}$ и $\vec{Q}$.

Имеем соотношения: $\dfrac{\delta s_F}{\delta s_B} = \dfrac{a}{c}$, $\dfrac{\delta s_C}{\delta s_Q} = \dfrac{b}{d}$, где δs_B и δs_C – возможные перемещения точек B и C, причём $\delta s_B = \delta s_C$. Тогда $\delta s_Q = \dfrac{cd}{ab}\delta s_F$ и сила, сжимающая деталь A под прессом, равна $Q = \dfrac{ab}{cd}F$.

6.3

Активными силами, совершающими работу при движении системы, являются силы тяжести $\vec{P}_3$, $\vec{P}_4$ и пары сил с моментами M_1 и M_2. Связи идеальные.

Для равновесия системы необходимо и достаточно выполнения условия:

$$\delta A\left(\vec{P}_3\right) + \delta A\left(\vec{P}_4\right) + \delta A(M_1) + \delta A(M_2) = 0 \text{ или}$$

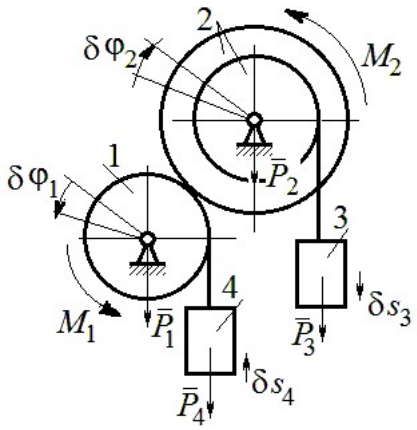


Рис. 7.42. Расчётная схема к упражнению 6.3

$$P_3\delta s_3 - P_4\delta s_4 + M_1\delta\varphi_1 - M_2\delta\varphi_2 = 0,$$

где $\delta s_3, \delta s_4$ – элементарные перемещения грузов 3, 4; $\delta\varphi_1, \delta\varphi_2$ – элементарные повороты валов 1 и 2. Выразим все перемещения через угол поворота вала 2: $\delta s_3 = \delta\varphi_2 r$, $\delta\varphi_1 = 3\delta\varphi_2$, $\delta s_4 = 3r\delta\varphi_2$ и подставим в уравнение равновесия. Получим: $M_2 = 4Pr$.

6.4

Система с идеальными связями. Активными силами являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ и пара сил с моментом $M_{\text{вр}}$ (рис. 7.43).

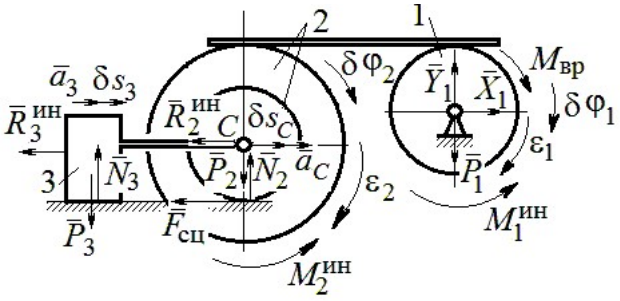


Рис. 7.43. Расчётная схема к упражнению 6.4

Направления поворотов дисков и их угловые ускорения показаны на рис. 7.43 дуговыми стрелками $\delta\varphi_1, \varepsilon_1$ и $\delta\varphi_2, \varepsilon_2$. Направления движения центра масс катка 2, груза 3 и их ускорения обозначены: $\delta s_C, a_C$ и $\delta s_3, a_3$.

Кинематические соотношения между перемещениями и ускорениями:

$$\delta s_C = \delta s_3,\ a_C = a_3,\ \delta\varphi_2 = \frac{\delta s_3}{r},\ \varepsilon_2 = \frac{a_3}{r},\ \delta\varphi_1 = \frac{3\delta s_3}{r},\ \varepsilon_1 = \frac{3a_3}{r}.$$

Присоединим к телам системы силы инерции.

Модули главных векторов сил инерции: $R_3^{\text{ин}} = m_3 a_3 = ma_3$;

$$R_2^{\text{ин}} = m_2 a_C = 2ma_3;\ M_2^{\text{ин}} = m_2 i_2^2 \varepsilon_2 = 4{,}5mra_3;\ M_1^{\text{ин}} = \frac{m_1 R_1^2}{2}\varepsilon_1 = 1{,}5mra_3.$$

Элементарные работы активных сил:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = M_{\text{вр}}\delta\varphi_1 = (mg\sin\omega t)3\delta s_3.$$

Элементарные работы сил инерции:

$$\sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{ин}}) = -R_3^{\text{ин}}\delta s_3 - R_2^{\text{ин}}\delta s_C - M_2^{\text{ин}}\delta\varphi_2 - M_1^{\text{ин}}\delta\varphi_1 =$$

$$= -ma_3\delta s_3 - 2ma_3\delta s_3 - 4{,}5ma_3\delta s_3 - 1{,}5ma_3 3\delta s_3 = -12ma_3\delta s_3.$$

Общее уравнение динамики имеет вид:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{ин}}) = m(3g\sin\omega t - 12a_3)\delta s_3 = 0.$$

Ускорение груза 3: $a_3 = 0{,}25g\sin\omega t$, или $\ddot{s}_3 = 0{,}25g\sin\omega t$. Интегрируя дифференциальное уравнение с нулевыми начальными условиями, получим закон движения груза: $s_3 = \dfrac{0{,}25g}{\omega}\left(t - \dfrac{1}{\omega}\sin\omega t\right)$.

6.5

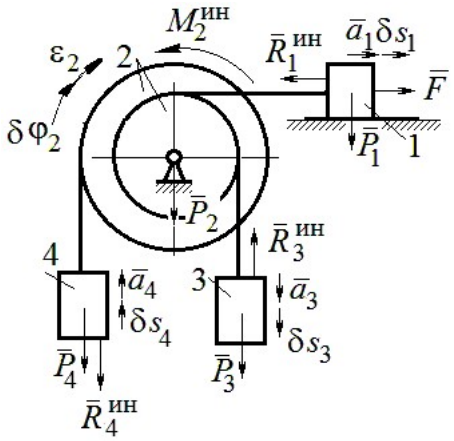


Рис. 7.44. Расчётная схема к упражнению 6.5

Система с идеальными связями. Активные силы и главные вектора сил инерции показаны на рис. 7.44.

Элементарные работы активных сил: $\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = F\delta s_1 + P_3\delta s_3 - P_4\delta s_4$ и сил инерции $\sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{ин}}) = -R_1^{\text{ин}}\delta s_1 - R_3^{\text{ин}}\delta s_3 - R_4^{\text{ин}}\delta s_4 - M_2^{\text{ин}}\delta\varphi_2$, где модули сил инерции: $R_1^{\text{ин}} = \dfrac{P_1}{g}a_1$, $R_3^{\text{ин}} = \dfrac{P_3}{g}a_3$, $R_4^{\text{ин}} = \dfrac{P_1}{g}a_4$, $M_2^{\text{ин}} = \dfrac{P_2}{g}i_2^2\varepsilon_2$.

Кинематические соотношения: $\delta s_3 = \delta s_1$, $a_3 = a_1$, $\delta s_4 = 2\delta s_1$, $a_4 = 2a_1$, $\delta\varphi_2 = \dfrac{\delta s_1}{r}$, $\varepsilon_2 = \dfrac{a_1}{r}$. Общее уравнение динамики:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{ин}}) = P(t+1)\delta s_1 + P\delta s_1 - 2P\delta s_1 -$$

$$-\left(\frac{P}{g}a_1\delta s_1 + \frac{P}{g}a_1\delta s_1 + \frac{2P}{g}2a_1 2\delta s_1 + \frac{2P}{g}2r^2\frac{a_1}{r}\frac{\delta s_1}{r}\right) = P\left(t - \frac{14a_1}{g}\right)\delta s_1 = 0.$$

Находим уравнение движения груза 3: $a_3 = a_1 = \dfrac{1}{14}gt$, или $\ddot{x}_3 = \dfrac{1}{14}gt$.

Проинтегрировав дифференциальное уравнение с нулевыми начальными условиями, получим закон движения груза 3: $x_3 = \dfrac{1}{84}gt^3 \approx 0{,}012gt^3$.

6.6

Рассматриваемая механическая система (рис. 7.45) имеет одну степень свободы. Уравнение Лагранжа: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right)-\frac{\partial T}{\partial x}=Q_x$, где T – кинетическая энергия системы: Q_x – обобщенная сила.

В качестве обобщённой координаты x выберем положение точки C относительно недеформированной пружины, отмеченной на рис. 7.45 величиной l_0. Обобщённая скорость $\dot{x}$.

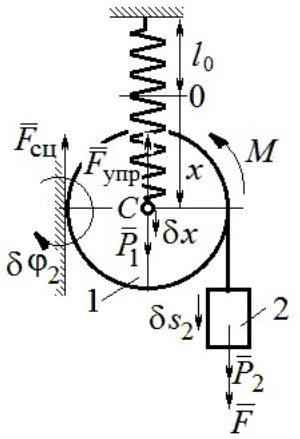


Рис. 7.45. Расчётная схема к упражнению 6.6

Кинетическая энергия катка: $T_1=\frac{1}{2}m_1V_C^2+\frac{1}{2}J_{zC}\omega_1^2$, где ω_1, V_C – угловая скорость катка и скорость его центра масс, $V_C=\dot{x}$, $\omega_1=\frac{V_C}{r}=\frac{\dot{x}}{r}$; момент инерции $J_{zC}=\frac{1}{2}m_1r^2$. Кинетическая энергия груза 2: $T_2=\frac{1}{2}m_2V_2^2$, где V_2 – скорость груза 2, $V_2=2V_C=2\dot{x}$. Кинетическая энергия системы, выраженная через обобщённую скорость: $T=T_1+T_2=\frac{7P}{2g}\dot{x}^2$.

В произвольном положении системы, определяемом координатой x, дадим центру масс катка возможное перемещение δx (см. рис. 7.45). Элементарная работа активных сил $\sum\delta A(F_{\text{к}})=P_1\delta x-F_{\text{упр}}\delta x+(P_2+F)\delta s_2-M\delta\varphi_1$. Полагая перемещения $\delta s_2=2\delta x$, $\delta\varphi_1=\frac{\delta x}{r}$, модуль силы упругости $F_{\text{упр}}=cx$ и с учётом данных задачи, получим $\sum\delta A(F_{\text{к}})=(3P-cx)\delta x$. Обобщённая сила $Q_x=3P-cx$.

Уравнение Лагранжа $\frac{7P}{g}\ddot{x}=3P-cx$, или $\ddot{x}+\frac{4g}{7r}x=\frac{3g}{7}$.

Решение уравнения (с нулевыми начальными условиями): $x = \frac{3}{4} r\left(1 - \cos\omega t\right)$. Закон движения груза: $s_2 = 2x = \frac{3}{2} r\left(1 - \cos\omega t\right)$.

6.7

Рассматриваемая система имеет две степени свободы. Обобщённые координаты – расстояния x_1, x_2 соответственно до грузов 1 и 2, отсчитываемые от неподвижных центров блоков *B* и *D* (рис. 7.46, *a*). Обобщённые скорости $\dot{x}_1$, $\dot{x}_2$. Кинетическая энергия грузов и блока 3:

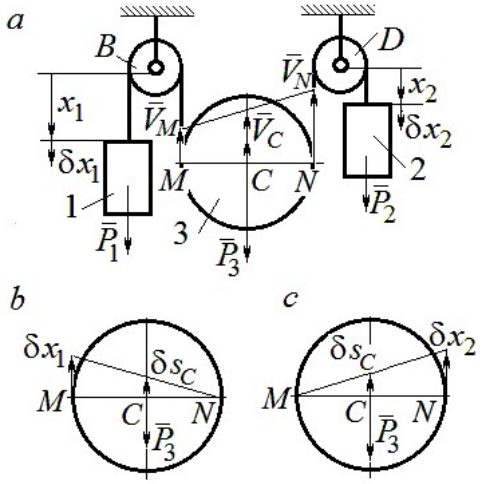


Рис. 7.46. Расчётная схема к упражнению 6.7: *a* – кинематика механизма; *b*, *c* – возможные перемещения блока 3 при вычислении обобщённых сил

$$T_1 = \frac{P_1 \dot{x}_1^2}{2g},\ T_2 = \frac{P_2 \dot{x}_2^2}{2g};$$

$$T_3 = \frac{P_3}{2g}\left(\frac{\dot{x}_1 + \dot{x}_2}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\frac{P_3 r^2}{2g}\left(\frac{\dot{x}_2 - \dot{x}_1}{2r}\right)^2.$$

Здесь учтено (см. рис. 7.46, *a*): что

$$V_C = \frac{V_N + V_M}{2} = \frac{\dot{x}_2 + \dot{x}_1}{2};$$

$$\omega_2 = \frac{V_N - V_M}{2r} = \frac{\dot{x}_2 - \dot{x}_1}{2r}.$$

Дадим системе возможное перемещение по координате x_1, оставляя координату x_2 постоянной: $\delta x_1 \neq 0$, $\delta x_2 = 0$. На этом перемещении сумма элементарных работ внешних сил (см. рис. 7.46, *a*, *b*):

$$\sum \delta A(F_к) = P_1 \delta x_1 - P_3 \delta s_C = \left(P_1 - \frac{1}{2} P_3\right)\delta x_1.$$

Обобщённая сила $Q_{x_1} = P_1 - \frac{1}{2} P_3$.

Дадим системе другое независимое возможное перемещение – по координате x_2, так, что $\delta x_1 = 0$, $\delta x_2 \neq 0$. При этом перемещении сумма элементарных работ внешних сил (см. рис. 7.46, *a*, *c*):

$$\sum \delta A(F_{\text{к}}) = P_2 \delta x_2 - P_3 \delta s_C = \left(P_2 - \frac{1}{2} P_3 \right) \delta x_2 .$$

Обобщённая сила $Q_{x_2} = P_2 - \frac{1}{2} P_3$.

Уравнения Лагранжа

$$\left(P_1 + \frac{3}{8} P_3 \right) \frac{\ddot{x}_1}{g} + \frac{1}{8} P_3 \frac{\ddot{x}_2}{g} = P_1 - \frac{1}{2} P_3 , \quad \frac{1}{8} P_3 \frac{\ddot{x}_1}{g} + \left(P_2 + \frac{3}{8} P_3 \right) \frac{\ddot{x}_2}{g} = P_2 - \frac{1}{2} P_3 \text{ или}$$

$$7\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2 = 0 , \; \ddot{x}_1 + 9\ddot{x}_2 = 2g .$$

Ускорения грузов: $\ddot{x}_1 = -\frac{1}{31} g$, $\ddot{x}_2 = \frac{7}{31} g$. Ускорение центра масс блока $\ddot{x}_C = \frac{\ddot{x}_2 + \ddot{x}_1}{2} = \frac{6}{31} g$. Груз 1 и центр блока 3 движутся вверх, груз 2 – вниз. (Сравнить с задачей 70.)

6.8

Система с двумя степенями свободы. Обобщённые координаты: x_1 – положение центра масс катка 1 (точки C_1) относительно неподвижной вертикальной стены; x_2 – положение центра масс катка 2 (точки C_2) относительно подвижного края платформы.

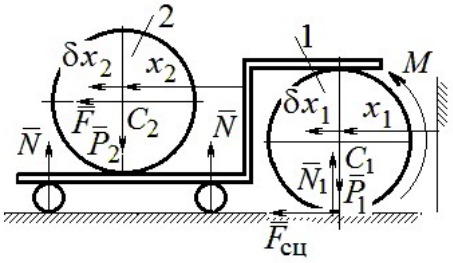


Рис. 7.47. Расчётная схема к упражнению 6.8

Кинетическая энергия системы

$$T = \frac{3}{4} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} \left[m_2 \left(\dot{x}_2 + 2\dot{x}_1 \right)^2 + \frac{m_2 r^2}{2} \left(\frac{\dot{x}_2}{r} \right)^2 \right] = \frac{P}{g} \left(\frac{11}{4} \dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2 + 2\dot{x}_1 \dot{x}_2 \right).$$

Дадим системе возможное перемещение по координате x_1 $\left(\delta x_1 \neq 0 \right)$, оставляя другую координату x_2 неизменной $\left(\delta x_2 = 0 \right)$. Работу совершают момент M и сила $\overline{F}$. Суммарная работа

$$\sum \delta A(F_{\text{к}}) = M \delta \varphi_1 + F \delta s_{C_2} = M \frac{\delta x_1}{r} + F 2 \delta x_1 = 4P \delta x_1 .$$

Обобщённая сила $Q_{x_1} = 4P$.

При другом независимом возможном перемещении $\delta x_1 = 0$, $\delta x_2 \neq 0$ суммарная работа внешних сил $\sum \delta A(F_к) = F\delta x_2$ и обобщённая сила, соответствующая координате x_2, равна $Q_{x_2} = P$.

Уравнения Лагранжа

$$\frac{P}{g}\left(\frac{11}{2}\ddot{x}_1 + 2\ddot{x}_2\right) = 4P,\ \frac{P}{g}\left(2\ddot{x}_2 + 2\ddot{x}_1\right) = P, \text{ или}$$

$$11\ddot{x}_1 + 4\ddot{x}_2 = 8g,\ 2\ddot{x}_2 + 2\ddot{x}_1 = g$$

Ускорение центра катка 1 $\ddot{x}_1 = \frac{6}{7}g$. Тележка катится в направлении оси x_1. Ускорение центра катка 2 относительно тележки $\ddot{x}_2 = -\frac{5}{14}g$. Закон относительного движения центра катка 2 при нулевых начальных условиях: $x_2 = -\frac{5}{28}gt^2$. Каток катится к правому борту тележки.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Бать М. И., *Джанелидзе Г. Ю.*, *Кельзон А. С.* Теоретическая механика в примерах и задачах: Т. 1–2.– СПб.: Лань, 2010.

Бутенин Н. В., *Лунц Я. Л.*, *Меркин Д. Р.* Курс теоретической механики: В 2-х томах.– М.: Наука, 2009.

Вебер Г. Э., *Ляпцев*, *С. А*. Лекции по теоретической механике. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2008.

Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики: учебник для втузов. – М.: Высшая школа, 2010.

Учебное издание

Валерий Григорьевич Брагин
Евгений Борисович Волков
Юрий Михайлович Казаков

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Учебное пособие

Редактор *Л.В. Устьянцева*

Компьютерная версия

Подписано в печать 26.10.2018 г.
Бумага писчая. Формат бумаги 60×84 1/16.
Гарнитура Times New Roman. Печать на ризографе.
Печ. л. 15,625. Уч. изд. л. 10,5. Тираж экз. Заказ №
Издательство УГГУ
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30
Уральский государственный горный университет
Отпечатано с оригинал-макета
в лаборатории множительной техники УГГУ

Министерство образования и науки РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный
горный университет»

Е. Б. Волков, Ю. М. Казаков

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Учебно-методическое пособие
для самостоятельной работы студентов

Екатеринбург
2017

Министерство образования и науки РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО
Методической комиссией
горно-механического факультета
«15» декабря 2017 г.
Председатель комиссии
проф. В. П. Барановский

Е. Б. Волков, Ю. М. Казаков

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Учебно-методическое пособие
для самостоятельной работы студентов

Издание УГГУ Екатеринбург, 2017

В 67

Рецензент: *Н. М. Суслов*, д-р техн. наук, заведующий кафедрой ГМК
Уральского государственного горного университета

Учебно-методическое пособие рассмотрено на заседании кафедры технической механики от 19.12.2016 г. (протокол № 2) и рекомендовано для издания в УГГУ.

Печатается по решению Редакционно-издательского совета Уральского государственного горного университета.

Волков Е. Б., Казаков Ю. М.

В67 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА: Учебно-методическое пособие для самостоятельной работы студентов. / Е. Б. Волков, Ю. М. Казаков, Уральский государственный горный университет. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2017. 156 с.

Учебно-методическое пособие для самостоятельной работы студентов содержит краткие методические указания, контрольные задания и примеры выполнения заданий по темам: «Статика твердого тела. Равновесие произвольной плоской и пространственной систем сил», «Кинематика вращательного и плоскопараллельного движений твердого тела. Определение скоростей и ускорений точек твёрдого тела», «Сложное движение точки», «Динамика точки. Дифференциальные уравнения движения точки. Гармонические и вынужденные колебания точки. Применение теоремы об изменении кинетической энергии при исследовании движения точки», «Применение общих теорем динамики к исследованию движения механической системы», «Принципы механики. Применение общего уравнения динамики к исследованию движения механической системы», «Уравнения Лагранжа II рода».

Учебно-методическое пособие для студентов всех специальностей очной формы обучения.

© Волков Е. Б., Казаков Ю. М., 2017
©Уральский государственный горный университет, 2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. СТАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА 4
1.1. Основные виды связей и их реакции 4
1.2. Моменты силы относительно центра и относительно оси. Пара сил. Момент пары 5
1.3. Условия равновесия систем сил 7
1.4. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел 8
1.5. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил 17
2. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ И ТВЕРДОГО ТЕЛА 26
2.1. Кинематика точки. Основные параметры движения точки 26
2.2. Вращение тела вокруг неподвижной оси 28
2.3. Плоскопараллельное движение твёрдого тела 29
2.4. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек твердого тела при поступательном и вращательном движениях 32
2.5. Задание К2. Определение скоростей точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении 38
2.6. Задание К3. Определение ускорений точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении 46
3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ 57
3.1. Основные понятия сложного движения точки 57
3.2. Задание К4. Определение скорости и ускорения точки при сложном движении 60
4. ДИНАМИКА ТОЧКИ 73
4.1. Дифференциальные уравнения движения точки. 73
4.2. Задание Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки ... 73
4.3. Колебания материальной точки 80
4.4. Задание Д2. Исследование колебаний точки 84
4.5. Теорема об изменении кинетической энергии точки. 95
4.6. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии 96
5. ДИНАМИКА МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ 103
5.1. Описание движений твёрдых тел на основе общих теорем динамики системы. 103
5.2. Задание Д4. Динамический расчет механической системы 104
5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы. 112
5.4. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии 114
6. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА 124
6.1. Принципы механики. Общее уравнение динамики 124
6.2. Задание Д6. Исследование механической системы с применением общего уравнения динамики 126
6.3. Уравнения Лагранжа II рода 136
6.4. Задание Д7. Исследование механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа 137
6.5. Задание Д8. Исследование механической системы с двумя степенями свободы 145
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ 155

1. СТАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

Статика представляет раздел теоретической механики, в котором изучаются условия равновесия твердых тел под действием системы сил.

1.1. Основные виды связей и их реакции

Опора тела на гладкую плоскость (поверхность) без трения. Реакция приложена в точке касания и направлена перпендикулярно к общей касательной соприкасающихся поверхностей. При опоре углом, или на угол (рис. 1.1, *a*), реакция направлена по нормали к одной из поверхностей. **Гибкая связь**. Если на тело наложена связь в виде гибкой нерастяжимой нити (каната, троса), то реакция связи $\vec{T}$, равная натяжению нити, приложена к телу и направлена вдоль нити (рис. 1.1, *b*).

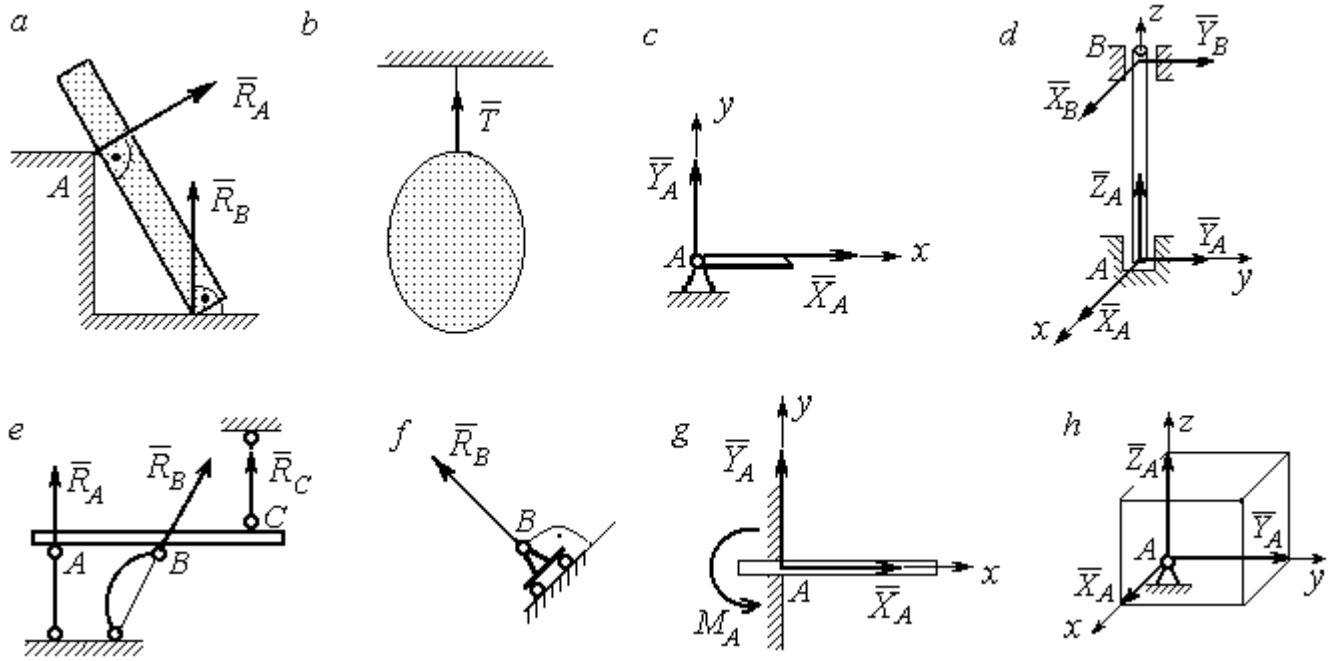


Рис. 1.1. Виды связей и их реакции:
a – реакция опоры тела на гладкую поверхность без трения; *b* – реакция связи гибкой нерастяжимой нити; *c* – реакция цилиндрического шарнира; *d* – реакция подшипника и подпятника; *e* – реакция невесомого стержня; *f* – реакция подвижной опоры; *g* – реакция жесткой заделки; *h* – реакция пространственного шарнира

Цилиндрический шарнир (подшипник) создает соединение, при котором одно тело может вращаться по отношению к другому. Реакция цилиндрического шарнира лежит в плоскости, перпендикулярной оси шарнира. При решении задач реакцию цилиндрического шарнира $\vec{R}_A$ изображают ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, взятыми по направлениям координатных осей (рис. 1.1, *c*). Реакция подшипника $\vec{R}_B$ (рис. 1.1, *d*) также изображается своими составляющими $\vec{X}_B$ и $\vec{Y}_B$, взятыми по направлениям координатных осей в плоскости, перпендикулярной оси вращения подшипника. Величина реакции определяется по формуле: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$. **Реакция прямолинейного невесомого стержня с шарнирными соединениями на краях** направлена вдоль самого стержня, а криволинейного – вдоль линии, соединяющей точки крепления стержня (рис. 1.1, *e*). **Реакция подвижной опоры** $\vec{R}_B$ (рис. 1.1, *f*) направлена по нормали к поверхности, на которую опираются катки опоры. **Жесткая заделка** (рис. 1.1, *g*) препятствует не только линейным перемещениям тела, но и повороту. Реакция заделки состоит из силы реакции $\vec{R}_A$ и пары сил с моментом M_A. При решении задач силу реакции жесткой заделки $\vec{R}_A$ изображают ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, взятыми по направлениям координатных осей. Модуль реакции определяется по формуле $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$. Виды связей и их реакции показаны на рис. 1.1.

1.2. Моменты силы относительно центра и относительно оси. Пара сил. Момент пары

Алгебраическим моментом силы *F* относительно центра *O* $M_O(\vec{F})$, или просто **моментом силы** $\vec{F}$ относительно центра *O*, называют взятое с соответствующим знаком произведение модуля силы $\vec{F}$ на кратчайшее расстояние *h* от центра *O* до линии действия силы: $M_O(\vec{F}) = \pm Fh$ (рис. 1.2, *a*).

Величину h называют **плечом силы**. Момент силы относительно центра считается положительным, если сила стремится повернуть тело вокруг центра против хода часовой стрелки, и отрицательным – в обратном случае.

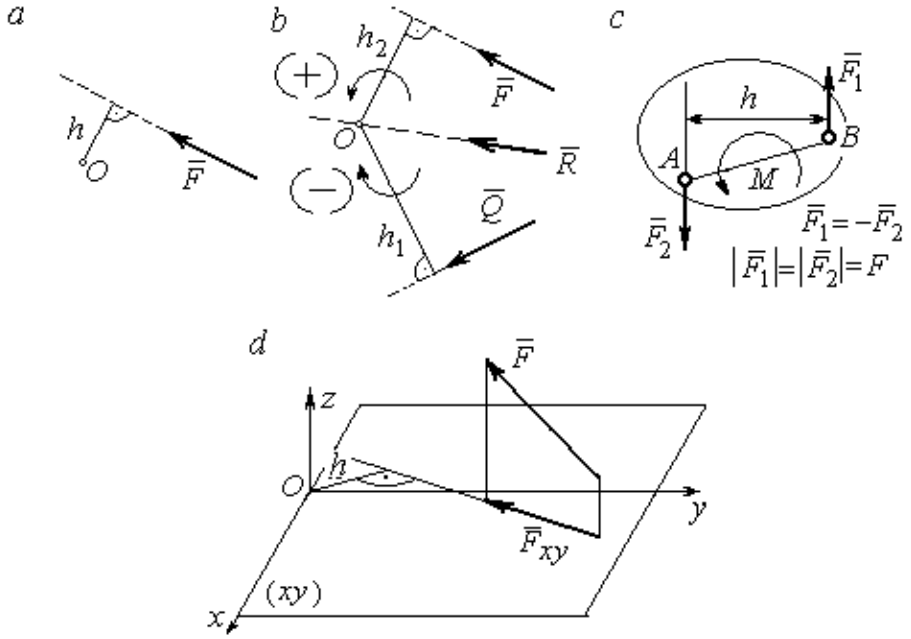


Рис. 1.2. Схемы для вычисления моментов сил:
a, *b* – момент силы относительно центра; *c* – момент пары сил;
d – момент силы относительно оси

На рис. 1.2, *b* показано, что момент силы $\vec{F}$ относительно центра O положительный, а момент силы $\vec{Q}$ относительно того же центра – отрицательный. Момент силы $\vec{R}$ относительно центра O равен нулю, так как линия действия этой силы проходит через центр O и плечо силы равно нулю.

Парой сил, или просто парой (рис.1.2, *c*), называют систему двух равных по модулю сил, параллельных, направленных в противоположные стороны и не лежащих на одной прямой. Алгебраическим моментом пары сил, или **моментом пары,** называют взятое со знаком плюс или минус произведение модуля одной из сил пары на плечо пары – кратчайшее расстояние между линиями действия ее сил. Правило знаков такое же, как и для момента силы. На рисунках пару часто изображают дуговой стрелкой, показывающей направление поворота твердого тела под действием пары (см. M на рис. 1.2, *c*).

Моментом силы относительно оси называют момент проекции этой силы на плоскость, перпендикулярную оси, относительно точки пересечения оси с этой плоскостью. На рис. 1.2, *d* показано вычисление момента силы F относительно оси *z*: $M_z(\vec{F}) = F_{xy}h$, где F_{xy} – проекция силы $\vec{F}$ на плоскость *xy*, перпендикулярную оси *z*, *h* – плечо проекции F_{xy} относительно центра *O* – точки пересечения оси *z* и плоскости *xOy*.

1.3. Условия равновесия систем сил

Плоской системой сил называется система сил, расположенных в одной плоскости.

Основная форма условий равновесия плоской системы сил. Для равновесия плоской системы сил, приложенных к твердому телу, необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из двух осей прямоугольной системы координат, расположенной в плоскости действия сил, были равны нулю и сумма моментов сил относительно любого центра, находящегося в плоскости действия сил, также была равна нулю:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0,\ \sum M_A(\vec{F}_k) = 0,$$

где F_{kx}, F_{ky} – проекции всех сил на координатные оси; $M_A(\vec{F}_k)$ – моменты всех сил относительно произвольно выбранного центра A.

Пространственной системой сил называется система сил, расположенных произвольно в пространстве.

Для **равновесия пространственной системы сил** необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на оси прямоугольной системы координат были равны нулю и суммы моментов всех сил относительно тех же осей также были равны нулю:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0,\ \sum F_{kz} = 0,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0,\ \sum M_y(\vec{F}_k) = 0,\ \sum M_z(\vec{F}_k) = 0,$$

где F_{kx}, F_{ky}, F_{kz} – проекции всех сил на координатные оси x, y, z; $M_x(\vec{F}_k)$, $M_y(\vec{F}_k)$, $M_z(\vec{F}_k)$ – моменты всех сил относительно выбранных осей.

Равновесие систем тел

Связи, соединяющие части конструкции, называют **внутренними,** в отличие от **внешних** связей, скрепляющих конструкцию с внешними телами, не входящими в данную конструкцию. Одним из способов решения задач на равновесие сил, действующих на сочленённую конструкцию с внутренними связями, является **разбиение конструкции на отдельные тела** и составление уравнений равновесия для каждого из тел, входящих в конструкцию. При этом в уравнения равновесия должны входить только силы, непосредственно приложенные к тому телу, равновесие которого рассматривается.

1.4. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел

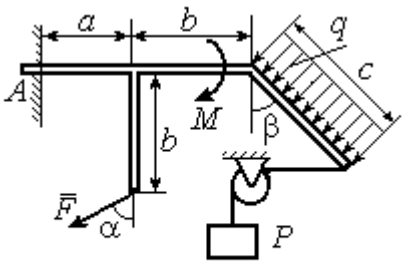
Каждый вариант задания включает две задачи по темам: «Равновесие произвольной плоской системы сил» и «Равновесие системы тел».

В задачах требуется определить реакции связей конструкции исходя из условия равновесия произвольной плоской системы сил. Весом стержневых подпорок, поддерживающих балочные конструкции, и блоков, через которые перекинуты невесомые нити, пренебречь.

Варианты заданий даны на рис. 1.3 – 1.6. Исходные данные приведены в табл. 1.1. Из таблицы исходных данных выбираются значения тех параметров, которые указаны на схемах.

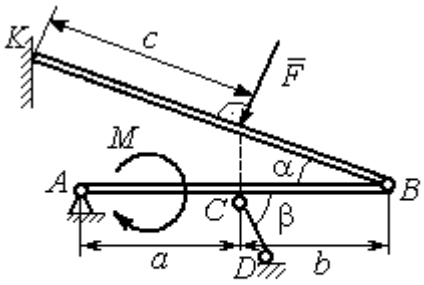
Варианты № 1, 11, 21

Задача 1



Найти реакцию жесткой заделки в точке A

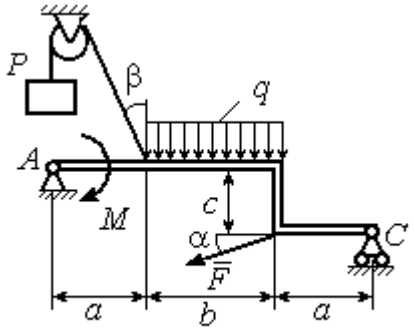
Задача 2



Найти реакции шарниров A, B, реакцию стержня CD и реакцию опоры в точке K

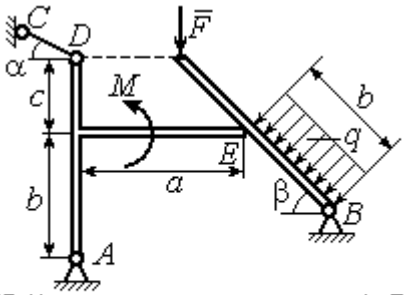
Варианты № 2, 12, 22

Задача 1



Найти реакции шарниров A и C

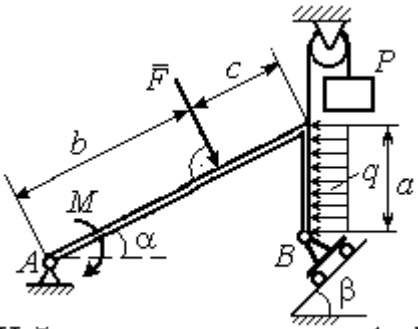
Задача 2



Найти реакции шарниров A, B, реакцию опоры в точке E и реакцию стержня CD

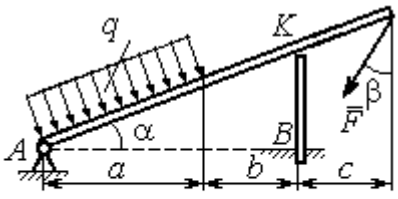
Варианты № 3, 13, 23

Задача 1



Найти реакцию шарниров A и B

Задача 2

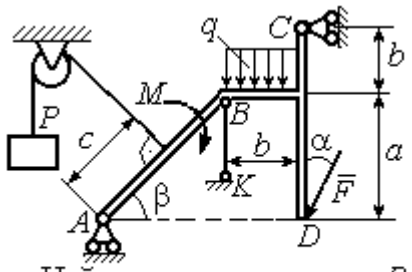


Найти реакцию шарнира A, реакцию опоры в точке K и реакцию жесткой заделки в точке B

Рис. 1.3. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 1 – 3, 11 – 13, 21 – 23

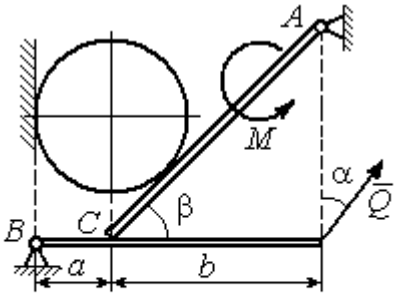
Варианты № 4, 14, 24

Задача 1



Найти усилие в стержне BK и реакцию шарниров A, C

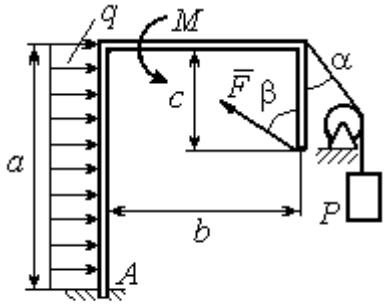
Задача 2



Вес шара P. Найти реакцию шарниров A, B, давление шара на балку и стенку, реакцию опоры балки в точке C и уравновешивающую силу Q

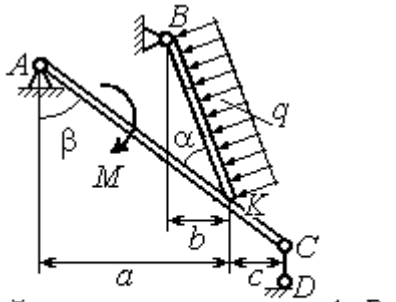
Варианты № 5, 15, 25

Задача 1



Найти реакцию жесткой заделки в точке A

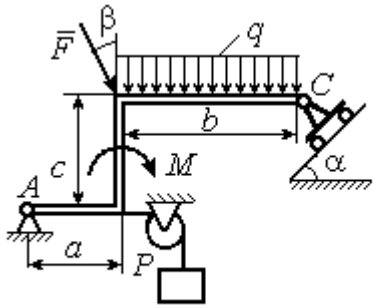
Задача 2



Найти реакцию шарнирв A, B, реакцию стержня CD и реакцию опоры в точке K

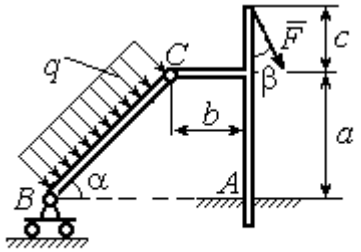
Варианты № 6, 16, 26

Задача 1



Найти реакции шарниров A и C

Задача 2

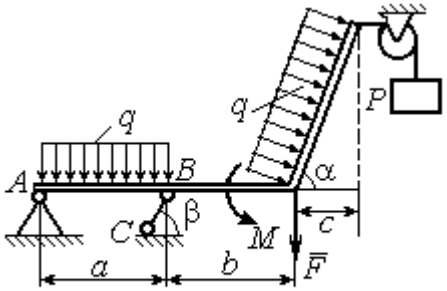


Найти реакцию жесткой заделки в точке A и реакции шарниров B и C

Рис. 1.4. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 4 – 6, 14 – 16, 24 –26

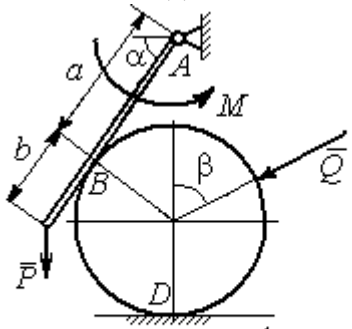
Варианты № 7, 17, 27

Задача 1



Найти реакцию стержня BC и реакцию шарнира A

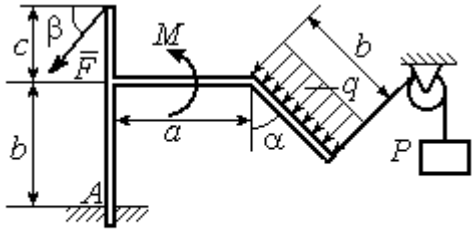
Задача 2



Найти реакцию шарнира A, давление балки на шар, реакцию опоры шара в точке D и уравновешивающую силу Q

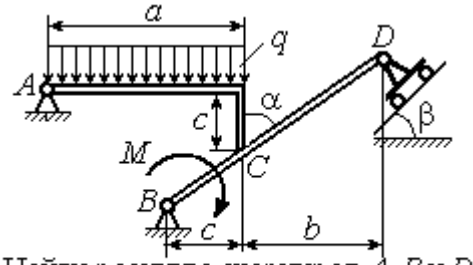
Варианты № 8, 18, 28

Задача 1



Найти реакцию жесткой заделки в точке A

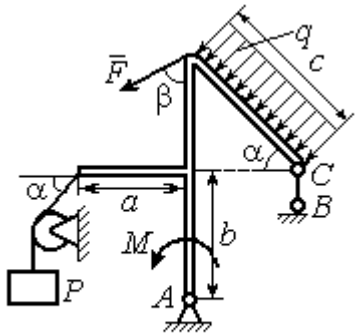
Задача 2



Найти реакцию шарниров A, B и D и реакцию опоры в точке C

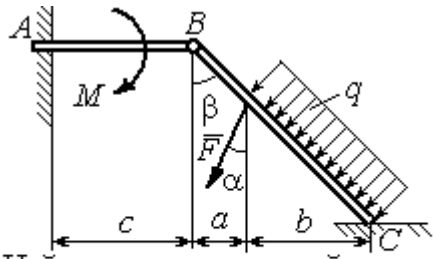
Варианты № 9, 19, 29

Задача 1



Найти реакцию стержня BC и реакцию шарнира A

Задача 2



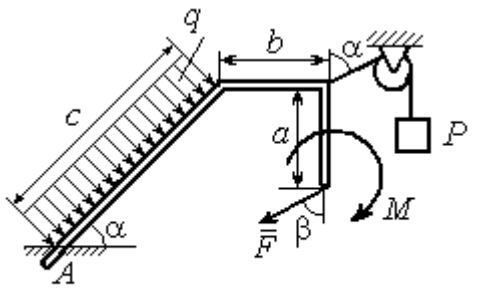
Найти реакцию жесткой заделки в точке A, реакцию шарнира B и реакцию опоры в точке C

Рис. 1.5. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 7 – 9, 17 – 19, 27 – 29

Окончание вариантов задания С1

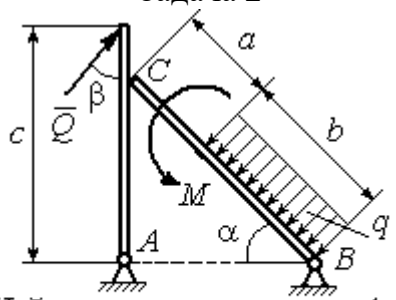
Варианты № 10, 20, 30

Задача 1



Найти реакцию жесткой заделки в точке A

Задача 2



Найти реакцию шарниров A, B, реакцию опоры в точке C и уравновешивающую силу Q

Рис. 1.6. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 10, 20, 30

Таблица 1.1

Исходные данные задания С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел.

Номер варианта задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
P, кН	6	5	6	12	6	6	10	3	8	5	10	4	8	10	8
F, кН	12	6	10	5	12	8	6	5	6	2	12	8	12	6	10
q, кН/м	5	4	2	3	6	3	5	2	2	4	6	2	3	4	5
M, кН·м	12	8	6	8	12	5	12	8	4	6	8	12	10	6	10
α, град	45	60	30	60	30	30	45	60	30	30	45	30	60	45	60
β, град	60	30	45	30	60	90	60	60	30	45	30	45	30	60	30
a, м	3	4	3	4	3	4	3	4	1	2	2	3	2	3	4
b, м	3	3	4	3	2	4	3	3	2	3	3	3	4	3	2
c, м	4	2	2	2	3	2	2	1	5	4	4	2	1	2	2

Номер варианта задания	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
P, кН	10	8	10	6	4	6	12	10	5	6	8	6	8	4	6
F, кН	6	12	12	8	3	14	10	8	15	10	12	8	10	10	2
q, кН/м	5	3	4	3	2	3	2	5	4	2	3	4	5	2	4
M, кН·м	10	6	8	6	5	12	4	6	8	10	12	10	6	4	8
α, град	60	60	30	45	60	30	60	45	30	60	45	30	30	30	45
β, град	45	30	30	60	60	45	30	60	30	45	90	30	60	45	30
a, м	3	4	3	1	2	2	4	1	4	3	4	3	2	1	2
b, м	2	4	3	3	4	1	4	3	2	2	2	2	2	2	2
c, м	3	2	2	4	5	4	2	2	1	1	1	2	1	3	5

Пример выполнения задания С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел.

Задача 1**.** Рама *ACE* (рис. 1.7) в точке *A* закреплена на цилиндрической шарнирной опоре, а в точке *B* поддерживается вертикальным невесомым стержнем *BK*. На раму действуют: пара с моментом $M = 8$ Нм, сила $F = 10$ Н, приложенная в точке *D* под углом 60° к раме, и равномерно распределенная нагрузка интенсивностью $q = 2$ Н/м, приложенная на отрезке *AB*. В точке *E* под прямым углом к участку балки *CE* прикреплен трос, несущий груз $P = 20$ Н. Пренебрегая весом балки, определить реакцию шарнира *A* и реакцию стержневой опоры *BK*, если $a = 2$ м.

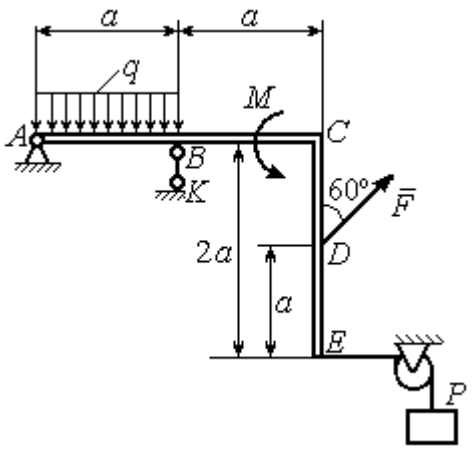


Рис. 1.7. Конструкция рамы

Решение

Выбираем систему координат *xAy*, например, как показано на рис. 1.8. Заменяем действие связей их реакциями. Изображаем реакцию шарнира *A* двумя ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, направленными вдоль горизонтальной и вертикальной осей (см. рис. 1.8). Реакция $\vec{R}_B$ невесомой стержневой опоры *BK* приложена в точке *B* и направлена вдоль стержня *BK*. Заменяем распределенную нагрузку её равнодействующей $\vec{Q}$. Сила $\vec{Q}$ приложена в середине отрезка *AB* и по модулю равна $Q = qa = 4$ Н. Действие груза *P* на раму изображается реакцией $\vec{T}$, равной по величине весу груза.

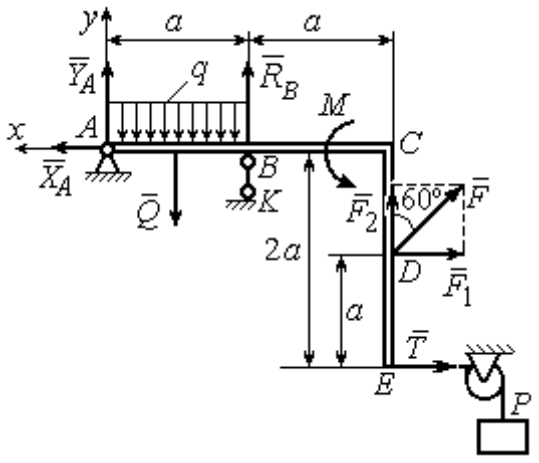


Рис. 1.8. Силы и реакции связей, действующие на раму при её равновесии

При равновесии рамы действующие на неё силы составляют уравновешенную произвольную плоскую систему. Условия равновесия системы сил имеют вид: $\sum F_{kx} = 0$, $\sum F_{ky} = 0$, $\sum M_A(\vec{F}_k) = 0$. Вычисляя проекции сил на оси *x*, *y*, и моменты сил относительно центра *A*, уравнения равновесия получим в виде:

$$\sum F_{kx} = X_A - F\cos 30^\circ - T = 0, \quad \sum F_{ky} = Y_A - Q + R_B + F\cos 60^\circ = 0.$$

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -Q\frac{a}{2} + R_B a + M + F\cos 60^\circ \cdot 2a + F\cos 30^\circ \cdot a + T2a = 0.$$

Здесь для вычисления момента силы $\vec{F}$ относительно центра *A* использована теорема Вариньона: $M_A(\vec{F}) = M_A(\vec{F}_1) + M_A(\vec{F}_2) = F_1 \cdot a + F_2 \cdot 2a$, где $F_1 = F\cos 30^\circ$, $F_2 = F\cos 60^\circ$ (см. рис. 1.8).

Подставляя в уравнения равновесия исходные данные задачи, получим систему уравнений относительно неизвестных X_A, Y_A, R_B:

$$X_A - 28{,}66 = 0, \quad Y_A + R_B + 1 = 0, \quad R_B \cdot 2 + 121{,}32 = 0.$$

Решая систему, найдем X_A = 28,66 Н, Y_A = 59,66 Н, R_B = – 60,66 Н.

Отрицательное значение величины R_B означает, что фактическое направление реакции R_B стержневой опоры *BK* противоположно направлению, показанному на рис. 1.8. Численное значение реакции шарнира

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{28{,}66^2 + 59{,}66^2} = 66{,}18 \text{ Н}.$$

Задача 2. Балка *ABLC* с вертикальной частью *AB* и горизонтальной перекладиной *LC* закреплена в точке *A* с помощью жесткой заделки (рис. 1.9). Наклонная балка *EC* с углом наклона к горизонту 60° в точке *C* шарнирно прикреплена к горизонтальной перекладине *CL*, а в точке *E* закреплена на шарнирно-подвижной опоре, установленной на горизонтальной поверхности. На конструкцию действуют равномерно распределенная на отрезках *BL* и *DE* нагрузка с одинаковой интенсивностью $q = 2$ кН/м, сила $\vec{F}$, приложенная в точке *D* перпендикулярно балке *EC* и равная по величине $F = 10$ кН, и пара сил

с моментом M = 5 кН·м. Определить реакцию жесткой заделки A и реакции шарниров C и E, если a = 2 м.

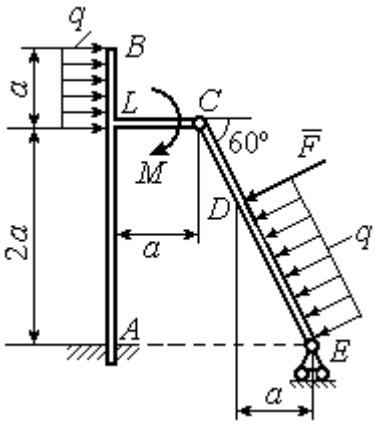


Рис. 1.9. Равновесие конструкции двух балок, соединённых шарниром

Решение

Разделяем систему на две части по шарниру C и рассмотрим равновесие балок $ABLC$ и EC отдельно. Изобразим обе балки и расставим внешние силы и реакции связей (рис. 1.10). Рассмотрим балку $ABLC$ (рис. 1.10, *a*). Заменим распределенную нагрузку эквивалентной силой $\vec{Q}_1$, приложенной в середине отрезка BL, направленной в сторону действия нагрузки и равной $Q_1 = q \cdot a =$ 4 кН. Кроме силы $\vec{Q}_1$ и пары сил с моментом M на балку действуют реакция жёсткой заделки в точке A, имеющая своими составляющими силы $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$ и пару сил с моментом M_A, а также реакция шарнира C, разложенная на составляющие $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$ (см. рис. 1.10, *a*). Действующие на раму силы составляют уравновешенную плоскую систему сил. Выберем систему координат xAy, как показано на рис. 1.10, *a*, и составим уравнения равновесия:

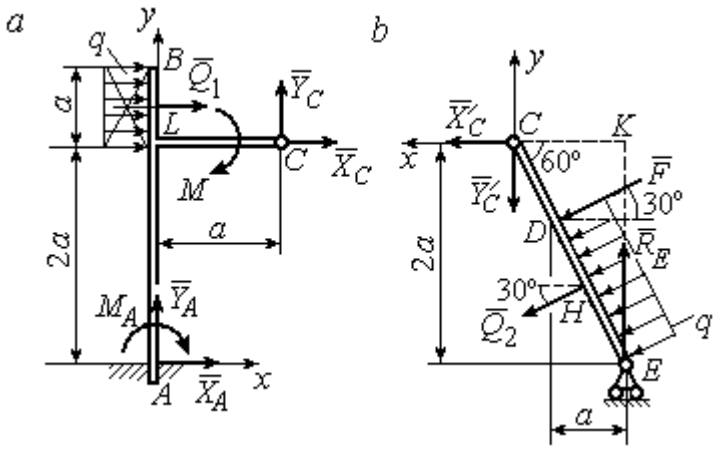


Рис. 1.10. Равновесие частей конструкции:
a - силы и реакции связей, действующие на балку $ABLC$;
b - силы и реакции связей, действующие на балку CE

$$\sum F_{kx} = X_A + Q_1 + X_C = 0, \quad \sum F_{ky} = Y_A + Y_C = 0,$$

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -M_A - Q_1 \cdot \left(2a + \frac{a}{2}\right) - M + Y_C a - X_C 2a = 0.$$

Рассмотрим равновесие балки *EC*. Заменим равномерную нагрузку эквивалентной силой $\vec{Q}_2$, приложенной в середине отрезка *ED*, направленной в сторону действия нагрузки и равной по модулю $Q_2 = q \cdot 2a = 8$ кН. На балку кроме сил $\vec{Q}_2$, $\vec{F}$ действуют реакции связей: $\vec{R}_E$ – реакция шарнирно-подвижной опоры в точке *E* и $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$ – составляющие реакции шарнира *C*. Силы $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$ направлены противоположно силам $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$ и равны им по модулю $X_C = X'_C$, $Y_C = Y'_C$ (см. рис. 1.10, *a*, *b*). Действующие на балку *EC* силы образуют плоскую уравновешенную систему сил. Выберем систему координат *xCy,* как показано на рис. 1.10, *b,* и составим уравнения равновесия. При этом центром, относительно которого будем считать моменты сил, выберем точку *C*. Получим:

$$\sum F_{kx} = Q_2 \sin 60^\circ + F\cos 30^\circ + \vec{X}'_C = 0,\ \sum F_{ky} = R_E - Q_2 \cos 60^\circ - F\sin 30^\circ - Y'_C = 0,$$

$$\sum M_C\left(\vec{F}_k\right) = -F \cdot CD - Q_2 \cdot CH + R_E \cdot CK = 0.$$

Здесь плечи сил: $CD = \dfrac{2a}{\cos 30^\circ} - 2a$, $CH = \dfrac{2a}{\cos 30^\circ} - a$, $CK = 2a\,\mathrm{tg}30^\circ$. Заменяя в уравнениях величины X'_C на X_C, а Y'_C на Y_C и подставляя исходные данные, получим систему уравнений:

$$X_A + X_C + 4 = 0,\ Y_A + Y_C = 0,\ -M_A - 4X_C + 2Y_C - 25 = 0,$$

$$X_C + 15{,}59 = 0,\ -Y_C + R_E - 9 = 0,\ 2{,}31R_E - 27{,}14 = 0,$$

откуда найдём величины реакции жесткой заделки и реакции шарниров:

$$X_A = 11{,}59 \text{ кН},\ Y_A = -2{,}76 \text{ кН},\ M_A = 42{,}87 \text{ кН·м},$$

$$X_C = -15{,}59 \text{ кН},\ Y_C = 2{,}76 \text{ кН},\ R_E = 11{,}76 \text{ кН}.$$

Модули реакций жесткой заделки *A* и шарнира *C*:

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = 11{,}91 \text{ кН},\ R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2} = 15{,}83 \text{ кН}.$$

1.5. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил

В заданиях рассматривается равновесие однородной плиты или вала (прямого или с «ломаной» осью) с насаженным на него шкивом.

Вал закреплен подпятником и подшипником и удерживается в равновесии. На вал действуют сила $\vec{F}$, пара сил с моментом M и сила $\vec{P}$. На шкив вала намотана нить, к свободному концу которой, перекинутому через невесомый блок, подвешен груз весом Q. Для вала определить реакции подшипника и подпятника и величину уравновешивающей силы Q (или момента M).

Плита весом P закреплена пространственным шарниром, подшипником и удерживается в заданном положении невесомым стержнем. На плиту действуют силы $\vec{F}$, $\vec{Q}$ и пара сил с моментом M. Для плиты найти реакции сферического и цилиндрического шарниров и реакцию стержня.

Варианты задания даны на рис. 1.11 – 1.13. Исходные данные для выполнения задания приведены в табл. 1.2.

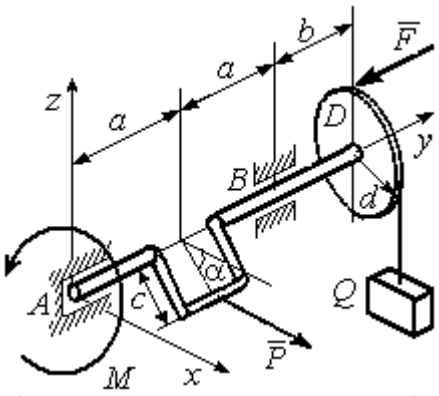
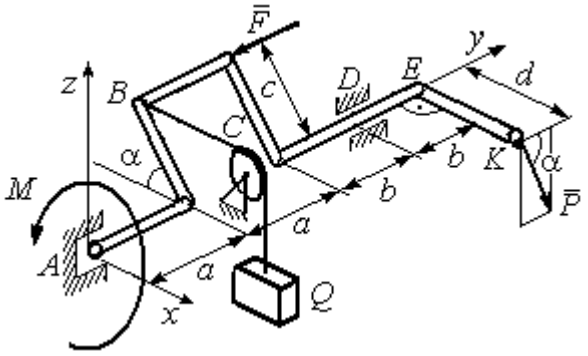
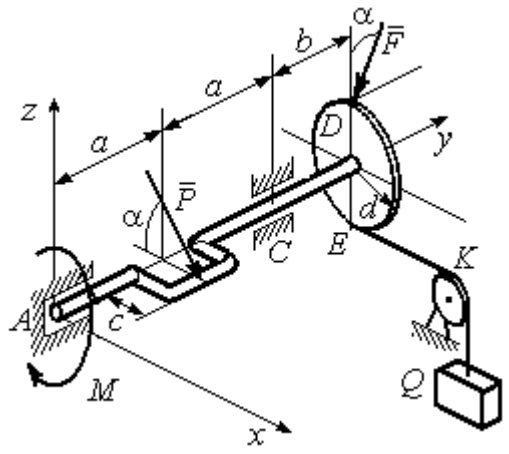
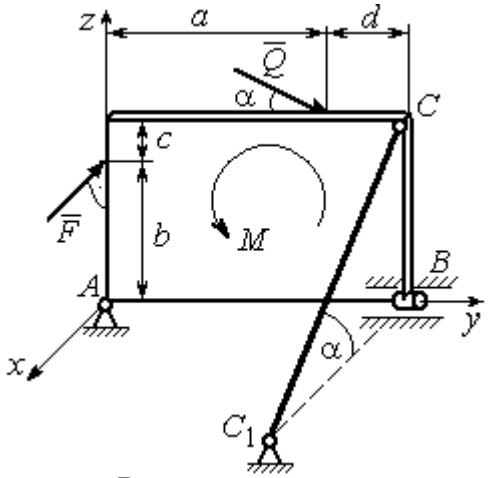
Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**
	
Сила $\vec{F}$ параллельна оси Ay; сила $\vec{P}$ параллельна оси Ax; нить, удерживающая груз, сходит со шкива вертикально. Найти реакции подпятника и подшипника в точках A и B и величину уравновешивающего груза Q	Сила $\vec{F}$ параллельна оси Ay; сила $\vec{P}$ лежит в плоскости, параллельной zAy; отрезок нити BC параллелен оси Ax; рукоять вала EK параллельна оси Ax. Найти реакции подпятника и подшипника в точках A и D и величину уравновешивающего момента M

Рис. 1.11. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил.
Номера вариантов задания 1 – 2, 11 – 12, 21 – 22

Варианты № 3, 13, 23	**Варианты № 4, 14, 24**
	
Сила $\vec{F}$, лежит в плоскости *zAy*; сила $\vec{P}$ лежит в плоскости, параллельной *zAx*, отрезок нити *EK* параллелен оси *Ax*. Найти реакции подпятника и подшипника в точках *A* и *C*, а также величину уравновешивающего груза *Q*	Плита весом *P* расположена в плоскости *zAy*; пара сил с моментом *M* действует в плоскости плиты; стержень CC_1 расположен в плоскости, параллельной *zAx*; сила $\vec{Q}$ действует в плоскости плиты; сила $\vec{F}$ перпендикулярна плоскости плиты. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках *A* и *B* и реакцию стержня CC_1

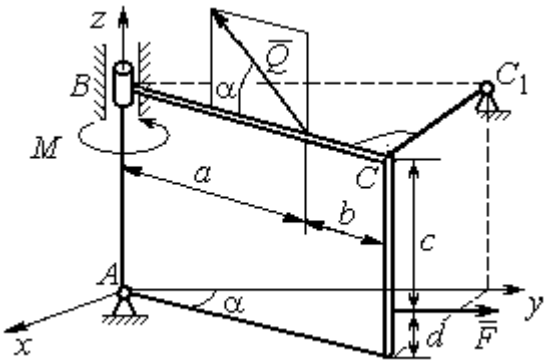
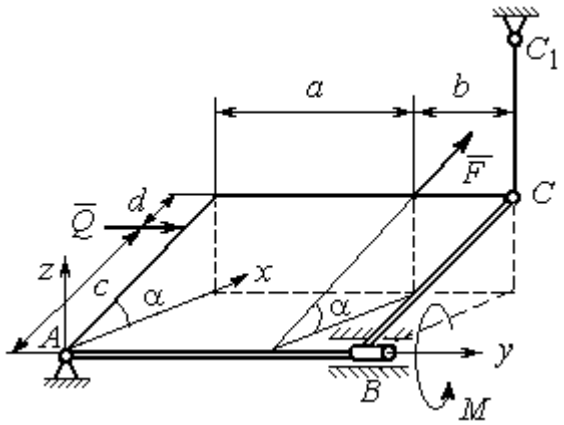
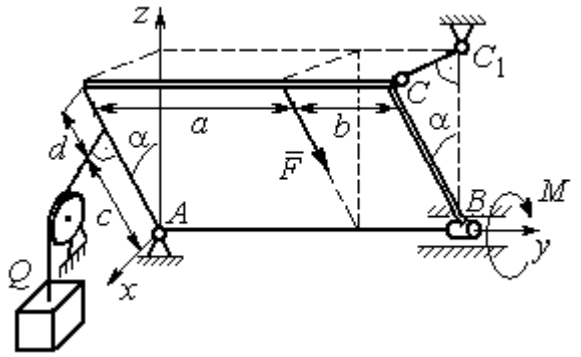
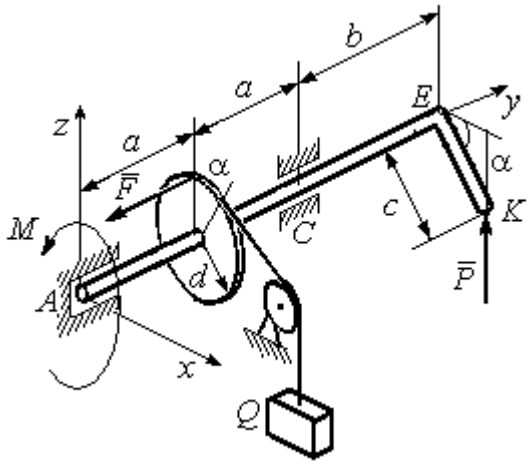
Варианты № 5, 15, 25	**Варианты № 6, 16, 26**
	
Плита весом *P* отклонена на угол α от вертикальной плоскости *zAy*; сила $\vec{Q}$ лежит в плоскости плиты; сила $\vec{F}$ параллельна оси *Ay*; стержень CC_1 перпендикулярен плоскости плиты. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках *A* и *B* и реакцию стержня CC_1	Плита весом *P* отклонена на угол α от горизонтальной плоскости *xAy*; сила $\vec{Q}$ перпендикулярна боковой стенке плиты и параллельна оси *Ay*; сила $\vec{F}$ расположена в плоскости плиты и параллельна её боковым стенкам; стержень CC_1 параллелен оси *Az*. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках *A* и *B* и реакцию стержня CC_1

Рис. 1.12. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил.
Номера вариантов задания 3 – 6, 13 – 16, 23 – 26

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	
Плита весом *P* отклонена на угол α от вертикальной плоскости *zAy*; нить, удерживающая груз *Q*, находится плоскости *zAx*, прикреплена к боковой стенке плиты и перпендикулярна ей; сила $\vec{F}$ параллельна боковым стенкам плиты; стержень CC_1 перпендикулярен плоскости *zAy*. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках *A* и *B* и реакцию стержня CC_1	Рукоять *EK* перпендикулярна оси вала и наклонена под углом α к горизонтальной плоскости *xAy*; сила $\vec{P}$ параллельна оси *Az*; сила $\vec{F}$ параллельна оси A*y*; нить, удерживающая груз *Q*, сходит со шкива по касательной. Найти реакции подпятника *A*, подшипника *C*, и величину уравновешивающего груза *Q*

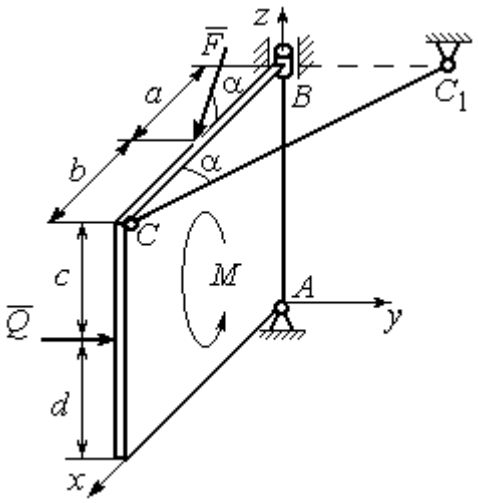
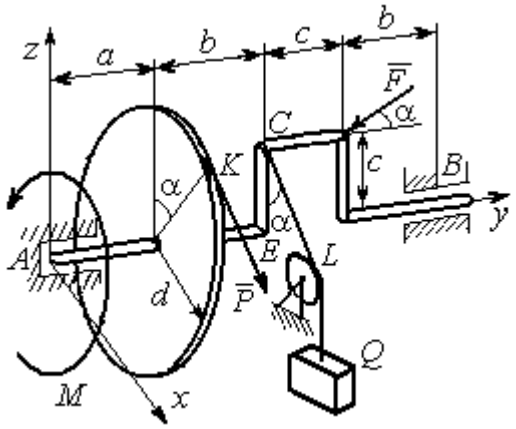
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	
Плита весом *P* находится в вертикальной плоскости *zAx*; стержень CC_1 расположен в плоскости, параллельной *xAy*; пара сил с моментом *M* действует в плоскости плиты; сила $\vec{Q}$ перпендикулярна плоскости плиты; сила $\vec{F}$ лежит в плоскости плиты. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках *A* и *B* и реакцию стержня CC_1	Сила $\vec{F}$ находится в плоскости *zAy*; стойка *CE* находится в плоскости *zAy*; отрезок *CL* нити, удерживающей груз, находится в плоскости параллельной *xAz*; сила $\vec{P}$ находится в плоскости шкива и направлена по касательной к ободу в точке *K*. Найти реакции подпятника *A*, подшипника *B* и величину уравновешивающего момента *M*

Рис. 1.13. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил.
Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 1.2

Исходные данные для задания С2.
Равновесие пространственной системы сил

Номер варианта задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
P, кН	5	4	6	10	16	15	12	10	15	14
F, кН	8	6	12	6	10	10	8	12	12	10
Q, кН	–	12	–	12	8	12	10	–	10	12
M, кН·м	12	–	10	8	12	6	8	6	8	–
α, град	60	30	30	30	60	60	60	30	30	60
a, м	1,2	0,8	1,4	0,6	1,2	0,9	1,4	0,4	0,8	0,8
b, м	1,0	0,6	1,1	0,4	0,8	0,4	0,6	1,2	0,2	0,6
c, м	0,8	0,5	0,8	0,3	1,4	0,8	1,2	0,8	0,4	0,4
d, м	0,4	0,4	0,6	0,2	0,4	0,2	0,4	0,6	0,6	0,6

Номер варианта задания	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
P, кН	8	10	10	15	14	10	16	9	10	12
F, кН	6	12	16	8	12	14	10	15	8	10
Q, кН	–	14	–	10	10	12	14	–	12	14
M, кН·м	10	–	12	12	12	8	10	10	10	–
α, град	30	60	60	60	30	30	30	60	60	30
a, м	0,8	1,3	0,9	0,5	1,3	1,2	1,6	0,6	0,9	1,2
b, м	0,6	1,1	0,6	0,4	0,9	0,6	0,8	1,2	0,3	0,8
c, м	0,4	0,8	0,5	0,2	1,5	0,9	1,2	0,4	0,6	0,6
d, м	0,2	0,4	0,4	0,1	0,5	0,4	0,6	0,2	0,2	0,8

Номер варианта задания	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
P, кН	10	12	5	8	10	14	18	12	14	10
F, кН	12	8	15	10	12	8	10	15	9	8
Q, кН	–	10	–	12	14	10	16	–	12	6
M, кН·м	12	–	16	14	8	10	8	12	10	–
α, град	90	30	60	30	45	30	30	60	60	30
a, м	0,6	0,8	1,1	1,2	1,5	0,8	1,0	0,8	1,2	0,9
b, м	0,8	0,6	0,9	1,0	0,9	0,6	0,8	1,4	0,6	0,4
c, м	0,4	1,2	0,8	0,6	1,5	0,9	1,1	0,5	0,8	0,6
d, м	0,4	1,5	0,5	0,2	0,4	0,3	0,3	0,4	0,6	0,5

Примеры решения задания С2. Равновесие пространственной системы сил

Задача 1. Горизонтальный вал (рис. 1.14) закреплен в подпятнике *C* и подшипнике *K*. Вал имеет шкив I радиуса *R* и шкив II радиуса *r*, перпендикулярные оси вала. Рукоять *AE* параллельна оси *Cx*. Нить, удерживающая груз *Q*, сходит со шкива I по касательной вертикально вниз. На вал действуют силы $\vec{F}$, $\vec{P}$ и пара сил с моментом *M*, закручивающая вал вокруг оси *Cy*. Сила $\vec{F}$ находится в плоскости, параллельной *zCy*, и составляет угол 60° с направлением оси *Cy*. Сила $\vec{P}$ приложена в точке *B* шкива II, определяемой центральным углом 30º, и направлена по касательной. Определить величину уравновешивающего момента *M* и реакции подшипника и подпятника, если $P = 4$ кН, $F = 2$ кН, $Q = 3$ кН, $R = 0{,}6$ м, $r = 0{,}3$ м, $a = 0{,}8$ м, $b = 0{,}4$ м.

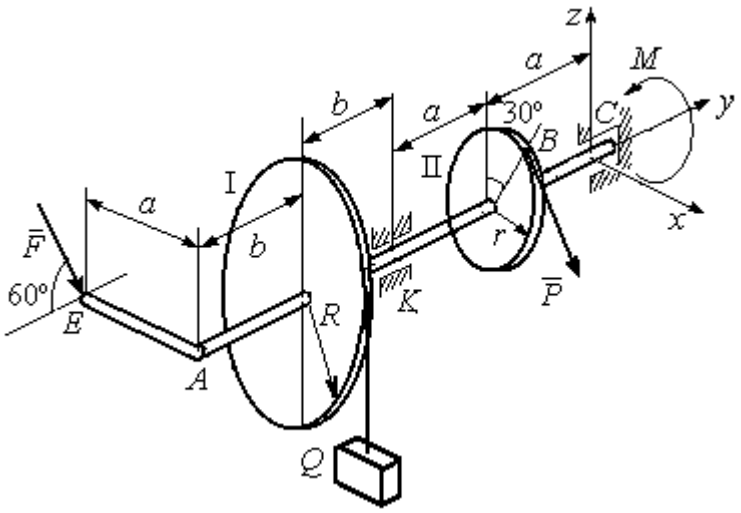


Рис. 1.14. Схема вала и его нагрузка

Решение

Рассмотрим равновесие вала. На вал действуют внешние силы $\vec{F}$, $\vec{P}$, пара сил с моментом *M* и реакции связей. Связями являются нить, натянутая грузом *Q*, подпятник *C* и подшипник *K*. Освобождаем вал от связей, заменяя их действие реакциями. Реакцию подпятника *C* раскладываем на три со-

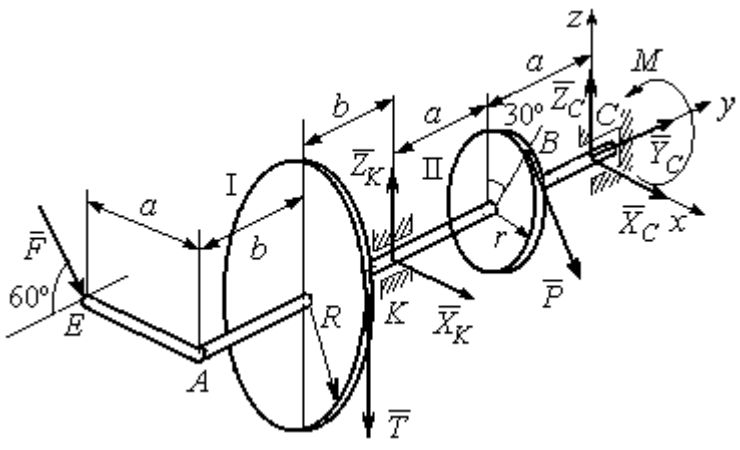


Рис. 1.15. Внешние силы и реакции связей вала

ставляющие: $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$, $\vec{Z}_C$, направленные вдоль координатных осей. Реакция подшипника *K* лежит в плоскости, перпендикулярной оси вала, и ее составляющими будут вектора $\vec{X}_K, \vec{Z}_K$, направленные вдоль координатных осей *x*, *z*. Реакция нити $\vec{T}$ направлена вдоль нити от точки *K* и по модулю равна весу груза. Действие на вал внешних сил и реакций связи показано на рис. 1.15.

Внешние силы, действующие на вал, и реакции связей составляют произвольную пространственную систему сил, эквивалентную нулю ($\vec{P}, \vec{F}, \vec{X}_K, \vec{Z}_K, \vec{T}, \vec{X}_C, \vec{Y}_C, \vec{Z}_C, M$) ∞ 0, для которой уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0,\ \sum F_{kz} = 0,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0,\ \sum M_y(\vec{F}_k) = 0,\ \sum M_z(\vec{F}_k) = 0.$$

Для удобства при составлении уравнений равновесия изобразим вал вместе с действующими на него силами в проекциях на координатные плоскости (рис. 1.16)

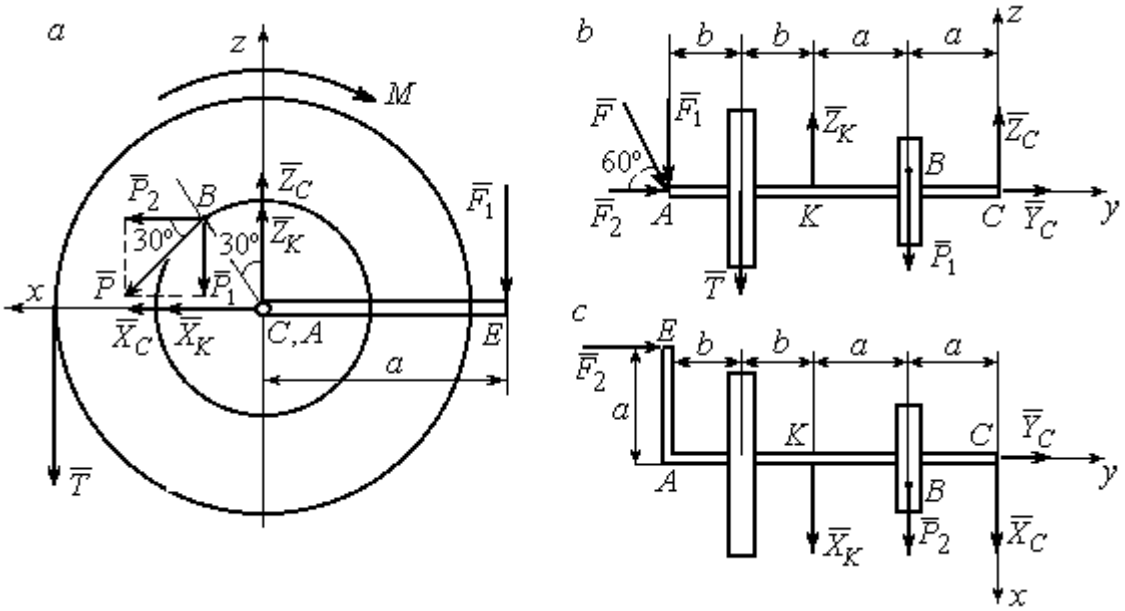


Рис. 1.16. Вал и действующие на него силы в проекциях на координатные плоскости:
a – вид вала в проекции на плоскость *zCx* с положительного конца оси *y*;
b – вид вала в проекции на плоскость *zCy* с положительного конца оси *x*;
c – вид вала в проекции на плоскость *xCy* с положительного конца оси *z*.

На рис. 1.16, *а* показаны проекции всех сил на плоскость *zCx*. Вычисляя моменты проекций этих сил относительно точки *C*, получим значения моментов исходных сил относительно оси *y*.

Для вычисления моментов сил относительно оси *x* достаточно найти моменты проекций сил на плоскость *zCy* относительно точки *C* (см. рис. 1.16, *b*), а вычисляя моменты проекций сил на плоскость *xCy* относительно точки *C*, получим значения моментов сил относительно оси z.

Составляем уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = P_2 + X_K + X_C = 0,\ \sum F_{ky} = F_2 + Y_C = 0,$$

$$\sum F_{kz} = -P_1 + Z_K - T + Z_C - F_1 = 0,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = P_1 a - Z_K 2a - T(2a + b) + F_1(2a + 2b) = 0,$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = -F_1 a + TR + Pr - M = 0,$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = P_2 a + X_K 2a - F_2 a = 0.$$

Подставляя исходные данные задачи, с учётом того, что

$$P_1 = P\cos 60^\circ = 0{,}5P,\ P_2 = P\cos 30^\circ = 0{,}87P,$$

$$F_1 = F\cos 30^\circ = 0{,}87F,\ F_2 = F\cos 60^\circ = 0{,}5F$$ (см. рис. 1.16 *а*, *b*),

получим систему уравнений:

$$0{,}87 \cdot 4 + X_K + X_C = 0,\ \ 2 \cdot 0{,}5 + Y_C = 0,\ -4 \cdot 0{,}5 + Z_K - 3 + Z_C - 2 \cdot 0{,}87 = 0,$$

$$0{,}5 \cdot 4 \cdot 0{,}8 - 1{,}6Z_K - 3 \cdot 0{,}87(2 \cdot 0{,}8 + 0{,}4) + 2 \cdot 0{,}87(2 \cdot 0{,}8 + 2 \cdot 0{,}4) = 0,$$

$$-0{,}87 \cdot 0{,}8 + 3 \cdot 0{,}6 + 4 \cdot 0{,}3 - M = 0,\ 0{,}87 \cdot 4 \cdot 0{,}8 + 1{,}6 \cdot X_K - 2 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}8 = 0.$$

Решая систему, найдём: $X_C = -2{,}24$ кН, $Y_C = -1$ кН, $Z_C = 6{,}39$ кН, $X_K = -1{,}24$ кН, $Z_K = 0{,}35$ кН, $M = 2{,}3$ кН·м.

Окончательно, реакция подпятника $R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2 + Z_C^2} = 6{,}84$ кН,

реакция подшипника $R_K = \sqrt{X_K^2 + Z_K^2} = 1{,}29$ кН.

Задача 2. Плита весом P расположена в вертикальной плоскости zAy. В точке А плита закреплена пространственным шарниром, а в точке B на оси y опирается на цилиндрический шарнир (подшипник). Плита удерживается в равновесии при помощи невесомого стержня CC_1, прикреплённого шарниром к плите в её верхнем углу, в точке C перпендикулярно плоскости плиты (рис. 1.17).

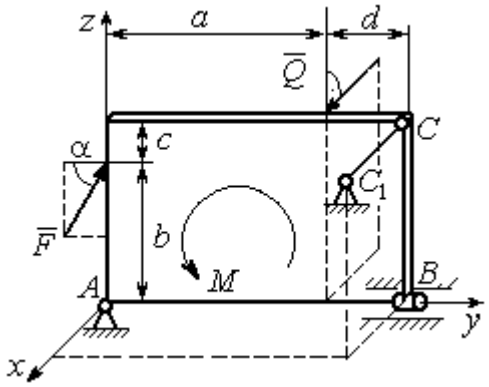


Рис. 1.17. Равновесие плиты

На плиту действует сила $\vec{Q}$, приложенная на краю плиты перпендикулярно её плоскости, и сила $\vec{F}$, лежащая в плоскости плиты и направленная под углом α к горизонту (см. рис. 1.17). Кроме того, в плоскости плиты на неё действует пара сил с моментом M. Найти реакции шарниров A и B и усилие в стержневой подпорке CC_1 при равновесии плиты, если параметры нагрузки: P = 1 кН, Q = 500 Н, F = 400 Н, M = 300 Н·м, $\alpha = 35^\circ$, a = 2 м, b = 1,5 м, c = 0,2 м, d = 0,4 м.

Решение

Заменим связи плиты их реакциями. Реакция шарнира A раскладывается на три составляющие: $\vec{X}_A$ $\vec{Y}_A$, $\vec{Z}_A$ по направлениям координатных осей. Направления координатных осей показаны на рис. 1.17. Реакция подшипника B лежит в плоскости, перпендикулярной оси подшипника, и ее составляющими будут вектора $\vec{X}_B, \vec{Z}_B$, направленные вдоль координатных осей x, z. Реакция стержня $\vec{T}$ направлена вдоль стержня. Действие сил и реакций показано на рис.1.18.

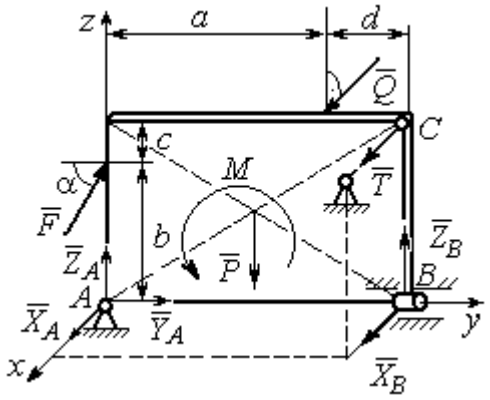


Рис. 1.18. Действие сил и реакций при равновесии плиты

Пространственная система сил, действующих на плиту, является уравновешенной: $(\vec{P}, \vec{F}, \vec{X}_B, \vec{Z}_B, \vec{T}, \vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Z}_A, M) \infty 0$. Уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0,\ \sum F_{kz} = 0,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0,\ \sum M_y(\vec{F}_k) = 0,\ \sum M_z(\vec{F}_k) = 0.$$

В вычислениях моментов сил относительно осей будем считать момент положительным, если при взгляде со стороны положительного направления оси, сила вращает тело (плиту) против хода часовой стрелки. Получим:

$$\sum F_{kx} = 0,\ X_A + Q + X_B + T = 0,$$

$$\sum F_{ky} = 0,\ Y_A + F\cos\alpha = 0,$$

$$\sum F_{kz} = 0,\ Z_A + F\sin\alpha - P + Z_B = 0$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0,\ -F\cos\alpha \cdot b - P \cdot 0{,}5(a+d) + Z_B(a+d) + M = 0,$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = 0,\ Q \cdot (b+c) + T \cdot (b+c) = 0,$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = 0,\ -Q \cdot a - T \cdot (a+d) - X_B \cdot (a+d) = 0.$$

Подставив исходные данные задачи, получим систему уравнений:

$$X_A + 500 + X_B + T = 0,\ Y_A + 400 \cdot 0{,}82 = 0,\ Z_A + 400 \cdot 0{,}57 - 1000 + Z_B = 0,$$

$$-400 \cdot 0{,}82 \cdot 1{,}5 - 1000 \cdot 0{,}5 \cdot 2{,}4 + Z_B \cdot 2{,}4 + 300 = 0,$$

$$500 \cdot 1{,}7 + T \cdot 1{,}7 = 0,\quad -500 \cdot 2 - T \cdot 2{,}4 - X_B \cdot 2{,}4 = 0,$$

откуда находим значения составляющих реакций:

$$T = -500\ \text{Н},\ X_B = 83{,}33\ \text{Н},\ Z_B = 580\ \text{Н},$$

$$X_A = -83{,}33\ \text{Н},\ Y_A = -328\ \text{Н},\ Z_A = 192\ \text{Н}.$$

Полные реакции пространственного шарнира *A*:

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2} = 389{,}09\ \text{Н},$$

цилиндрического шарнира *B*: $R_B = \sqrt{X_B^2 + Z_B^2} = 585{,}95\ \text{Н}$.

2. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ И ТВЕРДОГО ТЕЛА

Кинематикой называется раздел механики, в котором изучаются свойства движения материальных тел без учета их масс и действующих на них сил.

2.1. Кинематика точки. Основные параметры движения точки

Кривая, которую описывает движущаяся точка, называется **траекторией** точки. Движение точки может быть задано **векторным**, **координатным** или **естественным** способами.

Векторный способ основан на определении положения точки ее радиусом-вектором в виде векторного уравнения $\vec{r} = \vec{r}(t)$. При **координатном способе** задания движения точки положение точки определяется ее координатами, заданными для каждого момента времени: $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$. **Естественный способ** задания движения используется, если заранее известна траектория движения точки. Тогда положение точки однозначно определяется длиной дуги $\breve{OM} = S(t)$, отсчитываемой от некоторой фиксированной точки *O*, принятой за начало отсчета.

Мгновенная скорость, или скорость точки в данный момент времени, является векторной величиной и определяется как производная по времени от радиуса-вектора точки: $\vec{V} = \dot{\vec{r}}$. Вектор скорости точки $\vec{V}$ всегда направлен по касательной к траектории в сторону движения точки.

При координатном способе задания движения величины проекций вектора скорости $\vec{V}$ на координатные оси определяются как производные по времени от соответствующих координат: $V_x = \dot{x}$, $V_y = \dot{y}$, $V_z = \dot{z}$. Модуль вектора скорости: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$. При естественном способе задания движения вектор скорости точки определяется равенством: $\vec{V} = \dot{S}\vec{\tau}$, где $S = S(t)$ – закон измене-

ния длины дуги, $\vec{\tau}$ –единичный вектор касательной к траектории движения, направленный в сторону возрастающих расстояний.

Величина $V = |\dot{S}|$ называется алгебраической скоростью точки. При $\dot{S} > 0$ вектор скорости $\vec{V}$ направлен по единичному вектору $\vec{\tau}$ – в сторону возрастающих расстояний. При $\dot{S} < 0$ он имеет направление, противоположное единичному вектору $\vec{\tau}$, т. е. в сторону убывающих расстояний.

Мгновенное ускорение, или ускорение точки в данный момент времени, является векторной величиной и определяется как производная по времени от вектора скорости точки или как вторая производная от радиус-вектора точки: $\vec{a} = \dot{\vec{V}} = \ddot{\vec{r}}$. При координатном способе проекции вектора ускорения $\vec{a}$ на координатные оси – величины a_x, a_y, a_z – определяются равенствами: $a_x = \dot{V}_x = \ddot{x}$, $a_y = \dot{V}_y = \ddot{y}$, $a_z = \dot{V}_z = \ddot{z}$. Модуль вектора ускорения равен: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$.

При естественном способе задания движения вектор ускорения точки $\vec{a}$ раскладывается на две взаимно перпендикулярные составляющие $\vec{a}_n$ и $\vec{a}_\tau$, параллельные осям n и τ естественной системы координат, и представляется в виде равенства $\vec{a} = a_\tau \vec{\tau} + a_n \vec{n}$, или $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$, где $\vec{\tau}$ – единичный направляющий вектор оси, касательной к траектории (касательная ось); $\vec{n}$ – единичный направляющий вектор главной нормали траектории. Величина a_n называется **нормальным ускорением** точки и вычисляется по формуле: $a_n = \dfrac{V^2}{\rho}$, где ρ – радиус кривизны траектории. (У окружности радиус кривизны равен её радиусу, у прямой линии – бесконечности.) Вектор $\vec{a}_n$ нормальной составляющей ускорения всегда направлен к центру кривизны траектории. При движении по окружности радиус кривизны траектории равен радиусу окружности, а центр кривизны траектории совпадает с центром окружности. Величина a_τ называется **касательным ускорением** и равна модулю второй производной от заданно-

го закона изменения длины дуги: $a_\tau = |\ddot{S}|$, где $S = S(t)$ – закон изменения длины дуги. Направление вектора касательного ускорения $\vec{a}_\tau$ зависит от знака второй производной $\ddot{S}$. При $\ddot{S} > 0$ вектор $\vec{a}_\tau$ в направлен в сторону возрастающих расстояний, по направлению единичного вектора $\vec{\tau}$, при $\ddot{S} < 0$ – в сторону убывающих расстояний (противоположно единичному вектору $\vec{\tau}$). Вектор полного ускорения $\vec{a}$ направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_n$ и $\vec{a}_\tau$. Модуль вектора ускорения: $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$.

2.2. Вращение тела вокруг неподвижной оси

Движение тела, при котором все точки некоторой его прямой остаются неподвижными, называется **вращательным**, а указанная прямая называется осью вращения. Вращение тела задается углом поворота $\varphi = \varphi(t)$ подвижной плоскости, связанной с телом, относительно некоторого ее начального положения. Направление вращения с возрастанием угла поворота считается положительным.

Величина **угловой скорости** вращения тела равна модулю производной от угла поворота тела по времени: $\omega = |\dot{\varphi}|$. Направление угловой скорости вращения тела зависит от знака производной $\dot{\varphi}$. При $\dot{\varphi} > 0$ вращение происходит в положительном направлении, в сторону возрастания угла поворота, при $\dot{\varphi} < 0$ – в отрицательном. Направление угловой скорости обычно показывают дуговой стрелкой вокруг оси вращения. Вектор угловой скорости $\vec{\omega}$ направлен вдоль оси вращения в сторону, откуда вращение тела видно против хода часовой стрелки.

Величина **углового ускорения** при вращении тела равна модулю второй производной от угла поворота тела по времени: $\varepsilon = |\ddot{\varphi}|$. Если $\ddot{\varphi}$ одного знака с

φ, то угловое ускорение ускоряет вращение тела, если разных знаков, то угловое ускорение замедляет вращение.

При вращательном движении тела все его точки движутся по окружностям, радиусы которых равны расстояниям от выбранной точки до неподвижной оси. **Скорость точки вращающегося твердого тела (**в отличие от угловой скорости тела) называют **линейной,** или **окружной скоростью** точки. Величина скорости рассчитывается по формуле: $V = \omega h$, где ω – величина угловой скорости тела; h – расстояние от точки до оси вращения. Вектор скорости точки лежит в плоскости описываемой точкой окружности и направлен по касательной к ней в сторону вращения тела. Отношение скоростей двух точек вращающегося тела равно отношению расстояний от этих точек до оси: $\frac{V_{M1}}{V_{M2}} = \frac{h_1}{h_2}$.

Ускорение точки вращающегося твердого тела рассчитывается как ускорение точки при естественном способе задания движения в виде суммы векторов касательного и нормального ускорений: $\vec{a}_M = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$. Величины касательного, нормального и полного ускорений точки вращающегося тела, соответственно: $a_\tau = \varepsilon h$, $a_n = \omega^2 h$, $a_M = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$, где ω, ε – угловая скорость и угловое ускорение тела; h – расстояние от точки до оси вращения.

2.3. Плоскопараллельное движение твёрдого тела

Плоскопараллельным, или плоским движением твердого тела, называется такое движение, при котором все точки тела движутся параллельно некоторой неподвижной плоскости. Плоское движение представляется в виде суммы мгновенного поступательного движения, при котором все точки плоской фигуры движутся со скоростью выбранной точки-полюса, и мгновенного вращательного движения вокруг этого полюса.

Скорость любой точки M плоской фигуры равна векторной сумме вектора скорости точки-полюса и вектора скорости точки M при вращении тела вокруг этого полюса: $\vec{V}_M = \vec{V}_A + \vec{V}_{MA}$, где $\vec{V}_M$ – скорость точки M; $\vec{V}_A$ – скорость полюса A; $\vec{V}_{MA}$ – вектор скорости точки M при вращении тела вокруг полюса A, модуль скорости $V_{MA} = \omega \cdot MA$, где ω – угловая скорость мгновенного вращательного движения тела вокруг полюса; MA – расстояние между полюсом A и точкой M.

Мгновенным центром скоростей называется такая точка P плоской фигуры, скорость которой в данный момент времени равна нулю. Выбрав в качестве полюса мгновенный центр скоростей, скорость любой точки плоской фигуры находят так, как если бы мгновенное движение фигуры было вращательным вокруг мгновенного центра скоростей.

Способы построения мгновенного центра скоростей

1. Если известны направления скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ каких-нибудь двух точек A и B плоской фигуры, то мгновенный центр скоростей находится в точке пересечения перпендикуляров, восстановленных из этих точек к векторам скоростей (рис. 2.1, *a*).

2. Если скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ двух точек A и B плоской фигуры известны и параллельны друг другу, а линия AB перпендикулярна $\vec{V}_A$ (и, конечно, $\vec{V}_B$), то мгновенный центр скоростей определяется как точка пересечения линий, проведенных через основания и вершины векторов скоростей (построение показано на рис. 2.1, *b*, *c*).

3. Если скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ двух точек A и B параллельны друг другу, но линия AB, соединяющая эти точки, не перпендикулярна векторам скоростей (рис. 2.1, *d*), то мгновенная угловая скорость тела равна нулю и движение тела

в данный момент времени является мгновенным поступательным. В этом случае скорости всех точек равны по величине и направлению.

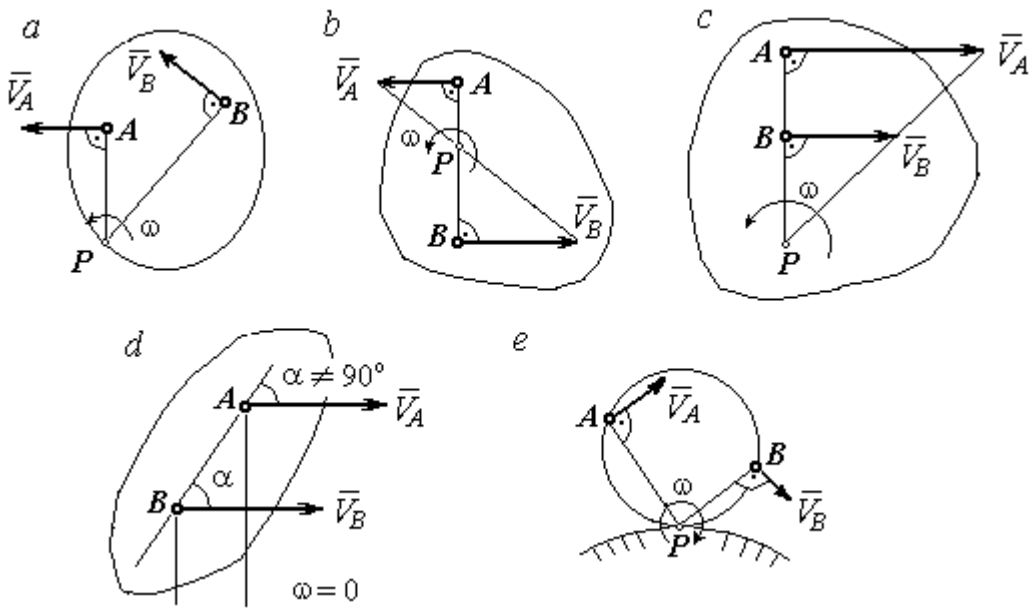


Рис. 2.1. Способы построения мгновенного центра скоростей

4. Если плоскопараллельное движение осуществляется путем качения без скольжения одного тела по неподвижной поверхности другого, то мгновенный центр скоростей расположен в точке касания катящегося тела с неподвижной поверхностью (рис. 2.1, *e*).

Ускорение любой точки *M* плоской фигуры при плоскопараллельном движении твердого тела представляется как сумма векторов – ускорения полюса и ускорения точки *M* при вращении фигуры вокруг полюса. Учитывая, что ускорение точки вращающегося тела представляется как сумма нормального и касательного ускорений, получим:

$$\vec{a}_M = \vec{a}_A + \vec{a}^{\tau}_{MA} + \vec{a}^{n}_{MA},$$

где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса A; $\vec{a}^{\tau}_{MA}$, $\vec{a}^{n}_{MA}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки M при вращении фигуры вокруг полюса A.

Вектор нормального ускорения $\vec{a}^{\,n}_{MA}$ всегда направлен от точки M к полюсу A. Вектор касательного ускорения $\vec{a}^{\,\tau}_{MA}$ направлен перпендикулярно отрезку AM в сторону вращения, если оно ускоренное (рис. 2.2, *a*), и против вращения, если оно замедленное (рис. 2.2, *b*). Численно величины касательного и нормального составляющих ускорения точки M определяются по формулам:

$$a^{\tau}_{MA} = \varepsilon \cdot AM\,,\quad a^{n}_{MA} = \omega^2 \cdot AM\,,$$

где ω, ε – угловая скорость и угловое ускорение тела (плоской фигуры); AM – расстояние от точки M до полюса A (см. рис. 2.2).

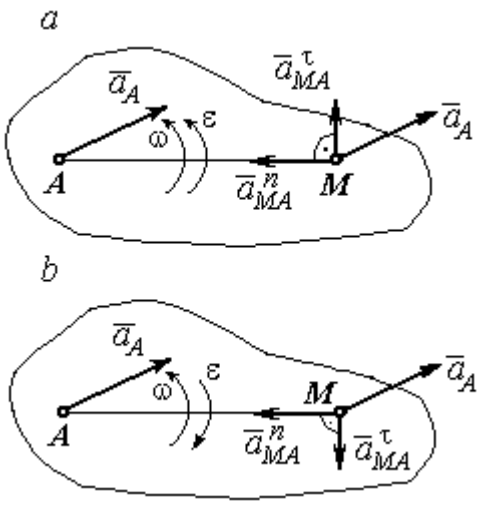


Рис. 2.2. Ускорение точки плоской фигуры:
a – ускоренное движение;
b – замедленное движение

Если при движении плоской фигуры известны траектории движения полюса A и точки M, то для определения ускорения точки M используется векторное равенство

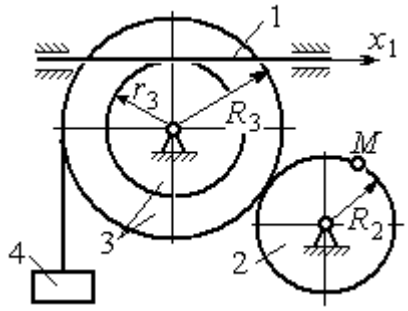
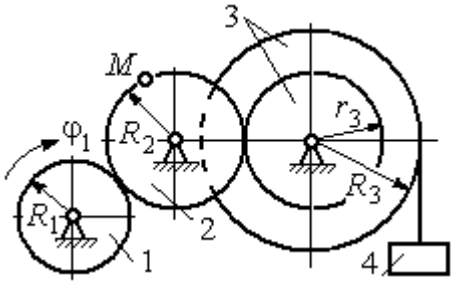
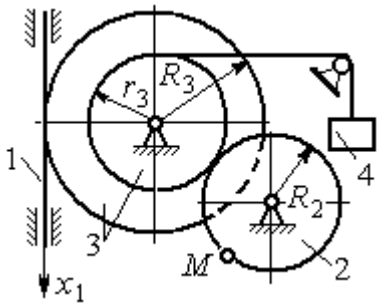
$$\vec{a}^{\,\tau}_{M} + \vec{a}^{\,n}_{M} = \vec{a}^{\,\tau}_{A} + \vec{a}^{\,n}_{A} + \vec{a}^{\,\tau}_{MA} + \vec{a}^{\,n}_{MA},$$

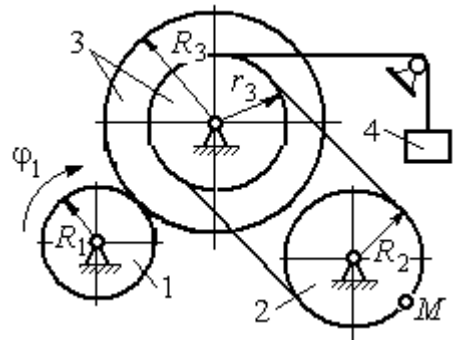
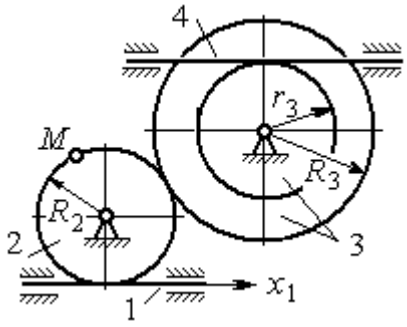
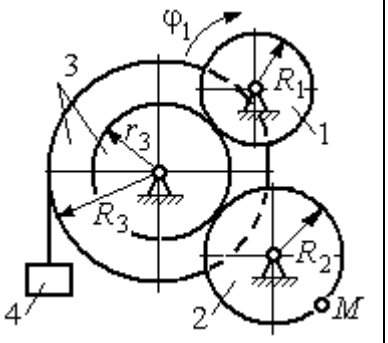
где $\vec{a}^{\,\tau}_{M}$, $\vec{a}^{\,n}_{M}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{A}$, $\vec{a}^{\,n}_{A}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки M и полюса A при движении их по заданным траекториям.

2.4. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек твердого тела при поступательном и вращательном движениях

По заданному движению одного из звеньев механизма $x_1 = x_1(t)$ (варианты 1, 3, 5, 7, 9) или $\varphi_1 = \varphi_1(t)$ (варианты 2, 4, 6, 8, 10) найти в момент времени t_1 скорость, касательное, нормальное и полное ускорения точки M звена механизма, совершающего вращательное движение, а также скорость и ускорение звена 4, совершающего поступательное движение.

Варианты заданий даны на рис. 2.3, 2.4. Исходные данные представлены в табл. 2.1.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22	Варианты № 3, 13, 23
		

Варианты № 4, 14, 24	Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
		

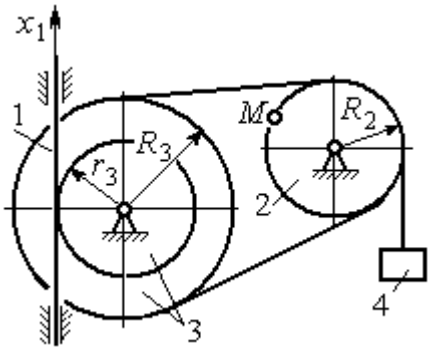
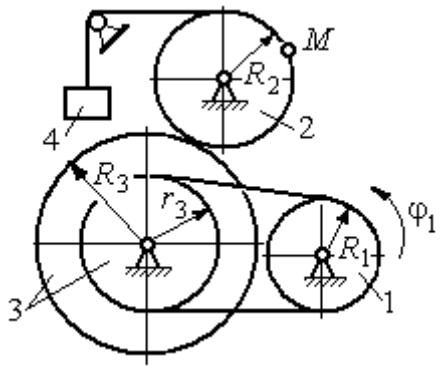
Варианты № 7, 17, 27	Варианты № 8, 18, 28
	

Рис. 2.3. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела. Номера вариантов задания 1 – 8, 11 – 18, 21 – 28

Окончание вариантов задания К1

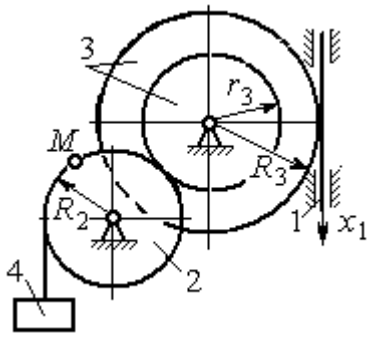
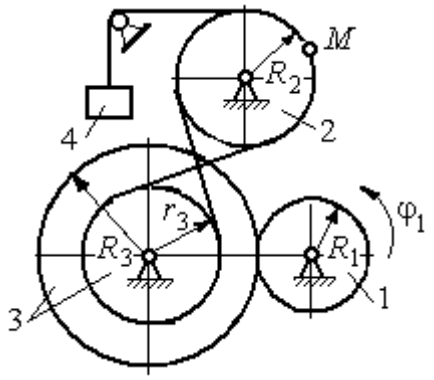
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	

Рис. 2.4. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела. Номера вариантов задания 9 – 10, 19 – 20, 29 – 30

Таблица 2.1

Исходные данные вариантов задания К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела

Номер варианта задания	R_1,см	R_2, см	R_3, см	r_3, см	$x_1(t)$, см $\varphi_1(t)$, рад	t_1, с
1	–	40	45	35	$x_1(t) = (3t-1)^2$	2
2	10	20	38	18	$\varphi_1(t) = t^2 + 6\cos(\pi t/6)$	3
3	–	30	42	18	$x_1(t) = 5t^2 - 2\cos(\pi t/2)$	1
4	15	30	45	20	$\varphi_1(t) = 5t^2 + \cos(\pi t/2)$	2
5	–	30	40	20	$x_1(t) = 6t - \cos(\pi t/3)$	3
6	10	20	30	10	$\varphi_1(t) = t^3 - \cos(\pi t/2)$	1
7	–	30	40	30	$x_1(t) = 2\sin(\pi t/2) + \cos(\pi t/2)$	2
8	8	10	30	25	$\varphi_1(t) = 5t + \cos(\pi t/2)$	2
9	–	18	30	18	$x_1(t) = 5t + \cos(\pi t/3)$	3
10	15	30	50	20	$\varphi_1(t) = 2t^2 + \sin(\pi t/4)$	2
11	–	30	40	25	$x_1(t) = (t^2 - 3t)$	2
12	12	20	40	28	$\varphi_1(t) = 3t^2 + 6\sin(\pi t/6)$	3
13	–	25	60	42	$x_1(t) = 2t^2 + \cos(\pi t/2)$	1
14	10	30	45	30	$\varphi_1(t) = 3t^2 + 2\cos(\pi t/2)$	2

Окончание табл. 2.1

Номер варианта задания	R_1,см	R_2, см	R_3, см	r_3, см	$x_1(t)$, см $\varphi_1(t)$, рад	t_1, с
15	–	20	30	20	$x_1(t)=3t^2-\cos(\pi t/3)$	3
16	12	18	40	20	$\varphi_1(t)=2t^3+\cos(\pi t/2)$	1
17	–	20	35	15	$x_1(t)=2\sin(\pi t/2)-\cos(\pi t/2)$	2
18	15	18	40	25	$\varphi_1(t)=5t+\cos(\pi t/2)$	1
19	–	22	50	18	$x_1(t)=t^2+\cos(\pi t/3)$	3
20	10	20	45	10	$\varphi_1(t)=2t^2+\sin(\pi t/4)$	4
21	–	20	40	20	$x_1(t)=t+(3t-4)^2$	2
22	8	18	42	18	$\varphi_1(t)=2t^2+12\cos(\pi t/6)$	3
23	–	45	60	40	$x_1(t)=4t^2+\sin(\pi t/2)$	1
24	5	15	30	20	$\varphi_1(t)=2t^2+4\cos(\pi t/2)$	2
25	–	15	35	25	$x_1(t)=2t^2+\cos(\pi t/3)$	3
26	18	20	35	20	$\varphi_1(t)=2t^3+\sin(\pi t/2)$	1
27	–	15	35	15	$x_1(t)=2\sin(\pi t/2)-\cos(\pi t/2)$	1
28	10	12	40	25	$\varphi_1(t)=2t^2+\cos(\pi t/2)$	1
29	–	35	50	10	$x_1(t)=t^3-\cos(\pi t/2)$	1
30	10	20	40	10	$\varphi_1(t)=2t^2+\cos(\pi t/4)$	4

Пример выполнения задания К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела

По заданному уравнению движения звена 1 механизма (рис. 2.5, *а*) определить скорость, нормальное, касательное и полное ускорения точки *M* на момент времени t_1, а также скорость и ускорение звена 4, если значения радиусов колес механизма и закон движения звена 1: R_2= 20 см, r_2= 5 см, R_3= 8 см, r_3 = 4 см, $x_1 = 2t^2 - 5t$ см, t_1=1 с.

Решение

Отметим на схеме положительные направления отсчета углов поворота дисков 2 и 3, соответствующие заданному положительному направлению движения звена 1.

Направления показаны на рис 2.5, *b* дуговыми стрелками φ_2, φ_3, а положительное направление движения звена 4 – направлением оси x_4.

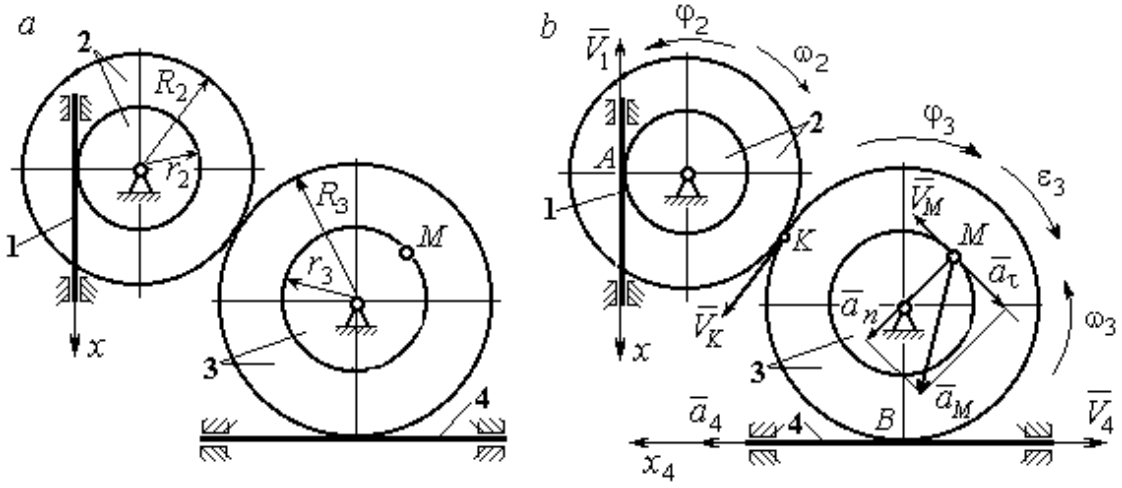


Рис. 2.5. Кинематика вращательного движения твердого тела:
a – схема механизма; *b* – расчетная схема для определения скоростей и ускорений точек механизма

Звено 1 движется поступательно. Движение задано координатным способом в виде закона изменения координаты x. Дифференцируем по времени уравнение движения: $\dot{x} = 4t - 5$ см/с. В момент времени $t_1 = 1$ с значение производной: $\dot{x}(1) = -1$ см/с. Отрицательное значение производной $\dot{x}$ показывает, что в данный момент времени звено 1 движется в отрицательном направлении оси *x*. Скорость звена 1 равна модулю производной: $V_1 = |\dot{x}|$. На рис. 2.5, *b* направление движения звена 1 в момент времени $t_1 = 1$ с показано вектором скорости $\vec{V}_1$, направленным в сторону, противоположную положительному направлению оси *x*. Эту же скорость будет иметь точка *A* – точка контакта звена 1 с диском 2, лежащая на расстоянии r_2 от оси вращения диска. Следовательно, $V_1 = V_A = \omega_2 r_2$, где ω_2 – угловая скорость диска 2. Отсюда угловая скорость диска: $\omega_2 = \dfrac{V_A}{r_2} = \dfrac{|4t-5|}{5} = |\dot{\varphi}_2|$ рад/с. При $t_1 = 1$ с значение производной отрицательно: $\dot{\varphi}_2(1) = -0{,}2$ рад/с. Это означает, что в заданный момент времени вращение диска 2 с угловой скоростью $\omega_2(1) = |\dot{\varphi}_2(1)| = 0{,}2$ рад/с происходит

в отрицательном для диска 2 направлении. На рис. 2.5, *b* направление вращения диска 2 показано дуговой стрелкой ω_2 в сторону, противоположную положительному направлению отсчета угла φ_2. При передаче вращения диска 2 диску 3 величины угловых скоростей дисков обратно пропорциональны радиусам дисков, которым принадлежит точка контакта: $\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{R_3}{R_2}$. Тогда, угловая скорость диска 3 $\omega_3 = \omega_2 \frac{R_2}{R_3} = |2t - 2{,}5| = |\dot{\varphi}_3|$ рад/с.

В момент времени $t_1 = 1$с значение производной $\dot{\varphi}_3$ отрицательно: $\dot{\varphi}_3(1) = -0{,}5$ рад/с, и, следовательно, вращение диска 3 в данный момент времени с угловой скоростью $\omega_3(1) = |\dot{\varphi}_3(1)| = 0{,}5$ рад/с происходит в сторону, противоположную положительному направлению отсчета угла φ_3, как показано на рис. 2.5, *b*. Величина (модуль) скорости точки *M* рассчитывается по формуле: $V_M = \omega_3 r_3$. В момент времени $t_1 = 1$ с модуль скорости $V_M(1) = 2$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_M$ расположен по касательной к траектории движения точки *M* (окружности) и направлен в сторону вращения диска 3 (см. рис. 2.5, *b*).

Звено 4 движется поступательно. Скорость звена 4 равна скорости точки касания его с диском 3: $V_4 = V_B = \omega_3 R_3 = |2t - 2{,}5| \cdot 8 = |\dot{x}_4|$. В момент времени $t_1 = 1$ с значение производной от координаты движения звена 4 отрицательно: $\dot{x}_4(1) = -4$ см/с. В результате, вектор скорости $\vec{V}_4(1)$, равный по модулю $V_4(1) = 4$ см/с, направлен вдоль оси x_4 в сторону, противоположную ее положительному направлению (см. рис. 2.5, *b*).

Угловое ускорение диска 3: $\varepsilon_3(t) = |\dot{\omega}_3| = |\ddot{\varphi}_3| = 2$ рад/с^2. Из того, что угловая скорость ω_3 и угловое ускорение $\dot{\omega}_3$ диска 3 имеют разные знаки, следует, что вращение диска 3 замедленное. Угловое ускорение диска направлено в сторону положительного направления отсчета угла поворота φ_3, диска 3 (см. рис. 2.5, *b*).

Касательное ускорение a_τ точки M рассчитывается по формуле $a_\tau = \varepsilon_3 r_3$ и в момент времени $t_1 = 1$ с: $a_\tau = 8$ см/с^2. Так как вращение диска 3 замедленное, вектор касательного ускорения точки M $\vec{a}_\tau(t)$ направлен в сторону, противоположную вектору скорости $\vec{V}_M(1)$ (см. рис. 2.5, *b*). Нормальное ускорение a_n точки M рассчитывается как $a_n = \omega_3^2 r_3$. В момент времени $t_1 = 1$ с величина нормального ускорения: $a_n(1) = 1$ см/с^2. Вектор нормального ускорения $\vec{a}_n(1)$ направлен по радиусу к центру диска 3 (см. рис. 2.5, *b*). Полное ускорение точки M в заданный момент времени: $a_M(1) = \sqrt{a_\tau^2(1) + a_n^2(1)} = 8{,}06$ см/с^2. Вектор полного ускорения $\vec{a}_M$ направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_n$ и $\vec{a}_\tau$.

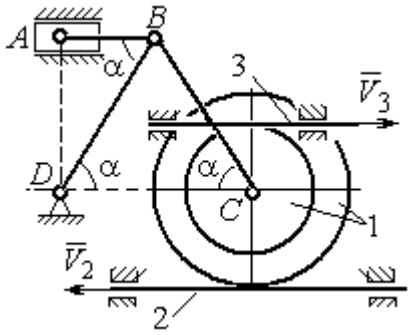
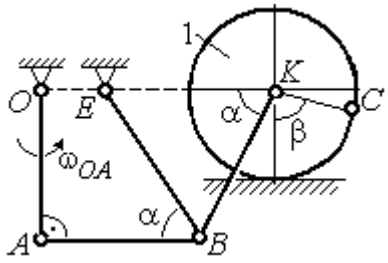
Ускорение a_4 звена 4 находится из условия, что звено 4 движется поступательно и прямолинейно. При прямолинейном движении нормальная составляющая ускорения равна нулю. Тогда $a_4 = a_{4\tau} = \dot{V}_4 = = \dot{V}_B = |\dot{\omega}_3| R_3 = \varepsilon_3 R_3$.

Так как угловое ускорение диска 3 является постоянной величиной, ускорение a_4 не зависит от времени: $a_4 = 16$ см/с^2. Вектор ускорения $\vec{a}_4$ направлен вдоль оси x_4 в сторону положительных значений.

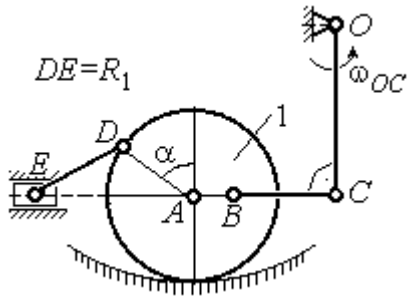
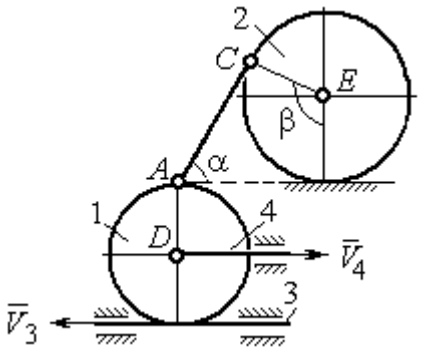
2.5. Задание К2. Определение скоростей точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении

Для заданного положения плоского механизма определить скорости точек и угловые скорости звеньев механизма.

Варианты заданий показаны на рис. 2.6 – 2.8. Исходные данные вариантов заданий выбираются из таблиц, приведённых на рисунках схем механизмов.

Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**
 Найти: $V_A, V_B, V_C, \omega_{AB}, \omega_{BC}, \omega_1, \omega_{BD}$	 Найти: V_A, V_B, V_K, $\omega_1, \omega_{AB}, \omega_{OA}$, ω_{BE}, ω_{BK}

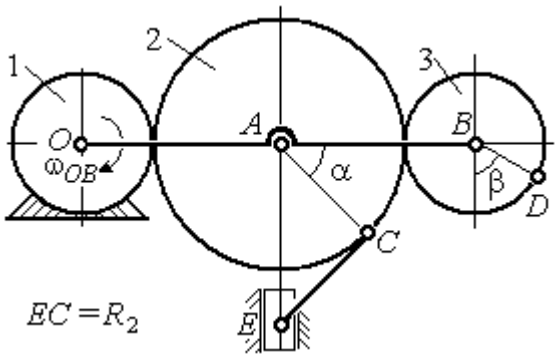
Номер варианта задания	R_1, см	r_1, см	AD, см	α, град	V_2, см/с	V_3, см/с	Номер варианта задания	R_1, см	OA, см	OE, см	α, град	β, град	V_C, см/с
1	10	5	20	30	8	10	**2**	3	5	4	30	60	10
11	12	8	25	45	10	4	**12**	4	8	6	45	90	8
21	10	6	15	60	5	5	**22**	5	12	2	60	120	12

Варианты № 3, 13, 23	**Варианты № 4, 14, 24**
 Найти: V_A, V_B, V_C, V_D, V_E, $\omega_{BC}, \omega_1, \omega_{DE}$	 Найти: V_A, V_C, V_E, $\omega_1, \omega_2, \omega_{AC}$

Номер варианта задания	R_1, см	OC, см	AB, см	BC, см	α, град	ω_{OC}, рад/с	Номер варианта задания	R_1, см	R_2, см	α, град	β, град	V_3, см/с	V_4, см/с
3	12	18	10	35	60	4	**4**	10	15	30	60	8	4
13	10	15	10	25	90	8	**14**	6	10	45	90	4	6
23	15	20	5	20	120	6	**24**	10	12	60	120	3	3

Рис. 2.6. Задание К2. Определение скоростей точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

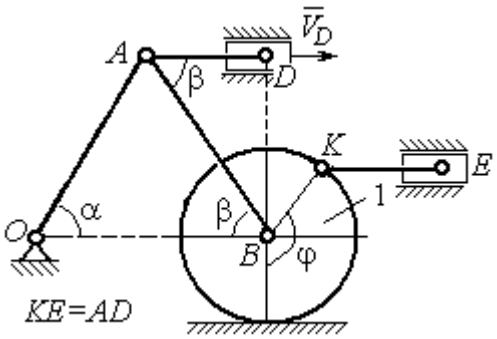
Варианты № 5, 15, 25



Найти: V_A, V_B, V_C, V_D, V_E, ω_2, ω_3, ω_{EC}

Номер варианта задания	R_1, см	R_2, см	R_3, см	α, град	β, град	ω_{OB}, рад/с
5	10	20	12	60	0	6
15	6	18	10	90	90	8
25	20	25	15	120	180	4

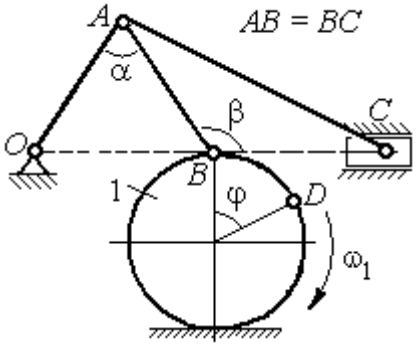
Варианты № 6, 16, 26



Найти: $V_A, V_B, V_K, V_E,$ ω_1, ω_{OA}, ω_{AB}, ω_{AD}, ω_{KE}

Номер варианта задания	R_1, см	OA, см	α, град	β, град	φ, град	V_D, см/с
6	10	20	30	60	60	12
16	12	26	30	30	90	8
26	15	30	60	60	120	15

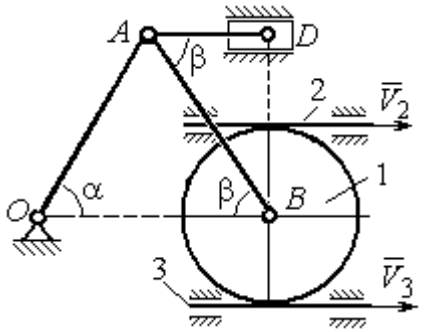
Варианты № 7, 17, 27



Найти: $V_A, V_B, V_C, \omega_1, \omega_{OA}, \omega_{AB}, \omega_{AC}$

Номер варианта задания	R_1, см	AB, см	α, град	β, град	φ, град	V_D, см/с
7	10	20	30	60	60	12
17	12	25	60	120	90	16
27	8	16	30	60	120	10

Варианты № 8, 18, 29

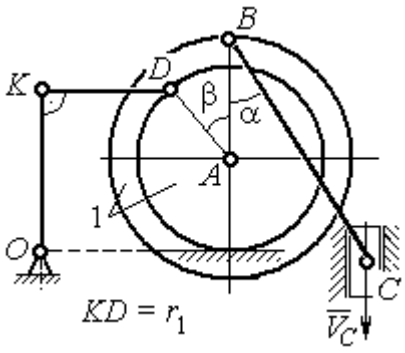
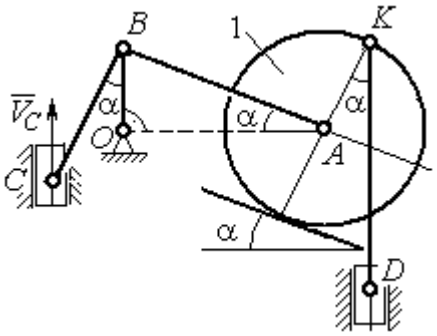


Найти: V_A, V_B, V_D, $\omega_1, \omega_{OA}, \omega_{AB}, \omega_{AD}$

Номер варианта задания	R_1, см	OA, см	α, град	β, град	V_2, см/с	V_3, см/с
8	10	20	30	60	12	4
18	12	26	30	30	8	2
28	15	30	60	60	6	3

Рис. 2.7. Задание К2. Определение скоростей точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 5 – 8, 15 – 18, 25 – 28

Окончание вариантов задания К2

Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
 Найти: $\omega_{OK}, \omega_{KD}, \omega_{BC}, \omega_1,$ V_A, V_B, V_K, V_D	 Найти: $V_A, V_B, V_D, V_K,$ $\omega_{CB}, \omega_1, \omega_{OB}, \omega_{AB}, \omega_{KD}$

Номер варианта задания	R_1, см	r_1, см	α, град	β, град	BC, см	V_C, см/с	Номер варианта задания	R_1, см	CB, см	OB, см	KD, см	α, град	V_C, см/с
9	20	12	45	60	60	8	**10**	10	20	30	60	30	4
19	24	16	60	90	50	4	**20**	12	26	30	50	45	2
29	16	10	30	120	40	6	**30**	15	30	60	60	60	3

Рис. 2.8. Задание К2. Определение скоростей точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 9 – 10, 19 – 20, 29 – 30

Пример выполнения задания К2. Определение скоростей точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении

Задача 1. Плоский механизм (рис. 2.9) состоит из стержня OC и подвижных дисков 2 и 3 радиусами r_2, r_3, шарнирно закрепленными на стержне, соответственно, в точках A и C. Стержень OC вращается вокруг неподвижного центра O с угловой скоростью ω_{OC}. Диск 2, увлекаемый стержнем OC, катится без проскальзывания по неподвижной поверхности диска 1 радиусом r_1. Диск 3, также увлекаемый стержнем OC, катится без проскальзыва-

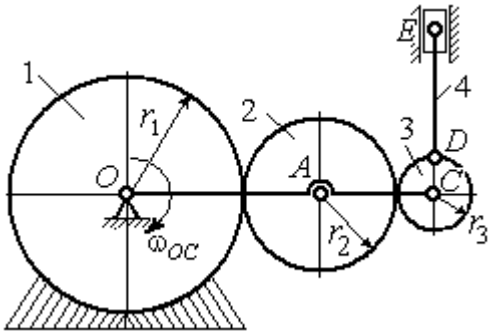


Рис. 2.9. Схема плоского механизма

ния по подвижному диску 2. В точке *D*, расположенной на краю диска 3, шарнирно прикреплен стержень 4, к которому в точке *E* шарнирно прикреплен поршень *E*, способный совершать только вертикальное перемещение. Для заданного положения механизма (см. рис. 2.9), когда стержень *OC* горизонтален, стержень *DE* направлен по линии вертикального диаметра диска 3, найти скорости точек *A*, *C*, *D*, *E*, угловые скорости дисков 2, 3 и стержня 4, если: r_1 = 6 см, r_2 = 4 см, r_3 = 2 см, *DE* = 10 см, ω_{OC} = 1 рад/с.

Решение

Определим скорость точки *A*, общей для стержня *OC* и диска 2: $V_A = \omega_{OC}(r_1 + r_2)$ = 10 см/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ перпендикулярен стержню *OC* и направлен в сторону его вращения (рис. 2.10).

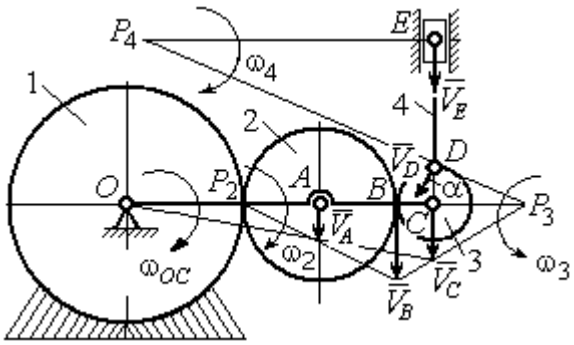


Рис. 2.10. Расчетная схема для определения скоростей точек механизма и угловых скоростей его звеньев

Диск 2 катится по неподвижной поверхности диска 1. Точка касания диска 2 с неподвижным диском 1 является мгновенным центром скоростей диска 2. На рис. 2.10 центр скоростей диска 2 обозначен точкой P_2. В этом случае скорость точки *A* может быть определена через угловую скорость диска ω_2 следующим образом: $V_A = \omega_2 \cdot AP_2 = 4\omega_2$. Так как V_A = 10 см/с, получим ω_2 = 2,5 рад/с.

Для того чтобы найти угловую скорость диска 3, необходимо определить положение его мгновенного центра скоростей. С этой целью вычислим скорости точек *B* и *C*. Скорость точки *B* может быть найдена через угловую скорость диска 2: $V_B = \omega_2 \cdot BP_2$ = 20 см/с. Вектор скорости $\vec{V}_B$ перпендикулярен отрезку BP_2 и направлен в сторону мгновенного вращения диска 2 вокруг своего центра скоростей P_2.

Скорость точки C определяется через угловую скорость стержня OC: $V_C = \omega_{OC}(r_1 + 2r_2 + r_3)$ = 16 см/с. Вектор скорости $\vec{V}_C$ перпендикулярен стержню OC и направлен в сторону его вращения (см. рис. 2.10).

Построение мгновенного центра скоростей P_3 диска 3 по известным скоростям $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$ показано на рис. 2.10. Его положение определяется из условия, что отношение скоростей двух точек тела, совершающего плоскопараллельное движение, равно отношению расстояний от этих точек до мгновенного центра скоростей: $\frac{V_B}{V_C} = \frac{r_3 + CP_3}{CP_3}$. Разрешая пропорцию относительно неизвестной величины CP_3, получим: CP_3= 8 см. Скорость точки C выражается через угловую скорость диска 3 $V_C = \omega_3 \cdot CP_3$. Отсюда величина угловой скорости диска 3: $\omega_3 = \frac{V_C}{CP_3}$= 2 рад/с. Направление мгновенного вращения диска 3 вокруг своего центра скоростей определяется известными направлениями скоростей точек C и B, принадлежащих диску 3 (см. рис. 2.10). Скорость точки D $V_D = \omega_3 \cdot DP_3$ = $=2 \cdot \sqrt{2^2 + 8^2}$ = 16,5 см/с. Вектор скорости $\vec{V}_D$ перпендикулярен отрезку DP_3 и направлен в сторону мгновенного вращения диска 3 вокруг центра P_3.

Для определения скорости поршня E воспользуемся теоремой о проекциях скоростей точек плоской фигуры, согласно которой проекции скоростей двух точек плоской фигуры на ось, проходящую через эти точки, равны между собой. Проведем ось через точки D и E. По построению, угол α между вектором $\vec{V}_D$ и осью DE равен углу $\angle DP_3C$ (см. рис. 2.10). Тогда, $\cos\alpha = \frac{CP_3}{DP_3} = \frac{8}{\sqrt{2^2 + 8^2}} = 0{,}97$, откуда $\alpha = 14^\circ$. На основании теоремы о проекциях скоростей точек плоской фигуры имеем равенство: $V_D \cos\alpha = V_E \cos 0$, откуда скорость точки E: V_E=16 см/с.

Мгновенный центр скоростей стержня 4 – точка P_4 – определяется как точка пересечения перпендикуляров к векторам скоростей $\vec{V}_D$ и $\vec{V}_E$, восстановленных, соответственно, из точек D и E (см. рис. 2.10). Угловая скорость стержня 4, совершающего мгновенный поворот вокруг своего центра скоростей, равна: $\omega_4 = \dfrac{V_E}{EP_4}$, где EP_4 – расстояние от точки E до мгновенного центра скоростей звена 4, $EP_4 = DE \cdot \mathrm{ctg}\alpha$ = 40 см. В результате, $\omega_4 = 0{,}4$ рад/с. Направление мгновенного вращения звена 4 вокруг своего центра скоростей определяется направлением скорости точки D.

Задача 2. В плоском стержневом механизме (рис. 2.11) кривошипы OA и ED вращаются вокруг неподвижных центров O и E. В крайней точке D кривошипа ED к нему прикреплён шатун DB, второй конец которого в точке B прикреплён к кривошипу OA. Шатун AC прикреплён в точке A к кривошипу AO, а другим своим концом – к ползуну C, способному совершать только вертикальное движение. Все соединения шарнирные. В заданном положении механизма кривошип OA вертикален, шатун DB расположен горизонтально, кривошип ED наклонен под углом 60° к горизонтали, а шатун AC отклонён на угол 30° от вертикального положения кривошипа AO. Найти скорости всех отмеченных на схеме точек и угловые скорости всех звеньев, если линейные размеры звеньев механизма AC = 6 см, AB = 2 см, BO = 8 см, DB = 10 см и скорость ползуна в данный момент V_C = 4 см/с.

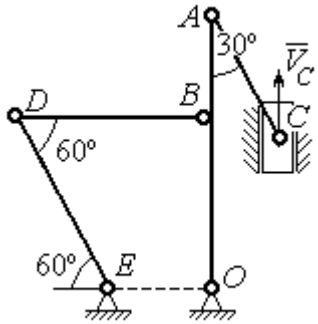


Рис. 2.11. Стержневой механизм

Решение

Кривошипы OA и ED совершают вращательные движения вокруг неподвижных центров. Скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ точек A и B перпендикулярны кривоши-

пу OA, а скорость $\vec{V}_D$ точки D перпендикулярна кривошипу ED. Направления векторов скоростей точек показаны на рис. 2.12.

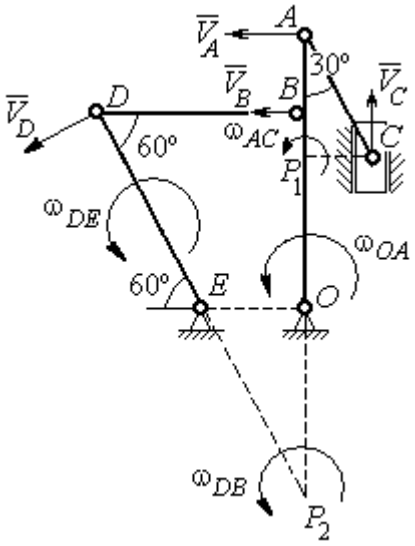


Рис. 2.12. Расчётная схема определения скоростей точек механизма и угловых скоростей его звеньев

Шатун AC совершает плоскопараллельное движение. Его мгновенный центр скоростей P_1 находится как точка пересечения перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_C$. Угловая скорость звена AC равна $\omega_{AC} = \dfrac{V_C}{P_1C} = \dfrac{V_C}{AC \cdot \sin 30^\circ} = \dfrac{4}{3}$ рад/с. Далее, полагая, что точка A принадлежит шатуну AC, найдем её скорость:

$$V_A = \omega_{AC} \cdot P_1A = \frac{4}{3} AC \cdot \cos 30^\circ = 4\sqrt{3} \text{ см/с.}$$

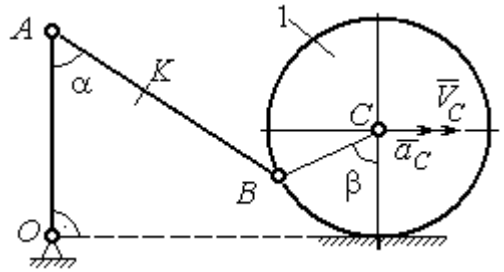
Теперь, исходя из того, что точка A принадлежит как шатуну AC, так и кривошипу OA, найдём его угловую скорость: $\omega_{AO} = \dfrac{V_A}{AO} = 0{,}4\sqrt{3}$ рад/с. Скорость точки B кривошипа $V_B = \omega_{AO} \cdot OB = 3{,}2\sqrt{3}$ см/с.

Шатун DB совершает плоскопараллельное движение. Зная направления скоростей точек B и D, построим мгновенный центр скоростей P_2 звена DB как точку пересечения перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_D$ (см. рис. 2.12). Тогда, угловая скорость шатуна DB $\omega_{DB} = \dfrac{V_B}{P_2B} = \dfrac{3{,}2\sqrt{3}}{DB \cdot \operatorname{tg} 60^\circ} = 0{,}32$ рад/с. Скорость точки D $V_D = \omega_{DB} \cdot P_2D = 0{,}32 \dfrac{DB}{\sin 30^\circ} = 6{,}4$ см/с. Угловая скорость кривошипа DE $\omega_{DE} = \dfrac{V_D}{DE} = \dfrac{6{,}4}{(OB / \sin 60^\circ)} = 0{,}69$ рад/с.

2.6. Задание К3. Определение ускорений точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении

Для заданного положения плоского механизма определить ускорения точек звеньев механизма и угловые ускорения звеньев. Варианты заданий и исходные данные приведены на рис. 2.13 – 2.15.

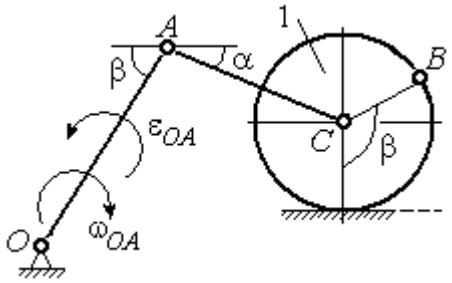
Варианты № 1, 11, 21



Найти: $a_A, a_K, \varepsilon_{AB}$

Номер варианта задания	AB, см	AK, см	α, град	β, град	R_1, см	V_C, см/с	a_C, см/с^2
1	16	10	60	120	10	12	6
11	20	16	30	60	8	10	8
21	18	10	60	180	6	8	4

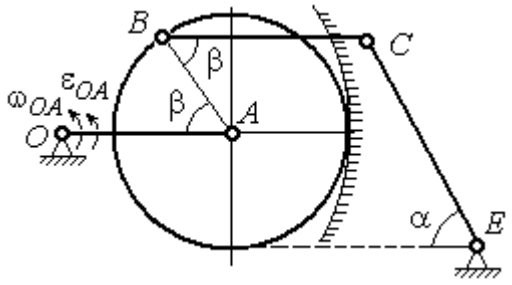
Варианты № 2, 12, 22



Найти: $a_C, a_B, \varepsilon_{AC}$

Номер варианта задания	R_1, см	OA, см	AC, см	α, град	β, град	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2
2	5	10	12	30	60	2	4
12	8	24	20	30	120	1	2
22	6	12	15	60	90	2	3

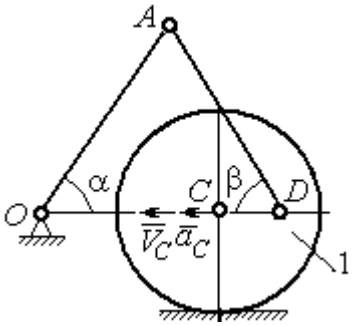
Варианты № 3, 13, 23



Найти: a_C, a_B, ε_{BC}

Номер варианта задания	BC, см	AO, см	α, град	β, град	R_1, см	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2
3	16	15	60	90	10	2	3
13	18	12	90	60	8	3	2
23	14	12	30	120	10	2	4

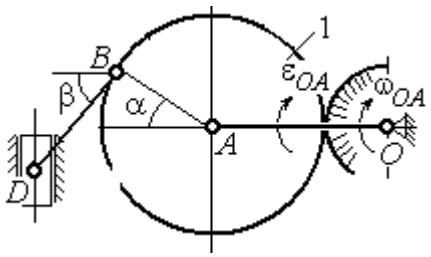
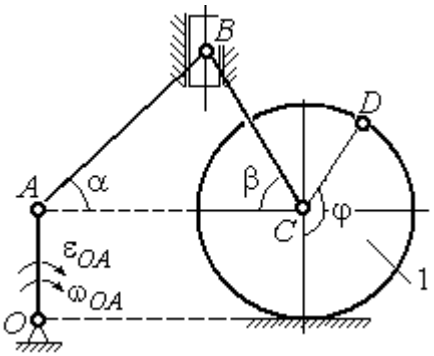
Варианты № 4, 14, 24



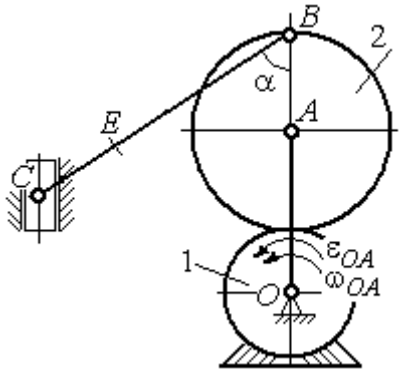
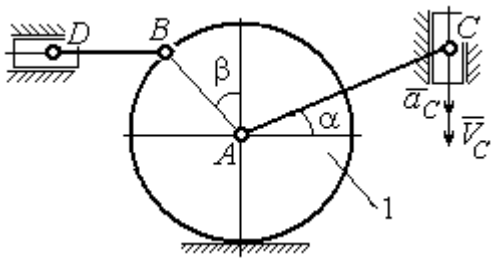
Найти: $a_A, a_D, \varepsilon_{DA}$

Номер варианта задания	R_1, см	OA, см	DC, см	α, град	β, град	V_C, см/с	a_C, см/с^2
4	10	28	5,78	60	30	10	2
14	8	24	4,62	30	90	8	3
24	6	20	6	45	45	12	2

Рис. 2.13. Задание К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

Варианты № 5, 15, 25	**Варианты № 6, 16, 26**
 Найти: $a_D, a_B, \varepsilon_{BD}$	 Найти: $a_B, a_D, \varepsilon_{BC}$

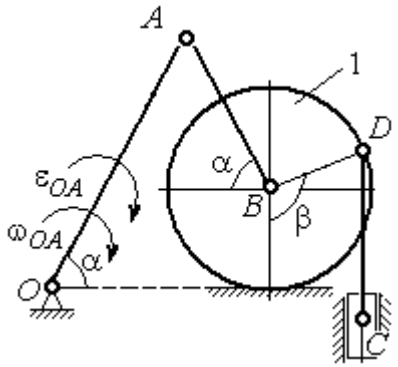
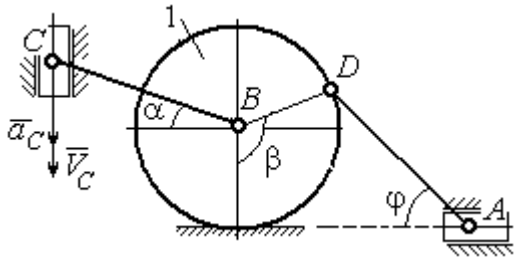
Номер варианта задания	*OA*, см	*BD*, см	α, град	β, град	R_1, см	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2	Номер варианта задания	R_1, см	*AB*, см	φ, град	α, град	β, град	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2
5	16	10	60	30	10	4	3	**6**	6	18	60	30	30	2	3
15	18	8	90	45	12	2	4	**16**	8	20	90	60	30	2	4
25	14	12	30	60	8	3	2	**26**	5	16	120	30	60	3	4

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
 Найти: $a_E, a_C, \varepsilon_{BC}$	 Найти: $a_D, a_B, \varepsilon_{BD}$

Номер варианта задания	*BC*, см	*BE*, см	α, град	R_1, см	R_2, см	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2	Номер варианта задания	R_1, см	*BD*, см	*AC*, см	α, град	β, град	V_C, см/с	a_C, см/с^2
7	22	10	60	2	10	2	3	**8**	4	5	12	60	60	12	5
17	28	15	30	3	6	3	4	**18**	6	10	16	45	90	10	8
27	20	8	45	4	8	2	2	**28**	8	8	16	30	120	8	6

Рис. 2.14. Задание К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 5 – 8, 15 – 18, 25 – 28

Окончание вариантов задания К3

Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
 Найти: $a_C, a_B, \varepsilon_{AB}$	 Найти: $a_A, a_B, \varepsilon_{CB}$

Номер варианта задания	OA, см	DC, см	α, град	β, град	R_1, см	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2	Номер варианта задания	R_1, см	BC, см	φ, град	α, град	β, град	V_C, см/с	a_C, см/с^2
9	18	10	30	120	4	2	3	**10**	6	14	60	30	120	15	3
19	20	12	60	60	6	3	4	**20**	5	18	45	60	90	10	5
29	18	8	60	90	4	2	3	**30**	4	16	30	45	60	12	4

Рис. 2.15. Задание К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 9 – 10, 19 – 20, 29 – 30

Примеры решения задания К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении

Задача 1. Ступенчатый барабан 1 с радиусами ступенек R = 0,5 м и r = 0,3 м катится окружностью малой ступеньки по горизонтальной поверхности без скольжения (рис. 2.16). Барабан приводится в движение шатуном AC, один конец которого соединён с центром барабана в точке A, а другой – с ползуном C, перемещающимся вертикально. В положении механизма, когда шатун AC отклонён от вертикали на угол 60°, найти ускорение точки B барабана, лежащей на его горизонтальном диаметре, если заданы скорость и ускорение ползуна C: V_C = 9м/с, a_C = 4 м/с^2.

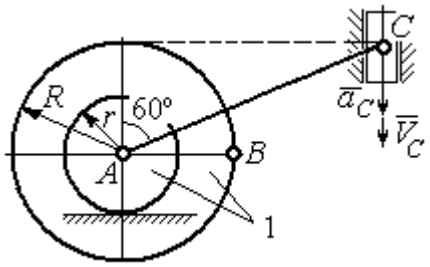


Рис. 2.16. Схема движения плоского механизма

Решение

Найдём угловые скорости ω_{AC}, ω_1 шатуна AC и барабана 1. Шатун совершает плоское движение. Его мгновенный центр скоростей P_2 находится на пересечении перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_C$ (рис. 2.17). По условию, скорость точки C направлена вертикально вниз. Точка A принадлежит как шатуну AC, так и барабану 1. При качении барабана по горизонтальной поверхности скорость его центра – точки A параллельна поверхности качения барабана.

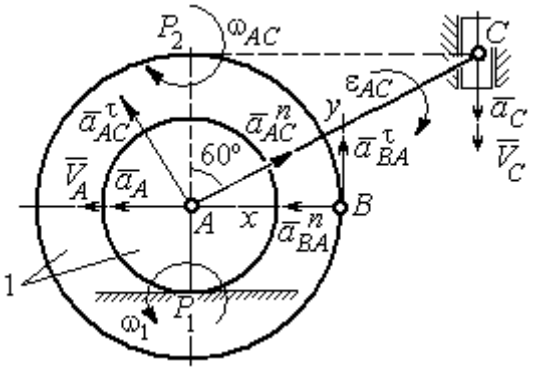


Рис. 2.17. Расчётная схема определения скоростей и ускорений точек механизма

Угловая скорость шатуна $\omega_{AC} = \dfrac{V_C}{CP_2} = \dfrac{9}{R\text{tg}60^\circ} = 6\sqrt{3}$ рад/с. Скорость точки A шатуна $V_A = \omega_{AC} \cdot AP_2 = 3\sqrt{3}$ м/с. Угловая скорость барабана 1 $\omega_1 = \dfrac{V_A}{AP_1} = 10\sqrt{3}$ рад/с.

При расчёте угловой скорости барабана учтено, что качение барабана по неподвижной поверхности представляет собой плоское движение, при котором мгновенный центр скоростей находится в точке касания с поверхностью (в точке P_1 на рис. 2.17).

Выразим ускорение $\vec{a}_A$ точки A через полюс C на основании векторного равенства: $\vec{a}_A = \vec{a}_C + \vec{a}^{\,\tau}_{AC} + \vec{a}^{\,n}_{AC}$, где $\vec{a}_C$ – ускорение точки C, выбранной в качестве полюса; $\vec{a}^{\,\tau}_{AC}$, $\vec{a}^{\,n}_{AC}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки A при вращении шатуна AC вокруг полюса C. Вектор нормального ускорения $\vec{a}^{\,n}_{AC}$ направлен вдоль шатуна AC от точки A к полюсу C и равен по величине $a^n_{AC} = \omega^2_{AC} \cdot AC = (6\sqrt{3})^2 \cdot 2R = 108$ м/с^2. Вектор касательного ускорения

$\vec{a}_{AC}^{\,\tau}$, модуль которого вычисляется по формуле $a_{AC}^{\tau} = \varepsilon_{AC} \cdot AC$, направлен перпендикулярно отрезку AC.

На данном этапе величина вектора касательного ускорения не может быть вычислена, поскольку угловое ускорение шатуна AC ε_{AC} неизвестно. На рис. 2.17 направление вектора касательного ускорения $\vec{a}_{AC}^{\,\tau}$ выбрано из предположения, что вращение шатуна ускоренное и направление углового ускорения совпадает с направлением его угловой скорости.

Направление вектора $\vec{a}_A$ ускорения точки A определяется из того, что центр барабана движется по прямой, параллельной горизонтальной поверхности качения. На рис. 2.17 направление вектора ускорения $\vec{a}_A$ выбрано из предположения, что качение барабана ускоренное.

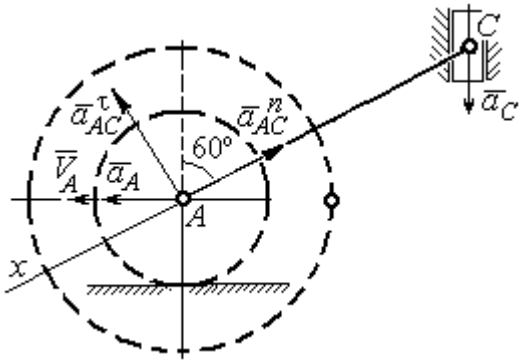


Рис. 2.18. Схема для определения ускорения центра барабана

Выберем ось x вдоль линии AC (рис. 2.18) и спроектируем векторное равенство $\vec{a}_A = \vec{a}_C + \vec{a}_{AC}^{\,\tau} + \vec{a}_{AC}^{\,n}$ на эту ось. При таком выборе оси проекция неизвестного ускорения $\vec{a}_{AC}^{\,\tau}$ обращается в нуль. Получим $a_A \cos 30^\circ = a_C \cos 60^\circ - a_{AC}^{n}$. Отсюда найдём ускорение центра барабана $a_A = \dfrac{1}{\cos 30^\circ}\left(a_C \cos 60^\circ - a_{AC}^{n}\right) = -\,122{,}4$ м/с^2. Отрицательное значение ускорения точки A означает, что на рис. 2.17, 2.18 вектор ускорения $\vec{a}_A$ должен иметь противоположное направление. Таким образом, вектор ускорения $\vec{a}_A$ направлен в сторону, противоположную вектору скорости $\vec{V}_A$, и движение барабана замедленное.

Для того чтобы найти ускорение точки B, выразим его через полюс A на основании векторного равенства $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^{\,\tau} + \vec{a}_{BA}^{\,n}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение

точки A, выбранной в качестве полюса; $\vec{a}_{BA}^{\,\tau}$, $\vec{a}_{BA}^{\,n}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки B при вращении барабана вокруг полюса A.

Модуль вектора нормального ускорения $\vec{a}_{BA}^{\,n}$ равен по величине $a_{BA}^{n} = \omega_1^2 \cdot BA = (10\sqrt{3})^2 \cdot R = 150$ м/с^2. Вектор направлен вдоль радиуса барабана от точки B к полюсу A (см. рис. 2.17).

Модуль вектора касательного ускорения $\vec{a}_{BA}^{\,\tau}$ вычисляется по формуле $a_{BA}^{\tau} = \varepsilon_1 \cdot BA$, где ε_1 – угловое ускорение барабана. Значение углового ускорения катящегося барабана (в отличие от углового ускорения ε_{AC} шатуна AC) может быть найдено. Расчёт основан на том, что при движении барабана расстояние AP_1 от точки A до центра скоростей барабана P_1 остаётся постоянным, равным r. Тогда выражение $V_A = \omega_1 \cdot AP_1 = \omega_1 \cdot r$ для расчёта скорости точки A можно продифференцировать. Получим $\dfrac{dV_A}{dt} = \dfrac{d\omega_1}{dt} \cdot r$. Так как точка A движется по прямой, производная от скорости точки равна её полному ускорению, а производная от угловой скорости барабана равна его угловому ускорению. Тогда имеем: $a_A = \varepsilon_1 \cdot r$, откуда находим угловое ускорение $\varepsilon_1 = \dfrac{a_A}{r} = 40{,}8$ рад/с^2, а затем и модуль вектора касательного ускорения $a_{BA}^{\tau} = \varepsilon_1 \cdot BA = 20{,}4$ м/с^2.

Заметим, что для вычисления углового ускорения ε_{AC} шатуна AC подобные рассуждения неприменимы. Формулу $V_A = \omega_{AC} \cdot AP_2$ невозможно продифференцировать, так как при движении механизма расстояние AP_2 от точки A до центра скоростей P_2 шатуна AC является неизвестной функцией времени.

Выберем систему координат xBy как показано на рис. 2.17, и спроецируем на эти оси векторное равенство $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^{\,\tau} + \vec{a}_{BA}^{\,n}$. Полагая, что движение барабана ускоренное (т. е. вектора ускорений $\vec{a}_A$ и $\vec{a}_{BA}^{\,\tau}$ направлены, как показано на рис. 2.17), получим значения составляющих ускорения точки B:

$a_{Bx} = a_A + a_{BA}^n$, $a_{By} = a_{BA}^\tau$. Подставляя значения ускорений, найдём $a_{By} = 20{,}4$ м/с^2, $a_{Bx} = -122{,}4 + 150 = 27{,}6$ м/с^2. Вектор полного ускорения точки B направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_{Bx}$, $\vec{a}_{By}$. Величина ускорения точки B: $a_B = \sqrt{a_{Bx}^2 + a_{By}^2} = 34{,}32$ м/с^2.

Задача 2. В плоском механизме (рис. 2.19) кривошип OA вращается вокруг оси O с угловой скоростью ω_{OA} и угловым ускорением ε_{OA}. Диск 2, шарнирно присоединённый к кривошипу в точке A, катится без проскальзывания по неподвижному диску 1. Радиусы дисков R_1 и R_2. На краю диска 2 в точке B шарнирно прикреплен стержень BC, соединенный с центром C диска 3. Радиус диска 3 равен радиусу диска 2: $R_3 = R_2$. Диск 3 катится без скольжения по горизонтальной поверхности, по прямой. Для положения механизма, изображенного на рис. 2.19, определить ускорение точки D и угловое ускорение стержня BC, если $\omega_{OA} = 4$ рад/с, $\varepsilon_{OA} = 2$ рад/с^2, $R_1 = 4$ см, $R_2 = 8$ см. Длина стержня $BC = 20$ см.

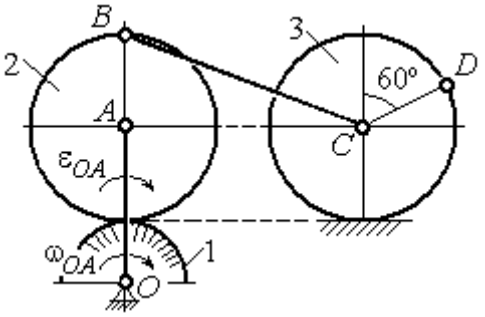


Рис. 2.19. Схема движения плоского механизма

Решение

Определение угловых скоростей звеньев механизма.

Рассмотрим вращательное движение кривошипа OA. Скорость точки A: $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 48$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно кривошипу OA в сторону движения кривошипа (рис. 2.20).

При движении диска 2 точка P_2 соприкосновения второго диска с неподвижным первым является мгновенным центром скоростей диска 2. Угловая скорость диска 2: $\omega_2 = \dfrac{V_A}{AP_2} = \dfrac{48}{8} = 6$ рад/с.

Скорость точки B диска 2: $V_B = \omega_2 BP_2 = 6 \cdot 16 = 96$ см/с.

Для определения угловой скорости стержня BC заметим, что скорости двух точек стержня $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$ параллельны, но точки B и C не лежат на общем перпендикуляре к скоростям. В этом случае мгновенный центр скоростей стержня BC отсутствует (бесконечно удалён), угловая скорость стержня равна нулю: $\omega_{BC} = 0$, а стержень совершает мгновенное поступательное движение. В результате имеем: $V_C = V_B = 96$ см/с.

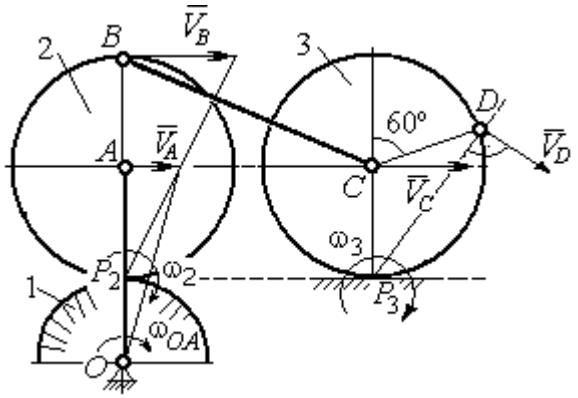


Рис. 2.20. Расчетная схема для определения угловых скоростей звеньев механизма

При качении диска 3 по неподвижной поверхности без проскальзывания точка P_3 касания его с поверхностью является мгновенным центром скоростей. Тогда угловая скорость диска 3: $\omega_3 = \dfrac{V_C}{CP_3} = 12$ рад/с. Скорость точки D диска 3: $V_D = \omega_3 \cdot DP_3$. Величину DP_3 находим из треугольника P_3DC. В результате $DP_3 = 2R_3\cos 30^\circ = 13{,}8$ см и $V_D = 165{,}6$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_D$ направлен в сторону движения диска 3 перпендикулярно линии DP_3 и (см. рис. 2.20).

Определение ускорений точек механизма.

Представим ускорение $\vec{a}_C$ точки C векторной суммой $\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}^{\,n}_{CB} + \vec{a}^{\,\tau}_{CB}$, где $\vec{a}_B$ – ускорение точки B, выбранной в качестве полюса; $\vec{a}^{\,n}_{CB}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{CB}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки C при вращении стержня BC вокруг полюса B, $a^n_{CB} = \omega^2_{CB} \cdot CB$, $a^{\tau}_{CB} = \varepsilon_{CB} \cdot CB$.

Нормальная составляющая ускорения точки C $a^n_{CB} = 0$, так как стержень CB совершает мгновенное поступательное движение и $\omega_{BC} = 0$.

Направление касательной составляющей $\vec{a}^{\tau}_{CB}$ неизвестно, так как неизвестно направление углового ускорения стержня ε_{CB}. Для определённости выберем направление углового ускорения стержня BC в сторону против хода часовой стрелки. На рис. 2.21 это направление показано дуговой стрелкой ε_{CB}.

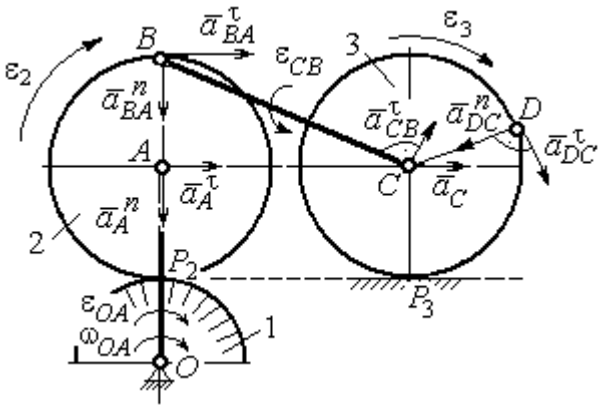


Рис. 2.21. Расчетная схема для определения ускорений точек механизма и угловых ускорений его звеньев

В соответствии с выбранным направлением углового ускорения вектор $\vec{a}^{\tau}_{CB}$ строится перпендикулярно линии стержня BC в сторону углового ускорения ε_{CB} (см. рис. 2.21).

Выразим ускорение точки B через полюс A: $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{n}_{BA} + \vec{a}^{\tau}_{BA}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса A; $\vec{a}^{n}_{BA}$, $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки B при вращении диска 2 вокруг полюса A. Величина нормальной составляющей ускорения точки B $a^{n}_{BA} = \omega_2^2 \cdot BA = 288$ см/с^2. Вектор $\vec{a}^{n}_{BA}$ направлен вдоль радиуса BA от точки B к полюсу A (см. рис. 2.21). Касательное ускорение точки B при вращении диска 2 вокруг полюса A вычисляется по формуле $a^{\tau}_{BA} = \varepsilon_2 \cdot BA$. Для определения углового ускорения ε_2 диска 2 заметим, что во время движения диска 2 расстояние AP_2 остается постоянным, равным R_2. Дифференцируя равенство $V_A = \omega_2 \cdot AP_2 = \omega_2 R_2$, получим: $\frac{dV_A}{dt} = \frac{d\omega_2}{dt} R_2$, или $a^{\tau}_A = \varepsilon_2 R_2$, откуда $\varepsilon_2 = \frac{a^{\tau}_A}{R_2}$.

Для того чтобы найти величину a^{τ}_A, рассмотрим вращательное движение кривошипа OA вокруг неподвижной оси O. Ускорение точки A представляется в виде векторного равенства $\vec{a}_A = \vec{a}^{n}_A + \vec{a}^{\tau}_A$, где $\vec{a}^{n}_A$ и $\vec{a}^{\tau}_A$ – известные

нормальная и касательная составляющие ускорения точки A кривошипа OA: $a_A^n = \omega_{OA}^2 \cdot OA = 192$ см/с^2, $a_A^\tau = \varepsilon_{OA} \cdot OA = 24$ см/с^2. Направления векторов нормального ускорения $\vec{a}_A^n$ и касательного ускорения $\vec{a}_A^\tau$ показаны на рис. 2.21.

Теперь найдём величину углового ускорения диска 2 и модуль касательного ускорения a_{BA}^τ точки B при вращении диска 2 вокруг полюса A: $\varepsilon_2 = \dfrac{a_A^\tau}{R_2} =$ $= 3$ рад/с^2, $a_{BA}^\tau = \varepsilon_2 \cdot BA = 24$ см/с^2.

Для определения ускорения точки C имеем векторное равенство $\vec{a}_C = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau + \vec{a}_{CB}^\tau$. Выберем оси Cx, Cy, как показано на рис. 2.22, – вдоль отрезка BC и перпендикулярно ему и спроецируем на них имеющееся векторное равенство. Получим:

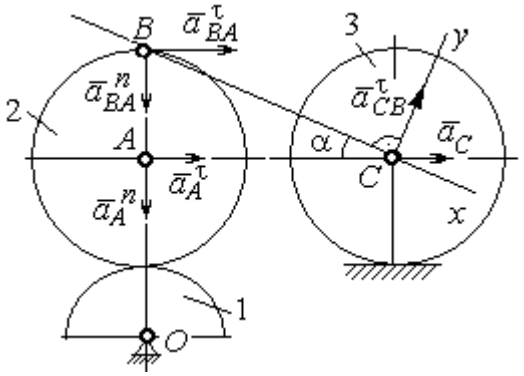


Рис. 2.22. Расчетная схема для вычисления ускорения точки С

$$a_C \cos\alpha = a_A^n \sin\alpha + a_A^\tau \cos\alpha + a_{BA}^n \sin\alpha + a_{BA}^\tau \cos\alpha;$$

$$a_C \sin\alpha = a_A^n \cos\alpha + a_A^\tau \sin\alpha + a_{BA}^n \cos\alpha + a_{BA}^\tau \sin\alpha + a_{CB}^\tau,$$

где α – угол между стержнем BC и линией центров AC; $\sin\alpha = \dfrac{AB}{BC} = 0{,}4$; $\cos\alpha = 0{,}92$. Решая систему, найдём: $a_C = 256{,}7$ см/с^2, $a_{CB}^\tau = -358{,}12$ см/с^2.

Модуль углового ускорения стержня BC: $\varepsilon_{CB} = \dfrac{\left|a_{CB}^\tau\right|}{BC} = 17{,}9$ рад/с^2.

Знак «минус» величины a_{CB}^τ означает, что вектор касательного ускорения $\vec{a}_{CB}^\tau$ на рис. 2.21 – 2.22 следует направить в противоположную сторону. Направление углового ускорения стержня BC, показанное на рис. 2.21 дуговой стрелкой ε_{CB}, также следует заменить на противоположное.

Выразим ускорение точки D через полюс C: $\vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}^{\,n}_{DC} + \vec{a}^{\,\tau}_{DC}$, где $\vec{a}_C$ – известное ускорение точки C; $\vec{a}^{\,n}_{DC}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{DC}$ – нормальное и касательное составляющие ускорения точки D при вращении диска 3 вокруг полюса C. Величина нормального ускорения точки D: $a^n_{DC} = \omega_3^2 \cdot DC = 1152$ см/с^2. Вектор ускорения $\vec{a}^{\,n}_{DC}$ направлен по радиусу от точки D к полюсу C (рис. 2.23).

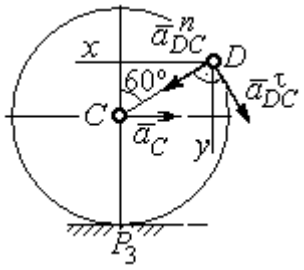


Рис.2.23. Расчетная схема для определения ускорения точки D

Для расчёта касательной составляющей a^{τ}_{DC} ускорения точки D найдём угловое ускорение диска 3. Продифференцируем по времени равенство $V_C = \omega_3 \cdot CP_3 = \omega_3 R_3$. Получим: $\frac{dV_C}{dt} = \frac{d\omega_3}{dt} R_3$, или $a_C = \varepsilon_3 R_3$. Угловое ускорение диска 3: $\varepsilon_3 = \frac{a_C}{R_3} = 32{,}09$ рад/с^2. Тогда величина касательной составляющей ускорения точки D: $a^{\tau}_{DC} = \varepsilon_3 \cdot DC = 256{,}7$ см/с^2. Направление вектора $\vec{a}^{\,\tau}_{DC}$ соответствует ускоренному движению диска 3.

Проведём оси Dx и Dy, как показано на рис. 2.23, и спроецируем векторное равенство ускорения точки D на оси:

$$a_{Dx} = -a_C + a^n_{DC}\cos 30^\circ - a^{\tau}_{DC}\cos 60^\circ, \quad a_{Dy} = a^n_{DC}\cos 60^\circ + a^{\tau}_{DC}\cos 30^\circ.$$

Решая систему, находим значения проекций модуля ускорения $a_{Dx} = 612{,}5$ см/с^2, $a_{Dy} = 798{,}3$ см/с^2. Величина ускорения точки D:

$$a_D = \sqrt{a^2_{Dx} + a^2_{Dy}} = 1006{,}2 \text{ см/с}^2.$$

3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ

3.1. Основные понятия сложного движения точки

В неподвижной системе координат рассматривается подвижное твердое тело и точка, перемещающаяся относительно тела.

Траектория точки в её движении относительно тела называется **относительной траекторией.** Скорость точки в этом движении называют **относительной скоростью**, ускорение – **относительным ускорением**.

Траектория точки, перемещающейся вместе с телом, называется переносной траекторией точки, скорость точки при таком её движении – **переносной скоростью**, а ускорение – **переносным ускорением**.

Суммарное движение точки вместе с телом и относительно тела называется **сложным движением**. Траектория точки относительно неподвижной системы координат называется **абсолютной траекторией точки**, скорость и ускорение – **абсолютной скоростью и абсолютным ускорением.**

При вычислении абсолютной скорости используется теорема о сложении скоростей: **при сложном движении абсолютная скорость точки равна геометрической сумме относительной и переносной скоростей:** $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$, где $\vec{V}$, $\vec{V}_e$, $\vec{V}_r$ – вектора абсолютной, переносной и относительной скоростей точки.

В случае, когда относительное движение точки задается естественным способом в виде закона изменения пути $S = S(t)$, величина относительной скорости точки равна модулю производной: $V_r = \left|\dot{S}_r\right|$. Если переносное движение точки есть вращение тела вокруг неподвижной оси, скорость точки в переносном движении будет: $V_e = \omega_e h_e$, где ω_e – величина угловой скорости вращения тела; h_e – кратчайшее расстояние от места положения точки на теле до оси вращения тела.

При вычислении абсолютного ускорения используется теорема Кориолиса о сложении ускорений: **при сложном движении абсолютное ускорение точки равно геометрической сумме трех ускорений – относительного, переносного и ускорения Кориолиса** $\vec{a} = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_к$, где $\vec{a}$ – вектор абсолютного ускорения точки; $\vec{a}_e, \vec{a}_r$ – вектора соответственно переносного и относительного ускорений точки; $\vec{a}_к$ – вектор ускорения Кориолиса. (Иногда его называют поворотным ускорением.)

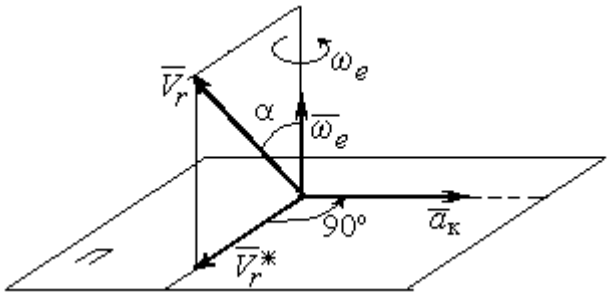


Рис. 3.1. Определение направления ускорения Кориолиса по правилу Жуковского

Вектор ускорения Кориолиса определяется векторным произведением $\vec{a}_к = 2(\vec{\omega}_e \times \vec{V}_r)$, где $\vec{\omega}_e$ – вектор угловой скорости переносного движения; $\vec{V}_r$ – вектор относительной скорости точки. Модуль ускорения Кориолиса: $|\vec{a}_к| = 2|\vec{\omega}_e| \cdot |\vec{V}_r| \sin\alpha$, где α – угол между вектором угловой скорости переносного движения и вектором относительной скорости точки (см. рис. 3.1). Направление вектора ускорения Кориолиса может быть получено по правилу построения вектора векторного произведения.

На рис. 3.1 показана последовательность выбора направления вектора ускорения Кориолиса по правилу Н. Е. Жуковского. Правило состоит в следующем: пусть имеется точка, движущаяся с относительной скоростью $\vec{V}_r$. Построим плоскость П, перпендикулярную вектору переносной угловой скорости $\vec{\omega}_e$, и спроецируем вектор $\vec{V}_r$ на эту плоскость. Проекцию обозначим $\vec{V}_r^*$ (см. рис. 3.1). Чтобы получить направление ускорения Кориолиса, следует вектор проекции относительной скорости $\vec{V}_r^*$ повернуть на 90° в плоскости П вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения.

Если сложное движение точки происходит в плоскости, перпендикулярной оси переносного вращения, направление ускорения Кориолиса можно получить простым поворотом вектора относительной скорости на угол 90° вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения.

Относительное ускорение $\vec{a}_r$ представляется как сумма векторов относительного касательного $\vec{a}_r^{\tau}$ и относительного нормального $\vec{a}_r^{n}$ ускорений: $\vec{a}_r = \vec{a}_r^{\tau} + \vec{a}_r^{n}$. Переносное ускорение точки $\vec{a}_e$ тела имеет своими составляющими переносное касательное $\vec{a}_e^{\tau}$ и переносное нормальное $\vec{a}_e^{n}$ ускорения так, что $\vec{a}_e = \vec{a}_e^{\tau} + \vec{a}_e^{n}$.

Таким образом, абсолютное ускорение точки в сложном движении можно представить в виде векторного равенства

$$\vec{a} = \vec{a}_r^{\tau} + \vec{a}_r^{n} + \vec{a}_e^{\tau} + \vec{a}_e^{n} + \vec{a}_{\text{к}}.$$

Модули относительного касательного и относительного нормального ускорений при естественном способе задания относительного движения точки равны: $a_r^{\tau} = \left|\dot{V}_r\right|$, $a_r^{n} = \dfrac{V_r^2}{\rho}$, где ρ – радиус кривизны относительной траектории. При движении точки по окружности радиус кривизны равен радиусу окружности, при движении по прямой – бесконечности, и в этом случае $a_r^{n} = 0$.

При вращательном переносном движении точки значения переносного касательного и нормального ускорений вычисляются по формулам: $a_e^{\tau} = \varepsilon_e h_e$, $a_e^{n} = \omega_e^2 h_e$, где ε_e – угловое ускорение вращательного переносного движения, $\varepsilon_e = \left|\dot{\omega}_e\right|$; h_e – расстояние от точки до оси вращения тела; ω_e – величина угловой скорости вращения тела.

Вектора ускорений строятся по общим правилам построения векторов нормального и касательного ускорений.

При поступательном переносном движении ускорение Кориолиса и переносное нормальное ускорение равны нулю: $a_{\text{к}} = 0,\ a_e^n = 0$. Абсолютное ускорение точки при поступательном переносном движении можно представить в виде векторного равенства $\vec{a} = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau}$.

3.2. Задание К4. Определение скорости и ускорения точки при сложном движении

Задание включает две задачи с вращательным и поступательным видами переносного движения точки.

Задача 1. Вращение тела относительно неподвижной оси задается законом изменения угла поворота: $\varphi_e = \varphi_e(t)$ или законом изменения его угловой скорости: $\omega_e = \omega_e(t)$. Движение точки относительно тела отсчитывается от её начального положения в точке C и задается законом изменения длины дуги окружности или отрезка прямой линии: $CM = S_r = S_r(t)$.

Определить абсолютные скорость и ускорение точки в заданный момент времени t_1.

Задача 2. Поступательное движение тела, несущего точку, задается законом изменения координаты $x_e = x_e(t)$. Движение точки относительно тела отсчитывается от её начального положения в точке C и задается законом изменения длины дуги окружности или отрезка прямой линии: $CM = y_r = y_r(t)$.

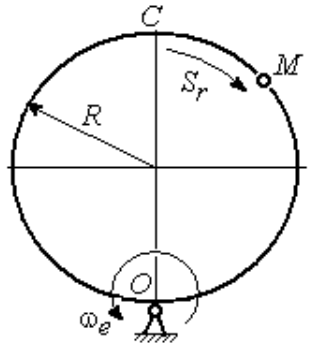
Определить абсолютные скорость и ускорение точки в момент времени t_2, который либо задаётся в исходных данных задачи, либо на схемеописаны условия, из которых он находится.

Номера вариантов заданий даны на рис. 3.2 – 3.5.

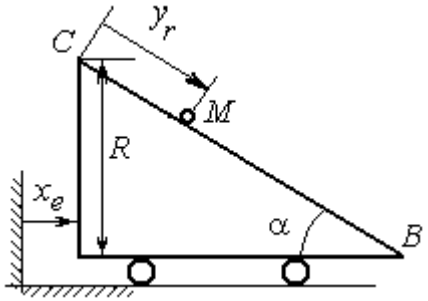
Варианты исходных данных приведены в табл. 3.1.

Варианты № 1, 11, 21

Задача 1



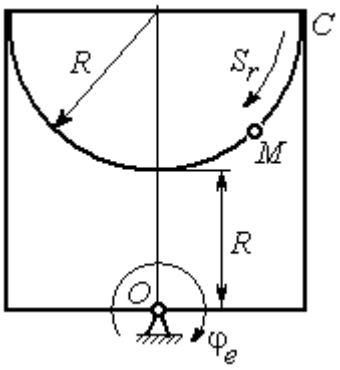
Задача 2



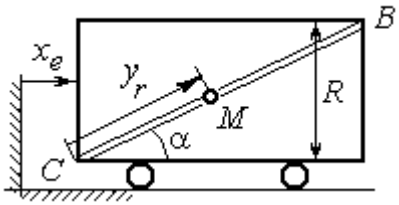
В момент $t = t_2$ точка M прошла половину пути CB

Варианты № 2, 12, 22

Задача 1



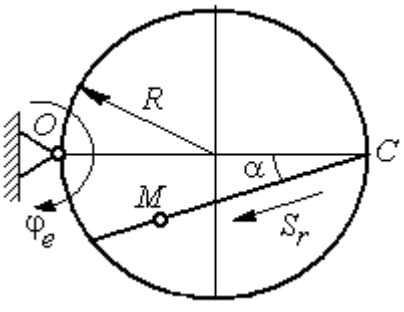
Задача 2



В момент $t = t_2$ точка M прошла 2/3 пути CB

Варианты № 3, 13, 23

Задача 1



Задача 2

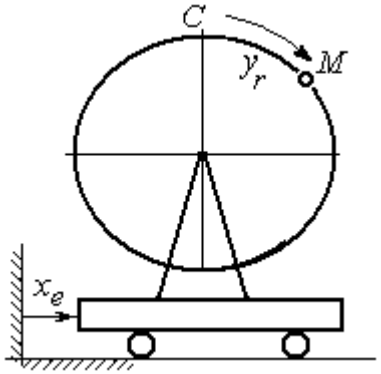
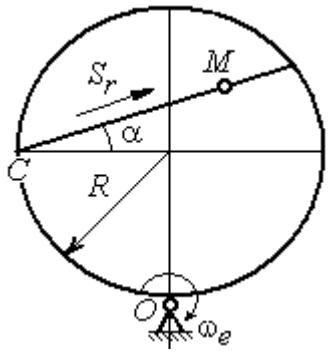


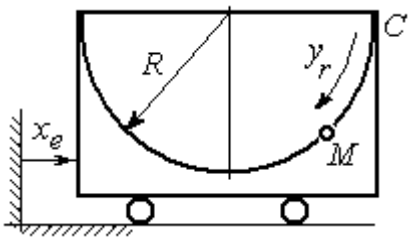
Рис. 3.2. Задание К4. Сложное движение точки.
Номера вариантов задания 1 – 3, 11 – 13, 21 – 23

Варианты № 4, 14, 24

Задача 1

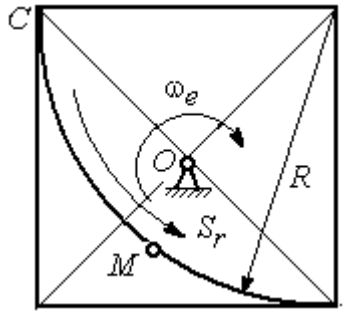


Задача 2

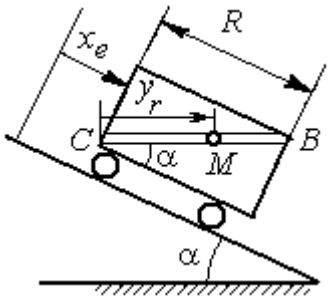


Варианты № 5, 15, 25

Задача 1



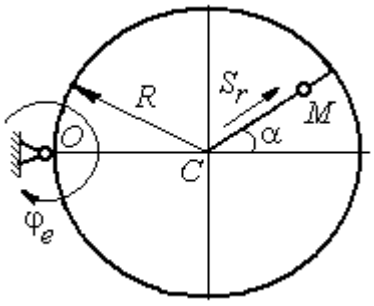
Задача 2



В момент $t = t_2$ точка M прошла путь CB

Варианты № 6, 16, 26

Задача 1



Задача 2

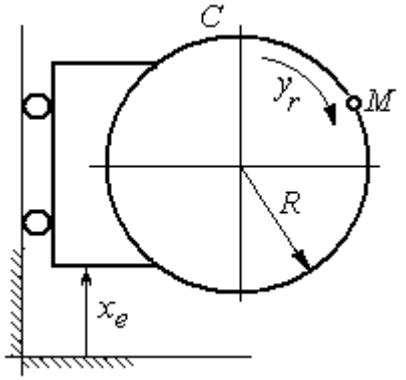
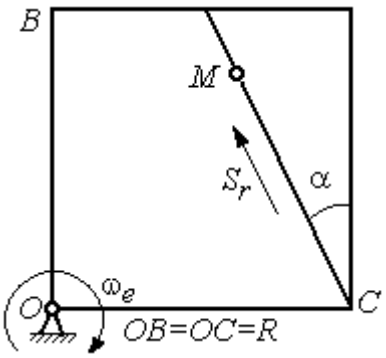


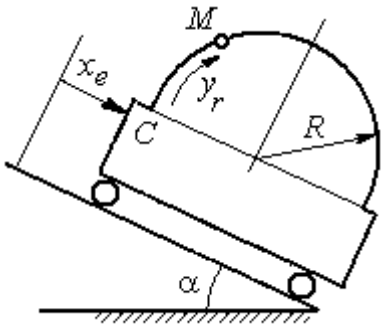
Рис. 3.3. Задание К4. Сложное движение точки.
Номера вариантов задания 4 – 6, 14 – 16, 24 – 26

Варианты № 7, 17, 27

Задача 1

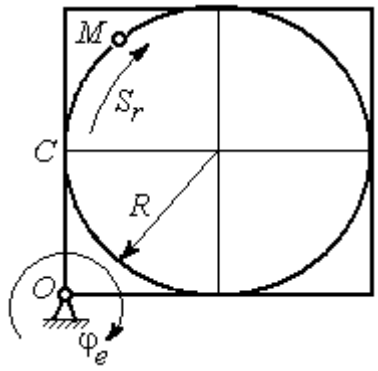


Задача 2

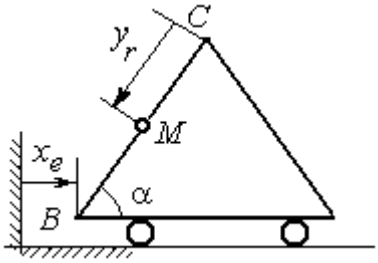


Варианты № 8, 18, 28

Задача 1



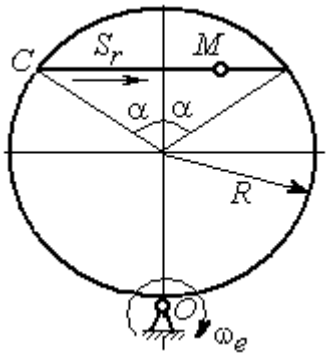
Задача 2



В момент $t = t_2$ точка M прошла половину пути $CB = R$

Варианты № 9, 19, 29

Задача 1



Задача 2

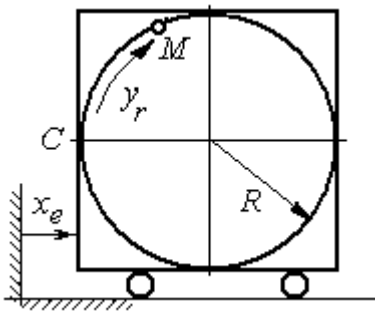
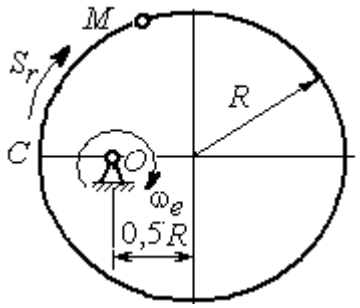


Рис. 3.4. Задание К4. Сложное движение точки.
Номера вариантов задания 7 – 9, 17 – 19, 27 – 29

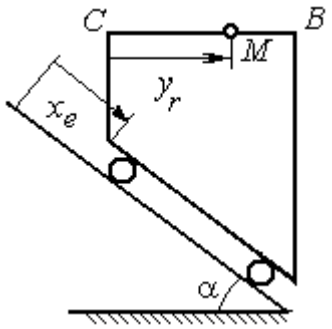
Окончание вариантов задания К4

Варианты № 10, 20, 30

Задача 1



Задача 2



В момент $t = t_2$ точка M прошла половину пути $CB = R$

Рис. 3.5. Задание К4. Сложное движение точки.
Номера вариантов задания 10, 20, 30

Таблица 3.1

Исходные данные для заданий по сложному движению точки

Номер варианта задания	Номер задачи	R, см	α, град	$C\breve{M} = S_r(t)$, см $C\breve{M} = y_r(t)$, см	$\varphi_e(t)$, рад; $\omega_e(t)$, рад/с $x_e(t)$, см	t_1, с t_2, с
1	1	3	–	$S_r = 2\pi\sin(\pi t/6)$	$\omega_e = 4t^2$	1
	2	4	30	$y_r = 4t^2$	$x_e = 2\cos(\pi t/6)$	–
2	1	2	–	$S_r = 4\pi\sin^2(\pi t/6)$	$\varphi_e = 6\cos(\pi t/3)$	1
	2	3	60	$y_r = t^2 + t$	$x_e = 1 + \cos(\pi t)$	–
3	1	4	30	$S_r = 2\sqrt{3}[t + \sin(\pi t/2)]$	$\varphi_e = 4t - t^2$	1
	2	6	–	$y_r = \pi[2t + \sin\pi t]$	$x_e = 5t - t^2$	1
4	1	4	60	$S_r = 2(t^3 + t)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	3	–	$y_r = \pi[2t + \cos(\pi t/2)]$	$x_e = t^3 - 4t$	1
5	1	6	–	$S_r = 4\pi\sin^2(\pi t/6)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/3)$	1
	2	2	30	$y_r = t^2 + 2t$	$x_e = t^2 - 4t$	–
6	1	6	60	$S_r = t + 10\sin(\pi t/6)$	$\varphi_e = 2t^2 - 5t$	1
	2	3	–	$y_r = 4\pi\sin(\pi t/6)$	$x_e = [1 - \cos(\pi t/4)]$	1
7	1	8	30	$S_r = 2(t^3 + 3t)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	4	30	$y_r = 2\pi t^2$	$x_e = t^3 - 5t$	1

Продолжение табл. 3.1

Номер варианта задания	Номер задачи	R, см	α, град	$C\breve{M} = S_r(t)$, см $C\breve{M} = y_r(t)$, см	$\varphi_e(t)$, рад; $\omega_e(t)$, рад/с $x_e(t)$, см	t_1, с t_2, с
8	1	8	–	$S_r = 2\pi\left[t^2 + \sin\pi t\right]$	$\varphi_e = t^2 - 5t$	2
	2	6	30	$y_r = t(t+1)$	$x_e = \cos\pi t$	–
9	1	8	30	$S_r = 2t^2$	$\omega_e = \cos(\pi t/8)$	2
	2	3	–	$y_r = 4\pi\sin^2(\pi t/4)$	$x_e = (3-2t)^2$	1
10	1	6	–	$S_r = \pi(2t^3 + \sin\pi t)$	$\omega_e = 5t - 2t^3$	1
	2	4	30	$y_r = t^2 + 2t$	$x_e = 1 + \cos\pi t$	–
11	1	6	–	$S_r = 8\pi\sin(\pi t/12)$	$\omega_e = 2 + \cos(\pi t/4)$	2
	2	6	60	$y_r = 4\sin\pi t$	$x_e = t^2 - 2t$	–
12	1	18	–	$S_r = \pi(2t^2 + 2t)$	$\varphi_e(t) = 3t - t^2$	2
	2	6	30	$y_r = 2t^2 + t$	$x_e = 1 + \cos(\pi t)$	–
13	1	10	60	$S_r = t^3 + t$	$\varphi_e = 6\cos(\pi t/6)$	2
	2	6	–	$y_r = 6\pi\cos(\pi t/3)$	$x_e = t(t+1)$	1
14	1	4	30	$S_r = 8\sqrt{3}\sin(\pi t/12)$	$\omega_e = (3-2t)^2$	2
	2	3	–	$y_r = 2\pi\sin(\pi t/6)$	$x_e = 2t^2 - 5t$	1
15	1	8	–	$S_r = 4\pi\sin^2(\pi t/4)$	$\omega_e = 2 + \cos(\pi t/4)$	1
	2	5	60	$y_r = 5t + t^2$	$x_e = \cos(\pi t/6)$	–
16	1	12	90	$S_r = 3\left[t + \sin(\pi t/2)\right]$	$\varphi_e = 2t - 3t^2$	1
	2	15	–	$y_r = \pi(4t + t^2)$	$x_e = 6\sin(\pi t/3)$	1
17	1	6	45	$S_r = 3\sqrt{2}\left[t^2 + 2\sin\pi t\right]$	$\omega_e(t) = 4t^2 - 6$	1
	2	6	60	$y_r = 8\pi\sin(\pi t/12)$	$x_e = \sqrt{2}\sin(\pi t/8)$	2
18	1	8	–	$S_r = 4\pi\sqrt{2}\sin(\pi t/8)$	$\varphi_e = 18t - 4t^2$	2
	2	8	60	$y_r = 3t + 2t^2$	$x_e = \sin\pi t$	–
19	1	8	60	$S_r = 2\sqrt{3}\left[t + \sin(\pi t/2)\right]$	$\omega_e = 5t - t^2$	1
	2	9	–	$y_r = 6\pi\cos(\pi t/3)$	$x_e = \cos(\pi t/6)$	1
20	1	4	–	$S_r = 4\pi\sin(\pi t/6)$	$\omega_e = 3t - 5$	1
	2	6	60	$y_r = 3t + 2t^2$	$x_e = \pi\sin\pi t$	–
21	1	3	–	$S_r = 4\pi\sqrt{2}\sin(\pi t/8)$	$\omega_e = 6t - 14$	2
	2	8	45	$y_r = (t^2 + 3t)$	$x_e = t + 2\sin\pi t$	–

Окончание табл. 3.1

Номер варианта задания	Номер задачи	R, см	α, град	$C\breve{M} = S_r(t)$, см $C\breve{M} = y_r(t)$, см	$\varphi_e(t)$, рад; $\omega_e(t)$, рад/с $x_e(t)$, см	t_1, с t_2, с
22	1	4	–	$S_r = 2\pi(t^2 + 2t)$	$\varphi_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	9	60	$y_r = 8\sin\pi t$	$x_e = 5t - t^2$	–
23	1	6	45	$S_r = 12\sin(\pi t/8)$	$\varphi_e = t^2 + \cos(\pi t/4)$	2
	2	6	–	$y_r = 6\pi[t + \sin(\pi t/6)]$	$x_e = 5t - t^2$	1
24	1	6	45	$S_r = 12\sin(\pi t/8)$	$\omega_e = t + 4\cos(\pi t/4)$	2
	2	6	–	$y_r = \pi(t^2 + 2t)$	$x_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
25	1	6	–	$S_r = 2\pi t^2$	$\omega_e = 3\sin(\pi t/3)$	1
	2	4	45	$y_r = 2t(t + 3t)$	$x_e = 2(t^3 - 3t)$	–
26	1	6	120	$S_r = t^2 + t$	$\varphi_e = 12\cos(\pi t/12)$	2
	2	9	–	$y_r = \pi\sqrt{3}\sin(\pi t/3)$	$x_e = 2(t^2 - 3t)$	1
27	1	10	60	$S_r = \sqrt{3}(t^2 + t)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$	2
	2	9	30	$y_r = \sqrt{3}\pi\sin(\pi t/3)$	$x_e = t + 4\cos(\pi t/4)$	1
28	1	2	–	$S_r = 6\pi\sin(\pi t/6)$	$\varphi_e = 2t + \cos(\pi t/2)$	1
	2	6		$y_r = 2t + 3t^2$	$x_e = t + \sin\pi t$	–
29	1	8	30	$S_r = (t^2 + 2t)$	$\omega_e = 6\sin(\pi t/12)$	2
	2	3	–	$y_r = 2\pi\sqrt{3}\sin(\pi t/3)$	$x_e = 5t - t^2$	1
30	1	2	–	$\pi(t^2 + 2t)$	$\omega_e(t) = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	3	60	$y_r = t + t^2$	$x_e = t + \sin\pi t$	–

Пример выполнения задания К4. Сложное движение точки

Задача 1. Фигура, состоящая из половины диска и равнобедренного треугольника (рис. 3.6), вращается вокруг оси, перпендикулярной плоскости фигуры и проходящей через вершину A треугольника. Вращательное движение задается законом изменения угла поворота фигуры $\varphi_e = 5t - 2t^2$ рад.

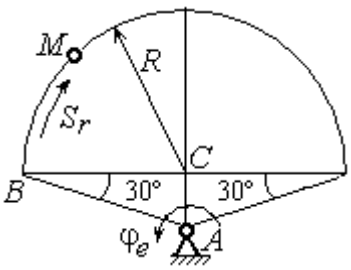


Рис. 3.6. Схема сложного движения точки

Положительное направление вращения отмечено на схеме дуговой стрелкой φ_e. По ободу диска от точки *B* движется точка *M*. Движение точки относительно диска задается законом изменения длины дуги окружности: $\overset{\cup}{BM} = S_r = 9\pi t^2$ см. Положительное направление движения точки *M* на рис. 3.6 показано дуговой стрелкой S_r. Радиус диска $R = 9$ см.

Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки *M* в момент времени $t_1 = 1$ с.

Решение

Вращение фигуры будет для точки *M* переносным движением. Относительное движение точки *M* – её движение по окружности обода диска.

Для определения **положения точки** *M* на ободе диска вычислим расстояние, которое она прошла на заданный момент времени. Длина дуги окружности, пройденной точкой за 1 с: $S_r(1) = 9\pi$ см. Положение точки *M* определяется центральным углом $\alpha = \dfrac{S_r(1)}{R} = \dfrac{9\pi}{9} = \pi$. Положение точки в момент времени $t_1 = 1$ с отмечено на рис. 3.7 точкой M_1.

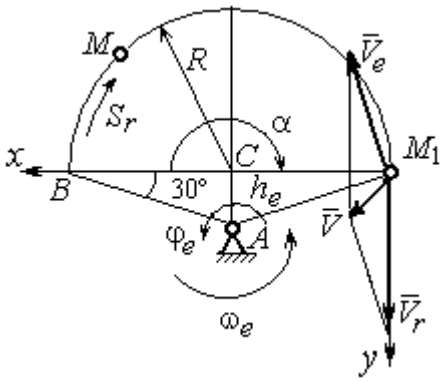


Рис. 3.7. Расчетная схема для вычисления абсолютной скорости точки при сложном движении

Для определения **скорости переносного движения** точки вычисляем значение производной: $\dot{\varphi}_e = 5 - 4t$. Угловая скорость вращения фигуры: $\omega_e = |\dot{\varphi}_e|$. При $t_1 = 1$ с $\dot{\varphi}_e(1) = 1$ рад/с. Положительная величина производной $\dot{\varphi}_e(1)$ показывает, что вращение фигуры в данный момент происходит в положительном направлении, что отмечено дуговой стрелкой ω_e на рис. 3.7.

В момент времени $t_1 = 1$ с точка *M* находится в положении M_1. Скорость V_e переносного движения точки в момент времени $t_1 = 1$ с $V_e(1) = \omega_e(1)h_e$, где

расстояние от точки M_1 до оси вращения фигуры $h_e = AM_1 = \dfrac{R}{\cos 30^\circ} = 6\sqrt{3}$ см.

Тогда $V_e(1) = 6\sqrt{3}$ см/с.

Вектор скорости переносного движения точки $\vec{V}_e$ перпендикулярен линии AM_1 и направлен в сторону вращения фигуры (см. рис. 3.7).

Относительное движение точки задано естественным способом, как закон изменения длины дуги *BM*. В этом случае **скорость относительного движения** точки $V_r = \left|\dot{S}_r\right| = \left|18\pi t\right|$. При t_1 = 1 с $V_r(1) = \left|\dot{S}_r(1)\right| = 18\pi$ = 56,5 см/с. Положительное значение производной $\dot{S}_r(1)$ указывает, что относительное движение точки в положении M_1 происходит в положительном направлении, указанном на рис. 3.7 дуговой стрелкой S_r. Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости точки в положении M_1 направлен по касательной к траектории относительного движения в сторону положительного направления движения (см. рис. 3.7).

Абсолютную скорость точки находим по теореме сложения скоростей $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$. Направление вектора абсолютной скорости, полученное по правилу сложения векторов, показано на рис. 3.5. Для определения величины абсолютной скорости выбираем прямоугольные оси координат M_1xy (см. рис. 3.7) и проецируем обе части векторного равенства теоремы сложения скоростей на эти оси. Получим:

$$V_x = V_e \cos 60^\circ = 3\sqrt{3} = 5{,}2 \text{ см/с};$$

$$V_y = -V_e \cos 30^\circ + V_r = -6\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 56{,}5 = 29{,}5 \text{ см/с}.$$

Модуль абсолютной скорости: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{5{,}2^2 + 29{,}5^2} = 29{,}95$ см/с.

Абсолютное ускорение точки определяем по теореме Кориолиса, которая при вращательном переносном движении имеет вид:

$$\vec{a} = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_{\text{к}}.$$

Относительное касательное ускорение a_r^τ вычисляется по формуле: $a_r^\tau = \left|\ddot{S}_r\right|$. По условию задачи вторая производная $\ddot{S}_r = 18\pi$ = 56,5 см/с^2 – постоянная величина. Так как значение второй производной $\ddot{S}_r$ положительно, вектор ускорения $\vec{a}_r^\tau$ направлен по касательной к траектории относительного движения в точке M_1 в сторону положительного направления относительного движения, отмеченного дуговой стрелкой S_r.

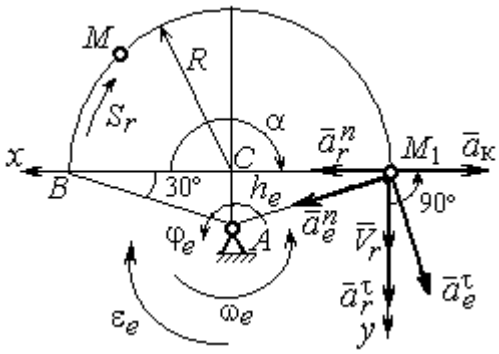


Рис. 3.8. Расчетная схема для определения абсолютного ускорения точки

Относительное нормальное ускорение точки вычисляется по формуле $a_r^n = \dfrac{V_r^2}{R}$ и в момент $t_1 = 1$ с равно: $a_r^n(1) = \dfrac{V_r^2(1)}{R} = \dfrac{(18\pi)^2}{9} = 355{,}3$ см/с^2. Вектор ускорения $\vec{a}_r^n$ направлен по радиусу диска к центру C (см. рис. 3.8).

Переносное касательное ускорение вычисляется по формуле: $a_e^\tau = \varepsilon_e h_e$, где угловое ускорение $\varepsilon_e = \left|\ddot{\varphi}_e\right|$. Вычислим производную $\ddot{\varphi}_e = -4$ рад/с^2. Угловое ускорение $\varepsilon_e = \left|\ddot{\varphi}_e\right| = 4$ рад/с^2 постоянно и не зависит от времени.

Отрицательное значение производной $\ddot{\varphi}_e < 0$ при условии, что расчетная величина угловой скорости положительна: $\dot{\varphi}_e > 0$, означает, что вращательное движение замедленное и переносное угловое ускорение ε_e направлено в сторону, противоположную направлению вращения.

Вектор $\vec{a}_e^\tau$ переносного касательного ускорения точки в её положении M_1 перпендикулярен линии AM_1 и направлен противоположно вектору переносной скорости $\vec{V}_e$ (см. рис. 3.8). Модуль переносного касательного ускорения: $a_e^\tau = a_e^\tau = \varepsilon_e h_e = 24\sqrt{3} = 41{,}6$ см/с^2.

Переносное нормальное ускорение a_e^n рассчитывается по формуле: $a_e^n = \omega_e^2 h_e$ и в момент времени $t_1 = 1$ с $a_e^n(1) = \omega_e^2(1)h_e = 6\sqrt{3} = 10{,}4$ см/с^2. Вектор переносного нормального ускорения $\vec{a}_e^n$ направлен по линии AM_1 к оси вращения (см. рис. 3.8).

По условию задачи вектор скорости относительного движения точки $\vec{V}_r$ лежит в плоскости, перпендикулярной оси переносного вращения, то есть перпендикулярен вектору угловой скорости переносного движения $\vec{\omega}_e$. Тогда модуль **ускорения Кориолиса** при $t_1 = 1$ с $a_к = 2\omega_e V_r = 2 \cdot 1 \cdot 18\pi = 113{,}1$ см/с^2.

Так как вектор относительной скорости точки $\vec{V}_r \perp \vec{\omega}_e$, то по правилу Жуковского для определения направления ускорения Кориолиса достаточно повернуть вектор относительной скорости точки $\vec{V}_r$ на 90° в сторону переносного движения вокруг оси, параллельной оси вращения и проходящей через точку M_1 (см. рис. 3.8). Для определения абсолютного ускорения спроецируем на прямоугольные оси xM_1y (см. рис. 3.8) векторное равенство $\vec{a} = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_к$. Получим: $a_y = a_e^{\tau}\cos 30^\circ + a_e^n \cos 60^\circ + a_r^{\tau} = 97{,}9$ см/с^2, $a_x = -a_e^{\tau}\cos 60^\circ + a_e^n \cos 30^\circ + a_r^n - a_к = 228{,}4$ см/с^2. Модуль абсолютного ускорения: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 248{,}5$ см/с^2.

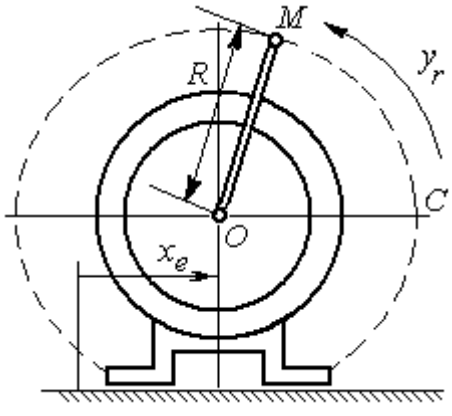


Рис. 3.9. Схема движения точки стержня, укреплённого на электромоторе

Задача 2. К вращающемуся валу электромотора прикреплён стержень OM длины $R = 6$ см. Во время работы электромотора точка M стержня из начального положения C перемещается по дуге окружности согласно уравнению $CM = y_r = \pi t^2$ см. При этом электромотор, установленный без креплений, совершает горизонтальные гармонические колебания на фундаменте по закону

$x_e = 5\sin(\pi t/3)$ см. Определить абсолютное ускорение точки M в момент времени $t_1 = 1$ с.

Решение

Точка M совершает сложное движение – относительно электромотора и вместе с ним. Относительным движением точки будет её движение по дуге окружности радиуса R, переносным – поступательное горизонтальное, прямолинейное движение электромотора.

Найдём положение точки относительно электродвигателя в заданный момент времени. Угол α, отсчитываемый стержнем OM от начального положения OC, в момент времени $t_1 = 1$ с составляет $\alpha = \dfrac{y_r(t_1)}{R} = \dfrac{\pi}{6} = 30°$. Положение точки в момент времени $t_1 = 1$ с отмечено на рис. 3.10 буквой M_1.

Относительное движение точки задано естественным способом, как закон изменения длины дуги. Относительная скорость $V_r = \dot{y}_r = 2\pi t$. В момент времени $t_1 = 1$ с V_r= 6,28 см/с. Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости направлен перпендикулярно стержню OM_1.

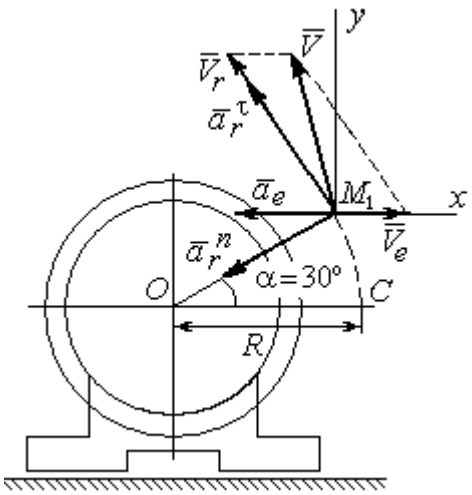


Рис. 3.10. Расчётная схема вычисления абсолютной скорости и абсолютного ускорения точки

Скорость точки в переносном движении – это скорость горизонтального движения электродвигателя:

$$V_e = \dot{x}_e = \frac{5\pi}{3}\cos(\pi t/3).$$

В момент времени $t_1 = 1$с $V_e = \dfrac{5\pi}{3}\cos 60^\circ$ = 2,62 см/с. Вектор $\vec{V}_e$ переносной скорости точки M направлен параллельно линии движения электродвигателя (см. рис. 3.10).

Абсолютная скорость точки определяется на основании теоремы сложения скоростей при сложном движении: $\vec{V}_M = \vec{V}_e + \vec{V}_r$. Для того чтобы найти величину абсолютной скорости, выберем оси xM_1y, как показано на рис. 3.10, и спроецируем векторное равенство сложения скоростей на эти оси. Получим: $V_{Mx} = V_e - V_r\cos 60^\circ = -0{,}52$ см/с (проекция направлена в отрицательную сторону оси x), $V_{My} = V_r\cos 30^\circ = 5{,}44$ см/с. Модуль абсолютной скорости $V_M = \sqrt{V_{Mx}^2 + V_{My}^2} = 5{,}46$ см/с. Вектор абсолютной скорости направлен по диагонали параллелограмма, построенного на векторах $\vec{V}_e$ и $\vec{V}_r$.

При поступательном переносном движении точки $\omega_e = 0$ и потому $a_к = 0$. Относительное ускорение точки при движении по окружности раскладывается на две составляющие $\vec{a}_r = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n}$, направленные вдоль стержня OM и перпендикулярно ему. Кроме того, при прямолинейном относительном движении $a_e^n = 0$. В результате, теорема о сложении ускорений принимает вид $\vec{a}_M = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_e$, где модули векторов вычисляются по формулам $a_r^{\tau} = \dot{V}_r$, $a_r^n = \dfrac{V_r^2}{R}$, $a_e = a_e^{\tau} = \dot{V}_e = -\dfrac{5\pi^2}{9}\sin(\pi t/3)$ и в момент времени $t_1 = 1$с равны $a_r^{\tau} = 6{,}28$ см/с^2, $a_r^n = 6{,}57$ см/с^2, $a_e = -4{,}75$ см/с^2. Направления векторов ускорений показаны на рис. 3.10. Для вычисления модуля абсолютного ускорения точки спроецируем векторное равенство сложения ускорений на оси выбранной ранее системы координат xM_1y. Получим:

$$a_{Mx} = -a_r^{\tau}\cos 60^\circ - a_r^n\cos 30^\circ - a_e = -4{,}08 \text{ см/с}^2;$$

$$a_{My} = a_r^{\tau}\cos 30^\circ - a_r^n\cos 60^\circ = 2{,}15 \text{ см/с}^2.$$

Величина абсолютного ускорения $a_M = \sqrt{a_{Mx}^2 + a_{My}^2} = 4{,}61$ см/с^2.

4. ДИНАМИКА ТОЧКИ

4.1. Дифференциальные уравнения движения точки

Движение точки под действием системы сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, …, $\vec{F}_K$ в прямоугольной декартовой системе координат *Oxyz* описывается **дифференциальными уравнениями:** $m\frac{d^2x}{dt^2} = \sum F_{kx}$, $m\frac{d^2y}{dt^2} = \sum F_{ky}$, $m\frac{d^2z}{dt^2} = \sum F_{kz}$ или, обозначая вторые производные от координат по времени двумя точками, уравнениями: $m\ddot{x} = \sum F_{kx}$, $m\ddot{y} = \sum F_{ky}$, $m\ddot{z} = \sum F_{kz}$, где m – масса точки; x, y, z – текущие координаты точки; $\ddot{x}$, $\ddot{y}$, $\ddot{z}$ – проекции вектора ускорения точки на оси координат; $\sum F_{kx}$, $\sum F_{ky}$, $\sum F_{kz}$ – алгебраические суммы проекций сил на оси координат.

Интегрирование дифференциальных уравнений производится в зависимости от их вида методами, известными из курса математики.

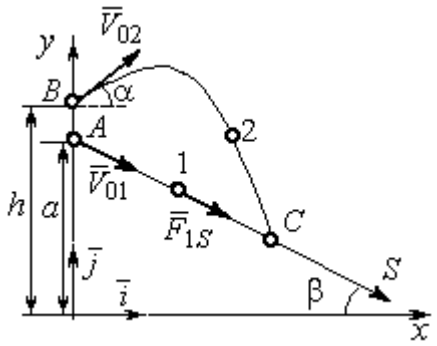
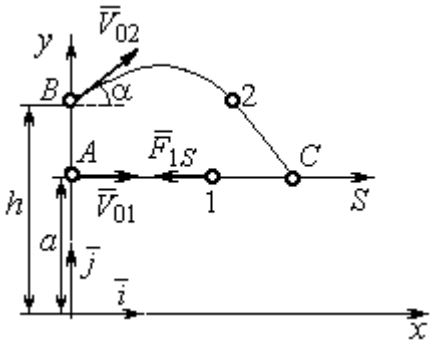
4.2. Задание Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки

Две материальные точки движутся в вертикальной плоскости *xOy*. Точка 1 массой m_1, получив в начальном положении *A* скорость V_{01}, движется вдоль гладкой оси *AS*, наклоненной под углом β к горизонту. Во время движения на точку 1 действуют сила тяжести и постоянная сила $\vec{F}_1$, направленная вдоль оси *AS*. Направление вектора проекции силы на ось $\vec{F}_{1S}$ показано на схеме.

Одновременно с точкой 1 начинает движение точка 2 массой m_2 из положения *B* на оси *y*. На точку 2 действуют сила тяжести и постоянная сила $\vec{F}_2$. Направление вектора силы $\vec{F}_2$ определяется его разложением по единичным векторам $\vec{i}$, $\vec{j}$ координатных осей *x*, *y*.

Определить величину и направление (угол α) начальной скорости V_{02} точки 2, чтобы в момент времени t_1 точки 1 и 2 встретились на оси AS в точке C. Момент времени t_1 задаётся в условиях задачи или определяется по дополнительным условиям встречи.

Варианты заданий представлены на рис. 4.1, 4.2. Исходные данные приведены в табл. 4.1.

Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**
 Встреча в точке C в момент, когда скорость точки 1 увеличилась в 1,5 раза относительно начальной	 Встреча в точке C в момент, когда точка 1 максимально удалилась от места старта

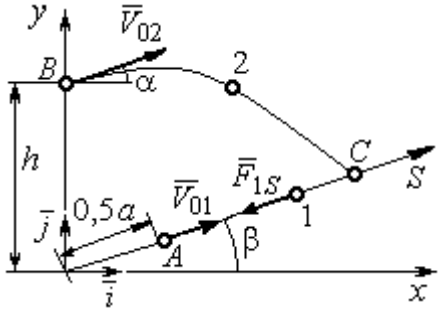
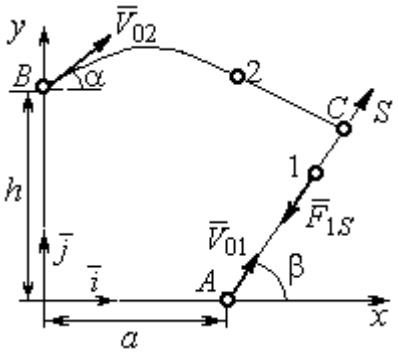
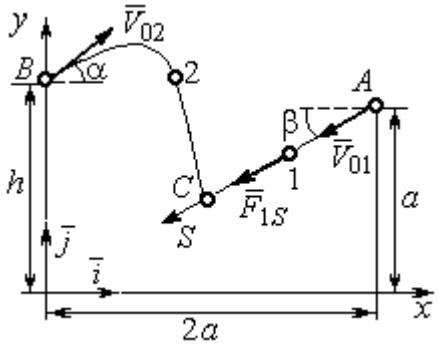
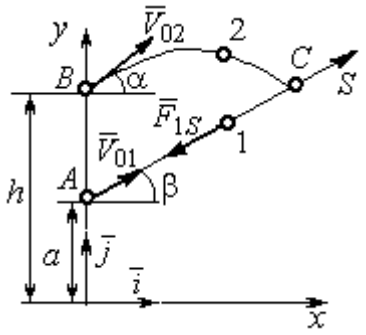
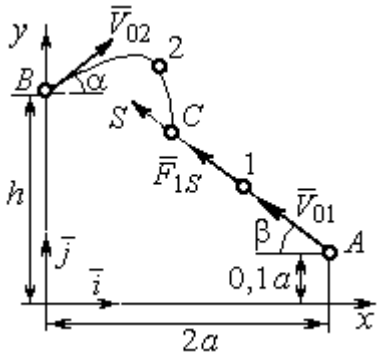
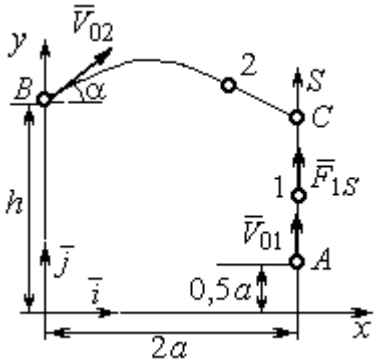
Варианты № 3, 13, 23	**Варианты № 4, 14, 24**
 Встреча в точке C в момент, когда скорость точки 1 уменьшилась в 2 раза относительно начальной	 Встреча в точке C в момент времени $t_1 = 0{,}5$ с

Рис. 4.1. Задание Д1. Интегрирование уравнений движения точки.
Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

Варианты № 5, 15, 25	**Варианты № 6, 16, 26**
	
Встреча в точке *C* в момент, когда скорость точки 1 увеличилась в 1,5 раза относительно начальной	Встреча в точке *C*, когда точка 1 максимально удалилась от места старта

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	
Встреча в точке *C* в момент времени $t_1 = 0{,}4$ с	Встреча в точке *C* в момент максимального подъёма точки 1

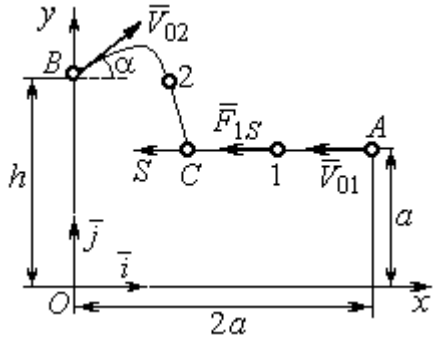
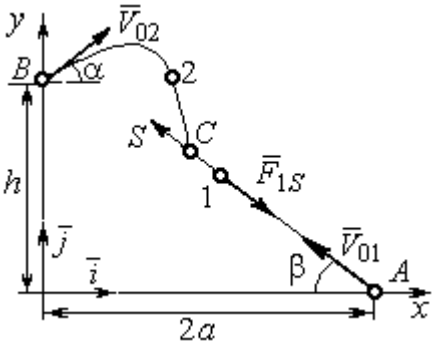
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	
Встреча в точке *C* в момент времени $t_1 = 0{,}6$ с	Встреча в точке *C* в момент, когда точка 1 достигла максимальной высоты подъёма

Рис. 4.2. Задание Д1. Интегрирование уравнений движения точки.
Номера вариантов задания 5 – 10, 15 – 20, 25 – 30

Таблица 4.1

Исходные данные задания Д1. Интегрирование уравнений движения точки

Номер варианта задания	m_1, кг	F_{1S}, Н	V_{01}, м/с	β, град	m_2, кг	$\vec{F}_2$, Н	a, м	h, м
1	1	3	3	30	2	$7\vec{i}$	2	4
2	3	6	2	0	2	$4\vec{i}+12\vec{j}$	1,5	1
3	2	5	4	35	1,5	$10\vec{i}+4\vec{j}$	2	2,5
4	1	10	2	60	2	$4\vec{i}+8\vec{j}$	2,2	2
5	1	3	3	30	2	$5\vec{i}$	3	4,5
6	0,8	6	6	50	3	$3\vec{i}+12\vec{j}$	1,5	4
7	2	5	4,5	40	1	$10\vec{i}+2\vec{j}$	3	2,5
8	1	2	3,5	90	2	$6\vec{i}+8\vec{j}$	1,2	2
9	2	4	4	0	1	$3\vec{i}+2\vec{j}$	2	2,5
10	1	3	3	55	1,5	$4\vec{i}$	1	1,5
11	0,5	2	3	60	2	$3\vec{i}+8\vec{j}$	1,5	2,5
12	0,2	3	4	0	1	$5\vec{i}-2\vec{j}$	1	2,5
13	1	2	6	50	1,5	$6\vec{i}-4\vec{j}$	0,8	2
14	0,5	6	4	35	1	$3\vec{i}-2\vec{j}$	2,5	2
15	0,2	3	3	50	2	$2\vec{i}-2\vec{j}$	3	4
16	2	4	6	40	2	$3\vec{i}+12\vec{j}$	1	1,5
17	1	6	5	60	1,5	$5\vec{i}+4\vec{j}$	3	2,5
18	1	2	2	90	2	$4\vec{i}+4\vec{j}$	2	2
19	1	3	2	2	2	$2\vec{i}+10\vec{j}$	1	1,5
20	5	4	2	30	1	$3\vec{i}-2\vec{j}$	1,5	1,5
21	0,2	4	4	45	1	$6\vec{i}-2\vec{j}$	1	3
22	0,4	3	2	0	2	$4\vec{i}+6\vec{j}$	1,5	2,5
23	1	3	8	60	2	$4\vec{i}+2\vec{j}$	1,2	1,5
24	0,5	8	3	30	2	$6\vec{i}+7\vec{j}$	2	1,5
25	2	4	4	60	1	$2\vec{i}-2\vec{j}$	3,5	4
26	1	3	5	50	2	$4\vec{i}+6\vec{j}$	0,5	1,5
27	1,5	3	6	30	2	$4\vec{i}+4\vec{j}$	2	2,5
28	2	5	3	90	2	$6\vec{i}+7\vec{j}$	2	1,5
29	2	4	4	0	1	$5\vec{i}-2\vec{j}$	1,5	2
30	1	3	2,5	70	2	$4\vec{i}+6\vec{j}$	1	1

Пример выполнения задания Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки

На рис. 4.3 представлена схема движения материальных точек в вертикальной плоскости *xOy*. Точка 1 массой $m_1 = 2$ кг, получив в начальном положении *A* скорость $V_{01} = 4$ м/с, движется вдоль гладкой оси *AS* с углом наклона $\beta = 30^{\circ}$. Во время движения на точку 1 действуют сила тяжести $\vec{P}_1$ и постоянная сила $\vec{F}_1$, проекция которой на ось *AS* равна $F_{1S} = 4{,}5$ Н. Направление вектора проекции силы $\vec{F}_{1S}$ на ось *AS* показано на рис. 4.3.

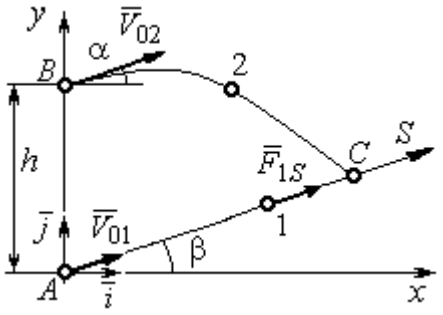


Рис. 4.3. Схема совместного движения точек

Одновременно с началом движения точки 1 из положения *B* на оси *y* высотой $h = 1$ м начинает движение точка 2 массой $m_2 = 1{,}2$ кг. На точку 2 действуют сила тяжести $\vec{P}_2$ и сила $\vec{F}_2$, направление которой определяется разложением по единичным векторам $\vec{i}$, $\vec{j}$ осей *x*, *y* декартовой системы координат: $\vec{F}_2 = 2{,}4\vec{i} + 4{,}5\vec{j}$, Н. Определить величину и направление (угол α) начальной скорости V_{02} точки 2, чтобы в момент времени t_1, когда скорость точки 1 уменьшилась в 2 раза по сравнению с начальным значением, обе они встретились на оси *AS* в точке *C*.

Решение

Рассмотрим движение точки 1. В текущий момент времени на точку 1 действует сила тяжести $\vec{P}_1$, нормальная реакция $\vec{N}_1$ наклонной оси *AS* и сила $\vec{F}_1$, величина проекции которой на ось *AS* равна F_{1S} (рис. 4.4). Дифференциальное уравнение движения точки 1 $m_1\ddot{S} = F_{1S} - P_1\sin\beta$, или $m_1\dfrac{dV_{1S}}{dt} = 4{,}5 - m_1 g\sin\beta$. С учетом исходных данных, полагая ускорение свободного падения $g = 9{,}81$ м/с^2, дифференциальное уравнение движения точки 1

приводится к виду: $\frac{dV_{1S}}{dt} = -2{,}66$. Разделим переменные, представив дифференциальное уравнение в виде $dV_{1S} = -2{,}66dt$. Проинтегрировав его, получим зависимость скорости точки 1 от времени: $V_{1S} = -2{,}66t + C_1$. Для того чтобы определить закон движения точки 1, представим скорость точки как производную от координаты $V_{1S} = \frac{dS}{dt}$. Получим дифференциальное уравнение $\frac{dS}{dt} = -2{,}66t + C_1$, проинтегрировав которое, найдём уравнение движения точки 1: $S = -1{,}33t^2 + C_1 t + C_2$. Константы интегрирования C_1, C_2 находятся из начальных условий: при $t = 0$, $S = 0$, $\dot{S} = V_{1S} = V_{01} = 4$ м/с. Подставляя первое из условий в уравнение движения точки 1, получим $C_2 = 0$. Подставим начальное значение скорости в уравнение $\dot{S} = -2{,}66t + C_1$, выражающее зависимость скорости точки 1 от времени. Получим $C_1 = 4$. Таким образом, движение точки 1 вдоль оси AS описывается уравнением: $S = -1{,}33t^2 + 4t$.

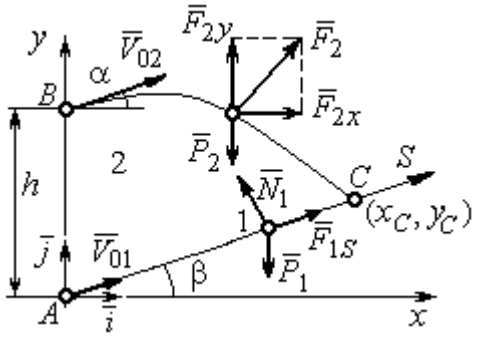


Рис. 4.4. Силы, действующие на точки 1 и 2, во время их движения

По условию задачи встреча двух точек происходит в момент времени t_1, когда скорость первой точки уменьшилась в 2 раза по сравнению с начальной: $V_{1S}(t_1) = \frac{V_{01}}{2} = 2$ м/с. Подставляя это условие в уравнение, выражающее зависимость скорости точки 1 от времени, получим: $2 = -2{,}66t_1 + 4$, откуда найдём момент времени встречи $t_1 = 0{,}75$ с. Расстояние AC, пройденное точкой 1 до встречи, определяется как путь, пройденный этой точкой за время $t_1 = 0{,}75$ с, $AC = S(t_1) = -1{,}33 \cdot 0{,}75^2 + 4 \cdot 0{,}75 = 2{,}25$ м. Координаты точки встречи x_C, y_C определяются из равенств: $x_C = S(t_1)\cos 30^\circ = 1{,}95$ м; $y_C = S(t_1)\sin 30^\circ = 1{,}12$ м.

Рассмотрим движение точки 2. В текущий момент времени на нее действует сила тяжести $\vec{P}_2$ и сила $\vec{F}_2 = 2{,}4\vec{i} + 4{,}5\vec{j}$, проекции которой на оси координат $F_{2x} = 2{,}4$ Н, $F_{2y} = 4{,}5$ Н. Дифференциальные уравнения движения точки 2 в проекциях на оси координат *x*, *y* имеют вид:

$$m_2\ddot{x} = F_{2x} = 2{,}4\,, \quad m_2\ddot{y} = -P_2 + F_{2y} = -m_2 g + 4{,}5\,,$$

или после подстановки исходных данных: $\ddot{x} = 2$, $\ddot{y} = -6{,}06$.

Представим в первом уравнении проекцию ускорения точки 2 на ось *x* как производную от соответствующей проекции скорости $\ddot{x} = \dfrac{dV_{2x}}{dt}$. После разделения переменных получим дифференциальное уравнение $dV_{2x} = 2dt$. Проинтегрируем его и найдем зависимость горизонтальной составляющей скорости точки 2 от времени: $V_{2x} = 2t + C_3$. Заменим в этом уравнении проекцию скорости точки на ось *x* на производную от координаты $V_{2x} = \dfrac{dx}{dt}$. После интегрирования получим уравнение, описывающее движение точки 2 вдоль оси *x*, $x = t^2 + C_3 t + C_4$. Для того чтобы найти постоянные C_3 и C_4, воспользуемся граничными условиями движения точки 2 – известной начальной координатой движения точки и вычисленной координатой точки встречи, то есть при $t = 0$, $x = 0$, а при $t_1 = 0{,}75$ с $x(t_1) = x_C = 1{,}95$ м. Подставляя граничные условия в уравнение движения точки 2, получим $C_4 = 0$, $C_3 = 1{,}85$. Таким образом, уравнение движения точки 2 вдоль оси *x*: $x = t^2 + 1{,}85t$.

Закон движения точки 2 вдоль оси *y* находим путем интегрирования второго дифференциального уравнения. Его представим в виде: $\dfrac{dV_{2y}}{dt} = -6{,}06$. После разделения переменных и первого интегрирования получим зависимость проекции скорости точки 2 на ось *y* от времени: $V_{2y} = -6{,}06t + C_5$. Заменив проекцию скорости точки 2 на ось *y* производной от координаты $V_{2y} = \dfrac{dy}{dt}$, вто-

рично проинтегрируем. В результате движение точки 2 вдоль оси y описывается уравнением: $y = -3{,}03t^2 + C_5 t + C_6$. Для определения констант C_5 и C_6 используем граничные условия: при $t = 0$ $y(0) = h = 1$ м, а при $t_1 = 0{,}75$ с $y(t_1) = y_C = 1{,}12$ м. Получим $C_6 = 1$, $C_5 = 2{,}43$. Таким образом, точка 2 движется вдоль оси y по закону: $y = -3{,}03t^2 + 2{,}43t + 1$.

Проекции скорости точки 2 на оси координат как функции времени имеют вид: $V_{2x}(t) = \dot{x} = 2t + 1{,}85$, $V_{2y}(t) = \dot{y} = -6{,}06t + 2{,}43$. Значения проекций при $t = 0$: $V_{02x} = V_{2x}(0) = 1{,}85$ м/с, $V_{02y} = V_{2y}(0) = 2{,}43$ м/с. Величина начальной скорости: $V_{02} = \sqrt{{V_{02x}}^2 + {V_{02y}}^2} = 3{,}05$ м/с.

Угол наклона вектора скорости в начальный момент определяется из равенства: $\mathrm{tg}\alpha = \dfrac{V_{02y}}{V_{02x}} = \dfrac{2{,}43}{1{,}85} = 1{,}31$. Откуда $\alpha = 52{,}64^\circ$.

4.3. Колебания материальной точки

Силы, возникающие при отклонении материальной точки от положения равновесия и направленные так, чтобы вернуть точку в это положение, называются **восстанавливающими**. Восстанавливающие силы, линейно зависящие от расстояния от точки до положения её равновесия, называются **линейными восстанавливающими силами**. Так, сила упругости пружины $F = c\Delta\ell$, где c – коэффициент жесткости (или просто жёсткость) пружины; $\Delta\ell$ – удлинение пружины, является линейной восстанавливающей силой.

Дифференциальное уравнение движения материальной точки массой m вдоль оси Оx под действием линейной восстанавливающей силы, представляет собой уравнение гармонических колебаний и имеет вид:

$$m\ddot{x} + cx = 0, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = 0,$$

где x – отклонение точки от положения равновесия, куда поместили начало

координат; ω – угловая частота колебаний, $\omega^2 = \frac{c}{m}$. Единица измерения угловой частоты – рад/с.

Решение дифференциального уравнения свободных колебаний представляется суммой $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t$, где постоянные интегрирования C_1 и C_2 находятся из начальных условий. **Амплитуда свободных колебаний** $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$. Промежуток времени, в течение которого точка совершает одно полное колебание, называется **периодом колебаний**: $T = \frac{2\pi}{\omega}$. Величина, обратная периоду $\nu = \frac{1}{T}$ определяет число полных колебаний точки за 1 с и называется **частотой колебаний**. Частота колебаний измеряется в герцах (Гц). Частота, равная 1 Гц, соответствует одному полному колебанию в секунду. Угловая частота связана с частотой колебаний соотношением $\omega = 2\pi\nu$.

Если на материальную точку кроме восстанавливающей силы действует сила сопротивления движению, пропорциональная скорости точки, $\vec{R} = -\mu\vec{V}$, где μ – коэффициент сопротивления, то дифференциальное уравнение движения точки с сопротивлением относительно положения равновесия имеет вид $m\ddot{x} + \mu\dot{x} + cx = 0$, или $\ddot{x} + 2n\dot{x} + \omega^2 x = 0$, где n – коэффициент затухания, $n = \frac{\mu}{2m}$; ω – угловая частота собственных колебаний точки без учёта сопротивления, $\omega^2 = \frac{c}{m}$.

При $n < \omega$ движение точки представляет затухающие колебания. Общее решение дифференциального уравнения колебаний с сопротивлением $x = e^{-nt}(C_1\cos\omega_1 t + C_2\sin\omega_1 t) = Ae^{-nt}\sin(\omega_1 t + \alpha)$, где C_1 и C_2 – постоянные интегрирования; ω_1 – угловая частота затухающих колебаний, $\omega_1 = \sqrt{\omega^2 - n^2}$;

$A_1 = Ae^{-nt}$ – амплитуда затухающих колебаний, $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$; α – начальная фаза колебаний, $\text{tg}\alpha = \dfrac{C_1}{C_2}$.

При $n > \omega$ движение точки апериодическое, затухающее. Общее решение дифференциального уравнения движения точки с таким сопротивлением имеет вид $x = e^{-nt}(C_1 e^{\omega_2 t} + C_2 e^{-\omega_2 t})$, где $\omega_2 = \sqrt{n^2 - \omega^2}$.

При $n = \omega$ движение точки происходит согласно уравнению $x = e^{-nt}(C_1 t + C_2)$.

Если кроме восстанавливающей силы на материальную точку действует переменная возмущающая сила, колебания точки называются **вынужденными.**

При действии гармонической возмущающей силы $F = H\sin pt$, где H, p – амплитуда и угловая частота колебаний возмущающей силы, дифференциальное уравнение вынужденных колебаний материальной точки относительно положения равновесия и при отсутствии сил сопротивления имеет вид

$$m\ddot{x} + cx = H\sin pt, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = h\sin pt,$$

где ω – угловая частота собственных гармонических колебаний, $\omega^2 = \dfrac{c}{m}$; h – относительная амплитуда возмущающей силы, $h = \dfrac{H}{m}$.

Общее решение неоднородного дифференциального уравнения вынужденных колебаний представляется как сумма общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного.

При отсутствии резонанса, когда частота собственных колебаний не совпадает с частотой возмущающей силы $p \neq \omega$, решение имеет вид: $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t + \dfrac{h}{\omega^2 - p^2}\sin pt$, а в случае резонанса, когда $p = \omega$, – вид: $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t - \dfrac{ht}{2p}\cos pt$. Значения произвольных постоянных C_1 и C_2

определяются из общего решения неоднородного уравнения с учетом начальных условий движения. Амплитуда собственных колебаний груза $A_{\text{соб}} = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$. Амплитуда вынужденных колебаний при отсутствии резонанса $A_{\text{вын}} = \dfrac{h}{\omega^2 - p^2}$. При резонансе амплитуда вынужденных колебаний растет как линейная функция времени $A_{\text{вын}} = \dfrac{ht}{2p}$.

Если возмущающее воздействие заключается в **принудительном гармоническом колебании точки подвеса пружины**, например, по закону $S = a\sin pt$, где a, p – амплитуда и угловая частота колебаний точки подвеса пружины, дифференциальное уравнение вынужденных колебаний материальной точки относительно положения равновесия при отсутствии сил сопротивления имеет вид $\ddot{x} + \omega^2 x = h\sin pt$, где ω – угловая частота собственных гармонических колебаний, $\omega^2 = \dfrac{c}{m}$; h – относительная амплитуда возмущающего колебания, $h = \dfrac{ca}{m}$. Общее решение неоднородного дифференциального уравнения вынужденных колебаний при принудительном гармоническом колебании точки подвеса пружины может быть получено аналогично случаю возмущения гармонической силой.

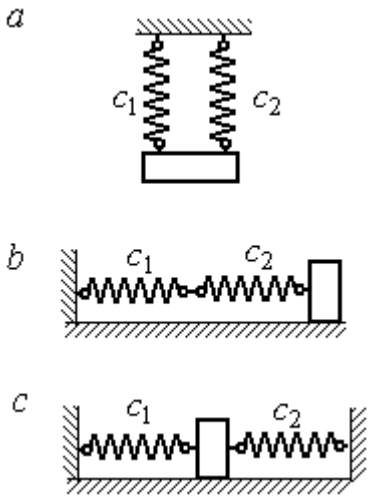


Рис. 4.5. Способы крепления груза на двух пружинах:
a – две параллельные пружины;
b – последовательно соединённые пружины; *c* – крепление груза между пружинами

Система пружин заменяется одной с эквивалентной жесткостью. Так, колебания груза на двух параллельных пружинах с коэффициентами жесткости c_1 и c_2 (рис. 4.5, *a*) можно рассматривать как колебания груза на одной пружине эквивалент-

ной жесткости $c_{экв} = c_1 + c_2$, где $c_{экв}$ – коэффициент жесткости эквивалентной пружины. При последовательном соединении пружин (рис. 4.5, *b*) коэффициент жесткости эквивалентной пружины $c_{экв} = \dfrac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}$. Если груз расположен между двумя пружинами (рис. 4.5, *c*), тогда $c_{экв} = c_1 + c_2$. Коэффициент жесткости эквивалентной пружины равен сумме коэффициентов жесткости пружин.

4.4. Задание Д2. Исследование колебаний точки

Задание Д2 на исследование колебаний точки включает две задачи.

Задача 1. Исследование гармонических колебаний точки.

Найти уравнение движения груза массой m_1 (или одновременно двух грузов массой m_1 и m_2) на пружине жесткостью c_1 (или на двух пружинах жесткостью c_1 и c_2). Расположение грузов на пружине и описание условий, при которых начались колебания, приведено на схемах. Определить амплитуду и частоту колебаний.

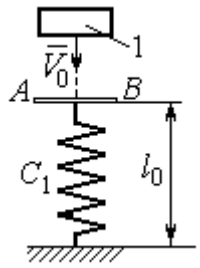
Задача 2. Исследование вынужденных колебаний точки.

Груз движется на пружинах, расположенных вертикально или горизонтально. При движении груза по горизонтальной поверхности трение не учитывается. Жёсткость пружин c_1 и c_2. Направление возмущающего усилия $F = F(t)$, приложенного к грузу, или возмущающего движения точки крепления пружин $S = S(t)$, а также описание условий начала колебаний приведено на схемах. В задачах, где на схемах присутствует амортизатор, создающий сопротивление движению груза, сила сопротивления пропорциональна скорости движения груза и находится по формуле: $\vec{R} = -\mu \vec{V}$ Н, где μ – коэффициент сопротивления; V – скорость груза. Определить уравнение колебаний груза, амплитуды собственных и вынужденных колебаний.

Варианты заданий даны на рис. 4.6 – 4.9. Исходные данные в табл. 4.2.

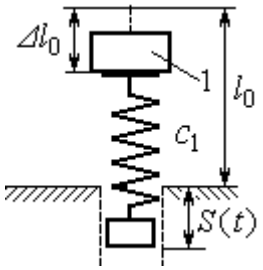
Варианты № 1, 11, 21

Задача 1



Невесомая пластина AB укреплена на нерастянутой пружине. Груз 1, получив начальную скорость V_0, падает вертикально вниз. Через 1 с после начала падения груз достигает пластины и продолжает движение вместе с ней

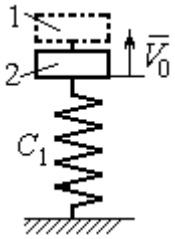
Задача 2



К верхнему концу пружины, сжатой на величину $\Delta\ell_0$, прикрепляют груз 1 и отпускают без начальной скорости. Одновременно нижний конец пружины начинает двигаться по закону $S = S(t)$

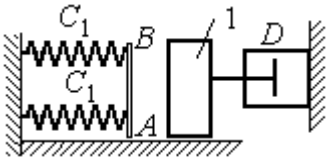
Варианты № 2, 12, 22

Задача 1



В положении статического равновесия двух грузов (1 и 2), установленных на пружине, груз 1 убрали, а грузу 2 сообщили скорость V_0, направленную вверх

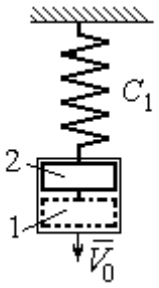
Задача 2



Груз 1 движется по гладкой горизонтальной поверхности с начальной скоростью V_0. Через 1 с груз упирается в площадку AB, укреплённую на недеформированных пружинах, соединённых параллельно, и продолжает движение вместе с ней. Во время движения (до упора в площадку AB и вместе с ней) груз испытывает сопротивление, создаваемое демпфером D

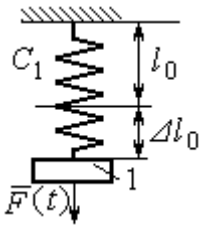
Варианты № 3, 13, 23

Задача 1



В положении статического равновесия груза 2, укреплённого на пружине, к нему присоединили груз 1 и оба груза толкнули вниз со скоростью V_0

Задача 2

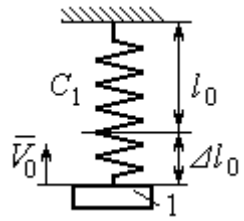


Недеформированную пружину оттянули вниз на расстояние $\Delta\ell_0$, подцепили груз 1 и отпустили без начальной скорости. Одновременно на груз стала действовать возмущающая сила $\vec{F}(t)$

Рис. 4.6. Задание Д2. Исследование колебаний точки.
Варианты задания 1 – 3, 11 – 13, 21 – 23

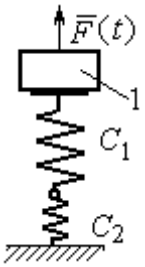
Варианты № 4, 14, 24

Задача 1



К недеформированной пружине подцепили груз 1, оттянули его вниз на расстояние $\Delta\ell_0$ и сообщили скорость V_0, направленную вверх

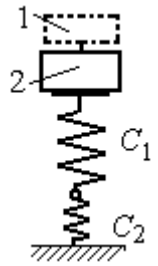
Задача 2



Грузу 1, укреплённому на двух последовательно соединённых пружинах в положении статического равновесия, сообщили начальную скорость V_0, направленную вниз. Одновременно на груз стала действовать возмущающая сила $\vec{F}(t)$

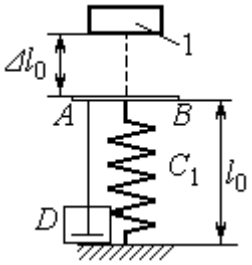
Варианты № 5, 15, 25

Задача 1



В положении статического равновесия грузов 1 и 2, укреплённых на двух вертикальных последовательно соединённых пружинах, убрали груз 1, а груз 2 отпустили без начальной скорости

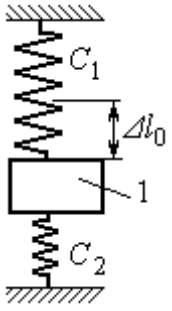
Задача 2



Груз 1 падает с высоты $\Delta\ell_0$ на площадку AB, установленную на недеформированной пружине, и продолжает движение вместе с ней. Демпфер D создаёт сопротивление движению груза на пружине

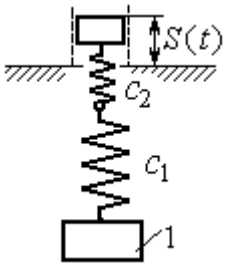
Варианты № 6, 16, 26

Задача 1



Груз 1 поместили между двумя недеформированными пружинами, затем оттянули вниз на расстояние $\Delta\ell_0$ и отпустили без начальной скорости

Задача 2

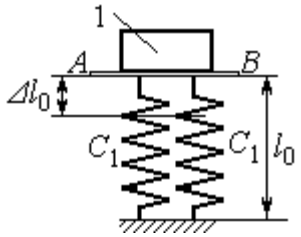


К недеформированным пружинам, соединённым последовательно, подцепили груз 1 и толкнули его вниз со скоростью V_0. Одновременно верхний конец пружины начинает двигаться по закону $S = S(t)$

Рис. 4.7. Задание Д2. Исследование колебаний точки.
Варианты задания 4 – 6, 14 – 16, 24 – 26

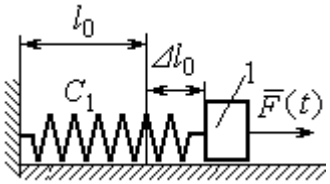
Варианты № 7, 17, 27

Задача 1



К недеформированным пружинам приложили груз 1, переместили его вниз на величину $\Delta\ell_0$ и сообщили скорость V_0, направленную вниз

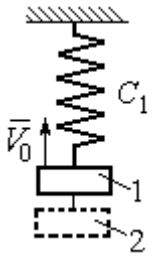
Задача 2



К нерастянутой пружине, расположенной на горизонтальной гладкой поверхности, подцепили груз 1, оттянули его на расстояние $\Delta\ell_0$ и отпустили. Одновременно на груз стала действовать горизонтальная возмущающая сила $\vec{F}(t)$

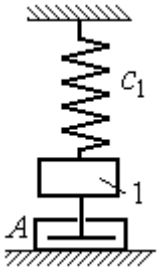
Варианты № 8, 18, 28

Задача 1



Грузы 1 и 2 находятся на пружине в положении статического равновесия. Груз 2 удаляют, а грузу 1 сообщают скорость V_0, направленную вверх

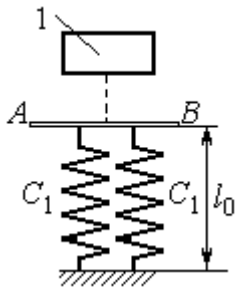
Задача 2



В положении статического равновесия груза 1 ему сообщили скорость V_0, направленную вниз. Демпфер A создаёт сопротивление движению груза

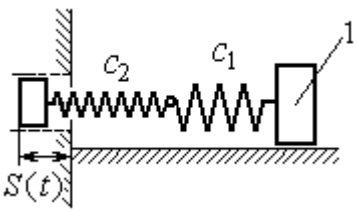
Варианты № 9, 19, 29

Задача 1



Груз 1 без начальной скорости падает вниз. Пройдя путь 1 м, груз достигает невесомой пластины AB, укреплённой на недеформированных, параллельно соединённых пружинах, и дальше движется вместе с ней

Задача 2



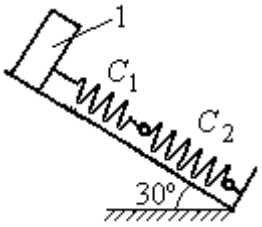
К двум горизонтальным пружинам, соединённым последовательно, в положении их нерастянутого состояния прицепили груз 1 и сообщили ему горизонтальную скорость V_0, направленную в сторону сжатия пружин. Одновременно левый конец пружинной системы начинает двигаться по закону $S = S(t)$

Рис. 4.8. Задание Д2. Исследование колебаний точки.
Варианты задания 7 – 9, 17 – 19, 27 – 29

Окончание вариантов задания Д2

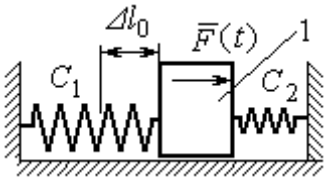
Варианты № 10, 20, 30

Задача 1



В положении статического равновесия груза 1, укреплённого на двух последовательно соединённых пружинах, сообщили скорость V_0, направленную вниз по наклонной плоскости

Задача 2



Между двумя горизонтальными недеформированными пружинами на гладкую поверхность поместили груз 1, оттянули его влево на расстояние $\Delta\ell_0$ и отпустили без начальной скорости. Одновременно на груз стала действовать возмущающая сила $\vec{F}(t)$

Рис. 4.9. Задание Д2. Исследование колебаний точки.
Варианты задания 10, 20, 30

Таблица 4.2

Исходные данные задания Д2. Исследование колебаний точки

Номер варианта задания	Номер задачи	m_1, кг	m_2, кг	V_0, м/с	c_1, Н/м	c_2, Н/м	$\Delta\ell_0$, м	μ, Н·с/м	$F(t)$, Н	$S(t)$, м
1	1	2,5	–	2,0	200	–	–	–	–	–
	2	2,0	–	–	210	–	0,1	–	–	0,02sin12t
2	1	1,5	2,0	4	250	–	–	–	–	–
	2	2,0	–	4	220	–	–	1,0	–	–
3	1	2,0	1,5	3	250	–	–	–	–	–
	2	1,2	–	–	200	–	0,14	–	12sin5t	–
4	1	2,0	–	3	180	–	0,1	–	–	–
	2	1,5	–	2	150	120	–	–	8sin12t	–
5	1	1,0	2,0	–	120	100	–	–	–	–
	2	1,0	–	–	50	–	0,5	18	–	–
6	1	1,2	–	–	120	180	0,12	–	–	–
	2	1,4	–	2,4	120	180	–	–	–	0,03sin14t
7	1	1,6	–	3,2	140	–	0,15	–	–	–
	2	1,5	–	–	120	–	0,12	–	12sin6t	–
8	1	1,0	2,0	3,0	150	–	–	–	–	–
	2	2,0	–	3,5	120	–	–	15	–	–

Продолжение табл. 4.2

Номер варианта задания	Номер задачи	m_1, кг	m_2, кг	V_0, м/с	c_1, Н/м	c_2, Н/м	$\Delta\ell_0$, м	μ, Н·с/м	$F(t)$, Н	$S(t)$, м
9	1	1,5	–	–	100	–	–	–	–	–
	2	1,4	–	2,0	100	110	–	–	–	0,015sin8t
10	1	2,5	–	2,5	110	100	–	–	–	–
	2	2,0	–	–	110	52	0,08	–	5sin9t	–
11	1	2,0	–	4,0	300	–	–	–	–	–
	2	1,0	–	–	200	–	0,12	–	–	0,01sin4t
12	1	1,8	2,4	4	220	–	–	–	–	–
	2	1,0	–	5	240	–	–	0,6	–	–
13	1	1,5	1,5	2	200	–	–	–	–	–
	2	1,8	–	–	180	–	0,08	–	10sin10t	–
14	1	2,0	–	2	200	–	0,12	–	–	–
	2	2,0	–	2	150	120	–	–	10sin8t	–
15	1	1,5	2,0	–	120	250	–	–	–	–
	2	1,5	–	–	120	–	0,4	4	–	–
16	1	2,0	–	–	150	75	0,1	–	–	–
	2	2,0	–	2,5	150	75	–	–	–	0,01sin5t
17	1	1,5	–	2,1	160	–	0,11	–	–	–
	2	1,8	–	–	150	–	0,1	–	8sin12t	–
18	1	2,0	1,0	2,5	80	–	–	–	–	–
	2	1,5	–	2,5	50	–	–	21	–	–
19	1	1,6	–	–	120	–	–	–	–	–
	2	1,2	–	2,0	85	120	–	–	–	0,015sin7t
20	1	2,0	–	2,0	90	100	–	–	–	–
	2	2,5	–	–	100	90	0,12	–	6sin10t	–
21	1	2,0	–	1,6	220	–	–	–	–	–
	2	2,5	–	–	250	–	0,14	–	–	0,01sin10t
22	1	2,2	1,5	3	180	–	–	–	–	–
	2	1,5	–	4	280	–	–	0,8	–	–
23	1	2,2	1,2	2	220	–	–	–	–	–
	2	1,6	–	–	200	–	0,12	–	5sin7t	–

Окончание табл. 4.2

Номер варианта задания	Номер задачи	m_1, кг	m_2, кг	V_0, м/с	c_1, Н/м	c_2, Н/м	$\Delta\ell_0$, м	μ, Н·с/м	$F(t)$, Н	$S(t)$, м
24	1	1,6	–	2,4	160	–	0,13	–	–	–
	2	1,0	–	3	150	300	–	–	6sin10t	–
25	1	0,8	1,2	–	120	80	–	–	–	–
	2	0,8	–	–	180	–	0,4	12	–	–
26	1	1,4	–	–	100	120	0,15	–	–	–
	2	1,8	–	2,2	150	120	–	–	–	0,015sin8t
27	1	2	–	4,0	150	–	0,12	–	–	–
	2	2	–	–	162	–	0,13	–	5sin9t	–
28	1	1,5	2,0	2,0	140	–	–	–	–	–
	2	1,5	–	3,1	180	–	–	12	–	–
29	1	1,0	–	–	140	–	–	–	–	–
	2	2,0	–	2,4	75	150	–	–	–	0,08sin5t
30	1	1,6	–	3	75	150	–	–	–	–
	2	1,5	–	3	80	70	0,15	–	8sin10t	–

Пример выполнения задания Д2. Исследование колебаний точки

Задача 1. Груз 1 весом P = 20 Н, лежащий на гладкой наклонной плоскости, прикреплён к недеформированной пружине, расположенной параллельно плоскости (рис. 4.10). Угол наклона плоскости к горизонту 30º, коэффициент жесткости пружины c = 400 Н/м. В начальный момент груз переместили вверх по наклонной плоскости (сжали пружину) на расстояние $\Delta\ell_0$ = 0,1 м относительно нерастянутой пружины и отпустили без начальной скорости.

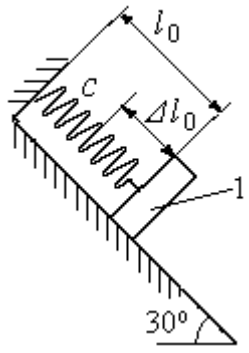


Рис. 4.10. Схема крепления груза и условия начала колебаний

Определить уравнение колебаний груза 1, а также частоту и амплитуду колебаний.

Решение

Расчетная схема колебаний груза 1 показана на рис. 4.11. Направим ось *Ox*, вдоль которой происходят колебания груза, вниз вдоль наклонной плоскости. Начало отсчёта координаты *x* выберем в положении статического равновесия груза (см. рис. 4.11) В произвольном положении груза, обозначенном координатой *x*, к нему приложены три силы: сила тяжести $\vec{P}$, реакция опоры наклонной плоскости $\vec{N}$ и сила упругости пружины $\vec{F}_{\text{упр}}$. Проекция силы упругости пружины на ось *Ox*: $F_{\text{упр}\,x} = -c\Delta\ell$, где $\Delta\ell$ – удлинение пружины относительно её нерастянутого положения, включающее её растяжение *x* относительно выбранного начала координат и растяжение $\lambda_{\text{ст}}$ при статическом равновесии груза на наклонной плоскости.

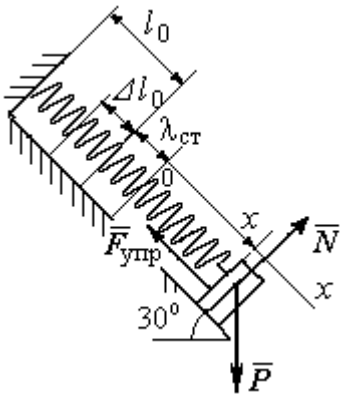


Рис. 4.11. Расчётная схема колебаний груза

С учетом выражения силы упругости получим дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось *Ox*:

$$m\ddot{x} = P\sin 30^\circ - c(x + \lambda_{\text{ст}}).$$

В положении статического равновесия сила упругости уравновешивается силой, равной проекции силы тяжести на ось *x*: $P\sin 30^\circ - c\lambda_{\text{ст}} = 0$. Подставляя это выражение условия статического равновесия груза в уравнение движения, получим дифференциальное уравнение колебаний груза:

$$m\ddot{x} = -cx, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = 0,$$

где ω – угловая частота колебаний; $\omega = \sqrt{\dfrac{c}{m}} = 14{,}01$ рад/с.

Общее решение уравнения колебаний $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t$.

Для определения произвольных постоянных C_1 и C_2 вычислим координату x_0 начального положения груза на оси *Ox*.

Растяжение пружины в положении статического равновесия $\lambda_{ст} = \dfrac{P\sin 30^\circ}{c} = 0{,}025$ м. Координата начального положения груза определяется величиной сжатия пружины и, поскольку начало отсчёта координаты x выбрано в положении статического равновесия груза, равна (со знаком!): $x_0 = -(\Delta\ell_0 + \lambda_{ст}) = -0{,}125$ м (см. рис. 4.11).

Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения колебаний при $t = 0$, получим $C_1 = -0{,}125$ м. Для определения второй константы вычислим скорость груза в произвольный момент времени: $\dot{x} = -C_1\omega\sin\omega t + C_2\omega\cos\omega t$. Подставим сюда начальное значение скорости груза при $t = 0$ $\dot{x} = V_0 = 0$, получим $C_2 = 0$. Окончательно уравнение движения груза 1 относительно положения статического растяжения пружины:

$$x(t) = -0{,}125\cos 14{,}01t \text{ м}.$$

Амплитуда колебаний груза $A = 0{,}125$ м.

Задача 2. Груз 1 весом $P = 20$ Н подвешен на недеформированной вертикальной пружине (рис. 4.12). Жесткость пружины $c = 800$ Н/м. В начальный момент груз был оттянут вниз в положение, при котором пружина растянулась на расстояние $\Delta\ell_0 = 0{,}1$ м, и в этом положении ему сообщена начальная скорость $V_0 = 2$ м/с, направленная вверх.

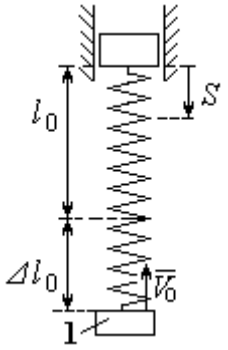


Рис. 4.12. Схема крепления груза и условия начала колебаний

Одновременно с началом движения груза верхний конец пружины стал совершать гармонические колебания по закону $S = a\sin 10t$, где $a = 0{,}02$ м.

Определить уравнение колебаний груза 1, а также частоту и амплитуду собственных колебаний.

Решение

Расчетная схема колебаний груза 1 показана на рис. 4.13. Направим ось *Ox*, вдоль которой происходят колебания груза, вертикально вниз. Начало отсчёта координаты *x* выберем в положении статического равновесия груза (см. рис. 4.13, *c*, *d*). В произвольном положении груза, обозначенном координатой *x*, к нему приложены две силы: сила тяжести $\vec{P}$ и сила упругости пружины $\vec{F}_{\text{упр}}$.

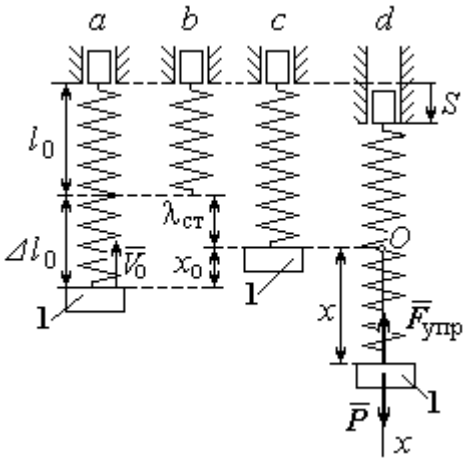


Рис. 4.13. Расчётная схема вынужденных колебаний груза: *a* – положение груза на начало колебаний; *b* – недеформированная пружина; *c* – статическое растяжение пружины под действием веса груза; *d* – положение груза в произвольный момент времени и перемещение точки подвеса пружины

Проекция силы упругости пружины на ось *Ox*

$$F_{\text{упр}\,x} = -c\Delta\ell = -c(x + \lambda_{\text{ст}} - S),$$

где $\Delta\ell$ – удлинение пружины, включающее её растяжение *x* относительно начала координат, растяжение $\lambda_{\text{ст}}$ при статическом равновесии груза и уменьшение растяжения при смещении верхнего конца, $\Delta\ell = (x + \lambda_{\text{ст}} - S)$.

С учетом выражения силы упругости получим дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось *Ox*:

$$m\ddot{x} = P - c(x + \lambda_{\text{ст}} - S).$$

В положении статического равновесия выполняется условие равенства сил: $P - c\lambda_{\text{ст}} = 0$.

После подстановки его в уравнение движения груза получаем дифференциальное уравнение вынужденных колебаний:

$$m\ddot{x} = -cx + cS, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = h\sin pt,$$

где ω – угловая частота собственных колебаний, $\omega = \sqrt{\frac{c}{m}}$, ω = 19,81 рад/с; h – относительная амплитуда вынужденных колебаний, $h = \frac{ca}{m}$ = 7,85 м/с^2; p – угловая частота вынужденных колебаний, p = 10 рад/с.

При отсутствии резонанса (здесь $\omega \neq p$) общее решение уравнения вынужденных колебаний имеет вид $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t + \frac{h}{\omega^2 - p^2}\sin pt$.

Для определения произвольных постоянных C_1 и C_2 вычислим координату x_0 начального положения груза на оси Ox. Координата начального положения груза (см. рис. 4.13, *b*) $x_0 = \Delta\ell_0 - \lambda_{ст}$. Растяжение пружины в положении статического равновесия $\lambda_{ст} = \frac{P}{c}$ = 0,02 м, тогда x_0 = 0,08 м. Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения вынужденных колебаний при t = 0, получим: $C_1 = x_0$ = 0,08 м.

Для определения второй константы вычислим скорость груза в произвольный момент времени: $\dot{x} = -C_1\omega\sin\omega t + C_2\omega\cos\omega t + \frac{hp}{\omega^2 - p^2}\cos pt$. Проекция скорости груза в начальный момент на ось Ox $V_{0x} = -V_0$. Подставив начальное значение скорости груза при t = 0 $\dot{x} = V_{0x} = -V_0$, получим: $C_2 = -\frac{V_0}{\omega} - \frac{hp}{\omega(\omega^2 - p^2)}$ = – 0,11 м. Окончательно уравнение движения груза 1 относительно положения статического равновесия, м.

$$x(t) = 0{,}08\cos 19{,}82t - 0{,}11\sin 19{,}82t - 0{,}03\sin 10t.$$

Амплитуда вынужденных колебаний $A_{вын} = \frac{h}{\omega^2 - p^2}$ = 0,03 м. Амплитуда собственных колебаний груза $A_{соб} = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$ = 0,14 м.

4.5. Теорема об изменении кинетической энергии точки

Работой $A(\vec{F})$ силы $\vec{F}$, постоянной по модулю и направлению, на конечном прямолинейном перемещении S_1 точки приложения силы называется величина $A(\vec{F}) = FS_1\cos\alpha$. Если угол α острый, работа силы положительна. Если угол α тупой, – отрицательна. При $\alpha = 90°$ сила перпендикулярна перемещению точки и работа силы равна нулю.

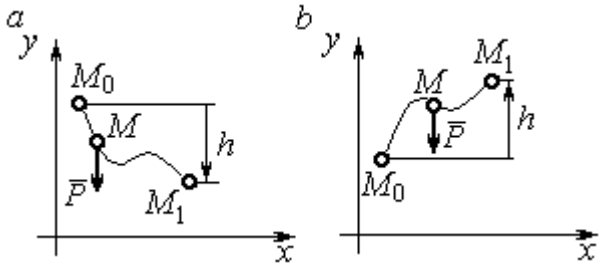


Рис. 4.14. Схема для вычисления работы силы тяжести:
a – перемещение точки сверху вниз;
b – перемещение точки снизу вверх

Работа силы тяжести материальной точки (вертикальной силы) при перемещении точки из положения M_0 в положение M_1 равна произведению модуля силы тяжести на вертикальное перемещение точки $A_{(M_0M_1)} = \pm Ph$, где P – величина силы тяжести точки; h – величина вертикального перемещения точки (рис. 4.14). Работа силы тяжести положительная, если начальная точка движения выше конечной, и отрицательная, – если ниже.

Работа силы упругости пружины на прямолинейном перемещении вдоль линии действия силы из положения недеформированной пружины на расстояние h определяется формулой $A(F_{\text{упр}}) = -\dfrac{ch^2}{2}$, где c – коэффициент жесткости (или просто жёсткость) пружины.

Кинетической энергией материальной точки называется скалярная величина $T = \dfrac{1}{2}mV^2$, где m – масса точки; V – её скорость. **Теорема об изменении кинетической энергии точки** заключается в том, что изменение кинетической энергии точки за конечный промежуток времени равно алгебраической сумме работ всех действующих на неё сил: $\dfrac{mV_1^2}{2} - \dfrac{mV_0^2}{2} = \sum A_{(M_0M_1)}$, где V_0,

V_1 – скорость точки в начальном положении M_0 и в положении M_1; $\sum A_{(M_0M_1)}$ – сумма работ всех сил, действующих на точку, при её перемещении из положения M_0 в положение M_1.

При несвободном движении точки сумма работ сил включает работу реакций связи. Если движение происходит без трения по неподвижной гладкой поверхности, то реакция связи направлена по нормали к поверхности и её работа при любом перемещении точки равна нулю.

Для определения реакций связи при несвободном движении точки используются уравнения движения точки в проекциях на оси естественной системы координат – касательную и нормальную: $m\frac{dV}{dt} = \sum F_\tau$, $m\frac{V^2}{\rho} = \sum F_n$, где $\sum F_\tau$, $\sum F_n$ – суммы проекций сил на касательную и нормальную оси естественной системы координат; ρ – радиус кривизны траектории точки.

4.6. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии

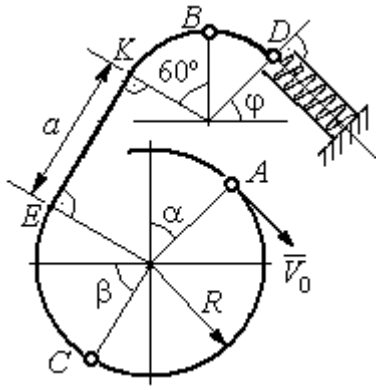
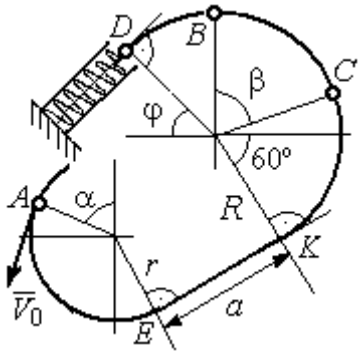
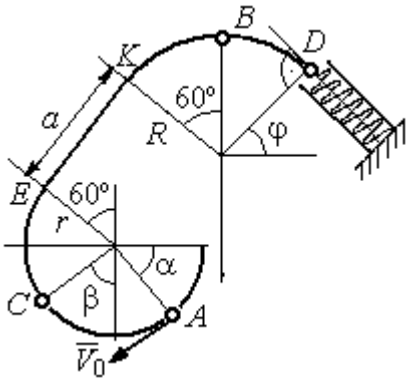
Тонкий стержень с надетым на него шариком массой *m* расположен в вертикальной плоскости и состоит из дуг окружностей радиусами *r* и *R* = 2*r*, соединённых прямолинейным отрезком *EK*, сопряжённым с дугами окружностей в точках *E* и *K*. В этих точках шарик переходит с одного участка стержня на другой, не изменяя величины и направления скорости. Длина отрезка *EK* = *a*.

В точке *A*, положение которой на дуге окружности определяется углом α, шарику сообщают начальную скорость V_0. По дугам окружностей шарик скользит без трения, а при движении по прямолинейному отрезку *EK* на него действует постоянная сила трения с коэффициентом трения *f*. На участках с вертикальным отрезком *EK* считать, что шарик прижимается к стержню силой, равной половине веса шарика.

Достигнув на дуге окружности точки *D*, шарик упирается в недеформированную пружину жёсткостью *c* и, продолжая движение по сопряженной прямой, сжимает её. Положение точки *D* определяется углом φ.

Определить величину максимального сжатия пружины, если шарик проходит наивысшее положении траектории – точку *B* со скоростью $V_B = kV_0$. При найденном значении начальной скорости рассчитать давление шарика на стержень в точке *C*, положение которой на дуге определяется углом β.

Варианты заданий приведены на рис. 4.15, 4.16. Исходные данные задания в табл. 4.3.

Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**	**Варианты № 3, 13, 23**
		

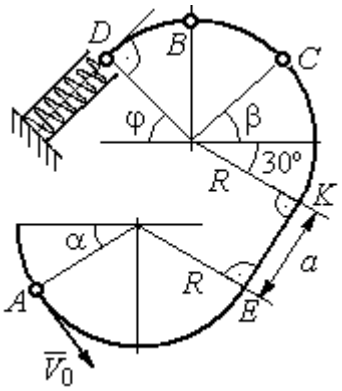
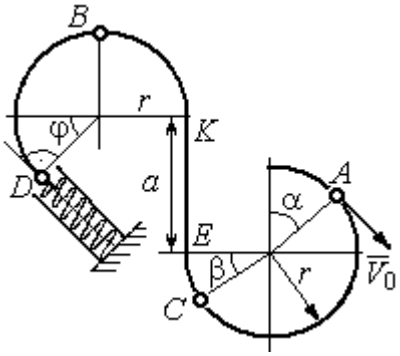
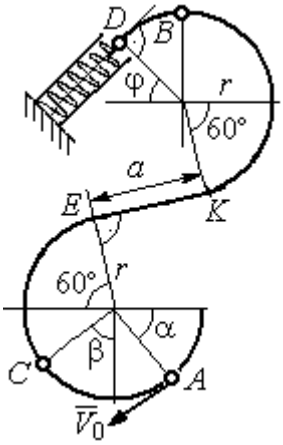
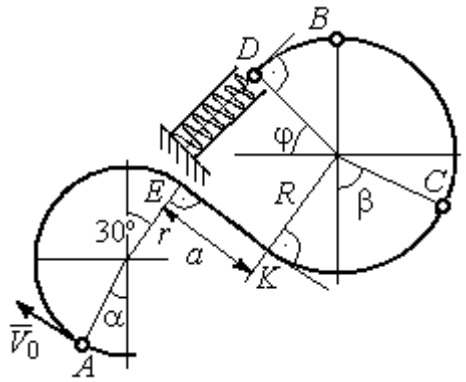
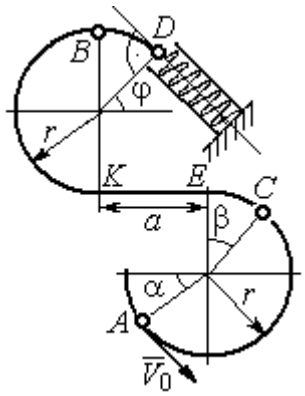
Варианты № 4, 14, 24	**Варианты № 5, 15, 25**	**Варианты № 6, 16, 26**
		

Рис. 4.15. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии.
Номера вариантов задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

Окончание вариантов задания Д3

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	

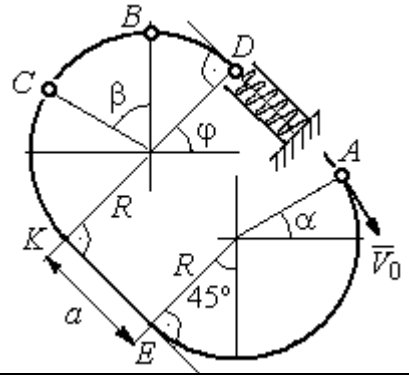
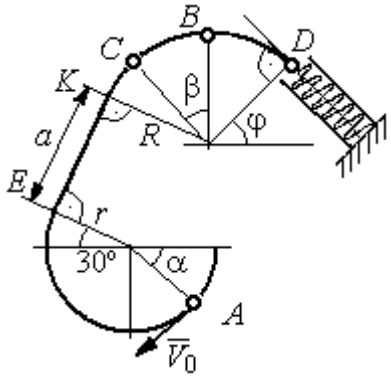
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	

Рис. 4.16. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии.
Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 4.3

Исходные данные задания Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Номер варианта задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
m, кг	0,8	0,5	0,6	0,4	1,0	0,6	0,9	0,5	0,3	0,4	0,8	0,6	0,5	0,3	1,0
α, град	30	45	0	30	30	0	0	45	30	0	60	30	30	45	60
β , град	60	30	60	0	60	30	60	60	30	45	30	60	60	30	30
φ, град	0	60	30	0	0	30	45	0	30	45	30	30	0	30	45
r, м	0,4	0,4	0,5	0,3	0,6	0,5	0,3	0,6	0,4	0,5	0,3	0,5	0,4	0,5	0,8
a, м	0,5	0,6	0,9	1,4	0,8	1,2	0,5	0,5	1,4	0,5	0,8	0,5	0,8	0,6	0,6
f	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4	0,3	0,5	0,3	0,4	0,3	0,4	0,5	0,3	0,4	0,3
k	0,3	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,3	0,4
c, Н/м	100	80	90	80	120	100	90	80	60	80	90	60	80	60	110

Окончание табл. 4.3

Номер варианта задания	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
m, кг	0,6	0,5	0,6	0,4	0,8	0,5	0,4	1,0	0,6	0,5	0,4	0,8	0,4	0,6	0,8
α, град	60	30	0	45	60	90	90	60	60	90	30	60	60	45	90
β , град	60	30	45	90	60	45	90	60	60	30	30	60	60	0	60
φ, град	45	60	60	60	30	90	0	90	45	60	60	90	30	60	0
r, м	0,6	0,4	0,8	0,5	0,6	0,6	0,6	0,4	0,6	0,8	0,4	0,4	0,8	0,6	0,4
a, м	0,4	1,2	0,9	1,2	1,2	0,9	0,6	1,5	1,4	0,8	1,2	0,9	0,6	0,8	0,5
f	0,3	0,4	0,4	0,5	0,3	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4
k	0,4	0,3	0,3	0,4	0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,3
c, Н/м	80	60	90	60	100	90	80	110	80	60	60	80	60	80	100

Пример выполнения задания Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Тонкий стержень, расположенный в вертикальной плоскости, состоит из двух дуг окружностей, сопряженных в точках *E* и *K* с прямолинейным отрезком *EK* длиной *a* = 0,6 м (рис. 4.17). Радиусы окружностей *R* = 1 м и *r* = 0,5 м. Диаметры дуг окружностей, проведённые в точках *E* и *K*, составляют с горизонтом угол 30°. На стержень надет шарик массой *m* = 0,5 кг. В точке *A*, положение которой на дуге радиуса *R* определяется углом α = 60° (см. рис. 4.17), шарику сообщают начальную скорость V_0, после чего он начинает движение. По дугам окружностей шарик скользит без трения. При движении по прямой *EK* на него действует постоянная сила трения с коэффициентом трения *f* = 0,2. Достигнув точки *D* на верхней дуге, шарик упирается в пружину жесткостью *c* = 100 Н/м и, двигаясь по сопряжённой прямой без трения, сжимает её. Найти величину максимального сжатия пружины, если наивысшее положение на траектории (точку *B*) шарик проходит со скоростью $V_B = kV_0$ при *k* = 0,3. При

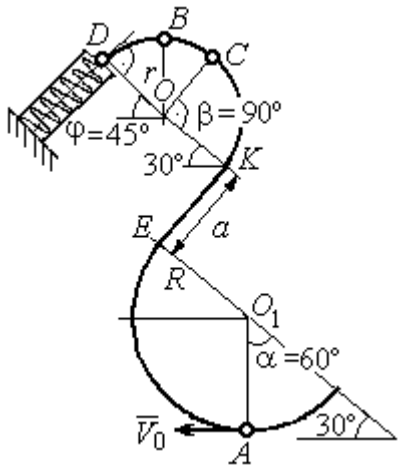


Рис. 4.17. Схема движения шарика

найденном значении начальной скорости рассчитать давление шарика на стержень в точке *C*, положение которой на дуге определяется углом $\beta = 90°$.

Решение

Рассмотрим движение шарика по стержню из начального положения *A* в наивысшее положение – точку *B*.

При движении шарика по дугам окружностей работу совершает только сила тяжести. Реакция гладкой поверхности стержня в любой момент времени перпендикулярна поверхности стержня, и потому её работа при перемещении шарика равна нулю.

На участке движении шарика по прямой *EK* на него действуют сила тяжести $\vec{P}$, нормальная реакция опоры $\vec{N}_{EK}$ и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ (рис. 4.18, *b*). Работу совершают сила тяжести и сила трения. Работа реакции опоры стержня равна нулю.

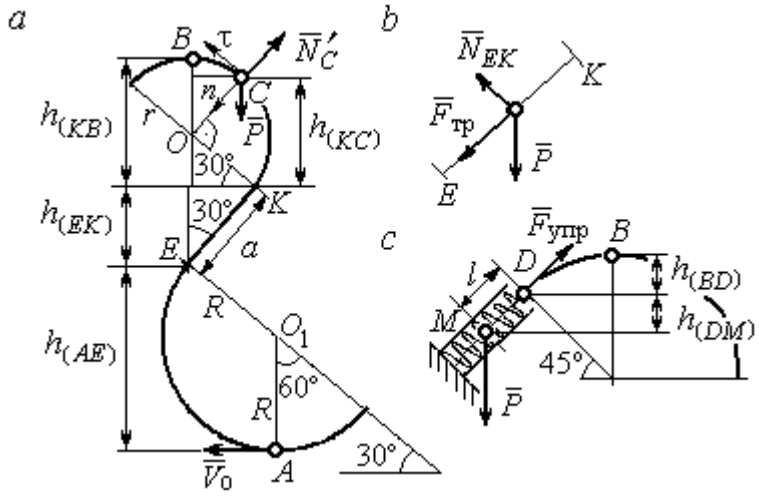


Рис. 4.18. Силы, действующие на шарик во время движения и перепады высот

Обозначим $h_{(AB)}$ – перепад высот точек *A* и *B* на траектории; V_A – начальная скорость шарика в точке *A*, $V_A = V_0$; V_B – его скорость в точке *B*, $V_B = 0{,}3V_0$.

Для вычисления перепада высот точек *A* и *B* имеем выражение (рис. 4.18, *a*):

$$h_{(AB)} = h_{(AE)} + h_{(EK)} + h_{(KB)} = R(1+\sin 30^\circ) + a\cos 30^\circ + r(1+\sin 30^\circ).$$

Будем считать шарик материальной точкой. Применяя теорему об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из положения *A* в положение *B*, получим: $\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_A^2}{2} = A(\vec{P}) + A(\vec{F}_{\text{тр}})$, где $A(\vec{P}) = -Ph_{(AB)}$,

$A(\vec{F}_{\text{тр}}) = -F_{\text{тр}}a$ – работы, соответственно, силы тяжести на участке движения *AB* и силы трения на отрезке *EK*. Сила трения равна $F_{\text{тр}} = f \cdot N_{EK} = f \cdot mg\cos 60^\circ$ (рис. 4.18, *a*, *b*).

В результате, теорема об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из начального положения *A* в конечное положение *B* принимает вид: $\frac{m(0{,}3V_0)^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = -\,mg\left[(R+r)(1+\sin 30^\circ) + a(\cos 30^\circ + f \cdot \cos 60^\circ)\right]$.

После подстановки данных задачи, получим: $0{,}91V_0^2 = 55{,}517$, откуда находим необходимое значение начальной скорости шарика: $V_0 = 7{,}81$ м/с.

Найдём давление шарика на стержень в точке *C*.

Проведём в точке *C* оси естественной системы координат – касательную $C\tau$ и нормаль Cn (рис. 4.18, *a*). Уравнение движения шарика в точке *C* в проекции на нормальную ось имеет вид: $m\frac{V_C^2}{r} = P\cos 30^\circ - N'_C$, где V_C – скорость шарика в точке *C*, N'_C – реакция стержня, приложенная к шарику. Направление реакции на рис. 4.18, *a* соответствует предположению, что шарик давит на стержень в направлении центра дуги окружности.

Для определения скорости шарика в точке *C* воспользуемся тем, что скорость шарика в точке *B* уже известна, и применим теорему об изменении кинетической энергии при движении шарика из начального положения *C* в конечное положение *B*. На этом участке движения работу совершает только сила тяжести шарика. Получим $\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_C^2}{2} = -Ph_{(CB)}$, где V_C, V_B – значения скорости шарика в точках *C* и *B*; $h_{(CB)}$ – перепад высот точек *C* и *B*; $h_{(CB)} = r(1-\sin 30^\circ) = 0{,}5r$ (см. рис. 4.18, *a*). В результате теорема об изменении кинетической энергии принимает вид: $mV_C^2 = mV_B^2 + 2mgh_{(CB)}$ или $V_C^2 = V_B^2 + gr$. Отсюда, при условии $V_B = 0{,}3V_0 = 2{,}34$ м/с, найдём $V_C = 3{,}22$ м/с.

Реакция опоры шарика: $N'_C = P\cos 30^\circ - m\dfrac{V_C^2}{r} = -6{,}12$ Н.

Отрицательное значение реакции опоры шарика означает, что вектор реакции $\vec{N}'_C$ в точке C (см. рис. 4.18, *а*) направлен в противоположную сторону. Давление шарика на стержень в точке C равно модулю реакции опоры.

Найдём величину максимального сжатия пружины.

Рассмотрим движение шарика на участке от точки *B* до положения максимально сжатой пружины – точки *M*. Движение на этом участке происходит по дуге окружности *BD* и по прямой *DM*. При этом сила тяжести совершает работу на всём участке движения, а сила упругости – на отрезке сжатия пружины. Обозначим величину максимального сжатия пружины $MD = l$.

По теореме об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из положения *B* в *M* получим: $\dfrac{mV_M^2}{2} - \dfrac{mV_B^2}{2} = A(\vec{P}) + A(\vec{F}_{\text{упр}})$, где V_M, V_B – скорость шарика в точках *M* и *B*. Работа силы тяжести $A(\vec{P}) = Ph_{(BM)} =$ $= P\left[h_{(BD)} + h_{(DM)}\right] = mg\left[r\left(1 - \cos 45^\circ\right) + l\cos 45^\circ\right]$. Работа силы упругости на прямолинейном участке *DM* длиной *l*: $A(\vec{F}_{\text{упр}}) = -\dfrac{cl^2}{2}$. Условие максимального сжатия пружины означает, что в точке *M* скорость шарика обращается в нуль: $V_M = 0$, тогда теорема об изменении кинетической энергии точки принимает вид: $-\dfrac{mV_B^2}{2} = mg\left[r\left(1 - \cos 45^\circ\right) + l\cos 45^\circ\right] - \dfrac{cl^2}{2}$. Подставляя данные задачи и с учётом того, что скорость шарика в наивысшей точке *B* найдена из предыдущих рассуждений $V_B = 2{,}34$ м/с, получим квадратное уравнение для определения величины максимального сжатия пружины $50l^2 - 3{,}468l - 2{,}085 = 0$. В качестве ответа принимается положительный корень уравнения $l = 0{,}24$ м.

5. ДИНАМИКА МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

5.1. Описание движений твёрдых тел на основе общих теорем динамики системы

Поступательное движение твердого тела описывается теоремой о движении центра масс механической системы. В проекциях на координатные оси дифференциальные уравнения поступательного движения твердого тела имеют вид: $m\ddot{x}_C = \sum F^e_{kx}$, $m\ddot{y}_C = \sum F^e_{ky}$, $m\ddot{z}_C = \sum F^e_{kz}$, где m – масса тела; x_C, y_C, z_C – координаты центра масс тела; F^e_{kx}, F^e_{ky}, F^e_{kz} – проекции на оси координат внешних сил, действующих на твердое тело.

Вращательное движение твердого тела относительно неподвижной оси z описывается теоремой об изменении кинетического момента.

Дифференциальное уравнения вращательного движения тела имеет вид:

$$J_z \frac{d\omega}{dt} = \sum M_z(\vec{F}^e_k) \quad \text{или} \quad J_z\ddot{\varphi} = \sum M_z(\vec{F}^e_k),$$

где ω – угловая скорость тела; $\omega = \dot{\varphi}$; φ – угол поворота тела; $\sum M_z(\vec{F}^e_k)$ – моменты внешних сил относительно оси z; J_z – момент инерции тела относительно оси z.

Уравнение вращательного движения можно представить в алгебраической форме: $J_z\varepsilon = \sum M_z(\vec{F}^e_k)$, где ε – угловое ускорение тела; $\varepsilon = \dot{\omega}$.

Плоскопараллельное движение твердого тела описывается на основании теорем о движении центра масс и изменении кинетического момента относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения. В проекции на координатные оси уравнения плоскопараллельного движения тела имеют вид:

$$ma_{Cx} = \sum F^e_{kx}, \quad ma_{Cy} = \sum F^e_{ky}, \quad J_{zC}\varepsilon = \sum M_{zC}(\vec{F}^e_k),$$

где a_{Cx}, a_{Cy} – проекции ускорения центра масс тела на координатные оси; F^e_{kx},

F_{ky}^{e} – проекции на оси координат внешних сил, действующих на тело; J_{zC} – момент инерции тела относительно оси *z*, проходящей через центр масс, перпендикулярно плоскости движения; ε – угловое ускорение тела; $M_{zC}(\vec{F}_k^{e})$ – моменты внешних сил относительно оси, проходящей через центр масс.

Проводя динамический расчет механической системы, следует рассматривать движение тел системы в отдельности, предварительно освободив их от связей и заменив действие связей реакциями. Далее на основании общих теорем динамики системы следует составить уравнения движения каждого тела.

5.2. Задание Д4. Динамический расчет механической системы

Механизм состоит из трёх тел – груза 1, катка 2 и блока 3, соединенных нерастяжимыми нитями или невесомыми стержнями.

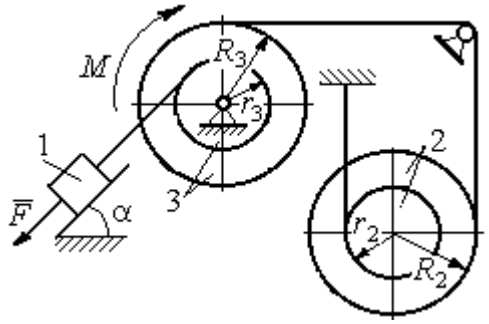
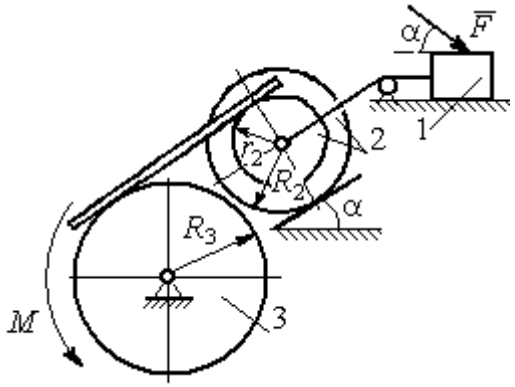
Движение механизма происходит в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом *M*. Направление действия силы $\vec{F}$ определяется углом α. Качение катка 2 происходит без скольжения. Проскальзывание между дисками и соединяющими их невесомыми стержнями или нитями отсутствует.

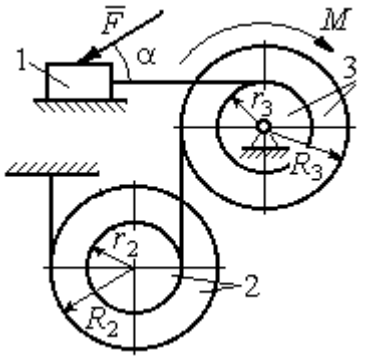
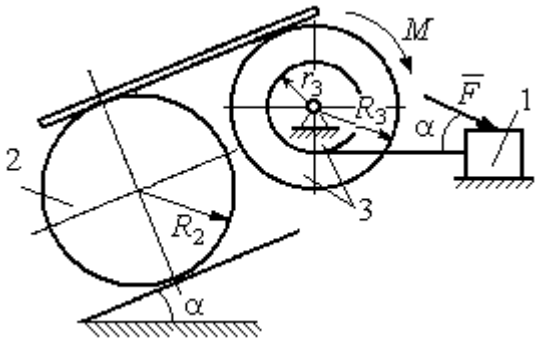
Радиусы ступеней катка 2 и блока 3 на схемах обозначены R_2, r_2 и R_3, r_3.

Сплошные диски считать однородными. Радиусы инерции неоднородных (ступенчатых) дисков относительно осей, проходящих через центры масс перпендикулярно плоскости движения, равны i_{z2}, i_{z3}.

Найти ускорение груза 1 и динамические реакции, действующие на ось блока 3.

Варианты заданий представлены на рис. 5.1, 5.2. Исходные данные приведены в табл. 5.1.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
	

Варианты № 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24
	

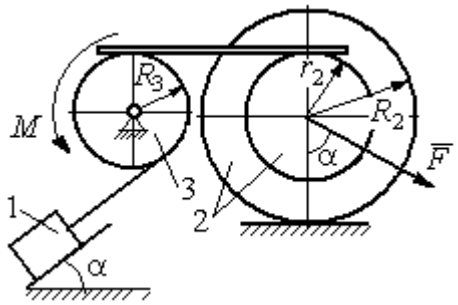
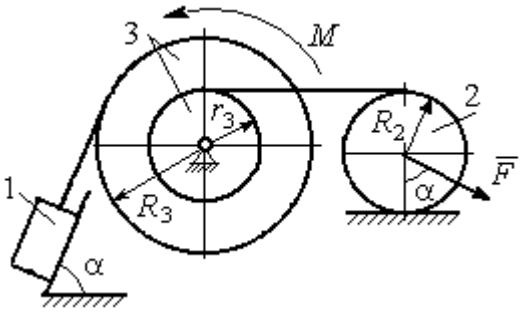
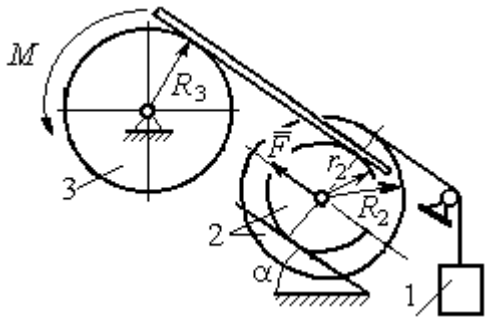
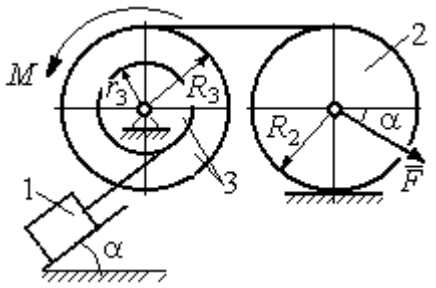
Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
	

Рис. 5.1. Задание Д4. Динамический расчёт механической системы.
Номера вариантов задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

Окончание вариантов задания Д4

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	

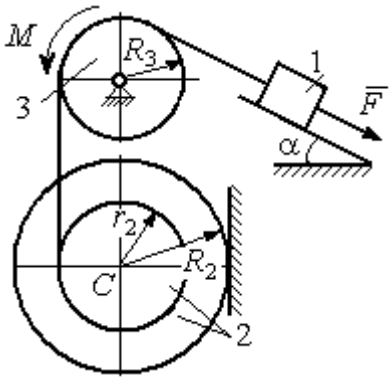
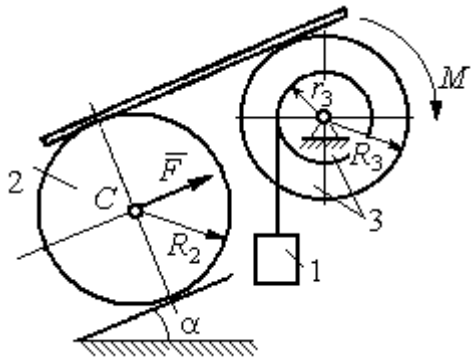
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	

Рис. 5.2. Задание Д4. Динамический расчёт механической системы.
Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 5.1

Исходные данные задания Д4. Динамический расчёт механической системы

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	P_3, Н	F, Н	M, Н·м	α, град	R_2, м	r_2, м	R_3, м	r_3, м	i_{z2}, м	i_{z3}, м
1	P	P	$2P$	P	$2Pr$	60	$3r$	r	$2r$	r	$2r$	$r\sqrt{2}$
2	$3P$	P	$3P$	$3P$	Pr	30	$2r$	r	$2r$	–	$2r$	–
3	$4P$	$3P$	$4P$	$2P$	$2Pr$	60	$2r$	r	$2r$	r	$2r$	$2r$
4	$2P$	$2P$	$4P$	P	$4Pr$	45	$3r$	–	$3r$	r	–	$r\sqrt{2}$
5	P	$3P$	$3P$	$2P$	$3Pr$	30	$3r$	r	r	–	$2r$	–
6	P	$2P$	$4P$	$4P$	$6Pr$	60	$3r$	–	$3r$	r	–	$r\sqrt{2}$
7	P	$2P$	$3P$	$2P$	$3Pr$	45	$3r$	r	r	-	$r\sqrt{3}$	–

Окончание табл. 5.1

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	P_3, Н	F, Н	M, Н·м	α, град	R_2, м	r_2, м	R_3, м	r_3, м	i_{z2}, м	i_{z3}, м
8	$2P$	$3P$	$3P$	P	$3Pr$	30	$2r$	–	$2r$	r	–	$r\sqrt{3}$
9	$3P$	P	$3P$	P	$2Pr$	30	$2r$	r	$2r$	–	$r\sqrt{2}$	–
10	P	P	$3P$	P	$2Pr$	60	$3r$	–	$3r$	r	–	$r\sqrt{3}$
11	P	P	$3P$	$2P$	$3Pr$	30	$3r$	$2r$	$2r$	r	$r\sqrt{2}$	$r\sqrt{2}$
12	$2P$	P	$2P$	$4P$	Pr	60	$3r$	r	$3r$	–	$r\sqrt{3}$	–
13	$3P$	P	$3P$	$3P$	$2Pr$	30	$3r$	$2r$	$2r$	r	$2r$	$r\sqrt{2}$
14	$2P$	P	$3P$	$2P$	$4Pr$	60	$2r$	–	$3r$	$2r$	–	$2r$
15	P	$2P$	$4P$	P	$4Pr$	45	$3r$	$2r$	$2r$	–	$r\sqrt{3}$	–
16	P	$3P$	$4P$	$2P$	$3Pr$	30	$2r$	–	$2r$	r	–	$r\sqrt{2}$
17	P	P	$3P$	$2P$	$6Pr$	60	$3r$	r	$3r$	-	$r\sqrt{3}$	
18	$2P$	$2P$	$3P$	P	$3Pr$	60	$2r$	–	$3r$	r	–	$r\sqrt{2}$
19	$2P$	P	$2P$	$3P$	$4Pr$	30	$3r$	r	$3r$	–	$2r$	–
20	P	P	$3P$	P	$2Pr$	45	$2r$	–	$2r$	r	–	$r\sqrt{3}$
21	$2P$	P	$4P$	$2P$	$4Pr$	60	$2r$	r	$3r$	r	$r\sqrt{2}$	$2r$
22	P	P	$2P$	$5P$	$2Pr$	45	$3r$	$2r$	$2r$	–	$2r$	–
23	$2P$	$2P$	$3P$	$3P$	$2Pr$	60	$3r$	r	$2r$	r	$2r$	$r\sqrt{2}$
24	$4P$	P	$3P$	P	$3Pr$	30	$2r$	–	$3r$	r	–	$r\sqrt{3}$
25	P	$3P$	$2P$	P	$2Pr$	60	$3r$	r	r	–	$r\sqrt{3}$	–
26	P	$3P$	$4P$	$3P$	$3Pr$	45	$2r$	–	$3r$	$2r$	–	$r\sqrt{3}$
27	P	P	$4P$	$2P$	$4Pr$	30	$2r$	r	$2r$	-	$r\sqrt{3}$	
28	$2P$	$3P$	$3P$	P	$6Pr$	30	$2r$	–	$3r$	$2r$	–	$r\sqrt{2}$
29	$2P$	P	$2P$	$2P$	$2Pr$	45	$2r$	r	r	–	$2r$	–
30	P	P	$4P$	P	$4Pr$	60	$3r$	–	$3r$	$2r$	–	$2r$

Пример выполнения задания Д4. Динамический расчёт механической системы

Механизм (рис. 5.3) состоит из груза 1, однородного диска – катка 2 и неоднородного диска – блока 3, соединённых друг с другом нерастяжимыми нитями. Система движется в вертикальной плоскости из состояния покоя.

Движение происходит под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, равных по модулю: $P_1 = 2P$, $P_2 = 2P$, $P_3 = 3P$, силы $\vec{F}$, приложенной в центре масс катка 2, равной по величине: $F = 3P$, и пары сил с моментом $M = Pr$,

приложенных к блоку 3. Механизм является неизменяемой механической системой. Радиус катка 2 $R_2 = 2r$. Качение катка по наклонной плоскости происходит без проскальзывания. Радиусы ступенчатого блока 3: $R_3 = 3r$, $r_3 = r$. Радиус инерции блока 3 $i_3 = r\sqrt{3}$.

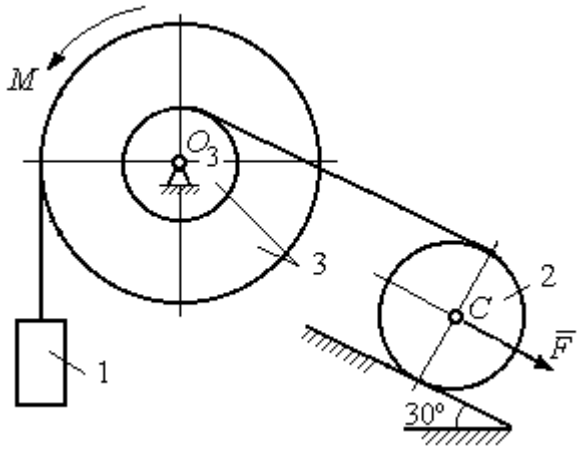


Рис. 5.3. Схема механической системы

Применяя метод динамического расчета механической системы найти ускорение груза 1 и динамические реакции, действующие на ось вращающегося блока 3.

Решение

Освобождаем систему от связей. На рис. 5.4 изображены внешние силы, действующие на каждое тело, после освобождения его от связей.

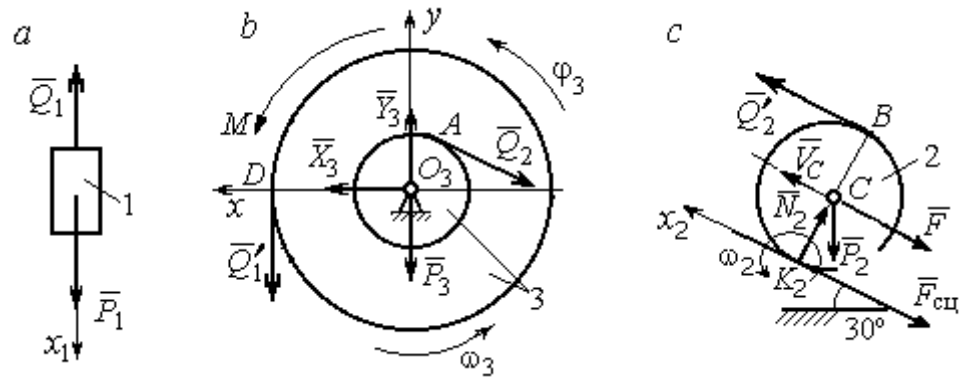


Рис. 5.4. Расчетные схемы для описания движения тел, входящих в систему:
a – поступательное движение груза 1; *b* – вращательное движение блока 3;
c – плоское движение катка 2

Груз 1 совершает поступательное движение. К нему приложены сила тяжести $\vec{P}_1$ и реакция нити $\vec{Q}_1$ (рис. 5.4, *a*). Предположим, груз 1 движется вниз, и направим ось x_1 в сторону движения груза.

Уравнение движения груза в проекции на ось x_1 в соответствии с теоремой о движении центра масс механической системы имеет вид:

$$m_1 a_1 = \sum F_{kx} = P_1 - Q_1 = 2P - Q_1,$$

где m_1, a_1 – соответственно, масса груза 1 и его ускорение, $m_1 = \frac{P_1}{g} = \frac{2P}{g}$.

Блок 3 вращается вокруг неподвижной оси *z*, проходящей через его центр масс O_3, перпендикулярно плоскости диска. Направление вращения блока, соответствующее выбранному движению вниз груза 1, показано на рис. 5.4, *b* дуговой стрелкой ω_3.

На блок действуют сила тяжести $\vec{P}_3$, силы реакции подшипника $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$, момент *M* и реакции нитей $\vec{Q}_1'$ и $\vec{Q}_2$ (см. рис. 5.4, *b*). При составлении уравнения вращательного движения блока 3 моменты сил считаем положительными, если они поворачивают блок в сторону его вращения.

Уравнение вращения блока 3 имеет вид:

$$J_{zO_3} \varepsilon_3 = \sum M_{zO_3}(F_k) = Q_1' R_3 + M - Q_2 r_3 = Q_1 3r + Pr - Q_2 r,$$

где J_{zO_3} – момент инерции блока 3 относительно оси *z*; ε_3 – угловое ускорение диска 3, $J_{zO_3} = m_3 i_3^2 = \frac{P_3}{g}(r\sqrt{3})^2 = \frac{9Pr^2}{g}$.

Каток 2 совершает плоскопараллельное движение. К нему приложены сила тяжести $\vec{P}_2$, сила $\vec{F}$, реакция нити $\vec{Q}_2'$ и реакция наклонной плоскости, состоящая из нормальной реакции опоры $\vec{N}_2$ и силы сцепления катка с поверхностью $\vec{F}_{\text{сц}}$. Согласно принципу равенства действия и противодействия, модули сил $\vec{Q}_2$ и $\vec{Q}_2'$ равны. На рис. 5.4, *c* показаны направления действия сил, приложенных к диску 2. В соответствии с направлением движения груза 1, центр масс катка 2 движется вверх параллельно наклонной плоскости. Направление движения центра масс катка 2 показано направлением оси x_2. Направление вращения катка 2 показано дуговой стрелкой угловой скорости ω_2 (см. рис 5.4, *c*).

Плоскопараллельное движение катка 2 описывается уравнением движения его центра масс и уравнением вращения вокруг оси, проходящей через

центр масс, перпендикулярно плоскости диска. Составляя уравнение движения, получим:

$$m_2 a_C = Q_2' - F - F_{\text{сц}} - P_2 \cos 60^\circ = Q_2 - 3P - F_{\text{сц}} - P,$$

$$J_C \varepsilon_2 = Q_2' R_2 + F_{\text{сц}} R_2 = Q_2 2r + F_{\text{сц}} 2r,$$

где m_2 – масса катка 2, $m_2 = \frac{P_2}{g} = \frac{2P}{g}$; a_C, ε_2 – ускорение центра масс и угловое ускорение катка 2; J_C – момент инерции однородного катка 2 относительно оси, проходящей через центр масс, перпендикулярно плоскости диска, $J_C = \frac{m_2 R_2^2}{2} = \frac{P R_2^2}{g} = \frac{4 P r^2}{g}$. В уравнении вращательного движения диска момент силы считается положительным, если создаваемый им поворот направлен в сторону вращения диска,

К системе четырех уравнений, описывающих движения тел в системе, необходимо добавить уравнения связей. Если предположить, что скорость центра масс катка 2 равна V_C, то угловая скорость катка определится по формуле: $\omega_2 = \frac{V_C}{CK_2} = \frac{V_C}{R_2}$, где CK_2 – расстояние от центра масс катка 2 до его мгновенного центра скоростей (см. рис. 5.4, *c*). Продифференцировав по времени последнее равенство, получим уравнение связи между ускорением центра масс катка 2 и его угловым ускорением: $\varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = \frac{\dot{V}_C}{R_2} = \frac{a_C}{R_2} = \frac{a_C}{2r}$.

Скорость точки *B* катка 2 (см. рис. 5.4, *c*) $V_B = \omega_2 \cdot BK_2 = \frac{V_C}{R_2} 2R_2 = 2V_C$.

Точка *B* катка 2 и точка *A* блока 3 соединены нитью (см. рис. 5.3), поэтому их скорости равны. Приравняв скорости точек *A* и *B*, получим равенство: $2V_C = V_B = V_A = \omega_3 r_3 = \omega_3 r$, откуда $\omega_3 = \frac{2V_C}{r}$. После дифференцирования последнего выражения найдём соотношение между ускорениями: $\varepsilon_3 = \frac{2a_C}{r}$.

Скорость груза 1 связана со скоростью центра масс диска 2 следующим образом: $V_1 = V_D = \omega_3 R_3 = \dfrac{2V_C}{r} 3r = 6V_C$. Тогда $a_1 = 6a_C$.

В результате получены четыре уравнения, описывающие движение тел в системе:

$$\frac{2P}{g} a_1 = 2P - Q_1, \quad \frac{9Pr^2}{g} \varepsilon_3 = Q_1 3r + Pr - Q_2 r;$$

$$\frac{2P}{g} a_C = Q_2 - 3P - F_{\text{сц}} - P, \quad \frac{4Pr^2}{g} \varepsilon_2 = Q_2 2r + F_{\text{сц}} 2r$$

и три уравнения связей: $\varepsilon_2 = \dfrac{a_C}{2r}$, $\varepsilon_3 = \dfrac{2a_C}{r}$, $a_1 = 6a_C$.

После подстановки уравнений связи в уравнения движения тел получим систему четырёх уравнений с четырьмя неизвестными:

$$\frac{12P}{g} a_C = 2P - Q_1, \quad \frac{18P}{g} a_C = 3Q_1 + P - Q_2,$$

$$\frac{2P}{g} a_C = Q_2 - 4P - F_{\text{сц}}, \quad \frac{P}{g} a_C = Q_2 + F_{\text{сц}},$$

которая может быть решена любым известным из курса математики способом.

Например, исключив из первых двух уравнений величину Q_1, а из третьего и четвёртого уравнений – величину $F_{\text{сц}}$, получим систему двух уравнений с двумя неизвестными:

$$\frac{54P}{g} a_C = 7P - Q_2, \; \frac{3P}{g} a_C = 2Q_2 - 4P,$$

откуда $a_C = \dfrac{10}{111} g$, $Q_2 = \dfrac{79}{37} P$. Величину натяжения нити Q_1 находим из первого уравнения исходной системы: $Q_1 = \dfrac{34}{37} P$.

Для вычисления динамической реакции R_3 оси блока 3 заметим, что центр масс блока 3 неподвижен и его ускорение равно нулю, $\vec{a}_{O_3} = 0$. Тогда уравнения движения центра масс блока 3 в проекциях на оси x, y имеют вид :

$$m_3 a_{O_3 x} = X_3 - Q_2 \cos 30^\circ = 0,\ m_3 a_{O_3 y} = Y_3 - Q_1 - P_3 - Q_2 \cos 60^\circ = 0,$$

где X_3, Y_3, – проекции реакции R_3 оси вращающегося блока 3 на оси x, y (см. рис. 5.4, *b*). Отсюда, с учетом значений $Q_1 = 0{,}919P$ и $Q_2 = 2{,}135P$, проекции динамической реакции оси блока 3: $X_3 = Q_2 \cos 30^\circ = 1{,}85P$, $Y_3 = Q_1 + P_3 + Q_2 \cos 60^\circ = 4{,}98P$. Полная величина динамической реакции оси блока 3: $R_3 = \sqrt{X_3^2 + Y_3^2} = 5{,}31P$.

5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы

Кинетическая энергия тела при поступательном движении: $T = \frac{1}{2} m V_C^2$, где m – масса тела; V_C – скорость центра масс тела. **Кинетическая энергия тела при вращательном движении** вокруг неподвижной оси z: $T = \frac{1}{2} J_z \omega^2$, где J_z – момент инерции тела относительно оси z; ω – угловая скорость тела. Для дисков с равномерно распределённой массой момент инерции относительно оси z, проходящей через центр масс: $J_z = \frac{1}{2} m R^2$, где R – радиус диска. Для тел с неравномерно распределённой массой $J_z = m i_z^2$, где i_z – радиус инерции. **Кинетическая энергия тела при плоскопараллельном движении:** $T = \frac{1}{2} m V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega^2$, где m – масса тела; V_C, ω – скорость центра масс и угловая скорость тела; J_{zC} – момент инерции тела относительно оси z, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения.

Работа постоянной по модулю и направлению силы $\vec{F}$ на конечном прямолинейном перемещении S точки приложения силы: $A(F) = FS\cos\alpha$, где α – угол между вектором силы и перемещением. Если угол α острый, работа

положительна. Если тупой – отрицательна. При $\alpha = 90°$ сила перпендикулярна перемещению точки и работа силы равна нулю.

Работа пары сил с постоянным моментом M при повороте тела на конечный угол φ: $A = \pm M\varphi$, где φ – угол поворота тела. Работа считается положительной, если пара сил стремится повернуть тело в направлении его вращения, и отрицательной – в противном случае.

Мощностью силы $\vec{F}$ называют величину $N(F)$, равную скалярному произведению силы на скорость точки её приложения: $N(F) = \vec{F} \cdot \vec{V} = F \cdot V\cos\alpha$, где V – скорость точки приложения силы; α – угол между вектором силы и вектором скорости точки приложения силы.

При плоском движении тела мощность силы выражается суммой скалярных произведений векторов: $N = \vec{F} \cdot \vec{V}_O + \vec{M}_O(\vec{F}) \cdot \vec{\omega} = F \cdot V_O\cos\alpha \pm F h_O \omega$, где $\vec{V}_O$ – вектор скорости точки, выбранной полюсом; $\vec{\omega}$ – вектор угловой скорости тела; $\vec{M}_O$ – вектор момента силы $\vec{F}$ относительно полюса; h_O – плечо силы $\vec{F}$ относительно полюса *O*.

Теорема об изменении кинетической энергии системы в дифференциальной форме. Производная по времени от кинетической энергии системы равна сумме мощностей внешних и внутренних сил $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e) + \sum N(\vec{F}_k^i)$, где T – кинетическая энергия системы; $\sum N(\vec{F}_k^e)$, $\sum N(\vec{F}_k^i)$ – сумма мощностей, соответственно, внешних и внутренних сил.

Теорема об изменении кинетической энергии системы на конечном перемещении. Изменение кинетической энергии системы на её конечном перемещении равно сумме работ внешних и внутренних сил, действующих на систему $T - T_0 = \sum A(\vec{F}_k^e) + \sum A(\vec{F}_k^i)$, где T, T_0 – кинетическая энергия системы, соответственно, в текущем и начальном состояниях; $\sum A(\vec{F}_k^e)$, $\sum A(\vec{F}_k^i)$ – сум-

ма работ внешних и внутренних сил при перемещении системы из начального состояния в текущее.

Механические системы, состоящие из абсолютно твердых тел, соединенных гибкими нерастяжимыми нитями, называются **неизменяемыми**. В неизменяемых системах сумма работ внутренних сил и, следовательно, сумма мощностей этих сил равны нулю. Поэтому для таких систем в теореме об изменении кинетической энергии достаточно учитывать только внешние силы.

5.4. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Неизменяемая механическая система состоит из ступенчатого и однородного дисков, соединённых нерастяжимой нитью или невесомым стержнем. Нити и стержни, соединяющие диски, параллельны плоскостям качения дисков. Качение дисков без скольжения. Скольжение между невесомым стержнем и дисками отсутствует.

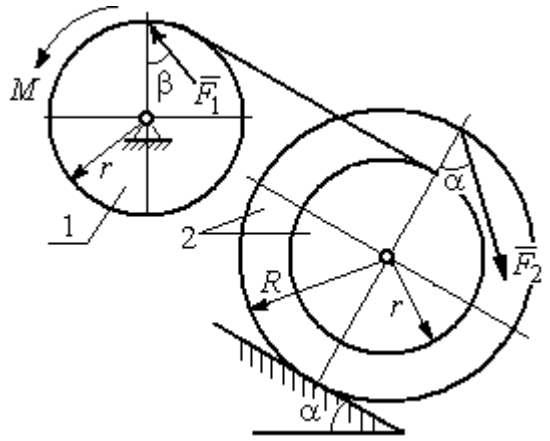
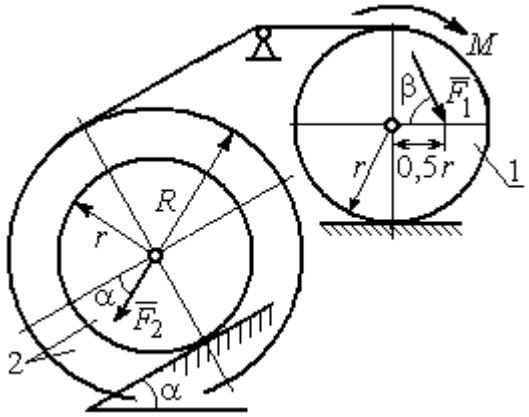
Вес дисков P_1 и P_2. Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и пары сил с моментом *M*. Направления действия сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и наклон плоскости (если он есть) определяются углами α или β, показанными на схемах механизмов.

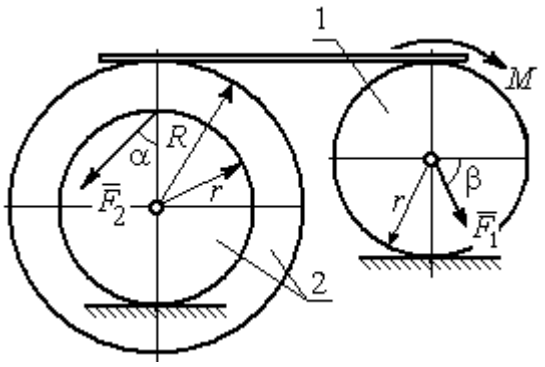
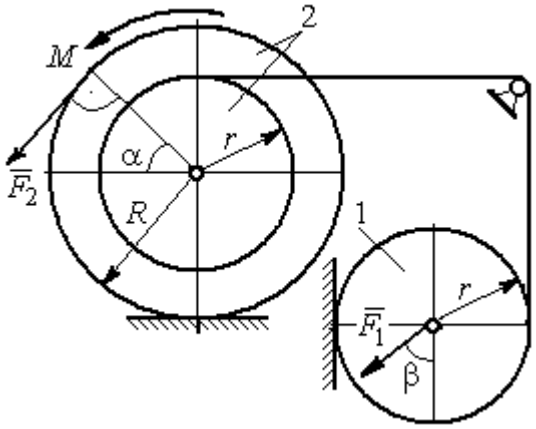
Радиус однородного диска *r*. Радиусы ступеней ступенчатого диска *R* и *r*. Радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен i_z.

1. Найти ускорение центра масс диска 2.

2. Найти реакцию опоры диска 2 на плоскость (её нормальную составляющую и силу сцепления диска с плоскостью).

Варианты задания приведены на рис. 5.5, 5.6, исходные данные представлены в табл. 5.2.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
	

Варианты № 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24
	

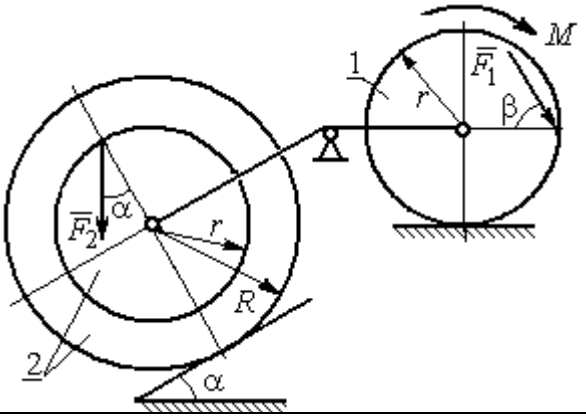
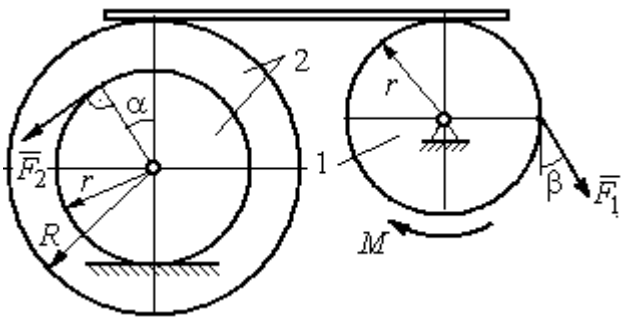
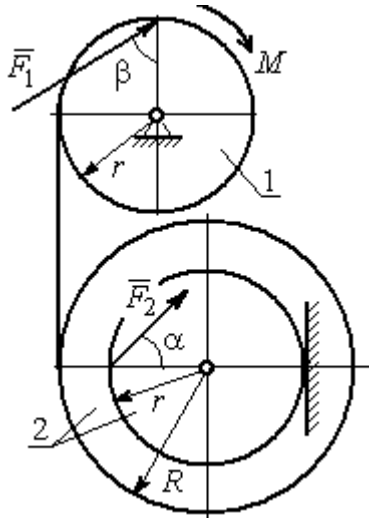
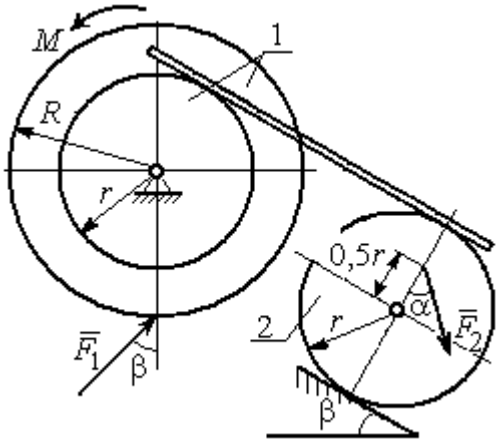
Вариант № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
	

Рис. 5.5. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии. Варианты задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

Окончание вариантов задания Д5

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	

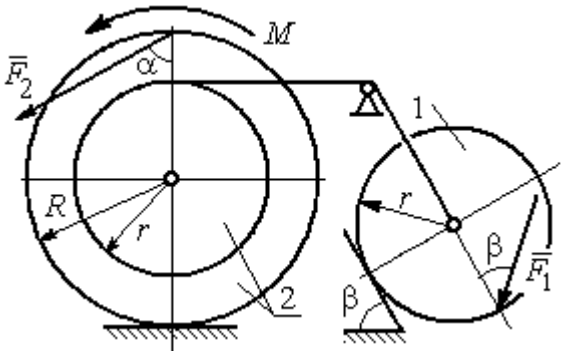
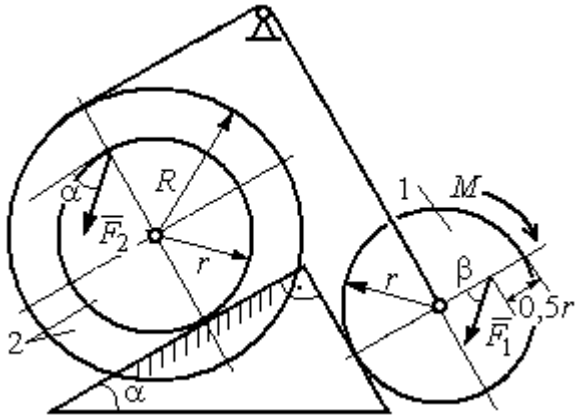
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты 10, 20, 30**
	

Рис. 5.6. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии. Варианты задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 5.2

Исходные данные задания Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	F_1, Н	F_2, Н	M, Н·м	α, град	β, град	R, м	r, м	i_z, м
1	10	20	15	20	25	30	60	0,4	0,3	0,3
2	20	30	10	20	20	60	30	0,6	0,3	0,4
3	10	15	12	20	25	60	60	1,2	0,6	0,8
4	12	25	20	25	35	30	30	1,5	0,5	1,2

Окончание табл. 5.2

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	F_1, Н	F_2, Н	M, Н·м	α, град	β, град	R, м	r, м	i_z, м
5	15	20	10	20	30	60	30	0,8	0,4	0,7
6	18	20	18	22	22	45	60	1,2	0,4	0,9
7	15	25	10	8	20	45	45	0,9	0,6	0,7
8	25	22	10	12	30	45	60	1,0	0,8	0,9
9	12	25	18	10	32	30	30	0,8	0,6	0,7
10	10	15	8	10	28	60	30	1,4	0,7	1,2
11	15	22	20	25	30	60	45	0,6	0,4	0,5
12	20	25	15	40	30	30	60	0,8	0,4	0,6
13	10	20	10	25	30	45	30	1,0	0,5	0,9
14	12	15	18	15	25	30	30	0,9	0,3	0,8
15	20	25	20	20	30	45	60	1,0	0,5	0,8
16	10	15	10	15	16	60	45	1,2	0,4	1,1
17	18	25	12	10	30	30	30	1,5	0,9	1,3
18	25	20	10	15	20	60	60	0,8	0,5	0,7
19	12	25	10	10	32	60	60	1,2	0,9	1,1
20	15	20	8	20	25	30	45	0,8	0,4	0,7
21	10	25	25	15	30	45	30	0,7	0,5	0,6
22	18	20	20	20	35	60	45	1,4	0,7	0,9
23	10	15	10	30	30	30	30	1,4	0,7	0,8
24	10	15	12	20	20	30	30	1,2	0,4	0,8
25	12	18	20	18	30	60	30	1,2	0,6	1,1
26	10	12	12	15	15	30	30	0,9	0,3	0,8
27	15	22	10	12	20	45	60	0,8	0,6	0,7
28	22	20	8	16	8	30	45	0,6	0,2	0,4
29	18	25	10	8	32	60	60	1,2	0,8	1,1
30	20	25	8	20	28	30	30	0,8	0,4	0,6

Пример выполнения задания Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Механическая система состоит из ступенчатого и однородного дисков, соединённых невесомым стержнем (рис. 5.7). Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести, сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и пары сил с моментом M. Направления действия сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ определяются углами α и β.

Диск 1 вращается вокруг неподвижной оси O_1. Диск 2 катится прямолинейно по горизонтальной поверхности. Качение диска 2 без проскальзывания.

Невесомый стержень, соединяющий диски, расположен горизонтально. Скольжение между стержнем и дисками отсутствует.

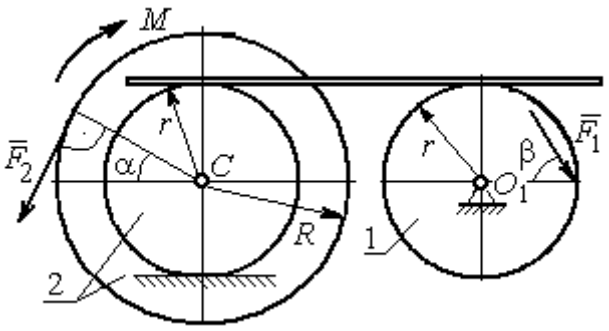


Рис. 5.7. Схема движения механической системы

Определить ускорение центра масс диска 2, угловое ускорение дисков, усилие в стержне, динамическую реакцию шарнира O_1, реакцию опоры диска 2 (её нормальную составляющую и силу сцепления диска с поверхностью качения), если модули сил тяжести $P_1 = 40$ Н, $P_2 = 60$ Н, модули сил $F_1 = 80$ Н, $F_2 = 30$ Н, величина момента $M = 35$ Н·м, углы наклона сил $\alpha = 30°$, $\beta = 45°$, радиусы дисков $R = 0{,}8$ м, $r = 0{,}6$ м, радиус инерции диска 2 $i_z = 0{,}4$ м.

Решение

Предположим, что во время движения системы диск 1 вращается по ходу часовой стрелки. Угловые скорости ω_1 и ω_2 дисков 1 и 2 и скорость центра масс диска 2 показаны на рис. 5.8.

На диск 1 действуют силы: $\vec{F}_1$, сила тяжести $\vec{P}_1$ и реакция шарнира O_1, разложенная на составляющие $\vec{X}_1$, $\vec{Y}_1$. На диск 2: сила $\vec{F}_2$, сила тяжести $\vec{P}_2$, пара сил с моментом M, нормальная реакция опоры $\vec{N}$ и сила сцепления диска 2 с поверхностью $\vec{F}_{сц}$. Направления действия сил показаны на рис. 5.8.

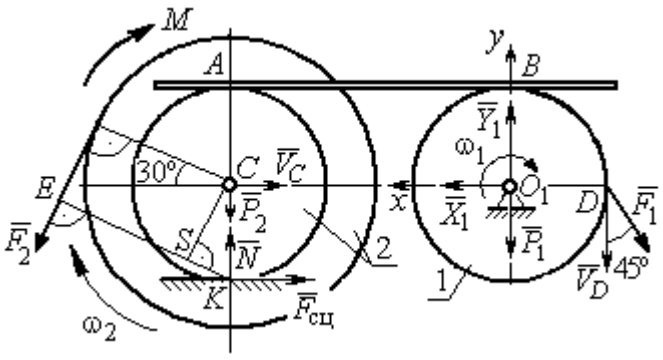


Рис. 5.8. Расчетная схема для исследования движения системы

Для решения задачи воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии системы в дифференциальной форме. По условию задачи рассматриваемая система неизменяемая и, следовательно, сумма мощностей внутренних сил равна нулю. В этом случае теорема об изменении кинетической энергии системы принимает вид $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e)$, где T – энергия системы в текущем положении; $\sum N(\vec{F}_k^e)$ – суммарная мощность внешних сил.

Найдём кинетическую энергию системы и выразим её через скорость центра масс диска 2.

Кинетическая энергия вращательного движения диска 1: $T_1 = \frac{1}{2} J_{zO_1} \omega_1^2$, где ω_1 – угловая скорость диска 1; J_{zO_1} – осевой момент инерции диска 1, $J_{zO_1} = \frac{m_1 r^2}{2}$. Диск 2 движется плоскопараллельно. Его кинетическая энергия определяется по формуле: $T_2 = \frac{1}{2} m_2 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_2^2$, где V_C, ω_2 – скорость центра масс и угловая скорость диска 2; J_{zC} – момент инерции ступенчатого диска 2 относительно оси *z*, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска, $J_{zC} = m_2 i_z^2$.

У диска 2 мгновенный центр скоростей находится в точке касания его с неподвижной поверхностью (точка *K* на рис. 5.8). Тогда скорость точки *C* определяется по формуле $V_C = \omega_2 \cdot CK = \omega_2 r$, откуда $\omega_2 = \frac{V_C}{r}$. Скорость точки *A* $V_A = \omega_2 \cdot AK = \omega_2 2r$, или $V_A = 2V_C$.

Так как нет проскальзывания между стержнем и дисками, скорость точки *A* на диске 2 равна скорости точки *B* на диске 1, причём $V_B = \omega_1 r$. Приравнивая скорости $V_B = V_A$, найдем $\omega_1 = \frac{2V_C}{r}$.

С учетом найденных зависимостей кинетические энергии дисков 1 и 2 и суммарная энергия системы имеют вид

$$T_1 = \frac{1}{2} J_{zO_1} \omega_1^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_1 r^2}{2g} \left(\frac{2V_C}{r} \right)^2 = \frac{P_1}{g} V_C^2;$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m_2 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_2^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_2}{g} V_C^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{P_2}{g} i_z^2 \left(\frac{V_C}{r} \right)^2;$$

$$T = T_1 + T_2 = \frac{P_1}{g} V_C^2 + \frac{1}{2} \frac{P_2}{g} \left(1 + \frac{i_z^2}{r^2} \right) V_C^2 .$$

Производная по времени от кинетической энергии системы

$$\frac{dT}{dt} = 2V_C \frac{dV_C}{dt} \left[\frac{P_1}{g} + \frac{P_2}{2g} \left(1 + \frac{i_z^2}{r^2} \right) \right].$$

Найдем сумму мощностей внешних сил. Отметим, что мощности силы тяжести $\vec{P}_1$ и сил реакции $\vec{X}_1$, $\vec{Y}_1$ подшипника O_1 равны нулю, так как нет перемещения точек приложения этих сил. Мощности сил $\vec{N}$ и $\vec{F}_{\text{сц}}$ – нормальной реакции опоры диска 2 и силы сцепления диска с плоскостью также равны нулю, так как точкой приложения этих сил является мгновенный центр скоростей диска 2, скорость которого равна нулю. Мощность силы $\vec{P}_2$ равна нулю, так как угол между вектором силы и скоростью точки приложения силы – точки C – равен 90° (см. рис. 5.8). Для определения мощности силы $\vec{F}_2$, приложенной к диску 2, воспользуемся формулой расчета мощности силы при плоскопараллельном движении тела. Выберем в качестве полюса точку K – мгновенный центр скоростей диска 2, скорость которого $V_K = 0$ (см. рис. 5.8). В этом случае мощность силы $\vec{F}_2$ равна: $N(\vec{F}_2) = \vec{M}_K \cdot \vec{\omega}_2 = -F_2 h_K \omega_2$, где $\vec{M}_K = M_K(\vec{F}_2)$ – вектор момента силы $\vec{F}_2$ относительно центра K; $\vec{\omega}_2$, ω_2 – вектор и модуль угловой скорости диска 2; h_K – плечо силы $\vec{F}_2$ относительно центра K. Мощ-

ность силы $\vec{F}_2$ отрицательная, так как направление момента силы $\vec{F}_2$ относительно точки K противоположно направлению угловой скорости диска 2.

В результате, мощность силы $\vec{F}_2$:

$$N(\vec{F}_2) = -F_2 h_K \omega_2 = -F_2(R + r\cos 60^\circ)\omega_2 = -F_2 V_C\left(\frac{1}{2} + \frac{R}{r}\right).$$

Здесь $h_K = EK = ES + SK = R + r\cos 60^\circ$ (см. рис. 5.8).

Заметим, что для вычисления мощности силы F_2 можно использовать в качестве полюса центр масс диска – точку C. Имеем:

$$N(\vec{F}_2) = \vec{F}_2 \cdot \vec{V}_C + \vec{M}_C(F_2) \cdot \vec{\omega}_2 = F_2 V_C \cos 120^\circ - F_2 R\omega_2 = -F_2 V_C\left(\frac{1}{2} + \frac{R}{r}\right).$$

Момент M направлен в сторону вращения диска 2. Его мощность положительная: $N(M) = M\omega_2 = M\dfrac{V_C}{r}$. Мощность силы $\vec{F}_1$, приложенной в точке D, $N(\vec{F}_1) = F_1 V_D \cos 45^\circ = F_1 V_C \sqrt{2}$. Здесь учтено очевидное равенство $V_D = V_A = 2V_C$ (см. рис. 5.8).

Суммарная мощность внешних сил:

$$\sum N(F^e) = -F_2 V_C\left(\frac{1}{2} + \frac{R}{r}\right) + M\frac{V_C}{r} + F_1 V_C\sqrt{2}.$$

В результате теорема об изменении кинетической энергии системы приводится к виду

$$2V_C\frac{dV_C}{dt}\left[\frac{P_1}{g} + \frac{P_2}{2g}\left(1 + \frac{i_z^2}{r^2}\right)\right] = -F_2 V_C\left(\frac{1}{2} + \frac{R}{r}\right) + M\frac{V_C}{r} + F_1 V_C\sqrt{2},$$

откуда ускорение центра масс диска 2:

$$a_C = \frac{dV_C}{dt} = \frac{\left[-F_2\left(\frac{1}{2} + \frac{R}{r}\right) + \frac{M}{r} + F_1\sqrt{2}\right]g}{\left[2P_1 + P_2\left(1 + \frac{i_z^2}{r^2}\right)\right]}.$$

Подставляя исходные данные задачи, получим: $a_C = 6{,}85$ м/с^2.

Для определения углового ускорения диска 2 продифференцируем по времени равенство $\omega_2 = \frac{V_C}{CK} = \frac{V_C}{r}$. Дифференцирование здесь допустимо, так как во время движения диска 2 расстояние от точки *C* до мгновенного центра скоростей диска 2 – точки *K* – не меняется.

Найдем $\varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = \frac{\dot{V}_C}{r} = \frac{a_C}{r}$ = 11,42 рад/с^2. Угловое ускорение диска 1 находится путём дифференцирования равенства $\omega_1 = 2\omega_2$. Имеем: $\varepsilon_1 = 2\varepsilon_2 = 22{,}84$ рад/с^2.

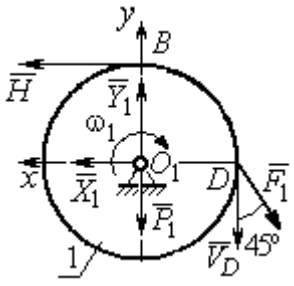


Рис. 5.9. Силы, действующие на диск 1 во время движения

Для того чтобы определить реакцию стержня, освобождаемся от стержня, заменяем его реакцией $\vec{H}$ и составляем уравнения движения дисков 1 и 2.

Силы, действующие на диск 1 во время движения, показаны на рис. 5.9. Уравнение вращательного движения диска 1 в алгебраической форме: $J_{zO_1}\varepsilon_1 = \sum M_z(\vec{F}_k^e)$, где ε_1 – угловое ускорение диска; J_{zO_1} – момент инерции диска 1 относительно оси *z*, проходящей через точку O_1 перпендикулярно плоскости диска, $J_{zO_1} = \frac{m_1 r^2}{2}$; $\sum M_{zO_1}(\vec{F}_k^e)$ – сумма моментов внешних сил относительно оси *z*.

Считая моменты сил положительными, если они создают поворот диска в сторону его вращения, составим сумму моментов внешних сил относительно оси *z*: $\sum M_{zO_1}(\vec{F}_k^e) = F_1 r\cos 45^\circ - Hr$. В результате уравнение вращательного движения диска 1 принимает вид: $\frac{P_1 r^2}{2g}\varepsilon_1 = F_1 r\cos 45^\circ - Hr$.

Подставляя в уравнение исходные данные задачи с учетом найденного значения углового ускорения диска 1 ε_1 = 22,84 рад/с^2, найдем реакцию стержня *H* = 28,63 Н.

Для определения динамической реакции шарнира O_1 диска 1 применим теорему о движении центра масс. Выберем оси координат O_1x и O_1y, как показано на рис. 5.9, и составим уравнение движения центра масс диска 1 в проекциях на оси координат с учётом того, что сам центр масс неподвижен и его ускорение равно нулю.

Получим систему:

$$H + X_1 - F_1\sin 45^\circ = 0, \quad Y_1 - P_1 - F_1\cos 45^\circ = 0.$$

Отсюда, с учётом найденной величины усилия в стержне $H = 28{,}63$ Н, находим составляющие динамической реакции шарнира: $X_1 = 27{,}94$ Н, $Y_1 = 96{,}57$ Н. Полная реакция шарнира $R_{O_1} = \sqrt{X_1^2 + Y_1^2} = 100{,}53$ Н.

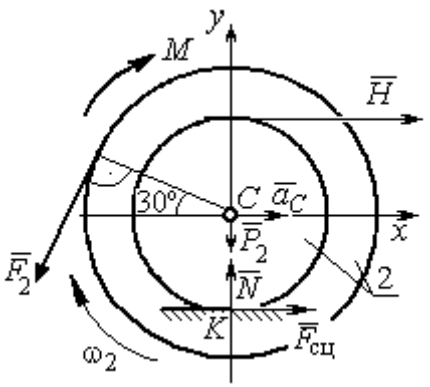


Рис. 5.10. Силы, действующие на диск 2 во время движения

Для определения величины силы сцепления диска 2 с поверхностью качения и нормальной составляющей реакции опоры диска используем теорему о движении центра масс. Силы, приложенные к диску 2, и выбранная система координат xCy показаны на рис. 5.10. Уравнения движения центра масс диска 2 в проекциях на оси x, y имеют вид:

$$m_2 a_C = H + F_{\text{сц}} - F_2\cos 60^\circ;$$

$$0 = -F_2\cos 30^\circ - P_2 + N.$$

С учетом найденных значений реакции стержня $H = 28{,}63$ Н и ускорения центра масс диска 2 $a_C = 6{,}85$ м/с^2, находим силу сцепления и нормальную реакцию опоры: $F_{\text{сц}} = 28{,}27$ Н, $N = 85{,}98$ Н.

Полная реакция опоры $R_K = \sqrt{N^2 + F_{\text{сц}}^2} = 90{,}51$ Н.

6. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

6.1. Принципы механики. Общее уравнение динамики

Силой инерции материальной точки называют векторную величину, модуль которой равен произведению массы точки на модуль её ускорения, направленную противоположно этому ускорению $\vec{R}^{\text{и}} = -m\vec{a}$, где m – масса точки; $\vec{a}$ – вектор ускорения точки.

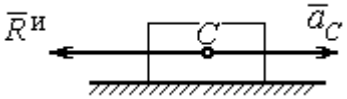


Рис. 6.1. Главный вектор сил инерции при поступательном движении твердого тела

При поступательном движении тела с ускорением центра масс $\vec{a}_C$ система сил инерции, приложенных к каждой точке тела, приводится к главному вектору сил инерции $\vec{R}^{\text{и}}$, равному по величине $R^{\text{и}} = ma_C$, приложенному в центре масс тела и направленному в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_C$ (рис. 6.1).

При вращении тела вокруг неподвижной оси z, проходящей через центр масс, главный вектор сил инерции, приведённый к центру масс тела, обращается в нуль (так как ускорение центра масс равно нулю). Таким образом, система сил инерции приводится к паре сил с моментом $\vec{M}^{\text{и}}$, равным главному моменту сил инерции относительно оси вращения. Величина главного момента сил инерции $M^{\text{и}} = J_z\varepsilon$, где J_z – момент инерции тела относительно оси z; ε – угловое ускорение тела. Направлен главный момент сил инерции в сторону, противоположную угловому ускорению (рис. 6.2).

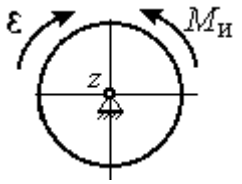


Рис. 6.2. Главный момент сил инерции при вращении тела вокруг оси, проходящей через центр масс

При плоскопараллельном движении тела с ускорением центра масс $\vec{a}_C$ и угловым ускорением ε система сил инерции, приложенных к каждой точке тела, приводится к силе $\vec{R}^{\text{и}}$, равной главному вектору сил инерции, и паре сил с моментом $\vec{M}^{\text{и}}$, равным главному моменту сил инерции относительно оси,

проходящей через центр масс тела перпендикулярно плоскости движения (рис. 6.3). Главный вектор сил инерции равен по модулю произведению массы тела на ускорение его центра масс: $R^{и} = ma_C$, приложен в центре масс тела и направлен в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_C$ центра масс. Главный момент сил инерции равен по величине произведению момента инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, на угловое ускорение тела: $M^{и} = J_C\varepsilon$, где J_C – момент инерции тела. Направлен главный момент сил инерции в сторону, противоположную угловому ускорению (см. рис. 6.3).

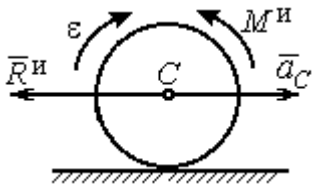


Рис. 6.3. Главный вектор и главный момент сил инерции при плоскопараллельном движении твердого тела

Принцип Даламбера для системы. Если в любой момент времени к каждой из точек системы кроме действующих на нее внешних и внутренних сил присоединить соответствующие силы инерции, то полученная система сил будет уравновешенной. Принцип Даламбера даёт возможность составлять уравнения движения механической системы в виде уравнений равновесия:

$$\sum \vec{F}_k^e + \vec{R}^{и} = 0, \ \sum \vec{M}_O(\vec{F}_k^e) + \vec{M}_O^{и} = 0,$$

где $\vec{F}_k^e$ – внешние силы, приложенные к системе; $\vec{R}^{и}$ – главный вектор сил инерции; $\vec{M}_O(\vec{F}_k^e)$ – момент внешних сил, приложенных к системе, относительно произвольного центра *O*; $\vec{M}_O^{и}$ – главный момент сил инерции относительно центра *O*.

Силы, действующие на систему, можно подразделить на активные и реакции связей. **Идеальными связями** в механической системе называют такие связи, для которых сумма элементарных работ их реакций на любом возможном перемещении равна нулю.

Принцип возможных перемещений. Для равновесия механической системы с идеальными связями необходимо и достаточно, чтобы сумма

элементарных работ всех активных сил, приложенных к точкам системы, была равна нулю на любом возможном перемещении системы: $\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = 0$, где $\delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}})$ – элементарная работа активных сил на возможном перемещении.

Совместное применение принципа Даламбера и принципа возможных перемещений приводит к формулировке общего уравнения динамики.

Общее уравнение динамики. При движении механической системы с идеальными связями в каждый момент времени сумма элементарных работ всех приложенных активных сил и сил инерции на любом возможном перемещении равна нулю: $\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0$, где $\delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}})$, $\delta A(\vec{R}_k^{\text{и}})$ – элементарные работы активных сил и сил инерции, приложенных к системе, на её возможном перемещении.

При вычислении элементарных работ активных сил и сил инерции используют обычные формулы для вычисления работы сил на элементарном перемещении точек их приложения. При этом переменные силы на элементарном перемещении точек их приложения считаются постоянными.

6.2. Задание Д6. Исследование механической системы с применением общего уравнения динамики

Механическая система с идеальными связями включает груз и два диска – однородного радиусом R или r и ступенчатого. Ступенчатый диск состоит из двух одноосных цилиндров радиусом R и r. Радиусы дисков указаны на схеме. Тела соединены нерастяжимыми нитями или невесомыми стержнями. Система движется в вертикальной плоскости из состояния покоя под действием сил тяжести, постоянной силы $\vec{F}$, а также пары сил с переменным моментом M. Направление действия силы $\vec{F}$ и наклон плоскости движущихся тел определяются углами α и β. Радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен i_z.

Качение дисков без проскальзывания. Скольжение между невесомым стержнем и дисками отсутствует. Движение грузов по плоскости без трения. Нити и стержни, соединяющие груз и диски, параллельны соответствующим плоскостям, по которым двигаются тела.

Найти уравнение движения центра масс диска 3. Определить реакцию шарнира диска 2 в момент времени $t = 1$ с.

Варианты задания приведены на рис. 6.4, 6.5. Исходные данные выбираются из табл. 6.1.

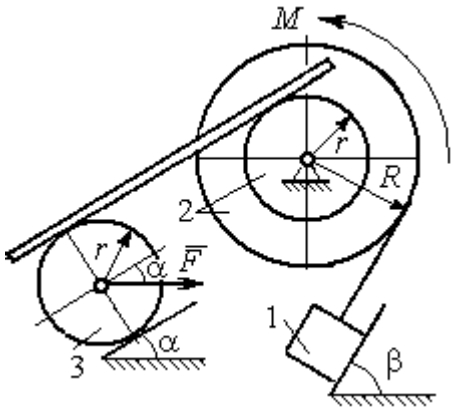
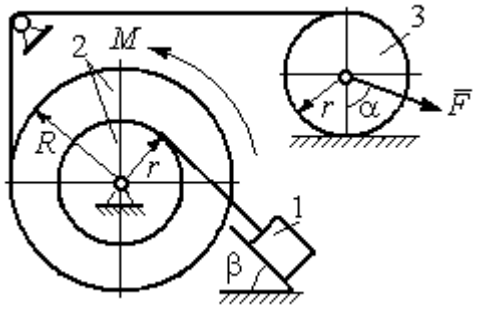
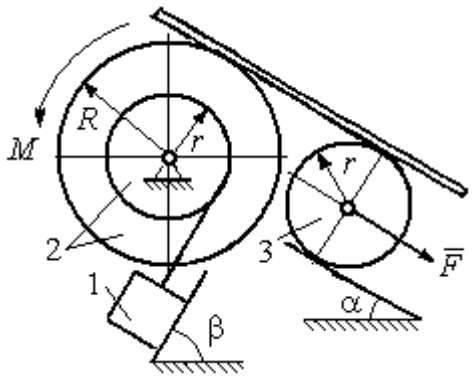
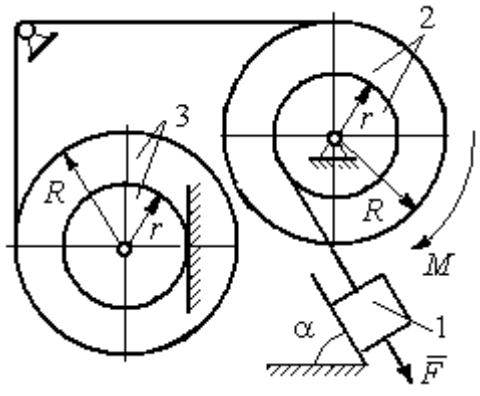
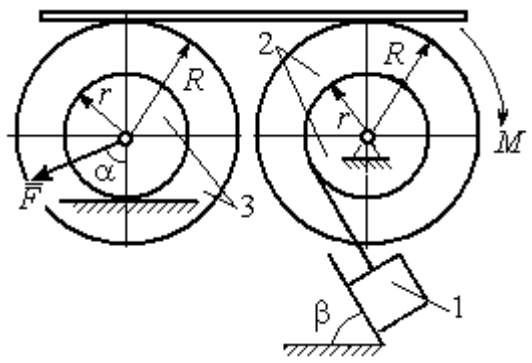
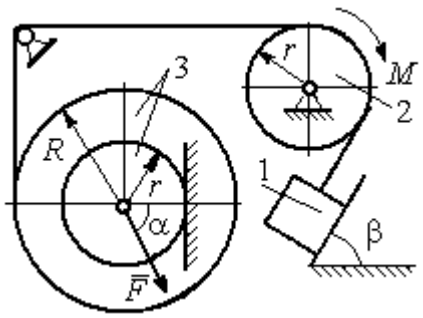
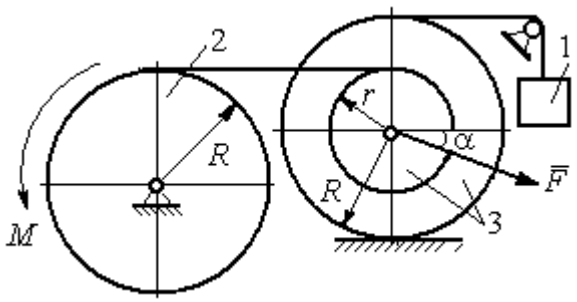
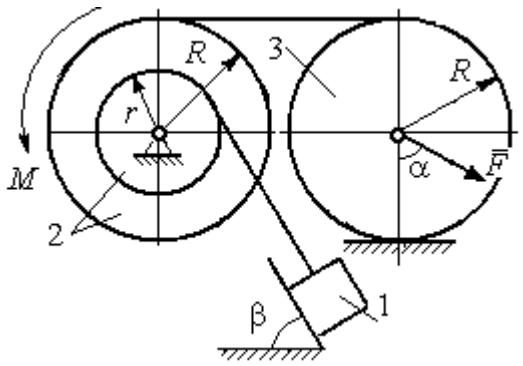
Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**
	
Варианты 3, 13, 23	**Варианты № 4, 14, 24**
	

Рис. 6.4. Задание Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики.
Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

Варианты № 5, 15, 25	**Варианты № 6, 16, 26**
	

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	

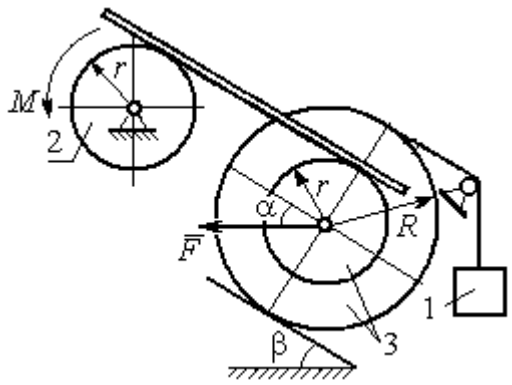
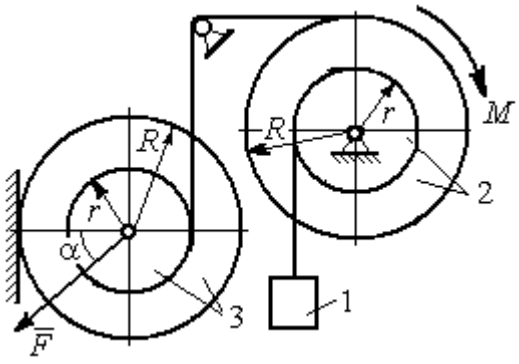
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	

Рис. 6.5. Задание Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики. Номера вариантов задания 5 – 10, 15 – 20, 25 – 30

Таблица 6.1

Исходные данные задания Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	P_3, Н	F, Н	M, Н·м	α, град	β, град	R, м	r, м	i_z, м
1	10	20	8	20	$3(2+t^2)$	30	60	0,6	0,3	0,4
2	10	22	15	15	$4(t+3)$	30	30	0,8	0,4	0,6
3	5	18	10	6	$8(t^2+1)$	90	30	0,4	0,3	0,3
4	5	22	10	5	$14(t^2+t+1)$	30	–	0,6	0,5	0,6
5	5	20	16	9	$3(t^2+4)$	45	60	0,6	0,3	0,5
6	10	16	14	15	$4(5+t)$	60	30	1,0	0,6	0,8
7	6	20	20	8	$9(3t^2+2)$	45	–	0,8	0,6	0,8
8	16	25	15	12	$5(t^2+4)$	30	60	1,2	0,6	0,8
9	5	20	12	8	$4(3+5t)$	60	30	0,6	0,4	0,5
10	6	25	8	10	$5(3t+6)$	30	–	1,0	0,8	0,9
11	4	22	8	15	$2+ t^2$	45	45	0,8	0,4	0,6
12	15	18	15	10	$5(t+3)$	30	60	1,0	0,5	0,7
13	6	20	10	4	$5(t^2+2)$	30	60	0,6	0,5	0,4
14	10	25	15	8	$16(t+2)$	60	–	0,8	0,6	0,7
15	8	18	20	10	$6(t+2)$	30	90	1,2	0,6	1,0
16	8	18	12	12	$5(3+t^2)$	90	60	0,8	0,6	0,7
17	5	20	10	10	$2t^2+20$	60	–	0,9	0,6	0,8
18	20	15	20	15	$3(t+4)$	60	30	0,8	0,4	0,7
19	8	20	12	10	$4(3+t)$	45	45	1,2	0,4	0,8
20	12	20	10	6	$6(3t+4)$	45	–	1,0	0,6	0,9
21	15	25	12	12	$6+t^2$	60	60	0,6	0,3	0,5
22	20	22	18	15	$2(2t+9)$	45	45	0,8	0,4	0,6
23	8	24	12	8	$7(3t^2+2)$	30	45	0,8	0,5	0,6
24	12	20	18	10	$6(t+4)$	90	–	0,5	0,3	0,4
25	5	20	12	12	$9(2+t^2)$	60	30	1,4	0,7	1,2
26	10	12	10	8	$6(2+t)$	30	45	1,2	0,8	0,9
27	6	18	16	14	$8(2t^2+3)$	30	–	0,8	0,2	0,6
28	10	20	20	20	$3(t^2+3)$	45	30	0,6	0,3	0,5
29	10	18	8	12	$5(4+t+ t^2)$	30	60	1,2	0,8	0,9
30	8	18	10	15	$8(t^2+5)$	60	–	1,0	0,8	0,9

Пример выполнения задания Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики

Механическая система состоит из груза 1, движущегося поступательно, ступенчатого диска 2 (каток), катящегося по неподвижной поверхности цилин-

дрической ступенькой, и однородного диска 3 (блок), вращающегося вокруг неподвижной оси, проходящей через центр масс блока (рис. 6.6). Качение катка 2 без проскальзывания, скольжение груза 1 – без трения. Движение системы происходит под действием сил тяжести, силы $\vec{F}$, приложенной к грузу 1 и пары сил с моментом M, приложенной к диску 3.

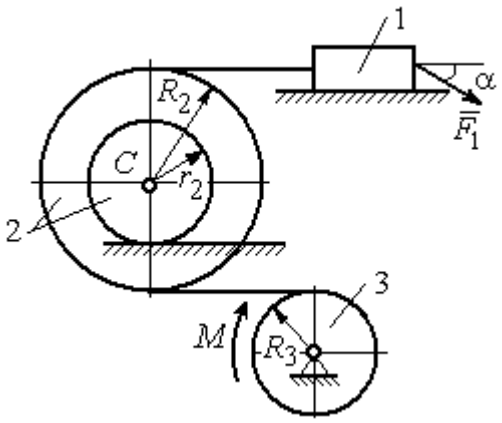


Рис. 6.6. Схема движения механической системы

Найти уравнение движения центра масс катка 2 если движение системы началось из состояния покоя. Определить реакцию шарнира диска 3 в момент t = 1 с, если: P_1 = 10 Н; $P_2 = 20$ Н; $P_3 =$ 15 Н; $F = 5(t+1)$ Н; $M = 6(1+2t)$ Н·м; R_2 = 0,8 м; r_2 = 0,2 м; R_3 = 0,4 м; i_{2C} = 0,6 м.

Решение

В рассматриваемой механической системе активными силами являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, сила $\vec{F}$ и пара сил с моментом M (рис. 6.7). Связи идеальные, так как скольжение груза 1 происходит по гладкой поверхности без трения, качение диска 2 без проскальзывания, а ось вращения блока 3 неподвижна.

Предположим, направление движения в системе задаёт пара сил с моментом M, приложенная к блоку 3. Обозначим ω_3, ε_3 – угловая скорость и угловое ускорение блока 3, V_C, a_C – скорость и ускорение центра масс катка 2, V_1, a_1 – скорость и ускорение груза 1. Направления векторов скоростей и ускорений точек и угловых скоростей и ускорений тел в соответствии с выбранным направлением движения системы показаны на рис. 6.7.

Общее уравнение динамики имеет вид:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0 .$$

Присоединим к телам системы силы инерции. Груз 1 движется поступательно. Главный вектор сил инерции груза 1 $\vec{R}_1^{\text{и}}$ приложен в центре масс груза и направлен в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_1$ груза 1. Модуль главного вектора сил инерции груза 1 $R_1^{\text{и}} = m_1 a_1$, где m_1 – масса груза 1; a_1 – величина ускорения груза 1.

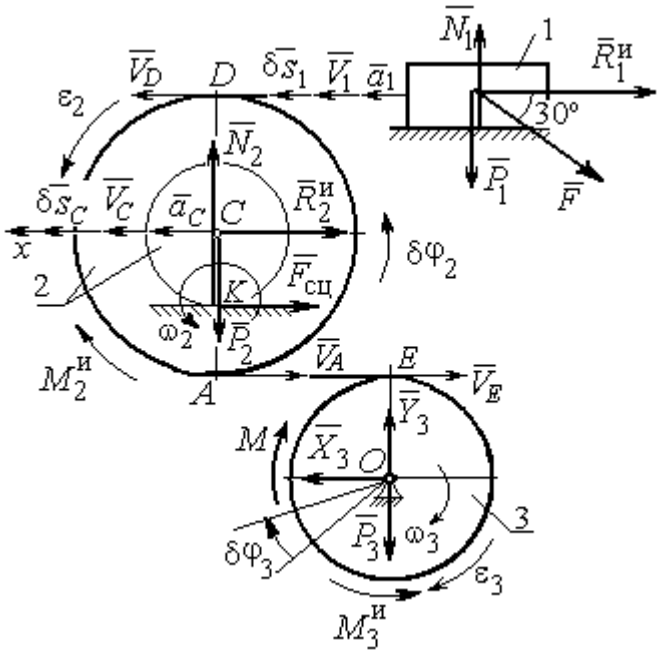


Рис. 6.7. Расчётная схема исследования движения механической системы

Система сил инерции катка 2, приводятся к силе, равной главному вектору сил инерции $\vec{R}_2^{\text{и}}$, приложенному в центре масс катка 2, и паре сил с моментом, равным главному моменту сил инерции $\vec{M}_2^{\text{и}}$ относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения. Главный вектор сил инерции направлен в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_C$, и составляет $R_2^{\text{и}} = m_2 a_C$, где m_2 – масса катка 2; a_C – величина ускорения центра масс. Главный момент сил инерции: $M_2^{\text{и}} = J_{2C}\varepsilon_2$, где J_{2C} – момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения; ε_2 – угловое ускорение катка 2. Направлен главный момент сил инерции $M_2^{\text{и}}$ в сторону, противоположную угловому ускорению ε_2.

Главный вектор сил инерции, приложенных к блоку 3 и приведённых к центру масс блока, равен нулю, так как блок вращается вокруг неподвижной оси, проходящей через центр масс, и ускорение центра масс блока равно нулю. В результате силы инерции блока 3 приводятся к паре сил, момент которой ра-

вен главному моменту сил инерции $\vec{M}_3^{\text{и}}$ относительно оси вращения. Главный момент сил инерции блока 3 равен по величине $M_3^{\text{и}} = J_{3O}\varepsilon_3$, где J_{3O} – момент инерции блока 3 относительно оси вращения; ε_3 – угловое ускорение блока 3, и направлен в сторону, противоположную угловому ускорению ε_3. Главные векторы и главные моменты сил инерции показаны на рис. 6.8.

Определим кинематические соотношения между скоростями точек системы и выразим их через скорость V_C центра масс катка 2. Каток 2 катится по неподвижной поверхности без скольжения. Мгновенный центр скоростей катка находится в точке *K* касания катка с поверхностью (см. рис. 6.7). Угловая скорость катка 2 $\omega_2 = \dfrac{V_C}{CK} = \dfrac{V_C}{r_2}$. Скорость точки *A* катка 2: $V_A = \omega_2 \cdot AK = \omega_2(R_2 - r_2) = V_C \dfrac{R_2 - r_2}{r_2}$. Скорость точки *E* блока 3 равна скорости точки *A* катка 2, $V_E = V_A$. Тогда угловая скорость блока 3:

$$\omega_3 = \frac{V_E}{R_3} = \frac{V_A}{R_3} = V_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Скорость груза 1 равна скорости точки *D* катка 2:

$$V_1 = V_D = \omega_2 \cdot DK = \omega_2(R_2 + r_2) = V_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}.$$

Соотношения между ускорениями определяются путем дифференцирования установленных кинематических равенств:

$$a_1 = a_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}, \quad \varepsilon_2 = \frac{a_C}{r_2}, \quad \varepsilon_3 = a_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Для того чтобы найти соотношения между перемещениями, выразим кинематические равенства между скоростями в дифференциальном виде и, полагая, что действительное перемещение является возможным, т. е. $ds = \delta s$, $d\varphi = \delta\varphi$, получим соотношения между возможными перемещениями:

$$\delta s_1 = \delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}, \ \ \delta\varphi_2 = \frac{\delta s_C}{r_2}, \ \ \delta\varphi_3 = \delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Сообщим системе возможное перемещение, совпадающее с действительным. Элементарная работа реакций связи на любом возможном перемещении системы равна нулю, так как связи в системе идеальные.

Найдем элементарные работы активных сил и выразим их через перемещение центра масс катка 2. Прежде заметим, что элементарные работы сил тяжести груза 1 и катка 2 равны нулю, так как направления перемещений точек приложения этих сил перпендикулярны векторам сил:

$$\delta A(\vec{P}_1) = P_1 \delta s_1 \cos 90^\circ = 0, \ \delta A(\vec{P}_2) = P_2 \delta s_C \cos 90^\circ = 0.$$

Элементарная работа силы тяжести блока 3 равна нулю, так как точка приложения силы тяжести блока 3 не перемещается: $\delta A(\vec{P}_3) = 0$.

Элементарная работа пары сил с моментом M, приложенных к блоку 3:

$$\delta A(\vec{M}) = M\delta\varphi_3 = M\delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Элементарная работа силы $\vec{F}$:

$$\delta A(\vec{F}) = F\delta s_1 \cos 150^\circ = -F\delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2} \cos 30^\circ.$$

Сумма элементарных работ всех активных сил:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = \delta A(\vec{M}) + \delta A(\vec{F}) = M\delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2} - F\delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2} \cos 30^\circ =$$

$$= \left[6(1 + 2t)\left(\frac{0{,}8 - 0{,}2}{0{,}4 \cdot 0{,}2} \right) - 5(t + 1)\left(\frac{0{,}8 + 0{,}2}{0{,}2} \right) 0{,}866 \right] \delta s_C = (23{,}35 + 68{,}35t)\delta s_C.$$

Определим модули главных векторов и главных моментов сил инерции в зависимости от ускорения a_C центра масс катка 2:

$$R_1^{\text{и}} = m_1 a_1 = \frac{P_1}{g} a_1 = \frac{P_1 (R_2 + r_2)}{g r_2} a_C, \quad R_2^{\text{и}} = m_2 a_C = \frac{P_2 a_C}{g},$$

$$M_2^{\text{и}} = J_{2C}\varepsilon_2 = m_2 i_{2C}^2 \varepsilon_2 = \frac{P_2}{g} i_{2C}^2 \frac{a_C}{r_2},$$

$$M_3^{\text{и}} = J_{3O}\varepsilon_3 = \frac{m_3 R_3^2}{2}\varepsilon_3 = \frac{P_3 R_3^2}{2g}\frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}a_C = \frac{P_3 R_3 (R_2 - r_2)}{2g r_2}a_C,$$

где J_{2C} – момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, $J_{2C} = m_2 i_{2C}^2$; i_{2C} – радиус инерции катка 2; J_{3O} – момент инерции блока 3 относительно оси вращения, проходящей через его центр масс, $J_{3O} = \frac{m_3 R_3^2}{2}$.

Найдем элементарные работы сил инерции на возможном перемещении системы и выразим их в зависимости от перемещения δs_C центра масс катка 2:

$$\delta A(\vec{R}_1^{\text{и}}) = R_1^{\text{и}}\delta s_1 \cos 180^\circ = -\frac{P_1 (R_2 + r_2)^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{R}_2^{\text{и}}) = R_2^{\text{и}}\delta s_C \cos 180^\circ = -\frac{P_2 a_C}{g}\delta s_C,\ \delta A(\vec{M}_2^{\text{и}}) = -M_2^{\text{и}}\delta\varphi_2 = -\frac{P_2 i_2^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{M}_3^{\text{и}}) = -M_3^{\text{и}}\delta\varphi_3 = -\frac{P_3 (R_2 - r_2)^2 a_C}{2 g r_2^2}\delta s_C.$$

Сумма элементарных работ сил инерции:

$$\sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = -\frac{P_1 (R_2 + r_2)^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C - \frac{P_2 a_C}{g}\delta s_C - \frac{P_2 i_2^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C - \frac{P_3 (R_2 - r_2)^2 a_C}{2 g r_2^2}\delta s_C =$$

$$= -\frac{a_C \delta s_C}{g}\left[\frac{10(0{,}8 + 0{,}2)^2}{0{,}2^2} + 20 + \frac{20 \cdot 0{,}6^2}{0{,}2^2} + \frac{15(0{,}8 - 0{,}2)^2}{2 \cdot 0{,}2^2}\right] = -52{,}75\, a_C \delta s_C,$$

где $g = 9{,}81$ м/с^2.

С учетом проделанных вычислений общее уравнение динамики принимает вид:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = (23{,}35 + 68{,}35t)\delta s_C - 52{,}75\, a_C \delta s_C = 0,$$

откуда ускорение центра масс катка 2:

$$a_C = 0{,}44 + 1{,}29t.$$

Выберем ось x по направлению движения центра масс катка 2 (см. рис. 6.7). Проектируя вектор $\vec{a}_C$ ускорения точки C на ось x, получим дифференциальное уравнение $a_C = \ddot{x}_C = 0{,}44 + 1{,}29t$. Интегрируя дважды это уравнение, найдём закон движения: $x_C = 0{,}44\dfrac{t^2}{2} + 1{,}29\dfrac{t^3}{6} + C_1 t + C_2$. Подставляя сюда начальные условия: $t = 0$, $V_C = 0$, $x_C = 0$, найдём константы интегрирования: $C_1 = C_2 = 0$. Окончательно уравнение движения центра масс диска 2 представим в виде:

$$x_C = 0{,}22t^2 + 0{,}21t^3.$$

Рассмотрим вращательное движение блока 3, освободив его от связей. На блок действуют сила тяжести $\vec{P}_3$, реакция подшипника, разложенная на составляющие $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$, пара сил с моментом M и реакция нити $\vec{H}_3$ (см. рис. 6.8). Реакция нити, равная силе натяжения нити, приложена к блоку 3, направлена вдоль нити, связывающей каток 2 и блок 3. Присоединим к блоку 3 силы инерции. Направления сил, моментов пар сил и главного момента сил инерции, действующих на блок 3, показаны на рис. 6.8.

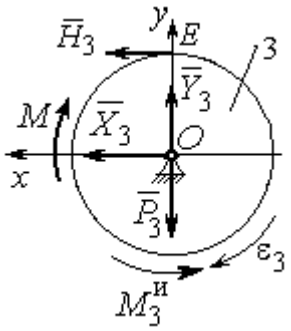


Рис. 6.8. Расчётная схема определения натяжения нити и реакции шарнира блока 3

По принципу Даламбера система сил, приложенных к блоку 3, включая силы инерции, находится в равновесии. Составим уравнение равновесия в виде равенства нулю суммарного момента всех сил (включая силы инерции) относительно оси вращения. Получим $M - H_3 R_3 - M_3^{и} = 0$, где $M_3^{и} = J_{3O}\varepsilon_3 = \dfrac{P_3 R_3 (R_2 - r_2) a_C}{2 g r_2}$. Из уравнения находим величину натяжения нити:

$$H_3 = \frac{M}{R_3} - \frac{P_3 (R_2 - r_2) a_C}{2 g r_2} = \frac{6(1 + 2t)}{R_3} - \frac{P_3 (R_2 - r_2)}{2 g r_2}(0{,}44 + 1{,}29t) = 13{,}99 + 27{,}04t.$$

В момент времени $t = 1$ с натяжение нити: $H_3 = 41{,}04$ Н.

Так как главный вектор сил инерции блока 3 равен нулю, то составленные по принципу Даламбера уравнения равновесия блока 3 в виде проекций сил на вертикальную и горизонтальную оси содержат только внешние силы. Имеем: $X_3 + H_3 = 0$, $Y_3 - P_3 = 0$ (см. рис. 6.8). Отсюда находим составляющие реакции шарнира блока 3 в момент времени t = 1 с: $X_3 = -H_3$= – 41,04 Н, $Y_3 = P_3$= 15 Н. Отрицательное значение горизонтальной составляющей реакции шарнира X_3 означает её противоположное направление.

Полная реакция шарнира $R_3 = \sqrt{X_3^2 + Y_3^2}$ = 43,69 Н.

6.3. Уравнения Лагранжа II рода

Обобщенными координатами механической системы называется совокупность любых s независимых параметров $q_1, q_2, \ldots, q_S$, однозначно определяющих положение системы в любой момент времени.

Если системе сообщить возможное перемещение, при котором все обобщенные координаты изменяются на элементарные (бесконечно малые) величины $\delta q_1, \delta q_2, \ldots, \delta q_S$, называемые вариациями обобщенных координат, то все действующие активные силы совершат элементарную работу, которая может быть представлена в виде $\delta A = Q_1 \cdot \delta q_1 + Q_2 \cdot \delta q_2 + \ldots + Q_s \cdot \delta q_S$. Величина Q_k, равная коэффициенту при вариации δq_k обобщенной координаты, называется **обобщенной силой**, соответствующей данной обобщенной координате. Расчет обобщенных сил осуществляется путем последовательного придания системе возможных перемещений, при которых варьируется только одна из обобщенных координат, а вариации остальных координат равны нулю.

Для материальной системы с идеальными связями дифференциальные уравнения движения в обобщенных координатах – **уравнения Лагранжа II рода** – имеют вид:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} = Q_k, \quad k = 1, 2, \ldots, s,$$

где T – кинетическая энергия системы; $q_1, q_2, \ldots, q_S$ – обобщенные координаты; $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \ldots, \dot{q}_S$ – обобщенные скорости; s – число степеней свободы системы.

6.4. Задание Д7. Исследование механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа

Механическая система состоит из трёх тел – бруса 1, блока 2, катка 3 и невесомой пружины жесткостью c. Брус 1, соединяющий каток 3 с блоком 2, расположен параллельно линии качения катка 3. Радиусы ступеней ступенчатого диска и радиус однородного диска указаны на схеме.

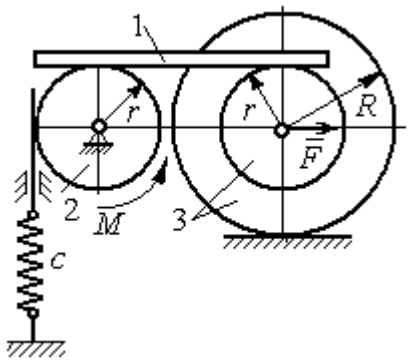
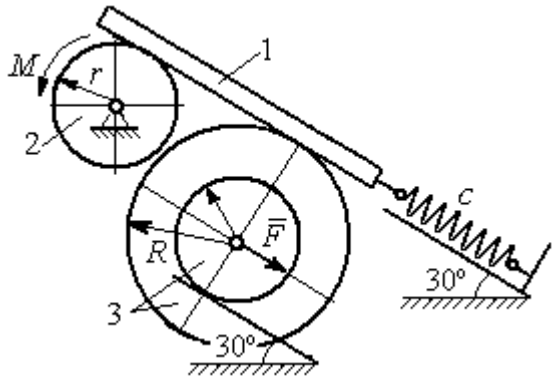
Качение катка 3 происходит без проскальзывания. Скольжение между брусом и дисками отсутствует. В задачах, где пружина соединяется с блоком 2, передача движения блоку 2 производится посредством невесомого стержня без скольжения.

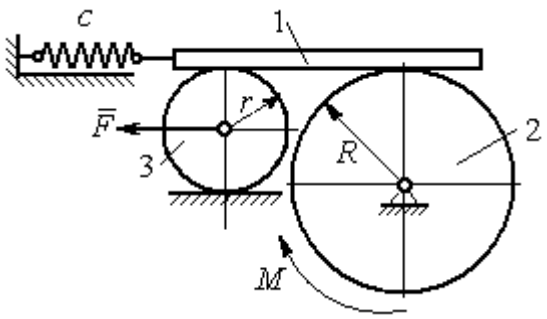
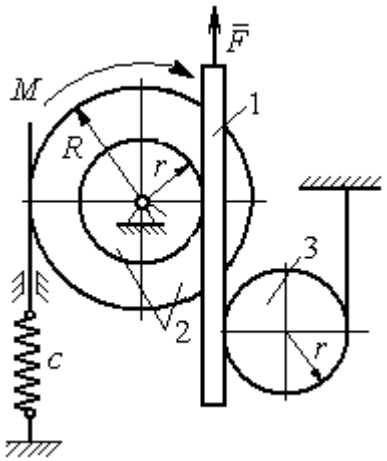
Радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен i_z.

Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом M.

Определить закон движения бруса 1 и закон угловых колебаний блока 2, если в начальный момент пружина находилась в нерастянутом состоянии, а блоку 2 придали угловую скорость ω_{20}, направленную в сторону заданного момента пары сил.

Варианты заданий даны на рис. 6.9, 6.10. Варианты исходных данных в табл. 6.2. Отрицательные значения величин F или M в табл. 6.2 означают, что при заданных модулях силы или момента направление вектора силы $\vec{F}$ или момента M на схеме следует изменить на противоположные.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
	

Варианты № 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24
	

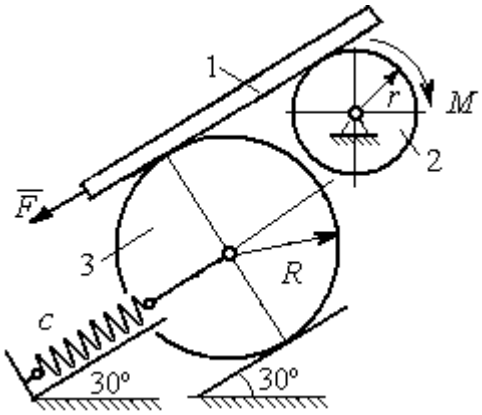
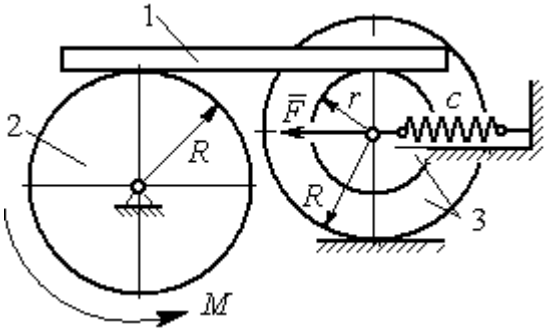
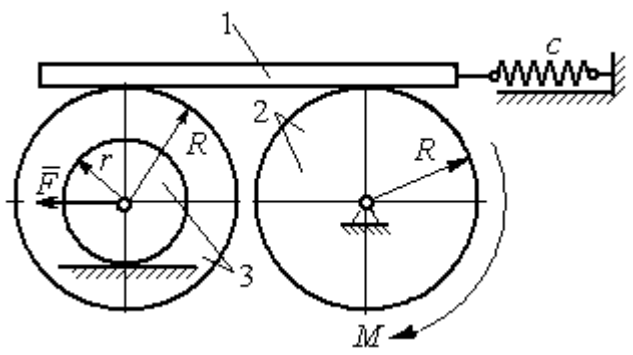
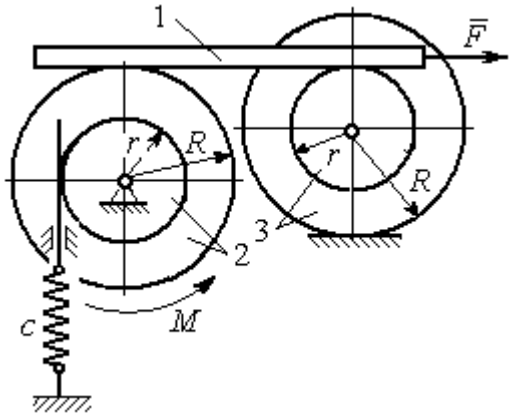
Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
	

Рис. 6.9. Задание Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы. Номера вариантов задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	

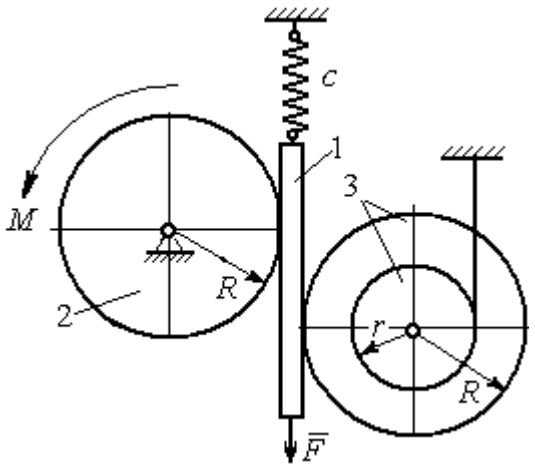
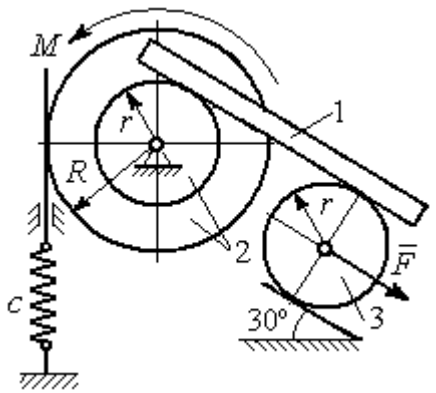
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	

Рис. 6.10. Задание Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы. Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 6.2

Исходные данные задания Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	P_3, Н	F, Н	M, Н·м	c, Н/м	ω_{20}, рад/с	R, м	r, м	i_z, м
1	8	12	18	15	3	50	0,3	0,6	0,3	0,4
2	10	8	15	12	5	55	0,4	0,8	0,5	0,6
3	5	18	10	8	4	60	0,2	0,5	0,3	–
4	5	20	12	10	6	70	0,5	0,6	0,5	0,6
5	5	8	16	8	8	65	0,2	0,6	0,3	–

Окончание табл. 6.2

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	P_3, Н	F, Н	M, Н·м	c, Н/м	ω_{20}, рад/с	R, м	r, м	i_z, м
6	8	10	14	6	2	50	0,1	1,0	0,6	0,8
7	10	12	15	12	3	65	0,2	0,8	0,6	0,7
8	12	15	15	6	2	50	0,3	1,2	0,6	0,8
9	5	20	12	8	4	75	0,1	0,6	0,4	0,5
10	6	25	8	5	12	60	0,4	1,0	0,8	0,9
11	4	10	12	–10	–2	60	0,2	0,8	0,4	0,6
12	5	8	15	–8	3	50	0,5	1,0	0,5	0,7
13	6	15	8	–12	–4	65	0,4	0,6	0,5	–
14	10	25	10	6	10	55	0,1	0,8	0,6	0,7
15	8	6	20	–10	2	70	0,2	1,2	0,6	–
16	10	12	12	–5	6	60	0,3	0,8	0,6	0,7
17	12	16	12	–6	–2	55	0,4	0,9	0,6	0,8
18	10	20	20	10	4	60	0,1	0,8	0,4	0,7
19	8	20	12	–10	6	65	0,2	1,2	0,4	0,8
20	12	20	10	–3	6	50	0,24	1,0	0,6	0,9
21	5	12	15	12	–3	55	0,3	0,6	0,5	0,55
22	10	15	18	6	–2	65	0,1	0,8	0,4	0,6
23	8	20	12	–8	2	45	0,2	0,8	0,6	–
24	12	20	18	–4	–8	70	0,4	0,5	0,3	0,4
25	6	10	15	–6	–2	60	0,1	1,4	0,7	–
26	8	12	10	10	–3	65	0,2	1,2	0,8	0,9
27	6	18	16	5	–3	70	0,2	0,8	0,2	0,6
28	8	12	12	–6	2	65	0,3	0,6	0,3	0,5
29	10	18	20	–10	4	60	0,2	1,2	0,8	0,9
30	8	18	10	8	6	75	0,1	1,0	0,8	0,9

Пример выполнения задания Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа

Механическая система состоит из трёх тел – бруса 1, блока 2, катка 3 и невесомой пружины жесткостью c. Брус, соединяющий каток 3 с блоком 2, расположен параллельно линии качения катка 3 (рис. 6.11). Радиусы ступеней ступенчатого диска R и r, радиус однородного диска r. Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом M. Движение катка 3 по неподвижной поверхности происходит без проскальзывания. Скольжение между брусом и дисками отсутствует.

Передача движения от пружины блоку 2 производится посредством невесомого вертикального стержня без скольжения. Радиус инерции блока 2 относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, i_z.

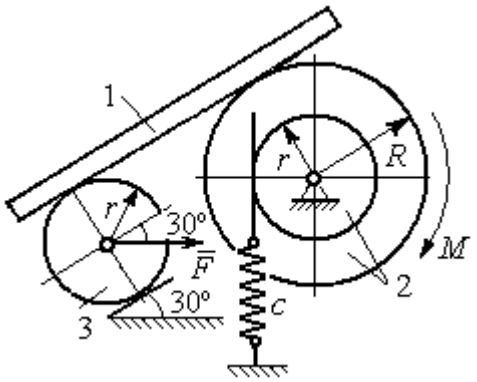


Рис. 6.11. Механическая система с одной степенью свободы

Исходные данные задачи: $P_1 = P$ Н, $P_2 = 2P$ Н, $P_3 = P$ Н, $F = 2P$ Н, $M = Pr$ Н·м, $R = 1{,}5r$ м, $i_z = r\sqrt{2}$ м, $c = P/r$ Н/м.

Определить законы движения блока 2 и бруса 1 при $P = 10$ Н, $r = 0{,}2$ м, если в начальный момент пружина находилась в нерастянутом состоянии, а блоку 2 придали угловую скорость $\omega_0 = 0{,}5$ рад/с, направленную в сторону заданного момента пары сил.

Решение

Рассматриваемая механическая система (рис. 6.11) имеет одну степень свободы, так как в системе не допускается независимое друг от друга движение тел. В качестве обобщённой координаты q выберем перемещение x верхнего края пружины, отсчитываемого от уровня, при котором пружина длиной l_0 находилась в нерастянутом состоянии (рис. 6.12). Обобщённая скорость $\dot{q} = \dot{x}$.

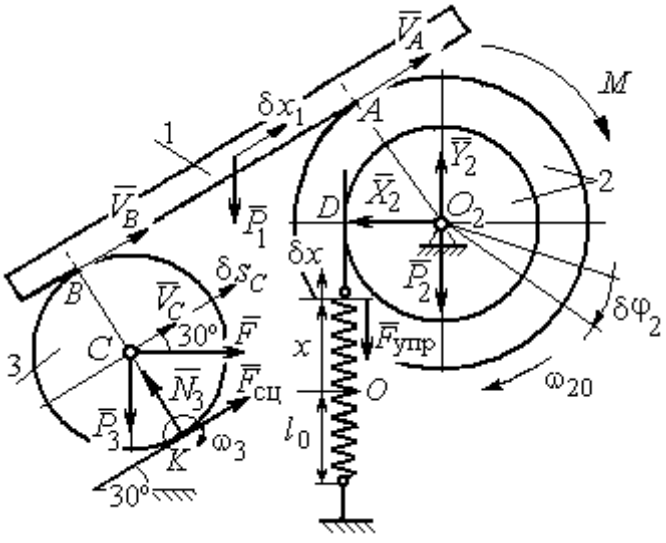


Рис. 6.12. Расчётная схема колебаний механической системы с одной степенью свободы

Уравнение Лагранжа II рода, описывающее движение системы с одной степенью свободы, имеет вид $\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) - \dfrac{\partial T}{\partial x} = Q_x$, где T –

кинетическая энергия системы, Q_x – обобщенная сила, соответствующая обобщенной координате *x*.

Вычислим кинетическую энергию системы как сумму кинетических энергий бруса, блока и катка: $T = T_1 + T_2 + T_3$. Кинетическая энергия поступательного движения бруса 1: $T_1 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2$, где m_1, V_1 – масса и скорость бруса. Энергия вращательного движения блока 2: $T_2 = \frac{1}{2} J_{2z} \omega_2^2$, где ω_2 – угловая скорость блока, J_{2z} – момент инерции блока 2 относительно оси *z*, $J_{2z} = m_2 i_z^2$.

Каток 3 совершает плоскопараллельное движение. Его кинетическая энергия $T_3 = \frac{1}{2} m_3 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_3^2$, где V_C – скорость центра масс катка 3; J_{zC} – момент инерции катка относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, $J_{zC} = \frac{1}{2} m_3 r^2$; *r* – радиус катка; ω_3 – угловая скорость катка.

Выразим скорость V_1 бруса 1, угловые скорости ω_2, ω_3 блока 2 и катка 3, а также скорость V_C центра масс катка 3 через обобщённую скорость $\dot{x}$.

Заметим, что скорость точки *D* блока 2 равна скорости верхнего края пружины $V_D = \dot{x}$. Угловая скорость блока 2 $\omega_2 = \frac{V_D}{r} = \frac{\dot{x}}{r}$. Скорость бруса 1 равна скорости точки *A* блока 2 и вычисляется по формуле $V_1 = V_A = \omega_2 R = \frac{\dot{x} R}{r}$. Так как брус совершает поступательное движение, то $V_B = V_1$. Угловая скорость катка 3 $\omega_3 = \frac{V_B}{2r} = \frac{V_1}{2r} = \frac{\dot{x} R}{2r^2}$. Здесь при определении угловой скорости катка 3 учтено, что точка *K* касания катка 3 с неподвижной поверхностью является мгновенным центром скоростей катка. Скорость центра катка 3 $V_C = \frac{V_B}{2} = \frac{\dot{x} R}{2r}$.

Подставляя исходные данные задачи с учётом найденных кинематических соотношений, получим кинетическую энергию тел системы

$$T_1=\frac{1}{2}m_1V_1^2=\frac{P}{2g}\left(\frac{\dot{x}R}{r}\right)^2=1{,}125\frac{P}{g}\dot{x}^2,\ \ T_2=\frac{1}{2}J_{2z}\omega_2^2=\ \frac{1}{2}\cdot\frac{2P}{g}\left(r\sqrt{2}\right)^2\left(\frac{\dot{x}}{r}\right)^2=2\frac{P}{g}\dot{x}^2,$$

$$T_3=\frac{1}{2}m_3V_C^2+\frac{1}{2}J_{zC}\omega_3^2=\frac{1}{2}\frac{P}{g}\left(\frac{\dot{x}R}{2r}\right)^2+\frac{1}{2}\frac{Pr^2}{2g}\left(\frac{\dot{x}R}{2r^2}\right)^2=0{,}422\frac{P}{g}\dot{x}^2.$$

Тогда полная кинетическая энергия системы:

$$T=T_1+T_2+T_3=3{,}547\frac{P}{g}\dot{x}^2.$$

Произвольное положение системы определяется обобщённой координатой *x*, показывающей растяжение пружины. Дадим пружине, находящейся в произвольном положении, возможное (бесконечно малое) перемещение δx в положительном направлении оси *x* (см. рис. 6.12). При этом блок 2 повернётся на угол $\delta\varphi_2$: $\delta\varphi_2=\frac{\delta x}{r}$, брус 1 переместится на расстояние δx_1: $\delta x_1=\frac{\delta xR}{r}$, центр масс катка 3 сдвинется на расстояние δS_C: $\delta S_C=\frac{\delta xR}{2r}$. Все перемещения получены из установленных ранее кинематических соотношений и показаны на рис. 6.12.

При заданном возможном перемещении системы работу совершают силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_3$ бруса 1 и катка 3, пара сил с моментом *M*, сила $\vec{F}$ и сила упругости пружины (см. рис. 6.12). Элементарная работа вращающего момента *M*, приложенного к блоку 2, будет $\delta A(M)=M\delta\varphi_2=M\frac{\delta x}{r}$. Работа силы тяжести бруса 1 определяется равенством $\delta A(P_1)=P_1\delta x_1\cos120^\circ=-P_1\delta x_1\cos60^\circ=-\frac{P_1\delta xR}{2r}$. Работы силы тяжести катка 3 и силы *F*: $\delta A(P_3)=P_3\delta s_C\cos120^\circ=-P_3\frac{\delta xR}{4r}$, $\delta A(F)=F\frac{\delta xR}{2r}\cos30^\circ$. Модуль силы упругости пружины, растянутой из неде-

формированного положения на расстояние x: $F_{\text{упр}} = cx$. Сила $\vec{F}_{\text{упр}}$ упругости направлена в сторону, противоположную растяжению (см. рис. 6.12). Работа силы упругости при перемещении вдоль линии действия на расстояние δx вычисляется по формуле $\delta A(\vec{F}_{\text{упр}}) = F_{\text{упр}}\delta x\cos 180^\circ = -cx\delta x$.

Сумма работ сил на рассматриваемом возможном перемещении системы с учётом данных задачи составляет

$$\delta A = \delta A(M) + \delta A(P_1) + \delta A(P_3) + \delta A(F) + \delta A(F_{\text{упр}}) =$$

$$= M\frac{\delta x}{r} - \frac{P_1\delta xR}{2r} - P_3\frac{\delta xR}{4r} + F\frac{\delta xR}{2r}\cos 30^\circ - cx\delta x = P(1{,}174 - 5x)\delta x,$$

откуда обобщённая сила $Q_x = P(1{,}174 - 5x)$.

Составим уравнения Лагранжа. Вычислим частные производные от кинетической энергии по обобщенной скорости $\dot{x}$ и координате x: $\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = 7{,}094\frac{P}{g}\dot{x}$, $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$. Определим полную производную по времени: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) = 7{,}094\frac{P}{g}\ddot{x}$. Результаты расчетов подставим в уравнения Лагранжа II рода и получим дифференциальное уравнение колебаний верхнего края пружины:

$$7{,}094\frac{P}{g}\ddot{x} = P(1{,}174 - 5x), \text{ или при } g = 9{,}81 \text{ м/с}^2,\ \ddot{x} + 6{,}91x = 1{,}62.$$

Решение дифференциального уравнения представляется в виде суммы общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного: $x = x_{\text{одн}} + x_{\text{частн}}$. Общее решение однородного уравнения имеет вид $x_{\text{одн}} = C_1\sin kt + C_2\cos kt$, где C_1, C_2 – произвольные постоянные; k – круговая частота собственных колебаний пружины, $k = \sqrt{6{,}91} = 2{,}63$ рад/с. Частное решение неоднородного уравнения ищется в виде константы $x_{\text{частн}} = b$. Подставив его в уравнение колебаний, получим $b = 0{,}23$. Таким образом, общее решение неоднородного уравнения имеет вид $x(t) = C_1\sin 2{,}63t + C_2\cos 2{,}63t + 0{,}23$.

Произвольные постоянные C_1, C_2 находятся из начальных условий. По условию задачи в начальный момент пружина была в нерастянутом состоянии. Тогда начальная координата пружины (её верхнего края) $x(0) = 0$. Скорость верхнего края пружины в начальный момент времени $\dot{x}(0)$ равна начальной скорости $V_D(0)$ точки *D* блока 2. Поскольку в начальный момент времени блоку 2 сообщили угловую скорость ω_{20}, то $\dot{x}(0) = V_D(0) = \omega_{20} r = 0{,}1$ м/с.

Подставляя значение начальной координаты в общее решение неоднородного уравнения при $t = 0$, получим $C_2 = -0{,}23$.

Вычисляем скорость движения пружины, взяв производную: $\dot{x}(t) = 2{,}63C_1 \cos 2{,}63t - 2{,}63C_2 \sin 2{,}63t$. Подставляя начальное значение скорости, получим $C_1 = 0{,}038$. Окончательно уравнение движения верхнего края пружин: $x(t) = 0{,}038 \sin 2{,}63t - 0{,}23 \cos 2{,}63t + 0{,}23$ м.

Уравнения колебательных движений бруса 1 и блока 2 найдём из ранее полученных кинематических соотношений:

$$x_1 = \frac{xR}{r} = 1{,}5\, x(t) = 0{,}057 \sin 2{,}63t - 0{,}34 \cos 2{,}63t + 0{,}34 \text{ м};$$

$$\varphi_2 = \frac{x}{r} = 5\, x(t) = 0{,}19 \sin 2{,}63t - 1{,}15 \cos 2{,}63t + 1{,}15 \text{ рад}.$$

Амплитуда колебаний бруса $A = \sqrt{0{,}057^2 + 0{,}34^2} = 0{,}35$ м.

6.5. Задание Д8. Исследование механической системы с двумя степенями свободы

Механическая система, состоящая из четырёх тел, из состояния покоя движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, $\vec{P}_4$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом *M*. Качение тел во всех случаях происходит без проскальзывания, скольжение грузов по поверхностям – без трения. Радиусы дисков одинаковы и равны *R*. Найти уравнения движения системы в обоб-

щённых координатах. Варианты заданий и рекомендуемые обобщённые координаты даны на рис. 6.13, 6.14, варианты исходных данных – в табл. 6.3.

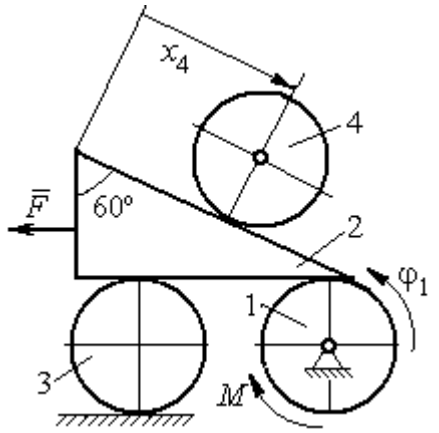
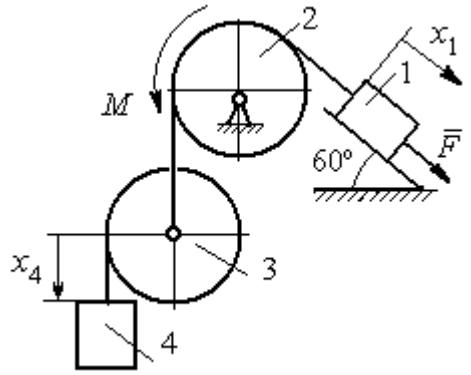
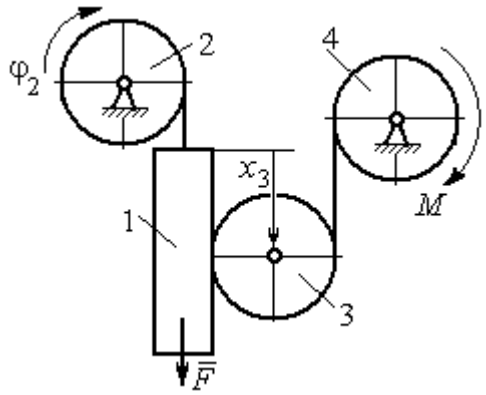
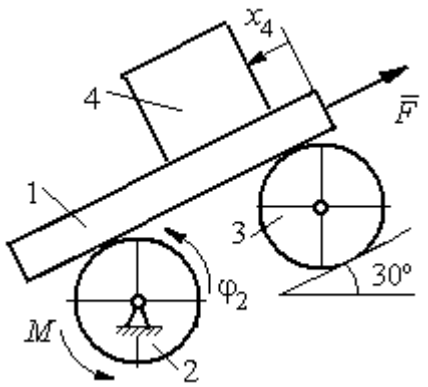
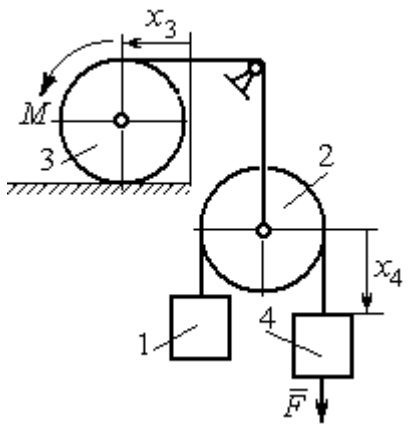
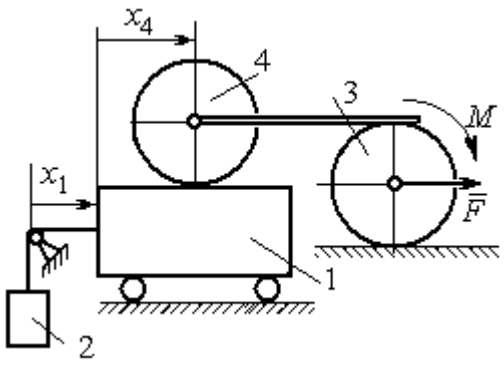
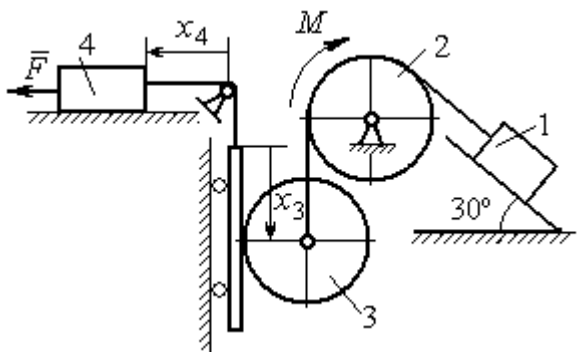
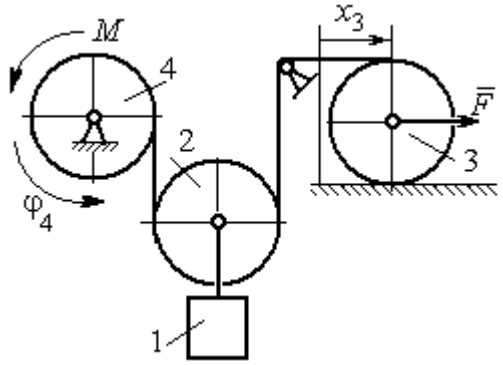
Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**
	
Варианты № 3, 13, 23	**Варианты № 4, 14, 24**
	
Варианты № 5, 15, 25	**Варианты № 6, 16, 26**
	

Рис. 6.13. Задание Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы. Номера вариантов задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

Окончание вариантов задания Д8

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	

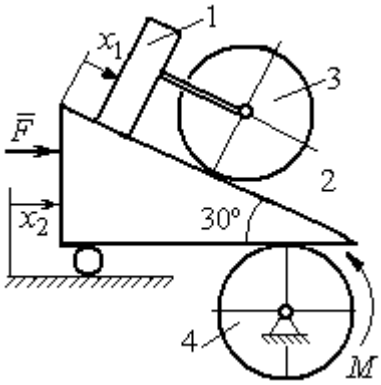
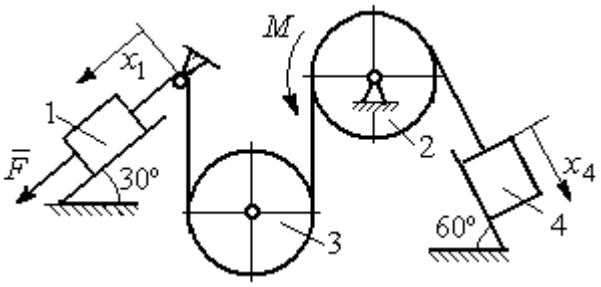
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	

Рис. 6.14. Задание Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы. Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 6.3

Исходные данные задания Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы

Номер варианта задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
P_1, Н	P	$2P$	P	$1{,}5P$	P	$3P$	P	$1{,}2P$	$3P$	P	$2P$	P	P	$2P$	P
P_2, Н	$3P$	$3P$	$4P$	$3P$	$2P$	P	$2P$	$3P$	P	$2P$	$3P$	$2P$	$3P$	$4P$	$3P$
P_3, Н	$2P$	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	$2P$	$3P$	P	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	$2P$	P	$2P$
P_4, Н	$2P$	P	P	$2P$	$3P$	$3P$	P	P	$2P$	P	P	P	$2P$	$2P$	$2P$
R, м	$2r$	$1{,}5r$	$2{,}5r$	$1{,}2r$	$2r$	r	$1{,}5r$	r	$2r$	r	$1{,}5r$	$1{,}2r$	$2r$	$2r$	$2r$
F, Н	P	$2P$	P	$3P$	P	P	$2P$	$4P$	P	$2P$	P	$2P$	$1{,}5P$	$4P$	$2P$
M, Н·м	$2Pr$	$3Pr$	$4Pr$	$3Pr$	$3Pr$	$4Pr$	$2Pr$	$2Pr$	$3Pr$	$2Pr$	$3Pr$	$4Pr$	$3Pr$	$3Pr$	$2Pr$

Окончание табл. 6.3

Номер варианта задания	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
P_1, Н	4P	1,5P	P	2P	P	P	1,5P	1,5P	2P	P	P	2P	1,2P	3P	1,2P
P_2, Н	2P	2P	2P	4P	3P	4P	3P	4P	3P	2P	2P	1,2P	2P	3P	2P
P_3, Н	2P	2P	3P	2P	2P	3P	2P	2P	P	2P	3P	2P	P	P	3P
P_4, Н	1,5P	2P	3P	P	2P	2P	2P	P	2P	3P	P	P	2P	P	2P
R, м	1,5r	r	1,5r	2r	r	1,2r	2r	1,5r	2r	r	1,5r	2r	r	1,2r	2r
F, Н	2P	2P	P	3P	4P	2P	3P	2P	3P	P	3P	1,5P	4P	2P	3P
M, Н·м	3Pr	2Pr	4Pr	Pr	4Pr	4Pr	2Pr	Pr	4Pr	2Pr	4Pr	2Pr	2Pr	3Pr	2Pr

Пример выполнения задания Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы

Платформа 3 лежит горизонтально на катке 5 и блоке 4 одинакового радиуса R (рис. 6.15). На платформу действует горизонтальная сила $\vec{F}$. К блоку 4, вращающемуся вокруг неподвижной оси, приложена пара сил с моментом M. Каток 5 катится по горизонтальной поверхности. К краю платформы одним концом прикреплена горизонтальная нить, а к другому концу, перекинутому через невесомый блок, прикреплён груз 6, движущийся вертикально. На платформе 3 установлен каток 2 радиуса R. К центру катка прикреплена нить, расположенная параллельно платформе и натянутая грузом 1, движущимся вертикально (см. рис. 6.15). Движение системы началось из состояния покоя. Качение тел без проскальзывания. Определить уравнения движения системы в обобщённых координатах, если $R = 2r$, веса тел $P_1 = P_6 = P$, $P_3 = 3P$, $P_4 = P_5 = P_2 = 2P$, $F = P$, $M = 3Pr$.

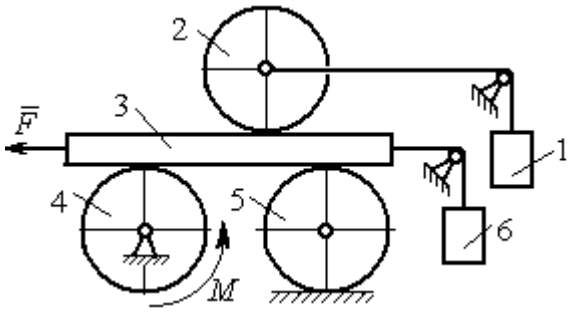


Рис. 6.15. Механическая система с двумя степенями свободы

Решение

Рассматриваемая механическая система, включающая катки 2, 5, платформу 3, блок 4 и грузы 1, 6, имеет две степени свободы, так как перемещение

катка 2 относительно платформы 3 не зависит от перемещения самой платформы. За обобщенные координаты выберем перемещение x_2 центра масс катка 2 относительно края платформы и перемещение x_3 платформы 3 относительно произвольной неподвижной вертикальной плоскости (рис. 6.16). Обобщенные скорости – скорость $\dot{x}_2$ центра масс катка 2 относительно края платформы и скорость платформы $\dot{x}_3$ относительно неподвижной вертикали. Уравнения Лагранжа II рода, описывающие движение системы:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2}\right)-\frac{\partial T}{\partial x_2}=Q_{x_2}, \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3}\right)-\frac{\partial T}{\partial x_3}=Q_{x_3},$$

где T – кинетическая энергия системы; Q_{x_2}, Q_{x_3} – обобщенные силы, соответствующие указанным обобщенным координатам.

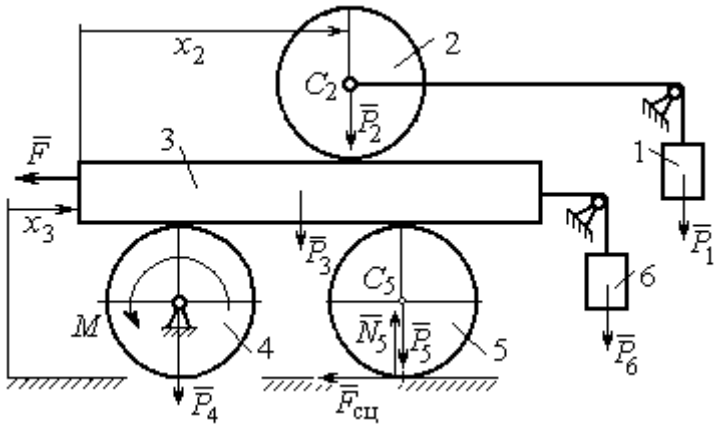


Рис. 6.16. Действующие силы
и обобщённые координаты механической системы

Вычислим кинетическую энергию системы как сумму кинетических энергий тел.

Платформа 3 совершает поступательное движение. Кинетическая энергия платформы $T_3=\frac{P_3}{2g}V_3^2$, где V_3 – скорость платформы, причём, в соответствии с выбором обобщённых координат и скоростей, $V_3=\dot{x}_3$.

Блок 4 вращается вокруг неподвижной оси. Энергия вращательного движения блока $T_4=\frac{1}{2}J_4\omega_4^2$, где J_4, ω_4 – осевой момент инерции блока 4 и его угловая скорость. Угловая скорость блока 4 $\omega_4=\frac{V_3}{R_4}=\frac{\dot{x}_3}{2r}$.

Каток 5 совершает плоскопараллельное движение, его кинетическая энергия вычисляется по формуле: $T_5 = \frac{1}{2}\frac{P_5}{g}V_{C_5}^2 + \frac{1}{2}J_5\omega_5^2$, где J_5 – момент инерции катка относительно оси вращения, проходящей через его центр масс; ω_5, V_{C_5} – угловая скорость и скорость центра масс катка 5. Для определения скорости центра масс катка 5 заметим, что точка касания катка с платформой имеет скорость, равную скорости платформы, а точка *K* касания катка с неподвижной горизонтальной поверхностью является его мгновенным центром скоростей. Следовательно, скорость центра катка равна половине скорости платформы: $V_{C_5} = \frac{1}{2}V_3 = \frac{1}{2}\dot{x}_3$. Угловая скорость катка 5 $\omega_5 = \frac{V_3}{2R_5} = \frac{\dot{x}_3}{4r}$ (рис. 6.17, *a*).

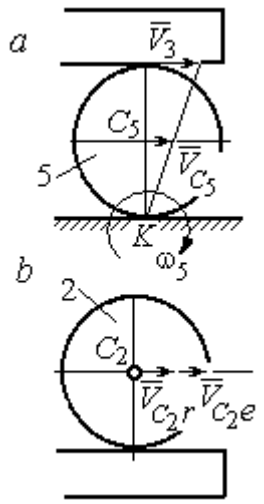


Рис. 6.17. Скорости центров катков 2 и 5

При расчёте кинетической энергии катка 2 необходимо учитывать, что каток совершает сложное движение. Качение катка по поверхности платформы является относительным движением, перемещение его вместе с платформой – переносным. Абсолютная скорость V_{C_2} центра масс катка 2 представляется в виде векторной суммы $\vec{V}_{C_2} = \vec{V}_{C_2r} + \vec{V}_{C_2e}$ (рис. 6.17, *b*), где $\vec{V}_{C_2e}$ – вектор переносной скорости катка, равный по модулю скорости платформы, $V_{C_2e} = V_3 = \dot{x}_3$; $\vec{V}_{C_2r}$ – вектор относительной скорости центра масс катка, равный по величине скорости центра масс катка 2 относительно края платформы, $V_{C_2r} = \dot{x}_2$. Модуль абсолютной скорости центра масс катка 2 равен сумме $V_{C_2} = V_{C_2r} + V_{C_2e} = \dot{x}_2 + \dot{x}_3$ (рис. 6.17, *b*).

Угловая скорость переносного движения катка 2 равна нулю, поскольку переносное движение катка – это поступательное движение платформы. В результате угловая скорость катка 2 равна его угловой скорости в относительном

движении: $\omega_2 = \dfrac{V_{C_2 r}}{R_2} = \dfrac{\dot{x}_2}{2r}$. Кинетическая энергия катка 2 рассчитывается по формуле: $T_2 = \dfrac{1}{2}\dfrac{P_2}{g}V_{C_2}^2 + \dfrac{1}{2}J_2\omega_2^2$, где J_2 – осевой момент инерции катка 2; ω_2 – угловая скорость катка; V_{C_2} – абсолютная скорость центра масс катка 2.

Движение грузов 1 и 6 поступательное, их кинетические энергии вычисляются по формулам: $T_1 = \dfrac{P_1}{2g}V_1^2$, $T_6 = \dfrac{P_6}{2g}V_6^2$. При этом скорость груза 1 равна абсолютной скорости центра катка 2: $V_1 = V_{C_2} = \dot{x}_2 + \dot{x}_3$, а скорость груза 6 равна скорости платформы: $V_6 = V_3 = \dot{x}_3$.

Выразим кинетическую энергию системы через обобщённые скорости. Кинетическая энергия:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 + T_6 =$$

$$= \frac{P_1}{2g}V_1^2 + \frac{1}{2}\frac{P_2}{g}V_{C_2}^2 + \frac{1}{2}J_2\omega_2^2 + \frac{P_3}{2g}V_3^2 + \frac{1}{2}J_4\omega_4^2 + \frac{1}{2}\frac{P_5}{g}V_{C_5}^2 + \frac{1}{2}J_5\omega_5^2 + \frac{P_6}{2g}V_6^2,$$

где значения скоростей: $V_1 = \dot{x}_2 + \dot{x}_3$, $V_{C_2} = \dot{x}_2 + \dot{x}_3$, $\omega_2 = \dfrac{\dot{x}_2}{2r}$, $V_3 = \dot{x}_3$, $\omega_4 = \dfrac{\dot{x}_3}{2r}$, $V_{C_5} = \dfrac{1}{2}\dot{x}_3$, $\omega_5 = \dfrac{\dot{x}_3}{4r}$, $V_6 = \dot{x}_3$. Значения осевых моментов инерции катков: $J_2 = \dfrac{P_2 R_2^2}{2g} = \dfrac{4Pr^2}{g}$, $J_4 = \dfrac{P_4 R_4^2}{2g} = \dfrac{4Pr^2}{g}$, $J_5 = \dfrac{P_5 R_5^2}{2g} = \dfrac{4Pr^2}{g}$. Подставляя значения скоростей, моментов инерции и данные задачи, получим выражение кинетической энергии системы в виде

$$T = \frac{P}{2g}(\dot{x}_2 + \dot{x}_3)^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2P}{g}(\dot{x}_2 + \dot{x}_3)^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{4Pr^2}{g}\left(\frac{\dot{x}_2}{2r}\right)^2 + \frac{3P}{2g}\dot{x}_3^2 +$$

$$+\frac{1}{2}\cdot\frac{4Pr^2}{g}\left(\frac{\dot{x}_3}{2r}\right)^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2P}{g}\left(\frac{\dot{x}_3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{4Pr^2}{g}\left(\frac{\dot{x}_3}{4r}\right)^2 + \frac{P}{2g}\dot{x}_3^2 =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{P}{g}\dot{x}_2^2 + \frac{3P}{2g}(\dot{x}_2 + \dot{x}_3)^2 + \frac{23P}{8g}\dot{x}_3^2 = \frac{2P}{g}\dot{x}_2^2 + \frac{3P}{g}\dot{x}_2\dot{x}_3 + \frac{35P}{8g}\dot{x}_3^2.$$

Дадим системе возможное перемещение по координате x_3, оставляя координату x_2 без изменения: $\delta x_3 > 0, \delta x_2 = 0$ (рис. 6.18). При таком перемещении каток 2 стоит на платформе и движется поступательно вместе с ней. В этом случае работа сил тяжести $\vec{P}_2$, $\vec{P}_5$, $\vec{P}_3$ катков 2, 5 и платформы 3 равна нулю, так как перемещения точек приложения этих сил перпендикулярны векторам сил (см. рис. 6.18). Работа силы тяжести $\vec{P}_4$ равна нулю, так как точка приложения силы лежит на неподвижной оси вращения блока 4.

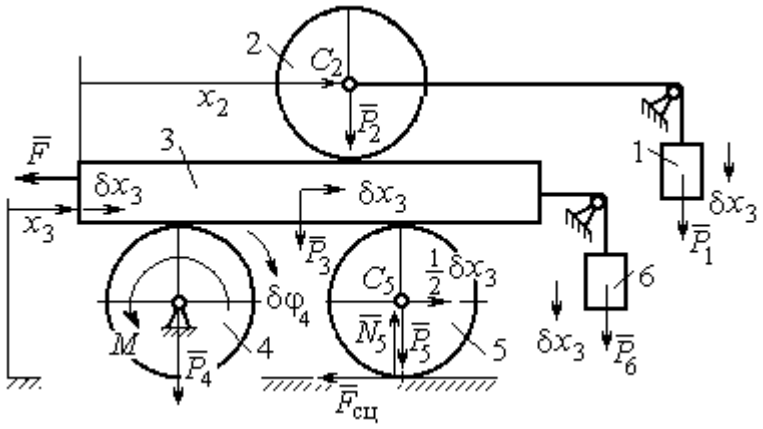


Рис. 6.18. Возможное перемещение системы при вариации обобщённых координат $\delta x_3 > 0$, $\delta x_2 = 0$

Работу будут производить сила $\vec{F}$, пара сил с моментом M и силы тяжести грузов $\vec{P}_1$ и $\vec{P}_6$. Суммарная работа сил на перемещении δx_3: $\delta A = -F\delta x_3 - M\delta\varphi_4 + P_1\delta x_3 + P_6\delta x_3$.

Представим полученное ранее соотношение $\omega_4 = \dfrac{\dot{x}_3}{2r}$ в дифференциальном виде: $d\varphi_4 = \dfrac{dx_3}{2r}$. Поскольку дифференциалы координат также являются возможными перемещениями, получим нужное соотношение $\delta\varphi_4 = \dfrac{\delta x_3}{2r}$. Теперь элементарную работу сил на возможном перемещении δx_3 с учётом значений сил можно представить в виде:

$$\delta A = -P\delta x_3 - 3Pr\frac{\delta x_3}{2r} + P\delta x_3 + P\delta x_3 = -\frac{1}{2}P\delta x_3,$$

отсюда обобщённая сила, соответствующая координате x_3: $Q_{x_3} = -\dfrac{1}{2}P$.

Дадим системе другое независимое перемещение – по координате x_2, оставляя координату x_3 без изменения: $\delta x_2 > 0, \delta x_3 = 0$ (рис. 6.19).

При этом возможном перемещении вся система стоит, кроме катка 2, который катится по поверхности неподвижной платформы, и груза 1, который опускается вертикально вниз. Работу совершает только сила тяжести груза 1. Выражая работу в виде $\delta A = P_1 \delta x_2 = P \delta x_2$, найдём обобщённую силу, соответствующую координате x_2: $Q_{x_2} = P$.

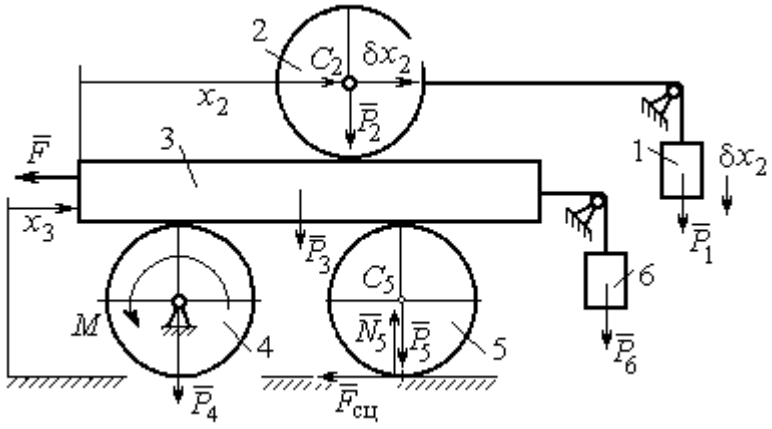


Рис. 6.19. Возможное перемещение системы при вариации обобщённых координат $\delta x_2 > 0$, $\delta x_3 = 0$

Составим уравнения Лагранжа. С этой целью вычислим частные производные от кинетической энергии по обобщенным скоростям $\dot{x}_3$ и $\dot{x}_2$:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3} = \frac{3P}{g}\dot{x}_2 + \frac{35P}{4g}\dot{x}_3, \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2} = \frac{4P}{g}\dot{x}_2 + \frac{3P}{g}\dot{x}_3$$

и по обобщённым координатам: $\frac{\partial T}{\partial x_3} = 0, \frac{\partial T}{\partial x_4} = 0.$

Определим полные производные по времени от частных производных кинетической энергии по скоростям:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3}\right) = \frac{3P}{g}\ddot{x}_2 + \frac{35P}{4g}\ddot{x}_3, \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2}\right) = \frac{4P}{g}\ddot{x}_2 + \frac{3P}{g}\ddot{x}_3.$$

Подставляя результаты расчётов в уравнения Лагранжа с учётом вычисленных значений обобщённых сил, получим систему дифференциальных уравнений, описывающих движение системы в обобщённых координатах:

$$12\ddot{x}_2 + 35\ddot{x}_3 = -2g, \quad 4\ddot{x}_2 + 3\ddot{x}_3 = g.$$

Алгебраическим решением системы служат значения ускорений:

$$\ddot{x}_3 = -\frac{5}{26}g = -0{,}19g \quad \text{и} \quad \ddot{x}_2 = \frac{41}{104}g = 0{,}39g.$$

Полученные выражения представляют собой дифференциальные уравнения, проинтегрировав которые дважды с нулевыми начальными условиями (движение началось из состояния покоя), найдём уравнения абсолютного движения платформы и относительного движения центра масс катка 2:

$$x_3 = -0{,}095gt^2, \quad x_2 = 0{,}195gt^2.$$

Отрицательное значение координаты x_3 означает, что движение платформы происходит в отрицательном направлении оси x_3 (см. рис. 6.16).

Абсолютное движение центра катка 2 представляется суммой относительного и переносного движений: $x_{C_2} = x_2 + x_3 = 0{,}1gt^2$.

Уравнение вращательного движения катка 2 находится на основании выражения $\varphi_2 = \frac{1}{R_2}x_2 = \frac{1}{2r}x_2 = 0{,}097\frac{gt^2}{r}$. Вращение блока 4 описывается уравнением $\varphi_4 = \frac{1}{R_4}x_3 = \frac{1}{2r}x_3 = -0{,}047\frac{gt^2}{r}$.

Движение катка 5 описывается двумя уравнениями: уравнением движения центра масс катка $x_{C_5} = \frac{1}{2}x_3 = -0{,}047gt^2$ и уравнением вращательного движения катка $\varphi_5 = \frac{x_3}{2R_5} = -0{,}024\frac{gt^2}{r}$.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Бать М. И., *Джанелидзе Г. Ю.*, *Кельзон А. С.* Теоретическая механика в примерах и задачах. Т. 1–2.– СПб.: Лань, 2010.

Бутенин Н. В., *Лунц Я. Л.*, *Меркин Д. Р.* Курс теоретической механики: в 2-х томах.– М.: Наука, 2009.

Вебер Г. Э., *Ляпцев С. А*. Лекции по теоретической механике. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2008.

Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики: учебн. для втузов. – М.: Высшая школа, 2010.

Учебное издание

Евгений Борисович Волков
Юрий Михайлович Казаков

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

сборник заданий для расчетно-графических работ

Учебно-методическое пособие
для самостоятельной работы студентов

Редактор *Л.В. Устьянцева*

Подписано в печать
Бумага писчая. Формат бумаги 60×84 1/16.
Гарнитура Times New Roman. Печать на ризографе.
Печ. л. 9,75 Уч. изд. л. 6,5 Тираж экз. Заказ №

Издательство УГГУ
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30
Уральский государственный горный университет.
Отпечатано с оригинал-макета
в лаборатории множительной техники УГГУ

4. ДИНАМИКА ТОЧКИ 73
4.1. Дифференциальные уравнения движения точки. 73
4.2. Задание Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки 73
4.3. Колебания материальной точки 80
4.4. Задание Д2. Исследование колебаний точки 84
4.5. Теорема об изменении кинетической энергии точки. 95
4.6. Задание Д3. Исследование движения точки
с применением теоремы об изменении кинетической энергии 96
5. ДИНАМИКА МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ 103
5.1. Описание движений твёрдых тел на основе общих теорем динамики системы . 103
5.2. Задание Д4. Динамический расчет механической системы 104
5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы. 112
5.4. Задание Д5. Исследование движения механической системы
с применением теоремы об изменении кинетической энергии 114
6. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА 124
6.1. Принципы механики. Общее уравнение динамики 124
6.2. Задание Д6. Исследование механической системы
с применением общего уравнения динамики 126
6.3. Уравнения Лагранжа II рода 136
6.4. Задание Д7. Исследование механической системы с одной степенью свободы
с применением уравнений Лагранжа 137
6.5. Задание Д8. Исследование механической системы с двумя степенями свободы 145
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ 155

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Б1.О.33 ОСНОВЫ РОССИЙСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННОСТИ

Специальность:
21.05.03 Технология геологической разведки

Специализация:
Геофизические информационные системы

Авторы: Бачинин И.В. к.п.н, Старостин А.Н., к. ист. н.

Одобрены на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией
Теологии	факультета геологии и геофизики
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____	Председатель _____
(подпись)	*(подпись)*
Бачинин И.В.	Вандышева К.В.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол №1 от 14.09.2023	Протокол № 2 от 13.10.2023
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

Содержание

Методические указания по освоению дисциплины 3
Освоение лекционного курса 3
Самостоятельное изучение тем курса....3
Подготовка к практическим (семинарским) занятиям....6
Подготовка к тестированию 8
Подготовка к промежуточной аттестации 9

Методические указания по освоению дисциплины

Освоение лекционного курса

Лекции по дисциплине дают основной теоретический материал, являющийся базой для восприятия практического материала. После прослушивания лекции необходимо обратиться к рекомендуемой литературе, прочитать соответствующие темы, уяснить основные термины, проблемные вопросы и подходы к их решению, а также рассмотреть дополнительный материал по теме.

Главное в период подготовки к лекционным занятиям – научиться методам самостоятельного умственного труда, сознательно развивать свои творческие способности и овладевать навыками творческой работы. Для этого необходимо строго соблюдать дисциплину учебы и поведения. Четкое планирование своего рабочего времени и отдыха является необходимым условием для успешной самостоятельной работы. В основу его нужно положить рабочие программы изучаемых в семестре дисциплин.

Каждому студенту следует составлять еженедельный и семестровый планы работы, а также план на каждый рабочий день. С вечера всегда надо распределять работу на завтрашний день. В конце каждого дня целесообразно подводить итог работы: тщательно проверить, все ли выполнено по намеченному плану, не было ли каких-либо отступлений, а если были, по какой причине это произошло. Нужно осуществлять самоконтроль, который является необходимым условием успешной учебы. Если что-то осталось невыполненным, необходимо изыскать время для завершения этой части работы, не уменьшая объема недельного плана.

Одним из важных элементов освоения лекционного курса является самостоятельная работа на лекции. Слушание и запись лекций – сложный вид вузовской аудиторной работы. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента. Краткие записи лекций, их конспектирование помогает усвоить учебный материал. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное, основное и сделано это самим студентом. Не надо стремиться записать дословно всю лекцию. Такое «конспектирование» приносит больше вреда, чем пользы. Запись лекций рекомендуется вести по возможности собственными формулировками. Желательно запись осуществлять на одной странице, а следующую оставлять для проработки учебного материала самостоятельно в домашних условиях. Конспект лекции лучше подразделять на пункты, параграфы, соблюдая красную строку. Этому в большой степени будут способствовать пункты плана лекции, предложенные преподавателям. Принципиальные места, определения, формулы и другое следует сопровождать замечаниями «важно», «особо важно», «хорошо запомнить» и т.п. Можно делать это и с помощью разноцветных маркеров или ручек. Лучше если они будут собственными, чтобы не приходилось просить их у однокурсников и тем самым не отвлекать их во время лекции. Целесообразно разработать собственную «маркографию» (значки, символы), сокращения слов. Не лишним будет и изучение основ стенографии. Работая над конспектом лекций, всегда необходимо использовать не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор. Именно такая серьезная, кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть знаниями.

Самостоятельное изучение тем курса

Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка основной и рекомендуемой литературы к дисциплине. При работе с книгой необходимо научиться правильно ее читать, вести записи. Самостоятельная работа с учебниками и книгами (а также самостоятельное теоретическое исследование проблем, обозначенных

преподавателем на лекциях) – это важнейшее условие формирования научного способа познания. Основные приемы можно свести к следующим:

• составить перечень книг, с которыми следует познакомиться;

• перечень должен быть систематизированным (что необходимо для семинаров, что для экзаменов, что пригодится для написания курсовых и выпускных квалификационных работ, а что выходит за рамками официальной учебной деятельности, и расширяет общую культуру);

• обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и дипломных работ это позволит экономить время);

• определить, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть;

• при составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями и научными руководителями, которые помогут сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время;

• все прочитанные книги, учебники и статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц);

• если книга – собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора;

• следует выработать способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать); Таким образом, чтение научного текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации.

От того на сколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия. Грамотная работа с книгой, особенно если речь идет о научной литературе, предполагает соблюдение ряда правил, для овладения которыми необходимо настойчиво учиться. Это серьёзный, кропотливый труд. Прежде всего, при такой работе невозможен формальный, поверхностный подход. Не механическое заучивание, не простое накопление цитат, выдержек, а сознательное усвоение прочитанного, осмысление его, стремление дойти до сути – вот главное правило. Другое правило – соблюдение при работе над книгой определенной последовательности. Вначале следует ознакомиться с оглавлением, содержанием предисловия или введения. Это дает общую ориентировку, представление о структуре и вопросах, которые рассматриваются в книге.

Следующий этап – чтение. Первый раз целесообразно прочитать книгу с начала до конца, чтобы получить о ней цельное представление. При повторном чтении происходит постепенное глубокое осмысление каждой главы, критического материала и позитивного изложения; выделение основных идей, системы аргументов, наиболее ярких примеров и т.д. Непременным правилом чтения должно быть выяснение незнакомых слов, терминов, выражений, неизвестных имен, названий. Студенты с этой целью заводят специальные тетради или блокноты. Важная роль в связи с этим принадлежит библиографической подготовке студентов. Она включает в себя умение активно, быстро пользоваться научным аппаратом книги, справочными изданиями, каталогами, умение вести поиск необходимой информации, обрабатывать и систематизировать ее.

Выделяют четыре основные установки в чтении научного текста:

- информационно-поисковая (задача – найти, выделить искомую информацию);

- усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить, как сами сведения, излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений);

- аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему);

- творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к научному тексту связано существование и нескольких видов чтения:

- библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;

- просмотровое – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;

- ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц, цель – познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;

- изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;

- аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач.

Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым или, в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках учебной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с научным текстом. Научная методика работы с литературой предусматривает также ведение записи прочитанного. Это позволяет привести в систему знания, полученные при чтении, сосредоточить внимание на главных положениях, зафиксировать, закрепить их в памяти, а при необходимости вновь обратиться к ним.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

- Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения.

- Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала.

- Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала.

- Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора.

- Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного. Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять

план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Как правильно составлять конспект? Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта. Выделите главное, составьте план, представляющий собой перечень заголовков, подзаголовков, вопросов, последовательно раскрываемых затем в конспекте. Это первый элемент конспекта. Вторым элементом конспекта являются тезисы. Тезис - это кратко сформулированное положение. Для лучшего усвоения и запоминания материала следует записывать тезисы своими словами. Тезисы, выдвигаемые в конспекте, нужно доказывать. Поэтому третий элемент конспекта - основные доводы, доказывающие истинность рассматриваемого тезиса. В конспекте могут быть положения и примеры. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Конспектирование - наиболее сложный этап работы. Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы. Конспект ускоряет повторение материала, экономит время при повторном, после определенного перерыва, обращении к уже знакомой работе. Учитывая индивидуальные особенности каждого студента, можно дать лишь некоторые, наиболее оправдавшие себя общие правила, с которыми преподаватель и обязан познакомить студентов:

1. Главное в конспекте не объем, а содержание. В нем должны быть отражены основные принципиальные положения источника, то новое, что внес его автор, основные методологические положения работы. Умение излагать мысли автора сжато, кратко и собственными словами приходит с опытом и знаниями. Но их накоплению помогает соблюдение одного важного правила – не торопиться записывать при первом же чтении, вносить в конспект лишь то, что стало ясным.

2. Форма ведения конспекта может быть самой разнообразной, она может изменяться, совершенствоваться. Но начинаться конспект всегда должен с указания полного наименования работы, фамилии автора, года и места издания; цитаты берутся в кавычки с обязательной ссылкой на страницу книги.

3. Конспект не должен быть «слепым», безликим, состоящим из сплошного текста. Особо важные места, яркие примеры выделяются цветным подчеркиванием, взятием в рамочку, оттенением, пометками на полях специальными знаками, чтобы можно было быстро найти нужное положение. Дополнительные материалы из других источников можно давать на полях, где записываются свои суждения, мысли, появившиеся уже после составления конспекта.

Подготовка к практическим (семинарским) занятиям

Важной формой самостоятельной работы студента является систематическая и планомерная подготовка к практическому (семинарскому) занятию. После лекции студент должен познакомиться с планом практических занятий и списком обязательной и дополнительной литературы, которую необходимо прочитать, изучить и законспектировать. Разъяснение по вопросам новой темы студенты получают у преподавателя в конце предыдущего практического занятия.

Подготовка к практическому занятию требует, прежде всего, чтения рекомендуемых источников и монографических работ, их реферирования, подготовки докладов и сообщений. Важным этапом в самостоятельной работе студента является повторение материала по конспекту лекции. Одна из главных составляющих внеаудиторной подготовки – работа с книгой. Она предполагает: внимательное прочтение, критическое осмысление содержания, обоснование собственной позиции по дискуссионным моментам, постановки интересующих вопросов, которые могут стать предметом обсуждения на семинаре.

В начале практического занятия должен присутствовать организационный момент и вступительная часть. Преподаватель произносит краткую вступительную речь, где формулируются основные вопросы и проблемы, способы их решения в процессе работы.

Практические занятия не повторяют, а существенно дополняют лекционные занятия, помогая студентам в подготовке к промежуточной аттестации. Практические занятия являются одной из важнейших форм обучения студентов: они позволяют студентам закрепить, углубить и конкретизировать знания по курсу, подготовиться к практической деятельности. В процессе работы на практических занятиях студент должен совершенствовать умения и навыки самостоятельного анализа источников и научной литературы, что необходимо для научно-исследовательской работы.

Практическое (семинарское) занятие — это одна из организационных форм познавательной деятельности обучающихся, позволяющая закрепить полученные ранее знания, восполнить недостающую информацию, сформировать умения решать проблемы, укрепить позиции, научить культуре ведения дискуссии. Тематика обсуждения выдается на первых занятиях. Подготовка осуществляется во внеаудиторное время. Регламент – 3-5 мин. на выступление. В оценивании результатов наравне с преподавателем принимают участие студенты группы.

Обсуждение проблемы (нравственной, политической, научной, профессиональной и др.) происходит коллективно, допускается корректная критика высказываний (мнений) своих сокурсников с обязательным приведением аргументов критики.

Участие каждого обучающегося в диалоге, обсуждении должно быть неформальным, но предметным.

1. Россия: географические факторы и природные богатства.

№ п/п	Вопросы	Код компетенции
1.	Анализ предпосылок и факторов становления российской государственности (исторических, социально-экономических, географических).	УК-5
2.	Природные ресурсы и национальные богатства России.	
3.	Культуры этносов России и их основные достижения.	
4.	Религии этносов России.	

2. Многообразие российских регионов

№ п/п	Вопросы	Код компетенции
1.	Российская Федерация: основные этапы становления современного государственного устройства.	УК-5
2.	Географическое, политическое, социально-экономическое, многообразие российских регионов.	
3.	Свердловская область: природно-экономический потенциал.	
4.	История родного города на примере города Екатеринбурга.	

Результатом обсуждения проблемы на практическом (семинарском) занятии не могут быть однозначные выводы и формулировки. Действие его всегда пролонгировано, что дает студентам возможность для дальнейшего обдумывания рассмотренных проблемных ситуаций, для поиска дополнительной информации по обсуждаемой теме.

Незадолго до проведения практического (семинарского) занятия преподаватель разделяет группу на несколько подгрупп, которая, согласно сценарию, будет представлять определенную точку зрения, информацию. При подготовке к групповой дискуссии студенту необходимо собрать материал по теме с помощью анализа научной литературы и источников.

Используя знание материала, исходя из изложенных изначальных концепций, каждая группа должна изложить свою точку зрения на обсуждаемый вопрос, подкрепив ее соответствующими аргументами.

Каждый из групп по очереди приводит аргументы в защиту своей позиции. Соответственно другая группа должна пытаться привести контраргументы, свидетельствующие о нецелесообразности, пагубности позиции предыдущей группы и стремится доказать, аргументированно изложить свою позицию.

Подготовка к тестированию

Тестирование - система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.

Тестовая система предусматривает вопросы / задания, на которые слушатель должен дать один или несколько вариантов правильного ответа из предложенного списка ответов. При поиске ответа необходимо проявлять внимательность. Прежде всего, следует иметь в виду, что в предлагаемом задании всегда будет один правильный и один неправильный ответ. Это оговаривается перед каждым тестовым вопросом. Всех правильных или всех неправильных ответов (если это специально не оговорено в формулировке вопроса) быть не может. Нередко в вопросе уже содержится смысловая подсказка, что правильным является только один ответ, поэтому при его нахождении продолжать дальнейшие поиски уже не требуется.

На отдельные тестовые задания не существует однозначных ответов, поскольку хорошее знание и понимание содержащегося в них материала позволяет найти такие ответы самостоятельно. Именно на это слушателям и следует ориентироваться, поскольку полностью запомнить всю получаемую информацию и в точности ее воспроизвести при ответе невозможно. Кроме того, вопросы в тестах могут быть обобщенными, не затрагивать каких-то деталей.

Тестовые задания сгруппированы по темам учебной дисциплины. Количество тестовых вопросов/заданий по каждой теме дисциплины определено так, чтобы быть достаточным для оценки знаний обучающегося по всему пройденному материалу.

При подготовке к тестированию студенту следует внимательно перечитать конспект лекций, основную и дополнительную литературу по той теме (разделу), по которому предстоит писать тест.

Для текущей аттестации по дисциплине «Основы российской государственности» применяются тесты, которые выполняются по разделам № 1-5.

Образец тестового задания

1. Ключевую роль в формировании мировоззрения играют:
- мысли
- эмоции
- ценности
-все перечисленное

2. Какое место в мире по площади занимает Россия:
- первое
- второе
- третье

- пятое

3. К преимуществам географического положения России относят:
- межграничное положение между Европой и Азией
- большая протяженность транспортных магистралей
- сложность управления страной
+ выход к большому количеству морей и двум океанам

4. С каким государством у России самая большая сухопутная граница:
- Казахстан
- Белоруссия
- Китай
- Монголия

5. Первое летописное упоминание о Москве связано с именем князя:
- Ярослава Мудрого
- Владимира Мономаха
- Александра Невского
- Юрия Долгорукого

Подготовка к промежуточной аттестации

При подготовке к *зачету* по дисциплине «*Основы российской государственности*» обучающемуся рекомендуется:

1. повторить пройденный материал и ответить на вопросы, используя конспект и материалы лекций. Если по каким-либо вопросам у студента недостаточно информации в лекционных материалах, то необходимо получить информацию из раздаточных материалов и/или учебников (литературы), рекомендованных для изучения дисциплины «*Основы российской государственности*».

Целесообразно также дополнить конспект лекций наиболее существенными и важными тезисами для рассматриваемого вопроса;

2. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачете* особое внимание необходимо уделять схемам, рисункам, графикам и другим иллюстрациям, так как подобные графические материалы, как правило, в наглядной форме отражают главное содержание изучаемого вопроса;

3. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачете* (в случаях, когда отсутствует иллюстративный материал) особое внимание необходимо обращать на наличие в тексте словосочетаний вида «во-первых», «во-вторых» и т.д., а также дефисов и перечислений (цифровых или буквенных), так как эти признаки, как правило, позволяют структурировать ответ на предложенное задание.

Подобную текстовую структуризацию материала слушатель может трансформировать в рисунки, схемы и т. п. для более краткого, наглядного и удобного восприятия (иллюстрации целесообразно отразить в конспекте лекций – это позволит оперативно и быстро найти, в случае необходимости, соответствующую информацию);

4. следует также обращать внимание при изучении материала для подготовки к *зачету* на словосочетания вида «таким образом», «подводя итог сказанному» и т.п., так как это признаки выражения главных мыслей и выводов по изучаемому вопросу (пункту, разделу). В отдельных случаях выводы по теме (разделу, главе) позволяют полностью построить (восстановить, воссоздать) ответ на поставленный вопрос (задание), так как содержат в себе основные мысли и тезисы для ответа.

МИНОБРНАУКИ РФ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А.Уторов

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И МЕТОДИКЕ ПРОВЕДЕНИЯ УЧЕБНОЙ ПРАКТИКИ Б2.Б.01(У) ПО ПОЛУЧЕНИЮ ПЕРВИЧНЫХ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ УМЕНИЙ И НАВЫКОВ Ч. 1. ДЛЯ СТУДЕНТОВ НАПРАВЛЕНИЯ ПОДГОТОВКИ ТЕХНОЛОГИЯ ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ РАЗВЕДКИ

Автор: Поленов Ю. А., д.г-м.н., доцент

Одобрены на заседании кафедры
Геологии, минералогии и петрографии
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
д.г.-м.н. Зедгенизов Д.А.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 08.09.2023
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
к.г.-м.н., доц. Вандышева К.В.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 2 от 13.10.2023
(Дата)

Екатеринбург

ПРЕДИСЛОВИЕ

В курсе «Общая геология», который читается студентам специальности 21.05.02 Прикладная геология Уральского государственного горного университета (УГГУ), предусмотрено проведение учебной геологической практики. Она является важной составной частью образовательного процесса, так как способствует формированию у студентов умения наблюдать, документировать и обобщать различного рода геологические факты. Все это – основа для закрепления теоретической части указанного курса. В итоге студенты приобретают определенную базу восприятия специальных учебных дисциплин геологического профиля.

Место проведения практики, которое включает обнажения в городе Екатеринбург и его окрестностях, в пределах листов О-41-XXV и О-41-XXXI, выбрано в связи с тем, что здесь на сравнительно небольшой площади расположены разнообразные объекты, которые характеризуются сложным геологическим строением и разнообразием горных пород и месторождений полезных ископаемых всех геодинамических обстановок, проявленных на Урале.

Студенты заочного обучения, работающие на предприятиях геологоразведочного и горного профиля с согласия преподавателя могут проходить учебную геологическую практику на своем предприятии, предварительно получив для этого разрешение руководства учреждения.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ПРОВЕДЕНИЯ УЧЕБНОЙ ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ ПРАКТИКИ

Учебная практика по получению первичных профессиональных умений и навыков, ч.1 после первого курса обучения студентов проводится в течение двух недель.

Цель практики: закрепление теоретических знаний и практических навыков студентов по общей и исторической геологии путем изучения результатов эндогенных и экзогенных процессов в натуре на природных геологических объектах и знакомство студентов с элементами документирования естественных и искусственных обнажений.

Задачи практики:

- ознакомление студентов с основами методики полевых геологических, геоморфологических и гидрогеологических наблюдений, с документацией полевых наблюдений, с некоторыми горнопромышленными предприятиями в окрестностях г. Екатеринбурга.

- обучение студентов свободному владению горным компасом при работе с картой и выполнении различных замеров на местности, документированию опорных разрезов, горных выработок и различных объектов при маршрутных наблюдениях, камеральной обработке полевых материалов и оформлению геологического отчета с необходимыми графическими приложениями;

Студенты, прошедшие геологическую практику, должны:

- знать основные геологические структуры земной коры на территории Среднего Урала и геологическую историю их развития;

- иметь представление об эндогенных и экзогенных геологических процессах, приводящих к образованию и преобразованию различных месторождений полезных ископаемых, о пространственно-временных основах геологии, базирующихся на методе актуализма, т. е. развитии процессов и геологических структур в пространстве и во времени;

- закрепить навыки и уметь определять минералы и горные породы как продукты различных геологических процессов; наблюдать и документировать обнажения и горные выработки, уметь вести абрис маршрута, полевую книжку; отбирать стандартные образцы для геологической коллекции; замерять элементы залегания горных пород и трещиноватости горным компасом, составлять фрагментарные геологические схемы и

планы, разрезы к ним; анализировать условия их залегания, возрастные взаимоотношения различных геологических образований как в обнажениях, так и на геологических картах и фиксировать все полученные материалы в геологическом отчете;

- отличать экзогенные процессы, обусловленные антропогенными факторами.

2. СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИКИ

Учебная практика по получению первичных профессиональных умений и навыков, ч.1 должна проводится квалифицированными специалистами, имеющими соответствующее образование. Как любые геологические исследования, она состоит из трех основных этапов – подготовительного, полевого и камерального.

Подготовительный этап. В течение этого этапа со студентами проводятся лекции о целях и задачах экскурсий, формируются учебные бригады, собирается, закупается и выдается полевое снаряжение (рюкзак, полевая сумка, мешки под образцы, компас, фотоаппарат, рулетка, геологический молоток, лупа, саперная лопатка, складной нож, ручка, карандаш, офицерская линейка, медицинская аптечка) и документы (карты, полевой дневник, журнал образцов, этикетки), позволяющие фиксировать полученные наблюдения. Перечисленным снаряжением и документами должна располагать каждая учебная бригада. Полевой дневник должен иметь каждый учащийся. На подготовительном этапе дается форма дневника (полевой книжки) и другой геологической документации.

Для успешного проведения геологических экскурсий заранее необходимо осуществлять рад мероприятий, направленных на строгое выполнение правил по технике безопасности в полевых условиях. Прежде всего, нужно организовать медицинский осмотр всех экскурсантов и сделать предохранительные прививки.

Вторым обязательным мероприятием является ознакомление студентов непосредственно перед проведением экскурсий с правилами техники безопасности с росписью в соответствующей ведомости. Экскурсанты должны усвоить правила техники безопасности при 1) проведении маршрутов, 2) использовании автотранспорта, 3) обеспечении питьевой водой, 4) оказании доврачебной помощи.

В *полевой этап* проводятся геологические маршруты на хорошо обнаженные геологические объекты, сложенные различными метаморфическими, осадочными и магматическими породами; на месторождения полезных ископаемых различного генезиса.

Первые маршруты предусматривают усвоение студентами общих навыков работы в полевых условиях. С этой целью преподаватели рассказывают о методике полевых геологических объектов с теми или иными явлениями и процессами.

Выполнение маршрутного задания, прежде всего, зависит от четкой организации работы студенческих бригад в полевых условиях. Этому способствует предварительное распределение обязанностей между членами бригад перед очередным маршрутом. В каждом маршруте посменно одни студенты отвечают за составление абриса маршрута и привязку обнажений, другие за работу с горным компасом, за отбор образцов горных пород, фотографирование геологических объектов и т.д.

Объем геологической информации возрастает от маршрута к маршруту. Своевременная обработка этого материала определяет качество итоговых геологических документов. Основная форма проведения полевых геологических наблюдений – маршруты, которые являются составной частью учебного процесса. Количество их и содержание определяется целями и задачами, планом обучения и программой геологических экскурсий.

Практически во многих случаях маршруты являются комплексными, когда одновременно ведутся наблюдения над несколькими геологическими процессами и объектами. Целесообразность таких маршрутов обусловлена выявлением взаимосвязи отдельных геологических процессов и явлений. Например, в одном маршруте полезно

проследить связи между формами рельефа, литологией пород и тектоникой района, выходами подземных вод на поверхность и определенным стратиграфическим горизонтом, выветриванием и составом горных пород и т.д.

Необходимо особенно подчеркнуть, что *геологические наблюдения в маршруте должны вестись непрерывно.* Это означает, что после описания какого-либо объекта или процесса наблюдение за ним (ними) не прекращается, а продолжается в процессе всего маршрута.

Основная работа в маршрутах – изучение горных пород, осуществление тектонических, геоморфологических и других наблюдений и записи в полевой книжке проводятся на специальных остановках – точках наблюдения (Тн). По характеру изучаемых явлений "Тн" можно условно разделить на три вида: изучение и описание геолого-географических особенностей (тектоники, рельефа, деятельности подземных вод, выветривания и т.д.), изучение и описание горных пород и условий их залегания в обнажениях и, наконец, наиболее частый случай, когда исследуется и те, и другие вопросы. Остановка на "Тн" даже на небольшом объекте отнимает много времени, поэтому нужно выбирать каждую точку так, чтобы на такой точке породы были хорошо обнажены, легко доступны для наблюдения и вместе с тем обладали чертами, существенными для понимания строения района.

При остановке на "Тн", прежде всего, следует сориентироваться по сторонам света (по компасу, солнцу, часам или другим способом) и определить нахождение точки не карте и местности, т.е. дать адрес. Определение местонахождения производится методом засечек по азимутам на хорошо заметные элементы рельефа, гидрографии (вершины гор характерные излучины рек, устья ручьёв) или глазомерной привязки точки по азимуту и расстоянию, определяемому, например, шагами. После привязки наносят местонахождение данной "Тн" на карту год соответствующим номером (нумерация точек должна быть сквозная).

Изучая на точке геологическое строение отдельного участка, целесообразно, прежде всего, описать общегеологические явления - геоморфологию, гидрографию, тектонику и т.д. Переходя к описанию пород обнажения, прежде всего, отмечают его размер по высоте и ширине и тип (обрывистый склон, скальный выход на склоне, обнажения в русле рек, стенки и забои карьере или шурфа и т.д.). После этого приступают к описанию пород. В зависимости от целей и задач такое описание даётся либо в обобщенном виде, либо более подробно и послойно, либо по отдельным пачкам. В последнем случае лучше описывать слои и пачку снизу вверх (рис. 1). В описании пород должна быть приведена сжатая характеристика главных отличительных и генетически важных свойств пород: текстура, структура, минеральный состав, различные неоднородности, тектонические дислокации. В описании указываются элементы залегания слоистости, сланцеватости, крыльев складок или плоскостей сместителя и т.д. Отмечаются места взятия образцов и их нумерация. На левой стороне пикетажной книжки делаются зарисовки и указываются места фотоиллюстраций.

При описании пород целесообразен следующий порядок работы на обнажении. Прежде всего, студенты должны внимательно осмотреть обнажение, отобрать серию образцов, определить все имеющиеся здесь породы, выделить отдельные пласты или метасоматические зоны, контакты. Определить элементы залегания. Руководитель консультирует и направляет работу, как отдельных студентов, так и всей группы, и в итоге устанавливается общая картина обнажения. После этого делают полное описание, а затем схематическую зарисовку обнажения, которая дублируется фотографированием. При необходимости делают зарисовки и фотографии деталей обнажения.

В первых маршрутах и при изучении принципиально новых объектов преподаватель должен сам давать соответствующие описания. Позднее, когда школьники овладеют определёнными навыками и усвоят общую схему описания, можно поручить одному из них рассказать о том, что он мог бы написать в своём полевом дневнике на

данной "Тн". Остальные участники делают замечания и дополнения. Преподаватель обобщает все сказанное и формулирует данные для общей записи.

Камеральный этап. Камеральные работы проводятся последовательно после завершения одного или двух маршрутов и включает в себя время на составление отчёта и его защиты.

В камеральный этап выполняются следующие виды работ:

- обработка полевых книжек;
- занесение в каталог образцов;
- оформление рисунков к отчёту, изготовление и описание стратиграфических разрезов, схем и карт;
- изготовление фотографий, их ретуширование, при необходимости вынесение на них геологической информации;
- окончательное уточнение полевых определений горных пород и минералов, уточнение наименований окаменелостей с использованием атласа руководящих форм, составление рабочей коллекции каменного материала;
- написание и оформление отчёта;
- защита отчёта.

Главная цель написания отчёта - овладение навыками анализа и обобщения геологических наблюдений и умение геологически грамотно изложить результаты такого обобщения в отчёте, правильного подбора и изготовления графических приложении, составления списка литературы.

2.1. Документация при ведении геологических маршрутов

Обилие различного рода информации, получаемой в результате геологических исследований, разнообразие форм и методов обработки делают задачу систематизации и унификации первичных геологических данных чрезвычайно важной

Первичная геологическая документация при ведении геологических маршрутов включает: I) дневники (полевые книжки); 2) формы регистрации каменного материала - журналы образцов, проб и др.; 3) этикетки; 4) зарисовки обнажений, горных выработок, керна скважин, отдельных деталей геологических тел и т.п.; 5) фотографии естественных и искусственных обнажений и их деталей.

Ко всем видам первичной геологической документации предъявляются единые требования к её оформлению;

1. Все записи должны делаться максимально разборчиво, с тем, чтобы не создавать затруднений при их чтении.

2. Записи должны иметь стандартную форму и строгую последовательность перечисления признаков описываемого объекта.

3. Записи производятся простым карандашом или шариковой ручкой. Использование химических карандашей и чернил всех видов (в том числе фломастеров) воспрещается.

4. Во всех формах документации во избежание затирания записей следует оставлять поля с внешней стороны листа.

5. Рекомендуется все данные о номерах наблюдений, образцов, проб и элементах залегания выделять из текста отдельной строчкой или условным знаком (если для них не предусмотрена фиксация в специальных графах формы документации).

6. Все страницы дневников, пикетажных книжек и других сброшюрованных форм документации должны иметь сквозную нумерацию.

Дневник (полевая книжка) – основной первичный документ регистрации геологических наблюдений всех видов (собственно геологических, поисковых, геоморфологических и др.). Он изготовляется в виде книжки в твердом переплете, покрытом дермантином или другим материалом, предохраняющем ее от сырости,

механических или иных повреждений. Рекомендуется использование материалов яркого цвета, хорошо заметных на фоне растительности и почвенного покрова.

Задняя крышка обычно имеет клапан, закрывающий торец книжки. На третьей странице обложки иногда изготовляется карман. С внутренней стороны клапана располагается держатель для карандаша (ручки).

Формат книжки допускается в пределах от 10-12 на 15-18 см (для кармана полевой одежды) до 13-15 на 20-22 см (для полевой сумки). Большие форматы не рекомендуются вследствие неудобства для использования в маршруте, меньшие - как неоправданно дробящие запись на чрезмерно короткие строки и затрудняющие ее чтение.

Рекомендуемый объем дневника - 100-130 листов. Дневник должен изготовляться из хорошей бумаги и нескольких листов кальки, миллиметровки.

На обороте переплета может помещаться перечень признаков, обязательных для наблюдения.

Титульный лист дневника должен содержать название организации, экспедиции (партий, отрядов), фамилию, имя, отчество исполнителя, даты начала и окончания дневника, номера точек наблюдений и адрес, по которому следует вернуть утерянный дневник.

На первой странице помещается оглавление дневника.

На второй странице помещаются условные обозначения к зарисовкам, список сокращений, принятых в тексте, и необходимые замечания. Далее при необходимости могут быть помещены вспомогательные таблицы и необходимые пояснения к ним.

На правой стороне дневника ведется запись наблюдений. Здесь же отмечаются взятые пробы, образцы и другие виды каменного материала.

Перед описанием маршрута, разреза и т.п. указывается день, месяц, год и цель работы. Описание каждой точки наблюдения начинается с красной строки. Привязка точки к местности или предыдущей точке помещается рядом с её номером и образует вместе с ним отдельную строку или абзац. Номера точек наблюдения рекомендуется выделить прямоугольными рамками, номера образцов и проб подчеркиваются или заключаются в овальную рамку. Измерение элементов залегания, радиоактивности, содержание химических элементов выделяются отдельной строкой.

На левой стороне дневника помещаются вспомогательные записи, облегчающие пользование документацией. На неё выносятся все номера образцов, проб и других видов каменного материала, номера фотографий (с указанием их содержания), могут выносится также элементы залегания. На этой же стороне помещаются зарисовки геологических объектов и их деталей, а также различные схемы для обнажений (отбора образцов и проб, расположение рисунков и фотографий и т.п.) для участков (расположение геологических тел на местности, кроки местности с расположением обнажений, горных выработок). Здесь же излагаются предположения и соображения исследователей, возникающие в процессе наблюдения, но требующие дальнейшего подтверждения или детализации.

В конце описания каждого маршрута должны быть приведены основные выводы исследователя и протяженность маршрута в км.

Законченный дневник подписывается исполнителем, проверяется и подписывается начальником (старшим геологом) партии (отряда, участка).

Формы регистрации каменного материала. Регистрация каменного материала начинается при документации геологических объектов и продолжается в течение всего процесса геологических работ и фиксируется в журнале образцов.

Журнал образцов предназначен для регистрации всех видов образцов и проб, взятых на протяжении полевого периода во время маршрутов, при описании обнажений, горных выработок и предназначенных для любых производственных и научных целей (изготовление шлифов и аншлифов, определение органических остатков, производство разнообразных анализов).

Журнал образцов заполняется непосредственно после маршрута или, если количество взятых образцов не велико, в камеральный день, но не реже одного раза в неделю. Журнал образцов заполняется шариковой ручкой. Желательно, чтобы записи в нем вел один и тот же сотрудник.

Этикетки для образцов рекомендуется печатать на плотной бумаге и брошюровать в виде книжек по 25-50-100 листов; обычный формат этикетки 10х10 или 10х13 см. В разделе "место взятия" для образцов из обнажений и высыпок указывается привязка к точке наблюдения, для скважин - интервал отбора, для горных выработок - глубина или интервал (в канавах) отбора. Этикетки заполняются на месте взятия данного образца. Заполнение этикетки обязательно для рыхлых и слабоцементированных пород. Для крепких пород в полевых условиях допускается подписывать только номер тушью или шариковой ручкой на лейкопластыре, наклеенном на образце. Такая маркировка рациональна, в особенности при отборе ориентированных образцов, когда кроме номера необходимо указывать ориентировку образца. В отдельных случаях допустимо также нанесение маркировки непосредственно на образец. С этой целью могут быть использованы баллончики с тушью (например, "Kaalmar") или цветной (предпочтительно красный) карандаш. В дальнейшем на каждый образец заполняется этикетка.

Номер образца дублируется на бумаге, в которую завернут образец, или на геологическом мешочке. Для образцов, взятых из скважин и горных выработок, указывается также глубина или интервал отбора.

Отдельная этикетка составляется для каждого шлифа. Размеры этикетки шлифа 6х5 см.

Самостоятельные формы этикеток размером 13х10 см рекомендованы для проб, отобранных из горных выработок, извлеченного керна и шлиховых проб.

Регистрационные данные отмечаются также на капсуле для хранения шлихов. Для капсул используется прочная бумага. При разделении шлиха на фракции используется капсула стандартных размеров - 16х22 см. Для отмытого неразделенного шлиха предпочтительнее использовать капсулу формата 21х30 см (размер стандартного листа) либо других размеров, соответствующих реальному объему шлиха.

Альбомы зарисовок и фотографий. Альбом для зарисовок изготавливают из плотной белой бумаги типа чертежной. Его размер не должен превышать 18х24 см. Такой размер позволяет делать достаточно крупные и детальные зарисовки, удовлетворяющие всем предъявленным к ним требованиям.

Альбом не должен содержать более 25 листов, так как со временем, при работе в полевых условиях, он неизбежно загрязняется, и зарисовки, выполненные ранее, могут быть испорчены. Рационально иметь в распоряжении несколько альбомов и заменять их по мере накопления зарисовок.

Альбом заключают в жесткий переплет из дермантина или из плотной материи типа коленкора. Задняя крышка переплета должна иметь клапан шириной около 5 см. На внутренней стороне переплета, на сгибе между внутренней крышкой и клапаном - гнездо для карандаша.

Первая страница альбома - титульный лист. В исключительных случаях для зарисовок могут быть использованы "альбомы для рисования", выпускаемые промышленностью.

Зарисовки выполняются только на одной (правой) стороне листа, где помещаются также все необходимые надписи и пояснения.

Страницы альбома должны иметь сквозную нумерацию. Каждому рисунку присваивается порядковый номер. Номера фотографий и их содержание, как указывалось выше, фиксируется в полевом дневнике. Специальной формы документации для них не предусматривается.

При наиболее ответственных съемках рекомендуется делать в дневнике записи о чувствительности пленки, диафрагме, выдержке, характере погоды и времени съемок.

2.2. Маршрутные наблюдения

Наземные маршруты в обнаженных районах дают основную массу данных по составу геологических тел и признакам полезных ископаемых. Они включают описание рядовых обнажений и промежутков между обнажениями, в которых наблюдения ведутся по высыпкам.

Описание маршрута состоит из следующих частей: 1) дата маршрута, 2) номер маршрута, 3) привязка района маршрута, 4) характеристика ожидаемых объектов наблюдения и цель маршрута, 5) привязка начала маршрута, 6) описание маршрута, 7) выводы по маршруту.

Номер маршрута обычно дается каждым исполнителем на протяжении всего сезона, однако если в дальнейшем намечается обработка на ЭВМ, необходимо каждому исполнителю выделить свою серию номеров.

Привязка района маршрута дается в таком виде чтобы его легко можно было находить на карте фактического материала. С этой целью указывается участок района, где проводится маршрут (бассейн реки, ручья, район крупной высоты, урочище и т.п.). Обязательно наличие всех таких названий на топографических картах. При проведении работ с применением аэрофотоматериалов в привязке указывается номера аэрофотоснимков, на которых расположен маршрут. Для маршрутов, проводимых на нескольких геодезических трапециях, обязательно указание номенклатуры трапеции. Для обработки материалов на ЭВМ привязка района маршрута дается в виде указания координат начала и конца его.

Привязка начала маршрута дается по отношению к четко определенным элементам рельефа и постоянным элементам топографической ситуации, созданным деятельностью человека (дороги и т.п.). В тех случаях, когда маршрут ведется с использованием аэрофотоснимков, привязка начала маршрута проводится после ориентирования и накола начальной его точки на аэрофотоснимке. Допустимо указание координат начальной точки.

Описание маршрута включает фиксацию всех наблюдений, проводимых над геологическими объектами, геоморфологическими элементами и т.д., а также выводов, к которым приходит геолог в процессе маршрута. По ходу маршрута описываются геологические образования и тектонические элементы, осуществляются поиски полезных ископаемых и сборы остатков ископаемой флоры и фауны, собираются материалы для выяснения природы расположенных в зоне маршрута контуров, отдешефрированных на аэрофотоснимках и других дистанционных материалах, геофизических и геохимических аномалий (их связь с геологическими телами, структурами и вещественным составом тел), отбираются необходимые образцы, пробы и т.д. Обязательно проверяются результаты дешифрирования аэрофотоснимков и интерпретации геофизических данных.

Каждая точка наблюдения включает запись на точке и запись по ходу между точками. Рекомендуется сначала записывать наблюдения на точке, а затем наблюдения по ходу следующей точки. В этом случае наблюдение на точке будет своего рода выводом из наблюдений по ходу. Таким "выводом" может быть, например, фиксация резкой смены пород в высыпках, другого стратиграфического подразделения, чем наблюдавшееся по ходу, обнаружение обнажения, в котором видны складки и т.п.

Выводы по маршруту завершают описание. Ими могут быть обобщенная характеристика состава изученных отложений, вывод о взаимоотношении интрузивов, толщ, разрывов, складок и т.п., об их генезисе, о перспективности признаков полезных ископаемых и др.

2.3. Документация обнажений

Документация естественных и искусственных обнажений является одним из основных источников геологической информации, в первую очередь сведений о составе геологических тел и горных пород и условиях их залегания. В соответствии с этим большое значение имеет степень единообразия геологического описания и соответствие его унифицированной схеме, обеспечивающей сопоставимость данных, полученных различными исследователями.

Геологические наблюдения всегда в той или иной мере специализированы применительно к специфике горных пород и геологических тел, слагающих изучаемый район, и образуемых ими структур.

Со времен выхода в свет "Полевой геологии" В.А. Обручева сложился перечень геологических признаков, отражающих минимально необходимый набор сведений об исследуемом объекте и подлежащих обязательному фиксированию в геологической документации. Модификации таких перечней в настоящее время легли в основу формализованной документации, ориентированной на решение задач автоматизированной обработки данных на ЭВМ.

Составление унифицированной схемы описания изучаемых объектов является обязательной частью подготовки к полевым работам. Наличие такой схемы обеспечивает необходимую полноту документации, а тем самым и ее качество.

Требования единой системы первичной документации, удобной для практического использования, диктуют также необходимость единообразной структуры записи. Схему последовательности описания целесообразно иметь каждому геологу в виде краткой памятки, которую следует помещать в качестве вкладки в полевом дневнике.

В описаниях геологических наблюдений можно выделить несколько смысловых полей:

- описание горных пород,
- описание сочетаний горных пород в пределах обнажения,
- описание залегания горных пород,
- выводы.

Описание горных пород имеет последовательность: название породы, структура, цвет, степень литификации, минеральный состав, морфология зерен, текстура, включения, прожилки, органические остатки, конкреции и секреции, контактовые поверхности геологических тел, отдельность, прочие характеристики - элементы залегания пластов в осадочных, потоков в эффузивных и сланцеватости в метаморфических породах, мощность осадочных слоев, потоков эффузивных и пластов метаморфических пород, а также характер эпигенетических изменений.

Описание сочетаний горных пород должно предусматривать характеристику признаков, перечень которых может изменяться в зависимости от того, какой тип пород является объектом исследования.

Осадочные породы:

а) чередование пород по вертикали в виде послойного описания;
б) переходы пластов по простиранию;
в) мощность каждого пласта или обобщенная характеристика;
г) характер поверхностей напластования;
д) соотношение выше- и нижележащих пластов - залегание согласное, согласное с размывом или несогласное.

Вулканогенные породы:

а) чередование пород по вертикали;
б) смена пород по горизонтали;
в) мощность каждого пласта или потока или ее обобщающая характеристика;
г) характер граничных поверхностей между пластами или потоками;

д) соотношение выше- и нижележащих пластов и потоков. Интрузивные породы - контакты и переходы разновидностей пород и их изменение на контактах.

Жилы и прожилки:

а) сочетание между собой;

б) изменения вмещающих пород на контакте;

в) выдержанность жил и прожилков и их мощность.

Для рыхлых отложений следует давать описание в следующем порядке:

а) название, размеры, минералогический состав и форма зерен, их соотношение по размеру;

б) цвет и запах;

в) наличие, содержание, размер и форма неорганических включений;

г) наличие и характер органических остатков;

д) влажность и плотность;

е) консистенция (для минеральных отложений) и степень разложенности (для торфов) - признаки особенно важные при гидрогеологических и инженерно-геологических работах;

ж) степень карбонатности основной части грунта и включений;

з) структура и текстура отложений.

Описание залегания горных пород включает измерение элементов залегания, характеристику складок, разрывов и т.д.

Измерение элементов залегания документируется в виде сокращенной записи азимута и угла падения, например, аз. пад. 340^0, $\angle$-30^0, или при вертикальном залегании - азимута простирания и угла падения, например, аз. прост. 340^0 $\angle 90^0$. Точность измерения в складчатых областях 5^0 для азимута и 2-3^0 для угла. При изменчивых углах падения или отсутствии уверенности в единообразии элементов залегания во всем обнажении и отсутствии видимых складок обязательно измерение в разных частях обнажения для определения среднего залегания с точностью до 4-5^0. Таких измерений необходимо сделать не менее 4-5. Разброс измерений в 20-30^0 обычно свидетельствует о наличии складок. Вычисление средних элементов залегания в этом случае недопустимо и должна быть составлена схема элементов залегания в обнажении. Словами отмечается опрокинутое залегание.

Описание складчатости. Описание единичной складки включает характеристику следующих признаков:

-текстурные элементы, образующие складку (пласты, слоистость, сланцеватость);

- форма складки;

- форма замка складки;

- форма шарнирной (осевой) поверхности;

- высота и ширина складки;

- элементы залегания слоистости на разных участках складки в количестве, достаточном для изображения характера изгибов слоев различной компетентности.

Описание обнажений. Описание естественных коренных обнажений проводится во время маршрутов. Нужно различать описание рядовых и ключевых (опорных) обнажений, которое проводится с разной степенью детальности.

Ключевым обнажением называется изолированный выход (или ряд сближенных выходов) коренных пород, в пределах которого наблюдаются стратиграфические взаимоотношения отложений, типичные интрузивные контакты, характерные структурные формы (складки, разрывы), сочетание структурных форм разного возраста и размера и т.п. Выявление ключевых обнажений, а также оценка степени их типичности и значимости могут быть осуществлены лишь после того, когда будет осмотрен более или менее обширный участок исследуемого района. Следовательно,

в большинстве случаев ключевые обнажения первоначально фиксируются в качестве рядовых и лишь потом подвергаются специальному детальному изучению.

Описание рядовых обнажений включает следующие операции:

- привязка обнажения к местности;
- осмотр обнажения;
- зарисовка или (и) фотографирование;
- описание обнажения и отбор образцов и проб.

Эти операции могут различным образом сочетаться при описании обнажений разного размера. При описании обнажений небольших размеров (до 15-20 м) привязка рядового обнажения к местности осуществляется в ходе маршрута, при котором оно было выявлено.

Осмотр обнажения начинается с определения его положения в рельефе (у подножья склона, на склоне, на водоразделе, в русле реки и т.п.) и оценки того, что оно действительно представляет коренной выход, а не оползень, отдельную скатившуюся глыбу и т.п. Эта оценка отражается словами "в коренном выходе", "в коренном залегании" и т.п. В процессе общего осмотра выясняются характер слагающих пород, условия их залегания и взаимоотношения; предварительно намечаются места отбора образцов и проб (они могут отбираться и на стадии осмотра).

Зарисовка и фотографирование рядовых обнажений осуществляется лишь в тех случаях, когда в них обнаруживаются какие-либо характерные особенности, представляющие значительный геологический интерес. Нередко такие обнажения в дальнейшем переходят в ранг ключевых.

Стратифицированные отложения, сложенные чередованием пластов различных пород, описываются послойно снизу вверх. Описание сверху вниз не рекомендуется как из соображения единства описания во всей геологической службе, так и из-за возможности засорения поверхности обнажения обломками вышележащих пород (это особенно мешает при описании и опробовании обнажений рыхлых образований и горных выработок).

Обнажения значительной протяженности рационально осматривать и описывать поинтервально. В качестве границ интервалов следует выбирать участки существенного изменения состава отложений или условий их залегания, смену пород или толщ и т.п. Осмотренная часть обнажения документируется, дается описание контактирующих толщ. Затем осматривается и документируется следующая часть обнажений и т.д. Если имеется возможность, то целесообразно заранее рационально разметить обнажение шагами или лентой на интервалы по 10-20 м. Для протяженных обнажений обязательно составление маршрутной схемы..

Образцы и пробы. Образцы горных пород представляют собой каменный документ, который хранится до завершения геологосъемочных и поисковых работ. По окончании работ часть образцов, достаточно полно характеризующая все возрастные подразделения района и типичные разновидности пород, выделяется в эталонную коллекцию и часть - в коллекцию обменного фонда. Остальная часть коллекции после окончания камеральной обработки сокращается. В соответствии с этим, к образцам эталонной коллекции и рядовым образцам могут быть предъявлены различные требования.

Образец для эталонной коллекции должен быть достаточно типичным для подразделения и разновидности пород. Нормальный размер его 9 х 12х 3 см. Обычное требование к образцу - наличие свежих поверхностей. Однако, как отмечал ещё В.А. Обручев, при недостатке времени для рядовых случаев необязательно заниматься выкалыванием стандартного образца, достаточно лишь, чтобы он имел три поперечных свежих скола. В дополнении к этому следует заметить, что в ряде случаев структурные и текстурные особенности породы значительно рельефнее видны на выветриваемой поверхности породы (а иногда только на ней!). В таких случаях сохранение выветрелой

поверхности обязательно. Многие образцы сопровождаются по сколам породы для шлифа обязательно из того же куска.

Образец и шлиф отмечаются в документации естественного или искусственного обнажения, из которого они отобраны, наносятся на зарисовку (если она делается), снабжаются этикеткой установленного образца и заносятся в каталог образцов.

Номер образца должен соответствовать номеру обнажения, точке наблюдения, горной выработке или буровой скважине. При отборе нескольких образцов они различаются прибавлением через дефис порядковой цифры, например, обр. I4-I, 14-2 и т. д, Применение букв для различения образцов (например, 14-А, 14-Б и т.д.) не рекомендуется, так как для протяженных обнажений и горных выработок и для скважин значительной глубины букв может не хватить. Самостоятельная (независимая от номера обнажения, скважины и т.п.) нумерация образцов воспрещается.

Пробы горных пород, полезных ископаемых и др. бывают нескольких видов:

- штуфные пробы - образцы горных пород 150-500 г, отбираемые из одного участка;
- сколковые пробы - составленные из небольших (10-25г) обломков породы, взятых в различных частях изучаемого обнажения или его обособленной части с расчетом получения общей массы пробы 150-500 г;
- бороздовые пробы - отбираются сплошной или пунктирной бороздой, пересекающей весь опробуемый объект при сечении борозды 10х5 или 20х10 см; применяется в основном при изучении полезных ископаемых для получения усредненной характеристики полезных компонентов во всем геологическом теле.

Все пробы, отбираемые из естественных обнажений, горных выработок и буровых скважин, обязательно включаются в их описание, их положение изображается на зарисовках. Пробы снабжаются этикеткой единого образца и фиксируются в журналах проб.

2.4. Графическая документация геологических объектов

Графическая документация в виде различного рода зарисовок и фотографий часто применяется в практике геолого-съемочных и поисковых работ, особенно при описании обнажений и геологоразведочных выработок. В настоящей главе содержатся общие рекомендации и специально рассмотрены правила графической документации геологоразведочных выработок, для которых зарисовка является обязательной частью всей документации. Содержание документации не рассматривается, так как оно изложено ранее.

Зарисовки и фотографии геологических объектов являются документами, которые в целом ряде случаев невозможно заменить словесным описанием. Известно, насколько трудно, пользуясь словесным описанием, найти в изученном геологическом объекте все то, что видел автор. Ведь любое описание неполно. Кроме того, язык описания достаточно бледен при фиксации деталей объекта и их пространственных соотношений, тогда как рисунок и фотография обладают наглядностью, т.е. позволяют с необходимой - степенью детальности получить информацию при рассмотрении документа, не пользуясь описанием.

Рисунок и фотография объективно передают все особенности и детали изученного геологического объекта, они дают возможность выделить главное в объекте, что присуще только ему и чем он отличается (или чем сходен) от других аналогичных объектов.

Чтобы рисунок или фотография обладали всеми свойствами документа - носителя объективной информации, они должны в той или иной форме иметь:

- точную географическую привязку;
- ориентировку плоскости рисунка или фотографии;
- масштаб;
- заголовок;
-пояснительные надписи;

- указания на авторство рисунка или фотографии (если они приводятся не в дневнике или журнале).

Графическое документирование любого геологического объекта предусматривает выполнение ряда операций, объемы и методы выполнения которых могут в достаточно широких пределах меняться в зависимости от цели работ и изучаемого объекта:

- подготовку фотоаппаратуры, принадлежностей для рисования, бумаги, дневников, компаса и т.д.;
- привязку - ориентирование плоскости рисунка или фотографии;
- при осмотре геологического объекта выделение отдельных частей и установление мест, где должны быть сделаны зарисовки или фотографии;
- разметка, ведущаяся как для облегчения зарисовок (соблюдение верных соотношений между частями объекта), так и для масштаба при фотографировании.

Под названием "Полевые зарисовки обнажений" объединяется большая группа графических документов, различающихся между собой содержанием и детальностью. Несмотря на то, что выполняемая человеком зарисовка передает его восприятие объекта, вследствие чего, казалось бы, является сугубо субъективной, она вполне объективно отражает облик и состояние объекта и является надежным документом.

Зарисовки в их практическом применении имеют ряд преимуществ перед фотографией. Даже при достаточном опыте и наличии всей необходимой аппаратуры и фотоматериалов хорошую фотографию геологического объекта получить не всегда возможно: объект съёмки может быть мало выразительным, могут быть неблагоприятные условия освещенности или погоды. Кроме того, детали геологического объекта, представляющие наибольший интерес, могут оказаться невыразительными вследствие слабой цветовой или тоновой контрастности. Во всех этих случаях получение удовлетворительного снимка практически невозможно, тогда как полевая зарисовка позволяет не только изобразить, но и подчеркнуть наиболее важные характеристики изучаемого объекта.

Зарисовка в отличие от фотографии не передает объект во всех подробностях, цель ее - максимально объективное изображение особенностей объекта, представляющих интерес для данного исследования. При этом все детали, не имеющие прямого отношения к целевому назначению рисунка, опускаются. Правильно выполненный и оформленный рисунок максимально лаконичен и вместе с тем обладает большой информативностью, четок и точен в изображении всего, что привлекло внимание исследователя.

Для того чтобы рисунок обладал всеми указанными свойствами и удовлетворял всем предъявлявшем требованиям, при его исполнении следует придерживаться определенных правил:

1) Масштаб зарисовки выбирается в зависимости от сложности изображаемого объекта и необходимой степени детализации. Масштаб должен быть выдержан на всей зарисовке во всех частях объекта. При необходимости отдельные части объекта, представляющие особый интерес, изображаются в более крупном масштабе, но уже на другом рисунке;

2) Зарисовки делаются четко и ясно, линиями различной толщины, без штриховки и тем более растушевки;

3) Второстепенные детали, вводимые в рисунок для масштаба (деревья, дома), выполняются схематически;

4) Зарисовка должна иметь географическую привязку, соответствующую привязке объекта в описании. Если на зарисовке изображается только часть объекта, делается привязка к объекту;

5) Плоскость зарисовки должна быть ориентирована;

6) Зарисовка должна иметь заголовок, необходимые поясняющие надписи и условные обозначения (в дневнике условные обозначения могут быть указаны в начале);

7) На рисунке указываются места, в которых делались измерения элементов залегания и их числовые значения и места отбора образцов и проб и их номера;
8) Все данные, помещаемые на рисунке, должны совпадать с записями в дневнике;
9) Запись в дневнике должна содержать ссылку на рисунок.

В соответствии с объектом и масштабом изображения, а также степенью его детальности можно выделить несколько типов зарисовок, различающихся техникой исполнения.

Схема – мелкомасштабная зарисовка, выполненная в условной манере, в приближенном или относительном масштабе. Ее назначение - пояснение записей в дневнике, указание на порядок записей или отбора образцов и т.д. Схема, поскольку она привязана к тексту дневника, обычно выполняется на левой стороне разворота. Если записи в дневнике ведутся шариковой ручкой, то и схему можно выполнять ею же. Схема снабжается надписями, поясняющими цель, с которой она выполнена, и детали изображения.

Зарисовки обнажений и их отдельных частей в зависимости от характера могут проводиться в проекции на вертикальную и наклонную плоскости, а также на разные плоскости, если обнажение расположено на склоне с уступом. В последнем случае зарисовка сопровождается дополнительной схемой, показывающей взаимоотношения и положение отдельных частей обнажения, спроецированных на разные плоскости, и указанием (текстовым или графическим знаком) на плоскость проекции. Соблюдение определенного масштаба и пропорций между отдельными частями обнажения достигается предварительной разметкой путем установки через определенное расстояние вешек или каменных пирамидок.

Крупномасштабные зарисовки отдельных частей обнажений выполняются с возможно более точным соблюдением масштаба и относительного расположения деталей, однако, без загромождения рисунка незначащими подробностями. Для выполнения такой зарисовки разметка обнажения делается более тщательно - обычно с помощью рулетки, натянутой поперек зарисовываемой площади, и в особо сложных случаях - двух рулеток (мерных реек, веревок с узлами и т.п.), натянутых крестообразно (горизонтально и вертикально) в плоскости рисунка.

Зарисовки разнообразных трещин и линейных тектонических структур проводятся с большой тщательностью и точностью в соблюдении размеров, ориентировки и их взаимного расположения. При этом рисуются только главные, наиболее характерные трещины. При изображении систем трещин необходимо дать представление о густоте трещин, принадлежащих к каждой системе. Все измерения помещаются на рисунке с указанием места, где они сделаны.

Фотосъемка в маршруте. Подготовка к маршрутной съемке начинается еще перед выездом на полевые работы. При изучении материалов предыдущих исследований: по району предстоящих работ составляется представление о его геологическом строении и возможных объектах фотографирования, достаточно полно характеризующих наиболее интересные особенности района в соответствии с задачами проектируемых полевых работ.

Порядок фотосъемки в маршруте. При фотографировании геологических объектов в маршруте не следует жалеть пленки: по возможности надо фиксировать все имеющее значение для целей исследования. Возможно, что встреченный объект уникален и случая зафиксировать его на пленку больше не представится. Даже если аналогичные объекты будут встречаться в дальнейшем, их надо фотографировать: снимки можно сравнить, отмечая черты сходства или, напротив, различия, зафиксированные объективом.

Фотосъемка геологических объектов представляет собой ряд последовательно выполняемых операций, каждая из которых в известной степени определяет качество будущего снимка.

1. Точка съемки выбирается с учетом характера объекта и цели, с которой делается снимок. При этом следует иметь в виду:

а) свет на объект должен падать спереди и несколько сбоку. Детали объекта при этом выглядят более контрастно, а сам объект приобретает объемность. Это особенно важно при фотографировании обнажений. Лучше всего для съемки подходит рассеяно направленный свет, которой дает солнце за тонким слоем облаков. При этом тени на объекте получаются не чрезмерно контрастными;

б) нормальная высота точки съемки соответствует уровню глаз человека. При этом фотография передает неискаженное представление об объекте - такое, каким видит его наблюдатель в обычных условиях.

2. Определение границ кадра и его композиция. В кадре должен помещаться фотографируемый объект целиком или его определенные детали, а в некоторых случаях и окружающее объект пространство (если необходимо зафиксировать взаимоотношения фотографируемого объекта с другими объектами или показать его положение в пространстве). В соответствии с этим граница кадра выбирается горизонтальной или вертикальной. Если с данной точки зрения изображение, размещающееся в кадре, не соответствует поставленной цели, границы кадра можно регулировать одним из следующих методов:

а) подойти ближе или, напротив, отойти подальше;

б) применить сменную оптику;

в) сделать панорамный снимок.

В кадре должно располагаться лишь то, что необходимо для цели документации.

3. Масштаб снимка должен быть показан в каждом кадре. Это достигается размещением в кадре предметов, которые могут служить масштабом: при фотографировании крупных обнажений - фигура человека, разметка вешками или пирамидами камней, при съемке деталей обнажений - молоток, компас и т.д., при съемке мелких деталей – линейка с сантиметровыми делениями.

3. ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ ПРАКТИКИ

Студенты, участвующие в геологических экскурсиях должны знать элементарные правила по технике безопасности. Опыт показывает, что незнание правил техники безопасности, пренебрежение, казалось бы, элементарными правилами влекут за собой несчастные случаи.

Геологические экскурсии должны проводиться по утвержденным в установленном порядке программам, в которых предусматриваются мероприятия по технике безопасности с учетом местных условий в соответствии с «Правилами безопасности при геологоразведочных работах».

Перед геологическими экскурсиями все студенты должны пройти медицинское освидетельствование и сделать предохранительные прививки против энцефалита.

Руководители экскурсий перед их началом обязаны провести специальный инструктаж всех щкольников об условиях экскурсий, правилам безопасности и дисциплине. Врач проводит инструктаж об оказании необходимой медицинской помощи на маршруте. О прохождении инструктажа каждый школьник расписывается в «Книге регистрации обучения и инструктирования по технике безопасности». В процессе проведения полевых работ руководители групп должны также систематически проходить дополнительный инструктаж о мерах предотвращения наиболее вероятных для данного района работ опасностей и несчастных случаев.

Каждый работающий, заметивший опасность, угрожающую людям, обязан принять зависящие от него меры для ее устранения и немедленно сообщить об этом своему непосредственному руководителю. Руководитель обязан принять меры к устранению

опасности; при невозможности устранения опасности прекратить работы, вывести работающих в безопасное место.

Запрещается во время работы и во время перерывов располагаться в траве, кустарнике и других не просматриваемых местах, если на участке работ используются транспортные средства.

Запрещается допускать к работе лиц в состоянии алкогольного, наркотического или токсического опьянения, а также в болезненном состоянии. Перед выходом группы в маршрут руководитель группы обязан:

а) проверить готовность группы к маршруту (обеспечить ее топоосновой, снаряжением, продовольствием, инструментом, защитными и спасательными средствами);

б) дать указание о порядке проведения маршрута, правилах передвижения применительно к местным условиям;

в) нанести на свою карту линию намеченного маршрута группы.

В дни, когда по прогнозу погоды затяжной дождь, сильный ветер, выходить в маршруты запрещается.

Если затяжной дождь, густой туман застают группу в пути, необходимо прервать маршрут, укрыться в безопасном месте и переждать непогоду.

Движение группы должно быть компактным, обеспечивающим постоянную зрительную или голосовую связь между людьми и возможность взаимной помощи. При оставлении кого-либо из участников маршрута с потерей видимости или голосовой связи старший группы обязан остановить движение и подождать отставшего.

В маршрутах каждому участнику рекомендуется надевать яркий шарф, косынку или рубашку для обеспечения лучшей взаимной видимости.

Запрещается употреблять в пищу неизвестные грибы, ягоды и рыбу во избежание возможного отравления.

Использование для питьевой воды минеральных источников, бальнеологические свойства которых неизвестны, запрещается, не рекомендуется также купаться в них.

При движении и на привалах необходимо соблюдать питьевой режим. Пить сырую воду из луж, ям и других поверхностных водоемов запрещается.

Особое внимание в маршрутах необходимо уделять мерам предупреждения тепловых и солнечных ударов. В жаркие безветренные дни работать с непокрытой головой не разрешается.

Одежда не должна стеснять движений при работе, обувь обязательно подбирается по ноге.

Для защиты от кровососущих насекомых рекомендуется надевать накомарники или периодически смазывать лицо, шею, руки репеллентами.

При проведении маршрутов в лесу особенно строго должны соблюдаться правила зрительной и голосовой связи.

Передвижение через лесные завалы разрешается только с соблюдением соответствующих мер предосторожности.

На участках, заросшей высокой и густой травой, рекомендуется начинать работу после высыхания росы.

При работе в лесу следует строго соблюдать меры пожарной безопасности.

Бросать в лесу непотушенные спички и окурки запрещается. Костры разрешается разводить лишь в местах, где исключена возможность возникновения пожара.

При малейшем признаке лесного пожара (запах дыма, гари, бег зверей и полет птиц в одном направлении) группа должна выйти к ближайшей речной долине или поляне.

При возникновении пожара необходимо приступить к его тушению с помощью всех имеющихся средств и одновременно сообщить об этом местным органам власти.

При передвижении по горелым лесам и торфяникам следует соблюдать особую осторожность.

При проведении маршрутов в местах распространения энцефалитных клещей рекомендуется плотно застегивать одежду и 3-4 раза в день осматривать тело и одежду.

При отборе образцов в выработках должны применяться меры по защите от падения кусков породы со склона и бортов выработки.

При одновременной работе двух или более проботборщиков не одном уступе расстояние между участками их работ должно быть не менее 1,5 м.

Если произошел несчастный случай или школьник почувствовал недомогание, то следует:

- прекратить работу, сохранить обстановку места происшествия, если это не представляет опасности для окружающих, и сообщить руководителю, вызвать скорую помощь.

При получении травмы оказать первую помощь пострадавшему, сообщить руководителю, при необходимости вызвать скорую помощь или отправить пострадавшего в ближайшее лечебное учреждение. Для оказания первой помощи при ранениях и кровотечениях необходимо на рану наложить стерильный бинт, предварительно смазать настойкой йода очищенный от грязи участок вокруг раны. При сильном кровотечении необходимо наложить выше раны жгут не более чем на 1.0 – 1.5 часа.

По окончании рабочего времени привести в порядок снаряжение и другие принадлежности. Провести мероприятия личной гигиены. Провести осмотр всех участников экскурсии на предмет обнаружения клещей.

Организованно пройти на автобусную остановку для возврата в город.

Ожидать транспорт разрешается только на посадочных площадках, а при их отсутствии – на тротуаре или обочине.

4. ПОЛЕВОЕ СНАРЯЖЕНИЕ

Вполне очевидно, что успешное проведение геологических маршрутов (экспедиций) в существенной мере зависит от обеспеченности участников соответствующим оборудованием, снаряжением и материалами. Подчеркнем специально, что при ведении полевых исследований все необходимое должно «быть под руками». При этом ничего не должно быть лишнего. В таблице приведен список необходимых «вещей» для полевой бригады, состоящей из 5 человек.

№ п./п.	Наименование оборудования, снаряжения и др.	Кол-во (шт.)
1	Полевая книжка (пикетажка)	5
2	Геологический молоток	1
3	Компас горный	1
4	Лупа с десятикратным увеличением	1
5	Карандаш простой (мягкий и твердый)	10
6	Транспортир	1
7	Авторучка шариковая	10
8	Рулетка 10 м	1
9	Сумка полевая	5
10	Рюкзак (желательно непромокаемый)	1
11	Мешочки пробные	20
12	Линейка 30 см	2
13	Фотоаппарат	1
14	Аптечка универсальная	1

5. ОФОРМЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ МАРШРУТОВ

В результате геологических экскурсий накапливается большой фактический материал: коллекции минералов и горных пород, остатки ископаемых животных и растений, образцы полезных ископаемых, графический материал. Все это может составить основу тематических выставок и стендов.

Министерство образования и науки РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

И.В. Назаров, Е.В. Шипилова

Методические указания к геодезической практике для студентов всех специальностей

Екатеринбург - 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ 5
1. ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ И ИХ РАБОЧИЕ ПОВЕРКИ 6
1.1. Рабочие поверки теодолита Т-30 (2Т-30) 6
1.2. Рабочие поверки нивелира Н-3 10
2. ПЛАНОВО-ВЫСОТНОЕ СЪЁМОЧНОЕ ОБОСНОВАНИЕ. ПОЛЕВЫЕ РАБОТЫ. 13
2.1. Рекогносцировка местности и закрепление пунктов съёмочного обоснования. 13
2.2. Измерение горизонтальных и вертикальных углов в тахеометрическом ходе 14
2.3. Измерение длин сторон тахеометрического хода 18
2.4. Привязка хода к пунктам опорной геодезической сети. 19
3. ПЛАНОВО-ВЫСОТНОЕ СЪЁМОЧНОЕ ОБОСНОВАНИЕ. КАМЕРАЛЬНЫЕ РАБОТЫ 20
3.1. Вычисление привязки 20
3.2. Вычисление горизонтальных проложений длин линий 22
3.3 Вычисление отметок пунктов съемочного обоснования методом тригонометрического нивелирования 23
3.4. Вычисление координат пунктов съемочного обоснования 26
3.4.1. Вычисление угловой невязки хода 26
3.4.2. Вычисление дирекционных углов сторон хода 29
3.4.3. Вычисление приращений координат, их невязок и координат пунктов съемочного обоснования. 29
4. ТАХЕОМЕТРИЧЕСКАЯ СЪЕМКА 32
4.1. Работа на станции 32
4.2. Ведение журнала тахеометрической съемки 33
4.3.Составление абриса 37
5. СОСТАВЛЕНИЕ ТОПОГРАФИЧЕСКОГО ПЛАНА 39
5.1. Вычерчивание координатной сетки 39
5.1.1. Построение пунктов съемочного обоснования по координатам 39
5.2. Нанесение ситуации и рельефа местности на план 40

5.3.Оформление топографического плана 40
6. ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ НИВЕЛИРОВАНИЕ ПО ОСИ ТРАССЫ 41
6.1. Рекогносцировка трассы 42
6.2.Разбивка пикетажа по трассе и поперечных профилей 42
6.3. Нивелирование по оси трассы и по поперечным профилям 43
6.4. Работа на станции при нивелировании 44
6.5. Камеральная обработка результатов нивелирования 4
6.5.1. Обработка нивелирного журнала 4
6.5.2. Построение профиля трассы 6
6.5.3. Проектирование по профилю 9
7. ИНЖЕНЕРНО-ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ 12
7.1. Элементы геодезических разбивочных работ 12
7.1.1. Вынос в натуру проектного горизонтального угла 12
7.1.2. Вынос в натуру проектного расстояния 13
7.2. Вынос в натуру точки с заданными координатами (полярным способом) 13
7.3. Вынос в натуру точки с заданной отметкой 16
7.4. Вынос в натуру линии с проектным уклоном 17
8. ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТА ПО ПРАКТИКЕ 20
Приложение 1 22
Приложение 2 23

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Задачей учебной геодезической практики является закрепление теоретических знаний студентов и приобретение ими практических навыков при решении различных инженерно-геодезических задач.

Все виды работ, предусмотренные программой, выполняются студентами самостоятельно бригадами в составе 6 человек, Продолжительность учебной геодезической практике 2 недели.

Студенты допускается к производству геодезических работ на практике лишь после изучения правил по охране труда и технике безопасности.

В период прохождения геодезической практики студенты обязаны выполнять установленный распорядок дня, бережно относиться к полученным приборам и инструментам и поддерживать дисциплину и порядок на полигоне и территории базы.

Руководитель практики систематически контролирует в течение всего периода практики се виды полевых и камеральных работ и принимает законченные работы.

Зачет по практики преподаватель принимает по пятибалльной системе от каждого студента в присутствии всех членов бригады.

Студенты, пропускающие дни практики, опаздывающие или уходящие с работы раньше срока по неуважительной причине, к зачету по практике не допускаются.

1. ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ И ИХ РАБОЧИЕ ПОВЕРКИ

Для измерения углов на учебно-геодезической практике используются теодолиты Т-30, 2Т-30.

Основные части теодолита показаны на рис 1.1, отсчетные устройства приборов - на рис 1.2, сетка нитей - на рис 1.3.

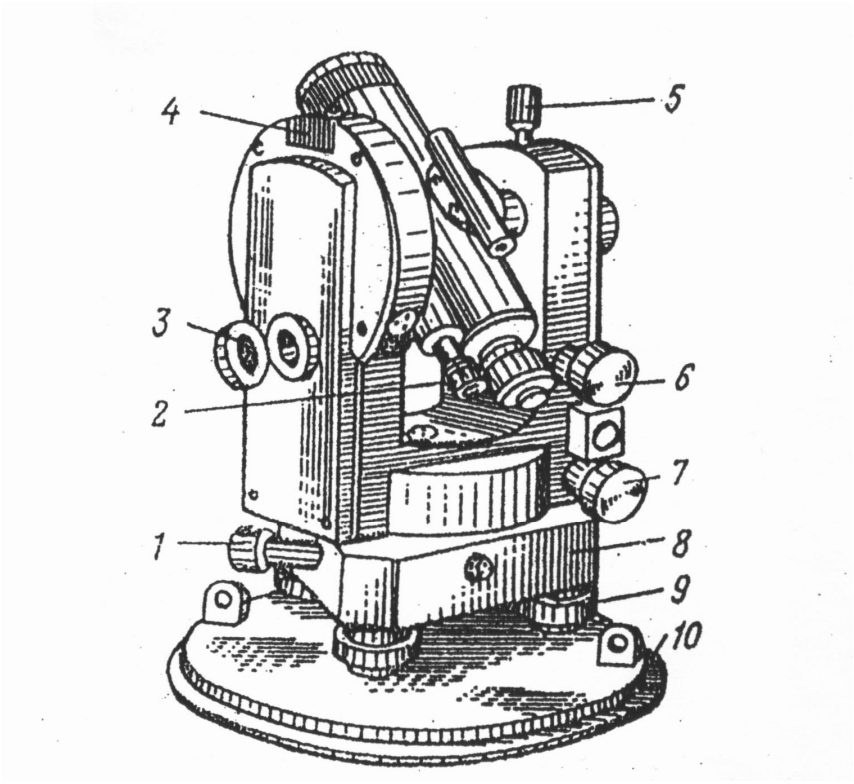


Рис. 1.1. Устройство теодолита 2Т30:
1 – наводящий винт лимба; 2 – микроскоп; 3 – зеркало для освещения шкал микроскопа; 4 – гнездо для крепления буссоли; 5 – закрепительный винт трубы; 6 – наводящий винт трубы; 7 – наводящий винт алидады; 8 – подставка; 9 – подъемные винты; 10 – основание.

1.1. Рабочие поверки теодолита Т-30 (2Т-30)

Поверка 1. Ось цилиндрического уровня при алидаде горизонтального круга должна быть перпендикулярна вертикальной оси вращения прибора.

Уровень горизонтального круга устанавливают по направлению двух подъемных винтов, приводят или пузырек на середину, Затем поворачивают, алидаду на 180°. При отклонении пузырька от средины более чем на 2 деления производят юстировку – на половину дуги отклонения пузырька

уровня перемещают юстировочными винтами уровня. Затем поверку повторяют.

Поверка 2. Визирная ось зрительной трубы должна быть перпендикулярна к горизонтальной оси вращения трубы

Выбирают на местности удаленную точку. Наводят теодолит на удаленную точку и берут отсчёты по горизонтальному кругу при двух положениях вертикального круга $КЛ_1$ и $КП_1$. Открепив становым винтом штатива подставку теодолита, поворачивают прибор примерно на 180° и повторяют то же самое, получая отчеты при $КЛ_2$ и $КП_2$. Получают значение коллимационной ошибки С по формуле:

$$C = \frac{(ККЛ - КП1 \pm 180°) + (ККЛ - КП2 \pm 180°)}{4}$$

Если величина С превышает 2', то вычисляют исправленный отсчет КП - С и устанавливают его на горизонтальном круге микрометренным винтом алидады. При этом центр сетки нитей сместится с точки наведения. Для исправления данного положения вращают горизонтальные исправленные винты сетки нитей до совмещения ее центра с точкой наведения.

Пример: отсчеты по горизонтальному кругу

	КЛ	КП
Наведение 1	40°22′	220°20′
Наведение 2	200°10′	20°10′

$$C = \frac{(40°22' - 220°20' + 180°00') + (200°10' - 20°10' - 180°00')}{4}$$

$$C = \frac{4'}{4} = 1'$$

В штриховом микроскопе теодолита Т30 в середине поля зрения виден штрих, относительно которого осуществляется отсчет по лимбу (рис. 1.2, а). Перед отсчетом по лимбу необходимо определить цену деления лимба. В теодолите Т30 цена деления лимба составляет 10 угловых минут, т.к. градус разделен на шесть частей. Число минут оценивается на глаз в десятых долях

цены деления лимба. Точность отсчета составляет 1′.

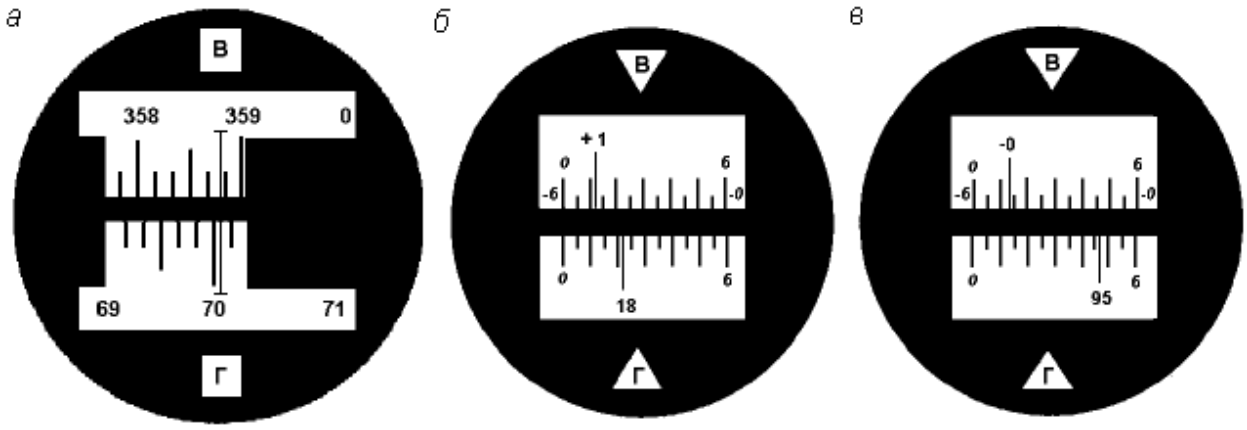


Рис. 1.2. Поле зрения отсчетных устройств: штрихового микроскопа с отсчетами по вертикальному кругу – 358° 48′ , по горизонтальному – 70° 03′ (*а*); шкалового микроскопа с отсчетами: по вертикальному кругу – 1° 11′, по горизонтальному – 18°22′ (*б*); по вертикальному кругу – -0°47′ по горизонтальному – 95° 47′ (*в*).

В шкаловом микроскопе теодолита 2Т30 в поле зрения видна шкала, размер которой соответствует цене деления лимба (рис. 1.2, *б*, *в*). Для теодолита технической точности размер шкалы и цена деления лимба равны 60′. Шкала разделена на двенадцать частей, и цена ее деления составляет 5 угловых минут. Если перед числом градусов знака минус нет, отсчет производится по шкале от 0 до 6 в направлении слева направо (рис. 1.2, *б*). Если перед числом градусов стоит знак минус, в этом случае минуты отсчитываются по шкале вертикального круга, где перед цифрами от 0 до 6 стоит знак минус в направлении справа налево (рис. 1.2, *в*). Десятые доли цены деления шкалы берутся на глаз с точностью до 30″.

Поверка 3. Горизонтальная ось вращения зрительной трубы должна быть перпендикулярна оси вращения теодолита.

Устанавливают теодолит недалеко от стены здания. Центр сетки нитей зрительной трубы наводят на высоко расположенную точку и, закрепив алидаду, наклоняют трубу примерно до горизонтального положения. Отмечают карандашом на стене проекцию центра сетки нитей. Переводят трубу через зенит, снова повторяют все действия. Если наблюдаемое в

зрительной трубе горизонтальное расстояние между двумя проекциями центра сетки нитей не превышает тройную ширину биссектора сетки, то условие поверки считается выполненным (рис. 1.3). В противном случае прибор подлежит исправлению на заводе.



Рис. 1.3 Сетка нитей

Поверка 4. Определение и исправление места нуля (МО) вертикального круга.

При двух положениях круга наводят центр сетки нитей на хорошо видимый предмет и берут отсчёты по вертикальному кругу КЛ и КП. Значение МО вычисляют по формуле:

Для 2Т-30

$$\text{МО} = \frac{\text{КЛ} + \text{КП}}{2}$$

для Т-30

$$\text{МО} = \frac{\text{КЛ} + \text{КП} - 180^\circ}{2}$$

Пример:

Отсчёты КЛ $7^\circ 20'$ $\text{МО} = \frac{7^\circ 20' + 172^\circ 44' - 180^\circ}{2} = 2'$

для Т-30 КП $172^\circ 44'$

отсчёты КЛ $7^\circ 20'$ $\text{МО} = \frac{7^\circ 20' - 7^\circ 24'}{2} = -2'$

для 2Т-30 КП $-7^\circ 24'$

Место нуля определяют дважды. Среднее значение недолжно превышать 1-3′.

В противном случае микрометренным винтом вертикального круга устанавливают на вертикальном круге отсчет, равный КП-МО. При этом центр сетки нитей сместится с наблюдаемой точки. Для исправления МО его совмещают с точкой наведения, вращая вертикальные исправительные винты сетки нитей.

Для контроля поверку повторяют. При выполнении этой поверки следят, чтобы пузырёк уровня горизонтального круга находился в нуль-пункте.

1.2. Рабочие поверки нивелира Н-3

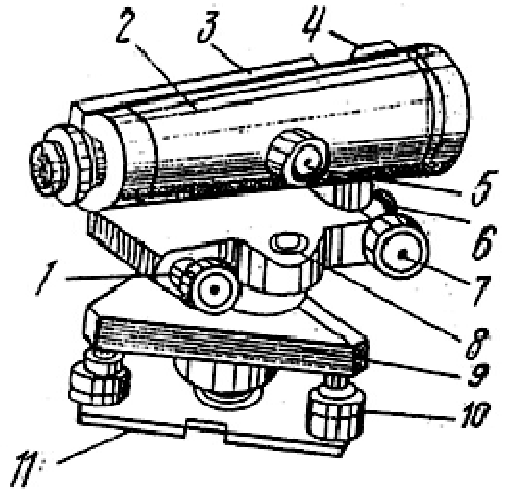
Нивелир Н-3 предназначен для определения превышения между смежными точками местности. Основные части нивелира приведены на рис. 1.4.

Поверка 1. Ось круглого уровня должна быть параллельно оси вращения нивелира.

Вращением подъемных винтов приводят пузырек круглого уровня на середину. Поворачивают нивелир на 180°. Если пузырек не сместится с средины то условие выполнено. В противном случае юстировочными винтами уровня перемещают его к нуль-пункту на половину дуги отклонения. Затем поверку повторяют.

Поверка 2. Визирная ось зрительной трубы, должна быть параллельна оси цилиндрического уровня.

Поверку выполняют двойным нивелированием одной и той же линии длиной 50-75 м (рис 1.5)



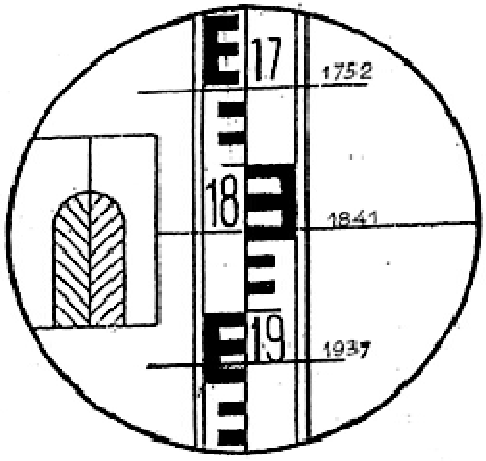


Рис. 1.4. Устройство нивелира:

1 – элевационный винт;

2 – зрительная труба;

3 – цилиндрический уровень;

4 – визир;

5 – винт фокусировки;

6 – закрепительный винт;

7 – наводящий винт;

8 – круглый уровень;

9 – подставка;

10 – подъемные винты;

11 – основание.

Отсчёты по рейке:

1752 мм - верхняя нить

1841 мм - средняя нить

1937 мм - нижняя нить

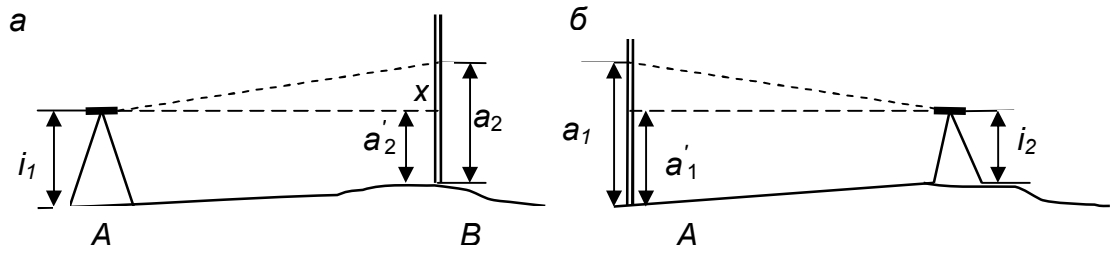


Рис. 1.5. Схема поверки главного геометрического условия

Устанавливают нивелир в точке. А, а рейку в точке В. Измеряют высоту инструмента i_1, в точке А и берут отсчёт по рейке a_1 в точке В. Затем нивелир и рейку меняют местами и снова измеряют высоту инструмента i_2 и берут отсчёт по рейке a_2. Если визирная ось не параллельна оси уровня и составляет с ним некоторый угол v, то отсчёты по рейке будут содержать некоторую погрешность *X*. Величину этой погрешности определяют по формуле:

$$X = \frac{a_1 + a_2}{2} - \frac{i_1 + i_2}{2} \text{ мм}$$

Пример: i_1=1420 мм i_2= 1540 мм

a_1=1180 мм a_2=1786 мм

$$X = \frac{1180 + 1786}{2} - \frac{1420 + 1540}{2} = 3 \text{ мм}$$

Если величина X>4 мм, то не параллельность осей исправляют. Для этого вычисляют исправленный отсчет $a_2=a_2-X$ (рис 1.5) и, действуя элевационным винтом, устанавливают его на рейке по средине нити сетки. Затем, действуя вертикальными юстировочными винтами цилиндрического уровня, совмещают изображение концов пузырька уровня. Для контроля поверку повторяют.

Поверка 3. Сетка нитей должна быть расположена правильно, т.е. вертикальная нить должна быть вертикальна, а горизонтальная – горизонтальна.

На расстояние 15-20 м вывешивают отвес, наводят трубу нивелира на нить отвеса. Если вертикальная нить сетки нитей параллельна нити отвеса, то условие выполнено. В противном случае исправление делают поворотом всей оправы сетки нитей до правильного положения, предварительно ослабив винты оправы.

2. ПЛАНОВО-ВЫСОТНОЕ СЪЁМОЧНОЕ ОБОСНОВАНИЕ. ПОЛЕВЫЕ РАБОТЫ.

Для производства топографо-геодезических работ на местности необходимо иметь сеть пунктов съемочного обоснования.

На практике каждая бригада студентов на своем участке создает планово-высотную съемочную сеть в виде замкнутого тахеометрического хода с общим числом вершин 6-7, в котором измеряют горизонтальные и вертикальные углы и длины сторон, а также осуществляют привязку тахеометрического хода к пунктам опорной геодезической сети.

2.1. Рекогносцировка местности и закрепление пунктов съёмочного обоснования.

Инструменты и принадлежности для выполнения работы: штыри, две вешки, молоток, тетрадь, две ручки.

Бригада студентов вместе с преподавателем обходит участок, выбирает места для точек съемочного обоснования и закрепляет их. При этом необходимо соблюдать ряд условий:

- Удобство установки теодолита для работы на станции;
- Взаимная видимость на соседние пункты;
- Максимальный обзор местности и полнота съемки;
- Расстояния между пунктами от 40 до 100 м.

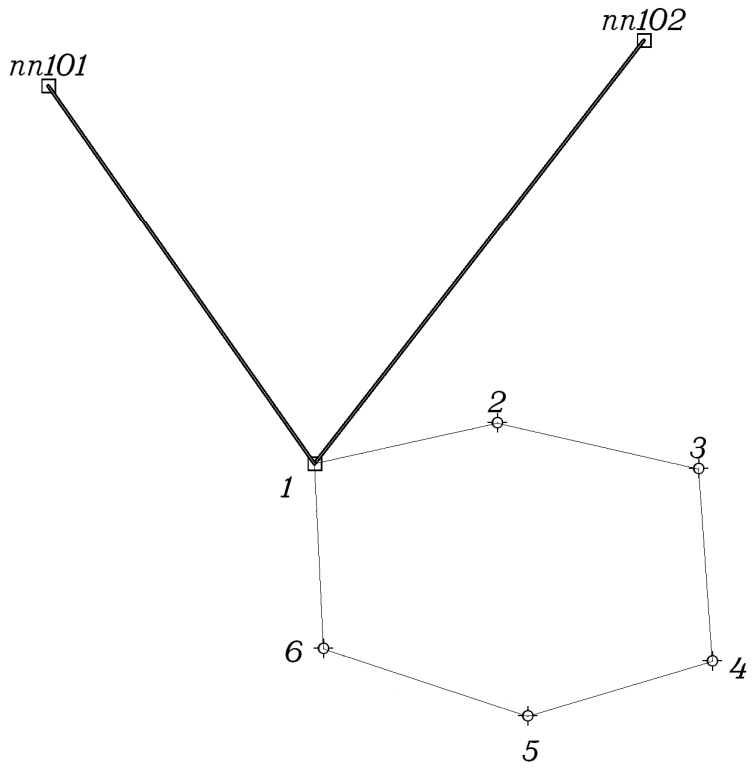


Рис 2.1 Схема расположения пунктов съемочного обоснования.

Закрепление пунктов съемочного обоснования производят металлическими штырями, которые забивают до уровня земной поверхности, вокруг штыря делают окопку, каждому из них присваивается порядковый номер. При рекогносцировке составляют общую схему расположения точек съемочного обоснования (рис. 2.1).

2.2. Измерение горизонтальных и вертикальных углов в тахеометрическом ходе

Инструменты и принадлежности для выполнения работы: теодолит, две вешки, одна рейка, полевой журнал для измерения углов, карандаш, тетрадь.

На каждом пункте планово-высотного хода измеряют горизонтальный угол, вертикальные углы и наклонные длины линий. Углы измеряют теодолитами Т-30 или 2Т-30 одним полным приемом, длины сторон хода – нитяным дальномером. Результаты измерений записывают в журнал

измерения углов и длин линий простым карандашом (таблица 1).

Порядок работы:

1) Теодолит центрируют над пунктом по отвесу с точностью 5 мм и горизонтируют с помощью цилиндрического уровня при горизонтальном круге;

2) На две смежные точки выставляют визирные вехи, на которых отмечают ярким шнурком высоты инструмента на данной точке стояния;

3) Измерение горизонтального угла начинают при положении зрительной трубы КЛ. Открепив закрепительный винт алидады, наводят на низ вехи (во избежание ошибок из-за наклона вехи). Берут отсчет по горизонтальному кругу, записывают его в полевой журнал (1) (таблица 1, действие(1). В скобках показана последовательность действий при измерениях и записи в журнале). Затем открепляют закрепительный винт алидады, пересечение основных штрихов сетки наводят на низ правой вехи, берут отсчет по горизонтальному кругу, записывают в журнал (2). Вычитая из отсчёта (2) отсчёт (1), получают значение угла (3), измеренное одним полуприёмом;

4) Переводят трубу через зенит. Повторяя действия, описанные в пункте 3, измеряют горизонтальный угол вторым полуприемом при положении зрительной трубы КП. По отсчетам (4) и (5) вычисляют значение угла (6), полученного из второго полуприема;

5) Сравнивают значения углов (3) и (6), полученные из двух полуприемов. Их разность не должна быть больше 2t, т.е. 1’, где t=30” – точность теодолита. Вычисляют среднее значение горизонтального угла (7) по формуле:

$$\frac{(3)-(6)}{2}=(7)$$

6) Измерение вертикального угла начинают при положении зрительной трубы КЛ. Зрительную трубу наводят на веху, установленную на смежной точке. Основной (средний) горизонтальный штрих сетки совмещают с

отметкой высоты инструмента на вехе (шнурок). После чего берут отсчет по вертикальному кругу (8). Затем наводятся на веху, установленную второй точке, и записывают значения по вертикальному кругу (9);

7) Переводят зрительную трубу через зенит, повторяют действия, описанные в пункте 6, при положении зрительной трубы КП. Берут отсчет по вертикальному кругу и записывают в журнал (10), (11);

8) Вычисляют МО вертикального круга (12).

9) Вычисляют угол наклона (13) по формуле:

$$\nu = КЛ - МО$$

Контроль:

- При измерении вертикальных углов на станции колебание МО для разных вертикальных углов не должно превышать $\pm 2'$;

- Значения углов наклона, измеренных в прямом и обратном направлениях, не должны отличаться более, чем на $\pm 3'$.

Запрещается! В полевом журнале стирать резинкой результаты измерений, писать цифру на цифре, переписывать полевой журнал. Ошибочные измерения зачеркиваются одной чертой, затем записи продолжаются дальше. Все записи должны вестись четко и аккуратно с использованием шрифтов (см. Приложение 1).

Таблица 1

ЖУРНАЛ ИЗМЕНЕНИЯ УГЛОВ И ДЛИН ЛИНИЙ

Дата Исполнитель $МО = \frac{КЛ + КП}{2}$ $\nu = КЛ - МО$

Точка стояния	**Круг**	**Точки визирован.**	**Горизонтальный круг**			**Точки**		**Круг**	**Вертикальный круг**			**Длины линий измеренные**
			Отсчёт ° '	**Измеренный угол ° '**	**Средний угол ° '**	**Стояния**	**Визиров.**		**Отсчёт**	**Место нуля**	**Угол наклона**	**Горизонт. Проложение**
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	КЛ	2	196°15' (1)	244°24' (3)	244°24,5' (7)	1	2	КЛ	-2°01' (8)	-0°0'30" (12)	-2° 00' 30" (13)	57,1 (14)
		6	80°39' (2)					КП	2°00' (10)			
	КП	2	16°17' (4)	244°25' (6)		1	6	КЛ	8°35' (9)	0°	8°35'	116,5 (15)
		6	260°42' (5)					КП	-8°35' (11)			
2	КЛ	3	146°55'	59°46'	59°46'	2	1	КЛ	-8°36'	0°	-8°36'	116,5 (16)
		1	206°41'					КП	8°36'			
	КП	3	326°59'	59°46'		2	3	КЛ	-2°20'	-0°2'	-2°18'	82,5
		1	26°45'					КП	2°18'			

2.3. Измерение длин сторон тахеометрического хода

В процессе проложения тахеометрического хода в поле измеряют длины сторон хода. Для этого на смежные точки ставят нивелирную рейку (нулем вниз), наводят зрительную трубу на рейку, совмещая верхний дальномерный штрих сетки нитей с каким-нибудь целым делением рейки (обычно с отсчетом 1000). Подсчитывают длину отрезка "*l*" в см между верхним и нижним дальномерными штрихами. Доли сантиметровых делений оценивают на глаз.

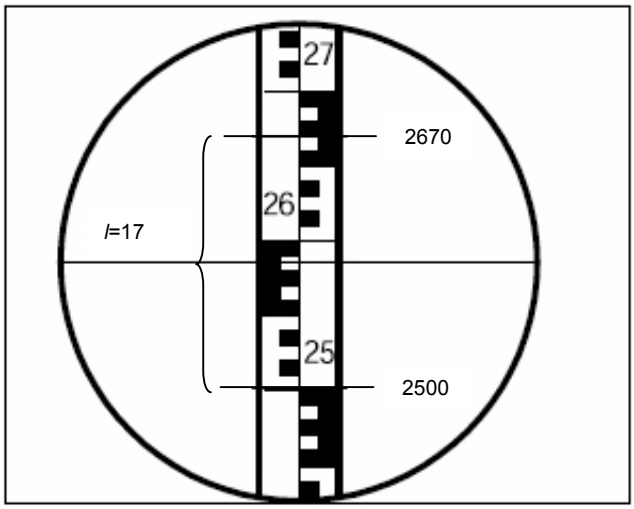


Рис. 2.2 Определение расстояний нитяным дальномером

Длина измеренной стороны определяется по формуле

$$S_{изм} = K * l_{см,}$$

где *K* - коэффициент нитяного дальномера (*K*=100), *l* - длина отрезка в см между верхней и нижней дальномерными нитями.

Пример: на рис. 2.2 отчет по верхней нити 2670, отчет по нижней нити 2500, *l*=2670-2500=170 мм=17 см, $S_{изм}$=17 см х 100=1700 см=17,0 м.

На станции длину каждой стороны хода измеряют дважды по черной и по красной сторонам рейки, или по одной стороне, но по разным делениям рейки. Разность результатов измерений должна быть не более 0,3 м на 100 метров длины. Среднее значение длины стороны хода записывают в полевой журнал (14) с округлением до 0,1 м.

Длины сторон хода обязательно измеряют в обратном направлении. Разность между результатами измерений ”прямо” (15) и “обратно” (16) не должна превышать 1:200-1:400 (0,3-0,5 м на 100 м длины).

2.4. Привязка хода к пунктам опорной геодезической сети.

Привязку тахеометрического хода выполняют для определения дирекционного угла начальной стороны хода. Одна из вершин тахеометрического хода является пунктом опорной геодезической сети (рис. 3.1). С него есть видимость на два других геодезических пункта (пп101, пп102). Для привязки хода к опорной геодезической сети производят измерение примычных углов φ_1 и φ_2. Это угол между твердой стороной и первой стороной тахеометрического хода (рис. 3.1). В полевом журнале вычерчивают схему привязки, показывают примычные углы.

Каждый примычный угол φ_1 и φ_2 измеряют двумя приемами с перестановкой лимба между приемами примерно на 90°. Для контроля измеряют угол между исходными сторонами (δ). Контроль производят по формуле:

$$\delta = \varphi_1 - \varphi_2$$

Допустимое расхождение ±3′.

3. ПЛАНОВО-ВЫСОТНОЕ СЪЁМОЧНОЕ ОБОСНОВАНИЕ. КАМЕРАЛЬНЫЕ РАБОТЫ.

После последних измерений производят проверку полевых журналов, правильность записей и вычислений измеренных и средних значений. По значениям измеренных горизонтальных углов и длин линий составляют схему съемочного обоснования и ее привязки (рис. 3.1). На схему выписывают измеренные значения углов и длин. Затем приступают к вычислениям. Вычисления линейных величин ведут с точностью до 0.1м, а углов – до 30”. Из полевого журнала выписывают измеренные примычные углы φ_1 и φ_2.

3.1. Вычисление привязки

Дирекционный угол начальной стороны хода ($\alpha_{1\text{-}2}$) (рис. 3.1) вычисляют дважды, исходя из значений дирекционных углов исходных сторон опорной геодезической сети ($\alpha_{1\text{-}A}$, $\alpha_{1\text{-}B}$) и измеренных углов (φ_1 , φ_2) по формулам:

$$\alpha_{1\text{-}2}=\alpha_{1\text{-}nn101}+\varphi_1$$

$$\alpha_{1\text{-}2}=\alpha_{1\text{-}nn102}+\varphi_2$$

Дирекционные углы исходных сторон вычисляют решая обратные геодезические задачи , по формулам:

$$r_{1-nn101}=arctg\frac{Y_{nn101}-Y_1}{X_{nn101}-X_1},\ r_{1-nn102}=arctg\frac{Y_{nn102}-Y_1}{X_{nn102}-X_1}.$$

Расхождение полученных значений $\alpha_{1\text{-}2}$ не должно превышать 2-3′.

После нахождения значения румба необходимо определить координатную четверть, содержащую направление. Координатную четверть определяют по знакам приращений координат (рис. 3.2).

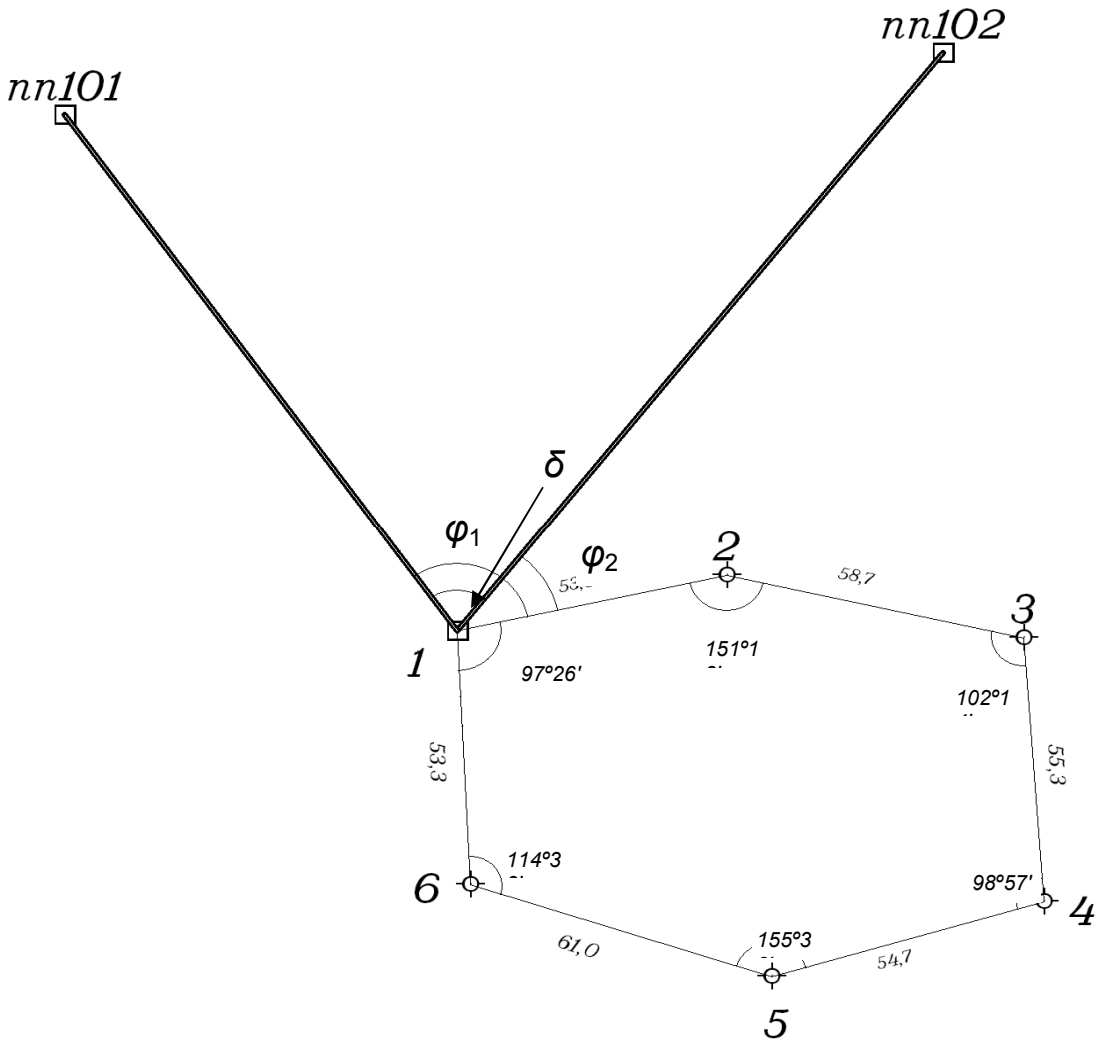


Рис. 3.1. Схема тахеометрического хода и геодезической привязки

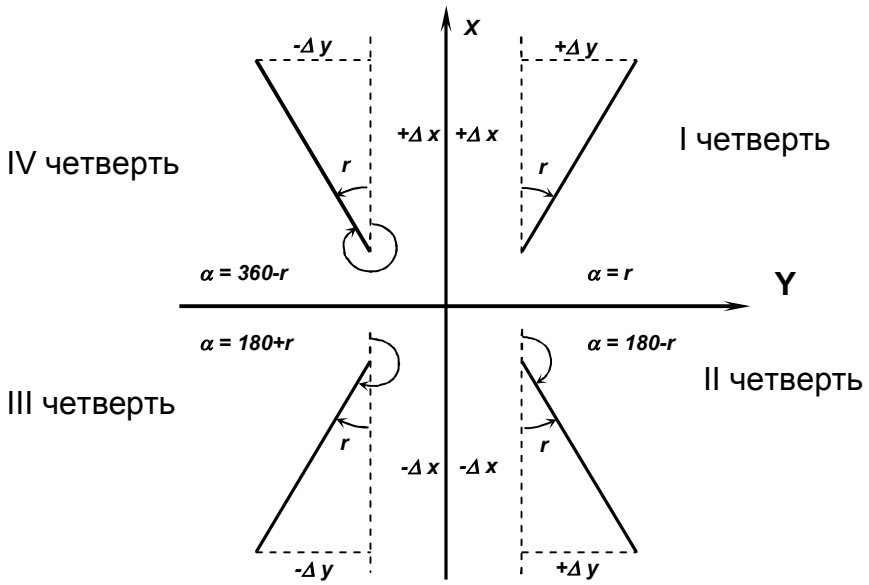


Рис 3.2 Зависимости между дирекционными углами и румбами

Пример записи и вычислений дирекционных углов приведен ниже.

Таблица 2

Исходные данные

Название пункта	X, м	У, м	H, м
1	3348.05	2238.25	271,36
пп101	4099.71	1639.28	282,40
пп102	4001.87	2581.51	290,24

$$r_{1-nn101} = arctg\frac{Y_{nn101} - Y_1}{X_{nn101} - X_1} = arctg\frac{1639.28 - 2238.25}{4099.71 - 3348.05} = arctg\frac{-598.97}{751.66} =$$
$$= 38.54993965° = 38°33'00''(IVч.)$$

$$\alpha_{1-nn101} = 360° - 38°33'00'' = 321°27'$$

$$r_{1-nn102} = arctg\frac{Y_{nn102} - Y_1}{X_{nn102} - X_1} = arctg\frac{2581.51 - 2238.25}{4001.87 - 3348.05} = arctg\frac{343.26}{653.82} =$$
$$= 27.69992196° = 27°42'00''(Iч.)$$

$$\alpha_{1-nn102} = 27°42'00''$$

$\varphi_1 = 333°18'00''$

$$\alpha_{1-2} = 321°27'00'' + 333°18'00'' = 294°45'00''$$

$\varphi_2 = 267°05'00''$

$$\alpha_{1-2} = 27°42'00'' + 267°05'00'' = 294°47'00''$$

Средний $\alpha_{1-2} = 294°46'00''$

3.2. Вычисление горизонтальных проложений длин линий

Горизонтальные проложения необходимо знать для вычисления координат точек тахеометрического хода.

Вычисление горизонтальных проложений выполняют в ведомости вычисления отметок съемочного обоснования (Таблица 3).

Из журнала измерения улов и длин линий выписывают среднее значения длин линий (S), полученные по результатам измерений в прямом и обратном направлениях, в графу 4 табл. 3 и углы наклона (v), измеренные в прямом и обратном направлениях, в графы 2 и 3 табл. 3. По этим данным

вычисляют горизонтальные проложения с точностью до 0.01 м по формуле:

$$D = S * cos^2 v,$$

где S – среднее значение измеренной длины линии (графа 4), v – угол наклона линии в прямом направлении (графа 2), D – горизонтальное проложение (графа 5).

3.3 Вычисление отметок пунктов съемочного обоснования методом тригонометрического нивелирования

Вычисление отметок производится с точностью до 0.01 м в ведомости вычисления отметок (Таблица 3).

По измеренным расстояниям и углам наклона вычисляют превышения между точками хода в прямом и обратном направлениях по формуле:

$$h = D * \tan v$$

Значения превышений с соответствующим знаком записывают в графы 6 и 7.

Расхождения в превышениях, полученных в прямом и обратном направлениях, допускаются не более 4 см на 100 м. Если это условие выполнено, то в графе 8 вычисляют средние превышения, сохраняя перед ними знак превышения из прямого хода. Сумму положительных и отрицательных значений превышений записывают в графе 8 внизу. Далее подсчитывают невязку по превышениям. Она равна сумме превышений замкнутого хода:

$$f_h = \Sigma h_{cp}$$

Допустимую высотную невязку вычисляют по формуле:

$$доп.\ f_h = \pm 0.2 м \sqrt{\sum D(км)}$$

где $-\sum D$ сумма горизонтальных проложений ходя (периметр в км).

Полученную невязку f_h распределяют между превышениями с обратным знаком пропорционально длинам линий по формуле:

$$\delta_{hi} = -\frac{f_h}{\sum D} * D_i$$

Контроль: $\Sigma\delta = -f_h$

Величины поправок записывают в графе 8 над превышениями. В графу 9 записывают исправленные превышения.

Контроль: если исправленные превышения вычислены правильно, их алгебраическая сумма должна быть равна нулю.

По исправленным превышениям последовательно вычисляют отметки пунктов съемочного обоснования по формуле:

$$H_{n+1} = H_n + h_n ,$$

где H_{n+1} – высота последующего пункта (м), H_n– отметка предыдущего пункта (м), h_n- превышение между смежными пунктами (м).

Контролем вычисления отметок является получение отметки исходной точки в конце вычислений.

Таблица 3

Вычисления отметок точек съемочного обоснования

№№ точек	Вертикальные углы		Длины сторон, м		Превышение, м				Отметки точек, м	№№ точек
	Прямо ° '	Обратно ° '	Измеренные S	Горизонтальное проложение D	Прямо	Обратно	Среднее	Исправленное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1									230.00	1
	-2°01'	+2°02'	83.0	82.90	-2,92	+2,95	-0,02 -2,94	-2,96		
2									227.04	2
	-5°24'	+5°25'	122.0	120.92	-11,43	11,46	-0,03 -11,45	-11,48		
3									215.56	3
	+2°15'	-2°16'	98.0	97.85	+3,85	-3,88	-0,02 +3,87	+3,85		
4									219.41	4
	+1°56'	-1°57'	120.0	119.86	+4,05	-4,09	-0,03 +4,07	+4,04		
5									223.45	5
	+4°30'	-4°29'	100.5	99.88	+7,86	-7,83	-0,02 +7,85	+7,83		
6									231.28	6
	-0°56'	+0°58'	76.5	76.48	-1,25	+1,29	-0,01 -1,27	-1,28		
1									230.00	1
				ΣD = 597,89 м		$\sum h_{cp}$ (+) = +15.79 $\sum h_{cp}$ (-) = -15.66		Σ=0		
							f_h=+0.13	Доп.f_h = ±0.2м$\sqrt{\sum D(км)}$		
								Доп.f_h = ±0.2м$\sqrt{0.6}$ =±0.15		

Вычислил Орлов Проверил Петров

3.4. Вычисление координат пунктов съемочного обоснования

Вычисление координат производится в ведомости вычисления координат (Таблица 4). В графу 1 ведомости выписывают номера вершин хода, в графу 2 – номера точек визирования. В графу 3 выписывают против соответствующих вершин средние значения измеренных горизонтальных углов. Значения горизонтальных проложений линий выписывают в графу 6 из таблицы 3.

3.4.1. Вычисление угловой невязки хода

Угловой невязкой f_β замкнутого тахеометрического хода называется разность между суммой измеренных горизонтальных углов $\Sigma\beta_{изм}$ и теоретической суммой внутренних углов плоского многоугольника $\Sigma\beta_{теор}$ т.е.

$$f_\beta = \Sigma\beta_{изм} - \Sigma\beta_{теор}$$

где $\Sigma\beta_{теор} = 180°*(n-2)$, n – число углов многоугольника.

Вычисленные значения $\Sigma\beta_{изм}$ и $\Sigma\beta_{теор}$ подписывают внизу графы 3.

Здесь же вычисляют величину допустимой угловой невязки по формуле:

$$f_{\beta доп} = 2 * t \ (t=0°0'30'' – точность\ инструмента),$$

$$f_{\beta доп} = \pm 1' \sqrt{n}\,.$$

Если значение угловой невязки не превосходит допустимой величины, то ее распределяют поровну с обратным знаком между измеренными углами, с точностью до 30″, т.е. вычисляют поправки к измеренным горизонтальным углам по формулам:

$$\delta_\beta = -\frac{f_\beta}{n}$$

Если полученное значение поправки меньше 30″, то угловую невязку вводят в наиболее слабое место тахеометрического хода (короткие стороны хода, горизонтальные углы $\leq 20°$ или $\geq 150°$, точки съемочного обоснования, наиболее удаленные от исходных пунктов сети).

Контроль: $\Sigma\delta_\beta = -f_\beta$.

Поправки в измеренные углы подписывают над их значениями. Вычисляют исправленные горизонтальные углы

$$\beta_{исп} = \beta_{изм} + \delta_\beta.$$

Контроль: $\Sigma\beta_{исп} = 180°*(n-2)$.

Таблица 4

Вычисление координат точек съемочного обоснования

Номера точек		Горизонтальные углы		Дирекционные углы ° '	Горизонтальные проложения, м	Приращения координат, м				Координаты, м	
						Вычисленные		Исправленные			
Стояния	Визиров	Измеренные ° '	Исправленные ° '			ΔX	ΔY	ΔX	ΔY	X	Y
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1						+0.05	+0,08			**3348.05**	**2238.25**
2	3			**294°46'**	82.90	+34.73	-75.27	+34.78	-75.19		
	1	110°59'00"	110°59'			+0.07	+0.12			3382.83	2162.06
3	4			3°47'	120.92	+120.64	+7.98	+120.71	+8.10		
	2	123°09'00"	123°09'			+0.06	+0.10			3503.54	2171.16
4	5			60°38'	97.85	+48.01	+85.32	+48.07	+85.42		
	3	105°15'00"	105°15'			+0.07	+0.12			3551.61	2256.58
5	6			135°23'	119.86	-85.35	+84.21	-85.28	+84.33		
	4	117°58'00"	117°58'			+0.06	+0.10			3466.33	2340.91
6	1	-0°0'30"		197°25'	99.88	-95.32	-29.90	-95.26	-29.8		
	5	124°58'30"	124°58'			+0.05	+0.08			3371.07	2311.11
1	2	-0°0'30"		252°27'	76.48	-23.07	-72.94	-23.02	-72.86		
	6	137°41'30"	137°41'							**3348.05**	**2238.25**
				(294°46')	ΣD = 597,89						
			$\sum\beta_{исп}$=720°			fx= -0.36	fy= -0.6				
						fs=0.85		0	0		

$\Sigma\beta_{изм}$=720°01'00"

$\Sigma\beta_{теор}$=720°00'00"

f_{β}=+1'

$f_{\beta доп}=\pm 1'\sqrt{n}=\pm 1'\sqrt{6}=\pm 2{,}4'$

$$\frac{1}{\sum D \div f_s}=\frac{1}{703}\langle\frac{1}{300}$$

Вычислил Орлов

Проверил Петров

3.4.2. Вычисление дирекционных углов сторон хода

Вычисление дирекционных углов сторон хода производят по дирекционному углу начальной стороны и исправленным горизонтальным углам. Начальный дирекционный угол стороны 1-2 выписывают из решения привязки (см. раздел 3.1). В нашем примере $\alpha_{1\text{-}2}$ =294°46'. Его записывают в графу 5 между точками 1 и 2. Дирекционные углы остальных сторон хода вычисляют по формулам:

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n + \beta_{\text{лев}} - 180° \text{ - для левых углов,}$$

$$\alpha_{n-1} = \alpha_n - \beta_{\text{прав}} + 180° \text{ - для правых углов,}$$

где α_{n+1} – дирекционный угол последующей стороны хода, α_n– дирекционный угол предыдущей стороны хода.

Контроль: полученный дирекционный угол первой стороны хода в конце вычислений должен быть равен исходному. С этой целью по дирекционному углу последней стороны и горизонтальному углу при вершине 1, которые ранее в вычислениях не участвовал, получают дирекционный угол начальной стороны ($\alpha_{1\text{-}2}$ = 294° 46').

Вычисленные значения дирекционных углов сторон хода записывают в графу 5.

3.4.3. Вычисление приращений координат, их невязок и координат пунктов съемочного обоснования.

Приращение координат хода вычисляют по следующим формулам:

$$\Delta X_i = D_i * cos\alpha_i, \ \Delta Y_i = D_i * sin\alpha_i,$$

где D_i – горизонтальное проложения линий; α_i – дирекционные углы этих линий.

Вычисления производят с точностью до 0.01 м.

Вычисленные приращения координат записывают в графах 7 и 8.

Для замкнутого хода алгебраическая сумма приращений по каждой оси координат должна быть равна нулю:

$$\sum \Delta X = 0,\ \sum \Delta Y = 0$$

Внизу графы 7 и 8 находят значения невязок f_x и f_y (по осям абсцисс и ординат), по формулам:

$$f_x = \sum \Delta X,\ f_y = \sum \Delta Y$$

Невязки в приращениях координат обусловлены действием погрешностей измерения углов и сторон хода. Совместное влияние невязок приращений по осям координат характеризуется линейной невязкой в периметре:

$$f_s = \sqrt{fx^2 + fy^2}$$

Допустимую линейную невязку вычисляют по формуле относительной ошибки:

$$\frac{1}{\sum D \div f_s} \le \frac{1}{500},$$

где $\sum D$ – сумма горизонтальных проложений длин сторон хода (периметр).

Периметр ($\sum D$) подсчитывают в графе 6 и выписывают внизу. После проверки допустимости относительной линейной невязки $\frac{1}{\sum D \div f_s}$ распределяют невязки приращений координат f_x и f_y.

Невязки f_x и f_y распределяют с обратным знаком в каждое приращение координат пропорционально длинам сторон, т.е. вычисляют поправки к приращениям координат по формулам:

$$\delta X_i = -\frac{f_x}{\sum D} * D_i,\ \delta Y_i = -\frac{f_y}{\sum D} * D_i$$

и подписывают их над приращениями в графах 7 и 8.

В графах 9 и 10 записывают исправленные значения приращений координат:

$$\Delta X_{\text{ИСПР}} = \Delta X_i + \delta X_i,\ \Delta Y_{\text{ИСПР}} = \Delta Y_i + \delta Y_i.$$

Контроль: $\sum \Delta X_{\text{ИСПР}} = 0,\ \sum \Delta Y_{\text{ИСПР}} = 0.$

Далее, в графах 11 и 12 последовательно вычисляют координаты точек тахеометрического хода от координат начальной точки 1, используя исправленные приращения координат, по формулам:

$$X_{n+1} = X_n + \Delta X_{\text{ИСПР}},\ Y_{n+1} = Y_n + \Delta Y_{\text{ИСПР}},$$

где X_n, Y_n – координаты предыдущего пункта, X_{n+1} ,Y_{n+1} – координаты последующего пункта.

Контроль: вычисленные координаты начальной точки хода должны быть равны исходным (Таблица 4).

4. ТАХЕОМЕТРИЧЕСКАЯ СЪЕМКА

Инструменты и принадлежности для выполнения работ: теодолит, одна вешка, одна рейка, полевой журнал для тахеометрической съемки, абрисы, два карандаша, тахеометрические таблицы.

Тахеометрическую съемку ситуации и рельефа местности выполняют с пунктов съемочного обоснования в масштабе 1:500. На каждой станции измеряют расстояние, горизонтальный и вертикальные углы до съемочных пикетов, т.е. определяют полярные координаты каждой снимаемой точки (съемочных пикетов).

Все записи результатов измерений ведут в журнале тахеометрической съемки (Таблица 5). В процессе съемки составляют абрис (рис. 4.1).

Особо важное значение при съемке имеет правильный выбор съемочных пикетов. При съемке ситуации рейку устанавливают на характерных точках контуров (углы зданий, изгибы дорог, рек, границы угодий, столбы электролиний и т.д.). При съемке рельефа рейку устанавливают на характерных точках и линиях рельефа местности (вершина холма, дно котловины, водораздел, тальвег, перегибы скатов, урезы воды).

Съемочные пикеты должны равномерно покрывать всю территорию съемки. Расстояние от точек съемочного обоснования до съемочных пикетов должно быть не более 80 м.

4.1. Работа на станции

Работу на станции выполняют в следующем порядке:

- теодолит центрируют над точкой с точностью до 1см с помощью отвеса и горизонтируют с помощью цилиндрического уровня горизонтального круга;

- определяют МО вертикального круга на каждой станции, значение МО записывают в журнал тахеометрической съемки (Таблица 5) для данной станции. Устанавливают визирную веху на следующую по ходу точку

съемочного обоснования. Направление на эту точку принимают за начальное (например: станция 1, направление на точку 2), ориентируют лимб по начальному направлению. Для этого, вращая алидадой, устанавливают отсчет на горизонтальном круге 0°00’. Затем алидаду закрепляют, открепляют лимб, наводят теодолит на выставленную веху (на пункте 2). Далее лимб закрепляют до конца съемки на этой станции, а алидаду открепляют. Съемка ведется только при положении зрительной трубы круг «лево» (КЛ);

- рейкой измеряют высоту инструмента до 0.01м, записывают ее значение в журнал и отмечают на рейке ярким шнурком (i = 1.30м);

- рейку устанавливают на съемочный пикет;

- наводят теодолит на рейку, измеряют нитяным дальномером расстояние до рейки и записывают в журнал (1);

- наводят центр сетки нитей на высоту инструмента (шнурок), берут отсчеты по горизонтальному и вертикальному кругам теодолита и записывают в журнал (2), (3). Если на рейке отметки высоты инструмента не видно, то наводят центр сетки нитей на верх рейки и записывают на этом пикете высоту визирования (v=3 м) в графу 8 таблицы 5.

4.2. Ведение журнала тахеометрической съемки

В журнале указывают номер станции, начальное направление, МО, высоту инструмента i в метрах, отметку точки H_0 съемочного обоснования в метрах. В соответствующие графы журнала записывают результаты полевых измерений (расстояний, отсчетов по горизонтальному и вертикальному кругам). Затем вычисляют углы наклона на съемочные пикеты по формуле:

$$v = КЛ – МО.$$

Находят горизонтальное проложение D и превышение h’ между точкой съемочного обоснования и съемочным пикетом по углу наклона и расстоянию из тахеометрических таблиц или по формулам, которые приведены в тахеометрических таблицах:

$$D = S * cos^2 v,$$

$$h' = D * \tan v$$

$$h = h' + i - v,$$

где D – горизонтальное проложение, S – измеренное нитяным дальномером расстояние, v – угол наклона, i – высота инструмента, v – высота визирования.

Знак превышения соответствует знаку угла наклона.

Отметку съемочного пикета вычисляют по формуле:

$$H = H_0 + h,$$

и записывают в графу 11 (Таблица 5).

Таблица 5

ЖУРНАЛ ТАХЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СЪЕМКИ

$$МО = \frac{КЛ + КП - 180°}{2}$$ (Т-30)

КЛ=354°35'

КП=185°23'

МО=- 0°1'

Точка стояния *1* H_0=230.0 *i*=1.30

Дата 13.07.17.

Начальное направление *2*

Исполнитель Петров *v*=КЛ-МО

№№ пикетов	Расстояния по дальномеру, м	Отсчеты по кругам /КЛ/		Углы наклона ° '	Горизонтальн. проложения, м	h', м	Высота визиров v, м	i-v	Превышение h=h'+i-v	Отметки пикетов H=H_0+h	Примечание
		Горизонтальн. ° '	Вертикальн. ° '								
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
		0°00									
1	38.0	23°00'	352°59'	-7°00'	37.44	-4.60	1.30	0	-4.60	225.40	рельеф, дорога
2	35.0	53°30'	355°06'	-4°53'	34.75	-2.97	1.30	0	-2.97	227.03	рельеф, дорога
3	56.0	81°00'	356°06'	-3°53'	55.74	-3.78	1.30	0	-3.78	226.22	дорога
4	86.1	100°00'	356°36'	-3°23'	85.80	-5.07	1.30	0	-5.07	224.93	дорога
5	52.3	112°41'	358°47'	-1°12'	52.28	-1.10	1.30	0	-1.10	228.90	рельеф,луг
6	72.0	116°02'	354°23'	-5°36'	71.31	-6.99	3.00	-1.70	-8.69	221.31	рельеф,луг
7	25.0	137°30'	352°34'	-7°25'	24.58	-3.20	1.30	0	-3.20	226.80	обрыв, 2м
8	46.5	141°00'	355°17'	-4°42'	46.19	-3.80	1.30	0	-3.80	226.20	обрыв, 2м
9	25.8	180°10'	349°39'	-10°20'	24.97	-4.55	1.30	0	-4.55	225.45	обрыв, 2м

Вычислил

Проверил

4.3.Составление абриса

Абрис – это схематический чертеж участка местности, снимаемого с данной станции. Абрис составляют на каждой станции одновременно с заполнением журнала тахеометрической съемки (рис. 4.1).

При заполнении абриса центр окружности принимают за станцию, с которой выполняют съемку, один из радиусов за начальное направление (0°), расстояния между окружностями принимают равными 10 м. Каждый съемочный пикет намечают на абрисе точкой, рядом надписывают его порядковый номер.

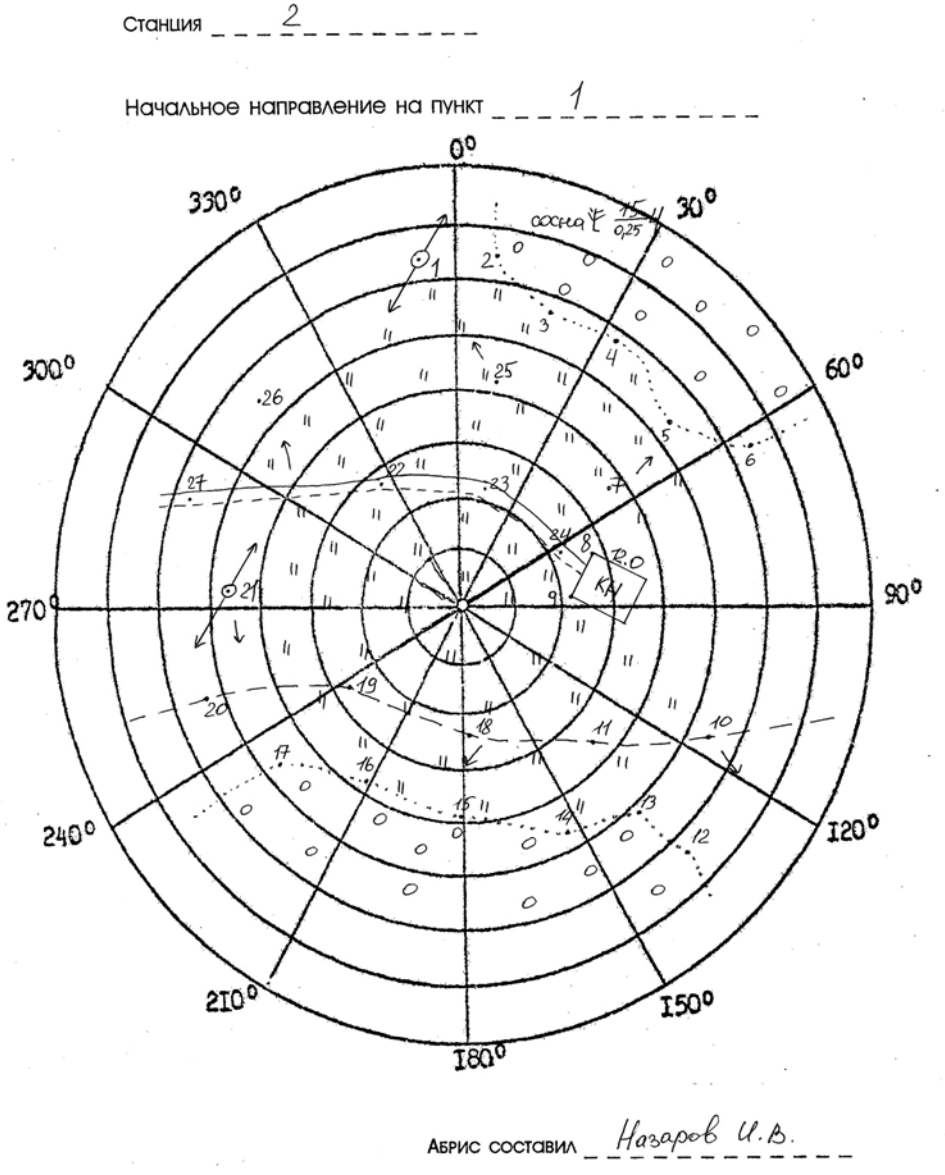


Рис. 4.1 Абрис тахеометрической съемки на п.1

При съемке следят за тем, чтобы нумерация съемочных пикетов на абрисе соответствовала нумерации этих же пикетов в журнале тахеометрической съемки. На абрис наносят все снятые контуры ситуации, сопровождая их пояснительными надписями и условными знаками. На абрисе стрелками показывают направление скатов.

Составление абрисов является ответственной частью тахеометрической съемки, т.к. он в дальнейшем используется для создания топографического плана. Его надо вести аккуратно, все записи делают четко, отточенным карандашом, прямолинейные контуры вычерчивать по линейке. Четкое ведение абриса способствует качественному составлению топографического плана. Абрис сдается вместе с журналом тахеометрической съемки.

Закончив съемку на станции, по абрису проверяют, все ли элементы ситуации и рельефы засняты, нет ли пропусков, достаточно взято ли съемочных пикетов. Съемочные пикеты должны быть расположены не реже, чем через 3 см в масштабе плана, т.е. через 15 м на местности (в масштабе 1:500), их количество зависит от сложности ситуации и сложности рельефа. Кроме того, проверяют, не сбилась ли во время съемки ориентировка теодолита. Для этого в конце съемки снова визируют зрительную трубу по начальному направлению и проверяют неизменность отсчета по лимбу. Допустимое отклонение должно быть не более 3′. Сделав такой контроль, переходят на следующую станцию.

5. СОСТАВЛЕНИЕ ТОПОГРАФИЧЕСКОГО ПЛАНА

При тахеометрической съемке топографический план создается камеральным путем. Размер рамки для планов масштаба 1:500 принят 50*50см. План составляют в масштабе 1:500 и оформляют в соответствии с «Условными знаками для топографических планов масштабов 1:5000, 1:2000, 1:1000 и 1:500».

Составление плана выполняют в следующем порядке:

-вычерчивание координатной сетки;

-построение точек по координатам;

-нанесение ситуации и местности на план;

-оформление топографического плана.

5.1. Вычерчивание координатной сетки

Координатную сетку строят на листе чертежной бумаги А1, стороны сетки принимают равными 10*10см. Координатную сетку получают путем ее переноса со стандартных сеток, изготовленных на картографической пленке, через световой стол.

Правильность построения координатной сетки контролируют путем измерения циркулем-измерителем диагоналей всех квадратов сетки. Ошибки в длинах диагоналей не должно превышать 0.2 – 0.3 мм.

5.1.1. Построение пунктов съемочного обоснования по координатам

Для построения пунктов съемочного обоснования по координатам в масштабе 1:500 сетку координат оцифровывают через 50 м. За начало координат принимают юго-западный угол рамки. От него к северу надписывают абсциссы X, к востоку – ординаты Y. Координаты юго-западного угла плана выбирают так, чтобы тахеометрический ход разместился примерно в середине листа. Построение каждой точки съемочного обоснования производят с помощью циркуля-измерителя и

масштабной линейки. Вначале определяют, в каком квадрате сетки располагается данная точка. Затем значение абсциссы откладывают по обеим сторонам квадрата и соединяют тонкой прямой линией. На этой линии откладывают значение ординаты Y. Полученную точку обводят условным знаком (кружочком), рядом надписывают номер пункта планово-высотного хода и его отметку до 0.01 м (справа от пункта).

Построение пунктов съемочного обоснования обязательно контролируют. Для этого значение горизонтального проложения между двумя точками циркулем-измерителем откладывают на масштабной линейке и сравнивают с расстоянием между соответствующими точками на плане. Допустимое расхождение этих величин не должно быть более ±0.5 мм.

5.2. Нанесение ситуации и рельефа местности на план

Ситуацию наносят на план по данным журнала тахеометрической съемки и абрисов. Съемочные пикеты наносят на план по горизонтальному углу и горизонтальному проложению. Горизонтальные углы откладывают при помощи кругового транспортира от начального направления, а горизонтальные проложения – циркулем-измерителем по линейке. Справа от полученной точки подписывают отметку съемочного пикета до 0.1 м, слева – ее номер. Руководствуясь абрисом и подписями, сделанными в примечаниях тахеометрического журнала, рисуют условными знаками элементы ситуации. Виды угодий пока обозначают надписями. По отметкам точек проводят горизонтали с сечением рельефа через 1 м. Интерполирование горизонталей выполняют по тем направлениям, которые указаны в абрисе.

Окончив составление ситуации и рельефа на станции, приступают к нанесению съемочных пикетов следующей станции.

Составленный план представляют на просмотр преподавателю. После просмотра и проверки по указанию преподавателя план оформляют.

5.3.Оформление топографического плана

Порядок оформления следующий:

1) Пункты опорной геодезической сети, пункты съемочной сети, характерные высотные точки, ориентиры и местные предметы.

2) Гидрографическая сеть, урезы воды, подписи, относящиеся к гидрографии.

3) Населенные пункты.

4) Элементы линейной протяженности (границы контуров, дорожная сеть, электролинии, телефонные линии и др.)

5) Рельеф. При этом выделяют утолщенные горизонтали, расставляют бергштрихи, размещают надписи горизонталей, кратные 5 м, вычерчивают формы рельефа, не выражающиеся горизонталями (обрывы, ямы, скалы и др.).

6) Почвенно-растительный покров (виды угодий, которые ранее подписывались, теперь вычерчивают условными знаками).

7) Рамка и зарамочное оформление.

Во избежание пропусков после оформления план тщательно корректируют. Без разрешения преподавателя не следует стирать с плана съемочные пикеты. Все оформление выполняется в соответствии с «Условными знаками для топографических планов масштабов 1:5000, 1:2000, 1:1000, 1:500».

Перечень сдаваемых материалов: журнал тахеометрической съемки, абрисы для каждой станции, топографический план.

6. ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ НИВЕЛИРОВАНИЕ ПО ОСИ ТРАССЫ

Назначение нивелирования по оси трассы - определение отметок точек местности и построение профиля оси будущего инженерного сооружения.

Работы по нивелированию трассы состоят из следующих этапов:

-рекогносцировка трассы;

-разбивка пикетажа и поперечных профилей;

-нивелирование по оси трассы и по поперечным профилям;

-камеральная обработка результатов нивелирования;

-построение профиля;

-проектирование по профилю.

Инструменты и принадлежности для выполнения работы: нивелир Н-3 со штативом, две рейки, мерная лента, шпильки, колья или штыри для закрепления пикетов, молоток, нивелирный журнал, пикетажный журнал, карандаши.

6.1. Рекогносцировка трассы

Трассу выбирают с учетом следующих условий: число поворотов трассы должно быть минимальным, стороны трассы должны проходить на местности по возможности с малыми углами наклона.

В процессе рекогносцировки закрепляют вершины углов поворота (ВУ).

6.2.Разбивка пикетажа по трассе и поперечных профилей

Стороны трассы измеряют стальной лентой (шпагатом), отмечая на трассе штырями или колышками пикеты – точки, отстоящие одна от другой на 100м. Для трасс, проходящих по участкам со сложным рельефом, пикеты могут разбиваться через 50м.

Количество пикетов на бригаду – 12, количество поперечников – 2.

Если угол наклона местности больше 2°, то расстояние между пикетами увеличивают на величину поправки за наклон. Около каждого пикета забивают сторожок – кол или штырь с табличкой, на котором пишут номер пикета и номер бригады.

Расстояние до плюсовых точек, намечаемых на перегибах местности и пересечении трассы с дорогами и ЛЭП, измеряют от младшего пикета и

отмечают сторожками, например ПК 5 + 65.0 (рис. 6.1).

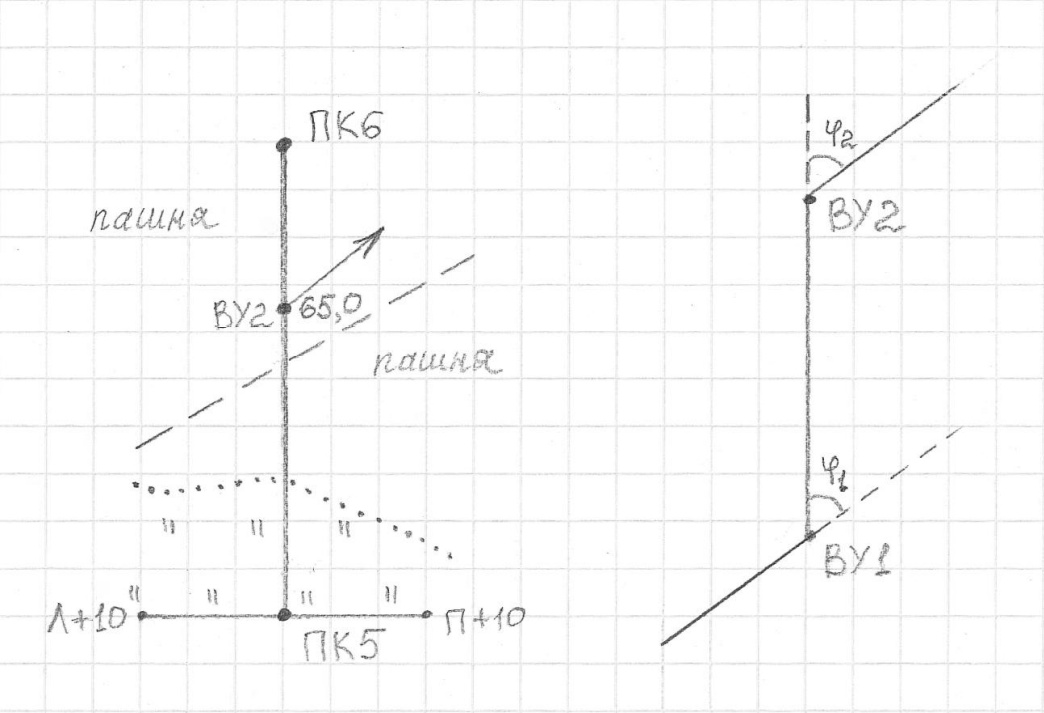


Рис. 6.1 Пикетажный журнал

Разбивают поперечные профили. Для этого перпендикулярно к оси трассы измеряют расстояние от оси трассы влево и вправо до точек перегиба местности. Концы поперечного профиля и точки перегиба отмечают сторожками, на которых надписывают расстояния от оси трассы с добавлением буквы Л (влево) или П (вправо) от оси трассы, например, Л+10.0 или П+5.0. Началом поперечного профиля может быть пикет или плюсовая точка. Его длину принимают по указанию преподавателя (10-20м).

В процессе разбивки пикетажа ведут пикетажный журнал (рис. 6.1), в котором в масштабе 1:1000 показывают ось трассы, пикеты, плюсовые точки, поперечные профили, углы поворота, направление поворота трассы (стрелкой), на глаз зарисовывают контуры местности в полосе шириной по 20м в обе стороны от оси трассы.

6.3. Нивелирование по оси трассы и по поперечным профилям

После выполнения поверок нивелира, результаты которых записывают на первой странице журнала, приступают к нивелированию по пикетажу.

Нивелирование выполняют способом «из середины». Нивелирный ход привязывают к ближайшему реперу. На каждой станции хода две нивелирные точки являются связующими, с их помощью передают высоты по ходу. Остальные точки называются промежуточными. Как правило, связующими точками являются пикеты. Если превышение между пикетами больше длины рейки, то для передачи высот используют дополнительные связующие точки, называемые «икс» точками. «Икс» точки закрепляют колышками или штырями. Между смежными пикетами может быть несколько точек «икс», в зависимости от рельефа. В качестве «икс» точек можно использовать плюсовые точки. Примеры выбора станции и связующих точек показаны на рис. 6.2.

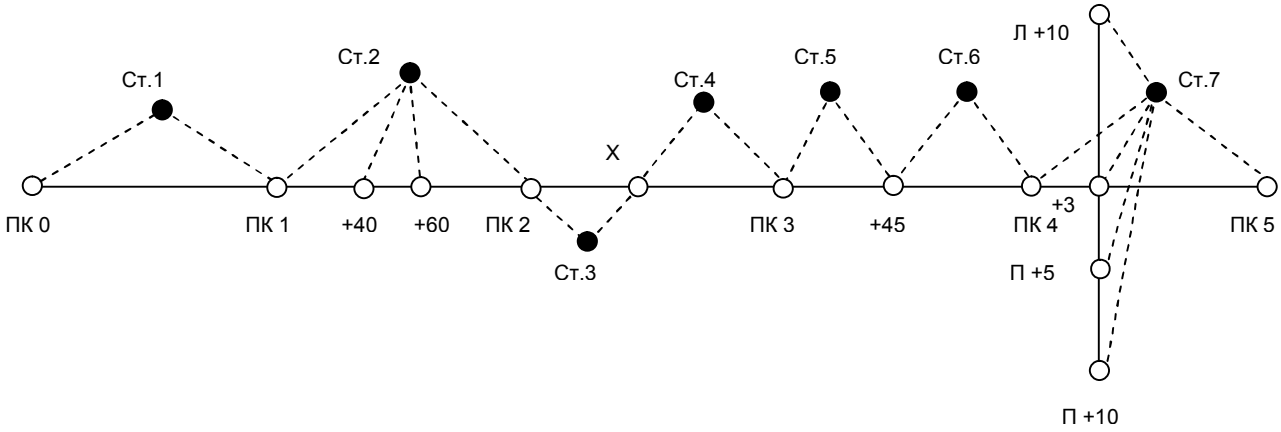


Рис. 1.12 Выбор станций при нивелировании трассы

6.4. Работа на станции при нивелировании

Все записи при нивелировании ведут в полевом журнале карандашом. Работу на станции производят в следующем порядке. Нивелир устанавливают примерно на равном расстоянии от связующих точек. Равенство расстояний определяют на глаз. На связующих точках на колышках устанавливают рейки.

Нивелир горизонтируют с помощью круглого уровня. Наводят трубу нивелира на заднюю рейку, совмещают элевационным винтом концы пузырька цилиндрического уровня и берут отсчет по черной стороне рейки (1). Порядок записей и вычислений показан в таблице 6. Поворачивают

рейку, проверяют точность совмещения концов пузырька цилиндрического уровня и берут отсчет по красной стороне (2). Затем нивелир наводят на переднюю рейку, обязательно совмещают элевационным винтом концы пузырька цилиндрического уровня и снова берут отсчеты по черной и по красной сторонам рейки (3), (4).

При нивелировании все отсчеты и превышения записывают в миллиметрах.

Если отсчет по рейке больше 1м, то рейку необходимо слегка покачивать вперед и назад. При этом в нивелир наблюдают и берут наименьший отсчет. Тут же на станции вычисляют превышения h по черной (5) и красной (6) сторонам реек по формуле:

$$h = З - П,$$

где З – отчет по задней рейке; П – отсчет по передней рейке.

Эти превышения не должны отличаться более чем на 5мм. При большем расхождении нивелирование связующих точек повторяют, несколько изменив высоту инструмента.

ЖУРНАЛ НИВЕЛИРОВАНИЯ

Таблица 6

Прямой ход

Дата 27.07.02

Исполнитель *Орлов*

№№ станции	Номер пикетов и промежут. точек	Отсчет по рейке			Превышения		Среднее превышение		Горизонт инструмента	Отметки точек	Номера пикетов и пром. Точек	Примечания
		задний	передний	промежут.	+	-	+	-				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	0-1	1861(1)	1363(3)		498(5)							
		6646(2)	6146(4)		500(6)		+2 499(7)			127.115	0	
2	1-2	0430(1)	0656(3)			226(5)			128.046	127.616	1	
		5218(2)	5440(4)			222(6)		+2 224(7)				
	1+40.0			2530(8)						125.516	1+40.0	
	1+60.0			2340(9)						125.706	1+60.0	
3	2-x	2830	420		2410					127.394	2	
		7615	5202		2413		+2 2412					
4	x-3	2131	720		1411							
		6915	5509		1406		+2 1408					
5	3-3+45.0	2752	151		2601					131.218	3	
		7535	4942		2593		+1 2597			133.816	3+45.0	
∑		43933	30549		13832	448	6916	224				
		+13384			+13384		+6692					
					+6692							

Вычислил *Петров*

Проверил *Иванов*

Если разность превышений, вычисленных на станции, не превосходит допуск, то вычисляют среднее превышение (7) до целых мм и записывают в графе 8 или 9.

Одновременно с нивелированием связующих точек нивелируют плюсовые точки и точки поперечного профиля. Для этого после вычисления среднего превышения на станции рейку с задней связующей точками и точки поперечного профиля, устанавливают ее на землю у сторожков нулем вниз, берут по одному отсчету только по черной стороне рейки и записывают отсчет в графу 5 (8), (9).

После этого задний реечник переходит на следующую связующую точку, а передний остается на предыдущей связующей точке, наблюдатель переходит и выбирает следующую станцию. Если в районе трассы есть только один репер, к которому будет привязываться трасса, то для контроля нивелирования студенты на практике прокладывают обратный нивелирный ход, начиная нивелирование с последнего пикета. В обратном ходе нивелируют только связующие точки. Если есть возможность привязать последний пикет к реперу, то обратный ход не прокладывают.

Все записи в журнале должны быть выполнены аккуратно, без подчисток и исправлений. Неправильные записи зачеркивают, а в примечаниях пишут причину зачеркивания.

В полевом журнале дают схему привязки (рис. 6.3) и делают полевую привязку. Для этого выполняют нивелирование от репера до ПКО в прямом и обратном направлениях, вычисляют среднее превышение h ср.

Решают привязку, т.е. вычисляют отметку ПКО ($H_{пко}$) по формуле:

$$H_{ПКО} = H_{Rp} + h_{ср}$$

$$h_{\text{ср}} = \frac{h_{\text{пр}} + h_{\text{обр}}}{2}$$

если привязка сделана по схеме (а).

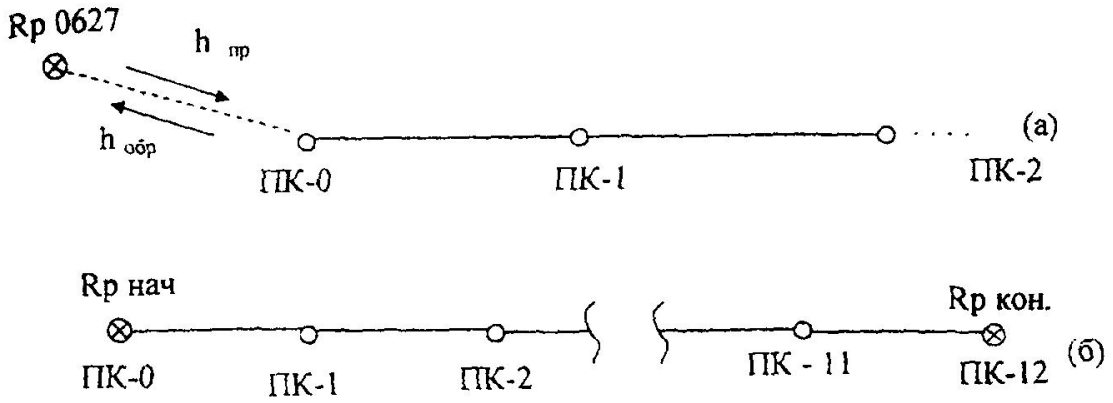


Рис. 6.3 Схемы привязки нивелирного хода: (*а*) – висячий ход, (*б*) – разомкнутый ход

6.5. Камеральная обработка результатов нивелирования

Камеральную обработку производят в таком порядке:

-обработка нивелирного журнала;

-построение профиля;

-проектирование по профилю.

6.5.1. Обработка нивелирного журнала

Для проверки правильности записей и вычислений в журнале производят постраничный контроль по формуле:

$$\sum З - \sum П = \sum h.$$

Для этого на каждой странице журнала находят: суммы отсчетов ∑3, ∑4 по графам 3, 4; суммы превышений ∑6, ∑7, ∑8, ∑9 по графам 6, 7, 8, 9 (Таблица 6). Вычисляют величины:

$$\sum 3 - \sum 4;\ \sum 6 + \sum 7;\ \sum 8 + \sum 9.$$

Соблюдение равенств:

$$\sum 3 - \sum 4 = \sum 6 + \sum 7;\ \frac{\sum 6 + \sum 7}{2} = \sum 8 + \sum 9,$$

показывает, что вычисления на данной странице сделаны верно. Аналогично производят контроль и на следующих страницах журнала. Суммируя величины (∑8+∑9) отдельно по прямому и обратным ходам,

получают суммарное превышения $\sum h_{прям}$ – прямого и $\sum h_{обр}$ обратного ходов. Сумма величин $\sum h$ прямого и обратных ходов дает невязку f_h:

$$f_h = \sum h_{прям} + \sum h_{обр}.$$

Если ход пройден точками с известными отметками $H_{НАЧ}$ и $H_{КОН}$ (Рис. 6.3(б)), невязку вычисляют по формуле:

$$f_h = \sum h_{ср} - (H_{КОН} - H_{НАЧ}).$$

Допустимое значение невязки вычисляют по формуле:

$$f_{h\,доп} = \pm\sqrt{L(км)}\ мм,$$

где L – длина хода (в километрах) от начального до конечного пикета. Вычисляют невязку в полевом журнале, на чистой странице.

Если полученная невязка больше допустимой, то нивелирный ход переделывают. Если полученная невязка допустима, то в случае (а) половину ее распределяют с обратным знаком поровну в превышения прямого хода, округляя при этом поправки до целых километров. Во втором случае (б), вся невязка распределяется поровну с обратным знаком на превышения между связующими точками. Поправки в превышениях δ_h вычисляют по формуле:

$$\delta_h = -\frac{f_h}{n}$$

где n – число превышений.

Записывают поправки над средними превышениями в полевом журнале. Исправленные превышения определяют по формуле:

$$h_1 = h_{ср} + \delta_{h1}.$$

Из привязки хода к реперу вычисляют отметку нулевого пикета $H_{ПКО}$ (в нашем примере $H_{ПКО}$ = 127,115 м). Записывают ее в графе (II) напротив нулевого пикета(0).

Зная эту отметку и исправленные превышения, последовательно вычисляют отметки связующих точек по всему ходу:

$$H_1 = H_0 + h_1,\ H_2 = H_1 + h_2\ \ldots$$

Получив отметку последнего пикета $H_К$, проверяют правильность вычислений по формуле:

$$H_{КОН} - H_{НАЧ} = \sum h - \frac{f_h}{2} \text{ (а) или } H_{КОН} - H_{НАЧ} = \sum h - f_h \text{(б).}$$

Вычисления в журнале заканчивают нахождением отметок промежуточных точек. Их вычисляют через горизонт инструмента ГИ. Горизонтом инструмента называют отметку визирного луча нивелира на данной станции. ГИ вычисляют по формуле:

$$ГИ = H + a,$$

где Н – отметка связующей точки на данной станции; а – отсчет по черной стороне рейки на этой точке.

Пример: Для станции 2 в таблице 6:

$$ГИ = H_1 + a_1,$$

$H_{ПК1}$ = 127.616 м, a_1 = 0430 мм – отсчет на ПК1,

ГИ = 128.046 м (записывают в графу 10 напротив станции 2).

Отметки промежуточных точек $H_{ПРОМ}$ находят вычитанием промежуточных отсчетов по рейке «с» из горизонта инструмента:

$$H_{ПРОМ} = ГИ - c$$

На этой же станции находим:

$$H_{ПК1+40.0} = 128.046 - 2.530 = 125.516м,$$

$$H_{ПК1+60.0} = 128.046 - 2.340 = 125.706м.$$

6.5.2. Построение профиля трассы

По вычисленным отметкам пикетов, плюсовых точек и точек поперечного профиля на координатной бумаге строят продольный и поперечный профили местности по трассе. Масштабы построения:

- для продольного профиля: горизонтальный 1: 2000, вертикальный 1:200;

- для поперечного профиля: горизонтальный 1: 200, вертикальный 1:200.

Последовательность построения профиля приведена ниже.

Первоначально вычерчивают сетку профиля. Название граф и размеры

в миллиметрах показаны на рис. 6.4.

В графе «Расстояния» отмечают положения пикетов и плюсовых точек, выписывают расстояния между плюсовыми точками и пикетами. «Икс» точки не строят. Ниже этой графы выписывают номера пикетов.

Пользуясь пикетажным журналом, заполняют графу «План трассы», в которой показывают:

а) ось в виде прямой линии красного цвета;

б) ситуацию (по результатам съемки полосы местности) соответствующими условными знаками.

В графу «Фактические отметки» выписывают из журнала нивелирования отметки всех пикетов и плюсовых точек с округлением до 0.01 м.

Выбирают и надписывают отметку условного горизонта, которая должна быт на 5-8 метров меньше самой низкой отметки по трассе.

В системе прямоугольных координат, где линия условного горизонта – ось расстояний, а вертикальная линия, проходящая через нулевой пикет – ось отметок, строят положение всех пикетов и плюсовых точек.

Полученные точки соединяют прямыми линиями и получают продольный профиль местности по оси трассы. Все построения выполняют карандашом.

Над точками продольного профиля, которые служили началом поперечных профилей, строят сетки поперечных профилей (рис. 6.4).

Заполняют графы «Расстояния» и «Фактические отметки» так же, как это делалось при построении продольного профили. Под сеткой надписывают пикетажные обозначения точек поперечного профиля.

Выбрав условный горизонт, строят положение точек поперечного профиля. Соединив полученные точки, получают поперечный профиль местности.

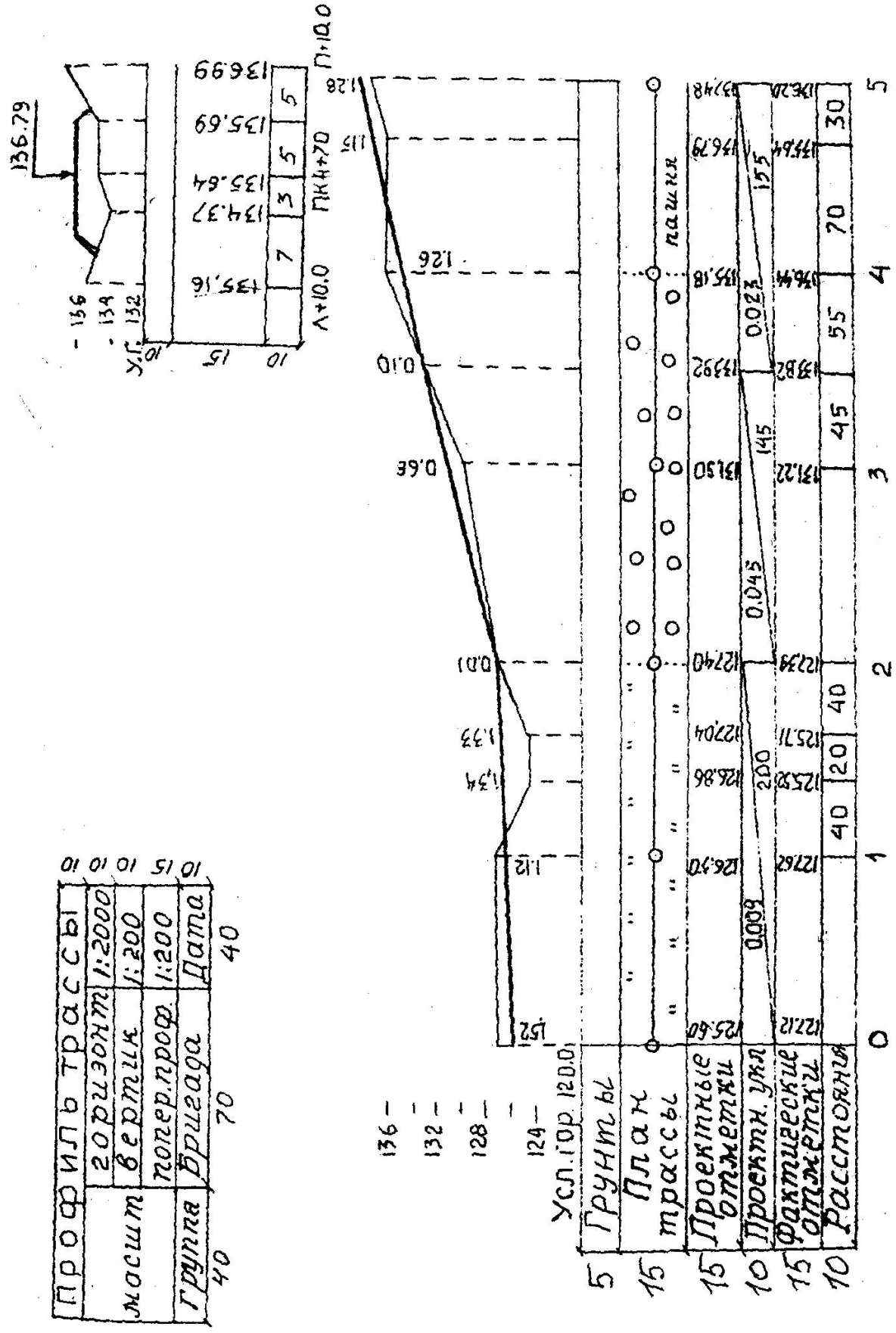


Рис. 6.4 Профиль трассы

Профиль местности – графический документ, позволяющий решать ряд

инженерных задач.

6.5.3. Проектирование по профилю

На практике по продольному профилю студенты проводят проектную линию, которая будет являться профилем оси будущего инженерного сооружения (дороги, канала и т.д.). Проектную линию намечают графически с учетом следующих требований:

- уклоны участков проектной линии не должны превышать допустимых значений (предельный уклон задается преподавателем);

- объем земляных работ должны быть минимальным;

- объемы насыпей и выемок должны быть примерно одинаковы, т.е. на профиле должно соблюдаться примерное равенство площадей насыпей и выемок;

- шаг проектирования принимают от 100 до 600 м;

- измерение уклона проектной линии можно производить на пикетах или плюсовых точках.

Проектная отметка ПКО задается преподавателям или принимается равной фактической отметке этого пикета.

На рис. 6.4 проектная отметка ПКО H_0=125.60 м. участков проектной линии с разными уклонами намечено три: длиной 200, 145 и 155 м; измерение уклона проектной линии предусмотрено в двух точках: на ПК2 и на плюсовой точке ПК3+45.0 расчет и вычерчивание проектной линии производится в следующем порядке:

По профилю определяют приближенно (с точностью 0.1 мм в вертикальном масштабе профиля) проектные отметки точек перелома и конца проектной линии:

$$H_2 = 127.4\text{м};\ H_{3+45.0} = 133.8\text{м};\ H_5 = 137.4\text{м}.$$

Вычисляют превышения по участкам проектной линии:

$$h_1 = H_2 - H_0 = +1.8\text{м};$$

$$h_2 = H_{3\text{-}45.0} - H_2 = +6.4м$$

$$h_3 = H_5 - H_{3+45.0} = +3.6м.$$

вычисляют уклоны i – отношения превышений h к горизонтальным проложениям участков проектной линии d:

$$i = \frac{h}{d}.$$

$$i_1 = \frac{1{,}8}{200} = +0.009;$$

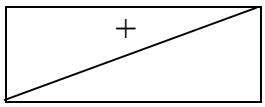
$$i_2 = \frac{6{,}4}{145} = +0.045;$$

$$i_3 = \frac{3{,}6}{155} = +0.023.$$

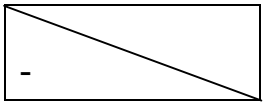
Полученные уклоны округляют до 0.001 и выписывают в графу «Проектные уклоны» продольного профиля.

Все данные проектирования наносят на профиль красным цветом.

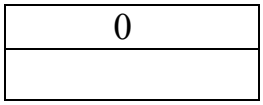
Под выписанными уклонами проводят линии (с подъемом (а), спуском (б) или горизонтальные (с) – в зависимости от знака уклона). Под линиями выписывают длины участков проектной линии.



(а)



(б)



(с)

По значениям округленных уклонов вычисляют и выписывают в соответствующую графу продольного профиля проектные отметки концов участков проектной линии по формуле:

$$H_{n\text{-}1} = H_n + i * d.$$

Для нашего примера:

$$H_2 = 125.60 + 0.009 * 200 = 125.60 + 1.80 = 127.40м$$

$$H_{3\text{-}45} = 127.40 + 0.45 * 145 = 127.40 + 6.52 = 133.92м$$

$$H_5 = 133.92 + 0.023 * 155 = 133.92 + 3.56 = 137.46м$$

На профиле уточняют по вычисленным отметкам положение точек перелома и конца проектной линии, соединяют полученные отрезки линиями и получают проектный профиль оси будущего инженерного сооружения.

Вычисляют и выписывают проектные отметки всех остальных пикетов и плюсовых точек трассы по той же формуле (здесь «*d*» - это расстояние между пикетами, или расстояние от пикета до плюсовой точки). $H_1 = H_0 + i*100 = 126.50$м, $H_{1\text{-}40} = H_1 + i * 40 = 126.86$ м. Контролем вычислений служат выписанные проектные отметки конца участков проектной линии.

Вычисляют рабочие отметки как разности проектных и фактических отметок соответствующих точек профиля. Рабочие отметки выписывают около проектной линии: положительные (высота насыпи) – выше, а отрицательные (глубина выемки) – ниже проектной линии.

В заключении по вычисленной отметке точки оси поперечного профиля наносят положение проектной линии на поперечном профиле. Над проектной линией выписывают ее отметку. Проектную линию наносят горизонтально, по 10м влево и вправо от оси трассы. Показывают кюветы (если линия идет в выемке) и откосы (если линия идет по насыпи). Уклон откосов и бортов канав 45°, ширина дна кювета – 0.6 м. Над продольным профилем вычерчивают штамп.

Перечень сдаваемых материалов: отчет по нивелированию (раздел в общем отчете по практике), пикетажный журнал, журнал нивелирования, профиль местности по оси трассы.

7. ИНЖЕНЕРНО-ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

На геодезической практике студенты выполняют следующие инженерно-геодезические задачи:

- вынос в натуру точки с заданными координатами;
- вынос на местность точки с заданной отметкой;
- вынос в натуру линии с заданным уклоном.

Проектные данные для выполнения этих задач (отметки, длины линий, уклон, координаты) задает преподаватель.

Подготовительные работы для решения инженерно-геодезических задач выполняются по топографическому плану масштаба 1:500, составленному студентами по результатам тахеометрической съемки.

Вынос проекта в натуру (геодезические разбивочные работы) осуществляются от имеющихся на участке пунктов геодезической сети с использованием следующих геодезических приборов: теодолита Т-30, нивелира Н-3 или Н-10, мерной ленты, рулетки.

7.1. Элементы геодезических разбивочных работ

Разбивочные работы можно представить как совокупность отдельных простых операций. Рассмотрим основные из них.

7.1.1. Вынос в натуру проектного горизонтального угла

Над вершиной угла О устанавливают теодолит и ориентируют его лимб вдоль заданного направления ОА. Вращением алидады откладывают проектный угол β и по направлению визирной оси трубы забивают колышек C_1. Для исключения влияния коллимационной ошибки проводят трубу через зенит и откладывают величину угла β при другом положении вертикального круга, забивают колышек в точке C_2. Расстояние C_1-C_2 делят пополам, полученный угол АОС и будет проектным углом. После построения проектного угла производят контрольные измерения этого угла.

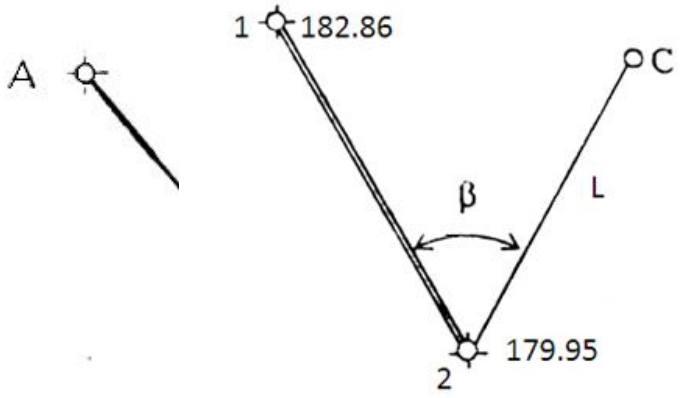


Рис 7.1 Построение на местности проектного горизонтального угла

7.1.2. Вынос в натуру проектного расстояния

Для выноса проектного расстояния по заданному направлению мерной лентой откладывают наклонную длину, конец линии закрепляют колышком. Для контроля длину линии измеряют второй раз – обратно. Наклонное проектное расстояние находят по формуле:

$$L = \sqrt{D^2 + h^2},$$

где D – горизонтальное проложение линии, м; h – превышение между точками концами линии, м.

D и h определяют по топографическому плану.

7.2. Вынос в натуру точки с заданными координатами (полярным способом)

На топографическом плане запроектирована буровая скважина (С), которую необходимо вынести в натуру от ближайших пунктов геодезической сети (в примере пункты 1 и 2 на рис. 7.2).

Рис. 7.2 Схема выноса в натуру запроектированной точки

Прямоугольные координаты и отметки пунктов геодезической сети 1 и 2 выписывают из ведомостей вычисления координат и высот точек съемочного обоснования, а координаты и отметку точки С студенты определяют графически с топографического плана (таблица 7).

Таблица 7

Исходные данные

	X	У	H
1	3833.62	2950.42	182.86
2	3771.20	2838.80	179.95
C	3764.42	2858.20	184.50

Для переноса запроектированной точки в натуру применим способ полярных координат.

Вначале выполняют геодезическую подготовку проекта. Для этого необходимо вычислить разбивочные элементы, т.е. полярный угол β и полярное расстояние L по формулам:

$$\beta = \alpha_{2\text{-}C} - \alpha_{2\text{-}1},$$

$$r(\alpha_{2-C}) = arctg\frac{Y_C - Y_2}{X_C - X_2},$$

$$r(\alpha_{2-1}) = arctg\frac{Y_1 - Y_2}{X1 - X_2},$$

$$L = \sqrt{D^2 + h^2}\ ,\ D_{2-C} = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}\ ,\ h = H_C - H_2,$$

где X_1, X_2, Y_1, Y_2 – прямоугольные координаты исходных пунктов; X_C, Y_C – прямоугольные координаты запроектированной точки С; H_2, H_C – отметки точек 2 и С; $D_{2\text{-}C}$ – горизонтальное проложение линии 2 – С; L – наклонное проектное расстояние от пункта 2 до точки С; $\alpha_{2\text{-}C}$, $\alpha_{2\text{-}1}$ – дирекционные углы линий 2-С и 2-1.

В нашем примере:

$$r(\alpha_{2-1}) = arctg\frac{2950.42 - 2838.80}{3833.62 - 3771.20} = arctg\frac{+111.62}{+62.42} = 1.78821(1 - \textit{ячетверть}),$$

$$r(\alpha_{2-1}) = \alpha_{2-1} = 60°47'07'',$$

$$r(\alpha_{2-C}) = arctg\frac{2858.20 - 2838.80}{3764.42 - 3771.20} = arctg\frac{+19.40}{-6.78} = 2.86136(2 - \textit{ячетверть}),$$

$$r_{2-C} = 70°44'10'',$$

$$\alpha_{2-C} = 180° - 70°44'10'' = 109°15'50'',$$

$$\beta = 109°15'50'' - 60°47'07'' = 48°28'43'',$$

$$D_{2-C} = \sqrt{19.40^2 + 6.78^2} = 20.55\textit{м},$$

$$h = 184.50\textit{м} - 179.95\textit{м} = 4.55\ \textit{м},$$

$$L = \sqrt{20.55^2 + 4.55^2} = 21.05\textit{м}.$$

Затем составляют разбивочный чертеж в масштабе топографического плана, на котором запроектирован объект (рис. 7.3).

На разбивочный чертеж наносят: пункты геодезической сети (1, 2); величины углов и линий, которые необходимо отложить на местности от исходных пунктов до проектированной точки.

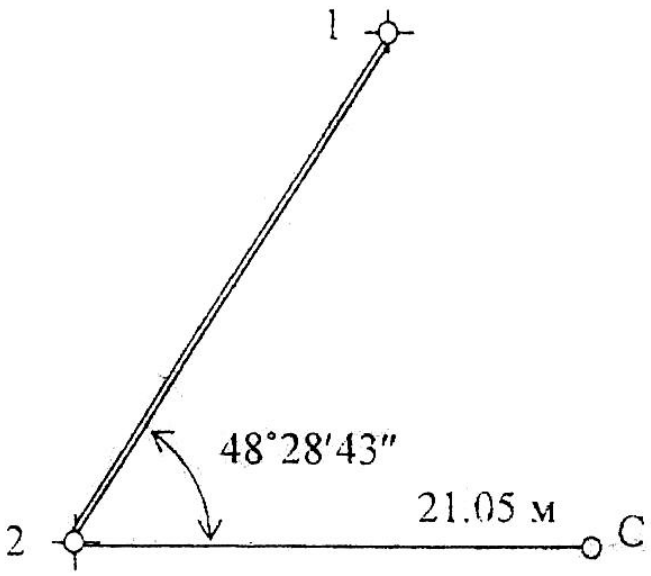


Рис. 7.3 Разбивочный чертеж

На местности в точке 2 устанавливают теодолит и способами изложенными выше (7.1.1, 7.1.2), отмеряют величины, указанные на разбивочном чертеже. Для контроля можно вычислить полярные координаты точки С от пункта 1.

7.3. Вынос в натуру точки с заданной отметкой

От пункта геодезической сети А с отметкой H_0=49.347м необходимо вынести на местность точку В с проектной отметкой $H_{пр}$=48.000м. Сначала точку В выносят и закрепляют на местности в соответствии с ее плановым положением.

Для выноса проектной отметки в точке В между исходной точкой А и проектной точкой В устанавливают нивелир (рис. 1.18).

Установив рейку на т. А, берут по ней отсчет «а» (пусть а = 0.572м).

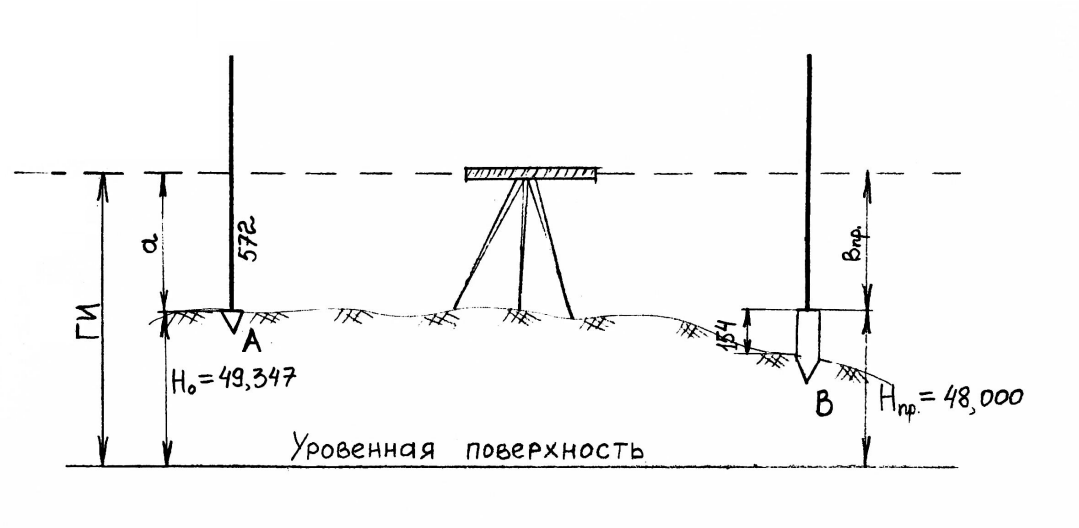


Рис. 7.4 Вынос в натуру точки с проектной отметкой

Определяют горизонт инструмента (ГИ) по формуле:

$$ГИ = H_0 + a = 49.347 + 0.572 = 49.946м.$$

Вычисляют проектный отсчет по рейке $в_{пр}$, соответствующий проектной отметке точки В.

$$в_{пр} = ГИ - H_{пр} = 49.946 \text{ м} - 48.000 \text{ м} = 1946мм.$$

Затем, наблюдая в трубу нивелира по рейке установленной в точке В, забивают колышек на такую глубину, чтобы отсчет по рейке, установленной пятой на колышке, был равен вычисленному значению «в пр» = 1946мм.

Допустим, отсчет по рейке в т. В равен 2100мм, тогда 2100 – 1946 = 154 мм, это величина, на которую надо приподнять колышек, чтобы получить проектную отметку, соответствующую верху колышка.

7.4. Вынос в натуру линии с проектным уклоном

От пункта геодезической сети А с отметкой H_0= 50.20м (рис 7.5(а)) требуется разбить линию длиннойD= 30 м с уклоном i= 0.040.

Проектное направление линии выносят на местность, закрепляют точками, расположенными через 10 м (1, 2, В).

Вычисляют проектные отметки точек 1, 2, В по формуле:

$$H_{пр} = H_0 + i * d,$$

где $H_{пр}$ – проектная отметка точки, закрепленной на линии АВ; i –

проектный уклон; *d* - расстояние от исходной точки А до определенной точки.

$$H_{пр1} = 50.20+0.040*10= 50.20 + 0.04= 50.24м.$$

$$H_{пр2} = 50.20 + 0.040*20 = 50.20+0.08= 50.28м.$$

$$H_{прВ} = 50.20 + 0.040*30= 50.20+0.12= 50.32м.$$

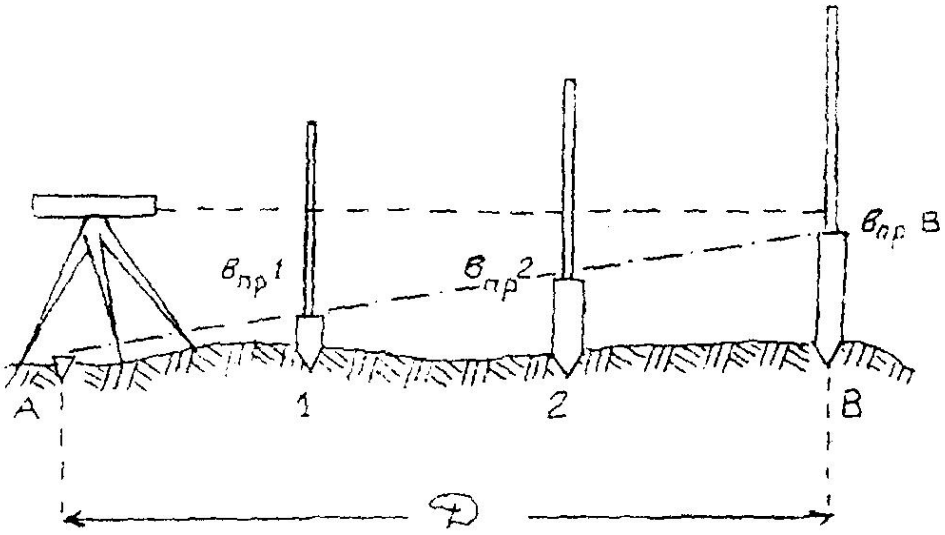


Рис. 7.5 *(а)*. Построение заданного уклона

Вычисленные проектные отметки точек 1, 2, В выносят в натуру изложенным выше способом. На рис. 7.5 (*а*) $в_{пр}1$, $в_{пр}2$, $в_{пр}В$ – проектные отсчеты по рейке в точках 1, 2, В.

При другом способе разбивки проектного уклона подъемными винтами нивелира наклоняют трубу нивелира до тех пор, пока отсчет по рейке на вынесенной проектной точке В не станет равен высоте инструмента. В результате линия визирования будет параллельна линии заданного уклона. Промежуточные точки линии определяют установкой рейки в точках 1 и 2 и получением на них того же отсчета, что и на точке В (рис. 7.5 (*б*)).

Материалы, прилагаемые к отчету в главе «Инженерно-геодезические задачи».

В отчете по геодезической практике в главе «Инженерно-геодезические задачи» дается описание решения задачи, все вычисления по определению разбивочных элементов и разбивочные чертежи с указанием углов и длин,

которые необходимо отложить на местности от исходных пунктов до проектных точек; на топографическом плане бригады указывают проектные точки.

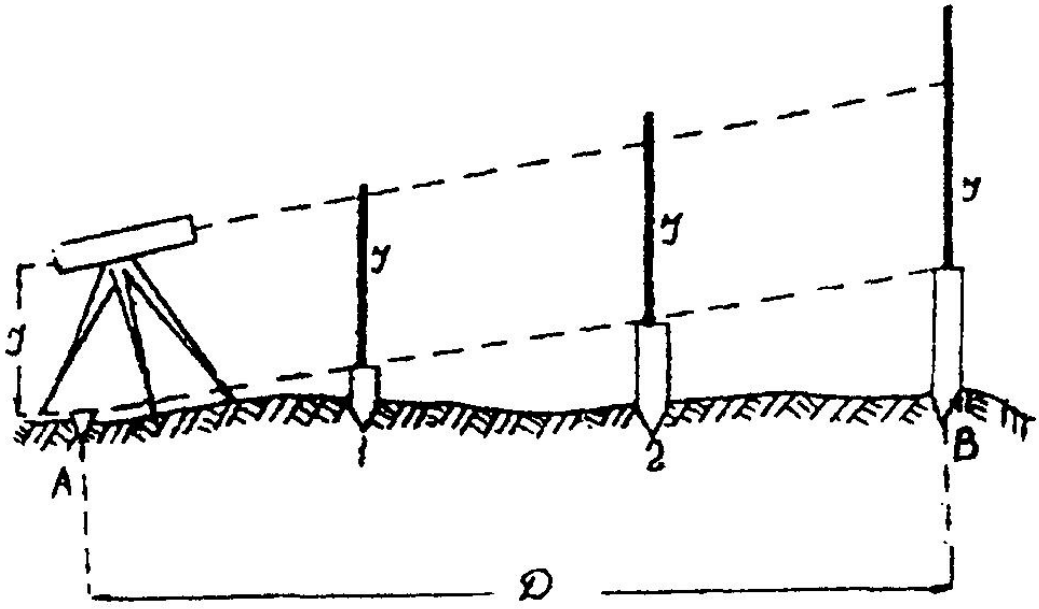


Рис. 7.5(*б*) Построение заданного уклона

8. ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТА ПО ПРАКТИКЕ

По итогам геодезической практики студенты пишут бригадный отчет. Отчет оформляется на листах А-4. В отчете отражаются следующие вопросы:

- описание участка работ: местоположения, рельеф, растительность, гидрография, дорожная сеть, наличие населенных пунктов, промышленных предприятий и т.п.;

- виды геодезических работ, поверки приборов, камеральная обработка результатов полевых измерений, результаты и допуски;

- виды работ, выполненные отдельными студентами.

Содержание отчета:

1. Общие сведения
2. Физико-географическая характеристика района работ
3. Рекогносцировка местности и закладка центров
4. Поверки теодолита
5. Измерение горизонтальных и вертикальных углов и измерение расстояний
6. Вычисление координат и отметок съемочного обоснования
7. Тахеометрическая съемка
8. Поверки нивелира
9. Геометрическое нивелирование
10. Инженерно-техническое нивелирование по оси трассы
11. Решение инженерно-геодезических задач
12. Вычерчивание топографического плана

К отчету прилагаются:

1. Схема съемочного обоснования и привязки в произвольном масштабе (на схему выписывают средние значения измеренных углов и длин)

2. Журналы измерения углов и длин сторон

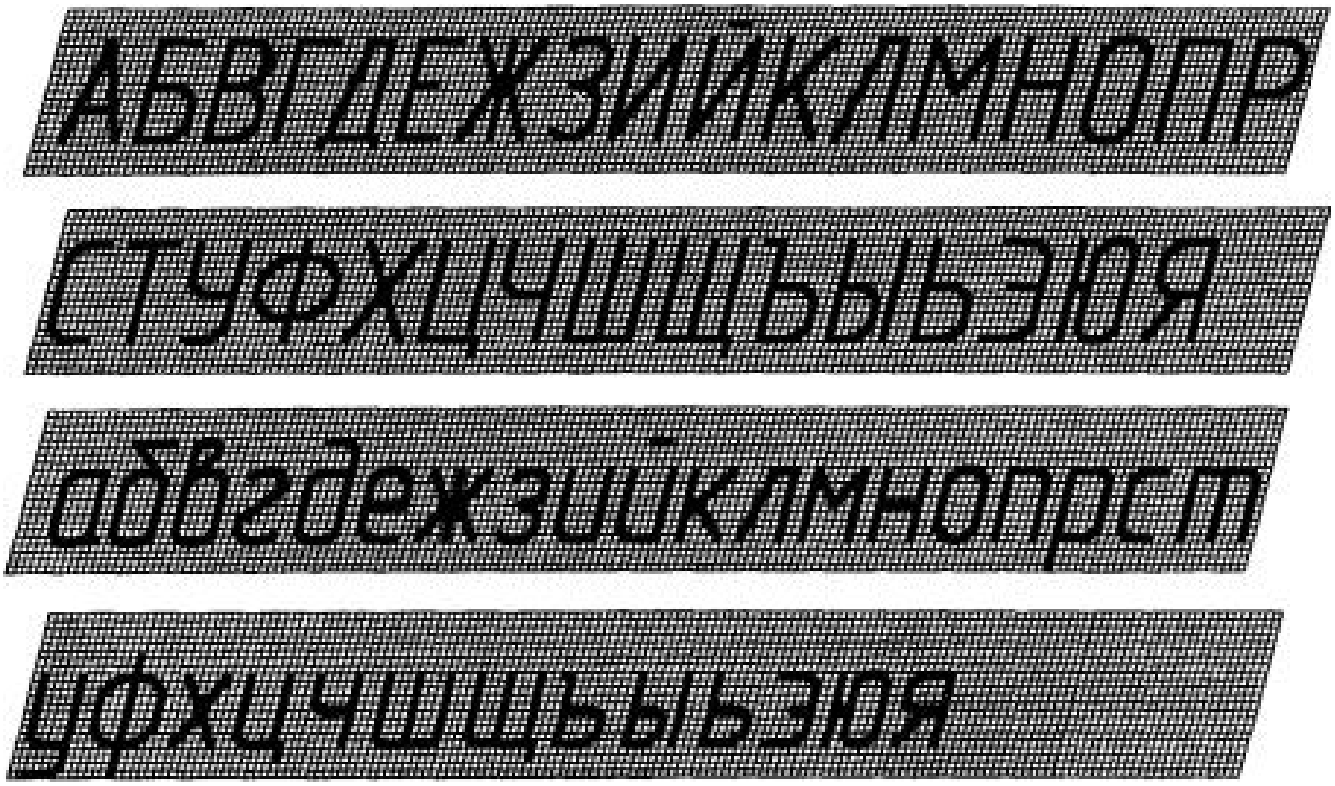
3. Ведомости вычисления отметок точек съемочного обоснования

4. Ведомость вычисления координат точек съемочного обоснования
5. Журнал тахеометрической съемки
6. Абрисы
7. Топографический план масштаба 1:500.
8. Пикетажный журнал
9. Журнал нивелирования
10. Профиль местности по оси трассы

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Стандартный шрифт

Стандартный шрифт (по ГОСТу 2.304-81 – чертежный шрифт) пишется от руки с наклоном 1:3. Применяется для ведения записей в журнале и оформления документации.



СХЕМАПрофиль План

147°25' 638,9 70,241 139°57'

Студент Преподаватель

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Вычислительный шрифт

Вычислительный шрифт имеет прямое начертание. Он применяется при полевых и вычислительных работах. Шрифт легко запоминается и читается, прост в исполнении.



МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

ФТД.01 ТЕХНОЛОГИИ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО ТРУДА

Специальность:
21.05.03 Технология геологической разведки

Специализация:
Геофизические информационные системы

Автор: Полянок О.В., к.психол.н.

Одобрены на заседании кафедры
Управления персоналом
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
Абрамов С.М.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 10.09.2023
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
к.г.-м.н., доц. Вандышева К.В.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 2 от 13.10.2023
(Дата)

Екатеринбург

Методические указания по дисциплине согласованы с выпускающей кафедрой геологии и геофизики нефти и газа

Заведующий кафедрой ГГНГ _____к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	4
1	Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий	5
2	Методические указания по подготовке к опросу	9
3	Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям	10
4	Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям	11
5	Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	12
	Заключение	15
	Список использованных источников	16

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развитияисследовательскихумений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

Подразумевается несколько категорий видов самостоятельной работы студентов, значительная часть которых нашла отражения в данных методических рекомендациях:

- работа с источниками литературы и официальными документами (*использование библиотечно-информационной системы*);
- выполнение заданий для самостоятельной работы в рамках учебных дисциплин (*рефераты, эссе, домашние задания, решения практико-ориентированных заданий*);

- реализация элементов научно-педагогической практики (*разработка методических материалов, тестов, тематических портфолио*);
- реализация элементов научно-исследовательской практики (*подготовка текстов докладов, участие в исследованиях*).

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентовonline и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

1. Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий

Практико-ориентированные задания - метод анализа ситуаций. Суть его заключается в том, что студентам предлагают осмыслить реальную жизненную ситуацию, описание которой одновременно отражает не только какую-либо практическую проблему, но и актуализирует определенный комплекс знаний, который необходимо усвоить при разрешении данной проблемы. При этом сама проблема не имеет однозначных решений.

Использование метода практико-ориентированного задания как образовательной технологии профессионально-ориентированного обучения представляет собой сложный процесс, плохо поддающийся алгоритмизации [1]. Формальноможновыделитьследующиеэтапы:

- ознакомлениестудентовстекстом;
- анализпрактико-ориентированного задания;
- организация обсуждения практико-ориентированного задания, дискуссии, презентации;
- оцениваниеучастниковдискуссии;
- подведениеитоговдискуссии.

Ознакомление студентов с текстом практико-ориентированного задания и последующий анализ практико-ориентированного задания чаще всего осуществляются за несколько дней до его обсуждения и реализуются как самостоятельная работа студентов; при этом время, отводимое на подготовку, определяется видом практико-ориентированного задания, его объемом и сложностью.

Общая схема работы с практико-ориентированное заданием на данном этапе может быть представлена следующим образом: в первую очередь следует выявить ключевые проблемы практико-ориентированного задания и понять, какие именно из представленных данных важны для решения; войти в ситуационный контекст практико-ориентированного задания, определить, кто его главные действующие лица, отобрать факты и понятия,

[1] Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

необходимые для анализа, понять, какие трудности могут возникнуть при решении задачи; следующим этапом является выбор метода исследования.

Знакомство с небольшими практико-ориентированного заданиями и их обсуждение может быть организовано непосредственно на занятиях. Принципиально важным в этом случае является то, чтобы часть теоретического курса, на которой базируется практико-ориентированное задание, была бы прочитана и проработана студентами.

Максимальная польза из работы над практико-ориентированного заданиями будет извлечена в том случае, если аспиранты при предварительном знакомстве с ними будут придерживаться систематического подхода к их анализу, основные шаги которого представлены ниже:

1. Выпишите из соответствующих разделов учебной дисциплины ключевые идеи, для того, чтобы освежить в памяти теоретические концепции и подходы, которые Вам предстоит использовать при анализе практико-ориентированного задания.
2. Бегло прочтите практико-ориентированное задание, чтобы составить о нем общее представление.
3. Внимательно прочтите вопросы кпрактико-ориентированное задание и убедитесь в том, что Вы хорошо поняли, что Вас просят сделать.
4. Вновь прочтите текст практико-ориентированного задания, внимательно фиксируя все факторы или проблемы, имеющие отношение к поставленным вопросам.
5. Прикиньте, какие идеи и концепции соотносятся с проблемами, которые Вам предлагается рассмотреть при работе с практико-ориентированное заданием.

Организация обсуждения практико-ориентированного задания предполагает формулирование перед студентами вопросов, включение их в дискуссию. Вопросы обычно подготавливают заранее и предлагают студентам вместе с текстом практико-ориентированного задания. При разборе учебной ситуации преподаватель может занимать активную или пассивную позицию, иногда он «дирижирует» разбором, а иногда ограничивается подведением итогов дискуссии.

Организация обсуждения практико-ориентированных заданий обычно основывается на двух методах. Первый из них носит название традиционного Гарвардского метода - открытая дискуссия. Альтернативным методом является метод, связанный с индивидуальным или групповым опросом, в ходе которого аспиранты делают формальную устную оценку ситуации и предлагают анализ представленного практико-ориентированного задания, свои решения и рекомендации, т.е. делают презентацию. Этот метод позволяет некоторым студентам минимизировать их учебные усилия, поскольку каждый аспирант опрашивается один- два раза за занятие. Метод развивает у студентов коммуникативные навыки, учит их четко выражать свои мысли. Однако, этот метод менее динамичен, чем Гарвардский метод. В открытой дискуссии организация и контроль участников более сложен.

Дискуссия занимает центральное место в методе. Ее целесообразно использовать в том случае, когда аспиранты обладают значительной степенью зрелости и самостоятельности мышления, умеют аргументировать, доказывать и обосновывать свою точку зрения. Важнейшей характеристикой дискуссии является уровень ее компетентности, который складывается из компетентности ее участников. Неподготовленность студентов к дискуссии делает ее формальной, превращает в процесс вытаскивания ими информации у преподавателя, а не самостоятельное ее добывание.

Особое место в организации дискуссии при обсуждении и анализе практико-ориентированного задания принадлежит использованию метода генерации идей, получившего название «мозговой атаки» или «мозгового штурма».

Метод «мозговой атаки» или «мозгового штурма» был предложен в 30-х годах прошлого столетия А. Осборном как групповой метод решения проблем. К концу XX столетия этот метод приобрел особую популярность в практике управления и обучения не только как самостоятельный метод, но и как использование в процессе деятельности с целью усиления ее продуктивности. В процессе обучения «мозговая атака» выступает в

качестве важнейшего средства развития творческой активности студентов. «Мозговая атака» включает в себя три фазы.

Первая фаза представляет собой вхождение в психологическую раскованность, отказ от стереотипности, страха показаться смешным и неудачником; достигается созданием благоприятной психологической обстановки и взаимного доверия, когда идеи теряют авторство, становятся общими. Основная задача этой фазы - успокоиться и расковаться.

Вторая фаза - это собственно атака; задача этой фазы - породить поток, лавину идей. «Мозговаяатака» в этойфазеосуществляетсяпоследующимпринципам:

- есть идея, - говорю, нет идеи, - не молчу;
- поощряется самое необузданное ассоциирование, чем более дикой покажется идея, тем лучше;
- количество предложенных идей должно быть как можно большим;
- высказанные идеи разрешается заимствовать и как угодно комбинировать, а также видоизменять и улучшать;
- исключается критика, можно высказывать любые мысли без боязни, что их признают плохими, критикующих лишают слова;
- не имеют никакого значения социальные статусы участников; это абсолютная демократия и одновременно авторитаризм сумасшедшей идеи;
- все идеи записываются в протокольный список идей;
- время высказываний - не более 1-2 минут.

Третья фаза представляет собой творческий анализ идей с целью поиска конструктивного решения проблемы по следующим правилам:

- анализировать все идеи без дискриминации какой-либо из них;
- найти место идее в системе и найти систему под идею;
- не умножать сущностей без надобности;
- не должна нарушаться красота и изящество полученного результата;
- должно быть принципиально новое видение;
- ищи «жемчужину в навозе».

В методе мозговая атака применяется при возникновении у группы реальных затруднений в осмыслении ситуации, является средством повышения активности студентов. В этом смысле мозговая атака представляется не как инструмент поиска новых решений, хотя и такая ее роль не исключена, а как своеобразное «подталкивание» к познавательной активности.

Презентация, или представление результатов анализа практико-ориентированного задания, выступает очень важным аспектом метода ***case-study***. Умение публично представить интеллектуальный продукт, хорошо его рекламировать, показать его достоинства и возможные направления эффективного использования, а также выстоять под шквалом критики, является очень ценным интегральным качеством современного специалиста. Презентация оттачивает многие глубинные качества личности: волю, убежденность, целенаправленность, достоинство и т.п.; она вырабатывает навыки публичного общения, формирования своего собственного имиджа.

Публичная (устная) презентация предполагает представление решений практико-ориентированного задания группе, она максимально вырабатывает навыки публичной деятельности и участия в дискуссии. Устная презентация обладает свойством кратковременного воздействия на студентов и, поэтому, трудна для восприятия и запоминания. Степень подготовленности выступающего проявляется в спровоцированной им дискуссии: для этого необязательно делать все заявления очевидными и неопровержимыми.Такая подача материала при анализе практико-ориентированного задания может послужить началом дискуссии. При устной презентации необходимо учитывать эмоциональный настрой выступающего: отношение и эмоции говорящего вносят существенный вклад в сообщение. Одним из преимуществ публичной (устной) презентации является ее гибкость. Оратор может откликаться на изменения окружающей обстановки, адаптировать свой стиль и материал, чувствуя настроение аудитории.

Непубличная презентация менее эффектна, но обучающая роль ее весьма велика. Чаще всего непубличная презентация выступает в виде подготовки отчета по выполнению задания, при этом стимулируются такие качества, как умение подготовить текст, точно и аккуратно составить отчет, не допустить ошибки в расчетах и т.д. Подготовка письменного анализа практико-ориентированного задания аналогична подготовке устного, с той разницей, что письменные отчеты-презентации обычно более структурированы и детализированы. Основное правило письменного анализа практико-ориентированного задания заключается в том, чтобы избегать простого повторения информации из текста, информация должна быть представлена в переработанном виде. Самым важным при этом является собственный анализ представленного материала, его соответствующая интерпретация и сделанные предложения. Письменный отчет - презентация может сдаваться по истечении некоторого времени после устной презентации, что позволяет студентам более тщательно проанализировать всю информацию, полученную в ходе дискуссии.

Как письменная, так и устная презентация результатов анализа практико-ориентированного задания может быть групповая и индивидуальная. Отчет может быть индивидуальным или групповым в зависимости от сложности и объема задания. Индивидуальная презентация формирует ответственность, собранность, волю; групповая - аналитические способности, умение обобщать материал, системно видеть проект.

Оценивание участников дискуссии является важнейшей проблемой обучения посредством метода практико-ориентированного задания. При этом выделяются следующие требования к оцениванию:

- объективность - создание условий, в которых бы максимально точно выявлялись знания обучаемых, предъявление к ним единых требований, справедливое отношение к каждому;
- обоснованностьоценок - ихаргументация;
- систематичность - важнейший психологический фактор, организующий и дисциплинирующий студентов, формирующий настойчивость и устремленность в достижении цели;
- всесторонность и оптимальность.

Оценивание участников дискуссии предполагает оценивание не столько набора определенных знаний, сколько умения студентов анализировать конкретную ситуацию, принимать решение, логически мыслить.

Следует отметить, что оценивается содержательная активность студента в дискуссии или публичной (устной) презентации, которая включает в себя следующие составляющие:

- выступление, которое характеризует попытку серьезного предварительного
- анализа (правильность предложений, подготовленность,
- аргументированность и т.д.);
- обращение внимания на определенный круг вопросов, которые требуют углубленного обсуждения;
- владение категориальным аппаратом, стремление давать определения, выявлять содержание понятий;
- демонстрация умения логически мыслить, если точки зрения, высказанные раньше, подытоживаются и приводят к логическим выводам;
- предложение альтернатив, которые раньше оставались без внимания;
- предложение определенного плана действий или плана воплощения решения;
- определение существенных элементов, которые должны учитываться при анализе практико-ориентированного задания;
- заметное участие в обработке количественных данных, проведении расчетов;
- подведениеитоговобсуждения.

При оценивании анализа практико-ориентированного задания, данного студентами при непубличной (письменной) презентации учитывается:

- формулировка и анализ большинства проблем, имеющихся в практико-ориентированное задание;
- формулировка собственных выводов на основании информации о практико-ориентированное задание, которые отличаются от выводов других студентов;
- демонстрация адекватных аналитических методов для обработки информации;
- соответствие приведенных в итоге анализа аргументов ранее выявленным проблемам, сделанным выводам, оценкам и использованным аналитическим метода

2. Методическиеуказанияпо подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

Письменный опрос

В соответствии с технологической картой письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента по данной дисциплине. При подготовке к письменному опросу студент должен внимательно изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

Устный опрос

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются дляосвещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии[2].

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубинаответа.
3. Сознательность ответа(учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложенияматериала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).

[2]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).

6. Своевременностьи эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).

7. Использованиедополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).

8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)[3].

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. В среднем, подготовка к устному опросу по одному семинарскому занятию занимает от 2 до 4 часов в зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

3.Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

На практических занятиях необходимо стремиться к самостоятельному решению задач, находя для этого более эффективные методы. При этом студентам надо приучить себя доводить решения задач до конечного «идеального» ответа. Это очень важно для будущих специалистов. Практические занятия вырабатывают навыки самостоятельной творческой работы, развивают мыслительные способности.

Практическое занятие – активная форма учебного процесса, дополняющая теоретический курс или лекционную часть учебной дисциплины и призванная помощь обучающимся освоиться в «пространстве» (тематике) дисциплины, самостоятельно прооперировать теоретическими знаниями на конкретном учебном материале.

Продолжительность одного практического занятия – от 2 до 4 академических часов. Общая доля практических занятий в учебном времени на дисциплину – от 10 до 20 процентов (при условии, что все активные формы займут в учебном времени на дисциплину от 40 до 60 процентов).

Для практического занятия в качестве темы выбирается обычно такая учебная задача, которая предполагает не существенные эвристические и аналитические напряжения и продвижения, а потребность обучающегося «потрогать» материал, опознать в конкретном то общее, о чем говорилось в лекции. Например, при рассмотрении вопросов оплаты труда, мотивации труда и проблем безработицы в России имеет смысл провести практические занятия со следующими сюжетами заданий: «Расчет заработной платы работников предприятия». «Разработка механизма мотивации труда на предприятии N». «В чем причины и особенности безработицы в России?». Последняя тема предполагает уже некоторую аналитическую составляющую. Основная задача первой из этих тем - самим посчитать заработную плату для различных групп работников на примере заданных параметров для конкретного предприятия, т. е. сделать расчеты «как на практике»; второй – дать собственный вариант мотивационной политики для предприятия, учитывая особенности данного объекта, отрасли и т.д.; третьей – опираясь на теоретические знания в области проблем занятости и безработицы, а также статистические материалы, сделать

[3]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

авторские выводы о видах безработицы, характерных для России, и их причинах, а также предложить меры по минимизации безработицы.

Перед проведением занятия должен быть подготовлен специальный материал – тот объект, которым обучающиеся станут оперировать, активизируя свои теоретические (общие) знания и тем самым, приобретая навыки выработки уверенных суждений и осуществления конкретных действий.

Дополнительный материал для практического занятия лучше получить у преподавателя заранее, чтобы у студентов была возможность просмотреть его и подготовить вопросы.

Условия должны быть такими, чтобы каждый мог работать самостоятельно от начала до конца. В аудитории должны быть «под рукой» необходимые справочники и тексты законов и нормативных актов по тематике занятия. Чтобы сделать практическое занятие максимально эффективным, надо заранее подготовить и изучить материал по наиболее интересным и практически важным темам.

Особенности практического занятия с использованием компьютера

Для того чтобы повысить эффективность проведения практического занятия, может использоваться компьютер по следующим направлениям:

- поиск информации в Интернете по поставленной проблеме: в этом случае преподаватель представляет обучающимся перечень рекомендуемых для посещения Интернет-сайтов;
- использование прикладных обучающих программ;
- выполнение заданий с использованием обучающимися заранее установленных преподавателем программ;
- использование программного обеспечения при проведении занятий, связанных с моделированием социально-экономических процессов.

4.Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой дискуссию в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной

дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия (от доски смелом до самых современных технических средств), демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Во время лекций, связанных с темой семинарского занятия, следует обращать внимание на то, что необходимо дополнительно изучить при подготовке к семинару (новые официальные документы, статьи в периодических журналах, вновь вышедшие монографии и т.д.).

5.Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

Экзамен - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения

воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неусвоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь на то, что это не попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала.кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неутомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины, Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или и учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальным сон. Подготовка к экзамену не должна идти в ущерб сну, иначе в день экзамена не будет чувства свежести и бодрости, необходимых для хороших ответов. Вечер накануне экзамена рекомендуем закончить небольшой прогулкой.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;

- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильнаяорганизация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указанияможет в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

1) систематическаясамостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;

2) добросовестноевыполнение заданий;

3) выяснениеи уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;

4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями в области управления персоналом;

6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам для *HR*;

7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам управления персоналом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брандес М. П. Немецкий язык. Переводческое реферирование: практикум. М.: КДУ, 2008. – 368с.

2. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

3. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

4. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности: Учеб.пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.

5. Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа:http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

ФТД.02 СРЕДСТВА КОММУНИКАЦИИ В УЧЕБНОЙ И ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Специальность:
21.05.03 Технология геологической разведки

Специализация:
Геофизические информационные системы

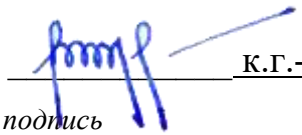
Автор: Полянок О.В., к.психол.н.

Одобрены на заседании кафедры
Управления персоналом
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
Абрамов С.М.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 10.09.2023
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
к.г.-м.н., доц. Вандышева К.В.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 2 от 13.10.2023
(Дата)

Екатеринбург

Методические указания по дисциплине согласованы с выпускающей кафедрой геологии и геофизики нефти и газа

Заведующий кафедрой ГГНГ _____  _____к.г.-м.н., С.А. Рыльков_____

подпись *И.О. Фамилия*

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
1	Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий	5
2	Методические указания по подготовке к опросу	9
3	Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям	11
4	Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям	13
5	Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	14
	Заключение	17
	Список использованных источников	18

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развитияисследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

Подразумевается несколько категорий видов самостоятельной работы студентов, значительная часть которых нашла отражения в данных методических рекомендациях:

- работа с источниками литературы и официальными документами (*использование библиотечно-информационной системы*);
- выполнение заданий для самостоятельной работы в рамках учебных дисциплин (*рефераты, эссе, домашние задания, решения практико-ориентированных заданий*);

- реализация элементов научно-педагогической практики (*разработка методических материалов, тестов, тематических портфолио*);
- реализация элементов научно-исследовательской практики (*подготовка текстов докладов, участие в исследованиях*).

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентовonline и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

1. Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий

Практико-ориентированные задания - метод анализа ситуаций. Суть его заключается в том, что студентам предлагают осмыслить реальную жизненную ситуацию, описание которой одновременно отражает не только какую-либо практическую проблему, но и актуализирует определенный комплекс знаний, который необходимо усвоить при разрешении данной проблемы. При этом сама проблема не имеет однозначных решений.

Использование метода практико-ориентированного задания как образовательной технологии профессионально-ориентированного обучения представляет собой сложный процесс, плохо поддающийся алгоритмизации [1] . Формально можновыделить следующиеэтапы:

- ознакомление студентовс текстом;
- анализ практико-ориентированного задания;
- организация обсуждения практико-ориентированного задания, дискуссии, презентации;
- оценивание участников дискуссии;
- подведение итогов дискуссии.

Ознакомление студентов с текстом практико-ориентированного задания и последующий анализ практико-ориентированного задания чаще всего осуществляются за несколько дней до его обсуждения и реализуются как самостоятельная работа студентов; при этом время, отводимое на подготовку, определяется видом практико-ориентированного задания, его объемом и сложностью.

Общая схема работы с практико-ориентированное заданием на данном этапе может быть представлена следующим образом: в первую очередь следует выявить ключевые проблемы практико-ориентированного задания и понять, какие именно из представленных данных важны для решения; войти в ситуационный контекст практико-ориентированного задания, определить, кто его главные действующие лица, отобрать факты и понятия,

---

[1] Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

необходимые для анализа, понять, какие трудности могут возникнуть при решении задачи; следующим этапом является выбор метода исследования.

Знакомство с небольшими практико-ориентированного заданиями и их обсуждение может быть организовано непосредственно на занятиях. Принципиально важным в этом случае является то, чтобы часть теоретического курса, на которой базируется практико-ориентированное задание, была бы прочитана и проработана студентами.

Максимальная польза из работы над практико-ориентированного заданиями будет извлечена в том случае, если аспиранты при предварительном знакомстве с ними будут придерживаться систематического подхода к их анализу, основные шаги которого представлены ниже:

1. Выпишите из соответствующих разделов учебной дисциплины ключевые идеи, для того, чтобы освежить в памяти теоретические концепции и подходы, которые Вам предстоит использовать при анализе практико-ориентированного задания.
2. Бегло прочтите практико-ориентированное задание, чтобы составить о нем общее представление.
3. Внимательно прочтите вопросы к практико-ориентированное задание и убедитесь в том, что Вы хорошо поняли, что Вас просят сделать.
4. Вновь прочтите текст практико-ориентированного задания, внимательно фиксируя все факторы или проблемы, имеющие отношение к поставленным вопросам.
5. Прикиньте, какие идеи и концепции соотносятся с проблемами, которые Вам предлагается рассмотреть при работе с практико-ориентированное заданием.

Организация обсуждения практико-ориентированного задания предполагает формулирование перед студентами вопросов, включение их в дискуссию. Вопросы обычно подготавливают заранее и предлагают студентам вместе с текстом практико-ориентированного задания. При разборе учебной ситуации преподаватель может занимать активную или пассивную позицию, иногда он «дирижирует» разбором, а иногда ограничивается подведением итогов дискуссии.

Организация обсуждения практико-ориентированных заданий обычно основывается на двух методах. Первый из них носит название традиционного Гарвардского метода - открытая дискуссия. Альтернативным методом является метод, связанный с индивидуальным или групповым опросом, в ходе которого аспиранты делают формальную устную оценку ситуации и предлагают анализ представленного практико-ориентированного задания, свои решения и рекомендации, т.е. делают презентацию. Этот метод позволяет некоторым студентам минимизировать их учебные усилия, поскольку каждый аспирант опрашивается один- два раза за занятие. Метод развивает у студентов коммуникативные навыки, учит их четко выражать свои мысли. Однако, этот метод менее динамичен, чем Гарвардский метод. В открытой дискуссии организация и контроль участников более сложен.

Дискуссия занимает центральное место в методе. Ее целесообразно использовать в том случае, когда аспиранты обладают значительной степенью зрелости и самостоятельности мышления, умеют аргументировать, доказывать и обосновывать свою точку зрения. Важнейшей характеристикой дискуссии является уровень ее компетентности, который складывается из компетентности ее участников. Неподготовленность студентов к дискуссии делает ее формальной, превращает в процесс вытаскивания ими информации у преподавателя, а не самостоятельное ее добывание.

Особое место в организации дискуссии при обсуждении и анализе практико-ориентированного задания принадлежит использованию метода генерации идей, получившего название «мозговой атаки» или «мозгового штурма».

Метод «мозговой атаки» или «мозгового штурма» был предложен в 30-х годах прошлого столетия А. Осборном как групповой метод решения проблем. К концу XX столетия этот метод приобрел особую популярность в практике управления и обучения не только как самостоятельный метод, но и как использование в процессе деятельности с

целью усиления ее продуктивности. В процессе обучения «мозговая атака» выступает в качестве важнейшего средства развития творческой активности студентов. «Мозговая атака» включает в себя три фазы.

Первая фаза представляет собой вхождение в психологическую раскованность, отказ от стереотипности, страха показаться смешным и неудачником; достигается созданием благоприятной психологической обстановки и взаимного доверия, когда идеи теряют авторство, становятся общими. Основная задача этой фазы - успокоиться и расковаться.

Вторая фаза - это собственно атака; задача этой фазы - породить поток, лавину идей. «Мозговая атака» в этой фазе осуществляется по следующим принципам:

- есть идея, - говорю, нет идеи, - не молчу;
- поощряется самое необузданное ассоциирование, чем более дикой покажется идея, тем лучше;
- количество предложенных идей должно быть как можно большим;
- высказанные идеи разрешается заимствовать и как угодно комбинировать, а также видоизменять и улучшать;
- исключается критика, можно высказывать любые мысли без боязни, что их признают плохими, критикующих лишают слова;
- не имеют никакого значения социальные статусы участников; это абсолютная демократия и одновременно авторитаризм сумасшедшей идеи;
- все идеи записываются в протокольный список идей;
- время высказываний - не более 1-2 минут.

Третья фаза представляет собой творческий анализ идей с целью поиска конструктивного решения проблемы по следующим правилам:

- анализировать все идеи без дискриминации какой-либо из них;
- найти место идее в системе и найти систему под идею;
- не умножать сущностей без надобности;
- не должна нарушаться красота и изящество полученного результата;
- должно быть принципиально новое видение;
- ищи «жемчужину в навозе».

В методе мозговая атака применяется при возникновении у группы реальных затруднений в осмыслении ситуации, является средством повышения активности студентов. В этом смысле мозговая атака представляется не как инструмент поиска новых решений, хотя и такая ее роль не исключена, а как своеобразное «подталкивание» к познавательной активности.

Презентация, или представление результатов анализа практико-ориентированного задания, выступает очень важным аспектом метода ***case-study***. Умение публично представить интеллектуальный продукт, хорошо его рекламировать, показать его достоинства и возможные направления эффективного использования, а также выстоять под шквалом критики, является очень ценным интегральным качеством современного специалиста. Презентация оттачивает многие глубинные качества личности: волю, убежденность, целенаправленность, достоинство и т.п.; она вырабатывает навыки публичного общения, формирования своего собственного имиджа.

Публичная (устная) презентация предполагает представление решений практико-ориентированного задания группе, она максимально вырабатывает навыки публичной деятельности и участия в дискуссии. Устная презентация обладает свойством кратковременного воздействия на студентов и, поэтому, трудна для восприятия и запоминания. Степень подготовленности выступающего проявляется в спровоцированной им дискуссии: для этого необязательно делать все заявления очевидными и неопровержимыми. Такая подача материала при анализе практико-ориентированного задания может послужить началом дискуссии. При устной презентации необходимо учитывать эмоциональный настрой выступающего: отношение и эмоции говорящего

вносят существенный вклад в сообщение. Одним из преимуществ публичной (устной) презентации является ее гибкость. Оратор может откликаться на изменения окружающей обстановки, адаптировать свой стиль и материал, чувствуя настроение аудитории.

Непубличная презентация менее эффектна, но обучающая роль ее весьма велика. Чаще всего непубличная презентация выступает в виде подготовки отчета по выполнению задания, при этом стимулируются такие качества, как умение подготовить текст, точно и аккуратно составить отчет, не допустить ошибки в расчетах и т.д. Подготовка письменного анализа практико-ориентированного задания аналогична подготовке устного, с той разницей, что письменные отчеты-презентации обычно более структурированы и детализированы. Основное правило письменного анализа практико-ориентированного задания заключается в том, чтобы избегать простого повторения информации из текста, информация должна быть представлена в переработанном виде. Самым важным при этом является собственный анализ представленного материала, его соответствующая интерпретация и сделанные предложения. Письменный отчет - презентация может сдаваться по истечении некоторого времени после устной презентации, что позволяет студентам более тщательно проанализировать всю информацию, полученную в ходе дискуссии.

Как письменная, так и устная презентация результатов анализа практико-ориентированного задания может быть групповая и индивидуальная. Отчет может быть индивидуальным или групповым в зависимости от сложности и объема задания. Индивидуальная презентация формирует ответственность, собранность, волю; групповая - аналитические способности, умение обобщать материал, системно видеть проект.

Оценивание участников дискуссии является важнейшей проблемой обучения посредством метода практико-ориентированного задания. При этом выделяются следующие требования к оцениванию:

- объективность - создание условий, в которых бы максимально точно выявлялись знания обучаемых, предъявление к ним единых требований, справедливое отношение к каждому;
- обоснованность оценок - их аргументация;
- систематичность - важнейший психологический фактор, организующий и дисциплинирующий студентов, формирующий настойчивость и устремленность в достижении цели;
- всесторонность и оптимальность.

Оценивание участников дискуссии предполагает оценивание не столько набора определенных знаний, сколько умения студентов анализировать конкретную ситуацию, принимать решение, логически мыслить.

Следует отметить, что оценивается содержательная активность студента в дискуссии или публичной (устной) презентации, которая включает в себя следующие составляющие:

- выступление, которое характеризует попытку серьезного предварительного
- анализа (правильность предложений, подготовленность,
- аргументированность и т.д.);
- обращение внимания на определенный круг вопросов, которые требуют углубленного обсуждения;
- владение категориальным аппаратом, стремление давать определения, выявлять содержание понятий;
- демонстрация умения логически мыслить, если точки зрения, высказанные раньше, подытоживаются и приводят к логическим выводам;
- предложение альтернатив, которые раньше оставались без внимания;
- предложение определенного плана действий или плана воплощения решения;

- определение существенных элементов, которые должны учитываться при анализе практико-ориентированного задания;
- заметное участие в обработке количественных данных, проведении расчетов;
- подведение итогов обсуждения.

При оценивании анализа практико-ориентированного задания, данного студентами при непубличной (письменной) презентации учитывается:

- формулировка и анализ большинства проблем, имеющихся в практико-ориентированное задание;
- формулировка собственных выводов на основании информации о практико-ориентированное задание, которые отличаются от выводов других студентов;
- демонстрация адекватных аналитических методов для обработки информации;
- соответствие приведенных в итоге анализа аргументов ранее выявленным проблемам, сделанным выводам, оценкам и использованным аналитическим методам

2. Методические указанияпо подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

Письменный опрос

В соответствии с технологической картой письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента по данной дисциплине. При подготовке к письменному опросу студент должен внимательно изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

Устный опрос

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются дляосвещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии[2].

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубинаответа.
3. Сознательность ответа(учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложенияматериала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременностьи эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использованиедополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).

[2]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)[3].

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. В среднем, подготовка к устному опросу по одному семинарскому занятию занимает от 2 до 4 часов в зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

[3]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

3.Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

На практических занятиях необходимо стремиться к самостоятельному решению задач, находя для этого более эффективные методы. При этом студентам надо приучить себя доводить решения задач до конечного «идеального» ответа. Это очень важно для будущих специалистов. Практические занятия вырабатывают навыки самостоятельной творческой работы, развивают мыслительные способности.

Практическое занятие – активная форма учебного процесса, дополняющая теоретический курс или лекционную часть учебной дисциплины и призванная помощь обучающимся освоиться в «пространстве» (тематике) дисциплины, самостоятельно прооперировать теоретическими знаниями на конкретном учебном материале.

Продолжительность одного практического занятия – от 2 до 4 академических часов. Общая доля практических занятий в учебном времени на дисциплину – от 10 до 20 процентов (при условии, что все активные формы займут в учебном времени на дисциплину от 40 до 60 процентов).

Для практического занятия в качестве темы выбирается обычно такая учебная задача, которая предполагает не существенные эвристические и аналитические напряжения и продвижения, а потребность обучающегося «потрогать» материал, опознать в конкретном то общее, о чем говорилось в лекции. Например, при рассмотрении вопросов оплаты труда, мотивации труда и проблем безработицы в России имеет смысл провести практические занятия со следующими сюжетами заданий: «Расчет заработной платы работников предприятия». «Разработка механизма мотивации труда на предприятии N». «В чем причины и особенности безработицы в России?». Последняя тема предполагает уже некоторую аналитическую составляющую. Основная задача первой из этих тем - самим посчитать заработную плату для различных групп работников на примере заданных параметров для конкретного предприятия, т. е. сделать расчеты «как на практике»; второй – дать собственный вариант мотивационной политики для предприятия, учитывая особенности данного объекта, отрасли и т.д.; третьей – опираясь на теоретические знания в области проблем занятости и безработицы, а также статистические материалы, сделать авторские выводы о видах безработицы, характерных для России, и их причинах, а также предложить меры по минимизации безработицы.

Перед проведением занятия должен быть подготовлен специальный материал – тот объект, которым обучающиеся станут оперировать, активизируя свои теоретические (общие) знания и тем самым, приобретая навыки выработки уверенных суждений и осуществления конкретных действий.

Дополнительный материал для практического занятия лучше получить у преподавателя заранее, чтобы у студентов была возможность просмотреть его и подготовить вопросы.

Условия должны быть такими, чтобы каждый мог работать самостоятельно от начала до конца. В аудитории должны быть «под рукой» необходимые справочники и тексты законов и нормативных актов по тематике занятия. Чтобы сделать практическое занятие максимально эффективным, надо заранее подготовить и изучить материал по наиболее интересным и практически важным темам.

Особенности практического занятия с использованием компьютера

Для того чтобы повысить эффективность проведения практического занятия, может использоваться компьютер по следующим направлениям:

- поиск информации в Интернете по поставленной проблеме: в этом случае преподаватель представляет обучающимся перечень рекомендуемых для посещения Интернет-сайтов;
- использование прикладных обучающих программ;
- выполнение заданий с использованием обучающимися заранее установленных преподавателем программ;

- использование программного обеспечения при проведении занятий, связанных с моделированием социально-экономических процессов.

4.Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой дискуссию в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия (от доски смелом до самых современных технических средств), демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Во время лекций, связанных с темой семинарского занятия, следует обращать внимание на то, что необходимо дополнительно изучить при подготовке к семинару (новые официальные документы, статьи в периодических журналах, вновь вышедшие монографии и т.д.).

5.Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

Экзамен - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неусвоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь на

то, что это не попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала. кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неутомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины, Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или и учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать,

подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальным сон. Подготовка к экзамену не должна идти в ущерб сну, иначе в день экзамена не будет чувства свежести и бодрости, необходимых для хороших ответов. Вечер накануне экзамена рекомендуем закончить небольшой прогулкой.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильнаяорганизация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

1) систематическаясамостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;

2) добросовестноевыполнение заданий;

3) выяснениеи уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;

4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями в области управления персоналом;

6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам для *HR*;

7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам управления персоналом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брандес М. П. Немецкий язык. Переводческое реферирование: практикум. М.: КДУ, 2008. – 368с.

2. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

3. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

4. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности: Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.

5. Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа:http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

ФТД.03 ОСНОВЫ СОЦИАЛЬНОЙ АДАПТАЦИИ И ПРАВОВЫХ ЗНАНИЙ

Специальность:
21.05.03 Технология геологической разведки

Специализация:
Геофизические информационные системы

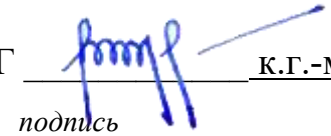
Автор: Полянок О.В., к.психол.н.

Одобрены на заседании кафедры
Управления персоналом
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
Абрамов С.М.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 10.09.2023
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
к.г.-м.н., доц. Вандышева К.В.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 2 от 13.10.2023
(Дата)

Екатеринбург

Методические указания по дисциплине согласованы с выпускающей кафедрой геологии и геофизики нефти и газа

Заведующий кафедрой ГГНГ  к.г.-м.н., С.А. Рыльков

подпись *И.О. Фамилия*

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
1	Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий	5
2	Методические указания по подготовке к опросу	9
3	Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям	11
4	Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям	13
5	Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	14
	Заключение	17
	Список использованных источников	18

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развитияисследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

Подразумевается несколько категорий видов самостоятельной работы студентов, значительная часть которых нашла отражения в данных методических рекомендациях:

- работа с источниками литературы и официальными документами (*использование библиотечно-информационной системы*);
- выполнение заданий для самостоятельной работы в рамках учебных дисциплин (*рефераты, эссе, домашние задания, решения практико-ориентированных заданий*);

- реализация элементов научно-педагогической практики (*разработка методических материалов, тестов, тематических портфолио*);
- реализация элементов научно-исследовательской практики (*подготовка текстов докладов, участие в исследованиях*).

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентовonline и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

1. Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий

Практико-ориентированные задания - метод анализа ситуаций. Суть его заключается в том, что студентам предлагают осмыслить реальную жизненную ситуацию, описание которой одновременно отражает не только какую-либо практическую проблему, но и актуализирует определенный комплекс знаний, который необходимо усвоить при разрешении данной проблемы. При этом сама проблема не имеет однозначных решений.

Использование метода практико-ориентированного задания как образовательной технологии профессионально-ориентированного обучения представляет собой сложный процесс, плохо поддающийся алгоритмизации [1] . Формально можновыделить следующиеэтапы:

- ознакомление студентовс текстом;
- анализ практико-ориентированного задания;
- организация обсуждения практико-ориентированного задания, дискуссии, презентации;
- оценивание участников дискуссии;
- подведение итогов дискуссии.

Ознакомление студентов с текстом практико-ориентированного задания и последующий анализ практико-ориентированного задания чаще всего осуществляются за несколько дней до его обсуждения и реализуются как самостоятельная работа студентов; при этом время, отводимое на подготовку, определяется видом практико-ориентированного задания, его объемом и сложностью.

Общая схема работы с практико-ориентированное заданием на данном этапе может быть представлена следующим образом: в первую очередь следует выявить ключевые проблемы практико-ориентированного задания и понять, какие именно из представленных данных важны для решения; войти в ситуационный контекст практико-ориентированного задания, определить, кто его главные действующие лица, отобрать факты и понятия,

---

[1] Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

необходимые для анализа, понять, какие трудности могут возникнуть при решении задачи; следующим этапом является выбор метода исследования.

Знакомство с небольшими практико-ориентированного заданиями и их обсуждение может быть организовано непосредственно на занятиях. Принципиально важным в этом случае является то, чтобы часть теоретического курса, на которой базируется практико-ориентированное задание, была бы прочитана и проработана студентами.

Максимальная польза из работы над практико-ориентированного заданиями будет извлечена в том случае, если аспиранты при предварительном знакомстве с ними будут придерживаться систематического подхода к их анализу, основные шаги которого представлены ниже:

1. Выпишите из соответствующих разделов учебной дисциплины ключевые идеи, для того, чтобы освежить в памяти теоретические концепции и подходы, которые Вам предстоит использовать при анализе практико-ориентированного задания.
2. Бегло прочтите практико-ориентированное задание, чтобы составить о нем общее представление.
3. Внимательно прочтите вопросы к практико-ориентированное задание и убедитесь в том, что Вы хорошо поняли, что Вас просят сделать.
4. Вновь прочтите текст практико-ориентированного задания, внимательно фиксируя все факторы или проблемы, имеющие отношение к поставленным вопросам.
5. Прикиньте, какие идеи и концепции соотносятся с проблемами, которые Вам предлагается рассмотреть при работе с практико-ориентированное заданием.

Организация обсуждения практико-ориентированного задания предполагает формулирование перед студентами вопросов, включение их в дискуссию. Вопросы обычно подготавливают заранее и предлагают студентам вместе с текстом практико-ориентированного задания. При разборе учебной ситуации преподаватель может занимать активную или пассивную позицию, иногда он «дирижирует» разбором, а иногда ограничивается подведением итогов дискуссии.

Организация обсуждения практико-ориентированных заданий обычно основывается на двух методах. Первый из них носит название традиционного Гарвардского метода - открытая дискуссия. Альтернативным методом является метод, связанный с индивидуальным или групповым опросом, в ходе которого аспиранты делают формальную устную оценку ситуации и предлагают анализ представленного практико-ориентированного задания, свои решения и рекомендации, т.е. делают презентацию. Этот метод позволяет некоторым студентам минимизировать их учебные усилия, поскольку каждый аспирант опрашивается один- два раза за занятие. Метод развивает у студентов коммуникативные навыки, учит их четко выражать свои мысли. Однако, этот метод менее динамичен, чем Гарвардский метод. В открытой дискуссии организация и контроль участников более сложен.

Дискуссия занимает центральное место в методе. Ее целесообразно использовать в том случае, когда аспиранты обладают значительной степенью зрелости и самостоятельности мышления, умеют аргументировать, доказывать и обосновывать свою точку зрения. Важнейшей характеристикой дискуссии является уровень ее компетентности, который складывается из компетентности ее участников. Неподготовленность студентов к дискуссии делает ее формальной, превращает в процесс вытаскивания ими информации у преподавателя, а не самостоятельное ее добывание.

Особое место в организации дискуссии при обсуждении и анализе практико-ориентированного задания принадлежит использованию метода генерации идей, получившего название «мозговой атаки» или «мозгового штурма».

Метод «мозговой атаки» или «мозгового штурма» был предложен в 30-х годах прошлого столетия А. Осборном как групповой метод решения проблем. К концу XX столетия этот метод приобрел особую популярность в практике управления и обучения не только как самостоятельный метод, но и как использование в процессе деятельности с

целью усиления ее продуктивности. В процессе обучения «мозговая атака» выступает в качестве важнейшего средства развития творческой активности студентов. «Мозговая атака» включает в себя три фазы.

Первая фаза представляет собой вхождение в психологическую раскованность, отказ от стереотипности, страха показаться смешным и неудачником; достигается созданием благоприятной психологической обстановки и взаимного доверия, когда идеи теряют авторство, становятся общими. Основная задача этой фазы - успокоиться и расковаться.

Вторая фаза - это собственно атака; задача этой фазы - породить поток, лавину идей. «Мозговая атака» в этой фазе осуществляется по следующим принципам:

- есть идея, - говорю, нет идеи, - не молчу;
- поощряется самое необузданное ассоциирование, чем более дикой покажется идея, тем лучше;
- количество предложенных идей должно быть как можно большим;
- высказанные идеи разрешается заимствовать и как угодно комбинировать, а также видоизменять и улучшать;
- исключается критика, можно высказывать любые мысли без боязни, что их признают плохими, критикующих лишают слова;
- не имеют никакого значения социальные статусы участников; это абсолютная демократия и одновременно авторитаризм сумасшедшей идеи;
- все идеи записываются в протокольный список идей;
- время высказываний - не более 1-2 минут.

Третья фаза представляет собой творческий анализ идей с целью поиска конструктивного решения проблемы по следующим правилам:

- анализировать все идеи без дискриминации какой-либо из них;
- найти место идее в системе и найти систему под идею;
- не умножать сущностей без надобности;
- не должна нарушаться красота и изящество полученного результата;
- должно быть принципиально новое видение;
- ищи «жемчужину в навозе».

В методе мозговая атака применяется при возникновении у группы реальных затруднений в осмыслении ситуации, является средством повышения активности студентов. В этом смысле мозговая атака представляется не как инструмент поиска новых решений, хотя и такая ее роль не исключена, а как своеобразное «подталкивание» к познавательной активности.

Презентация, или представление результатов анализа практико-ориентированного задания, выступает очень важным аспектом метода ***case-study***. Умение публично представить интеллектуальный продукт, хорошо его рекламировать, показать его достоинства и возможные направления эффективного использования, а также выстоять под шквалом критики, является очень ценным интегральным качеством современного специалиста. Презентация оттачивает многие глубинные качества личности: волю, убежденность, целенаправленность, достоинство и т.п.; она вырабатывает навыки публичного общения, формирования своего собственного имиджа.

Публичная (устная) презентация предполагает представление решений практико-ориентированного задания группе, она максимально вырабатывает навыки публичной деятельности и участия в дискуссии. Устная презентация обладает свойством кратковременного воздействия на студентов и, поэтому, трудна для восприятия и запоминания. Степень подготовленности выступающего проявляется в спровоцированной им дискуссии: для этого необязательно делать все заявления очевидными и неопровержимыми. Такая подача материала при анализе практико-ориентированного задания может послужить началом дискуссии. При устной презентации необходимо учитывать эмоциональный настрой выступающего: отношение и эмоции говорящего

вносят существенный вклад в сообщение. Одним из преимуществ публичной (устной) презентации является ее гибкость. Оратор может откликаться на изменения окружающей обстановки, адаптировать свой стиль и материал, чувствуя настроение аудитории.

Непубличная презентация менее эффектна, но обучающая роль ее весьма велика. Чаще всего непубличная презентация выступает в виде подготовки отчета по выполнению задания, при этом стимулируются такие качества, как умение подготовить текст, точно и аккуратно составить отчет, не допустить ошибки в расчетах и т.д. Подготовка письменного анализа практико-ориентированного задания аналогична подготовке устного, с той разницей, что письменные отчеты-презентации обычно более структурированы и детализированы. Основное правило письменного анализа практико-ориентированного задания заключается в том, чтобы избегать простого повторения информации из текста, информация должна быть представлена в переработанном виде. Самым важным при этом является собственный анализ представленного материала, его соответствующая интерпретация и сделанные предложения. Письменный отчет - презентация может сдаваться по истечении некоторого времени после устной презентации, что позволяет студентам более тщательно проанализировать всю информацию, полученную в ходе дискуссии.

Как письменная, так и устная презентация результатов анализа практико-ориентированного задания может быть групповая и индивидуальная. Отчет может быть индивидуальным или групповым в зависимости от сложности и объема задания. Индивидуальная презентация формирует ответственность, собранность, волю; групповая - аналитические способности, умение обобщать материал, системно видеть проект.

Оценивание участников дискуссии является важнейшей проблемой обучения посредством метода практико-ориентированного задания. При этом выделяются следующие требования к оцениванию:

- объективность - создание условий, в которых бы максимально точно выявлялись знания обучаемых, предъявление к ним единых требований, справедливое отношение к каждому;
- обоснованность оценок - их аргументация;
- систематичность - важнейший психологический фактор, организующий и дисциплинирующий студентов, формирующий настойчивость и устремленность в достижении цели;
- всесторонность и оптимальность.

Оценивание участников дискуссии предполагает оценивание не столько набора определенных знаний, сколько умения студентов анализировать конкретную ситуацию, принимать решение, логически мыслить.

Следует отметить, что оценивается содержательная активность студента в дискуссии или публичной (устной) презентации, которая включает в себя следующие составляющие:

- выступление, которое характеризует попытку серьезного предварительного
- анализа (правильность предложений, подготовленность,
- аргументированность и т.д.);
- обращение внимания на определенный круг вопросов, которые требуют углубленного обсуждения;
- владение категориальным аппаратом, стремление давать определения, выявлять содержание понятий;
- демонстрация умения логически мыслить, если точки зрения, высказанные раньше, подытоживаются и приводят к логическим выводам;
- предложение альтернатив, которые раньше оставались без внимания;
- предложение определенного плана действий или плана воплощения решения;

- определение существенных элементов, которые должны учитываться при анализе практико-ориентированного задания;
- заметное участие в обработке количественных данных, проведении расчетов;
- подведение итогов обсуждения.

При оценивании анализа практико-ориентированного задания, данного студентами при непубличной (письменной) презентации учитывается:

- формулировка и анализ большинства проблем, имеющихся в практико-ориентированное задание;
- формулировка собственных выводов на основании информации о практико-ориентированное задание, которые отличаются от выводов других студентов;
- демонстрация адекватных аналитических методов для обработки информации;
- соответствие приведенных в итоге анализа аргументов ранее выявленным проблемам, сделанным выводам, оценкам и использованным аналитическим методам

2. Методические указанияпо подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

Письменный опрос

В соответствии с технологической картой письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента по данной дисциплине. При подготовке к письменному опросу студент должен внимательно изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

Устный опрос

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются дляосвещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии[2].

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубинаответа.
3. Сознательность ответа(учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложенияматериала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременностьи эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использованиедополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).

[2]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)[3].

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. В среднем, подготовка к устному опросу по одному семинарскому занятию занимает от 2 до 4 часов в зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

[3]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

3.Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

На практических занятиях необходимо стремиться к самостоятельному решению задач, находя для этого более эффективные методы. При этом студентам надо приучить себя доводить решения задач до конечного «идеального» ответа. Это очень важно для будущих специалистов. Практические занятия вырабатывают навыки самостоятельной творческой работы, развивают мыслительные способности.

Практическое занятие – активная форма учебного процесса, дополняющая теоретический курс или лекционную часть учебной дисциплины и призванная помощь обучающимся освоиться в «пространстве» (тематике) дисциплины, самостоятельно прооперировать теоретическими знаниями на конкретном учебном материале.

Продолжительность одного практического занятия – от 2 до 4 академических часов. Общая доля практических занятий в учебном времени на дисциплину – от 10 до 20 процентов (при условии, что все активные формы займут в учебном времени на дисциплину от 40 до 60 процентов).

Для практического занятия в качестве темы выбирается обычно такая учебная задача, которая предполагает не существенные эвристические и аналитические напряжения и продвижения, а потребность обучающегося «потрогать» материал, опознать в конкретном то общее, о чем говорилось в лекции. Например, при рассмотрении вопросов оплаты труда, мотивации труда и проблем безработицы в России имеет смысл провести практические занятия со следующими сюжетами заданий: «Расчет заработной платы работников предприятия». «Разработка механизма мотивации труда на предприятии N». «В чем причины и особенности безработицы в России?». Последняя тема предполагает уже некоторую аналитическую составляющую. Основная задача первой из этих тем - самим посчитать заработную плату для различных групп работников на примере заданных параметров для конкретного предприятия, т. е. сделать расчеты «как на практике»; второй – дать собственный вариант мотивационной политики для предприятия, учитывая особенности данного объекта, отрасли и т.д.; третьей – опираясь на теоретические знания в области проблем занятости и безработицы, а также статистические материалы, сделать авторские выводы о видах безработицы, характерных для России, и их причинах, а также предложить меры по минимизации безработицы.

Перед проведением занятия должен быть подготовлен специальный материал – тот объект, которым обучающиеся станут оперировать, активизируя свои теоретические (общие) знания и тем самым, приобретая навыки выработки уверенных суждений и осуществления конкретных действий.

Дополнительный материал для практического занятия лучше получить у преподавателя заранее, чтобы у студентов была возможность просмотреть его и подготовить вопросы.

Условия должны быть такими, чтобы каждый мог работать самостоятельно от начала до конца. В аудитории должны быть «под рукой» необходимые справочники и тексты законов и нормативных актов по тематике занятия. Чтобы сделать практическое занятие максимально эффективным, надо заранее подготовить и изучить материал по наиболее интересным и практически важным темам.

Особенности практического занятия с использованием компьютера

Для того чтобы повысить эффективность проведения практического занятия, может использоваться компьютер по следующим направлениям:

- поиск информации в Интернете по поставленной проблеме: в этом случае преподаватель представляет обучающимся перечень рекомендуемых для посещения Интернет-сайтов;
- использование прикладных обучающих программ;
- выполнение заданий с использованием обучающимися заранее установленных преподавателем программ;

- использование программного обеспечения при проведении занятий, связанных с моделированием социально-экономических процессов.

4.Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой дискуссию в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия (от доски смелом до самых современных технических средств), демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Во время лекций, связанных с темой семинарского занятия, следует обращать внимание на то, что необходимо дополнительно изучить при подготовке к семинару (новые официальные документы, статьи в периодических журналах, вновь вышедшие монографии и т.д.).

5.Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

Экзамен - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неусвоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь на

то, что это не попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала. кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неутомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины, Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или и учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать,

подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальным сон. Подготовка к экзамену не должна идти в ущерб сну, иначе в день экзамена не будет чувства свежести и бодрости, необходимых для хороших ответов. Вечер накануне экзамена рекомендуем закончить небольшой прогулкой.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильнаяорганизация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

1) систематическаясамостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;

2) добросовестноевыполнение заданий;

3) выяснениеи уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;

4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями в области управления персоналом;

6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам для *HR*;

7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам управления персоналом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брандес М. П. Немецкий язык. Переводческое реферирование: практикум. М.: КДУ, 2008. – 368с.

2. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

3. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

4. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности: Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.

5. Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа:http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf